

# Kurzes Lehrbuch der Physik

Von

**Dr. Herbert A. Stuart**

o. Professor an der Technischen Hochschule  
Dresden

Mit 378 Textabbildungen



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH  
1942

ISBN 978-3-662-05466-6 ISBN 978-3-662-05511-3 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-662-05511-3

**Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung  
in fremde Sprachen, vorbehalten.**  
Copyright 1942 by Springer-Verlag Berlin Heidelberg  
Ursprünglich erschienen bei Springer-Verlag OHG. in Berlin 1942

## Vorwort.

Die bei Prüfungen, vor allem bei den Medizinerprüfungen in Berlin gemachten Erfahrungen führten mich zu dem Entschluß, für diejenigen, die Physik als Nebenfach studieren, ein kurzes Lehrbuch zu schreiben. Leider hat sich dessen Erscheinen infolge des Krieges um etwa 2 Jahre verzögert.

Das vorliegende Buch soll den Hörern der Experimentalphysik eine die Vorlesung ergänzende elementare und möglichst anschauliche Einführung in die Grundbegriffe und Vorstellungen der Physik geben. Bei der Darstellung ist überall Wert auf das Grundsätzliche gelegt und das Allgemeingültige und Verbindende herausgestellt. Einzelheiten, vor allem solche technischer Art, sind nur gelegentlich eingestreut. Rechnungen und Ergänzungen sind meist in Kleindruck gesetzt und können vom Mediziner ohne weiteres überschlagen werden. Wenn irgend möglich, benutzt die Darstellung die so anschaulichen atomaren und molekularen Vorstellungen. Die Mechanik ist verhältnismäßig knapp gehalten und enthält vor allem das für den Mediziner und Chemiker Notwendige. Diese Einschränkung ist möglich, da die Ingenieure in Mechanik ohnehin durch Sondervorlesungen eine vertiefte Ausbildung erhalten. Dagegen sind die Elektrizitätslehre und vor allem die Optik, die in der experimentellen Grundvorlesung vielfach zu kurz wekommt, ausführlicher behandelt.

Ich danke allen Kollegen, mit denen ich die Anlage oder Einzelheiten dieses Buches durchsprechen konnte, insbesondere auch dem Physiologen der Universität Berlin, Herrn Prof. TRENDELENBURG. Ebenso danke ich meinen Mitarbeitern, den Herren Dr. L. BORCHERT, Dr. E. KUSS und Dozent Dr. G. SCHULZE für ihre Mithilfe bei der Durchsicht von Manuskript und Korrekturen sowie für manchen wertvollen Hinweis.

Dresden, im Januar 1942.

H. A. STUART.

# Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Einleitung . . . . .	1
Abgrenzung und Aufgaben der Physik S. 1. — Die Methodik der Physik S. 1.	
<b>Erstes Kapitel.</b>	
<b>Mechanik.</b>	
A. Allgemeiner Teil . . . . .	3
I. Längen — Winkel — Zeiten . . . . .	3
Längeneinheit und Längenmessung S. 3. — Winkelmessung S. 4. — Zeitmessung S. 5.	
II. Darstellung von Bewegungen . . . . .	5
Geschwindigkeit S. 6. — Gleichförmig beschleunigte Bewegung, freier Fall S. 7. — Ungleichförmige Bewegung, Kreisbahn S. 7.	
III. Kraft und Masse . . . . .	8
Trägheitssatz, Kraft als Ursache der Beschleunigung S. 9. — Schwerkraft, Gewicht S. 10. — Dichte und spezifisches Gewicht S. 11.	
IV. Arbeit und Energie . . . . .	12
Arbeit und Leistung S. 12. — Energie S. 13.	
B. Kräfte im Gleichgewicht (Statik) . . . . .	14
I. Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften . . . . .	15
Kräfteparallelogramm S. 15. — Hebelgesetz S. 15. — Parallele Kräfte, Kräftepaar S. 16.	
II. Schwerpunkt und Gleichgewicht . . . . .	17
Schwerpunkt S. 17. — Gleichgewicht S. 17.	
III. Maschinen . . . . .	18
Schiefe Ebene S. 18. — Schraube, Keil S. 18. — Rolle und Wellrad S. 19. — Waagen S. 19.	
C. Lehre von der Bewegung unter dem Einfluß von Kräften (Dynamik) . . . . .	21
I. Grundsätze der Dynamik . . . . .	21
Beschleunigungssatz, Kraft und Gegenkraft S. 21. — Schwerpunktssatz, Impulssatz S. 22.	
II. Einige besondere Bewegungsformen . . . . .	23
Kreisbahn, Zentripetal- und Zentrifugalkraft S. 23. — Kräfte bei der Erdumdrehung S. 24. — Lineare Schwingung, Pendel S. 26. — Wurfbewegung S. 28. — Stoßvorgänge S. 29.	
III. Drehbewegung starrer Körper . . . . .	30
Trägheitsmoment S. 30. — Grundgesetz der Drehbewegung, physisches Pendel S. 31. — Satz von der Erhaltung des Drehimpulses S. 32. — Freie Achsen S. 33. — Kreisel S. 34.	
IV. Allgemeine Gravitation . . . . .	36
Gravitationsgesetz S. 36. — Planetenbewegung S. 37.	
D. Die mechanischen Eigenschaften der drei Aggregatzustände als Folge des molekularen Aufbaus der Materie und der molekularen Kräfte . . . . .	37
Vorbemerkung S. 37.	
I. Der molekulare Aufbau der Materie und die molekularen Kräfte . . . . .	38
Allgemeines über Moleküle S. 38. — Größe, Form und Kerngerüst der Moleküle S. 39. — Die Molekularbewegung S. 41. — Einiges über die zwischenmolekularen Kräfte S. 42.	
II. Der feste Körper . . . . .	43
Molekularer Bau, Kristallgitter S. 43. — Elastizität S. 45. — Festigkeit und Härte S. 44. — Reibung fester Körper S. 47.	

	Seite
III. Ruhende Flüssigkeiten . . . . .	48
Allgemeines, Bewegungs- und Ordnungszustand der Moleküle in Flüssigkeiten S. 48. — Einstellung der Flüssigkeitsoberfläche S. 49. — Der Druck in Flüssigkeiten S. 50. — Auftrieb, Schwimmen S. 52. — Oberflächenspannung S. 53. — Ausbreitung von Flüssigkeiten S. 54.	
IV. Ruhende Gase . . . . .	56
Das Verhalten der Moleküle im Gaszustande S. 56. — Druck und Volumen eines Gases S. 57. — Die Lufthülle der Erde und der Luftdruck S. 58.	
V. Bewegungen in Flüssigkeiten und Gasen (Hydro- und Aerodynamik) . . .	60
Vorbemerkung S. 60. — Innere Reibung S. 61. — Druck und Geschwindigkeit in der Strömung S. 62. — Widerstand bewegter fester Körper in Flüssigkeiten und Gasen S. 65. — Grundlagen des Fluges S. 66.	

## Zweites Kapitel.

### Schwingungs- und Wellenlehre. Akustik.

I. Allgemeines über Schwingungen und Wellen . . . . .	68
Zusammensetzung von Schwingungen S. 68. — Entstehung von elastischen Wellen S. 70. — Eigenschwingungen und Wellen in elastischen Körpern S. 73. — Erzwungene Schwingungen, Resonanz S. 74. — Gekoppelte Schwingungen S. 75. — Ausbreitung von Wellen S. 76.	
II. Akustik . . . . .	78
Gehörsempfindungen S. 78. — Schallquellen S. 81. — Ausbreitung des Schalls S. 82. — Ultraschall S. 83.	

## Drittes Kapitel.

### Wärmelehre.

I. Thermometrie — Wärmeausdehnung — Kalorimetrie . . . . .	84
Wesen der Wärme S. 84. — Temperatur und Thermometrie S. 84. — Praktische Temperaturmessung S. 85. — Wärmeausdehnung S. 86. — Wärmemenge, spezifische Wärme S. 87.	
II. Wärme und Arbeit . . . . .	88
Mechanisches Wärmeäquivalent, erster Hauptsatz S. 88. — Spezifische Wärmen und Energieinhalt von Gasen S. 89. — JOULE-THOMSON-Effekt S. 90. — Gesetze der idealen Gase S. 91. — Gasarbeit S. 92. — VAN DER WAALSsche Zustandsgleichung S. 93. — Adiabatische Zustandsänderung S. 93. — CARNOTScher Kreisprozeß S. 94. — Zweiter Hauptsatz und die Wahrscheinlichkeit von Naturvorgängen S. 95. — Dritter Hauptsatz S. 98. — Wärmekraftmaschinen S. 98. — Mechanische Wärmetheorie und kinetische Gastheorie S. 99.	
III. Änderungen des Aggregatzustandes . . . . .	101
Schmelzen, Schmelzpunkt, Schmelzwärme S. 101. — Mischungen und Lösungen S. 103. — Osmose S. 89. — Verdampfung, Sättigungsdruck, Sieden S. 105. — Sublimation S. 107. — Feuchtigkeit der Luft S. 107. — Verflüssigung von Gasen S. 108.	
IV. Wärmeausbreitung . . . . .	109
Wärmeleitung S. 110. — Konvektion S. 111. — Wärmestrahlung S. 111.	

## Viertes Kapitel.

### Elektrizität und Magnetismus.

Vorbemerkung S. 112.	
I. Elektrostatik . . . . .	113
Grunderscheinungen. COULOMBSches Gesetz S. 112. — Das elektrische Feld S. 114. — Potential und Spannung S. 115. — Das Wesen der Elektrizität S. 116. — Beweglichkeit der Ladungsträger S. 117. — Ladungsverteilung und elektrisches Feld in Leitern S. 119. — Influenz S. 120. — Kapazität S. 122. — Materie im elektrischen Felde S. 123. — Berührungsspannung. Elektrische Doppelschichten in Grenzflächen und Elektrizitätserzeugung S. 125.	
II. Allgemeine Eigenschaften des elektrischen Stromes und Meßmethoden . . .	126
Der elektrische Strom und seine Merkmale S. 126. — OHMSches Gesetz S. 128. — Die Elektrizitätsleitung in Metallen und ihre Temperaturabhängigkeit S. 129. — Stromverzweigung S. 130. — Schaltungen und Meßmethoden S. 131.	

	Seite
III. Strom und Wärme . . . . .	134
Stromarbeit und Stromwärme S. 134. — Praktische Anwendungen der Stromwärme S. 135. — Thermoelektrizität S. 136.	
IV. Das magnetische Feld . . . . .	137
Grunderscheinungen des Magnetismus S. 137. — Erdmagnetismus S. 139. — Magnetfeld eines Stromes S. 140. — Molekulare elektrische Deutung des Magnetismus S. 141. — Kraftwirkungen auf Ströme im Magnetfeld S. 141.	
V. Elektrizitätsleitung in Flüssigkeiten. . . . .	143
a) Mechanismus der Elektrizitätsleitung.	
Die elektrolytische Dissoziation S. 143. — Die Ladung der Ionen S. 144. — Ionenwanderung und OHMSches Gesetz S. 145. — Elektrokinetische Erscheinungen S. 146.	
b) Chemische Umsetzungen.	
Lösungsdruck. Galvanische Elemente S. 147. — Elektrolytische Polarisation. Akkumulator S. 149. — Praktische Anwendungen der Elektrolyse S. 150.	
VI. Elektrizitätsleitung in Gasen und im Vakuum . . . . .	151
Allgemeines über die Elektrizitätsleitung in Gasen S. 151. — Elektrizitätsleitung im Hochvakuum S. 152. — Kathodenstrahlen S. 153. — Anwendungen der Glühkathodenröhre S. 155. — Elektrizitätsleitung in Gasen bei niedrigem Druck S. 156. — Elektrizitätsleitung bei höheren Drucken S. 158.	
VII. Elektromagnetische Induktion . . . . .	160
Grundtatsachen der Induktion S. 160. — Gegenseitige Induktion und Selbstinduktion S. 163. — Wechselströme S. 164.	
VIII. Magnetische Eigenschaften der Stoffe . . . . .	167
Grundbegriffe S. 167. — Dia- und Paramagnetismus S. 168. — Ferromagnetismus S. 169.	
IX. Anwendungen der Induktion . . . . .	171
Generatoren und Motoren S. 171. — Transformator S. 173. — Induktor S. 174. — Telephon und Mikrophon S. 174.	
X. Elektrische Schwingungen und Wellen . . . . .	175
Entstehung von elektrischen Schwingungen S. 175. — Erzeugung von hochfrequenten gedämpften Schwingungen S. 176. — Beobachtungen an elektromagnetischen Wellen S. 177. — Der Mechanismus der Ausbreitung eines elektromagnetischen Feldes S. 179. — Ungedämpfte Schwingungen. Drahtlose Telephonie S. 180.	
XI. Radioaktivität . . . . .	181
Die radioaktiven Strahlen S. 181. — Der radioaktive Zerfall S. 183. — Elementarteilchen S. 184. — Der Aufbau der Atomkerne S. 185. — Künstliche Radioaktivität S. 186. — Ultrastrahlung S. 188.	

## Fünftes Kapitel.

### Optik und allgemeine Strahlungslehre.

A. Das Wesen des Lichtes und seine Ausbreitung . . . . .	189
Das Wesen des Lichtes S. 189. — Grunderscheinungen der Lichtausbreitung S. 190. — Lichtgeschwindigkeit S. 191. — Messung des Lichtes. Photometrie S. 192.	
B. Geometrische Optik . . . . .	194
I. Grunderscheinungen der geometrischen Optik . . . . .	
Reflexion des Lichtes S. 194. — Brechung des Lichtes S. 195. — Totalreflexion S. 197. — Dispersion S. 198.	
II. Bilderzeugung durch Spiegel und Linsen . . . . .	
Der ebene Spiegel S. 199. — Die sphärischen Spiegel S. 200. — Abbildung durch Brechung an einer Kugelfläche S. 202. — Abbildung durch dünne Linsen S. 203. — Abbildung durch dicke Linsen S. 206. — Abbildung durch Linsensysteme S. 208. — Abbildungsfehler S. 208.	
III. Das Auge und das Sehen . . . . .	210
Das Auge als optisches System S. 210. — Akkomodation des Auges. Brillen S. 211. — Räumliches Sehen S. 212. — Sehen mit Zäpfchen und Stäbchen. Farbensehen S. 212. — Farben S. 213.	
IV. Optische Instrumente . . . . .	214
Vorbemerkung über den Einfluß der Beugung und über die Strahlenbegrenzung durch Blenden S. 214. — Photographische Kamera S. 216. — Bildwerfer S. 216. — Lupe S. 217. — Mikroskop S. 218. — Fernrohr S. 221. — Spektralapparat S. 213.	

	Seite
C. Wellenoptik. . . . .	224
I. Interferenzerscheinungen . . . . .	224
FRESNELScher Spiegelversuch S. 224. — Farben dünner Blättchen. NEWTON- sche Ringe S. 225.	
II. Beugung des Lichtes . . . . .	226
Beugung an kleinen Öffnungen und Hindernissen S. 226. — Beugungsspek- trum S. 227. — Auflösungsvermögen von Instrumenten S. 228. — Lichtzer- streuung an kleinsten Teilchen. Ultramikroskop S. 229. — RAMAN-Strahlung S. 231.	
III. Polarisation . . . . .	232
Polarisation durch Reflexion S. 232. — Polarisation durch Doppelbrechung S. 233. — Drehung der Polarisationssebene S. 236. — Interferenz polarisierten Lichtes S. 237.	
D. Elektromagnetisches Spektrum. . . . .	238
I. Ultrarotes und ultraviolettes Spektralgebiet . . . . .	238
Übersicht über das gesamte Spektrum S. 238. — Ultrarotes Licht S. 239. — Ultraviolettes Licht S. 239.	
II. Röntgenstrahlen . . . . .	240
Herstellung und allgemeine Eigenschaften S. 240. — Die Schwächung der Röntgenstrahlen beim Durchgang durch Materie S. 242. — Röntgeninterferen- zen an Kristallen. Strukturanalyse S. 242.	
E. Strahlung und Materie . . . . .	244
I. Temperatur- und Lumineszenzstrahlung. . . . .	244
Temperaturstrahlung. Schwarzer Körper S. 242. — Die Gesetze der schwar- zen Strahlung S. 246. — Fluoreszenz und Phosphoreszenz S. 247.	
II. Teilcheneigenschaften des Lichtes . . . . .	248
Der lichtelektrische Effekt S. 248. — Quantentheorie des Lichtes S. 249. — Dualismus von Welle und Teilchen S. 250.	
III. Atombau und Spektrallinien . . . . .	252
Emissions- und Absorptionsspektren S. 252. — Atommodelle und Linienspek- tren S. 252. — Atombau und periodisches System der Elemente S. 255. — Röntgenspektren S. 256. — Das wellenmechanische Atommodell S. 259. — Bandenspektren S. 259.	
Namen- und Sachverzeichnis . . . . .	261

# Einleitung.

**§ 1. Abgrenzung und Aufgaben der Physik.** Das Wort Physik bedeutet ursprünglich Naturlehre oder Naturwissenschaft. In diesem allgemeinen Sinne ist die gesamte Natur, soweit sie beobachtbar, d. h. unseren Sinnen zugänglich ist, Gegenstand der Physik. Einzelne Zweige der Physik als der allgemeinen Naturlehre haben sich im Laufe der Zeit zu besonderen selbständigen Wissenschaften entwickelt, so die sich mit der belebten Natur befassenden Wissensgebiete wie die Biologie, die Astronomie, welche die physikalischen Vorgänge im Kosmos untersucht, oder die Chemie, welche die stofflichen Veränderungen der Körper, d. h. die Reaktionen der Atome und Moleküle betrachtet und daher als die „Physik der Atomgruppierungen“ bezeichnet werden kann<sup>1</sup>.

Sondern wir diese verschiedenen Teilgebiete aus, so bleibt für die Physik im heutigen engeren Sinne als Aufgabe, die Erscheinungen der unbelebten Welt zu untersuchen und ihre Grundgesetze aufzudecken. Es ist dann die Sache der anderen Wissenschaften, wie der Biologie, Medizin, Chemie und insbesondere auch der Technik, sich diese Erkenntnisse zunutze zu machen.

Die zielbewußte praktische Anwendung physikalischer Erkenntnisse im großen hat unter anderem die moderne Technik hervorgebracht. Jede neue physikalische Entdeckung führt früher oder später zu neuen technischen Möglichkeiten. Als Beispiel nennen wir nur die Entwicklung von der durch FARADAY entdeckten elektromagnetischen Induktion bis zur heutigen Wechselstromtechnik. So ist die Physik als Quelle neuer Entwicklungen und prinzipiellen Fortschritts die Grundwissenschaft für alle Naturwissenschaften einschließlich der Technik. Man kann ohne Übertreibung sagen: Die Physik von heute bestimmt die Technik und die Zivilisation von morgen.

**§ 2. Die Methodik der Physik.** Die Physik ist nicht nur für alle anderen Naturwissenschaften bezüglich ihrer Ergebnisse eine Grundwissenschaft, sondern auch ein Vorbild, insofern sie als ausgezeichnete Vertreterin der exakten Naturwissenschaften deren Methoden zu höchster Vollendung entwickelt hat. Ihre Arbeitsweise wollen wir jetzt näher betrachten.

Die meisten Naturerscheinungen sind sehr verwickelt. Um nun die Gesetzmäßigkeiten beim Ablauf irgendeines Vorganges herauszufinden, bedient man sich des Experiments. Dabei schafft man künstlich vereinfachte, sog. „reine“ Bedingungen und verändert diese so lange, bis man die Wirkungen einer bestimmten Ursache genau übersieht. So untersucht man z. B., um die Wirkung der Gravitationen einwandfrei feststellen zu können, den freien Fall im luftleeren Raum. Das Experiment ist eine Frage an die Natur. Soll sie zum Erfolg führen, so muß sie überlegt und klar sein.

Die Beobachtungen des Physikers müssen quantitativ, d. h. in Maß und Zahl angebbar sein. Denn nur dann sind sie jederzeit nachprüfbar und als gesicherte Grundlage für weitere Forschungen oder für die praktische Anwendung geeignet. Alle Beobachtungen müssen also auf Messungen beruhen. Da aber

---

<sup>1</sup> Die Methoden, deren sich die Chemie dabei bedient, sind aber in immer steigendem Maße rein physikalische.

unsere Sinnesorgane für einen zahlenmäßigen Vergleich meist völlig unzureichend sind, muß der Physiker Meßinstrumente benutzen. Diese sind sein Handwerkszeug.

Das experimentelle Tatsachenmaterial der Physik wäre unübersehbar groß und ziemlich wertlos, wenn es nicht gelingen würde, es zu ordnen und die inneren Zusammenhänge aufzudecken. Hier liegt das Endziel jeder physikalischen Forschung. Dabei fällt der theoretischen Physik die Aufgabe zu, diese Zusammenhänge und die Grundgesetze möglichst einfach und übersichtlich, d. h. mathematisch darzustellen, sowie neue Zusammenhänge abzuleiten und vorauszusagen und so die Forschung in neue Richtungen zu lenken. Als Beispiel der Leistungsfähigkeit der theoretischen Physik sei auf die elektromagnetischen Wellen hingewiesen, die auf Grund der Voraussage ihrer Existenz durch die MAXWELLSche Theorie des Elektromagnetismus systematisch gesucht, durch HERTZ gefunden und dann schließlich in bekannter Weise technisch verwertet wurden.

Physikalische Erkenntnisse stützen sich also auf Beobachtungen und auf logisches Denken. In beiden sind schon gewisse Grundelemente unserer Anschauungs- und Denkformen, wie etwa die Begriffe Raum und Zeit mitenthalten. Um aus einem auch schon geordneten Erfahrungsmaterial die Naturgesetze selbst aufzuspüren, bedarf es allerdings noch einer gestaltenden geistigen Kraft, wir können sie schöpferische Phantasie oder Intuition nennen.

Die Physik verwertet nur in Maß und Zahl ausdrückbare Wahrnehmungen, z. B. beim Betrachten einer Farbe nur ihre Wellenlänge. All das, was wir an innerer Erfahrung und künstlerischem Empfinden beim Betrachten einer Farbe zu erleben vermögen und was für uns ebenso wirklich ist, ist ihr jedoch prinzipiell unzugänglich. Dasselbe gilt für unsere inneren Erfahrungen beim Umgang mit Menschen, Tieren, überhaupt allem Lebenden. Darin liegt mit ein Grund, weshalb Biologie und Medizin unbeschadet der Notwendigkeit, auch physikalische Forschungsmethoden anzuwenden, niemals mit diesen allein ihre Aufgaben zu lösen vermögen.

So vermag die Physik nur ein sehr einseitiges Abbild der wirklichen Natur zu geben, das allerdings für die technische Beherrschung völlig ausreicht. Unser Geist, der aber die großen Naturzusammenhänge ahnt und das Wesen der Dinge zu erkennen strebt, wird davon nicht befriedigt. Hier liegt also eine Aufgabe, die über den engeren Rahmen der Physik hinausgeht. Leider ist das Streben nach einer einheitlichen totalen Naturwissenschaft, einer Naturanschauung, die den „schauenden und denkenden“ Menschen in gleicher Weise erfüllt, in der Gegenwart kaum mehr vorhanden. Um so mehr finden wir es bei vielen großen nordischen Naturforschern der Vergangenheit, wie bei GIORDANO BRUNO, GALILEI, KEPLER, sowie bei dem uns vertrauteren GOETHE.

## Erstes Kapitel.

# Mechanik.

## A. Allgemeiner Teil.

### I. Längen — Winkel — Zeiten.

§ 3. **Längeneinheit und Längenmessung.** Alles unseren Beobachtungen zugängliche Geschehen spielt sich in Raum und Zeit ab. Wenn wir irgendeinen Vorgang, z. B. das Fallen eines Steines oder die Bewegung eines Flugzeuges genauer verfolgen und beschreiben wollen, müssen wir vor allem Längen- und Zeitmessungen vornehmen.

Messen bedeutet immer Vergleichen, und zwar zahlenmäßig mit einem Vergleichsgegenstand, den wir willkürlich als Maßeinheit oder Einheit festsetzen. Da wir immer nur Dinge der gleichen Art miteinander vergleichen können, brauchen wir bei Längenmessungen eine Längeneinheit. Die Längenmessung besteht dann im Anlegen und Abtragen eines Maßstabes und führt zur Angabe, wieviel Längeneinheiten in der zu messenden Länge enthalten sind. Diese Zahlenangabe zusammen mit der Einheit legt die gemessene Größe fest. Das Meßergebnis — und das gilt für die Beschreibung jeder physikalischen Größe — enthält also immer 2 Angaben, die Maßzahl und die Maßeinheit.

Um die Meßergebnisse, die von verschiedenen Personen zu verschiedenen Zeiten und an verschiedenen Orten gewonnen sind, miteinander vergleichen zu können, ist man übereingekommen, einen bestimmten Maßstab, der in Paris aufbewahrt wird, als internationale Einheit für das Meter (m) festzusetzen. Die Längeneinheit der Physik ist das Zentimeter (cm), vgl. § 10, das als der hundertste Teil des Meters festgesetzt ist. Dieses Pariser Normalmeter besteht, um möglichst unveränderlich zu sein, aus einer Legierung von 90% Platin und 10% Iridium. Von diesem Normalstab besitzen alle Länder der Erde Kopien, die dauernd verglichen werden.

Als kleinere Längeneinheiten werden die in Tab. 1 aufgeführten Maße benutzt.

Tabelle 1. Kleine Längenmaße.

cm	mm	Zeichen	Bezeichnung	Anwendungsgebiet
$10^{-4}$	$10^{-3}$	1 $\mu$	1 Mikron ( $10^{-6}$ m)	Mikroskopie
$10^{-7}$	$10^{-6}$	1 m $\mu$	1 Millimikron	Optik
$10^{-8}$	$10^{-7}$	1 Å	1 Ångström	Optik
$10^{-11}$	$10^{-10}$	1 X	1 X-Einheit	Röntgen- und $\gamma$ -Strahlen

Zur Bezeichnung von Vielfachen und Teilen von Einheiten benutzt man allgemein folgende Vorsilben:

Kilo (k)	für das Tausendfache,	z. B. 1 kV = 1 Kilovolt = $10^3$ Volt
Mega (M)	für das Millionfache,	z. B. 1 M $\Omega$ = 1 Megohm = $10^6$ Ohm
Milli (m)	für ein Tausendstel,	z. B. 1 mA (Milliampere) = $10^{-3}$ A
Mikro ( $\mu$ )	für ein Millionstel,	z. B. 1 $\mu$ A (Mikroampere) = $10^{-6}$ A

Zur praktischen Ausführung von Längenmessungen dienen neben Maßstäben Schublehre, Schraubenmikrometer, Zehnteltaster, Rachenlehren usw., s. Abb. 1 und 2.

Um Bruchteile von Skalenteilen, z. B. die Zehntelmillimeter einer Millimeterteilung, abzulesen, bedient man sich des Nonius, dessen Nullstrich abzulesen ist, s. Abb. 3. 10 Teile der Skala des Nonius entsprechen 9 Teilen der Hauptskala  $AB$ . Stimmt also ein Strich der Hauptskala genau mit einem Noniusstrich, so liegt der nächste Noniusstrich links um  $\frac{1}{10}$  Skalenteil gegen den entsprechenden Strich der Hauptskala nach rechts verschoben, der übernächste um  $\frac{2}{10}$  usw. In der Abb. 3 deckt sich der fünfte Noniusstrich mit einem Strich der Hauptskala, es liegt also der Nullpunkt des Nonius um  $\frac{5}{10}$  rechts vom entsprechenden Hauptskalenteil oder bei 10,5.

Bei allen Teilstrichablesungen ist es sehr wichtig, den Parallaxenfehler zu vermeiden, der immer dann auftreten kann, wenn Maßstab und zu messender Gegenstand nicht in derselben Ebene liegen. Lesen wir z. B. ein Thermometer ab, so erkennt man an

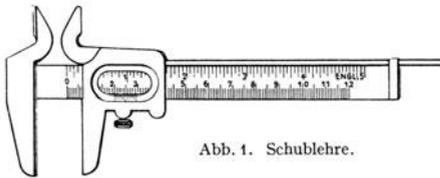


Abb. 1. Schublehre.

Hand der Abb. 4, daß man nur dann den richtigen Wert abliest, wenn man senkrecht auf das Thermometer blickt. Beim schrägen Visieren tritt eine scheinbare Verschiebung des Fadens gegen den Maßstab ein (Parallaxe), und man liest zu hoch oder zu tief ab. Diesen Fehler vermeidet man z. B. bei elektrischen Meßinstrumenten dadurch, daß man hinter die Skala und den Zeiger einen Spiegel anbringt. Man liest dann ab, wenn der Zeiger und sein Spiegelbild sich decken, was nur bei senkrechter Blickrichtung der Fall ist

Die Flächenmessung erledigt sich mittels Längenmessungen, wenn die Begrenzung der Flächen geometrisch einfach ist. Als Flächeneinheit benutzt man die Fläche des Quadrates mit der Längeneinheit als Seitenlänge. Die Flächeneinheit ist eine abgeleitete Einheit, im Gegensatz zur Längeneinheit, die eine Grundeinheit ist.

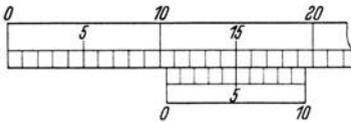


Abb. 3. Nonius.

Das Zentimeter ist eine willkürlich festgelegte Längeneinheit. Ist diese aber einmal bestimmt, so folgt daraus notwendig die Flächeneinheit. Diese kann also nicht mehr

willkürlich festgesetzt werden, daher unterscheiden wir Grund- und abgeleitete Einheiten.

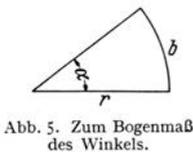


Abb. 5. Zum Bogenmaß des Winkels.

Die Raumeinheit wird durch einen Würfel der Kantenlänge eins dargestellt. Einheiten sind: Kubikzentimeter ( $\text{cm}^3$ ), Liter (l)  $1 \text{ l} = 1000 \text{ cm}^3$ , oder Kubikmeter ( $\text{m}^3$ )  $1 \text{ m}^3 = 10^3 \text{ l} = 10^6 \text{ cm}^3$ .

**§ 4. Winkelmessung.** Für die Winkelmessung benutzt man verschiedene Einheiten, einmal die Teilung des Kreisumfangs in  $360^\circ$ , sog. Altgrad, wobei  $1^\circ = 60 \text{ Minuten}$  ( $1^\circ = 60'$ ),  $1 \text{ Minute} = 60 \text{ Sekunden}$  ( $1' = 60''$ ) ist. Ferner benutzt man, um nach dem Dezimalsystem rechnen zu können, noch die Einteilung des rechten Winkels in 100 Grade, sog. Neugrade, bezeichnet mit „g“, also  $360^\circ = 400^g$ . Ferner benutzt man als Winkelmaß das Verhältnis des Bogen  $b$  zum Radius  $r$ , s. Abb. 5. Nimmt man als Radius 1 cm, so ist die in cm

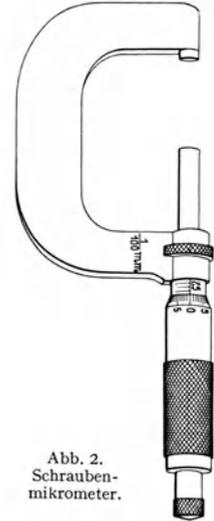


Abb. 2. Schraubenmikrometer.

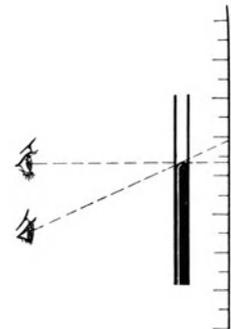


Abb. 4. Parallaxenfehler.

gemessene Länge des Bogens zugleich ein Maß des Winkels, sog. Bogenmaß. Die Einheit ist dabei der Radiant (rad), d. h. der Winkel mit der Bogenlänge 1 cm. Es sind also in diesem Winkelmaß  $1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} = 57^\circ 17' 45''$ ;  $90^\circ = \pi/2 \text{ rad}$ .

Für die Winkelmessung in der Ebene benutzt man den bekannten Transporteur oder das Anlegegoniometer; s. Abb. 6.

Für genauere Winkelmessungen wird der Theodolit benutzt, im wesentlichen ein Fernrohr, das um eine Vertikalachse über einem horizontalen Teilkreis drehbar ist. Damit kann man den Winkel bestimmen, unter dem zwei entfernte Punkte vom Auge des Beobachters aus gesehen werden. Meistens ist der Theodolit auch noch zur Messung von Höhenwinkeln eingerichtet.

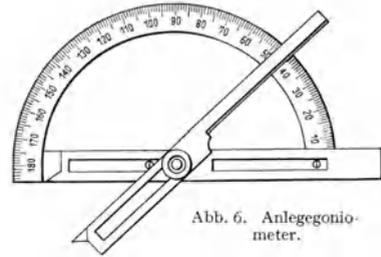


Abb. 6. Anlegegoniometer.

**§ 5. Zeitmessung.** Der Zeitbegriff ist aus der Erfahrung abgeleitet, daß jeder Vorgang sich aus einer Reihe von aufeinanderfolgenden Ereignissen zusammensetzen läßt. Zur Grundlage der Zeitmessung kann jeder regelmäßig wiederkehrende sog. periodische Vorgang, z. B. jede gleichmäßige Rotation, benutzt werden.

Die allgemein gebrauchte Einheit ist die Sekunde (s)  $1 \text{ s} = 1/60 \text{ Minute (min)} = 1/3600 \text{ Stunde (h)} = 1/86400 \text{ mittlerer Sonnentag}$ . Der mittlere Sonnentag ist die Zeit, die im jährlichen Mittel zwischen zwei aufeinanderfolgenden Höchstständen der Sonne verstreicht. Wegen der verschiedenen Geschwindigkeit der Erde auf ihrer Bahn um die Sonne ist diese Zeit in den einzelnen Jahreszeiten verschieden. Die Sekunde ist eine neue Grundeinheit, die als zweite zur Längeneinheit hinzukommt.

Als Zeiteinheit dient im Grunde die Zeit der einmaligen Umdrehung der Erde um ihre Achse gegenüber dem Fixsternraum. Die Erddrehung wird als scheinbarer Lauf der Fixsterne sichtbar. Daher definieren wir die Zeiteinheit als die Zeit, die am Beobachtungsort zwischen zwei aufeinanderfolgenden Höchstständen oder Meridiandurchgängen des gleichen Fixsternes verstreicht und nennen sie Sternzeit. Infolge des Umlaufs der Erde um die Sonne bleibt nun die Sonne in ihrer scheinbaren täglichen Bewegung am Himmel etwas hinter den Fixsternen zurück (sie wandert im Laufe eines Jahres durch die zwölf Zeichen des Tierkreises und steht daher immer in verschiedenen Sternbildern), so daß die Zeit zwischen zwei Höchstständen der Sonne oder der Sonnentag etwas länger als der Sterntag ist, und zwar um rund  $1/365 \text{ Tag}$  oder genau um  $3 \text{ min } 55 \text{ s}$ . Wegen der verschiedenen Geschwindigkeit der Erde auf ihrer Bahn ist aber dieses Zurückbleiben der Sonne unregelmäßig. Würden wir den Tag als die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden höchsten Sonnenständen definieren, so würde der Tag in den verschiedenen Jahreszeiten verschieden lang werden. Eine regelmäßig gehende Uhr würde Unterschiede bis zu  $1/4 \text{ Stunde}$  aufweisen. Daher gebraucht man praktisch den mittleren Sonnentag, d. h. man gebraucht eine gedachte „mittlere“ Sonne, die gleichförmig durch die Tierkreiszeichen wandert und die in einem Jahre um einen Umlauf oder täglich um fast genau 4 Minuten zurückbleibt.

Dieser Tag dividiert durch  $24 \cdot 60 \cdot 60$  gibt die mittlere Sonnenzeitsekunde, kurz eine Sekunde oder unsere allgemein gebrauchte Zeiteinheit.

Zur Zeitmessung benutzen wir Sekundenpendel, Pendeluhr, Metronome, und Stoppuhren bis  $1/100 \text{ Sekunde}$ .

## II. Darstellung von Bewegungen.

Bewegung ist die Änderung des Ortes eines Körpers mit der Zeit, und zwar von einem bestimmten Bezugssystem oder Standort aus gesehen. Da die Bewegung z. B. eines Eisenbahnzuges verschieden ist, je nachdem, ob der Beobachter selbst still steht oder in Fahrt ist, muß bei der Beschreibung der Bewegung immer der Standort des Beobachters angegeben werden. Somit ist jede

Bewegung eine Relativbewegung. Eine absolute Bewegung, eine Bewegung an sich, d. h. ohne Bezug auf ein anderes als fest und ruhend angesehenes Körpersystem, ist nicht beobachtbar und daher ein physikalisch sinnloser Begriff.

**§ 6. Geschwindigkeit.** Ein Körper bewege sich in gerader Bahn derart, daß er in gleichen Zeiten gleiche Wegstrecken zurücklegt, Fall der gleichförmigen geradlinigen Bewegung. Die Geschwindigkeit  $v$  ist das Verhältnis des zurückgelegten Weges  $s$  zu der dazu benötigten Zeit  $t$  oder der in der Zeiteinheit zurückgelegte Weg

$$v = s/t.$$

Zu einer Geschwindigkeitsmessung gehört also eine Längen- und eine Zeitmessung und die Angabe der Maßeinheit. Wir können die Geschwindigkeit eines Schnellzuges in m/s oder km/s angeben.

Die Geschwindigkeit ist wieder eine abgeleitete Einheit. Es ist in der Physik häufig üblich, symbolisch die Rechenoperation anzudeuten, die notwendig ist, um von den Angaben in Grundeinheiten zu den betreffenden abgeleiteten Einheiten zu gelangen. Man schreibt daher z. B. hinter die Geschwindigkeit  $v$  das Symbol  $[l t^{-1}]$  oder „cm · s<sup>-1</sup>“. Die Potenzexponenten dieses Symbolen bzw. das ganze Symbol nennt man die Dimension der betreffenden Größe, und man sagt z. B.: die Geschwindigkeit hat die Dimension „Länge/Zeit“, die Fläche „cm<sup>2</sup>“ usw.



Abb. 7. Zur Bahngeschwindigkeit.

Bei einer sog. ungleichförmigen Bewegung, bei der sich die Geschwindigkeit entlang der Bahn ständig ändert, s. Abb. 7, müssen wir die Geschwindigkeit anders definieren.

Je kleiner die zur Berechnung der Geschwindigkeit gewählte Wegstrecke ist, um so eher kann die Geschwindigkeit innerhalb dieses Stückes als gleichbleibend angesehen werden. Nennen wir das sehr kleine Wegstück oder Wegelement  $\Delta s$  und den zugehörigen Zeitabschnitt  $\Delta t$ , so ist die Geschwindigkeit in jedem Punkte von  $\Delta s$  um so genauer definiert als

$$v = \frac{\text{sehr kleine Wegstrecke}}{\text{dazu gebrauchte sehr kleine Zeit}} = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

je kleiner wir die Elemente von Weg und Zeit wählen.

Lassen wir  $\Delta s$  und  $\Delta t$  unter jedes beliebige Maß klein werden, so erhalten wir den Differentialquotienten und es wird in mathematischer Schreibweise

$$v = \lim_{(\Delta t \rightarrow 0)} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}.$$

$ds/dt$  gibt uns die Bahn- oder Momentangeschwindigkeit im Punkte  $P$ .

Die Geschwindigkeit ist aber erst dann vollständig festgelegt, wenn außer der Zahlenangabe oder dem Betrage der Geschwindigkeit noch ihre Richtung im Raume gegeben ist. Solche Größen, zu deren eindeutiger Festlegung neben dem Betrage noch die Richtung angegeben werden muß, heißen gerichtete Größen oder Vektoren; Beispiele sind Kräfte, Bewegungen und Geschwindigkeiten. Im Gegensatz dazu bezeichnet man Größen ohne Richtung als Skalare; zu ihnen gehören z. B. Massen, Wärmemengen, Energien usw. Vektoren lassen sich durch geradlinige Strecken, Pfeile, deren Länge den Betrag und deren Richtung die der Vektorgröße angibt, graphisch darstellen. Man pflegt Vektoren mit deutschen Buchstaben und ihren Betrag mit lateinischen Buchstaben zu bezeichnen.

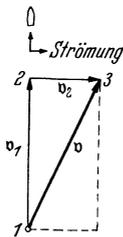


Abb. 8. Geometrische Addition von Geschwindigkeiten (Vektoren).

Geschwindigkeiten, überhaupt jede Vektorgröße kann man nicht, wie z. B. Massen, algebraisch addieren, sondern nur geometrisch. Wir betrachten als Beispiel ein Boot, das mit der Geschwindigkeit  $v_1$  über einen Fluß mit der Strömungsgeschwindigkeit  $v_2$  fährt, s. Abb. 8. Ohne die Strömung würde das Boot in einer Sekunde von 1 nach 2 kommen. Infolge der Strömung wird es seitlich um das Stück 2 → 3 abgetrieben, gelangt

also in Wirklichkeit in einer Sekunde nach 3. Seine wirkliche oder resultierende Geschwindigkeit ist daher  $v$ . Diese ist die Diagonale eines Parallelogrammes, dessen Seiten von den Teilgeschwindigkeiten oder Komponenten  $v_1$  oder  $v_2$  gebildet werden. In derselben Weise können wir Wegstrecken, Beschleunigungen, Kräfte usw. zusammensetzen. Die resultierende Bewegung ist unabhängig davon, ob das Boot die Bewegungen in beliebiger Reihenfolge einzeln nacheinander oder gleichzeitig ausführt. Immer gelangt es in einer Sekunde von 1 nach 3. Ganz allgemein gilt: gleichzeitig verlaufende Bewegungen stören sich gegenseitig nicht und addieren sich geometrisch, sog. ungestörte Überlagerung oder Superposition von Bewegungen.

**§ 7. Gleichförmig beschleunigte Bewegung, freier Fall.** Bei einer ungleichförmigen Bewegung ändert sich im allgemeinen die Geschwindigkeit längs der Bahn ständig nach Größe und Richtung. Die Bewegung heißt beschleunigt, gleichgültig ob die Geschwindigkeit zu- oder abnimmt, oder gar nur ihre Richtung ändert. Wir betrachten den einfachsten Fall der geradlinigen Bewegung, bei der die Geschwindigkeitszunahme in der Sekunde oder die Beschleunigung immer dieselbe bleibt. Das ist der allerdings nur selten verwirklichte Fall der gleichförmig beschleunigten Bewegung. Das bekannteste Beispiel ist der schon von GALILEI<sup>1</sup> untersuchte freie Fall. Alle Körper, schwer oder leicht, fallen im luftleeren Raum gleich schnell. Beim Fallen in Luft kann die Reibung bei kleinen und leichten Körpern die Bewegung erheblich hemmen. Die Beschleunigung beim freien Fall oder die Erdbeschleunigung  $g$  beträgt  $981 \text{ cm/s}^2$  oder fast  $10 \text{ m/s}^2$ . Dieser Wert ändert sich mit der geographischen Breite um einige Promille.

Lassen wir einen Stein zum Zeitpunkt  $t=0$  los (die Reibung spielt bei fallenden Steinen praktisch keine Rolle), so hat er am Ende der ersten Sekunde, also zur Zeit  $t=1$  die Geschwindigkeit  $g$  und nach  $t$  Sekunden die Geschwindigkeit  $gt$ ;  $g$  ist die Geschwindigkeitszunahme pro Sekunde. Der in der ersten Sekunde zurückgelegte Weg  $s_1$  ist gleich der mittleren Geschwindigkeit oder gleich dem Mittel aus der Anfangs- und Endgeschwindigkeit, also  $s_1 = g/2$ . Da die Geschwindigkeit am Ende der zweiten Sekunde  $2g$  ist, ist der in den beiden ersten Sekunden zurückgelegte Weg gleich der mittleren Geschwindigkeit mal der Zeit, also  $s_2 = \frac{(0 + 2g)}{2} 2 = 2g$ . Der in den ersten  $t$  Sekunden zurückgelegte Weg ist dementsprechend

$$s_t = \frac{(0 + tg)}{2} t = \frac{g}{2} t^2.$$

Die Fallgesetze können wir daher schreiben:  $v = gt$ ;  $s = \frac{1}{2} g t^2$ ;  $v = \sqrt{2gs}$ .

Ein weiteres Beispiel der gleichförmig beschleunigten Bewegung ist die Bewegung eines elektrisch geladenen Teilchens im elektrischen Felde, im Vakuum, vgl. § 130.

**§ 8. Ungleichförmige Bewegung, Kreisbahn.** Auf einer krummlinigen Bahn ändert sich im allgemeinen die Geschwindigkeit sowohl nach ihrer Größe wie nach der Richtung.  $v_1$  und  $v_2$  seien die Geschwindigkeiten in den Punkten  $P_1$  und  $P_2$  bzw. zu Beginn und am Ende des Zeitabschnittes  $\Delta t$ , s. Abb. 9, den der Körper für das Bahnstück  $P_1 P_2$  benötigt. Während dieses Zeitelementes

<sup>1</sup> GALILEO GALILEI, 1564—1642. Durch seine Bewegungslehre, deren Gesetze er als erster Forscher der Neuzeit mathematisch formulierte, ist er der eigentliche Begründer der heutigen Physik.

erhält der Körper eine Zusatzgeschwindigkeit  $\Delta v$ , so daß er am Ende von  $\Delta t$  die Geschwindigkeit

$$v_2 = v_1 + \Delta v$$

hat.

Als Betrag der Beschleunigung definieren wir den Quotienten

$$b = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\text{Geschwindigkeitsänderung}}{\text{Zeitabschnitt}}.$$

Dabei ist  $\Delta t$  so klein zu wählen, daß der Quotient bei Verkleinerung von  $\Delta t$  sich praktisch nicht mehr ändert. Als genauere Definition erhalten wir

$$b = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}.$$

$b$  ist wie  $s$  und  $v$  ein Vektor, der die Richtung von  $\Delta v$  hat; die Dimension von  $b$  ist  $\text{cm} \cdot \text{s}^{-2}$ .

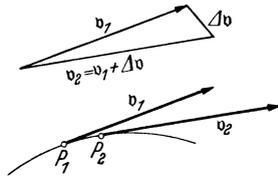


Abb. 9. Geschwindigkeitsänderung  $\Delta v$  auf der Bahn zwischen  $P_1$  und  $P_2$ .

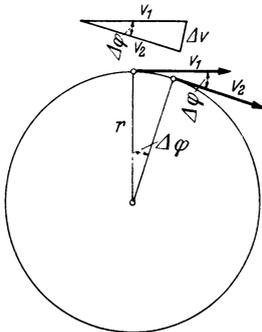


Abb. 10. Radialbeschleunigung bei der Kreisbahn.

In dem Grenzfalle  $\alpha = 0$  oder  $\alpha = 180^\circ$ , bei dem also die Zusatzgeschwindigkeit dieselbe oder die entgegengesetzte Richtung wie die ursprüngliche Geschwindigkeit hat, ändert sich nur die Größe von  $v$ .  $b = dv/dt$  wird in diesem Falle als Bahnbeschleunigung bezeichnet. Steht  $\Delta v$  senkrecht zur ursprünglichen Geschwindigkeit, so ändert sich nur die Richtung der Geschwindigkeit. Die senkrecht zur Bahngeschwindigkeit stehende Beschleunigung nennen wir die Radialbeschleunigung  $b = b_r$ . Im allgemeinen sind sowohl Bahn- wie Radialbeschleunigung vorhanden.

Als wichtigen Sonderfall betrachten wir die Kreisbahn, die mit konstanter Bahngeschwindigkeit  $v$  durchlaufen wird, s. Abb. 10. Haben wir  $n$  Umläufe in der Sekunde, so ist

$$v = 2r \pi n.$$

$n$  nennen wir auch die Frequenz oder Drehzahl. Die Dauer eines Umlaufes heißt die Umlaufzeit oder Periode  $T = 1/n$ . Den in einer Sekunde bei der Rotation vom Fahrstrahl  $r$  beschriebenen Winkel (im Bogenmaß) nennen wir die Winkelgeschwindigkeit  $\omega = d\varphi/dt$ . Es ist also

$$\omega = 2\pi n = \frac{2\pi}{T}; \quad v = \omega r,$$

für die Radialbeschleunigung findet man  $b_r = \omega^2 r = v^2/r$ .

Beweis: Die Geschwindigkeiten zu Beginn und am Ende eines Zeitelementes  $v_1$  und  $v_2$  unterscheiden sich nur in ihrer Richtung, und zwar um den Winkel  $\Delta\varphi$  bzw. um die Zusatzgeschwindigkeit  $\Delta v$ . Es gilt:

$$\Delta v = v d\varphi; \quad b_r = \frac{dv}{dt} = v \frac{d\varphi}{dt} = v \omega = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r.$$

Damit also ein Körper eine Kreisbahn mit konstanter Bahngeschwindigkeit durchläuft, muß eine konstante Radialbeschleunigung vom Betrage  $v^2/r$ , oft auch als Zentripetalbeschleunigung bezeichnet, vorhanden sein.

### III. Kraft und Masse.

Werfen wir einen Ball, setzen wir einen Wagen in Bewegung oder halten wir den rollenden Wagen auf, so spüren wir einen Widerstand. Es kostet Kraft, den Bewegungszustand zu ändern. Dasselbe gilt, wenn wir einen Gummiball oder eine Feder in der Hand drücken, also in einem Körper eine Formänderung

oder Deformation hervorrufen. Eine Kraft kann also 1. den Bewegungszustand eines Körpers ändern (dynamische Wirkung), 2. eine Formänderung und damit auch Spannungen in einem Körper hervorrufen (statische Wirkung). Kräfte können wir nur durch ihre Wirkungen erkennen und messen. Je nachdem, ob wir eine Kraft durch die von ihr bewirkte Bewegungs- oder Formänderung messen, sprechen wir von einem dynamischen oder statischen Kraftmaß. Wir kennen viele Arten von Kräften, die Muskelkraft, elastische Kräfte, das Gewicht eines Körpers, elektrische und magnetische Kräfte, Kräfte zwischen Atomen, die zur chemischen Bindung führen, s. § 39, Kräfte zwischen Molekülen, die den Zusammenhalt der flüssigen und festen Körper bewirken, s. § 41, und schließlich noch die Reibungskräfte, s. § 45 und 57.

**§ 9. Trägheitssatz, Kraft als Ursache der Beschleunigung.** Alle Körper sind träge, d. h. sie zeigen das Bestreben, ihren augenblicklichen Bewegungszustand d. h. ihre Geschwindigkeit nach Größe und Richtung beizubehalten. Beispielen für die Trägheit der Körper oder ihren Widerstand gegen Bewegungsänderungen begegnen wir täglich. Sitzen wir in einem Wagen, so fallen wir beim schnellen Anfahren nach hinten, bzw. beim plötzlichen Anhalten nach vorne. Wir können sagen: Ein allen Kräften entzogener Körper verharret im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen geradlinigen Bewegung (Trägheitssatz).

Es ist nicht möglich, den Trägheitssatz an der Erfahrung unmittelbar zu prüfen, da wir keinen Körper ganz allen äußeren Einflüssen, insbesondere der Reibung, entziehen können. Jede Bewegung unterliegt hemmenden Kräften. So wird z. B. die Geschwindigkeit einer auf einer horizontalen Fläche rollenden Kugel durch die Reibungskräfte gehemmt, aber um so weniger, je glatter die Kugel und die Oberfläche sind. Wenn wir auch nie den von der Reibung freien Idealfall beobachten können, so sind doch alle aus dem Trägheitssatz gezogenen Schlußfolgerungen mit der Erfahrung in bester Übereinstimmung, und darin liegt der Beweis seiner Richtigkeit.

Um den Bewegungszustand d. h. die Geschwindigkeit eines Körpers zu ändern, muß man eine Kraft aufwenden. Wir nehmen daher bei jeder Beschleunigung eine Kraft als Ursache an und setzen diese Kraft proportional der bei ein und demselben Körper hervorgerufenen Beschleunigung. Lassen wir nun ein und dieselbe Kraft auf verschiedene Körper einwirken, z. B. beim Werfen von zwei gleich großen Kugeln aus Holz und Eisen, so erhalten wir verschiedene Beschleunigungen, d. h. die Körper sind verschieden träge. Wirkt die Kraft einer gespannten Feder auf einen Körper ein, und nachher auf einen solchen, der aus der doppelten Menge des gleichen Stoffes besteht, so ist die Beschleunigung im zweiten Falle nur noch halb so groß. Der Widerstand der Körper gegen Beschleunigungen oder ihre Trägheit ist also bei gleicher Stoffart der Stoffmenge proportional. Wir führen daher als Maß der Trägheit die träge Masse eines Körpers ein und setzen die Massen verschiedener Körper umgekehrt proportional den von ein und derselben Kraft bewirkten Beschleunigungen an.

Umgekehrt folgt aus dem Obigen, daß wir die Kraft nicht nur der Beschleunigung, sondern auch der bewegten Masse proportional setzen können, also

$$\text{Kraft} = \text{Masse} \times \text{Beschleunigung}, \quad K = m b.$$

Man beachte, daß die Masse nach unseren Überlegungen zunächst nichts mit dem Gewicht zu tun hat und zunächst nur als der Substanz oder Stoffmenge proportional erkannt worden ist.

Diese grundlegende Gleichung ermöglicht uns, sowohl Messungen von trägen Massen wie von Kräften im sog. dynamischen Kraftmaß vorzunehmen, sobald wir die Einheiten festgesetzt haben. Die Einheit der Beschleunigung ist der Geschwindigkeitszuwachs von 1 cm/s in 1 s. Als Einheit für die Masse hat man

diejenige Masse festgesetzt, die  $1 \text{ cm}^3$  Wasser bei  $4^\circ \text{ C}$  besitzt (wegen der Wahl dieser Temperatur s. § 73). Diese Einheit wird als Gramm bezeichnet. Als internationales Normalmaß gilt ein in Paris aufbewahrtes Kilogramm-Stück aus Platin-Iridium, dessen Masse möglichst genau gleich der von einem Liter Wasser bei  $4^\circ \text{ C}$  gemacht wurde.

Die Einheit der Kraft wird folgerichtig als diejenige Kraft definiert, die der Masse von einem Gramm die Beschleunigung eins erteilt. Diese Einheit heißt ein dyn. Ihre Dimension ist  $(\text{g} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^{-2})$ .

**§ 10. Schwerkraft, Gewicht.** Jeder Körper hat das Bestreben, sich der Erde zu nähern. Diese Eigenschaft äußert sich beim freien Fall, beim Wurf, im Druck, den ruhende Körper auf ihre Unterlage ausüben, kurz, in ihrer Schwere. Die Schwere ist eine Kraft. Lege ich eine Kugel auf die Hand, so muß ich eine bestimmte Muskelkraft aufwenden, um die Anziehungskraft der Erde aufzuheben. Lege ich eine zweite gleiche Kugel dazu, so wird der Druck verdoppelt. Es äußert sich also die Masse eines Körpers auch in seiner Schwere, und zwar ist diese ihr proportional. Eine Masse hat also neben der Eigenschaft der Trägheit auch die der Schwere, und wir sprechen daher auch von einer schweren Masse. Die Kraft, die die Kugel auf unserer Hand oder die ein auf der Waagschale befindlicher Körper auf die Schale ausübt, nennen wir das Gewicht  $G$ . Die genauere Untersuchung hat nun ergeben, daß die Gewichte, d. h. die schweren Massen, den trägen Massen immer genau proportional sind, so daß man träge Massen auch sehr bequem und genau durch eine Wägung ermitteln kann. Diese Proportionalität ergibt sich daraus, daß am gleichen Ort alle Körper durch die Schwerkraft die vollkommen gleiche Beschleunigung  $g$  erfahren, was ja wegen der Bezeichnung  $G = mg$  bedeutet, daß die Kräfte oder Gewichte den trägen Massen proportional sind.

Das ist eine sehr auffällige Tatsache und keineswegs von vornherein zu erwarten, wie sich durch folgende Überlegung ergibt. Unabhängig von der Art der Kraft, ob elektrische, magnetische oder Gravitationskraft, die wir auf einen Körper einwirken lassen, finden wir immer für das Verhältnis Kraft/Beschleunigung denselben Wert, also dieselbe träge Masse. Diese bestimmt also die Bewegungsänderung des Körpers gegenüber allen Arten von Kräften. Es ist daher die Trägheit ebenso wie die Schwere eine Grundeigenschaft der Materie. Es wäre durchaus denkbar, daß das Verhältnis der beiden für verschiedene Körper und Substanzen auch verschieden wäre.

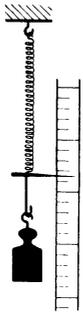


Abb. 11. Federwaage.

Man ist übereingekommen, schwere und träge Massen gleichzusetzen.

Man kann das Gewicht zum statischen Vergleich von Kräften benutzen. Von diesem statischen Kraftmaß wird in der Technik und im praktischen Leben fast ausschließlich Gebrauch gemacht. Man definiert dabei als Kräfteinheit das Kraftkilogramm oder das Kilogrammgewicht, kurz als Kilogramm ( $\text{kg}^*$ ) bezeichnet. Das ist diejenige Kraft, mit der die Erde an ihrer Oberfläche die Masse von einem Kilogramm oder einem Liter Wasser von  $4^\circ \text{ C}$  anzieht. Als Kraftmesser benutzt man durchweg Federwaagen. Wenn eine Kraft die Feder so stark dehnt, wie das in Abb. 11 aufgelegte Kilogrammstück, so hat die Kraft die Stärke von  $1 \text{ kg}^*$ .

Die obige Definition ist genauer dahin zu ergänzen, daß sich die Masse auf  $45^\circ$  geographischer Breite und in Meereshöhe befinden muß. Das ist notwendig, weil die Erfahrung zeigt, daß das Gewicht eines Körpers — etwa mit der Federwaage bestimmt — in der Nähe der Pole um etwa  $\frac{1}{2}\%$  größer als am Äquator ist und daß das Gewicht mit der Höhe über dem Meere abnimmt.

Das Grammgewicht ( $g^*$ ) ist dann der tausendste Teil dieser technischen Einheit. Es ist bedauerlicherweise üblich, die Krafteinheit kurzweg als Kilogramm zu bezeichnen, so daß sich der Übelstand ergibt, daß dasselbe Wort in zwei wesentlich verschiedenen Bedeutungen gebraucht wird. Wir wollen Kilogramm als Masse und Kilogramm als Gewicht streng auseinanderhalten und setzen daher hinter die Einheit, wenn es sich um die Kraft handelt, einen Stern \*. Neuerdings wird vorgeschlagen, die Krafteinheit mit Pond (p) und Kilopond (kp) zu bezeichnen, also  $1 p = 1 g^*$ ,  $1 kp = 1 kg^*$ , und die Bezeichnung g und kg nur noch für die Masseneinheiten zu gebrauchen. Doch ist dieser Vorschlag noch nicht gesetzlich eingeführt.

Die Erdanziehung erteilt jeder Masse die Beschleunigung  $981 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$ . Daher wird die Masse von 1 g mit der Kraft von 981 dyn angezogen, so daß die Beziehung gilt

$$1 g^* = 981 \text{ dyn}; \quad 1 \text{ dyn} = \frac{1}{981} g^* = 1,019 \text{ mg}^*.$$

Technik und Physik benutzen verschiedene Maßsysteme. Beide sind auf drei Grundeinheiten aufgebaut, von denen alle übrigen Einheiten abgeleitet werden. Die Grundgrößen und Grundeinheiten der beiden Maßsysteme sind folgende:

	Technik	Physik
Grundgrößen	Länge, Zeit, Kraft	Länge, Zeit, Masse
Grundeinheiten	1 m    1 s    1 kg*	1 cm   1 s   1 g
	Masseneinheit 9,81 kg	Krafteinheit 1 dyn
	Dimension $[\text{kg}^* \cdot \text{s}^2 \cdot \text{m}^{-1}]$	Dimension $[\text{g} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^{-2}]$

Der wesentliche Unterschied zwischen beiden Systemen liegt also darin, daß die Technik die Kilogrammkraft, die Physik dagegen die Grammsee als dritte Einheit benutzt. Das Maßsystem der Physik wird als absolutes oder Zentimeter-Gramm-Sekunden-System, abgekürzt CGS-System, bezeichnet.

**§ 11. Dichte und spezifisches Gewicht.** Unter der Dichte  $\rho$  eines homogenen Stoffes versteht man die Masse der Volumeneinheit, also die in  $1 \text{ cm}^3$  des betreffenden Stoffes enthaltene Menge in Gramm oder

$$\text{Dichte} = \frac{\text{Masse}}{\text{Volumen}} \quad \text{oder} \quad \rho = \frac{m}{V} [\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}] \quad \text{bzw.} \quad [\text{kg} \cdot \text{Liter}^{-1}].$$

Das spezifische Volumen ist das von der Masseneinheit, also von 1 g eingenommene Volumen in  $\text{cm}^3$ , oder

$$V_s = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho} [\text{cm}^3 \cdot \text{g}^{-1}] \quad \text{bzw.} \quad [\text{Liter} \cdot \text{kg}^{-1}].$$

Das spezifische Gewicht  $\sigma$  ist das Gewicht der Volumeneinheit, also

$$\text{spez. Gewicht} = \frac{\text{Gewicht}}{\text{Volumen}} \quad \text{oder} \quad \sigma = \frac{G}{V} [\text{g}^* \cdot \text{cm}^{-3}] \quad \text{bzw.} \quad [\text{kg}^* \cdot \text{Liter}^{-1}].$$

Dichte und spezifisches Gewicht haben also dieselbe Maßzahl<sup>1</sup>, aber verschiedene Einheitsbezeichnungen. Da  $1 \text{ cm}^3$  Wasser von  $4^\circ$  nach Definition die Masse 1 g und das Gewicht  $1 g^*$  hat, so hat Wasser von  $4^\circ$  die Dichte von  $1 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  und das spez. Gewicht  $1 \text{ g}^* \cdot \text{cm}^{-3}$ . Daher ist die Maßzahl der Dichte bzw. des spez. Gewichtes eines Stoffes gleich dem Verhältnis der Masse bzw. des Gewichtes einer bestimmten Menge des Stoffes zur Masse bzw. dem Gewichte einer Wassermenge von gleichem Volumen.

In Tabelle 1a sind die spezifischen Gewichte einiger Stoffe zusammengestellt.

<sup>1</sup> Abgesehen von der geringen Ortsabhängigkeit des Gewichtes, s. § 10.

Tabelle 1a. Spezifische Gewichte verschiedener Stoffe in  $g^* \cdot cm^{-3}$ .

Feste Stoffe	Flüssigkeiten
Aluminium . . . . . 2,7	Quecksilber . . . . . 13,59
Blei . . . . . 11,3	Schwefelkohlenstoff . . . . . 1,265
Eisen . . . . . 7,6—7,8	Äther . . . . . 0,717
Gold . . . . . 19,3	Alkohol . . . . . 0,791
Kupfer . . . . . 8,9	Benzol . . . . . 0,881
Magnesium . . . . . 1,7	Glyzerin . . . . . 1,26
Elektrometall (Magnesium mit Zusätzen) . . . . . 1,73—1,83	
Nickel . . . . . 8,8	Gase bei 0° und 760 mm
Platin . . . . . 21,4	Wasserstoff . . . . . 0,0000898
Eis . . . . . 0,947	Stickstoff . . . . . 0,00125
Glas . . . . . 2,4—2,6	Sauerstoff . . . . . 0,00143
Kork . . . . . 0,16—0,2	Luft . . . . . 0,001293
Kochsalz . . . . . 2,15	Kohlensäure . . . . . 0,00198
Zucker . . . . . 1,59	Leuchtgas . . . . . etwa 0,0006

#### IV. Arbeit und Energie.

§ 12. **Arbeit und Leistung.** Der Begriff Arbeit kommt ursprünglich aus dem täglichen Leben. Hebt man eine Last, so muß man gegen die Schwerkraft die Muskelkraft einsetzen und Arbeit leisten, und zwar um so mehr, je schwerer die Last ist und je höher man sie hebt. Die Arbeit wächst also offenbar mit der Hubstrecke. Das Entsprechende gilt beim Fortziehen eines Wagens über eine Straße, wo die Muskelkraft entlang einer bestimmten Wegstrecke einen Widerstand überwinden muß. Wir definieren und messen daher die Arbeit  $A$  am einfachsten durch das Produkt aus der Kraft  $K$  und dem Wege  $s$ ,

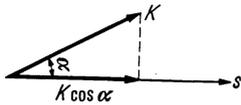


Abb. 12. Zur Arbeit längs des Weges  $s$ .

längs dessen die Kraft am Körper angreift. Dabei ist zu beachten, daß die Arbeit noch von dem Winkel zwischen Kraft- und Wegrichtung abhängt. Verschiebt man z. B. ein Gewicht in horizontaler Richtung, so wird, wenn wir von der Reibung absehen, überhaupt keine Arbeit geleistet. Man hat also offenbar bei der Berechnung der Arbeit die Komponente der Kraft  $K$  in Richtung des Weges  $s$  einzusetzen, s. Abb. 12, so daß für die Arbeit gilt:

$$A = Ks \cos \alpha .$$

Bei einer Arbeitsleistung ist natürlich auch die Zeit, in der die Arbeit geleistet wird, von Bedeutung. Die pro Sekunde verrichtete Arbeit nennen wir die Leistung.

Benutzt man als Kräfteinheit das Dyn und als Wegeinheit das Zentimeter, so erhält man als Arbeitseinheit das Erg.

$$1 \text{ Erg} = 1 \text{ Dyn} \times 1 \text{ cm} .$$

Daneben benutzt man als größere Einheit das Joule (J) oder die Wattsekunde (Ws).

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ Erg} = 1 \text{ Wattsekunde} .$$

Als technische Einheiten für die Arbeit sind noch gebräuchlich das Meterkilogramm ( $mkg^*$ )

$1 \text{ mkg}^* = 1 \text{ m} \times 1 \text{ kg}^* = 100 \cdot 9,81 \cdot 10^5 \text{ cm} \cdot \text{dyn} = 9,81 \cdot 10^7 \text{ erg} = 9,81 \text{ Joule}$ ,  
und ferner die Kilowattstunde (kWh)

$$1 \text{ kWh} = 1000 \cdot 60 \cdot 60 \text{ Wattsekunden} = 3,6 \cdot 10^{13} \text{ erg} .$$

Die Einheit der Leistung ist das Watt (W)

$$1 \text{ Watt} = 10^7 \text{ erg/s} = 1 \text{ Joule/s}$$

und ferner das vor allem in der Technik viel benutzte Kilowatt (kW),  $1 \text{ kW} = 1000 \text{ Watt}$ .

Daneben ist noch die Pferdestärke (PS) gebräuchlich

$$1 \text{ PS} = 75 \text{ mkg}^*/\text{s} = 75 \cdot 10^2 \cdot 10^3 \cdot 981 \text{ erg/s} = 736 \text{ Watt}$$

oder

$$1 \text{ PS} = 0,736 \text{ kW}, \text{ bzw. } 1 \text{ kW} = 1,359 \text{ PS}.$$

Einige Zahlen mögen die Arbeitsleistungen des Menschen und der Technik veranschaulichen. Die Dauerleistungen eines Menschen sind recht gering. Sie bewegen sich z. B. bei einem Bergsteiger zwischen 70 und 100 Watt. Vorübergehend, z. B. beim Heraufspringen einer Treppe, lassen sich etwa 10mal so große Leistungen erreichen. Zum Vergleich beachte man, daß eine gewöhnliche Leselampe bereits 40 Watt verbraucht. Eine schwere Lokomotive von 2000 PS vermag, wenn wir von Energieverlusten durch Reibung einmal absehen, einen 600 Tonnen schweren Zug in 1 Stunde 900 m hoch zu ziehen.

**§ 13. Energie.** Eine bewegte Masse, z. B. ein herabfallender Rammklotz, eine gespannte Feder (aufgezogene Uhr) oder ein gehobenes Gewicht können Arbeit leisten. In all diesen Fällen ist gewissermaßen Arbeit aufgespeichert worden, wir sprechen von einem Arbeitsvorrat oder Arbeitsvermögen. Diese aufgespeicherte Arbeit bezeichnen wir als Energie. Man unterscheidet kinetische und potentielle Energie.

**Kinetische Energie.** Heben wir etwa mittels eines Flaschenzuges einen Rammklotz vom Gewicht  $G$  um die Strecke  $h$ , so ist dazu die Arbeit  $Gh$  erforderlich. Lassen wir ihn fallen, so kommt er mit einer bestimmten Geschwindigkeit unten an. Die Energie des Klotzes wächst mit seiner Geschwindigkeit und mit seiner trägen Masse; ein unten ruhender oder ganz leichter Rammklotz würde keine Arbeit verrichten können. Seine Energie der Bewegung, die Wucht oder kinetische Energie  $E$  ist gleich der Arbeit, die die Schwerkraft längs des Fallweges am Klotz geleistet hat, also  $= Gh$ . Diese Arbeit nennen wir die Beschleunigungsarbeit. Um die kinetische Energie in Masse und Geschwindigkeit ausdrücken zu können, benutzen wir die bei den Fallgesetzen abgeleitete Beziehung  $v^2/2 = gh$  und multiplizieren diese links und rechts mit  $m$ . Daraus folgt für den als kinetische Energie aufgespeicherten Arbeitsvorrat

$$E = Gh = mgh = \frac{1}{2}mv^2.$$

Wir sehen also, daß die kinetische Energie mit dem Quadrat der Geschwindigkeit wächst. Daraus folgt z. B., daß die Wucht eines Kraftwagens und daher auch der Bremsweg nicht mit  $v$ , sondern mit  $v^2$  wächst.

Die kinetische Energie einer 38 cm-Granate von 750 kg und einer Anfangsgeschwindigkeit von 800 m/s ist fast genau gleich der eines 750 t schweren D-Zuges von 90 km Stunden-geschwindigkeit.

**Potentielle Energie.** Der Arbeitsvorrat, der in dem hochgehobenen Rammklotz oder in einer gespannten Feder, vgl. § 27, liegt, wird als potentielle Energie oder Energie der Lage bezeichnet. Hebe ich ein Gewicht  $G$  vom Boden um die Höhe  $h$ , leiste also die Arbeit  $mgh = Gh$ , so ist die potentielle Energie  $Gh$ .

Beide Energieformen lassen sich ineinander umwandeln, was wir z. B. beim Pendel sehr schön verfolgen können; s. § 27. Ein weiteres Beispiel ist unser Rammklotz, der oben in der Ruhelage nur potentielle Energie besitzt, beim Herabfallen diese allmählich verliert, wobei die kinetische Energie zunimmt,

und ganz unten nur noch kinetische Energie hat. Es gilt nun der grundlegende Satz, daß Energie weder vernichtet noch neu geschaffen werden kann, d. h. daß bei allen Energieumwandlungen die Summe der Einzelenergien — in unserem Falle die Summe der kinetischen und potentiellen Energie — unverändert bleibt, Satz von der Erhaltung der Energie. Es ist daher unmöglich, daß bei irgendeinem Vorgange die Gesamtenergie zu- oder abnimmt.

Würde diese z. B. zunehmen, so könnte man sofort eine Maschine ersinnen, die ständig aus nichts Energie erzeugen und ohne Energiezufuhr Arbeit leisten würde. Wir wissen heute nun sicher, daß der Bau eines solchen Perpetuum mobile unmöglich ist, vgl. dazu auch § 75 und 83. Das Gesetz von der Erhaltung der Energie ist das wichtigste Naturgesetz, von dem, auch in der belebten Natur, noch nirgends eine Ausnahme nachgewiesen worden ist.

Die naive Beobachtung, z. B. eines schwingenden und allmählich zur Ruhe kommenden Pendels könnte zur Annahme verleiten, daß in der Natur im allgemeinen ständig eine Verminderung der Energie, vor allem infolge der nie ganz auszuschaltenden Reibung stattfindet. Die dabei vernichtete kinetische Energie wird aber nur in eine andere Energieform, nämlich in Wärme, umgewandelt, s. § 70 und 75.

Der Energiesatz ermöglicht es uns, viele Bewegungsvorgänge in einfacher Weise zu durchschauen. Als Beispiel betrachten wir den Pendelversuch von GALILEI, s. Abb. 13. Schwingt das Pendel auf der Bahn  $abc$  hin und her, so haben wir in den Umkehrpunkten  $a$  und  $c$  nur potentielle und in  $b$  nur kinetische Energie. Es wandelt sich also ständig eine Energieform in die andere um und umgekehrt. Schlagen wir jetzt einen Nagel  $N$  ein und lassen das Pendel bei  $a$  los, so wird es geknickt und beschreibt die Bahn  $abc'$ . Dabei finden wir unabhängig von der Lage des Nagels, daß der Umkehrpunkt  $c'$  immer auf der durch  $a$  gehenden Horizontalen liegt. Das muß so sein, da durch den Nagel dem Pendel keine Energie zugeführt wird, im Umkehrpunkt  $c'$  die potentielle Energie also gleich der Energie in  $a$  ist.

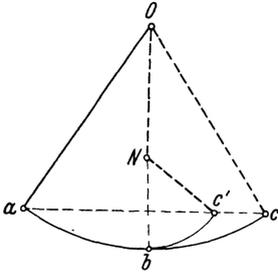


Abb. 13. Fangpendel.

Auch die Steighöhe eines Geschosses, das senkrecht nach oben mit der Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  abgeschossen wird, läßt sich mit Hilfe des Energiesatzes leicht angeben, wenn wir von der Reibung absehen. Beim Aufsteigen wird ständig kinetische Energie in potentielle umgewandelt, bis schließlich diese völlig aufgezehrt ist und das Geschöß seinen höchsten Punkt erreicht hat. Von da fällt es unter dem Einfluß der Erdanziehung wieder beschleunigt nach unten und kommt mit der Geschwindigkeit an, mit der es abgeschossen wurde. Den Geschwindigkeitsverlust durch Reibung vernachlässigen wir. Es ist daher die potentielle Energie im Gipfelpunkt gleich der kinetischen Energie beim Abschuß, d. h.

$$mgh = \frac{m}{2} v_0^2 \quad \text{oder} \quad h = \frac{v_0^2}{2g}.$$

## B. Kräfte im Gleichgewicht (Statik).

In der Statik behandeln wir die Frage, wann ein Körper sich unter dem Einfluß von Kräften im Gleichgewicht befindet. Legen wir einen Körper auf eine horizontale Tischplatte, so bleibt er trotz der ständig einwirkenden Schwerkraft in Ruhe. Das ist nur dadurch möglich, daß die Tischplatte sich ein wenig durchbiegt und dabei eine elastische Kraft, s. § 43, auftritt, die die Biegung wieder auszugleichen sucht. Diese nach oben gerichtete Kraft hebt die Schwerkraft gerade auf, so daß der Körper in Ruhe bleibt. Man sagt, beide Kräfte halten sich das Gleichgewicht.

### I. Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften.

§ 14. **Kräfteparallelogramm.** Schon die alltägliche Erfahrung lehrt, daß man zur völligen Bestimmung einer Kraft drei Dinge kennen muß: 1. ihre Größe, 2. ihre Richtung und 3. ihren Angriffspunkt oder ihre Wirkungslinie. Greifen an einem Körper zwei entgegengesetzt gleiche Kräfte an, so halten sie sich nur dann das Gleichgewicht, wenn die Verbindungslinie der Angriffspunkte  $A$  und  $B$  mit der Richtung der Kräfte zusammenfällt, s. Abb. 14. Das Gleichgewicht bleibt erhalten, wenn wir die Angriffspunkte der in  $A$  und  $B$  angreifenden Kräfte innerhalb des starren Körpers längs der Wirkungslinien verschieben, etwa von  $B$  nach  $C$ .

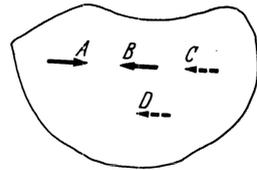


Abb. 14. Parallele und entgegengesetzt gleiche Kräfte am starren Körper.

Unter der Wirkungslinie oder der Angriffslinie einer Kraft verstehen wir die in der Krafrichtung durch den Angriffspunkt gezogene Gerade. Dagegen wird das Gleichgewicht gestört, sobald etwa der Angriffspunkt der in  $B$  angreifenden Kraft in einer anderen Richtung z. B. nach  $D$  verschoben wird, und es tritt unter dem Einfluß der in  $A$  und  $D$  einwirkenden Kräfte eine Drehung des Körpers ein.

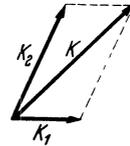


Abb. 15. Zusammensetzung von Kräften.

Die Kraft ist also eine Vektorgröße und läßt sich wie die Geschwindigkeit durch eine gerade Linie mit Pfeilspitze darstellen. Wirken an ein und demselben Angriffspunkt mehrere Kräfte, so lassen sich diese als Vektoren nach dem Parallelogrammsatz zu einer resultierenden Kraft  $K$  zusammensetzen s. Abb. 15. Umgekehrt kann man mit Hilfe des Parallelogrammsatzes Kräfte in Komponenten zerlegen, s. weiter unten. Die Resultierende zweier sich nicht schneidender Kräfte finden wir, indem wir die Kraftvektoren entlang ihrer Wirkungslinien bis zu ihrem Schnitt verschieben und für diesen Punkt als Angriffspunkt den Parallelogrammsatz anwenden. Heben sich alle an einem Punkt einwirkenden Kräfte zu Null auf, so bleibt der Angriffspunkt in Ruhe, und wir haben den Fall des Gleichgewichtes.

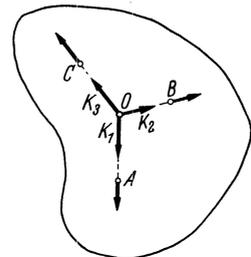


Abb. 16. Gleichgewicht mehrerer Kräfte.

Wenn in einem Punkt  $O$  eines starren Körpers drei sich im Gleichgewicht haltende Kräfte  $K_1$ ,  $K_2$  und  $K_3$  angreifen, s. Abb. 16, so können wir, ohne das Gleichgewicht zu stören, die Angriffspunkte nach  $A$ ,  $B$ ,  $C$  verlegen. Daraus folgt umgekehrt, daß ein starrer Körper unter der Wirkung dreier (mehrerer Kräfte) im Gleichgewicht ist, wenn 1. ihre Richtungen durch einen einzigen Punkt gehen und 2. wenn sie sich geometrisch zu Null addieren.

Als Beispiel zur Zerlegung einer Kraft betrachten wir die Belastung eines Trägers, der aus den Stäben  $a$  und  $b$  besteht und in  $A$  und  $B$  befestigt ist, s. Abb. 17. In  $C$  greife das Gewicht  $G$  an. Zerlegen wir  $G$  in die Komponenten in Richtung von  $a$  und  $b$ , so gibt  $CD$  die Zugkraft,  $CE$  die Druckkraft, mit der die Stäbe beansprucht werden.

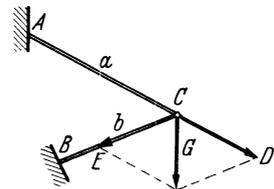


Abb. 17. Belastung eines Trägers.

§ 15. **Hebelgesetz.** Wir betrachten eine unbiegsame, um eine feste Achse  $D$  drehbare Stange, deren Quersdimensionen und Gewicht wir vernachlässigen, d. h. einen sog. mathematischen Hebel. Auf diesen mögen in  $A_1$  und  $A_2$  zwei zur Drehachse senkrechte Kräfte  $K_1$  und  $K_2$  wirken, s. Abb. 18. Wir fällen von  $D$  aus die Lote  $l_1$  und  $l_2$  auf die Krafrichtungen. Diese werden als Hebelarme bezeichnet. Wie die Erfahrung lehrt, ist Gleichgewicht vorhanden, wenn

die beiden Kräfte den Hebel im entgegengesetzten Sinne zu drehen versuchen und wenn die Produkte aus den Kräften und den zugehörigen Hebelarmen gleich sind, also wenn die Gleichung gilt

$$K_1 l_1 = K_2 l_2.$$

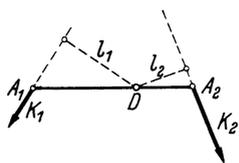


Abb. 18. Gleichgewicht am Hebel.

Das Produkt aus der angreifenden Kraft und dem zugehörigen Hebelarm wird als ihr Drehmoment oder auch ihr statisches Moment bezeichnet. Wirken auf einen drehbaren Körper beliebig viele gegen die Drehachse senkrechte Kräfte ein, so ist Gleichgewicht vorhanden, wenn die Summe der in einem Sinne wirkenden Drehmomente gleich der Summe der entgegengesetzt wirksamen Momente ist (Hebelgesetz).

Die Anwendungen des Hebels sind sehr mannigfach, wir nennen nur die Brechstange, die Schere, die Schubkarre, die Lenkstange und Pedale von Fahrrädern. Auch die Glieder des Tierskelets wirken als Hebel.

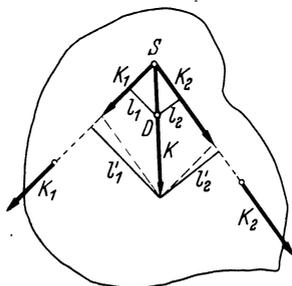


Abb. 19. Zum Hebelgesetz.

Die Gültigkeit des Hebelgesetzes können wir auf folgende Weise einsehen. Wir betrachten einen um  $D$  drehbaren starren Körper beliebiger Form, auf den die Kräfte  $K_1$  und  $K_2$  einwirken. Wir verlegen diese Kräfte in den gemeinsamen Schnittpunkt  $S$  ihrer Wirkungslinien und konstruieren die Resultierende  $K$ . Geht nun  $K$  durch den Drehpunkt  $D$ , s. Abb. 19, so können wir wieder den Angriffspunkt von  $S$  nach  $D$  verschieben. Man erkennt dann, daß dabei keine Drehung des Körpers auftreten kann, da ja die Kraft  $K$  selbst durch den Gegendruck des Lagers aufgenommen wird. Es ist also Gleichgewicht vorhanden, wenn die Wirkungslinie der resultierenden Kraft durch den Drehpunkt geht. Sind  $l'_1$  und  $l'_2$  Lote auf die Wirkungslinien, so ist aus geometrischen Gründen  $K_1 l'_1 = K_2 l'_2$  (Flächengleichheit der das Kräfteparallelogramm bildenden Dreiecke). Aus Ähnlichkeitsgründen folgt ferner  $l_1/l'_1 = l_2/l'_2$  und damit auch  $K_1 l_1 = K_2 l_2$ .

**§ 16. Parallele Kräfte, Kräftepaar.** Die Resultierende paralleler Kräfte läßt sich mit Hilfe des Hebelgesetzes bestimmen. Der in Abb. 20 dargestellte Hebel erfährt keine Drehung, wenn  $K_1 l_1 = K_2 l_2$  ist. Damit aber der Hebel nach unten gerissen wird, müssen wir den Punkt  $D$  noch mit einer nach oben wirkenden Kraft  $K'$  unterstützen, die entgegengesetzt gleich der Summe der Parallelkräfte, also  $= K_1 + K_2$  ist. Jetzt erst ist Gleichgewicht vorhanden. Ist der Hebel um eine horizontale Achse durch  $D$  drehbar, so ist  $K_1 + K_2$  der Druck, den der Hebel auf das Lager ausübt, und umgekehrt das Lager auf die Drehachse. Man kann daher auch umgekehrt sagen, daß die Kraft  $K'$  durch die beiden Kräfte  $K_1 + K_2$  kompensiert wird. Also ist  $K'$  entgegengesetzt gleich der Resultierenden  $K$  aus  $K_1$  und  $K_2$ . Wir haben daher den Satz: Zwei in den Punkten  $A_1$  und  $A_2$  angreifende parallele Kräfte  $K_1$  und  $K_2$  vereinigen sich zu einer Resultierenden der Größe  $K = K_1 + K_2$  von derselben Richtung. Ihr Angriffspunkt  $D$  teilt den Abstand  $A_1 A_2$  so, daß sich die Abschnitte  $A_1 D$  und  $A_2 D$  umgekehrt wie die Kräfte  $K_1$  und  $K_2$  verhalten,

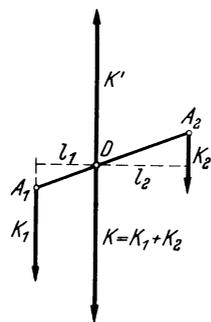


Abb. 20. Zusammensetzung paralleler Kräfte.

Ihr Angriffspunkt  $D$  teilt den Abstand  $A_1 A_2$  so, daß sich die Abschnitte  $A_1 D$  und  $A_2 D$  umgekehrt wie die Kräfte  $K_1$  und  $K_2$  verhalten,

$$\frac{A_1 D}{A_2 D} = \frac{l_1}{l_2} = \frac{K_2}{K_1}.$$

Diesen Satz können wir auch umgekehrt zur Zerlegung einer gegebenen Kraft in parallele Komponenten benutzen. Belastet man z. B. eine an den Enden unterstützte Brücke, so kann man den von der Lage der Last abhängigen Druck auf die beiden Unterstützungspunkte angeben.

Um die Resultierende zweier antiparalleler Kräfte  $K_1$  und  $K_2$  zu finden, zerlegen wir die größere Kraft  $K_1$  in zwei gleichsinnige parallele Kräfte, s. Abb. 21, von denen die eine entgegengesetzt  $K_2$  ist und in  $A_2$  angreift, während die andere  $K$  in  $A$  auf der anderen Seite von  $A_1$  angreift. Das ist immer möglich, wenn wir nur dafür sorgen, daß  $K = K_1 - K_2$  ist und ferner  $AA_1 = \frac{A_1A_2}{K} \cdot K_2$  ist. Ersetzen wir also  $K_1$  durch  $K_2$  und  $K$ , so heben sich die in  $A_2$  angreifenden Kräfte auf, und es bleibt als Resultierende die Kraft  $K = K_1 - K_2$  übrig.

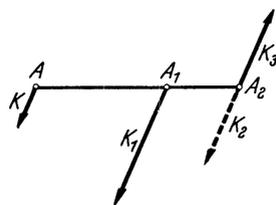


Abb. 21. Zusammensetzung antiparalleler Kräfte.

Zwei entgegengesetzt parallele gleiche Kräfte lassen sich nach diesem Verfahren nicht mehr zu einer einzigen resultierenden Kraft zusammensetzen. Sie bilden einen besonderen Krafttypus, ein sog. Kräftepaar. Ein Kräftepaar erzeugt immer ein Drehmoment von der Größe  $Kl$ , wo  $l$  den senkrechten Abstand der Wirkungslinien bedeutet. Betrachten wir einen Hebel, s. Abb. 22a, so ist das gesamte Drehmoment im Sinne des Uhrzeigers  $Kl_1 + Kl_2 = Kl$ . Liegt der Drehpunkt auf der Verlängerung von  $A_1A_2$ , s. Abb. 22b<sup>1</sup>, so ist das Drehmoment wieder im Uhrzeigersinne gemessen =  $Kl_1 - Kl_2 = Kl$ .

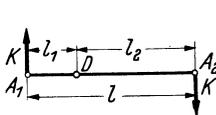


Abb. 22a.

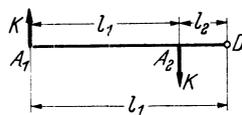


Abb. 22b.

Abb. 22a u. b. Drehmoment eines Kräftepaares.

Wirken auf einen starren Körper Kräfte beliebiger Größe und Richtung, in beliebiger Zahl und in beliebigen Angriffspunkten ein, so kann man geometrisch nachweisen, daß sich alle Kräfte zu einer resultierenden Einzelkraft  $K$  und einem Kräftepaar, dessen Ebene senkrecht zur Kraft  $K$  steht, zusammensetzen lassen.

## II. Schwerpunkt und Gleichgewicht.

**§ 17. Schwerpunkt.** Jeder kleinste Teil eines Körpers unterliegt der Schwerkraft, wird also senkrecht nach unten gezogen. Alle diese parallelen Einzelkräfte setzen sich zu einer resultierenden Kraft, die gleich der Summe der Einzelkräfte ist (Gesamtgewicht = Summe der Gewichte aller Teile), zusammen. Wenden wir die in § 16 angegebene Regel für die Zusammensetzung zweier paralleler Kräfte nacheinander auf alle Einzelkräfte an, so erhalten wir auch den Angriffspunkt der resultierenden Kraft. Der Körper verhält sich also unter dem Einfluß der Schwerkraft so, als ob das Gesamtgewicht in diesem einen Angriffspunkt vereinigt wäre. Diesen ausgezeichneten Punkt nennen wir den Schwerpunkt oder Massenmittelpunkt des Körpers. Seine Lage ist unabhängig von der jeweiligen Stellung des Körpers.

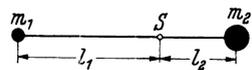


Abb. 23. Schwerpunkt einer Hantel.

Bei einer homogenen Kugel oder einem Ring ist der Mittelpunkt der Schwerpunkt. Der Schwerpunkt  $S$  einer Hantel, die wir als gewichtslose Stange mit den Massen  $m_1$  und  $m_2$  an den Enden betrachten wollen, bestimmt sich als der Angriffspunkt zweier paralleler Kräfte durch die Gleichung  $\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_2}{m_1}$ , s. Abb. 23.



Abb. 24. Stabiles, indifferentes und labiles Gleichgewicht.

**§ 18. Gleichgewicht.** Ein Körper kann sich unter dem Einfluß der Schwerkraft von selbst nur dann in Bewegung setzen, wenn sein Schwerpunkt als der Angriffspunkt der resultierenden Kraft sich dabei nach unten senkt. Andernfalls muß ja Arbeit aufgewandt werden. Wir unterscheiden verschiedene Arten des Gleichgewichts, s. Abb. 24.

1. Stabiles Gleichgewicht, wenn der Schwerpunkt die tiefstmögliche Lage hat und sich daher bei jeder Bewegung des Körpers nur aufwärts bewegen kann.

<sup>1</sup> In der Abb. 22b ist die Strecke  $A_1A_2$  versehentlich mit „ $l_1$ “ statt mit „ $l$ “ bezeichnet.

2. Indifferentes Gleichgewicht, wenn der Schwerpunkt sich bei einer Verschiebung des Körpers horizontal bewegt.

3. Labiles Gleichgewicht, wenn der Schwerpunkt bei jeder Verschiebung des Körpers sinkt.

Ruht ein Körper mit einer Fläche oder mehreren Unterstützungspunkten auf einer horizontalen Unterlage, so ist er im stabilen Gleichgewicht, solange das vom Schwerpunkt  $S$  nach unten gefällte Lot durch die Unterstützungsfläche geht. Drehe ich den Körper der Abb. 25 um den Winkel  $\alpha$  um die Kante  $K$ , so wird der Schwerpunkt zunächst gehoben.

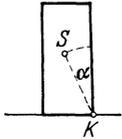


Abb. 25. Standfestigkeit.

Erst wenn der Schwerpunkt genau senkrecht über  $K$  steht, wird das Gleichgewicht labil, und beim geringsten Weiterdrehen kippt der Körper um. Die Standfestigkeit eines Körpers ist, wie man leicht einsieht, um so größer, je tiefer sein Schwerpunkt liegt und je größer die Unterstützungsfläche ist.

### III. Maschinen.

Wir unterscheiden Kraft- und Arbeitsmaschinen. Die ersteren werden benutzt, um eine von der Natur gegebene Energieform in eine andere für einen bestimmten Zweck gewünschte Form umzuwandeln (Dampfmaschine, Generator mit Turbine). Die Arbeitsmaschinen setzen die ihnen von einer Kraftmaschine oder von unserer Muskelkraft gelieferte Energie in die gewünschte Arbeit um (Hebezeug, Presse). Wir betrachten hier nur Arbeitsmaschinen.

Alle Maschinen lassen sich auf einige wenige einfache Maschinen und diese wieder auf die schiefe Ebene und den Hebel zurückführen. Bei den folgenden Betrachtungen sehen wir von dem Einfluß der Reibung ab.

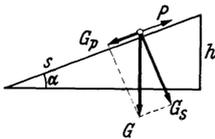


Abb. 26. Schiefe Ebene.

§ 19. **Schiefe Ebene.** Auf der gegen die Horizontale unter dem Winkel  $\alpha$  geneigten Ebene liege eine Last vom Gewicht  $G$ , s. Abb. 26. Wie groß ist die Kraft  $P$ , die genügt, um  $G$  das Gleichgewicht zu halten? Zur Beantwortung dieser Frage zerlegen wir die Kraft  $G$  in ihre Komponenten parallel und senkrecht zur schiefen Ebene. Die senkrechte Kraft  $G_s$  deformiert lediglich die schiefe Ebene und ruft eine ihr entgegengesetzt gleiche, sie also aufhebende elastische Kraft hervor. Die Komponente  $G_p = G \sin \alpha$  sucht die Last herabzutreiben. Um ihr das Gleichgewicht zu halten, genügt die ihr entgegengesetzt gleiche zur schiefen Ebene parallel angreifende Kraft  $P$ . Die zum Heben der Last über die schiefe Ebene erforderliche Arbeit  $A$  ist gleich dem Produkt aus Kraft  $\times$  Weg, also  $A = Ps = Gs \sin \alpha = Gh$ ,  $h$  die Höhe und  $s$  die Länge der schiefen Ebene. Die zum Heben der Last um die Höhe  $h$  nötige Arbeit ist also unabhängig vom Neigungswinkel, d. h. durch Anwendung der schiefen Ebene gewinne ich keine Arbeit. Wohl aber genügt eine viel geringere Kraft, um die Last hochzuziehen, wobei jedoch diese Kraftersparnis mit einer entsprechenden Verlängerung des Weges verbunden ist. Man kann diese Tatsache in folgendem nicht nur für die schiefe Ebene, sondern für jede Maschine gültigem Satz aussprechen: Was man durch eine Maschine an Kraft spart, verliert man am Wege. Durch Anwendung einer Maschine kann ich also gegen eine beliebig große Kraft arbeiten, also eine Arbeit verrichten, die ohne Maschine nicht zu leisten wäre. Daß man durch eine Maschine keine Arbeit gewinnen kann, folgt schon aus der Erfahrung des Perpetuum mobile.

§ 20. **Schraube, Keil.** Die Schraube läßt sich auf eine schiefe Ebene zurückführen. Legt man ein rechtwinkliges Dreieck um einen Zylinder von kreisförmigen Querschnitt herum, so beschreibt die Hypotenuse eine Schraubenlinie,

s. Abb. 27. Führt man eine Schraubenspindel in die Schraubenmutter ein, so legt man eine schiefe Ebene auf die andere. Wäre keine Reibung vorhanden, so würde die Spindel infolge ihres Gewichtes  $G$  dem Gewinde entlanggleiten. Durch eine am Umfang angreifende Kraft  $K = Gh/a$  ( $a$  = der Umfang,  $h$  = die Ganghöhe der Schraube) würde man das Gleichgewicht erhalten, s. weiter unten. Dreht man die Schraube mit der am Umfang wirkenden Kraft  $K$ , so ist die von ihr ausgeübte vertikale Druckkraft  $P = Ka/h$ , also gegen  $K$  im Verhältnis  $a/h$  vergrößert, Schraubenpresse. Diese Beziehung ergibt sich daraus, daß die bei einer Umdrehung von beiden Kräften geleisteten Arbeiten gleich groß sein müssen.

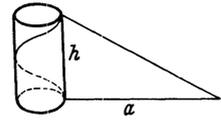


Abb. 27. Schraube als schiefe Ebene.

In ähnlicher Weise kann man die Kräfte beim Keil erkennen. Schlägt man einen Keil der Dicke  $2h$  um seine Länge  $l$  mit der Kraft  $K$  in ein nachgiebiges Material ein, s. Abb. 28, so wird das Material um die Strecke  $2h$  horizontal mit der Kraft  $Q$  auseinandergedrückt. Da das Produkt Kraft  $\times$  Weg für beide Kräfte gleich, also  $Kl = Q \cdot 2h$  sein muß, folgt, daß die trennende Druckkraft  $Q$  gegenüber  $K$  im Verhältnis  $l/2h$  des Keils vergrößert ist. Die als Keile wirkenden Messer, Nadeln, Beile, Krallen von Tieren usw. dringen also um so leichter ein, je schärfer und spitzer sie sind.

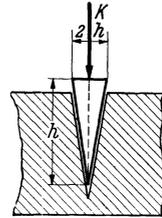


Abb. 28. Keil.

§ 21. Rolle und Wellrad. Beide Vorrichtungen sind Anwendungen des Hebels, s. § 15. Bei der einfachen Rolle, s. Abb. 29, wird lediglich die Richtung der Kraft geändert, die man zum Heben der Kraft  $Q$  aufwenden muß. Benutzt man aber eine feste und eine lose Rolle, s. Abb. 30, und zieht jetzt das Seil mit der Kraft  $K$  um das Stück  $h$  nach unten, so hebt sich das Gewicht  $Q$  um die Strecke  $h/2$ . Die Hubarbeit ist also  $Qh/2 = Kh$ . Es ist also zum Heben der Last nur die halbe Kraft notwendig. Eine noch größere Kraftersparnis, die selbstverständlich immer auf Kosten des Weges geht, erzielt man mit den aus mehreren festen und beweglichen Rollen gebauten Flaschenzügen.

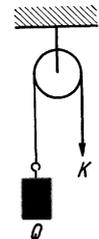


Abb. 29. Feste Rolle.

Das Wellrad besteht aus einem um seine Achse drehbaren Zylinder vom Radius  $r$  mit aufgesetzter Scheibe vom Radius  $R$ , s. Abb. 31. Das Ganze ist ein auf Dauerbetrieb eingerichteter ungleicharmiger Hebel. Es wird dabei der Last  $Q$  durch die Kraft  $K = Qr/R$  das Gleichgewicht gehalten. Ziehen wir das um die Scheibe gelegte Seil mit der Kraft  $K$  um ein Stück  $h$  herab, so wird die Last um die Strecke  $h' = hr/R$  gehoben. Wichtige Anwendungen sind Kurbeln, Zahnräder und Vorgelege.

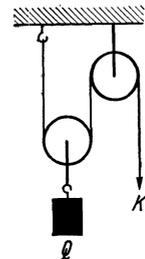


Abb. 30. Einfacher Flaschenzug.

§ 22. Waagen. Mit Hilfe von Hebelwaagen bestimmen wir die Massen von Körpern, aber nicht ihr Gewicht. Um das Gewicht zu ermitteln, brauchen wir eine Federwaage, s. Abb. 11. Bei dieser wird eine Feder so weit gedehnt, bis die elastische Federkraft dem Gewicht des Körpers das Gleichgewicht hält. Die Federkraft gibt also direkt das Gewicht  $G = mg$  des Körpers. Bei den Hebelwaagen, wo zwei Körper der Masse  $m$  und  $m'$  sich das Gleichgewicht halten,  $mg = m'g$ , fällt die veränderliche Erdbeschleunigung heraus und es gilt überall  $m = m'$ . Mit einer Hebelwaage bestimmen wir also nicht die Gewichte, sondern die Massen.

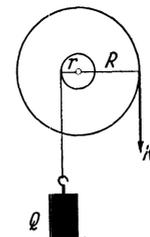


Abb. 31. Wellrad.

Die gewöhnlichen Hebelwaagen bestehen im wesentlichen aus dem um eine horizontale Achse drehbaren Waagebalken und den an seinen Enden

aufgehängten Waagschalen. Bei feinen Waagen ruht der Waagebalken auf einer Schneide, s. Abb. 32. Für genaue Messungen ist es notwendig, daß die Arme des Waagebalkens und ebenso die Schalen möglichst gleich sind, d. h. dasselbe Drehmoment ergeben. Ferner muß die Waage im stabilen Gleichgewicht sein, d. h. der Schwerpunkt des Waagebalkens muß bei horizontaler Lage desselben unterhalb der Schneide liegen. Schließlich muß die Waage empfindlich sein,

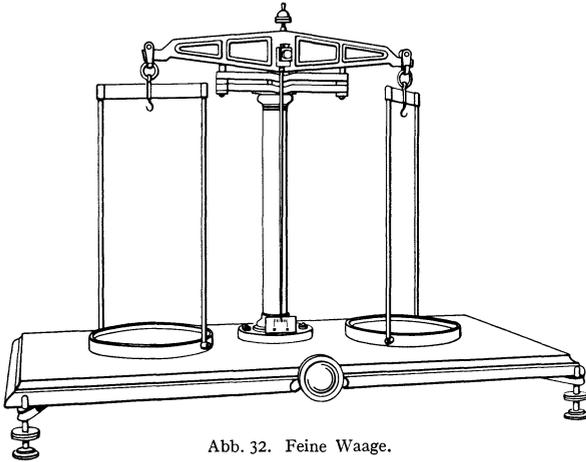


Abb. 32. Feine Waage.

d. h. sie soll bei einem kleinen Übergewicht  $K$  noch einen bestimmten Ausschlag  $\alpha$  geben. Je größer der Ausschlag für ein bestimmtes Übergewicht ist, um so empfindlicher ist die Waage, d. h. um so kleinere

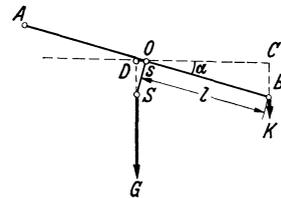


Abb. 33. Zur Empfindlichkeit der Waage.

Gewichtsunterschiede lassen sich noch erkennen. Die Empfindlichkeit  $\alpha/K$  einer Waage ist um so größer, je leichter und je länger der Waagebalken ist und je dichter der Schwerpunkt liegt.

Der Drehpunkt  $O$  und die Aufhängepunkte der Schalen  $A$  und  $C$  sollen in einer Ebene liegen, s. Abb. 33, da nur in diesem Falle die Empfindlichkeit von der Belastung unabhängig ist. Durch ein kleines Übergewicht  $K$  sei der um  $O$  drehbare Waagebalken um den Winkel  $\alpha$  herausgedreht.  $S$  sei der Schwerpunkt des Waagebalkens,  $G$  sein Gewicht und  $s$  sein Abstand von  $O$ . Im Gleichgewichtsfall heben sich die Drehmomente  $K \cdot OC$  und  $G \cdot OD$  gegenseitig auf. Da der Winkel  $\alpha$  klein ist, können wir  $OC = l$  und  $OD = s \sin \alpha = s \alpha$  setzen, so daß wir für den Ausschlag erhalten  $\alpha = Kl/Gs$ . Die Empfindlichkeit  $\alpha/K$  wird also um so größer, je näher der Schwerpunkt am Drehpunkt liegt. Dem steht aber entgegen, daß dann die Schwingungsdauer der Waage, s. die Ausführungen beim physischen Pendel § 31, immer größer wird, die Wägung also zu lange dauert und die Stabilität immer geringer, die Waage also gegen Erschütterungen zu empfindlich wird. Um die Schwingungsdauer abzukürzen, baut man moderne Waagen mit kurzem Waagebalken. Da mit der Länge auch das Gewicht abnimmt, verliert man dadurch nicht an Empfindlichkeit.

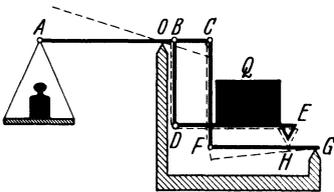


Abb. 34. Brückenwaage.

Reiter in der Mitte des Waagebalkens, so wirkt er wie 5 Milligramm auf der Waagschale.

Brückenwaage. Für große Lasten benutzt man Brückenwaagen, s. Abb. 34. Der Hebelarm  $AB$  dreht sich um  $O$ . Die Brücke  $DE$  hängt bei  $B$  am Waagebalken und liegt bei  $E$  auf der unteren Brücke  $FG$  auf, die ihrerseits wieder mit dem linken Ende  $F$  an  $C$  hängt. Der wesentliche Punkt ist nun, daß bei richtiger Konstruktion der Brücke diese sich unabhängig von der Größe und Lage der Last  $Q$  immer parallel zu sich selbst bewegt und ferner die Last  $Q$  so wirkt, als ob sie unmittelbar in  $B$  hängen würde.

Es sei bei der Brücke die Proportion  $OB : OC = GH : GF = n$  erfüllt. Senkt sich  $B$  bzw.  $D$  etwa um 1 mm, so senken sich  $C$  und  $F$  um  $n$  mm, die Punkte  $H$  und  $E$  aber wieder nur um 1 mm, so daß sich die Brücke parallel zu sich selbst verschiebt.

Wählt man das Verhältnis der Waagebalken  $OB : OA = 1 : 10$ , so erhalten wir Gleichgewicht, wenn die Gewichte auf der Waagschale den zehnten Teil der Last ausmachen (Dezimalwaage).

## C. Lehre von der Bewegung unter dem Einfluß von Kräften (Dynamik).

### I. Grundsätze der Dynamik.

In der Dynamik betrachten wir die Bewegung von Körpern unter dem Einfluß von Kräften. Wir haben es dabei meist mit dem sog. festen starren Körper zu tun. Nun ist in Wirklichkeit jeder Körper aus sehr vielen Atomen und Molekülen zusammengesetzt und wird unter dem Einfluß von äußeren Kräften deformiert. Solange wir diese Formänderung nicht zu berücksichtigen brauchen, sprechen wir vom starren im Gegensatz zum deformierbaren Körper. Wenn wir bei irgendeinem Vorgang von der räumlichen Ausdehnung eines Körpers absehen dürfen, so können wir uns seine ganze Masse in einem Punkt verdichtet denken und sprechen dann von einem Massenpunkt.

§ 23. **Beschleunigungssatz. Kraft und Gegenkraft.** Alle Erfahrungen über den Zusammenhang zwischen Bewegung und Kräften lassen sich in zwei Grundsätzen zusammenfassen, die auf NEWTON<sup>1</sup> zurückgehen. Das erste Bewegungsgesetz ist der Beschleunigungssatz, der besagt, daß die

$$\text{Beschleunigung} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Masse}} \quad \text{oder} \quad b = \frac{K}{m} \text{ ist.}$$

Diesen Satz haben wir schon früher als Definition des dynamischen Kraftbegriffs und als Grundlage des dynamischen Kraftmaßes kennengelernt. Da wir aber unabhängig davon noch das statische Kraftmaß besitzen, können wir den Beschleunigungssatz als eine Zusammenfassung der jederzeit prüfbareren Erfahrung, daß die Beschleunigung proportional mit der Kraft und umgekehrt proportional mit der Masse verläuft, ansehen.

Der Beschleunigungssatz enthält als Sonderfall den Trägheitssatz, wonach beim Fehlen äußerer Kräfte die Beschleunigung null ist, der Körper also seine Geschwindigkeit nach Größe und Richtung beibehält.

Das zweite Gesetz ist der Satz von der Gleichheit von Kraft und Gegenkraft, *actio = reactio*. Zu jeder Kraft gehört eine ihr entgegengesetzt gleiche und in ihre Wirkungslinie fallende Gegenkraft. Alle Kräfte in der Natur existieren nur als Paare von entgegengesetzt wirkenden Kräften. Zieht man einen Körper mit der Hand zu sich heran, so fühlt man in der Hand einen Zug in entgegengesetzter Richtung. Ein schwerer Körper drückt auf seine Unterlagen und erfährt von ihr einen gleichgroßen nach oben gerichteten, also entgegengesetzten Druck. Ein Stein wird nicht nur von der Erde angezogen, sondern zieht auch seinerseits die Erde an. Da aber die Erde eine ungleich größere Masse besitzt, bleibt ihre Bewegung unmerklich. Beim Sprung wirkt die Muskelkraft des zusammengeduckten sich entspannenden Körpers wie eine elastische Kraft und es erfahren sowohl der Körper wie die Absprungstelle eine beschleunigende Kraft. Springt man von einem Boot ab, so erfährt dieses daher einen Rückstoß.

<sup>1</sup> ISAAK NEWTON, 1643—1727, Entdecker der allgemeinen Gravitation, stellte die Grundgesetze der Mechanik auf und wandte sie mit Hilfe der von ihm entwickelten Infinitesimalrechnung auf zahlreiche Erscheinungen an. So schuf er die mathematischen Grundlagen der klassischen Physik. Daneben verdankt man ihm zahlreiche Erkenntnisse auf optischen und anderen Gebieten.

Geht ein Schiläufer in die Knie, so werden die Schier entlastet, beim Aufrichten des Körpers belastet.

**§ 24. Schwerpunktssatz. Impulssatz.** Der Satz von Kraft und Gegenkraft läßt sich noch in zwei anderen ihm inhaltlich gleichwertigen Formulierungen aussprechen, mit deren Hilfe sich auch verwickelte Vorgänge leichter verstehen lassen. Betrachten wir eine Gruppe von Körpern, etwa den Springer und das Boot, so unterscheiden wir innere und äußere Kräfte. Innere Kräfte sind solche, die ausschließlich zwischen den Teilen der Körpergruppen wirken. Bei den äußeren Kräften liegt der Angriffspunkt der Gegenkraft außerhalb. In unserem Beispiel wäre also die Erdanziehung eine äußere Kraft. Man kann nun einen allgemeingültigen Satz aufstellen und beweisen, den sog. Satz von der Erhaltung des Schwerpunktes, der besagt, daß die Bewegung des Schwerpunktes einer Körpergruppe durch innere Kräfte nicht geändert wird, d. h. daß er beim Fehlen äußerer Kräfte in Ruhe oder in gleichförmiger geradliniger Bewegung bleibt. Wirken noch äußere Kräfte ein, so bewegt sich der Schwerpunkt so, als ob alle äußeren Kräfte zu einer Resultierenden vereinigt in ihm angreifen würden und als ob die Gesamtmasse der Körpergruppe in ihm vereinigt wäre. Ergibt die Zusammensetzung aller Kräfte noch ein Kräftepaar, so ist dieses ohne Einfluß auf den Schwerpunkt.

Beispiele: Bei dem vom Boote abspringenden Manne bleibt der Schwerpunkt von Boot und Springer in Ruhe. Explodiert eine Granate längs ihrer Flugbahn, so fliegen die Sprengstücke infolge der zwischen ihnen wirkenden inneren Kräfte auseinander. Der Schwerpunkt derselben wird jedoch durch die Explosion überhaupt nicht beeinflußt und bewegt sich lediglich unter dem Einfluß der Schwerkraft entlang einer Parabel so weiter, als ob die Granate nicht explodiert wäre<sup>1</sup>. § 28.

Führen wir ferner den Begriff Impuls oder Bewegungsgröße  $G$  ein, worunter wir das Produkt aus Masse und Geschwindigkeit  $G = mv$  verstehen, so gilt der sog. Impulssatz, der besagt, daß beim Fehlen äußerer Kräfte der Gesamtimpuls einer Körpergruppe konstant oder erhalten bleibt. In unserem Beispiel des Absprunges vom ruhenden Boot heißt das, daß der Springer und das Boot gleichgroße aber entgegengesetzte Impulse erhalten, die sich als Vektoren zum Gesamtimpuls  $m_1 v_1 + m_2 v_2$  zusammensetzen. Da dieser vor dem Absprung Null war, muß er es auch nachher sein, also

$$\begin{array}{c} \overleftarrow{m_1 v_1} + \overrightarrow{m_2 v_2} = 0. \\ \text{Springer} \quad \text{Boot} \end{array}$$

Als weitere Beispiele nennen wir den Rückstoß, den ein Geschütz beim Abschuß erfährt und der durch besondere Rücklaufbremsen abgefangen wird, ferner den Antrieb durch Raketen, beim Raketenwagen und der Raumrakete, wobei der Flugkörper durch die nach hinten mit hoher Geschwindigkeit herausströmenden Verbrennungsgase einen Impuls nach vorne erfährt.

Das Wort Impuls wird leider in doppeltem Sinne gebraucht, indem man darunter auch einen Kraftstoß versteht. Kraftstoß auch als Impuls der Kraft bezeichnet, bedeutet das Produkt aus Kraft und Zeit. Zwischen dem Kraftstoß und der durch ihn erzeugten Veränderung der Bewegungsgröße eines Körpers besteht eine sehr einfache und wichtige Beziehung: Lassen wir auf einen Körper der Masse  $m$  die Kraft  $K$  während der Zeit  $t$  einwirken, so ist die Änderung der Bewegungsgröße gleich dem Kraftstoß, also

$$m(v_2 - v_1) = Kt.$$

<sup>1</sup> Das gilt streng nur im Vakuum, da die Reibung in Luft die kleinen Sprengstücke stärker hemmt als den großen Geschößkörper s. § 58.

$v_1$  und  $v_2$  sind die Geschwindigkeiten vor und nach dem Stoß. Ändert sich die Kraft während der Zeit der Einwirkung, so gilt die allgemeinere Beziehung

$$m(v_2 - v_1) = \int K dt$$

oder Änderung der Bewegungsgröße (Impuls) = Kraftstoß (Impuls).

Die Änderung der Bewegungsgröße ist also völlig unabhängig vom zeitlichen Verlauf der Kraft, solange die Zeitsumme der Kraft  $\int K dt$  dieselbe bleibt.

Beweis: Während einer sehr kleinen Zeit  $\Delta t$  wirke die Kraft  $K$  auf einen Körper der Masse  $m$  ein. Sie erteilt ihm dann die Beschleunigung  $b = K/m$  oder die Geschwindigkeitszunahme  $\Delta v = b\Delta t = \frac{K}{m}\Delta t$ ; es ist also die im Zeitabschnitt  $\Delta t$  erzeugte Änderung der

Bewegungsgröße  $m\Delta v = K\Delta t$ . Für einen endlichen Zeitabschnitt erhalten wir daher  $\Sigma m\Delta v = m(v_2 - v_1) = \Sigma K\Delta t = \int K dt$ .

Beweis des Impulssatzes: Da beim Absprung vom Boot die Kräfte auf den Körper und das Boot ständig entgegengesetzt gleich sind, erhalten Springer und Boot entgegengesetzt gleiche Kraftstöße und daher auch entgegengesetzt gleiche Impulse  $m_1 v_1$  und  $m_2 v_2$ , so daß der Gesamtimpuls gleich Null bleibt.

Die sog. Erhaltungssätze der Mechanik, nämlich der Energiesatz, der Impuls- oder Schwerpunktssatz sowie der später noch zu besprechende Satz von der Erhaltung des Drehimpulses ermöglichen es uns, wie wir verschiedentlich sehen werden, auch verwickelte und schnell ablaufende Vorgänge, die man im einzelnen nur schwer verfolgen kann, zu verstehen und auch quantitativ darzustellen; vgl. z. B. die Stoßgesetze in § 29.

## II. Einige besondere Bewegungsformen.

§ 25. **Kreisbahn, Zentripetal- und Zentrifugalkraft.** Wir betrachten die Kräfte bei der kreisförmigen Bewegung, und zwar, wie wir zur Vermeidung von Mißverständnissen ausdrücklich betonen wollen, zunächst vom Standpunkt eines die Drehung nicht mitmachenden ruhenden Beobachters, also z. B. vom Fußboden aus. Vom Standpunkt des mitbewegten Beobachters stellt sich die Erscheinung wesentlich anders dar, vgl. § 26.

Ein Körper der Masse  $m$  bewege sich mit der konstanten Bahngeschwindigkeit  $v$  oder der konstanten Winkelgeschwindigkeit  $\omega = v/r$  auf einem Kreise vom Radius  $r$  um ein festes Zentrum  $M$  (das kann z. B. so geschehen, daß er in dieser Entfernung durch einen im Mittelpunkt befestigten Faden oder eine Stange festgehalten wird. Nach den kinematischen Betrachtungen des § 8 ist die Bewegung beschleunigt, und zwar ist die radiale, zum Mittelpunkt der Kreisbahn gerichtete Beschleunigung, die sog. Radial- oder Zentripetalbeschleunigung gegeben durch

$$b_r = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r.$$

Nach dem Beschleunigungssatz ist zur Erzeugung und Aufrechterhaltung dieser Beschleunigung eine ständig nach dem Drehungszentrum hin gerichtete Kraft erforderlich von der Größe

$$K_r = m b_r = m \frac{v^2}{r} = m \omega^2 r = m 4 \pi^2 n^2 r.$$

Diese Kraft zwingt den Körper, die Kreisbahn zu durchlaufen. Würde sie plötzlich aussetzen, so würde der Körper in der Tangente geradlinig abfliegen. Wir nennen sie Radialkraft oder Zentripetalkraft  $P$ . Diese Kraft ist natürlich nicht eine besondere, der Kreisbewegung eigentümliche Kraft. Vielmehr beschreibt jeder Körper, sobald eine konstante nach einem festen Zentrum gerichtete und zur Bahnrichtung senkrechte Kraft auf ihn einwirkt, eine Kreisbahn, deren Krümmungsradius  $r$  sich nach der Gleichung  $r = m v^2 / K$  bestimmt, also nicht nur von der Kraft, sondern auch von der Masse und der Bahngeschwindigkeit

abhängt. Diese Radialkraft kann elastischer Natur (Faden, Stange) oder elektrischer Natur oder auch die Schwerkraft sein.

Die Radialkraft muß den Trägheitswiderstand der zur Drehung gezwungenen Masse überwinden. Diese, also lediglich von der Trägheit der beschleunigten Massen herrührende Gegenkraft ist nach dem Prinzip von Wirkung und Gegenwirkung der Radialkraft entgegengesetzt gleich, also radial nach außen gerichtet. Die sich drehende Masse sucht infolge ihrer Trägheit das Drehungszentrum mit der Kraft  $mv^2/r$  nach außen zu ziehen, sie übt eine sog. Zentrifugalkraft  $F$  aus. Wir fühlen diese Kraft, wenn wir einen schweren Körper an einem Faden im Kreise herumschleudern. Die Hand muß einen Zug nach dem Mittelpunkt ausüben, um den Körper auf der Kreisbahn zu halten. Durch die entgegengesetzt angreifende Gegenkraft wird der Faden gespannt, s. Abb. 35. Je schneller sich der Körper dreht, um so größer werden beide Kräfte, bis der Faden schließlich reißt. Dann wird keine Kraft mehr auf den Körper ausgeübt, und er fliegt infolge seiner Trägheit in Richtung der Bahntangente, also nicht etwa radial oder zentrifugal nach außen.

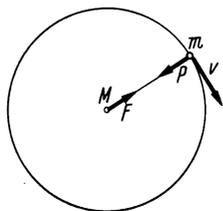


Abb. 35. Zentrifugal- und Zentripetalkraft.

Die Zentrifugalkraft ist also nicht, wie etwa die Schwerkraft, eine von vornherein am Körper angreifende Kraft. Sie tritt nur beim Einwirken einer richtungsändernden äußeren Kraft als Folge der Trägheit mit auf und verschwindet mit der Zentripetalkraft, wir nennen sie daher eine Trägheitskraft.

Wir betrachten nun einige Beispiele zur Zentrifugalkraft.

**Zentrifuge.** In einer Flüssigkeit suspendierte kleine Teilchen sinken infolge der Schwerkraft allmählich zu Boden, falls ihre Dichte die der Flüssigkeit übertrifft. Infolge der Flüssigkeitsreibung, s. § 58, erfolgt dieses Absetzen um so langsamer, je geringer der Dichteunterschied und je kleiner die Teilchen sind<sup>1</sup>. Versetzt man nun die Flüssigkeit in einer Zentrifuge in schnelle Rotation, so erhält man leicht Zentrifugalkräfte, die die Schwerkraft um ein Vielfaches übertreffen und die die dichteren Teilchen im rotierenden Gefäße in ungleich kürzerer Zeit nach außen drängen. Schon bei einem Radius von 10 cm und 30 Umdrehungen/s erhält man Kräfte, die die Schwerkraft um das 400fache übertreffen. Zentrifugen werden in Laboratorien und in der Technik zu den verschiedensten Zwecken benutzt, z. B. zur Abscheidung von Niederschlägen oder Bakterien, zur Trennung der Blutkörperchen vom Serum oder des Butterfettes von der Milch. Bei den sog. Ultrazentrifugen, bei denen man bis zu 120 000 Umdrehungen/min kommt, ist es gelungen, Zentrifugalkräfte zu erzeugen, die das Millionenfache der irdischen Schwerkraft betragen, und damit Eiweißmoleküle und andere hochmolekulare Verbindungen abzuscheiden und zu untersuchen.

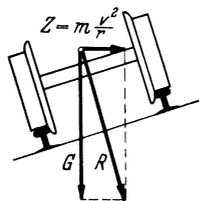


Abb. 36. Fahrzeug in der Kurve.

**Eisenbahnwagen in der Kurve.** Die Überhöhung der Schienen muß so groß sein, daß die Resultierende  $R$  aus dem Gewicht  $G$  und der Zentrifugalkraft  $Z$ , s. Abb. 36, möglichst senkrecht zur Schienenoberfläche steht, so daß die Schienen nur einen Normaldruck und keinen Seitendruck erleiden und der Wagen kein Kippmoment erfährt.

**§ 26. Kräfte bei der Erdumdrehung.** Bewegungen auf der Erde können wir nicht von außen, etwa von einem Fixstern aus, d. h. vom Standpunkt des

<sup>1</sup> Bei sehr kleinen Teilchen stellt sich infolge der Brownschen Bewegung, s. § 40, ähnlich wie in der Atmosphäre, ein Gleichgewicht ein derart, daß die Teilchenzahl von unten nach oben abnimmt.

ruhenden Beobachters betrachten. Wir machen vielmehr die Drehung dieses Riesenkarussells mit. Infolge davon zeigen die Bahnen bewegter Körper bestimmte Abweichungen von den uns bisher geläufigen Kurven. Um diese zu verstehen, betrachten wir als einfaches Beispiel eine Kugel, die von einem in der Mitte  $M$  einer mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  rotierenden Drehscheibe sitzenden Beobachter im Punkt  $O$  im Abstand  $r_1$  festgehalten und dann losgelassen wird. In diesem Augenblick hat die Kugel eine bestimmte Bahngeschwindigkeit  $v = \omega r_1$ , so daß sie infolge ihrer Trägheit für einen außerhalb der Drehscheibe feststehenden Beobachter mit konstanter Geschwindigkeit  $v$  geradlinig weiterläuft, s. Abb. 37a<sup>1</sup>. Von der Reibung sehen wir ab, so daß die Scheibe, ohne die Kugel mitzunehmen, sich unter dieser hindurchdreht. Für den auf der Scheibe sitzenden Beobachter sieht jedoch die Bewegung anders aus. Drehen sich Scheibe und Beobachter entgegen dem Uhrzeigersinn, so bleibt die Kugel infolge ihrer Trägheit zurück und beschreibt in bezug auf die Scheibe eine Spiralbahn, s. Abb. 37b. Sie bewegt sich dabei einmal nach außen, also vom Zentrum weg und außerdem seitlich, so daß die Bewegung für den mitgedrehten Beobachter eine beschleunigte ist. Dieser schließt daher, will er am Grundgesetz der Mechanik festhalten, auf eine Ursache der Beschleunigung, d. h. auf ablenkende Kräfte. Da diese Kräfte ihre Ursache in der Trägheit der Kugel haben, sind sie Trägheitskräfte. Eine von ihnen ist die uns schon bekannte Zentrifugalkraft, die bereits auftritt, wenn der Beobachter die Kugel festhält, diese also in bezug auf die Scheibe ruht. Dabei muß er eine bestimmte Kraft aufwenden, die sich als der Zentripetalkraft gleich erweist und die offenbar der Trägheitskraft der Kugel das Gleichgewicht hält. Für ihn erscheint also die Zentrifugalkraft als eine an der rotierenden Kugel selbst angreifende vom Drehzentrum weggerichtete Kraft. Für den die Drehung mitmachenden Beobachter greifen also die Zentrifugalkraft und Zentripetalkraft an dem sich drehenden Körper an und halten sich dabei das Gleichgewicht. Aus der Tatsache, daß eine losgelassene Kugel nicht im Radius oder „zentrifugal“ nach außen läuft, sondern noch seitlich abgelenkt wird, schließt der Beobachter auf eine zweite Trägheitskraft. Diese seitliche Querkraft nennen wir Corioliskraft. Sie steht immer senkrecht auf der Richtung der Geschwindigkeit der Kugel relativ zur Scheibe und hat die Größe  $2mv\omega$ . Für eine auf der Scheibe festgehaltene Kugel verschwindet sie, so daß in diesem Falle nur die Zentrifugalkraft übrigbleibt.

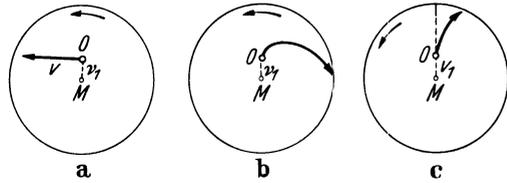


Abb. 37. Bewegung einer Kugel auf einer Drehscheibe. a) Ruhender Beobachter; b) u. c) mitbewegter Beobachter.

Bei allen Bewegungen auf der Erde treten Corioliskräfte auf, und zwar in um so stärkerem Maße, je höher die Bahngeschwindigkeiten sind. Ein Turm hat an der Spitze eine größere Umfangsgeschwindigkeit als unten. Daher eilt ein oben losgelassener Stein beim Herabfallen der Erde vor, s. Abb. 38, erfährt also eine Ostablenkung, die allerdings sehr klein, nämlich nur 9 mm bei 75 m Fallhöhe ist.

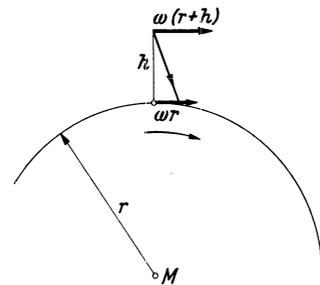


Abb. 38. Ostablenkung eines fallenden Steines.

<sup>1</sup> In der Abbildung ist die Strecke  $OM$  versehentlich mit  $r_1$  statt  $r$  bezeichnet.

Wie man sich an Hand eines Globus leicht überzeugt, erfahren Geschosse, überhaupt jeder bewegte Körper auf der nördlichen Halbkugel eine Rechtsablenkung, auf der südlichen Halbkugel eine Linksablenkung. Denken wir uns in unserem obigen Beispiel die zunächst festgehaltene Kugel radial nach außen gestoßen, so kommt sie in Gebiete, wo die Scheibe eine größere Umfangsgeschwindigkeit besitzt als die Kugel beim Abstoß in  $O$ , folglich bleibt die Kugel zurück, und es gibt eine Rechtsablenkung, s. Abb. 37c. Fliegt ein Geschöß auf der Erde vom Nordpol nach Süden, so dreht sich die Erde mit immer größer werdenden Umfangsgeschwindigkeit von Westen nach Osten unter seiner Bahn hindurch, so daß das Geschöß immer mehr nach Westen, d. h. nach rechts abweicht.

Die durch  $m\omega^2 r$  gegebene Zentrifugalkraft ist am Äquator am größten. Ihre Normalkomponente wirkt der Schwerkraft entgegen, so daß die Erdbeschleunigung von den Polen zum Äquator hin abnimmt. Diese Abnahme wird durch die Abplattung der Erde noch verstärkt, die ihrerseits wieder eine Folge der Zentrifugalkraft ist, indem deren Horizontalkomponente die Massen der Erde nach dem Äquator hindrängt.

Einen unmittelbaren Nachweis der Erdumdrehung liefert die Drehung der Schwingungsebene eines Pendels (FOUCAULTScher Pendelversuch). Ein über dem Nordpol aufgehängtes Pendel würde wegen seiner Trägheit seine Schwingungsebene im Raume beibehalten, sich also relativ zur Erde in einer Stunde um  $\frac{360^\circ}{24} = 15^\circ$  drehen. Am Äquator ist die Drehung null, in unseren Breiten etwa  $12^\circ$  pro Stunde.

**§ 27. Lineare Schwingung, Pendel.** Jeder Körper, der um seine Ruhelage Schwingungen ausführt, kann als Pendel bezeichnet werden. Die Vor-

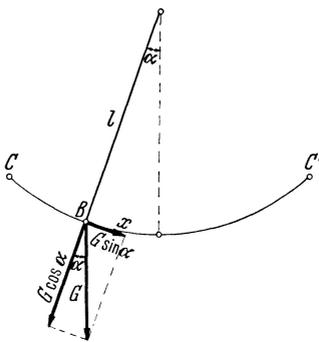


Abb. 39. Mathematisches Pendel.

bedingung einer Schwingungs- oder Pendelbewegung ist das Vorhandensein einer Kraft, die den Körper immer wieder in seine Ruhelage zurücktreibt. Ein Beispiel ist das Schwerkpendel, etwa eine an einen Faden aufgehängte Kugel, s. Abb. 39, bei dem die Tangentialkomponente der Schwerkraft die rücktreibende Kraft liefert, s. weiter unten. Lassen wir die Kugel etwa in  $C$  los, so wird sie auf dem Rückwege beschleunigt. Sie erreicht daher die Gleichgewichtslage mit einer gewissen Geschwindigkeit und geht infolge ihrer Trägheit über diese hinaus, und zwar so weit, als der Vorrat an kinetischer Energie die Kugel zu heben vermag. Sehen wir von der Reibung ab, so steigt sie also auf der anderen Seite bis zur gleichen Höhe  $C'$ . In diesem „Umkehrpunkt“ ist alle kinetische Energie wieder in potentielle Energie umgewandelt worden, die Kugel schwingt zurück, und das Spiel wiederholt sich von neuem, so daß wir eine ständige Energieumwandlung vor uns haben.

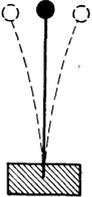


Abb. 40. Elastisches Pendel.

Ferner sind die elastischen Pendel zu nennen, z. B. eine an einer Spiralfeder hängende Kugel oder ein an einem Ende festgeklemmter dünner Stahlstab, s. Abb. 40, der aus der Gleichgewichtslage herausgezogen sehr schnelle Schwingungen ausführt. Schwingt der Stab nur in einer Ebene, etwa der Zeichenebene, so sprechen wir von einer linearen Schwingung. Schwingt er gleichzeitig von vorne nach hinten, so beschreibt eine am Ende aufgesetzte leichte Kugel elliptische Schwingungen, die wir in § 60 behandeln.

Jede Schwingung wird durch ihre Schwingungsweite und Schwingungsdauer charakterisiert. Die Schwingungsweite oder Amplitude ist die größte Entfernung aus der Ruhelage. Die Schwingungsdauer ist die Zeit zwischen

einem vollständigen Hin- und Hergang. Der augenblickliche Abstand von der Ruhelage heißt die Elongation. Die verschiedenen Zustände (gekennzeichnet durch Zeiten oder Lagen), welche ein schwingender Körper durchläuft, werden als Phasen bezeichnet.

Bei den elastischen Pendeln ist das die Schwingung im einzelnen bestimmende Kraftgesetz besonders einfach. Da, wie wir in § 43 sehen werden, jede elastische Verformung eines Körpers eine rüctreibende Kraft hervorruft, die innerhalb gewisser Grenzen dieser Verformung, das heißt der Elongation proportional ist, gilt das lineare Kraftgesetz, d. h. die rüctreibende Kraft ist der Entfernung  $x$  des Körpers aus der Ruhelage proportional oder

$$K = -kx^1.$$

Eine solche Kraft wird auch als elastische Kraft bezeichnet. Die Konstante  $k=K/x$  ist die zum Ausschlag eins gehörende rüctreibende Kraft, die sog. Richtkraft<sup>2</sup> des Pendels. Dieses lineare Kraftgesetz gibt eine besonders einfache Schwingungsform, nämlich die lineare harmonische oder reine Sinusschwingung von der Form  $x = x_0 \sin 2\pi nt$  vgl. Abb. 42a. Für die Schwingungsdauer  $T$  der harmonischen Schwingung gilt

$$T = 2\pi \sqrt{m/k}.$$

$T$  ist also von der Amplitude unabhängig. Die Zahl der Schwingungen pro Sekunde nennen wir die Schwingungszahl  $n$  oder die Frequenz der Schwingung, wobei  $n = 1/T$  ist. Ihre Einheit ist 1 Hertz (Hz) = 1 Schwingung in der Sekunde.

Die Sinusschwingung läßt sich als Projektion einer gleichförmigen Kreisbewegung darstellen, verläuft also wie eine von der Seite betrachtete Kreisbewegung. Wir lassen einen

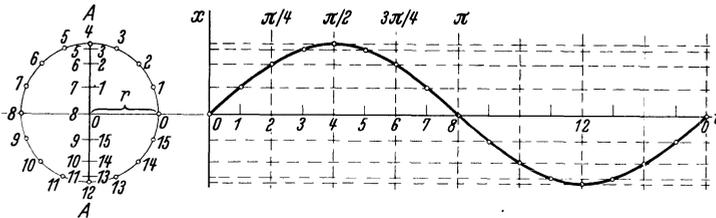


Abb. 41. Zusammenhang zwischen Kreisbewegung und Sinusschwingung.

Massenpunkt dauernd gleichförmig mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  im Kreise laufen und projizieren die um gleiche Zeitintervalle auseinanderliegenden Bahnpunkte 0, 1, 2, ... auf den Durchmesser  $AA'$ , s. Abb. 41. Dann tragen wir in einem Diagramm die Zeiten oder Phasen als Abszissen und die zu diesen Zeiten gehörenden Lagen des projizierten schwingenden Punktes als Ordinaten auf. Die so entstandene Kurve stellt eine Sinusschwingung dar. Ihre Schwingungsdauer ist gleich der Umlaufzeit des Punktes auf dem Kreise. Die einzelnen Lagen 0, 1, 2 liegen um je  $\frac{1}{16} T$  oder um  $\pi/8$  auseinander. Der Abstand des schwingenden Punktes von der Ruhelage 0 ist durch die Gleichung

$$x = r \sin \frac{2\pi t}{T} = r \sin \omega t = r \sin 2\pi nt$$

gegeben. Durchläuft also ein Körper eine Kreisbahn mit konstanter Geschwindigkeit  $v = \omega r$ , so vollführt die Komponente dieser Bewegung in Richtung eines Bahndurchmessers eine Sinusschwingung. Wir betrachten jetzt die zugehörige Komponente der Beschleunigung, d. h. die Beschleunigung einer Sinusschwingung. Damit der Körper eine Kreisbahn durchläuft, ist eine Radialbeschleunigung der Größe  $b_r = \omega^2 r = v^2/r$  erforderlich, s. § 8. Diese

<sup>1</sup> Das Minuszeichen bedeutet, daß die Kraft nicht die Richtung des Ausschlages  $x$  hat, sondern umgekehrt stets zur Ruhelage hin gerichtet ist.

<sup>2</sup> Gelegentlich auch als Direktionskraft bezeichnet, doch wird diese Bezeichnung auch für das Richtmoment, s. § 31, benutzt.

Beschleunigung hat in der Richtung  $AA$  die Komponente  $-\omega^2 r \sin \omega t$ ; das ist also die Beschleunigung, die der entlang der Geraden  $AA$  mit  $x = r \sin \omega t$  schwingende Massenpunkt erfährt. Die Kraft, die der Masse  $m$  diese Beschleunigung erteilt, ist daher  $K = -m\omega^2 r \sin \omega t = -m\omega^2 x$ , also proportional der Entfernung aus der Ruhelage, wobei die Richtkraft  $k = m\omega^2$  ist. Es gehört also zur Erzeugung einer Sinusschwingung eine mit der Entfernung aus der Ruhelage proportional ansteigende rüctreibende Kraft. Für die Schwingungsdauer der harmonischen Schwingung erhalten wir ferner

$$T = \frac{1}{n} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}.$$

Wir betrachten noch die potentielle Energie einer aus der Ruhelage entfernten, unter dem Einfluß einer elastischen Kraft stehenden Masse, z. B. die potentielle Energie einer gespannten Feder. Zum Spannen braucht man eine äußere Kraft  $K$ , die der rüctreibenden elastischen Kraft  $kx$  das Gleichgewicht hält, also mit der Dehnung der Feder wächst. Die Arbeit, die zum Dehnen um ein kleines Stück  $\Delta x$  geleistet werden muß, ist  $kx \Delta x$ , die Gesamtarbeit oder die potentielle Energie also  $A = \Sigma kx \Delta x = \frac{kx^2}{2}$ . Die potentielle Energie der gespannten Feder wächst also mit dem Quadrate der Entfernung aus der Ruhelage.

Ein einmal angestoßenes Pendel schwingt nicht mit konstanter Amplitude weiter, vielmehr klingt infolge der unvermeidlichen Reibungswiderstände jede Schwingung allmählich ab, sie ist gedämpft, s. Abb. 42b. Die Sinusschwingung konstanter Amplitude ist ein idealer Grenzfall genau wie die kräftefreie geradlinige Bahn konstanter Geschwindigkeit.

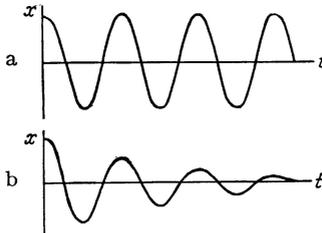


Abb. 42. Ungedämpfte (a) und gedämpfte (b) Schwingung.

Auch für das Schwerependel gilt das lineare Kraftgesetz, solange die Winkelausschläge so klein sind, daß der Sinus gleich dem Winkel im Bogenmaß gesetzt werden darf. Wir betrachten eine an einem praktisch gewichtslosen Faden der Länge  $l$  aufgehängte schwere Kugel, das sog. mathematische Pendel, s. Abb. 39. Bringen wir die Kugel vom Gewicht  $G$  aus der Ruhelage nach  $B$  und lassen sie dort los, so wirkt in Richtung der Bahn die Komponente  $G \sin \alpha$ . Die andere Komponente  $G \cos \alpha$  spielt hier keine Rolle, da sie lediglich den Faden spannt. Nennen wir die Entfernung aus der Ruhelage  $x$ , so gilt für kleine Winkel  $\sin \alpha = x/l$ , so daß wir für die rüctreibende Kraft erhalten  $K = -G \sin \alpha = -Gx/l$ . Es ist also die rüctreibende Kraft dem Ausschlage  $x$  proportional. Die Richtkraft des Pendels ist dann  $k = G/l$  oder wegen  $G = mg$ ,  $k = mg/l$ , so daß wir für die Schwingungsdauer des mathematischen Pendels erhalten

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Die Schwingungsdauer des Schwerependels ist also von seiner Masse unabhängig, im Gegensatz zu allen übrigen Pendeln, z. B. dem der Abb. 40; der Grund ist der, daß beim Schwerependel  $k$  proportional  $m$  ist. Für  $l = 1$  m ist  $T = 2$  s, für  $l = 10$  m wird  $T = 6,3$  s. Bei großen Amplituden nimmt die Schwingungsdauer etwas zu.

**§ 28. Wurfbewegung.** Wir haben schon in § 7 als Beispiel einer gleichförmig beschleunigten Bewegung den freien Fall kennengelernt. Betrachten wir jetzt einen Körper, dem wir von vornherein eine bestimmte Geschwindigkeit erteilt haben, so wird dieser infolge der ständig einwirkenden Schwerkraft nicht mit konstanter Geschwindigkeit geradlinig weiterfliegen (von der Reibung in Luft sehen wir zunächst ab), sondern eine Bewegung ausführen, die sich aus der ursprünglichen konstant bleibenden Geschwindigkeit und aus einer vertikalen gleichförmig nach unten beschleunigten Geschwindigkeitskomponente zusammensetzt. Ein Geschoß werde unter dem Winkel  $\alpha$  mit der Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$

abgeschossen, s. Abb. 43. Ohne die Einwirkung der Schwerkraft würde es nach 1, 2, 3, ... Sekunden die Punkte  $A, B, C, \dots$  erreichen. Infolge der Erdanziehung ist das Geschöß nach  $t$  sec jedoch um die Strecke  $s = \frac{g}{2} t^2$  oder nach 1, 2, 3, ... Sekunden um die Strecke  $g/2, 4g/2, 9g/2$  gefallen, so daß die wirkliche Bahn durch die Parabel  $OA'B'C'$  dargestellt wird.

Die  $x$ -Komponente der Flugbahn ist  $x = v_0 t \cos \alpha$ , die  $y$ -Komponente  $y = v_0 t \sin \alpha - \frac{g}{2} t^2$ , daraus folgt  $y = x \operatorname{tg} \alpha - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2$ . Für die Wurfweite  $a$ ,  $y = 0$ , erhalten wir  $a = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha$ . Diese ist also am

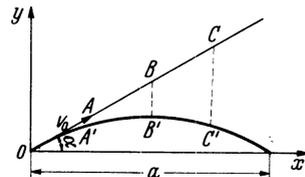


Abb. 43. Wurfbahnel.

größten für den Winkel  $\alpha = 45^\circ$ . Sie ist ferner gleich für Winkel, die um denselben Betrag von  $45^\circ$  abweichen, also z. B. für  $30^\circ$  und  $60^\circ$ . Man kann also ein bestimmtes Ziel sowohl mit einem Flachschoß wie mit einem Steilschoß erreichen (Marinegeschütz bzw. Haubitze).

Diese Überlegungen gelten nur für den luftleeren Raum. Infolge des Luftwiderstandes erfährt die Geschößbahn erhebliche Veränderungen. Die Wurfbahn ist keine Parabel, sondern der absteigende Ast ist beträchtlich steiler als der aufsteigende, so daß die Wurfweite dieser ballistischen Kurve sehr stark verkürzt wird.

Mit zunehmender Höhe werden der Luftdruck und der Reibungswiderstand immer geringer, so daß man durch Verlegung der Geschößbahn in große Höhen beträchtliche Reichweiten erzielen kann (Beispiel das deutsche Ferngeschütz im Weltkrieg, Schußweite 130 km, Gipfelhöhe wahrscheinlich 54 km).

**§ 29. Stoßvorgänge.** Wir betrachten den Zusammenstoß zweier Körper, der ein gutes Beispiel für die Anwendung der Sätze von der Erhaltung der Energie und des Impulses darstellt. Wirken keine äußeren Kräfte ein, so muß nach dem Impulssatz die gesamte Bewegungsgröße vor und nach dem Stoß dieselbe sein, da nur innere Kräfte, d. h. solche zwischen den beiden Stoßpartnern wirksam sind. Ferner muß der Satz von der Erhaltung der Energie gelten. Beim Zusammenstoß kann ein Teil der ursprünglichen kinetischen Energie der Stoßpartner in andere Energieformen, sei es in Wärme, Schallenergie oder in Arbeit zu einer bleibenden Formänderung umgewandelt werden, so daß die Summe der kinetischen Energie der beiden Körper nach dem Stoße kleiner ist.

Wir unterscheiden nun beim Stoß zwei Grenzfälle, den elastischen und den unelastischen Stoß. Ein Stoß ist elastisch, wenn die kinetische Energie insgesamt erhalten bleibt. Das ist jedoch ein idealer Grenzfall, der nie ganz verwirklicht ist. Ein Stoß ist uneelastisch, wenn besonders viel Energie in eine andere Energieform, meistens in Wärme, umgewandelt wird.

Den physikalischen Begriff „elastisch“ werden wir später in § 43 näher behandeln, und nehmen jetzt nur seine Definition vorweg: Wir nennen einen Körper elastisch, wenn er einer äußeren deformierenden Kraft innere Kräfte entgegensetzt, welche nach Aufhören der äußeren Kraft die ursprüngliche Form wieder herstellen. So ist eine Stahlkugel elastisch, eine Bleikugel unelastisch.

Betrachten wir jetzt den eigentlichen Vorgang beim Stoß zweier Kugeln. Im Augenblick der Berührung tritt eine Formänderung, ein Zusammendrücken der Kugeln ein. Dazu ist eine „Formänderungsarbeit“ gegen die inneren Kräfte nötig, und die kinetische Energie nimmt ab. Das geht so lange, bis beide Körper die gleiche Geschwindigkeit haben, ihre relative Lage also nicht mehr ändern. Zu diesem Zeitpunkt hat die Deformation der Kugeln ihr Maximum erreicht. Es ist kinetische Energie in potentielle Energie der elastisch deformierten Körper

umgewandelt worden. Ist diese Umwandlung vollständig, also ohne daß ein Teil der kinetischen Energie in Wärme verwandelt wurde, so haben wir einen vollkommen elastischen Stoß vor uns. Die elastischen Kräfte, die bisher die Geschwindigkeit abgebremst haben, wirken nun weiter und treiben in der zweiten Phase des Stoßes die Kugel auseinander. Dabei wird die potentielle Energie wieder in kinetische Energie umgewandelt, und zwar beim elastischen Stoß restlos. Ist aber die verschwindende kinetische Energie in dem Augenblick, wo beide Körper die gleiche Geschwindigkeit erlangt haben, ausschließlich in Wärme umgewandelt worden, so fällt die zweite Phase fort. Wir haben den vollkommen unelastischen Stoß, bei dem beide Körper nachher dieselbe Geschwindigkeit besitzen.

Wir betrachten den Aufprall eines Körpers auf eine ruhende feste Wand. Beim elastischen Stoß, wie er beim Aufprall einer Stahlkugel auf eine Stahlwand weitgehend verwirklicht ist, wird die Formänderung (Abplattung der Kugel und Einbuchtung der Wand) völlig rückgängig gemacht. Die Kugel ändert nur die Richtung ihrer Geschwindigkeit, und zwar nach dem aus der Optik bekannten Reflexionsgesetz, Beispiele sind die Billardkugel und der Tennisball<sup>1</sup>. Die Kugel erfährt daher bei senkrechtem Aufprall eine Impulsänderung vom Betrage  $2mv$ . Das ist also auch der Impuls, den die Wand bzw. die Erde als Rückstoß erhält. Beim unelastischen Stoß bleibt die Kugel an der Wand liegen.

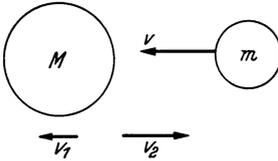


Abb. 44. Elastischer zentraler Stoß.

Als weiteres Beispiel behandeln wir den zentralen Stoß zweier Kugeln, von denen sich die größere mit der Masse  $M$  in Ruhe befinden und die kleinere  $m$  die Geschwindigkeit  $v$  haben möge. Zentral heißt, daß die Mittelpunkte der Kugeln sich auf einer gemeinsamen geraden Linie bewegen, s. Abb. 44.

Vor dem Stoß ist der Impuls  $G = 0 + mv$ . Nach einem elastischen Stoß hat die große Kugel die Geschwindigkeit  $v_1$  und die kleine die Geschwindigkeit  $v_2$ , die der ursprünglichen entgegengesetzt ist. Es ist also nach dem Impulssatz

$$G = mv = Mv_1 - mv_2.$$

Ferner gilt

$$\frac{m}{2}v^2 = \frac{M}{2}v_1^2 + \frac{m}{2}v_2^2.$$

Das gibt für die Geschwindigkeit der großen Kugel  $v_1 = \frac{2mv_0}{M+m}$ . Sind die beiden Kugeln gleich, so wird einfach die Geschwindigkeit ausgetauscht. Beim unelastischen Stoß bewegen sich nachher beide Kugeln mit derselben Geschwindigkeit  $v_1$  nach links, es gilt also

$$G = mv = (M+m)v_1 \quad \text{oder} \quad v_1 = \frac{mv}{M+m}.$$

Es ist also beim elastischen Stoß die Geschwindigkeit des getroffenen Körpers genau doppelt so groß wie beim unelastischen. Das hat folgenden Grund: Bis zum Augenblick, wo beide Kugeln dieselbe Geschwindigkeit haben, ist der Vorgang beim elastischen und unelastischen Stoß gleich. Von da ab wird aber beim elastischen Stoß die Formänderung vollkommen rückgängig gemacht. Die aufgespeicherte potentielle Energie wird frei und es gibt noch einmal dieselbe Geschwindigkeitsänderung, also eine Verdoppelung der Geschwindigkeit gegenüber dem unelastischen Stoß.

### III. Drehbewegung starrer Körper.

§ 30. Trägheitsmoment. Wir betrachten einen beliebigen starren um eine feste Achse  $A$  drehbaren Körper, s. Abb. 45. Bei einer Drehung haben die verschiedenen Punkte je nach ihrem Abstand von der Drehachse verschiedene Bahngeschwindigkeiten  $v$ , aber dieselbe Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ , s. § 8.

<sup>1</sup> Das gilt aber nur, wenn die Kugel nicht rotiert.

Wir führen weiter den Begriff der Winkelbeschleunigung  $\beta$  ein und verstehen darunter die Änderung der Winkelgeschwindigkeit dividiert durch das zugehörige Zeitelement, also

$$\beta = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad \text{und im Grenzfall} \quad \beta = \frac{d\omega}{dt}.$$

Um eine Drehbewegung zu erzielen, kommt es nicht auf die einwirkende Kraft allein — eine im Drehpunkt angreifende Kraft z. B. ist unwirksam — sondern auf ihr Drehmoment  $M$  in bezug auf die Drehachse, also auf die Größe

$$M = Kr$$

an, wo  $r$  den senkrechten Abstand der Angriffslinie von der Drehachse  $A$  oder den Hebelarm der Kraft  $K$  bedeutet.

Ferner kommt es nicht nur auf die Masse des Drehkörpers, sondern auf deren Verteilung in bezug auf die Drehachse an. Um eine ruhende Drehscheibe mit einem schweren Körper der Masse  $m$  auf eine bestimmte Winkelgeschwindigkeit zu beschleunigen, muß man eine um so größere Beschleunigungsarbeit leisten, je weiter außen der Körper liegt, weil ja seine Bahngeschwindigkeit und kinetische

Energie (Rotationsenergie)  $\frac{m}{2}v^2 = \frac{m}{2}r^2\omega^2$  nach außen größer werden. Die Beschleunigungsarbeit wächst also bei konstanter Winkelgeschwindigkeit nicht mit  $m$ , sondern mit  $mr^2$ . Für die Trägheitswirkung eines Körpers ist also bei der Drehung das Produkt aus der Masse und dem Quadrat des Abstandes von der Drehachse maßgebend. Diese Größe nennen wir das Trägheitsmoment  $J$  des Körpers in bezug auf die betreffende Achse.

Ist ein Körper aus beliebig vielen Massen zusammengesetzt, so ist das Gesamtträgheitsmoment gleich der Summe der Trägheitsmomente der einzelnen Massen, oder

$$J = m_1r_1^2 + m_2r_2^2 + \dots = \sum m_i r_i^2.$$

Das Trägheitsmoment eines Körpers ändert sich mit der Lage der Achse im Körper, ist also keine für diesen charakteristische Konstante. Betrachten wir nur die durch den Schwerpunkt gehenden Achsen, so gibt es eine bestimmte Achse  $A$ , s. Abb. 46, für die das Trägheitsmoment größer ist als für alle anderen, und dazu senkrecht eine weitere Achse  $C$ , für die es am kleinsten wird. In bezug auf die zu diesen beiden Achsen senkrechte dritte Achse  $B$  hat das Trägheitsmoment einen mittleren Wert. Diese drei Achsen heißen die Hauptträgheitsachsen des Körpers, die dazugehörigen Momente seine Hauptträgheitsmomente.

**§ 31. Grundgesetz der Drehbewegung, physisches Pendel.** Das Grundgesetz für die Drehbewegung lautet:

$$M = J\beta.$$

Es entspricht völlig dem Beschleunigungssatz für die fortschreitende Bewegung  $K = mb$ , wenn wir die Kraft durch ihr Drehmoment, die Masse durch ihr Trägheitsmoment und die Beschleunigung durch die Winkelbeschleunigung ersetzen.

Beweis: Die Masse  $m$  habe von der Drehachse  $A$  den Abstand  $r$ . Die Kraft  $K$  erteilt ihr die lineare Beschleunigung  $b = K/m$ , die gesuchte Winkelbeschleunigung ergibt sich wegen  $v = \omega r$  zu  $\beta = \frac{d\omega}{dt} = \frac{dv}{dt} \frac{1}{r} = \frac{b}{r} = \frac{K}{mr}$ . Daraus folgt  $K = mr\beta$  oder nach Multiplikation mit  $r$

$$Kr = M = mr^2\beta = J\beta.$$

Zwischen der fortschreitenden und drehenden Bewegung besteht eine weitgehende Analogie, so daß sich die für die fortschreitende Bewegung bekannten

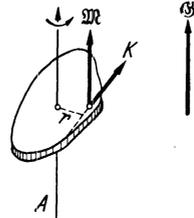


Abb. 45. Drehmoment  $M$ ; Drehsinn und Drehimpuls  $G$  bei einem um eine feste Achse  $A$  drehbaren Körper.

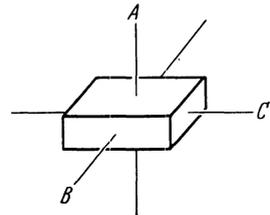
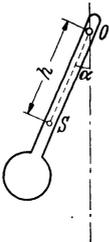


Abb. 46. Hauptträgheitsachsen einer Kiste.

Beziehungen ohne weiteres auf die Drehbewegung übertragen lassen, wenn wir nur die Größen Weg, Kraft, Masse usw. durch die entsprechenden Größen Winkel, Drehmoment, Trägheitsmoment usw. ersetzen; vgl. die folgende Zusammenstellung.

Einander entsprechende Größen und Gleichungen der fortschreitenden Bewegung	Drehbewegung
Weg $s$	Winkel $\alpha$
Geschwindigkeit $v$	Winkelgeschwindigkeit $\omega$
Beschleunigung $b$	Winkelbeschleunigung $\beta$
Masse $m$	Trägheitsmoment $J$
Kraft $K = mb$	Drehmoment $M = J\beta = J \frac{d\omega}{dt}$
Richtkraft $k = \frac{K}{x}$	Richtmoment $D = \frac{M}{\alpha}$
Schwingungsdauer $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$	Schwingungsdauer $T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}}$
Kinetische Energie $E = \frac{m}{2} v^2$	Rotationsenergie $E = \frac{1}{2} J \omega^2$
Impuls $mv$	Drehimpuls $G = J\omega$
Kraft $K = \frac{d}{dt}(mv)$	Drehmoment $M = \frac{dG}{dt} = J \frac{d\omega}{dt}$

Wir betrachten als Beispiel die Schwingungen eines starren Körpers um seine Drehachse, sog. Drehschwingungen, wie sie zustande kommen, wenn ein den Körper in seine Gleichgewichtslage zurücktreibendes Drehmoment vorhanden ist. Der häufigste Fall ist das physische Schwebependel, wie es jeder nicht gerade in seinem Schwerpunkte aufgehängte Körper darstellt. Auch ein durch eine Schneckenfeder an eine Gleichgewichtslage gebundener Körper ist zu



Drehschwingungen befähigt. Ist das Drehmoment  $M$  dem Ausschlagwinkel  $\alpha$  proportional, also  $M = D\alpha$ , wo  $D$  das sog. Richtmoment oder das zum Ausschlagwinkel eins gehörende rücktreibende Drehmoment bedeutet, so erhalten wir für die Schwingungsdauer  $T$  in völliger Analogie zur linearen Schwingung, für die  $T = 2\pi \sqrt{m/k}$  ist ( $k$  die Richtkraft), s. § 27,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}}.$$

Abb. 47. Physisches Pendel.

Beim physischen Pendel ist das Drehmoment um den Aufhängepunkt  $O$   $M = mgh \sin \alpha$ , wo  $h$  der Abstand des Schwerpunktes  $S$  von  $O$  ist, s. Abb. 47. Für kleine Winkel ist wieder  $\sin \alpha = \alpha$ , also  $D = mgh$ , so daß für die Schwingungsdauer  $T = 2\pi \sqrt{J/mgh}$  gilt.

Beim physischen Pendel steht also an Stelle der Pendellänge des mathematischen Pendels, dessen Schwingungsdauer  $T = 2\pi \sqrt{l/g}$  ist, der Ausdruck  $J/mh$ , den man die reduzierte Pendellänge nennt. Sie ist gleich der Länge eines mathematischen Pendels gleicher Schwingungsdauer.

**§ 32. Satz von der Erhaltung des Drehimpulses.** Bei der fortschreitenden Bewegung haben wir den Satz von der Erhaltung des Impulses  $mv$  kennengelernt. Ihm entspricht bei der Drehbewegung der Satz von der Erhaltung des Drehimpulses, wobei wir unter dem Drehimpuls  $G$  das Produkt aus Trägheitsmoment und Winkelgeschwindigkeit verstehen, also  $G = J\omega$ . Drehimpuls und Drehmoment sind wie die Winkelgeschwindigkeit Vektorgrößen. Die Vektoren geben nicht nur die Richtung der Drehachse, sondern auch den Drehsinn an, indem wir die Pfeilrichtung so wählen, daß für einen in Richtung des Pfeiles blickenden Beobachter die Drehung im Uhrzeigersinn erfolgt, s. Abb. 45.

Der Erhaltungssatz besagt nun, daß in einem System, in dem nur innere Kräfte wirksam sind, also ein äußeres Drehmoment fehlt, der Drehimpuls konstant bleibt. Steht man auf einer Drehscheibe, so ist es unmöglich, sich selbst und die Scheibe in gleichsinnige Drehung zu versetzen. Läuft man am Rande der Scheibe in einer Richtung um, so gerät die Scheibe im entgegengesetzten Umlaufsinn in Drehung. Man sieht an diesem Falle, daß auch die Erhaltung des Drehimpulses eine Folge des Satzes von Kraft und Gegenkraft ist. Auch die Technik des Sportes bietet viele lehrreiche Beispiele. Erteilt beim Salto der Springer sich selbst einen Drehimpuls und reißt dann den zunächst gestreckten Körper zusammen, so wird dessen Trägheitsmoment wesentlich kleiner. Dadurch wird die Drehgeschwindigkeit entsprechend vergrößert und der Körper kann eine oder mehrere ganze Umdrehungen ausführen. Ebenso vermag die Eislauftänzerin bei der Pirouette durch in die Kniegehen oder Strecken der Arme ihre Drehgeschwindigkeit herabzusetzen und durch Hochziehen des Körpers wieder zu steigern. Schließlich sei auch die fallende Katze genannt, die, wie man sie auch losläßt, immer wieder auf die Beine fällt. Das ist nur dadurch möglich, daß der Schwanz eine der gewünschten Körperdrehung gegenläufige Drehbewegung beschreibt.

Wirkt ein äußeres Drehmoment  $\mathfrak{M}$  während der Zeit  $\Delta t$  ein, so ergibt dieses eine Änderung des Drehimpulses von der Größe  $\Delta \mathfrak{G} = J \Delta \omega$  oder wegen der Grundgleichung der Drehbewegung  $\mathfrak{M} = J \beta = J \Delta \omega / \Delta t$

$$\Delta \mathfrak{G} = \mathfrak{M} \Delta t .$$

**§ 33. Freie Achsen.** Bei unseren bisherigen Betrachtungen war die Drehachse des Körpers festgelegt. Diese Beschränkung lassen wir jetzt fallen. Unter dem Einfluß eines Kräftepaares erhalten wir dann eine Drehung um eine senkrecht zur Ebene des Kräftepaares stehende und außerdem durch den Schwerpunkt des Körpers gehende Achse (Schwerpunktssatz).

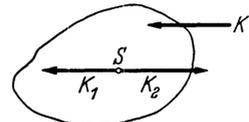


Abb. 48. Verlegung der Kraft  $K$  in den Schwerpunkt.

Wie schon früher in § 16 betont, lassen sich alle auf einen Körper einwirkenden Kräfte immer zu einer einzigen Kraft und einem einzigen Kräftepaar zusammensetzen. Im allgemeinen wird die Kraft  $K$  außerhalb des Schwerpunkts angreifen. Fügen wir aber zwei entgegengesetzt gleiche im Schwerpunkt  $S$  angreifende Kräfte  $K_1$  und  $K_2$  hinzu und machen  $K_1$  parallel und gleich  $K$ , s. Abb. 48, so ist  $K$  durch die im Schwerpunkt angreifende Kraft  $K_1$  und durch das Kräftepaar  $K K_2$  ersetzt. Nach dem Schwerpunktssatz bewirkt  $K_1$  eine Verschiebung des Schwerpunktes. Das Drehmoment des Kräftepaares ergibt eine Drehung des Körpers, wobei die Drehachse durch den Schwerpunkt gehen muß, da dieser nach dem Schwerpunktssatz beim Fehlen der äußeren Kraft  $K_1$  in Ruhe bleibt. Kommt noch die Kraft  $K_1$  hinzu, so führt der Körper außer der Drehung um eine Schwerpunktsachse noch eine Translationsbewegung aus, wobei sich der Schwerpunkt unter dem Einfluß von  $K_1$  so bewegt, als ob die ganze Masse in ihm vereinigt wäre.

Die bei der Drehung auftretenden Zentrifugalkräfte geben im allgemeinen ein Drehmoment, das auch als Zentrifugalmoment bezeichnet wird und das den Körper zu kippen versucht, so daß die Drehachse im Körper ihre Richtung ändert. Bringen wir z. B. einen am Ende aufgehängten zylindrischen Stab mit Hilfe eines Motors um eine vertikale Achse in Drehung, so halten sich die Zentrifugalkräfte genau im Gleichgewicht, s. Abb. 49a. Bei der geringsten Abweichung von der vertikalen Lage üben jedoch die resultierenden Zentrifugalkräfte  $K_1$  und  $K_2$  ein Drehmoment aus, das den Stab in die horizontale Lage zu drehen sucht, Abb. 49b. Man kann auch sagen, die Zentrifugalkräfte treiben die Massen

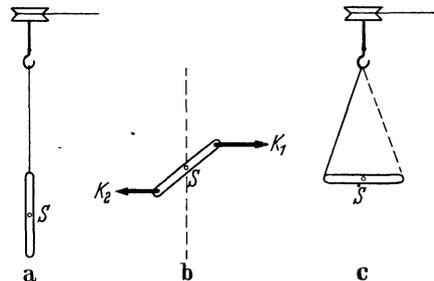


Abb. 49. Zentrifugalkräfte und freie Achsen beim rotierenden Körper.

möglichst weit von der Drehachse ab. Es wird also als Drehachse diejenige Achse angestrebt, für die das Trägheitsmoment am größten ist, s. Abb. 49c. Um die Achse des größten Trägheitsmomentes vermag ein Körper ohne Lager stabil zu rotieren, da bei jeder Störung sofort ein rücktreibendes Drehmoment auftritt. Wir bezeichnen daher diese Hauptträgheitsachse als eine freie Achse des Körpers. Die Achse des kleinsten Trägheitsmomentes ist ebenfalls eine freie Achse. Die Achse des mittleren Trägheitsmomentes ist immer instabil. Versetzt man einen Körper um diese Achse in Drehung, z. B. die in Abb. 46 gezeichnete Kiste um die Achse  $B$ , so gerät sie ins Torkeln, während sie um die Achse  $A$  und bei einiger Vorsicht auch um  $C$  weiterrotiert.

**§ 34. Der Kreisel.** Jeder freie oder höchstens in einem Punkte festgehaltene rotierende Körper wird als Kreisel bezeichnet. Die Drehung, die sog. Kreis-

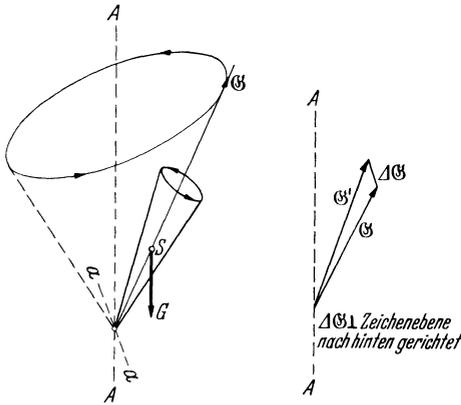


Abb. 50. Präzession eines Kreisels.

bewegung, erfolgt wie im vorhergehenden Paragraphen ausgeführt immer um ein durch den Schwerpunkt gehende Achse. Die Bewegung ist im allgemeinen sehr verwickelt, doch lassen sich die charakteristischen Erscheinungen schon am Sonderfall des rotationssymmetrischen Kreisels, der uns als Kinderkreisel bekannt ist, erkennen. Seine Figurenachse ist die Achse des größten Trägheitsmomentes, also eine stabile freie Achse, s. Abb. 50.

Die auffallendste Eigenschaft eines Kreisels ist sein Bestreben, die Richtung seiner Drehachse, genauer die des Drehimpulses festzuhalten. Das ist eine

Folge der sich jeder Richtungsänderung widersetzenen Trägheit rotierender Massen. Unterstützen wir einen Kreisel im Schwerpunkt oder hängen ihn kardanisch auf, so ist er den äußeren Kräften entzogen und behält, wenn er einmal

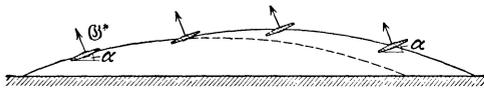


Abb. 51. Flugbahn einer Diskusscheibe (aus POHL: Mechanik).

um seine Figurenachse in Drehung versetzt worden ist, diese raumfest bei (Satz von der Erhaltung des Drehimpulses). So bleibt bei der in Drehung versetzten abgeschleuderten Diskusscheibe die Figurenachse raumfest, s. Abb. 51. Der Diskus erfährt daher im absteigenden Ast der Bahn wie eine Tragfläche mit dem Anstellwinkel  $\alpha$  einen Auftrieb und erreicht daher eine größere Flugweite.

Lassen wir auf einen Kreisel jetzt eine Kraft einwirken, so weicht er nicht in Richtung der Kraft, sondern senkrecht dazu aus. Sobald z. B. der Kreisel der Abb. 50 nicht genau senkrecht steht, übt die Schwerkraft ein Drehmoment aus, das den ruhenden Kreisel umkippen würde. Der rotierende Kreisel fällt jedoch nicht um, sondern weicht senkrecht zum einwirkenden Drehmoment aus und beschreibt eine sog. Präzessionsbewegung, wobei seine Figurenachse einen Kegelmantel mit  $O$  als Spitze umfährt. Das im Schwerpunkt  $S$  des Kreisels angreifende Gewicht  $G$  erzeugt ein Drehmoment  $\mathfrak{M}$  um die horizontale, zur Zeichenebene senkrechte Achse  $aa$ . Dieses während der kurzen Zeit  $\Delta t$  wirksame Moment erzeugt einen zusätzlichen Drehimpuls  $\Delta G$ . Dieser ist dem Drehmoment gleichgerichtet, also horizontal, und addiert sich geometrisch, s. Abb. 50, zum ursprünglichen Drehimpuls  $G$  des Kreisels, so daß nach der Zeit  $\Delta t$  der neue

Drehimpuls durch  $\mathcal{G}' = \mathcal{G} + \Delta\mathcal{G}$  gegeben ist. Da der Kreisel nur um seine Figurenachse rotieren kann, die Richtung der Figuren- oder Drehachse also stets mit der Richtung des Drehimpulses übereinstimmt, nimmt seine Achse jetzt die von der ursprünglichen Richtung  $\mathcal{G}$  abweichende neue Richtung  $\mathcal{G}'$  ein, sie hat sich also etwas nach hinten gedreht. Wirkt das Moment der Kraft  $G$  dauernd ein, so weicht die Kreiselachse dem einwirkenden Drehmoment stets senkrecht aus, beschreibt also die obige Präzessionsbewegung. Die Kreiselbewegung setzt sich also hier aus zwei Drehungen zusammen, der Drehung um die Figurenachse und der Drehung der Figurenachse um die Präzessionsachse  $AA$ . Die resultierende Drehung erfolgt um die ihre Richtung stets ändernde sog. momentane Drehachse.

Wir sehen, daß beim Einwirken eines Drehmomentes um die Achse  $aa$  die Kreiselachse sich der horizontalen etwas nähert ( $\mathcal{G}'$  schließt einen kleineren Winkel als  $\mathcal{G}$  mit  $\Delta\mathcal{G}$  ein), s. Abb. 50, d. h. die Drehachse sucht sich so einzustellen, daß sie mit der Achse des einwirkenden Drehmomentes (hier bestimmt durch  $\Delta\mathcal{G}$ ) einen möglichst kleinen Winkel bildet. Das ist das grundlegende Gesetz der Kreiselbewegung, mit dem man die Reaktion eines Kreisels auf ein äußeres Drehmoment jederzeit angeben kann.

Die Präzessionsgeschwindigkeit ist um so kleiner, je größer der Drehimpuls des Kreisels ist. Der Kreisel reagiert um so weniger auf äußere Kräfte, seine Achse ist um so störrischer, je schneller er rotiert. Die Kreiselachse wird durch den Drehimpuls also raumfest stabilisiert. Das ist die Folge der mit der Drehgeschwindigkeit ansteigenden Trägheitswirkung. So wie die eine Drehbewegung erzwingende Zentripetalkraft als Gegenkraft eine Zentrifugalkraft erfährt, so wirkt hier dem äußeren Drehmoment das Moment der Zentrifugalkräfte, das Kreiselmoment, entgegen. Bei dem Verschwinden des äußeren Drehmomentes verschwinden auch die Kreiselmomente, und der Kreisel rotiert mit fester Drehimpulsachse weiter.

Da der zusätzliche Drehimpuls  $\Delta\mathcal{G}$  senkrecht zum ursprünglichen Impuls  $\mathcal{G}$  steht, hat er nur dessen Richtung geändert. Ist  $\Delta\alpha$  der Winkel zwischen  $\mathcal{G}$  und  $\mathcal{G}'$ , so ist, s. Abb. 50,  $\Delta\mathcal{G} = \mathcal{G}\Delta\alpha = J\omega\Delta\alpha$ . Da ferner  $\Delta\mathcal{G}$  durch das Drehmoment festgelegt ist,  $\Delta\mathcal{G} = \mathfrak{M}\Delta t$ , folgt,  $\mathfrak{M} = \frac{\Delta\mathcal{G}}{\Delta t} = J\omega \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}$  oder die Präzessionsgeschwindigkeit  $\Delta\alpha/\Delta t$  ist um so kleiner, je größer der Drehimpuls  $J\omega$  des Kreisels ist.

In der Technik und im praktischen Leben spielen die Kreiselkräfte bei allen Richtungsänderungen von schnell umlaufenden Massen eine wesentliche Rolle. Bei einem in die Kurve gehenden Fahrzeug wird der Radsatz mit den rasch umlaufenden Rädern um die Vertikalachse gedreht. Die dabei auftretenden Kreiselkräfte suchen die Achse des Radsatzes aufzurichten. Das bedeutet einen Zusatzdruck auf das äußere Rad und eine Entlastung des inneren, wodurch das von den Zentrifugalkräften herrührende Kippmoment, s. § 25, noch verstärkt wird. Entsprechend kann eine plötzliche Unebenheit der Fahrbahn, die die Radachse kippt, bei großer Geschwindigkeit das Fahrzeug aus der geradlinigen Fahrtrichtung herausschleudern.

Beim Kreiselkompaß, der sich nur in der Horizontalebene drehen kann, sucht die Drehachse sich der Erdachse möglichst parallel zu stellen und strebt daher die Nord-Süd-Richtung an.

Die Möglichkeit des freihändigen Fahrens mit dem Fahrrad beruht auf den beim Kippen des Rades auftretenden Kreiselkräften.

Um das Überschlagen von Geschossen zu verhüten, gibt man ihnen mittels der in den Rohrlauf eingeschnittenen Züge einen Drehimpuls (Geschoßdrill) mit.

## IV. Allgemeine Gravitation.

§ 35. **Gravitationsgesetz.** Aus der Tatsache, daß alle Körper gleich schnell fallen, schließen wir auf eine nach ihrem Mittelpunkt gerichtete Anziehungskraft der Erde, die Schwerkraft, die der Masse der Körper proportional ist, vgl. § 10. NEWTON hat erkannt, daß nicht nur die Erde alle Körper auf ihrer Oberfläche anzieht, sondern daß überhaupt alle Massen, wo sie sich auch im Welt-raum befinden, mögen, sich gegenseitig anziehen. Die irdische Schwerkraft ist also nur ein Sonderfall der allgemeinen Massenanziehung oder Gravitation. Das von NEWTON aus den KEPLERSchen Gesetzen der Planetenbewegung, s. § 36, abgeleitete Gravitationsgesetz lautet:

$$K = f \cdot \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

oder die zwischen zwei Massen wirkende Anziehungskraft  $K$  ist dem Produkte der Massen  $m_1$  und  $m_2$  direkt und dem Quadrate ihrer Entfernung  $r$  umgekehrt proportional,  $f$  ist eine von der Beschaffenheit der Körper unabhängige Naturkonstante. Die Gravitationskonstante, ihr experimentell bestimmter Wert beträgt im CGS.-System  $6,68 \cdot 10^{-8} [\text{cm}^3 \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}]$ .

Es zieht also nicht nur die Erde alle Körper auf ihrer Oberfläche an, sondern es ziehen auch umgekehrt diese die Erde an und ebenso ziehen sich alle Körper auf der Erdoberfläche gegenseitig an. Allerdings sind diese Anziehungskräfte außerordentlich klein. Zwei Massen von je einem Gramm ziehen sich nach dem obigen Gesetz im Abstand von 1 cm mit der Kraft von  $6,68 \cdot 10^{-8}$  Dyn an. Das ist rund der  $10^{-10}$  Teil oder 1 Zehnmilliardstel der Kraft, mit der die Erde diese Grammstücke anzieht. Es ist daher nicht erstaunlich, daß der Nachweis der Gravitation irdischer Massen erst 100 Jahre nach NEWTON gelungen ist.

NEWTON hat sein Gravitationsgesetz zuerst aus Betrachtungen der Bewegung des Mondes um die Erde abgeleitet. Der Mond umkreist die Erde mit einem Bahnradius  $R = 60$  Erdradien. Dazu ist eine Radialkraft  $m r \omega^2$  oder eine Radialbeschleunigung  $b_r = r \omega^2$  nötig. Mit  $T = 1/n = 2\pi/\omega = 1$  Monat wird  $b = 0,27 \text{ cm/s}^2$ . (Aus der Ruhe losgelassen, würde also der Mond außerordentlich langsam auf die Erde zufallen,  $s = \frac{b^2}{2} t^2$ .)

Welche Kraft kann nun diese Beschleunigung hervorrufen? Das einfache Gewicht kann es nicht sein, da sonst  $b = 981 \text{ cm/s}^2$  wäre. Nun ist, wie NEWTON bemerkte,  $980/0,27 \approx 3600 \approx 60^2$ , das Gewicht des Mondes oder die von der Erde auf ihn ausgeübte Anziehungskraft daher keine Konstante, sondern offenbar umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung. Die Erdanziehung hängt also vom Abstände vom Erdmittelpunkt ab.

Kennt man aus Messungen die Gravitationskonstante  $f$ , so kann man aus der Gleichung  $m g = f m M / r^2$ <sup>1</sup> (Gewicht eines Körpers auf der Erdoberfläche gleich Anziehungskraft zwischen diesem Körper und der Erde), wo  $r$  der Erdradius = 6370 km ist<sup>1</sup>, die Masse  $M$  der Erde bestimmen. Es ergibt sich  $M = 6 \cdot 10^{21}$  Tonnen und für die Dichte  $\rho = 5,5 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$ . Da die mittlere Gesteinsdichte der festen Erdkruste nur 2,7 beträgt, müssen nach dem Erdinnern zu verhältnismäßig schwerere Stoffe vorhanden sein, vermutlich vorwiegend Eisen und Nickel.

Der regelmäßige Wechsel von Ebbe und Flut, die Gezeiten, sind eine Folge der Anziehung des Meerwassers durch Mond und Sonne und der Zentrifugalkräfte, die bei der Rotation der Erde um den gemeinsamen Schwerpunkt von Erde und Mond auftreten<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> Zwei Kugeln ziehen sich so an, als ob die Masse jeder Kugel im Schwerpunkt vereinigt wäre, so daß man für  $r$  einfach den Abstand der Mittelpunkte einsetzen kann.

<sup>2</sup> Durch die gegenseitige Massenanziehung wird der Mond zum Umlauf um die Erde gezwungen. Da hier ausschließlich innere Kräfte wirksam sind, muß der Schwerpunkt von Erde und Mond in Ruhe bleiben, vgl. § 24, das heißt, Erde und Mond rotieren um ihren gemeinsamen Schwerpunkt mit einer Umdrehungszeit von  $27\frac{1}{3}$  Tagen.

§ 36. **Planetenbewegung.** Die Gesetze der Planetenbewegung hat KEPLER<sup>1</sup> auf Grund astronomischer Beobachtungen, vor allem der von TYCHO DE BRAHE gewonnenen aufgestellt. NEWTON konnte dann später aus seinem Gravitationsgesetz diese Bewegungsgesetze unmittelbar ableiten. Die drei KEPLERSchen Gesetze lauten:

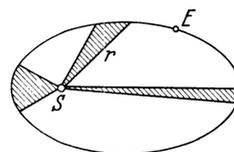


Abb. 52. Flächensatz.

1. Die Planeten bewegen sich auf Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.

2. Der von der Sonne nach einem Planeten zeigende Fahrstrahl überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen, s. Abb. 52, Satz von der Konstanz der Flächengeschwindigkeit oder Flächensatz.

3. Die Quadrate der Umlaufzeiten zweier Planeten verhalten sich wie die Kuben der großen Achsen ihrer Bahnellipsen.

Für die Hauptplaneten ist die Abweichung von der Kreisbahn sehr gering.

Der zweite Satz, der Flächensatz, gilt allgemein für jeden Körper, der sich ausschließlich unter dem Einfluß einer nach einem bestimmten Zentrum (Sonne) gerichteten Kraft bewegt. Er besagt, auf die Planetenbewegung angewandt, daß ein Planet in Sonnennähe schneller läuft als in den von der Sonne weiter abliegenden Bahnpunkten.

## D. Die mechanischen Eigenschaften der drei Aggregatzustände als Folge des molekularen Aufbaus der Materie und der molekularen Kräfte.

§ 37. **Vorbemerkung.** Nach der äußeren Erscheinungsform unterscheiden wir drei Aggregatzustände oder Formarten, in denen die Materie vorkommt, nämlich den festen, flüssigen und gasförmigen Zustand. Ein fester Körper hat immer eine bestimmte Gestalt und daher auch einen bestimmten Rauminhalt, d. h. er setzt einer Änderung seines Volumens wie seiner Gestalt einen Widerstand entgegen, er besitzt Form- und Volumenelastizität, s. §§ 43 u. 46. Ein flüssiger Körper hat zwar einen bestimmten Rauminhalt, aber keine feste Form, besitzt also nur Volumenelastizität. Die Flüssigkeit nimmt immer die Form des Gefäßes an, in das wir sie einfüllen. Ein Gas hat weder eine bestimmte Gestalt noch einen bestimmten festen Rauminhalt. Es füllt jeden Raum, den wir ihm zur Verfügung stellen, aus und wird nur durch äußeren Druck zusammengehalten.

Schon diese äußerlich feststellbaren Unterschiede sind die unmittelbare Folge der Tatsache, daß die Materie eine begrenzte Teilbarkeit besitzt, d. h. daß sie aus kleinsten Elementarteilchen, den Atomen und Molekülen aufgebaut ist und daß diese ferner in ständiger ungeordneter Bewegung begriffen sind und aufeinander Kräfte ausüben. Zahlreiche mechanische, elektrische und optische Eigenschaften materieller Körper lassen sich aus den Eigenschaften der Atome und Moleküle und ihrer gegenseitigen Wechselwirkung bzw. der dadurch bestimmten molekularen Struktur der Körper ableiten. Wir behandeln daher in einem besonderen Abschnitt zunächst die Moleküle und ihre wichtigsten Eigenschaften, vor allem die ungeordnete Molekularbewegung und die zwischenmolekularen Kräfte.

<sup>1</sup> JOHANNES KEPLER, 1571—1630, aus Württemberg, „Kaiserlicher Mathematikus“ in Prag, beschäftigte sich mit optischen Untersuchungen und vor allem mit der Beobachtung und Darstellung der Planetenbewegungen.

## I. Der molekulare Aufbau der Materie und die molekularen Kräfte.

**§ 38. Allgemeines über Moleküle.** Wie die tägliche Erfahrung lehrt, sind alle Körper teilbar, und zwar außerordentlich weitgehend. Man denke an die Zerlegung des Wassers in die kleinsten in Luft schwebenden Nebeltröpfchen oder an die besonders feine Verteilung von Riechstoffen in Luft. Man kann z. B. in einem Liter Luft noch  $2 \cdot 10^{-17} \text{ cm}^3$  Mercaptan nachweisen. Wäre alles Mercaptan in einem einzelnen Teilchen enthalten, so wäre dessen Durchmesser  $\sqrt[3]{2 \cdot 10^{-17}}$  oder etwa  $3 \cdot 10^{-6} \text{ cm}$ , bei Verteilung auf mehrere Tröpfchen noch kleiner. Jedenfalls liegt die Größe erheblich unter der Grenze der Sichtbarkeit im gewöhnlichen Mikroskop, die etwa  $10^{-4} \text{ cm}$  oder  $1/1000 \text{ mm}$  beträgt, s. § 179. Die Teilbarkeit geht aber nicht beliebig weit. Vielmehr findet sie, falls die chemischen Eigenschaften erhalten bleiben sollen, ihre Grenze bei den Grundbausteinen der Körper, bei den Atomen und Molekülen (über deren Dimensionen vgl. § 39).

Es gibt viele physikalische Erscheinungen, die nur durch die Annahme eines atomistischen Aufbaues der Materie zu verstehen sind. Wir werden ihnen bei der Besprechung der verschiedensten Gebiete der Physik begegnen. Doch ist der Atombegriff zuerst aus der chemischen Erfahrung abgeleitet worden<sup>1</sup>, seine physikalische Erweiterung kam erst später. Insbesondere war es das Gesetz der konstanten und multiplen Proportionen von DALTON, welches zeigte, daß jedes Element aus kleinsten einheitlichen und nicht weiter teilbaren Teilchen mit bestimmter Masse, den Atomen, bestehen müsse. Gehen Wasserstoff und Sauerstoff eine Verbindung ein, so vereinigen sich je zwei Wasserstoffatome mit einem Sauerstoffatom zu einem besonders festgefügtten Verband, dem Molekül  $\text{H}_2\text{O}$ . Diese Moleküle sind die kleinsten Teile, in die ein Körper ohne chemische Einwirkung und ohne seine chemischen Eigenschaften zu ändern, zerlegt werden kann. Bei den einatomigen Gasen, wie He und A, und ebenso bei den Metallen, enthält jedes Molekül nur ein Atom, hier werden also Molekül und Atom identisch. Ebenso finden wir als kleinste ohne chemischen Eingriff erhältliche Teilchen bei Metallen und Salzen die Atome bzw. Ionen, s. § 121. So stellen Moleküle bzw. Atome oder Ionen die Elementarbausteine dar, mit denen es der Physiker zu tun hat, solange er nicht die Atome selbst zerlegt, vgl. § 149 ff. Wir werden häufig alle drei Teilchenarten zusammenfassend als Moleküle bezeichnen.

Der Chemiker arbeitet nicht mit dem Gewicht der einzelnen Atome und Moleküle, sondern entsprechend der chemischen Erfahrung, wonach es nur auf die Gewichtsverhältnisse ankommt, mit größeren bequem wägbaren relativen Einheiten, den sog. Atom- und Molekulargewichten. Man bezieht die Atomgewichte auf das Atomgewicht des Sauerstoffes und setzt dessen Atomgewicht willkürlich gleich 16. Das Atomgewicht des Wasserstoffes ist dann 1, genauer 1,0081. Entsprechend versteht man unter einem Grammatom eines Stoffes nicht etwa das Gewicht des einzelnen Atoms in Gramm, sondern so viel Gramm des Stoffes, als sein Atomgewicht angibt. Die entsprechende Definition gilt für das Molekulargewicht oder Mol eines Stoffes. 1 Mol  $\text{O}_2$  enthält also 32 g, 1 Mol  $\text{N}_2$  28 g usw.

Die Zahl der in 1 Grammatom oder Grammmolekül enthaltenen Atome bzw. Moleküle läßt sich nicht mit chemischen, wohl aber mit physikalischen Methoden bestimmen, s. § 122 (wie ja überhaupt die weitere Entwicklung der Atomistik

<sup>1</sup> Der Gedanke, daß alle Stoffe sich aus Atomen zusammensetzen, ist zuerst von DEMOKRIT, etwa 400 v. Chr., geäußert worden, jedoch nur aus philosophischen Gründen und nicht auf Grund experimenteller Erfahrungen.

auf Grund physikalischer Erfahrungen erfolgte). Sie heißt die LOSCHMIDTSche Zahl  $N_L$  und hat den Wert  $6,02 \cdot 10^{23}$ . Da 1 g Wasserstoff  $N_L$  Wasserstoffatome enthält, ist die Masse eines H-Atomes  $1/6,02 \cdot 10^{23} \text{ g} = 1,67 \cdot 10^{-24} \text{ g}$ , die eines  $\text{H}_2$ -Moleküls das Doppelte und die eines O-Atomes  $16/N_L$  oder  $2,66 \cdot 10^{-23} \text{ g}$ .

**§ 39. Größe, Form und Kerngerüst der Moleküle.** Wenn wir Atome und kleine Moleküle auch im leistungsfähigsten Mikroskop, dem Elektronenmikroskop, vgl. § 179, nicht sehen können, so haben wir doch von ihrer Größe und Form sowie der Anordnung der Atomkerne innerhalb der Moleküle sehr gute Kenntnisse, die mit Hilfe der verschiedensten Methoden, vor allem Röntgenuntersuchungen, s. § 198, elektrischer und optischer Methoden, s. §§ 106, 188 u. 210, gewonnen worden sind. Wie wir in den §§ 206 ff. ausführen werden, besteht jedes Atom aus einem elektrisch positiv geladenen Kern, in dem praktisch seine ganze Masse konzentriert ist, und aus einer bestimmten Zahl von negativen Elektrizitätsatomen, den Elektronen, s. § 101, die den Kern wie eine Wolke, die sog. Elektronenwolke, umhüllen. Dieses ganze Gebilde wird durch elektrische Kräfte zusammengehalten und ist nach außen neutral. Die Durchmesser der Atome betragen einige Ångström-Einheiten, d. h. einige  $10^{-8} \text{ cm}$ . Der Durchmesser der Kerne ist im Vergleich dazu außerordentlich klein, nämlich von der Größenordnung  $10^{-12} \text{ cm}$ , so daß die Masse des Atoms auf einen winzigen Bruchteil des Atombereiches konzentriert ist. Ein Atom besitzt keine feste Oberfläche. Der Kern ist von Elektronen umgeben, die zwar ebenfalls außerordentlich klein sind, aber auf die Elektronenhülle anderer Atome sehr starke elektrische Abstoßungskräfte ausüben, so daß die Annäherung eines zweiten Atomes über eine bestimmte Grenze hinaus unmöglich ist, vgl. § 41. Daher besitzt jedes Atom trotz der Kleinheit seiner Bausteine eine verhältnismäßig große Raumerfüllung. Sagen wir, ein Atom besitzt einen Durchmesser von 3 Å, so heißt das, daß wir diesem Atom ein zweites gegen die Abstoßungskräfte nur bis auf 3 Å, gemessen von Atommittelpunkt zu Atommittelpunkt, d. h. von Kern zu Kern, nähern können. Dieses von den Elektronen erfüllte Gebiet, in das ein anderes Atom unter gewöhnlichen Umständen nicht eindringen kann, nennen wir seine Wirkungssphäre, s. Abb. 53. Nur sehr schnelle Elektronen, Protonen,  $\alpha$ -Teilchen oder Neutronen vermögen die Elektronenwolke zu passieren und werden erst in unmittelbarer Nähe des Kernes wesentlich beeinflußt, vgl. § 132 u. 206.

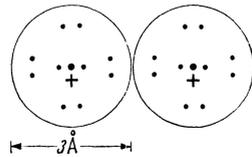


Abb. 53. Zwei Neon-Atome bei Berührung; Durchmesser der Wirkungssphäre  $\sim 3 \text{ Å}$ .

Die chemischen Kräfte, die die Atome im Molekülverband zusammenhalten, also die Valenzkräfte, sind ebenso wie die Kräfte zwischen Kern und Elektronen elektrischer Natur. Die Gravitationskräfte sind im Vergleich dazu verschwindend klein. So werden im  $\text{NaCl}$ -Molekül ein  $\text{Na}^+$ -Ion und ein  $\text{Cl}^-$ -Ion durch elektrostatische Kräfte zusammengehalten, sog. Ionenbindung oder heteropolare Bindung, s. Abb. 54a. Gehen zwei neutrale Atome, z. B. zwei Cl-Atome ein Bindung ein, so kommt es zu einer sehr starken gegenseitigen Durchdringung der Elektronenwolke und einer entsprechenden Annäherung der Atomkerne, s. Abb. 54b, man spricht von einer homöopolaren Bindung, die ebenfalls durch elektrische Kräfte bewirkt wird. Infolge der gegenseitigen Durchdringung kann

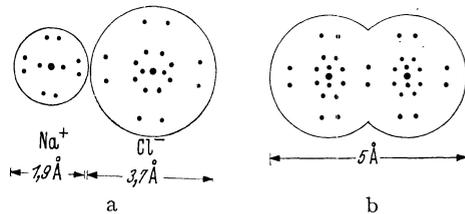


Abb. 54. a) Wirkungssphäre des  $\text{NaCl}$ -Moleküls, heteropolare Bindung; b) Wirkungssphäre des  $\text{Cl}_2$ -Moleküls, homöopolare Bindung.

man spricht von einer homöopolaren Bindung, die ebenfalls durch elektrische Kräfte bewirkt wird. Infolge der gegenseitigen Durchdringung kann

man die Raumerfüllung der Atome nicht mehr durch Kugeln, sondern nur noch durch Kalotten darstellen.

Genau so wie das einzelne Atom besitzt auch das Molekül eine Wirkungssphäre, in die andere Atome oder Moleküle nicht eintreten können. Innerhalb der Wirkungssphäre, die praktisch auch die Elektronenwolke umfaßt, sind sehr starke abstoßende Kräfte vorhanden, außerhalb haben wir schwächere und mit der Entfernung abnehmende Anziehungskräfte.

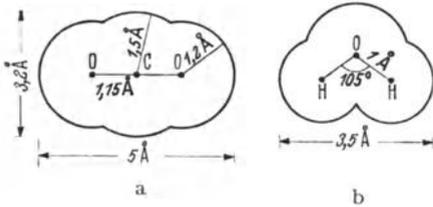
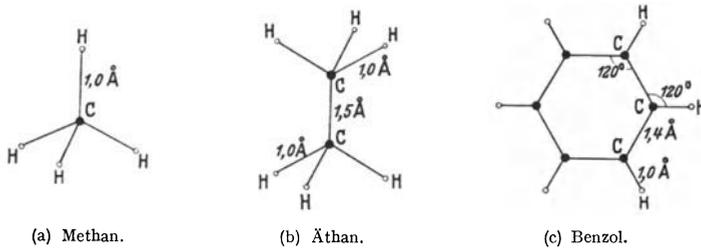


Abb. 55. Wirkungssphäre und Kerngerüst des (a)  $\text{CO}_2$ - und (b)  $\text{H}_2\text{O}$ -Moleküls.

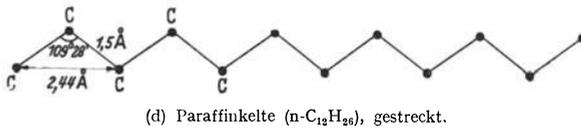
In den Abb. 55a u. b sind die Wirkungssphären und die Lagen der Atomkerne, d. h. das sog. Kerngerüst für das Kohlensäure- und Wassermolekül angegeben. Beim Wassermolekül liegen die drei Atomkerne nicht auf einer Geraden. Der Valenzwinkel, d. h. der Winkel zwischen den Valenzrichtungen vom O-Atom zu den H-Atomen ist nicht gestreckt, sondern beträgt



(a) Methan.

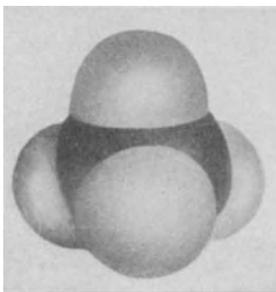
(b) Äthan.

(c) Benzol.

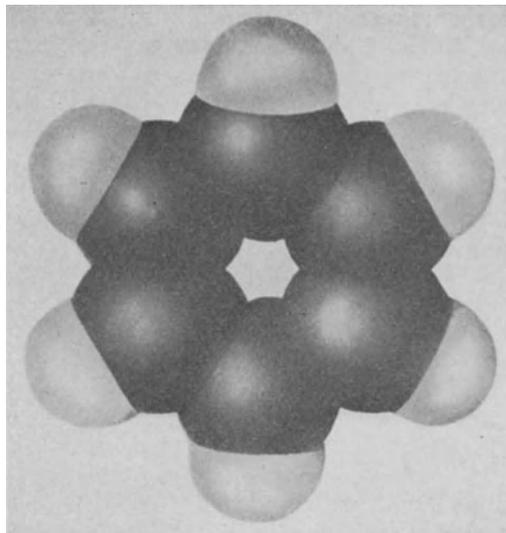


(d) Paraffinkette ( $n\text{-C}_{12}\text{H}_{26}$ ), gestreckt.

Abb. 56. Kerngerüste einiger Moleküle.



a



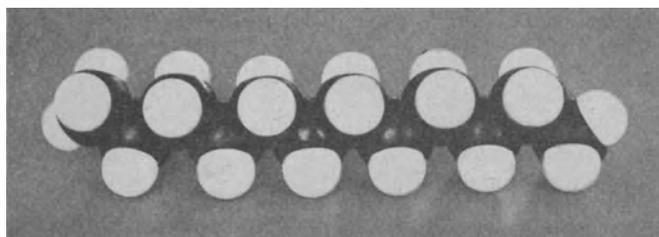
b

Abb. 57. Kalottenmodelle des (a) Methans und (b) Benzolmoleküls zur Darstellung der Raumerfüllung; Maßstab 100000000 : 1.\*

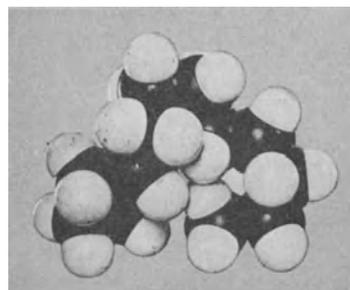
etwa  $105^\circ$ . In der folgenden Abb. 56a bis d geben wir für einige weitere Moleküle das Kerngerüst wieder. Beim Methan,  $\text{CH}_4$ , liegen die 4 H-Atome, genauer die H-Kerne, auf den Ecken eines regulären Tetraeders mit dem C-Atom in der Mitte. Die Valenzwinkel am

C-Atom betragen nicht nur hier, sondern überhaupt bei jedem vierwertigen Kohlenstoffatom etwa  $110^\circ$ . Beim Benzol,  $C_6H_6$ , bilden die C-Atome die Ecken eines ebenen regulären Sechsecks. In der Abb. 57a u. b finden sich Modelle des Methan- und Benzolmoleküls, die deren Raumerfüllung zeigen. Die weißen Kalotten geben die Wirkungssphäre der H-Atome, die schwarzen die der C-Atome wieder.

Im allgemeinen sind die Moleküle nicht starr, sondern beweglich. Betrachten wir ein Äthanmolekül,  $C_2H_6$ , s. Abb. 56b, so kann jedes H-Atom und jede  $CH_3$ -Gruppe um die Richtung des Valenzstriches C—H bzw. C—C rotieren, soweit nicht innermolekulare Kräfte diese Rotation beeinflussen und eventuell ganz aufheben. Bei größeren Molekülen, wie Butan,  $C_4H_{10}$ , Hexan,  $C_6H_{14}$ , usw.,



a



b

Abb. 58. Paraffinkette, gestreckte (a) und geknäuelte Form (b); Kalottenmodell des n-Dodekans  $C_{12}H_{26}$ , Maßstab 50000000:1.

also bei den Paraffinen, s. Abb. 56d, entstehen infolge dieser Drehbarkeit um die Valenzrichtungen sehr bewegliche Gebilde, die alle möglichen Formen annehmen können, s. Abb. 58a u. b.

Solche lange bewegliche Moleküle, wie die Paraffine, bezeichnet man als Kettenmoleküle. Wichtige natürliche und synthetische Körper (Kunststoffe), wie Kautschuk, Zellulose, überhaupt alle Textilfasern, bestehen aus solchen Kettenmolekülen, die noch vielfältig miteinander verknüpft sein können. Bei zwei- und dreidimensionaler Verknüpfung der einzelnen Glieder erhält man Kunstharze aller Art.

**§ 40. Die Molekularbewegung.** Alle Moleküle sind ständig in unregelmäßiger Bewegung begriffen. Die Energie dieser ungeordneten Wärmebewegung macht, wie wir später in § 70 sehen werden, den Wärmehalt der Körper aus. Eine besonders eindrucksvolle Vorstellung von dieser Wärmebewegung vermittelt uns die sog. BROWNSche Bewegung. Betrachtet man eine Lösung mit sehr kleinen Teilchen (z. B. kolloidale Lösung) unter dem Mikroskop, so sieht man, wie diese Teilchen eine wimmelnde Bewegung ausführen, d. h. sich ständig unregelmäßig hin- und herbewegen. Diese mikroskopische Zitterbewegung erfolgt von selbst und hört nie auf. Je kleiner die Teilchen sind, um so lebhafter bewegen sie sich. Die Erscheinung beruht darauf, daß die Teilchen ständig unzählige Stöße von den umgebenden viel kleineren Flüssigkeitsmolekülen erfahren. Diese Einzelstöße können wir nicht beobachten. Nur wenn ein Teilchen von den vielen aufprallenden Molekülen zufällig einmal in einer Richtung wiederholt besonders stark angestoßen wird, erleidet es eine kleine Verschiebung. Da die Flüssigkeitsmoleküle dicht gepackt sind, also höchstens Strecken von der Größe der Atomdurchmesser ohne Stoß zurücklegen können, beschreiben die Teilchen Zickzackwege von ebenso kleinen Stücken, die sich erst im Laufe der Zeit so weit aufsummieren, daß die Verschiebung sichtbar wird. In der Abb. 59 sehen wir die Bewegung eines Teilchens von etwa  $5 \cdot 10^{-5}$  cm Durchmesser, dessen Lage alle 30 s ausgemessen wurde. Diese Punktlagen sind willkürlich durch gerade Linien verbunden. In Wirklichkeit liegt ja zwischen den einzelnen Beobachtungspunkten eine sehr komplizierte Zickzackbahn.

Die Abb. 59 zeigt uns auch, wie die Teilchen, wenn wir nur lange genug warten, auch größere Strecken zurücklegen und so auch in Gebiete vordringen oder diffundieren, in denen sie vorher nicht anzutreffen waren. Infolge ihrer Eigenbewegung streben also die Teilchen, jeden zugänglichen Raum gleichmäßig zu erfüllen. Die Diffusion ist also eine notwendige Folge der Brownschen Bewegung. Infolge der dichten Packung der Moleküle erfolgt die Diffusion in Flüssigkeiten außerordentlich langsam, wie folgender Versuch zeigt. In einen Zylinder füllen wir Wasser, dem etwas Tusche zugesetzt ist, und schichten darüber vorsichtig reines Wasser, so daß eine scharfe Grenze entsteht. Trotzdem die Tuscheteilchen schwerer als Wasser sind, diffundieren sie allmählich nach oben, die Grenze verschiebt sich und wird gleichzeitig unscharf, doch dauert es unter Umständen Tage, bis dieser Diffusionsvorgang zu sehen ist.

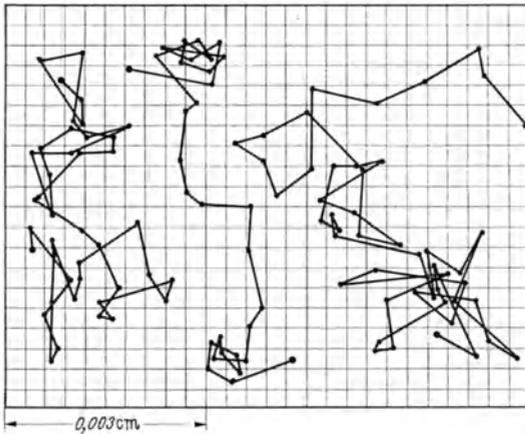


Abb. 59. Brownsche Bewegung eines Teilchens von  $5 \cdot 10^{-5}$  cm Durchmesser, alle 30 s ausgemessen.

zeitig unscharf, doch dauert es unter Umständen Tage, bis dieser Diffusionsvorgang zu sehen ist.

Sind zwei Räume durch eine poröse Zwischenwand getrennt, so diffundieren kleine Teilchen und Moleküle infolge ihrer Eigenbewegung auch durch die Wand, zwischen der freien Diffusion und der Diffusion durch poröse Wände besteht also kein wesentlicher Unterschied.

**§ 41. Einiges über die zwischenmolekularen Kräfte.** Moleküle und Atome hängen miteinander zusammen und bilden feste und flüssige Körper. Flüssigkeiten können an festen Oberflächen haften. Bei der Zerteilung eines Körpers müssen wir einen oft beträchtlichen Widerstand überwinden. Diese und andere Erfahrungen zeigen uns unmittelbar, daß zwischen den Molekülen Anziehungskräfte vorhanden sind. Aus der Tatsache, daß wir bei der Kompression von festen und flüssigen Körpern erhebliche Kräfte aufwenden müssen, erkennen wir weiter, daß auch Abstoßungskräfte vorhanden sind, die eine beliebige Annäherung der Moleküle verhindern. Wir wissen heute auf Grund von verschiedensten Erfahrungen, daß im Abstand von einigen Moleküldurchmessern die Anziehungskräfte praktisch verschwunden sind. Rücken die Moleküle einander näher, so wachsen die Anziehungskräfte allmählich an und ermöglichen, falls die Temperaturbewegung nicht zu groß ist, den flüssigen bzw. den festen Zustand. Packen wir die Moleküle immer dichter und dichter, so machen sich von einem bestimmten Abstände ab die Abstoßungskräfte bemerkbar. Diese werden sehr schnell außerordentlich groß und setzen der weiteren Annäherung eine praktische Grenze. Daher besitzen Moleküle eine recht gut definierte Wirkungssphäre.

Diese zwischen den Molekülen wirkenden Anziehungs- und Abstoßungskräfte fassen wir unter dem Namen zwischenmolekulare Kräfte (gelegentlich auch als van der Waalssche Kräfte bezeichnet) zusammen. Sie sind wie die Kräfte, die zur chemischen Bindung führen, elektrischer Natur, nur wesentlich schwächer. Die Anziehungskräfte zwischen den Molekülen ein und desselben Körpers bezeichnet man auch als Kohäsionskräfte, die Kräfte zwischen den Molekülen

Die Diffusion ist also eine notwendige Folge der Brownschen Bewegung. Infolge der dichten Packung der Moleküle erfolgt die Diffusion in Flüssigkeiten außerordentlich langsam, wie folgender Versuch zeigt. In einen Zylinder füllen wir Wasser, dem etwas Tusche zugesetzt ist, und schichten darüber vorsichtig reines Wasser, so daß eine scharfe Grenze entsteht. Trotzdem die Tuscheteilchen schwerer als Wasser sind, diffundieren sie allmählich nach oben, die Grenze verschiebt sich und wird gleich-

verschiedener Körper als Adhäsionskräfte. Auf den Adhäsionskräften beruht das Schreiben mit Kreide, Bleistift und Tinte auf geeigneten Unterlagen, d. h. solchen mit genügend starken Haftkräften. Auf fettigem Papier haftet z. B. Tinte nicht. Ziehen wir einen Glasstab aus dem Wasser, so beweist der daran hängende Tropfen das gleichzeitige Vorhandensein von Adhäsions- und Kohäsionskräften. Sorgfältigst geschliffene und gereinigte Glasplatten können so fest aneinander haften, daß man auf diesem Wege Küvetten ohne Kitt herstellt. Weitere auf der Kohäsion und Adhäsion beruhende Erscheinungen werden wir in den §§ 50 und 51 kennenlernen.

Das Zusammenspiel der Eigenbewegung der Moleküle und der zwischenmolekularen Kräfte, d. h. der kinetischen und potentiellen Energie der Moleküle, bestimmt den Aggregatzustand. Bei jedem Körper ist oberhalb einer bestimmten Temperatur, der kritischen Temperatur, s. § 93, die kinetische Energie so groß, daß die Moleküle auseinanderfahren können (Gaszustand). Unterhalb dieser Temperatur wird von einer bestimmten Verdichtung ab die Bewegung der Moleküle durch die zwischenmolekularen Kräfte so weit gehemmt, daß Verflüssigung eintritt. Erniedrigen wir die Temperatur noch mehr, so wird die Eigenbewegung noch weiter eingeschränkt, bis schließlich jedes Molekül einen bestimmten Platz erhält und der Körper fest wird, s. § 42.

## II. Der feste Körper.

§ 42. **Molekularer Bau, Kristallgitter.** Viele feste Stoffe bilden schon äußerlich regelmäßige durch ebene Flächen begrenzte Körper, sog. Kristalle. So bilden Steinsalz oder Flußspat Würfel, Gold Oktaeder, Quarz sechseckige Säulen, s. Abb. 60. Die Spaltbarkeit eines Steinsalzkristalles geht den Würfelflächen parallel, so daß man beim Zerschlagen des Kristalls wieder Würfel oder Quader erhält. Die in der Natur vorkommenden Kristalle besitzen meist stark verzerrte Formen, wobei aber die Flächenwinkel erhalten bleiben, also dieselben wie beim idealen Kristall sind.

Die Bildung geometrisch wohldefinierter Kristallformen hat ihre Ursache in der inneren regelmäßigen Anordnung der Elementarbausteine. Mit Hilfe von Röntgenstrahlen ist es gelungen, nachzuweisen, daß im festen Körper die Atome eine erstaunlich regelmäßige Anordnung, ein sog. Raumgitter oder Kristallgitter bilden (vgl. § 198). In einem solchen Gitter wiederholt sich, wenn wir in einer bestimmten, oder in einer dazu parallelen Richtung fortschreiten, die gleiche Anordnung immer wieder. Wir können uns also das ganze System von geordneten Atomen als eine Aneinanderreihung von kleinsten Zellen oder Elementarbereichen oder als eine Folge von parallelen Gitterebenen oder Netzebenen auffassen. Abb. 61 zeigt das Raumgitter des Steinsalzes, die Punkte und Kreise geben die Lage der Atomkerne an. Die Atome selbst berühren sich im festen Zustande unmittelbar, vgl. Abb. 62. Die geometrische Anordnung, d. h. der Gittertypus wird durch das stöchiometrische Mengenverhältnis, die Größe und Form der Atome sowie durch die atomaren Kräfte bestimmt.

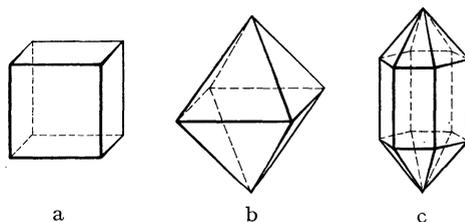


Abb. 60. Ideale Kristallformen. (a) Würfel, Steinsalz; (b) Oktaeder, Diamant, Gold; (c) Hexagonale Säule, Quarz.

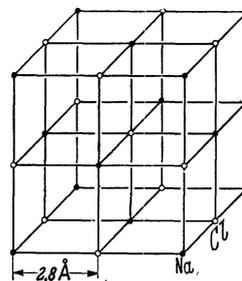


Abb. 61. Steinsalzgitter, Lage der Atomkerne von  $\text{Na}^+$  und  $\text{Cl}^-$ .

Im Steinsalzgitter besetzen die Na-Ionen die Ecken von Würfeln. Weitere Na-Ionen liegen in den Mitten der Seitenflächen. Dasselbe gilt für die Cl-Ionen. In den Netzebenen wechseln Na- und Cl-Ionen ab. Jedes Na-Ion ist von 6 Cl-Ionen umgeben und ebenso jedes Cl-Ion von 6 Na-Ionen. Der Kristall wird also durch dieselben elektrostatischen Kräfte zusammengehalten wie die Ionen in einem einzelnen NaCl-Molekül. Infolgedessen sind die Elementarbausteine des Kristalls nicht mehr die NaCl-Moleküle, sondern  $\text{Na}^+$ - und  $\text{Cl}^-$ -Ionen. Man spricht daher von einem Ionengitter und faßt den Kristall als ein einziges Riesemolekül  $(\text{NaCl})_n$  auf. In vielen Fällen, vor allem bei organischen Körpern, bleibt der Molekülverband auch im Kristall erhalten, sog. Molekülgitter. Ein solches Gitter wird durch die zwischenmolekularen Kräfte, die viel schwächer als die chemischen Bindungskräfte sind, zusammengehalten.



Abb. 62. Raumerfüllung der Na- und Cl-Ionen im Steinsalzgitter; die großen Kugeln sind die Cl-Ionen (aus von LAUE: Röntgeninterferenzen).

Die gesetzmäßige Gitterstruktur ist ein wesentliches Merkmal des festen Zustandes, den wir deshalb auch als den kristallinen bezeichnen. Die meisten festen Körper, z. B. Metalle, bilden allerdings keine einheitlichen Kristalle. Sie bestehen vielmehr meist aus einer Anhäufung von kleinsten wirt durcheinander liegenden Kriställchen, sie bilden ein sog. kristallines Gefüge, dessen Korngröße und Struktur wesentlich von der mechanischen

und thermischen Vorbehandlung des Materials abhängt.

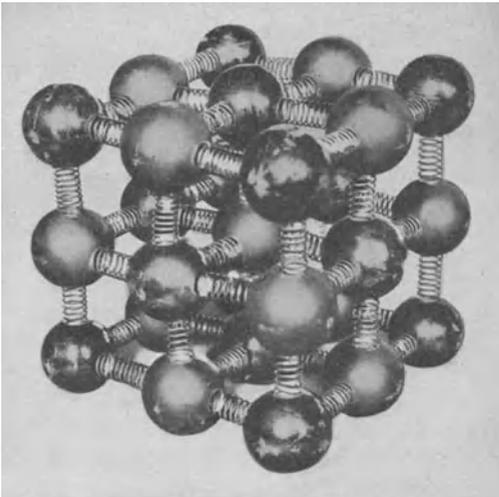


Abb. 63. Kraftmodell des Steinsalzgitters; die Federn veranschaulichen die Wirkung der elektrischen Kräfte.

Im Kristallgitter wird jedes Atom, Ion oder Molekül durch das elektrische Kraftfeld seiner Nachbarn wie durch elastische Federn, s. Abb. 63, auf einem bestimmten Platz festgehalten. Die Eigenbewegung der Moleküle ist so weit eingeschränkt, daß jedes Elementarteilchen nur noch Schwingungen um seine Gleichgewichtslage ausführen kann. Die Energie dieser Schwingungen, die sowohl kinetische wie potentielle Energie enthält, macht den Wärmeinhalt des Kristalles aus. Ganz selten kommt es vor, daß die Schwingungsenergie so groß wird, daß das Teilchen nicht mehr in die Gleichgewichtslage zurückkehrt und mit einem Nachbarn den Platz wechselt. Infolge solcher

Platzwechsel gibt es auch im festen Körper Diffusionserscheinungen, nur werden diese erst nach außerordentlich langen Zeiten merklich. Mit wachsender Temperatur werden die Amplituden und die gegenseitigen Störungen der Atome größer und größer. Schließlich bricht das ganze wohlgeordnete Gitter zusammen, der Kristall schmilzt.

Neben den festen kristallinen Körpern gibt es solche, deren Atome kein wohlgeordnetes Raumgitter bilden, wir nennen sie amorph, zu ihnen gehören Glas und ferner z. B. Kautschuk sowie alle Arten von natürlichen oder künstlichen Harzen.

Da im Gegensatz zu den festen kristallinen Körpern die amorphen keinen festen Schmelzpunkt mit einer definierten Schmelzwärme besitzen, sondern allmählich erweichen, ist es

richtiger, sie als unterkühlte Flüssigkeiten zu betrachten, deren innere Reibung so groß geworden ist, daß sie praktisch fest sind. Die Eigenbewegung der Moleküle ist so weit eingeschränkt („eingefroren“), daß die Moleküle sich in endlicher Zeit nicht mehr in ein streng geordnetes Gitter einreihen können. Es ist diejenige Ordnung eingefroren oder fixiert worden, die die Moleküle zuletzt in der noch leicht beweglichen Flüssigkeit hatten, vgl. auch § 46. Man kann daher den amorphen festen Körper als eine Flüssigkeit mit erstarrter Struktur auffassen.

**§ 43. Elastizität.** Setzen wir einen festen Körper unter Druck, so treten Form- und Volumenänderungen auf. Durch die Verschiebung der Atome und Moleküle aus ihren ursprünglichen Gleichgewichtslagen werden innere sog. elastische Kräfte ausgelöst, die diese Veränderungen rückgängig zu machen suchen. Dabei wird der Körper so weit zusammengepreßt, bis die rücktreibenden elastischen Kräfte den äußeren das Gleichgewicht halten. Der Körper verhält sich also so, als ob seine Atome durch elastische Federn miteinander verbunden wären, s. Abb. 63. In Wirklichkeit sind aber, wie wir schon wissen, diese Federkräfte nicht mechanischer, sondern elektrischer Natur.



Abb. 64. Zum Gleiten zweier Netzebenen: *I* elastische, *II* plastische Verformung.

Nimmt der Körper nach dem Verschwinden der äußeren Kräfte unter dem Einfluß der elastischen Kräfte wieder seine ursprüngliche Gestalt an, so nennen wir ihn elastisch. Die Formänderung geht aber nur so lange zurück, als die deformierenden Kräfte unter einer gewissen Größe bleiben. Übersteigen sie diese Größe, die sog. Elastizitätsgrenze, so bleibt die Formänderung zum Teil oder ganz bestehen. Kommt es dabei zu einer Rückbildung, so erfolgt diese im übrigen nicht sofort, sondern nur ganz allmählich, sog. elastische Nachwirkung. Betrachten wir nun die Atome zweier benachbarter Netzebenen, s. Abb. 64, so federn bei kleinen Verrückungen (kurzer Pfeil) die Atome wieder in ihre Gleichgewichtslage zurück, Fall *I*. Werden die Kräfte jedoch sehr groß, so gleiten die Atome der oberen Netzebene über die der unteren hinweg und können dabei immer wieder in neue Gleichgewichtslagen einschnappen (lange Pfeile), Fall *II*. In anderen Worten, der Körper gibt den äußeren Kräften nach und wir erhalten eine bleibende Formänderung, er fließt oder wird plastisch, vgl. auch § 44.

In ihrem elastischen Verhalten zeigen die Stoffe sehr beträchtliche Unterschiede. Eine große Elastizität besitzt Stahl. Stoffe, bei denen schon sehr kleine Kräfte bleibende Formänderungen hervorrufen, wie Blei, Ton oder Wachs nennen wir unelastisch oder plastisch. Absolut elastische und unelastische Körper gibt es nicht.

Wir belasten nun einen oben eingeklemmten Draht oder Stab mit verschiedenen Gewichten und messen seine Dehnung. Dabei ergibt sich, daß für kleine Längenänderungen  $\Delta l$  diese der einwirkenden Kraft  $K$  sowie der Länge  $l$  des Drahtes proportional, seinem Querschnitt  $F$  jedoch umgekehrt proportional sind, also

$$\Delta l = \frac{1}{E} \frac{Kl}{F}.$$

$E$  ist der Elastizitätsmodul.

In der Technik ist es üblich, die Länge in Metern, den Querschnitt in  $\text{mm}^2$  und die Kraft in  $\text{kg}^*$  anzugeben. Schreiben wir die obige Gleichung  $E \frac{\Delta l}{l} = \frac{K}{F}$ , so erkennen wir, daß ein Tausendstel des Elastizitätsmoduls die Kraft angibt, die einen Draht von einem Meter Länge und  $1 \text{ mm}^2$  Querschnitt um einen Millimeter dehnt. An Stelle von  $E$  wird oft auch der Kehrwert  $\epsilon = 1/E$  benutzt und als Dehnungszahl bezeichnet.

Dieses Hooke'sche Gesetz gilt sowohl beim Dehnen wie beim Zusammen-drücken, d. h. sowohl für eine Belastung auf Zug wie auf Druck (Zug- bzw. Druckkraft pro Flächeneinheit  $K/F$ , s. § 48), jedoch nur so lange als die Belastung eine bestimmte Grenze, die wir sinngemäß als Proportionalitätsgrenze bezeichnen, nicht überschreitet.

Da ein elastischer Körper durch eine äußere Kraft so weit deformiert wird, bis die rück-treibenden elastischen Kräfte den ersteren das Gleichgewicht halten, sind die elastischen Kräfte selbst den Deformationen, d. h. den Verrückungen aus den Gleichgewichtslagen pro-portional, es gilt also für sie das lineare Kraftgesetz, vgl. § 27.

In der Tab. 2 sind die elastischen Konstanten einiger Materialien angegeben. Als Elasti-zitätsgrenze ist die Kraft, bei der eine merkliche bleibende Deformation ( $\approx 0,01\%$ ) eintritt, angegeben.

Tabelle 2. Elastische Konstanten einiger Stoffe.

Stoff	$E$ in $\text{kg/mm}^2$	Elastizitätsgrenze $\text{kg/mm}^2$	Zugfestigkeit $\text{kg/mm}^2$
Aluminium . . . . .	7 000	—	20—30
Blei . . . . .	1 500	0,25	2
Stahl . . . . .	20 000	30	40—80
Spezialstähle bis . . . . .	150 000	—	bis 200
Glas . . . . .	6 000	—	4—9
Eichenholz, Längsrichtung . . . . .	1 000	—	9
Vulkanisierter Gummi . . . . .	0,1	—	1,5
Hartgummi . . . . .	250	—	7
Kunstharze . . . . .	200—1300	—	3—10

Dehnen wir einen Stab, so ist mit der Dehnung eine Verminderung des Quer-schnittes, eine sog. Querkontraktion verbunden, durch welche die durch die Dehnung erzwungene Volumenvergrößerung ganz oder teil-weise rückgängig gemacht wird.

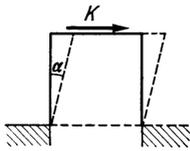


Abb. 65. Scherung.

Von Bedeutung ist noch die Beanspruchung eines Körpers auf Schub oder Scherung, bei der ein Teil desselben über einen anderen hinweggeschoben wird. Spannen wir einen quaderförmigen Körper unten ein und lassen auf die obere Fläche eine Kraft parallel zur Fläche, eine sog. Scherkraft angreifen, s. Abb. 65, so wird die obere Fläche parallel zu sich selbst verschoben und die Seitenflächen erfahren eine Drehung um den Winkel  $\alpha$ , die wiederum proportional der Kraft pro  $\text{cm}^2$  ist, also  $\alpha = K/GF$ , wobei  $G$  der sog. Schub-, Scherungs- oder Torsionsmodul ist. Eine Scherung liegt z. B. vor, wenn ein eingeklemmter Draht verdreht oder tordiert wird.

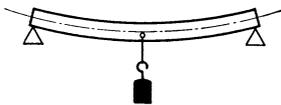


Abb. 66. Biegung.

Bei der Biegung wird ein Körper auf der nach außen gekrümmten Seite gedehnt, auf der anderen zusammengedrückt, vgl. Abb. 66. Dazwischen gibt es eine Zone, die sog. neutrale Zone, die überhaupt nicht beansprucht wird. Die Durchbiegung hängt nicht nur vom Elastizitäts-modul, sondern noch wesentlich von der Form des Querschnittes ab. Um mit möglichst wenig Material eine möglichst hohe Biegefestigkeit zu erzielen, wendet man z. B. die „T-Form“ an. Die Röhrenknochen der Tiere und die Federkiele der Vögel haben in Anbetracht ihrer Leichtigkeit eine außerordentliche Festigkeit.

**§ 44. Festigkeit und Härte.** Wie wir gesehen haben, ist das Hooke'sche Gesetz nur bis zu einer bestimmten Grenze, der Proportionalitätsgrenze erfüllt. Außerdem geht von einer bestimmten Grenze ab, der Elastizitätsgrenze, die aber mit der Proportionalitätsgrenze nicht zusammenfallen braucht, auch die Verlängerung nach der Entlastung nicht mehr zurück. Oberhalb der Proportio-nalitätsgrenze wächst die Dehnung stärker als der Proportionalität entspricht,

der Widerstand des Körpers gegen Längenänderungen nimmt ab. Schließlich beginnt von einer bestimmten Kraft, der sog. Fließ- oder Streckgrenze an der Körper sich bei konstanter Kraft, also ohne Vergrößerung des Zuges um einen bestimmten Betrag zu strecken oder zu fließen. Das Material wird plastisch. Steigert man die Spannung weiter, so tritt eine Einschnürung ein, und kurz darauf reißt der Stab. Die Belastung, bei der der Stab zu Bruche geht, heißt die Zugfestigkeit. Stoffe, die vor dem Zerreißen einen Fließbereich aufweisen, nennen wir zähe. Im Gegensatz dazu nennen wir Körper, die bei der Überschreitung der Festigkeitsgrenze ohne zu fließen plötzlich in Stücke springen, wie Glas oder Gußeisen, spröde. Da diese Stoffe gleichzeitig für sehr kleine Dehnungen elastisch sind, schließen sich Sprödigkeit und Elastizität nicht aus.

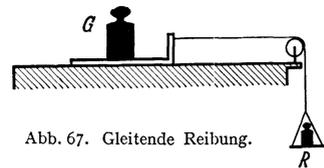
Bei wechselnder, sei es stoßweiser oder periodischer Belastung (etwa durch Schwingungen) liegen die Bruchgrenzen erheblich tiefer als bei konstanter Beanspruchung. Außerdem kann ein zäher Stoff wie Asphalt bei schlagartiger Belastung spröde wie Glas splintern, vgl. dazu auch § 46.

Die nach Überschreitung der Streckgrenze bei zähen Metallen eintretende Plastizität ermöglicht ihre Bearbeitung durch Walzen, Ziehen, Hämmern usw., sog. „kalt Recken“. Dabei kommt es zu einer erheblichen Verfestigung des Materials, indem im Innern der Kristalle Verschiebungen längs bestimmter kristallographischer Ebenen, der Gleitebenen, vor sich gehen, die zu einer gestreckteren Gestalt der Kristallite führen. Die Festigkeit eines Materials hängt überhaupt sehr stark von dem inneren Gefüge des Stoffes ab.

**Härte:** Unter der Härte eines Körpers versteht man den Widerstand, den er dem Eindringen eines anderen, z. B. einer in ihn eingedrückten Spitze, Schneide oder Kugel entgegensetzt. Vor allem in der Mineralogie ordnet man die Stoffe nach ihrer Härte in einer Reihe derart, daß jeder Stoff von den nachfolgenden geritzt wird. Diese rein empirisch aufgestellte sog. MOHRsche Härteskala umfaßt die Reihe: 1. Talg, 2. Gips, 3. Kalkspat, 4. Flußspat, 5. Apatit, 6. Feldspat, 7. Quarz, 8. Topas, 9. Korund, 10. Diamant. In der Technik benutzt man die Kugeldruckprobe, indem man eine gehärtete Stahlkugel auf eine ebene polierte Fläche des Werkstoffs preßt und den Durchmesser des zurückbleibenden Kreises mißt, sog. Brinellhärte.

**§ 45. Reibung fester Körper.** Bei allen Bewegungsvorgängen haben wir bisher die Reibung außer acht gelassen. Wir wissen jedoch aus der täglichen Erfahrung, daß jeder bewegte Körper, auf den keine Kraft einwirkt, z. B. eine angestoßene Kugel auf horizontaler Ebene, trotz seiner Trägheit allmählich zur Ruhe kommt. Ein Fahrzeug kann auch bei einer ständig einwirkenden Antriebskraft nur eine bestimmte Höchstgeschwindigkeit erreichen, die Beschleunigung wird also mit wachsender Geschwindigkeit kleiner. Es muß daher eine hemmende Gegenkraft vorhanden sein. Diese Kraft, die immer die Geschwindigkeitsunterschiede zwischen aneinander vorbeigleitenden Körpern auszugleichen sucht, nennen wir Reibung. Hat der Körper seine konstante Endgeschwindigkeit erreicht, so halten sich die Reibungs- und die Antriebskräfte gerade im Gleichgewicht.

Bei der in Abb. 67 wiedergegebenen Anordnung, mit der man die Reibung eines mit konstanter Geschwindigkeit über eine horizontale Unterlage hinweggleitenden Körpers untersuchen kann, ist die Antriebskraft das Gewicht  $R$ . Der Versuch lehrt, daß die Reibungskraft dem Gewicht  $G$  des gleitenden Körpers proportional ist, dagegen bei sonst gleichen Bedingungen von der Größe der einander berührenden Flächen unabhängig ist, allerdings nur bei der hier betrachteten trockenen Reibung.



Die Ursache der Reibung ist zum Teil die unvermeidliche Rauigkeit auch der bestpolierten Ebenen. Beim Hinweggleiten werden diese Unebenheiten teils

verbogen oder abgescheuert, teils muß beim horizontalen Gleiten der eine Körper über diese Hindernisse immer wieder hinweggehoben werden. Dadurch erklärt sich das Anwachsen der Reibungskraft mit dem Gewicht des bewegten Körpers. Die weitgehende Unabhängigkeit von der Berührungsfläche rührt daher, daß die Berührung immer nur an wenigen Punkten stattfindet. Auch die molekularen Kräfte spielen bei der Reibung eine wesentliche Rolle. Ebnet und reinigt man zwei Platten mit größter Sorgfalt, so wird die Reibung nicht kleiner, sondern besonders groß, so daß die Platten infolge der Adhäsionskräfte sogar außerordentlich fest aneinander haften können.

Die Wirkung der Unebenheiten und der Adhäsionskräfte kann man durch die Anwendung von Schmiermitteln herabsetzen. Dabei bilden die ersten molekularen Schichten der schmierenden Flüssigkeit einen an den Wänden fest haftenden „Ölfilm“ und verhindern damit die unmittelbare Berührung der festen Flächen, d. h. die das Material verschleißende trockene Reibung. Bewegungshindernd ist dann nur noch die sog. innere Reibung innerhalb des flüssigen Schmiermittels, s. § 56. Infolge davon wird dann der Reibungswiderstand den Flächen und den Geschwindigkeiten proportional.

Je nachdem, ob zwei Körper aufeinander gleiten oder rollen spricht man von gleitender oder rollender Reibung. Die letztere ist wesentlich kleiner. Daher verwandelt man die gleitende Reibung in Achsen durch Anwendung von Kugellagern in eine rollende.

Die durch die Reibung aufgezehrte kinetische Energie der bewegten Körper wird in ungeordnete kinetische Energie der Moleküle, d. h. in Wärme umgewandelt. Daher bedeutet Reibung bei jeder Maschine einen sehr unerwünschten, aber leider nie ganz vermeidbaren Verlust an mechanischer Energie. Trotzdem ist die Reibung eine geradezu lebensnotwendige Begleiterscheinung. Ohne Reibung würden wir auf ebener oder abschüssiger Strecke nicht anhalten können, Gehen oder Fahren wären unmöglich. Nur die Reibung ermöglicht das Abstoßen des Körpers nach vorn oder das Abrollen der Räder einer Lokomotive auf den Schienen.

### III. Ruhende Flüssigkeiten.

**§ 46. Allgemeines, Bewegungs- und Ordnungszustand der Moleküle in Flüssigkeiten.** Flüssigkeiten unterscheiden sich von festen Körpern im wesentlichen durch die leichte Verschieblichkeit der Teilchen. Jeder feste Körper setzt einer Formänderung Kräfte, die sog. elastischen Kräfte entgegen. Bei einer Flüssigkeit braucht man zu einer Formänderung überhaupt keine Arbeit aufzuwenden, wenn die Formänderung nur genügend langsam erfolgt. Flüssigkeiten besitzen also im Gegensatz zu festen Körpern keine Formelastizität. Nur bei raschen Formänderungen merken wir einen Widerstand, den wir als Zähigkeit bezeichnen, s. § 56.

Zwischen leicht beweglichen Flüssigkeiten und amorphen festen Körpern zeigen Körper wie Glas, Asphalt, Siegellack u. dgl. alle möglichen Übergänge. Asphalt ist gegen einen plötzlichen Schlag spröde, ist also „fest“, aber nur in gewissen Grenzen, denn aus einem umgestürzten Faß läuft Asphalt im Laufe der Zeit aus, gibt also auch schwachen Kräften nach, wenn diese nur genügend lange wirken. Wir können daher Asphalt als eine Flüssigkeit mit sehr großer Zähigkeit betrachten.

Eine wichtige Eigenschaft der Flüssigkeiten ist ihr großer Widerstand gegen Volumenveränderungen, wir können nur unter Einsatz erheblicher Kräfte das Volumen einer Flüssigkeit verkleinern. So bedarf es eines Druckes von 1000 at, um bei Wasser das Volumen um 5% zu verringern. Eine Kompression auf die Hälfte ist auch bei den höchsten erreichbaren Drucken unmöglich.

Flüssigkeiten besitzen also eine sehr ausgeprägte Volumenelastizität. Wir können sie als praktisch inkompressibel behandeln.

Diese und weitere für den flüssigen Zustand charakteristische Eigenschaften, wie die Einstellung der Flüssigkeitsoberfläche und die Druckausbreitung in Flüssigkeiten, s. §§ 47 und 48, erklären sich zwanglos aus der größeren Beweglichkeit der Moleküle, die in Flüssigkeiten leicht aneinander vorbeigleiten können. Andererseits sind die Moleküle noch so dicht gepackt (die Dichte ändert sich beim Schmelzen nur um einige Prozent), daß der Körper einer Volumenverminderung noch einen sehr beträchtlichen Widerstand entgegensetzt.

Bezüglich des Ordnungs- und Bewegungszustandes der Moleküle nehmen die Flüssigkeiten eine Zwischenstellung zwischen dem festen und dem gasförmigen Zustande ein. Wegen der großen Dichte können die Moleküle nicht wie in einem verdünnten Gase geradlinig und nur durch die Zusammenstöße abgelenkt hin und her schwirren. Andererseits ist die Energie der Wärmebewegung schon so groß, daß die zwischenmolekularen Kräfte nicht mehr ausreichen, diese Bewegung so weit einzuschränken, daß wie im kristallinen Zustande ein wohlgeordnetes Gitter entsteht. Im Kristall haben wir Schwingungen um feste Gleichgewichtslagen. In der Flüssigkeit ist die Molekülanordnung so gestört und gelockert, daß die

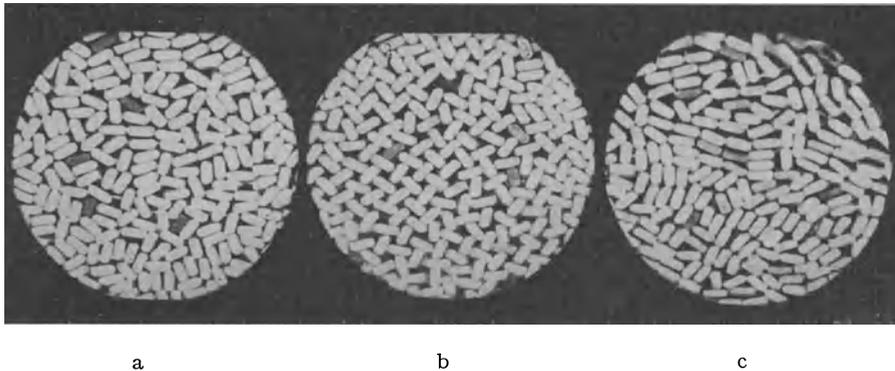


Abb. 68. Nahordnung in Modellflüssigkeiten. a) Stäbchen parallelisieren sich gegenseitig; Modell des  $\text{CS}_2$ . b) Stäbchen mit Quadrupolfeldern  $- + -$  bilden gitterförmige Muster; Modell des  $\text{CO}_2$ . c) Stäbchen mit Dipolfeldern  $- +$  bilden Ketten; Modell des  $\text{HCN}$ .

Schwingungsamplituden, die durch die Zusammenstöße mit den Nachbarn begrenzt sind, unregelmäßig werden und wir einen häufigen Platzwechsel erhalten. Daher können wir die Bewegung der Moleküle in der Flüssigkeit als eine unregelmäßige Schwingung um eine allmählich wandernde Ruhelage auffassen.

Trotz dieser größeren Beweglichkeit haben wir in der Flüssigkeit noch keine völlige Unordnung der Moleküle, vielmehr findet man eine sog. Nahordnung, d. h. in der Umgebung jedes willkürlich herausgegriffenen Moleküls sind die Nachbarn in bezug auf das betrachtete Molekül irgendwie geordnet, vgl. die Abb. 68 a bis c, die Versuchen an lebhaft hin und her geschüttelten Modellmolekülen entnommen sind. Da, wie man sieht, die Ordnung in bezug auf irgendein Teilchen schon nach wenigen Molekülabständen verschwunden ist, bezeichnet man sie als Nahordnung. Sie ist ein für den flüssigen Zustand charakteristisches Merkmal. Im festen Körper ist die Ordnung ideal und erstreckt sich auf große Bereiche, wir haben also eine Fernordnung; in Flüssigkeiten ist die Ordnung „verwackelt“ und auf die nächste Umgebung des betrachteten Moleküls beschränkt. Die Nahordnung hängt von den zwischenmolekularen Kräften, der Packungsdichte der Moleküle und von der Energie der Wärmebewegung ab.

**§ 47. Einstellung der Flüssigkeitsoberfläche.** Die Oberfläche einer Flüssigkeit hängt von den einwirkenden äußeren Kräften ab. Die Flüssigkeitsteilchen bleiben unter der Einwirkung solcher Kräfte so lange in Bewegung, bis die Oberfläche sich senkrecht zur äußeren Kraft eingestellt hat, denn dann können die Teilchen diesen Kräften nicht mehr nachgeben. Betrachten wir als Beispiel die Oberfläche einer in einem weiten Gefäße befindlichen ruhenden Flüssigkeit. Der

äußeren Kraft, die hier die Schwerkraft ist, halten die molekularen Kräfte der Flüssigkeitsmoleküle, die das Eindringen des Teilchens ins Innere verhindern und deren Resultierende natürlich senkrecht zur Oberfläche steht, das Gleichgewicht, vgl. § 50. Die Oberfläche stellt sich also horizontal ein, über die Krümmung an den Rändern s. § 51. Steht die Kraft schief auf der Oberfläche, so erhalten wir sofort eine Komponente parallel zu dieser, die die Teilchen entlang der Oberfläche so lange verschiebt, bis wieder Gleichgewicht vorhanden ist.

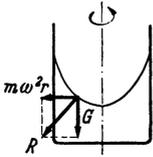


Abb. 69. Oberfläche einer rotierenden Flüssigkeit.

Wirken mehrere Kräfte ein, so stellt sich im Gleichgewichtsfall die Oberfläche immer senkrecht zur Resultierenden ein. Versetzen wir z. B. eine Flüssigkeit in einem zylindrischen Gefäß in Rotation um die vertikale Achse, s. Abb. 69, so kommt zur Schwerkraft noch die Zentrifugalkraft hinzu, und die Flüssigkeitsoberfläche wird gekrümmt. Je weiter die Teilchen von der Drehachse abliegen, um so größer wird die Zentrifugalkraft  $m\omega^2 r$ , und um so mehr nähert sich die Resultierende der Horizontalen, und die

Oberfläche stellt sich mehr und mehr senkrecht ein. (Die genaue Form der Oberfläche ist die eines Rotationsparaboloids.)

**§ 48. Der Druck in Flüssigkeiten.** In einem mit Wasser gefüllten Gefäße beliebiger Form sitze ein beweglicher Kolben mit der Fläche  $F_1$ , s. Abb. 70<sup>1</sup>.

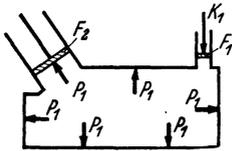


Abb. 70. Zum allseitigen Druck in Flüssigkeiten.

Üben wir auf diesen Kolben eine senkrecht stehende Kraft  $K_1$  aus, so ist die Kraft pro Flächeneinheit, d. h. der Quotient aus Kraft und Fläche  $K_1/F_1$ .  $K_1$  nennen wir die Druckkraft, die auf die Flächeneinheit bezogene, senkrechte Kraft  $K_1/F_1$  den Druck  $p_1$ , der auf der Fläche  $F_1$  lastet. Druck ist also immer Kraft pro Flächeneinheit<sup>2</sup>.

Die durch die Kolbenfläche unter Druck gesetzten Moleküle drücken ihrerseits wieder auf die Nachbarmoleküle, so daß diese sich wieder verschieben, bis sie ein gleich großer und von allen Seiten wirksamer Gegendruck daran hindert. So pflanzt sich in Flüssigkeiten der Druck von Molekül zu Molekül, und zwar gleichmäßig nach allen Seiten fort.

Darin liegt ein wesentlicher Unterschied zwischen flüssigen und festen Körpern. Setzen wir auf einen starren zylindrischen Körper ein Gewicht, so pflanzt sich der Druck von Schicht zu Schicht bis zur Basis fort, ein Druck auf die Seiten entsteht jedoch nicht. Machen wir dasselbe mit einer Flüssigkeitssäule in einem Standzylinder, so suchen die Flüssigkeitsteilchen auch seitlich auszuweichen, was beim starren Körper wegen der Bindung an feste Gleichgewichtslagen unmöglich ist, und pressen sich so gegen die Seitenwände, bis diese denselben Druck erfahren und als Gegendruck selbst ausüben.

So entsteht im Inneren der Flüssigkeit und an den Grenzflächen ein allseitig gleicher Druck, sog. hydrostatischer Druck. Dieser steht überall senkrecht auf den Wänden, da sonst Strömungen längs der Wände auftreten würden, was im Gleichgewichtsfall nicht möglich ist.

Enthält das Gefäß noch einen zweiten beweglichen Stempel mit der Fläche  $F_2$ , so wird, wenn der Kolben 1 nach unten geht und Flüssigkeit verdrängt, der Kolben 2 entsprechend hochgedrückt. Da das Wasser praktisch inkompressibel ist, muß das durch den Kolben 1 verdrängte Flüssigkeitsvolumen  $V_1$  gleich dem beim Hochgehen des Kolbens 2 gewonnenen Volumen  $V_2$  sein. Senkt sich der Kolben 1 um das Stück  $a_1$ , so ist daher  $V_1 = F_1 a_1 = V_2 = F_2 a_2$ ,  $a_2$  der Hub des Kolbens 2. Die zum Hereindrücken erforderliche Arbeit ist  $A_1 = K_1 a_1$  und die bei 2 gewonnene Arbeit  $A_2 = K_2 a_2$ . Beide Beträge müssen wegen des Energiegesetzes gleich sein, also  $K_1 a_1 = K_2 a_2$  oder  $K_2 = K_1 a_1/a_2 = K_1 F_2/F_1$ , d. h. die mittels der Druckkraft  $K_1$  auf den Kolben 2 ausgeübte Kraft  $K_2$  ist im

<sup>1</sup> In der Abb. 70 u. 72 ist „P“ überall durch „p“ zu ersetzen.

<sup>2</sup> Im gewöhnlichen Sprachgebrauch bezeichnet man leider auch oft die gesamte Druckkraft als Druck.

wir z. B. daran, daß das Wasser aus einem seitlichen Loch um so stärker ausfließt, je tiefer das Loch liegt, s. Abb. 73. Der Seitendruck an der Stelle des Loches ist natürlich wieder gleich dem Gewicht der senkrecht darüber lastenden Flüssigkeitssäule vom Querschnitt  $1 \text{ cm}^2$ .

Ebenso erfährt eine eingetauchte Platte einen von unten wirkenden Druck. Diesen Aufdruck erkennen wir sehr schön aus dem in Abb. 74 wiedergegebenen Versuch. Solange die von unten wirkende Druckkraft  $K$  größer ist als das Gewicht der Platte mit aufgelegtem Gewicht, wird die Platte gegen den unten offenen Glaszylinder angepreßt.

In zusammenhängenden Flüssigkeitsräumen, kommunizierenden Röhren, steht die Flüssigkeit im Ruhezustand überall gleich hoch, denn nur dann sind die von beiden Seiten auf irgendeine in Gedanken hereingelegte Fläche  $F$ , s. Abb. 75, ausgeübten Drucke gleich, also Gleichgewicht vorhanden.

**§ 49. Auftrieb, Schwimmen.** Betrachten wir einen in eine Flüssigkeit vom spezifischen Gewicht  $\sigma$  eingetauchten festen Körper, dem wir der Einfachheit halber zunächst die Gestalt eines Quaders mit der Bodenfläche  $F$  geben, s. Abb. 76. Gegen die untere Hälfte wirkt der Aufdruck  $p$ , der durch das Gewicht der

Flüssigkeitssäule von  $1 \text{ cm}^2$  mit der Höhe  $h$  bestimmt ist; die Druckkraft auf die untere Fläche ist daher  $K = pF = \sigma hF$ .

Auf die obere Fläche wirkt die Druckkraft  $K' = \sigma h'F$ . Da der Abstand  $h'$  vom Flüssigkeitsspiegel kleiner als  $h$  ist, ist  $K'$  kleiner als  $K$ , der Körper erfährt also eine nach oben gerichtete als Auftrieb bezeichnete Kraft von der Größe  $K - K' = \sigma F(h - h')$ . Wesentlich für den Auftrieb ist also der Druck gegen die Boden-

fläche. Da nun  $F(h - h')$  das Volumen des Körpers darstellt, ist der Auftrieb einfach gleich dem Gewicht der durch den Körper verdrängten Flüssigkeitsmenge. Um diesen Auftrieb erscheint der eingetauchte Körper leichter. Dieses Ergebnis gilt für jeden in eine Flüssigkeit eingetauchten

Körper ganz unabhängig von seiner Gestalt, Archimedisches Prinzip<sup>1</sup>.

Infolge seines Auftriebes erscheint ein eingetauchter Körper leichter als in Luft, s. Abb. 77a. Stellen wir dagegen ein Gefäß mit Wasser auf die Waage und tariieren dieses, so sinkt beim Eintauchen eines Stabes die Schale mit dem Gefäß herab,

Abb. 77a u. b. Zur Gegenkraft des Auftriebs.

s. Abb. 77b. Das erklärt sich daraus, daß nicht nur der Körper einen Auftrieb erfährt, sondern daß er seinerseits nach dem Prinzip von Kraft und Gegenkraft eine Druckkraft auf das Wasser ausübt. So wirkt also auf die Waage noch eine zusätzliche Kraft, die gerade gleich dem Auftriebe oder gleich dem Gewicht der vom Körper verdrängten Flüssigkeitsmenge ist.

Ist das spezifische Gewicht eines Körpers kleiner als das der Flüssigkeit, so ist auch der Auftrieb größer als sein Gewicht, der Körper steigt nach oben und

<sup>1</sup> ARCHIMEDES, 287—212 v. Chr., in Syrakus, entwickelte viele Gesetze des Gleichgewichts bei festen und flüssigen Körpern (Hebel, Flaschenzug, Auftrieb in Flüssigkeiten).

wir z. B. daran, daß das Wasser aus einem seitlichen Loch um so stärker ausfließt, je tiefer das Loch liegt, s. Abb. 73. Der Seitendruck an der Stelle des Loches ist natürlich wieder gleich dem Gewicht der senkrecht darüber lastenden Flüssigkeitssäule vom Querschnitt  $1 \text{ cm}^2$ .

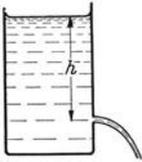


Abb. 73. Zum Seitendruck.

Ebenso erfährt eine eingetauchte Platte einen von unten wirkenden Druck. Diesen Aufdruck erkennen wir sehr schön aus dem in Abb. 74 wiedergegebenen Versuch. Solange die von unten wirkende Druckkraft  $K$  größer ist als das Gewicht der Platte mit aufgelegtem Gewicht, wird die Platte gegen den unten offenen Glaszylinder angepreßt.

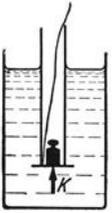


Abb. 74. Zum Aufdruck.

In zusammenhängenden Flüssigkeitsräumen, kommunizierenden Röhren, steht die Flüssigkeit im Ruhezustand überall gleich hoch, denn nur dann sind die von beiden Seiten auf irgendeine in Gedanken hereingelegte Fläche  $F$ , s. Abb. 75, ausgeübten Drucke gleich, also Gleichgewicht vorhanden.

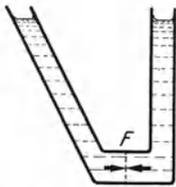


Abb. 75. Kommunizierende Röhren.

**§ 49. Auftrieb, Schwimmen.** Betrachten wir einen in eine Flüssigkeit vom spezifischen Gewicht  $\sigma$  eingetauchten festen Körper, dem wir der Einfachheit halber zunächst die Gestalt eines Quaders mit der Bodenfläche  $F$  geben, s. Abb. 76. Gegen die untere Hälfte wirkt der Aufdruck  $\phi$ , der durch das Gewicht der

Flüssigkeitssäule von  $1 \text{ cm}^2$  mit der Höhe  $h$  bestimmt ist; die Druckkraft auf die untere Fläche ist daher  $K = \phi F = \sigma h F$ .

Auf die obere Fläche wirkt die Druckkraft  $K' = \sigma h' F$ . Da der Abstand  $h'$  vom Flüssigkeitsspiegel kleiner als  $h$  ist, ist  $K'$  kleiner als  $K$ , der Körper erfährt also eine nach oben gerichtete als Auftrieb bezeichnete Kraft von der Größe  $K - K' = \sigma F (h - h')$ . Wesentlich für den Auftrieb ist also der Druck gegen die Boden-

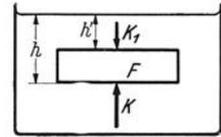


Abb. 76. Auftrieb eines Körpers.

fläche. Da nun  $F(h - h')$  das Volumen des Körpers darstellt, ist der Auftrieb einfach gleich dem Gewicht der durch den Körper verdrängten Flüssigkeitsmenge. Um diesen Auftrieb erscheint der eingetauchte Körper leichter. Dieses Ergebnis gilt für jeden in eine Flüssigkeit eingetauchten

Körper ganz unabhängig von seiner Gestalt, Archimedisches Prinzip<sup>1</sup>.

Infolge seines Auftriebes erscheint ein eingetauchter Körper leichter als in Luft, s. Abb. 77a. Stellen wir dagegen ein Gefäß mit Wasser auf die Waage und tariieren dieses, so sinkt beim Eintauchen eines Stabes die Schale mit dem Gefäß herab,

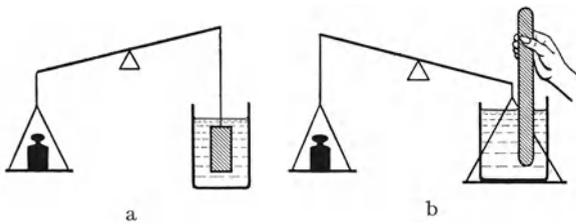


Abb. 77a u. b. Zur Gegenkraft des Auftriebs.

s. Abb. 77b. Das erklärt sich daraus, daß nicht nur der Körper einen Auftrieb erfährt, sondern daß er seinerseits nach dem Prinzip von Kraft und Gegenkraft eine Druckkraft auf das Wasser ausübt. So wirkt also auf die Waage noch eine zusätzliche Kraft, die gerade gleich dem Auftriebe oder gleich dem Gewicht der vom Körper verdrängten Flüssigkeitsmenge ist.

Ist das spezifische Gewicht eines Körpers kleiner als das der Flüssigkeit, so ist auch der Auftrieb größer als sein Gewicht, der Körper steigt nach oben und

<sup>1</sup> ARCHIMEDES, 287—212 v. Chr., in Syrakus, entwickelte viele Gesetze des Gleichgewichts bei festen und flüssigen Körpern (Hebel, Flaschenzug, Auftrieb in Flüssigkeiten).

taucht schließlich nur noch so weit ein, bis das Gewicht der verdrängten Flüssigkeitsmenge seinem eigenen Gewicht gleich ist, er schwimmt. Eine massive Eisenplatte sinkt unter. Biegen wir sie an den Rändern genügend auf, so schwimmt sie, weil schon bei teilweisem Eintauchen soviel Wasser verdrängt wird, daß der Auftrieb das Eigengewicht erreicht.

Ein Körper schwimmt stabil, wenn sein Schwerpunkt tiefer als der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit liegt. Auch wenn dies nicht zutrifft, ist eine stabile Schwimmlage noch möglich, wenn folgende Bedingung erfüllt ist. Ein Schiff, dessen Schwerpunkt  $S_0$  sein möge, werde um den Winkel  $\alpha$  aus der Gleichgewichtslage herausgedreht, s. Abb. 78. Ist  $S_1$  der Schwerpunkt der verdrängten Flüssigkeit in der Gleichgewichtslage, so rückt bei einer Neigung des Schiffes nach rechts auch der Schwerpunkt der in der Schräglage verdrängten Flüssigkeitsmenge nach  $S_2$ . Wir erhalten ein Drehmoment — der in  $S_2$  wirkende Auftrieb und das in  $S_0$  wirkende Gewicht sind ja gleich und bilden daher ein Kräftepaar —, das im Falle der Abbildung das Schiff wieder aufrichtet. Ziehen wir nun durch  $S_2$  eine senkrechte Linie, so schneidet diese die Mittellinie des Schiffes, gestrichelt gezeichnet, in  $M$ . Nur wenn dieser als Metazentrum bezeichnete Punkt oberhalb des Schwerpunktes des Schiffskörpers liegt, wird das Schiff aufrichtet. Liegt er tiefer, so wird der Schiffskörper durch das auftretende Drehmoment noch weiter aus seiner Gleichgewichtslage herausgedreht. Die Schwimmlage ist dann labil, das Schiff kentert. Ein Schiff schwimmt also nur so lange stabil, als sein Metazentrum oberhalb seines Schwerpunktes liegt.

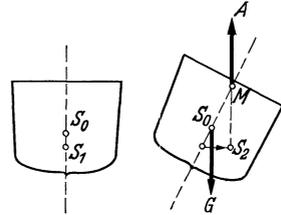


Abb. 78. Stabile Schwimmlage eines Schiffes.

Mit Hilfe des Auftriebes können wir sehr leicht das Volumen und das spezifische Gewicht eines Körpers bestimmen. Dazu bestimmt man das Gewicht einmal in Luft ( $G$ ) und dann unter Wasser ( $G'$ ), wo ja das ursprüngliche Gewicht um den Auftrieb verringert wird. Da das spezifische Gewicht des Wassers 1 ist, ist das Volumen des Körpers zahlenmäßig gerade gleich dem Auftrieb. Daher ist die Maßzahl des spezifischen Gewichts  $\sigma$  des Körpers gleich dem Gewicht in Luft dividiert durch den Auftrieb in Wasser oder

$$\sigma = \frac{G}{G - G'} = \frac{G}{V}.$$

Zur schnellen Bestimmung des spezifischen Gewichtes von Flüssigkeiten benutzt man sog. Aräometer. Das sind hohle und unten beschwerte Glaskörper, die oben eine Teilung tragen, s. Abb. 79. Das Gerät taucht in die Flüssigkeit um so tiefer ein, je geringer ihr spezifisches Gewicht ist. Mit Hilfe einer vorher geeichten Teilung kann man das spezifische Gewicht der zu untersuchenden Flüssigkeit (Milch, Alkohol usw.) bestimmen.

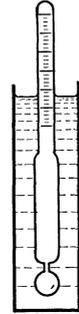


Abb. 79. Aräometer.

**§ 50. Oberflächenspannung.** Eine freie Flüssigkeitsoberfläche verhält sich in mancher Beziehung wie eine dünne gespannte Haut. Man kann eine leicht eingefettete Nähnadel oder Rasierklinge auf das Wasser legen, ohne daß sie einsinkt. Manche Insekten können über eine ruhige Wasseroberfläche laufen. Sobald jedoch der Körper die Oberfläche durchstößt, geht er unter. Diese eigentümliche Eigenschaft der Oberfläche ist wiederum eine Folge der zwischenmolekularen Kräfte.

Betrachten wir ein Molekül im Inneren der Flüssigkeit, so wirken auf dieses die Anziehungskräfte der Nachbarn, die sich aber im Mittel gegenseitig aufheben, s. Abb. 80a. Bei einem Molekül in der Oberfläche, das ja nur einseitig von Nachbarn umgeben ist, ergeben jedoch die Molekularkräfte eine nach unten, also ins Innere

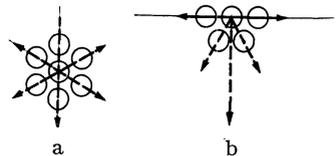


Abb. 80. Anziehungskräfte auf ein Molekül im Innern (a) und an der Oberfläche (b) einer Flüssigkeit.

der Flüssigkeit gerichtete Resultierende  $R$ , Abb. 80b, die aber wegen der geringen Reichweite der molekularen Kräfte nur in einer ganz dünnen Oberflächenschicht wirksam ist. Wollen wir also ein Molekül vom Inneren an die Oberfläche befördern, so müssen wir gegen diese nach innen weisende Kraft Arbeit leisten. Infolgedessen besitzen die Moleküle der Oberfläche gegen die im Innern befindlichen eine gewisse potentielle Energie. Jede Flüssigkeitsoberfläche besitzt als eine bestimmte Oberflächenenergie  $\alpha$ , die auf die Flächeneinheit bezogen ein Maß für die Oberflächenspannung ist. Zur Vergrößerung der Oberfläche muß Arbeit aufgewendet werden. Umgekehrt sucht jede Flüssigkeit ihre Oberfläche zu verringern, sich also ähnlich wie eine gespannte Gummihaut zusammenzuziehen. Daher nehmen frei schwebende Tröpfchen Kugelform an. Die Oberflächenspannung wächst mit den Kohäsionskräften. Da diese bei Quecksilber besonders groß sind, finden wir bei Quecksilber eine besonders ausgeprägte Tropfenbildung.

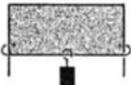


Abb. 81. Messung der Oberflächenspannung.

Die Oberflächenspannung können wir mit Hilfe der Anordnung in Abb. 81 direkt messen. Der untere Draht der Länge  $l$  ist beweglich und mit einem kleinen Gewicht (einigen mg) belastet. Tauchen wir den Apparat in eine Seifenlösung und ziehen ihn wieder heraus, so bildet sich innerhalb des Drahtrahmens eine Flüssigkeitslamelle. Das Gesamtgewicht  $G$  des unteren Bügels und des Zusatzgewichtes ist gleich der Kraft, mit der sich die Lamelle infolge ihrer Oberflächenspannung zusammenzuziehen sucht. Verschieben wir den Bügel ein kleines Stück  $\Delta s$  nach unten und ist  $\alpha$  die auf die Längeneinheit bezogene Spannung, mit der die Lamelle sich zusammenzuziehen sucht, so müssen wir die Arbeit  $\Delta A = G\Delta s = 2\alpha l\Delta s$  leisten. Der Faktor 2 rührt daher, daß ja die Lamelle zwei Oberflächen besitzt. Da  $2l\Delta s$  die Gesamtzunahme der Oberfläche  $\Delta F$  bedeutet, ist  $\Delta A = \alpha\Delta F$ . Es ist also  $\alpha$  auch die Arbeit, die aufzuwenden ist, um die Oberfläche um  $1 \text{ cm}^2$  zu vergrößern, d. h. es ist die Oberflächenspannung pro  $\text{cm}$  gleich der Oberflächenenergie pro  $\text{cm}^2$ .

Wir geben noch die Werte der Oberflächenspannung  $\alpha$  für einige an Luft angrenzende Flüssigkeiten in  $\text{erg/cm}^2$  an:

Wasser	Quecksilber	Äthylalkohol	Olivenöl	Wasser-Olivenöl
73	500	22	33	20

Die Oberflächenspannung einer Flüssigkeit ist verschieden, je nachdem ob diese an Luft oder an einen anderen Stoff angrenzt. Das liegt daran, daß auf ein Molekül der Oberfläche nicht nur die Moleküle der eigenen Flüssigkeit, sondern auch die des angrenzenden Körpers einwirken. Die Oberflächenspannung wird um so kleiner, je stärker die vom angrenzenden Stoff ausgeübten Anziehungskräfte sind.

**§ 51. Ausbreitung von Flüssigkeiten.** Das Zusammenwirken der verschiedenen molekularen Kräfte an der Grenzfläche verschiedener Stoffe führt zu einigen bemerkenswerten Erscheinungen.

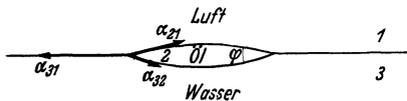


Abb. 82. Zur Ausbreitung einer Flüssigkeit auf einer anderen.

Ausbreitung einer Flüssigkeit auf einer anderen. Betrachten wir einen Tropfen Öl auf Wasser, so haben wir die drei Grenzflächen Wasser-Luft, Wasser-Öl, Öl-Luft, die an der Grenzlinie des Öltropfens zusammentreffen, s. Abb. 82. Hier greifen also in jedem Punkte drei Kräfte an, nämlich die drei Oberflächenspannungen  $\alpha_{31}$ ,  $\alpha_{21}$ ,  $\alpha_{32}$ , wobei  $\alpha_{32}$  die Oberflächenspannung von Wasser gegen Öl,  $\alpha_{21}$  die von Öl gegen Luft und  $\alpha_{31}$  die von Wasser gegen Luft bedeutet. Es ist selbstverständlich, daß ein Punkt an der Grenze Öl-Wasser nur dann in Ruhe bleiben kann, wenn je eine Kraft die beiden anderen aufhebt. In diesem Falle bildet die Flüssigkeit 2 einen Tropfen. Ist aber die eine der drei Oberflächenspannungen, z. B.  $\alpha_{31}$  größer als die Summe der beiden anderen, was in unserem Beispiel zutrifft, so ist ein Gleichgewicht unmöglich; die Oberflächenspannung  $\alpha_{31}$  zieht die Moleküle des Randes und damit den Tropfen selbst

immer mehr auseinander. Der Randwinkel  $\varphi$  des Tropfens, s. Abb. 82, wird immer spitzer und schließlich 0. Die Ausbreitung nimmt, falls die Wasseroberfläche genügend groß ist, erst ein Ende, wenn das Öl eine monomolekulare Schicht bildet, d. h. eine Schicht, deren Dicke gleich dem Durchmesser des einzelnen Ölmoleküls ist. Da Wasser eine besonders große Oberflächenspannung besitzt, breiten sich auf ihm fast alle Flüssigkeiten aus. So kommt es, daß Wasser, wie auch Quecksilber, besonders leicht durch Ausbreitung von fremden Flüssigkeiten verunreinigt werden.

Jede Verunreinigung setzt die Oberflächenspannung herab. Darauf beruht die bekannte Beruhigung von Wellen durch Öl. Bei der Vergrößerung der Oberfläche einer Welle wird die Ölhaut verdünnt, es steigt daher die Oberflächenspannung, so daß zusätzlich Energie zugeführt werden muß. Das bedeutet eine Dämpfung der Welle, die der Bildung stark gekrümmter Oberflächen entgegenwirkt. So vermag eine Ölschicht die Bildung von „Brechern“ zu unterdrücken und diese in glatte langgezogene Wellen zu verwandeln.

**Randwinkel - Benetzung.** Eine Flüssigkeit grenze an eine feste Fläche, z. B. an eine feste Wand. Auf die Flüssigkeitsmoleküle der Grenzschicht wirkt sowohl die Anziehung  $K_1$  der festen Wand wie die Anziehung der Moleküle im Inneren der Flüssigkeit  $K_2$ , die sich zur Resultierenden  $K$  zusammensetzen. Die Flüssigkeitsoberfläche stellt sich im Gleichgewichtsfalle senkrecht zu  $K$  ein. Je nach dem Verhältnis der beiden Kräfte

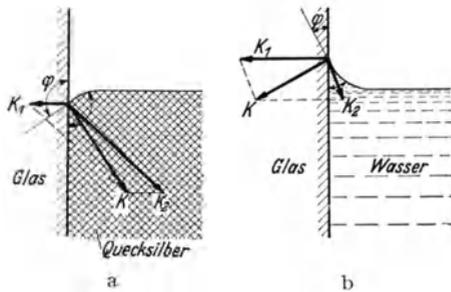


Abb. 83. Randwinkel bei nichtbenetzender (a) und benetzender (b) Flüssigkeit.

ist die resultierende Kraft ins Innere der Flüssigkeit oder nach der Wand zu gerichtet, s. Abb. 83 a u. b. Im Falle a, der bei Quecksilber gegen Glas verwirklicht ist, wird daher die Oberfläche an der Gefäßwand konvex, im anderen Falle b, Wasser gegen Glas, konkav gekrümmt. Den Winkel  $\varphi$ , den die Flüssigkeitsoberfläche mit der Wand bildet, nennen wir den Randwinkel. Dieser ist 0, wenn die Kohäsionskräfte gegen die Adhäsionskräfte verschwinden. In diesem Fall breitet sich die Flüssigkeit als dünne Haut über die ganze feste Wand aus, sog. vollkommene Benetzung, wie sie bei Wasser auf einer völlig fettfreien Glasplatte vorliegt, aus. Daher kann Wasser auf einer reinen Glasplatte keine Tropfen bilden. Sobald jedoch die Platte nicht völlig fettfrei ist, entsteht ein Tropfen mit bestimmtem Randwinkel, s. Abb. 84 a. Der umgekehrte Fall, daß die Kohäsionskräfte überwiegen, d. h. der einer nichtbenetzenden Flüssigkeit, liegt bei Quecksilber und Glas vor, wo wir einen wegen der Schwere etwas platt gedrückten Tropfen erhalten, s. Abb. 84 b.

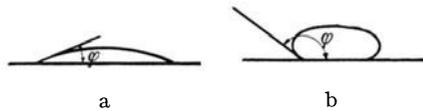


Abb. 84. Tropfen bei einer benetzenden (a) und nichtbenetzenden (b) Flüssigkeit.

**Kapillarität.** Die eben besprochenen Erscheinungen erklären die bekannten Kapillarwirkungen. Tauchen wir ein enges Glasrohr, ein sog. Kapillarrohr in Wasser ein, so steigt die Flüssigkeit um eine bestimmte Strecke hoch und wird oben von einem Meniskus begrenzt, der nach oben konkav ist, s. Abb. 85 a. Beim Eintauchen in Quecksilber wird die Quecksilberkuppe gesenkt — wir sprechen von einer Kapillardepression — und nimmt eine nach oben konvexe Form an, s. Abb. 85 b. Die kapillare Steighöhe bzw. Depression ist um so größer, je enger das Kapillarrohr ist. Die Erklärung der Erscheinung ist folgende: Bei vollkommener

Benetzung wird die Flüssigkeit an der Wand hochgezogen. Diese Flüssigkeitshaut zieht die übrige Flüssigkeit so weit mit sich, bis das Gewicht der hochgezogenen Flüssigkeitssäule den am Umfang der Flüssigkeitshaut infolge ihrer Oberflächenspannung wirksamen Zug erreicht. Bei einer weiteren Belastung reißt die Verbindung.

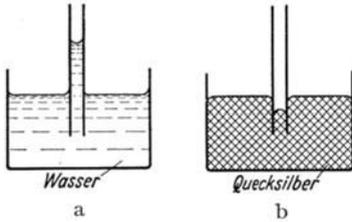


Abb. 85. Kapillarwirkungen bei einer benetzenden (a) und einer nichtbenetzenden (b) Flüssigkeit.

Der Oberflächenspannung  $\alpha$  ausgeübte Zug  $K$  ist  $K = 2r\pi\alpha$ . Da  $G$  und  $K$  sich das Gleichgewicht halten müssen, folgt  $r^2\pi h\sigma = 2r\pi\alpha$  oder  $h = 2\alpha/r\sigma$ .

Auf der Kapillarität beruht das Hochsteigen der Säfte in den Pflanzen, die Saugwirkung von Löschpapier, Schwämmen usw.

Diese Betrachtung gibt uns eine Möglichkeit, die Steighöhe zu berechnen. Das Gewicht der Flüssigkeitssäule der Höhe  $h$  und des Radius  $r$  ist  $G = r^2\pi h\sigma$ ,  $\sigma$  das spezifische Gewicht der Flüssigkeit. Der infolge

#### IV. Ruhende Gase.

§ 52. Das Verhalten der Moleküle im Gaszustand. Die Dichte der Gase ist sehr gering. Bringen wir ein luftleer gepumptes Glasgefäß auf eine Waage und lassen die Luft wieder einströmen, so finden wir aus der kleinen Gewichtszunahme, daß 1 Liter Luft bei Zimmertemperatur rund 1,2 g\* wiegt. Die Dichten

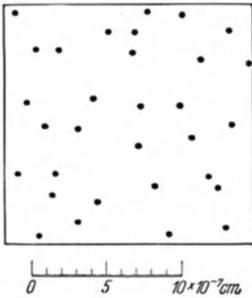


Abb. 86. Momentbild der Moleküle in Zimmerluft (aus POHL: Elektrizitätslehre).

verschiedener Gase verhalten sich bei gleichem Druck und bei gleicher Temperatur wie deren Molekulargewichte. Daraus folgt, daß gleiche Volumina aller Gase bei gleichem Druck und gleicher Temperatur gleichviel Moleküle enthalten (AVOGADROSCHES Gesetz). Dementsprechend nimmt auch ein Mol irgendeines Gases bei Normalbedingungen, d. h. bei 0° und 760 mm immer dasselbe Molvolumen von 22,4 Litern ein. Da in einem Mol  $6,02 \cdot 10^{23}$  Moleküle (LOSCHMIDTSche Zahl) enthalten sind, haben wir in einem  $\text{cm}^3$  eines Gases z. B. in Wasserstoff oder Luft  $2,7 \cdot 10^{19}$  Molekülen. Die Raumerfüllung der Luftmoleküle auf dem Erdboden veranschaulicht uns die Abb. 86. Sie ist gewissermaßen eine Momentaufnahme in 2000000facher Vergrößerung.

Nur etwa  $1/1000$  des Raumes wird von den Luftmolekülen selbst ausgefüllt. Die Moleküle eines Gases haben also im Gegensatz zum festen und flüssigen Aggregatzustande, wo sie dicht beieinander liegen, einen verhältnismäßig großen Abstand. Daher haben Gase eine sehr geringe Dichte und lassen sich sehr stark zusammendrücken, s. § 53.

Bei den verhältnismäßig großen Abständen der Moleküle sind die zwischenmolekularen Kräfte viel zu schwach, um die Moleküle zusammenzuhalten. Diese streben vielmehr infolge ihrer Bewegungsenergie, das ist ihre Wärmeenergie, vgl. §§ 70 und 86, auseinander, suchen das Gasvolumen ständig zu vergrößern und verteilen sich auf jeden ihnen offen stehenden Raum. Ein Gas hat also im Gegensatz zur Flüssigkeit keine Oberfläche, eine bestimmte Gasmenge kein festes Volumen. Da ein Gas ebensowenig wie eine Flüssigkeit eine bestimmte Form, d. h. Formelastizität besitzt, folgt daraus, wie bei den Flüssigkeiten, s. § 48, daß ein auf das Gas ausgeübter Druck sich nach allen Seiten in gleicher Größe fortpflanzt.

Da bei Gasen die Schwerkraft und die zwischenmolekularen Kräfte nur eine untergeordnete Rolle spielen, bewegen sich die Moleküle auf geradlinigen Bahnen,

wobei die Richtung der Bahn und die Geschwindigkeit infolge elastischer Zusammenstöße mit anderen Molekülen oder mit den Wänden immer wieder plötzlich abgeändert werden. So entstehen die in Abb. 87 dargestellten Zickzackbahnen. In Zimmerluft erfährt ein Molekül in der Sekunde einige Milliarden Zusammenstöße.

Das geradlinige Bahnstück, das ein Molekül im Mittel zwischen zwei Zusammenstößen zurücklegt, nennen wir die mittlere freie Weglänge, sie beträgt für atmosphärische Luft ungefähr  $10^{-5}$  cm.

Die Geschwindigkeit der Moleküle ist außerordentlich groß, sie ist für Luftmoleküle bei Zimmertemperatur etwa 500 m/s, leichtere Moleküle bewegen sich rascher, schwerere langsamer, für  $H_2$  ist  $v \approx 1800$  m/s. Diese Zahlen sind nur Mittelwerte, da in jedem Gase die Moleküle teils größere, teils kleinere Geschwindigkeiten haben.

Infolge der geringen Dichte geht in Gasen die Diffusion viel schneller vor sich als in Flüssigkeiten. Ausströmendes Leuchtgas oder Riechstoffe sind in kurzer Zeit in einem großen Raume erkennbar.

**§ 53. Druck und Volumen eines Gases.** Jedes Gas übt auf die begrenzenden Wände einen Druck aus, der von den unzähligen Stößen der auf die Wände aufprallenden Moleküle herrührt. Jedes auf die Wand auftreffende elastisch reflektierte Molekül übt auf diese einen Kraftstoß aus, der gleich der Impulsänderung ist, s. § 86. Die Gesamtheit aller Stöße wirkt wie eine stetige Kraft oder wie ein gleichmäßiger Druck auf die Wand. Je schneller und je häufiger die Moleküle auf die Wände prallen, um so größer wird der Druck. Dieser wächst also mit der Zahl und mit der Geschwindigkeit der Moleküle, d. h. mit der Dichte und der Temperatur des Gases, s. § 86.

Dieser als Folge der Wärmebewegung der Moleküle auftretende äußere Druck ist eine für den Gaszustand charakteristische Erscheinung. In Flüssigkeiten wird er nicht wirksam, weil hier die Moleküle durch die zwischenmolekularen Kräfte, also gewissermaßen durch einen Innendruck oder Kohäsionsdruck zusammengehalten werden.

Untersucht man in einem Zylinder mit beweglichem Stempel den Zusammenhang zwischen Druck und Volumen eines Gases, so stellt sich immer ein solches Volumen ein, daß der Druck des aufgelegten Gewichtes  $p'$  und der des Gases  $p$  sich das Gleichgewicht halten, s. Abb. 88. Erhöhen wir den äußeren Druck, so wird das Gas so weit komprimiert, bis sein Druck dem neuen Außendruck gleich geworden ist, dabei gilt, wenn wir die Temperatur konstant halten, das einfache Gesetz

$$pV = \text{const},$$

d. h. das Volumen einer abgesperrten Gasmenge ist dem auf ihm lastenden oder von ihm ausgeübten Druck umgekehrt proportional. Das  $pV$ -Gesetz gilt streng nur für ein ideales Gas. Das ist ein Gas, bei dem die Moleküle keine Kräfte aufeinander ausüben und ihr Eigenvolumen, verglichen mit dem vom Gase eingenommenen Raum unmerklich bleibt. Kein wirkliches oder reales Gas ist in aller Strenge „ideal“, doch sind die zwischenmolekularen Kräfte und die Raumerfüllung der Moleküle bei geringen Dichten so klein, daß die Gesetze der idealen Gase praktisch richtig bleiben.

Bei der Atmung erweitern und verkleinern wir das Volumen der Lunge, dadurch entsteht im ersten Falle ein Unterdruck und es strömt Luft ein, beim Ausatmen geschieht das Umgekehrte.



Abb. 87. Bahnen von Molekülen in Zimmerluft (aus POHL: Elektrizitätslehre).

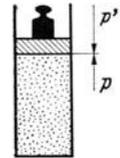


Abb. 88. Zum Druck eines Gases.

§ 54. Die Lufthülle der Erde und der Luftdruck. Da ein Gas Gewicht hat, haben wir, wie bei einer Flüssigkeit in jedem gaserfüllten Raume einen von oben nach unten zunehmenden Druck, der sich wegen der Allseitigkeit des Druckes nicht nur als Bodendruck, sondern auch als Seiten- und Aufdruck äußert. Daher erfährt auch in einem Gase jeder Körper einen Auftrieb.

Auf der Erde befinden wir uns auf dem Boden eines gewaltigen Luftmeeres. Hier steht die Luft unter einem Druck, der gleich dem Gewicht der auf der Fläche von  $1 \text{ cm}^2$  lastenden Luftsäule ist. Dieser Druck wird uns nur wegen seiner Allseitigkeit im allgemeinen nicht bewußt. Den Nachweis eines Luftdruckes hat zuerst der Magdeburger Bürgermeister Otto von Guericke<sup>1</sup> erbracht, als er zeigte, wie zwei dicht aufeinander gesetzte und luftleer gemachte Halbkugeln durch den Druck der äußeren Atmosphäre so stark zusammengedrückt wurden, daß beiderseits je 8 Pferde nötig waren, um die Kugeln zu trennen. TORICELLI hat dann den Luftdruck in folgendem Versuche genauer gemessen. Wir füllen

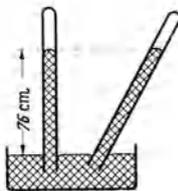


Abb. 89. Messung des Luftdrucks.

eine an einem Ende verschlossene, etwa 1 m lange Glasröhre vollständig mit Quecksilber. Dann verschließen wir die Öffnung mit dem Finger, drehen das Rohr um, und tauchen es mit dem zugehaltenen Ende in eine Schale mit Quecksilber. Nehmen wir dann den Finger weg, so fließt das Quecksilber so weit aus, bis es im Glasrohr etwa 76 cm höher als im äußeren Gefäße steht. In diesem Gleichgewichtszustande ist also der Luftdruck auf den äußeren Hg-Spiegel gleich dem Druck, den die 76 cm hohe Quecksilbersäule in der Höhe des äußeren Quecksilberniveaus ausübt, s. Abb. 89.

Neigen wir das Rohr, so bleibt die Höhe von 76 cm erhalten, da ja der Druck der Quecksilbersäule nur von ihrer vertikalen Höhe abhängt. Im Raume oberhalb der Quecksilberkuppe haben wir, abgesehen von einer Spur von Quecksilberdampf, einen von Materie freien Raum, ein Vakuum.

Da Hg das spezifische Gewicht 13,6 hat, ist das Gewicht einer Hg-Säule von 76 cm Höhe und  $1 \text{ cm}^2$  Querschnitt  $76 \cdot 13,6$  oder  $1,033 \text{ kg}^*$ . Dieser Druck einer Quecksilbersäule von 760 mm Höhe heißt eine physikalische Atmosphäre (Atm). Der Druck einer Säule von 1 mm Höhe wird als ein Torr bezeichnet. Mit der in der Technik üblichen als Atmosphäre bezeichneten Druckeinheit von  $1 \text{ kg}^*/\text{cm}^2$  haben wir die in Tabelle 3 aufgeführten Druckeinheiten.

Tabelle 3. Druckeinheiten.

1 Bar (b)	= $10^6 \text{ dyn/cm}^2$
1 Mikrobar ( $\mu\text{b}$ )	= $1 \text{ dyn/cm}^2$
1 Torr	= 1 mm Quecksilbersäule
1 Atm	= 760 Torr (physikalische Atmosphäre)
1 at	= $1 \text{ kg}^*/\text{cm}^2$ (technische Atmosphäre)

Der Luftdruck ist zeitlichen Schwankungen unterworfen und ändert sich außerdem natürlich mit der Höhe. Der Wert von 760 Torr ist ein für Meereshöhe geltender Durchschnittswert. Da eine Luftsäule von 10 m Höhe und  $1 \text{ cm}^2$  Querschnitt in Meereshöhe bei gewöhnlicher Temperatur etwa  $1,2 \text{ g}^*$  wiegt, vermindert sich der Luftdruck für je 10 m Höhenzuwachs um  $1,2 \text{ g}^*$  oder rund 0,9 mm Hg-Säule. Wäre die Luft inkompressibel wie eine Flüssigkeit, so würde der Druck linear mit der Höhe abnehmen. Wegen der sehr großen Zusammendrückbarkeit der Gase gilt hier jedoch das Gesetz  $pV = \text{const}$ , wonach die Dichte der Luft mit abnehmendem Druck, also mit der Höhe, abnehmen muß, sonst wäre ja in der Atmosphäre gar kein Gleichgewicht vorhanden. Daher ist die Druckabnahme pro Längeneinheit nicht wie im Wasser konstant, sondern wird mit zunehmender Höhe geringer. Der

<sup>1</sup> OTTO V. GUERICKE, 1602—1682, Bürgermeister von Magdeburg, Erfinder der Luftpumpe und Entdecker der elektrischen Abstoßung, untersuchte mit vorbildlicher Experimentierkunst das Verhalten der Gase und die Erscheinungen des Luftdrucks.

Druckverlauf mit der Höhe wird durch die sog. barometrische Höhenformel beschrieben, deren Verlauf in Abb. 90 dargestellt ist. Man kann also mit Hilfe eines Barometers direkt die Höhe über dem Meere bestimmen.

Daß sich in der Atmosphäre ein Gleichgewicht mit nach oben abnehmender Dichte einstellt, ist auf das gleichzeitige Zusammenwirken zweier Einflüsse, nämlich auf die Wärmebewegung der Moleküle und die Schwerkraft zurückzuführen. Ohne die Erdanziehung würden alle Moleküle sofort in den unendlichen Weltraum hinausfliegen, die Erde hätte keine Atmosphäre. Durch ihr Gewicht werden die Moleküle an die Erde gebunden und in Erdnähe angereichert. Wäre keine Wärmebewegung da, so würden die Moleküle wie Steine herabfallen und als 10 m dicke Schicht die Erde bedecken<sup>1</sup>. Eine obere Grenze der Atmosphäre kann man nicht angeben, in 5,5 km beträgt der Luftdruck die Hälfte, in 11 km ein Viertel des normalen Luftdruckes usw. Noch in Höhen von mehreren 100 km müssen Gasmoleküle vorhanden sein, wie man aus dem Aufglühen von Meteoriten erkennt, die beim Eindringen in die Atmosphäre infolge der Reibung ins Glühen geraten.

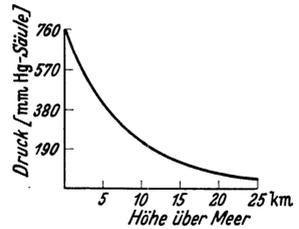


Abb. 90. Der Luftdruck in Abhängigkeit von der Höhe.

Die Luft ist ein Gemisch von folgender und bis zu größerer Höhe sehr konstanter Zusammensetzung:

N<sub>2</sub> 78%, O<sub>2</sub> 21%, Ar 1% (Volumenprozent), Spuren anderer Edelgase und etwas CO<sub>2</sub>.

Ein wirkliches Gleichgewicht stellt sich in den unteren Atmosphärenschichten nie ein, vor allem infolge der sich stets ändernden Erwärmung durch die Sonnenstrahlung. Wir haben daher ständig Ausgleichsvorgänge, Winde und Stürme, begleitet von Niederschlägen. Dieser Ausgleich vollzieht sich in einer Schicht der sog. Troposphäre, deren Höhe in Europa etwa 10 km beträgt. In höheren Schichten, der sog. Stratosphäre, haben wir Temperaturkonstanz, ohne Wolkenbildung und Luftbewegung.

Zur Messung des Luftdruckes benutzt man Barometer, z. B. Hg-Barometer, die nach dem Prinzip der TORRICELLISCHEN Röhre gebaut sind sowie Metall- oder Aneroidbarometer. Diese bestehen im wesentlichen aus einer luftleeren geschlossenen Metalldose, die unter dem Einfluß des wechselnden Druckes verschieden stark elastisch deformiert wird, wobei die Deformation auf einen Zeiger übertragen wird. Nach demselben Prinzip sind auch die Metallmanometer zur Messung hoher Drucke gebaut.

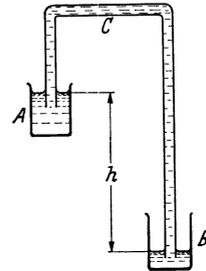


Abb. 91. Der Heber.

Wir besprechen noch einige Wirkungen des Luftdruckes. Ein Schornstein zieht bekanntlich um so besser, je höher er ist. Das liegt an folgendem: Am oberen offenen Ende herrscht der Druck der angrenzenden äußeren Atmosphäre. Die heiße Luftsäule im Schornstein hat ein geringeres Gewicht als die gleich hohe Luftsäule der äußeren kalten Luft. Daher herrscht unten im Inneren des Schornsteins ein kleinerer Druck als außen, so daß Frischluft von außen einströmt.

Ferner betrachten wir den Heber, s. Abb. 91. Ist dieser vor dem Eintauchen ganz mit Flüssigkeit gefüllt oder saugt man ihn mit dem Munde am unteren Ende voll, so läuft die Flüssigkeit von A nach B weiter aus, solange der Spiegel von B tiefer als der von A liegt. Hält der Flüssigkeitsfaden infolge der Kohäsionskräfte in sich genügend zusammen, so fließt der Heber auch ohne äußeren Luftdruck, also auch im Vakuum, weiter, da das Übergewicht des um die Strecke *h* längeren rechten Fadens die Flüssigkeit nach B zieht. Infolge der meist vorhandenen Luftblasen reißt ein Vakuumheber aber ab. Durch den äußeren Luftdruck wird jedoch das Abreißen so lange verhindert, als der äußere Luftdruck den Druck der Flüssigkeitssäule AC überwiegt.

Um einen Raum zu evakuieren, braucht man Pumpen verschiedenster Art, von denen wir hier nur zwei besprechen. Bei der Wasserstrahlpumpe, s. Abb. 92, hat das aus der Wasserleitung einströmende Wasser an der engen Austrittsdüse eine große Geschwindigkeit

<sup>1</sup> Um die Erde gegen die Erdanziehung verlassen zu können, müßte ein Molekül eine Geschwindigkeit von mindestens 11 km/s haben.

und daher nach der BERNOULLISCHEN Gleichung, s. § 57, einen geringeren Druck. Infolgedessen wird aus einem seitlich angeschlossenen Gefäße die Luft angesaugt und mit dem Wasserstrahl mitgerissen. Durch geeignete Wahl der Strömungsgeschwindigkeit und der Abmessungen der Düse kann man es erreichen, daß die Saugwirkung bis zum Sättigungsdruck des Wassers, d. h. bis zu 10 bis 20 mm Hg heruntergeht.

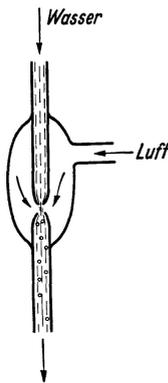


Abb. 92. Wasserstrahlpumpe.

Einen wesentlich niedrigeren Druck, bis zu einigen Zehntelmillimetern, erreicht man mit Hilfe einer Kapselpumpe, s. Abb. 93. In einem zylindrischen Hohlkörper *A* rotiert ein exzentrisch gelagerter Zylinder *B*, der einen Schlitz mit zwei Schiebern  $S_1$  und  $S_2$  enthält, die durch eine Feder ständig gegen die Wand des Zylinders *A* gepreßt werden, so daß die Räume zwischen den beiden Zylindern ständig unterteilt sind.

Erfolgt die Drehung im Uhrzeigersinne, so wird der Raum *D* vergrößert und daher die Luft aus *C* angesaugt. Schließlich wird durch den Schieber  $S_1$  der Raum *D* von *C* abgetrennt und die in ihm enthaltene Luft beim Kleinerwerden von *D* durch ein Ventil bei *E* herausgepreßt. Dann wiederholt sich das Spiel von neuem. Die Pumpe kann sowohl als Saug- wie als Druckpumpe verwandt werden.

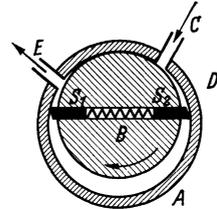


Abb. 93. Schema der Kapselpumpe.

## V. Bewegungen in Flüssigkeiten und Gasen (Hydro- und Aerodynamik).

§ 55. **Vorbemerkung.** Die Erscheinungen in ruhenden Gasen und Flüssigkeiten haben wir getrennt behandelt, weil Flüssigkeiten praktisch gar nicht, Gase dagegen besonders stark zusammendrückbar sind. Die Bewegung in Flüssigkeiten und Gasen können wir dagegen gemeinsam betrachten, solange nur die Geschwindigkeit im Gase genügend klein bleibt, so daß die Änderungen der Dichte und damit auch die des Volumens vernachlässigt werden können. Bleibt die Geschwindigkeit in einem Glase klein gegenüber der Schallgeschwindigkeit, so können wir das Gas wie eine Flüssigkeit als praktisch inkompressibel behandeln. Daher werden wir in diesem Abschnitt das Wort „Flüssigkeit“ als Sammelbegriff für Flüssigkeiten und Gase benutzen.

Die Lehre von der Bewegung in Flüssigkeiten bezeichnet man auch als Hydrodynamik, soweit es sich nur um Gase handelt auch als Aerodynamik.

Die beiden in einer ruhenden Flüssigkeit wirksamen Kraftarten sind Schwere- und Druckunterschiede. Zu ihnen kommt in bewegten Flüssigkeiten infolge der zwischenmolekularen Kräfte noch die innere Reibung, s. § 56. Überall da, wo wir die Reibung vernachlässigen und ferner die Flüssigkeit als inkompressibel ansehen, sprechen wir von einer idealen Flüssigkeit. Für diese werden die Strömungsgesetze besonders einfach.

Um die Strömung einer Flüssigkeit sichtbar zu machen, können wir in ihr kleine Teilchen wie Aluminiumfitterchen suspendieren und deren Bewegung

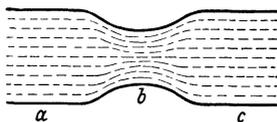


Abb. 94. Stromlinien in einem Rohr mit verschiedenem Querschnitt.

photographieren. Bei einer kurzen Belichtung beschreibt jedes Teilchen einen kurzen Strich, dessen Länge und Richtung uns die Geschwindigkeit der Flüssigkeit an der betreffenden Stelle angeben. Diese Striche fügen sich zu den sog. Stromlinien zusammen, die uns ein unmittelbares Bild vom Bewegungszustand der Flüssigkeit vermitteln, s. Abb. 94. In jedem Punkte

gibt die Tangente die Richtung der Strömung an. Ferner können wir aus dem Stromlinienbild die Größe der Geschwindigkeit entnehmen. Es ist nämlich, wie wir gleich zeigen werden, die Geschwindigkeit um so größer, je dichter die Stromlinien liegen. Wir betrachten eine durch ein Rohr mit verschiedenem Querschnitt fließende

Flüssigkeit. Da die Flüssigkeit nicht zusammendrückbar ist, sich also nirgends stauen und außerdem auch nirgends verschwinden kann, ist die pro Sekunde den Querschnitt des Rohres passierende Flüssigkeitsmenge, das ist die Stromstärke, überall dieselbe. Alles was in  $b$  zufließt muß später in  $c$  wieder abfließen. Die Geschwindigkeit ist jedoch verschieden, und zwar ist sie um so größer, je enger das Rohr ist. Ein Fluß hat an der engsten Stelle die größte, und wenn er sich zu einem See verbreitert, eine ganz besonders geringe Geschwindigkeit. An der Verengung, wo die Geschwindigkeit am größten ist, drängen sich die Bahnen der Aluminiumflichterchen oder die Stromlinien zusammen, so daß wir auch aus der Dichte der Stromlinien sofort auf die Geschwindigkeit schließen können, s. Abb. 94.

Es sei die Geschwindigkeit der Strömung  $v$  und der Querschnitt des Rohres  $F$ . Dann fließt in einer Sekunde durch die Fläche  $F$  ein Flüssigkeitszylinder von der Länge  $v$ , s. Abb. 95. Dessen Volumen gibt also die pro Sekunde durchgehende Flüssigkeitsmenge, so daß die Stromstärke  $I = vF$  ist. Da die Stromstärke überall dieselbe ist, folgt, daß an jeder Stelle  $vF = \text{const}$  ist, die Geschwindigkeit also um so größer wird, je kleiner der Querschnitt ist. Das ist die sog. Kontinuitätsgleichung für strömende Flüssigkeiten.

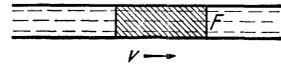


Abb. 95. Zum Begriff Stromstärke.

**§ 56. Innere Reibung.** Um die Form einer Flüssigkeit zu ändern, brauchen wir keine Arbeit aufzuwenden, vorausgesetzt allerdings, daß wir die Formänderung genügend langsam vornehmen. Andernfalls zeigt die Flüssigkeit einen mit der Geschwindigkeit der Formänderung anwachsenden Widerstand. Diese Eigenschaft, die von Stoff zu Stoff sehr große Unterschiede aufweist, s. § 46, bezeichnen wir als Zähigkeit. Um die Wirkung dieser Zähigkeit zu erkennen, betrachten wir eine zwischen zwei parallelen Platten sich befindende Flüssigkeit. Die untere Platte werde festgehalten. Verschieben wir die obere Platte parallel zu sich selbst, so verspüren wir einen Widerstand, der davon herrührt, daß zwei aneinander vorbeigleitende Flüssigkeitsschichten infolge der zwischenmolekularen Kräfte sich aneinander reiben.

Dabei stellt sich folgender Bewegungszustand ein. Die unmittelbar an den Platten anliegenden Schichten haften an diesen fest. In den dazwischen liegenden Flüssigkeitsschichten nimmt die Geschwindigkeit von unten nach oben zu, s. Abb. 96. Jede Schicht ist etwas schneller als die unmittelbar darunterliegende, so daß die einzelnen Schichten übereinander weggleiten, sog. laminare Strömung, s. weiter unten. Infolge der zwischenmolekularen Kräfte gibt es zwischen diesen Schichten eine Art von Reibung, durch die die untere Schicht jeweils beschleunigt, die obere gebremst wird. Diese Reibungskraft, die die Geschwindigkeiten benachbarter Schichten auszugleichen sucht, nennen wir die innere Reibung. Die zur Fortbewegung der oberen Platte erforderliche Kraft ist der Fläche der Platte und ihrer Geschwindigkeit proportional. Dagegen ist sie dem Abstand der beiden Platten  $x$  umgekehrt proportional, so daß das Kraftgesetz der inneren Reibung lautet:



Abb. 96. Zur inneren Reibung.

$$K = \eta F \frac{v}{x}.$$

$\eta$  ist eine für die Flüssigkeit charakteristische Konstante, die sog. Viskosität oder der Koeffizient der inneren Reibung oder kurz die Zähigkeit. Mit wachsender Temperatur nimmt  $\eta$  bei Flüssigkeiten ab, bei Gasen dagegen zu.

$v/x$  ist die Änderung der Geschwindigkeit senkrecht zur Strömungsrichtung pro Längeneinheit oder das sog. Geschwindigkeitsgefälle  $dv/dx$ . Daher ist  $K/F$  die sog. Schubspannung  $\tau$ , d. h. die Tangentialkraft pro Flächeneinheit zwischen zwei in der Strömungsrichtung liegenden parallelen Schichten einfach gegeben durch  $\tau = \frac{K}{F} = \eta \frac{dv}{dx}$ .

Die Zähigkeit  $\eta$  gibt die beim Geschwindigkeitsgefälle eins auf die Fläche eins einwirkende Kraft in Dyn an. Ihre Einheit ist das Poise<sup>1</sup> (P). Wasser besitzt bei 20° eine Zähigkeit von etwa  $1 \cdot 10^{-2}$  Poise, d. h. daß zum Verschieben einer Glasplatte von 100 cm<sup>2</sup> Fläche mit einer Geschwindigkeit von 10 cm/s bei einer Wasserschicht von 0,001 cm Dicke eine Kraft von  $10^4$  Dyn oder 10 g\* erforderlich ist.

Die Zähigkeit einer Flüssigkeit macht sich besonders auch beim Strömen durch enge Rohre, vor allem durch Kapillaren bemerkbar. Um die Flüssigkeit gegen die Reibungskräfte hindurchzupressen, ist eine bestimmte Druckdifferenz  $p_1 - p_2$  erforderlich. Für das in  $t$  Sekunden ausfließende Flüssigkeitsvolumen  $V$  gilt folgende von HAGEN gefundene, fälschlicherweise meist als POISEUILLESches Gesetz bezeichnete Beziehung

$$V = \frac{\pi \cdot r^4}{8 \eta l} (p_1 - p_2) t,$$

wo  $r$  den Radius und  $l$  die Länge des Rohres bedeuten. Bezeichnen wir  $V/t$  oder die sekundliche Durchflußmenge als die Stromstärke  $I$  und den Quotienten  $\frac{p_1 - p_2}{I} = \frac{8 \eta l}{\pi r^4} = R$  als den Strömungswiderstand, so gilt das einfache Gesetz, daß die Stromstärke der Druckdifferenz direkt und dem Widerstand umgekehrt proportional ist, vgl. dazu das OHMSche Gesetz für strömende elektrische Ladungen. Bei einer Kapillare ist der Widerstand der Länge direkt proportional, aber umgekehrt proportional der vierten Potenz des Radius.

Dieses Gesetz gilt nur so lange, als die Geschwindigkeit der Strömung eine bestimmte Größe nicht überschreitet. In diesem Bereich kleiner Geschwindigkeit

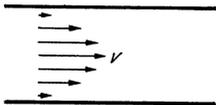


Abb. 97. Geschwindigkeitsverteilung in einem Rohre bei laminarer Strömung.

haben wir es mit einer sog. laminaren Strömung zu tun. Bei dieser haftet die an der Rohrwand unmittelbar anliegende Schicht fest. Daher ist die Geschwindigkeit an den Wänden Null und wird nach der Mitte zu immer größer, s. Abb. 97. Die Strömung erfolgt überall parallel zur Rohrachse, so daß die aufeinanderfolgenden einzelnen Flüssigkeitsschichten, die hier kreiszylindrische Röhren bilden, verschiedene Geschwindigkeiten haben und daher mit Reibung aneinander

vorbeigleiten, jedoch ohne sich zu mischen. Eine solche Strömung bezeichnet man auch als schleichende Flüssigkeitsbewegung.

Bei einer bestimmten „kritischen“ Geschwindigkeit verschwindet der laminare Bewegungszustand, es tritt eine Durchmischung der einzelnen Flüssigkeitsschichten, sog. Turbulenz oder Wirbelbildung ein. Dadurch wird der Strömungswiderstand erheblich größer und die Durchflußmenge viel kleiner als nach der obigen Formel berechnet, vgl. § 58.

**§ 57. Druck und Geschwindigkeit in der Strömung.** Wir betrachten jetzt den Zusammenhang zwischen Druck und Geschwindigkeit, und zwar zuerst beim Ausfluß einer Flüssigkeit aus einem Gefäß, das unten eine Öffnung enthält. Diese möge so klein sein, daß die Flüssigkeit im Gefäß selbst keine merkliche Geschwindigkeit oder kinetische Energie erhält. Die Ausflußgeschwindigkeit erhalten wir dann einfach mittels des Energiesatzes. Wir haben ja beim Absinken des Flüssigkeitsspiegels eine Abnahme der potentiellen Energie, die als kinetische Energie der ausströmenden Flüssigkeit wieder zum Vorschein kommen muß. Es möge eine bestimmte Flüssigkeitsmasse  $m$  oben im Gefäß verschwunden, s. Abb. 98a, und unten eine ihr gleiche Masse mit der Geschwindigkeit  $v$  ausgeflossen sein. Dann ist die Abnahme der potentiellen Energie  $mgh$  und, da die

<sup>1</sup> Sprich „Poas“, Mehrzahl die Poise, ebenfalls „Poas“ gesprochen.

gewonnene kinetische Energie  $\frac{m}{2}v^2$  ihr gleich ist,\* folgt

$$\frac{m}{2}v^2 = mgh \quad \text{oder} \quad v = \sqrt{2gh}.$$

Die Geschwindigkeit ist also ebenso groß, als ob die Flüssigkeit die Höhe  $h$  frei durchfallen hätte. Lassen wir die Flüssigkeit senkrecht nach oben ausfließen, so würde sie, wenn wir von der Reibung absehen dürften, senkrecht bis zur Höhe  $h$  hochschießen, s. Abb. 98b. Die wirkliche Ursache für das Ausströmen der Flüssigkeit ist der Überdruck, unter dem das Wasser an der Ausflußöffnung im Innern gegen außen steht. Dieser Druckunterschied liefert also die Kraft, die die ausströmende Flüssigkeit auf die Geschwindigkeit  $v$  beschleunigt. Da dieser Überdruck  $p = \rho gh$  ist, können wir die obige Gleichung auch schreiben

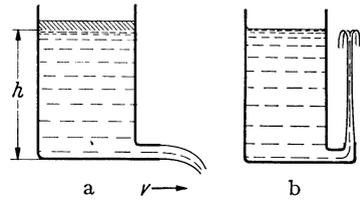


Abb. 98a u. b. Ausfluß einer Flüssigkeit unter Druck.

$$v = \sqrt{\frac{2p}{\rho}} \quad \text{oder} \quad \frac{\rho v^2}{2} = p,$$

d. h. die kinetische Energie pro Volumeneinheit der unter dem Überdruck  $p$  ausströmenden reibungslosen Flüssigkeit ist einfach gleich dem Druckunterschied  $p$ .

Eine unter Druck gehaltene Flüssigkeit besitzt also ein Arbeitsvermögen oder eine Druckenergie. Ob der Druck durch das Gewicht einer Flüssigkeitssäule oder sonstwie erzeugt wird, ist gleichgültig.

Denken wir uns in einem Zylinder mit einem beweglichen Kolben vom Querschnitt  $F$  das Flüssigkeitsvolumen  $V$  herausgedrückt, s. Abb. 99, so ist, wenn auf den Kolben die äußere Kraft  $K$  wirkt, die Arbeit  $A = Kl = pFl = pV$ . Die Druckenergie ist also  $pV$ , sie wandelt sich in kinetische Energie des Betrages  $\frac{m}{2}v^2$  um.

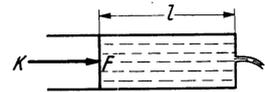


Abb. 99. Zum Begriff Druckenergie.

Setzen wir an das Gefäß ein längeres waagrechtes Rohr an, so strömt infolge der Reibung die Flüssigkeit am Ende erheblich langsamer aus, d. h. der Flüssigkeitsdruck ist dort viel kleiner. Denn zur Überwindung des Reibungswiderstandes der strömenden Flüssigkeit muß man eine bestimmte Druckkraft aufwenden. So gibt es längs des Rohres ein Druckgefälle, das wir mit Hilfe

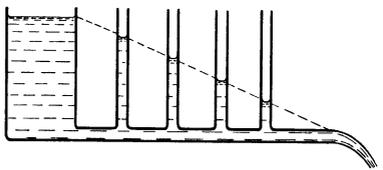


Abb. 100. Druckgefälle in einem Rohr von gleichförmigem Querschnitt.

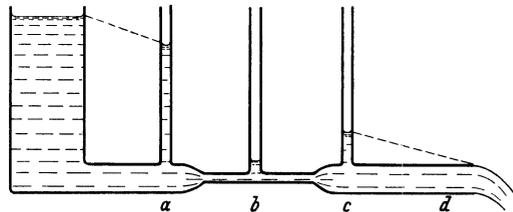


Abb. 101. Druck in einem Rohr mit Einschnürung.

einiger Flüssigkeitsmanometer erkennen können. Der in der Flüssigkeit an einer bestimmten Stelle herrschende, durch die Höhe der Flüssigkeitssäule gemessene Druck ist der sog. statische Druck. Falls das Rohr überall denselben Querschnitt hat, erhalten wir einen gleichmäßigen Druckabfall, s. Abb. 100. Besitzt das Rohr eine Verengung, so erhalten wir den in Abb. 101 dargestellten Druckabfall. An der engeren Stelle  $b$  muß ja wegen des größeren Reibungswiderstandes ein größeres Druckgefälle vorhanden sein als links und rechts.

Bringen wir in der Verengung selbst ein Manometer an, so findet man überraschenderweise, daß der Druck hier kleiner als vor und hinter der Einschnürung ist. An Stellen größerer Geschwindigkeit ist also der Druck geringer als sonst. Bei genügend großer Strömungsgeschwindigkeit erhalten wir sogar einen statischen Druck, der kleiner als der der äußeren Atmosphäre ist, so daß eine Saugwirkung auftritt. Lassen wir einen Luftstrahl aus einer engen Öffnung ausströmen, so verbreitet er sich beim Eindringen in die äußere Atmosphäre und nimmt schließlich Atmosphärendruck an. An der Stelle des engsten Querschnittes tritt daher im Luftstrom ein Unterdruck und damit eine Saugwirkung auf. Auf diesem Prinzip beruhen Zerstäuber, s. Abb. 102, Inhalationsapparate, manche Automobilvergaser, der Bunsenbrenner, Dampfstrahlpumpen usw.

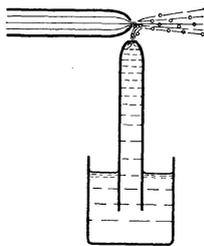


Abb. 102. Zerstäuber.

Der genauere Zusammenhang zwischen statischem Druck und Strömungsgeschwindigkeit wird unter Vernachlässigung der Reibung durch die für die Hydrodynamik grundlegende BERNOULLISCHE Gleichung dargestellt.

$$p + \rho gh + \frac{\rho}{2} v^2 = \text{const} = p_0.$$

Für eine horizontale Strömung gilt

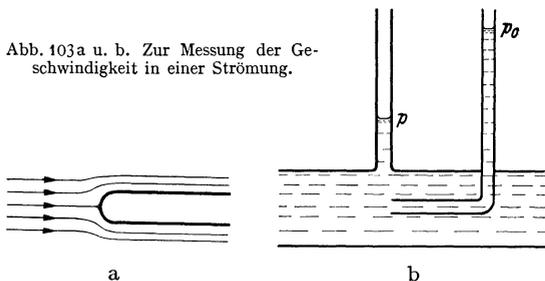
$$p + \frac{\rho}{2} v^2 = p_0.$$

Die Größe  $\frac{\rho}{2} v^2$ , die die Dimension eines Druckes hat, heißt der Staudruck oder auch der dynamische Druck,  $p$  ist der statische mittels seitlich angebrachter Manometer meßbare Druck und  $p_0$  der Gesamtdruck. Wir haben also den Satz: In einer Strömung ist die Summe aus statischem und dynamischem Druck, das heißt der Gesamtdruck konstant.

Die obige Beziehung können wir uns mit Hilfe des Energiesatzes klarmachen. Eine strömende Flüssigkeitsmasse besitzt neben der kinetischen Energie  $\frac{m}{2} v^2$ , wie wir oben gesehen haben, noch Druckenergie  $pV$  und, falls die Leitung nicht horizontal liegt, noch Energie der Lage vom Betrage  $mgh$ . Die Gesamtsumme muß konstant sein, also  $pV + mgh + \frac{m}{2} v^2 = \text{const}$ . Daraus folgt für die Energie pro Volumeneinheit, also nach Division durch  $V$ , wegen  $\frac{m}{V} = \rho$ ,  $p + \rho gh + \frac{\rho}{2} v^2 = \text{const}$ . Ist das Rohr waagrecht, so folgt einfach  $p + \frac{\rho}{2} v^2 = \text{const}$ .

Wir können diesen Zusammenhang zwischen Druck und Geschwindigkeit auch folgendermaßen einsehen, s. Abb. 94. An der engen Stelle strömt die

Abb. 103a u. b. Zur Messung der Geschwindigkeit in einer Strömung.



Flüssigkeit schneller, sie muß also auf dem Wege  $a \rightarrow b$  beschleunigt werden. Die erforderliche Kraft liefert der Druckunterschied zwischen  $a$  und  $b$ . Im Gebiet  $c$  ist die Geschwindigkeit wieder kleiner. Die hier einströmenden Flüssigkeitsschichten werden also gebremst und drücken auf die ihnen vorausfließenden. Die Gegenkraft, von

der Trägheit der langsameren Schichten herrührend, gibt den in  $c$  vorhandenen und die Flüssigkeit verzögernden höheren Druck.

Messung von Druck und Geschwindigkeit in der Strömung. Bringen wir in die Strömung ein Hindernis, so tritt an diesem eine Stauung der Flüssigkeit ein. Da, wo die Strömung sich nach beiden Seiten teilt, s. Abb. 103 a, im sog. Staupunkt, ist  $v = 0$ . Hier wird also der statische Druck gleich dem Gesamtdruck  $p_0$ . Wir messen ihn am einfachsten durch ein gebogenes in die Strömung hereingebrachtes Staurohr, s. Abb. 103b. Den Staudruck  $\frac{\rho}{2} v^2$  an einer beliebigen Stelle erhalten wir als Differenz von  $p_0$  und  $p$ , wobei  $p$  als statischer Druck mittels eines seitlich angebrachten Manometers gemessen werden kann. So erhält man aus zwei Druckmessungen die Strömungsgeschwindigkeit  $v$ .

### § 58. Widerstand bewegter fester Körper in Flüssigkeiten und Gasen.

Lassen wir eine kleine Kugel in einem zähen Medium, etwa in Öl, fallen, so wird sie durch ihr Gewicht so lange beschleunigt, bis die mit der Geschwindigkeit anwachsende Reibungs- oder Widerstandskraft  $R$  der Schwerkraft das Gleichgewicht hält. Von da ab fällt die Kugel mit konstanter Geschwindigkeit  $v$ , sie sinkt. Beispiele für diese „Fallbewegung“ sind Regentropfen oder Staub in Luft, kleinste Teilchen in Wasser u. dgl.

Ist die Geschwindigkeit klein, so haben wir eine laminare Strömung, wobei eine Flüssigkeitshaut an der Kugel festhaftet, die anschließende Flüssigkeitsschicht durch die Reibung fast ganz mitgenommen wird, die nächste schon weniger, so daß schließlich die weiter abliegenden Schichten völlig in Ruhe bleiben. Daher besitzt die Flüssigkeit nur in unmittelbarer Nähe des bewegten Körpers kinetische Energie. Diese wandert also einfach mit dem Körper. Für diese laminare Bewegung gilt das wichtige Widerstandsgesetz von STOKES

$$R = 6\pi\eta r v,$$

wo  $r$  der Radius der Kugel ist. Für kleine Geschwindigkeiten haben wir also ein lineares Widerstandsgesetz. Da wegen des Festhaftens der Randschicht nur die Reibung innerhalb der Flüssigkeit wirksam wird, ist der Reibungswiderstand der Kugel vom Material und der Beschaffenheit ihrer Oberfläche unabhängig.

Ist die Dichte der Kugel  $\rho$ , die der Flüssigkeit  $\rho'$ , so ist die treibende Kraft  $K$  einfach das um den Auftrieb verminderte Gewicht der Kugel. Diese Kraft hält der Widerstandskraft  $R$  das Gleichgewicht, so daß wir die Gleichung haben

$$K = R = \frac{4\pi}{3} r^3 (\rho - \rho') g = 6\pi\eta r v \quad \text{oder} \quad v = \frac{2r^2(\rho - \rho')g}{9\eta},$$

d. h. die Kugel fällt um so langsamer, je kleiner sie ist.

Bei größerer Geschwindigkeit kommt es wieder zur Wirbelbildung, die laminare Strömung schlägt in die turbulente um. Einen häufig vorkommenden Fall der Wirbelbildung,

nämlich die zu einer sog. Wirbelstraße führende periodische Ablösung von Wirbeln abwechselnd oben und unten an der Rückseite des Körpers, zeigt die Abb. 104. Da hierbei die Flüssigkeit in drehende Bewegung kommt, bedeutet das, daß bei der Bewegung des Körpers in der Flüssigkeit ständig kinetische

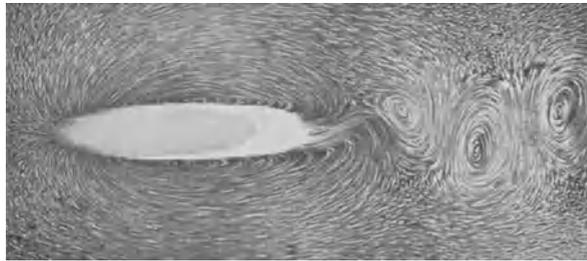


Abb. 104. Wirbelbildung hinter einem umströmten Körper (Institut für Strömungsforschung, Göttingen).

Energie (Rotationsenergie) erzeugt wird, für die nach dem Energiesatz eine entsprechende Mehrarbeit und damit auch eine zusätzliche Kraft zur Überwindung des vergrößerten Widerstandes aufgewandt werden muß. Da die Drehgeschwindigkeit der Wirbel der Geschwindigkeit des bewegten Körpers proportional ist und

da ferner die kinetische Energie des Wirbels (seine Rotationsenergie) mit der Dichte des Mediums ansteigt, ist der Strömungswiderstand eines Körpers der Dichte der Flüssigkeit und dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional. Dabei kommt es nur auf die Relativgeschwindigkeit zwischen Körper und Flüssigkeit an. Die Wirbelbildung und damit der Stirnwiderstand des Körpers sind dieselben, gleich ob der Körper mit einer bestimmten Geschwindigkeit durch die ruhende Flüssigkeit bewegt wird oder ob die Flüssigkeit mit derselben Geschwindigkeit gegen den ruhenden Körper anströmt. Diese im umgebenden

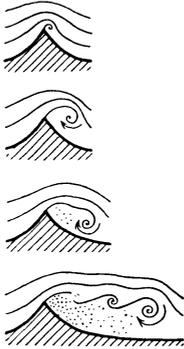


Abb. 105. Wirbelbildung an einer Kante (nach PRANDTL).

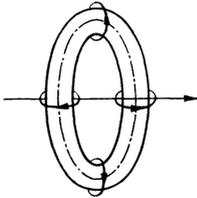


Abb. 106. Wirbelring.

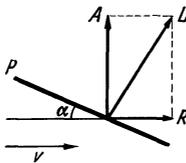


Abb. 107. Auftrieb einer Platte in einer Strömung.

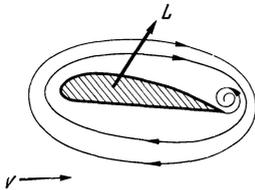


Abb. 108. Strömung um einen Tragflügel.

Medium erzeugte Wirbelenergie wird später durch Reibung restlos in Wärme umgewandelt, ist also verloren und daher unerwünscht.

Da der Widerstand eines umströmten Körpers vor allem auf der Wirbelbildung auf der Rückseite beruht, wird man versuchen, diese nach Möglichkeit zu unterdrücken. Das ist vor allem durch geeignete Formgebung möglich. Erfahrungsgemäß begünstigen scharfe Kanten die Wirbelbildung. Daher verkleidet man den Körper und gibt ihm außerdem eine nach hinten spitz zulaufende Form, ein sog. Tropfenprofil. Diese glatte oder Stromlinienform gibt man Schiffskörpern sowie allen Fahrzeugen, die unter Überwindung des Luftwiderstandes hohe Geschwindigkeiten erreichen<sup>1</sup> sollen.

Die Bildung von Wirbeln ist eine Folge der inneren Reibung. Wir finden solche Wirbel nicht nur beim Umströmen eines Hindernisses, sondern auch überall da, wo zwei Strömungen verschiedener Geschwindigkeit miteinander in Berührung kommen. Die Ausbildung von Wirbeln an einer Kante zeigt die Abb. 105. Wirbel besitzen eine gewisse Steifigkeit und können daher Schwimmern im Wasser sehr gefährlich werden. Von der Energie eines Wirbels geben uns die Verwüstungen durch Windhosen und Wirbelstürme Kenntnis.

Besonders interessant sind die sog. Wirbelringe, bekannt z. B. als Tabakringe. Bei diesen ringförmig geschlossenen Wirbeln hat man eine Drehung der Flüssigkeitsteilchen um die kreisförmige Mittellinie des Ringes, s. Abb. 106. Ein solcher Wirbel besteht immer aus denselben Flüssigkeitsteilchen und bewegt sich wie ein selbständiger Körper durch die Flüssigkeit.

**§ 59. Grundlagen des Fluges.** Steht eine Platte  $P$  schräg in einem Luftstrom, so erfährt sie eine bestimmte Kraft, sog. Luftkraft  $L$ , s. Abb. 107, die wir, in eine senkrechte und eine waagerechte Komponente als dynamischen Auftrieb  $A$  bzw. dynamischen Rücktrieb  $R$  bezeichnen, zerlegen können. Für eine gute Tragfläche soll der Auftrieb möglichst groß, der Rücktrieb oder der Widerstand möglichst klein werden. Das erreicht man durch geeignete Formgebung in Gestalt eines stromlinienartigen Tragflügelprofils, s. Abb. 108.

Setzt man einen solchen Tragflügel in eine Strömung oder bewegt ihn durch ruhende Luft, so bildet sich beim Anfahren ein Wirbel, und zwar nur ein einziger, der sog. Anfahrwirbel aus, s. Abb. 108. Er rotiert gegen den Uhrzeiger

<sup>1</sup> Einem Lastkraftwagen Stromlinienform zu geben, wäre praktisch sinnlos, da der Widerstand der Luft neben den sonstigen Reibungswiderständen erst bei größeren Geschwindigkeiten eine Rolle spielt.

und wandert später mit der Strömung ab. Gleichzeitig setzt eine Zirkulation der Luft um den Tragflügel im umgekehrten Sinne ein. Das bedeutet, daß oberhalb der Fläche die Geschwindigkeit größer, unterhalb kleiner wird, oder daß wegen des Zusammenhanges zwischen Druck und Geschwindigkeit (BERNOULLISCHE Gleichung) oben ein Unterdruck und unten ein Überdruck entsteht. Der Tragflügel wird also teils nach oben gesaugt, teils von unten nach oben gedrückt. Diese eigentümlichen Strömungsverhältnisse sind die eigentliche Ursache des dynamischen Auftriebes und nur möglich, solange als Tragfläche und umgebendes Medium eine Relativgeschwindigkeit zueinander besitzen. In einer idealen, d. h. reibungslosen Flüssigkeit gäbe es keine Wirbelbildung, daher auch keine Zirkulation und keinen Auftrieb.

Die Zirkulation um den Tragflügel ist die notwendige Folge des Anfahrwirbels. Denn nach dem Satz von der Erhaltung des Drehimpulses, der ja nur eine Folge des Grundprinzips von Kraft und Gegenkraft ist, muß der Drehimpuls insgesamt Null bleiben. Das ist nur möglich, wenn neben dem Wirbel mit seinem Drehimpuls eine zweite Drehbewegung mit umgekehrten Umlaufsinn auftritt und diese Drehbewegung ist die Zirkulation um den Tragflügel.

Beim Abstellen des Motors sinkt infolge des unvermeidlichen Rücktriebes die Geschwindigkeit und damit der Auftrieb. Um nicht zu sehr an Geschwindigkeit zu verlieren, muß das Flugzeug in den Gleitflug übergehen. Es verliert also an potentieller Energie oder an Höhe.

Der Segelflug ist ein Gleitflug in einem schräg aufwärts gerichteten Luftstrom. Ist die senkrecht nach oben gerichtete Geschwindigkeitskomponente des Luftstromes größer als die bei ruhender Luft senkrecht nach unten gerichtete Komponente der Flugzeuggeschwindigkeit, so vermag das Flugzeug zu steigen. Solche aufwärts gerichteten Luftströmungen treten vor allem an Hängen, ferner infolge Erwärmung von Bodenschichten durch die Sonne und vor Gewitterfronten auf. Möwen fliegen in der am Heck des Schiffes aufströmenden Luft.

## Schwingungs- und Wellenlehre. Akustik.

Für das Verständnis nicht nur akustischer, sondern auch zahlreicher optischer, elektrischer und anderer Erscheinungen ist die Kenntnis der Grundzüge der Schwingungs- und Wellenlehre unerlässlich. Wir entwickeln diese am Beispiel der mechanischen, d. h. der elastischen Schwingungen fester, flüssiger und gasförmiger Körper. Da mechanische Schwingungen über ein größeres Frequenzgebiet auf unseren Gehörsinn einwirken, ergibt sich eine enge und natürliche Verknüpfung zwischen der Akustik als der Lehre vom Schall einerseits und der Schwingungs- und Wellenlehre andererseits. Wir behandeln daher beide Gebiete in einem gemeinsamen Kapitel, das einen ersten, allgemeinen und einen zweiten der Akustik im besonderen gewidmeten Teil enthält.

### I. Allgemeines über Schwingungen und Wellen.

§ 60. **Zusammensetzung von Schwingungen.** Das einfachste Beispiel einer Schwingung ist die in § 27 besprochene lineare harmonische Schwingung oder die Sinusschwingung. Wir betrachten jetzt die Zusammensetzung solcher Schwingungen am Beispiel einer mechanischen, nämlich der dort behandelten Pendelschwingung. Ein solches Pendel kann im allgemeinen eine sehr verwickelte Bahn beschreiben. In dem Sonderfall, daß die Schwingung in einer einzigen Richtung erfolgt, sprechen wir von einer geradlinigen oder linear polarisierten Schwingung. Führt ein Körper gleichzeitig mehrere Schwingungen aus, so bestimmt sich die resultierende Bewegung durch den Parallelogrammsatz, d. h. durch die geometrische Addition der Einzelbewegungen, Prinzip der Superposition der Bewegung, s. § 6. Überlagern wir zwei zueinander senkrecht stehende linear polarisierte Schwingungen gleicher Amplitude und Frequenz, indem wir z. B. einen einseitig eingespannten Stab so anstoßen, daß er sowohl von links nach rechts wie von vorn nach hinten schwingt, s. Abb. 40, so durchläuft jeder Punkt, z. B. auch die oben aufgesetzte leichte Kugel im allgemeinen eine sog. elliptische Schwingung, vgl. Abb. 109. Die Form der Ellipse hängt von den Amplituden sowie von der Phasendifferenz zwischen den beiden Schwingungen ab. Unter ihrer Phasendifferenz verstehen wir den Zeitunterschied, etwa zwischen dem gleichsinnigen Durchgang durch die Ruhelagen, ausgedrückt in Bruchteilen der Schwingungsdauer oder im Winkelmaß. Verlaufen zwei Schwingungen ständig gleichsinnig, gehen also gleichzeitig durch ihre Ruhelagen und die entsprechenden Umkehrpunkte, so ist ihre Phasendifferenz 0. Schwingen sie ständig entgegengesetzt und gehen gleichzeitig durch die entgegengesetzten Umkehrpunkte, so ist die Phasendifferenz  $\pi$  oder  $180^\circ$ .

Gehen die beiden Schwingungen *I* und *II* der Abb. 109a gleichzeitig durch die Gleichgewichtslage *0*, so gelangen sie  $\frac{1}{8}$  Periode später nach den Bahnpunkten *1* und nach  $\frac{2}{8}, \frac{3}{8} \dots$  Perioden nach den Umkehrpunkten *2* bzw. den weiteren Bahnpunkten *3, 4* . . . Wie man sieht, geht die resultierende Bewegung durch die Punkte *0', 1', 2', 3', . . .*, ist also eine geradlinige Schwingung. Ist die Phasendifferenz  $\pi/2$ , s. Abb. 109b, so geht z. B. die Schwingung *I* durch den Umkehrpunkt *0*, während *II* gerade erst durch die Gleichgewichtslage *0* geht.

$\frac{1}{8}$  Periode später sind  $I$  und  $II$  in  $I$  und  $\frac{1}{8}$  Periode danach in den Punkten  $2$ , der für  $II$  ein Umkehrpunkt, für  $I$  die Gleichgewichtslage ist. Die Zusammensetzung ergibt eine zirkulare oder eine Kreisschwingung. Für beliebige Phasendifferenzen erhalten wir eine elliptische Schwingung, s. Abb. 109c, die die Schwingungsform für eine Phasendifferenz von  $\pi/4$  oder  $\frac{1}{8}$  Periode zeigt.

Umgekehrt kann man jede dieser Schwingungen rückwärts in zwei aufeinander senkrecht stehende Schwingungen zerlegen, deren Richtungen im übrigen beliebig gewählt werden können. Die Ellipse läßt sich z. B. auch in zwei Schwingungen entlang den Hauptachsen, aber mit verschiedenen Amplituden und mit der Phasendifferenz  $\pi/2$  zerlegen.

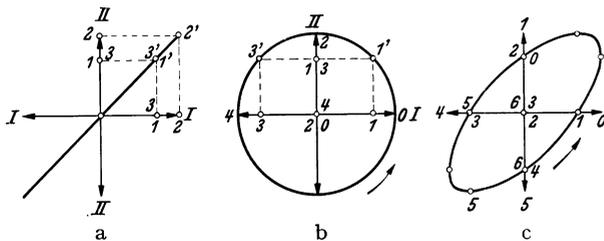


Abb. 109. Überlagerung zweier senkrecht aufeinanderstehender Schwingungen  $I$  und  $II$  von gleicher Frequenz und Amplitude bei verschiedener Phasendifferenz  $\varphi$ ; (a)  $\varphi = 0$ ; (b)  $\varphi = \pi/2$ ; (c)  $\varphi = \pi/4$ .

Wir betrachten ferner den Fall der Überlagerung von gleichgerichteten linearen Schwingungen. Die resultierende Schwingung erhalten wir einfach durch algebraische Addition der Ordinaten der Teilschwingungen. Wir bringen einige Beispiele. Die Überlagerung von zwei Schwingungen gleicher Frequenz und gleicher Amplitude ergibt bei gleicher Phase eine Schwingung derselben

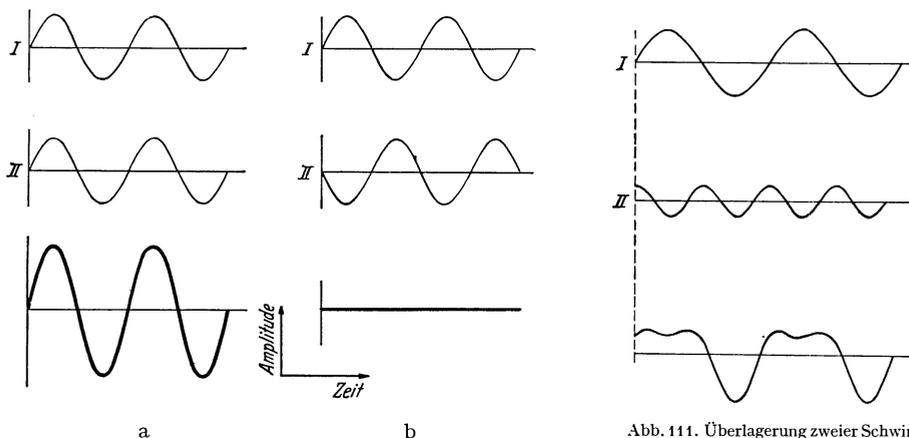


Abb. 110. Überlagerung von zwei Schwingungen gleicher Frequenz und Amplitude; a) Phasenunterschied 0; b) Phasenunterschied  $\pi$ .

Abb. 111. Überlagerung zweier Schwingungen mit sehr verschiedenen Frequenzen und Amplituden.

Frequenz, jedoch von doppelter Amplitude, s. Abb. 110a. Ist der Phasenunterschied  $\pi$  oder  $180^\circ$ , so heben sich die Bewegungen ständig auf, die beiden Schwingungen löschen sich also aus, s. Abb. 110b. Diese Erscheinung bezeichnen wir als Interferenz. Sie spielt bei der Ausbreitung von Wellen aller Art eine große Rolle, vgl. § 61, 65 u. 210ff. Die Überlagerung von zwei Schwingungen mit sehr verschiedenen Frequenzen und Amplituden ergibt, wie Abb. 111 zeigt, ein schon recht verwickeltes Schwingungsbild.

Durch Hinzunahme weiterer Sinusschwingungen erhält man beliebige Schwingungsformen. Daher kann man umgekehrt jeden noch so verwickelten periodischen Bewegungsvorgang als die Überlagerung einer Reihe von Sinusschwingungen darstellen.

Dabei sind nach FOURIER die Frequenzen der Teilschwingungen ganzzahlige Vielfache einer tiefsten Frequenz, die der sog. Grundschwingung zugehört und gleich der Periodenzahl des zu analysierenden Vorganges ist. Die

Schwingungen höherer Frequenz werden als Oberschwingungen, in der Akustik als Obertöne bezeichnet.

Nun überlagern wir zwei Schwingungen gleicher Amplitude und ähnlicher Frequenz. Dabei erhält man eine Schwingungskurve mit regelmäßig schwankender Amplitude, eine sog. Schwebungskurve. Die Frequenz der Amplitudenschwankung oder die Schwebungsfrequenz  $n_s$  ist gleich der Differenz der Frequenzen der Teilschwingungen. Überlagern wir z. B. eine Schwingung

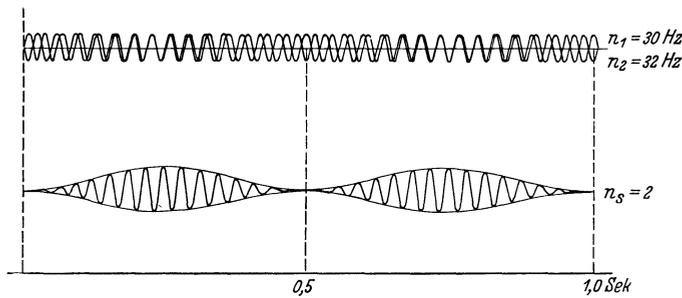


Abb. 112. Schwebungen.

von 30 Hz mit einer solchen von 32 Hz, s. Abb. 112, so wird die Amplitude 2mal in der Sekunde ein Maximum erreichen und 2mal in der Sekunde werden sich die Einzelschwingungen durch Interferenz vernichten. Läßt man also z. B. zwei schwach gegeneinander verstimmt Stimmgabeln ertönen, so erhält man ein periodisches An- und Abschwollen des Tones.

**§ 61. Entstehung von elastischen Wellen.** In einem elastischen Körper halten sich alle kleinsten Teilchen (Atome oder Moleküle) durch elektrische Kräfte wie durch elastische Federkräfte gegenseitig in bestimmten Gleichgewichtslagen fest, s. § 42. Jedes Atom stellt also ein elementares Pendel mit einer charakteristischen Eigenschwingung dar. Schwingt ein Teilchen aus seiner Ruhelage heraus, so stört es auch die Nachbarteilchen, diese geraten ebenfalls in

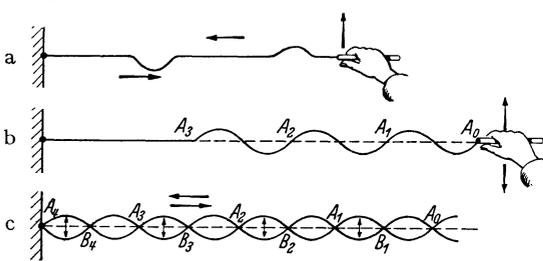


Abb. 113. Zur Entstehung und Reflexion von Querwellen in einem Seil.

Schwingungen, und so pflanzt sich die Schwingung im elastischen Medium fort. In einer bestimmten Richtung gesehen, beginnt jedes neue Teilchen etwas später als das unmittelbar vorher getroffene zu schwingen. Der Körper stellt also gewissermaßen eine Folge von aneinander gekoppelten atomaren Pendeln dar, vgl. § 64.

$\alpha$ ) Querwellen. Man kann den Vorgang der Entstehung einer Welle

sehr schön an einem langen Seile oder Gummischlauch verfolgen, s. Abb. 113. Geben wir dem rechten Seilende einen kurzen Schlag nach oben, so pflanzt sich die Störung mit einer bestimmten endlichen Geschwindigkeit längs des Seiles fort. Auf dieser endlichen Geschwindigkeit beruht die Möglichkeit der Entstehung von fortschreitenden elastischen Wellen. Bei einer zeitlosen Ausbreitung würde das Seil als Ganzes wie eine geometrische Gerade unserer Hand folgen. Schwingen wir das Seilende im Takte ein paarmal auf und ab, so beginnen alle Teile des Seiles nacheinander diese Bewegung mitzumachen. Die Schwingung an den verschiedenen Punkten beginnt um so später, je weiter entfernt diese vom Anfangspunkt

entfernt liegen. Wir erhalten das Bild eines fortschreitenden Wellenzuges, und zwar handelt es sich, da die Schwingungen immer senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung erfolgen, um sog. Quer- oder Transversalwellen. Hat der Anfangspunkt  $A_0$  eine volle Schwingung ausgeführt, so ist die Störung bei  $A_1$  angelangt. In der Abb. 113b hat  $A_0$  drei ganze Schwingungen ausgeführt, die Störung ist bis  $A_3$  vorgedrungen. Die Wellenlänge  $\lambda$  ist gleich dem Abstand benachbarter in Phase schwingender Punkte, die also wie z. B.  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_2$  und  $A_3$  gleichzeitig durch die Ruhelage von unten nach oben schwingen, d. h. gleich dem Abstand von Wellenberg zu Wellenberg oder Wellental zu Wellental.  $T$  sei die Schwingungsdauer. In dieser Zeit eines vollen Hin- und Herganges läuft die Störung um die Strecke  $\lambda$  vor, so daß wir für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit  $v$  einer Welle die Beziehung erhalten

$$v = \lambda/T = n\lambda,$$

wobei  $n$  die Schwingungszahl ist.

Läuft eine Welle dem Seile entlang, so hat man bei genügend raschen Schwingungen den Eindruck, als ob sich das Seil als Ganzes wie eine Schlange vorwärts bewegen würde. Die obige Betrachtung zeigt aber, daß in einer Welle nicht Materie, sondern nur ein Schwingungszustand, d. h. Energie weitergeleitet wird (über eine Ausnahme bei den Schwerwellen des Wassers vgl. § 65).

$\beta$ ) Längswellen. Erfolgen die Schwingungen in der Fortpflanzungsrichtung, so sprechen wir von Längs- oder Longitudinalwellen. Hier wird ein Impuls oder eine Folge von Impulsen durch den Körper fortgeleitet. Diesen Impulstransport veranschaulicht sehr schön ein Versuch mit einer Stoßkugelreihe, s. Abb. 114. Lassen wir die Kugel  $I$  aufschlagen, so bleibt sie liegen und überträgt ihren Impuls auf die Kugel  $2$ , diese stößt die Kugel  $3$  an usw. So pflanzt sich der Impuls mit großer Geschwindigkeit, und zwar, wie wir gleich sehen werden, mit Schallgeschwindigkeit durch die Kugelreihe fort und schließlich fliegt die letzte Kugel mit dem ursprünglichen Impuls ab. In einem beliebigen, einmal oder periodisch angestoßenem Körper sind es die Atome, die in derselben Weise den Impuls in Richtung der ursprünglichen Kraft weitergeben. Erhalten z. B. alle in irgendeinem Raumelement  $I$  befindlichen Moleküle einen plötzlichen Stoß nach rechts, s. Abb. 115, so prallen sie gegen die Moleküle der Nachbarschicht  $II$ . Es entsteht eine augenblickliche Verdünnung in  $I$  und eine Verdichtung oder ein Überdruck in  $II$ . Dadurch werden die aus  $I$  stammenden Moleküle wieder zurückgedrängt und außerdem der Stoß auf die Schicht  $III$  weitergegeben. So pflanzt sich ein Impuls, begleitet von einer Momentanverdichtung, durch das Gas fort. Erfolgen die Stöße regelmäßig, so erhalten wir eine Längswelle mit abwechselnden Verdichtungen und Verdünnungen, vgl. auch § 62.

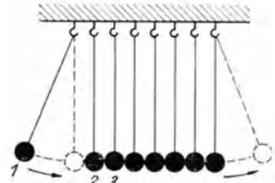


Abb. 114. Stoßkugelreihe.

$\gamma$ ) Die Geschwindigkeit der elastischen Wellen. Das Entstehen einer Welle beruht wesentlich darauf, daß bei jeder Verrückung eines Atomes aus seiner Gleichgewichtslage Kräfte auftreten, die die Nachbaratome in Bewegung setzen. Die Geschwindigkeit dieses Kopplungsmechanismus, d. h. die Fortpflanzungsgeschwindigkeit  $v$  einer elastischen Welle, hängt von den Kopplungskräften, d. h. von der Elastizität des Stoffes und von der Masse ab. Je größer die Kräfte und je geringer die Massen sind, um so größer sind die Beschleunigungen, mit der die Nachbaratome den Störkräften folgen. Dabei gilt für die Längs- oder Schallwellen in einem stabförmigen Körper die Beziehung  $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ ;  $E$  der Elastizitätsmodul,

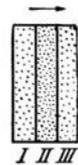


Abb. 115. Fortleitung eines Druckimpulses in einem Gase.

Schallwellen in einem stabförmigen Körper die Beziehung  $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ ;  $E$  der Elastizitätsmodul,

$\rho$  die Dichte. Wie wir im nächsten Paragraphen sehen werden, sind in Flüssigkeiten und Gasen nur Längswellen möglich. Da sie in einem sehr großen Frequenzgebiet unser Gehör erregen, bezeichnet man die elastischen Längswellen auch als Schallwellen und ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit als Schallgeschwindigkeit.

δ) Stehende Wellen. Wir betrachten wieder die in Abb. 113 dargestellten Seilwellen. Am Ende des an einer Wand befestigten Seiles wird der Wellenzug reflektiert und läuft zurück.

Dabei beobachten wir, daß sich die Aufwärtsbewegung in eine Abwärtsbewegung verwandelt, d. h. bei der Reflexion am festen Ende erfolgt ein Phasensprung von einer halben Wellenlänge oder  $180^\circ$ . Befestigen wir das Seil an einem dünnen Faden, also an einen Körper mit geringerer Masse, das seinerseits erst im größeren Abstände festgeknüpft ist, so erfolgt die Reflexion mit gleicher Phase. Da ein Teil der Energie in den Faden übergeht, enthält die reflektierte Welle weniger Energie. Im Faden läuft eine Welle weiter, mit allerdings anderer Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Solche Erscheinungen treten immer beim Übergang einer Welle von einem Medium in ein anderes auf, sie werden uns noch in der Optik begegnen, vgl. § 183.

Wir wollen jetzt das freie Seilende mit der Hand dauernd im Takte auf- und abschwngen. Dann wird jeder Punkt des Seiles von zwei gegenläufigen Wellenzügen, dem ursprünglichen und dem reflektierten, in Schwingung versetzt und führt eine Bewegung aus, die die geometrische Summe der Einzelbewegungen ist. Durch diese Überlagerung oder Interferenz der beiden Wellenzüge entsteht eine eigentümliche Schwingungsform, die wir an Hand der Abb. 116 näher betrachten wollen.

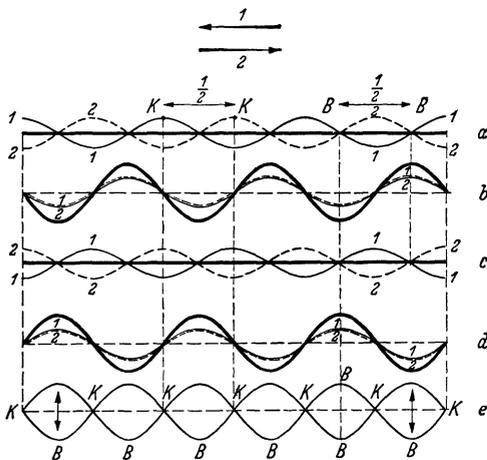


Abb. 116. Bildung einer stehenden Welle.

Alle Punkte erfahren also gleichzeitig zwei Elongationen, die überall entgegengesetzt gleich sind, sich also aufheben, d. h. das Seil bleibt in Ruhe (stark ausgezogene Kurve). Im nächsten Bilde (b) ist die Welle 1 um  $\frac{1}{4}\lambda$  nach links, die Welle 2 um  $\frac{1}{4}\lambda$  nach rechts gewandert. Die von beiden Einzelwellen erzeugten und überall gleichen Elongationen erfolgen jetzt in derselben Richtung, so daß sie sich addieren und wir den doppelten Ausschlag erhalten (stark ausgezogene Kurve). In (c) und (d) sind die Verhältnisse für die folgenden, um je eine Viertelperiode später liegenden Zeitpunkte dargestellt. Wir erkennen, daß es bei dieser Interferenz von zwei gegeneinander laufenden Wellenzügen stets Punkte *K* gibt, die sog. Knotenpunkte, die dauernd in Ruhe bleiben. Dazwischen liegen die Schwingungsbäuche mit den Punkten ständiger Bewegung, wobei die Punkte in der Mitte der Bäuche die größten Amplituden haben. Der Abstand von Knoten zu Knoten oder von Bauch zu Bauch ist gleich einer halben Wellenlänge. Da sowohl die Punkte ständiger Ruhe wie die der größten Bewegung fest liegen, sprechen wir von einer stehenden Welle. Abb. 116e zeigt die beiden Kurven, auf denen die Umkehrpunkte dieser besonderen Schwingungsform liegen. Stehende Wellen können sich bei einem Seile natürlich nur dann ausbilden, wenn das feste Ende

einen Knoten, das bewegte Ende einen Bauch bildet, s. Abb. 113c. Über stehende Wellen bei Längsschwingungen s. § 62.

§ 62. **Eigenschwingungen und Wellen in elastischen Körpern.** Nicht nur ein einfaches Pendel oder eine Feder, sondern jeder Körper beliebiger Gestalt besitzt charakteristische elastische Eigenschwingungen. Jede Stimmgabel, jede gespannte Saite oder eine Luftsäule (Pfeife) geben eine bestimmte Frequenz. Erregen wir das in Abb. 113 wiedergegebene Seil im richtigen Takt, so bildet sich eine stehende Welle mit kräftigen Amplituden aus, wobei die einzelnen Teile außerhalb der Knoten mit bestimmten Frequenzen, nämlich mit einer tiefsten Frequenz, d. i. die Frequenz der Grundschiwingung, oder mit einer der zahlreichen höheren, den Oberschwingungen entsprechenden Frequenzen schwingen.

Eine an beiden Enden fest eingespannte Saite hat, wenn wir sie etwa durch Zupfen zu Querschwingungen erregen, an den Enden notwendigerweise Schwingungsknoten. Je nach der Art der Anregung erhalten wir die Grundschiwingung oder eine der vielen Oberschwingungen, s. Abb. 117, oder schließlich eine Überlagerung von allen möglichen Teilschwingungen.

Bei der Grundschiwingung ist die Wellenlänge gleich der doppelten Länge der Saite, also ist ihre Frequenz durch die Beziehung  $n = v/\lambda = v/2l$  gegeben,  $v$  die Schallgeschwindigkeit in der Saite,  $l$  ihre Länge; die Oberschwingungen sind durch  $n = 2, 3, 4 \dots v/2\lambda$  festgelegt, die Frequenzen verhalten sich also wie  $1:2:3:4 \dots$ .

Durch Reiben kann man eingeklemmte Stäbe und Saiten auch in Längsschwingung versetzen.

Die Schwingungsform einer Stimmgabel beim Grundton ist in Abb. 118 dargestellt. Wir haben weit unten zwei Knoten, die Zinken schwingen beide gleichzeitig entweder nach innen oder nach außen. In Platten und Membranen treten Querschwingungen von sehr verwickelten Formen auf. Streut man Staub oder Sand auf eine schwingende Platte, so bleibt dieser an den Stellen dauernder Ruhe, den Knotenlinien, liegen, sog. CHLADNISCHE Klangfiguren. Noch verwickelter werden die Schwingungsformen bei gewölbten Flächen, z. B. bei Glocken und Gläsern.

Während in festen Körpern sowohl Quer- wie Längsschwingungen möglich sind, treten in Flüssigkeiten und Gasen praktisch nur Längsschwingungen auf, da die in diesen Aggregatzuständen gegeneinander verschiebbaren Moleküle im wesentlichen Impulse nur in der Richtung der Eigenbewegung übertragen können<sup>1</sup>, vgl. auch § 48.

Schwingt in einem festen Körper ein Atom  $A$  horizontal um seine Gleichgewichtslage, s. Abb. 119, so werden alle in der Nachbarschaft geordnet liegenden Atome ebenfalls zu Schwingungen veranlaßt. Nach rechts und links übt das Atom  $A$  einen periodischen Druck aus, der sich als Längswelle fortpflanzt. Die oben und unten bzw. vorn und hinten liegenden, auch zu Horizontalschwingungen angeregten Atome leiten nach oben und unten bzw. nach vorn und hinten laufenden Querwellen ein. In einem flüssigen oder gasförmigen Körper sind die Moleküle gegeneinander verschiebbar, wir haben nur Volumen-, aber keine Formelastizität, s. § 46. Infolge davon kann ein Molekül nur die in der Richtung seiner eigenen Bewegung liegenden Nachbarn vor sich hertreiben, die seitlichen Moleküle werden nicht wesentlich beeinflußt. Es entstehen nur Längsschwingungen und -wellen.

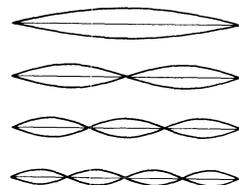


Abb. 117. Grund- und Oberschwingungen einer Saite.



Abb. 118. Schwingungsform einer Stimmgabel.

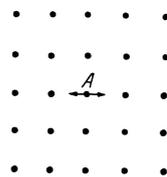


Abb. 119.

<sup>1</sup> Die als Querwellen bekannten, an der Oberfläche verlaufenden Wasserwellen sind auf die Schwerkraft zurückzuführen und daher keine elastischen Wellen, vgl. § 65. In das Innere der Flüssigkeit können nur die elastischen Längswellen eindringen.

Die in einer begrenzten Luftsäule sich ausbildenden stehenden Wellen kann man besonders schön mit Hilfe der sog. KUNDTschen Staubfiguren beobachten, s. Abb. 120.

Ein Glasrohr wird an einem Ende mit einem verschiebbaren Kolben *K* dicht abgeschlossen, auf der anderen Seite sitzt ein in der Mitte festgeklemmter Metallstab mit einer aufgekitteten

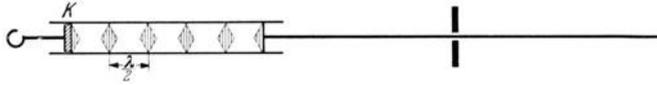


Abb. 120. KUNDTsche Staubfiguren.

Korkscheibe. Bringt man den Stab durch Reiben in Längsschwingungen, so werden die Stabenden zu Bäuchen und die kleine Korkscheibe bringt die Luftsäule im Rohr zum Schwingen. Man verschiebt den Kolben links so lange, bis sich im Rohr eine stehende Welle ausbildet, was man schon an dem verstärkten Ton erkennt. Befindet sich im Innern des Rohres etwas Korkstaub, so bilden sich eigentümliche Staubfiguren aus, da sich der Staub an den Knotenstellen der Luftbewegung sammelt. Da der Abstand von Knoten zu Knoten gleich der halben Wellenlänge der stehenden Welle ist, folgt aus der Beziehung  $n = v/\lambda$  bei bekannter Schallgeschwindigkeit  $v$  in Luft die Frequenz der Schallwelle. Da beim Grundton des longitudinal schwingenden Stabes die Wellenlänge gleich der doppelten Stablänge  $l$  ist, ergibt sich weiterhin die Schallgeschwindigkeit im Stabe als  $c = 2v/l$ . Man findet, daß in festen Körpern Schallgeschwindigkeit und Wellenlänge erheblich größer als in Luft sind, vgl. § 68.

Wenn sich in der Luftsäule eines einseitig verschlossenen Rohres stehende Wellen ausbilden, so liegt am verschlossenen Ende sicher ein Knoten der Bewegung der Moleküle, d. h. Knoten der Geschwindigkeit und Amplitude. Am offenen Ende befindet sich dann ein Bauch der Bewegung. Da aber andererseits am offenen Ende die normale konstante Atmosphärendichte herrscht, befindet sich dort ein Knoten von Dichte und Druck. Es fallen also bei stehenden Längswellen (das gilt auch für die elastischen Wellen fester Körper) die Knoten von

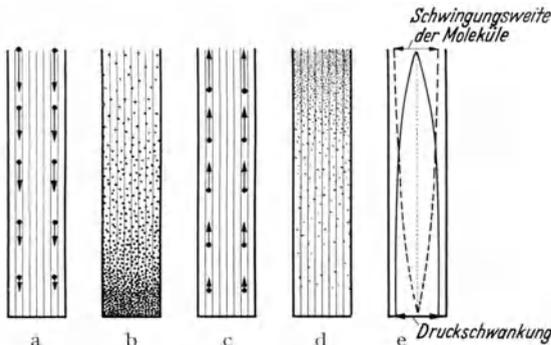


Abb. 121. Grundschwingung einer einseitig verschlossenen Luftsäule.

Druck und Dichte mit den Bäuchen der Bewegung zusammen und umgekehrt. Da, wo also der Druck und die Dichte am stärksten schwanken, bleiben die Moleküle dauernd in Ruhe, s. Abb. 121, die die Verhältnisse für die Grundschwingung in vier um je  $1/4$  Periode auseinanderliegenden Zeitpunkten (Phasen) zeigt. In (a) haben wir überall denselben Luftdruck und normale Dichte, die Moleküle bewegen sich mit größter Geschwindigkeit von oben nach unten.  $1/4$  Periode später (b) haben sie ihre größte Ausschlagung nach unten erreicht, und wir erhalten am unteren Ende des Rohres ein Maximum der Dichte und des Druckes. Dann strömen die Luftmoleküle wieder zurück, bis wieder überall die gleiche Dichte herrscht (c). Infolge ihrer Trägheit schwingen sie aber über diese Gleichgewichtslage hinaus, und es kommt unten zu einer Verdünnung (d). In (e) sind noch die maximalen Druckschwankungen (ausgezogene Kurve) und Schwingungswerte der Luftmoleküle (gestrichelte Kurve) eingetragen.

**§ 63. Erzwungene Schwingungen, Resonanz.** Regen wir ein schwingungsfähiges System, z. B. ein Pendel einmal an, so schwingt es nachher mit abnehmender Amplitude weiter, wir erhalten eine freie gedämpfte Schwingung, s. Abb. 42b. Lassen wir nun die erregende äußere Kraft durch eine geeignete

Vorrichtung, s. Abb. 122, ständig und periodisch einwirken, so folgt das Pendel immer dieser Kraft, führt also eine Schwingung mit der Frequenz der äußeren Kraft oder eine sog. erzwungene Schwingung aus. Stimmt die Frequenz der erregenden Kraft mit der Eigenfrequenz überein, so werden die Amplituden sehr groß, es tritt Resonanz ein. Daher kann auch ein Kind eine schwere Schaukel zu großen Schwingungen bringen, wenn es nur die Schaukel im richtigen Takt und im jeweils richtigen Moment immer wieder anstößt.

Resonanzerscheinungen spielen bei elektrischen Schwingungen aller Art, s. § 144 ff., und in der Akustik eine große Rolle. Bringen wir in die Nähe einer tönenden Stimmgabel eine zweite, so wird diese durch die periodischen Schwankungen des Luftdruckes zu Schwingungen veranlaßt. Die Amplituden bleiben aber außerordentlich klein. Nur wenn die Frequenz beider Stimmgabeln gleich

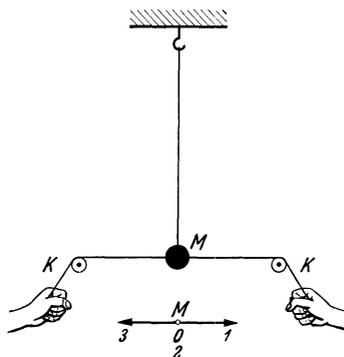


Abb. 122. Zur erzwungenen Schwingung.

ist, gerät die zweite in Resonanz und gibt einen kräftigen Ton. Die Energie entzieht sie natürlich den über sie hinweglaufenden Schallwellen.

Wir betrachten nun den Vorgang der Resonanz am Beispiel unseres Pendels noch etwas genauer. Ziehen wir einmal ruckartig an der Pendelkugel, so vollführt das Pendel, das wir auch als Resonator bezeichnen, eine freie gedämpfte

Schwingung mit der Frequenz  $n_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$ . Ziehen wir die Kugel periodisch sehr langsam hin und her, ist also die Frequenz  $n$  der erregenden Kraft sehr klein, so macht der Resonator die Bewegungen mit und schwingt genau im Takte mit der erregenden Kraft. Wird deren Frequenz  $n$  größer und schließlich gleich  $n_0$ , so erhalten wir auch bei kleinsten Fadenbewegungen sehr große Amplituden des Pendels. Wäre keine Dämpfung vorhanden und die Eigenschwingung auch bei großen Amplituden streng harmonisch, so würden die Amplituden immer größer und größer und das System schließlich zerstört werden (Resonanzkatastrophe). Wird  $n$  noch größer, so werden die Amplituden des Pendels rasch kleiner, und schließlich bleibt die Kugel einfach in Ruhe, da sie schließlich infolge ihrer Trägheit den schnellen Schwingungen gar nicht zu folgen vermag.

Die Resonanz ist um so ausgeprägter, je geringer die Dämpfung ist. Soll die Schwingung aufgeschaukelt werden, so muß die erregende Kraft nicht nur mit der richtigen Frequenz, sondern auch in der jeweils richtigen Phase der Schwingung einwirken, nämlich immer so, daß sie die Bewegung zusätzlich beschleunigt. So muß in unserem Beispiel die Zugkraft nach rechts wirken, solange die Kugel von 3 nach 1 schwingt, also ihren Maximalwert erreichen, wenn das Pendel von links nach rechts durch die Ruhelage geht, und null werden, wenn das Pendel den Umkehrpunkt erreicht. Die beschleunigende Kraft muß also der Bewegung um  $90^\circ$  voraus sein. Nur unter dieser Voraussetzung wird der Schwingung Energie zugeführt, andernfalls wird sie gebremst.

Resonanzwirkungen spielen im täglichen Leben und in der Technik eine große Rolle und sind vielfach unerwünscht. Beim Betrieb von Maschinen und Motoren muß man die kritischen Drehzahlen, die in das Gebiet der Eigenschwingungen der Maschine oder des Gebäudes fallen, vermeiden. Eine Marschkolonne soll eine Brücke nicht im Gleichschritt überschreiten, um das Anregen der Eigenschwingungen zu vermeiden.

**§ 64. Gekoppelte Schwingungen.** Wir betrachten zwei gleiche, miteinander etwa durch eine schwache Feder gekoppelte Pendel, ein sog. Doppelpendel,

s. Abb. 123. Setzen wir das eine Pendel *I* in Bewegung, so wird es selbstverständlich das zweite mit beeinflussen. Nun wirkt aber das zweite Pendel, der Resonator, infolge der Kopplung merklich auf das erste, den Erreger zurück. Infolge davon erhalten wir folgende eindrucksvolle Erscheinung. Das Pendel *II* wird zu immer größeren Amplituden aufgeschaukelt, während das Pendel *I* nach einer bestimmten Zahl von Schwingungen ganz zur Ruhe kommt. Dann wiederholt sich dasselbe Spiel in umgekehrter Weise, indem das Pendel *II* seine Energie nach derselben Zahl von Schwingungen vollständig an das erste zurückgibt. So wandert die Energie ständig zwischen den Pendeln hin und her, bis diese infolge der Dämpfung ganz zur Ruhe kommen.

Die Erscheinung erklärt sich so: das Pendel *I* eilt als erregende Kraft dem Resonator um  $90^\circ$  voraus, beschleunigt ihn also ständig, während es selbst durch die vom Resonator ausgeübte Gegenkraft ständig gebremst wird. Dadurch kommt es zu einer Energieübertragung vom ersten auf das zweite Pendel, die um so schneller vor sich geht, je fester die Kopplung ist.

**§ 65. Ausbreitung von Wellen.** Wir knüpfen an die bekannten Wellen auf Wasseroberflächen an. Und zwar betrachten wir nur die von der Schwere getriebenen Wellen, d. h. die sog. Schwerewellen, und nicht die auf der Oberflächenspannung beruhenden Kapillarwellen. Wie die Untersuchung der Bewegung der einzelnen Wasserteilchen lehrt, beschreiben diese feststehende Kreise. Das gilt aber nur so lange, als die Amplituden klein gegen die Wellenlänge sind. Andernfalls findet ein Vorrücken des Wassers in der Laufrichtung der Welle statt. Daher können hohe Wellen Gegenstände ans Ufer spülen.

Stören wir eine Wasserfläche periodisch, so erhalten wir ein System von sich kreisförmig ausbreitenden Wellen, s. Abb. 124. Eine Fläche, die die Punkte gleicher Schwingungsphase enthält, nennen wir eine Wellenfläche oder Wellenfront. In unserem Falle sind die Wellenflächen, z. B. alle Wellenberge Kreise, bei einer sich nach allen Richtungen ungestört und gleich schnell ausbreitenden Welle Kugeln. Die zu den Wellenflächen senkrechten Linien nennen wir die Wellennormalen. Betrachten wir nur einen Ausschnitt des Wellensystems, so können wir die Wellenfläche um so mehr durch eine Ebene ersetzen, je kleiner der Ausschnitt und je größer die Entfernung vom Wellenzentrum *Z* ist. Eine Welle mit ebenen Wellenflächen bezeichnen wir als ebene Welle.



Abb. 125. Interferenz von Wasserwellen nach GRIMSEHL.

Stören wir, etwa durch Eintauchen zweier miteinander starr verbundener Kugeln, die Wasseroberfläche periodisch und im gleichen Takt an zwei Stellen, so durchdringen sich zwei Wellenzüge. In allen Punkten, deren Abstände von den Störungszentren um eine halbe Wellenlänge oder um ein ganzes

ungeradzahliges Vielfaches davon verschieden sind, vernichten sie sich gegenseitig durch Interferenz, und wir erhalten das in Abb. 125 wiedergegebene Interferenzbild. Die Punkte, in denen die Wasseroberfläche dauernd in Ruhe bleibt, liegen auf Hyperbeln.

Um die Art der Ausbreitung von Wellen näher kennenzulernen, lassen wir eine Welle durch eine Öffnung gehen. Ist wie in Abb. 126a die Breite der Öffnung groß gegen die Wellenlänge, so wird ein Kegel von konzentrischen Wellen

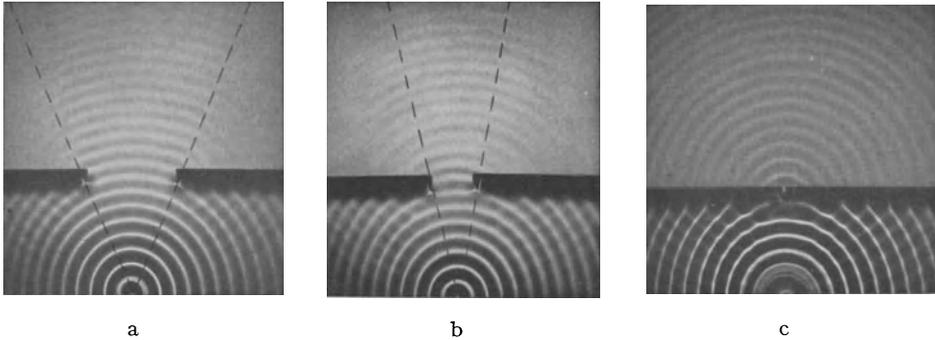


Abb. 126. Ausbreitung von Wasserwellen hinter einer Öffnung nach POHL.

ausgeblendet. Die Wellenzüge lassen sich mit guter Näherung durch gerade Linien oder Strahlen begrenzen, deren rückwärtige Verlängerungen sich im Ursprung der Wellen oder in der Strahlungsquelle schneiden. Die Grenzen sind nicht ganz scharf, indem die Wellenbewegung etwas über diese Geraden hinausgreift, wir sprechen von einer Beugung. In der folgenden Abb. (b), in der die Spaltbreite nur noch das Dreifache der Wellenlänge beträgt, wird die Beugung schon sehr deutlich. Das dritte Bild (c) zeigt den Fall, daß die Spaltbreite klein gegen die Wellenlänge ist. Hier wird der Spalt selbst zum Ausgangspunkt von neuen halbkreisförmigen Wellen. Diese Beobachtung, daß die in der Öffnung liegenden Wassertheilchen der Ausgangspunkt neuer Kreiswellen sind, läßt sich verallgemeinern und in einem von HUYGENS aufgestellten Prinzip so aussprechen: Jeder von einer Welle erregte Punkt wird selbst zum Ausgangspunkt einer neuen elementaren Kugelwelle (in unserem besonderen Fall einer Kreiswelle). Das HUYGENSSCHE Prinzip wird sofort verständlich, wenn wir bedenken, daß jedes von der Primärwelle getroffene Teilchen eine periodische Schwingung ausführt und daher genau wie das allererste störende Teilchen seine Umgebung periodisch beeinflusst und daher als Zentrum einer Welle wirkt.

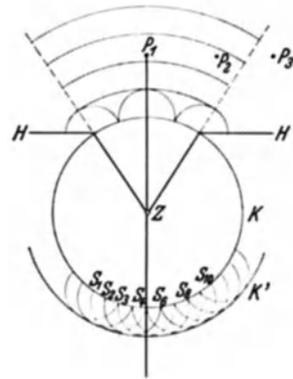


Abb. 127. Zum HUYGENSSCHEN Prinzip.

Ist  $Z$  das Zentrum der ursprünglichen Welle, deren Front zu einem bestimmten Zeitpunkt die Kugelfläche  $K$  erreicht haben möge, s. Abb. 127, so schwingen alle Punkte  $S_1, S_2, S_3$  usw. in Phase, liegen also auf einer Wellenfläche. Von ihnen gehen nun neue kohärente, d. h. in Phase befindliche Elementarwellen aus. Die durch Interferenz aller dieser Elementarwellen entstehende resultierende Welle ist die einhüllende Fläche, also die Kugelfläche  $K'$ , die die Wellenfront zu diesem Zeitpunkt auch direkt erreicht haben würde. Im Falle der ungestörten Ausbreitung einer Kugelwelle ist also das

HUYGENSSCHE Prinzip überflüssig. Anders wird das, wenn wir die Wellenausbreitung durch Hindernisse begrenzen. Geben wir, s. Abb. 126a und Abb. 127, nur eine Öffnung frei, so wirken die dort liegenden zu Schwingungen erregten Wasserteilchen als Zentren neuer Elementarwellen. Um die Wellenbewegung in irgendeinem Punkte  $P_1$ ,  $P_2$  usw. hinter dem Schirm zu finden, muß man alle diese Elementarwellen nach dem Interferenzprinzip unter Berücksichtigung ihrer Amplituden und Phasen zusammensetzen. Dabei ergibt sich, daß die Elementarwellen im Schattenraum, also jenseits der gestrichelten Grenzlinie, s. Abb. 126 u. 127, sich gegenseitig um so mehr vernichten, je breiter die Öffnung im Vergleich zur Wellenlänge ist. Mit enger werdender Öffnung wird die Beugung immer stärker, bis schließlich hinter der Öffnung nur eine einzige elementare Kreiswelle, Abb. 126c, auftritt. Wir sehen, daß die geradlinige Ausbreitung der Wellenenergie in Abb. 127a auf einem sehr verwickelten Interferenzvorgange beruht.

Bringen wir statt einer einzigen engen Öffnung eine ganze Reihe von solchen in den Weg einer ebenen Welle, so überlagern sich die von den einzelnen Öffnungen kommenden Elementarwellen zu einer neuen ebenen Welle.

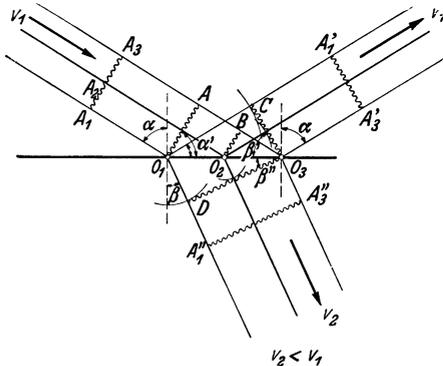


Abb. 128. Reflexion und Brechung nach dem HUYGENSSCHEN Prinzip.

Wir benutzen das HUYGENSSCHE Prinzip, um noch das Reflexions- und Brechungsgesetz abzuleiten. Trifft eine ebene Welle auf die ebene Grenzfläche zweier Medien, so erhalten wir sowohl eine reflektierte wie eine ins andere Medium eindringende gebrochene Welle. In Abb. 128 sei  $A_1A_3$  eine Wellenfläche der ankommenden Welle. Bei schrägem Auftreffen auf die Grenzfläche erregt diese die Punkte  $O_1, O_2, O_3$  nicht gleichzeitig, sondern nacheinander zum Aussenden von neuen Elementarwellen. Der zu  $A_1$  gehörige Punkt der Wellenfläche gelangt zuerst an die Grenzfläche und erregt hier bereits den Punkt  $O_1$  zum Aussenden einer Welle, während  $A_3$  erst in  $A$  ist. Wenn  $A_3$  in  $O_3$  angelangt ist, haben die von  $O_1$  und  $O_2$  ausgehenden Elementarwellen bereits Wege von der Größe  $AO_3$  bzw.  $BO_3$  zurückgelegt. Die Punkte gleicher Phase geben die neue Wellenfläche, das ist also die Berührungsfläche aller Elementarwellen oder die Fläche  $O_3C$ . Senkrecht zu dieser Wellenfläche steht die neue Normalrichtung oder die neue Fortpflanzungsrichtung. Aus der Kongruenz der Dreiecke  $O_1O_3A$  und  $O_1O_3C$  folgt die Gleichheit der Winkel  $AO_1O_3(\alpha')$  und  $CO_3O_1(\beta')$ . Da die Schenkel des Einfallswinkels  $\alpha$  senkrecht auf den Schenkeln dieses Winkels stehen, folgt daraus die Gleichheit von Einfallswinkel und Reflexionswinkel, d. h. das Reflexionsgesetz.

Nun betrachten wir den gebrochenen Strahl. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $v_2$  im Medium II möge kleiner sein als die im Medium I,  $v_1$ . In der Zeit, in der  $A_3$  von  $A$  bis  $O_3$  gelangt, hat die von  $O_1$  ausgehende Elementarwelle die Strecke  $O_1D$ , die kleiner als  $AO_3$  ist, und dementsprechend auch die von  $O_2$  ausgehende Welle eine Strecke, die kleiner als  $O_3B$  ist, zurückgelegt. Die Wellenfläche ist wieder durch die Berührungsfläche, d. h. durch die Fläche  $O_3D$  gegeben. Die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  sind den Winkeln  $\alpha'$  bzw.  $\beta''$  ( $\sphericalangle O_1O_3D$ ) gleich. Nun ist  $\sin \alpha' / \sin \beta'' = AO_3 / O_1D$ . Das ist aber das Verhältnis der Geschwindigkeiten der Wellen in I und II. Wir erhalten also aus dem HUYGENSSCHEN Prinzip das Brechungsgesetz, welches besagt, das Verhältnis  $\sin \alpha / \sin \beta$  ist unabhängig vom Einfallswinkel und gleich dem Verhältnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeiten in beiden Medien.

## II. Akustik.

§ 66. **Gehörsempfindungen.** Das Gebiet der bekannten elastischen Schwingungen umfaßt Schwingungszahlen von Bruchteilen eines Hertz bis herauf zu vielen Millionen Hertz. Ganz langsame Schwingungen werden z. B. bei Gebäuden durch Motoren, Wind oder Brandung und schließlich durch Erdbebenwellen hervorgerufen. Schwingungen von einigen 10000 Hz aufwärts, das ist das Gebiet

des Ultraschalls, s. § 69, gewinnen neuerdings eine große praktische Bedeutung. Von diesen Schwingungen vermag nur ein sehr kleiner Bereich, nämlich der zwischen etwa 16 Hz und etwa 16000 Hz, unser Ohr zu erregen. Das ist ein Gebiet von etwa 10 Oktaven. Mit dem Alter sinkt die obere Grenze beträchtlich, nämlich unter 10000 Hz. Um gehört zu werden, muß die Stärke einer Schallwelle einen bestimmten minimalen Wert, die sog. untere Hörschwelle oder die Reizschwelle, erreichen. Übersteigt die Energie der Schwingung einen gewissen Wert, die obere Hörschwelle, so tritt an Stelle des Hörens eine Schmerzempfindung ein. Die Stärke einer Schallwelle kann man auch durch die Amplituden der Druckschwankung, angegeben in Mikrobar ( $\mu\text{b}$ ),  $1 \mu\text{b} = 10^{-6} \text{ Bar} = 1 \text{ dyn/cm}^2$ , messen. Da bei jeder Schwingung die Energie quadratisch mit der Amplitude wächst, ist die Energie einer Schallwelle dem Quadrate der Druckamplitude proportional. Die in der Zeiteinheit durch die zur Schallrichtung senkrecht stehende Flächeneinheit durchgehende Energiemenge nennen wir die Schallstärke oder die Schallintensität.

Die Schwellenwerte hängen stark von der Frequenz ab. Das in dieser Weise begrenzte Gebiet der Hörempfindung wird durch die sog. Hörfläche veranschaulicht, s. Abb. 129, in der als Ordinate die Druckamplitude in Mikrobar aufgetragen ist. Wie man sieht, besitzt das Ohr seine größte Empfindlichkeit bei etwa 2000 Hz. Während bei etwa 50 Hz ein Ton erst oberhalb einer Druckamplitude von  $0,5 \text{ dyn/cm}^2$  hörbar ist, genügt bei 2000 Hz bereits eine tausendmal kleinere Druckamplitude bzw. eine millionmal kleinere Energie. Im mittleren Frequenzgebiet erfaßt das Ohr also außerordentlich große Intensitätsänderungen.

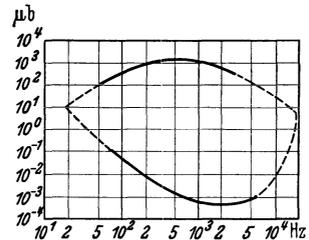


Abb. 129. Die Hörfläche.

Die vom Ohr subjektiv empfundene Lautheit eines Tones, seine Lautstärke, ist der Energie der auftreffenden Schallwelle, d. h. der Schallstärke oder der objektiv meßbaren Reizstärke keineswegs proportional. Bei Verdoppelung der Schallstärke wird der Ton nur wenig lauter.

Laut- und Reizstärken sind durch das WEBER-FECHNERSCHE Gesetz verbunden, wonach die Lautstärke  $L$  dem Logarithmus der Reizstärke  $E$  proportional ist oder  $L = \text{const} \log E$ . Auf Grund dieses logarithmischen Gesetzes hat man die Einheit der Lautstärke, das Phon, folgendermaßen festgesetzt. Dem Ton mit der Schwingungszahl 1000 Hz, dessen Reizstärke das Zehnfache der Reizstärke  $E_0$  bei der Reizschwelle beträgt, wird die Lautstärke 10 Phon zugeordnet. Es gilt also die Gleichung  $L = 10 \log \frac{E}{E_0}$  Phon, so daß für die untere Reizschwelle die Lautstärke 0 wird. Dazu ein Beispiel: Da 10 Hupen von je 90 Phon zusammen 100 Phon ergeben, ändert sich beim Abschalten von 9 Hupen der subjektiv empfundene Lärm erst um 10%!

In Tab. 3a sind einige Lautstärken zusammen mit der relativen Schallenergie zusammengestellt.

Tabelle 3a. Lautstärken und relative Schallenergien.

	Lautstärke in Phon	Relative Schallenergie
Untere Hörschwelle . . . . .	0	1
Flüstern . . . . .	10—20	10—100
Lautes Sprechen . . . . .	60	$10^6$
Schreien, U-Bahn . . . . .	80	$10^8$
Preßluftbohrer, elektrische Hupe . . . . .	90	$10^9$
Niethammer . . . . .	100	$10^{10}$
Lärm in Flugzeugkabinen . . . . .	80—100	$10^8—10^{10}$
Schmerzender Lärm . . . . .	130	$10^{13}$

Unsere Schalleindrücke gliedern wir in Töne und Klänge einerseits, sowie Geräusche und Knalle andererseits. Eine reine Sinusschwingung empfinden wir als Ton, ein solcher wird durch seine Höhe, d. i.

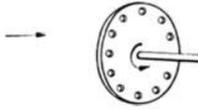


Abb. 130. Lochsirene.

die Frequenz der ihn erregenden Sinusschwingung charakterisiert. Das erkennt man am einfachsten mit Hilfe einer Sirene, die es ermöglicht, Töne von vorgeschriebenen Schwingungszahlen zu erzeugen und die Schwingungszahl unmittelbar zu messen. Die einfachste Sirene, die Lochsirene, s. Abb. 130, besteht im wesentlichen aus einer rotierenden Scheibe mit einer Reihe von konzentrischen und in gleichem Abstand befindlichen Löchern. Bläst man von der einen Seite einen kräftigen Luftstrom gegen die Lochreihe, so erhalten wir einen periodisch unterbrochenen Luftstrom, der entsprechende

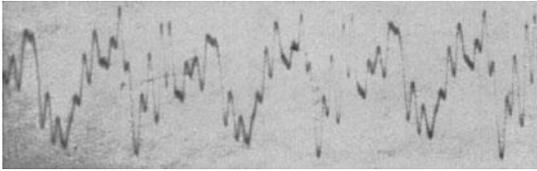


Abb. 131. Oszillogramm eines Geigenklanges nach BACKHAUS.

periodische Stöße auf die umgebende Luft ausübt. Diese pflanzen sich in der Luft fort, gelangen ins Ohr und werden dort als Ton wahrgenommen. Nicht sinusförmige, aber periodische Schwingungen empfindet das Ohr als Klänge. Diese sind also Tongemische, s. § 60, und bestehen aus einem Grundton und einer mehr oder weniger großen Zahl von Obertönen, vgl. das in Abb. 131 wiedergegebene Oszillogramm eines Geigenklanges.

Erstaunlicherweise ist ein Klang von den Phasenunterschieden zwischen den einzelnen sinusförmigen Teilschwingungen ganz unabhängig. Unser Ohr reagiert also nicht auf die Phasen oder die resultierende Kurvenform, sondern nur auf die Amplituden der Teilschwingungen. Das liegt an dem für die Schallaufnahme wesentlichen Organ unseres Gehörs, der Basilmembran mit dem Cortischen Organ. Dieses System ist der eigentliche Klanganalysator und enthält eine sehr große Zahl von Fasern verschiedener Länge und Dicke, die so weit in Mitschwingung geraten, wie die ankommenden Schallwellen ihre Eigenschwingungen enthalten. Die an die Fasern angeschlossenen Nervenleitungen übermitteln die beim Schwingen auftretenden Reize ans Gehirn.

Die Zusammensetzung der Obertöne bestimmt die Klangfarbe<sup>1</sup>. Derselbe Ton, etwa auf einem Klavier angeschlagen oder auf einer Violine erzeugt, unterscheidet sich nur durch seine Oberschwingungen. Erklingen gleichzeitig mehrere Töne oder Klänge von derselben Stärke, so sprechen wir von einem Akkord, besonders wenn die Schwingungszahlen in einem einfachen Verhältnis stehen. Das Gebiet der in der Musik benutzten Töne liegt im allgemeinen zwischen 16 und 4000 Hz. Der Ton  $a^1$  (Kammerton) hat die Schwingungszahl 435 Hertz.

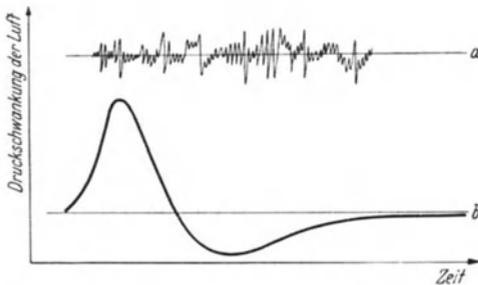


Abb. 132. Druckschwankungen der Luft bei einem Geräusch (a) und einem Knall (b).

Verändert man bei zwei Schwingungen mit ursprünglich gleicher Frequenz allmählich die Frequenz der einen, so treten zunächst Schwebungen auf, die dann immer schneller werden und schließlich einen tiefen Differenzton  $n_1 - n_2$  ergeben. Daneben gibt es auch Summationstöne  $n_1 + n_2$ .

<sup>1</sup> Für die Klangfarbe ist außerdem noch der Einschwingvorgang, d. h. die zeitliche Änderung der Amplituden vom Beginn des Klanges bis zu seiner vollen Entwicklung maßgebend.

Ein Geräusch entsteht durch das Zusammenwirken von unregelmäßig zusammenhängenden Schwingungen, die also eine Schallwelle ohne periodischen Charakter erzeugen, vgl. Abb. 132a. Einen Knall, Abb. 132b, empfinden wir, wenn eine plötzliche und kurzdauernde Dichteschwankung der Luft das Ohr trifft.

**§ 67. Schallquellen.** Zur Erregung des Schalles werden die in § 62 behandelten elastischen Schwingungen in festen Körpern und Luftsäulen benutzt, die im umgebenden Medium Wellen, d. h. abwechselnde Verdichtungen und Verdünnungen hervorrufen, die sich nach allen Seiten ausbreiten. Einen idealen Schallstrahler stellt eine Kugel dar, die sich periodisch zusammenzieht und ausdehnt, „atmende“ Kugel. Da alle Punkte der Oberfläche phasengleich schwingen, erhält man völlig symmetrische Kugelwellen. Doch ist es noch nicht gelungen, einen solchen Kugelstrahler praktisch zu verwirklichen. Leistungsfähige Schallstrahler sind elektromagnetisch angeregte Stahlplatten bis zu einigen cm Dicke, die wie Membranen wirken.

Ganz schlechte Strahler sind Saiten und Stimmgabeln, weil die von ihnen erregten Wellenzüge sich in der umgebenden Luft weitgehend durch Interferenz aufheben. Dazu kommt, daß infolge der Kleinheit der Amplituden die auf die Luft übertragene Energie wegen der geringen Dichte derselben ebenfalls klein bleibt. Um größere Intensitäten zu erhalten, überträgt man die Schwingungen auf größere Flächen oder größere Lufträume. Setzt man eine vorher angeschlagene Stimmgabel auf eine Tischplatte, so wird diese in erzwungene Schwingungen versetzt und der Ton wird lauter. Selbstverständlich verliert dadurch die Stimmgabel ihre Schwingungsenergie schneller, der Ton klingt also rascher ab als bei der frei gehaltenen Stimmgabel. Solche zum Mitschwingen veranlaßte Körper, z. B. Resonanzböden bei Klavieren und Geigen, bezeichnet man als sekundäre Schallstrahler. Selbstverständlich muß ein solcher ein guter Strahler sein, also z. B. eine strahlende Fläche (Membran) bilden, und außerdem darf er keine störenden Eigenschwingungen besitzen<sup>1</sup>.

Eine besonders große Verstärkung erzielt man natürlich im Resonanzfalle, wenn also die erzwungene Schwingung mit der Eigenschwingung des sekundären Strahles übereinstimmt. Das bekannteste Beispiel ist die Stimmgabel mit dazu abgestimmtem Resonanzkasten, s. Abb. 133, bei dem sowohl die Deckplatte wie auch die Luftsäule in dem einseitig offenen Kasten in Resonanzschwingungen geraten und ihrerseits die Energie viel besser abstrahlen als die Stimmgabel allein.

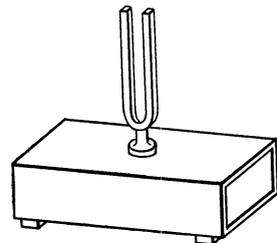


Abb. 133. Stimmgabel mit Resonanzkasten.

Als Schallerreger kommen neben Saiten, Stimmgabeln und Membranen vor allem Schwingungen in Luftsäulen in Frage, vgl. § 62, die auf die verschiedenste Weise erzeugt werden können. Wichtig sind vor allem die verschiedenen Arten von Pfeifen. Bei den Zungenpfeifen, s. Abb. 134, ist die Verbindung zwischen der Luftkammer *K* und dem Rohr *R* durch ein elastisches Blättchen, die „Zunge“ *Z* verschlossen. Durch Anblasen gerät diese in Transversalschwingungen, wodurch der Weg des Luftstromes aus der Kammer in das Rohr periodisch geöffnet und verschlossen und die Luftsäule zu einer Eigenschwingung angeregt wird, vorausgesetzt daß Zunge und Luftsäule aufeinander abgestimmt sind. Bei den Lippenpfeifen, Abb. 135, strömt die Luft aus der Kammer *K* durch einen

<sup>1</sup> Ein guter Lautsprecher muß in einem möglichst großen Frequenzgebiet alle Schwingungen gleichmäßig wiedergeben, darf also hier keine Eigenschwingungen besitzen, da deren Frequenzen ja bevorzugt verstärkt würden.

schmalen Spalt  $S$  gegen eine Schneide, die „Lippe“  $L$ . Dabei treten an der Schneide Wirbel auf, die sich in regelmäßiger Folge ablösen und wieder neu bilden.

Infolgedessen schlägt der Luftstrom periodisch gegen die innere und äußere Seite der Lippe und erzeugt so in der Luftsäule Druckschwankungen, durch welche diese zu Eigenschwingungen angeregt wird.

Für physikalische Zwecke benutzt man gerne die sog. GALTON-Pfeife, eine kurze Lippenpfeife. Ihre Länge läßt sich mikrometrisch verstellen. Sie wird mit Druckluft angeblasen und eignet sich besonders zur Herstellung sehr hoher Schwingungszahlen.

Regelmäßige Wirbelbildungen entstehen immer an der Grenze zweier Gas- oder Flüssigkeitsschichten verschiedener Geschwindigkeit, z. B. auch beim Ausströmen eines Luftstromes aus einer Düse oder einem Spalt, sog. Spalttöne.

Schlägt man einen Stock durch die Luft, so entsteht in dem abströmenden Luftstrom eine Wirbelstraße. Ist die Zahl der sich sekundlich ablösenden Wirbel sehr groß, so hören wir einen Ton (Hiebtöne).

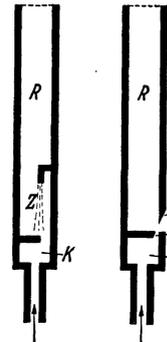


Abb. 134. Zungenpfeife.

Abb. 135. Lippenpfeife.

Unser Stimmorgan kann als Zungenpfeife aufgefaßt werden, indem die Stimmbänder wie eine Doppelzunge in Schwingung geraten, sobald Luft durch die zwischen ihnen befindliche Stimmritze strömt. Mund- und Nasenhöhle wirken als Resonatoren, die je nach ihrer Form und der Stellung von Zunge und Zähnen die zunächst entstandenen, sehr vielfältig zusammengesetzten Luftschwingungen ganz verschieden verstärken und so den Klang wesentlich beeinflussen.

**§ 68. Ausbreitung des Schalles.**  $\alpha$ ) Schallgeschwindigkeit. Die Schallgeschwindigkeit in Luft kann direkt aus Messungen des Laufweges und der Laufzeit einer Schallwelle, also z. B. mittels Messungen der Zeit zwischen dem Aufblitzen beim Abschluß und der Ankunft des Knalles am Beobachtungsort bestimmt werden. Die Schallgeschwindigkeit erweist sich als unabhängig von der Frequenz oder der Tonhöhe. Die Schallgeschwindigkeit ist vom Drucke unabhängig, ändert sich jedoch mit der Temperatur  $t$ . Für Luft normaler Feuchtigkeit gilt

$$v = 331 \sqrt{1 + 0,004 t}.$$

Weitere Schallgeschwindigkeiten sind in Tabelle 4 zusammengestellt.

Tabelle 4. Schallgeschwindigkeiten.

Luft bei 0° C . . . . .	331 m/s
Kohlensäure bei 0° C . . . . .	259 m/s
Wasser bei 15° C . . . . .	1450 m/s
Glas . . . . .	$\infty$ 5000 m/s
Stahl . . . . .	$\infty$ 5000 m/s
Kautschuk . . . . .	25—70 m/s

$\beta$ ) Reflexion des Schalles. Schallwellen werden an ebenen Wänden und Waldrändern nach dem Reflexionsgesetz reflektiert (Echo). Die Reflexion des Schalles am Meeresboden benutzt man, um mittels des Echolots aus der Laufzeit eines Schallsignals vom Schiff zum Meeresboden und zurück die Meerestiefe zu bestimmen.

Die Akustik oder Hörsamkeit von Räumen hängt sehr von den Reflexionsverhältnissen ab. Bei glatten Wänden ist die Reflexion sehr stark. Das Ohr wird dann nicht nur von der direkten, sondern auch von den reflektierten Wellen getroffen. Da diese einen längeren Weg zurücklegen müssen, entsteht ein Nachhall. Erfolgt der Nachhall, wie in kleinen Räumen, so rasch, daß er sich mit dem ursprünglichen Klang vermischt, so verstärkt er die Tonempfindung und ist daher erwünscht. Ohne Nachhall, z. B. auf freiem Felde, klingt eine Stimme leer. In großen Hallen kann dieser Nachhall sehr störend wirken. Ihn zu beheben, etwa durch Bekleidung der Wände mit rauhen Geweben oder durch

eine andere Gliederung der Wände, bietet oft große Schwierigkeiten. Ferner können die ursprünglichen und reflektierten Wellenzüge miteinander interferieren und stehende Wellen, also Maxima und Minima des Schalles ergeben, die ebenfalls die Raumakustik schwer beeinträchtigen.

γ) Beugung. Für das Auftreten von Beugungserscheinungen ist, wie wir in § 65 gesehen haben, das Verhältnis der Wellenlänge zur Größe der Öffnungen und Hindernisse maßgebend. Die Beugung wird merklich, sobald deren Abmessungen von der Größenordnung der Wellenlänge werden. Da z. B. für  $n=100$  Hz  $\lambda=3$  m und für  $n=1000$  Hz  $\lambda=0,3$  m wird, ist die Beugung des Hörschalles im Gegensatz zu der des Lichtes ( $\lambda \sim 0,5 \mu$ ) sehr merklich. Schall geht um die Ecke und wird um Gegenstände und Säulen in Räumen herumgebeugt.

Diffuser Schall entsteht bei vielfachen unregelmäßigen Reflexionen und Beugungen an Unregelmäßigkeiten (Schlieren). Ein angeschlagener Glaskelch, leer oder mit einer reinen Flüssigkeit (Wein) gefüllt, klingt wie eine Glocke. Mit Bier oder Sekt „scheppert“ es wegen der Luftblasen.

δ) DOPPLER-Effekt. Beim Schall läßt sich eine für alle Wellenbewegungen charakteristische Erscheinung leicht verfolgen, nämlich der sog. DOPPLER-Effekt. Bewegt sich eine Schallquelle, z. B. eine pfeifende Lokomotive auf den Beobachter zu, so steigt die Zahl der am Ohr sekundlich vorbeilaufenden Wellen, das Ohr empfängt eine größere Zahl von Druckstößen und der Ton wird höher. Entfernt sich die Schallquelle, so wird der Ton tiefer. Dabei gilt, falls der Beobachter ruht,  $n' = \frac{n}{1 \pm \frac{u}{v}}$ , wo  $n$  die Frequenz der Schallquelle,  $n'$  die

wahrgenommene Tonfrequenz und  $u$  die Geschwindigkeit der Schallquelle und  $v$  die des Schalles ist.

§ 69. **Ultraschall.** Von steigender Bedeutung ist das Gebiet des Ultraschalls mit Frequenzen von 20000 Hz bis zu einigen 100 Millionen Hz. Die Erzeugung von Ultraschallwellen erfolgt vor allem mit Hilfe von longitudinal schwingenden Quarzkristallen. Da Quarz beim Anlegen einer elektrischen Spannung an die Kristallflächen seine Länge ändert, sog. piezoelektrischer Effekt, gerät der Kristall beim Anlegen einer Wechselspannung mit einer Frequenz gleich der einer seiner Eigenschwingungen in Resonanz. Neben diesen piezoelektrischen Verfahren benutzt man noch die Erscheinung, daß ferromagnetische Stäbe bei der Magnetisierung ihre Länge ändern. Daher gerät auch ein Nickelstab in einer von Wechselstrom geeigneten Frequenz durchflossenen Spule in Längsschwingungen (Magnetostriktionssender).

Da solche Sender sehr beträchtliche Energiebeträge ausstrahlen, können in den von Ultraschallwellen durchsetzten Körpern sehr große Druckunterschiede, bis zu mehreren at, und infolge der sehr hohen Frequenz auch sehr große Beschleunigungen, bis zum Millionenfachen der Erdbeschleunigung auftreten. Darauf beruhen die besonderen Wirkungen des Ultraschalles. So kann man Flüssigkeiten und Schmelzen mit Ultraschall entgasen oder Flüssigkeiten, wie Quecksilber und Benzol, in Wasser emulgieren. Ebenso kann man Flüssigkeiten zerstäuben und auf diese Weise Nebelbildung hervorrufen. Umgekehrt erhält man bei Schwebestoffen in Luft, Rauch oder Nebel, im Ultraschallfelde eine starke Koagulation, d. h. Zusammenballung der Teilchen. Kleine Tiere, Fische und Frösche werden durch Ultraschall gelähmt oder getötet. Der Einfluß auf Bakterien und Viren ist sehr verschieden und noch wenig erforscht.

Schließlich spielt der Ultraschall bei der Unterwasserschalltechnik, vor allem bei der Echolotung, beim Signalverkehr zwischen Kriegsschiffen und zur Erkennung von U-Booten eine sehr bedeutsame und ständig wachsende Rolle.

## Drittes Kapitel.

# Wärmelehre.

### I. Thermometrie, Wärmeausdehnung, Kalorimetrie.

§ 70. **Wesen der Wärme.** Die Tatsache, daß durch Reibung, also durch fortgesetzte mechanische Arbeitsleistung, beliebig viel Wärme erzeugt werden kann, hat die bis ins 19. Jahrhundert verbreitete Ansicht, Wärme sei ein unwägbarer, den Körpern beigegebener Stoff, unhaltbar gemacht. Die Erfahrung hat gelehrt, s. § 75, daß Wärme eine Energieform ist. Die bei der Reibung vernichtete mechanische Energie ist nur scheinbar verloren, sie ist auf die Atome und Moleküle des sich erwärmenden Körpers übergegangen. Je mehr Wärmeenergie ein Körper aufnimmt, um so mehr Energie wird seinen Molekülen zugeführt, um so lebhafter wird deren Bewegung, wie wir bei der Brownschen Bewegung, s. § 40, erkennen können. Wärme ist also nichts anderes als Bewegungsenergie der Moleküle. In einem Kristall sowie in einer Flüssigkeit enthält diese Energie sowohl einen kinetischen wie potentiellen Anteil. Die Summe dieser beiden molekularen Energien bezeichnet man als die innere Energie des Körpers. Sie wächst mit der Temperatur.

§ 71. **Temperatur und Thermometrie.** Die Temperatur oder den Wärmezustand eines Körpers empfinden wir mittels gewisser auf Wärmereize reagierender Nerven, die an bestimmten Stellen unserer Haut, den Wärme- und Kältepunkten, enden. Unsere Wärmeempfindungen, kalt, warm usw., sind für die Beurteilung des Wärmezustandes nur beschränkt brauchbar, weil unsere Nerven auf die Abkühlungs- oder Erwärmungsgeschwindigkeit reagieren. Daher finden wir einen Gegenstand kalt oder warm, je nachdem die Hand vor der Berührung warm oder kalt war. Ferner fühlt sich z. B. ein metallischer Körper kälter als ein solcher aus Holz derselben Temperatur an, weil das Metall infolge seiner besseren Wärmeleitung, s. § 94, der Hand die Wärme rascher entzieht. Schließlich vermögen wir eine sehr tiefe Temperatur von einer sehr hohen meist nicht zu unterscheiden. In beiden Fällen empfinden wir nur noch eine Schmerzempfindung. Wir müssen uns also ein von unseren Sinnesorganen unabhängiges und zuverlässiges Maß der Temperatur eines Körpers, d. h. eine objektive Thermometrie schaffen.

Dazu benutzen wir die Beobachtung, daß zahlreiche physikalische Eigenschaften eines Körpers, wie z. B. sein Volumen, sein elektrischer Widerstand oder seine Ausstrahlung sich mit der Temperatur ändern. Ferner lehrt die allgemeine Erfahrung, daß zwei verschieden warme Körper bei Berührung schließlich eine gemeinsame Endtemperatur annehmen, in dem der wärmere Körper so lange an den kälteren Wärme abgibt, bis sich ein Wärmegleichgewicht eingestellt hat.

Um zu einer Temperaturskala zu kommen, müssen wir Temperaturfestpunkte festsetzen. Als Nullpunkt nehmen wir die Temperatur des unter dem Druck von 760 mm (normaler Luftdruck) schmelzenden reinen Eises und bezeichnen sie als die Temperatur  $0^{\circ}\text{C}$ , „null Grad Celsius“. Als weiterer Festpunkt dient die Temperatur des bei 760 mm siedenden reinen Wassers, in der

Celsiuskala mit  $100^{\circ}\text{C}$  bezeichnet. Es wird also der Bereich zwischen den beiden Festpunkten in 100 Grade geteilt.

Zur Festsetzung der Temperatur zwischen diesen Festpunkten und jenseits von  $0^{\circ}$  und  $100^{\circ}$  benutzt man willkürlich die Wärmeausdehnung eines Flüssigkeitsfadens. Dieser habe bei  $0^{\circ}$  und  $100^{\circ}$  die Längen  $l_0$  bzw.  $l_{100}$ . Die Differenz  $l_{100} - l_0$  entspricht einer Temperaturzunahme von  $100^{\circ}$ . Messen wir nun in einem Temperaturbade der noch unbekanntem Temperatur  $t_x$  die Länge  $l_x$ , so definieren wir  $t_x$  mittels der Gleichung

$$t_x = \frac{l_x - l_0}{l_{100} - l_0} \cdot 100.$$

Dieser Temperaturdefinition liegt also eine lineare Beziehung zwischen der Temperatur und der Längenzunahme des Fadens zugrunde. Dabei ist der Schritt von  $1^{\circ}$  dadurch definiert, daß bei einer Temperaturänderung von  $1^{\circ}$  der Flüssigkeitsfaden seine Länge um  $\frac{1}{100}$  desjenigen Betrages ändert, um den er sich bei der Erwärmung von  $0$  auf  $100^{\circ}$  ändert. Die so gewonnene Temperaturskala hängt wegen der von Körper zu Körper verschiedenen und anders ungleichmäßigen Wärmeausdehnung von der Thermometersubstanz ab<sup>1</sup>.

Um von der verschiedenen Wärmeausdehnung der Stoffe frei zu werden, benutzen wir bei der Festsetzung der Temperaturskala als Thermometersubstanz hinreichend verdünnte Gase, vor allem  $\text{H}_2$ , He und Luft, die praktisch alle dieselbe Wärmeausdehnung, nämlich die eines sog. idealen Gases zeigen, s. § 78. Ein solches ideales Gas dehnt sich zwischen  $0^{\circ}$  und  $100^{\circ}$  um  $\frac{1}{273}$  aus. Die Temperaturzunahme von einem Grad ist also dann gegeben, wenn sich das Gas um  $\frac{1}{273}$  seines Volumens bei  $0^{\circ}$  ausdehnt. Mit dieser Definition können wir die Temperaturskala auch über  $0^{\circ}$  und  $100^{\circ}$  hinaus fortsetzen.

Die exakte Temperaturfestsetzung stützt sich heute nicht mehr auf das Gasthermometer, sondern auf die sog. thermodynamische Skala, die sich mit Hilfe des zweiten Hauptsatzes durch Ausmessung von Kreisprozessen, s. § 82 und 83, völlig unabhängig von der gewählten Thermometersubstanz aufstellen läßt.

In vielen Fällen ist es zweckmäßig, an Stelle der Celsiuskala die sog. absolute oder Kelvinskala anzuwenden, die als Nullpunkt den absoluten Nullpunkt, das ist die tiefste Temperatur, die es gibt, benutzt. Dieser Punkt, der also niemals unterschritten werden kann, liegt bei  $-273^{\circ}\text{C}$ , genauer bei  $-273,2^{\circ}\text{C}$ . Bezeichnen wir die Celsiusstemperatur in  $^{\circ}\text{C}$  mit  $t$ , die absolute Temperatur in  $^{\circ}\text{K}$  oder  $^{\circ}\text{abs}$  mit  $T$ , so ist  $T = 273 + t$ . Die absolute Temperatur des bei 760 mm schmelzenden Eises ist also rund  $273^{\circ}\text{abs}$ .

**§ 72. Praktische Temperaturmessung.** Die gebräuchlichsten Thermometer sind die Quecksilberthermometer in ihren verschiedenen bekannten Ausführungen.

Kalibriert man ein solches Thermometer, indem man die Enden des Quecksilberfadens bei  $0^{\circ}$  und  $100^{\circ}\text{C}$  markiert und das Intervall in 100 Teile teilt und außerdem die Skala noch über die Festpunkte hinaus verlängert, so erhalten wir infolge der ungleichmäßigen Ausdehnung von Quecksilber und Glas Abweichungen in bezug auf das Luftthermometer, und zwar bei  $50^{\circ}$  etwa  $0,1^{\circ}$ , bei  $300^{\circ}$  jedoch schon  $2^{\circ}$ .

Außerdem treten wegen der thermischen Nachwirkung des Glases Veränderungen des Nullpunktes, Depressionen, auf, die sich durch künstliches Altern (häufig aufeinanderfolgende Erwärmungen und Abkühlungen) von geeigneten Glassorten, sog. Thermometergläsern, vermeiden lassen.

Da Quecksilber bei  $-38,87^{\circ}\text{C}$  fest wird, muß man bei tieferen Temperaturen andere Flüssigkeiten, etwa Weingeist, Toluol bis  $-100^{\circ}$ , Petroläther oder Pentan<sup>2</sup> bis  $-200^{\circ}$  verwenden.

Für höhere Temperaturen lassen sich Quecksilberthermometer auch über den Siedepunkt des Hg bei  $357^{\circ}\text{C}$  hinaus verwenden, wenn diese Stickstoff unter hohem Druck, wodurch die Verdampfung des Quecksilbers verhindert wird,

<sup>1</sup> Würden wir andere physikalische Eigenschaften der Temperaturmessung zugrunde legen, so würden wir wieder andere Temperaturskalen erhalten.

<sup>2</sup> Und zwar technisches Pentan, reinstes n-Pentan, wird bei  $-160^{\circ}$  fest.

enthalten. So kommt man bis  $600^{\circ}\text{C}$ , bzw. bei Thermometern aus Quarzglas bis  $750^{\circ}\text{C}$ .

Für tiefere und höhere Temperaturen stehen die Methoden der elektrischen Temperaturmessung zur Verfügung, und zwar Widerstandsthermometer, s. § 110, von etwa  $-270^{\circ}$  bis  $1500^{\circ}\text{C}$ , Thermoelemente, s. § 115, von etwa  $-200^{\circ}$  bis  $2000^{\circ}\text{C}$ . Bei noch höheren Temperaturen kann man nur noch die Temperaturstrahlung der Körper, d. h. Strahlungs-pyrometer, benutzen, s. § 200.

Für rein wissenschaftliche Zwecke und zur Eichung anderer Thermometer benutzt man im Bereiche von  $-260$  bis  $+1700^{\circ}$  Gasthermometer mit  $\text{H}_2$  oder  $\text{He}$  in Gefäßen aus Platinmetallen.

**§ 73. Wärmeausdehnung.** Im allgemeinen dehnen sich alle Körper mit zunehmender Temperatur aus. Eine Ausnahme bildet das Wasser zwischen  $0^{\circ}$  und  $4^{\circ}\text{C}$ , s. weiter unten. Ein fester Körper, der bei  $0^{\circ}$  die Länge  $l_0$  besitzt, dehnt sich nach der Beziehung

$$l = l_0(1 + \gamma t) \quad \text{oder} \quad \frac{l - l_0}{l_0} = \gamma t$$

aus.  $\gamma$  ist der lineare Ausdehnungskoeffizient. Für die Volumenänderung eines Parallelepipeds aus festem Material vom Volumen  $V_0$  und den Kantenlängen  $a, b, c$  bei  $0^{\circ}\text{C}$  gilt dann entsprechend weiter

$$V = a \cdot b \cdot c(1 + \gamma t)^3 = V_0(1 + \gamma t)^3$$

oder, da  $\gamma t$  sehr klein gegen eins ist, mit genügender Genauigkeit

$$V = V_0(1 + 3\gamma t) = V_0(1 + \alpha t),$$

wobei wir  $3\gamma = \alpha$  als den kubischen oder räumlichen Ausdehnungskoeffizienten bezeichnen. Da Flüssigkeiten und Gase keine feste Form haben, spricht man bei ihnen nur vom kubischen Ausdehnungskoeffizienten. Bei Flüssigkeiten und erst recht bei Gasen ist dieser erheblich größer als bei festen Körpern. In Tab. 5 sind einige Ausdehnungskoeffizienten zusammengestellt. Aus den

Tabelle 5. Ausdehnungskoeffizienten einiger fester Körper und Flüssigkeiten.

Stoff	$\gamma$	Stoff	$\gamma$	Stoff	$3\gamma = \alpha$
Blei . . . .	0,0000292	Invar . . . .	0,0000016	Wasser ( $18^{\circ}$ ) .	0,00018
Eisen . . . .	120	Glas . . . . .	81	Alkohol . . . .	110
Kupfer . . .	165	Quarzglas . .	05	Quecksilber . .	018

Zahlen erkennen wir, daß Invar, eine Legierung aus etwa 64% Stahl und 36% Nickel, einen besonders geringen Ausdehnungskoeffizienten besitzt. Es wird daher technisch vielfach benutzt, z. B. bei Automobilkolben. Auch Quarzglas besitzt ein besonders kleines  $\gamma$ , so daß man ein glühendes Quarzgefäß in kaltes Wasser tauchen kann, ohne daß es wie Glas springt.

Die Wärmeausdehnung findet im praktischen Leben vielfältige Anwendung. Lötet man zwei flache Metallstäbe, z. B. aus Eisen und Kupfer, der Länge nach fest aneinander, so dehnt sich beim Erwärmen der Kupferstab stärker aus, so daß sich dieser sog. Bimetallstreifen krümmt, wobei das Kupfer die konvexe Seite bildet. Dieses Prinzip wird bei Metallthermometern und Temperaturreglern praktisch angewandt. Wegen der Wärmeausdehnung müssen zwischen den Eisenbahnschienen kleine Abstände bleiben. Ferner müssen die Eisenträger in Gebäuden eine gewisse Bewegungsfreiheit haben, um nicht bei einem Brande das Gebäude zu sprengen. Radreifen werden glühend auf das Rad gelegt und ziehen sich dann beim Abkühlen außerordentlich fest.

Die Anomalie des Wassers: Wasser nimmt eine wichtige Ausnahmestellung ein, insofern als es sich beim Erwärmen von  $0^\circ$  bis  $4^\circ$  zusammenzieht, bei  $4^\circ$  ein Dichtemaximum besitzt und erst von da ab mit wachsender Temperatur sein Volumen vergrößert. Diese eigentümliche Erscheinung, die auf einer Veränderung der gegenseitigen Anordnung der Wassermoleküle (ihrer Nahordnung) beruht, spielt im Haushalt der Natur insofern eine große Rolle, als sie im Winter das Ausfrieren von stehenden Gewässern bis zum Grunde verhindert, was den Tod alles organischen Lebens im Wasser bedeuten würde. Wäre nämlich das Wasser von  $3, 2, 1^\circ\text{C}$  schwerer als das von  $4^\circ$ , so würde, nachdem das Wasser an der Oberfläche unter  $4^\circ$  abgekühlt ist, auch weiterhin das kalte Wasser nach unten sinken, wärmeres aufsteigen und so die Abkühlung durch Konvektion ziemlich rasch weitergehen. Ist jedoch einmal das Grundwasser auf  $4^\circ$  abgekühlt, so bleibt es unten, und das kältere leichtere Wasser schichtet sich darüber. Der Wärmeverlust erfolgt dann nur noch durch Leitung, und zwar sehr langsam, da ruhendes Wasser und die obere Eisdecke schlechte Wärmeleiter sind, also einen guten Wärme- bzw. Kälteschutz darstellen, vgl. § 94/95.

**§ 74. Wärmemenge, spezifische Wärme.** Um ein Becherglas mit 1 kg Wasser mittels einer Gasflamme zu erwärmen, braucht man die doppelte Zeit wie zur Erwärmung von  $\frac{1}{2}$  kg Wasser. Ebenso ist die Zeit zur Erwärmung auf eine bestimmte Temperatur der Temperaturerhöhung selbst annähernd proportional. Die Brenndauer der Flamme ist ein Maß für die zugeführte Wärmeenergie oder Wärmemenge. Als Einheit der Wärmemenge führen wir diejenige Wärmemenge ein, die zur Erwärmung von einem Gramm Wasser um  $1^\circ\text{C}$ , genauer von  $14,5^\circ\text{C}$  auf  $15,5^\circ\text{C}$  erforderlich ist und nennen sie die Kalorie oder Grammkalorie (cal). Daneben benutzen wir als größere Einheit die große oder Kilokalorie (kcal), oder die Wärmemenge, die zur Erwärmung von 1 kg Wasser von  $14,5^\circ\text{C}$  auf  $15,5^\circ\text{C}$  benötigt wird. Da wir zur Erwärmung von  $10^\circ$  auf  $11^\circ$ ,  $35^\circ$  auf  $36^\circ$  oder  $97^\circ$  auf  $98^\circ$  praktisch dieselbe Wärmemenge brauchen, ist die zur Erwärmung von  $m$  g Wasser von  $t_1^\circ$  auf  $t_2^\circ$  nötige Wärmemenge  $Q$  gegeben durch  $Q = m(t_2 - t_1)$  cal.

Führen wir eine bestimmte Wärmemenge einmal einem Kilogramm Wasser und dann einem Kilogramm eines anderen Stoffes, etwa einem Kilogramm Quecksilber, zu, so finden wir beim Quecksilber eine erheblich größere, nämlich etwa 30mal so große Temperaturzunahme. Wir brauchen also zur Erwärmung der Masseneinheit eines Körpers um  $1^\circ$  verschiedene, von seiner materiellen Beschaffenheit abhängige Wärmemengen. Wir führen daher die spezifische Wärme eines Stoffes als diejenige Wärmemenge in cal ein, die nötig ist, um 1 g des betreffenden Stoffes um  $1^\circ$  zu erwärmen.

Um einen Körper von  $m$  g von der spezifischen Wärme  $c$  zu erwärmen, braucht man pro Grad die Wärmemenge  $K = mc$  cal, die als seine Wärmekapazität oder sein Wasserwert bezeichnet wird. Denn mit derselben Wärmemenge können wir auch  $K$  g Wasser um  $1^\circ\text{C}$  erwärmen. Dem Körper der Masse  $m$  und der spezifischen Wärme  $c$  sind also  $K = mc$  g Wasser kalorisch äquivalent.

Die spezifische Wärme eines Stoffes bestimmen wir mit Hilfe der Mischungsmethode in einem Kalorimeter, s. Abb. 136. Dieses besteht aus einem mit Wasser gefüllten Gefäß  $G$ , das zum Wärmeschutz von einem Luftmantel umgeben ist. Wollen wir die spezifische Wärme eines Stoffes, z. B. die von Kupfer, finden, so bringen wir  $m_2$  g des Metalles, die auf  $t_2^\circ$  erhitzt worden sind, in das Kalorimeterwasser von  $t_1^\circ$ . Die vom Metall bei der Abkühlung auf die gemeinsame Endtemperatur  $t'$  abgegebene Wärmemenge  $Q$  muß gleich der dem Wasser zugeführten Wärmemenge sein, also gilt, falls die Masse des Wassers  $m_1$  g ist, die Gleichung

$$Q = m_2 c (t_2 - t') = m_1 (t' - t_1).$$

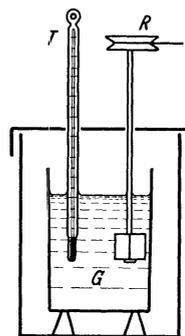


Abb. 136. Kalorimeter.

Da alle Größen außer  $c$  meßbar sind, ergibt sich daraus die gesuchte spezifische Wärme. Bei genaueren Messungen muß noch der Wasserwert des Kalorimetergefäßes sowie der vom Thermometer  $T$  und Rührer  $R$ , die ja alle am Wärmeaustausch teilnehmen, berücksichtigt werden.

In Tab. 6 sind die spezifischen Wärmen einiger Stoffe zusammengestellt. Die spezifische Wärme des Wassers ist besonders groß. Das ist der Grund dafür, daß sich Meere und Seen viel langsamer erwärmen und abkühlen als das Land.

Tabelle 6. Spezifische Wärme einiger Stoffe in cal/g · grad.

Stoff	Spez. Wärme	Atomgewicht	Atomwärme	Stoff	Spez. Wärme
Aluminium . .	0,214	26,97	5,8	Glas . . . .	0,19
Eisen . . . .	0,111	55,84	6,2	Alkohol . . .	0,58
Blei . . . . .	0,031	207,2	6,4	Äthyläther . .	0,56
Kupfer . . . .	0,091	63,57	5,7	Wasser . . . .	1,00
Quecksilber . .	0,033	200,6	5,9		
Zink . . . . .	0,091	65,38	5,9		

Die dadurch bedingten Unterschiede von Land- und Seeklima sind vor allem in Gebieten ausgeprägt, deren Boden besonders geringe spezifische Wärme besitzt (Kalkalpen, Karst).

Regel von DULONG und PETIT. Für Metalle ist die zur Erwärmung eines Grammatoms um  $1^\circ$  erforderliche Wärmemenge oder das Produkt aus Atomgewicht und spezifischer Wärme, die sog. Atomwärme, bei gewöhnlicher Temperatur genähert konstant, und zwar ungefähr gleich 6, s. Tab. 6; wegen der Erklärung s. § 86.

Bei tiefen Temperaturen nimmt bei allen Körpern die spezifische Wärme ab, um am absoluten Nullpunkt schließlich ganz zu verschwinden.

## II. Wärme und Arbeit.

### § 75. Mechanisches Wärmeäquivalent, erster Hauptsatz der Wärmelehre.

ROBERT MAYER<sup>1</sup> hat zuerst klar erkannt, daß Wärme eine besondere Energieform darstellt und daß sie weder verlorengehen noch aus nichts entstehen kann. Sie kann sich nur in eine andere Energieform, z. B. in Arbeit, umwandeln und umgekehrt, wie etwa bei der Umwandlung von kinetischer Energie infolge von Reibung in Wärme. Bei jeder solchen Umwandlung muß natürlich die Wärmeinheit einem ganz bestimmten Betrag an mechanischer Energie entsprechen. Die Zahl, die angibt, wieviel erg oder mkg\* einer Kalorie entsprechen, heißt das mechanische Wärmeäquivalent. Sein Wert kann nur experimentell bestimmt werden, z. B. nach dem Verfahren von JOULE. In einem Kalorimeter sitzt ein drehbares Schaufelrad. Durch Schnüre, die um die Drehachse gewickelt sind und an deren Enden zwei gleiche Gewichte hängen, wird das Radsystem in Drehung versetzt. Die Flügel  $F$  sind von feststehenden Platten  $P$  möglichst dicht umgeben, s. Abb. 137, so daß das Wasser nicht in Drehung gerät. Vielmehr ist die Reibung so groß, daß die Gewichte so langsam herabsinken, daß sie keine nennenswerte kinetische Energie aufnehmen. Es wird also die potentielle Energie der Gewichte in Reibungswärme, die im Kalorimeter gemessen wird, umgewandelt.

<sup>1</sup> JULIUS ROBERT MAYER, 1814—1878, Arzt in Heilbronn, ist der eigentliche Entdecker des Prinzips von der Erhaltung der Energie. Er hat auch als erster das mechanische Wärmeäquivalent, und zwar aus der experimentell bekannten Differenz der spezifischen Wärmen eines Gases, die ja ihr Äquivalent in einer äußeren Arbeitsleistung hat, berechnet. MAYERS geniale Leistung wurde von seinen deutschen Zeitgenossen völlig verkannt. Es blieb dem Engländer TYNDALL vorbehalten, seine Anerkennung durchzusetzen.

Ist das Gesamtgewicht der beiden Gewichtsstücke  $G$   $\text{kg}^*$  und  $h$  die Fallhöhe in Metern, so ist die potentielle Energie  $Gh$   $\text{mkg}^*$ . Es sei ferner  $K$  die Wärmekapazität des Wassers und des ganzen Kalorimeters und  $t_2 - t_1$  die Temperaturzunahme, so gilt

$$Gh \text{ mkg}^* = K(t_2 - t_1) \text{ cal} \quad \text{oder} \quad 1 \text{ cal} = \frac{Gh}{K(t_2 - t_1)} \text{ mkg}^*.$$

Aus solchen und neuen sorgfältigen Versuchen folgt

$$1 \text{ kcal} = 427 \text{ mkg}^*; \quad 1 \text{ mkg}^* = 2,343 \text{ cal} \quad \text{oder} \\ 1 \text{ cal} = 4,186 \cdot 10^7 \text{ erg} = 4,186 \text{ Joule} \quad \text{oder} \quad \text{Wattsekunden.}$$

Der Satz, daß Wärme und Arbeit einander energetisch äquivalent sind und daß Energie weder neu entstehen noch verschwinden kann, sich vielmehr nur von einer Form in eine andere umwandeln kann, wird als der erste Hauptsatz der Wärmelehre bezeichnet. Wir können ihn auch so aussprechen: Es gibt keine Maschine, die ohne Energiezufuhr Arbeit leistet oder es gibt kein Perpetuum mobile erster Art, vgl. dazu auch § 83.

Wenden wir den Energiesatz auf Wärmemengen an, so können wir den ersten Hauptsatz auch so aussprechen: Die einem Körper zugeführte Wärmemenge  $Q$  muß sich in der Zunahme seiner Wärmeenergie (inneren Energie oder Molekularbewegung)  $\Delta U$  und in der geleisteten Arbeit  $A$  wiederfinden, es muß also die Energiegleichung gelten:

$$Q = \Delta U + A.$$

Betrachten wir als Beispiel die Erwärmung eines Gases, das in einem Zylinder mit einem beweglichen Stempel vom Querschnitt  $F$  eingeschlossen ist, s. Abb. 138. Außen möge der Druck  $p$  lasten, der dem gleich großen Druck des Gases das Gleichgewicht hält. Führen wir dem Gase eine kleine Wärmemenge  $\Delta Q$  zu, so steigt sein Druck, s. § 78, und der Stempel wird um den Betrag  $\Delta x$  gehoben, bis der Druck wieder auf den alten Wert abgesunken ist. Beim Heben des Stempels leistet das Gas eine Arbeit  $\Delta A = K\Delta x = pF\Delta x$ , und da die Volumenzunahme  $\Delta V = F\Delta x$  ist, gilt für die Gasarbeit  $\Delta A = p\Delta V$ . Folglich lautet die Gleichung des I. Hauptsatzes in diesem Falle:

$$\Delta Q = \Delta U + p\Delta V.$$

**§ 76. Spezifische Wärmen und Energieinhalt von Gasen.** Führen wir einem Gase Wärme zu, so erhöht sich seine Temperatur, d. h. die Energie der Moleküle oder die sog. innere Energie des Gases steigt. Die zur Temperaturerhöhung um  $1^\circ$  erforderliche Wärmemenge oder die spezifische Wärme ist wesentlich verschieden, je nachdem, ob wir das Gas bei konstantem Druck oder bei konstantem Volumen erwärmen. Dies hat seinen Grund darin, daß bei Erwärmung bei konstantem Druck das Gas sich ausdehnt und dabei, wie wir eben gesehen haben, eine äußere Arbeit vom Betrag  $p\Delta V$  verrichtet, wo  $\Delta V$  die Volumenzunahme für ein Grad Temperaturerhöhung bedeutet. Zur Deckung dieser Arbeitsleistung muß also noch ein zusätzlicher Betrag an Wärmeenergie zugeführt werden. Nur bei festen und flüssigen Körpern ist die Ausdehnung so klein, daß diese äußere Arbeit zu vernachlässigen ist. Dagegen ist bei einem Gase die spezifische Wärme bei konstantem Druck  $C_p$  erheblich größer als die bei konstantem Volumen  $C_v$ ;  $C_p$  und  $C_v$  sollen sich, wie bei

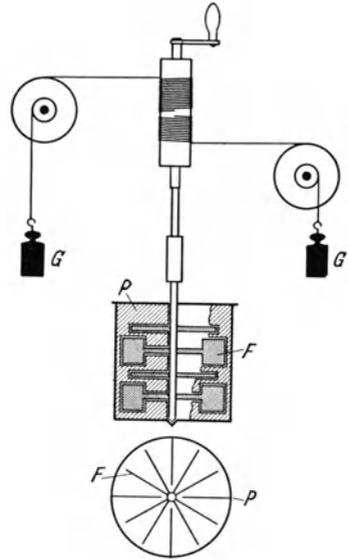


Abb. 137. Anordnung zur Messung des mechanischen Wärmeäquivalents.

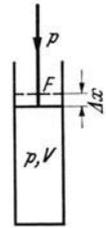


Abb. 138. Äußere Arbeit eines Gases.

Gasen meist üblich, nicht auf 1 g, sondern auf 1 Mol der betreffenden Substanz beziehen.

Für ein ideales Gas läßt sich die Differenz der spezifischen Wärmen  $C_p - C_v$ , die ja gleich der äußeren Arbeitsleistung  $p\Delta V$  ist, leicht berechnen. Aus der für 1 Mol gültigen Zustandsgleichung  $pV = RT$ , s. § 78, berechnet sich die Volumenzunahme  $\Delta V$  bei konstantem Druck für eine Temperaturerhöhung  $\Delta T$  aus  $p\Delta V = R\Delta T$ . Damit folgt für die Arbeitsleistung bei 1° Temperaturerhöhung,  $\Delta T = 1$ ,  $p\Delta V = R$  oder  $C_p - C_v = R$ . Dieses Ergebnis gilt für alle Gase, solange wir mit 1 Mol rechnen.

Das Verhältnis der spezifischen Wärmen wird mit  $\kappa$  bezeichnet. Bei einatomigen Gasen, wie He, A, ist  $\kappa = 5/3$ , bei zweiatomigen, wie  $N_2$ ,  $O_2$ ,  $7/5$ , bei mehratomigen  $4/3$  und kleiner, Erklärung in § 86. Die Größe  $\kappa$  ist sehr wichtig, da sie das Verhalten eines Gases bei allen adiabatischen Zustandsänderungen, s. § 81, und daher z. B. auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles bestimmt.

Bei einem idealen Gase, bei dem ja die Moleküle keine Kräfte aufeinander ausüben, ist die innere Energie einfach die Summe der Energien der einzelnen Moleküle. Diese molekulare Energie besteht wiederum aus der kinetischen Translations- und Rotationsenergie und aus der Schwingungsenergie der Atome im Molekülverband, s. § 86. Daher ist die innere Energie eines idealen Gases nur durch die Temperatur bestimmt und insbesondere unabhängig vom Volumen.

Erwärmen wir ein solches Gas bei konstantem Volumen um 1°, so finden wir die zugeführte Wärme als Zuwachs an innerer Energie  $\Delta U$  wieder. Daher ist für 1° und 1 Mol des Gases die Zunahme  $\Delta U = C_v$ , oder für die innere Energie eines idealen Gases gilt einfach  $U = C_v T$ .

Läßt man ein Gas durch Öffnen eines Hahnes in einen leeren Raum einströmen, so erfolgt die Volumenzunahme, da kein äußerer Druck zu überwinden ist, ohne Arbeitsleistung. Die Moleküle fliegen einfach mit der ursprünglichen Geschwindigkeit in den zusätzlichen Raum hinein, die Temperatur und damit die Energie des Gases bleibt dieselbe. Das gilt aber nur so lange, als die Moleküle keine merklichen Kräfte aufeinander ausüben. Sind Anziehungskräfte vorhanden, so müssen diese bei der Volumenvergrößerung überwunden werden. Die dazu erforderliche innere Arbeit, die ihr Äquivalent in einem Zuwachs an potentieller Energie der Moleküle hat, wird der kinetischen Energie der Moleküle entzogen, d. h. die Temperatur eines realen Gases sinkt beim Ausströmen ins Vakuum. Bei einem realen Gase hängt also die innere Energie noch vom Volumen des Gases ab.

**§ 77. JOULE-THOMSON-Effekt.** Die Abhängigkeit der inneren Energie vom Volumen des Gases spielt eine wesentliche Rolle beim JOULE-THOMSON-Effekt.

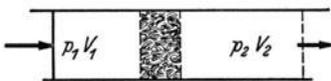


Abb. 139. JOULE-THOMSON-Effekt.

auf dem das in der Technik übliche Verfahren der Luftverflüssigung beruht, s. § 93. Dieser Effekt besteht darin, daß beim langsamen, gedrosselten Entspannen eines Gases eine Temperaturänderung auftritt. Aus einem unter dem dauernden Druck  $p_1$  stehenden Behälter ströme Luft durch ein Rohr in einen Behälter mit geringerem Druck  $p_2$ , s. Abb. 139. Das Rohr ist durch einen Pfropfen aus Watta verstopft, so daß das Gas so langsam überströmt, daß keine merkliche Reibungswärme entsteht. Dabei überlagern sich zwei Vorgänge, die äußere und die innere Arbeitsleistung. Um eine Gasmenge vom Volumen  $V_1$  hindurchzupumpen, müssen wir die Arbeit  $p_1 V_1$  leisten, vgl. § 79. Andererseits leistet das hindurchgepreßte Gas hinter der Drosselstelle die Arbeit  $p_2 V_2$ , indem es rechts vom Pfropfen das Gas vor sich herschiebt; diese Arbeit wird gewonnen. Beim realen Gase ist  $p_1 V_1$  nicht gleich  $p_2 V_2$ . Ist insbesondere  $p_2 V_2 > p_1 V_1$ ,

so leistet das Gas eine äußere Mehrarbeit  $p_2 V_2 - p_1 V_1$ , die aus seinem Energieinhalt gedeckt werden muß, so daß sich das Gas abkühlt. Im umgekehrten Falle gibt es eine Erwärmung. Da bei der Expansion außerdem die molekularen Anziehungskräfte überwunden werden müssen, kommt noch wie beim Ausströmen ins Vakuum die innere Arbeit hinzu, die immer eine Abkühlung ergibt. Für jeden Stoff gibt es eine sog. Inversionstemperatur, unterhalb derselben gibt der JOULE-THOMSON-Effekt Abkühlung, oberhalb Erwärmung, Näheres bei der Gasverflüssigung in § 93.

**§ 78. Gesetze der idealen Gase.** Der physikalische Zustand einer gegebenen Gasmenge ist durch drei Größen bestimmt: 1. durch das Volumen, das sie einnimmt, 2. durch den Druck, den die hin und her schwirrenden Moleküle auf die Wände ausüben und 3. durch die Temperatur (kinetische Energie der Moleküle). Diese drei Größen, die also den Zustand eines Gases eindeutig beschreiben, nennen wir die Zustandsgrößen des Gases. Ändern wir eine dieser drei Größen, etwa die Temperatur, so ändern sich im allgemeinen die beiden anderen mit. Es sind also Druck, Volumen und Temperatur voneinander nicht unabhängig, vielmehr bestehen zwischen ihnen Beziehungen, die sog. Zustands- oder Gasgleichungen, die wir jetzt näher betrachten wollen. Beginnen wir mit den einfachen Fällen, bei denen immer eine der drei Größen künstlich konstant gehalten wird.

I. Halten wir eine bestimmte Gasmenge unter konstanter Temperatur (enge und ständige Berührung des Gases mit einem Wärmebehälter und langsame Zustandsänderung), so gilt für diese sog. isotherme Zustandsänderung bei idealen Gasen das uns bereits bekannte Gesetz, s. § 53,

$$pV = \text{const.}$$

II. Halten wir den Druck konstant, isobare Zustandsänderung, so gilt für die Wärmeausdehnung dieselbe Beziehung wie bei Flüssigkeiten, nämlich die Gleichung

$$V = V_0(1 + \alpha t); \quad \alpha = 1/273 = 0,00366,$$

wo  $V_0$  das Volumen bei  $0^\circ \text{C}$  ist.  $\alpha$  ist der kubische Ausdehnungskoeffizient. Führen wir jetzt die absolute Temperatur  $T$  ein, also  $T = 273 + t$ , so folgt

$$V = V_0 \left(1 + \frac{1}{273} t\right) = V_0 \left(\frac{273 + t}{273}\right) = V_0 \frac{T}{273}$$

oder

$$\frac{V}{V_0} = \frac{T}{273}.$$

Die Volumina verhalten sich also wie die absoluten Temperaturen.

III. Sperren wir eine bestimmte Gasmenge ab und halten ihr Volumen konstant, so steigt der Druck mit der Temperatur nach dem Gesetz

$$p = p_0(1 + \beta t); \quad \beta = \alpha = 1/273,$$

wo  $p_0$  den Druck des Gases bei  $0^\circ \text{C}$  bedeutet.  $\beta$  wird als Spannungskoeffizient bezeichnet. Für ideale Gase ist  $\beta = \alpha = 1/273 = 0,00366$ , so daß wie oben auch die Gleichung gilt:

$$\frac{p}{p_0} = \frac{T}{273}.$$

Für reale Gase sind die Abweichungen bei  $\alpha$  und  $\beta$  vom Werte 0,00366 um so größer, je größer die Dichte und je tiefer die Temperatur ist.

Nun wollen wir die allgemeine Zustandsgleichung, und zwar für ideale Gase aufstellen. Wir betrachten dazu eine bestimmte Gasmenge, die unter

Normalbedingungen, d. h. bei  $0^\circ\text{C}$  und beim Druck von 760 mm,  $p_0$ , das Volumen  $V_0$  besitzen möge. Wir wollen jetzt bei konstantem Druck  $p_0$  die Temperatur auf  $t^\circ\text{C}$  oder  $T = t + 273$  erhöhen. Dann wird das neue Volumen  $V' = V_0(1 + \alpha t)$ . Dann wollen wir bei der neuen Temperatur  $t$  eine isotherme Zustandsänderung vornehmen, d. h. nur den Druck verändern. Für das zum Druck  $p$  gehörige Volumen  $V$  gilt dann

$$V = \frac{V' p_0}{p} = \frac{p_0}{p} V_0 (1 + \alpha t) = \frac{p_0}{p} V_0 \frac{T}{273}.$$

Damit erhalten wir folgendes Gesetz:

$$pV = p_0 V_0 (1 + \alpha t) = p_0 V_0 \frac{T}{273}.$$

Da für eine bestimmte Gasmenge  $V_0$  eine feste Größe ist, kann man mittels dieser Zustandsgleichung, falls zwei Zustandsgrößen bestimmt sind, immer die dritte berechnen.

Dieses Gesetz wird noch einfacher, wenn wir immer ein Mol des betreffenden Gases, z. B. 2 g  $\text{H}_2$ , 32 g  $\text{O}_2$  betrachten. Das zugehörige Molvolumen nimmt unter Normalbedingungen bei allen Gasen denselben Raum von  $V_0 = 22,431$  Liter ein. Daher erhält der Faktor  $\frac{p_0 V_0}{273}$  für alle Gase denselben Wert  $R$ , so daß wir die für alle Gase gültige, immer auf 1 Mol des betreffenden Gases bezogene allgemeine Zustandsgleichung der idealen Gase in der Form erhalten

$$pV = RT.$$

$R$  ist die universelle Gaskonstante mit dem Zahlenwert

$$R = 8,313 \cdot 10^7 \left[ \frac{\text{erg}}{\text{grad}} \right] = 1,986 \left[ \frac{\text{cal}}{\text{grad}} \right] \approx 2 \left[ \frac{\text{cal}}{\text{grad}} \right].$$

Aus dieser Gleichung lesen wir sofort für  $T = \text{const}$  das Gesetz  $pV = \text{const}$  ab. In Abb. 141 sind die Isothermen, d. h. die hyperbelförmigen  $pV$ -Kurven eines idealen Gases für verschiedene Temperaturen eingetragen. Ferner erkennen wir aus der obigen Gleichung, daß sich Druck oder Volumen proportional mit der absoluten Temperatur ändern, wenn die dritte Zustandsgröße konstant gehalten wird.

**§ 79. Gasarbeit.** Dehnt sich ein in einem Zylinder eingeschlossenes Gas durch Heben eines Kolbens um einen so kleinen Betrag  $\Delta V$  aus, daß der Druck praktisch konstant bleibt, so ist die geleistete Arbeit nach § 75  $\Delta A = p \Delta V$

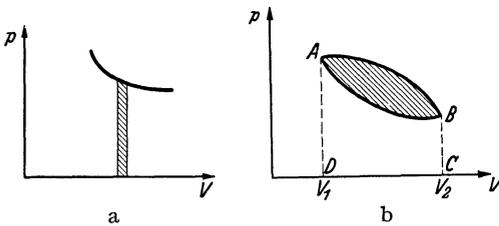


Abb. 140 a u. b. Zur Gasarbeit.

und wird in der Abb. 140a durch das kleine schraffierte Rechteck dargestellt. Erstreckt sich die Ausdehnung über einen größeren Bereich, etwa von  $V_1$  bis  $V_2$ , obere Kurve  $AB$  in Abb. 140b, so ist die insgesamt geleistete Arbeit gleich der Summe der

Teilarbeiten oder  $A = \int_{V_1}^{V_2} p dV$ , d. h.

gleich dem Inhalt der Fläche  $ABCD$  (obere Kurve  $AB$ ). Bei einer Kompression etwa von  $V_2$  auf  $V_1$  entlang der unteren Kurve  $BA$  ist die Arbeit negativ und durch das Flächenstück  $ABCD$  gegeben, das jetzt durch die untere Kurve  $BA$  begrenzt wird. Wird die Zustandsänderung durch eine geschlossene Kurve dargestellt, haben wir es also mit einem sog. Kreisprozeß, s. § 82, zu tun, so wird die gesamte Arbeitsleistung durch den Inhalt der von der Zustandskurve umschlossenen schraffierten Fläche dargestellt, s. Abb. 140b.

§ 80. **VAN DER WAALSSche Zustandsgleichung.** Wirkliche Gase zeigen kleinere oder größere Abweichungen von der idealen Zustandsgleichung. Diese beruhen darauf, daß die Moleküle Anziehungskräfte, sog. VAN DER WAALSSche Kräfte, aufeinander ausüben. Diese sind natürlich um so merklicher, je geringer die Abstände der Moleküle sind, d. h. je dichter das Gas ist. Diese Anziehungskräfte wirken wie ein zu dem äußeren, das Gas zusammenhaltenden Drucke hinzukommender Innen- oder Kohäsionsdruck. Ferner besitzen die Moleküle einen, wenn auch sehr kleinen, so doch endlichen Durchmesser und daher ein endliches Eigenvolumen, so daß man ein Gas nicht beliebig komprimieren kann. Denn der Raum, den man durch Druck verringern kann, ist nicht  $V$ , sondern  $V - b$ , wo  $b$  durch das Eigenvolumen oder die Raumerfüllung der Moleküle bestimmt ist<sup>1</sup>. Auf Grund solcher Überlegungen hat VAN DER WAALS folgende nach ihm benannte Zustandsgleichung aufgestellt:

$$\left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT.$$

$a$  und  $b$  sind Konstanten, die von der Natur des betreffenden Gases abhängen;  $a/V^2$  ist der Kohäsionsdruck, der mit abnehmender Dichte, d. h. größer werdendem Abstand der Moleküle kleiner wird. Aus der Gleichung erkennen wir, daß das Gas um so mehr als ideales Gas behandelt werden kann, je größer das spezifische Volumen, also je geringer seine Dichte und ferner je höher seine Temperatur ist. Denn bei wachsender Temperatur steigt bei konstantem Volumen der Druck, so daß das Glied  $a/V^2$  gegen  $p$  immer mehr zurücktritt.

§ 81. **Adiabatische Zustandsänderung.** Komprimieren wir ein Gas, so leisten wir dabei eine Arbeit, die Kompressionsarbeit (ihre Größe ist  $\int p dV$ , s. § 79). Ihr Energieäquivalent findet diese Arbeit in einer Wärmeentwicklung. Falls wir isotherm komprimieren wollen, müssen wir die entwickelte Wärmemenge ständig abführen. Wir können das Gas aber auch ohne diese Wärmeableitung komprimieren. Eine Zustandsänderung, bei der das Gas weder nach außen Wärme abgibt, noch von außen aufnimmt, heißt adiabatisch. Wir verwirklichen sie dadurch, daß wir entweder für eine sehr gute Wärmeisolation des Gases sorgen, s. Abschn. IV, oder die Zustandsänderung so rasch vornehmen<sup>2</sup>, daß praktisch kein Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfindet. Komprimieren wir ein Gas adiabatisch, so steigt seine Temperatur, was eine zusätzliche Drucksteigerung bedeutet. Daher steigt der Druck bei der adiabatischen Kompression schneller an als bei der isothermen, d. h. die Adiabaten, gestrichelte Kurve in Abb. 141, verlaufen steiler als die Isothermen. Beispiele für eine adiabatische Kompression sind das pneumatische Feuerzeug der die Erwärmung der Luft und der Pumpe beim Aufpumpen eines Fahrradreifens.

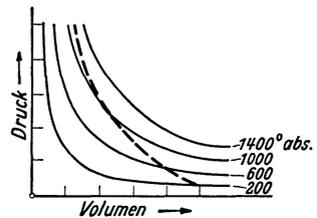


Abb. 141. Isothermen eines idealen Gases.

Aufsteigende Luft kühlt sich ab, da sie einen immer geringeren Druck erleidet, sich also ausdehnt, dabei andere Luftmassen verdrängt und daher Arbeit leistet. Ist die Luft feucht, so kondensiert sich Wasser. Feuchte Seewinde kühlen sich beim Aufstieg an Gebirgen (Alpen, Norwegen) ab und geben Niederschläge.

Ohne Ableitung geben wir einige Beziehungen für adiabatische Zustandsänderungen an. An Stelle des Gesetzes  $pV = \text{const}$  tritt die POISSONSche Gleichung der adiabatischen Zustandsänderung

$$pV^\kappa = \text{const}; \quad \kappa = \frac{c_p}{c_v}.$$

<sup>1</sup> Genau ist  $b = 4 N_L \frac{4\pi}{3} r^3$  also gleich dem vierfachen Eigenvolumen aller Moleküle;  $N_L$  ist die LOSCHMIDTSche Zahl,  $r$  der Radius der Moleküle.

<sup>2</sup> Daher erfolgen in einer Schallwelle die Zustandsänderungen adiabatisch.

Ferner nennen wir die Beziehung  $p^{1/\kappa}/T^\kappa = \text{const}$ , die es gestattet, die bei der adiabatischen Kompression oder Expansion auftretenden Temperaturänderungen zu berechnen.

§ 82. **CARNOTScher Kreisprozeß.** Die Umwandlung von Arbeit in Wärme, etwa von mechanischer Arbeit in Reibungswärme, ist immer restlos möglich. Dagegen ist erfahrungsgemäß die umgekehrte Umwandlung von Wärmeenergie in Arbeit nur in bestimmtem Umfange und nur unter bestimmten Bedingungen möglich. Um einen Einblick in die wesentlichen Punkte zu gewinnen, betrachten wir einen sog. Kreisprozeß. Bei einem solchen durchläuft ein System von Körpern eine Reihe von Zuständen und kehrt schließlich wieder in den Anfangszustand zurück. Ein Beispiel für einen Kreisprozeß aus der Mechanik bietet ein schwingendes Pendel, das — die Reibung sei vernachlässigt — immer wieder in seine Anfangslage, aus der wir es losgelassen haben, zurückkehrt, wobei sich ständig potentielle Energie in kinetische umwandelt und umgekehrt.

Wir unterscheiden umkehrbare oder reversible und nichtumkehrbare oder irreversible Vorgänge. Umkehrbar ist ein Vorgang, wenn man das System dadurch genau in den Anfangszustand zurückbringen kann, daß man alle Zustände in umgekehrter Reihenfolge durchläuft.

Das ist bei der Zustandsänderung eines Gases nur möglich, wenn der Vorgang sehr langsam, im Idealfall unendlich langsam verläuft, so daß das System ständig im Druck- bzw. Temperaturgleichgewicht ist. Läßt man dagegen ein Gas in einem Zylinder plötzlich einen Kolben gegen äußeren Unterdruck heraustreiben, so entsteht Turbulenz, d. h. ungeordnete Wärmeenergie, der Druck ist undefiniert, und die Arbeitsleistung läßt sich nicht mehr durch  $\int p \, dV$  ausdrücken. Das ist nun möglich, wenn die Expansion stufenweise in ganz kleinen Schritten, im Idealfall unendlich langsam und in unendlich kleinen Stufen vor sich geht. In diesem Fall ist das System jederzeit im Gleichgewicht, d. h. in einem Zustand, der beliebig lang gehalten werden kann. Der äußere Druck und der Gasdruck sind ja stets gleich, vgl. auch Abb. 138, und die Temperatur immer durch die Zustandsgleichung geindeutig bestimmt. Ein solcher Vorgang kann auch rückwärts durchlaufen werden, ist also umkehrbar. Ein umkehrbarer Vorgang besteht daher aus einer Folge von Gleichgewichtszuständen, verläuft also normalerweise sehr langsam.

Umkehrbar ist, wenn wir vom Energieverlust durch Reibung absehen, der obige Fall des Pendels. Nichtumkehrbare Vorgänge sind z. B. jeder Wärmeausgleich, die Reibungswärme, das Ausströmen eines Gases in einen Unterdruckraum, die Diffusion usw.

CARNOTScher Kreisprozeß. Bei diesem durchläuft ein ideales Gas der Reihe nach folgende vier Zustandsänderungen, an deren Ende es wieder seinen Anfangszustand einnimmt:

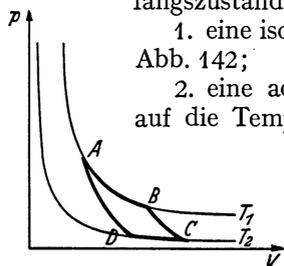


Abb. 142. CARNOTScher Kreisprozeß.

1. eine isotherme Expansion bei der Temperatur  $T_1$  von  $A$  bis  $B$ , s. Abb. 142;
2. eine adiabatische Expansion von  $B$  bis  $C$ , wobei sich das Gas auf die Temperatur  $T_2$  abkühlt;
3. eine isotherme Kompression bei der Temperatur  $T_2$  von  $C$  bis  $D$ ;
4. eine adiabatische Kompression von  $D$  bis  $A$ , also bis zur ursprünglichen Temperatur  $T_1$ .

Das Gas ist dann in den Anfangszustand mit den ursprünglichen Größen von Druck, Volumen und Temperatur zurückgekehrt. Um einen solchen Prozeß zu verwirklichen, brauchen wir zwei Wärmespeicher der Temperatur  $T_1$  und  $T_2$ . Auf dem Weg  $AB$  und  $CD$  wird das Gas in enge Berührung mit dem Wärmespeicher  $T_1$  bzw.  $T_2$  gebracht. Bei den adiabatischen Zustandsänderungen  $BC$  und  $DA$  wird das Gas thermisch isoliert, so daß kein Wärmeaustausch mit der Umgebung stattfindet. Auf dem Wege  $ABC$  leistet das Gas äußere Arbeit, seine Arbeitsleistung ist also positiv, auf dem Rückweg  $CDA$  dagegen negativ. Für

jeden Teilweg, etwa  $AB$ , ist die Arbeit durch  $\int p dV$ , der Arbeitsgewinn  $A$  bei einem einmaligen Durchlaufen des Weges  $ABCD A$ , also durch den Inhalt der Fläche  $ABCD$  gegeben, s. § 79. Da das Gas zum Schluß wieder seine ursprüngliche Energie besitzt, muß ihm ein der geleisteten Arbeit äquivalenter Betrag an Wärme zugeführt werden, und zwar ist das nur während der isothermen Expansion von  $A$  bis  $B$  möglich. Da nun das Gas ferner bei der isothermen Kompression längs des Weges  $CD$  die von außen geleistete Kompressionsarbeit als Wärme vom Betrag  $Q_2$  an den Wärmespeicher  $T_2$  abgibt, ist die insgesamt auf dem Wege  $AB$  aufgenommene Wärmemenge  $Q_1$  größer als  $Q_2$ , und zwar muß nach dem ersten Hauptsatz gelten:

$$Q_1 = Q_2 + A.$$

Da man diesen Kreisprozeß, bei dem mechanische Arbeit gewonnen wird, beliebig oft wiederholen kann, hat man die Möglichkeit, ihn in Form einer Wärmekraftmaschine zu verwirklichen. Wir erkennen aber aus den obigen Betrachtungen, daß eine Wärmekraftmaschine immer nur zwischen Wärmespeichern verschiedener Temperatur arbeiten kann und daß außerdem immer nur ein Teil der vom Speicher höherer Temperatur abgegebenen Wärmemenge in mechanische Energie umgewandelt wird. Die übrige Wärme  $Q_2$  geht nutzlos verloren. Es wird also nur der Bruchteil

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

der dem Behälter mit der höheren Temperatur  $T_1$  entzogenen Wärmemenge  $Q_1$  in Nutzarbeit verwandelt.  $\eta$  bezeichnen wir als den thermischen Wirkungsgrad oder den Nutzeffekt einer Wärmekraftmaschine. Für den CARNOTSchen Kreisprozeß eines idealen Gases läßt sich  $\eta$  berechnen, und zwar findet man zunächst  $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$  und damit

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Dies Ergebnis gilt ganz allgemein, unabhängig von der Art der arbeitenden Substanz, für alle Wärmekraftmaschinen, s. § 83. Dieser höchstmögliche Wirkungsgrad wird in Wirklichkeit wegen Verlusten infolge Reibung, Turbulenz und Wärmeübergang nie ganz erreicht.

Aus der obigen Beziehung lesen wir ab, daß der Wirkungsgrad ausschließlich durch die Temperaturen der beiden Wärmespeicher bestimmt ist und um so günstiger wird, je tiefer  $T_2$  und je höher  $T_1$  liegt. Den höchsten Wirkungsgrad  $\eta=1$  würde man erreichen, wenn der eine Wärmespeicher die Temperatur des absoluten Nullpunktes,  $T_2=0$ , hätte. Dieser Grenzfall ist natürlich nicht zu verwirklichen.

Voraussetzung für die obigen Überlegungen ist, daß der CARNOTSche Kreisprozeß sehr langsam ausgeführt wird, d. h. daß er aus einer Reihe von aufeinanderfolgenden Gleichgewichtszuständen besteht. Daraus folgt, daß wir ihn auch rückwärts leiten können, wobei unter Zufuhr von äußerer Arbeit dem Behälter mit der tieferen Temperatur Wärme entzogen und an den Behälter höherer Temperatur abgegeben wird, Prinzip der Kältemaschine. Wir können also aber nur unter Aufwand äußerer Arbeit einen Körper gegenüber seiner Umgebung abkühlen.

**§ 83. Zweiter Hauptsatz der Wärmelehre, Wahrscheinlichkeit von Naturvorgängen.** Der erste Hauptsatz enthält nur die Aussage, daß bei jeder Umwandlung von Wärme in Arbeit oder umgekehrt die Energie erhalten bleibt. Er gibt uns aber keine Antwort auf die Frage: In welcher Richtung verläuft die Umwandlung, unter welchen Bedingungen und in welchem Umfange kann man aus Wärme Arbeit gewinnen? Nun lehrt die allgemeine Erfahrung, daß es z. B.

unmöglich ist, eine Schiffsmaschine zu bauen, die das Meerwasser ansaugt, ihm Wärme entzieht, diese Wärmeenergie in mechanische Arbeit zum Antrieb des Schiffes umwandelt und das abgekühlte Wasser wieder ins Meer, etwa als Eis, abgibt<sup>1</sup>. Dieser Vorgang, bei dem ein Schiff ohne Brennstoff über das Meer fahren könnte, ist energetisch durchaus denkbar und mit dem ersten Hauptsatz nicht im Widerspruch, wohl aber mit der allgemeinen Erfahrung, die man im zweiten Hauptsatz so zusammenfassen kann: Es ist unmöglich, eine periodisch<sup>2</sup> arbeitende Maschine zu bauen, die ständig einem Körper, etwa dem Meerwasser, Wärme entzieht und diese in mechanische Nutzarbeit umwandelt. Eine solche Maschine, die kein dem Energiesatz widersprechendes Perpetuum mobile darstellen würde, wäre die billigste Kraftmaschine der Welt und daher von ungeheurer wirtschaftlicher Bedeutung. Wir bezeichnen sie als Perpetuum mobile zweiter Art, zum Unterschied von dem nach dem ersten Hauptsatz unmöglichen Perpetuum mobile erster Art, vgl. § 75.

Wie wir beim CARNOTSchen Kreisprozeß gesehen haben, können wir nur, wenn Wärme von einem Körper höherer Temperatur auf einen solchen tieferer Temperatur übergeht, mechanische Nutzarbeit gewinnen, wobei sich außerdem nur ein Teil der Wärme in mechanische Energie umwandeln läßt. Von selbst geht Wärme nie von einem kalten Körper auf einen wärmeren über, von selbst, d. h. ohne Aufwand von Arbeit oder ohne eine Kältemaschine stellen sich keine Temperaturdifferenzen ein, daher auch die Unmöglichkeit des Perpetuum mobile zweiter Art. Dagegen suchen sich in der Natur Temperaturunterschiede und ebenso Druck- und Konzentrationsunterschiede immer auszugleichen. Die in der Natur sich selbst überlassenen Vorgänge verlaufen also immer in einer bestimmten Richtung. Da all diese Erfahrungstatsachen eine unmittelbare Folge der untergeordneten Wärmebewegung der Moleküle und der dadurch bedingten Wahrscheinlichkeit von Naturzuständen sind, wollen wir dem zweiten Hauptsatz eine allgemeinere und seinen Sinn besser treffende Fassung geben.

Wir betrachten dazu ein einfaches Beispiel, nämlich das Verhalten von Kugeln, die in einer durch eine Zwischenwand geteilten Schale hin und her geschüttelt werden, s. Abb. 143. Die Kugeln sollen uns das Verhalten der Moleküle eines in einen Zylinder eingesperrten Gases veranschaulichen. Zunächst mögen sich alle Kugeln im Raume *I* befinden. Geben wir in der Zwischenwand eine Öffnung frei, so fliegen so lange mehr Kugeln nach *II* herein als heraus, bis ihre Zahl in *I* und *II* gleich groß geworden ist. Von da ab fliegen im Mittel gleich viel Kugeln von *I* nach *II* und umgekehrt, wir haben rechts

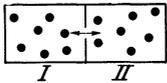


Abb. 143. Gleichverteilung als Folge der Wärmebewegung.

und links gleich viel Kugeln, aber nur im Mittel. Dieser Zustand ist der wahrscheinlichste. Da die Kugeln voneinander unabhängig sind, werden immer zufällige Abweichungen von dieser Gleichverteilung vorkommen, ja es ist sogar durchaus möglich, daß zufällig einmal alle Kugeln auf einer Seite anzutreffen sind. Haben wir insgesamt nur 2 Kugeln in der Schale, so wird das sogar recht häufig, bei 3 Kugeln schon etwas weniger oft vorkommen. Je mehr Kugeln

<sup>1</sup> Die zum Antrieb erforderliche Energie findet sich im wesentlichen als kinetische Energie der vom fahrenden Schiff erzeugten Wellen und Wasserwirbel wieder und wird schließlich in Reibungswärme umgewandelt, mit der das Eis wieder geschmolzen werden könnte, so daß schließlich das Meerwasser die ursprüngliche Temperatur annehmen und nicht einmal eine Abkühlung erfahren würde.

<sup>2</sup> Nur bei einem einmaligen Vorgange, bei dem das arbeitende System nicht in seinen Ausgangspunkt zurückkehrt, also keinen Kreisprozeß durchläuft, kann, wie z. B. bei der isothermen Expansion, einem Behälter Wärme entzogen und im Idealfall der ganz langsamen Expansion sogar restlos in Arbeit verwandelt werden.

vorhanden sind, um so seltener oder um so unwahrscheinlicher wird dieser Fall und um so geringer werden die prozentualen Abweichungen von der Gleichverteilung werden, d. h. die zufälligen oder sog. statistischen Schwankungen.

Bringen wir in die Schale irgendwo einige weitere, zunächst ruhende Kugeln, so erhalten diese beim Zusammenstoß mit den ursprünglichen bewegten Kugeln kinetische Energie und nehmen dann ebenfalls an der ungeordneten Hin- und Herbewegung teil. Es findet eine Energieverteilung derart statt, daß alle Kugeln dieselbe mittlere Energie besitzen. Je mehr Teilchen da sind, um so unwahrscheinlicher ist es, daß sich irgendwo eine Ansammlung von Teilchen mit geringerer Energie bildet, oder auf ein Gas angewandt, daß sich irgendwo im Raume zufällig Moleküle mit anderer Energie, d. h. anderer Temperatur anreichern oder daß irgendein Molekül längere Zeit eine andere mittlere Energie als die übrigen besitzt. Wir erkennen aus diesen Beispielen, daß der Zustand, wo jede lokale Temperaturdifferenz und jede Abweichung von der mittleren Dichte verschwunden ist, d. h. der Zustand völligen Ausgleiches oder völliger Unordnung der wahrscheinlichste ist. Jede Ordnung, z. B. die schnelleren Moleküle auf der einen, die langsameren auf der anderen Seite eines Gefäßes, ist unwahrscheinlicher. Es ist ganz unwahrscheinlich, daß sich in einem gasgefüllten Raume plötzlich einmal alle Moleküle in einer Ecke befinden oder daß eine Schar von Rekruten von selbst eine geordnete Marschkolonne bildet. So wird es verständlich, daß wegen der ungeordneten Wärmebewegung der Moleküle die in der Natur sich selbst überlassenen Vorgänge immer in einer bestimmten Richtung verlaufen, nämlich so, daß das System in einen wahrscheinlicheren Zustand übergeht. Wir können daher den zweiten Hauptsatz so aussprechen: Die Natur strebt aus einem unwahrscheinlicheren dem wahrscheinlicheren oder aus einem geordneten dem ungeordneteren Zustand zu. Der zweite Hauptsatz ist also ein Wahrscheinlichkeitsgesetz, von dem im Gegensatz zum ersten Hauptsatz, der als Energiesatz ein streng gültiges Naturgesetz darstellt, prinzipiell Abweichungen möglich sind. Sobald jedoch genügend Moleküle an einem Vorgange beteiligt sind, und das ist fast immer der Fall, werden Abweichungen, z. B. eine von selbst auftretende lokale Temperaturerhöhung, so ungeheuer selten, so unwahrscheinlich, daß wir sie praktisch ausschließen können.

Wir haben es also in der Natur immer mit nichtumkehrbaren Vorgängen zu tun. Nur wenn das System im Gleichgewicht ist, bleibt die Wahrscheinlichkeit konstant, der Vorgang kann rückwärts durchlaufen werden, ist also umkehrbar.

Man kann diese Verhältnisse auch mathematisch durch eine Funktion beschreiben, die als Entropie bezeichnet wird. Da die Entropie ein Maß der Unordnung oder der Wahrscheinlichkeit eines Zustandes ist und mit dieser wächst, kann man den zweiten Hauptsatz auch so aussprechen: Alle Vorgänge in der Natur verlaufen so, daß die Entropie des betrachteten Systems zunimmt.

Der auf die allgemeine Erfahrung begründete zweite Hauptsatz ist in seinen Folgerungen für die Physik, Chemie und Technik von außerordentlicher Bedeutung. Aus ihm folgt z. B., daß der mittels des CARNOTSchen Kreisprozesses für ein ideales Gas berechnete Wirkungsgrad einer Wärmekraftmaschine von der Art der arbeitenden Substanz unabhängig ist und daher allgemein gilt. Darauf beruht die Bedeutung des CARNOTSchen Prozesses für den Bau von Wärmekraftmaschinen, s. § 85.

Thermodynamische Temperaturskala. Die früher besprochene Schwierigkeit, eine von der Natur der Thermometersubstanz unabhängige Temperaturskala aufzustellen, läßt sich mit Hilfe von CARNOTSchen Kreisprozessen umgehen, da man aus Messungen des Wirkungsgrades unmittelbar das Verhältnis der absoluten Temperaturen der beiden Wärmebehälter findet. Die so abgeleitete Skala wird als die thermodynamische Temperaturskala bezeichnet.

**§ 84. Dritter Hauptsatz der Wärmelehre.** Der dritte Hauptsatz der Wärmelehre bezieht sich auf das Verhalten der Körper beim absoluten Nullpunkt oder bei Temperaturen in dessen Nähe. Die Erfahrung zeigt, daß sämtliche Eigenschaften der Stoffe, wie Volumen, elektrischer Widerstand, innere Energie oder der Wärmeinhalt in der Nähe des absoluten Nullpunktes von der Temperatur unabhängig werden.

Daher werden die spezifischen Wärmen mit der Annäherung an den absoluten Nullpunkt immer kleiner und schließlich Null. Es ist daher auch unmöglich, einem Körper seine Wärme völlig zu entziehen, d. h. ihn genau bis zum absoluten Nullpunkt abzukühlen. Praktisch ist man an dem absoluten Nullpunkt bis auf  $0,0044^\circ$  herangekommen, s. § 93. Auch der Temperaturbegriff verliert hier seine Anwendbarkeit, da es in unmittelbarer Nähe des absoluten Nullpunktes keine Möglichkeit der Temperaturmessung gibt.

**§ 85. Wärmekraftmaschinen.** Mit Hilfe von Wärmekraftmaschinen, wie Dampfmaschinen und Verbrennungsmotoren, verwandeln wir Wärme in Arbeit. Die obere Grenze des Wirkungsgrades  $\eta$  ist durch die Beziehung  $\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$  gegeben,  $T_1$  die obere,  $T_2$  die untere Temperatur des arbeitenden Gases, vgl. § 82. Dieser Wirkungsgrad wird praktisch nie erreicht, und zwar infolge von Verlusten durch Wärmeleitung und -strahlung sowie durch Reibung. Vor allem aber verlaufen die Zustandsänderungen so schnell, daß das arbeitende Gas nicht im Gleichgewicht ist (z. B. der innere und äußere Druck verschieden sind), so daß der Wirkungsgrad des wirklich vorliegenden Kreisprozesses weit hinter dem des entsprechenden idealen, d. h. ganz langsam verlaufenden umkehrbaren Prozesses zurückbleibt.

Nach der obigen Beziehung wird der Wirkungsgrad um so besser, je höher die obere Temperatur des Gases ist. Aus diesem Grunde arbeitet man bei Dampfmaschinen mit höheren Drucken und dementsprechend erhöhten Siedetemperaturen des Wassers. Trotzdem erreicht man bei Kolbendampfmaschinen auch unter den günstigsten Verhältnissen nur Wirkungsgrade bis zu maximal etwa 0,16.

**Kolbendampfmaschinen.** In einem Kessel wird Wasser zum Sieden gebracht, und zwar unter höherem Druck. Der hochgespannte Wasserdampf wird in einen Zylinder geleitet, in dem sich ein Kolben hin und her bewegen kann. Der Dampf treibt den Kolben vor sich her. Im Umkehrpunkt wird der Dampf durch eine selbsttätige Steuerung auf die andere Seite des Kolbens geleitet und der Zylinderraum mit der äußeren Luft oder einem Kondensator verbunden, so daß der zurückgehende Kolben den im Zylinder noch vom ersten Hub her vorhandenen entspannten Dampf ins Freie oder in den Kondensator befördert. Der letztere ist ein luftleerer Raum, in dem der Dampf zu Wasser kondensiert wird. Entweicht der Dampf einfach ins Freie, so muß er den äußeren Luftdruck überwinden. Diesen Arbeitsverlust vermeidet man durch den Kondensator.

Da wir das Wasser aus dem Kondensator mit Hilfe einer Pumpe in den Kessel zurückbringen können, durchläuft dieses einen vollständigen Kreisprozeß zwischen zwei Wärmebehältern, nämlich dem Kessel mit der Temperatur  $T_1$  und dem Kondensator mit der niederen Temperatur  $T_2$ . Stellt man wie beim CARNOTSchen Kreisprozeß den Verlauf graphisch dar, so erhält man das Arbeits- oder Indikatordiagramm der Maschine, aus dem sich ihre Arbeitsleistung entnehmen läßt.

Wirtschaftlicher sind die Dampfturbinen, bei denen ein aus einer Düse austretender Dampfstrahl auf ein Schaufelrad wirkt. Ein sehr wesentlicher Vorteil gegenüber der Kolbendampfmaschine liegt darin, daß die Turbine keine hin und her gehende, sondern nur eine drehende Bewegung ausführt.

Den besten Wirkungsgrad besitzen die mit erheblich größeren Temperaturunterschieden arbeitenden Verbrennungsmotoren. Bei diesen wird ein explosives Gemisch von Luft und einem geeigneten Brennstoff in der Maschine selbst zur Verbrennung gebracht. Der dabei auftretende hohe Druck wirkt un-

mittelbar auf einen Kolben, leistet also Arbeit. Auf diese Weise vermeidet man die Verluste bei der Aufheizung des Arbeitsgases und erreicht sehr hohe Anfangstemperaturen. Man unterscheidet Ottomotoren, auch Zündmotoren genannt, und Motoren mit langsamer Verbrennung (Dieselmotoren). Bei den Ottomotoren wird das Gemisch aus Luft und vergastem Brennstoff (Benzin, Benzol, Spiritus) auf einige Atmosphären komprimiert und durch einen elektrischen Funken zur Entzündung gebracht, wobei es sich sehr stark ausdehnt. Bei den Dieselmotoren wird die Luft von vornherein sehr stark auf einige 30 at komprimiert und dadurch auf 600 bis 700° C erwärmt. Der hinterher eingespritzte Brennstoff (Schweröl) entzündet sich dann von selbst, so daß eine besondere Zündvorrichtung überflüssig wird. Der hohe Anfangsdruck, der infolge der nachträglichen Temperatursteigerung auf rund 1500° C trotz der Ausdehnung des Gases ziemlich konstant bleibt, sowie die vollständigere und gleichmäßigere Verbrennung sind besondere Vorteile des Dieselmotors. Sein Wirkungsgrad kann bis auf 35% gesteigert werden.

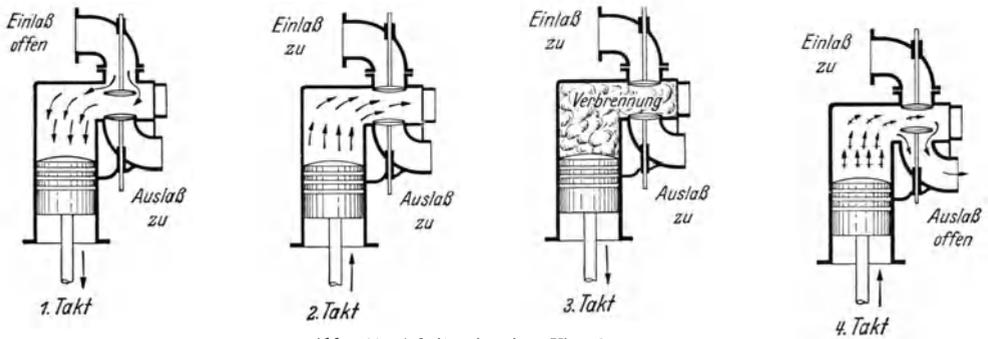


Abb. 144. Arbeitsweise eines Viertaktmotors.

Arbeitsweise eines Verbrennungsmotors. Die meisten Verbrennungsmaschinen arbeiten nach dem Viertaktprinzip, d. h. jede Periode besteht aus vier Abschnitten, sog. Takten, s. Abb. 144.

1. Takt: Der Kolben saugt das Luft-Gas-Gemisch an, Einlaßventil offen.
2. Takt: Der Kolben geht zurück und komprimiert das Gemisch, beide Ventile geschlossen.
3. Takt: Im oberen Totpunkt wird das Gemisch durch einen elektrischen Funken zur Explosion gebracht. Die entstehenden Verbrennungsgase treiben den Kolben nach unten, beide Ventile geschlossen.
4. Takt: Der Kolben kehrt nochmals zurück und stößt die Verbrennungsgase ins Freie aus, Auslaßventil offen.

Es ist also nur jeder vierte Takt ein Arbeitstakt. Diese unregelmäßige Kraftwirkung gleicht man durch Schwungräder sowie dadurch aus, daß man mehrere Zylinder, deren Takte gegeneinander versetzt sind, auf eine Welle arbeiten läßt.

**§ 86. Mechanische Wärmetheorie und kinetische Gastheorie.** Die mechanische Auffassung von der Natur der Wärme steht mit allen Erfahrungen im besten Einklang. Die Brownsche Bewegung und die Diffusion, vgl. § 40, sind eine unmittelbare Folge der Eigenbewegung der Moleküle. Den Druck eines Gases hatten wir auf die unzähligen Stöße der mit großer Geschwindigkeit auf die Wände aufrallenden Moleküle zurückgeführt, s. § 53. Die Tatsache, daß der Druck eines Gases mit der Temperatur steigt, läßt sich sofort mittels der Annahme verstehen, daß die Geschwindigkeit, d. h. die Energie der Moleküle, mit der Temperatur wächst.

Betrachten wir die Moleküle als elastische harte Kugeln, so lassen sich auf ihre Zusammenstöße die Gesetze des elastischen Stoßes anwenden. Da wir es immer mit sehr vielen Molekülen zu tun haben, können wir nicht das Schicksal des einzelnen Moleküls erfassen, sondern nur eine alle Moleküle des betrachteten

Gases erfassende Statistik betreiben. Diese gibt uns nur Mittelwerte, die sich auf die Gesamtheit aller Moleküle beziehen. Die Ergebnisse haben genau so wie die statistischen Berechnungen einer Versicherungsgesellschaft nur die Sicherheit von Wahrscheinlichkeitsgesetzen. Infolge der fast immer ungeheuren Zahl der Moleküle werden durch die ständigen Zusammenstöße alle zufällig einmal auftretenden Abweichungen von den Mittelwerten der Dichte, Geschwindigkeit und Energie der Moleküle immer wieder ausgeglichen, so daß, wie schon in § 83 ausgeführt wurde, diese Mittelwerte praktisch immer gültig sind. Solche Betrachtungen bilden den Inhalt der kinetischen Gastheorie, welche die Zahl der Moleküle, ihre Größe und Geschwindigkeit usw. unmittelbar mit den direkt meßbaren Größen des Gases, wie Temperatur, Druck, Volumen, innere Reibung, Wärmeleitung usw., in Zusammenhang bringt. Die von der kinetischen Gastheorie aufgestellten Beziehungen und ihre Folgerungen konnten in den letzten zwanzig Jahren durch direkte Messungen der Zahl, Größe und Geschwindigkeit der Moleküle völlig bestätigt werden. Daher ist die Vorstellung, daß Wärme nichts anderes als Bewegungsenergie der Moleküle ist und daß die Temperatur eines Körpers mit dieser molekularen Energie wächst, eine experimentell wohlgesicherte physikalische Erkenntnis.

Wie besprechen nun kurz die wichtigsten Begriffe und Ergebnisse der kinetischen Gastheorie. Ein Molekül kann drei Arten von Energie enthalten: 1. kinetische Energie seiner fortschreitenden Bewegung oder Translationsenergie, 2. Rotationsenergie, 3. können die Atome innerhalb eines Moleküls gegeneinander schwingen, das bedeutet Schwingungsenergie, die sowohl einen Anteil an kinetischer wie potentieller Energie enthält. Das Molekül kann sich nach allen drei Raumrichtungen frei bewegen. Diese Bewegung ist die Resultierende von drei aufeinander senkrechten Komponenten. Man sagt, das Molekül hat drei Freiheitsgrade der fortschreitenden Bewegung<sup>1</sup>. Ferner kann es um eine Schwerpunktsachse rotieren. Diese Rotation kann man in drei bzw. bei geradlinigen Molekülen in zwei Rotationen um aufeinander senkrechte Achsen zerlegen, das bedeutet drei bzw. zwei weitere Freiheitsgrade. Dazu kommen noch die Freiheitsgrade der Atomschwingungen.

Das Grundgesetz der mechanischen Wärmetheorie lautet nun, daß jedes Molekül im Mittel pro Freiheitsgrad dieselbe Energie  $E$  besitzt und daß diese proportional mit der absoluten Temperatur wächst, und zwar gilt

$$E = \frac{1}{2} k T.$$

$k$  ist eine Konstante, die sog. BOLTZMANNsche Konstante mit dem Wert  $k = 1,38 \cdot 10^{-16}$  [erg grad<sup>-1</sup>]. Sie ist mit der universellen Gaskonstante  $R$  und der Zahl der Moleküle pro Mol, d. h. der LOSCHMIDT'schen Zahl  $N_L$  durch die Beziehung  $k = R/N_L$  verknüpft.

Somit ist die kinetische Energie der fortschreitenden Bewegung eines Moleküls

$$E_{\text{kin}} = \frac{3}{2} k T = \frac{m}{2} v^2,$$

d. h. die Geschwindigkeit  $v$  der Moleküle wächst mit der Wurzel aus der absoluten Temperatur und ist ferner der Wurzel aus der Masse umgekehrt proportional. Die so berechneten Geschwindigkeiten sind durch unmittelbare Messungen bestätigt worden. Es handelt sich dabei im übrigen nur um Mittelwerte, da in Wirklichkeit die Geschwindigkeit der Moleküle ganz uneinheitlich ist. Es gibt Moleküle mit sehr kleiner wie mit sehr großer Geschwindigkeit, doch werden diese mit

<sup>1</sup> Ein Schiff auf einem See hat zwei Freiheitsgrade, ein Schienenfahrzeug nur noch einen Freiheitsgrad.

zunehmender Abweichung der Geschwindigkeit vom Mittelwert immer seltener. Zahlenwerte für die Geschwindigkeit, mittlere freie Weglänge und Stoßzahl s. § 52.

Aus dem obigen Grundgesetz der kinetischen Gastheorie lassen sich alle bisher besprochenen Gasgesetze zwanglos erklären.

I. Die innere Energie oder der Wärmehalt eines idealen Gases ist nach § 76 der absoluten Temperatur direkt proportional und vom Volumen unabhängig. Ferner ist das Verhältnis der spezifischen Wärmen nach § 76 bei einatomigen Gasen 1,67, bei zweiatomigen 1,4 usw. Erklärung: Die Energie eines Moleküls mit  $n$  Freiheitsgraden ist  $n k T/2$ . Die Energie eines Gases pro Mol  $U$  erhalten wir durch Multiplikation mit der LOSCHMIDTSCHEN Zahl  $N_L$ . Es ist also  $U = n N_L k T/2 = n R T/2$ , d. h. also proportional der absoluten Temperatur. Für ein einatomiges Gas mit  $n = 3$  ist  $U = 3 R T/2$  oder die spezifische Wärme  $C_v = 3 R/2$  und nach § 76  $C_p = C_v + R = 5 R/2$ . Daraus folgt für das Verhältnis der spezifischen Wärme bei einatomigen Gasen  $\kappa = C_p/C_v = 5/3 = 1,67$ . Entsprechend gilt für das zweiatomige Gas mit fünf Freiheitsgraden  $U = 5 R T/2$  oder  $\kappa = \frac{7}{5} = 1,4$ .

Auch die Regel von DULONG-PERIT findet eine einfache Deutung. In einem festen Körper führen die Atome harmonische Schwingungen um ihre Gleichgewichtslagen aus, die wir in drei aufeinander senkrechte Komponenten zerlegen können. Das bedeutet drei Freiheitsgrade. Bei einer Schwingung zählt jedoch jeder Freiheitsgrad doppelt, da eine Schwingung sowohl potentielle wie kinetische Energie enthält, und zwar bei der harmonischen Schwingung im Mittel gleich viel. Daher ist die Wärmeenergie pro Grammatom  $6 R T/2$  und die Atomwärme  $C_v = 6 R/2$  oder ungefähr 6 cal.

II. Der Druck eines Gases ist der absoluten Temperatur und der Dichte  $\rho$  direkt proportional. Ferner gilt für ideale Gase die Gleichung  $pV = RT$ . Erklärung: Jedes auf die Wand auftreffende Molekül der Masse  $m$  wird elastisch reflektiert und erfährt bei senkrechtem Stoß lediglich eine Umkehr seiner Geschwindigkeit, d. h. eine Änderung seiner Bewegungsgröße um  $2mv$ . Ebenso groß ist nach § 25 sein Kraftstoß auf die Wand. Betrachten wir einen Würfel von  $1 \text{ cm}^3$  Inhalt, der  $N$  Moleküle enthalten möge. Die völlig ungeordnet durcheinanderschwirrenden Moleküle können wir in Gedanken in drei Scharen sondern, von denen jede parallel zu einer der drei Würfelkanten hin und her fährt. Die Geschwindigkeit der Moleküle sei  $v$ , so daß jedes Molekül in der Sekunde  $v/2$  mal auf die Wand stößt. Daher ist die Impulsänderung, die alle Moleküle dieser Schar in der Sekunde erfahren, durch  $\frac{N}{3} 2mv \cdot \frac{v}{2}$  gegeben. Ebenso groß ist der auf die Wand ausgeübte Kraftstoß  $Kt$  (Produkt aus mittlerer Kraft und Zeit). Da  $t = 1$  ist und die Wand die Fläche eins hat, ist die kontinuierliche Kraft gleich dem Druck oder

$$K = p = \frac{N}{3} m v^2 = \frac{\rho}{3} v^2.$$

Da nun  $m v^2/2$  gleich  $3 k T/2$  ist, folgt weiter  $p = N 3 k T/3 = N k T$ , d. h. der Druck ist der Temperatur und der Dichte direkt proportional. Ferner sieht man, daß bei gleichem Druck und gleicher Temperatur alle Gase in der Volumeneinheit die gleiche Zahl  $N$  von Molekülen enthalten (AVOGADROSCHES Gesetz) und daß infolgedessen bei gleichem Druck und gleicher Temperatur die Dichten sich wie die Molekulargewichte verhalten müssen.

Betrachten wir nun ein Mol eines Gases, das das Volumen  $V$  einnehmen möge, so ist  $N = \frac{N_L}{V}$  oder  $p = \frac{N_L}{V} k T = \frac{RT}{V}$  oder  $pV = RT$ .

Die kinetische Gastheorie verknüpft auch die innere Reibung eines Gases mit der Zahl, der Geschwindigkeit und der mittleren freien Weglänge bzw. dem Durchmesser der Moleküle.

### III. Änderungen des Aggregatzustandes.

§ 87. Schmelzen, Schmelzpunkt, Schmelzwärme. Erwärmen wir einen festen Körper, so werden die Schwingungen der Elementarbausteine, d. h. der Atome, Ionen oder Moleküle immer stärker, vgl. § 42, ihr mittlerer Abstand immer größer, der Körper dehnt sich aus. Mit wachsender Temperatur lockert sich also das Kristallgitter des Körpers, bis es schließlich bei einer bestimmten Temperatur zusammenbricht. Bei dieser Schmelztemperatur schmilzt der Körper und geht in den viel weniger geordneten flüssigen Aggregatzustand über. Erwärmen wir die Flüssigkeit noch weiter, so wird sie schließlich gasförmig.

Untersuchen wir zunächst den Temperaturverlauf beim Schmelzen in Abhängigkeit von der zugeführten Wärme, s. Abb. 145. Bei Wärmezufuhr steigt

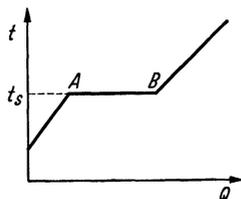


Abb. 145. Schmelzkurve.

die Temperatur bis zum Schmelzpunkt  $t_s$  und bleibt dann während des Weges  $AB$  trotz weiterer Wärmezufuhr konstant. Die in diesem Gebiete zugeführte Wärmeenergie wird dazu gebraucht, um den geordneten Molekülverband entgegen den ordnenden molekularen Anziehungskräften zu zerstören. Der dazu erforderliche Energiebetrag wird als die Schmelzwärme bezeichnet. Diese ist also diejenige Wärmemenge, die man braucht, um 1 g des betreffenden Stoffes vom festen Zustand in den flüssigen überzuführen, s. Tab. 7. Kühlt man eine reine Flüssigkeit ab, so wird diese bei derselben Temperatur  $t_s$  fest, so daß man diese auch als Erstarrungspunkt bzw. bei Stoffen, die bei gewöhnlicher Temperatur flüssig sind, als Gefrierpunkt bezeichnet. Legierungen besitzen gegenüber ihren Komponenten häufig einen tieferen Schmelzpunkt, so wird, s. Tab. 8, die sog. Woodsche Legierung schon bei  $60,5^\circ\text{C}$  flüssig.

Eine scharfe Schmelz- oder Erstarrungstemperatur besitzen nur kristalline Körper, aber nicht amorphe Stoffe, wie Gläser, Siegelack, Harze, viele hochpolymere Kunststoffe, s. § 42. Diese werden vielmehr bei steigender Temperatur allmählich weich, dann zäh und schließlich dünnflüssig.

Tabelle 7. Schmelzwärmen in  $\text{cal g}^{-1}$ .

Al	Pb	Hg	H <sub>2</sub> O	NaCl
77	5	2,8	80	126

Tabelle 8. Schmelzpunkte einiger reiner Stoffe und Legierungen in  $^\circ\text{C}$ .

Kohlenstoff . . . . . 3500	Quarz . . . . . 1600	Weichlot:
Wolfram . . . . . 3400	Glas . . . . . 800—1400	36% Pb, 64% Sn . 181°
Platin . . . . . 1770	Kochsalz . . . . . 801	Woodsches Metall:
Schmiedeeisen . . . . . 1600	Benzol . . . . . +5,5	25% Pb, 12,5% Sn,
Kupfer . . . . . 1083	Schwefelkohlenstoff . . . . . -112	12,5% Cd, 50% Bi 60,5
Gold . . . . . 1063	Alkohol . . . . . -114	
Aluminium . . . . . 658	Äther . . . . . -123	
Blei . . . . . 327	Chlor . . . . . -102	
Zinn . . . . . 213	Stickstoff . . . . . -210	
Kalium . . . . . 62	Sauerstoff . . . . . -218	
Quecksilber . . . . . -39	Wasserstoff . . . . . -259	
Iridium . . . . . 2300	Helium . . . . . -272	

Bei der Schmelztemperatur herrscht Gleichgewicht, d. h. beide Komponenten, auch als Phasen bezeichnet, können beliebig lange und in einem beliebigen Verhältnis nebeneinander bestehen, solange weder Wärme zu- noch abgeführt wird. Wird Wärme zugeführt, so wird bei konstant bleibender Temperatur eine bestimmte Menge fester Substanz geschmolzen und umgekehrt.

Den eben besprochenen charakteristischen Temperaturverlauf mit einem Haltepunkt finden wir auch beim Sieden und oft bei inneren Umwandlungen von Stoffen. Mit jeder Umwandlung, etwa der Umwandlung von rhombischem in monoklinen Schwefel bei  $95,5^\circ$ , ist eine Energieaufnahme oder -abgabe verbunden, so daß während der Umwandlung die Temperatur konstant bleibt.

Es ist unmöglich, eine feste Substanz über ihren Schmelzpunkt hinaus zu erwärmen. Dagegen gelingt es, durch langsames, vorsichtiges Abkühlen Flüssigkeiten erheblich unter ihren Erstarrungspunkt abzukühlen, z. B. ausgekochtes Wasser bis etwa  $-8^\circ$ , doch ist bei dieser Unterkühlung die Flüssigkeit nicht stabil, es genügt eine leichte Erschütterung, um die Flüssigkeit schlagartig zum Gefrieren zu bringen, wobei sich sofort die normale Gefriertemperatur einstellt.

Die Vereisung von Flugzeugen beruht darauf, daß unterkühlte Wassertröpfchen, die sich in ruhiger Luft sehr lange halten können, auf den Tragflächen gefrieren und fest haften.

Fast alle Körper dehnen sich beim Schmelzen aus. Die wichtigste Ausnahme ist das Wasser, indem Eis um etwa 9% leichter als Wasser ist und daher auf Wasser schwimmt. Setzt man Eis unter Druck, so schmilzt es und kühlt sich, da die Schmelzwärme ihm selbst entzogen wird, ab. Dabei sinkt der Schmelzpunkt um  $0,0075^\circ$  pro Atmosphäre. Legt man über einen Eisblock eine belastete Drahtschlinge, so zerschneidet diese langsam den Block, wobei das unter  $0^\circ$  abgekühlte Wasser oberhalb des Drahtes, vom Druck befreit, wieder gefriert. Bei der Bildung und Wanderung der Gletscher spielt dieses Schmelzen unter Druck und Wiedergefrieren, die sog. Regelation, des Eises eine wichtige Rolle.

Prinzip von LE CHATELIER-BRAUN. Setzen wir Eis unter Druck, so schmilzt es und verringert dabei sein Volumen, gibt also der äußeren Einwirkung nach. Diese Erscheinung, daß ein System dem äußeren Zwange nachgibt, ist nur ein Beispiel eines in der Natur sehr oft bestätigten Satzes, der als das Prinzip vom kleinsten Zwang oder auch als Prinzip von LE CHATELIER-BRAUN bezeichnet wird und welches besagt: Jedes System reagiert auf eine äußere Einwirkung in der Richtung, daß es die primäre Ursache zu verhindern sucht. So kann Wasser unter Druck nie fest werden, denn das würde eine Volumenzunahme, d. h. eine Druckzunahme, bedeuten. Dagegen werden unter Druck alle diejenigen Stoffe fest, die im festen Zustande eine größere Dichte als im flüssigen haben. Weitere Beispiele sind die LENZsche Regel, s. § 134, und der PELTIER-Effekt, s. § 115.

**§ 88. Mischungen und Lösungen.** Flüssigkeiten sind im Gegensatz zu Gasen nicht immer beliebig mischbar. Schütteln wir zwei Flüssigkeiten, wie Öl und Wasser, so erhalten wir ein trübes, als Emulsion bezeichnetes Gemisch, in dem kleinste Tröpfchen von Öl und Wasser nebeneinander bestehen. Nach längerem Stehen findet eine Trennung der Bestandteile statt. Schütteln wir dagegen Alkohol und Wasser, so erhalten wir eine klare Flüssigkeit, die sich nicht mehr in ihre Bestandteile scheidet, eine sog. Lösung. Dabei kann das Mengenverhältnis, wie in unserem Beispiel beliebig oder nur in bestimmten Grenzen veränderlich sein.

Bringen wir ein Salz in Wasser, so ist immer nur eine bestimmte, von der Temperatur abhängige Menge löslich. Hat das Lösungsmittel die größtmögliche Menge an Salz gelöst, so sprechen wir von einer gesättigten Lösung. Kühlt man eine solche ab, so kristallisiert im allgemeinen ein Teil des gelösten Stoffes aus.

Bei den gewöhnlichen Lösungen ist der gelöste Stoff in molekularer Verteilung oder in noch feinerer Unterteilung in Form von Ionen, s. § 121, enthalten. Daneben haben wir, nach außen ebenfalls vollkommen klare, sog. kolloidale Lösungen, die den gelösten Stoff in Form von größeren, aber im gewöhnlichen Mikroskop noch nicht sichtbaren Teilchen (Größe zwischen  $10^{-4}$  und  $10^{-6}$  cm) enthalten. Sind die Teilchen noch größer, so spricht man von Suspensionen.

Im Gegensatz zu den gewöhnlichen Suspensionen, in denen sich die Teilchen allmählich absetzen, sind kolloidale Lösungen infolge der Oberflächenspannung und der elektrischen Kräfte zwischen Teilchen und Lösungsmittel stabil. Kolloidale Teilchen gehen durch gewöhnliche Filter hindurch, dagegen z. B. nicht durch Pergamentpapier, so daß man durch einen solchen Dialysator kolloidal und molekular gelöste Stoffe trennen kann.

Mit dem Lösen eines festen Körpers in einer Flüssigkeit ist immer eine Erwärmung oder Abkühlung verbunden, man spricht von einer positiven oder negativen Lösungswärme. Diese ist eine Folge der molekularen Anziehungskräfte, einmal zwischen den Molekülen des festen Körpers vor dem Lösen und andererseits zwischen den Molekülen des gelösten Stoffes und des Lösungsmittels. Die Lösungswärmen können recht groß werden; so gibt ein Zusatz von 150 g Ammoniumnitrat zu 250 g Wasser eine Abkühlung von  $27^\circ$ .

Der Gefrierpunkt einer Lösung wird durch den gelösten Stoff gegenüber dem des reinen Lösungsmittels stets erniedrigt, und zwar ist die Gefrierpunkts-erniedrigung proportional der Konzentration der gelösten Moleküle, gemessen etwa durch die in 1000 g Lösungsmittel enthaltenen Mole gelösten Stoffes. Bei gleicher Molkonzentration ist die Gefrierpunktserniedrigung  $\Delta t$  für ein bestimmtes Lösungsmittel unabhängig vom gelösten Stoff oder

$$\Delta t = \frac{k m}{M}, \quad (\text{RAOULTSches Gesetz}),$$

wo  $k$  die molare Gefrierpunktserniedrigung, eine für jedes Lösungsmittel charakteristische Konstante ( $\text{H}_2\text{O}$ ,  $k = 1,83^\circ$ ; Benzol,  $k = 5,1^\circ$ ),  $m$  die Masse des in 1000 g Lösungsmittel gelösten Stoffes,  $M$  sein Molekulargewicht bedeutet.

Falls die Moleküle eines Stoffes in der Lösung in Ionen zerfallen, dissoziieren, z. B. Elektrolyte, s. § 121, wird die Konstante  $k$  entsprechend der durch die Dissoziation erhöhten Teilchenzahl stark vergrößert.

Kühlt man eine verdünnte Lösung, z. B. Kochsalz, in Wasser ab, so friert reines Wasser aus, so daß bei weiterem Abkühlen die Lösung immer konzentrierter wird und ihr Gefrierpunkt noch weiter absinkt. So gelangt man schließlich an den Punkt, bei dem die Lösung gesättigt ist (hier bei  $-22^\circ$ ). Entzieht man dem System nun noch mehr Wärme, so scheiden sich von dort ab Eis und Kochsalz in demselben Mengenverhältnis, wie es in der Lösung vorliegt, als sog. Kryohydrat aus. Die Temperatur dieses Gefrierpunktes ist daher konstant und unabhängig von der Anfangskonzentration. Der Gefrierpunkt der gesättigten Lösung wird als eutektischer Punkt bezeichnet.

Kältemischungen. Gibt man zu klein zerstoßenem Eis Kochsalz, so ist das System nicht im Gleichgewicht. Vielmehr schmilzt ein Teil des Eises und es geht Kochsalz in Lösung. Die dazu erforderliche Schmelz- und Lösungswärme wird dem System entzogen, so daß sich dieses abkühlt, und zwar bei 3 Teilen Eis auf 1 Teil Kochsalz bis auf  $-22^\circ$ , dem Gefrierpunkt der gesättigten Lösung.

Absorption und Adsorption. Flüssigkeiten vermögen auch Gase zu lösen oder zu absorbieren. Die gelöste Menge wächst mit dem Druck und nimmt mit der Temperatur ab. So entweicht aus Bier oder Selterswasser beim Erwärmen die gelöste Kohlensäure. Besonders groß ist die Absorption von Ammoniak in Wasser. So vermag 1 l Wasser bei 1 at und  $15^\circ \text{C}$  etwa 800 l  $\text{NH}_3$ -Gas zu absorbieren.

Von der Absorption ist die Adsorption zu unterscheiden, unter der man die Anlagerung von Gasmolekülen an feste Oberflächen versteht. Die an der Oberfläche verdichteten Gase bilden dabei eine festhaftende Haut. Poröse Stoffe, bei denen auch im Innern eine Adsorption stattfindet, vermögen große Gasmengen aufzunehmen. So adsorbiert z. B. 1  $\text{cm}^3$  Holzkohle bei Zimmertemperatur etwa 90  $\text{cm}^3$   $\text{NH}_3$ , bei  $-180^\circ$  bereits etwa 500  $\text{cm}^3$  Luft.

§ 89. Osmose. Es gibt Stoffe, Membranen, die für Wasser völlig durchlässig sind, dagegen nicht für manche darin gelösten Stoffe. Eine derartige Trennschicht, die als halbdurchlässige oder semipermeable Wand bezeichnet wird, erhält man z. B. beim Niederschlagen von Kupferferrocyanid auf Ton. Wir füllen nun einen derartigen präparierten Tonzylinder mit einer wässrigen Zuckerlösung und führen ein Manometer ein. Stellen wir das Ganze in ein Gefäß mit reinem Wasser, so beobachten wir, wie dieses in das Tongefäß eindringt und das Manometer bis zu einer bestimmten Höhe ansteigt, s. Abb. 146. Es herrscht also in der Lösung ein erheblich größerer Druck als außerhalb des Tonzylinders. Diesen Überdruck nennen wir den osmotischen Druck. Die nähere Untersuchung lehrt, daß der in der Lösung herrschende osmotische Druck genau derselbe ist, als ob die

gelösten Moleküle den ihnen zur Verfügung stehenden Raum als ideales Gas ausfüllen würden. Enthält also eine Lösung ein Mol gelösten Stoffes in 22,4 l, so beträgt der osmotische Druck 1 Atmosphäre, vgl. § 52. Wir sehen also, daß die gelösten Moleküle infolge ihrer Wärmebewegung immer denselben nur von ihrer Zahl und der Temperatur abhängigen Druck auf die Wände ausüben, gleichgültig, ob sie den Raum als Gas ausfüllen oder ob noch daneben Lösungsmittelmoleküle vorhanden sind.

Es ist zunächst überraschend, daß die Lösungsmittelmoleküle durch eine feste, halbdurchlässige Wand gegen den osmotischen Druck in die Lösung einströmen. Das ist jedoch nach dem zweiten Hauptsatz von vornherein zu erwarten, da ja in dem sich selbst überlassenen System der Vorgang nach diesem Satz in der Richtung verlaufen muß, daß Konzentrationsunterschiede möglichst ausgeglichen werden. Anschaulich können wir die Erscheinung folgendermaßen erklären: Die an der Innenwand zurückgeworfenen gelösten Moleküle übertragen beim Stoß mit benachbarten Lösungsmittelmolekülen einen ins Innere der Lösung gerichteten Impuls, der auch auf weitere Moleküle übergeht, so daß schließlich die gesamte Flüssigkeit von der Wand weg nach innen bewegt wird und so Flüssigkeit von außen nachströmt.

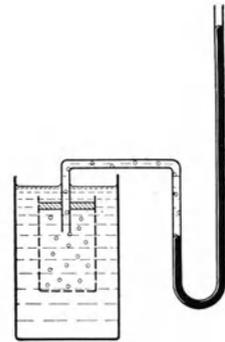


Abb. 146. Osmotischer Druck.

**§ 90. Verdampfung, Sättigungsdruck, Sieden.** Das Verdampfen einer Flüssigkeit hat seinen Grund in der Molekularbewegung innerhalb des flüssigen Körpers. Um ein Molekül aus dem Innern durch die Oberfläche hindurch in den Gasraum zu befördern, muß gegen die molekularen Anziehungskräfte Arbeit geleistet werden. Es können also nur diejenigen Moleküle, die einen genügend großen Vorrat an kinetischer Energie besitzen, s. § 86, verdampfen. Mit wachsender Temperatur steigt daher die Zahl der die Oberfläche durchstoßenden Moleküle oder die Geschwindigkeit der Verdampfung. Da der Flüssigkeit dabei die schnelleren Moleküle bevorzugt entzogen werden, nimmt die mittlere Energie der Molekularbewegung ab, die Temperatur sinkt. So ist freistehendes Wasser stets kälter als die Umgebung. Ein nasser Körper wird vor allem im Luftzug stark abgekühlt, daher die Erkältungsgefahr für unsern Körper nach dem Schwitzen.

Soll die Temperatur konstant bleiben, so muß man ständig Wärme zuführen. Die zur Überführung von 1 g einer Flüssigkeit in Dampf derselben Temperatur erforderliche Wärmemenge heißt die Verdampfungswärme. Sie hängt von der Temperatur ab und beträgt beim normalen Siedepunkt für Alkohol 202 cal, für Äther 80 cal und für Wasser 539 cal. Um 1 g Wasser von 1° auf 100° zu erwärmen, braucht man 100 cal. Um dieses Wasser von 100° noch in Dampf von 100° umzuwandeln, sind zusätzlich 539 cal erforderlich. Diese ungewöhnlich große Verdampfungswärme des Wassers rührt von den sehr großen zwischenmolekularen Kräften her, die überwunden werden müssen, wenn man die Moleküle auf größere Abstände entsprechend der geringen Dichte des Wasserdampfes auseinanderzieht. Bei der Kondensation wird die gleiche Wärmemenge umgekehrt wieder als Kondensationswärme frei. Gießt man Äther oder Chloräthyl,  $C_2H_5Cl$ , auf die Haut, so wird dieser die zur Verdampfung nötige Wärme entzogen und man erhält eine beträchtliche Abkühlung, die schmerzstillend wirkt. Davon macht man in der Medizin bei der Lokalanästhesie Gebrauch.

In einem abgeschlossenen Raum kommt die Verdampfung zum Stillstand, sobald die im Dampfraum enthaltenen Moleküle einen bestimmten Dampfdruck, den sog. Sättigungsdruck, auch als Dampfspannung bezeichnet,

ausüben. Es stellt sich ein dynamisches Gleichgewicht ein, bei dem stets gleichviel Moleküle aus dem Dampfraum in die Flüssigkeit zurückkehren (kondensieren), wie aus der Flüssigkeit verdampfen. Der Sättigungsdruck steigt mit der Temperatur und hängt außerdem von der Art des Stoffes ab. Man übersieht die Verhältnisse am einfachsten, wenn man in einige TORRICELLISCHE Vakuumröhren, s. § 54, von unten verschiedene Flüssigkeiten aufsteigen läßt. In der Abb. 147 möge das Rohr links evakuiert bleiben. In die anschließenden Röhre möge etwas Wasser bzw. Alkohol und Äther gebracht worden sein. Machen wir den Versuch bei  $20^\circ$ , so wird die Hg-Säule bei  $\text{H}_2\text{O}$  um 17,5 mm, bei Alkohol um 44 mm und bei Äther um 440 mm herabgedrückt. Das sind die Sättigungsdrücke der drei Stoffe bei  $20^\circ$ . Erhöht man die Temperatur, so steigen die Sättigungsdrücke. Vergrößern wir bei konstant gehaltener Temperatur den Gasraum, indem wir etwa in einem Zylinder mit beweglichem Stempel, der eine Flüssigkeit als Bodenkörper enthält, s. Abb. 148, das Volumen vergrößern, so wird der Dampfdruck vorübergehend kleiner. Das Gleichgewicht ist gestört. Es verdampfen dann so lange weitere Moleküle aus der Flüssigkeit, bis wieder der alte Sättigungsdruck erreicht ist. Der Sättigungsdruck ist also vom Volumen unabhängig. Verringere ich dasselbe, so kondensiert sich umgekehrt Dampf. Wird der Raum so weit vergrößert, bis alle Flüssigkeit verdampft ist, so erhalten wir sog. ungesättigten oder überhitzten Dampf<sup>1</sup>, der sehr genähert den idealen Gasgesetzen gehorcht, also z. B. bei zusätzlicher Verdoppelung des Volumens den halben Druck annimmt.

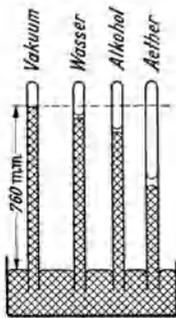


Abb. 147. Sättigungsdruck verschiedener Stoffe.

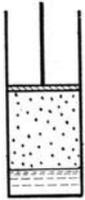


Abb. 148. Zum Sättigungsdruck.

Der Sättigungsdruck einer Flüssigkeit ist von der Gegenwart anderer Gase im Dampfraum unabhängig, so daß sich in einem luftgefüllten und nach Einbringen von etwas flüssiger Substanz abgesperrten Gefäß ein Enddruck einstellt, der die Summe des ursprünglichen Luftdruckes und des Sättigungsdruckes der Bodenflüssigkeit ist. Unmittelbar über einer in freier Luft stehenden Flüssigkeit stellt sich sehr bald der Sättigungsdruck ein. Da die Dampfmoeküle sich in ruhender Luft nur durch Diffusion, also nur sehr langsam weiterbewegen können, wird die Verdampfung sehr verzögert, mechanische Bewegung der Luft beschleunigt dagegen die Verdampfung außerordentlich.

Da am Schmelzpunkt feste und flüssige Substanz im Gleichgewicht stehen, müssen beide Phasen hier denselben Dampfdruck besitzen. Würde z. B. der Dampfdruck der Flüssigkeit größer sein, so wäre der Dampf gegenüber dem festen Körper übersättigt und es würde die Flüssigkeit auf dem Wege über die Gasphase allmählich fest werden.

Eine Flüssigkeit siedet, wenn sich im Innern Dampfblasen bilden und aufsteigen, die Flüssigkeit also auch im Innern in den Dampfzustand übergeht. Das ist erst möglich, wenn der in der Blase herrschende Sättigungsdruck den Außendruck erreicht, unter dem die Flüssigkeit steht. Andernfalls werden die Blasen zusammengedrückt und der Dampf kondensiert wieder. Beim Siedepunkt ist also der Sättigungsdruck gleich dem äußeren Druck. Folglich hängt die Siedetemperatur vom äußeren Druck ab. Unter dem normalen Siedepunkt oder Kochpunkt verstehen wir die Temperatur, bei der die Flüssigkeit unter dem normalen Luftdruck von 760 mm Hg siedet, vgl. Tab. 9.

<sup>1</sup> Gase und Dämpfe sind physikalisch dasselbe, es ist aber üblich, bei Stoffen mit hohem Siedepunkt bzw. dann, wenn das Gas mit seiner eigenen Flüssigkeit in Berührung steht, von Dampf zu sprechen.

Tabelle 9. Siedepunkte in °C, bezogen auf 760 mm.

Gold . . . . .	2600	Schwefel . . . . .	444,6	Äther . . . . .	34,5
Eisen . . . . .	2450	Naphthalin . . . . .	217,9	Kohlensäure . . . . .	— 78,5
Aluminium . . . . .	1800	Wasser . . . . .	100,0	Sauerstoff . . . . .	— 183
Blei . . . . .	1625	Benzol . . . . .	80,2	Stickstoff . . . . .	— 196
Quecksilber . . . . .	357	Äthylalkohol . . . . .	78,3	Wasserstoff . . . . .	— 253
		Schwefelkohlenstoff . . . . .	46,2	Helium . . . . .	— 268,8

Die Abhängigkeit des Siedepunktes des Wassers vom Druck zeigt Tab. 10. Auf der Höhe des Montblanc, 4810 m hoch, herrscht ein Druck von 417 mm Hg, das Wasser siedet dort schon bei 84°.

Tabelle 10. Siedepunkt des Wassers in Abhängigkeit vom Druck.

Druck in Atm. . . . .	0,5	1	2	5	10
Siedepunkt in °C . . . . .	81,7	100	121	152	180

Der Sättigungsdruck einer Lösung ist stets kleiner als der des reinen Lösungsmittels. Daher wird der Siedepunkt durch Zusatz des gelösten Stoffes stets erhöht, und zwar nach einem Gesetz, das dem für die molare Gefrierpunktniedrigung, vgl. § 88, völlig entspricht. Die molare Siedepunktserhöhung (Erhöhung für 1 Mol gelösten Stoffes in 1000 g Lösungsmittel) ist für Wasser 0,52°, für Alkohol 1,16°.

**§ 91. Sublimation.** Auch feste Stoffe besitzen einen Dampfdruck und verdunsten daher, allerdings wegen des meist sehr geringen Dampfdruckes nur sehr langsam, z. B. Schnee bei scharfem Frost. Dieser Übergang eines festen Körpers unmittelbar in den Dampfzustand wird als Sublimation bezeichnet. Bestimmte Stoffe, wie Jod, Sublimat, Naphthalin, verschwinden allmählich, wenn sie an freier Luft liegen. Feste Kohlensäure, sog. Kohlenäureschnee oder Trockeneis, hat bereits bei  $-78,5^{\circ}\text{C}$  einen Sublimationsdruck von 760 mm, so daß sie, ohne dazwischen flüssig zu werden, lebhaft verdunstet. Den umgekehrten Vorgang, d. h. den unmittelbaren Übergang gasförmig—fest, beobachten wir z. B. bei der Bildung von Rauhreif aus dem Wasserdampf der Luft oder bei der Entstehung von Schneekristallen in kalten Luftschichten.

**§ 92. Feuchtigkeit der Luft.** Die atmosphärische Luft enthält infolge der ständigen Verdunstung an freien Wasseroberflächen stets Wasserdampf, und zwar in wechselnden Mengen. Mehr Wasserdampf, als dem Sättigungsdruck ihrer jeweiligen Temperatur entspricht, kann die Luft nicht aufnehmen. Unter der absoluten Feuchtigkeit versteht man den Gehalt an Wasserdampf in  $\text{g}/\text{m}^3$ , unter der relativen Feuchtigkeit das Verhältnis der wirklich vorhandenen zu der bei der betreffenden Temperatur maximal möglichen Menge oder das Verhältnis des wirklich herrschenden Wasserdampfdruckes  $p$  zum Sättigungsdruck  $p_s$ . Ist z. B. bei  $20^{\circ}$  ein Partialdruck von 12 mm Hg vorhanden, so ist, da der Sättigungsdruck bei  $20^{\circ}$  17,5 mm Hg beträgt, die relative Feuchtigkeit  $p/p_s = 12/17,5 = 0,685$ , was mit 100 multipliziert für die relative Feuchtigkeit in Prozenten 68,5% ergibt.

Den jeweiligen Wasserdampfdruck kann man z. B. dadurch ermitteln, daß man die Luft langsam bis zum sog. Taupunkt, bei dem der Dampfdruck gerade den Sättigungswert erreicht, abkühlt, so daß sich der übersättigte Dampf kondensiert. Das geschieht mit Hilfe eines Kondensationshygrometers, bei dem ein Metallgefäß mit polierter Metalloberfläche durch Verdunstenlassen von Äther im Innern so weit abgekühlt wird, bis sich Wasserdampf der unmittelbaren Umgebung niederschlägt. Andere Hygrometer beruhen auf der hygroskopischen Eigenschaft organischer Substanzen, z. B. von Haaren, Darmsaiten usw., Wasserdampf zu adsorbieren und sich dabei zu verlängern.

Die Luftfeuchtigkeit ist von größtem Einfluß auf das Wachstum der Pflanzen und das Gedeihen von Tieren und Menschen. Zur Erhaltung der normalen Lungentätigkeit soll die relative Feuchtigkeit zwischen 40 % und 75 % liegen. Bei größerer Feuchtigkeit verdunstet zu wenig Körperfeuchtigkeit, die richtige Regulierung der Körpertemperatur versagt und wir haben die Empfindung der Schwüle.

Kühlt man Luft so weit ab, daß ihr Wasserdampfdruck den Sättigungsdruck überschreitet, so ist sie übersättigt. Eine Kondensation tritt nur an Oberflächen ein oder an Staubteilchen, indem die letzteren, insbesondere wenn sie elektrisch geladen sind, als Kondensationskerne wirken. Das ist der Grund für die bevorzugte Nebelbildung in der Nähe von Industrieanlagen mit starker Staub- und Rauchentwicklung.

**§ 93. Verflüssigung von Gasen.** Gase werden flüssig, wenn wir die Moleküle einander so weit nähern, daß sie infolge ihrer Anziehungskräfte zusammenhalten. Das ist allerdings nur möglich, wenn die Wärmeenergie der Moleküle einen bestimmten kritischen Betrag nicht überschreitet, d. h. nur unterhalb einer bestimmten kritischen Temperatur, s. weiter unten, sonst fahren die Moleküle sofort wieder auseinander, der Körper bleibt gasförmig. Je größer die Anziehungskräfte sind, um so größer ist auch die zu ihrer Überwindung nötige

Wärmeenergie, um so höher liegt also auch die kritische Temperatur. Komprimieren wir einen überhitzten Dampf bei konstanter Temperatur, so steigt sein Druck bis zum Sättigungsdruck. Von da ab bleibt der Druck bei weiterer Kompression konstant

und der Dampf kondensiert sich mehr und mehr zur Flüssigkeit. Erst wenn aller Dampf verschwunden ist, steigt der Druck von neuem, und zwar wegen der geringen Kompressibilität der Flüssigkeit erheblich schneller als beim Dampf. In Abb. 149, die die Verhältnisse bei Kohlensäure zeigt, sind solche Zustandsänderungen durch die Isothermen *A, B, C, D* und *A', B', C', D'* dargestellt. Abszisse ist

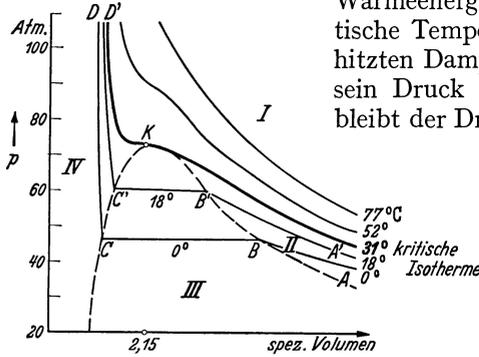


Abb. 149. Zustandsdiagramm der Kohlensäure; *I* und *II* Gebiet des Gases; *III* Gebiet der nebeneinander existierenden Phasen; *IV* Gebiet der Flüssigkeit.

dabei das spezifische Volumen. Das Stück *AB* bezieht sich auf den überhitzten Dampf. Entlang der horizontalen Geraden *BC*,  $p = p_s = \text{const}$ , wird der Dampf mehr und mehr kondensiert, es bestehen gleichzeitig beide Phasen; *CD* gilt für die reine Flüssigkeit. Für verschiedene Isothermen wird mit wachsender Temperatur das gerade Stück *BC* immer kleiner, d. h. das spezifische Volumen der Flüssigkeit nähert sich dem des gesättigten Dampfes, bis schließlich bei 31° die Gerade zu einem einzigen Punkt *K* zusammenschrumpft. Diesen Punkt, in dem das spezifische Volumen der koexistierenden Phasen von Flüssigkeit und Gas gleich wird, heißt der kritische Punkt, die Temperatur der durch *K* gehenden Isothermen die kritische Temperatur  $t_k$ . Ihre physikalische Bedeutung ist, daß nur unterhalb der kritischen Temperatur die flüssige und die gasförmige Phase möglich sind. Oberhalb der kritischen Temperatur gelingt es durch keinen noch so hohen Druck, das Gas zu verflüssigen, wir erhalten lediglich eine stetige, d. h. ohne Sprung vor sich gehende Dichtezunahme des Gases mit wachsendem Druck. Der Druck im kritischen Punkt, das ist der Sättigungsdruck der Flüssigkeit bei der kritischen Temperatur, heißt der kritische Druck  $p_k$ , das zugehörige Volumen das kritische Volumen. In Tab. 11 sind für einige Stoffe die kritischen Daten zusammengestellt.

Tabelle 11. Kritische Daten.

Stoff	$t_k$ °C	$p_k$ at	Stoff	$t_k$ °C	$p_k$ at
Wasserstoff . . . . .	-239,9	13	Kohlensäure . . . . .	31,0 <sub>4</sub>	72,8 <sub>5</sub>
Stickstoff . . . . .	-147,2	33,5	Wasser . . . . .	374,1	205
Sauerstoff . . . . .	-118,9	50	Äther . . . . .	193,4	36,1

Erwärmt man in einer starkwandigen Kapillare, die nebeneinander flüssige und gasförmige Kohlensäure unter einem hohen Druck enthält, so verschwindet bei der kritischen Temperatur die Trennfläche zwischen Flüssigkeit und Gas, indem die Flüssigkeit, ohne daß noch eine Verdampfungswärme nötig ist, einheitlich in Gas übergeht.

Durch Druck lassen sich bei gewöhnlicher Temperatur CO<sub>2</sub>, NH<sub>3</sub>, SO<sub>2</sub> und Cl<sub>2</sub> verflüssigen. Bei Gasen, wie Luft, Wasserstoff, Helium usw., liegt die kritische Temperatur weit unter Zimmertemperatur, so daß man sie zuerst entsprechend abkühlen muß. Das übliche Verfahren von LINDE beruht auf dem JOULE-THOMSON-Effekt (gedrosselte Entspannung eines Gases), s. § 77. Dazu kommt noch das Gegenstromprinzip. In der Lindemaschine, s. Abb. 150, wird die Luft zuerst auf etwa 200 Atmosphären komprimiert und ihr dann die Kompressionswärme im Kühler *L* entzogen. Dann wird sie durch das Ventil *V* entspannt, wobei sie sich infolge des JOULE-THOMSON-Effektes abkühlt. Diese kalte Luft gelangt durch den Gegenstromapparat, in dem sie die neu ankommenden Luftmengen weiter vorkühlt, wieder in den Kompressor *K*. So wird die zur Entspannung gelangende Luft stetig abgekühlt, bis sie schließlich beim Ausströmen flüssig wird und in das Vorratsgefäß *G* abtropft.

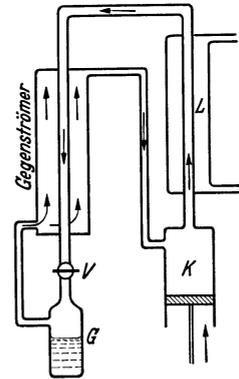


Abb. 150. Schema der Luftverflüssigungsmaschine nach LINDE.

Flüssige Luft hat bei Atmosphärendruck eine Temperatur von -191°. Da Stickstoff einen höheren Dampfdruck oder tieferen Siedepunkt als Sauerstoff besitzt, s. Tab. 9, verdampft der erstere bevorzugt und die Flüssigkeit wird bei längerem Stehen immer reicher an Sauerstoff. Sauerstoffreiche flüssige Luft gibt zusammen mit organischen Stoffen, besonders Kohlepulver, ein sehr explosives Gemenge, das als Sprengstoff unter dem Namen Oxyliquid Verwendung findet.

Bei Wasserstoff tritt bei Zimmertemperatur beim JOULE-THOMSON-Effekt eine Erwärmung auf. Daher muß Wasserstoff erst auf die sog. Inversionstemperatur von -80° C, bei der der Wärmeeffekt das Vorzeichen wechselt, abgekühlt werden, ehe er dem Gegenstromapparat zur Verflüssigung zugeleitet werden kann.

Temperaturen unterhalb der flüssigen Luft erreicht man schrittweise, indem man mit flüssigem Wasserstoff Helium unter seine Inversionstemperatur abkühlt und verflüssigt, Siedepunkt -268,8°. Läßt man Helium unter vermindertem Druck sieden, so erhält man Temperaturen bis zu 0,7° abs. Dabei wird das Helium bereits fest.

Noch tiefere Temperaturen erreicht man durch adiabatische Entmagnetisierung von vorher tiefgekühlten geeigneten paramagnetischen Stoffen, wie Gadoliniumsulfat. Dabei tritt eine weitere Abkühlung ein. Man ist dabei bis etwa 0,005° abs. gekommen.

#### IV. Wärmeausbreitung.

Die Natur ist immer bestrebt, Temperaturunterschiede auszugleichen. Wir haben also einen ständigen Transport von Wärme oder einen Wärmestrom von Stellen höherer Temperatur zu solchen niedrigerer Temperatur.

Diese Wärmefortpflanzung kann auf drei Arten vor sich gehen, nämlich durch Leitung, Konvektion und Strahlung.

§ 94. **Wärmeleitung.** Halten wir einen Metallstab in siedendes Wasser, so fühlen wir, wie das andere Ende auch heiß wird. Es hat sich also Wärme durch den Stab nach dem kalten Ende fortgepflanzt. Diesen Übergang von Wärmeenergie können wir uns molekular so vorstellen, daß die an dem heißen Ende mit größerer Energie schwingenden Moleküle ihre Nachbarn unmittelbar beeinflussen und ihnen weitere Schwingungsenergie übertragen, man denke an eine Reihe gekoppelter Pendel, von denen das erste angestoßen wird, s. § 64. So pflanzt sich die Energie der Atome und Moleküle (bei festen Körpern handelt es sich nur um Schwingungsenergie) von Atomschicht zu Atomschicht durch den Stab hindurch fort, wobei die Atome ihre Gleichgewichtslagen, um die sie schwingen, beibehalten. Diesen Vorgang, bei dem mit dem Wärmestrom nur Energie, also nicht Materie transportiert wird, bezeichnen wir als (innere) Wärmeleitung.

Wiederholen wir den oberen Versuch mit Stäben aus verschiedenem Material, so wird z. B. ein Silber- oder Kupferdraht am anderen Ende sofort, ein Zinnstab nur allmählich und ein Holzstab überhaupt nicht heiß. Die Fähigkeit, Wärme zu leiten, oder das sog. Wärmeleitvermögen, ist also von Stoff zu Stoff verschieden. Metalle, wie Silber und Kupfer, sind sehr gute, Holz ein sehr schlechter Wärmeleiter.

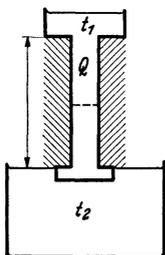


Abb. 151. Zur Messung der Wärmeleitfähigkeit.

Um ein genaueres Maß der Wärmeleitfähigkeit zu bekommen, bringen wir einen Metallstab an einem Ende in kaltes, am oberen in siedendes Wasser. Im übrigen ist der Stab thermisch möglichst gut isoliert, s. Abb. 151. Mit der Zeit stellt sich ein stationärer Zustand ein, wobei jede Stelle des Stabes eine bestimmte Temperatur angenommen hat, und wo durch jeden Querschnitt des Stabes pro Sekunde dieselbe Wärmemenge  $Q$ , also ein konstanter Wärmestrom von oben nach unten fließt. Es zeigt sich, daß diese Wärmemenge proportional dem Querschnitt  $F$  des Stabes und dem Temperaturgefälle, d. h. der Temperaturdifferenz an den Enden dividert durch die Länge  $l$  ist, also

$$Q = \lambda F \left( \frac{t_1 - t_2}{l} \right).$$

$\lambda$  ist eine Materialkonstante, die Wärmeleitfähigkeit des Körpers, s. Tab. 12. Sie gibt die Wärmemenge in cal an, die in einer Sekunde durch den Querschnitt von 1 cm<sup>2</sup> einer 1 cm dicken Platte hindurchgeht, wenn an beiden Enden eine Temperaturdifferenz von 1° C besteht. In der Technik benutzt man die sog. Wärmeleitzahl, die ebenso definiert ist, nur werden statt Sekunden, cal und cm die Einheiten Stunde, kcal und m eingesetzt.

Tabelle 12. Wärmeleitfähigkeit einiger Stoffe in cal grad<sup>-1</sup> cm<sup>-1</sup> sec<sup>-1</sup>.

Aluminium . . . . .	0,48	Holz . . . . .	0,0003—0,0009
Eisen . . . . .	0,14—0,17	Glas . . . . .	0,0014—0,0023
Kupfer . . . . .	0,90	Hartgummi . . . . .	0,0004
Silber . . . . .	1,01	Wasser . . . . .	0,0014
Neusilber . . . . .	0,07—0,09	Luft . . . . .	0,000056
Porzellan . . . . .	0,0025	Wasserstoff . . . . .	0,00037

Die Wärmeleitfähigkeit der Metalle ist ihrer elektrischen Leitfähigkeit annähernd proportional (WIEDEMANN-FRANZ'sches Gesetz).

Gase sind äußerst schlechte Wärmeleiter. Unter ihnen ist Wasserstoff wegen der großen Geschwindigkeit seiner Moleküle und der großen spezifischen Wärme pro Gramm ein verhältnismäßig guter Leiter. Auf dem geringen Leitvermögen der Gase beruht das LEIDENFROST'sche Phänomen. Darunter versteht man die Erscheinung, daß ein Flüssigkeitstropfen, auf eine Unterlage von viel höherer Temperatur gebracht, nicht sofort verdampft, sondern längere Zeit stabil über ihr hin und her schwirrt. Die sich momentan an seiner Oberfläche ausbildende Dampfwolke schützt nämlich den Tropfen vor der unmittelbaren Berührung mit

der heißen Unterlage. Er erwärmt sich nur langsam auf die Siedetemperatur, um dann explosionsartig zu zerplatzen.

Wasser, auch Eis und Schnee, sind sehr schlechte Wärmeleiter, wie der Schutz zeigt, den eine Schneedecke den darunterliegenden Pflanzen gewährt. Die geringe Wärmeleitung des Wassers zeigt folgender Versuch. Bringen wir ein beschwertes Stückchen Eis unten in ein Reagensglas und erwärmen oben das darüberstehende Wasser, so können wir das Wasser zum Sieden bringen, ohne daß das Eis schmilzt. Machen wir den Versuch umgekehrt, indem wir das Wasser unten erwärmen und die Eisstückchen oben schwimmen lassen, so wird das Wasser oben sofort warm und das Eis schmilzt. Denn jetzt wird der Temperatenausgleich durch das Aufsteigen des spezifisch leichteren heißen Wassers sehr stark gefördert. Damit kommen wir zur zweiten Art des Wärmetransports, der Konvektion.

**§ 95. Konvektion.** Beim Temperatenausgleich durch Konvektion bewegen sich die die Wärme enthaltenden Massen selbst von Stellen höherer Temperatur zu solchen tieferer Temperatur. Im obigen Beispiel wird die Wärme mit dem aufsteigenden heißen Wasser von unten nach oben befördert. Die Konvektion, die also mit einem Massentransport verbunden ist, stellt einen sehr wirksamen Wärmetransport dar. Beispiele sind der für unser Klima so bedeutungsvolle Golfstrom sowie heiße und kalte Winde.

Der Wärmeschutz unserer Kleidung beruht darauf, daß das Gewebe ein System von luftgefüllten Zellen darstellt, die so klein sind, daß die Konvektion praktisch unterdrückt wird. Die Wärmeisolation besorgen die Luftzellen, nicht das Gewebe, das viel besser als Luft leitet. Daß auch die dem Körper unmittelbar anliegende Luftschicht eine wesentliche Rolle spielt, erkennen wir daraus, daß ein zu fest sitzender Handschuh nicht wärmt. Die Wärmeisolation unbewegter Luftschichten benutzt man bei Doppelfenstern, Kochkisten usw.

**§ 96. Wärmestrahlung.** Die Erde empfängt dauernd von der Sonne Wärmeenergie. Da der Weltraum praktisch leer von Materie ist, kann es sich weder um Leitung noch um Konvektion, sondern nur um die Energie der von der heißen Sonne ausgestrahlten elektromagnetischen Wellen, d. h. um Strahlungsenergie handeln, s. § 199, die beim Auftreffen auf die Erde absorbiert und in Wärme umgewandelt wird. Die Gesetze dieser Wärmestrahlung, die sich von der Strahlung im sichtbaren Gebiete nur durch die Wellenlänge unterscheidet, behandeln wir später, s. § 200.

Körper sind für Licht mehr oder weniger durchsichtig. Dasselbe gilt für die Wärmestrahlung. Läßt ein Körper diese durch, so bezeichnen wir ihn als diatherman, sonst als atherman. Die Wirkung der Sonnenstrahlen empfinden wir auch bei einer Lufttemperatur unter  $0^{\circ}$  als Wärme, da unsere Haut die von der diathermanen Luft durchgelassenen Strahlen verschluckt und in Wärme umwandelt. Ein der Sonnenstrahlung direkt ausgesetztes Thermometer zeigt eine viel höhere Temperatur als die umgebende Luft.

Als wirksamsten Wärmeschutz benutzt man doppelwandige evakuierte Gefäße, sog. Vakuummantelgefäße, s. Abb. 152, z. B. Thermosflaschen, die innen mit einem Silber- oder Kupferspiegel versehen sind. Durch den Vakuummantel sind Konvektion und Leitung ausgeschaltet, die Strahlung wird durch die spiegelnden Flächen zurückgeworfen. In solchen Gefäßen hält sich flüssige Luft tagelang.

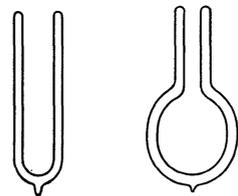


Abb. 152. Vakuummantelgefäße.

## Viertes Kapitel.

# Elektrizität und Magnetismus.

§ 97. **Vorbemerkung.** Im täglichen Leben spielen die Erscheinungen der strömenden Elektrizität oder bewegter elektrischer Ladungen eine außerordentliche Rolle. Jedem sind Begriffe wie elektrischer Strom und Spannung geläufig, auch wenn er damit keine klaren und richtigen Vorstellungen verbindet. Daneben spielen die Erscheinungen der ruhenden Elektrizität eine durchaus untergeordnete Rolle. Trotzdem beginnen wir mit der Darstellung der Erscheinungen bei ruhenden elektrischen Ladungen, d. h. mit der Elektrostatik, da sich auf diese Weise die Grundbegriffe der Elektrizitätslehre leichter ableiten lassen.

### I. Elektrostatik.

§ 98. **Grunderscheinungen, COULOMBSches Gesetz.** Seit Jahrtausenden ist die Erscheinung bekannt, daß Bernstein, wenn man ihn reibt, leichte Körperchen anziehen vermag. Diese Anziehung hat nichts mit der Gravitation oder der Anziehung von Magneten zu tun, es handelt sich vielmehr um eine neue Erscheinung, die man als elektrisch bezeichnet. Man sagt, der Körper zeigt Elektrizität. Es sei im übrigen gleich hier bemerkt, daß für das Entstehen dieser Elektrizität nicht die Reibung selbst, sondern die dabei auftretende innige Berührung der sich reibenden Gegenstände wesentlich ist, vgl. § 107.

Als Hilfsmittel für weitere Untersuchungen nehmen wir ein an einem trockenen Seidenfaden hängendes leichtes Kügelchen aus Hollundermark mit einem Metallüberzug aus Goldfolie oder Stanniol, und machen damit folgende Versuche: Nähern wir diesem „Probekügelchen“ einen mit einem trockenen Fell geriebenen Hartgummistab, so zieht dieser das Kügelchen an. Wir sagen, der diese Kräfte ausübende Körper ist mit Elektrizität geladen, er besitzt eine elektrische Ladung. Daß wir die Elektrizität als eine Substanz, allerdings nicht von der Art der gewöhnlichen Materie betrachten können, werden wir später sehen, s. § 101. Der Raum um den geladenen Körper ist, soweit wir diese Kräfte erkennen, in einen eigentümlichen Zustand, den elektrischen Zustand, versetzt worden. Wir sagen, es besteht in der Umgebung eines geladenen Körpers, überhaupt einer Ladung ein Kraftfeld, ein sog. elektrisches Feld, das wir in den §§ 99 und 100 näher betrachten werden. Hängen wir einen elektrisch gemachten Hartgummistab  $H$  frei beweglich auf und nähern ihm einen zweiten auf dieselbe Weise geladenen Hartgummistab  $H$ , s. Abb. 153, so stoßen sich die beiden Stäbe ab. Nähern wir jedoch dem ersten Stab einen vorher mit Seide geriebenen Glasstab  $G$ , so beobachten wir eine Anziehung. Auch beim Annähern eines ungeladenen Stabes finden wir eine Anziehung, die wir in § 104 erklären werden.

Reiben wir beliebige andere Körper in passender Weise, so verhalten sie sich entweder wie der Hartgummi- oder wie der Glasstab. Wir finden also zwei Arten von Elektrizität. Es ist üblich, die Glaselektrizität als die positive, die des Hartgummis als die negative Art zu bezeichnen. Aus unseren Versuchen folgt:

Gleichnamige elektrische Ladungen stoßen sich ab, ungleichnamige ziehen sich an.

Elektrische Ladungen lassen sich übertragen. Berühren wir unser Probekügelchen mit dem Hartgummistab, so wird es selbst elektrisch und abgestoßen,

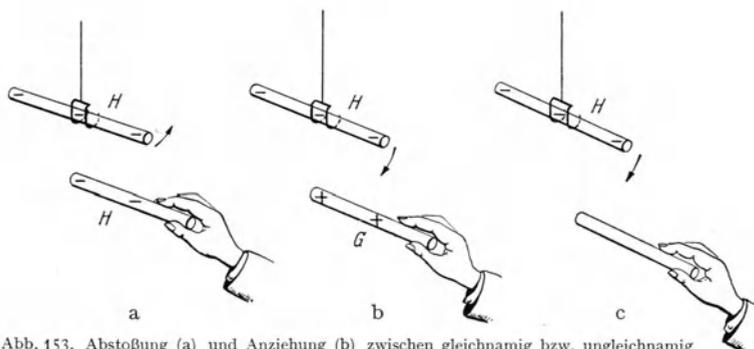


Abb. 153. Abstoßung (a) und Anziehung (b) zwischen gleichnamig bzw. ungleichnamig geladenen Körpern; (c) Anziehung zwischen einem geladenen und ungeladenen Körper.

hat also offenbar von dem Hartgummistab negative Elektrizität übernommen.

Die Größe der Ladung oder die Elektrizitätsmenge, die auf einem Körper sitzt, kann man mittels der auf andere Ladungen ausgeübten Kräfte messen. Die nähere Untersuchung des Zusammenhanges zwischen der Kraft  $K$  und den Ladungen  $Q$  führt zu dem grundlegenden COULOMBSchen Gesetz, welches besagt, die anziehende oder abstoßende Kraft ist dem Produkte der beiden Elektrizitätsmengen  $Q_1$  und  $Q_2$  direkt, dem Quadrate ihres Abstandes  $r$  umgekehrt proportional oder

$$K = f \frac{Q_1 Q_2}{r^2}.$$

Zum genaueren Nachweis und zur Messung von Elektrizitätsmengen benutzt man die sog. Elektroskope bzw. Elektrometer. Ein solches besteht im einfachsten Falle (Blättchenelektroskop) aus zwei leichten Aluminiumblättchen an einem Metallstabe, der isoliert in ein metallisches Gehäuse eingeführt ist, s. Abb. 154. Übertragen wir auf den Knopf  $K$  eine Ladung, so verteilt sich diese, s. § 104, auf die Blättchen und diese stoßen sich ab, und zwar ist die Spreizung um so stärker, je größer die Ladung ist.

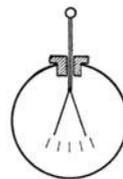


Abb. 154. Blättchenelektroskop.

Mit einem solchen Elektroskop stellen wir nun weiter fest, daß sich die beiden Elektrizitätsarten gegenseitig aufheben können. Berühren wir den Knopf mit einem elektrisierten Hartgummistab, so gibt es einen auch nach Entfernung des Stabes bleibenden Ausschlag. Berühren wir dann den Knopf mit einem geriebenen Glasstab, so können wir den Ausschlag verkleinern und auch auf Null bringen, d. h. die beiden Elektrizitätsarten heben sich auf oder neutralisieren sich. Diese Beobachtung veranlaßt uns von positiver und negativer Elektrizität zu sprechen.

Die Ladungseinheit kann man mit Hilfe des COULOMBSchen Gesetzes festsetzen, indem man wie bei der Aufstellung des sog. absoluten elektrostatischen Maßsystems die Konstante  $f = 1$  setzt und als Kräfteinheit das Dyn und als Längeneinheit das Zentimeter wählt. Dann folgt, die elektrostatische Einheit der Elektrizität oder eine e.s.E. ist diejenige Ladung, welche auf die ihr gleiche und im Abstande von 1 cm befindliche Ladung die Kraft von 1 Dyn ausübt.

Beim NEWTONschen Gravitationsgesetz besteht diese Freiheit der Festsetzung  $f = 1$  nicht, weil die Masseneinheit bereits festgelegt ist.

Die elektrostatische Einheit ist außerordentlich klein und daher für die Praxis ungeeignet. Man benutzt deshalb als praktische Einheit der Elektrizitätsmenge das Coulomb (C) oder die Amperesekunde, vgl. § 102. Dabei ist 1 Coulomb =  $3 \cdot 10^9$  e.s.E.

**§ 99. Das elektrische Feld.** Wir betrachten nun das Kraftfeld in der Umgebung eines geladenen Körpers oder sein elektrisches Feld etwas näher. Von dem elektrischen Zustande dieses Raumbereiches erhalten wir eine anschauliche Vorstellung, wenn wir eine mit kleinen Kriställchen aus Gips oder Rutil bestreute Glasplatte in das Feld hineinbringen. Bei leichtem Klopfen stellen sich die Kriställchen in eine bestimmte Richtung, nämlich in die Feldrichtung, ein und ordnen sich zu eigentümlichen Linien, den elektrischen Feldlinien oder Kraftlinien an, s. Abb. 155, die das elektrische Feld zweier entgegengesetzt gleich großer Ladungen zeigt.

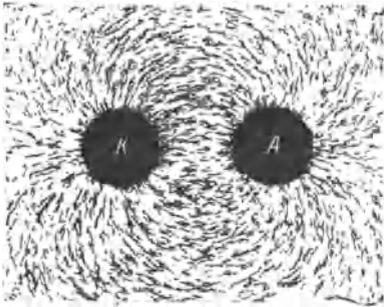


Abb. 155. Kraftlinienbild für zwei entgegengesetzt gleich große elektrische Ladungen. (Aus POHL: Elektrizitätslehre.)

Bringen wir in das elektrische Feld etwa einer geladenen Kugel eine Ladung  $Q$ , z. B. unser vorher geladenes Probekügelchen, so ist die Kraft  $K$  auf die Ladung von Punkt zu Punkt des Feldes nach Größe und Richtung verschieden. Wir beschreiben nun das Feld durch die sog. Feldstärke  $\mathcal{E}$ , die wir durch die Gleichung

$$\mathcal{K} = \mathcal{E} \cdot Q$$

definieren. Die Feldstärke  $\mathcal{E}$  gibt also direkt die Kraft auf die Probeladung ein an, und zwar nach Größe und Richtung. Wir stellen sie durch einen Vektor, s. § 6, dar, dessen Richtung und Länge die Richtung bzw. die Größe der Kraft auf die Ladungseinheit angeben.

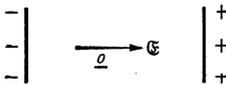


Abb. 156. Zur Richtung der elektrischen Feldstärke.

Benutzen wir eine negative Probeladung<sup>1</sup>, so zeigt die Feldstärke von den negativen Ladungen weg, zu den positiven hin, s. Abb. 156.

Schreitet man von Punkt zu Punkt stets in Richtung der auf die negative Einheitsladung wirkenden Kraft fort und verbindet man die Punkte durch eine Linie, so erhält man die Kraftlinien, deren Tangenten uns an jeder Stelle unmittelbar die Richtung der Kraft angeben. Damit erhalten wir das Vektorfeld der elektrischen Feldstärke. Um auch die Größe der Feldstärke graphisch darstellen zu können, setzen wir weiter fest, daß durch die zur Feldstärke senkrechte Flächeneinheit so viel Kraftlinien treten sollen, wie die Maßzahl der Feldstärke an jeder Stelle angibt. Ist also  $n$  die Zahl dieser Kraftlinien durch die Flächeneinheit, oder die Kraftliniendichte, so ist  $n = E$ . Je dichter also die Feldlinien in unserer Darstellung verlaufen, um so stärker ist das Feld.

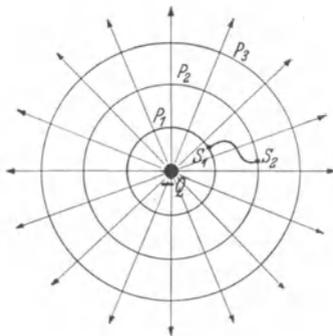


Abb. 157. Kraftlinien und Äquipotentialflächen im Felde einer Punktladung;  $P = Q/r$ .

Als Beispiel betrachten wir das Feld einer negativen Punktladung  $Q$ , s. Abb. 157. Für dieses ist nach dem COULOMBSchen Gesetz die Kraft auf die Ladung  $Q'$

$$K = \frac{Q Q'}{r^2} = E Q'$$

oder die Feldstärke  $E = Q/r^2$ . Zur graphischen Darstellung des Feldes müssen wir also durch jeden  $\text{cm}^2$  der Kugelfläche vom Radius  $r$   $Q/r^2$  Kraftlinien ziehen oder durch die gesamte Kugelfläche

<sup>1</sup> Im Hinblick darauf, daß die häufigsten und in Metallen ausschließlich vorkommenden Ladungsträger die Elektronen sind; diese Festsetzung weicht von der sonst üblichen ab.

$\frac{Q}{r^2} \cdot 4r^2\pi = 4\pi Q$  Kraftlinien. Die Zahl der Kraftlinien durch irgendeine Kugelfläche, überhaupt jede Fläche, die  $Q$  umschließt, ist also konstant, nimmt also weder zu noch ab. Die Kraftlinien laufen radial. Es folgt also, daß die Zahl der von der Ladung  $Q$  ausgehenden Kraftlinien  $4\pi Q$  beträgt. Kraftlinien endigen nie blind im Raume, sie beginnen in negativen Ladungen und endigen in positiven. Eine andere Art von elektrischen Kraftlinien, nämlich solche, die geschlossen in sich zurücklaufen, werden wir später kennenlernen, s. § 134 und 147.

**§ 100. Potential und Spannung.** Durch Angabe der Feldstärke ist das Feld vollständig beschrieben, doch können wir dasselbe auch durch eine andere Größe, nämlich durch das Potential darstellen. Zu dieser Beschreibung kommen wir durch folgende Überlegung. Bewegen wir eine elektrische Ladung im elektrischen Felde, so werden wir im allgemeinen Arbeit leisten oder gewinnen. Die Größe der Arbeit erhalten wir als das Produkt aus dem Wege und der in die Wegrichtung fallenden Kraftkomponente. Bewegen wir die Ladung nun immer senkrecht zu den Kraftlinien, so ist die Kraftkomponente und damit auch die Arbeit Null. Zeichnen wir also Flächen, die überall senkrecht zu den Kraftlinien stehen, so erhalten wir die sog. Äquipotentialflächen oder Niveauflächen. Auf ihnen können wir eine elektrische Ladung ohne Arbeitsgewinn bzw. -verlust bewegen. Im Beispiel des Feldes einer Punktladung, wo die Feldstärke immer in die Richtung des Radius fällt, sind die Äquipotentialflächen Kugeln, s. Abb. 157. Jeder Fläche kommt ein bestimmtes elektrisches Potential  $P$  zu. Darunter verstehen wir die potentielle Energie der positiven Ladungseinheit oder in anderen Worten die Arbeit, die wir leisten müssen, um diese positive Einheitsladung aus unendlich großer Entfernung, wo die Kraft 0 wird, an irgendeinen Punkt der Fläche zu bringen. Zwischen den Punkten zweier Äquipotentialflächen  $P_1$  und  $P_2$  besteht eine Potentialdifferenz  $P_1 - P_2$  oder eine Spannung  $U$ . Sie ist gleich der Differenz der potentiellen Energie der positiven Einheitsladung oder gleich der Arbeit, die wir aufwenden müssen, um die positive Ladungseinheit von einer Fläche mit  $P_2$  nach einer solchen mit  $P_1$  zu bringen. Die Arbeit  $A$ , um eine Ladung  $Q$  von einem Punkt  $S_1$  zu einem anderen Punkt  $S_2$  zu verschieben oder von einem Pol einer Batterie zum anderen, ist also unabhängig vom Wege und einfach gleich dem Produkt aus der Ladung und der zwischen den Punkten herrschenden Spannung  $U$ , also  $A = QU$ .

Da die Wahl des Nullpunktes der potentiellen Energie willkürlich ist — wir haben oben als Nullpunkt den unendlich fernen Punkt benutzt — und in die physikalischen Gesetze immer nur Potentialdifferenzen eingehen, können wir auch irgendeinem anderen beliebigen Raumpunkt das Potential Null zuschreiben. In der experimentellen und technischen Praxis ist es meist üblich, der Erde das Potential Null zuzuschreiben und die Potentiale aller anderen Punkte auf dieses zu beziehen. Das Potential an irgendeiner bestimmten Stelle bedeutet dann die Spannung gegen Erde oder kurz die Spannung.

Nicht nur die Punkte der Umgebung eines geladenen Körpers, sondern auch dieser selbst besitzen eine bestimmte Spannung. Laden wir eine Kugel immer höher auf, so müssen wir mehr und mehr Arbeit aufwenden, um eine bestimmte Ladung  $Q$  zusätzlich von der Erde auf die geladene Kugel zu bringen. Es wächst also die Spannung der Kugel mit ihrer Ladung. Gleichzeitig wachsen aber auch die Kräfte, mit denen sich die Ladungen gegenseitig abstoßen. Wir können daher auch sagen, die Spannung eines geladenen Körpers ist ein Maß für das Bestreben der Ladungen, auseinanderzufahren bzw. sich mit ungleichsinnigen Ladungen auszugleichen.

Wie sich mit Hilfe des COULOMBSchen Gesetzes berechnen läßt, ist das Potential im Felde einer positiven Punktladung im Abstand  $r$  durch  $P = Q/r$  gegeben.

Wir betrachten nun noch den Zusammenhang zwischen Spannung und Feldstärke an dem Beispiel eines auf die Spannung  $U$  aufgeladenen Plattenkondensators. Das sind zwei auf verschiedenen Potentialen  $P_1$  und  $P_2$  befindliche, im Abstände  $d$  parallel angeordnete Metallplatten. Untersucht man die elektrische Feldstärke  $E$  eines solchen Kondensators, so erweist sich diese, abgesehen vom Rande, als überall gleich, d. h. als homogen, s. Abb. 158. Die Arbeit  $A$ , die notwendig ist, um die Ladung  $Q$  von der negativen zur positiven Platte zu bringen, können wir sowohl mit Hilfe der Feldstärke wie mit Hilfe der Potentialdifferenz ausdrücken, nämlich  $A = Kd = EQd = Q(P_1 - P_2) = QU$ , daher ist die Feldstärke in einem Plattenkondensator  $E = U/d$ .

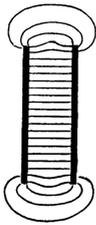


Abb. 158. Feld eines Plattenkondensators.

Ganz allgemein ist die Feldstärke einfach gleich dem Potential- oder Spannungsgefälle, d. h. gleich der Änderung der Spannung pro Einheit der Wegstrecke.

Da Potentialdifferenzen und Spannungen durch die an der Ladungseinheit geleistete Verschiebungsarbeit gemessen werden, kann man die praktische Einheit der Spannung, d. h. das Volt (V) als diejenige Spannung festsetzen, die zwischen zwei Punkten herrscht, wenn zur Verschiebung der Elektrizitätsmenge von 1 Coulomb die Einheit der Arbeit, nämlich 1 Joule =  $10^7$  Erg = 1 Wattsekunde geleistet werden muß.

Wählt man als Arbeitseinheit das Erg und als Ladungseinheit die elektrostatische Einheit, so erhält man die Einheit der Spannung im elektrostatischen Maßsystem. Dabei ist 1 e.s.E. = 300 V.

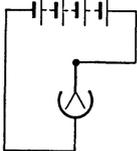


Abb. 159. Statische Spannungsmessung.

Die praktische Einheit der Feldstärke oder das Spannungsgefälle 1 liegt vor, wenn die Spannung sich um 1 V/cm ändert.

Die Spannung kann mit Hilfe eines Elektroskops oder Elektrometers gemessen werden. Da die Spannung zwischen dem Blättchensystem und dem Gehäuse, s. Abb. 154, die ja zusammen einen Kondensator bilden, vgl. § 105, proportional mit der Ladung steigt, ist die Spreizung der Blättchen auch ein Maß für die Spannung, so daß ein Elektrometer zur statischen Spannungsmessung verwendet werden kann. Über den stromdurchflossenen Spannungsmesser, s. § 112.

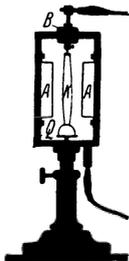


Abb. 160. Zweifadenelektrometer. (Aus POHL: Elektrizitätslehre.)

Die Spannung einer Batterie können wir also dadurch messen, daß wir ein Elektrometer mit den Polen der Batterie leitend verbinden, s. Abb. 159.

Für genaue Messungen bis zu einigen 100 V benutzt man gerne ein Zweifadenelektrometer, s. Abb. 160. Das bewegliche System besteht aus zwei feinen Platindrähten  $K$ , die durch einen elastischen Quarzbügel  $Q$  gespannt werden, und zwei Drahtbügeln  $A$ , die mit dem Gehäuse verbunden sind. Legt man zwischen System und Gehäuse eine Spannung an, so stoßen sich die beiden Platinfäden gegenseitig ab und werden zusätzlich von den Drahten  $A$  angezogen. Die Fadenspreizung, die mit dem Mikroskop beobachtet wird, ist der angelegten Spannung weitgehend proportional.

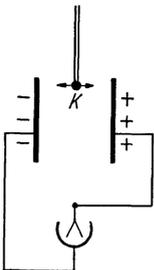


Abb. 161. Ausgleich von Ladungen durch einen Elektrizitätsträger.

### § 101. Das Wesen der Elektrizität.

Wir haben schon in § 98 davon gesprochen, daß sich elektrische Ladungen übertragen lassen und daß sich positive und negative Ladungen kompensieren. Das zeigt besonders sinnfällig folgender Versuch: Wir laden zwei gegenüberstehende Platten (Plattenkondensator) auf, z. B. durch vorübergehende Verbindung mit den Polen einer Batterie. Dann nehmen wir eine kleine Metallkugel  $K$ , die an einem isolierenden Bernsteinstiel gehalten wird und berühren mit dieser abwechselnd die linke und rechte Platte, s. Abb. 161. Das angeschlossene Elektrometer zeigt, daß die Ladung und die Spannung abnehmen und damit, daß die elektrische Feld verschwindet. Wir haben also positive Ladungen

nach links bzw. negative nach rechts geschafft, die die ungleichsinnigen Ladungen

auf der gegenüberliegenden Platte jeweils kompensieren oder neutralisieren. Wir können also elektrische Ladungen offensichtlich wie Substanzen befördern.

Wie wir weiter unten sehen werden, sind elektrische Ladungen wie die gewöhnliche Materie in Atome, also nicht unbeschränkt unterteilbar, d. h. jede Elektrizitätsmenge, die übertragen wird, ist ein ganzes Vielfaches einer Elementarladung. Diese atomistische Struktur der Elektrizität ist die Folge davon, daß elektrische Ladungen stets in festen Beträgen in die Atome eingebaut sind. Wie wir in § 206 sehen werden, enthält jedes Atom einen Atomkern, in dem der überwiegende Anteil der Masse des Atoms enthalten ist und der eine positive elektrische Ladung besitzt. Dieser Atomkern ist von einer Hülle von Elektronen umgeben, deren Masse außerordentlich klein ist, nämlich nur  $\frac{1}{1840}$  der Masse des H-Atoms beträgt, s. § 130. Ihre Ladung ist immer dieselbe, nämlich die einer negativen elektrischen Elementarladung oder eines negativen Elementarquantums. Diese Elektronen stellen die negativen Elektrizitätsatome dar. Ihnen gegenüber stehen die positiven Elektrizitätsatome oder die sog. Positronen, die jedoch außerhalb des Atomkerns nur kurz existieren können und daher für gewöhnlich nicht in Erscheinung treten, vgl. § 151. Die Gründe für diese Verschiedenheit der beiden Elementarladungen sind noch unklar. Da das Atom nach außen neutral ist, ist der Betrag der positiven Kernladung entgegengesetzt gleich der Ladung aller äußeren Elektronen, und zwar ist die Zahl dieser Elektronen bzw. der positiven Elementarladungen im Kerne gleich der Ordnungszahl des betreffenden Elements, s. § 207. Ein H-Atom enthält also 1, ein Cl-Atom 17 Elektronen. Verliert ein Atom (Molekül oder Molekülkomplex) Elektronen oder nimmt es solche auf, so ist es positiv bzw. negativ geladen und wird zum Unterschied von neutralen Atomen und Molekülen als Ion bezeichnet. Elektrische Ladungen können also nur in Form von Ionen oder Elektronen auftreten. Wir werden beide Teilchenarten zusammen künftig oft kurz als Ladungsträger bezeichnen.

Die Ladung eines Elektrons oder das elektrische Elementarquantum beträgt

$$e = 4,80 \cdot 10^{-10} \text{ e.s. E.} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb,}$$

seine Masse

$$m_{\text{El}} = 0,91 \cdot 10^{-27} \text{ g (s. § 130).}$$

Die Größe der Elementarladung kann auf verschiedene Weise, z. B. aus den Gesetzen der Elektrolyse, s. § 122, ermittelt werden. Eine unmittelbare Messung ist auf folgende Weise möglich: In einen Kondensator mit horizontalen Platten bringt man durch Zerstäuben kleine Öltröpfchen und beobachtet diese von der Seite mit Hilfe eines Mikroskops. Ist kein Feld vorhanden, so sinken die Tröpfchen wegen der Reibung in der Luft mit konstanter Geschwindigkeit. Aus der Geschwindigkeit ergibt sich mit Hilfe des STOKESschen Gesetzes, vgl. § 58, ihr Radius und ihr Gewicht. Lädt man nun die Teilchen etwa durch Ionisieren der Luft mittels Röntgenstrahlen auf, vgl. § 123, und legt ein elektrisches Feld von solcher Größe und Richtung an, daß die elektrische Kraft  $EQ$  gerade das Gewicht  $G$  aufhebt, so bleibt das Tröpfchen schweben. Da in diesem Fall die Gleichung  $G = QE$  gilt, kann man  $Q$  unmittelbar bestimmen. Zahlreiche Messungen haben ergeben, daß die Ladung der Tröpfchen immer ein ganzzahliges Vielfaches einer kleinsten Ladung  $e$  von der Größe  $1,60 \cdot 10^{-19}$  Coulomb ist, die wir die Elementarladung nennen.

**§ 102. Beweglichkeit der Ladungsträger.** Den im vorhergehenden Paragraphen besprochenen Ausgleich der Ladung eines Kondensators können wir auch so vornehmen, daß wir die Kondensatorplatten mit Körpern  $L$  verschiedener Art in Berührung bringen, s. Abb. 162. Verbinden wir die Platten mit einem Metalldraht, so verschwinden Spannung und Ladung augenblicklich. Es müssen also die elektrischen Ladungen durch den Draht hindurchgegangen sein und sich dann vereinigt haben. Nehmen wir ein Stück

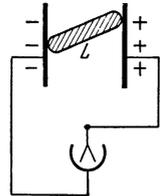


Abb. 162. Ausgleich von Ladungen durch einen leitenden Körper.

Holz, so dauert die Entladung einige Sekunden, bei einem Stück Hartgummi oder Bernstein vergehen Minuten bzw. Stunden bis zum völligen Verschwinden der Spannung. Die einzelnen Körper leiten also die elektrischen Ladungen verschieden. Wir ordnen sie daher nach ihrer Leitfähigkeit.

Gute Leiter sind die Metalle, in denen sich die elektrischen Ladungen frei bewegen können, ferner Kohle, Graphit und metallisch glänzende Mineralien wie Eisenglanz oder Bleiglanz.

Halbleiter sind Glas, die meisten steinartigen Mineralien, Leinen, Leder, Holz u. dgl.

Als Nichtleiter oder Isolatoren bezeichnen wir Stoffe wie Quarz, Glimmer, Harze, Bernstein, Paraffin, Bakelit und Seide. Einen vollkommen isolierenden Körper gibt es nicht, so wenig wie einen ideal starren Körper oder ein ideales Gas. Nur das Vakuum wäre ein idealer Isolator. Außerdem hängt die Isolation sehr stark von der Beschaffenheit der Oberfläche ab; ist diese feucht, so kann die Leitung beträchtlich werden.

Die Bewegung von Ladungsträgern bezeichnen wir als elektrischen Strom. Für den Ladungsausgleich ist es dabei gleichgültig, ob der Strom auf der Wanderung von positiven oder negativen Ladungsträgern allein oder auf der gleichzeitigen Bewegung beider Arten beruht. Da ein elektrischer Strom ohne Bewegung von Ladungsträgern unmöglich ist, stellt dieser immer einen Konvektionsstrom dar.

Ein Körper ist ein um so besserer Leiter, je größer die Zahl der in ihm enthaltenen Ladungsträger ist und je leichter diese beweglich sind. Bei der metallischen Leitung wird die Leitung ausschließlich von den Elektronen besorgt, s. § 110, die zum Teil im Metalle, ähnlich wie die Atome eines Gases, frei beweglich sind und daher durch jedes noch so schwache elektrische Feld oder Spannungsgefälle in Bewegung gesetzt werden. Laden wir ein Metall positiv auf, so heißt das, daß wir ihm Elektronen entziehen. In Flüssigkeiten wird der Elektrizitätstransport von positiven und negativen Ionen besorgt, s. § 121. Sind praktisch keine Ionen vorhanden, so ist die Flüssigkeit ein Isolator. In festen Isolatoren haften die Ladungsträger mehr oder weniger fest. So hält in einem Quarzkristall jedes Atom seine Elektronen fest und ist selbst an eine bestimmte Gleichgewichtslage gebunden. In einem NaCl-Kristall befinden sich die Ionen in festen Gleichgewichtslagen. Die geringe Leitung beruht vor allem auf Verunreinigungen, die durch das Gitter wandern können.

Soll die Spannung zwischen zwei Punkten eines Leiters, z. B. den beiden metallisch verbundenen Kondensatorplatten der Abb. 162 aufrechterhalten bleiben, so muß ebensoviel Elektrizität nachgeliefert werden, wie durch Abwanderung verlorenght. Daher muß man den Kondensator an eine Stromquelle anschließen, s. § 108.

Als Maß des Stromes führen wir seine Stromstärke  $I$  ein und verstehen darunter die pro Sekunde durch irgendeinen Querschnitt des Leiters fließende Elektrizitätsmenge  $Q$ . Wie bei der Strömung von Wasser durch ein Rohr von veränderlichem Querschnitt ist die Stromstärke an allen Stellen des Drahtes unabhängig von seinem Querschnitt dieselbe, s. § 55. Die in der Zeit  $t$  durch irgendeinen Leiterquerschnitt fließende Elektrizitätsmenge ist also  $Q = It$ . Die Stromstärke dividiert durch die zur Stromrichtung senkrechte Fläche des Querschnitts nennen wir die Stromdichte oder Stromstärke pro Flächeneinheit an der betreffenden Stelle.

Die praktische Einheit der Stromstärke, das ist 1 Ampere (A), liegt vor, wenn pro Sekunde durch jeden Leiterquerschnitt die Elektrizitätsmenge von 1 Coulomb fließt. Umgekehrt ist das Coulomb die vom Strom von 1 Ampere

pro Sekunde durch den Leiterquerschnitt geförderte Elektrizitätsmenge, die daher auch als 1 Amperesekunde bezeichnet wird; fließt dieser Strom 10 s lang, so ist die durchgegangene Elektrizitätsmenge 10 Amperesekunden oder 10 Coulomb.

**§ 103. Ladungsverteilung und elektrisches Feld in Leitern.** Bei einem Leiter sitzt die Ladung auf der Oberfläche. Das zeigt folgender Versuch: Wir laden eine isolierte metallische Hohlkugel auf. Wollen wir nun einen Teil der Ladung mit Hilfe einer isoliert gehaltenen kleinen Metallkugel *K* auf ein Elektroskop übertragen, s. Abb. 163, so geht das nur, wenn wir die Hohlkugel von außen berühren, Weg 1, aber nicht bei Berührung der Innenwand, Weg 2. Berühren wir umgekehrt mit der geladenen Kugel *K* das Innere der Hohlkugel, so erweist sich die kleine Kugel nachher als völlig ungeladen, d. h. ihre Ladung ist ganz auf die umschließende Metallkugel übergegangen, während sie bei Berührung von außen nur zum Teil übergeht. Diese Erscheinungen werden uns sofort verständlich, wenn wir bedenken, daß im Metall die Ladungsträger, das sind die Elektronen, frei beweglich sind, und daher jeder noch so geringen elektrischen Kraft folgen.

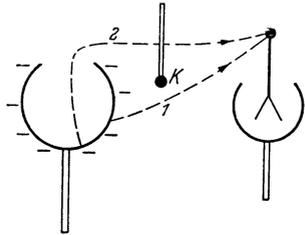


Abb. 163. Zum Nachweis, daß die Ladung nur auf der Außenfläche eines Leiters sitzt.

Ein Gleichgewicht, das heißt Ruhe der Ladung oder ein stromloser Zustand ist erst möglich, wenn im Leiter das elektrische Feld verschwunden ist. Nehmen wir eine aus vielen Elektronen bestehende Überschußladung im Inneren an, so treten gegenseitige abstoßende Kräfte auf, die die Ladungen an die Oberfläche treiben. Hier findet die Beweglichkeit insofern im allgemeinen eine Grenze, als die Elektronen nicht ohne weitere Einwirkungen (Bestrahlung, s. § 202 oder extrem hohe äußere Felder, s. § 133) aus einer kalten Oberfläche heraus können. Solange jedoch die elektrische Feldstärke an der Oberfläche eine Komponente parallel zu dieser hat, ist immer noch eine Bewegung längs der Oberfläche möglich. Elektrisches Gleichgewicht ist also in einem Leiter erst vorhanden, wenn sich die Ladungen auf der Oberfläche so verteilt haben, daß die Feldstärke im Inneren überall Null geworden ist und wenn die Feldstärke an der Oberfläche überall auf dieser senkrecht steht.

Da das Feld im Inneren eines im elektrischen Gleichgewicht befindlichen massiven oder hohlen Leiters Null ist, herrscht überall dasselbe Potential wie an der Oberfläche. Alle Punkte sind auf gleicher Spannung oder gleichem Potential, die Oberfläche eines Leiters ist eine Äquipotentialfläche.

Die Tatsache, daß in einen von einem Leiter umschlossenen Raum kein Kraftfeld eindringen kann, benutzt man zum Schutz gegen elektrische Störungen, z. B. in der Technik als Blitzschutz von Pulvermagazinen. Dabei genügt an Stelle einer geschlossenen metallischen Hülle bereits ein nicht zu weitmaschiges Drahtnetz, sog. Käfigschutz. Setzen wir ein Elektroskop in einen Drahtkäfig mit metallischer Grundplatte und nähern wir diesem einen geladenen Körper *K*, s. Abb. 164, so zeigt das Elektroskop keinen Ausschlag. Dasselbe ist der Fall, wenn wir von den Polen einer Influenzmaschine oder eines Induktors kräftige Funken überschlagen lassen. Eine im Inneren des Käfigs befindliche Person empfindet dabei nichts.

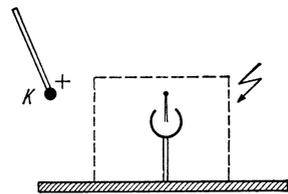


Abb. 164. Käfigschutz.

Im Gegensatz zur Spannung ist die Verteilung der Ladung auf einen Körper beliebiger Form ungleichmäßig. Und zwar ist die Oberflächendichte der Ladung  $\sigma$  um so größer, je stärker die Krümmung an der

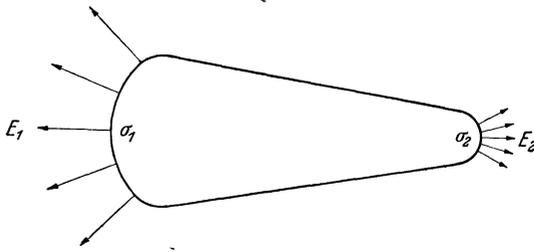


Abb. 165. Ladungsverteilung auf einem Leiter.

betreffenden Stelle ist, s. Abb. 165. Je größer die Ladungsdichte ist, um so stärker wird aber auch das elektrische Feld in der angrenzenden Luftschicht. Übersteigt nun die Feldstärke einen bestimmten Wert, so wird, wie wir in § 133 erklären werden, die Luft leitend. So kommt es, daß Körper mit scharfen Kanten und Spitzen

über einige 100 Volt aufgeladen, ihre Ladung weitgehend verlieren, sog. Spitzenwirkung, vgl. dazu ferner den nächsten Paragraphen.

**§ 104. Influenz.** Eine unmittelbare Folge der Beweglichkeit der Ladungsträger in einem Leiter ist die Erscheinung der Influenz. Bringen wir einen ungeladenen Leiter  $L$  in das elektrische Feld der geladenen Kugel  $K$ , s. Abb. 166, so tritt zuerst im Inneren des Leiters ein elektrisches Feld auf, da ja die einzelnen Teile desselben sich in Gebieten verschiedenen Potentials befinden. Dadurch werden die Ladungsträger innerhalb des Leiters so lange verschoben, also in unserem Beispiel Elektronen nach rechts abgestoßen, wobei die linke Seite positiv zurückbleibt, bis an allen Stellen des Leiters das elektrostatische Gleichgewicht wieder hergestellt, d. h. das Feld im Inneren Null

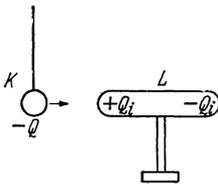


Abb. 166. Zur Influenz.

geworden ist. Die Ladungsverteilung stellt sich also so ein, daß das von den verschobenen Ladungsträgern im Inneren des Leiters erzeugte Feld das ursprüngliche äußere Feld gerade aufhebt.

Auf dem ursprünglich ungeladenen Leiter ist die Summe der Ladungen immer noch Null, nur die Ladungsverteilung ist eine andere als ohne äußeres Feld. Links befindet sich positive, rechts negative Ladung im Überschuß. Diese Erscheinung heißt Influenz oder Induktion. Man kann auch sagen, der Leiter wird durch das äußere Feld polarisiert. Entfernen wir das äußere Feld, etwa die Kugel  $K$ , so verschwindet die Influenz, und die Ladungen in  $L$  vereinigen und gleichen sich wieder völlig aus.

Nun verstehen wir auch, weshalb ein elektrisch geladener Körper auch einen ungeladenen Körper anzieht bzw. selbst angezogen wird. Nähern wir das geladene Kügelchen  $K$  dem ungeladenen Leiter  $L$ , s. Abb. 166, so ziehen sich die negative Kugel und die in  $L$  influenzierte positive Ladung an. Kommt es dabei zur Berührung, so geht ein Teil der Ladung von  $K$  auf den Leiter über und wir erhalten jetzt Abstoßung.

Die Influenz können wir dazu benutzen, um einen Körper dauernd elektrisch zu laden, indem wir die ungleichsinnigen Influenzladungen trennen. Das kann z. B. so geschehen, daß wir der geladenen Kugel  $K$  einen geerdeten Leiter  $L$  nähern, s. Abb. 167a. Dann fließt die negative Influenzladung zur Erde ab. Unterbrechen wir die Leitung zu Erde und entfernen dann  $L$  aus dem Felde von  $K$ , so erweist es sich als positiv geladen. Dasselbe erreichen wir, wenn wir, s. Abb. 167b, die beiden sich berührenden und im Felde von  $K$  influenzierten Leiter im Felde trennen, wobei der Leiter I positiv, der Leiter II negativ zurückbleibt. Diese Influenzversuche zeigen sehr klar, daß ein unelektrischer Körper von vornherein Ladungsträger beiderlei Vorzeichens enthält.

Den Vorgang der Erzeugung von elektrischen Ladungen durch Influenz und ihrer nachfolgenden Trennung kann man durch geeignete Vorrichtungen periodisch wiederholen. Solche als Influenzmaschinen bezeichneten Apparate

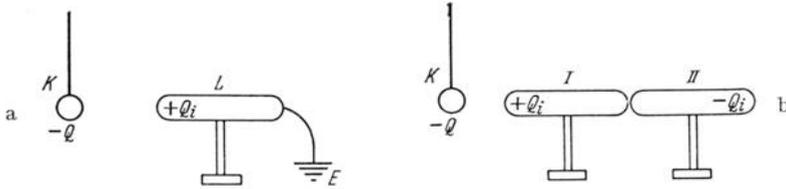


Abb. 167. Ladungstrennung durch Influenz.

liefern zwar beträchtliche Spannungen, bis über  $10^5$  Volt, aber nur sehr schwache Ströme von  $10^{-5}$  Ampere und weniger. Sie werden mehr und mehr durch Anlagen zur Gleichrichtung von hochgespannten Wechselströmen verdrängt oder durch die sog. elektrostatische Hochspannungsmaschine. Bei dieser erhält ein endloses, schnell laufendes Band aus isolierendem Stoff mit Hilfe von Sprühspritzen, s. Abb. 168, ständig Ladung zugeführt. Diese läuft mit dem Bande nach oben in das Innere einer großen Kugel, wird dort mit Hilfe eines Spitzenkammes abgesaugt, siehe weiter unten, und verteilt sich auf die Kugeloberfläche. Je größer man den Durchmesser der Kugel wählt, um so höher kann man sie aufladen, ohne daß die Sprühverluste zu groß werden. Solche Generatoren, die bis zu Spannungen von einigen Millionen Volt gebaut worden sind, braucht man für die künstliche Atomumwandlung, s. § 153.

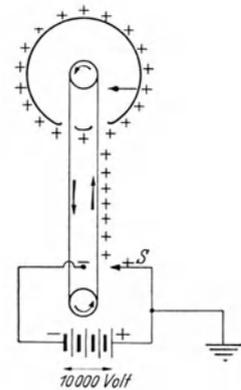


Abb. 168. Elektrostatische Hochspannungsmaschine.

Wir betrachten nun noch einmal die Spitzenwirkung. Nähern wir einer negativ geladenen Kugel  $K$  den in Abb. 169a gezeichneten zur Erde abgeleiteten Körper  $L$  mit der runden Seite, so behält der Körper  $K$ , wie die Abstoßung auf das vorher negativ geladene Probekügelchen  $P$  erweist, seine Ladung. Ist jedoch die Spitze der Kugel zugekehrt, so beobachten wir eine weitgehende Entladung, s. Abb. 169b, da die in  $L$  induzierte Elektrizität sich an der Spitze so zusammendrängt, daß das elektrische Feld in ihrer Umgebung die Luft leitend macht. Es

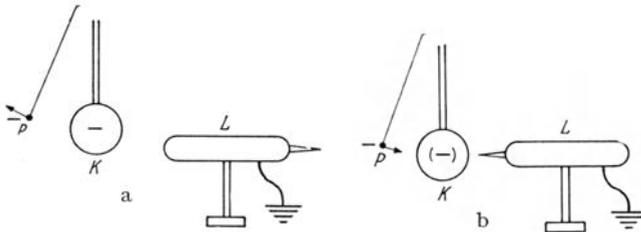


Abb. 169. Zur Spitzenwirkung.

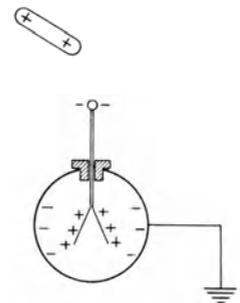


Abb. 170. Influenzwirkung im Elektroskop.

saugt also die Spitze gewissermaßen die negative Ladung von der großen Kugel ab. Diese Spitzenwirkung spielt beim Blitzableiter eine wesentliche Rolle, da die Luft in der Umgebung der Metallspitze leitend wird, so daß bei einer Entladung der Blitz den Weg über den Blitzableiter bevorzugt.

Nun können wir auch die Wirkung des Elektroskops besser verstehen. Nähern wir einem solchen einen geladenen Körper, so erhalten die Blättchen

bereits durch Influenz eine Aufladung, die sie auseinandertreibt. Dazu kommt noch die von den geladenen Blättchen auf den Wänden des Gehäuses influenzierte Ladung entgegengesetzten Vorzeichens, die die Blättchen zusätzlich nach den Wänden zieht, s. Abb. 170.

§ 105. **Kapazität.** Um die Spannung auf einem Leiter zu erhöhen, müssen wir ihm mehr Ladung zuführen. Nähern wir nun einer geladenen Platte eine

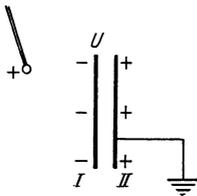


Abb. 171. Wirkungsweise eines Kondensators.

zweite zur Erde abgeleitete Metallplatte, so wird auf dieser eine entsprechende Ladung mit umgekehrtem Vorzeichen influenziert, s. Abb. 171. Beide Ladungen binden sich gegenseitig. Durch die Gegenwart der positiven Influenzladung wird die Kraft, die die negative Platte *I* auf eine in die Nähe gebrachte Probeladung ausübt, beträchtlich verringert, d. h. das Potential oder die Spannung *U* dieser Platte gegen Erde werden erheblich kleiner, und zwar um so mehr, je näher die Ladungen liegen, d. h. je dichter sich die Platten gegenüberstehen<sup>1</sup>. Will man auf *I* die ursprüngliche Spannung wieder

herstellen, so muß man entsprechend mehr negative Ladung zuführen, und zwar um so mehr, je kleiner der Plattenabstand ist. Eine solche Anordnung, mit der man also auch größere Ladungsmengen ansammeln kann, ohne daß die Spannungen zu hoch werden, nennt man einen Kondensator; im besonderen Falle zweier einander gegenüberstehender Platten spricht man von einem Plattenkondensator.

Die Spannung *U* eines Kondensators (Potentialdifferenz zwischen den beiden Platten) ist proportional der aufgebrachten Ladung *Q*. Das Verhältnis *Q/U* nennen wir seine Kapazität (Fassungsvermögen für elektrische Ladungen) *C*. Es gilt also  $Q = CU$ , d. h. die Kapazität *C* gibt direkt die Ladung an, die den Kondensator auf die Spannung eins auflädt.

Ein Kondensator besitzt die praktische Einheit der Kapazität, wenn er durch die Elektrizitätsmenge von einem Coulomb auf ein Volt aufgeladen wird. Diese als 1 Farad (F) bezeichnete Einheit ist für die Praxis viel zu groß. Man benutzt daher die kleineren Einheiten Mikro- und Pico-Farad, und zwar ist

$$1 \text{ Mikrofarad } (\mu\text{F}) = 10^{-6} \text{ Farad (F)},$$

$$1 \text{ Picofarad } (\text{pF}) = 10^{-12} \text{ Farad (F)}.$$

Bei einer leitenden Kugel ist im elektrostatischen Maßsystem, wie hier nicht näher begründet werden kann, das Potential  $V = Q/r$  und daher  $C = r$ . Das gilt allerdings nur, wenn die umgebenden Leiter so weit entfernt sind, daß ihre Ladungen nicht stören. Im elektrostatischen Maßsystem wird also die Kapazität einer Kugel einfach durch ihren Radius gemessen und die Einheit der Kapazität durch eine Kugel vom Radius eins dargestellt. Die Umrechnung vom praktischen zum elektrostatischen Maßsystem gibt  $1 \text{ F} = 9 \cdot 10^{11} \text{ cm}$ .

Die Kapazität eines Kondensators wächst, wie man schon anschaulich ein- sieht, mit der Oberfläche der Platten und ferner umgekehrt mit ihrem Abstand, s. weiter unten. Man erhält also große Kapazitäten, indem man wie bei technischen Kondensatoren lange Staniolstreifen oder Aluminiumfolie mit Trennschichten aus dünnstem paraffiniertem Papier zusammenfaltet. Um Kapazitäten verändern zu können, benutzt man vielfach (Radiotechnik) Drehkondensatoren mit zwei gegeneinander verdrehbaren voneinander isolierten Plattensystemen.

Lädt man einen Plattenkondensator auf eine bestimmte Spannung auf und zieht die Platten auseinander, so beobachtet man, daß als Folge der Abnahme der Kapazität die Spannung mit dem Abstände wächst (Spannungserhöhung infolge des Auseinanderziehens der Feldlinien).

<sup>1</sup> Dasselbe erreichen wir, wenn wir der Platte *I* eine von vornherein gleich stark, aber entgegengesetzt geladene isolierte Platte *II* nähern.

In einem Plattenkondensator, s. Abb. 158, mit dem Abstand  $d$  und der Fläche  $F$  ist wegen der Homogenität der Feldstärke  $E$ , s. § 100, die Spannung  $U = Ed$ . Da von der Ladung  $Q$   $4\pi Q$ -Kraftlinien ausgehen, s. § 99, gehen von jedem  $\text{cm}^2$  der Oberfläche  $4\pi\sigma$  Kraftlinien aus, wo  $\sigma$  die Flächendichte  $\sigma = Q/F$  bedeutet. Diese Kraftlinien verlaufen senkrecht zu den Platten von den Minus- zu den Plusladungen, also ist wegen  $E = 4\pi\sigma$  (elektrostatisches Maßsystem)  $U = 4\pi\sigma d$ , oder die Kapazität ist  $C = Q/U = F/4\pi d$ . Da die Feldstärke nur von der Ladung abhängt, also vom Abstände unabhängig ist, wächst  $U = Ed$  mit dem Abstand  $d$ . Das folgt auch aus der obigen Beziehung.

Schließlich betrachten wir die in einem Kondensator aufgespeicherte Energie. Hat die Platte  $I$  gegen Erde bereits die Spannung  $U$  und der Kondensator damit die Ladung  $Q = CU$ , so müssen wir, um die Ladung um  $\Delta Q$  zu erhöhen, die Arbeit  $\Delta A = \Delta Q U$  leisten. Daher ist die Gesamtarbeit  $A$  zur Aufladung von 0 auf die Spannung  $U$   $A = \sum \Delta Q U = \int_0^Q U \Delta Q$   
 $= \frac{1}{C} \int_0^Q Q dQ = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} Q U$ .

**§ 106. Materie im elektrischen Felde.** Wir laden einen mit einem Elektrometer verbundenen Plattenkondensator auf die Spannung  $U_0$  auf. Füllen wir nun den Zwischenraum zwischen den Metallplatten mit einem isolierenden Stoff (Glas, Hartgummi und dgl.) aus, so beobachten wir eine Abnahme der Spannung auf einen kleineren Wert  $U$ . Da die Ladung unverändert geblieben ist, ist offensichtlich durch die isolierende Zwischenschicht die Kapazität  $C = Q/U$  gegenüber der Kapazität des Kondensators in Luft  $C_0 = Q/U_0$  vergrößert worden, und zwar um den Faktor  $\epsilon = U_0/U$ . Laden wir den Kondensator bei eingeschobener Zwischenschicht und entfernen diese, so steigt die Spannung um das  $\epsilon$ -fache. Weitere Versuche ergeben, daß  $\epsilon$  eine für die isolierende Zwischenschicht charakteristische Materialkonstante ist, die wir die Dielektrizitätskonstante des betreffenden Stoffes nennen. Seine Dielektrizitätskonstante gibt also an, um wieviel die Kapazität eines Kondensators in Luft, genauer im Vakuum, durch das Einbringen des betreffenden Stoffes erhöht wird. Der geringe Unterschied zwischen Vakuum und Luft, s. Tabelle 13, ist meistens praktisch bedeutungslos. Den vom elektrischen Feld durchsetzten Stoff nennen wir Dielektrikum. Die Dielektrizitätskonstanten einiger Stoffe sind in Tabelle 13 zusammengestellt.

Tabelle 13. Dielektrizitätskonstante einiger Stoffe.

Glas . . . . .	5—7	Wasser . . . . .	81
Glimmer . . . . .	6—8	Paraffinöl . . . . .	1,8—2,2
Hartgummi . . . . .	2—4	Nitrobenzol . . . . .	36,5
Eis . . . . .	3,2	Luft . . . . .	1,000585

Die Kapazitätsvergrößerung eines Kondensators beruht auf der sog. Polarisation des Dielektrikums. In einem Isolator, Glas, Öl usw., sind die Ladungsträger nicht wie die Elektronen in einem Metall frei beweglich, wohl aber können innerhalb eines jeden Moleküls und Atomes die positiven und negativen Ladungen durch ein äußeres elektrisches Feld gegeneinander verschoben werden, so daß jedes ursprünglich neutrale Teilchen ähnlich wie ein Metallkörper bei der Influenz im elektrischen Felde polarisiert wird. In jedem Molekül rücken also die positiven Ladungsträger etwas nach rechts, die negativen nach links, s. Abb. 172. Dadurch entsteht an der linken Kondensatorplatte auf der linken Seite des Dielektrikums eine negative, auf der rechten eine positive Überschußladung, das Dielektrikum wird

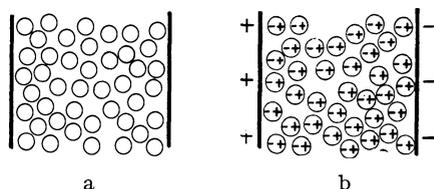


Abb. 172. Polarisation eines Dielektrikums infolge der in den Molekülen induzierten Momente. (a) Moleküle ohne äußeres Feld, (b) Moleküle bei eingeschaltetem äußeren Felde.

etwas nach rechts, die negativen nach links, s. Abb. 172. Dadurch entsteht an der linken Kondensatorplatte auf der linken Seite des Dielektrikums eine negative, auf der rechten eine positive Überschußladung, das Dielektrikum wird

polarisiert. Die auf den Kondensatorplatten sitzenden Ladungen werden durch diese influenzierten Ladungen zum Teil kompensiert, wodurch natürlich das ursprünglich vorhandene elektrische Feld und die Spannung verkleinert werden. Je leichter die Ladungen verschoben werden können, desto größer wird die Polarisation des Dielektrikums oder die Überschußladung und damit auch die Spannungsabnahme und die Dielektrizitätskonstante.

Die Polarisation eines Dielektrikums kann zwei Ursachen haben. Betrachten wir eine isolierende dielektrische Flüssigkeit, z. B. Benzol. Unter dem Einfluß eines äußeren Feldes werden in jedem Molekül die Elektronen nach rechts und die positiv geladenen Atomkerne nach links verschoben. Ursprünglich fielen die Schwerpunkte der positiven und negativen Ladungen zusammen. Infolge der elektrischen Kraft rücken sie jetzt ein Stück auseinander, und zwar so weit, bis die inneren rücktreibenden elastischen Kräfte (das sind die elektrischen Kräfte, die das Molekül in sich zusammenhalten) der Kraft des äußeren Feldes das Gleichgewicht halten. Ein polarisiertes oder elektrisch deformiertes Molekül besitzt ein elektrisches Moment  $\mu_i$ , das in Analogie zum magnetischen Moment eines Magneten, s. § 116, durch das Produkt aus Ladung mal Abstand gemessen wird. Je stärker das äußere Feld ist, um so stärker wird das im Molekül induzierte elektrische Moment  $\mu_i$ , also

$$\mu_i = \alpha E.$$

$\alpha$  nennt man die Polarisierbarkeit des betreffenden Moleküls oder das im elektrischen Felde eins induzierte Moment. Beim Abschalten des äußeren Feldes verschwinden diese Momente. Je geringer die rücktreibenden Kräfte oder je loser gebunden und daher beweglicher die Ladungen sind, um so größer wird die Polarisierbarkeit des einzelnen Moleküls und damit auch die Polarisation des ganzen Dielektrikums und die Dielektrizitätskonstante.

Eine zusätzliche Polarisation des Dielektrikums tritt auf, wenn die Moleküle von vornherein eine unsymmetrische Ladungsverteilung haben, also von vornherein ein festes, nicht erst durch ein äußeres Feld induziertes Moment besitzen. Solche Moleküle, zu denen z. B. HCl und H<sub>2</sub>O gehören, werden als Dipolmoleküle bezeichnet. Ohne äußeres Feld sind alle diese Dipole wegen der ungeordneten Wärmebewegung völlig ungeordnet verteilt, s. Abb. 173a. Schalten wir jedoch ein äußeres Feld ein, so richten sich die Moleküle wie

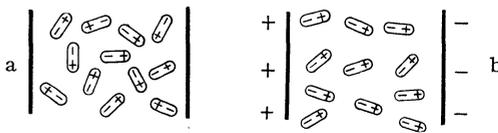


Abb. 173. Polarisation eines Dielektrikums infolge der Einstellung von Dipolmolekülen.

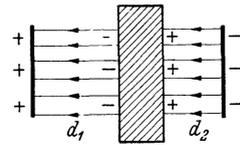


Abb. 174. Einfluß eines Metalles auf die Kapazität eines Kondensators.

Magnete in einem Magnetfelde aus, so daß die positiven Ladungen nach rechts, die negativen nach links zeigen und wir wiederum eine Polarisation des ganzen Dielektrikums erhalten, s. Abb. 173b. Infolge der Wärmebewegung der Moleküle ist die Einstellung unvollständig.

Es ist sehr lehrreich, den Einfluß eines Leiters auf die Kapazität zu betrachten. Schieben wir eine Metallplatte in das Kondensatorfeld, so werden auf ihrer Oberfläche Ladungen in solcher Stärke influenziert, daß das Feld im Innern der Platte 0 wird, oder mit anderen Worten, daß das äußere Feld gerade aufgehoben wird. Das ist der Fall, wenn die Flächendichte der ursprünglichen und der influenzierten Ladungen dieselbe ist. Das Feld im Außenraum bleibt unverändert, s. Abb. 174. Daher ist die Spannung an Kondensator ohne zwischengeschaltete Platte  $U = Ed$  und mit Platte  $U = E(d_1 + d_2)$ . Es werden also durch die leitende Platte die Feldlinien um deren Dicke verkürzt und damit die Spannung verkleinert. Bei einem Leiter ist die Polarisation vollständig. Die Flächendichte der ursprünglichen und der influenzierten Ladungen ist gleich, so daß eine den ganzen Zwischenraum bis auf zwei dünne isolierende Schichten ausfüllende Metallplatte die Spannung auf 0 herabdrückt und die Kapazität auf  $\infty$  vergrößern würde. In einem Isolator ist die Polarisation wegen der beschränkten Verschiebbarkeit der Ladungen dagegen begrenzt.

Aus der geringen Zahl der Moleküle der Gase erklärt es sich, daß deren Polarisation so klein ist, die Kapazitätsvergrößerung gegenüber dem Vakuum daher so gering bleibt, daß Luft praktisch die Dielektrizitätskonstante 1 besitzt.

Das Einbringen eines Dielektrikums hat auch den Vorteil, daß ein Funkenüberschlag erst bei wesentlich höheren Spannungen eintritt. Für Spannungen

bis etwa 20000 Volt und für geringere Kapazitäten benutzt man die sog. Leidener Flaschen, s. Abb. 175, bei höheren Spannungen Ölkondensatoren.

Betrachten wir zwei geladene Kugeln einmal in Luft und dann in Öl, so treten infolge der Polarisation des Öles an der Grenzfläche Ladungen entgegengesetzten Vorzeichens auf, die das Feld der ursprünglichen Ladung schwächen und damit auch die Anziehungskraft verkleinern. Das COULOMBSche Gesetz lautet dann allgemein

$$K = \frac{1}{\epsilon} \frac{Q_1 Q_2}{r^2}.$$

**§ 107. Berührungsspannung, elektrische Doppelschichten in Grenzflächen und Elektrizitätserzeugung.** Bringen wir zwei Körper in innige Berührung, so laden sie sich entgegengesetzt elektrisch auf. Das zeigt folgender Versuch. Tauchen wir eine Paraffinkugel in staubfreies Wasser und ziehen sie wieder heraus, so erweist sich, wie man mit Hilfe eines empfindlichen Elektroskopes nachweisen kann, die Paraffinkugel als negativ, das Wasser als positiv geladen. Allgemein lädt sich der Körper mit der größeren Dielektrizitätskonstante positiv auf. Die Ursache dieser Aufladung ist nach LENARD in den zwischen den Atomen wirkenden elektrischen Kräften zu suchen, welche die Elektronen des einen Körpers zum anderen hinüberziehen. Näheres über diesen Vorgang wissen wir nicht. Da diese molekularen Kräfte nur eine sehr kurze Reichweite haben, sich nämlich nur auf Bereiche von den Abmessungen der Moleküle, d. h. auf einige  $10^{-8}$  cm erstrecken, können sie sich nur bei inniger Berührung, d. h. wenn möglichst viele Moleküle des einen Körpers an solche des anderen Körpers unmittelbar angrenzen, bemerkbar machen. Eine wirksame innige molekulare Berührung kann man durch Reibung erzwingen. Bei der Erzeugung von Elektrizität durch Reibung ist also nicht das Reiben, sondern die enge Berührung das Wesentliche. Infolge der Ladungstrennung erhalten wir in der Grenzschicht der beiden Körper ein elektrisches Feld. Da die beiden ungleichsinnigen, sonst aber gleich großen Ladungen sich unmittelbar gegenüberstehen, sprechen wir von einer elektrischen Doppelschicht, s. Abb. 176. Die Spannung oder Potentialdifferenz zwischen beiden Schichten nennen wir die Berührungsspannung. Sie ist sehr gering, nämlich von der Größenordnung  $10^{-3}$  bis  $10^{-4}$  Volt. Die Feldlinien zwischen den Ladungen sind sehr kurz, nämlich von der Abmessung der Molekülabstände, also einige  $10^{-8}$  cm. Trennen wir die Körper, so werden die Feldlinien auseinandergezogen, s. § 105. Die Spannung steigt mit dem Abstand auf Tausende von Volt, wir erhalten knisternde Funken. Die Erzeugung von Elektrizität durch „Reibung“ beruht also auf dem Auseinanderziehen der molekularen Feldlinien. Die elektrischen Doppelschichten an der Grenzfläche von festen und flüssigen Körpern verursachen auch die sog. elektrokinetischen Erscheinungen, s. § 124.

Auch bei der Berührung zweier Metalle tritt eine Berührungsspannung, und zwar von der Größenordnung von 1 Volt auf. Beim Auseinanderziehen der Metalle kann man jedoch keine höheren Spannungen erreichen. Das liegt daran, daß beim Abheben, s. Abb. 177, die vergrößerten Spannungen wegen der Leitung sich über die letzten Berührungsstellen ausgleichen, so daß schließlich nur die geringe ursprüngliche Berührungsspannung mit entsprechend kleinen Ladungen übrigbleibt.

Schaltet man zwei verschiedene Metalle, etwa einen Kupfer- und Zinkdraht, zu einem geschlossenen Kreise zusammen, so heben sich die entgegengesetzten

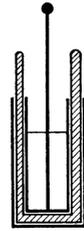


Abb. 175. Schema einer Leidener Flasche.



Abb. 176. Elektrische Doppelschicht bei inniger Berührung.



Abb. 177. Ausgleich der Berührungsspannungen bei Metallen.

Berührungsspannungen auf. Es kann daher kein Strom fließen. Erst wenn die Trennstellen sich auf verschiedener Temperatur befinden, entsteht infolge der Temperaturabhängigkeit der Berührungsspannungen eine elektromotorische Kraft, vgl. § 115.

Trennt man eine Flüssigkeit von einem Gase, so findet man keine Aufladung. Es treten also in der Grenzfläche von Flüssigkeiten und Gasen keine elektrischen Doppelschichten auf derart, daß Flüssigkeit und Gas Ladungsträger verschiedenen Vorzeichens enthalten. Zerreißt man jedoch eine Wasseroberfläche, indem man etwa Gase durch das Wasser durchperlen läßt oder das Wasser durch einen heftigen Luftstrom zerstäubt, so erweisen sich die feinsten Wasserstäubchen als negativ und das zurückbleibende Wasser als positiv geladen. Dasselbe beobachtet man bei Wasserfällen. Die Erscheinung zeigt, daß in der Wasseroberfläche selbst, und das gilt allgemein für jede Flüssigkeitsoberfläche, eine elektrische Doppelschicht sitzt, und zwar mit der negativen Seite nach außen. So ist auch jeder Wassertropfen infolge der molekularen Kräfte außen negativ aufgeladen, während sich der entsprechende Überschuß an positiver Ladung nach innen zu verteilt, s. Abb. 178.

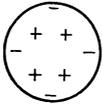


Abb. 178. Ladungsverteilung in einem Wassertropfen.

Starke Luftströme vermögen auch große Regentropfen zu zerblasen, wobei der aus der Oberfläche stammende sehr feine und daher negativ geladene Wasserstaub vom Luftstrom nach oben mitgenommen wird, während die schweren positiven Tropfen nach unten sinken. Dadurch entsteht eine Trennung der Ladung mit weit auseinandergezogenen Feldlinien. So können zwischen verschiedenen Wolkenschichten sehr hohe Spannungen entstehen. Solche Vorgänge spielen bei der Entstehung der Gewitterelektrizität, wo Spannungen von Millionen von Volt auftreten, eine wesentliche Rolle.

Nachdem wir wissen, daß an der Oberfläche einer Flüssigkeit eine elektrische Doppelschicht sitzt, ist das Aufladen eines Teilchens in Wasser, etwa der Paraffinkugel in dem weiter oben besprochenen Versuche, so zu verstehen, daß die an den Teilchen anhaftende Wasserhaut (Grenzschicht bei der inneren Reibung, vgl. § 56) negativ geladen ist und beim Herausheben des Körpers mitgenommen wird, während die positiven Ionen, die mehr nach dem Inneren der Flüssigkeit zu liegen, zurückbleiben.

## II. Allgemeine Eigenschaften des elektrischen Stromes und Meßmethoden.

§ 108. **Der elektrische Strom und seine Merkmale.** Wir knüpfen an die in § 101 und 102 besprochene Entladung eines Kondensators an. Verbinden wir die vorher aufgeladenen Platten durch einen Leiter, so kommt es zu einem Ausgleich der Ladungen. Die wandernden Ladungsträger stellen einen elektrischen Strom dar. Wir nehmen die Entladung zuerst sehr langsam vor, indem wir die Platten durch einen schlechten Leiter, etwa ein Stück Holz miteinander verbinden. Wir schalten nun ein Elektrometer an und verbinden das Gehäuse mit dem Ende  $A$  unseres Holzstabes, s. Abb. 179. Das Blättchensystem bringen wir mit Hilfe eines beweglichen Drahtes nacheinander mit allen Stellen des Stabes zwischen  $A$  und  $B$  in Verbindung. Das Elektrometer mißt uns

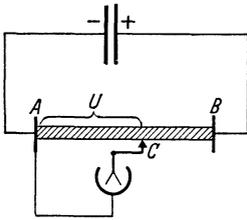


Abb. 179. Strom und Spannungsabfall in einem Leiter.

also jeweils die Spannung zwischen dem Punkte  $A$  und dem anderen Berührungspunkt  $C$ . Verschieben wir diesen Berührungspunkt von  $A$  bis  $B$ , so steigt die Spannung  $U$  vom Wert 0 immer mehr an bis zu der Potentialdifferenz oder Spannung  $U_{AB}$ , die zwischen  $A$  und  $B$  besteht. Es herrscht also längs des Holzstabes ein Spannungsgefälle oder ein elektrisches Feld  $E$ , das auf jeden Ladungsträger mit der Ladung  $Q$  die Kraft  $QE$  ausübt und ihn so in Bewegung setzt. Diese Kraft verursacht also den elektrischen Strom. Ebenso wie in einem Rohrsystem nach erfolgtem Druckausgleich die Bewegung des Wassers, der Strom, zum Stillstand kommt, verschwindet der elektrische Strom, sobald die Spannungen ausgeglichen sind. Ein Strom fließt also nur so lange, als eine Spannung und

ein den Ausgleich vermittelnder Leiter, d. h. bewegliche Ladungsträger, vorhanden sind.

Wollen wir den Strom länger aufrechterhalten, so müssen wir den Kondensator mit Hilfe einer Stromquelle dauernd nachladen. Eine solche ist ganz allgemein gesagt der Sitz einer sog. elektromotorischen Kraft,  $E_e$ , abgekürzt EMK genannt, die eine bestimmte Spannung (Potentialdifferenz) aufrechterhält und so z. B. in einem metallischen Leiterkreis die Elektronen ständig in Bewegung hält. Die auftretende Spannung  $U$  ist ein Maß für die EMK., die also auch in Volt angegeben und zahlenmäßig der beobachteten Spannung gleichgesetzt wird<sup>1</sup>. Wir werden bei der Thermoelektrizität, s. § 115, und bei der elektromagnetischen Induktion, s. § 134, solche elektromotorischen Kräfte kennenlernen. An der Berührungsfläche zweier Körper, z. B. bei galvanischen Elementen, beruht die EMK auf einer Kraft, die die Ladungen so weit trennt, bis die Potentialdifferenz der entstehenden Doppelschicht, s. § 107, der EMK das Gleichgewicht hält. Wird die Doppelschicht durch Ladungsausgleich im geschlossenen Stromkreis verringert, so liefert die EMK soviel positive und negative Ladungsträger nach, daß die Spannung erhalten bleibt<sup>2</sup>. So gleicht eine Stromquelle, ein Element oder ein Generator einer Pumpe, die ständig Wasser ansaugt, unter Druck ausstößt und auf diese Weise eine Strömung in einem Rohrsystem aufrechterhält.

Als Stromquelle benutzen wir einen Akkumulator, dessen Wirkungsweise wir in § 126 behandeln werden. Verbinden wir dessen Pole mit einem Metalldraht, so erhalten wir einen geschlossenen Stromkreis und in diesem einen ständig fließenden elektrischen Strom, den wir zwar nicht unmittelbar sehen, wohl aber an bestimmten Wirkungen erkennen können. So stellen wir fest, daß der Draht beim Stromdurchgang allmählich warm wird. Diese Stromwärme betrachten wir in § 113. Bringen wir ferner in die Nähe des stromdurchflossenen Drahtes eine empfindliche Kompaßnadel, so wird diese abglenkt, und zwar stellt sie sich quer zur Strombahn. Der elektrische Strom erzeugt also offenbar ein magnetisches Feld; Näheres in § 118. Ersetzen wir schließlich den Metalldraht durch eine Flüssigkeit, so beobachten wir chemische Veränderungen. So entwickelt sich beim Durchgang von Strom durch angesäuertes Wasser an der einen Elektrode Wasserstoff, an der anderen Sauerstoff, vgl. § 121. Damit haben wir drei Kennzeichen des elektrischen Stromes, nämlich seine Wärmeentwicklung, sein Magnetfeld und bei Flüssigkeiten noch seine chemischen Wirkungen, mit deren Hilfe wir elektrische Ströme erkennen und mit geeignetem Verfahren auch messen können.

Als Strommesser oder Amperemeter benutzt man einmal Hitzdrahtinstrumente, vgl. § 114, oder Instrumente, die auf der Ablenkung eines stromdurchflossenen Leiters im Magnetfeld beruhen, sog. Drehspulstrommesser, s. § 120.

Mit Hilfe eines Elektrometers können wir, vgl. Abb. 179 sowie Abb. 181, erkennen, daß längs des ganzen stromdurchflossenen Drahtes ein Spannungsabfall, also ein elektrisches Feld vorhanden ist, das durch die EMK der Stromquelle aufrechterhalten wird, so daß ständig ein Elektronenstrom fließt.

Daß ein elektrischer Strom einen Transport von elektrischen Ladungen bedeutet, zeigt uns folgender Modellversuch. Wir nehmen den Ladungstransport

<sup>1</sup> Die EMK ist also keine Kraft, sondern bedeutet eine Potentialdifferenz.

<sup>2</sup> Obwohl die EMK nur die Ursache der auftretenden elektrischen Spannung ist, werden beide Begriffe oft als gleichbedeutend verwandt. Das ist falsch. Sie sind lediglich einander zahlenmäßig gleich, unterscheiden sich jedoch, genau betrachtet, da sie einander das Gleichgewicht halten, im Vorzeichen; doch können wir davon im folgenden absehen.

nicht durch einen leitenden Draht, sondern durch eine hin- und herbewegte Kugel vor, vgl. Abb. 180 und den in § 101 besprochenen Versuch. Ein eingeschaltetes empfindliches Galvanometer zeigt dann einen konstanten Strom an.

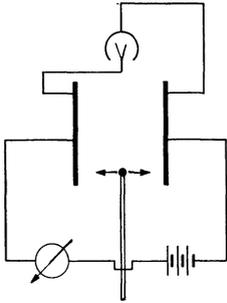


Abb. 180. Stromerzeugung durch Transport von Ladungen.

nächsten Pluspol der nächsten Zelle zu schaffen, brauchen wir keine Arbeit, da in dem leitenden Verbindungsstück das Potential dasselbe ist. Erst wenn wir sie auf den Minuspol weiterschaffen wollen, benötigen wir wieder die Arbeit  $eU_0$ , so daß wir insgesamt die Arbeit  $2eU_0$  und bei  $n$  hintereinandergeschalteten Zellen die Arbeit  $neU_0$  aufwenden müssen. Also ist die Gesamtspannung das 2- bzw.  $n$ -fache.

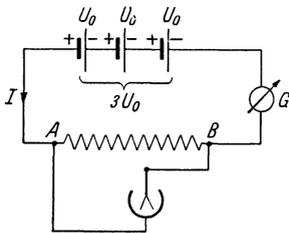


Abb. 181. Zum OHMSchen Gesetz.

Ändern wir die Zahl  $n$  der Akkumulatoren und damit die Gesamtspannung  $U = nU_0$  und messen die Stromstärke  $I$  und mittels eines Elektrometers auch die Spannung zwischen  $A$  und  $B$ , so erkennen wir, daß der Strom proportional der Zahl der Zellen, also proportional der Spannung ansteigt. Schalten wir beliebige andere Stromquellen ein, so finden wir immer, daß der Quotient  $U/I$  konstant ist, d. h. die angelegte Spannung und die Stromstärke in einem metallischen Leiter sind einander proportional oder

$$U = IR.$$

Das ist der Inhalt des OHMSchen<sup>1</sup> Gesetzes. Ändern wir die Abmessungen oder das Material des Leiters, nehmen also z. B. statt eines Kupferdrahtes einen Eisendraht, so zeigt sich, daß für jeden Draht das OHMSche Gesetz gilt, wobei lediglich die Proportionalitätskonstante  $R$  jedesmal einen anderen Wert besitzt. Diesen für den betreffenden Leiter charakteristischen Quotienten

Spannung zwischen den Enden des Leiters

Strom im Leiter

bezeichnen wir als seinen elektrischen Widerstand  $R$ . Je größer  $R$  ist, um so höher ist die erforderliche Spannung um denselben Strom zu erhalten. Über die modellmäßige Deutung des OHMSchen Gesetzes s. § 123.

Untersucht man verschiedene Drähte desselben Materials, so stellt man fest, daß der Widerstand eines Drahtes seiner Länge  $l$  direkt proportional und seinem Querschnitt  $F$  umgekehrt proportional ist. Es ist also

$$R = \frac{\rho l}{F},$$

wo  $\rho$  den spezifischen Widerstand, d. h. den Widerstand eines Leiters von 1 cm Länge und 1 cm<sup>2</sup> Querschnitt bedeutet. In Tabelle 14 sind die spezifischen

<sup>1</sup> GEORG SIMON OHM, 1789—1854, Lehrer an der Kriegsschule in Berlin und später Professor an der Universität München.

Tabelle 14. Spezifische Widerstände einiger Stoffe.

Stoff	$\rho \cdot 10^4$	Stoff	$\rho \cdot 10^4$	Stoff	$\rho$
Reine Metalle:		Legierungen:		Isolatoren:	
Ag . . . . .	0,016	Messing . . . .	0,063	Marmor . . . . .	$10^{10}$
Cu . . . . .	0,017		bis 0,09	Glas . . . . .	$5 \cdot 10^{13}$
Al . . . . .	0,027	Konstantan		Öl für Transforma-	
Zn . . . . .	0,060	(Ni, Cu, Zn)	0,50	toren . . . . .	$10^{11}$ — $10^{12}$
Fe . . . . .	0,09	Manganin		Paraffin . . . . .	$3 \cdot 10^{18}$
Pt . . . . .	0,107	(Fe, Mn) . .	0,42	Flüssige Luft . . .	$10^{16}$
Hg . . . . .	0,96			Quarzglas . . . . .	$> 5 \cdot 10^{18}$

Widerstände einiger Stoffe angegeben, und zwar sind bei den Leitern die Werte  $\rho \cdot 10^4$ , d. h. die Widerstände für einen Draht von 100 cm Länge und 1 mm<sup>2</sup> Querschnitt aufgeführt. Der reziproke Wert  $1/\rho = \kappa$  heißt die Leitfähigkeit oder das elektrische Leitvermögen des betreffenden Stoffes. Wie ein Vergleich mit Tabelle 12 zeigt, sind gute Leiter für Elektrizität auch gute Wärmeleiter.

Die Einheit des elektrischen Widerstandes ist nach der obigen Gleichung durch die frühere Wahl der Einheiten für Strom und Spannung bereits festgelegt. Ein Leiter hat die Einheit des Widerstandes, wenn die an seinem Ende angelegte Spannung von 1 Volt die Stromstärke von 1 Ampere ergibt. Man nennt diese Einheit des Widerstandes ein Ohm ( $\Omega$ ).

Es ist nützlich, von der Größe der im täglichen Leben vorkommenden Spannungen und Stromstärken eine richtige Vorstellung zu haben. Wir stellen daher einige Beispiele zusammen.

## Spannungen:

Akkumulator . . . . .	2 V
Akkumulatorenbatterie bei Automobilen, 3 Zellen hintereinander	6 V
Ortsnetze der Lichtleitung . . . . .	meist 220 V, seltener 110 V
Überlandleitung . . . . .	15 000—200 000 V

## Stromstärken:

Glühlampen für Zimmerbeleuchtung . . . . .	0,2—0,6 A
Motor von 1 Kilowatt . . . . .	5—10 A
Straßenbahn . . . . .	$\approx 100$ A

**§ 110. Die Elektrizitätsleitung in Metallen und ihre Temperaturabhängigkeit.**  $\alpha$ ) Die Elektronenleitung in Metallen. Die Tatsache, daß wir einen elektrischen Strom beliebig lange durch einen Metalldraht schicken können, ohne daß an diesem Veränderungen auftreten, zeigt, daß der Elektrizitätstransport hier nicht mit einem Materietransport verbunden ist, d. h. daß sich nicht geladene Metallatome, sondern Elektronen durch den Draht fortbewegen. Man kann sich also ein Metall als ein Gitter aus positiven Metallionen vorstellen, in dem ein kleiner Teil der Elektronen ähnlich wie die Moleküle eines Gases völlig ungeordnet hin- und herschwirren. Unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes erhalten alle Elektronen eine zusätzliche Geschwindigkeit in Richtung auf den positiven Pol. Wegen der geringen Feldstärken, die man in einem Metalle aufrechterhalten kann, ist die Wanderungsgeschwindigkeit der Elektronen allerdings sehr klein.

Man kann sie, wie wir in § 123 sehen werden, aus der Stromstärke und der Zahl der Ladungsträger in cm<sup>3</sup> berechnen. Die Stromstärke ist wegen der Wärmeentwicklung begrenzt. Für die größten bei Dauerbelastung zulässigen Stromstärken findet man für die Geschwindigkeit Werte von 0,5 mm/s. Die Elektronen kriechen also durch den Draht. Trotzdem setzt beim Schließen eines Stromkreises der Strom an allen Stellen sofort ein. Legen wir Spannung an einen Leiter, so breitet sich das elektrische Feld längs desselben mit Lichtgeschwindigkeit aus, so daß die Elektronen überall praktisch augenblicklich in Bewegung gesetzt werden, also sofort ein Strom fließt. Auch eine Marschkolonne setzt sich ja auf ein

Kommando, das mit Schallgeschwindigkeit der Kolonne entlangläuft, überall gleichzeitig in Bewegung. Die Marschgeschwindigkeit der Männer ist aber um zwei Größenordnungen kleiner als die des Kommandos.

Da der Elektrizitätstransport in Metallen ausschließlich von den Elektronen besorgt wird, werden wir künftig als Richtung des Stromes, wenn nicht ausdrücklich anders angegeben, die Bewegungsrichtung der Elektronen bezeichnen<sup>1</sup>.

β) Die Temperaturabhängigkeit der metallischen Leitung. Die Leitfähigkeit von Metallen ändert sich sehr stark mit der Temperatur, und zwar wird der spezifische Widerstand mit wachsender Temperatur immer größer, während er bei den Elektrolyten, s. § 123, kleiner wird. Im allgemeinen ist die Abhängigkeit des Widerstandes von der Temperatur sehr groß. Eine Ausnahme bilden bestimmte Legierungen wie Konstantan und Manganin, s. Tabelle 14, deren Widerstand sich mit der Temperatur fast gar nicht ändert.

Die Temperaturabhängigkeit des Widerstandes eines Metalles kann man weitgehend nach der Gleichung  $R = R_0(1 + \alpha t)$  darstellen, wo  $R_0$  den Widerstand bei  $0^\circ \text{C}$  bedeutet.  $\alpha$  wird als Temperaturkoeffizient bezeichnet. Dieser ist bei Metallen positiv, bei Flüssigkeiten und ebenso bei Graphit und Kohle negativ. Legierungen wie Konstantan und Manganin mit ihren besonders kleinen Temperaturkoeffizienten benutzt man zur Herstellung von Präzisionswiderständen. Umgekehrt benutzt man reinste Metalle, wie Platin, das einen beträchtlichen Temperaturkoeffizienten besitzt, mit Vorteil zur Herstellung von elektrischen Widerstandsthermometern. Ein solches besteht aus einer Platinspirale in einem Schutzrohr. Der Widerstand kann mit einer WHEATSTONESCHEN Brückenschaltung gemessen werden.

γ) Supraleitung. Mit abnehmender Temperatur wird der Widerstand der Metalle immer kleiner. Dabei zeigt eine Reihe von Stoffen die Eigentümlichkeit, daß in der Nähe des absoluten Nullpunktes der Widerstand plötzlich völlig verschwindet. Die Temperatur, bei der der Widerstand sprunghaft unmeßbar klein wird, nennt man die Sprungtemperatur, die Erscheinung Supraleitung. Die Sprungtemperatur von Pb liegt bei  $7,26^\circ \text{K}$ , die des Al bei  $1,14^\circ \text{K}$ , die des Zn bei  $0,79^\circ \text{K}$ . Eine befriedigende Erklärung dieser eigentümlichen Erscheinung steht noch aus.

§ 111. **Stromverzweigung.** Teilt sich der Strom  $I$  bei  $A$  in mehrere Ströme  $I_1$ ,  $I_2$  und  $I_3$ , so gilt, s. Abb. 182,

$$I = I_1 + I_2 + I_3,$$

d. h. der auf den Verzweigungspunkt  $A$  hinfließende Strom ist gleich der Summe der von  $A$  wegfließenden Ströme. Dieser Satz ist einfach die Folge davon, daß sich in einem stromdurchflossenen Leitersystem die Ladungen, ebensowenig wie in einem geschlossenen Rohrsystem das Wasser, irgendwo stauen können.

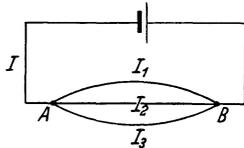


Abb. 182. Stromverzweigung.

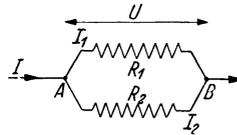


Abb. 183. Parallelschaltung von Widerständen.

Sind die Widerstände zweier parallel geschalteter Leiter  $R_1$  und  $R_2$  und bedeutet  $R$  den Gesamtwiderstand und  $U$  die Spannung zwischen den Punkten  $A$  und  $B$ , s. Abb. 183, so ist nach dem OHMSCHEN Gesetz, einmal auf die ganze Leitung und dann auf die einzelnen Zweige angewandt,

$$U = I_1 R_1 = I_2 R_2 = I R = (I_1 + I_2) R.$$

Daraus folgt  $I_1 = \frac{I R}{R_1}$ ;  $I_2 = \frac{I R}{R_2}$  und ferner  $I_1 : I_2 = R_2 : R_1$ , d. h. der Strom teilt sich so, daß durch den Draht mit dem größeren Widerstand weniger Strom fließt.

<sup>1</sup> Diese Festsetzung weicht von der meist üblichen ab, wonach die Richtung, in der die positiven Ladungsträger fließen oder fließen würden, als Stromrichtung bezeichnet wird.

Ferner gilt  $IR = (I_1 + I_2)R = R\left(\frac{IR}{R_1} + \frac{IR}{R_2}\right)$  oder  $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$  oder bei  $n$  parallel geschalteten Leitern

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

Der reziproke Wert des Gesamtwiderstandes mehrerer parallel geschalteter Leiter ist also gleich der Summe der reziproken Werte der einzelnen Widerstände.

Auch verwickeltere Schaltungen lassen sich mit Hilfe zweier von KIRCHHOFF angegebenen Regeln beherrschen.

1. KIRCHHOFFSche Regel: In jedem Verzweigungspunkt, s. Abb. 184, ist, da sich Ladungen ja nirgends stauen können, die Summe aller zu- und abfließenden Ströme Null oder  $\sum I = 0$ . Dabei sind die zufließenden Ströme etwa positiv, die anderen negativ zu zählen, also

$$I_1 + I_2 - I_3 + I_4 - I_5 = 0.$$

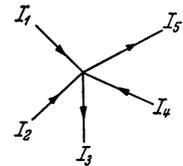


Abb. 184. Zur 1. KIRCHHOFFSchen Regel.

2. KIRCHHOFFSche Regel: In jedem noch so verzweigten Leiter-system ist in einem geschlossenen Stromkreis, den wir beliebig herausgreifen können, die Summe der eingepprägten elektromotorischen Kräfte  $\sum E_e$  gleich der Summe der für die einzelnen Leiterstücke gebildeten Produkte aus Stromstärke und Widerstand, also wenn wir den Strom in der Uhrzeigerrichtung positiv, in der anderen Richtung negativ zählen

$$\sum E_e = \sum IR = I_1 R_1 + I_2 R_2 - I_3 R_3 + I_4 R_4 - I_5 R_5.$$

Für den Fall, daß in dem betrachteten Stromkreis keine Stromquelle vorhanden, Abb. 185a, also  $\sum E_e = 0$  ist, wird die obige Summe 0.

Sind z. B. zwei Stromquellen  $E_{e_1}$  und  $E_{e_3}$  vorhanden, s. Abb. 185b, so ist

$$\sum E_e = E_{e_1} - E_{e_3} = \sum IR.$$

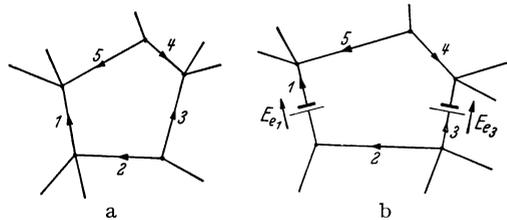


Abb. 185. Zur 2. KIRCHHOFFSchen Regel. (a) Stromkreis ohne Stromquelle, (b) Stromkreis mit Stromquelle.

§ 112. Schaltungen und Meßmethoden. 1. Reihenschaltung: Schalten wir zwei Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  hintereinander, so fließt derselbe Strom  $I$  nacheinander durch beide Widerstände. Wenden wir daher das OHMSche Gesetz zuerst auf die einzelnen Widerstände und dann auf den ganzen Widerstand an, so folgt, s. Abb. 186

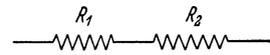


Abb. 186. Reihenschaltung.

$$U_1 = IR_1; \quad U_2 = IR_2.$$

Die Gesamtspannung  $U$  ist gleich der Summe der Teilspannung, also  $U = U_1 + U_2$ . Ist der Gesamtwiderstand  $R$ , so gilt ferner  $U = IR = U_1 + U_2 = I(R_1 + R_2)$  oder

$$R = R_1 + R_2.$$

Bei Reihenschaltung ist also der Gesamtwiderstand gleich der Summe der Teilwiderstände. Ferner folgt aus den obigen Gleichungen  $U_1:U_2 = R_1:R_2$ , oder die Teilspannungen über den Widerständen verhalten sich wie die Widerstände selbst.

Über die Parallelschaltung s. § 111.

2. **Stromdurchflossener Spannungsmesser.** Um die Spannung zwischen zwei Punkten  $A$  und  $B$  eines Stromkreises zu messen, verbinden wir diese durch einen Draht von bekanntem Widerstand  $R$  und schalten noch einen Strommesser dazwischen, s. Abb. 187. Mit Hilfe des OHMSchen Gesetzes folgt aus der gemessenen Stromstärke  $I'$  die gesuchte Spannung  $U_x = I' R$ . Wir können daher als Spannungsmesser oder Voltmeter einen Strommesser mit eingebautem bekannten Vorschaltwiderstand benutzen, dessen Skala direkt die Spannung in Volt an den Klemmen des Instrumentes angibt. Um den Hauptstrom  $I$  nicht merklich zu schwächen, ist der Widerstand des Spannungsmessers so groß zu wählen, daß durch diesen nur ein geringer Bruchteil von  $I$  fließt.

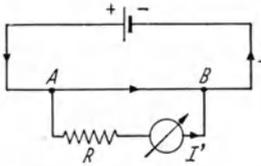


Abb. 187. Stromdurchflossener Spannungsmesser.

Wäre der Vorschaltwiderstand im Instrument ähnlich dem der direkten Leitung  $AB$ , so würde der Gesamtwiderstand zwischen  $A$  und  $B$  durch Zuschalten des Instrumentes wesentlich verkleinert werden und damit bei konstantem Strom  $I$  im Kreise auch der Spannungsabfall zwischen  $AB$  erheblich kleiner werden. Von einem Meßinstrument müssen wir aber immer verlangen, daß es die zu messende Größe, hier die Spannung zwischen  $A$  und  $B$ , nicht merklich beeinflusst.

3. **Erweiterung des Meßbereiches eines Strommessers.** Ist der zu messende Strom für das Instrument zu groß, so schalten wir zu diesem einen Widerstand parallel, sog. Nebenschluß, s. Abb. 188.

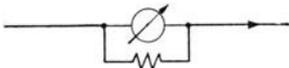


Abb. 188. Erweiterung des Meßbereiches eines Strommessers.

Wählen wir für die Widerstände von Instrument  $R_A$  und Nebenschluß  $R_N$  z. B. das Verhältnis  $\frac{R_A}{R_N} = \frac{99}{1}$ , so verhalten sich die Ströme durch das Instrument  $I_A$  und durch den Nebenschluß  $I_N$  umgekehrt, es gilt also  $\frac{I_A}{I_N} = \frac{1}{99}$ . Daher geht vom Gesamtstrom  $I = I_A + I_N$  nur  $\frac{1}{100}$  durch das Instrument, dessen Meßbereich also durch diesen Nebenschluß auf das 100fache vergrößert ist.

4. **Schaltung von Geräten und Meßinstrumenten.** Meist ist die EMK der Stromquelle vorgegeben. Die Stromstärke hängt dann vom Widerstand des Stromkreises ab. Um diese zu regulieren, benutzt man gerne einen Vorschaltwiderstand, z. B. einen regulierbaren Schiebewiderstand. Dieser besteht, s. Abb. 189, aus einem auf ein isoliertes Rohr aufgewickelten schlecht leitenden Metalldraht (Manganin). Mit Hilfe eines Läufers  $L$  kann ein beliebiges Stück des Drahtes eingeschaltet

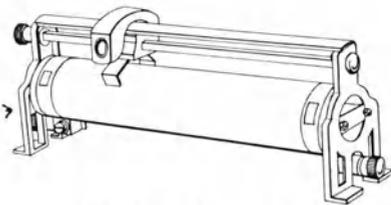


Abb. 189. Schiebewiderstand.

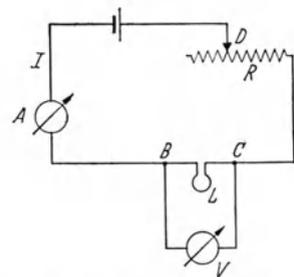


Abb. 190. Schaltung von Strom- und Spannungsmesser.

werden. Will man gleichzeitig die Stromstärke und die Spannung über einem Gerät messen, so benutzt man eine Schaltung nach Abb. 190.  $R$  ist ein regulierbarer Vorschaltwiderstand. Da die Stromstärke  $I$  überall im Kreise dieselbe ist, kann der Strommesser  $A$  an beliebiger Stelle in den Hauptkreis eingeschaltet werden. Wollen wir den Spannungsabfall über dem Gerät, z. B. einer Lampe  $L$

messen, so schalten wir den Spannungsmesser  $V$  parallel zu  $BC$ . Dabei soll der Widerstand des Spannungsmessers so groß sein, daß sein Stromverbrauch gegenüber dem Strom  $I$  vernachlässigt werden kann. Schalten wir den Spannungsmesser zu  $CD$  oder  $DB$  parallel, so erhalten wir den Spannungsabfall über dem Widerstand  $R$  bzw. Widerstand und Gerät.

Für viele Zwecke, insbesondere wenn das Gerät, z. B. ein medizinischer Apparat, vor unzulässigen Spannungen geschützt werden sollen, benutzt man vorteilhaft die Spannungsteiler- oder Potentiometerschaltung, s. Abb. 191, die es gestattet, beliebig kleine und regulierbare Spannung abzugreifen. Über dem Widerstand  $R_1 + R_2$  oder zwischen den Punkten  $A$  und  $B$  liegt die Gesamtspannung  $U$ , über  $R_1$  die Spannung  $U_1$ , für die sich aus den Beziehungen für die Reihenschaltung ergibt  $U_1 = \frac{UR_1}{R_1 + R_2}$ , man kann also durch Verschieben des Abzweigpunktes  $C$  jede beliebige Spannung  $U_1$  abgreifen.  $U_1$  ist gewissermaßen die Betriebsspannung für ein weiteres an  $AC$  anzuschließendes Gerät.

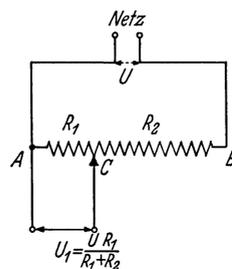


Abb. 191. Spannungsteiler-schaltung.

5. Klemmenspannung. Die Spannung an den Polen einer Stromquelle (Element oder Dynamomaschine) nennt man ihre Klemmenspannung  $U_a$ . Wird kein Strom entnommen, so ist die Klemmenspannung genau so groß wie die elektromotorische Kraft  $E_e$  der Stromquelle. Bei geschlossenem Stromkreis sinkt die Klemmenspannung ab, und zwar um so mehr, je stärker der entnommene Strom  $I$  ist. Das liegt daran, daß auch die Stromquelle, z. B. die Flüssigkeit eines Elements, einen gewissen inneren Widerstand  $R_i$  hat. Ist  $R_a$  der äußere Widerstand, so gilt  $I = \frac{E_e}{R_i + R_a}$ , die EMK der Stromquelle muß also die Ladungsträger sowohl durch das Element wie durch den äußeren Stromkreis treiben, also sowohl den inneren wie den äußeren Spannungsabfall decken, also  $E_e = U_i + U_a$ . Der innere Spannungsabfall ist  $IR_i$  und damit wird die Klemmenspannung  $U_a$ , die für den äußeren Stromkreis zur Verfügung steht,  $U_a = IR_a = E_e - IR_i$ . Dieses Absinken der Klemmenspannung erkennt man z. B. beim Anlassen eines Automotors am Nachlassen der Helligkeit der eingeschalteten Lampen.

6. Kompensationsmethode zur Messung elektromotorischer Kräfte. Die unbekannte elektromotorische Kraft  $E_x$  einer Stromquelle, z. B. eine Thermokraft, messen wir am sichersten mit Hilfe einer Kompensationsschaltung, s. Abb. 192. Es sei  $E_e$  die EMK der Hilfsstromquelle. Dann ist die Spannung über  $R_2$   $U_2 = \frac{E_e R_2}{R_1 + R_2}$ . In dem über ein empfindliches Galvanometer  $G$  geschlossenen Stromkreis fließt nun kein Strom, wenn die Spannung  $E_x$  der unbekanntes Stromquelle der zwischen den Enden von  $R_2$  wirkenden Spannung  $U_2$  entgegengesetzt gleich ist, sich also beide Spannungen zu 0 addieren. Verschieben wir also die Abzweigstelle  $C$  so lange, bis das Galvanometer keinen Ausschlag zeigt, so gilt  $E_x = \frac{E_e R_2}{R_1 + R_2}$ . Um diese Kompensation zu erreichen, müssen natürlich die beiden Stromquellen zueinander richtig gepolt sein, s. Abb. 192, in der der Elektronenstrom infolge der Spannung  $U_2$  im Uhrzeigersinne, infolge der EMK  $E_x$  im umgekehrten Sinne fließt.

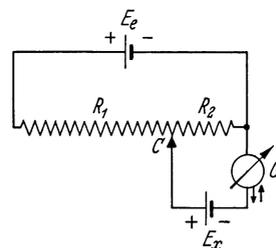


Abb. 192. Kompensationsschaltung.

7. WHEATSTONESche Brücke. Für Widerstandsmessungen benutzt man meistens die sog. WHEATSTONESche Brückenschaltung. Wir schalten den unbekanntenen Widerstand  $R_x$  mit den bekannten Widerständen  $R_1$ ,  $R_2$  und  $R_3$ , wie in Abb. 193 gezeichnet, zusammen.

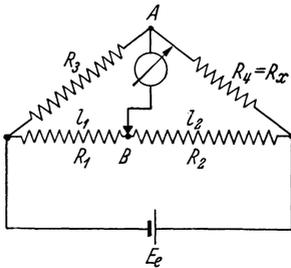


Abb. 193. WHEATSTONESche Brücke.

In die Brücke, d. h. in die Verbindung der Punkte  $A$  und  $B$  schalten wir ein empfindliches Galvanometer.  $R_1$  und  $R_2$  macht man veränderlich, am einfachsten dadurch, daß sie zusammen einen ausgespannten Widerstandsdraht bilden und daß der Brückendraht diesem Meßdraht schleifend entlang geführt werden kann. Die Widerstände  $R_1$  und  $R_2$  verhalten sich dann einfach wie die Drahtlängen  $l_1$  und  $l_2$ . Man verschiebt nun den Schleifkontakt  $B$  so lange, bis die Brücke stromlos geworden ist. Das ist der Fall, wenn zwischen den Punkten  $A$  und  $B$  keine Spannungsdifferenz vorhanden ist, d. h. wenn der Spannungsabfall längs  $R_1$  und  $R_2$  bzw.  $R_3$  und  $R_4$  so ist, daß  $A$  und  $B$  auf gleicher Spannung sind. Da bei stromloser Brücke die Teilspannungen über den Widerständen sich, wie wir auf S. 131 gesehen haben, wie die Widerstände selbst verhalten, gilt in diesem Falle die Beziehung

$$\frac{R_x}{R_3} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{l_2}{l_1},$$

mittels der wir den unbekanntenen Widerstand  $R_x$  bestimmen können.

### III. Strom und Wärme.

§ 113. **Stromarbeit und Stromwärme.** Um einen Kondensator zu laden, z. B. wie in Abb. 171 die eine Platte negativ gegen Erde aufzuladen, müssen wir Arbeit aufwenden, vgl. § 105. Ihr Gegenwert wird als elektrische Energie im Kondensator aufgespeichert. Lassen wir es zu einem Ladungsausgleich kommen, so wird diese Energie wieder frei. Der Ladungsausgleich kann auf verschiedene Weise erfolgen, etwa derart, daß die Ladungsträger von der einen Platte zur anderen ohne Reibung (z. Glühelctronen im Vakuum, s. § 129) herübergezogen werden, also im elektrischen Felde die Spannung  $U$  frei durchlaufen und einen entsprechenden Betrag an kinetischer Energie aufnehmen. Dieser Vorgang entspricht der Umwandlung der potentiellen Energie von gestautem oder unter Druck stehendem Wasser in kinetische Energie des abströmenden Wassers.

Erfolgt der Ladungsausgleich durch einen Draht, so können die Elektronen die Spannung  $U$  nicht mehr frei durchfallen. Sie erfahren vielmehr durch die Metallionen eine solche Bremsung, daß sie mit konstanter und außerordentlich geringer Geschwindigkeit, s. § 110, durch den Draht wandern. Infolge dieser Reibung wird die gesamte aufgespeicherte elektrische Energie nicht in kinetische Energie der Elektronen, sondern in Wärme, sog. Joulesche Wärme, umgewandelt, so wie etwa die potentielle Energie von Regentropfen beim Absinken infolge der Reibung in Luft nicht in kinetische, sondern in Wärmeenergie umgewandelt wird.

Die in einem Leiter (Metall oder Elektrolyt, s. § 123) beim Stromdurchgang entwickelte Wärme können wir leicht angeben. Um die Ladung  $Q$  von der geredeten Platte auf die Platte mit der konstanten Spannung  $U$  zu bringen, muß man die Arbeit  $QU$  aufwenden, s. § 100 und 105. Dieser Energiebetrag wird, wenn die Ladung umgekehrt zur Erde abfließt, wieder frei. Hält man die Spannung  $U$  durch Zuschalten einer Stromquelle konstant und fließt  $t$  sec lang ein Strom der Stärke  $I$ , so ist die Elektrizitätsmenge  $Q = It$  übergegangen und

daher ein Energiebetrag freigeworden, der als Stromarbeit  $A$  bezeichnet wird und dessen Wert durch

$$A = QU = UI t$$

bestimmt ist. Die Stromarbeit pro Sekunde oder die Stromleistung  $N$  ist daher

$$N = UI.$$

Die Stromarbeit  $UI t$  steht immer zur Verfügung, wenn ein Strom  $I$  zwischen zwei Punkten, die gegeneinander die Spannung  $U$  besitzen,  $t$  Sekunden lang fließt. Je nach den Umständen kann sie in die verschiedensten Energieformen umgewandelt werden, z. B. in kinetische Energie der Ladungsträger (Kathodenstrahlen, s. § 130), in chemische Energie (Aufladen einer Batterie, s. § 125), in mechanische Energie (Antrieb eines Motors, s. § 140) oder schließlich in Wärme. Die in einem Leiter vom Widerstand  $R$  sekundlich entwickelte Joulesche Wärme können wir, da nach dem OHMSchen Gesetz  $U = IR$  ist, auch anders, nämlich durch

$$N = UI = I^2 R$$

ausdrücken. Die Stromwärme ist also dem Quadrat der Stromstärke und dem Widerstand direkt proportional.

Da die beim Transport von 1 Coulomb zwischen zwei Punkten, die gegeneinander die Spannung 1 Volt besitzen, umgesetzte (aufgewandte oder gewonnene) Arbeit 1 Joule oder 1 Wattsekunde beträgt, s. § 100, gibt uns das Produkt aus Volt, Ampere und Sekunden direkt die Stromarbeit in Wattsekunden. Die Stromleistung in Watt ist daher einfach durch die Voltamperezahl gegeben oder

$$1 \text{ Watt (W)} = 1 \text{ Voltampere (VA)},$$

$$1 \text{ Wattsekunde (Ws)} = 1 \text{ (VAs)}.$$

Im praktischen Leben benutzt man für die elektrische Leistung und die Stromarbeit meist die größeren Einheiten:

$$1 \text{ Kilowatt (kW)} = 1000 \text{ Watt} = 1,360 \text{ PS},$$

$$1 \text{ Kilowattstunde (kWh)} = 1000 \cdot 60 \cdot 60 \text{ Ws} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Ws}.$$

Ein Apparat an einem Netz von 220 Volt verbraucht also bei 5 Ampere 1,1 kW und in 5 Stunden 5,5 kWh.

Um die beim Stromdurchgang entwickelte Stromwärme in Kalorien zu erhalten, müssen wir die in Wattsekunden ausgedrückte Stromarbeit auf Wärmeinheiten umrechnen. Nach früheren, s. § 12, ist  $1 \text{ Ws} = 1 \text{ Joule} = 0,239 \text{ cal}$ , so daß wir für die JOULESche Wärme  $W$  in Kalorien erhalten

$$W = 0,239 UI t \text{ cal} = 0,239 I^2 R t \text{ cal},$$

wobei  $U$  in Volt und  $I$  in Ampere auszudrücken sind. Den Umrechnungsfaktor  $0,239 \text{ cal/Ws}$  nennt man das elektrische Wärmeäquivalent.

**§ 114. Praktische Anwendungen der Stromwärme.** Um Leitungen und Apparate vor zu starken Strömen zu schützen, schaltet man Sicherungen, d. h. dünne Drähte oder Blechstreifen in die Leitung ein, die so bemessen sind, daß sie bei einer bestimmten Strombelastung durchschmelzen und so den Strom unterbrechen.

Glühlampen enthalten feine Drähte aus Wolfram, die durch den Strom zur Weißglut erhitzt werden. Die Drähte nehmen eine solche Temperatur an, daß die zugeführte Wärmemenge gerade die durch Strahlung, Leitung und Konvektion abgegebene deckt. Die Lebensdauer der Lampen ist vor allem durch

die bei hohen Temperaturen merkliche Verdampfung der Metallfäden begrenzt. Diese Verdampfung kann man herabsetzen, wenn man die Lampen nicht evakuiert, sondern mit reinem Stickstoff oder Argon von etwa  $\frac{1}{2}$  Atm Druck füllt.

Ferner benutzt man die Stromwärme mit großem Vorteil im täglichen Leben zum Heizen und Kochen und in der Wissenschaft und Technik für elektrische Öfen der verschiedensten Art, vom kleinen Laboratoriumsofen bis zu den riesigen elektrischen Schmelzöfen der Technik für die elektrothermische Erzeugung von Aluminium, Elektronmetall, Elektro Stahl usw. Sehr bequem sind Laboratoriumsofen, bei denen ein dünnes Platinband auf ein Porzellanrohr aufgewickelt ist. Zur Wärmeisolation ist das Ganze von einem zweiten Rohr umgeben und der Zwischenraum mit einer wärmeisolierenden Masse (Magnesiumoxyd und dgl.) ausgefüllt. Mit solchen Öfen kann man durch Änderung der Stromstärke beliebige Temperaturen bis etwa  $1500^{\circ}\text{C}$  herstellen. Über Hitzdrahtstrommesser s. § 120.

**§ 115. Thermoelektrizität.** Schließen wir zwei Drähte aus verschiedenen Metallen zu einem geschlossenen Kreis, s. Abb. 194, so treten an den Berührungsstellen, wie wir in § 107 gesehen haben, Potentialdifferenzen, sog. Berührungsspannungen auf, die sich aber gerade aufheben, solange die beiden „Lötstellen“ auf gleicher Temperatur sind. Dasselbe ist der Fall, wenn wir noch weitere Metalle hinzunehmen. Es fließt daher in einem aus beliebig vielen und verschiedenen Metallen bestehenden geschlossenen Kreise kein Strom, solange nur an allen Verbindungsstellen dieselbe Temperatur herrscht. Leiter dieser Eigenschaft, wie die Metalle, nennen wir „Leiter erster Klasse“, vgl. dazu § 125.

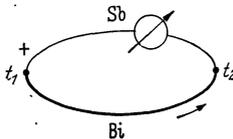


Abb. 194. Thermoelement. Der Pfeil gibt die Richtung des Elektronenstroms für  $t_1 > t_2$  an.

Da aber die Berührungsspannungen eine merkliche Temperaturabhängigkeit besitzen, tritt in einem aus zwei verschiedenen Metallen gebildeten Kreise beim Erwärmen der einen Lötstelle eine elektromotorische Kraft  $E_{\text{Th}}$ , kurz als Thermokraft bezeichnet, auf, sog. Thermoeffekt. Diese Thermokraft wird nicht geändert, wenn wir noch beliebige andere Metalldrähte in den Kreis einschalten, wenn nur die neuen zusätzlichen Lötstellen die gleiche Temperatur besitzen. Die Thermokraft setzt die Elektronen in Umlauf, es entsteht ein sog. Thermostrom der Stärke  $I = E_{\text{Th}}/R$ ,  $R$  der Widerstand des Leiterkreises. Ein Metallpaar, das bei Erwärmung der einen Lötstelle einen Thermostrom liefert, wird als Thermoelement bezeichnet. Seine Thermokraft wächst mit der Temperaturdifferenz zwischen den beiden Lötstellen, und zwar weitgehend proportional. Die Thermokräfte sind recht klein. Das Paar Wismut-Antimon, das schon eine besonders große EMK liefert, gibt 100 Mikrovolt pro Grad, also bei  $100^{\circ}$  Temperaturdifferenz 0,01 Volt; Kupfer-Konstantan gibt 42 Mikrovolt pro Grad.

Thermoelemente werden vielfach und mit großem Vorteil zu Temperaturmessungen benutzt; man kann mit ihrer Hilfe auch an schwer zugänglichen Stellen die Temperatur messen (Überwachung von Betriebsanlagen) und ferner wegen ihrer geringen Wärmekapazität ohne Störung auch kleine Objekte ausmessen (physiologische Untersuchungen); weitere Anwendungen s. § 194. Außerdem kann man auf elektrischem Wege die Temperatur viel genauer messen als mit gewöhnlichen Thermometern und überdies einen sehr großen Temperaturbereich erfassen. So eignet sich die Kombination von Platin mit einer Platin-Rhodiumlegierung für Messungen bis zu  $1600^{\circ}\text{C}$ .

Die Umkehrung des Thermoeffektes ist der PELTIER-Effekt. Schicken wir durch einen aus zwei verschiedenen Metallen gebildeten Leiterkreis, dessen

Lötstellen die gleiche Temperatur besitzen, mit Hilfe einer Batterie einen Strom, so bekommen wir an der einen Lötstelle eine Erwärmung, an der anderen eine Abkühlung.

Infolge des PELTIER-Effektes beeinflusst jeder Thermostrom die ursprünglich ihn verursachende Temperaturdifferenz, und zwar verläuft die Temperaturänderung durch den Thermostrom so, daß sie die ursprüngliche Temperaturdifferenz zu verkleinern sucht, ihr also entgegenwirkt. (Prinzip des kleinsten Zwanges, s. § 87.)

Wäre das nicht der Fall, so würde jede zufällig entstehende Temperaturdifferenz infolge des Thermostromes vergrößert werden und hierdurch wieder einen stärkeren Thermostrom erzeugen, so daß sich auf diese Weise Strom und Temperaturdifferenz gegenseitig aufschaukeln würden. So würde von selbst eine immer größere Temperaturdifferenz auftreten und Wärmeenergie in eine andere Energieform umgewandelt werden, was ein Widerspruch zum zweiten Hauptsatz wäre.

Durch den Thermostrom wird also die Temperatur der heißen Lötstelle erniedrigt, wodurch eine zu kleine Temperaturdifferenz vorgetauscht wird. Man vermeidet diesen Fehler, wenn man die Thermokraft des Thermoelements mittels einer Kompensationschaltung, s. § 112, d. h. im stromlosen Zustande mißt.

#### IV. Das magnetische Feld.

§ 116. **Grunderscheinungen des Magnetismus.** Das in der Natur vorkommende Magneteisen  $\text{Fe}_3\text{O}_4$  mancher Fundstellen hat die Fähigkeit, magnetisch weiches Eisen, Eisenfeilicht oder kleine Eisenstücke anzuziehen und festzuhalten. Man bezeichnet diese Eigenschaft als Magnetismus, das betreffende Eisenerz als einen natürlichen Magneten. Dieselbe Eigenschaft zeigt ein künstlicher Magnet, das ist z. B. ein Stahlstab, den man mit einem natürlichen Magneten passend gestrichen oder den man in eine stromdurchflossene Spule, s. § 119, gesteckt hat. Wälzt man einen solchen Stabmagneten in Eisenfeilicht und zieht ihn heraus, so bleibt dieses vor allem an den Enden hängen, s. Abb. 195. Diese Stellen mit besonders ausgeprägter Kraftwirkung bezeichnen wir als die Pole. Ein Magnet hat nie weniger als zwei Pole, die sich charakteristisch voneinander unterscheiden. Hängen wir nämlich den Stab so auf, daß er sich horizontal frei drehen kann, so stellt er sich ungefähr in die Nord-Südrichtung ein, wobei der eine Pol, den wir daher als Nordpol bezeichnen, immer nach Norden, der andere, der Südpol immer nach Süden zeigt. Nähern wir zwei Magnete einander, so stellen wir fest:

Gleichnamige Pole stoßen sich ab, ungleichnamige Pole ziehen sich an.

Bringen wir in die Nähe eines Magneten ein Stück weiches Eisen, so wird dieses selbst magnetisiert und kann Eisenfeilicht anziehen, s. Abb. 196. Dieser induzierte oder induzierte Magnetismus verschwindet jedoch, die Eisenspäne fallen wieder ab, sobald der andere Magnet entfernt wird. Wiederholen wir den Versuch mit einem Stück Stahl, so bleibt dieser auch nach Entfernung des induzierenden Magneten magnetisch (permanenter Magnetismus).

Das Gebiet um einen Magneten, in dem wir magnetische Kräfte beobachten, bezeichnen wir als sein magnetisches Feld. Dieses Feld kann genau so wie das elektrische Feld im leeren Raume existieren. Die Anwesenheit der Atmosphäre ist von ganz untergeordneter Bedeutung. (Den Einfluß von Materie größerer Dichte werden wir später, s. § 137ff., besprechen.)

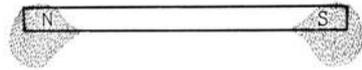


Abb. 195. Die Pole eines Magneten.

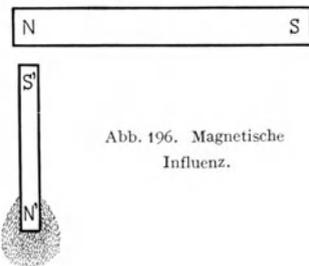


Abb. 196. Magnetische Induzenz.

Von diesem magnetischen Felde können wir, ebenso wie früher vom elektrischen Felde ein sehr anschauliches Bild gewinnen. Wir legen dazu auf einen Magneten eine Glasplatte und bestreuen diese mit Eisenfeilicht. Die durch Influenz magnetisierten Eisenteilchen stellen sich dann, besonders bei leichtem

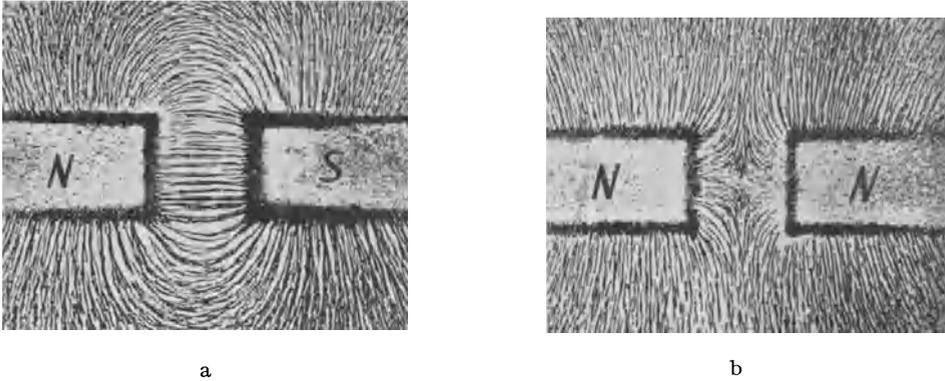


Abb. 197. Kraftlinienbild zweier entgegengesetzter (a) und zweier gleichnamiger (b) Magnetpole.

Klopfen in die jeweilige Feldrichtung ein und ordnen sich zu Fäden entlang den magnetischen Kraftlinien, so daß ihre Richtung uns direkt die der magnetischen Kraft gibt, s. Abb. 197a u. b, die das Kraftlinienbild für zwei sich anziehende bzw. abstoßende Magnete zeigt. Die Richtung des Feldes setzen wir so fest, daß sie die Richtung der Kraft auf den Nordpol eines Magneten ergibt, vgl. Abb. 199.

Soweit zeigen Magnetismus und Elektrizität eine weitgehende Ähnlichkeit. Ein wesentlicher Unterschied liegt jedoch darin, daß es im Gegensatz zur Elek-

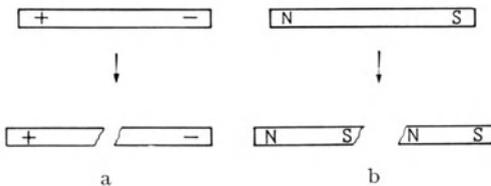


Abb. 198. Zerbrechen eines elektrischen Dipols (a) und eines Magneten (b).

tricität keine wahren Magnetismus, keine magnetische Substanz gibt. Davon überzeugen wir uns durch folgenden Versuch. Brechen wir einen stabförmigen Isolator, der an den Enden ungleichsinnige Ladungen trägt, also einen sog. elektrischen Dipol darstellt, in der Mitte auseinander, so erweist sich das eine Stück als positiv, das andere als negativ geladen, s. Abb. 198a. Positive und negative elektrische Ladungen können wir also trennen. Machen wir diesen Versuch mit einem Magnetstabe, brechen ihn also ebenfalls in der Mitte durch und wiederholen das beliebig oft, so erweist sich jedes Bruchstück immer als neuer vollständiger Magnet mit Nord- und Südpol, s. Abb. 198b. In der ehemaligen Mitte des Stabes sind also neue entgegengesetzte Pole aufgetreten. Es gelingt nie, Nord- und Südmagnetismus zu trennen. Es gibt also keine für sich allein bestehende Magnetismenmenge, keinen wahren Magnetismus. Diese Eigentümlichkeit werden wir in § 119 erklären.

Obwohl wir also eigentlich nur magnetische Dipole kennen, ist es manchmal nützlich, mit der Vorstellung einzelner Magnetpole zu arbeiten. Die Wirkung eines Stabmagneten läßt sich nämlich annähernd durch zwei gedachte Pole, nahe den Stabenden — etwa im Abstand von  $\frac{1}{2}$  der Stablänge — ersetzen.

Ist die Polstärke  $m$ , ihr Abstand  $l$ , so nennen wir

$$M = ml$$

das magnetische Moment des Stabes. Nur dieses ist der genaueren Messung zugänglich.

Bei genügend langen Stäben (Stricknadeln), wo die Kraftwirkung des entfernteren Endes praktisch unmerklich wird, kann man die Kraftwirkung der Pole einzeln untersuchen. Dabei findet man eine dem COULOMBSchen Gesetz der Elektrizität ganz entsprechende Beziehung

$$K = \text{const} \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Setzen wir die Konstante in Luft oder im Vakuum gleich eins, so können wir die Einheit der Polstärke so definieren: Ein Magnetpol hat die Stärke eins, wenn er auf den gleich starken Pol im Abstände von 1 cm die Kraft von 1 Dyn ausübt.

Nun können wir auch die Einheit der magnetischen Feldstärke  $\mathfrak{H}$  festsetzen, und zwar zunächst ganz entsprechend der Definition der elektrischen Feldstärke, die wir früher als die Kraft auf die Ladungseinheit bezeichnet haben, s. § 99. Denken wir uns einen Magneten vom Momente  $M = ml$  in ein homogenes Feld gebracht, so erfährt dieser lediglich ein Drehmoment um seine Mitte S, s. Abb. 199, da auf jeden Pol eine Kraft  $mH$  einwirkt, die

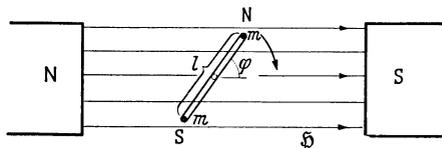


Abb. 199. Drehmoment auf einen Magneten im homogenen Felde.

ein Drehmoment  $\frac{mHl}{2} \sin \varphi$  ergibt. Das gesamte Drehmoment  $D$  ist daher

$$D = mlH \sin \varphi = MH \sin \varphi.$$

In die Beobachtung geht also nur das magnetische Moment ein und wir können daher die Einheit der magnetischen Feldstärke als diejenige Feldstärke definieren, die auf einen zur Richtung des Feldes senkrechten Magneten vom Momente eins das Drehmoment eins ausübt. Diese Einheit der magnetischen Feldstärke  $\mathfrak{H}$  nennen wir ein Oersted (Oe); früher auch als ein Gauß bezeichnet. Doch wird diese Bezeichnung jetzt der magnetischen Induktion  $\mathfrak{B}$  vorbehalten, s. § 134.

**§ 117. Erdmagnetismus.** Die Tatsache, daß ein beweglicher Magnetstab sich überall in eine bestimmte Richtung einstellt, zeigt uns, daß auf der Erde ein magnetisches Feld vorhanden, die Erde selbst also offenbar ein Magnet ist. Da die Magnetnadel sich nicht genau in die Nord-Südrichtung einstellt, sondern um einige Grade vom geographischen Meridian abweicht, folgt, daß die magnetischen Pole der Erde nicht mit den geographischen Polen zusammenfallen. So liegt der eine magnetische Pol im arktischen Nordamerika auf etwa  $70^\circ$  nördl. Breite und  $96^\circ$  westl. Länge.

Eine frei bewegliche Magnetnadel stellt sich nicht horizontal, sondern schief ein, wobei ihr Nordpol auf der nördlichen Halbkugel nach unten zeigt. Die Abweichung der Kompaßnadel von der geographischen Nord-Südrichtung bezeichnet man als Deklination, den Neigungswinkel  $i$  gegen die Horizontale als Inklination, s. Abb. 200. Beide Winkel sind von Ort zu Ort verschieden und ändern sich außerdem langsam mit der Zeit.

Die Deklination liegt zur Zeit in Deutschland zwischen  $2^\circ$  im Osten und  $9^\circ$  im Westen, die Inklination zwischen  $63^\circ$  im Süden und  $69^\circ$  im Norden. Die Intensität des erdmagnetischen Feldes beträgt einige Zehntel Oe, die Horizontalkomponente  $\mathfrak{H}_h$  ist bei uns etwa  $0,2$  Oe groß, s. Abb. 200.

Verbindet man auf einer Karte alle Orte, die dieselbe Deklination zeigen, so erhält man die Isogonen oder Kurven gleicher Deklination. Ihre Kenntnis ist für die Orientierung auf See und in der Luft unerlässlich. Wegen der zeitlichen Änderungen des erdmagnetischen Feldes muß dieses in über die ganze Erde verstreuten magnetischen Observatorien laufend vermessen werden. Das ist um so notwendiger, als das Magnetfeld der Erde nicht nur periodische, tägliche und säkulare, sondern auch ganz unregelmäßige und sprunghafte Schwankungen zeigt.

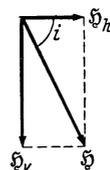


Abb. 200. Die Komponenten des erdmagnetischen Feldes.

§ 118. **Magnetfeld eines Stromes.** Wie wir schon früher mit Hilfe einer Kompaßnadel erkannt haben, sind bewegte elektrische Ladungen, d. h. ein elektrischer Strom immer von einem Magnetfelde umgeben. Untersuchen wir das Feld, z. B. eines senkrecht stehenden stromdurchflossenen Leiters näher, so finden wir, daß eine freibewegliche Magnetnadel sich immer in die Horizontalebene einstellt und ferner so, daß sie die Tangente an einen zum Leiter senkrechten und konzentrischen Kreis bildet, s. Abb. 201. Daraus folgt, daß die magnetischen Kraftlinien eines geraden stromdurchflossenen Leiters konzentrische Kreise bilden. Wir haben also in sich zurücklaufende geschlossene Kraftlinien, die im Gegensatz zu den Kraftlinien bei elektrischen Ladungen nirgends einen Anfang oder ein Ende besitzen.

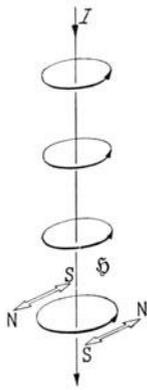


Abb. 201. Magnetfeld eines geradlinigen Stromes; die Stromrichtung ist die der Elektronen, die Feldrichtung diejenige, in die sich der Nordpol einer Magnetnadel einstellt.

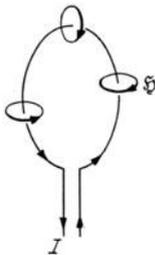


Abb. 202. Magnetfeld eines Kreisstromes.

Für einen zum Kreis gebogenen stromdurchflossenen Draht erhalten wir das Kraftlinienbild der Abb. 202, wie es sich aus der Zusammensetzung der Felder antiparallel fließender Ströme ergibt. Die Kraftlinien treten auf der einen

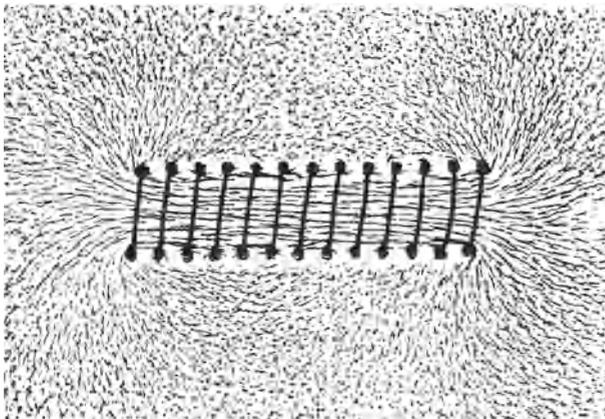


Abb. 203. Magnetfeld einer Spule. (Aus Pohl: Elektrizitätslehre.)

Seite der Fläche heraus, gehen um den Leiter außen herum und münden auf der anderen Seite wieder auf der Kreisfläche. Das Feld einer solchen Stromschleife gleicht also dem eines außerordentlich kurzen Magneten, wir sprechen von einer magnetischen Platte. Die von der Strombahn eingeschlossene Fläche heißt seine Windungsfläche. Wird dieselbe Fläche  $F$  in  $n$  Windungen vom gleichen Strom durchflossen, so ist die Windungsfläche  $nF$ . In einer stromdurchflossenen Spule, die ja ein System von hintereinander gestellten im gleichen Sinne durchflossenen Kreisen darstellt, erhalten wir als Überlagerung der von den einzelnen Windungen erzeugten Felder das in Abb. 203 wiedergegebene Feld. Im Inneren verlaufen die Kraftlinien parallel zur Spulenachse und treten an den Enden, den Polen ins Freie aus. Das Feld einer solchen Spule stimmt daher im Außenraum völlig mit dem eines Stahlmagneten überein, das Feld eines einzelnen Kreisstromes mit dem einer Eisenplatte, die so magnetisiert ist, daß sie auf der einen Seite einen Nordpol, auf der anderen einen Südpol trägt, sog. magnetische Platte. Sowohl die Spule wie der einzelne Kreis stellen sich, frei aufgehängt, in die Nord-Südrichtung ein.

Da die magnetischen Kraftlinien in sich geschlossen sind, verlaufen die Kraftlinien innerhalb der Spule umgekehrt wie im Außenraum, also vom Süd- zum Nordpol, s. Abb. 239. Ihre Zahl ist innen und außen gleich, nur verteilen sie sich außen auf einen größeren Raum, während sie im Inneren sehr dicht verlaufen, so daß hier ein viel stärkeres Feld als im Außenraume herrscht.

Das Feld im Innern einer Spule hängt nur vom Produkt aus der Stromstärke  $I$  und der Zahl  $n$  der Windungen pro cm, d. h. von der sog. Amperewindungszahl pro cm ab, und zwar ist  $H = 0,4 \pi n I$  Oe.

Wickelt man die Spule als geschlossenen Ring, so erhält man eine Spule ohne Pole und mit feldfreiem Außenraum oder einen sog. Ringmagneten, s. Abb. 233 in § 134.

**§ 119. Molekulare elektrische Deutung des Magnetismus.** Wir können einen Stahlmagneten immer durch eine stromdurchflossene Spule derselben Form ersetzen, wenn wir nur die Wicklung richtig ausführen. Diese und die weitere Tatsache, daß wir ja, wie in § 116 besprochen, nie Nord- und Südmagnetismus trennen können, legen es nahe, auch das Feld eines Stahlmagneten auf elektrische Ströme, d. h. auf die Bewegung von Ladungen zurückzuführen. Wir machen uns dabei folgendes Bild, das wir in § 138 und 139 näher besprechen werden. Jedes Eisenatom stellt einen Elementarmagneten dar, hervorgerufen durch einen Elementarstrom oder atomaren Kreisstrom, der auf der kreisenden und wirbelnden Bewegung der Elektronen innerhalb des Atoms beruht.

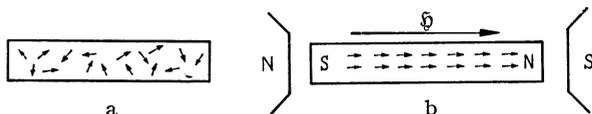


Abb. 204. Unmagnetischer (a) und magnetisierter (b) Stahlstab.

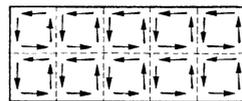


Abb. 205. Gegenseitige Kompensation der Elementarströme im Innern.

Ursprünglich sind diese Magnete ungeordnet, der Stahl unmagnetisch, s. Abb. 204a. Bringe ich ihn in ein Magnetfeld, so richten sich die Elementarmagnete aus, und der Stab wird magnetisch, s. Abb. 204b. Betrachten wir eine Platte, die senkrecht zur Stabachse so dünn herausgeschnitten ist, daß sie nur eine Atomschicht enthält, so heben sich die in jedem Atom gleichsinnig umlaufenden Elementarströme im Inneren gegenseitig auf und es bleibt nur ein außen umlaufender Strom übrig, s. Abb. 205, dessen Feld mit dem der magnetischen Platte übereinstimmt. Schalten wir eine große Reihe von solchen Platten hintereinander, so erhalten wir einen Stabmagneten bzw. aus der einen Stromschleife eine Spule. So können wir das Feld des ganzen Stabes als das einer stromdurchflossenen Spule auffassen. Auf die Elementarströme werden wir später in § 138 näher eingehen.

**§ 120. Kraftwirkungen auf Ströme im Magnetfeld.**

$\alpha$ ) Leiter im Magnetfeld. Ein Strom erzeugt ein Magnetfeld, übt also auf einen Magneten eine Kraft aus. Nach dem Prinzip von Kraft und Gegenkraft übt daher auch der Magnet eine Kraft auf den Strom aus. Diese können wir leicht nachweisen, wenn wir einen Leiter, etwa ein Lamettaband, in das Feld eines Hufeisenmagneten bringen, s. Abb. 206. Beim Einschalten des Stromes wird der Leiter nach rechts, beim Umpolen nach links abgelenkt. Die Richtung der Kraft steht immer senkrecht auf den Richtungen des Stromes und des magnetischen Feldes. Sind Strom- und Feldrichtung einander parallel, so wird die Kraft null.

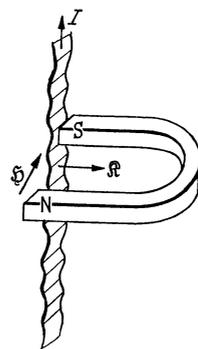


Abb. 206. Kraftwirkung auf ein stromdurchflossenes Band im Magnetfeld; die Stromrichtung ist die des Elektronenstromes.

Bei diesem Versuch spielt der Leiter eine ganz untergeordnete Rolle, da es sich im Grunde um die Kraft auf die bewegten Ladungsträger, in diesem Falle die Elektronen handelt. Die dieser Kraft folgenden Elektronen nehmen den Leiter einfach mit. Wir werden später in § 130 die unmittelbare Ablenkung von freien Elektronen im Magnetfelde kennenlernen.

β) Kraftwirkungen elektrischer Ströme aufeinander. Da elektrische Ströme Träger magnetischer Felder sind und in einem Magnetfeld selbst Kraftwirkungen erfahren, müssen auch zwei Ströme aufeinander Kräfte ausüben. Betrachten wir zwei parallele Ströme, so finden wir, wenn sie gleichgerichtet sind, Anziehung, wenn sie entgegengesetzt gerichtet sind, Abstoßung. Gekreuzte Stromkreise suchen sich parallel zu stellen.

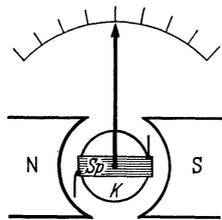


Abb. 207. Schema eines Drehspulstrommessers.

γ) Anwendung bei Meßgeräten. Die Ablenkung des Stromes in einem Magnetfeld kann man zur Strommessung benutzen. Die zuverlässigsten Strommesser beruhen auf dem sog. Drehspulprinzip. Zwischen den Polen eines kräftigen Hufeisenmagneten befindet sich eine drehbare, auf Spitzen gelagerte und von dem zu messenden Strom durchflossene rechteckige Spule *Sp*, s. Abb. 207. Um ein möglichst kräftiges und homogenes Feld zu erzielen, sitzt im Innern der Spule isoliert und nicht mit ihr drehbar ein zylindrischer Weicheisenkörper *K*. Die Ablenkung der stromdurchflossenen Spule im Felde wird auf einen Zeiger übertragen.

Zur Messung sehr schwacher Ströme wird der Spulenrahmen an einem dünnen Metallband aufgehängt. Solche als Galvanometer bezeichneten Strommesser besitzen einen mit dem drehbaren Teil fest verbundenen kleinen Spiegel, so daß man die Drehung durch die Ablenkung eines Lichtstrahles messen kann.

Da der Ausschlag von Drehspulgeräten von der Stromrichtung abhängt und sie schnellen Wechseln wegen ihrer Trägheit nicht zu folgen vermögen, sind sie für die Messung von Wechselströmen nicht brauchbar, es sei denn, daß man durch einen eingebauten Trockengleichrichter den Strom in der einen Richtung unterdrückt. Der Umstand, daß die Stromwärme proportional mit dem Quadrat der Stromstärke verläuft, s. § 114, also von der Richtung des Stromes unabhängig ist, gibt uns die Möglichkeit, Hitzdrahtstrommesser zu bauen, bei denen die Verlängerung eines vom durchgehenden Strome erwärmten Drahtes auf einen drehbaren Zeiger übertragen wird.

Für die genauere Messung von Wechselströmen benutzt man elektrodynamische Strommesser. Bei diesen befindet sich die drehbare Spule nicht wie bei den gewöhnlichen Drehspulmeßgeräten im Felde eines permanenten Magneten, sondern in dem einer festen von demselben Strome durchflossenen Magnetspule, so daß bei einem Wechsel der Stromrichtung sich auch die Feldrichtung der festen Spule umkehrt, der Ausschlag also nach derselben Seite erfolgt. So können Wechselströme beliebiger Frequenz gemessen werden.

Für technische Zwecke benutzt man vielfach die einfachen und billigen, wenn auch nicht sehr genauen Weicheisenmeßgeräte. Diese enthalten eine Spule, in die ein an einer Feder befestigter Eisenkern hereinragt, s. Abb. 208. Fließt ein Strom, so wird das Eisen magnetisiert und in die Spule hereingezogen. Wechselt der Strom seine Richtung, so wird auch der Weicheisenkern ummagnetisiert, so daß die Bewegungsrichtung dieselbe bleibt.

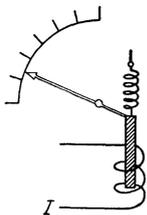


Abb. 208. Schema eines Weicheisenstrommessers.

Zur Untersuchung von raschen Stromänderungen benutzt man Saitengalvanometer und Oszillographen. Das Saitengalvanometer enthält eine sehr dünne gespannte stromdurchflossene Saite im Felde eines permanenten Magneten nach dem in Abb. 206 angegebenen Schema, der Schleifenoszillograph eine gespannte Schleife mit einem ganz leichten Spiegel. Wegen der geringen Masse des Systems besitzen diese Geräte eine sehr große Empfindlichkeit und geringe Trägheit, so daß sie für Apparate zur Registrierung schwacher und schnell wechselnder Ströme unentbehrlich sind. Das Fadenbild bzw. die Spiegelverdringung werden dabei photographisch registriert.

Schickt man durch ein Galvanometer einen Strom nur kurze Zeit hindurch, so spricht man von einem Stromstoß. Er setzt die Elektrizitätsmenge  $Q = i \, dt$  ( $i$  die momentane Stromstärke) in Bewegung und übt auf die drehbare Spule nur einen kurzdauernden einmaligen Impuls oder Kraftstoß aus. Diese wird dadurch wie ein Pendel aus der Ruhelage herausgeworfen und bewegt sich bis zu einem Ausschlage, der, solange die Dauer des Stromstoßes klein gegen die Schwingungsdauer des Gerätes ist, dem Stromstoß und damit der durch das Galvanometer gegangenen Elektrizitätsmenge  $Q$  proportional ist. Daher kann man mit einem für solche Messungen geeigneten, sog. ballistischen Galvanometer Elektrizitätsmengen, z. B. die Ladung eines Kondensators bestimmen.

## V. Elektrizitätsleitung in Flüssigkeiten.

### a) Mechanismus der Elektrizitätsleitung.

§ 121. Die elektrolytische Dissoziation. Jede Elektrizitätsleitung beruht auf der Wanderung von Ladungsträgern im elektrischen Felde, s. § 102 und 108. In Metallen wird die Leitung, wie schon in § 110 besprochen, ausschließlich durch die Elektronen besorgt. In Flüssigkeiten sind mit Ausnahme flüssiger Metalle die Ladungsträger die Ionen, d. h. geladene Atome und Atomgruppen. Wir haben es also mit materiellen Elektrizitätsträgern oder mit einer Ionenleitung zu tun. Das ergibt sich aus folgendem Versuch.

Wir hängen in ein mit reinem destillierten Wasser gefülltes Gefäß zwei Metallplatten, die sog. Elektroden ein und schalten eine Stromquelle mit einigen Volt Spannung an, s. Abb. 209. Ein eingeschalteter Strommesser zeigt nur einen ganz schwachen Strom an, d. h. reines Wasser ist ein sehr schlechter Leiter. Setzen wir einige Prozent eines Salzes oder einer Säure zu, so steigt der Strom um Größenordnungen, die Flüssigkeit ist gut leitend geworden. Durch weitere Versuche, z. B. mit einer wässrigen Lösung von Kupferchlorid, kann man an der einen Elektrode, und zwar an der negativen, die Abscheidung von Kupfer und an der positiven Elektrode die von Chlor nachweisen. Dabei benutzen wir für die positive Elektrode einen Kohlestab, an dem das Chlor, ohne mit der Elektrode zu reagieren, in Blasen aufsteigt und direkt nachgewiesen werden kann. Das Kupfer erkennen wir als Niederschlag an der anderen Elektrode. Die positive Elektrode bezeichnen wir künftig als Anode  $A$ , die negative als Kathode  $K$ . Ganz allgemein zeigt sich, daß bei der Lösung von Salzen, Säuren oder Basen die Atome der Metalle, des Wasserstoffes und des Radikals  $\text{NH}_4$  zur Kathode wandern, also positive Ionen, sog. Kationen bilden, während die Säurereste und die  $\text{OH}$ -Gruppe zur Anode gehen, also negative Ionen, sog. Anionen bilden. Die Leitfähigkeit einer wässrigen Lösung rührt also wesentlich vom gelösten Stoffe her und beruht offenbar darauf, daß dieser in positive und negative Ionen zerfällt, die unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes zu den Elektroden wandern und dort ihre Ladung abgeben. Diesen Zerfall in Ionen bezeichnet man als elektrolytische Dissoziation, die dadurch leitend

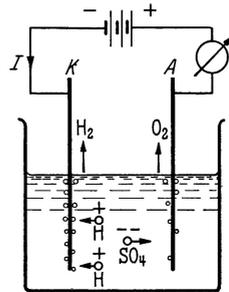


Abb. 209. Wasserzersetzung.

gewordene Flüssigkeit als Elektrolyt, die Elektrizitätsleitung als elektrolytische Leitung und die damit verbundenen Vorgänge als Elektrolyse.

Der Zerfall der Moleküle eines gelösten Stoffes in seine Ionen erfolgt nicht erst beim Anlegen von Spannung, sondern sofort beim Hereinbringen des Stoffes. NaCl ist also in wässriger Lösung nicht in Form von NaCl-Molekülen, sondern in Form von  $\text{Na}^+$ - und  $\text{Cl}^-$ -Ionen vorhanden.

Die wenn auch sehr schwache Leitfähigkeit von Wasser beruht ebenfalls auf einer Ionenleitung, indem ein, allerdings nur sehr kleiner Bruchteil der  $\text{H}_2\text{O}$ -Moleküle in  $\text{H}^+$ - und  $\text{OH}^-$ -Ionen zerfallen ist. So sind in einem Liter Wasser  $10^{-7}$  Mole oder  $1,8 \cdot 10^{-6}$  g Wasser dissoziiert.

Wie schon früher gesagt, gibt es keine idealen Isolatoren. Der Rest von Leitfähigkeit von hochisolierenden Flüssigkeiten, wie Öl, Äther und flüssige Luft, s. Tab. 14, beruht auf Verunreinigung durch fremde dissoziierte Moleküle. Entfernt man diese, so bleibt immer noch eine gewisse Restleitung übrig, die auf der ständigen Ionenbildung durch die überall vorhandene radioaktive und Ultrastrahlung beruht, vgl. § 149ff.

Auch geschmolzene Salze sowie unterkühlte Flüssigkeiten wie Gläser zeigen eine mit der Temperatur sehr schnell ansteigende Ionenleitung.

Bei der elektrolytischen Leitung muß man immer zwischen den wandernden Ionen und den an den Elektroden abgeschiedenen Reaktionsprodukten unterscheiden. Betrachten wir eine verdünnte Lösung von Schwefelsäure, so zerfällt diese in 2  $\text{H}^+$ -Ionen und in 1  $\text{SO}_4^{2-}$ -Ion. Die H-Ionen wandern zur Kathode und vereinigen sich dort nach der Entladung zu  $\text{H}_2$ , das in Blasenform aufsteigt. Die  $\text{SO}_4$ -Ionen reagieren an der Anode mit Wasser, wobei Schwefelsäure nachgebildet und Sauerstoff in Blasenform frei wird, s. Abb. 209. Bei diesem Vorgang bleibt also die Schwefelsäure erhalten und es wird lediglich Wasser zersetzt.

Schicken wir durch den eigenen Körper Strom, so treten in den Zellen Konzentrationsänderungen auf, die auf der Wanderung der Ionen innerhalb der Zellen beruhen. Sind die Konzentrationsänderungen so groß, daß sie nicht mehr durch die Diffusion (Temperaturbewegung der Ionen und Moleküle, die jede Konzentrationsänderung auszugleichen sucht) rückgängig gemacht werden, so treten physiologische Wirkungen auf, die bei entsprechenden Stromstärken zum Tode führen können. Ströme kleiner als  $10^{-2}$  Ampere geben noch keine störenden Wirkungen. Schickt man nun durch den Körper Wechselstrom von so hoher Wechselzahl, daß die während der Zeit einer Halbperiode erfolgende Ionenverschiebung, die überdies in der nächsten Halbperiode wieder rückgängig gemacht wird, von vornherein unschädlich klein bleibt, so kann man unbedenklich auch starke Ströme durchleiten. Darauf beruht die Unschädlichkeit der Diathermie mit Hochfrequenzströmen. Bei Frequenzen von  $10^5$  Hertz und mehr kann man starke Ströme von einigen Ampere anwenden und im Körperinneren beträchtliche Wärmewirkungen erzeugen.

Die physiologische Wirkung, die Stärke eines elektrischen Schlages hängt also nicht unmittelbar von der Spannung, die am Körper liegt, sondern von der Stromstärke, d. h. dem Widerstand des Körpers ab. Große Kontaktflächen, Feuchtigkeit und Schweiß setzen den Widerstand herab, so daß schon bei Spannungen unter 100 Volt gefährlich hohe Ströme auftreten können.

**§ 122. Die Ladung der Ionen.** Wir kommen jetzt zur Beantwortung der Frage nach der Größe der Ionenladung und nach dem Zusammenhang zwischen der transportierten Elektrizitätsmenge und der Menge der abgeschiedenen Stoffe. Das Beobachtungsmaterial an Elektrolyten läßt sich in den FARADAYSchen Gesetzen folgendermaßen zusammenfassen:

I. Die bei irgendeinem Elektrolyten an den Elektroden abgeschiedenen Stoffmengen sind dem Produkt aus der Stromstärke und der Zeit des Stromdurchganges, d. h. der hindurchgegangenen Elektrizitätsmenge, proportional.

II. Gleiche Elektrizitätsmengen (gleiche Ströme in gleichen Zeiten) scheiden in verschiedenen Elektrolyten chemisch äquivalente Mengen ab.

Dabei werden mit einem Äquivalentgewicht — das ist die Gewichtsmenge, deren Größe in Gramm gleich dem Atomgewicht  $A$  dividiert durch die Wertigkeit ist —, also z. B. mit 23,0 g Na oder 35,46 g Cl oder  $\frac{65,4}{2}$  g Zn 96 500 Coulomb transportiert. Diese Zahl nennen wir die FARADAYSche Konstante der Elektrolyse  $F$ . Allgemein werden mit einem Grammatom eines Elementes — das ist das Atomgewicht in Gramm — also  $n \times 96500$  Coulomb transportiert, wo  $n$  die Wertigkeit bedeutet. Bei Ionen, die mehrere Atome enthalten, z. B. bei einem  $\text{SO}_4$ -Ion, ist für das Atomgewicht die Summe der Atomgewichte der Bestandteile einzusetzen.

Die FARADAYSchen Gesetze können wir heute so deuten: In jedem Grammatom eines Elementes sind  $N_L = 6,02 \cdot 10^{23}$  Atome vorhanden.  $N_L$  ist die LOSCHMIDTSche Zahl. Daher entfällt auf jedes Atom im Mittel die Ladung  $\frac{n \cdot 96\,500}{6,02 \cdot 10^{23}} = n \cdot 1,60 \cdot 10^{-19}$  Coulomb. Wäre diese Ladung nur ein Mittelwert, würden die Atome also einmal mehr, einmal weniger Ladung mit sich führen, so könnte die Äquivalententladung kaum immer genau gleich gefunden werden. Wir ziehen daher den Schluß, daß jedes einwertige Atom ein Ion mit der Ladung  $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$  Coulomb gibt, während ein zweiwertiges Ion, wie  $\text{Ca}^{++}$  oder  $\text{SO}_4^{-}$ , eine Ladung von  $2e = 3,20 \cdot 10^{-19}$  Coulomb transportiert. Hier stoßen wir also wieder auf die atomistische Struktur der Elektrizität. Für das Elektrizitätsatom oder die elektrische Elementarladung finden wir dabei denselben Wert, wie ihn die in § 101 besprochene unmittelbare Messung der Ladung einzelner Teilchen ergibt. Setzen wir den nach der Tröpfchenmethode gewonnenen Wert für die Elementarladung  $e$  in die Gleichung  $N_L = F/e$  ein, so erhalten wir unmittelbar einen sehr genauen Wert für die LOSCHMIDTSche Zahl.

Die FARADAYSchen Gesetze geben die Möglichkeit einer zwar umständlichen, aber sehr genauen Strommessung. Schickt man durch einen mit wässriger Silbernitratlösung gefüllten Platintiegel mit Platinkathode und Silberanode, ein sog. Silbervoltmeter, einen Strom der unbekanntten Stärke  $I$  eine Zeit  $t$  hindurch, so ergibt die Gewichtszunahme der Kathode die abgeschiedene Silbermenge  $m$  und damit auch die hindurchgegangene Elektrizitätsmenge  $Q = Fm/A$ ,  $A$  das Atomgewicht des Silbers. Mißt man noch die Zeit, so hat man aus  $I = Q/t$  direkt die Stromstärke. Ein Coulomb entspricht dabei 1,118 mg Silber, so daß der Strom, der sekundlich 1,118 mg Silber abscheidet, 1 Ampere darstellt.

**§ 123. Ionenwanderung und OHMSches Gesetz.** Wir betrachten den zum OHMSchen Gesetz führenden Mechanismus der Elektrizitätsleitung, wie er in Flüssigkeiten, in Metallen und weitgehend auch in Gasen vorliegt. Denken wir uns eine Zelle der Länge  $l$  mit einem Elektrolyten gefüllt, der  $N$  positive und  $N$  negative Ionen der Ladung  $e$  im  $\text{cm}^3$  enthält. Der Querschnitt der Flüssigkeitsschicht sei  $F$ . Beim Anlegen eines Feldes  $E = U/l$  ( $U$  die Spannung) wandern zwei Kolonnen von Ionen gegeneinander auf die Elektroden zu, und zwar sehr langsam, s. weiter unten. Die Geschwindigkeit der positiven Ionen sei  $v_+$ , die der negativen  $v_-$ . Durch den Querschnitt  $F$  wandern nun in 1 s alle diejenigen positiven Ionen, welche sich zu Beginn der

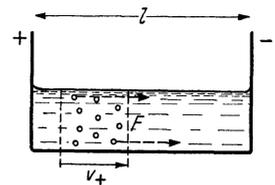


Abb. 210. Zum Mechanismus der Elektrizitätsleitung.

Sekunde in dem Zylinder der Länge  $v_+$  befanden, s. Abb. 210. Die von ihnen transportierte Elektrizitätsmenge stellt den Beitrag der positiven Ionen zur Stromstärke  $I$  dar. Es ist also  $I_+ = NeFv_+$  und die gesamte Stromstärke  $I$

$$I = I_+ + I_- = NeF(v_+ + v_-).$$

Die Stromstärke ist also das Produkt aus der Gesamtzahl  $NF$  der Ladungsträger in einem Leitungsstück von 1 cm Länge, der Einzelladung  $e$  und der Summe der Geschwindigkeiten. Diese wichtige, den Strom mit der Ladung, der Zahl und der Geschwindigkeit der Ladungsträger verknüpfende Transportgleichung gilt für jeden elektrischen Strom. Für den Widerstand  $R$  des Elektrolyten erhalten wir

$$R = \frac{U}{I} = \frac{U}{NeF(v_+ + v_-)} = \frac{l}{F} \frac{1}{Ne} \frac{E}{(v_+ + v_-)}.$$

Das OHMSche Gesetz  $R = \text{const}$  ist nun sicher erfüllt, wenn sowohl  $Ne$  wie  $\frac{E}{v_+ + v_-}$  konstant ist. Das letztere würde bedeuten, daß die Geschwindigkeit der Ionen der Feldstärke proportional ist. Da diese Annahme durch direkte Messungen bestätigt wird, muß also auch die Zahl der Ionen von der Spannung unabhängig und konstant sein. Führen wir die Beweglichkeit  $u$  eines Ions oder seine Geschwindigkeit im Felde von 1 Volt/cm, d. h. im Felde eins, ein, so ist  $v = uE$ . Die Ionen erfahren also im Felde unter der einwirkenden Kraft  $K = eE$  keine Beschleunigung, sondern bewegen sich wie in einem zähen Medium mit konstanter und der Kraft proportionaler Geschwindigkeit. Wie bei einem in Luft fallenden Regentropfen haben wir nur zu Beginn eine Beschleunigung bis zu derjenigen Geschwindigkeit, bei der die Reibungskraft der Kraft  $eE$  entgegengesetzt gleich geworden ist, vgl. § 58.

Die Wanderungsgeschwindigkeit der sich durch die dichtgepackten Wassermoleküle hindurchwindenden Ionen ist wie die Geschwindigkeit der Elektronen in einem Metall, s. § 110, überraschend klein und außerdem von Ion zu Ion verschieden. So ist die Beweglichkeit eines  $H^+$ -Ions  $3,26 \cdot 10^{-3}$  cm/s bezogen auf ein Feld von 1 Volt/cm. Die Reibung ist also recht groß, was daran liegt, daß jedes Ion wegen der starken elektrostatischen Kräfte die benachbarten Wassermoleküle festhält und so eine ganze Hülle des Lösungsmittels mit sich führt. Der Reibungswiderstand ist also, vgl. § 58, durch die Größe dieser Hülle und die innere Reibung des Wassers bestimmt.

Da die Reibung in einer zähen Flüssigkeit mit der Temperatur kleiner wird, nimmt die Leitfähigkeit eines Elektrolyten im Gegensatz zu der eines Metalles mit der Temperatur zu.

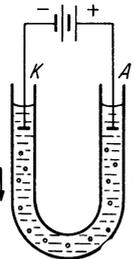


Abb. 211. Elektroforese.

Die Reibung der Ionen führt zu einer Erwärmung der Strombahn. Die gesamte vom elektrischen Feld geleistete Arbeit, die Stromarbeit, wird, da die Ionen keine nennenswerte kinetische Energie aufnehmen, in JOULEsche Wärme vom Betrag  $I^2Rt$  umgewandelt, s. § 113.

**§ 124. Elektrokinetische Erscheinungen.** Von der elektrolytischen Stromleitung muß man die elektrokinetischen Erscheinungen unterscheiden. Wie wir in § 107 gesehen haben, laden sich dielektrische Teilchen an ihrer Oberfläche gegen die umgebende Flüssigkeit elektrisch auf. Solche elektrischen Doppelschichten treten auch bei kolloidalen Teilchen auf und sind eine wesentliche

Vorbedingung für die Stabilität einer kolloidalen Lösung.

Füllt man eine Suspension von feinem Tonpulver in destilliertem Wasser in ein U-Rohr und legt ein Feld an, vgl. Abb. 211, so sieht man, wie die Tonteilchen zur Anode wandern, also negativ geladen sind. Diese Erscheinung nennt man

Elektrophorese. Bei kolloidalen Teilchen kann man auf diese Weise das Vorzeichen ihrer Ladung bestimmen.

Ein Sonderfall der Elektrophorese liegt vor, wenn der feste Körper festgehalten wird und nur die Flüssigkeit wandern kann. Bringt man z. B. nassen Torf zwischen zwei Drahtnetze und legt an diese Spannung an, so wandert die aufgeladene Flüssigkeit nach der Kathode und tropft dort ab, s. Abb. 212. Dieses Verfahren wird technisch zum Trocknen der verschiedensten Stoffe, z. B. von Torf, benutzt. Weil dabei das Wasser ähnlich wie bei der Osmose durch enge Poren dringt, bezeichnet man diese Erscheinung auch als Elektroosmose.

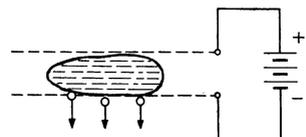


Abb. 212. Trocknung durch Elektroosmose.

In der Natur, vor allem bei Vorgängen im lebenden Organismus, spielen solche auf einer Aufladung beruhende elektrokinetische Erscheinungen eine große Rolle. Der Mediziner benutzt die Elektrophorese, um Medikamente durch die Haut einzuführen.

### b) Chemische Umsetzungen.

§ 125. **Lösungsdruck, Galvanische Elemente.** An der Grenzfläche zweier verschiedener Körper treten, wie wir in § 107 gesehen haben, elektrische Doppelschichten und daher Spannungen auf. Bei einem aus beliebig vielen und beliebig verschiedenen Metallen gebildeten geschlossenen Kreis heben sich diese Berührungsspannungen, solange nur alle Verbindungsstellen die gleiche Temperatur besitzen, gegenseitig genau auf, und es fließt kein Strom, s. Abb. 213a. Sobald wir aber zwischen zwei verschiedene Metalle noch einen Elektrolyten einschalten, liefert der Kreis einen Strom, s. Abb. 213b. Daher bezeichnen wir die Elektrolyte zum Unterschied zu den Metallen als „Leiter II. Klasse“.

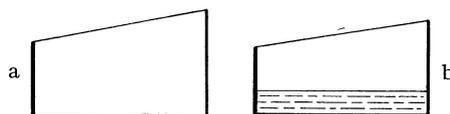


Abb. 213. Leiter I. (a) und II. Klasse (b).

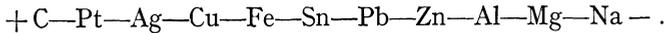
Das Auftreten einer Spannung, d. h. einer Ladungstrennung an der Grenzfläche Flüssigkeit—Metall, kann man nach NERNST folgendermaßen erklären. Zwischen der Flüssigkeit und den Metallionen bestehen starke Anziehungskräfte, so daß beim Eintauchen eines Zinkstabes in ein Lösungsmittel ein sog. Lösungsdruck die Metallatome unter Überwindung der Austrittsarbeit aus dem Metallverband als Ionen in die Lösung treibt, s. Abb. 214a. Dieser Vorgang geht aber nicht beliebig weit, vielmehr kommt es ähnlich wie beim Verdampfen einer Flüssigkeit in einem abgesperrten Raum zu einem Gleichgewicht, in dem die Ionen zum Teil zurückdiffundieren und außerdem von dem sich entgegengesetzt aufladenden Zinkstabe zurückgezogen werden. Es halten also der osmotische Druck der gelösten Ionen, der die Ionenkonzentration zu vermindern sucht, s. § 89, und die elektrostatische Anziehungskraft dem Lösungsdruck das Gleichgewicht, so daß die Beziehung gilt:

$$\text{Lösungsdruck} = \text{osmotischer Druck} + \text{elektrischer Druck.}$$

Je größer der Lösungsdruck ist, um so größer wird die Spannung  $U$  und, da der Lösungsdruck von Metall zu Metall verschieden ist, ist es auch die Spannung. Taucht man also zwei verschiedene Metalle in denselben Elektrolyten und sind ihre Spannungen  $U_1$  und  $U_2$ , so erhält man als Klemmenspannung oder als elektromotorische Kraft an den Elektroden  $U = U_1 - U_2$ .

Ordnet man die Metalle in eine Reihe derart, daß beim Eintauchen in Wasser jedes Metall gegen irgendein in der Reihe später folgendes Metall eine positive,

gegen ein vorherstehendes eine negative Spannung zeigt, so erhält man die Spannungsreihe



Das jeweils positivere Element ist das mit dem geringeren Lösungsdruck, d. h. das chemisch edlere. Taucht man einen Zink- oder Eisenstab in eine Lösung von Kupfersulfat, so überzieht er sich sofort mit einem Kupferniederschlag.

Kupfer besitzt einen ganz geringen Lösungsdruck, so daß beim Eintauchen eines Kupferstabes in eine Lösung mit Kupferionen sich diese sofort niederschlagen und das Metall sofort positiv aufladen. Die Flüssigkeit bleibt negativ zurück, so daß die zurückbleibende Doppelschicht die Ausscheidung bald zum Stillstand bringt.

Ein System aus zwei verschiedenen Metallen in einem Elektrolyten bezeichnen wir als galvanisches Element. Als Beispiel und zur Erläuterung der bisherigen Ausführungen betrachten wir das DANIELL-Element. Es enthält eine

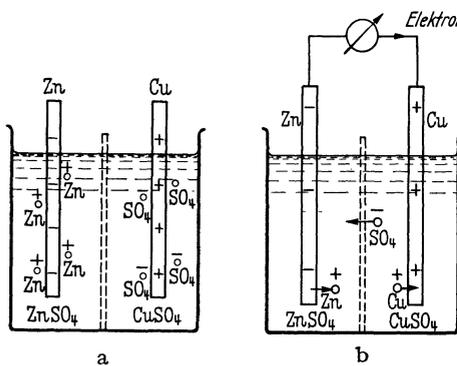


Abb. 214. Zur Wirkung des DANIELL-Elements.

ein Cu- und eine Zn-Elektrode, die in eine CuSO<sub>4</sub>- bzw. ZnSO<sub>4</sub>-Lösung eintauchen, s. Abb. 214a. Durch eine Trennwand aus Ton wird die direkte Vermischung der beiden Elektrolyte verhindert. Zn-Ionen gehen anfänglich in Lösung, Kupfer schlägt sich nieder, so daß die Elektroden sich negativ bzw. positiv aufladen. Die dabei entstehenden Doppelschichten bringen den Lösungs- bzw. Abscheidvorgang bald zum Stillstand. Als Klemmenspannung beobachten wir beim offenen Element 1,09 Volt. Bringen wir die Doppelschichten zum Verschwinden, indem wir die Elektroden durch einen Draht verbinden und so die Ladungen der Elektroden sich ausgleichen lassen, so setzt der ursprüngliche Vorgang von neuem ein und wir erhalten einen ständigen Strom. Dabei gehen, s. Abb. 214b, fortlaufend Zn-Ionen in Lösung und ziehen die negativen SO<sub>4</sub>-Ionen zu sich herüber. So verlieren die positiven Cu-Ionen in der rechten Kammer ihre negativen Partner und schlagen sich infolge des geringen Lösungsdruckes des Kupfers auf der Kupferelektrode nieder und geben dabei ihre Ladung ab. Wir haben also einen geschlossenen Stromkreis, in dem durch die ständig in Lösung gehenden Zn-Ionen Elektronen im Zinkstab frei werden und durch den Metallstab zum Kupfer fließen und dort die positiven Ladungen der ankommenden Cu-Ionen neutralisieren. Öffnen wir den Stromkreis, so wird die Cu-Elektrode sofort positiver und verhindert die weitere Annäherung der Cu-Ionen; ebenso hält die negativer werdende Zn-Elektrode die Zn-Ionen fest. Beim Stromdurchgang löst sich also Zink auf, während die Cu-Elektrode dicker wird. Links steigt die Konzentration der Zn- und SO<sub>4</sub>-Ionen bis zur Sättigung; von da ab scheiden sich ZnSO<sub>4</sub>-Kristalle aus. Rechts sinkt der Gehalt an CuSO<sub>4</sub>, so daß zum Dauerbetrieb CuSO<sub>4</sub> nachgeliefert werden muß. Trotzdem versagt das DANIELL-Element auf die Dauer, weil trotz der porösen Scheidewand Cu-Ionen zur Zn-Elektrode hinüberdiffundieren und diese allmählich mit einem Kupferschlamm überziehen.

Die beim Betrieb gewonnene elektrische Energie hat ihr Äquivalent in der chemischen Energie, die bei der Überführung von Zn in ZnSO<sub>4</sub> und bei der Abscheidung von Cu aus CuSO<sub>4</sub> frei wird.

Lokalströme: Reinstes Zink ist in verdünnter Schwefelsäure fast unlöslich, da die elektrische Anziehungskraft zwischen den wenigen in Lösung gegangenen Zn-Ionen und dem

negativ zurückbleibenden Metall den Lösungsvorgang sehr bald zum Stillstand bringt. Enthält das Zink dagegen Verunreinigungen mit einem geringeren Lösungsdruck, z. B. Kupfer, so bilden diese Kupfereinschlüsse mit dem Zink und dem  $H_2SO_4$  lokale Elemente, die durch das massive Zink kurzgeschlossen sind. Durch diese Lokalströme gelangen  $SO_4$ -Ionen an das Zink, und so können ständig neue Zn-Ionen in Lösung gehen.

**Konzentrationselement:** Da, wie wir in § 89 gesehen haben, der osmotische Druck der gelösten Ionen von der Konzentration abhängt, muß auch die Spannung einer Kupferelektrode in einer Kupfersulfatlösung von der Konzentration abhängen. Wir können daher ein sog. Konzentrationselement herstellen, das allerdings nur sehr geringe Spannungen liefert, indem wir zwei Kupferstäbe in Kupfersulfatlösungen verschiedener Konzentration eintauchen. Die Stromrichtung ist so gerichtet, daß die Konzentrationsunterschiede sich ausgleichen (zweiter Hauptsatz der Wärmelehre, s. § 83), d. h. Kupfer geht auf der Seite kleinerer Konzentration in Lösung und scheidet sich auf der anderen Seite ab.

**§ 126. Elektrolytische Polarisaton, Akkumulator.** Eine Zelle mit zwei gleichen Elektroden, etwa zwei Platinblechen in  $H_2SO_4$ -Lösung, zeigt aus Symmetriegründen natürlich keine Spannung. Schickt man jedoch Strom hindurch, so findet nach § 121 eine Wasserzerersetzung statt, wobei sich die Kathode mit Wasserstoff, die Anode mit Sauerstoff belädt. Durch diese Gasschichten ändert sich die Spannung der Elektroden gegen die Lösung, und zwar in verschiedener Weise, so daß die Zelle jetzt eine Spannung, die wir als Polarisationsspannung bezeichnen, aufweist und ein Element darstellt. Die Spannungsänderung einer mit Wasserstoff beladenen Platinelektrode beruht darauf, daß die im Metall gelösten  $H_2$ -Moleküle infolge des Lösungsdruckes das Bestreben haben, als  $H^+$ -Ionen in Lösung zu gehen und die Kathode negativ zurückzulassen. Entsprechendes geschieht an der Anode. Die Differenz dieser Spannungsänderungen gibt die Polarisationsspannung. Wir können diese direkt nachweisen, indem wir den ursprünglichen Strom abschalten und die Zelle durch einen Strommesser kurzschließen. Der Polarisationsstrom ist immer dem ursprünglichen Strom entgegengesetzt, d. h. so gerichtet, daß er die Unsymmetrie der Grenzflächen zu verkleinern sucht, vgl. dazu Abb. 209 u. 215. Da der Polarisationsstrom also allmählich verschwindet, stellt diese Zelle ein nur kurz lebendes Element dar.

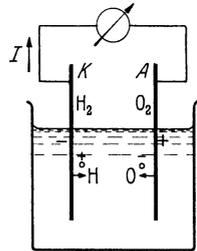
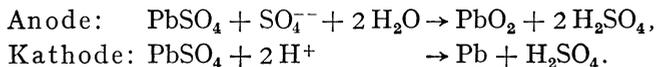


Abb. 215. Zur Polarisationsspannung.

Infolge der Polarisationsspannung kann man durch eine Zelle nur dann einen ständigen Strom schicken, wenn die äußere Spannung die Polarisationsspannung übersteigt. Um also z. B. Wasser zu zersetzen, brauchen wir eine Mindestspannung, die sog. Zersetzungsspannung.

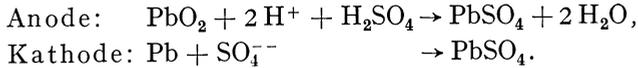
Diese Polarisaton durch Gasbeladung ist nur ein Beispiel von zahlreichen und oft sehr verwickelten Fällen, die beim Stromdurchgang in Elektrolyten auftreten können. Sie ist meist eine sehr unerwünschte Erscheinung. Mißt man z. B. den Widerstand eines Elektrolyten mit Gleichstrom, so täuscht die durch Polarisaton erzeugte Gegenspannung einen zu hohen Widerstand vor. Man benutzt daher Wechselstrom von so hoher Frequenz, daß sich in der Zeit einer Halbperiode keine merkliche Polarisaton ausbilden kann.

Eine sehr nützliche Anwendung der Polarisaton stellt der Bleiakkumulator dar. Seine Wirkungsweise erkennen wir, wenn wir zwei Bleistreifen in verdünnte Schwefelsäure eintauchen. Sie überziehen sich mit einer Schicht von Bleisulfat. Legen wir jetzt eine Spannung von 6 Volt an die Zelle, so kommt es zu einer Polarisaton der Elektroden, in dem negative  $SO_4$ -Ionen an die Anode, positive  $H^+$ -Ionen an die Kathode wandern, wobei folgende Reaktionen vor sich gehen:



Bei diesem Vorgang, der Ladung des Akkumulators, bildet sich also an der Anode Bleisuperoxyd, an der Kathode metallisches Blei, gleichzeitig wird der Elektrolyt

konzentrierter. Unterbricht man die Ladung, so gibt das Element, das eine Blei- und eine Bleisuperoxydelektrode enthält, eine Spannung von ungefähr 2 Volt. Wir können die Zelle als Stromquelle benutzen. Bei der Entladung wandern die H- und  $\text{SO}_4$ -Ionen in entgegengesetzter Richtung wie vorher, so daß jetzt die Reaktionen in umgekehrter Richtung verlaufen.



Da also beide Elektroden wieder in Bleisulfat verwandelt werden, stellt der Bleiakkumulator ein umkehrbares Element dar. Wir können mit ihm elektrische Energie in Form von chemischer Energie sammeln und jederzeit als elektrische Energie wieder zurückgewinnen. Um möglichst viel Energie aufspeichern zu können, gibt man den Elektroden durch verschiedene Kunstgriffe möglichst große wirksame Oberflächen.

Für Meßzwecke braucht man Elemente mit möglichst konstanter und von der Temperatur unabhängiger Spannung, sog. Normalelemente. Ein solches Element muß natürlich un-

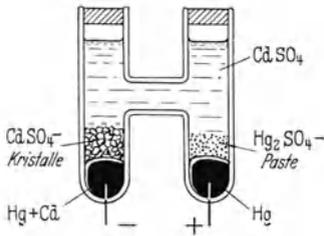


Abb. 216. Kadmiumnormalelement.

Als Anode ist statt Kupfer hier Quecksilber gewählt, das von einer Paste aus  $\text{Hg}_2\text{SO}_4$  und Hg umgeben ist. Als Elektrolyt dient eine gesättigte Lösung von  $\text{CdSO}_4$ . Die Kathode besteht aus Kadmiumamalgam. Infolge der außerordentlich geringen Konzentration der Hg-Ionen in der Paste gibt es keine störende Diffusion zur Kathode. Ein Normalelement darf nie mit Strom belastet werden, da sich sonst sofort die wenigen Hg-Ionen an der Anode erschöpfen und eine Polarisationsspannung infolge Konzentrationsänderung auftritt. Daher wendet man bei Messungen die Kompensationsmethode, vgl. § 112, an.

**§ 127. Praktische Anwendungen der Elektrolyse.** Die Elektrolyse findet vor allem in der Technik vielfältige und wichtige Anwendungen. Wir nennen die Herstellung von dünnen Metallüberzügen aus edleren Metallen auf andere Metalle (Galvanostegie). Die Herstellung gut haftender Überzüge setzt sehr viel Erfahrung und sorgfältigstes Einhalten verschiedener Bedingungen, wie chemischer Zusammensetzung des Bades, Stromdichte u. dgl. voraus.

Ferner stellt man von nichtleitenden Körpern, deren Oberfläche durch Einreiben mit Graphitpulver leitend gemacht wird, auf galvanischem Wege Abdrücke her, indem man die Formen als Kathode in einen elektrolytischen Trog senkt und so lange Strom hindurchschickt, bis sich auf der Form eine dicke Metallschicht niedergeschlagen hat (Galvanoplastik).

In größtem Ausmaße werden in der Elektrometallurgie Metalle auf elektrolytischem Wege in besonders reiner Form abgeschieden, z. B. Elektrolytkupfer und Elektrolyteisen. Durch Elektrolyse ihrer geschmolzenen Salze gewinnt man neben den Alkali- und Erdalkalimetallen vor allem das Aluminium.

Schließlich sei auf die Möglichkeit hingewiesen, Metalle aus ihren Lösungen quantitativ abzuschcheiden. Diese quantitative Elektroanalyse beruht darauf, daß sich bei einer bestimmten Spannung nur diejenigen Metalle abscheiden, deren Polarisationsspannung unter der Zellenspannung liegt.

## VI. Elektrizitätsleitung in Gasen und im Vakuum.

§ 128. **Allgemeines über die Elektrizitätsleitung in Gasen.** Die Versuche an Flüssigkeiten und Metallen haben uns gezeigt, daß ein Strom in einem Körper nur fließt, wenn Ladungsträger vorhanden sind und wenn diese beweglich sind, bei angelegtem Felde also wandern können (ein fester NaCl-Kristall leitet nicht, wohl aber geschmolzenes NaCl). Daher ist das Vakuum ein idealer Isolator. Aus der Tatsache, daß auch atmosphärische Luft sehr gut isoliert, folgt, daß diese für gewöhnlich keine oder nur verschwindend wenige Ladungsträger enthält. Legen wir an zwei in Luft befindliche Elektroden eine (nicht zu hohe) Spannung an, so fließt kein Strom. Erst wenn wir durch einen weiteren Vorgang Ladungsträger in das Gas hereinbringen, setzt ein Strom ein und es kommt zu einer sog. Gasentladung. Diesen Fall der Elektrizitätsleitung bezeichnet man als eine unselbständige Leitung oder Entladung. Im Gegensatz dazu sprechen wir von einer selbständigen Leitung, wenn der Strom beim Anlegen der Spannung von selbst zustande kommt, die Ladungsträger also entweder, wie in Metallen und Elektrolyten, von vornherein da sind oder sich ohne unser Zutun bei angelegter Spannung von selbst bilden, wie das durch Stoßionisation bei der Entladung in verdünnten Gasen, vgl. § 132, oder bei sehr hohen Spannungen, vgl. § 133, geschieht.

Um in einem Gase eine unselbständige Entladung herbeizuführen, müssen wir Ladungsträger, also Ionen und Elektronen, erzeugen. Das kann auf verschiedene Weise geschehen, z. B. durch Erhitzen des Gases oder durch Bestrahlen mit Röntgenlicht oder radioaktiven Strahlen, s. § 149.

Die Temperaturionisation beruht darauf, daß bei hohen Temperaturen die kinetische Energie der Moleküle so groß wird, daß beim Zusammenstoß Elektronen abgerissen und mehratomige Moleküle in Ionen gespalten werden können. Infolgedessen sind Flammen leitend. Halten wir zwischen die Platten eines vorher aufgeladenen Kondensators ein Streichholz, s. Abb. 217, so beobachten wir ein sofortiges Absinken der Spannung. Dasselbe ist der Fall, wenn wir ein radioaktives Präparat in die Nähe bringen oder Röntgenlicht durch den Kondensator hindurchschicken.

Anstatt die Gasmoleküle zu ionisieren, kann man auch aus der Kathode, sei es durch Bestrahlung mit kurzwelligem Licht (lichtelektrischer Effekt, § 202), sei es durch Glühen der Kathode, § 129), Elektronen frei machen, die dann zur Anode gezogen werden und so den Ladungstransport besorgen.

Erzeugen wir in einem Gase, etwa durch Bestrahlung, Ionen und legen zunächst kein Feld an, so werden sich infolge der Temperaturbewegung positive und negative Ladungsträger treffen und paarweise wieder vereinigen. Diese Wiedervereinigung der Ionen zu neutralen Molekülen führt daher dazu, daß die Zahl der durch Ionisation gebildeten Ionenpaare nicht beliebig ansteigt, sondern daß sich ein Gleichgewicht einstellt, bei dem in der Zeiteinheit genau so viele Ionenpaare neu erzeugt werden, als durch Wiedervereinigung verschwinden.

Wir betrachten nun den Strom bei der unselbständigen Leitung in Abhängigkeit von der Spannung mit Hilfe der in Abb. 218 gezeichneten Anordnung etwas genauer.  $P$  sei ein radioaktives Präparat, welches die Luft

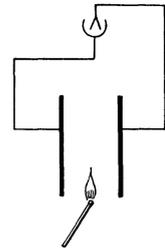


Abb. 217. Ionisation durch ein Streichholz.

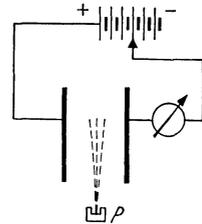


Abb. 218. Untersuchung des Ionisationsstromes in Abhängigkeit von der Spannung.

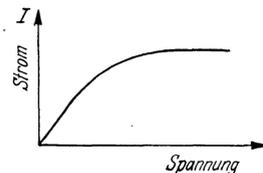


Abb. 219. Sättigungsstrom.

zwischen den Kondensatorplatten ionisiert. Legen wir nun eine allmählich steigende Spannung an, so beobachten wir den in Abb. 219 wiedergegebenen Stromverlauf. Zuerst steigt der Strom proportional mit der Spannung, dann aber langsamer an, um schließlich einen konstanten, von der Spannung unabhängigen Maximalwert anzunehmen. Diesen Grenzwert nennt man den Sättigungsstrom. Dieser eigentümliche Verlauf der Stromkurve erklärt sich folgendermaßen. Die Tatsache, daß zunächst das OHmsche Gesetz erfüllt ist, bedeutet nach den Überlegungen des § 123, daß die Geschwindigkeit der Ionen proportional der treibenden Kraft  $eE$  wächst, d. h. daß die Ionen mit Reibung durch das Gewimmel der umgebenden Luftmoleküle hindurchwandern, und ferner, daß die Zahl der Träger im  $\text{cm}^3$  die Abwanderung der Ionen bei kleinen Spannungen nicht merklich verkleinert wird. Es werden also auch die Verluste durch Wiedervereinigung infolge der Abwanderung kleiner. Der Sättigungswert des Stromes kommt dadurch zustande, daß bei genügend starken Feldern alle gebildeten Ionen sofort, ehe es zu einer Wiedervereinigung kommt, an die Elektroden gerissen werden. Der Sättigungsstrom gibt uns also direkt die Gesamtladung der pro Sekunde gebildeten Ionenpaare an.

Wie wir in § 132 sehen werden, kann bei weiterer Steigerung der Spannung der Strom infolge von Stoßionisation erneut ansteigen und so eine selbständige Entladung einsetzen.

An Stelle von Ionen können auch größere geladene Partikelchen, wie Staubteilchen, die Luft leitend machen. Davon macht die Technik bei der elektrischen Staubreinigung im großen Gebrauch. Die staubhaltigen Abgase von Bergwerken, Mühlen usw. werden durch eine Koronaentladung, s. § 133, aufgeladen und dann durch große auf hoher Spannung befindliche Kondensatoren geschickt, wobei die Partikelchen auf die Platten gerissen werden und sich dort unter Abgabe ihrer Ladung niederschlagen.

**§ 129. Elektrizitätsleitung im Hochvakuum.** Ein möglichst luftleer gepumpter Raum (Hochvakuum) ist ein vorzüglicher Isolator. Nur bei extrem hohen Spannungen treten an den unvermeidlichen Unebenheiten der Elektroden so starke Felder auf, daß die Elektronen aus der kalten Kathode herausgerissen werden und so eine selbständige Leitung einsetzt. Sehen wir von diesem Sonderfall ab, so erhalten wir im Vakuum erst einen Strom, eine unselbständige Elektrizitätsleitung, wenn wir künstlich Ladungsträger hereinbringen. Das kann auf verschiedene Weise geschehen.

1. Durch Bestrahlung der Kathode mit violetter oder ultravioletter Lichte, das aus dem Metall Elektronen auszulösen vermag, s. § 202.
2. Durch Glühen der Kathode, wobei Elektronen, sog. Glühelektronen, frei werden.

Innerhalb eines Metalles sind die Elektronen zum Teil, ähnlich wie die Moleküle eines Gases, frei beweglich. Aus dem Metall können sie aber nicht ohne weiteres heraus, da sie durch die in der Metalloberfläche wirksamen rücktreibenden Kräfte festgehalten werden. Zur Ablösung eines Elektrons ist also eine gewisse Austrittsarbeit erforderlich. Bringen wir das Metall zum Glühen, so wächst die kinetische Energie der Temperaturbewegung der Elektronen so an, daß mehr und mehr Elektronen aus dem Metall entweichen können. Dieser Vorgang entspricht ganz dem Verdampfen von Flüssigkeitsmolekülen an der Oberfläche oder dem Entweichen eines gelösten Gases mit zunehmender Erwärmung der Flüssigkeit. Überzieht man das Metall mit einer dünnen Schicht eines Erdalkalioxyds, sog. Oxydkathode, so erfolgt der Elektronenaustritt schon bei wesentlich tieferen Temperaturen ( $\approx 600^\circ \text{C}$ ).

Bringen wir in einem hochevakuierten Rohr die Kathode, meist einen Wolframdraht, mit Hilfe einer Heizbatterie zum Glühen, s. Abb. 220, so werden die

austretenden Elektronen zur Anode  $A$  herübergerissen, und ein eingeschalteter Strommesser  $S$  zeigt einen Strom von einigen Milliampere an. Machen wir den Glühdraht zur Anode, so fließt kein Strom. Wir erkennen daraus, daß aus dem Glühdraht nur Elektronen, aber nicht etwa positive Ionen frei werden. Eine solche Glühkathodenröhre läßt also den Strom nur in einer Richtung durch, wirkt also bei Wechselstrom als Gleichrichter.

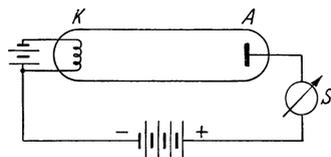


Abb. 220. Glühkathodenröhre.

§ 130. **Kathodenstrahlen.** Ist das Rohr genügend evakuiert, so erleiden die Elektronen auf ihrem Weg zur Anode keine Zusammenstöße mit den restlichen Luftmolekülen. Sie bewegen sich daher nicht wie Ionen in Luft mit konstanter Geschwindigkeit, vgl. § 128, sondern laufen unter dem Einfluß der konstanten Kraft  $K = E e$  mit konstanter Beschleunigung durch das elektrische Feld  $E = U/l$  ( $U$  die Spannung zwischen den Elektroden,  $l$  deren Abstand). Ihre Bewegung entspricht also dem freien Fall eines materiellen Körpers im Schwerefeld der Erde. Um ein Elektron von der Anode auf die Kathode zu bringen, ist die Arbeit  $eU$  erforderlich, s. § 100. Das ist der Zuwachs an potentieller Energie, den das Elektron auf diesem Wege erhält. Auf dem Wege von der Kathode zur Anode wird also umgekehrt dieser Energiebetrag wieder frei und wie beim freien Fall restlos in kinetische Energie umgewandelt. Durchfliegt also ein Elektron frei eine Strecke mit der Spannung  $U$ , so ergibt sich seine Endgeschwindigkeit  $v$  aus der grundlegenden Beziehung

$$\frac{m}{2} v^2 = eU.$$

Treffen diese Elektronen auf die Anode, so werden sie dort abgebremst und ihre kinetische Energie wandelt sich in Wärme um. Bei großen Geschwindigkeiten (Spannungen) kann die Anode dabei in Glut geraten.

Durchbohren wir die Anode, s. Abb. 221, so fliegen die Elektronen durch das Loch in den dahinterliegenden Raum und können dort näher untersucht werden. Direkt sehen können wir sie nicht. Da sie aber bestimmte Stoffe zum Leuchten erregen, können wir in das Rohr einen mit einer fluoreszierenden Masse bestrichenen Schirm einsetzen und so die Auftreffstelle des Elektronenbündels erkennen. Dabei zeigt sich, daß die Elektronen in dem feldfreien Raum hinter der Anode geradlinig weiterlaufen, also offenbar träge Masse besitzen. Dieses Bündel aus rasch fliegenden, von der Kathode hergekommenen Elektronen bezeichnen wir als Kathodenstrahl. Schaltet man hinter der Anode mit Hilfe eines Kondensators  $P$  ein elektrisches Feld ein, so bekommt man eine Ablenkung des Bündels. Ferner beobachten wir beim Anlegen eines senkrecht zur Strahlrichtung stehenden Magnetfeldes eine Krümmung der Strahlen zu einem Kreise. Durch solche Ablenkungsversuche kann man nachweisen, s. weiter unten, daß diese Kathodenstrahlteilchen wirklich negativ geladen sind und eine außerordentlich geringe Masse besitzen. Man findet dabei unmittelbar das Verhältnis von Ladung zu Masse oder die sog. spezifische Ladung  $e/m = 1,76 \cdot 10^8$  Coulomb/Gramm. Aus der bekannten Ladung des Elektrons,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Coulomb, s. § 101, folgt daher für die Masse des Elektrons der Wert  $m = 9,1 \cdot 10^{-28}$  g. Da die Masse eines Wasserstoffatoms  $1,67 \cdot 10^{-24}$  g beträgt, ist die Masse des Elektrons 1840mal kleiner als die des leichtesten chemischen Atoms. Die Elektronen sind demnach freie negative

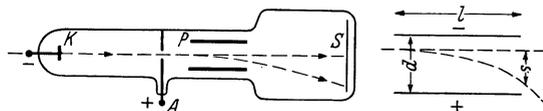


Abb. 221. Zur elektrischen Ablenkung von Kathodenstrahlen (Kathodenstrahlzylindergraph).

Elektrizitätsatome, sog. Elementarquanten, ohne Verknüpfung mit chemischen Atomen oder Molekülen.

Da wir die Größe  $e/m$  genau kennen, läßt sich die Geschwindigkeit der Elektronen mittels der obigen Gleichung direkt aus der angelegten Spannung  $U$  mittels der Beziehung  $v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$  berechnen. Man findet so z. B. bei 100 und 1000 Volt für die Geschwindigkeiten 6000 bzw. 20000 km/s, d. h. Werte, die 2% bzw. 6,3% der Lichtgeschwindigkeit ausmachen. Wir erkennen also, daß schon bei sehr niedrigen Spannungen die Kathodenstrahlteilchen Geschosse von außerordentlicher Geschwindigkeit darstellen.

Es ist üblich, die Geschwindigkeit von Elektronen als Voltgeschwindigkeit anzugeben, indem man nicht die Geschwindigkeit in cm/s, sondern die Spannung angibt, die sie durchlaufen müssen, um diese Geschwindigkeit zu erhalten. 1000 Volt oder 1 Million Voltelektronen sind also solche, die eine Geschwindigkeit besitzen, wie sie sie nach dem Durchfallen eines Feldes von 1000 bzw. 1 Million Volt erhalten würden.

In der Atomphysik benutzt man allgemein als Energiemaß das Elektronenvolt (eV) und versteht darunter die Energie, die ein Elektron beim freien Durchlaufen einer Spannung von 1 Volt erhält. Dabei ist  $1 \text{ eV} = 1,59 \cdot 10^{-12} \text{ Erg}$ .

Wir betrachten nun die Ablenkung im elektrischen und magnetischen Felde etwas näher.

1. Ablenkung im elektrischen Felde. Geht ein Kathodenstrahlbündel senkrecht zur Feldrichtung durch ein elektrisches Feld  $E$ , s. Abb. 221, so erfährt jedes Elektron eine konstante Kraft  $eE$  und daher nach dem Grundgesetz der Mechanik eine konstante Beschleunigung  $b$  auf die positive Kondensatorplatte zu, von der Größe  $b = K/m = eE/m = eU/md$  ( $U$  die Spannung,  $d$  der Abstand der Platten). Seine Bewegung entspricht daher völlig der eines waagrecht geworfenen Körpers im Schwerfeld der Erde. Die Bahn ist also eine Parabel. Der Fallstrecke entspricht hier die Ablenkung  $s = \frac{b}{2} t^2$ , wo  $t = l/v$  die Laufzeit des Elektrons im Kondensator,  $l$  die Länge des Kondensators und  $v$  die Geschwindigkeit bedeutet.

2. Ablenkung im magnetischen Felde. Da, wie wir in § 118 besprochen haben, ein elektrischer Strom stets von einem magnetischen Felde umgeben ist,

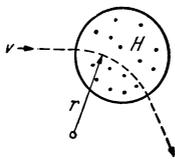


Abb. 222. Krümmung der Kathodenstrahlen zu einem Kreis in einem Magnetfeld.

erfährt er im Magnetfeld eine Kraft, die senkrecht zu den Richtungen des Stromes und des Magnetfeldes steht. Nun stellt ein Kathodenstrahl einen elektrischen Strom der Stärke  $I = NeFv$  dar, vgl. § 123, wo  $N$  die Zahl der Elektronen pro  $\text{cm}^3$ ,  $F$  den Querschnitt des Bündels und  $v$  die Geschwindigkeit bedeutet. Schicken wir also, wie in Abb. 222 dargestellt, Kathodenstrahlteilchen bestimmter Geschwindigkeit senkrecht durch ein Magnetfeld, so erfahren die Teilchen ständig eine zu ihrer jeweiligen Geschwindigkeitsrichtung senkrecht stehende Kraft und beschreiben daher nach den Gesetzen der Mechanik eine Kreisbahn. Dabei hält die ablenkende Kraft  $K$  als Radialkraft der Zentrifugalkraft  $mv^2/r$  ständig das Gleichgewicht. Nach dem Grundgesetz der Elektrodynamik ist, wie hier nicht näher abgeleitet werden kann, die Kraft, die eine bewegte Ladung im magnetischen Felde erfährt,  $K = evH$ , also gilt  $Hev = mv^2/r$  oder  $Hr = mv/e$ . Die Kreisbahn ist also um so stärker gekrümmt, je kleiner die Geschwindigkeit der Elektronen ist.

Aus dieser Gleichung und der Beziehung  $eU = \frac{m}{2} v^2$  lassen sich durch Messung von  $U$ ,  $H$  und  $r$  die beiden unbekanntenen  $v$  und  $e/m$  bestimmen, jedoch nicht  $e$  und  $m$  einzeln.

**Elektronenoptik.** Schickt man ein von einem Punkt herkommendes Elektronenstrahlbündel durch ein geeignetes rotationssymmetrisches elektrisches und magnetisches Feld, also z. B. axial durch eine geeignet bemessene stromdurchflossene Spule, so wird es wieder in einem Punkte vereinigt, den wir als den Bildpunkt der ursprünglichen Elektronenquelle betrachten können. Das Magnetfeld der Spule wirkt also als magnetische Linse. Die Abbildungsgesetze für Elektronenstrahlen entsprechen weitgehend den aus der geometrischen Optik bekannten, so daß die Elektronenoptik ähnlich wie die geometrische Optik behandelt werden kann. Es ist nun gelungen, magnetische und elektrische Linsen zu bauen, mit denen man auch bei starker Vergrößerung scharfe Bilder erhält, und damit ein Elektronenmikroskop zu entwickeln, das das Auflösungsvermögen des gewöhnlichen Lichtmikroskops ganz erheblich übertrifft, vgl. § 179.

**§ 131. Anwendungen der Glühkathodenröhre.** Die Anwendung der Glühkathodenröhre zur Gleichrichtung von Wechselströmen haben wir schon besprochen. Ihre Verwendung als Röntgenrohr behandeln wir in § 196. Wir betrachten nun noch die Anwendung beim Kathodenstrahloszillographen und bei der Dreielektrodenröhre.

Infolge ihrer außerordentlich geringen Masse folgen die Elektronen augenblicklich ohne merkliche Trägheit jeder Kraft. Schicken wir einen Kathodenstrahl durch ein elektrisches Wechselfeld, vgl. § 130 und Abb. 221, so folgt das Strahlenbündel auch bei den höchsten Frequenzen ( $10^7$  Hz und mehr) der an den Kondensator angelegten Spannung dem augenblicklichen Felde. Man kann daher mit Hilfe eines solchen Kathodenstrahloszillographen auch schnellste Strom- und Spannungsschwankungen erkennen. Der Fluoreszenzfleck wird mit Hilfe eines rotierenden Spiegels beobachtet oder photographisch registriert.

Die weitaus wichtigste Anwendung findet die Glühkathodenröhre als Elektronenröhre bei der Steuerung von Strömen. Legen wir an die dritte Elektrode, das Gitter  $G$  eines solchen Dreielektrodenrohres, s. Abb. 223, eine gegen die Kathode ausreichend negative Spannung, so werden die Glühelktronen vom Gitter zur Kathode völlig zurückgedrängt, es fließt überhaupt kein Strom. Verringern wir die negative Spannung des Gitters und legen dann eine immer höher werdende positive Spannung an, so wird die Anziehung

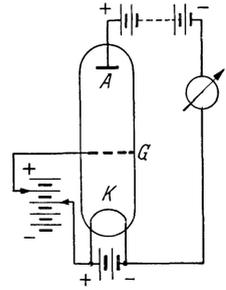


Abb. 223. Dreielektrodenröhre.

der Anode weniger geschwächt und schließlich so verstärkt, daß alle an der Kathode frei werdenden Elektronen zur Anode hinüberlaufen. Damit hat der Anodenstrom seinen Höchstwert erreicht. Ein eingeschalteter Strommesser zeigt uns diese Abhängigkeit des Anodenstromes von der Gitterspannung. Man bezeichnet diese für die betreffende Elektronenröhre charakteristische Stromspannungskurve als die Kennlinie der Röhre, s. Abb. 224. Sie gilt für eine bestimmte Anodenspannung. Die Gitterspannung steuert also den Anodenstrom. Im Gegensatz zu mechanischen Schaltern, auch Mikrofonen, arbeitet ein solcher Elektronenschalter trägheitslos, ist also auch bei den höchsten Frequenzen noch brauchbar. Auf dem Umstande, daß man durch kleine Änderungen der Gitterspannung beträchtliche Änderungen des Anodenstromes bewirken kann, beruht die Verstärkerwirkung der Elektronenröhre.

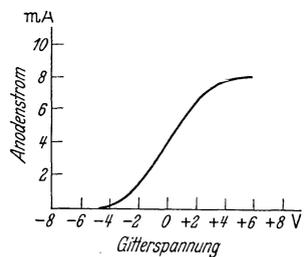


Abb. 224. Kennlinie einer Dreielektrodenröhre.



die sog. Zündspannung, erforderlich. Ferner sieht man, daß bei größerer Dichte die Ionen oder Elektronen, ehe sie die zur Stoßionisation erforderliche kinetische Energie aufgesammelt haben, diese immer wieder beim Zusammenstoß an andere Moleküle abgeben und daher das Gas mit einer im Mittel gleichbleibenden Geschwindigkeit durchlaufen. Die elektrische Energie  $eU$  pro Ladungsträger wird also schließlich in kinetische Energie der Moleküle, d. h. in Wärme umgewandelt. Umgekehrt haben bei sehr geringem Druck die wenigen Ladungsträger auf ihrer Bahn keine Gelegenheit, neutrale Moleküle zu treffen und zu ionisieren. Daher kommt in atmosphärischer Luft und in einem hinreichend verdünnten Gase (Vakuum) keine selbständige Ladung zustande.

Im einzelnen verläuft der Vorgang bei der Entladung folgendermaßen. Wie man durch Messung feststellen kann, ist der Spannungsabfall zwischen Anode und Kathode nicht gleichmäßig. Vielmehr ändert sich die Spannung besonders stark in der Nähe der Kathode. Dieser sog. Kathodenfall liegt im Bereich des ersten Dunkelraums. Die auf die Kathode zuwandernden positiven Ionen erfahren im Kathodenfall eine sehr große Beschleunigung. Sie schlagen daher mit großer Energie auf die Kathode auf und vermögen aus den Atomen an der Oberfläche Elektronen herauszuschlagen. Infolge davon beobachten wir hier die leuchtende Glimmhaut. Ferner vermögen die Ionen ganze Metallatome aus der Kathode herauszuschlagen, die sich dann auf den Wänden des Entladungsrohres niederschlagen. Mit Hilfe dieser Kathodenzerstäubung kann man auf Glas und anderen Unterlagen sehr dünne Metallüberzüge herstellen. Die aus der Kathode stammenden Elektronen erhalten im Kathodenfall eine große Geschwindigkeit und erzeugen durch Stoßionisation als Ersatz für die abwandernden Ionen neue Ladungsträger und sind so für die Aufrechterhaltung der Entladung unerlässlich. Enthält der Stromkreis keinen äußeren Widerstand, so kann der Strom weiter ansteigen, bis die auftreffenden Ionen die Kathode so stark erhitzen, daß diese zusätzlich Glühelktronen in großer Zahl liefert. Dann entsteht aus der Glimmentladung die Bogenentladung, deren Stromstärke einige hundertmal größer als die der Glimmentladung ist, s. § 133.

Der Kathodenfall hat für jedes Gas und jedes Elektrodenmaterial eine charakteristische Größe, die für Edelgase besonders niedrig liegt. Eine gewöhnliche Glimmlampe (Neonfüllung und Eisenelektrode mit einem Überzug von metallischem Barium) hat einen so geringen Kathodenfall, daß sie bereits am Lichtnetz von 110 bzw. 220 Volt brennt, was bei einer lufthaltigen Röhre nicht möglich ist.

γ) Kathoden- und Kanalstrahlen. Die von den positiven Ionen aus der Kathode herausgeschlagenen Elektronen erhalten in dem starken Felde unmittelbar hinter der Kathode, dem Kathodenfall, eine sehr große Geschwindigkeit. Ist das Entladungsrohr sehr weit ausgepumpt, so erleiden die Elektronen praktisch keine Zusammenstöße mit den Restmolekülen, sondern laufen unabhängig von der Lage der Anode geradlinig weiter und erzeugen auf der der Kathode gegenüberliegenden Wandung Fluoreszenz. Für diese aus der Kathode

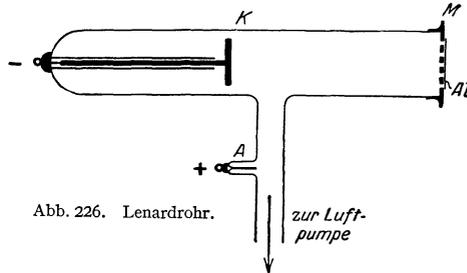


Abb. 226. Lenardrohr.

kommenden geradeaus fliegenden Elektronen haben wir in § 130 die Bezeichnung Kathodenstrahlen eingeführt. Schließt man das Rohr durch eine dünne Aluminiumfolie ab, so vermögen die Kathodenstrahlen diese zu durchdringen und in die Luft auszutreten, Lenardrohr, s. Abb. 226. Dort erregen sie durch Stoßionisation ein rötliches Leuchten. Die Untersuchung von LENARD an Kathodenstrahlen, insbesondere ihres Durchganges durch Materie, bilden mit die Grundlage der heutigen Atomphysik, vgl. § 206,

Benutzt man eine durchbohrte Kathode, so erkennt man auf der Rückseite einen feinen leuchtenden Pinsel, d. h. eine aus dem Kanal austretende Strahlung, s. Abb. 227. Wir sprechen von Kanalstrahlen. Die Ablenkungsversuche im elektrischen und magnetischen Feld zeigen, daß es sich hier um viel schwerere

und langsamere Teilchen als die Kathodenstrahlteilchen handelt. Es sind die positiven Ionen, die durch Stoßionisation zwischen Anode und Kathode gebildet werden und auf die Kathode zulaufen.

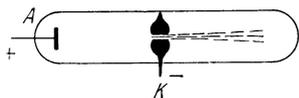


Abb. 227. Kanalstrahlrohr.

Die genaue Untersuchung der Ladung und Masse von Kanalstrahlteilchen hat zum Ergebnis geführt, daß die meisten Elemente Atome verschiedener Massen in genau konstant bleibendem Verhältnis enthalten, also Mischelemente sind. Solche Atome, die sich bei gleicher Ordnungszahl, s. § 207, lediglich durch ihr Atomgewicht unterscheiden, nennt man Isotope. Sie sind in allen chemischen und physikalischen Eigenschaften, die nicht von der Masse abhängen, praktisch gleich. Das Mischelement Chlor mit dem chemisch festgestellten Atomgewicht 35,46 enthält zwei Isotope mit den Atomgewichten 35 und 37 in immer gleichbleibendem Mischungsverhältnis von 76%  $\text{Cl}_{35}$  und 24%  $\text{Cl}_{37}$ . Das wichtigste Isotop ist das des Wasserstoffatoms, der sog. schwere Wasserstoff mit dem Atomgewicht 2, auch Deuterium D genannt. Da hier das Massenverhältnis der Isotopen extrem groß ist, treten bei Wasserstoffverbindungen mit schwerem und gewöhnlichem Wasserstoff, z. B. bei  $\text{H}_2\text{O}$ , größere Unterschiede im chemischen und physikalischen Verhalten auf. So liegt der Schmelzpunkt des schweren Wassers  $\text{D}_2\text{O}$  statt bei  $0^\circ\text{C}$  bei  $3,82^\circ\text{C}$ .

Die Bestimmung der Masse der einzelnen Isotopen erfolgt mit Hilfe des Massenspektrographen. Schickt man ein Kanalstrahlbündel durch ein elektrisches Feld, s. Abb. 228.

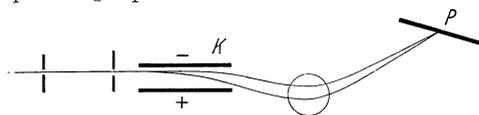


Abb. 228. Massenspektrograph.

so beschrieben die Ionen eine Parabelbahn und beim Durchlaufen des darauffolgenden magnetischen Feldes einen Kreisbogen, s. § 130. Bei richtigen Abmessungen vereinigen sich jeweils alle Ionen mit gleichem  $e/m$ , auch wenn ihre Geschwindigkeiten verschieden sind, in einem einzigen Punkte.

Für ein Mischelement erhält man daher auf der photographischen Platte  $P$  eine Reihe scharfer Bilder. Aus dessen Abständen folgt das Verhältnis der Atomgewichte der einzelnen Isotopen.

**§ 133. Elektrizitätsleitung bei höheren Drucken.** Die hier auftretenden Erscheinungen der selbständigen Elektrizitätsleitung kommen in der Natur und in der Technik sehr häufig vor. Wir betrachten einige charakteristische Fälle.

$\alpha$ ) Korona- und Spitzenentladung. In der Umgebung eines auf einige 1000 Volt aufgeladenen Leiters mit scharfen Kanten oder Spitzen beobachtet man im Dunkeln, daß sich die Elektrode mit einer bläulichrot leuchtenden Glimmhaut überzieht. Gleichzeitig hört man ein feines sausendes Geräusch. Man spricht von einer Korona-Entladung. Sie tritt oft an Hochspannungsleitungen auf und ist hier wegen des damit verbundenen Energieverlustes sehr unerwünscht. Die Erscheinung beruht darauf, daß an Kanten und Spitzen, wie wir schon in § 103 gesehen haben, besonders starke elektrische Felder auftreten, die in der Umgebung zur Stoßionisation führen können. Die Elektrode zieht die Ladungsträger mit ungleichnamiger Ladung an und wird, falls sie nicht mit einer Stromquelle verbunden ist, soweit entladen, bis die Spannung so gering geworden ist, daß die Stoßionisation aussetzt. Die gleichnamig geladenen Träger werden abgestoßen und strömen in den dunkeln Teil der Strombahn. Dabei reißen sie durch innere Reibung neutrale Luftmoleküle mit, es entsteht das sausende Geräusch des sog. elektrischen Windes. Tritt diese Entladung an einer Spitze auf, so sprechen wir von einem Spitzenstrom. Die an Spitzen auftretenden feinen Lichtbüschel sind im Freien, wenn in der Atmosphäre besonders hohe Spannungen bestehen, als Elmsfeuer an Schiffsmasten und metallischen Spitzen beobachtbar. So vermag die stille Spitzenentladung Spannungen auszugleichen, Spitzenwirkung, vgl. § 103 und 104.

β) Büschel- und Funkenentladung. Steigert man an zwei Elektroden die Spannung, so wird der Bereich der Stoßionisation immer größer und man sieht an den Elektroden leuchtende verästelte Bündel in den Raum vordringen. Dabei sind die von der Anode ausgehenden Büschel länger als die an der Kathode. Mit wachsender Spannung werden die Büschel immer länger und überbrücken schließlich den ganzen Raum zwischen den Elektroden. Wir erhalten einen plötzlichen Durchbruch der Entladung, einen Funken, s. Abb. 229. Dabei treten kurzzeitig sehr große Stromstärken auf. Die starke Ionisation des Gases in der Entladungsbahn ergibt ein blendendes Licht. Die hohe Stromstärke führt zu einer plötzlichen erheblichen Erwärmung des Gases. Der dadurch entstehende Überdruck gleicht sich in Form einer Druckwelle aus, die wir als Knall wahrnehmen. Die großartigste Form des Funkens ist der Blitz, bei dem Spannungen von Millionen von Volt ausgeglichen werden. Die Stromstärken können Zehntausende von Ampere betragen. Wegen der Kürze der Entladungen ( $\sim 1/1000$  bis  $\sim 1$  s) ist aber die Energie eines einzelnen Blitzes nicht allzu groß, nämlich von der Größenordnung 1000 Kilowattstunden.

Die Spannung, bei der die Funkenentladung einsetzt, hängt von der Form und dem Abstand der Elektroden ab. Unter sonst gleichen Verhältnissen ist sie immer dieselbe, so daß man aus der Funkenlänge, z. B. der Funkenschlagweite zwischen zwei Kugeln in Luft, die Entladungsspannung angeben kann. So ist z. B. die Funkenschlagweite bei 20000 Volt zwischen zwei Kugeln mit 5 cm Durchmesser 5,8 mm, zwischen zwei Spitzen 15,5 mm.

γ) Lichtbogen. Bringen wir zwei mit den Polen einer Stromquelle verbundene Kohlestäbe zur Berührung, so fließt in diesem Augenblick ein sehr starker Strom, der infolge des Übergangswiderstandes an der Berührungsstelle eine erhebliche Stromwärme erzeugt und so die Kohlenenden zum Glühen bringt. Ziehen wir die Kohlen auseinander, so reißt der Strom nicht ab, vielmehr wirkt die glühende Kathode als eine so ergiebige Elektronenquelle, daß eine selbständige, als Lichtbogen bezeichnete Stromleitung zustande kommt. Die in der Strombahn durch Stoßionisation erzeugten Ladungsträger halten die Kohlenenden weiterhin auf Weißglut, wobei die positive Kohle etwas stärker glüht als die negative und in ihrer kraterförmigen Höhlung Temperaturen bis rund  $4000^{\circ}\text{C}$  annimmt. Das meiste Licht geht also von der Anode aus. Der Bogen, der kleinste glühende und verbrennende Kohleteilchen enthält, strahlt viel weniger Licht aus.

Durchbohrt man die Kohlen und füllt sie mit verdampfenden Salzen, sog. Effektkohlen, so kann man die Lichtausbeute bei Bogenlampen erheblich steigern. Überzieht man die Kohlen mit einem Kupfermantel (Beckkohlen), so kann man, ohne daß der Bogen an der Anode über den Kohlenrand übergreift, die Kohlen sehr stark überlasten und so viel höhere Temperaturen und Leuchtdichten bis zu 150000 Stilb erreichen, die also die der Sonne übersteigen, s. Tab. 16, S. 193.

Da man mit Hilfe des Lichtbogens sehr bequem hohe Temperaturen erzeugen kann, benutzt man ihn mit Vorteil in der Technik zum Schneiden und Schweißen von Werkstücken oder bei den Kohlebogenöfen zum Erhitzen des Schmelzgutes, z. B. von Kalk und Koks bei der großtechnischen Gewinnung von Kalziumkarbid.

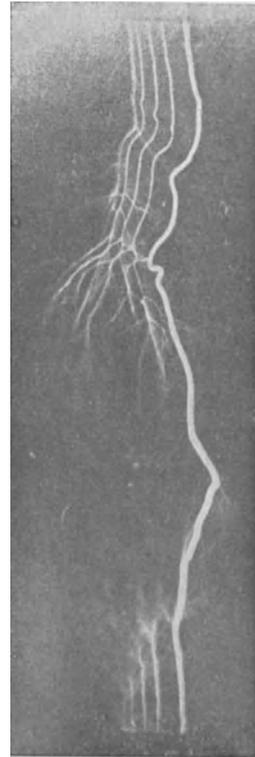


Abb. 229. Ausbildung einer Funkenentladung nach WALTER. (Aufnahme auf bewegter Platte.)

Bei der Korona- und Funkenentladung in Luft bilden sich Ozon,  $O_3$  und Stickoxyde. Diese Gase, die bei längerem Einatmen schädlich sind, erzeugen den unangenehmen Ozongeruch, den man in der Nähe von hochaufgeladenen Leitern, Hochspannungsmaschinen und Induktoren beobachtet.

Der Lichtbogen zeigt einen eigentümlichen Zusammenhang zwischen Strom und Spannung, indem nämlich mit wachsender Stromstärke die Spannung nicht zu-, sondern abnimmt, wir erhalten eine sog. fallende Charakteristik. Es gilt also für den Lichtbogen weder das Ohmsche Gesetz, noch erreicht mit wachsender Spannung der Strom einen Sättigungswert wie in Abb. 219. Eine solche fallende Charakteristik bedeutet, daß der Widerstand mit wachsendem Strom immer kleiner wird, oder, wie an Hand der Überlegungen des § 123 klar wird, daß mit wachsender Stromstärke die Zahl der Ladungsträger immer größer wird. Das liegt daran, daß durch die Stoßionisation und durch den lichtelektrischen Effekt die Zahl der Ladungsträger lawinenartig anschwillt. Man muß daher den Bogen, um ihn zu stabilisieren, immer mit einem Vorschaltwiderstand brennen, wodurch eine maximale Stromstärke festgelegt ist. Die Mindestspannung über dem Bogen beträgt etwa 35 V.

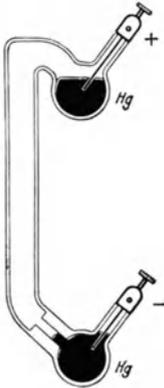


Abb. 230. Quecksilberdampflampe. (Aus POHL: Elektrizitätslehre.)

Von großer Wichtigkeit ist die Quecksilberdampflampe, die meist zwischen Quecksilberelektroden brennt, s. Abb. 230. Die Lampe wird meist durch Kippen und Wiederaufrichten gezündet. Dadurch entsteht zunächst eine leitende Verbindung mit entsprechender Erwärmung, so daß sich beim Abreißen in dem verdampfenden Quecksilber ein Lichtbogen ausbildet, der besonders reich an ultraviolettem Licht bis herab zu etwa 2000 ÅE ist. Um dieses, besonders auch biologisch wirksame Licht, vgl. § 195, ausnutzen zu können, wird das Entladungsrohr aus Quarz gebaut, sog. künstliche Höhensonne.

Da ein Quecksilberlichtbogen bei geeigneten Bedingungen zwischen einer Eisen- und Quecksilberelektrode nur brennen kann, wenn das Hg Kathode ist, wirkt ein solcher Bogen in einem Wechselstromnetz als Gleichrichter, indem er den Strom nur durchläßt, solange die Hg-Elektrode Kathode ist. In der anderen Periodehälfte wird der Strom gesperrt. Solche Quecksilberdampfgleichrichter werden in der Technik als Großgleichrichter bis zu 1000 Kilowatt Leistung benutzt.

## VII. Elektromagnetische Induktion.

§ 134. Grundtatsachen der Induktion. Einem geschlossenen Leiterkreise, z. B. einer Spule, die keine Stromquelle enthält, nähern wir einen Stahlmagneten, s. Abb. 231. Dabei beobachten wir, solange die Bewegung dauert, mit

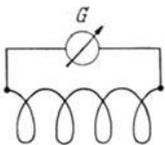


Abb. 231. Induktion durch einen Stahlmagneten.

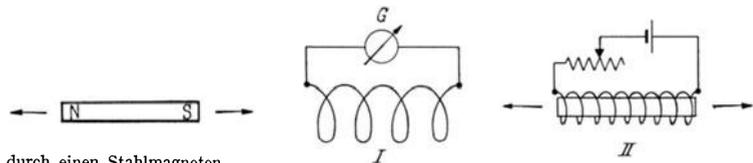


Abb. 232. Induktion durch eine stromdurchflossene Spule.

Hilfe eines Galvanometers  $G$  einen elektrischen Strom. Kehren wir die Bewegungsrichtung um, so wechselt auch der Strom seine Richtung. Wir finden dieselbe Erscheinung, wenn wir den Magneten festhalten und die Spule bewegen. Es kommt also offenbar nur auf die Relativbewegung an. Ersetzen wir schließlich den Stahlmagneten durch eine stromdurchflossene Spule, s. Abb. 232, so beobachten wir dieselben Erscheinungen.

Diesen Vorgang, den FARADAY<sup>1</sup> 1831 entdeckt hat, bezeichnen wir als elektromagnetische Induktion, den auftretenden Strom als Induktionsstrom. Da der Leiter keine der uns bisher bekannten Stromquellen, galvanisches Element, Thermokraft od. dgl. enthält, handelt es sich hier offenbar um eine neue elektromotorische Kraft, die wir als induzierte elektromotorische Kraft  $E_i$  bezeichnen. Diese EMK liefert in einem geschlossenen Leiterkreise nach dem OHMSchen Gesetz einen Strom der Stärke  $I = E_i/R$ , in einem offenen Leiter eine Spannung zwischen den Enden.

Dieselben Induktionserscheinungen erhalten wir, wenn wir, statt beide Spulen voneinander zu entfernen, in der Spule II, dem Elektromagneten, s. Abb. 232, den Strom schwächen. Dementsprechend gibt eine Stromverstärkung dieselbe Wirkung wie eine Annäherung der Spulen.

In einem letzten Versuch halten wir die Spule I so, daß ihre Windungsfläche parallel zu den Kraftlinien des Elektromagneten liegt, und entfernen sie dann. Dabei tritt kein Induktionsstrom auf. Erst wenn wir die Spule neigen, beobachten wir wieder einen Strom, der am größten wird, wenn die Windungsflächen der Spule bei der Bewegung immer senkrecht zu den Kraftlinien stehen, vgl. dazu die in § 140 besprochene Induktion eines Wechselstromes.

Aus diesen verschiedenen Beobachtungen erkennen wir, daß in einem Leiter eine induzierte EMK auftritt, sobald das die Leiterfläche oder die Windungsfläche der Spule, vgl. § 118, durchsetzende Magnetfeld sich ändert. Auf welche Weise diese Änderung bewirkt wird, ob durch Bewegung der Spulen oder durch Schwächen und Verstärken des Stromes im Elektromagneten, ist belanglos. Dabei braucht, wie der folgende Versuch einer Induktion durch eine Ringspule zeigt, s. Abb. 233, der Leiterkreis selbst gar nicht im Bereiche des sich ändernden Magnetfeldes zu liegen. In einer solchen zum Ring geschlossenen Stromspule verlaufen alle magnetischen Kraftlinien ringförmig in sich geschlossen, der Raum außerhalb des Ringmagneten ist völlig feldfrei, vgl. § 118. Trotzdem beobachten wir bei einer Änderung des Stromes im Ringmagneten in einer darüber gewickelten Spule S einen Induktionsstrom. Die Induktionswirkung eines veränderlichen Magnetfeldes erstreckt sich also auch auf Bereiche außerhalb dieses Feldes.

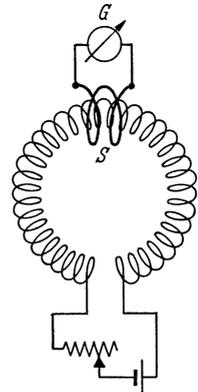


Abb. 233. Induktion durch einen Ringmagneten.

Um das Induktionsgesetz genauer formulieren zu können, führen wir den magnetischen Fluß oder Induktionsfluß  $\Phi$  durch die Leiterfläche ein und verstehen darunter die Zahl der die Fläche durchdringenden Kraftlinien. Da wir die Kraftlinienzahl durch die senkrecht zum Felde stehende Flächeneinheit immer gleich der Feldstärke setzen, vgl. die Festsetzung beim elektrischen Felde in § 99, so ist der Kraftfluß durch die zu  $H$  senkrecht stehende Fläche  $F$  einfach  $\Phi = FH$ , s. Abb. 234. Bildet die Normale der Fläche mit der Feldrichtung den Winkel  $\alpha$ , so ist  $\Phi = FH \cos \alpha$ .

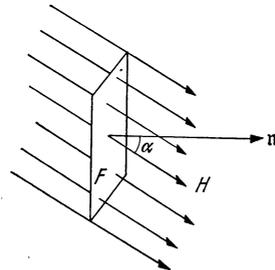


Abb. 234. Magnetischer Fluß  $\Phi$  durch die Fläche  $F$ ;  $\Phi = FH \cos \alpha$ .

Steht, wie bei einem der oben betrachteten Versuche, die Windungsfläche parallel zu den Kraftlinien, so ist auch der Kraftfluß stets null. Da in diesem Falle bei einer Änderung des Magnetfeldes kein Induktionsstrom auftritt, erkennen wir als Ursache der Induktion die Änderung des magnetischen Flusses durch die betreffende Leiterfläche.

<sup>1</sup> MICHAEL FARADAY, 1791—1867, entdeckte die elektromagnetische Induktion und begründete unsere heute noch gültigen Vorstellungen über das Wesen des Elektromagnetismus und die elektromagnetischen Kräfte.

LENZsche Regel. Wir fragen nun nach der Richtung des Induktionsstromes. Diese wird durch die LENZsche Regel bestimmt, welche lautet: Der induzierte Strom ist stets so gerichtet, daß sein Magnetfeld der Ursache der Induktion entgegenwirkt, d. h. daß er die ihn hervorruhende Zustandsänderung zu hemmen sucht. Nähern wir z. B., s. Abb. 232, die Spule *II* dem Stromkreis *I*, so ist der in *I* induzierte Strom so gerichtet, daß in seinem Magnetfeld die Spule *II* abgestoßen wird. Man muß daher beim Annähern der Spule mechanische Arbeit leisten, deren Äquivalent sich als elektrische Energie des Induktionsstromes, in unserem Beispiel also als Stromwärme, wiederfindet. Wäre der Induktionsstrom entgegengesetzt gerichtet, so würde die Spule *II* angezogen und wir würden sowohl mechanische wie elektrische Energie gewinnen, und zwar ohne entsprechende Energiezufuhr, was ja nach dem Satze von der Erhaltung der Energie unmöglich ist. Die LENZsche Regel ist also eine notwendige Folge des Energiesatzes. Halten wir die Spule fest und bewirken die Änderung des magnetischen Feldes nur durch eine Änderung der Stromstärke in der Spule *II*, so wird die Energie für den Induktionsstrom der Energie des magnetischen Feldes entzogen. Von dieser magnetischen Feldenergie werden wir im folgenden Paragraphen reden. Da die Induktion immer auf einer Änderung des den Leiter durchsetzenden Kraftflusses beruht, besagt die LENZsche Regel, daß das Magnetfeld des Induktionsstromes bei einem Anwachsen des induzierenden Feldes diesem entgegengesetzt, bei einer Abnahme diesem gleichgerichtet ist.

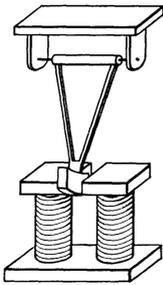


Abb. 235. Wirbelstromdämpfung.

Bringen wir ausgedehnte Metallmassen in veränderliche Magnetfelder, so entstehen Induktionsströme, die als Wirbelströme bezeichnet werden. Ihre Richtung und Wirkung erkennen wir sehr deutlich an der Wirbelstromdämpfung eines zwischen den Polen eines Elektromagneten schwingenden Pendels, s. Abb. 235. Die dicke Kupferscheibe schwingt bei unerregtem Magneten fast ungedämpft hin und her. Beim Einschalten des Magnetfeldes treten in der Scheibe starke Wirbelströme auf, die nach der LENZschen Regel so gerichtet sind, daß die Schwingung gebremst wird. Bei genügend starkem Magnetfeld bleibt die Kupferscheibe wie in einer zähen Flüssigkeit stecken. Die kinetische Energie geht in Stromwärme über.

Nehmen wir statt einer massiven Kupferscheibe eine durch isolierende Zwischenlagen fein unterteilte Scheibe, so werden die Wirbelströme viel geringer. Durch eine derartige Unterteilung von Eisenmassen kann man in elektrischen Maschinen Wirbelströme, die nutzlos Energie verzehren, weitgehend unterdrücken. Praktische Anwendung finden die Wirbelströme bei der Wirbelstrombremse elektrisch angetriebener Fahrzeuge, bei der elektromagnetischen Dämpfung von Galvanometern und bei den Induktionsöfen, in denen in der Technik Eisen und andere Metalle in großen Mengen unter sehr günstigen Bedingungen geschmolzen werden.

Die nähere Untersuchung der Induktion zeigt, daß die in einer Spule momentan induzierte EMK  $E_i$  um so größer ist, je schneller sich der Induktionsfluß  $\Phi_s$  ändert und je größer die Windungsfläche  $nF$  der Induktionsspule ist,  $n$  die Windungszahl,  $F$  die Fläche der einzelnen Windung, s. § 118. Wir können daher das Induktionsgesetz quantitativ so ausdrücken:

$$E_i = -Cn \frac{d\Phi}{dt},$$

und falls die Windungsfläche senkrecht zum Felde steht:

$$E_i = -CnF \frac{dH}{dt},$$

wo  $C$  eine von dem gewählten Maßsystem abhängige Proportionalitätskonstante ist.

Da es auf die zeitliche Änderung des Magnetfeldes ankommt, ist die Induktionswirkung eines Wechselstroms um so größer, je höher seine Frequenz ist, vgl. auch § 136.

Das Wesen des Induktionsvorganges. Induktionswirkungen erkennen wir am Auftreten von Induktionsströmen. Ohne eine die Elektronen bewegende elektrische Kraft ist jedoch ein Strom nicht möglich. Diese Kraft beschreiben wir durch ihr elektrisches Feld  $E$  (vgl. § 99). Wir sehen daher das Primäre, das Wesentliche beim Induktionsvorgang in den induzierten elektrischen Kräften bzw. dem induzierten elektrischen Felde. Damit wird der Leiter etwas Nebensächliches und der in ihm auftretende Induktionsstrom eine sekundäre Erscheinung. Wir können daher das Induktionsgesetz so aussprechen: Ein sich änderndes Magnetfeld ist stets von elektrischen ringförmigen Kraftlinien umgeben, s. Abb. 236. Dieses ist die allgemeinste Form des Induktionsgesetzes.

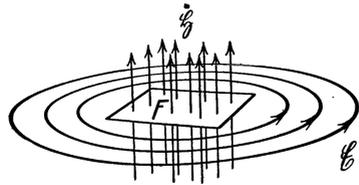


Abb. 236. Zur allgemeinen Deutung der Induktion. (Aus POHL: Elektrizitätslehre.) Der Punkt über dem  $\dot{H}$  bedeutet die zeitliche Änderung des Magnetfeldes.

Diese induzierten geschlossenen elektrischen Kraftlinien unterscheiden sich wesentlich von den Kraftlinien eines elektrostatischen Feldes elektrischer Ladungen, wo die Feldlinien an diesen Ladungen beginnen und endigen. Dagegen haben sie eine sehr weitgehende Ähnlichkeit mit den magnetischen Feldlinien von Strömen.

Trotz der Möglichkeit einer solchen einheitlichen Beschreibung der Induktion müssen wir aber im Grunde zwei Arten von Induktionsvorgängen unterscheiden:

1. Die Induktion auf einen im Magnetfeld bewegten Leiter. Bei dieser Bewegung im Magnetfelde erfahren die Ladungsträger, das sind die Elektronen und die positiven Metallionen, eine Kraft senkrecht zur Bewegungsrichtung und senkrecht zur Richtung des Magnetfeldes, s. § 120, der jedoch nur die im Metall frei beweglichen Elektronen, aber nicht die positiven im Gitter feststehenden Atomionen zu folgen vermögen. Infolge dieser Kraft werden die Elektronen auf der einen Seite des Leiters angereichert, und es bildet sich im Leiter ein Spannungsabfall aus, den wir als induzierte EMK beobachten.

2. Die Induktion auf einen ruhenden Leiter, falls sich das den Leiterkreis durchdringende Feld ändert. Hier handelt es sich um eine elektromotorische Kraft, die auf keine Weise auf eine uns bisher bekannte Erscheinung zurückgeführt werden kann.

**§ 135. Gegenseitige Induktion und Selbstinduktion.** Wir betrachten zwei nebeneinanderliegende, aber voneinander getrennte Stromkreise. Jede Änderung der Stromstärke in dem einen Kreis bedeutet eine Änderung seines magnetischen Feldes. Da dessen Feldlinien zum Teil auch den anderen Kreis durchsetzen, bewirkt jede Änderung der Stromstärke in dem einen der beiden Kreise eine Induktion im andern. Je dichter die Kreise zusammenliegen, um so größer ist der Anteil des beide durchsetzenden Kraftflusses und um so größer werden damit die induzierten elektromotorischen Kräfte. Man spricht von einer losen bzw. engen induktiven Kopplung, etwa zweier Spulen.

Haben wir es nur mit einem einzigen Stromkreis, z. B. einer Spule, zu tun, so durchsetzen die vom Strom erzeugten Kraftlinien nur den eigenen Stromkreis. Jede Änderung der Stromstärke ergibt eine Änderung dieses Kraftflusses durch die eigenen Windungen und damit eine im eigenen Kreise induzierte EMK. Diese bei jeder Änderung der Stromstärke im eigenen Stromkreis auftretende Induktion nennen wir „Selbstinduktion“. Aus dem LENZschen Gesetz, wonach die induzierte EMK stets so gerichtet ist, daß sie der Änderung des Stromes entgegenwirkt, folgt, daß beim Schließen des Stromkreises die Induktionsspannung dem ursprünglichen Strom entgegengesetzt gerichtet ist. Schwächen oder unterbrechen wir den Strom, so ist die Induktionsspannung gleichgerichtet. Beim plötzlichen Unterbrechen können daher sehr hohe Öffnungsspannungen auftreten, die ein Vielfaches der ursprünglichen Spannung ausmachen. Diese

Überspannungen erkennen wir an den beim Unterbrechen von Strömen auftretenden Funken.

Die induzierte EMK ist der zeitlichen Änderung der Stromstärke proportional, also

$$E_i = -L \frac{dI}{dt}.$$

Die Größe  $L$ , die nur von den geometrischen Abmessungen des Stromkreises abhängt, heißt der Selbstinduktionskoeffizient oder kurz die Induktivität.  $L$  ist besonders groß bei Spulen mit zahlreichen enggewickelten Windungen.

Die praktische Einheit der Induktivität ist das Henry. Sie ist in einem Leiter vorhanden, wenn eine gleichmäßige Änderung der Stromstärke um 1 Ampere pro Sekunde eine Induktionsspannung von 1 Volt hervorruft.

**Trägheit von Strom und Magnetfeld.** Da beim Einschalten eines Stromes die induzierte EMK der äußeren EMK entgegenwirkt, steigt der Strom erst all-

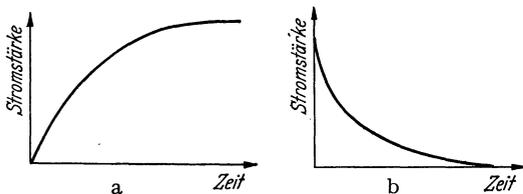


Abb. 237. Wirkung der Selbstinduktion auf den Stromverlauf beim Einschalten (a) und Ausschalten (b).

mählich auf seinen dem OHMSchen Gesetz entsprechenden Endwert an, und zwar um so langsamer, je größer die Selbstinduktion ist, s. Abb. 237 a. Ebenso sinkt beim Abschalten der Stromquelle, sofern nur der Kreis geschlossen bleibt, die Stromstärke erst allmählich auf Null ab, s. Abb. 237 b.

Der Strom zeigt also eine gewisse Trägheit, s. weiter unten.

Betrachten wir diese Erscheinung vom Standpunkt des Energieumsatzes aus, so erkennen wir, daß beim Einschalten des Stromes offenbar ein Teil der EMK der Stromquelle zunächst zur Überwindung der induzierten Gegenspannung gebraucht wird und daher die von der Stromquelle in den Kreis gelieferte elektrische Energie nicht ausschließlich in Stromarbeit umgewandelt wird, sondern zuerst auch zum Aufbau der potentiellen Energie des Magnetfeldes gebraucht wird. Umgekehrt wird diese Energie beim Abschalten der äußeren Stromquelle wieder frei und in Energie des Öffnungsstromes umgewandelt. Je größer die Selbstinduktion ist, um so größer ist auch die Energie des mit dem Strom verbundenen Magnetfeldes und um so langsamer erreicht der Strom seinen Endwert, genau so wie ein Körper Trägheit, etwa ein Schwungrad, erst nach längerer Einwirkung der beschleunigenden Kraft seine Endgeschwindigkeit erreicht. Mit der Masse bzw. der Selbstinduktion wächst aber auch die aufgespeicherte kinetische bzw. potentielle Energie. Das Magnetfeld vermag wie eine große bewegte Masse nach dem Verschwinden der ursprünglichen Kraft (EMK der Stromquelle) noch eine Arbeit zu leisten, s. § 144. Wir sehen daraus, daß die Trägheit von Strom und Magnetfeld eine notwendige Folge der Selbstinduktion ist. Die Selbstinduktion spielt eine wesentliche Rolle in Wechselstromkreisen und bei der Erzeugung von elektrischen Schwingungen, vgl. §§ 136 und 144.

Schließen wir den Stromkreis, so ist die induzierte Gegenspannung  $E_i = -L \frac{dI}{dt}$ . Die EMK der äußeren Stromquelle  $E_e$  muß also sowohl den OHMSchen Spannungsabfall  $RI$  wie diese Gegenspannung überwinden, es ist also  $E_e = RI + L \frac{dI}{dt}$ . Die von der Stromquelle gelieferte Energie  $\int E_e I dt$  gibt erstens die Stromarbeit  $\int RI^2 dt$  und zweitens einen Energiebetrag der Größe  $\int L \frac{dI}{dt} I dt = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2}$ , der zum Aufbau des Magnetfeldes gebraucht wird. Das ist also die Energie des mit dem Strom verbundenen Magnetfeldes.

**§ 136. Wechselströme.** Der Wechselstrom ist aus praktischen Gründen die verbreitetste Stromart. Wir behandeln daher auch in dieser elementaren

Einführung kurz die wichtigsten Eigenschaften von Wechselströmen. Während bei einem Gleichstrom die Elektronen stets in derselben Richtung fließen, ändert sich beim Wechselstrom ständig die Richtung und die Stärke des Elektronenstromes. Die Elektronen schwingen gewissermaßen hin und her.

In § 140 werden wir sehen, daß wir bei der Drehung einer Leiterschleife in einem homogenen Magnetfelde nicht eine konstante, sondern eine periodisch, und zwar sinusförmig schwankende Induktionsspannung, also eine Wechselspannung der Form

$$u = U_0 \sin \omega t = U_0 \sin 2\pi n t$$

und einen Wechselstrom

$$i = I_0 \sin \omega t = I_0 \sin 2\pi n t$$

erhalten, s. Abb. 247;  $u$  und  $i$  sind die Momentanwerte,  $U_0$  und  $I_0$  die Scheitelwerte von Spannung und Strom,  $\omega$  ist die Kreisfrequenz,  $n$  die Frequenz oder die Zahl der Perioden pro Sekunde. Beim üblichen technischen Wechselstrom ist  $n = 50$  Hz.

Schicken wir Wechselstrom durch einen gewöhnlichen Drehspulstrommesser, so erhalten wir keinen Ausschlag, da das drehbare System den ihre Richtung schnell wechselnden, sonst aber nach beiden Seiten gleichen Ablenkungskräften nicht zu folgen vermag. Der hier gemessene arithmetische Mittelwert des Stromes ist Null. Nun ist bei Gleichstrom die Stromwärme dem Quadrat der Stromstärke proportional, also von der Stromrichtung unabhängig. Schicken wir daher Wechselstrom durch einen Hitzdrahtstrommesser, vgl. § 120, so erhalten wir einen von der Stromwärme bestimmten Ausschlag. Wir messen nun die Stromstärke eines Wechselstromes durch die sog. effektive Stromstärke  $I$  und verstehen darunter diejenige Stromstärke, die ein Gleichstrom haben müßte, um dieselbe Stromwärme  $N$  zu erzeugen. Die effektive Stromstärke ist also so definiert, daß auch bei Wechselströmen die Beziehung für die Stromwärme  $N = RI^2$  gültig bleibt. Die Effektivwerte von Strom und Spannung sind daher die sog. quadratischen Mittelwerte, d. h. die Wurzeln

aus dem Mittel der Quadrate aller Momentanwerte oder  $I^2 = \frac{1}{T} \int_0^T I^2 \sin^2 \omega t dt$ ,

$T$  die Periode der Schwingung. Bei rein sinusförmigem Wechselstrom ist

$$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \quad \text{und} \quad U = \frac{U_0}{\sqrt{2}}.$$

Diese Effektivwerte messen wir mit jedem vom Quadrat der Stromstärke abhängigen Instrument, s. § 120.

Induktiver und kapazitiver Widerstand. Schicken wir Wechselstrom durch einen Kreis, der neben dem OHMSchen Widerstand  $R$  noch eine Selbstinduktion  $L$  erhält, s. Abb. 238a, so nimmt die Stromstärke mit wachsender Selbstinduktion und Frequenz ab. An Stelle des OHMSchen Gesetzes tritt eine erweiterte Beziehung, die es erlaubt, bei bekanntem Effektivwert der Spannung, falls  $R$  und  $L$  gegeben sind, die effektive Stromstärke zu berechnen. Sie lautet

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}.$$

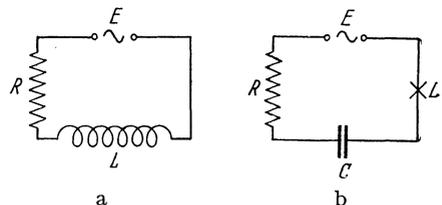


Abb. 238. Wechselstromkreis mit Selbstinduktion (a) und Kapazität (b).

Der Wechselstromwiderstand ist also gegenüber dem Gleichstromwiderstand  $R$  um den sog. induktiven Widerstand  $\omega L$  vergrößert worden.

Diese Eigentümlichkeit erklärt sich daraus, daß die momentan vorhandene Spannung  $u$  nicht nur den OHMSchen Spannungsabfall  $u_R = iR$ , sondern auch die Selbstinduktionsspannung  $u_L = -\frac{L di}{dt}$  decken muß. Es ist daher in jedem Augenblick  $u = u_R + (-u_L) = iR + \frac{L di}{dt}$ . Die weitere Überlegung führt dann zu der obigen Beziehung.

Ein induktiver Widerstand, der keinen OHMSchen Widerstand enthält, verzehrt keine Energie, gibt also auch keine Verluste durch Stromwärme. Es wird nur in ständigem Wechsel der Stromquelle Energie entzogen, zum Aufbau des Magnetfeldes des Stromes verbraucht und dann beim Verschwinden des Magnetfeldes zurückgegeben, vgl. §§ 135 und 144. Wir haben einen sog. wattlosen Strom. Mit solchen Drosselspulen kann man also die Stromstärke in einem Wechselstromkreise ohne Energieverluste regulieren. Das ist bei Gleichstrom mit Hilfe eines Vorschaltwiderstandes nicht möglich. Eine Drosselspule ist für einen Gleichstrom ein Kurzschluß, für einen Wechselstrom bildet sie dagegen einen um so größeren Widerstand, je höher dessen Frequenz ist.

Schalten wir in den Stromkreis einen Kondensator der Kapazität  $C$  ein, s. Abb. 238b, so ist für Gleichstrom der Kreis unterbrochen. Nur im Augenblick des Einschaltens fließt ein Strom, der den Kondensator auflädt. Schalten wir dagegen eine Wechselspannung an, so wird der Kondensator während einer Periode aufgeladen, entladen, dann mit umgekehrten Vorzeichen aufgeladen und wieder entladen. Es fließen also die Elektronen ständig durch den Draht zwischen den Kondensatorplatten hin und her. Die pro Sekunde transportierte Ladung oder die Stromstärke wächst mit der Frequenz und mit der Kapazität. In einem Kondensatorkreis fließt also beim Anlegen einer Wechselspannung, wie wir auch mittels einer eingeschalteten Glühlampe erkennen können, s. Abb. 238b, ein Wechselstrom, und zwar von der Größe

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}}.$$

Bei sehr hohen Frequenzen wirkt der Kondensator also als Kurzschluß. Die Größe  $1/\omega C$  bezeichnen wir als den kapazitiven Widerstand. Ist kein OHMScher Widerstand vorhanden, so haben wir auch hier einen wattlosen Strom vor uns, bei dem periodisch Energie zum Aufbau des elektrischen Feldes in den Kondensator einströmt und dann wieder in die Stromquelle zurückfließt.

Enthält der Wechselstromkreis neben dem OHMSchen Widerstand sowohl eine Selbstinduktion wie eine Kapazität, und zwar alles in Reihe geschaltet, so gilt die Beziehung

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}.$$

Man erkennt aus dieser Gleichung, daß für  $\omega L = \frac{1}{\omega C}$  oder für die durch die Gleichung  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  bestimmte Frequenz der Widerstand besonders klein, die Stromstärke besonders groß wird. Diesen Fall bezeichnen wir als Resonanz, vgl. dazu auch § 144 ff.

In einem Wechselstromkreis mit Selbstinduktion oder Kapazität sind Strom und Spannung nicht mehr in Phase, d. h. es erreichen z. B. Strom und Spannung nicht gleichzeitig die Maximalwerte. Die Strom- und Spannungskurve sind um einen bestimmten Phasenwinkel  $\varphi$  gegeneinander verschoben. Sind nun in einem bestimmten Augenblick Strom und Spannung gegeneinander gerichtet, die eine Größe also positiv, die andere negativ, so wird die Stromarbeit in diesem

Zeitabschnitt  $\Delta A = iu \Delta t$  negativ. Das ist z. B. der Fall, solange das Magnetfeld abgebaut wird und die Energie in die Stromquelle zurückfließt. Die nähere Untersuchung lehrt, daß die Leistung  $N$  eines Wechselstromes durch

$$N = IU \cos \varphi$$

gegeben ist, wo  $\varphi$  den Phasenwinkel zwischen Strom und Spannung bedeutet. Für  $\varphi = 90^\circ$  oder  $\cos \varphi = 0$  wird die Leistung null, wie haben den oben besprochenen wattlosen Strom vor uns. Ist nur OHMScher Widerstand vorhanden, so wird  $\varphi = 0$  und  $\cos \varphi = 1$  und wir erhalten dieselbe Beziehung wie bei Gleichstrom, nämlich  $N = JU$ .

## VIII. Magnetische Eigenschaften der Stoffe.

§ 137. **Grundbegriffe.** Bringen wir in das Innere einer Spule einen sie möglichst ganz ausfüllenden Eisenkern, so erhalten wir eine außerordentliche Steigerung des Magnetfeldes im Innen- und Außenraum. Durch das magnetische Feld des Spulenstromes werden ja die Elementarmagnete des Eisens im Felde ausgerichtet, vgl. § 119, so daß ihre Nordpole in die positive Feldrichtung zeigen. Es kommen also zu den ursprünglichen Kraftlinien des Spulenstromes die der Elementarmagnete oder der atomaren Kreisströme hinzu, s. Abb. 239. Die Verstärkung des Feldes im Innern des Eisens können wir mit Hilfe des in Abb. 233 dargestellten Induktionsversuches erkennen.

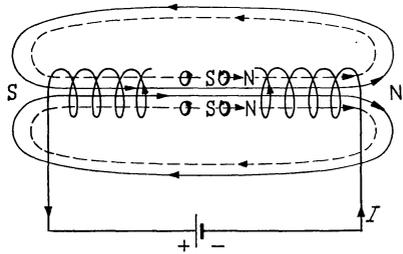


Abb. 239. Verstärkung des Magnetfeldes einer Stromspule durch das Feld (gestrichelt gezeichnet) der atomaren Kreisströme im Eisenkern.

Beim Einschalten des Stromes in der Ringspule wird in der Induktionsspule  $S$  ein Strom induziert, dessen Größe wir mit Hilfe eines Galvanometers  $G$  messen können. Füllen wir die Spule mit einem Eisenkern aus, so steigt der Ausschlag auf ein Vielfaches.

Das im Innern des Eisens herrschende magnetische Feld, das sich aus dem ursprünglichen Felde der Stromspule und dem von dem magnetisierten Eisen herrührenden Anteil zusammensetzt<sup>1</sup>, bezeichnen wir künftig mit  $B$  und nennen  $B$  die Induktion, auch Kraftflußdichte in dem betreffenden Stoff. Die Zahl, die angibt, um wieviel das ursprüngliche Feld in Luft  $H$  durch das Einbringen des materiellen Körpers verändert wird, heißt die Permeabilität  $\mu$  des betreffenden Stoffes, also

$$B = \mu H.$$

Es ist üblich, die wahre Feldstärke im magnetischen Eisen  $B$ , gemessen durch die Induktionswirkung, nicht wie die ursprüngliche Feldstärke in Luft in Oersted, sondern in Gauß anzugeben, wenn auch beide Einheiten dieselbe Größe und Dimension besitzen.

Füllen wir die Spule innen statt mit Eisen mit allen möglichen anderen Stoffen, wie Holz, Aluminium, Wismut u. dgl. aus, so finden wir praktisch keine Änderung gegenüber Luft. Nur sehr genaue Messungen lassen bei manchen Stoffen, wie Al, eine ganz geringe Zunahme, in den meisten Fällen jedoch eine geringe Abnahme erkennen. Nach ihrem magnetischen Verhalten können wir daher alle Stoffe in drei Gruppen einteilen:

Diamagnetische Stoffe zeigen ganze geringe Schwächung des ursprünglichen Feldes;  $\mu < 1$ ;

Paramagnetische Stoffe zeigen ganz geringe Verstärkung des ursprünglichen Feldes;  $\mu > 1$ ;

<sup>1</sup> Das gilt streng nur für die Ringspule.

Ferromagnetische Stoffe zeigen sehr große Verstärkung des ursprünglichen Feldes;  $\mu \gg 1$ .

Da unter dem Einfluß eines Feldes  $H$  ein Körper magnetisiert wird, erhält er ein magnetisches Moment  $M$ . Seine Magnetisierung  $J$  messen wir durch das magnetische Moment pro Volumeneinheit, also durch  $J = M/V$ . Bei dia- und paramagnetischen Stoffen ist  $J$  der Feldstärke  $H$  proportional oder  $J = \kappa H$ . Dabei ist  $\kappa$  die magnetische Suszeptibilität oder das magnetische Moment pro Volumeneinheit im Felde von 1 Oersted. Bei dia- und paramagnetischen Stoffen sind  $\mu$  und  $\kappa$  Materialkonstanten, während sie bei ferromagnetischen Stoffen von der Feldstärke abhängen, vgl. § 139.

**§ 138. Dia- und Paramagnetismus.** Das eben geschilderte verschiedene magnetische Verhalten von Stoffen können wir verstehen, wenn wir den Magnetismus auf die in den Atomen fließenden Ströme, die sog. AMPERESchen Molekularströme zurückführen. In einem anschaulichen Bilde, das die neuere Atomphysik weitgehend entwickelt und begründet hat, stellen wir uns vor, daß die Elektronen die positiven Atomkerne umkreisen, vgl. § 206. Jedes umlaufende Elektron stellt einen dauernden elektrischen Kreisstrom, also einen atomaren Magneten mit einem bestimmten Moment dar. Es gibt Atome, wie die Edelgase, und Moleküle, wie  $N_2$ , in denen sich die magnetischen Momente der einzelnen Elektronenbahnen zu Null kompensieren, wie das z. B. bei zwei entgegengesetzt umlaufenden Elektronen der Fall ist. Das sind die diamagnetischen Atome und Moleküle. Im Gegensatz dazu besitzen die paramagnetischen Atome von vornherein ein endliches Moment.

Bringen wir nun einen Körper aus diamagnetischen Atomen in ein Magnetfeld, so treten in jedem Atom induzierte elektromotorische Kräfte auf, die die umlaufenden Elektronen nach dem LENZschen Gesetz so beeinflussen, daß die zusätzlich induzierten Ströme die ursprüngliche Wirkung zu hemmen suchen<sup>1</sup>, d. h. Felder ergeben, die dem ursprünglichen entgegengesetzt sind, es also

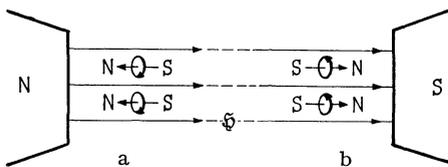


Abb. 240. Diamagnetische (a) und paramagnetische (b) Atome in einem Magnetfeld. Stromrichtung ist die der umlaufenden Elektronen.

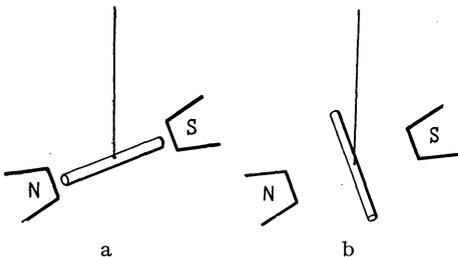


Abb. 241. Paramagnetisches (a) und diamagnetisches (b) Stäbchen zwischen zwei Magnetpolen.

für sich allein einen Drehimpuls und ein magnetisches Moment.

Da bei paramagnetischen Stoffen die atomaren Elementarmagnete sich wie beim Eisen, s. Abb. 240b, „richtig“ in die Feldrichtung einstellen, werden paramagnetische Körper von einem Magnetpol angezogen, während

<sup>1</sup> Diese Induktionsströme fließen ungeschwächt weiter, da die Elektronen innerhalb der Atome in widerstandslosen Bahnen umlaufen.

schwächen, daher  $\mu < 1$ . Die durch Induktion auftretenden Atommagnete stehen entgegengesetzt zur Feldrichtung, s. Abb. 240a. Bei paramagnetischen Körpern stellen sich die von vornherein vorhandenen Atommagnete in die Feldrichtung ein, so daß das Feld, s. Abb. 240b, verstärkt wird,  $\mu > 1$ . Auch ein paramagnetischer Körper besitzt infolge der immer auftretenden Induktionsströme Diamagnetismus, doch ist dieser im allgemeinen vom Paramagnetismus überdeckt.

Die magnetischen Momente der Atome rühren nur zum Teil von den den Atomkernen umkreisenden Elektronenströmen her. Jedes Elektron rotiert nämlich um seine eigene Achse (Kreiselektron mit sog. Elektronendrehung oder Elektronenspin) und besitzt daher bereits

diamagnetische abgestoßen werden. Ferner stellt sich ein paramagnetisches Stäbchen in die Feldrichtung, ein diamagnetisches quer dazu ein, s. Abb. 241a u. b.

Da bei diamagnetischen Körpern die induzierten Momente eine Magnetisierung entgegengesetzt zur Feldrichtung ergeben, ist die Suszeptibilität negativ.

**§ 139. Ferromagnetismus.**  $\alpha$ ) Die Erscheinung. Ferromagnetismus zeigen außer Eisen die ihm chemisch verwandten Metalle Kobalt und Nickel sowie viele Legierungen, darunter auch solche von an und für sich nicht ferromagnetischen Metallen, wie Cu, Mn und Al, sog. HEUSLERSche Legierungen. Ferromagnetische Stoffe sind dadurch ausgezeichnet, daß die Permeabilität sehr große Werte annimmt (bei weichem Schmiedeeisen geht  $\mu$  bis 5000), ferner dadurch, daß  $\mu$  nicht mehr eine Materialkonstante ist, sondern von der äußeren Feldstärke und der Vorbehandlung des Stoffes abhängt, und schließlich dadurch, daß oberhalb einer bestimmten Temperatur der Ferromagnetismus verschwindet. Im Gegensatz zum Para- und Diamagnetismus ist der Ferromagnetismus keine Atomeigenschaft. Wir finden ihn nur bei festen, aus mikrokristallinen Blöcken bestehenden Körpern, also nicht bei Flüssigkeiten oder Gasen.

Um seine Eigentümlichkeiten kennenzulernen, unterwerfen wir ein Eisenstück einer zyklischen Magnetisierung. Dazu bringen wir eine ursprünglich unmagnetische Eisenprobe in ein allmählich wachsendes magnetisches Feld  $\mathfrak{H}$ , indem wir es in eine Spule stecken und einen stärker werdenden Strom durchschicken. Dabei steigt, wie mit Hilfe einer Induktionsspule  $S$  festgestellt werden kann, vgl. Abb. 233, die Induktion  $\mathfrak{B}$  nicht beliebig weit an, sondern erreicht einen Sättigungswert, s. Abb. 242. Diese magnetische Sättigung ist dann erreicht, wenn alle Atommagnete sich im äußeren Felde ausgerichtet haben. Eine weitere Magnetisierung des Eisens ist unmöglich. Vermindern wir nun die äußere Feldstärke  $\mathfrak{H}$  bis auf Null, kehren dann die Stromrichtung um, erzeugen ein wieder ansteigendes Feld, nur mit umgekehrten Vorzeichen bis zum alten Wert und gehen dann wieder über Null zum ersten Höchstwert über, so erhalten wir eine für die  $\mathfrak{B}$ -Werte eigentümliche Schleife, die sog. Hysteresiskurve. Den von 0 ausgehenden Kurvenast, d. h. die Magnetisierungskurve eines vorher unmagnetischen Körpers, nennen wir die jungfräuliche oder die Nullkurve. Aus der Abb. 242 erkennen wir, daß auch für  $\mathfrak{H} = 0$  noch eine gewisse Induktion, d. h. eine gewisse Orientierung der Atommagnete vorhanden ist. Es bleibt also eine Restmagnetisierung oder Remanenz  $R$  zurück, der Körper ist zum permanenten Magneten geworden. Um das Eisen völlig unmagnetisch,  $\mathfrak{B} = 0$ , zu machen, müssen wir ein Gegenfeld der Größe  $K$  einschalten, sein Wert heißt die Koerzitivkraft des Eisens.

Die Schleifenform der Hysteresiskurve beruht darauf, daß bei der Magnetisierung molekulare Kräfte überwunden werden müssen, die gewisse innere Gleichgewichtslagen aufrechtzuhalten suchen. Daher folgen die Elementarmagnete dem äußeren richtenden Felde nur mit Verzögerung, die Induktion bleibt immer etwas zurück. Bei der zyklischen Magnetisierung muß daher Arbeit geleistet werden, die in Wärme verwandelt wird, also verloren ist. Beim Bau elektrischer Maschinen, Transformatoren usw. muß man darauf achten, diese Verluste möglichst kleinzuhalten.

$\beta$ ) Zur Erklärung des Ferromagnetismus. Den Ferromagnetismus kann man folgendermaßen deuten. Die einzelnen mikrokristallinen Blöcke, aus denen

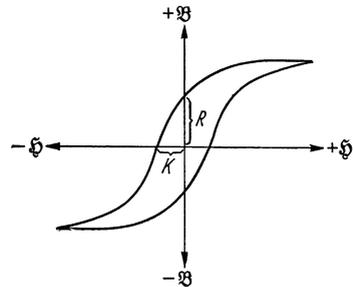


Abb. 242. Hysteresisschleife.

sich ein fester Metallkörper aufbaut, bestehen aus Bezirken, Elementargebieten, in denen die Elementarmagnete unter sich völlig parallel liegen und sich gegenseitig in dieser Lage festhalten. Im unmagnetisierten Zustande sind die Achsen dieser Gebiete so verteilt, daß der Kristallit nach außen unmagnetisch ist. Schalten wir ein äußeres Feld ein, so suchen sich die Gesamtmomente der einzelnen Gebiete in die Feldrichtung einzustellen. Dem wirken die inneren Spannungen des Materials entgegen. Erst wenn die Feldstärke einen gewissen Betrag übersteigt, klappen die Magnete eines ganzen Gebietes gleichzeitig ruckartig um<sup>1</sup>. Je geringer die Koerzitivkraft ist, um so leichter klappen die Elementargebiete um, um so magnetisch weicher ist das Eisen.

Da die Wärmebewegung jeder Ordnung, also auch der gegenseitigen Ausrichtung der Atommagnete innerhalb der Elementarbereiche entgegenwirkt, nimmt die Magnetisierbarkeit, also  $\mu$  mit wachsender Temperatur ab. Bei einer bestimmten Temperatur, dem sog. CURIE-Punkt, verschwindet der Ferromagnetismus und der Körper zeigt nur noch Paramagnetismus. Die CURIE-Temperatur des Eisens liegt bei 769° C.

$\gamma$ ) Anwendungen. Elektromagnet. Wir haben schon in § 137 gesehen, daß das äußere Magnetfeld einer stromdurchflossenen Spule außerordentlich verstärkt werden kann, wenn wir das Spuleninnere mit einem Eisenkern ausfüllen.

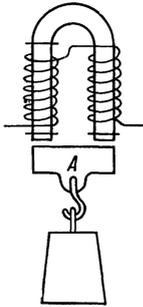


Abb. 243. Elektromagnet zum Heben von Lasten.

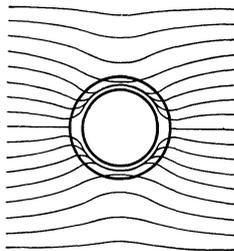


Abb. 244. Schirmwirkung von weichem Eisen.

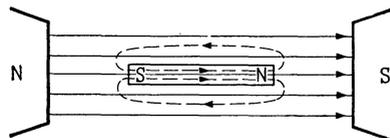


Abb. 245. Zum Hereinsaugen der Kraftlinien in Eisen.

Auf diese Weise erhalten wir einen sehr starken Magneten, einen sog. Elektromagneten. Man kann in kleinen Bereichen sehr hohe Feldstärken erzielen, wenn man

aus einem Eisen hoher Permeabilität einen möglichst geschlossenen Kreis bildet. Ein hufeisenförmiger Elektromagnet, s. Abb. 243, besitzt eine beachtliche Tragkraft, insbesondere dann, wenn man die Spulen außen noch mit einem Eisenmantel umgibt, der mit dem Anker *A* einen möglichst geschlossenen Eisenkörper bildet.

Magnetische Schirmwirkung. Bringt man einen Ring aus weichem Eisen in ein Magnetfeld, so werden die Kraftlinien in das Eisen hereingesaugt. Der Raum innerhalb des Ringes bleibt feldfrei, s. Abb. 244. Auf Grund dieser Erscheinung kann man Instrumente gegen magnetische Störfelder durch Kapselung in Eisen schützen, sog. magnetischer Panzerschutz.

Dieses Hereinsaugen der magnetischen Kraftlinien in Körper großer Permeabilität können wir uns an einem einfachen Beispiel klarmachen. Bringen wir einen ursprünglich unmagnetischen Eisenstab in ein homogenes Feld, so wird dieser unter der Einwirkung des Feldes zu einem Magnet, seine geschlossenen Kraftlinien, in Abb. 245 gestrichelt gezeichnet, verstärken im Innern das ursprüngliche Feld, während sie es im Außenraume schwächen. Das Einsaugen der Kraftlinien beruht also auf der Überlagerung des Feldes des magnetisierten Eisens mit dem ursprünglichen Felde.

<sup>1</sup> Dabei stellen sie sich zunächst in bestimmte Vorzugsrichtungen, nämlich in die durch die Orientierung des Kristallits bestimmte günstigste Richtung zum äußeren Felde ein. Erst bei größeren Feldstärken kommt es zu einer völligen Einstellung in die Feldrichtung.

### IX. Anwendungen der Induktion.

§ 140. **Generatoren und Motoren.** Versetzen wir den in Abb. 246 gezeichneten, zwischen den Polen eines Magneten befindlichen rechteckigen Drahtrahmen in gleichförmige Drehung, so ändert sich der den Leiter durchdringende Kraftfluß periodisch. Dasselbe würden wir im Prinzip auch mit einem festgehaltenen Leiter bei rotierenden Polen erreichen. Infolgedessen erhalten wir eine periodisch schwankende induzierte Spannung, eine Wechselspannung, die wir über zwei Schleifringe mit Bürsten abnehmen können. Steht der Rahmen senkrecht, so ist zwar der Kraftfluß  $\Phi = FH$  am größten, seine Änderung bei der Drehung aber am kleinsten, steht der Rahmen horizontal, so ist dagegen die Änderung und damit die in diesem Augenblick auftretende Induktionsspannung am größten. Nach einer Drehung um  $180^\circ$  ändert die Spannung die Richtung, da dem LENZschen Gesetz zufolge der Strom immer so gerichtet ist, daß er die primäre Wirkung, hier die aufgezwungene Drehung, zu hemmen sucht. Das

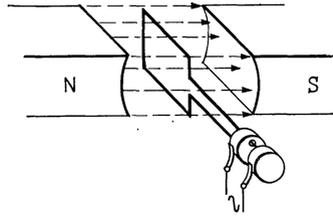


Abb. 246. Zur Erzeugung von Wechselstrom.

ist dann der Fall, wenn der stromdurchflossene Leiter eine magnetische Platte darstellt, deren Pole von den äußeren der Maschine angezogen werden. Die induzierte Wechselspannung  $u$  ändert ihre Größe und Richtung nach einer Sinuskurve,  $u = U_0 \sin 2\pi nt$ , und wir erhalten bei einem geschlossenen Stromkreis einen Wechselstrom der Form

$$i = I_0 \sin 2\pi nt = I_0 \sin \omega t,$$

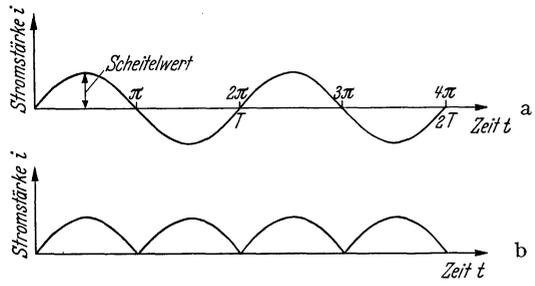


Abb. 247. Sinusförmiger Wechselstrom (a); pulsierender Gleichstrom (b).

s. Abb. 247 a, vgl. dazu auch § 136. Nach einer Umdrehung von  $360^\circ$  oder  $2\pi$  fängt der Vorgang von neuem an, es beginnt eine neue Periode  $T$ . Bei 50 Umdrehungen pro Sekunde erhalten wir einen Wechselstrom von  $n = 50$  Hz. Das ist die Frequenz des technischen Wechselstromes im Ortsnetz.

Will man statt Wechselstrom Gleichstrom erzeugen, so braucht man sog. Kommutatoren oder Kollektoren, d. h. statt zweier Schleifringe einen einzigen, der durch eine isolierende Zwischenschicht in zwei Teile geteilt ist, so daß, s. Abb. 248, bei jedem Wechsel der Stromrichtung die Bürsten von einem Segment auf das andere übergehen. Dadurch behält der Strom seine Richtung bei und wir erhalten einen pulsierenden Gleichstrom, vgl. Abb. 247 b.

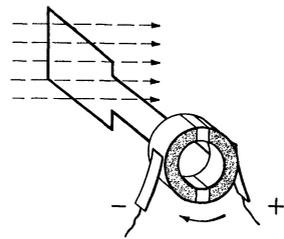


Abb. 248. Kommutator zur Abnahme von Gleichstrom.

Um die induzierte Spannung zu steigern, nimmt man statt einer einzigen Leiterschleife eine ganze Reihe von solchen hintereinander geschaltet, d. h. eine Spule. Ferner erhöht man den Kraftfluß dadurch, daß man der Spule einen Eisenkern gibt. Spule und Kern bilden zusammen den Anker einer stromerzeugenden Maschine, eines sog. Generators. Das Magnetfeld erzeugt ein Elektromagnet, der sog. Feldmagnet. Den rotierenden Teil der Maschine nennt man den Läufer, ihren ruhenden Teil den Ständer. In der Mehrzahl der Fälle bildet der Anker den Läufer. Nimmt man statt einer einzigen Spule  $n$

um gleiche Winkel gegeneinander versetzte Spulen, einen sog. Trommelanker, und unterteilt den Kollektor in  $n$  voneinander isolierte Lamellen, so erhält man als Überlagerung von  $n$  Stromkurven nach Abb. 247 b eine sehr geglättete Stromkurve, also einen praktisch konstanten Gleichstrom.

Zur Erregung des Magnetfeldes braucht man keine fremde Stromquelle. Da jeder Magnet remanenten Magnetismus zeigt, entsteht beim Andrehen des Läufers im Anker immer ein wenn auch noch so schwacher Induktionsstrom. Leiten wir diesen durch die Wicklung des Feldmagneten, so steigt das magnetische Feld, also auch der induzierte Strom und damit wieder das Magnetfeld an usw. bis zu einem Gleichgewichtswert. Dieses Prinzip der Selbsterregung hat v. SIEMENS<sup>1</sup> angegeben. Die auf diese Weise arbeitenden Maschinen bezeichnen wir als Dynamomaschinen. Sie verwandeln mechanische Energie in elektrische. Wird der Maschine kein Strom entnommen, so tritt auch keine mechanische Kraft auf, die die Drehung des stromdurchflossenen Ankers im Magnetfeld hemmt.

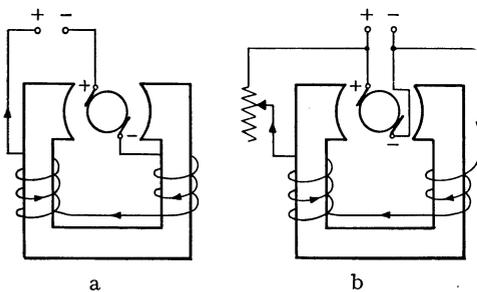


Abb. 249. Generator in (a) Haupt- und (b) Nebenschlußschaltung.

Je mehr Strom jedoch dem Generator entnommen wird, um so mehr Arbeit muß aufgewandt werden, um den Anker gegen diese Kräfte zu drehen.

Wir können den Generator als Hauptschluß- oder Nebenschlußmaschine schalten, s. Abb. 249 a u. b. Bei der Hauptschlußschaltung, d. h. Feldmagnet und Anker in Reihe, wächst nach unseren obigen Ausführungen die Klemmspannung mit der Stromstärke, sie ändert sich also mit der Belastung.

Bei der Nebenschlußmaschine, bei der Anker und Feldmagnet parallel liegen, so daß nur ein Bruchteil des induzierten Stromes durch die Feldspule geht, und noch mehr bei kombinierten Schaltungen, den sog. Verbundmaschinen, erhält man eine von der Belastung unabhängige Klemmspannung.

Schickt man umgekehrt durch eine ruhende Dynamomaschine von außen Strom, so üben die Kräfte zwischen Magnetfeld und Ankerstrom ein Drehmoment aus, das den Läufer in Drehung versetzt. Dieses beim Stromdurchgang auftretende Drehmoment mußten wir bei der als Generator laufenden Maschine überwinden. Jetzt läuft die Maschine als Motor, d. h. wir können die hineingesteckte elektrische Energie in mechanische verwandeln. Bei rotierendem Läufer wird natürlich wieder eine Gegenspannung induziert, die nach der LENZschen Regel dem hineingeschickten Strom entgegenwirkt. Je langsamer der Motor läuft, d. h. je mehr er gebremst wird, also Arbeit leistet, um so geringer ist diese Gegenspannung, um so mehr Strom fließt durch den Anker und um so größer ist die aufgenommene elektrische Energie.

Auf die vielfältigen technischen Ausführungen von Generatoren und Motoren gehen wir nicht näher ein und besprechen nur kurz noch den Drehstrommotor.

Drehfeld. Wir betrachten zwei senkrecht zueinander orientierte Spulenpaare I und II, deren Spulen je in Reihe geschaltet sind, s. Abb. 250. Die jedes Spulenpaar durchfließenden getrennten Wechselströme seien um  $90^\circ$  phasenverschoben, d. h. wenn der Strom in Paar I gerade sein Maximum hat, hat der Strom in Paar II gerade den Wert 0. Das Magnetfeld in der Mitte der 4 Spulen

<sup>1</sup> WERNER VON SIEMENS, 1816—1892, Mitbegründer der Firma Siemens & Halske, war ursprünglich Artillerieoffizier. Durch seine Arbeiten wurde er führend für die Entwicklung der Elektrotechnik.

setzt sich also aus zwei aufeinander senkrecht schwingenden Magnetfeldern  $\mathfrak{S}_1$  und  $\mathfrak{S}_2$  zusammen, die um  $90^\circ$  phasenverschoben sind. Das resultierende Feld wird also durch eine zirkulare Schwingung, vgl. § 60, dargestellt, d. h. die Richtung des Feldes dreht sich während einer Periode um  $360^\circ$ , wir haben ein magnetisches Drehfeld vor uns. Die Technik benutzt meist drei miteinander verkettete, jeweils um  $120^\circ$  phasenverschobene Ströme, sog. Dreiphasenstrom oder Drehstrom und leitet zur Herstellung eines Drehfeldes die 3 Teilströme in Erweiterung des Spulenkernes der Abb. 250 durch 3 um  $120^\circ$  gegeneinander versetzte Spulenaare. Bringt man in ein solches Drehfeld eine in sich kurzgeschlossene Spule, einen sog. Kurzschlußanker, als Läufer, so werden in diesem Ströme induziert. Diese erfahren im rotierenden Magnetfelde mechanische Kräfte, die den Läufer in Drehung versetzen, so daß er hinter dem Magnetfeld herläuft. Würden beide genau synchron, d. h. mit gleicher Drehzahl umlaufen, so wäre die Änderung des den Anker durchsetzenden Kraftflusses null und damit würden der Induktionsstrom und das Drehmoment verschwinden. Wird der Läufer belastet, so sinkt seine Drehzahl. Die induzierten Ströme wachsen so lange, bis das auftretende Drehmoment zur Deckung der mechanischen Arbeitsleistung ausreicht. Die Differenz zwischen der Drehzahl des Feldes und der des Ankers bezeichnet man als die Schlüpfung, den Motor auch als Asynchronmotor.

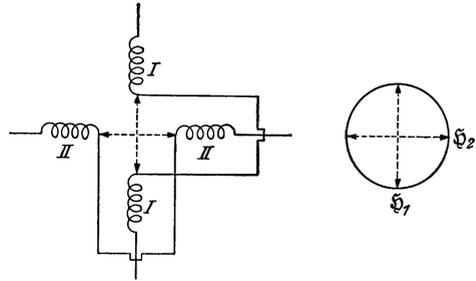


Abb. 250. Herstellung eines magnetischen Drehfeldes aus zwei aufeinander senkrecht stehenden Schwingungen.

§ 141. **Transformator.** Ein Transformator oder Umspanner besteht aus zwei vom gleichen Kraftfluß durchsetzten Spulen, die auf einem möglichst geschlossenen und zur Vermeidung von Wirbelströmen unterteilten Eisenkern sitzen, s. Abb. 251. Die Primärspule  $I$  mit  $n_I$  Windungen sei an die Wechselstromquelle angeschlossen. Ihr OHMScher Widerstand kann vernachlässigt werden. Der in  $I$  fließende Wechselstrom erzeugt einen sich ändernden Kraftfluß, der infolge der Selbstinduktion eine Gegenspannung induziert.

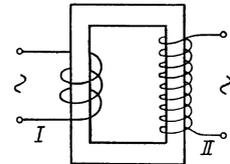


Abb. 251. Transformator.

Der durch die Spule  $I$  gehende Strom ist dadurch bestimmt, daß die äußere Spannung stets sowohl den OHMSchen Spannungsabfall wie auch die induzierte Gegenspannung überwinden muß. Da der OHMSche Widerstand praktisch null ist, folgt daraus, daß die induzierte Spannung stets der äußeren entgegengesetzt gleich ist, so daß beide sich stets das Gleichgewicht halten.

Da derselbe Kraftfluß auch die Spule  $II$  durchsetzt (der Eisenschluß hält die Kraftlinien zusammen), entsteht auch in dieser eine Induktionsspannung. Sind die Windungszahlen der beiden Spulen  $n_I$  und  $n_{II}$ , so gilt nach dem Induktionsgesetz, s. § 134, für die in ihnen induzierten Spannungen (Momentan- und Effektivwerte)

$$\frac{u_{II}}{u_I} = \frac{U_{II}}{U_I} = \frac{n_{II}}{n_I}.$$

Wir erhalten also an der Sekundärspule eine gegenüber der ursprünglichen Spannung im Verhältnis der Windungszahlen vergrößerte bzw. verkleinerte Klemmenspannung. Wir können also mit Hilfe eines solchen Umspanners Spannungen herauf- oder heruntertransformieren. Mit der Spannung ändert

sich gleichzeitig die Stromstärke in beiden Kreisen derart, daß die Energie, d. h. das Produkt aus Stromstärke und Spannung, abgesehen von geringfügigen Verlusten im Transformator konstant bleibt. Der Transformator verwandelt also einen starken Strom von niedrigerer Spannung in einen schwachen Strom von höherer Spannung und umgekehrt. Auf diese Weise ist es möglich, elektrische Energie in hochgespannter Form und daher entsprechend verkleinerter Stromstärke über sehr große Entfernungen zu leiten, ohne daß in den Leitungen große Verluste durch Stromwärme, die ja mit  $RI^2$  anwachsen, entstehen. An der Verbraucherstelle wird der Strom auf eine ungefährliche Spannung von wenigen hundert, meist 220 Volt, heruntertransformiert.

Belasten wir den Transformator, indem wir ihn sekundär über einen Widerstand schließen, so entsteht in der Spule  $II$  ein Induktionsstrom  $i_{II}$ , der nach dem LENZschen Gesetz den Kraftfluß im Transformator schwächt, also dem primären Strom  $i_I$  gerade entgegengesetzt ist. Dadurch sinkt momentan die Gegenspannung in der Primärspule, gegeben durch

$$u_i = -Cn \frac{d\Phi}{dt}, \text{ s. § 134.}$$

Es stellt sich aber sofort wieder ein Gleichgewicht zwischen der äußeren Spannung  $u$  und der Gegenspannung  $u_i$ ,  $u = -u_i$  ein, indem der Strom  $i_I$  so lange ansteigt, bis wieder der alte Kraftfluß und damit die alte Gegenspannung erreicht ist. Es herrscht also unabhängig von der Belastung stets der gleiche Kraftfluß. Aber je mehr Strom sekundär verbraucht wird, um so mehr steigt auch die Stromstärke  $i_I$  an.

**§ 142. Induktor.** Will man mit Hilfe von Gleichstrom niederer Spannung einen Strom von hoher Spannung erzeugen, so braucht man einen Induktor.

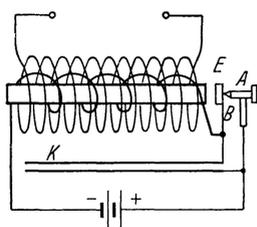


Abb. 252. Induktor.

Er besteht ebenfalls aus zwei Spulen, der dickdrähtigen nur wenige Windungen enthaltenden Primärspule und der dünndrähtigen Sekundärspule mit sehr vielen Windungen. Die Primärspule enthält einen Kern aus gebündelten Eisendrähten. Um in der Sekundärspule eine Spannung zu induzieren, muß man den Gleichstrom in der Primärspule unterbrechen und wieder schließen, „zerhacken“, und zwar so oft als möglich. Dazu braucht man einen selbsttätig arbeitenden Unterbrecher, z. B. einen Hammerunterbrecher, s. Abb. 252. Dieser enthält eine Blattfeder  $B$ , die das Eisenstück  $E$  trägt. Normalerweise liegt die Feder am Kontakte  $A$  an, so daß beim Anschließen der Stromquelle Strom durch die Primärspule geht. Dabei wird ihr Eisenkern magnetisch, zieht die Blattfeder an und unterbricht so den Strom. Dadurch wird der Eisenkern wieder unmagnetisch, die Blattfeder schnell zurück und schließt den Stromkreis von neuem.

Um hohe Spannungen zu erzielen, muß die Unterbrechung rasch erfolgen. Sie kann jedoch nicht momentan erfolgen, da zunächst in der Primärspule eine Überspannung auftritt, die einen leitenden Öffnungsfunken erzeugt, s. § 135. Um diesen sofort zu unterdrücken, ist parallel zum Unterbrecher ein bisher kurzgeschlossener Kondensator geschaltet, s. Abb. 252, der als Nebenschluß wirkt, indem er jetzt einen Ladestrom aufnimmt, diesen Stromanteil also der Funkenbahn entzieht, so daß diese erlischt. Beim Schließen des Stromkreises wird auch der Kondensator wieder kurzgeschlossen.

Ist die Sekundärspule offen, so können zwischen den Enden, falls sie genügend nahe beieinander sind, Funkenentladungen auftreten. Mit großen Funkeninduktoren und leistungsfähigen Unterbrechern, die es in verschiedenen Konstruktionen gibt, kann man Funken von 1 m Länge und mehr erzeugen.

**§ 143. Telephon und Mikrophon.** Eine biegsame Membran aus weichem Eisen stehe einem Elektromagneten gegenüber, der als Kern einen permanenten Magneten enthält, s. Abb. 253. Spricht man gegen die Platte, so gerät diese in Schwingungen und verändert damit auch das Feld um und in dem permanenten Magneten. Dadurch entsteht in der Spule  $S$  ein komplizierter Induktionsstrom,

dessen Frequenzen und Amplituden denen der ursprünglichen Schallwelle entsprechen. Leiten wir diesen Strom durch einen zweiten gleichgebauten Apparat, so wird in demselben Takt und Ausmaß dessen Magnetfeld verändert und damit die gegenüberliegende Membran in dieselben Schwingungen versetzt, wie die Membran des ersten Apparates. Auf diese Weise lassen sich Schalleindrücke über große Entfernungen weiterleiten.

Da die unmittelbare Erzeugung des Sprechstromes durch die besprochene schwingende Membran nur sehr schwache Ströme liefert, läßt man die Schallenergie einen Arbeitsstrom, dessen Energie einer anderen Quelle entstammt, steuern. Das erreicht man mit Hilfe von Mikrofonen, z. B. einem Kohlemikrofon. Ein solches besteht, s. Abb. 254, aus einem Gehäuse, das zwischen einem Kohleblock  $K$  und einer Kohlemembran  $M$  lose gepackte Kohlekörnchen enthält. Gerät die Membran in Schwingungen, so ändern sich die Übergangswiderstände zwischen den Kohlekörnchen. Schließen wir also eine Batterie über ein solches Mikrophon, so können wir durch Besprechung der Membran den Strom modulieren. Seine Schwankungen werden mit Hilfe eines Transformators  $T$  auf den Telephonkreis übertragen.

Zur Umwandlung der Schwankungen eines Sprechstromes in Schall mit größerer Energie dienen Lautsprecher. Dabei macht die verzerrungsfreie Wiedergabe von Sprache und Musik große praktische Schwierigkeiten.

## X. Elektrische Schwingungen und Wellen.

§ 144. Entstehung von elektrischen Schwingungen. Wechselströme niedriger Frequenz erzeugt man durch rotierende Generatoren, s. § 140, Wechselströme von mittleren bis zu den höchsten Frequenzen mit Hilfe von elektrischen Schwingungen.

Für das Zustandekommen einer elektrischen Schwingung ist die in § 135 besprochene Trägheit des Magnetfeldes wesentlich. Ein Schwingungskreis besteht aus einem Kondensator und einer Selbstinduktion, s. Abb. 255. Der Kondensator sei irgendwie aufgeladen worden, s. weiter unten. Nun schließen wir den Schalter. Bei rein OHMSchem Widerstand würde es eine einfache Entladung, d. h. einen sofortigen und völligen Ausgleich der Spannungsdifferenz geben. Bei Gegenwart einer Selbstinduktion wird aber während des Anstiegs des Entladestromes ein Magnetfeld aufgebaut, das Energie enthält. Sobald der Strom absinkt, setzt eine Induktionsspannung ein, die einen Strom in derselben Richtung erzeugt, s. § 135, und eine Aufladung des Kondensators mit umgekehrten Vorzeichen ergibt. Der Strom fließt also, obwohl die äußere EMK, d. h. Spannungsdifferenz der Kondensatorplatten Null geworden ist, infolge der Trägheit seines Magnetfeldes weiter. Dabei wird der Strom schwächer, die Energie des Magnetfeldes wird in elektrische Energie des umgekehrt aufgeladenen Kondensators umgewandelt, bis wir schließlich wieder nur elektrische Energie haben. Dann setzt der Vorgang von neuem, nur in umgekehrter Richtung ein. Wir haben also eine ständige Umwandlung von elektrischer Energie in magnetische und umgekehrt, d. h. eine elektromagnetische Schwingung vor uns. Sie entspricht völlig der Schwingung eines mechanischen Pendels mit ihrer ständigen wechselseitigen Umwandlung von potentieller

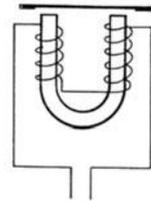


Abb. 253. Prinzip des Telefons.

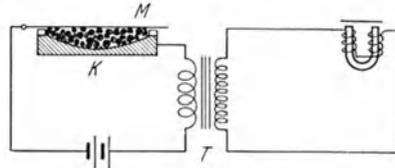


Abb. 254. Telephonkreis mit Mikrophon.

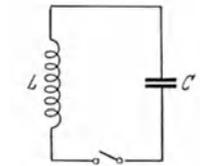


Abb. 255. Elektrischer Schwingungskreis.

und kinetischer Energie. Je größer die Selbstinduktion  $L$  des Kreises ist, um so größer ist die Trägheit des Magnetfeldes, um so länger dauert der Aufbau und Abbau desselben, um so langsamer erfolgen also die Schwingungen. Ferner wächst die Schwingungsdauer des Kreises mit der Kapazität  $C$  des Kondensators, und zwar gilt für die Schwingungsdauer  $T$  eines elektromagnetischen Schwingungskreises

$$T = \frac{1}{n} = 2\pi \sqrt{LC}.$$

Mißt man  $L$  in Henry,  $C$  in Farad, so erhält man  $T$  in Sekunden.

Die so entstehenden Schwingungen klingen allmählich ab, sind also gedämpft, weil die Energie vor allem infolge der entstehenden Stromwärme, weniger infolge von Ausstrahlung, s. § 146, allmählich verzehrt wird.

**§ 145. Erzeugung von hochfrequenten gedämpften Schwingungen.** Praktisch erzeugt man hochfrequente Schwingungen mittels einer Funkenstrecke.

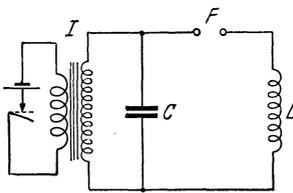


Abb. 256. Erzeugung von gedämpften Schwingungen durch Funken.

Mit Hilfe eines Transformators oder Induktors  $I$  wird der Kondensator  $C$  aufgeladen, s. Abb. 256, bis die Spannung die Überschlagsspannung, s. § 133, der Funkenstrecke  $F$  erreicht hat. Dann entlädt sich der Kondensator über die Funkenstrecke und die Selbstinduktion  $L$ . Da die Funkenstrecke durch die gebildeten Elektronen und Ionen eine endliche Zeit leitend bleibt, können sich in dem aus  $L$  und  $C$  gebildeten Kreise gedämpfte Schwingungen, d. h. eine

sog. oszillatorische Funkenentladung ausbilden. Ist diese abgeklungen und ist die Funkenstrecke nicht mehr leitend, so kann der Kondensator durch den Induktor wieder aufgeladen werden und das Spiel von neuem beginnen. Im allgemeinen ist die Frequenz dieser Schwingungen sehr groß gegenüber der Frequenz der vom Induktor oder Transformator gelieferten Spannungsschübe, so daß wir zwischen zwei Aufladungen des Kondensators sehr viele schnell abklingende Schwingungen erhalten. In den Induktorkreis können diese Schwingungen nicht übertreten, da die Selbstinduktion der Sekundärspule  $S$  gegenüber  $L$  sehr groß ist.

**Teslatransformator.** Die durch Entladung eines Kondensators über eine Selbstinduktion entstehenden Schwingungen können keine größere Spannungs-

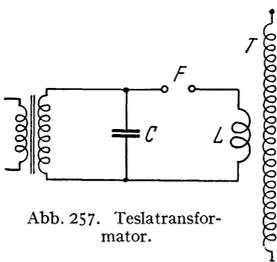


Abb. 257. Teslatransformator.

amplitude haben als die ursprüngliche Ladespannung des Kondensators. Will man den Hochfrequenzstrom auf höhere Spannungen bringen, so muß man einen Hochfrequenztransformator oder Teslatransformator  $T$  hinzunehmen, s. Abb. 257. Die Selbstinduktion  $L$  des Schwingungskreises besteht nur aus einigen wenigen Windungen, die die Primärspule des Hochfrequenztransformators bilden. Entlädt sich der Schwingungskreis über  $L$ , so treten in der aus einigen Tausend Windungen bestehenden Sekundärspule

Hochfrequenzströme von sehr hoher Spannung auf. Erdet man das eine Spulenende, so erhält man meterlange Funkenbüschel. Wegen der hohen Frequenz der Ströme treten in der Umgebung eines Teslatransformators erhebliche Induktionswirkungen auf. Mit Neon unter vermindertem Druck gefüllte Röhren leuchten in der Nähe auf, ohne daß metallische Verbindungen erforderlich sind.

Die Spannungen im Teslatransformator werden besonders groß, wenn die Sekundärspule auf den ursprünglichen Schwingungskreis abgestimmt ist. Wir können diese Spule mit ihrer Selbstinduktion und geringen Endkapazität als einen Schwingungskreis auffassen. Ist dessen Eigenfrequenz gleich der des ersten Kreises, so tritt Resonanz ein und Spannung und

Stromstärke werden zu viel höheren Werten aufgeschaukelt als dem Verhältnis der Windungszahlen entspricht.

Wegen ihrer hohen Wechselzahl sind Hochfrequenzströme für den Körper völlig ungefährlich, vgl. § 121. Man kann ruhig den Zuleitungsdraht einer Glühlampe in die Hand nehmen und den anderen Zuleitungsdraht dem einen Spulenende nähern. Dabei glüht die Lampe auf. Der Strom besteht aus dem abwechselnd in den Körper hinein- und herausfließenden Lade- und Entladestrom. Außer einer leichten Wärmeempfindung spürt man von diesem Wechselstrom nichts, solange nur dem Strom eine genügend große Oberfläche durch die Haut geboten wird.

Eine weitere Eigentümlichkeit von Hochfrequenzströmen liegt darin, daß sie in dem Leiter, den sie selbst durchfließen, sehr starke Wirbelströme erzeugen, die den ursprünglichen Strom im Inneren stärker als außen schwächen, so daß mit wachsender Frequenz der Strom mehr und mehr nur noch an der Oberfläche entlang fließt. Durch diese Hautwirkung (auch Skineffekt genannt) wird der Widerstand des Leiters erheblich vergrößert. Um ihn zu vermeiden, kann man statt eines massiven Drahtes eine aus vielen verdrehten voneinander isolierten Einzeldrähten bestehende Litze, sog. Hochfrequenzlitze oder dünnwandige Rohre benutzen.

Die Induktionswirkungen von Hochfrequenzströmen benutzt man in der Kurzwellentherapie, um im Innern des Körpers erhebliche Ströme und Wärmewirkungen zu erzielen. Im Gegensatz zur gewöhnlichen Diathermie wird der Hochfrequenzstrom nicht mittels angepreßter Metallelektroden direkt durch den Körper geleitet. Man legt vielmehr an den zu durchstrahlenden Körperteil isoliert Elektroden an und führt diesen die Hochfrequenzspannung zu. Im Hochfrequenzfeld zwischen den Elektroden treten auch in isolierenden Schichten infolge der ständig wechselnden Polarisierung des Dielektrikums erhebliche Ladungsverschiebungen, d. h. Ströme auf, vgl. § 106. Man benutzt in der Kurzwellentherapie Wellen zwischen 3 und 20 m, die meist als ungedämpfte Schwingungen erzeugt werden, vgl. § 148.

**§ 146. Beobachtungen an elektromagnetischen Wellen.** Jede elektrische Entladung, überhaupt jede Strom- und Feldänderung, macht sich auch in größerer Entfernung bemerkbar. Ein elektromagnetischer Schwingungskreis strahlt Energie aus, die sich in Form von elektromagnetischen Wellen mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitet. Von dieser Energieausstrahlung und vom Auftreten elektromagnetischer Wellen überzeugen wir uns durch folgende Versuche, für die wir einen sog. offenen Schwingungskreis benutzen, da für diesen die Ausstrahlung besonders groß ist. Das liegt daran, daß bei dem uns bisher bekannten geschlossenen Schwingungskreis das elektrische Feld ausschließlich zwischen den Kondensatorplatten verläuft, während beim offenen Kreis die Feldlinien weit in die Umgebung reichen. Ferner strömt bei einem geschlossenen Kreis die magnetische Energie der Selbstinduktion weitgehend wieder in diesen zurück und baut das elektrische Feld von neuem auf. Daher ist die Energieausstrahlung gering.

Einen offenen Schwingungskreis stellt z. B. ein gerader, in der Mitte durch eine Funkenstrecke unterbrochener Metallstab dar, s. Abb. 258, dessen Hälften durch einen Induktor  $J$  aufgeladen werden können. Die beiden Stabstücke bilden einen Kondensator von sehr geringer Kapazität. Ebenso ist die Selbstinduktion außerordentlich klein, so daß ein solcher schwingender elektrischer Dipol oder Oszillator sehr hohe Frequenzen gibt. Bei jedem Spannungsstoß des Induktors gibt es eine rasch abklingende gedämpfte Schwingung.

Da die Spannung in der Mitte und die Stromstärke an den Enden immer null sind, während der Wechselstrom in der Mitte und die Spannungen an den Enden die größten Schwankungen

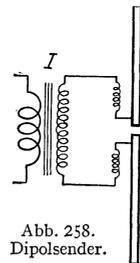


Abb. 258.  
Dipolstrahler.

aufweisen, können wir den Schwingungsvorgang als eine stehende Welle auffassen mit einem Spannungsknoten und einem Strombauch in der Mitte und Spannungsbäuchen und Stromknoten an den Enden.

Wir bringen nun in die Nähe eines solchen Dipolenders einen entsprechend als Empfänger eingerichteten Dipol. Er besteht aus zwei Stäben mit verschiebbaren Rohren, so daß die Länge des Dipols verändert werden kann.

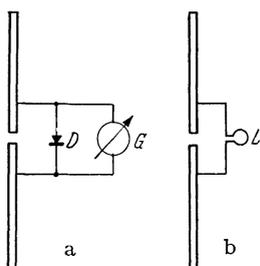


Abb. 259. Dipol als Empfänger.

Zum Nachweis des hochfrequenten Wechselstromes dient ein empfindliches Galvanometer  $G$  mit einem Detektor  $D$  als Gleichrichter (vgl. § 148), s. Abb. 259a. Ist der Sender stark genug, was sich allerdings nur mit ungedämpften Schwingungen erreichen läßt, so genügt zum Nachweis ein Lämpchen  $L$  in der Mitte, das bei einem Strom genügender Stärke aufleuchtet, s. Abb. 259b. Das elektromagnetische Wechselfeld erzeugt im Empfänger Elektronenströme, die mit derselben Frequenz hin- und herschwingen. Wir haben eine erzwungene Schwingung vor uns. Wenn bei einer bestimmten Länge des Dipols seine Eigenschwingung mit der des Senders übereinstimmt, tritt Resonanz ein, das Lämpchen glüht auf, vorausgesetzt allerdings daß der Empfänger zum Sender parallel steht. Der Empfänger ist auf den Sender abgestimmt und nimmt merkliche Energie auf, s. weiter unten.

Halten wir den Empfängerdipol bei konstantem Abstand einmal parallel zum Senderdipol, dann schief und schließlich senkrecht dazu, so stellen wir durch das Aufleuchten des Lämpchens fest, daß er im ersten Fall die meiste Energie, im zweiten Falle weniger und bei der Senkrechtstellung überhaupt keine Energie mehr aufnimmt. Der Grund dieser Erscheinung liegt darin, daß das elektrische Feld des Dipols, vgl. Abb. 261 a, immer in Ebenen verläuft, welche die Dipolachse enthalten. Es gibt also keine Feldkomponente in einer zur Senderachse senkrechten Ebene, folglich auch keine Bewegung der Elektronen in einem in einer solchen Ebene liegenden Empfänger.

Den Nachweis, daß sich die Energie in Form von Wellen ausbreitet und daß diese mit den Wellen des gewöhnlichen Lichtes wesensgleich sind, hat

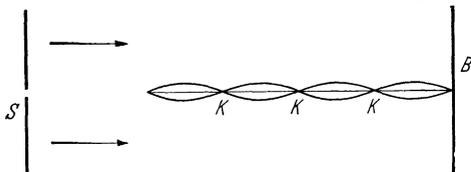


Abb. 260. Stehende elektrische Wellen.

HERTZ<sup>1</sup> durch eine Reihe von Versuchen erbracht, von denen wir einige kurz beschreiben.

Stellen wir in einiger Entfernung vom Sender  $S$  ein ebenes Blech  $B$  auf, so werden die ankommenden Wellen reflektiert und interferieren mit dem direkten Wellenzug. Dabei entstehen stehende

Wellen, s. Abb. 260, ähnlich wie bei der Reflexion von Schallwellen (KUNDTSche Staubfiguren) oder bei der Reflexion von elastischen Wellen (Seilwellen, § 62). Diese erkennen wir daran, daß ein vor die Wand gebrachter Empfänger nur in bestimmten regelmäßigen Abständen von der Wand, nämlich in den Schwingungsbäuchen in Resonanz gerät, während wir in den dazwischenliegenden Knotenpunkten  $K$  überhaupt keinen Ausschlag beobachten. Der Unterschied gegenüber den Wellen der Mechanik liegt darin, daß hier nicht Teilchen, sondern elektrische und magnetische Felder schwingen, d. h. daß an jeder Stelle im Raume die elektrische und magnetische Feldstärke periodisch ihre Größe und Richtung wechseln.

Da der Abstand von Knoten zu Knoten bzw. von Bauch zu Bauch bei einer stehenden Welle gleich einer halben Wellenlänge ist, vgl. § 61, erhält man die

<sup>1</sup> HEINRICH HERTZ, 1857—1894, suchte und entdeckte in Karlsruhe die 15 Jahre vorher von MAXWELL aus dessen Theorie des Elektromagnetismus vorausgesagten elektromagnetischen Wellen.

Geschwindigkeit  $c$  der Welle bei bekannter Frequenz  $n$  des Senders, mit Hilfe der für jeden Wellenvorgang gültigen Beziehung  $c = n\lambda$ , indem man einfach die Knotenabstände ausmißt. Dabei ergibt sich  $c = 3 \cdot 10^{10}$  cm/s = 300000 km/s. Das ist der Wert der Lichtgeschwindigkeit.

Es zeigt sich ferner, daß Isolatoren wie Glas, Pappe und dgl. die elektrischen Wellen durchlassen, Metalle dagegen nicht. Eine Metallwand reflektiert vielmehr die Strahlung, schirmt also das Gebiet hinter der Wand ab. Infolge dieser Reflexionswirkung kann man elektrische Wellen durch metallische Hohlspiegel konzentrieren.

Bringt man zwischen Sender  $S$  und Empfänger  $E$  ein Drahtgitter, so läßt dieses die Strahlung praktisch ungeschwächt durch, wenn die Gitterdrähte senkrecht

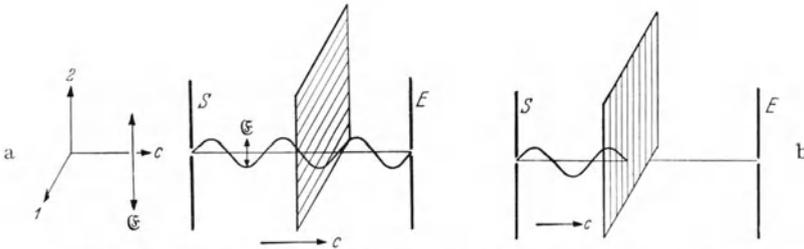


Abb. 261. Zum Nachweis der Polarisation einer elektromagnetischen Welle.

zur Achse des strahlenden Dipoles stehen. In diesem Falle steht ja das elektrische Feld senkrecht zu den Drähten, s. Abb. 261 a, kann also in diesen keine Ströme erzeugen, so daß die Strahlung ohne Energieabgabe durch das Gitter hindurchgeht. Bei paralleler Stellung wirkt dagegen das Gitter wie eine massive Wand, s. Abb. 261 b. Daraus folgt, daß die vom Dipol ausgesandte Strahlung sich in den zur Fortpflanzungsrichtung senkrechten Richtung 1 und 2 verschieden verhält, also eine Transversalwelle darstellt und außerdem, da das elektrische Feld  $\mathcal{E}$  nur in einer Ebene schwingt, linear polarisiert ist.

Aus diesen Versuchen erkennen wir also, daß die elektromagnetischen und die gewöhnlichen Lichtwellen wesensgleich sind. Der Unterschied in ihren Eigenschaften beruht nur auf der verschiedenen Wellenlänge, die beim sichtbaren Licht millionenfach kleiner als bei den hier benutzten elektromagnetischen Wellen ist, vgl. das in Abb. 360 dargestellte elektromagnetische Spektrum.

#### § 147. Der Mechanismus der Ausbreitung eines elektromagnetischen Feldes.

Wir haben in § 134 den Satz kennengelernt, daß jedes sich ändernde Magnetfeld von ringförmigen elektrischen Kraftlinien umgeben ist, s. Abb. 236. Die Verknüpfung von elektrischen und magnetischen Feldern geht nun noch weiter. Entladen wir einen Kondensator, s. Abb. 262, so fließt ein Elektronenstrom im Draht und gleichzeitig ändert sich das elektrische Feld im Kondensator. Nun ist nach MAXWELL<sup>1</sup> nicht nur der Strom im Draht von ringförmigen magnetischen Kraftlinien umgeben, sondern auch das sich ändernde elektrische Feld des Kondensators. Da es also wie ein Konvektionsstrom

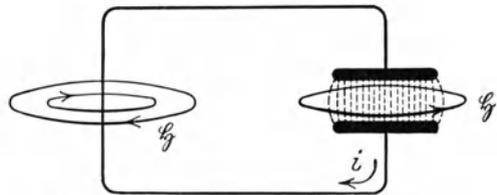


Abb. 262. Magnetfeld von Leitungs- und Verschiebungsstrom. (Aus POHL: Elektrizitätslehre.)

<sup>1</sup> JAMES CLERK MAXWELL, 1831—1879, schuf, auf den grundlegenden Untersuchungen FARADAYS über die elektromagnetische Induktion fußend, das mathematische Gedankengebäude der Theorie des Elektromagnetismus, das die Grundlage der heutigen Elektrotechnik geworden ist. Seine Theorie sagte auch die Möglichkeit elektromagnetischer Wellen voraus.

von einem magnetischen Felde umgeben ist, betrachten wir es als einen „Strom“ und geben ihm den Namen „Verschiebungsstrom“. Dadurch wird der im Kondensatorkreis fließende Elektronenstrom durch den Verschiebungsstrom geschlossen, so daß wir sagen können, es gibt in der Natur überhaupt nur geschlossene Ströme. Wir können nun den obigen Satz durch die Aussage ergänzen, daß jedes sich zeitlich ändernde elektrische Feld von ringförmigen magnetischen Kraftlinien umgeben ist. Dieser erstaunliche Parallelismus

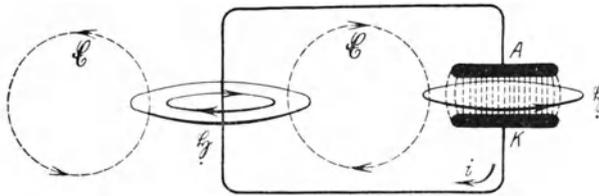


Abb. 263. Zum Mechanismus der Ausbreitung eines elektromagnetischen Feldes; Verknüpfung von elektrischen und magnetischen Kraftlinien. (Aus POHL: Elektrizitätslehre.)

bedingt nun den Mechanismus der Ausbreitung eines elektromagnetischen Feldes. Schwingt in einem Kreise ein Strom hin und her, so sind Elektronen- und Verschiebungsstrom von ringförmigen magnetischen Kraftlinien umgeben. Da dieses Magnetfeld sich ebenfalls periodisch ändert, sind die magnetischen Feldlinien wieder von ringförmigen elektrischen Feldlinien und diese wegen der Veränderlichkeit des elektrischen Feldes wiederum von weiteren magnetischen Kraftlinien umgeben, s. Abb. 263. Diese Verknüpfung setzt sich räumlich fort, das elektromagnetische Feld breitet sich in Form von Wellen im Raume aus, und zwar mit Lichtgeschwindigkeit. Dabei stehen das elektrische und das magnetische Feld stets aufeinander senkrecht.

**§ 148. Ungedämpfte Schwingungen. Drahtlose Telephonie.** Nachdem die Elektronenröhre zu hoher technischer Vollendung entwickelt worden ist, erzeugt man hochfrequente Wechselströme meist mittels ungedämpfter elektrischer Schwingungen, die von größter praktischer Bedeutung geworden sind (drahtlose Nachrichtenübermittlung, Rundfunk).

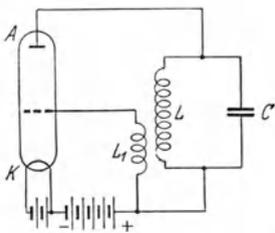


Abb. 264. Erregung ungedämpfter Schwingungen durch Rückkopplung.

Um ungedämpfte Schwingungen zu erzeugen, muß man ständig Energie zuführen, und zwar immer im richtigen Moment, man denke an eine Kinderschaukel oder an Steigrad und Anker einer Uhr. Man erreicht das durch Selbststeuerung des Schwingungskreises mit Hilfe einer Rückkopplungsschaltung, s. Abb. 264. Beim Einschalten des Anodenstromes oder bei jeder Schwankung des Anodenstromes entsteht in der Spule  $L$  eine induzierte EMK, die in dem aus  $L$  und  $C$  bestehenden Kreise Stromschwingungen von zunächst sehr kleiner Amplitude anregt. Dieser Wechselstrom induziert in der am Gitter liegenden Spule  $L_1$  eine Wechselspannung, die das Gitter periodisch auflädt und entlädt und so den Anodenstrom in demselben Takte verstärkt und schwächt, vgl. § 131. Dadurch tritt in  $L$  wieder eine Induktionsspannung auf, die bei richtigem Wicklungssinn der Spulen, die ursprüngliche Schwingung verstärkt. So schaukelt sich die Schwingung zu einem konstanten Endwert auf, der durch die Energieverluste (Stromwärme und Strahlung) bedingt ist.

**Drahtlose Telephonie.** Jeder Schwingungskreis stellt einen Sender dar, der ständig Energie in Form von elektromagnetischen Wellen ausstrahlt, die auch in großer Entfernung in einem abgestimmten Schwingungskreis, einem „Empfänger“, durch Induktion entsprechende Schwingungen erregen können, s. § 146. Darauf beruht die Möglichkeit der drahtlosen Zeichengebung. Um bei der drahtlosen Telephonie akustische Frequenzen zu übertragen, werden

die von einem ungedämpften Schwingungskreis ausgestrahlten Wellen im Takte der Tonfrequenzen moduliert. Das geschieht dadurch, daß ein Mikrophon, s. § 143, unter dem Einfluß von Schallwellen entsprechende Stromschwankungen gibt, die über einen Transformator am Gitter einer Senderöhre Spannungsschwankungen hervorrufen. Dadurch werden die Amplitude des Anodenstromes und

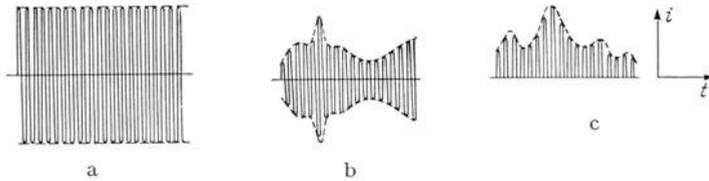


Abb. 265. Hochfrequenzstrom (a) ungestört; (b) durch Sprachschwingungen moduliert; (c) moduliert und gleichgerichtet.

damit auch die der hochfrequenten Stromschwankungen im Takte der Klangfrequenz gesteuert, s. Abb. 265 a und b. Auf eine Wellenlänge der aufgedrückten akustischen Frequenz fallen dabei sehr viele Schwingungen der Hochfrequenz. Den im Empfänger induzierten modulierten Hochfrequenzstrom darf man nicht einfach durch ein Telephon leiten. Dieses würde ja seiner Trägheit wegen den schnellen elektrischen Schwingungen gar nicht folgen können, bzw. wenn es trägheitslos wäre, im Takte der Hochfrequenz schwingen, in jedem Falle also keinen Ton geben. Daher wird der Strom über einen Gleichrichter, nämlich einen Kristalldetektor, der den Strom nur in einer Richtung gut leitet, oder über eine Elektronenröhre geleitet. Man erhält dann nur noch eine Halbwelle der Schwingung, d. h. einen nach akustischen Frequenzen modulierten hochfrequenten „zerhackten“ Gleichstrom, vgl. Abb. 265 c.

## XI. Radioaktivität.

**§ 149. Die radioaktiven Strahlen.** Im Jahre 1896 fand BECQUEREL, daß Uran und seine Verbindungen dauernd und von selbst Strahlen aussenden, die durch alle bekannten Stoffe hindurchgehen. Diese Strahlen vermögen ebenso wie Röntgenstrahlen eine photographische Platte zu schwärzen, die Luft zu ionisieren und Fluoreszenz zu erregen. Ihre weitere Untersuchung ergab, daß die Intensität der Strahlung nur vom Gehalt an Uran in der betreffenden Verbindung abhängt und daß die Intensität weder chemisch noch physikalisch, sei es durch Temperatur oder elektrische und magnetische Felder, zu beeinflussen ist. Stoffe, die wie das Uran von selbst oder spontan, d. h. ohne äußere Beeinflussung Strahlen aussenden, nennen wir radioaktiv. Etwas später gelang es dem Ehepaar CURIE aus dem Uranpecherz ein Element, das Radium, abzutrennen, dessen Radioaktivität etwa ein Million Mal so groß wie die des Urans ist. Heute kennt man ungefähr 40 Stoffe, die diese Eigenschaft der natürlichen Radioaktivität besitzen.

Die Untersuchung der bei natürlich radioaktiven Stoffen auftretenden Strahlen ergibt drei Strahlenarten, die als  $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Strahlen bezeichnet werden und die sich vor allem durch ihr verschiedenes Durchdringungs- und Ionisationsvermögen unterscheiden.

Eine Schicht von einigen Zentimetern Blei schirmt praktisch die gesamte Strahlung ab. Bringt man daher ein Radiumpräparat, etwa  $\text{RaBr}_2$  in eine Kapsel mit einem Bleimantel, der eine Öffnung hat, so treten aus dieser die verschiedenen Strahlen aus. Bedeckt man die Öffnung mit einem Glimmerfenster und legt darüber noch eine Aluminiumplatte von 2,1 mm Dicke, so kann man mit Hilfe einer empfindlichen Anordnung noch in einigen Metern Abstand eine

Strahlung durch ihre Ionisationswirkung nachweisen, es ist die  $\gamma$ -Strahlung. Entfernen wir nun die Aluminiumschicht, so wird in etwa 20 cm Entfernung eine weitere Strahlung erkennbar. Ihr Durchdringungsvermögen ist also wesentlich kleiner, wir nennen sie die  $\beta$ -Strahlung. Nehmen wir schließlich noch das Glimmerfenster ab, so finden wir die dritte Strahlenart, die  $\alpha$ -Strahlen. Diese bleiben aber schon in weniger als 10 cm Luft oder schon in einem dünnen Papierblatt stecken.

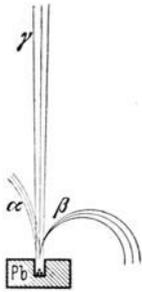


Abb. 266.  $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Strahlen im Magnetfeld.

Diese großen Unterschiede im Durchdringungsvermögen sind durch die verschiedene Natur der drei Strahlenarten bedingt. Diese erkennt man aus Ablenkungsversuchen in elektrischen und magnetischen Feldern. Dabei werden die  $\gamma$ -Strahlen überhaupt nicht beeinflusst und die  $\alpha$ - und  $\beta$ -Strahlen nach verschiedenen Seiten abgelenkt, s. Abb. 266. Die letzteren müssen also aus bewegten, positiv bzw. negativ geladenen Teilchen bestehen. Die nähere Untersuchung ergibt folgendes:

$\alpha$ -Strahlen sind zweifach positiv geladene Heliumatome,  $\text{He}^{++}$ , Heliumkerne, s. § 206 und 207, mit Geschwindigkeiten bis zu etwa  $2 \cdot 10^9$  cm/s.

$\beta$ -Strahlen sind Elektronen sehr hoher Geschwindigkeit, also sehr schnelle Kathodenstrahlen. Ihre Geschwindigkeit geht bis fast an die Lichtgeschwindigkeit heran.

$\gamma$ -Strahlen sind sehr kurzwellige und daher äußerst durchdringende elektromagnetische Wellen. Ihre Wellenlänge ist viel kleiner als die der üblichen Röntgenstrahlen und liegt zwischen 2 und  $300 \cdot 10^{-11}$  cm, vgl. Abb. 364.

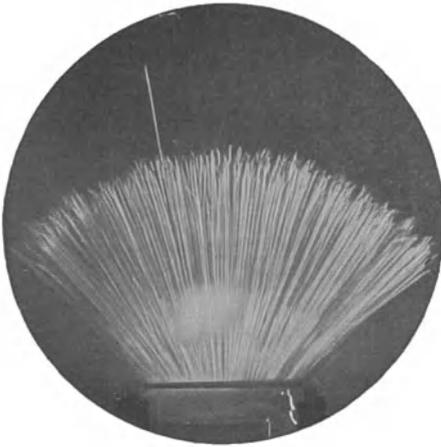


Abb. 267.  $\alpha$ -Strahlen vom Thorium C, darunter ein Strahl mit besonders großer Reichweite.

Beim Durchgang durch ein Gas erzeugen all diese Strahlen längs ihres Weges Ionen. Da diese bei der Kondensation von Wasserdampf als Kondensationskerne wirken, s. § 92, kann man die Bahnen der Strahlen sichtbar machen. Das geschieht in der WILSONschen Nebelkammer, die eines der wichtigsten Geräte zur Untersuchung aller durchdringenden Strahlen geworden ist. Die Kammer enthält Luft, die mit Wasserdampf fast gesättigt ist. Entspannt man die Luft sehr schnell, also adiabatisch, so kühlt sie sich ab und es bilden sich an den längs der Flugbahnen erzeugten Ionen Nebeltröpfchen, die man unmittelbar sehen

oder photographieren kann. Die Flugbahnen der einzelnen Teilchen zeigen charakteristische Unterschiede. So geben  $\alpha$ -Teilchen gerade und plötzlich abbrechende Bahnen, sie haben also eine sehr scharf begrenzte Reichweite, s. Abb. 267, die in Luft 6,9 cm beträgt. Ganz selten beobachtet man ein  $\alpha$ -Teilchen mit wesentlich größerer Reichweite.

$\alpha$ -Teilchen haben ferner ein besonders großes Ionisationsvermögen. So vermag ein  $\alpha$ -Teilchen in Luft pro cm Flugbahn durch Zusammenstoß mit Luftmolekülen einigen 10000 Molekülen ein Elektron zu entreißen, d. h. längs seiner Bahn eine Kette von ebenso viel Ionenpaaren zu bilden.  $\beta$ -Strahlen bilden viel weniger, nämlich 50 bis 100 Ionenpaare pro cm Flugstrecke und haben daher eine viel größere Reichweite. Außerdem werden sie

infolge ihrer gegenüber den  $\alpha$ -Teilchen rund 7000 mal kleineren Masse beim Zusammenprall mit Molekülen abgelenkt. Daher sind ihre Bahnen viel schwächer als die der  $\alpha$ -Teilchen und außerdem gekrümmt und verschnörkelt. Nur besonders schnelle Elektronen haben in Luft eine gerade Bahn, s. Abb. 268.

Von besonderer Wichtigkeit sind die Verfahren, die einzelnen Teilchen mit Hilfe von Spitzenzählern oder Zählrohren elektrisch zu zählen. Das Zählrohr von Geiger ist ein gasgefüllter Zylinderkondensator mit einem Draht als Mittelelektrode, s. Abb. 269. Die angelegte Spannung wird so gewählt, daß gerade noch keine selbständige Entladung eintritt, s. § 128 ff. Tritt ein  $\alpha$ - oder  $\beta$ -Teilchen in das Zählrohr ein, so lösen die gebildeten Ionen eine Entladung aus, die bei geeigneter Schaltung sofort wieder abreißt und mit Hilfe eines Elektrometers beobachtet werden kann. Auf diesem Wege kann man einzelne Elektronen und Ionen unmittelbar nachweisen.

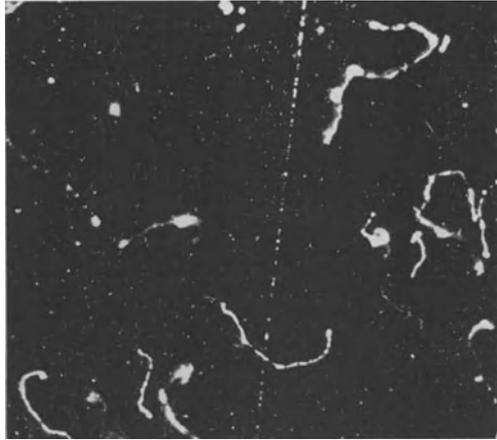


Abb. 268. Bahnen von  $\beta$ -Teilchen.

### § 150. Der radioaktive Zerfall.

Die nähere Untersuchung der radioaktiven Erscheinungen hat ergeben, daß die radioaktiven Strahlen ihre Entstehung dem spontanen explosionsartigen Zerfall bestimmter Atome verdanken. Diese radioaktiven Atome sind also instabil und zerfallen daher mehr oder weniger langsam, wobei sehr große Energiebeträge frei werden, die in den ausgestrahlten Strahlen zum Vorschein kommen. Die Energie mißt man in Elektronenvolt (eV) bzw. wegen der großen Energie in der  $10^6$  mal größeren Einheit, dem Millionelektronenvolt (MeV),  $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$ . Ein MeV ist die kinetische Energie, die ein Elektron oder einwertiges Ion beim freien Durchlaufen der Spannung von 1 Million Volt erhält, vgl. auch § 130.

Ein natürlich radioaktives Atom zerfällt immer unter Aussendung eines  $\alpha$ - oder  $\beta$ -Teilchens. Die  $\gamma$ -Strahlung ist nur eine Begleiterscheinung. Die beim Zerfall entstehenden neuen Atome sind meist ebenfalls instabil und zerfallen ihrerseits weiter. Dieser Vorgang setzt sich fort, bis schließlich ein stabiles Atom als Endprodukt entsteht. Fast alle natürlichen radioaktiven Elemente haben ein sehr hohes Atomgewicht und lassen sich in drei Zerfallsreihen einordnen, deren wichtigste die sog. Uran-Radiumreihe ist. Ihr Ausgangselement oder die Muttersubstanz ist das Uran mit dem Atomgewicht 238. Über verschiedene Zwischenprodukte entsteht zunächst das Radium, das seinerseits unter Aussendung von  $\alpha$ -Strahlung als nächstes Folgeprodukt das Edelgas Radiumemanation liefert. Auch diese zerfällt und schließlich entsteht nach weiteren Zwischenstufen als stabiles Endprodukt Radium G, welches mit gewöhnlichem Blei chemisch identisch ist und sich von diesem nur durch sein Atomgewicht unterscheidet. RaG ist also ein Bleiisotop.

Neben der Uranreihe kennt man noch die Aktiniumreihe und die von dem Metall Thorium abstammende Thoriumreihe. Außer den diesen drei Reihen zugehörigen radioaktiven Elementen mit hohem Atomgewicht zeigen noch Samarium, Rubidium und Kalium eine natürliche Radioaktivität, die allerdings sehr schwach ist.

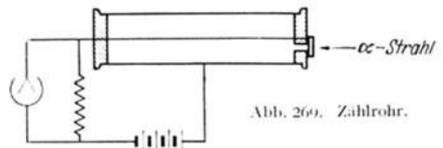


Abb. 269. Zählrohr.

Das Zerfallsgesetz. Beim Zerfall eines radioaktiven Körpers wandelt sich in gleichen Zeiten stets der gleiche Bruchteil der noch vorhandenen unzerfallenen Atome in das Folgeprodukt um. Die Geschwindigkeit des Zerfalles eines radioaktiven Stoffes kennzeichnen wir durch die sog. Halbwertszeit oder diejenige Zeit, in der die Hälfte des anfänglich vorhandenen Stoffes zerfällt. So ist z. B. die Halbwertszeit  $T$  für Radiumemanation etwa 3,8 Tage. Das bedeutet, daß nach dieser Zeit nur noch die Hälfte, nach 2mal 3,8 Tagen  $\frac{1}{4}$  und nach 3mal 3,8 Tagen nur noch  $\frac{1}{8}$  der ursprünglichen Atome vorhanden ist.

Die Zahl der noch nicht zerfallenen Atome nimmt also nach einem Exponentialgesetz  $N = N_0 e^{-\lambda t}$  ab,  $N_0$  die Zahl der zur Zeit  $t = 0$  vorhandenen Atome.

Die Halbwertszeiten der einzelnen radioaktiven Körper sind außerordentlich verschieden, sie ist z. B. für Uran  $4,5 \cdot 10^9$  Jahre, für Radium 1590 Jahre, für Thoriumemanation 55 s und für manche Zwischenprodukte nur noch kleinste Bruchteile von Sekunden, z. B.  $10^{-11}$  s für Thorium C'. Die Halbwertszeit sagt nichts über das Schicksal des einzelnen Atoms, das wesentlich länger oder kürzer „leben“ kann. Sie erfaßt nur die Wahrscheinlichkeit des Zerfalles.

Die Erscheinungen des radioaktiven Zerfalls geben die Möglichkeit, das Alter von Gesteinen zu bestimmen. Ein Uranmineral muß das stabile Endprodukt Radium G (Blei) sowie beim Zerfall frei werdendes Helium in um so größeren Mengen enthalten, je älter es ist. Auf diesem Wege findet man für die ältesten Gesteine und damit für das Alter der Erde etwa 1500 Millionen Jahre.

**§ 151. Elementarteilchen.** Wir haben bisher nur das Elektron und das  $\alpha$ -Teilchen besprochen. Das leichteste beständige Teilchen mit positiver Ladung ist das einfach positiv geladene Wasserstoffion, d. h. ein Wasserstoffatom, dem sein Elektron abgerissen worden ist, also der Wasserstoffkern, den wir als Proton bezeichnen. Den Kern des schweren Wasserstoffs nennen wir zum Unterschied Deuteron.

In den letzten Jahren sind zwei weitere wichtige Elementarteilchen, das Positron und das Neutron gefunden worden. Das Positron ist ein positives Elektron, d. h. ein Teilchen mit der Masse des gewöhnlichen Elektrons, aber mit positiver Ladung. Im Gegensatz zu den Elektronen sind Positronen äußerst selten. Das scheint daran zu liegen, daß Positronen, sobald sie beim Durchgang durch Materie ihre Geschwindigkeit verloren haben, sich mit Elektronen vereinigen. Dabei verschwindet auch die Masse der beiden Teilchen, und zwar wird sie in Strahlungsenergie umgewandelt, so daß man von einer „Zerstrahlung“ des Elektronenpaares spricht.

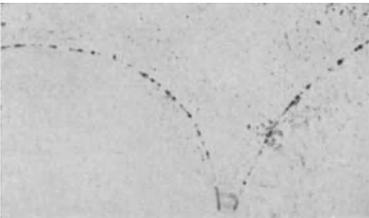


Abb. 270. Bildung eines Elektronenzwillings.

Der umgekehrte Vorgang, d. h. die Umwandlung von Strahlungsenergie in Materie, die Materialisation eines Lichtquants, s. § 203, ist direkt beobachtbar. Kommt eine genügend kurzwellige  $\gamma$ -Strahlung in die Nähe eines Atomkernes, so kann sich das Lichtquant in ein positives und negatives Elektron umwandeln, es bildet sich ein Elektronenpaar oder Elektronenzwilling. Seine Entstehung kann man mit einer Nebelkammer im Magnetfelde beobachten, s. Abb. 270, in der die nach links gekrümmte Bahn einem Elektron, die nach rechts abgelenkte einem Positron zugehört. Diese Beobachtungen zeigen den unmittelbaren Zusammenhang zwischen Energie und Masse. Denn die Möglichkeit der wechselseitigen Umwandlung von Masse und Strahlungsenergie lehrt

die Äquivalenz von Masse und Energie. Wie sich aus anderen Erfahrungen ergibt, entspricht der Masse  $m$  die Energie  $mc^2$ .

Das Neutron. Beim Beschießen von Beryllium mit  $\alpha$ -Teilchen tritt nach einer Entdeckung von BOTHE und BECKER eine eigentümliche Strahlung auf, die z. B.  $\frac{1}{2}$  m Blei durchdringt. Da sie in Wasser aber stärker als in Blei absorbiert wird, kann es sich nicht um eine  $\gamma$ -Strahlung handeln, da diese wie jede kurzwellige Röntgenstrahlung am stärksten durch Stoffe von hoher Kernladungszahl absorbiert wird. CHADWICK hat nachgewiesen, daß es sich um korpuskulare Teilchen von der Masse eines Protons, aber ohne elektrische Ladung, handelt. Man nennt sie deshalb Neutronen und bezeichnet sie, da ihre Kernladungszahl und damit die Ordnungszahl Null ist, mit  $\rho n'$ , s. § 152, oder kurz mit  $n$ . Da sie keine Ladung besitzen, gehen sie glatt durch die äußeren Teile der Atome hindurch, ohne diese zu beeinflussen oder zu ionisieren. So erklärt sich ihr großes Durchdringungsvermögen. Nur beim direkten Zusammenstoße mit einem Atomkern verlieren sie an Geschwindigkeit. Aus den Gesetzen des elastischen Stoßes, s. § 29, folgt, daß die Bremsung am stärksten beim Stoß auf Teilchen ähnlicher Masse ist, d. h. in stark wasserstoffhaltigen Körpern wie Wasser oder Paraffinen. Da Neutronen nur bei Zusammenstößen mit Kernen Energie verlieren, ist die Ausbeute an Kernumwandlungen bei Neutronenbeschuß besonders groß, s. § 153.

Zum Abschluß dieses Paragraphen stellen wir die bis heute bekannten Elementarteilchen in der Tab. 15 zusammen.

Tabelle 15. Ladung und Masse der Elementarteilchen.

Teilchen	Atomgewicht bezogen auf 0 = 16,000	Zahl der Elementar- ladungen	Bezeichnung, s. § 152
$\alpha$ -Teilchen . . . .	4,0037	+ 2	${}^2_2\text{He}^4$
Proton . . . . .	1,0076	+ 1	${}^1_1\text{H}^1 \equiv p$
Deuteron . . . . .	2,0142	+ 1	${}^1_1\text{H}^2 \equiv {}^1_1\text{D}^2$
Neutron . . . . .	1,00895	0	${}^0_0n^1 \equiv n$
Elektron . . . . .	} 0,000543	- 1	- e
Positron . . . . .		+ 1	+ e

Außer diesen Teilchen kennt man noch die sog. Mesotronen, das sind schwere Elektronen mit einer Masse zwischen der des einfachen Elektrons und der des Protons, s. § 154. Allerdings sind diese Teilchen instabil und daher äußerst kurzlebig.

**§ 152. Der Aufbau der Atomkerne.** Die Massenspektroskopie, s. § 132, hat ergeben, daß die meisten Elemente Mischelemente sind und daß die Atomgewichte ihrer Isotopen bezogen auf 0 = 16 praktisch ganzzahlig sind. Ferner wissen wir, daß die Atomkerne zerlegbar sind, vgl. auch den nächsten Paragraphen, wobei immer wieder dieselben Elementarteilchen auftreten. Daraus darf man nach HEISENBERG schließen, daß alle Atomkerne aus gleichen Bausteinen bestehen. Als solche nimmt man mit guten Gründen Protonen und Neutronen an, die beide das Atomgewicht 1 haben. Die Zahl der Protonen gibt die Kernladungszahl oder die Ordnungszahl  $Z$  des betreffenden Elementes an, s. § 207. Ist  $A$  das Atomgewicht<sup>1</sup>, so ist  $N = A - Z$  die Zahl der Neutronen. Isotope haben gleiche Ordnungszahl, also gleich viel Protonen, jedoch verschiedene Neutronenzahl.

Ferner findet man viele Atomarten, die das gleiche Atomgewicht, aber verschiedene Ordnungszahl haben, also chemisch wesentlich verschieden sind. Man nennt sie isobare<sup>2</sup> Atome. Jeder Kern ist also durch seine Ordnungszahl und sein Atomgewicht gekennzeichnet. Bei den Gleichungen der Kernumwandlung,

<sup>1</sup> Man unterscheidet das genaue auf 0 = 16,000 bezogene Atomgewicht, den Massenwert, und das auf eine ganze Zahl abgerundete Atomgewicht, die Massenzahl.

<sup>2</sup> Isobare sind also Elemente gleicher Massenzahl.

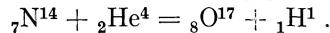
die durchaus den üblichen chemischen Reaktionsgleichungen entsprechen, fügen wir dem chemischen Symbol unten die Ordnungszahl und oben das Atomgewicht bei, schreiben also z. B. für Sauerstoff mit der Ordnungszahl 8 und dem Atomgewicht 16 „ ${}_8\text{O}^{16}$ “.

Sowohl bei den natürlich wie den künstlich, s. § 153, radioaktiven Stoffen findet man Atomarten, die sowohl in ihrem Atomgewicht wie in ihrer Ordnungszahl übereinstimmen und sich nur in ihrem radioaktiven Verhalten, ihrer Halbwertszeit, unterscheiden. Solche Atomarten, die sich nur noch durch den Energiezustand ihrer Kerne unterscheiden, werden als Isomere bezeichnet.

Massendefekt und Bindungsenergie der Kerne. Wenn die Atomkerne nur aus Protonen und Neutronen zusammengesetzt sind, sollte man erwarten, daß ihre Masse einfach gleich der Summe der Massen ihrer Bausteine ist. Tatsächlich sind nun die Kernmassen immer etwas kleiner. So ist das Atomgewicht des aus 2 Protonen und 2 Neutronen bestehenden Heliumkerns 4,0037, während man aus dem Atomgewicht des Protons 1,0076 und dem des Neutrons 1,00895 den Wert 4,0331 berechnen würde. Diesen Massenunterschied von 0,0294 bezeichnet man als Massendefekt. Allgemein geht beim Aufbau der Kerne Masse verloren. Nach dem Prinzip von der Äquivalenz von Masse und Energie ist diese in Energie verwandelt worden. Der Massendefekt ist daher ein Maß für die Bindungsenergie der Kerne, die beim Aufbau derselben aus Protonen und Neutronen frei wird und die aufgewandt werden muß, um den Kern, etwa einen Heliumkern, in zwei Protonen und zwei Neutronen zu spalten. Die Wärmetönung einer solchen Kernreaktion berechnet sich, vgl. § 151, nach der Gleichung  $E = mc^2$  und beträgt für den Heliumkern  $4,5 \cdot 10^{-5}$  erg oder rund  $10^{-12}$  cal. Auf ein Mol bezogen ist die Wärmetönung etwa  $6 \cdot 10^{11}$  cal, also rund  $10^7$  mal größer als bei gewöhnlichen chemischen Reaktionen. So wird bei der Bildung von 1 Grammatom Helium, d. h. 4 g He, ein Energiebetrag frei, der ausreichen würde, um 6000 Tonnen Wasser von  $0^\circ$  auf  $100^\circ$  zu erwärmen.

Kernumwandlung. Sendet ein radioaktives Atom ein  $\alpha$ -Teilchen aus, so wird das Atomgewicht um 4 Einheiten, die Ordnungszahl um 2 Einheiten verkleinert. Es entsteht ein Element, das im periodischen System um 2 Einheiten weiter links steht und entsprechend auch andere chemische Eigenschaften besitzt. So entsteht z. B. aus dem Radiumatom  ${}_{88}\text{Ra}^{226}$  durch Aussendung eines  $\alpha$ -Teilchens Radiumemanation  ${}_{86}\text{Ra}^{222}$ . Bei der Aussendung eines  $\beta$ -Teilchens bleibt die Kernmasse praktisch unverändert, jedoch wird die Kernladung um 1 Einheit größer, so daß ein Element entsteht, das im periodischen System um eine Stelle weiter rechts steht.

**§ 153. Künstliche Radioaktivität.** Bei der natürlichen Radioaktivität haben wir es mit einer natürlichen Kernumwandlung zu tun. Einen Fall künstlicher Kernumwandlung hat zuerst RUTHERFORD<sup>1</sup> beobachtet, als er Stickstoff mit  $\alpha$ -Teilchen beschoß. Trifft dabei, was wegen der Kleinheit der Kerne — ihr Durchmesser beträgt etwa  $10^{-12}$  cm — äußerst selten vorkommt, das  $\alpha$ -Teilchen einen Stickstoffkern, so bleibt es in diesem stecken. Dafür wird ein sehr schnelles Proton ausgesandt. Für diese Kernumwandlung gilt also die Reaktionsgleichung

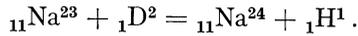


Es entsteht also das, allerdings sehr seltene, Sauerstoffisotop  ${}_8\text{O}^{17}$ .

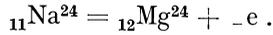
Später gelang es mit Hilfe von Wasserstoffkanalstrahlen, vor allem Protonen- und Deuteronenstrahlen, sowie Neutronen- und  $\gamma$ -Strahlen zahlreiche Kerne umzuwandeln. Dabei entstehen, wie 1934 CURIE und JOLIOU entdeckten, sehr oft auch neue radioaktive Atomarten, die mit ganz verschiedenen, aber für jede neue Atomart charakteristischen Halbwertszeiten zerfallen. Wir können also radioaktive Stoffe auch künstlich erzeugen. In den letzten Jahren ist es durch Beschuß mit geeigneten Partikelchen gelungen, fast alle Atome radioaktiv zu machen. Wir kennen schon heute über 500 verschiedene Atomarten, von denen etwa 300 stabil, 40 natürlich radioaktiv und gegen 200 künstlich radioaktiv sind. Sie verteilen sich auf alle Elemente der Ordnungszahlen 1—92.

<sup>1</sup> Lord RUTHERFORD, 1871—1937, verdankt man grundlegende Entdeckungen auf dem Gebiete der Radioaktivität.

Als Beispiel einer künstlichen Kernumwandlung oder Kernreaktion betrachten wir das Radionatrium. Es bildet sich beim Beschießen von gewöhnlichem Natrium mit Deuteronen nach der Gleichung



Das radioaktive Natrium zerfällt mit einer Halbwertszeit von 15 Stunden unter Aussendung einer sehr starken  $\gamma$ -Strahlung und eines Elektrons in ein isobares stabiles Magnesiumisotop, also nach der Gleichung



Radionatrium dürfte wegen seiner Ergiebigkeit in der Medizin das Radium einmal weitgehend verdrängen.

Während man bisher nur die Umwandlung eines Elementes in ein benachbartes kannte, ist es HAHN und Mitarbeitern gelungen, durch Neutronenbeschuß das Atom mit der größten Ordnungszahl, nämlich das Uran, in zwei Elemente von rund halb so großer Ordnungszahl und Masse zu zerlegen. Als Zertrümmerungsprodukte sind unter anderem instabile Barium- und Kryptonisotope nachgewiesen, die sich weiterhin in benachbarte Elemente umwandeln. Da bei diesem Zerfall auch Neutronen auftreten, könnte die Reaktion im Prinzip auch nach Abschalten der ursprünglichen Neutronenquelle weitergehen, bis schließlich alles Uran gespalten ist. Nun wird bei diesem Vorgang als kinetische Energie der Spaltstücke pro Uranatom ein Energiebetrag von ungefähr 150 MeV frei, so daß dieser Prozeß, wenn er sich praktisch verwirklichen läßt, eine Energiequelle von geradezu phantastischen Ausmaßen darstellt.

Für die künstliche Kernumwandlung braucht man genügend schnelle und starke Strahlen. Nur bei Neutronen sind langsamere Teilchen vielfach besonders

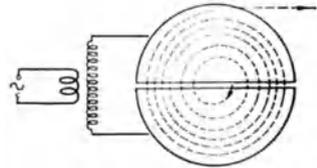


Abb. 271. Prinzip des Zyklotrons.

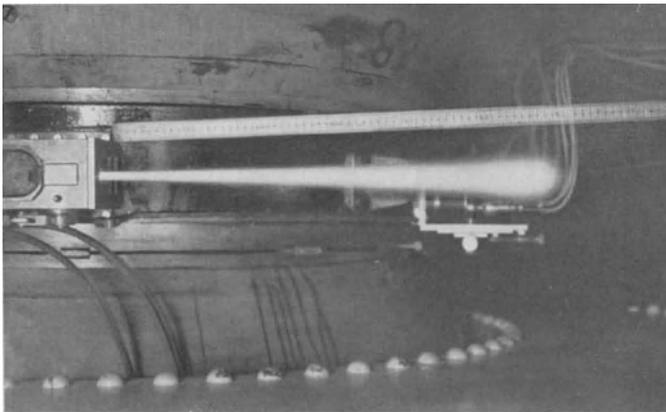


Abb. 272. Zyklotron mit einem durch ein dünnes Fenster austretenden 60 cm langen Deuteronenstrahl von 10,2 MeV.

wirksam. Teilchen mit höchsten Geschwindigkeiten erzeugt man entweder mittels hoher Spannungen, etwa mit Hilfe des in § 104 besprochenen Hochspannungsgenerators oder indem man die Teilchen wiederholt in einem Felde mäßiger Spannung beschleunigt. Das wichtigste Gerät dieser Art ist das Zyklotron, mit dem man heute schon Protonen und Deuteronen von 7–8 MeV und  $\alpha$ -Teilchen von 17 MeV herstellen kann.

Abb. 271 zeigt das Prinzip des Zyklotrons. Das Vakuumgefäß, in dem die geladenen Teilchen erzeugt und beschleunigt werden, besteht aus einer in der Mitte geteilten zylindrischen

Dose, deren Hälften (Halbdosen) an einen Hochfrequenzgenerator von einigen 50000 Volt angeschlossen sind. Die erzeugten Ionen werden also im Zwischenraum zwischen den Kondensatorhälften beschleunigt. Da sie in dem senkrecht zu den Dosen stehenden Magnetfeld Kreisbahnen beschreiben, gelangen sie wieder in den Schlitz zwischen den Halbdosen. Wird die Frequenz der Wechselspannung passend gewählt, so ist die Feldrichtung dann gerade umgekehrt, so daß die Teilchen erneut beschleunigt werden. Dieser Vorgang wiederholt sich, so daß die Teilchen immer schneller, der Radius ihrer Kreisbahn immer größer wird. Die Teilchen beschreiben daher eine Spiralbahn und treten schließlich durch ein Fenster seitlich aus der Dose heraus, vgl. Abb. 272, die gleichzeitig einen Eindruck von den Abmessungen eines Zyklotrons vermittelt.

**§ 154. Ultrastrahlung.** Die spontane Ionisation der Luft rührt nicht nur von irdischen radioaktiven Strahlen, sondern auch von einer außerordentlich durchdringenden aus dem Weltraum kommenden Strahlung her. Das ergibt sich daraus, daß auch in einer mit stärkstem Bleipanzern abgeschirmten Kammer die Ionisation nicht ganz verschwindet und daß dieser nicht abschirmbare Teil mit der Höhe beträchtlich und stetig zunimmt; und zwar bis herauf zu etwa 30 km über dem Erdboden. Die von den irdischen radioaktiven Stoffen herrührende und leicht abschirmbare Strahlung nimmt natürlich mit der Höhe ab.

Diese kosmische Ultrastrahlung, auch als durchdringende Höhenstrahlung bezeichnet, besteht aus geladenen Teilchen, deren Energie ungewöhnlich groß, nämlich von der Größenordnung  $10^8$  bis  $10^9$  eV ist. Man vermutet, daß die in die Atmosphäre eindringenden Teilchen der Ultrastrahlung Elektronen oder Positronen sind und daß diese bei der Wechselwirkung mit Atomkernen eine höchst durchdringende  $\gamma$ -Strahlung erzeugen, die sich wieder in Elektronenpaare umwandeln kann, vgl. §151. Ferner hat man in der Ultrastrahlung Teilchen gefunden, deren Durchdringungs- und Ionisationsvermögen viel größer als das der gewöhnlichen Elektronen ist. Wie die Ablenkbarkeit im Magnetfeld ergibt, liegt ihre Masse zwischen der eines Elektrons und der eines Protons. Diese Teilchen nennt man Mesotronen oder Mesonen.

## Optik und allgemeine Strahlungslehre.

### A. Das Wesen des Lichtes und seine Ausbreitung.

§ 155. **Das Wesen des Lichtes.** Licht ist eine von der Sonne oder anderen Lichtquellen ausgesandte, im Raum sich ausbreitende Strahlung, die beim Auftreffen auf einen undurchsichtigen Körper diesen zu erwärmen vermag und die in einem bestimmten Bereich, s. weiter unten, in unserem Auge eine Empfindung hervorruft. Licht stellt also eine Energieform dar. Da das Licht der Sonne durch den leeren Weltraum zu uns gelangt, ist zu seiner Ausbreitung im Gegensatz zum Schall offenbar kein materielles Medium erforderlich. Wie wir später sehen werden, s. §§ 182ff. und 193, handelt es sich bei der Lichtausbreitung um einen Wellenvorgang, und zwar um elektromagnetische Wellen. Diese haben jedoch eine viel kleinere Wellenlänge als die von den üblichen elektrischen Schwingungskreisen oder Dipolen ausgestrahlten elektromagnetischen Wellen, die wir in Kap. 4 kennengelernt haben. Wir können uns vorstellen, daß in den Molekülen die Elektronen und geladenen Atome Schwingungen sehr hoher Frequenz ausführen, also atomare Dipole oder Sender darstellen, vgl. § 146. Die von ihnen ausgestrahlten elektromagnetischen Wellen überdecken ein ziemlich großes Frequenzgebiet, das sich ohne Unterbrechung an das durch makroskopische Sender ausgefüllte Gebiet anschließt, vgl. § 192. In der Abb. 360 sehen wir das Gesamtgebiet der elektromagnetischen Wellen, das sog. elektromagnetische Spektrum dargestellt, das einen Wellenlängenbereich von etwa  $10^{-11}$  cm bis zu beliebig langen Wellen umfaßt.

Von diesem ungeheuren, etwa 20 Zehnerpotenzen umfassenden Frequenzgebiet der elektromagnetischen Strahlung vermag nur ein ganz kleiner Ausschnitt mit Wellenlängen zwischen etwa 400 und 800  $m\mu$ , also nur eine einzige Oktave in unserem Auge eine Empfindung hervorzurufen. Die Lehre vom sichtbaren Licht und seinen Erscheinungen, die Optik oder Strahlungslehre in engerem Sinne, stellt daher nur einen kleinen physiologisch begrenzten Ausschnitt aus dem ungleich größeren Gebiete der allgemeinen Strahlungslehre dar.

Wir behandeln in den folgenden Abschnitten nur die Erscheinungen und Gesetze des sichtbaren Lichtes oder der Optik im engeren Sinne, vor allem, weil sie der unmittelbaren subjektiven Beobachtung zugänglich, also mit besonders einfachen Hilfsmitteln zu untersuchen sind. Die dabei gefundenen Grunderscheinungen gelten aber auch für alle anderen elektromagnetischen Wellen.

**Lichtquellen.** Alles Licht stammt ursprünglich von strahlenden Körpern. Meist handelt es sich um sog. Temperaturstrahlung, d. h. um die Lichtausstrahlung von heißen Körpern, wie der Sonne, Fixsternen, von Glühlampen usw. Wir können aber auch durch elektrische Entladungen in Gasen, s. § 132ff., oder durch Fluoreszenz und Phosphoreszenz, s. § 201, einen Körper zum Leuchten bringen.

Von den strahlenden Körpern breitet sich dann das Licht in Form von elektromagnetischen Wellen nach allen Seiten, auch in dem von gewöhnlicher Materie

freien Raum aus. Den Träger dieser Wellen kennen wir nicht. Wir nennen ihn Äther. Das ist zunächst nur ein Name für eine das ganze Weltall erfüllende Substanz, die nichts mit gewöhnlicher Materie zu tun hat, die also weder wägbare, elastisch oder träge ist, in der sich jedoch die verschiedensten elektromagnetischen Vorgänge abspielen. Überall wo Licht, also eine elektromagnetische Welle hin- kommt, tritt ein periodisch veränderliches elektrisches und magnetisches Feld auf, s. § 146ff. Die Geschwindigkeit ist bei allen elektromagnetischen Wellen im Vakuum dieselbe und beträgt  $3 \cdot 10^{10}$  cm/sec oder 300 000 km/sec.

Bei der Wechselwirkung von Licht und Materie zeigt das Licht übrigens nicht nur Wellencharakter, sondern auch die Eigenschaften von Korpuskeln, Näheres in § 202ff.

**§ 156. Grunderscheinungen der Lichtausbreitung.** Wir betrachten die Ausstrahlung einer punktförmigen Lichtquelle. Das ist eine Lichtquelle, deren

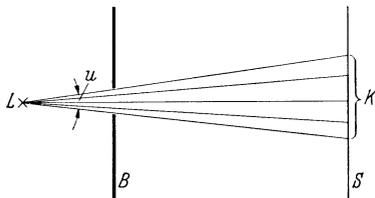


Abb. 273. Zur geradlinigen Ausbreitung des Lichtes.

Ausdehnung gegenüber den sonst in Frage kommenden Abmessungen vernachlässigt werden kann. Bringen wir in den von Strahlung durchsetzten Raum eine undurchsichtige Blende mit einer kreisförmigen Öffnung, s. Abb. 273, so entsteht auf einem dahinterstehenden Schirm S ein scharf begrenzter Lichtkreis K, der durch die von L nach dem Rande der Öffnung gezogenen Geraden begrenzt wird. Diese Erscheinung, daß das Licht sich innerhalb eines geradlinigen Kegels mit der Spitze in L ausbreitet, zeigt unmittelbar seine geradlinige Fortpflanzung. Man spricht von einem Lichtbündel oder Lichtkegel mit dem Öffnungswinkel  $u$ . Lassen wir den Öffnungswinkel durch Engerziehen der Blende immer kleiner und kleiner werden, so schrumpft der Kegel mehr und mehr zu einer Geraden zusammen, die die Fortpflanzungsrichtung des Lichtes angibt (über die Beugung s. weiter unten). Wir sprechen dann von einem Lichtstrahl. Lichtstrahlen sowie punktförmige Lichtquellen sind geometrische Abstraktionen

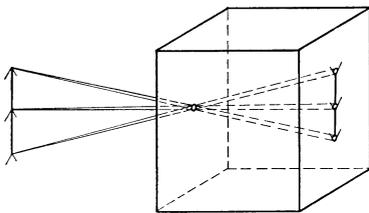


Abb. 274. Lochkamera.

und zeichnerische Hilfsmittel zur Darstellung der Lichtausbreitung. In Wirklichkeit haben wir es immer mit leuchtenden Flächen und Lichtbündeln mit endlichem Öffnungswinkel, deren Achsen die Lichtstrahlen sind, zu tun. Auf der geradlinigen Ausbreitung des Lichtes beruht bei der Lochkamera, s. Abb. 274, die Entstehung eines optischen Bildes durch eine kleine Öffnung. In der Vorderwand eines dunklen Kastens befindet sich ein kleines Loch. Jeder Punkt des außen gelegenen leuchtenden Gegenstandes sendet einen durch das Loch begrenzten Strahlenkegel (Lichtstrahl) aus, der auf der Rückwand des Kastens einen Lichtfleck erzeugt. Dort ordnen sich die Lichtflecke zu einem beleuchteten Felde an, dessen Begrenzung und Helligkeitsverteilung dem ursprünglichen leuchtenden Gegenstand ähnlich sind. Wir nennen es daher das von der Lochkamera entworfene optische Bild des außen befindlichen Gegenstandes. Das Bild ist umgekehrt und ferner um so schärfer, dafür aber auch um so lichtschwächer, je enger das Loch ist. Helligkeit und Schärfe sind Forderungen, die, wie wir auch später wiederholt sehen werden, sich nicht gleichzeitig beliebig weitgehend erfüllen lassen.

Wenn die ein Strahlenbündel begrenzenden Blendenöffnungen sehr klein werden, so beobachten wir Abweichungen von der geradlinigen Fortpflanzung des

Lichtes. Betrachten wir die Verhältnisse der Abb. 274, so wird mit kleiner werdender Öffnung zunächst auch der Lichtkreis  $K$  entsprechend kleiner und behält auch seine Schärfe bei. Erst wenn wir die Öffnung der Blende sehr eng,  $\sim 1/10$  mm, machen, wird der Lichtkreis verwaschen und größer. Wir beobachten eine seitliche Ausbreitung oder Beugung des Lichtes. Solche Beugungserscheinungen, die nach dem HUYGENSSchen Prinzip bei jeder Ausbreitung von Wellen auftreten, sobald die Abmessungen der in den Weg der Wellen gebrachten Öffnungen und Hindernisse mit der Wellenlänge vergleichbar werden, sollen in § 184 näher betrachtet werden.

Innerhalb gewisser Grenzen kann man nun die Ausbreitung des Lichtes und die damit zusammenhängenden Erscheinungen beschreiben, ohne die Wellennatur des Lichtes zu beachten. Aus diesem Grunde pflegt man die Optik in zwei Teilen darzustellen. In der sog. geometrischen Optik oder Strahlenoptik behandelt man alle Erscheinungen, die sich mit Hilfe der Vorstellung von der geradlinigen Ausbreitung des Lichtes, d. h. der Fortpflanzung der Lichtenergie längs der Lichtstrahlen darstellen lassen. Das sind die Erscheinungen der Reflexion, Brechung und Dispersion des Lichtes und damit auch die Bilderzeugung durch Spiegel, Linsen und optische Instrumente. Nur die Grenze der Leistungsfähigkeit oder das endliche Auflösungsvermögen eines jeden Instrumentes lassen sich erst bei Beachtung der Wellennatur des Lichtes verstehen, s. § 186. Das Auflösungsvermögen wird daher in der Wellenoptik oder physikalischen Optik behandelt, die sich mit all den Erscheinungen beschäftigt, die wie Beugung, Interferenz und Polarisierung auf der Wellennatur des Lichtes beruhen.

**§ 157. Lichtgeschwindigkeit.** Daß das Licht eine endliche Geschwindigkeit besitzt, hat zuerst OLAF RÖMER, und zwar auf Grund von astronomischen Beobachtungen nachgewiesen. Wir besprechen hier nur die genaueren, auf der Erde ausführbaren Meßmethoden.

Methode von FIZEAU 1849. Diese beruht darauf, daß man die Zeit mißt, die das Licht zum Zurücklegen einer größeren Strecke braucht. Der „Startort“ des Lichtes ist der Brennpunkt  $F$  des Fernrohres  $I$ , s. Abb. 275.  $F$  wird durch die seitlich angeordnete Lichtquelle mit der Linse und dem halbdurchlässigen Spiegel  $S$  beleuchtet.

Von  $F$  laufen die Strahlen durch das Objektiv  $B$  parallel gemacht, nach dem einige Kilometer entfernten Fernrohr  $II$ , werden dort an dem im Brennpunkt sitzenden Spiegel  $Sp$  reflektiert und laufen denselben Weg zurück. Nun ist ein rotierendes Zahnrad  $Z$  in der Brennebene des Fernrohres  $I$  so angebracht, daß seine Zähne und Lücken den Punkt  $F$  abwechselnd bedecken und freigeben. Befindet sich bei ruhendem Zahnrad  $F$  eine Lücke, so wird das Auge eines Beobachters durch das zurückkehrende Licht erregt. Setzen wir das Zahnrad in Drehung und steigern die Drehzahl, so wird bei einer bestimmten Drehzahl der Fall eintreten, daß nach der Zeit, die das Licht für einen Hin- und Herweg braucht, die Lücke gerade durch einen Zahn ersetzt worden ist, der Lichteindruck also verschwindet. Bei der genau doppelten Drehzahl ist der Lichteindruck wieder besonders groß. Aus der bekannten Drehzahl, der Zahl der Zähne und des Lichtweges kann man die Geschwindigkeit bestimmen. Sie ist sehr genau  $300\,000$  km/s oder  $3 \cdot 10^{10}$  cm/s.

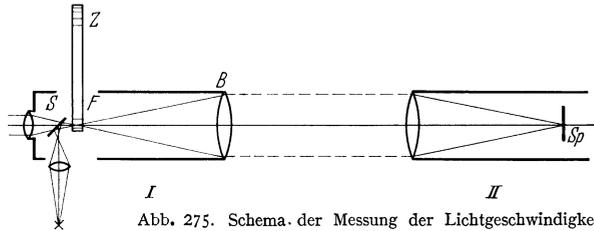


Abb. 275. Schema der Messung der Lichtgeschwindigkeit nach FIZEAU.

Mit Hilfe eines sehr rasch rotierenden Spiegels (Methode von FOUCAULT) gelingt es, die Lichtgeschwindigkeit sogar im Laboratorium zu messen. Von der Lichtquelle  $L$ , s. Abb. 276, gelangt das Licht durch den halbdurchlässigen Spiegel  $P$  auf den um die Achse  $O$  drehbaren Spiegel  $S$  und wird von diesem

nach dem Hohlspiegel  $B$ , dessen Krümmungsmittelpunkt in  $O$  liegt, reflektiert. Daher wird der Strahl von  $B$  in sich zurückgeworfen und gelangt bei ruhendem

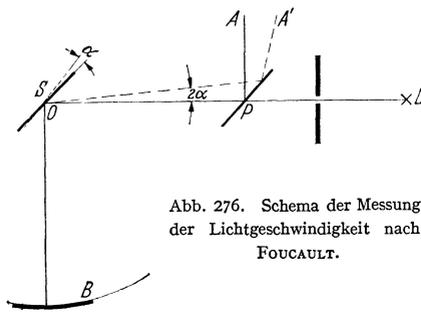


Abb. 276. Schema der Messung der Lichtgeschwindigkeit nach FOUCAULT.

Spiegel  $S$  nach  $L$  zurück, bzw. über die spiegelnde Platte  $P$  nach  $A$ . Nun versetzen wir den Drehspegel  $S$  in sehr rasche Umdrehung, so daß er sich in der Zeit, die das Licht für den Weg  $OB$  und zurück braucht, um einen merklichen Winkel  $\alpha$  gedreht hat. Dadurch wird der Strahl aus dem Winkel  $2\alpha$  abgelenkt und gelangt nicht mehr nach  $A$ , sondern nach  $A'$ . Aus der Ablenkung  $AA'$  und dem bekannten Weg  $OA$  findet man den Winkel  $\alpha$  und daraus bei bekannter Drehzahl des Spie-

gels die Laufzeit des Lichtes für den doppelten Weg  $OB$ , also auch seine Geschwindigkeit. Schaltet man zwischen den Spiegel  $S$  und den Hohlspiegel ein mit Wasser gefülltes Rohr, so findet man, daß die Geschwindigkeit in Wasser etwa drei Viertel der Geschwindigkeit in Luft beträgt, d. h. die Geschwindigkeit im optisch dichteren Medium ist kleiner, vgl. § 160.

§ 158. Messung des Lichtes, Photometrie. Der Einfachheit halber betrachten wir zunächst eine punktförmig nach allen Seiten gleichmäßig strahlende Lichtquelle. Licht stellt Energie dar. Sie breitet sich nach allen Richtungen aus,

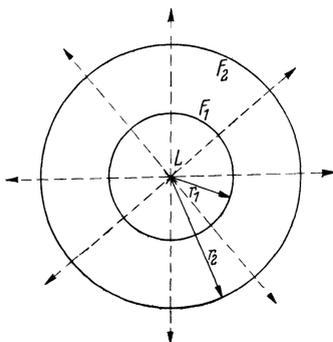


Abb. 277. Zum Grundgesetz der Photometrie.

strömt also weiter. Wir sprechen daher von Lichtmengen und Lichtströmen. Dabei verstehen wir unter dem Lichtstrom  $\Phi$  einer Lichtquelle die in alle Richtungen insgesamt pro Sekunde ausgestrahlte Energie oder Lichtmenge  $Q$ . Lichtmenge und -strom beziehen sich immer nur auf den Energieanteil des sichtbaren Lichts.

Der von der Lichtquelle  $L$  ausgehende Lichtstrom durchsetzt nacheinander, s. Abb. 277, die Kugeloberflächen mit  $F_1 = 4\pi r_1^2$  und  $F_2 = 4\pi r_2^2$ . Die auf die Flächeneinheit pro Sekunde fallende Lichtmenge oder den Lichtstrom pro Flächeneinheit nennen wir die Beleuchtungsstärke  $E$  (auch kurz Beleuchtung) der betref-

fenden Fläche. Derselbe Lichtstrom durchsetzt mit wachsender Entfernung immer größere Flächen, wobei die Beleuchtungsstärke einer Fläche aus geometrischen Gründen mit dem Quadrat der Entfernung von der Lichtquelle abnimmt (Grundgesetz der Photometrie).

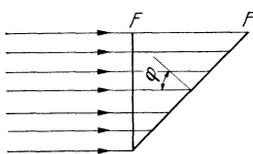


Abb. 278. Zum Kosinussatz der Einstrahlung.

Dieses einfache Gesetz gilt nur so lange, als die Strahlen senkrecht auf die beleuchtete Fläche auffallen. Durchsetzt derselbe Lichtstrom einmal eine senkrecht stehende Fläche  $F$  und einmal eine schief stehende Fläche  $F'$ , wobei der Winkel zwischen der Normalen und dem einfallenden Strahl  $\varphi$  sein möge, so fällt, s. Abb. 278, auf die Flächeneinheit von  $F'$  nur noch die Energie  $E \cos \varphi$ , wenn  $E$  die Energie pro Sekunde und pro Flächeneinheit von  $F$  bedeutet. Die Beleuchtungsstärke  $E$  einer Fläche ist also proportional dem Kosinus des Einfallswinkels und umgekehrt proportional dem Quadrate der Entfernung von der Lichtquelle.

Die meisten Lichtquellen strahlen in den einzelnen Richtungen mit verschiedener Stärke. Wir beschreiben diese von der Richtung abhängige Ausstrahlung durch die Lichtstärke  $J$  einer Lichtquelle in einer bestimmten Richtung und

Die meisten Lichtquellen strahlen in den einzelnen Richtungen mit verschiedener Stärke. Wir beschreiben diese von der Richtung abhängige Ausstrahlung durch die Lichtstärke  $J$  einer Lichtquelle in einer bestimmten Richtung und

verstehen darunter den in die Einheit des räumlichen Winkels ausgesandten Lichtstrom oder den Quotienten aus dem Lichtstrom in dieser Richtung und dem durchstrahlten Raumwinkel  $\omega$ , also  $J = \Phi/\omega$ .

So wie der Flächenwinkel im Bogenmaß durch das Verhältnis vom Bogen zum Radius gemessen wird, so mißt man den räumlichen Winkel durch das Verhältnis eines Kugeloberflächenstücks zum Quadrat des Kugelradius, s. Abb. 279. Der Kegel, der den räumlichen Winkel  $\omega$  aussondert, begrenzt auf der Kugeloberfläche ein bestimmtes Flächenstück. Die Einheit des räumlichen Winkels liegt vor, wenn auf der Kugel vom Radius 1 cm das ausgeschnittene Flächenstück die Fläche von 1 cm<sup>2</sup> besitzt. Der volle räumliche Winkel, der die ganze Kugeloberfläche ausfüllt, ist also  $4\pi$ .

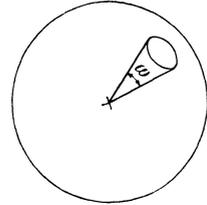


Abb. 279. Der räumliche Winkel.

Die Einheit der Lichtstärke ist die Hefnerkerze (HK). Das ist die Lichtstärke, die eine mit Amylazetat gespeiste Lampe von vorgeschriebener Bauart in waagerechter Richtung besitzt<sup>1</sup>. Die Praxis benutzt fast nur mit Hilfe der Hefnerlampe geeichte Glühlampen.

Die Einheit des Lichtstromes ist das Lumen (lm). Das ist der Lichtstrom, den eine Lichtquelle mit der Lichtstärke von 1 HK in den räumlichen Winkel eins ausstrahlt, also z. B. die von einer Hefnerkerze einer in horizontaler Richtung um einen Meter entfernten senkrechten Fläche von 1 m<sup>2</sup> sekundlich zugestrahlte Energie. Strahlt die Lichtquelle gleichmäßig mit der Lichtstärke  $J$ , so ist ihr gesamter Lichtstrom oder die gesamte pro Sekunde ausgestrahlte Energie  $\Phi = 4\pi J = 12,57 J$  lm.

Bei einer Lichtquelle, die nur Licht von 555 m $\mu$  ausstrahlt (Maximum der Augenempfindlichkeit, s. § 340), entspricht einem Lumen ein Energiestrom von 0,00144 Watt (sog. mechanisches Lichtäquivalent).

Die Einheit der Beleuchtungsstärke ist das Lux (lx). Sie liegt vor, wenn der Lichtstrom von 1 Lumen auf die Fläche von 1 m<sup>2</sup> senkrecht eingestrahlt wird, oder wenn eine Fläche in 1 m Entfernung von der Lichtquelle 1 HK senkrecht bestrahlt wird. Eine Glühlampe von 25 HK gibt also einen Gesamtlichtstrom von  $25 \cdot 4\pi$  Lumen und erzeugt auf einer 2 m entfernten senkrecht zur Strahlrichtung stehenden Fläche eine Beleuchtungsstärke von  $\frac{25 \cdot 4\pi}{4 \cdot 2^2 \pi} = 6,25$  Lux. Als Beleuchtung eines Arbeitsplatzes braucht man für Lesen und Schreiben etwa 25 Lux, für feinere Arbeiten bis zu 50 Lux.

Haben wir es mit flächenhaften Lichtquellen zu tun, so führen wir die Lichtstärke pro Flächeneinheit in der zur Fläche senkrechten Richtung ein und nennen sie die Leuchtdichte  $B$  (früher als Flächenhelle bezeichnet), Einheit 1 Stilb (sb). Diese ist also gegeben, wenn eine Fläche in senkrechter Richtung pro cm<sup>2</sup> die Lichtstärke 1 HK besitzt. Tab. 16 zeigt die Leuchtdichten einiger wichtiger Lichtquellen.

Tabelle 16. Leuchtdichte einiger Lichtquellen in Stilb.

Stearinkerze . . . . .	$\approx 0,7$	Sonne . . . . .	100000—150000
Gasglühlicht . . . . .	$\approx 6$	Gewöhnlicher Kohlebogen	5000—15000
Glühlampe mit Gasfüllung . .	1000—3000	Kohlebogen mit selektiven Strahlern . . . . .	40000—120000
		Beckkohlen . . . . .	bis 150000

<sup>1</sup> Neuerdings wird die Einheit der Lichtstärke auf die Strahlung des schwarzen Körpers bezogen und dadurch festgelegt, daß die Leuchtdichte des schwarzen Körpers bei der Erstarungstemperatur des Platins 60 Einheiten der Lichtstärke pro cm<sup>2</sup> oder 60 „Neue Kerzen“ pro cm<sup>2</sup> = 60 „Neue Stilb“ beträgt. Zwischen der Hefnerkerze (HK) und der „neuen Kerze“ (NK) besteht die Beziehung: 1 NK = 1,09 HK.

In Tab. 17 stellen wir die Grundeinheiten der Photometrie nochmals zusammen.

Tabelle 17. Photometrische Größen und Einheiten.

Lichtstärke . . . . .	$J$	Hefnerkerze . . . . .	HK
Leuchtdichte . . . . .	$B = J/F$	Stilb . . . . .	sb
Lichtstrom . . . . .	$\Phi = J\omega$	Lumen . . . . .	lm
Beleuchtungsstärke . . . . .	$E = \Phi/F = J/r^2$	Lux . . . . .	lx

Zum Vergleich der Lichtstärke zweier Lichtquellen bedient man sich der sog. Photometer. Das Prinzip erläutern wir an dem älteren ganz einfachen Gipskeil-Photometer, s. Abb. 280. Das Auge  $A$  vergleicht die beiden beleuchteten

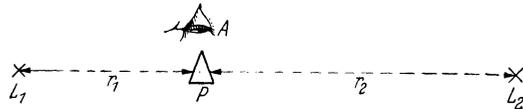


Abb. 280. Gipskeilphotometer.

weißen Flächen 1 und 2 des Gipsprismas  $P$ . Sind beide Flächen gleich stark beleuchtet, so erscheinen ihre Netzhautbilder gleich hell und die trennende Kante zwischen 1 und 2 verschwindet. Das ist der Fall, wenn die Lichtstärken  $J_1$  und  $J_2$  der Lichtquellen  $L_1$  und  $L_2$  sich wie die Quadrate ihrer Entfernungen verhalten, also wenn die Gleichung  $J_1 : J_2 = r_1^2 : r_2^2$  erfüllt ist.

Für genauere Messungen benutzt man das Photometer von LUMMER-BRODHUN. Das diffuse Licht der beiden von  $L_1$  und  $L_2$  beleuchteten Seiten des Schirmes  $S$  gelangt über die Spiegel  $S_1$  und  $S_2$  und den Photometerwürfel  $P_1/P_2$  ins Auge. Der Photometerwürfel besteht aus einem rechtwinkligen gleichseitigen Glasprisma und einem zweiten ebensolchen Prisma, dessen Ecken abgerundet sind. Da beide Glaskörper innig zusammengereibt sind, geht das von  $S_2$  kommende Licht durch die Mitte des Würfels ungehindert hindurch, wird also nicht gesehen; nur die Randstrahlen werden total reflektiert und gelangen ins Auge  $A$ . Die Mitte des Gesichtsfeldes, s. Abb. 281, wird von den Strahlen beleuchtet, die von  $S_1$  ungehindert durch den Würfel ins Auge eintreten. Ist die Beleuchtung von  $S$  auf beiden Seiten gleich, so erscheinen die Mitte und der anschließende Ring des Gesichtsfeldes gleich hell.

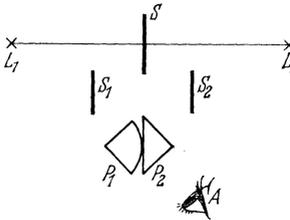


Abb. 281. Photometer von LUMMER-BRODHUN.

Ein direkter Vergleich zweier Lichtquellen ist nur möglich, wenn diese nahezu die gleiche Farbe besitzen. Das Auge ist nicht in der Lage, die Helligkeit verschiedenfarbiger Flächen willkürfrei zu vergleichen. Doch geben bestimmte physiologische Tatsachen gewisse vernünftige Vergleichsmöglichkeiten (Flimmerphotometer). Ein wirklich einwandfreier Vergleich ist nur dadurch möglich, daß man das Licht beider Lichtquellen spektral zerlegt und die Lichtstärken in den einzelnen Spektralbereichen direkt wie oben angegeben vergleicht. Das ist jedoch sehr umständlich und praktisch meist wertlos, da die Augenempfindlichkeit für die einzelnen Farben ungemein verschieden ist. Das Maximum der Augenempfindlichkeit liegt beim hell adaptierten Auge bei  $555\text{ m}\mu$ , also im Grün gelb.

## B. Geometrische Optik.

### I. Grunderscheinungen der geometrischen Optik.

§ 159. Reflexion des Lichtes. Die geradlinige ungestörte Fortpflanzung des Lichtes beobachten wir nur in einem homogenen, d. h. überall gleich beschaffenen Stoff oder optischem Mittel oder Medium, wie Glas, Wasser oder Luft. Trifft jedoch ein Lichtstrahl die glatte, ebene Grenzfläche zweier Medien  $I$  und  $II$ , so erfährt er wie jede Wellenbewegung, s. § 65, im allgemeinen eine plötzliche Richtungsänderung und Teilung. Wir erhalten z. B. an der Grenze Luft—Glas

einen reflektierten Strahl und einen gebrochenen, d. h. mit veränderter Richtung im Glase weiterlaufenden Strahl, s. Abb. 282.

Das in das Medium *II* eintretende Licht wird zum Teil durchgelassen, zum Teil verschluckt oder absorbiert, d. h. seine Energie wird teilweise in eine andere Energieform, meist in Wärme umgewandelt. Je mehr Licht durchgelassen wird, desto durchsichtiger ist der Stoff. Die Durchsichtigkeit eines Körpers hängt nun nicht nur vom Material, sondern noch von seiner Dicke ab. Manche Metalle lassen sich in so dünne Schichten auswalzen, daß sie durchsichtig werden, z. B. Blattgold oder Silberfolien. Das uns als durchsichtig geläufige Wasser absorbiert in sehr dicken Schichten alles Licht, so daß in sehr großen Wassertiefen völlige Dunkelheit herrscht. Es gibt also zwischen durchsichtigen und undurchsichtigen Körpern keine scharfen Grenzen.

Für den reflektierten Strahl gilt das Reflexionsgesetz: Der einfallende und der reflektierte Strahl bilden mit dem im Auftreffpunkt errichteten Lote, dem Einfallslot, gleiche Winkel  $\alpha$ . Ferner fällt der reflektierte Strahl in die durch den einfallenden Strahl und das Einfallslot bestimmte Ebene.

Ist die Oberfläche des Körpers rau, so erhalten wir statt der regelmäßigen eine sog. diffuse Reflexion, d. h. das Licht wird nach allen Seiten zurückgeworfen oder zerstreut (Beispiele: eine Mattglasscheibe oder ein Stück Papier).

Der diffusen Reflexion verdanken wir es vor allem, daß wir nichtselbstleuchtende Körper überhaupt sehen können. Eine ideale Ebene und das Licht ausschließlich in eine Richtung spiegelnde Fläche ist nur von dieser Richtung aus wahrnehmbar. Die unvermeidlichen Fehler in einer Spiegelfläche sowie der darauf haftende Staub streuen genügend Licht, vgl. § 197, um sogar Spiegelglas, wenn auch nur schwach, von allen Seiten sichtbar zu machen.

Der Anteil des reflektierten Lichtes ist bei blanken Metallflächen, z. B. Silber, besonders groß, nämlich über 90% im sichtbaren Gebiet. Auch durchsichtige Körper reflektieren stets einen gewissen Energieanteil des auftreffenden Lichtes (Glas bei senkrechtem Einfall etwa 4%), und zwar sowohl beim Übergang Luft—Glas wie beim Wiederaustritt in Luft. Erst wenn die Brechungsindizes zweier Medien gleich werden, verschwindet der reflektierte Strahl. Daher kann man z. B. bei Glas durch Einbetten in eine Flüssigkeit von gleichem Brechungsindex die Reflexion aufheben und das Glas unsichtbar machen.

**§ 160. Brechung des Lichtes.** Beim Übergang von einem Stoff in einen anderen erfährt ein Lichtstrahl eine Richtungsänderung, d. h. eine Brechung, für die das Brechungsgesetz von SNELLIUS gilt: Bilden der einfallende und der gebrochene Strahl mit dem Einfallslot den Einfallswinkel  $\alpha$  bzw. den Brechungswinkel  $\beta$ , s. Abb. 282, so ist für den Übergang aus einem bestimmten Stoff *I* in einen anderen bestimmten Stoff *II* das Verhältnis der Sinusse des Einfallswinkels für alle Einfallswinkel gleich einer Konstanten, d. h.

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{12},$$

wo  $n_{12}$  das Brechungsverhältnis oder auch das relative Brechungsvermögen zwischen den Medien *I* und *II* genannt wird. Ferner liegen der einfallende Strahl, das Einfallslot und der gebrochene Strahl in einer Ebene.

Wird ein Luftstrahl wie beim Übergang von Luft in Wasser oder in Glas zum Einfallslot hingebrochen, so bezeichnet man den Stoff *II* als den optisch dichteren, den Stoff *I* als den optisch dünneren.

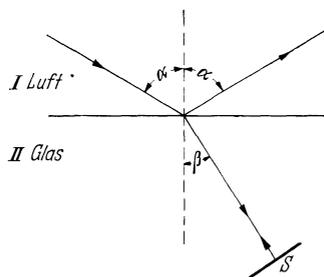


Abb. 282. Reflexion und Brechung an einer ebenen Grenzfläche.

Lassen wir einen Lichtstrahl nicht wie gewöhnlich aus Luft, sondern aus einem luftleeren Raum in einen durchsichtigen Körper eintreten, so ist das Brechungsverhältnis eine Kleinigkeit größer. Das Brechungsverhältnis eines Körpers gegen Vakuum bezeichnet man als sein absolutes Brechungsvermögen. Für gewöhnlich können wir das absolute und relative Brechungsvermögen gegen Luft gleichsetzen und sprechen einfach von der Brechungszahl  $n$  des betreffenden Stoffes.

Läßt man den gebrochenen Strahl  $S$  senkrecht auf einen Spiegel, s. Abb. 282, fallen, so wird der Strahl in sich zurückgeworfen. Beim Austritt in Luft wird er vom Einfallslot weggebrochen, und zwar so, daß er mit dem ursprünglichen Strahl in Luft zusammenfällt, d. h. der Lichtweg ist umkehrbar. Dieser Satz, wonach ein möglicher Lichtweg sowohl vorwärts als rückwärts durchlaufen werden kann, gilt allgemein, so daß für den Übergang Glas—Vakuum oder Glas—Luft gilt:  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{n}$ .

Die Brechungszahlen einiger Stoffe, und zwar für gelbes Licht, genauer für die Wellenlänge  $589 \text{ m}\mu$  des Natriumlichts, sind in Tab. 18 zusammengestellt.

Tabelle 18. Brechungszahlen einiger Stoffe.

Kronglas . . . . .	1,5—1,6	Alkohol . . . . .	1,36
Flintglas . . . . .	1,6—1,75	Schwefelkohlenstoff . . . . .	1,62
Diamant . . . . .	2,4	Luft . . . . .	1,0003
Wasser . . . . .	1,333		

Aus der Wellenlehre, s. § 65, wissen wir, daß beim Übergang einer Welle von einem Medium in ein anderes eine Richtungsänderung eintritt, wobei das Brechungsgesetz  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2}$  gilt. Dabei sind  $v_1$  und  $v_2$  die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten der Welle im Medium  $I$  und  $II$ . Es gilt also auch  $v_1/v_2 = n_{12}$ . Ist das eine Medium Vakuum und  $c$  die Vakuumgeschwindigkeit des Lichts, so ist die Geschwindigkeit  $v$  im Stoff mit dem absoluten Brechungsvermögen  $n$  gegeben durch  $v = c/n$ , also immer kleiner als  $c$ . Sind  $n_1$  und  $n_2$  die absoluten Brechungsvermögen der Medien  $I$  und  $II$ , so gilt  $n_1 = \frac{c}{v_1}$  und  $n_2 = \frac{c}{v_2}$  und damit  $n_{12} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$ . Für den Übergang Wasser—Glas gilt also  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{12} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1,5}{1,33} = \frac{3 \cdot 3}{2 \cdot 4} = 1,25$ .

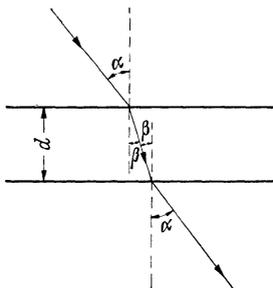


Abb. 283. Parallelverschiebung eines Lichtstrahles durch eine planparallele Platte.

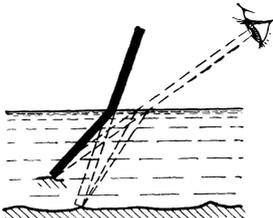


Abb. 284. Bildhebung (Stab im Wasser).

Da die Frequenz  $\nu$  oder die Farbe beim Übergang dieselbe bleibt und die Beziehung  $v = \nu \lambda$  immer gilt, ändert sich dabei die Wellenlänge nach der Gleichung  $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$  oder die Wellenlänge im Medium vom Brechungsvermögen  $n$  ist  $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$ , wo  $\lambda_0$  die Wellenlänge im Vakuum bedeutet.

Geht ein Lichtstrahl durch eine von zwei parallelen Ebenen begrenzte Glasplatte, so wird er zuerst zum Einfallslot hin gebrochen und beim Austritt ebenso stark vom Lote weg gebrochen, so daß er insgesamt nur eine Parallelverschiebung erfährt, die mit dem Einfallswinkel  $\alpha$  und mit der Dicke der Platte wächst, s. Abb. 283.

Tauchen wir einen Stock ins Wasser, so erscheint er uns geknickt, s. Abb. 284. Sein unteres Ende und ebenso der Boden des Wassers erscheinen gehoben, das Wasser also weniger tief. Das liegt daran, daß das Auge den Gegenstand immer in der rückwärtigen Verlängerung der es erregenden Lichtstrahlen sucht, vgl. § 163.

Beim Durchgang durch ein Prisma wird ein Lichtstrahl abgelenkt. Unter einem Prisma verstehen wir in der Optik jeden durchsichtigen Körper, bei dem mindestens zwei Flächen eben geschliffen sind. Den von ihnen eingeschlossenen Winkel nennen wir den brechenden Winkel  $\varphi$ , die Kante, in der die Flächen zusammenstoßen, die brechende Kante, s. Abb. 285. Schicken wir durch dieses Prisma einen Lichtstrahl, so erfährt dieser eine zweimalige Brechung und eine Ablenkung  $\delta$  nach der Basis zu. Die Ablenkung ist natürlich um so größer, je größer der brechende Winkel und je höher die Brechungszahl des Glases ist.

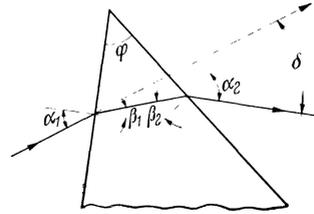


Abb. 285. Ablenkung durch ein Prisma.

Geht der Strahl symmetrisch durch das Prisma, d. h.  $\alpha_1 = \alpha_2$  und  $\beta_1 = \beta_2$ , so wird der Ablenkungswinkel besonders klein und es gilt die einfache Beziehung  $n = \frac{\sin(\varphi + \delta)/2}{\sin \varphi/2}$ , so daß sich mittels Messung der Winkel  $\delta$  und  $\varphi$  die Brechungszahl des Glases ermitteln läßt.

**§ 161. Totalreflexion.** Dringt ein Lichtstrahl von einem optisch dichteren in einen optisch dünneren Stoff, z. B. von Glas in Luft, so wird er vom Einfallslotte weggebrochen, wobei die Beziehung  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{n}$  gilt,

s. Abb. 286. Lassen wir den Strahl unter immer größeren Winkeln  $\alpha$  auf die Grenzfläche einfallen, so wird auch der Winkel  $\beta$  entsprechend größer, bis er schließlich den größtmöglichen Wert von  $90^\circ$  erreicht. Dabei tritt also der Strahl streifend in den Stoff II über (Strahl 2). Der dazugehörige Einfallswinkel  $\alpha$  ist durch  $\sin \alpha = \frac{\sin 90^\circ}{n} = \frac{1}{n}$  gegeben.

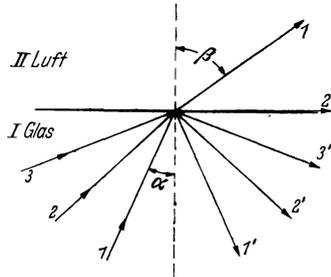


Abb. 286. Totalreflexion.

Lassen wir den Strahl noch schiefer auf treffen, so kann das Licht nicht mehr in den optisch dünneren Stoff übertreten, es wird daher der Strahl mit voller Intensität reflektiert, während für kleinere Winkel  $\alpha$  nur ein Teilbetrag reflektiert wird. Daher bezeichnen wir diese Erscheinung als Totalreflexion und nennen den kleinsten Winkel  $\alpha$  ( $\sin \alpha = 1/n$ ), für den diese erstmalig auftritt, den Grenzwinkel der Totalreflexion. Eine solche kann nur eintreten, wenn das Licht vom optisch dichteren Medium her auf die Grenzfläche auftrifft.

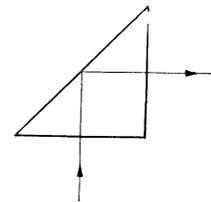


Abb. 287. Das Prisma als Spiegel.

Da der Grenzwinkel der Totalreflexion von Glas gegen Luft je nach dessen Brechungsindex zwischen  $25^\circ$  und  $42^\circ$  liegt, kann man durch ein gleichschenkelig rechtwinkliges Prisma einen Lichtstrahl um  $90^\circ$  knicken, s. Abb. 287, so daß diese Anordnung einen unter  $45^\circ$  stehenden Spiegel ersetzt und zudem die bei diesem infolge mehrfacher Reflexion auftretenden störenden Nebenbilder vermeidet.

Auf der Totalreflexion beruht es, daß Glaspulver oder Schnee undurchsichtig ist, obwohl die einzelnen Partikelchen durchsichtig sind. Das eindringende Licht erfährt immer wieder Totalreflexion, kann also nicht durch das Gemisch hindurch. Erst durch Aufgießen einer Flüssigkeit von gleichem Brechungsindex wird es durchsichtig. Daß Glas- oder Silberpulver matt aussehen, liegt daran, daß die Teilchen völlig ungeordnet liegen, also Licht nach allen Seiten, d. h. diffus reflektieren.

Läßt man Licht durch die Stirnfläche in einen Glasstab eintreten, so können wir diesen in weiten Grenzen beliebig biegen, ohne daß das Licht heraus kann, s. Abb. 288. So kann



Abb. 288. Lenkung eines Lichtstrahls durch Totalreflexion.

man durch Totalreflexion ein Lichtbündel beliebig lenken. Auf dieser Wirkung beruht auch das Leuchten von unten angestrahlter Wasserfontänen.

Den Grenzwinkel der Totalreflexion benutzt man bei den sog. Refraktometern zur Messung der Brechungszahl, vor allem von Flüssigkeiten. Auf einem rechtwinkligen Prisma sitzt ein aufgekitteter Glaszylinder, der die zu messende Flüssigkeit enthält, s. Abb. 289. Die Grenzfläche Flüssigkeit—Glas wird von oben mit monochromatischem Licht beleuchtet. Das streifend einfallende Licht verläuft im Prisma unter dem Winkel  $\beta$  zum Einfallslot und tritt dann aus der vertikalen Fläche unter einem meßbaren Winkel  $\alpha$  gegen die Horizontale aus. In den Winkelbereich zwischen  $\beta$  und  $90^\circ$  bzw.  $0^\circ$  und  $\alpha$  dringt überhaupt kein Licht, so daß man mit einem Fernrohr auf die Richtung des Grenzstrahles  $\alpha$ , d. h. auf die Trennlinie zwischen Hell und Dunkel sehr genau einstellen und aus  $\alpha$  und der bekannten Brechungszahl des Glases die Brechungs- zahl der Flüssigkeit berechnen kann.

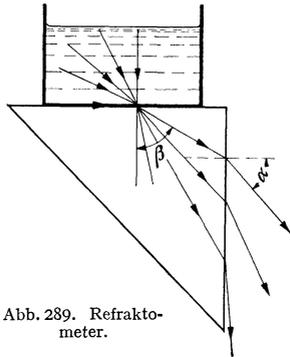


Abb. 289. Refraktometer.

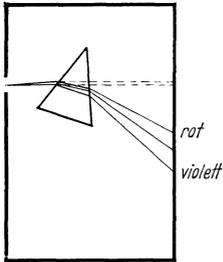


Abb. 290. Zerlegung des Lichts durch ein Prisma.

**§ 162. Dispersion.** Lassen wir Sonnenlicht durch eine enge Öffnung in einen dunklen Raum eintreten, so erhalten wir bei  $a$  einen weißen Lichtfleck, s. Abb. 290.

Schalten wir nun ein Prisma in den Strahlengang, so beobachten wir nicht nur eine Ablenkung des Strahlenbündels nach unten, sondern an Stelle des abgelenkten weißen Fleckes ein Farbenband, das oben rot und unten violett ist. Das weiße Sonnenlicht enthält also offensichtlich Lichtarten verschiedener Farbe, die verschieden stark gebrochen werden. Diese Zerlegung des Lichtes bezeichnet man als Dispersion, das Farbenband mit den Hauptfarben Rot, Orange, Gelb, Grün, Blau, Indigo, Violett als Spektrum. Die Farben des Spektrums, die sog. reinen Spektralfarben, sind nicht weiter zerlegbar, im Gegensatz zu den Mischfarben, s. § 174. Da also die Brechung eines Stoffes für die

verschiedenen Farben verschieden ist, müssen wir immer die Farbe angeben, auf die wir die Brechungszahl beziehen. Meist wird  $n$  auf das Licht der gelben Natriumlinie, der sog. D-Linie, s. § 205, bezogen. Für rotes Licht ist  $n$  am kleinsten, für violettes am größten.

In § 185 werden wir sehen, daß sich die einzelnen Spektralfarben physikalisch eindeutig durch die Wellenlänge unterscheiden lassen. Jedem subjektiv empfundenen Farbton entspricht daher eine bestimmte objektiv angebbare Wellenlänge im Spektrum. Dabei liegt Rot am langwelligen, Violett am kurzwelligen Ende des sichtbaren Spektrums, das sich von etwa  $390\text{ m}\mu$  bis  $780\text{ m}\mu$  erstreckt. An das sichtbare Spektrum schließen sich am roten Ende das ultrarote und am violetten Ende das ultraviolette Spektrum an, s. § 193 ff.

Untersucht man das Sonnenlicht mit einem Spektralapparat, s. § 181, so erkennt man, daß das Spektrum von einer Unzahl von feinen dunklen Linien, den

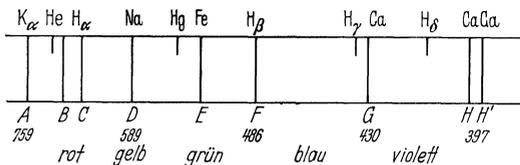


Abb. 291. FRAUNHOFERSche Linien.

sog. FRAUNHOFERSchen Linien, durchzogen ist. Im Sonnenlicht fehlen also zahlreiche engste Gebiete des Spektrums. Unter den FRAUNHOFERSchen Linien, deren Auftreten wir in § 205 erklären werden, befinden sich eine Anzahl besonders starker Linien, mit

deren Hilfe man sich im Spektrum sehr leicht orientieren kann, vgl. Abb. 291, die die Lage einiger FRAUNHOFERScher Linien, mit großen lateinischen Buchstaben bezeichnet, zeigt. Genaue Messungen der Brechungszahl bezieht man immer auf

bestimmte FRAUNHOFERSche Linien, indem man z. B. für deren Licht die Ablenkung durch ein Prisma im Minimum der Ablenkung mißt.

Schicken wir Licht durch Prismen aus verschiedenem Material, aber mit gleichen brechenden Winkeln, so ist nicht nur die Ablenkung, sondern auch die Länge des Farbbandes sehr verschieden. Die einzelnen Stoffe unterscheiden sich also nicht nur durch ihre mittlere Brechungszahl, sondern auch durch ihre Dispersion, gemessen durch die Differenz der Brechungszahlen für verschiedene Wellenlängen.

Daher kann man es durch Gegenschalten von zwei Prismen aus verschieden brechenden Stoffen, z. B. Kron- und Flintglas, und geeignet gewählten verschieden brechenden Winkeln erreichen, daß das zweite Prisma die Dispersion des ersten gerade aufhebt,

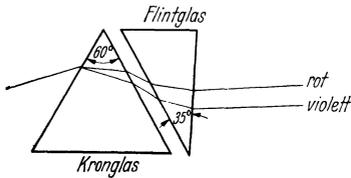


Abb. 292. Achromatisches Prisma.

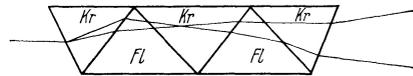


Abb. 293. Geradsichtiges Prisma.

seine Ablenkung jedoch nur zum Teil, so daß ein Lichtstrahl praktisch ohne Farbenzerstreuung abgelenkt wird, sog. achromatisches Prisma, s. Abb. 292.

Manchmal ist es nützlich, eine Prismenkombination zu haben, die eine möglichst große Dispersion, aber möglichst geringe Ablenkung ergibt, sog. geradsichtiges Prisma, s. Abb. 293.

## II. Bilderzeugung durch Spiegel und Linsen.

§ 163. **Der ebene Spiegel.** Wir erinnern uns, daß „Lichtstrahlen“ lediglich zeichnerische Hilfsmittel sind. In Wirklichkeit gibt es nur sehr enge Lichtbündel. Um die Abbildungen übersichtlicher zu halten, zeichnen wir nicht die ganzen Lichtbündel, sondern nur ihre Achsen und nennen diese Lichtstrahlen.

Alle von der Lichtquelle  $L$  kommenden und auf den ebenen Spiegel  $S$  auftreffenden Strahlen werden nach dem Reflexionsgesetz reflektiert, s. Abb. 294. Füllen wir von  $L$  auf  $S$  das Lot, verlängern dieses und ebenso den in  $P_1$  reflektierten Strahl, so erhalten wir den Schnittpunkt  $L'$ . Aus dem Reflexionsgesetz folgt die Ähnlichkeit der Dreiecke  $LP_1M$  und  $L'P_1M$ , d. h. der Schnittpunkt  $L'$  liegt ebenso weit hinter dem Spiegel wie  $L$  vor diesem. Durch denselben Punkt  $L'$  laufen auch die rückwärtigen Verlängerungen aller übrigen in  $P_2$ ,  $P_3$  usw. reflektierten Strahlen. Ein in das reflektierte Strahlenbündel eintauchendes Auge sucht nun stets den Ausgangspunkt des Lichtes in der rückwärtigen Verlängerung der erregenden Lichtstrahlen, d. h. in unserem Falle in  $L'$ . Die Erfahrung von der geradlinigen Fortpflanzung des Lichtes ist uns unbewußt so geläufig geworden, daß wir ohne weitere Anhaltspunkte nicht zu entscheiden vermögen, ob in  $L'$  eine wirkliche Lichtquelle sitzt oder ob sich dort nur die rückwärtig verlängerten Strahlen schneiden. So entsteht in  $L'$  das Spiegelbild der Lichtquelle  $L$ . Ein solches Bild, in dem sich nur die rückwärtigen Verlängerungen der Strahlen

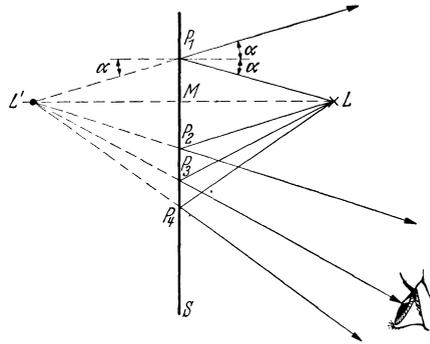


Abb. 294. Der ebene Spiegel.

schneiden, nennen wir ein virtuelles oder scheinbares Bild. Wir können es nicht auf einer Mattscheibe auffangen oder auf einer Platte in  $L'$  photographieren, da ja nach  $L'$  gar keine Strahlen hinkommen, im Gegensatz zum reellen Bilde, s. z. B. die Abb. 298 oder 308, bei dem die Strahlen selbst sich im Bildpunkte schneiden und die im Bildort vereinigte Strahlungsenergie eine photographische Platte zu schwärzen vermag.

Betrachten wir ein ausgedehntes Objekt, etwa den Pfeil  $L_1L_2$  in Abb. 295, so ist  $L'_1, L'_2$  das dazugehörige virtuelle Spiegelbild. Man sieht, daß ein solches Spiegelbild aufrecht und dem Gegenstand geometrisch gleich, daß aber links und rechts vertauscht ist.

**§ 164. Die sphärischen Spiegel.** Wir betrachten jetzt die Bilderzeugung durch sphärische, d. h. kugelförmig gekrümmte Spiegel. Auch bei einer krummen Oberfläche können wir das Reflexionsgesetz anwenden, da wir das Flächenelement in der unmittelbaren Umgebung des Einfallspunktes als kleine ebene Fläche betrachten, also durch die Tangentialebene ersetzen dürfen.

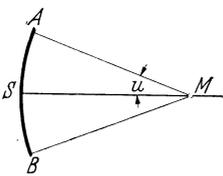


Abb. 296. Öffnungswinkel eines Spiegels.

Je nachdem, ob die Spiegelung des Lichtes an der hohlen, konkaven oder an der nach außen gewölbten konvexen Fläche stattfindet, sprechen wir von Konkav- oder Hohlspiegeln bzw. von Konvexspiegeln. Die Mitte einer solchen Spiegelfläche nennen wir ihren Scheitel  $S$ , s. Abb. 296, die von hier durch den Kugelmittelpunkt  $M$  gezogene Gerade die Hauptachse oder optische Achse des Spiegels. Den Winkel  $u$  zwischen der Hauptachse und einer von  $M$  nach dem Rande des Spiegels gezogenen Geraden  $MA$  nennen wir den Öffnungswinkel des Spiegels.

Lassen wir auf einen solchen Konkavspiegel ein Bündel von zur Hauptachse parallelen Strahlen, z. B. Sonnenlicht, fallen, so schneiden sich diese nach der Reflexion in einem einzigen Punkt, s. Abb. 297a, den wir als den Brennpunkt  $F$  des Spiegels bezeichnen. Sein Abstand  $f$  vom Scheitel  $S$  des Spiegels heißt die Brennweite des Spiegels. Da  $F$  genau in der Mitte zwischen dem Scheitel  $S$  und dem Krümmungsmittelpunkt  $M$  liegt, ist die Brennweite gleich dem halben Krümmungsradius  $r$  des Spiegels oder  $f = r/2$ . Durch den Brennpunkt gehende Strahlen bezeichnen wir als Brennstrahlen. Einen einheitlichen Brennpunkt erhalten wir allerdings nur bei einem Spiegel kleiner Öffnung oder in anderen

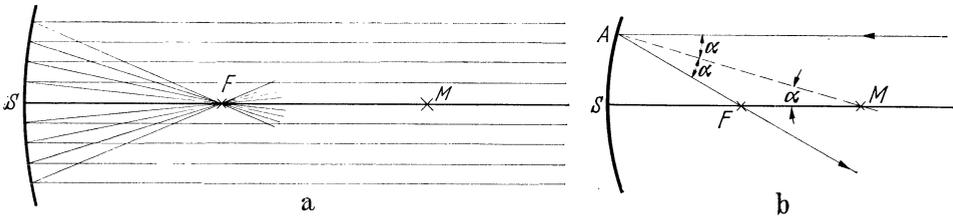


Abb. 297. Brennpunkt eines Hohlspiegels.

Worten nur für Strahlen, die in der Nähe der Hauptachse verlaufen, d. h. für sog. achsennahe Strahlen.

Beweis: Ein parallel zur Hauptachse einfallender Strahl schneidet nach der Reflexion diese in  $F$ , s. Abb. 297b. Dann sind die drei mit  $\alpha$  bezeichneten Winkel gleich und daher das Dreieck  $AFM$  gleichschenkelig, also  $AF = FM$ . Für kleine Winkel  $\alpha$  ist nun  $SF \approx AF \approx FM \approx r/2$ , daher erhalten wir für alle achsennahen Strahlen einen einigermaßen scharfen Brennpunkt  $F$ . Daher gibt auch nur ein Kugelspiegel geringer Öffnung brauchbare Bilder.

Man benutzt daher als lichtstarke Spiegel mit großer Öffnung bei Scheinwerfern und bei den astronomischen Spiegelteleskopen statt Kugelspiegel parabolische Spiegel, wie man sie durch Drehung einer Parabel um die Achse erhält. Bei einem solchen Spiegel von der Form eines Umdrehungsparaboloids schneiden sich auch die achsenfernen, parallel zur Achse einfallenden Strahlen genau im Brennpunkt. Bringt man umgekehrt eine Lichtquelle, etwa den positiven Krater einer Bogenlampe, in den Brennpunkt, so werden alle Strahlen parallel zur Hauptachse reflektiert.

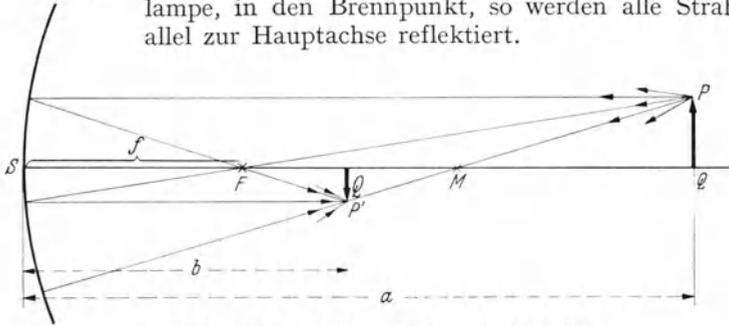


Abb. 298. Bildkonstruktion beim sphärischen Hohlspiegel.

Nun betrachten wir die Bilderzeugung durch einen Kugelspiegel geringer Öffnung, s. Abb. 298. Von dem vom leuchtenden Punkte  $P$  nach allen Seiten ausgehenden Strahlen betrachten wir zwei, deren Weg wir ohne weiteres angeben können, nämlich einmal den achsenparallelen Strahl, der nach der Reflexion durch den Brennpunkt  $F$  geht und außerdem den durch den Kugelmittelpunkt  $M$  gehenden Strahl, der in sich reflektiert wird. Beide Strahlen schneiden sich in  $P'$ . Man kann geometrisch einfach zeigen, daß sich in  $P'$  alle anderen am Spiegel reflektierten Strahlen schneiden, z. B. auch der Brennstrahl durch  $F$ , der nach der Reflexion parallel zur Hauptachse verläuft. Es wird also ein von  $P$  divergent ausgehendes Strahlenbündel in  $P'$  wieder vereinigt oder in  $P'$  konzentriert sich die von  $P$  ausgestrahlte Energie. Daher ist  $P'$  das reelle Bild des leuchtenden Dingpunktes  $P$ . Ist umgekehrt  $P'$  ein leuchtender Punkt, so vereinigen sich die von  $P'$  ausgehenden Strahlen wegen der Umkehrbarkeit des Strahlenganges in  $P$ , so daß  $P$  das Bild von  $P'$  wird. Bild und Gegenstand sind also vertauschbar, und man nennt deshalb  $P$  und  $P'$  zueinander konjugierte Punkte. Ist  $PQ$  ein leuchtender Pfeil, so gibt die obige Konstruktion Punkt für Punkt angewandt als Bild den umgekehrt stehenden Pfeil  $P'Q'$ . Wir erhalten also in diesem Falle ein reelles umgekehrtes Bild. Nennen wir den Abstand des Dinges  $PQ$  und des Bildes  $P'Q'$  vom Scheitel  $S$  des Spiegels seine Dingweite  $a$  bzw. Bildweite  $b$ , so gilt allgemein die Beziehung

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r}.$$

Aus dieser Gleichung sehen wir, daß man allgemein Ding und Bild vertauschen kann. Ferner gilt für die Vergrößerung  $v$ , d. h. das Verhältnis von Bild- und Dinggröße  $v = \frac{h'}{h} = \frac{b}{a}$ .

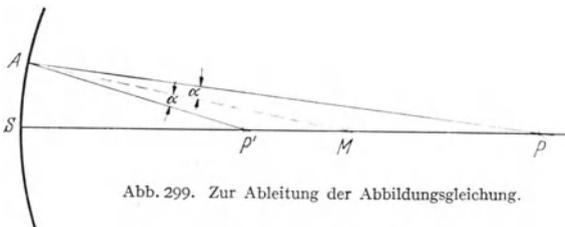


Abb. 299. Zur Ableitung der Abbildungsgleichung.

Beweis: Ein vom Dingpunkt  $P$  ausgehender Strahl fällt unter dem Winkel  $\alpha$  auf den Spiegel, wird unter demselben Winkel reflektiert und schneidet die Achse, d. h. den Mittelpunktstrahl  $PMS$  in  $P'$ , s. Abb. 299.  $P'$  ist also das Bild von  $P$ . Da  $AM$  die Winkelhalbierende im Dreieck  $PAP'$  ist, gilt  $\frac{MP}{MP'} = \frac{AP}{AP'}$ . Liegt  $A$  genügend nahe bei  $S$  (Spiegel kleiner

Öffnung), so ist  $AP \approx SP \approx a$  und  $AP' \approx b$  oder  $\frac{MP}{MP'} = \frac{a-r}{r-b} = \frac{a}{b}$  oder  $\frac{a-r}{a} = \frac{r-b}{b}$   
 oder  $1 - \frac{r}{a} = \frac{r}{b} - 1$  oder  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{2}{r} = \frac{1}{f}$ .

Liegt das Ding zwischen Spiegel und Brennpunkt und zeichnen wir wieder als abbildende Strahlen den Parallelstrahl 1 und den im Radius verlaufenden

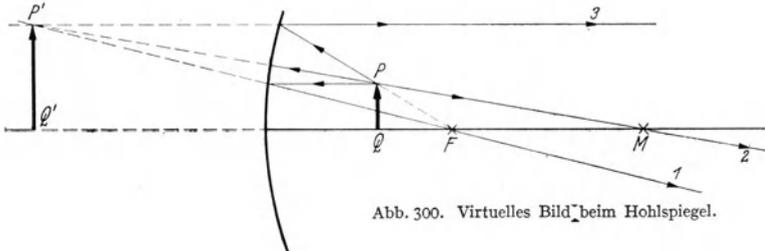


Abb. 300. Virtuelles Bild beim Hohlspiegel.

Strahl 2 oder den Brennstrahl 3, s. Abb. 300, so verlaufen diese Strahlen divergent, es schneiden sich also nur ihre rückwärtigen Verlängerungen in  $P'$ .  $P'$  ist daher das virtuelle Spiegelbild von  $P$ . Es liegt hinter dem Spiegel, ist aufrecht und vergrößert. Die Abbildungsgleichung lautet in diesem Falle

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r}.$$

Eine negative Bildweite bedeutet also ein virtuelles, hinter dem Spiegel liegendes Bild.

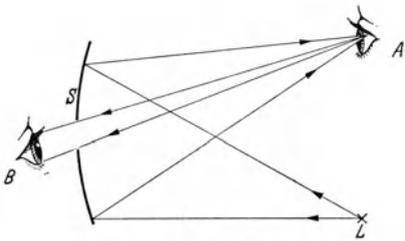


Abb. 301. Augenspiegel.

Als Anwendung des Hohlspiegels betrachten wir den Augenspiegel, s. Abb. 301. Um das Innere eines Auges  $A$  sehen und untersuchen zu können, muß man es beleuchten,

und zwar so, daß die im Inneren des Auges  $A$  reflektierten Strahlen in das Auge des Beobachters  $B$  gelangen. Das kann mit Hilfe des Hohlspiegels  $S$  geschehen, der die Lichtquelle  $L$  in das Auge  $A$  abbildet. Der Beobachter betrachtet dann das Auge  $A$  durch eine enge Öffnung im Hohlspiegel.

Wie betrachten noch die von einem Konvexspiegel erzeugten Bilder. Zunächst ergibt sich, daß alle achsenparallelen Strahlen divergent reflektiert werden, jedoch so, als ob sie

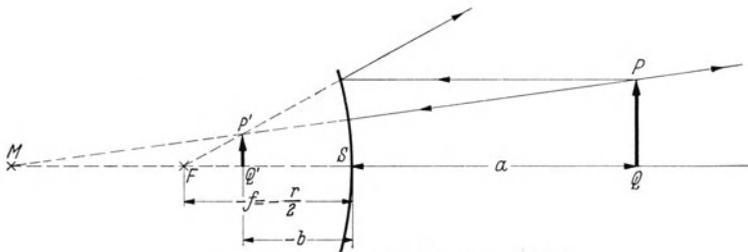


Abb. 302. Bildkonstruktion beim Konvexspiegel.

von einem einzigen hinter dem Spiegel im Abstand  $f = r/2$  liegenden Punkt, dem virtuellen Brennpunkt  $F$  herkommen würden. Die Brennweite eines Konvexspiegels ist also negativ. Bestimmen wir den zu  $P$  gehörigen Bildpunkt wie bisher mit Hilfe eines zur Achse parallelen und eines nach  $M$  zielenden Strahles, s. Abb. 302, so erhalten wir als Bildpunkt den Schnittpunkt  $P'$ , d. h. ein hinter dem Spiegel liegendes virtuelles aufrechtes und verkleinertes Bild.

Die Abbildungsgleichung lautet  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f} = -\frac{2}{r}$ .

**§ 165. Abbildung durch Brechung an einer Kugelfläche.** Reelle Bilder kann man nicht nur durch Reflexion, sondern auch durch Brechung an kugelförmigen

Flächen erhalten. Eine solche kugelige oder sphärische Grenzfläche zwischen zwei Medien von verschiedener Brechungszahl  $n_1$  und  $n_2$ , z. B. Luft und Glas, stellt das einfachste brechende bilderzeugende oder optische System dar. Da wir die gekrümmte Fläche in unmittelbarer Umgebung des einfallenden Strahles wieder durch ein ebenes, sehr kleines Flächenstückchen ersetzen dürfen, können wir das Brechungsgesetz anwenden. Dadurch ist bei gegebenem Einfallswinkel an allen Stellen die Richtung des gebrochenen Strahles bestimmt. Es läßt sich auch hier geometrisch zeigen, daß alle achsennahen und im Stoff *I* achsenparallel verlaufenden Strahlen sich nach der Brechung im Stoff *II* in einem einzigen

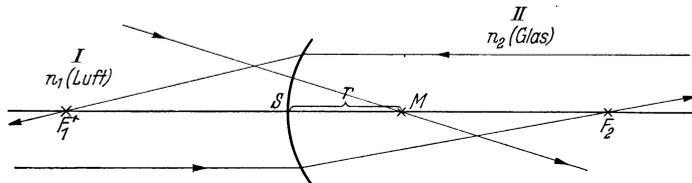


Abb. 303. Brennpunkte bei einer brechenden Kugelfläche.

Punkte, dem Brennpunkte  $F_2$  vereinigen, und daß ebenso die in *II* achsenparallelen Strahlen sich nachher im Stoff *I* in  $F_1$  vereinigen. Von diesen beiden Strahlenbündeln ist in der Abb. 303 je ein Strahl gezeichnet.  $F_1$  und  $F_2$  nennen wir die Brennpunkte unseres optischen Systems. Ihre Abstände vom Scheitel *S* der Grenzfläche sind die Brennweiten  $f_1$  und  $f_2$ . Für diese findet man

$$f_2 = \frac{n_2 r}{n_2 - n_1} \quad \text{und} \quad f_1 = \frac{n_1 r}{n_2 - n_1}.$$

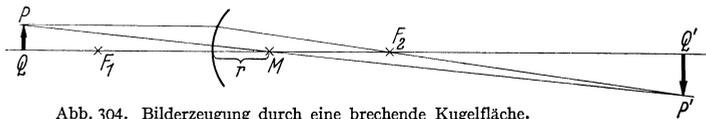


Abb. 304. Bilderzeugung durch eine brechende Kugelfläche.

Die Brennweiten sind also verschieden. Jeder nach dem Krümmungsmittelpunkt *M* gerichtete Strahl geht, da er senkrecht auf die Fläche auffällt, ungebogen hindurch. Mit Hilfe von Brenn- und Mittelpunktstrahlen können wir wieder zum Ding *PQ* das Bild *P'Q'* konstruieren, s. Abb. 304.

In Wirklichkeit haben wir es nun fast stets mit der Brechung an mehreren, mindestens zwei Kugelflächen zu tun, deren Mittelpunkte alle auf einer Geraden liegen, z. B. bei der Abbildung durch einfache Linsen oder bei den aus mehreren Linsen zusammengesetzten optischen Instrumenten oder schließlich beim Auge.

**§ 166. Abbildung durch dünne Linsen.** Wir betrachten zuerst die Brechung durch einfache Linsen. Darunter verstehen wir jeden durchsichtigen, von zwei

gekrümmten Flächen begrenzten Körper. Sehen wir zunächst vom Auge ab, so interessieren uns nur Linsen aus Glas und außerdem nur solche mit Kugelflächen. Es gibt sechs verschiedene Linsenformen, s. Abb. 305, von denen die Formen *a, b, c* als bikonvex, plankonvex, konkavkonvex und die Formen *d, e, f* entsprechend bikonkav, plankonkav, konvexkonkav bezeichnet werden. Die Linsen *a—c*, die in der Mitte dicker als am Rande sind, heißen Sammellinsen, da parallele Strahlen durch sie konvergent gemacht oder gesammelt werden, während die

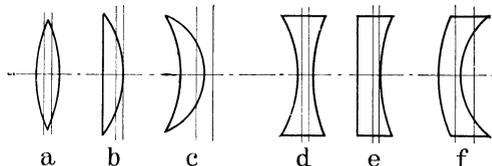


Abb. 305. Linsenformen mit eingezeichneten Hauptebenen.

Die Linsen *a—c*, die in der Mitte dicker als am Rande sind, heißen Sammellinsen, da parallele Strahlen durch sie konvergent gemacht oder gesammelt werden, während die

Linsen  $d > f$ , die ein Parallelstrahlenbündel divergent machen oder zerstreuen, als **Zerstreuungs-** oder **Konkavlinsen** bezeichnet werden.

Um die Wirkung einer Linse zu übersehen, denken wir uns diese in lauter kleine Prismen zerschnitten, s. Abb. 306. Wir erkennen, daß jeder Strahl durch die zweimalige Brechung zur Basis hin abgelenkt wird. Nur die durch die Linsenmitte gehenden Strahlen erfahren keine Ablenkung, sondern nur eine Parallelverschiebung, die um so kleiner ausfällt, je dünner die Linse ist. Wir betrachten vorläufig nur Linsen, deren Dicke sehr klein gegen die Krümmungsradien der Linsen ist und daher vernachlässigt werden kann, d. h. sogenannte unendlich dünne Linsen, für die der Strahlenweg im Inneren der Linse sich praktisch zu einem

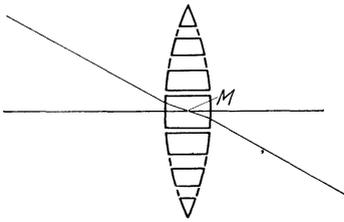


Abb. 306. Die Linse als ein aus lauter kleinen Prismen zusammengesetzter Körper.

Punkt zusammenzieht. Ferner betrachten wir wie bei den Spiegeln nur Strahlen, die in Achsennähe und unter kleinen Winkeln zur Hauptachse oder optischen

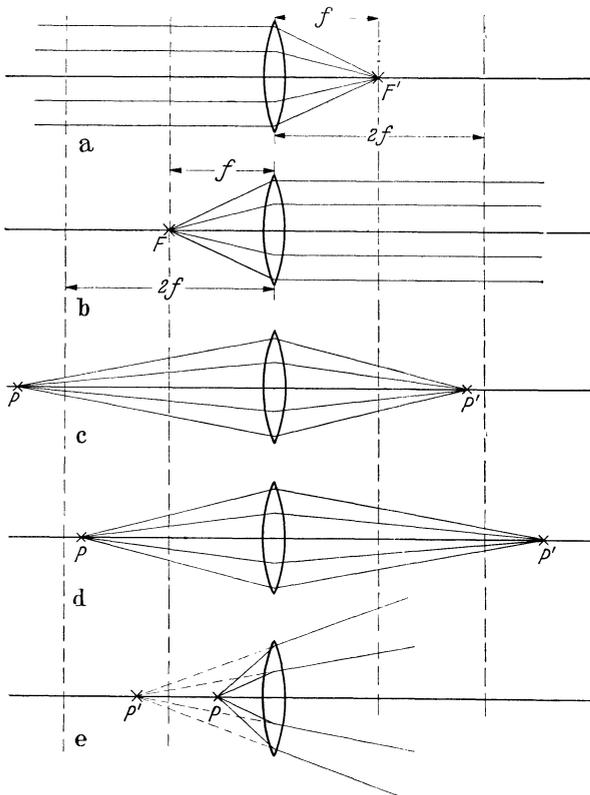


Abb. 307. Hauptfälle der Abbildung bei einer Sammellinse.

Achse verlaufen. Darunter verstehen wir die Verbindungslinie der Krümmungsmittelpunkte, um die das optische System rotations-symmetrisch ist. In unseren Abbildungen sind der Deutlichkeit halber auch Strahlen unter größerem Winkel gezeichnet. Den Verlauf der Strahlen für verschiedene Fälle zeigen uns die Abb. 307a bis e. Von links nach rechts oder umgekehrt achsenparallel einfallende Strahlen, d. h. die Lichtquelle liegt in unendlicher Entfernung (Sonne), werden in einem einzigen Punkt, dem Brennpunkt  $F'$  bzw.  $F$ , vereinigt. Umgekehrt werden natürlich die von den Brennpunkten ausgehenden Strahlen auf der anderen Seite der Linse achsenparallel weiterlaufen. Die Brennweiten  $f$ , d. h. die Abstände der Brennpunkte von der Linse, sind auf beiden Seiten gleich, jedoch nur, wenn der Stoff vor und hinter der Linse dieselbe Brechungs-zahl hat, die Linse sich beispielsweise, wie meistens der Fall ist, in Luft befindet. Beim Auge sind dagegen die vorderen und hinteren Brennweiten verschieden, s. § 170. Die durch die Brennpunkte gehenden und senkrecht zur Hauptachse stehenden Ebenen heißen die Brennebenen.

Befindet sich der leuchtende Punkt  $P$  in einem Abstand von der Linse, der größer als die doppelte Brennweite ist, so werden die ausgesandten Strahlen in

Abb. 307a bis e. Von links nach rechts oder umgekehrt achsenparallel einfallende Strahlen, d. h. die Lichtquelle liegt in unendlicher Entfernung (Sonne), werden in einem einzigen Punkt, dem Brennpunkt  $F'$  bzw.  $F$ , vereinigt. Umgekehrt werden natürlich die von den Brennpunkten ausgehenden Strahlen auf der anderen Seite der Linse achsenparallel weiterlaufen. Die Brennweiten  $f$ , d. h. die Abstände der Brennpunkte von der Linse,

einem Punkte  $P'$ , dem Bilde von  $P$ , vereinigt, der zwischen der doppelten und einfachen Brennweite liegt, Fall  $c$ . Befindet sich umgekehrt der leuchtende Punkt  $P'$  im Abstand zwischen  $f$  und  $2f$ , so liegt sein Bild in einem Abstand größer als  $2f$ .  $P$  und  $P'$  sind wieder vertauschbare oder konjugierte Punkte. In dem besonderen Falle, daß sich das Ding  $P$  in einem Abstand gleich der doppelten Brennweite befindet, liegt auch  $P'$  in gleichem Abstand hinter der Linse. Ist der Abstand des Punktes  $P$  kleiner als die Brennweite, Fall  $e$ , so bleibt das Strahlenbündel divergent. Der Schnittpunkt  $P'$  der rückwärts verlängerten Strahlen ist das virtuelle Bild des Punktes  $P$ . Die durch  $P$  und  $P'$  senkrecht zur Hauptachse gehenden Ebenen heißen die Ding- bzw. Bildebenen. Der Raumbereich, von der Linse aus gerechnet, in dem Ding und Bild liegen, werden als Ding- und Bildraum bezeichnet.

Wir betrachten jetzt einige Bildkonstruktionen. Für drei der von  $P$  ausgehenden Strahlen können wir sofort ihren Verlauf angeben, nämlich für den

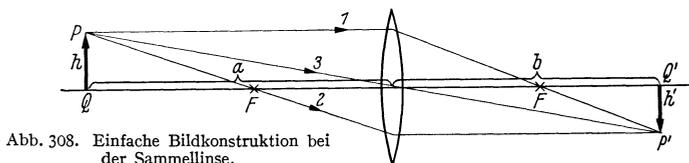


Abb. 308. Einfache Bildkonstruktion bei der Sammellinse.

achsenparallelen Strahl  $1$ , den Brennstrahl  $2$  und den Mittelpunktstrahl  $3$ , der, s. Abb. 308, die Linse ungebrochen verläßt. Die drei Strahlen schneiden sich in  $P'$ , dem Bilde von  $P$ . Für die Bildkonstruktion genügen natürlich zwei Strahlen. In entsprechender Weise können wir für den Pfeil  $PQ$  Punkt für Punkt das Bild zeichnen und so erkennen, daß die Linse in diesem Falle ein reelles umgekehrtes Bild  $P'Q'$  entwirft.

Nennen wir die Abstände von Ding und Bild von der Linse die Ding- und Bildweite  $a$  bzw.  $b$ , so gilt, wie sich geometrisch zeigen läßt, auch hier die uns bereits vom Kugelspiegel her bekannte Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Die Brennweite einer Linse hängt natürlich von den Krümmungsradien und von der Brechzahl der Glassorte ab, und zwar gilt die Beziehung  $\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$ , wobei  $r$  für konvexe Kugelflächen positiv und für konkave negativ einzusetzen ist.

Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke  $PQM$  und  $P'Q'M$  lesen wir für das Verhältnis  $\frac{P'Q'}{PQ} = \frac{h'}{h}$  oder die Vergrößerung  $v$  ab:  $v = \frac{h'}{h} = \frac{b}{a}$ , d. h. die Vergrößerung, genauer die Seitenvergrößerung (im Unterschiede zur Winkelvergrößerung, s. § 180) ist gleich dem Verhältnis von Bild und Dingweite.

Aus der Abbildungsgleichung erkennen wir die schon oben besprochenen Zusammenhänge zwischen Ding- und Bildlage, insbesondere auch die Vertauschbarkeit von Ding und Bild.

Liegt das Ding im Unendlichen, so fällt das Bild in die Brennebene und umgekehrt.

Für eine Lichtquelle, die in unendlicher Entfernung, jedoch seitlich von der Hauptachse liegt (schief einfallendes Sonnenlicht), erhalten wir die in Abb. 309

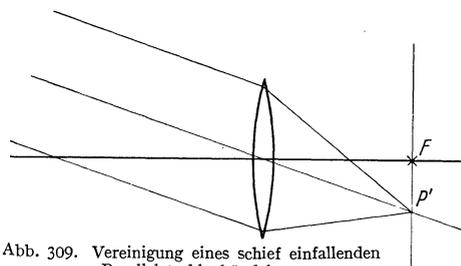


Abb. 309. Vereinigung eines schief einfallenden Parallelstrahlenbündels.

wiedergegebene Bildkonstruktion. Das in die Brennebene fallende Bild  $P'$  liegt dort, wo der Mittelpunktstrahl, der ungebrochen durch die Linse geht, die Brennebene schneidet.

Liegt das Ding innerhalb der einfachen Brennweite, so erhalten wir, vgl. Abb. 310, ein virtuelles aufrechtes vergrößertes Bild. Diesem virtuellen

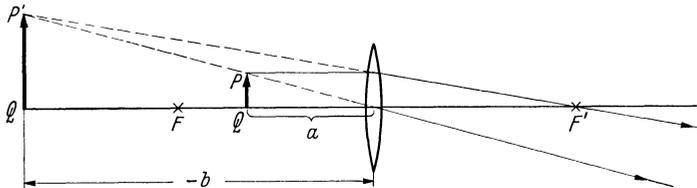


Abb. 310. Virtuelles Bild bei der Sammellinse.

Bilde, das auf der gleichen Seite wie das Ding liegt, ordnen wir eine negative Bildweite zu.

Schließlich betrachten wir die Verhältnisse bei einer Zerstreuungslinse. Ein Parallelstrahlenbündel verläßt die Linse divergent, wobei sich die rückwärtigen Verlängerungen der Strahlen im Dingraum in einem einzigen Punkt,

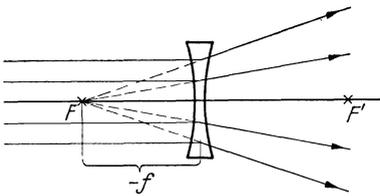


Abb. 311. Brennpunkt einer Zerstreuungslinse.

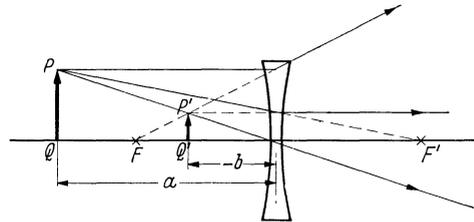


Abb. 312. Bildkonstruktion bei der Zerstreuungslinse.

s. Abb. 311, den wir als den virtuellen Brennpunkt der Zerstreuungslinse bezeichnen, schneiden. Wir schreiben daher, so wie wir eben einem virtuellen Bilde eine negative Bildweite zugeordnet haben, auch einer Zerstreuungslinse eine negative Brennweite zu. Wie die Bildkonstruktion der Abb. 312 zeigt, gibt eine Zerstreuungslinse immer virtuelle verkleinerte Bilder.

Alle Abbildungen, sowohl bei Sammel- wie bei Zerstreuungslinsen, reelle und virtuelle Bilder werden durch dieselbe einfache Gleichung  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$  beschrieben.

Es ist nur zu beachten, daß alle Bildweiten virtueller Bilder und ebenso die Brennweiten von Zerstreuungslinsen mit negativen Vorzeichen einzusetzen sind.

Eine Linse bricht die Strahlen um so stärker, je kürzer ihre Brennweite ist. Man mißt daher die Brechkraft oder die Stärke  $D$  einer Linse durch den reziproken Wert ihrer Brennweite, also  $D = 1/f$ , wobei  $f$  in Metern gemessen wird. Die Einheit der Brechkraft ist die Dioptrie. Eine Linse von 25 cm Brennweite hat also eine Brechkraft von  $1/0,25$  oder 4 Dioptrien.  $D$  ist bei Sammellinsen positiv, bei Zerstreuungslinsen negativ zu rechnen.

**§ 167. Abbildung durch dicke Linsen.** Bei einer dicken Linse fallen die beiden Stellen, an denen ein durchgehender Strahl gebrochen wird, nicht mehr zusammen, der Lichtweg im Innern des Linsenkörpers kann nicht mehr vernachlässigt werden. Trotzdem läßt sich auch hier die Abbildung in einfacher Weise übersehen, wenn man die Brennweite sowie die Ding- und Bildweiten nicht mehr vom Mittelpunkt der Linse, sondern von zwei ausgezeichneten Ebenen, den Hauptebenen, aus mißt und ferner die eigentümlichen Eigenschaften dieser

Hauptebenen beachtet, s. weiter unten. Die Schnittpunkte der Hauptebenen mit der optischen Achse heißen die Hauptpunkte.

Ziehen wir durch die Krümmungsmittelpunkte der Linsenflächen  $M'$  und  $M$  zwei einander parallele Geraden, die die Linsenflächen in  $E$  und  $E'$  treffen mögen, und legen wir in  $E$  und  $E'$  die Tangentialebenen an, s. Abb. 313, so sind diese einander parallel. Daher verhält sich die Linse für einen Strahl, der im Innern den Weg  $EE'$  durchläuft, wie eine planparallele begrenzte Glasplatte, d. h. ein solcher Strahl geht durch die Linse ungebrochen und nur parallel verschoben hindurch. Die Richtungen des eintretenden Strahles  $LE$  und des austretenden  $E'L'$  sind also parallel. Verlängern wir sie bis zum Schnitt mit der Hauptachse, so erhalten wir die Punkte  $H$  und  $H'$ . Man kann nun zeigen, daß die beiden so bestimmten Punkte unabhängig von dem ursprünglich gewählten parallelen Ebenenpaar sind, also ausgezeichnete Punkte darstellen. Wir bezeichnen sie als die Knotenpunkte der Linse. Falls das Medium vor und hinter der Linse dasselbe ist, fallen die Knotenpunkte mit den Hauptpunkten zusammen.

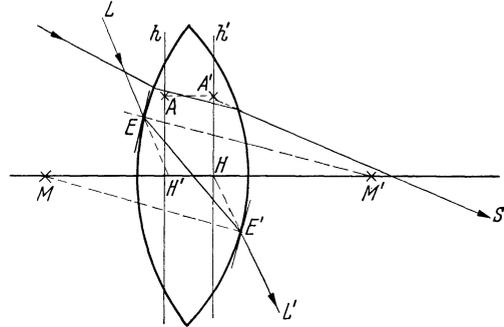


Abb. 313. Hauptpunkte und Hauptebenen.

Die Hauptebenen  $h$  und  $h'$  sind durch folgende Eigenschaften ausgezeichnet. Greifen wir auf den Hauptebenen zwei Punkte  $A$  und  $A'$  heraus, s. Abb. 313, die im gleichen Abstand von der Hauptachse liegen, so verläuft jeder Strahl, der im Dingraum nach  $A$  zielt, im Bildraum so, als ob er von  $A'$  herkommen würde, d. h. so, daß seine rückwärtige Verlängerung durch  $A'$  geht. Im Innern der Linse verläuft der Strahl natürlich anders, nämlich so wie der dick ausgezogene Strahl  $S$ . Für die Hauptpunkte  $H$  und  $H'$  gilt, falls der Stoff vor und hinter der Linse dieselbe Brechungszahl hat, der Satz, daß jeder Strahl, der im Dingraum nach  $H$  zielt, im Bildraum parallel verschoben weiterläuft, und zwar so, als ob er von  $H'$  herkommen würde, s. Abb. 313.

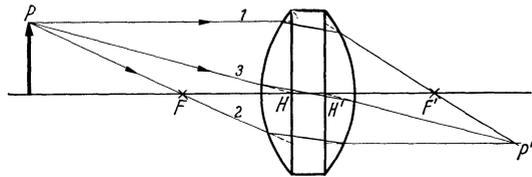


Abb. 314. Bildkonstruktion mit Hilfe der Hauptebenen.

Mit diesen Sätzen kann man, sobald die Hauptebenen bekannt sind, auch ohne Kenntnis des Strahlenganges im Innern der Linse zu jedem Dingpunkte  $P$  den Bildpunkt  $P'$  konstruieren, s. Abb. 314. Wir zeichnen zuerst den Parallelstrahl  $1$  und verlängern ihn bis zum Schnitt mit der dingseitigen Hauptebene  $h$ . Im Bildraum muß der Strahl durch den Brennpunkt  $F$  gehen, und zwar unter einem solchen Winkel zur Hauptachse, daß seine rückwärtige Verlängerung die bildseitige Hauptebene  $h'$  im Abstände des ursprünglichen Parallelstrahles von der Hauptachse schneidet. In entsprechender Weise zeichnen wir den Verlauf des Brennpunktstrahles  $2$  und schließlich den nach  $H$  zielenden Strahl  $3$ , der im Bildraum parallel verschoben von  $H'$  herkommend weiterläuft.

Man kann ferner zeigen, daß auch für eine dicke Linse die einfache Abbildungsgleichung  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$  gilt, wenn wir nur Ding-, Bild- und Brennweiten auf die ding- bzw. bildseitige Hauptebene beziehen.

Die Lage der Hauptebenen bei verschiedenen Linsenformen zeigt die Abb. 305. Bei Linsen mit  $n = 1,5$  beträgt der Abstand der beiden Hauptebenen ungefähr ein Drittel der Linsendicke. Je dünner die Linse wird, um so mehr fallen die Hauptebenen bzw. die Hauptpunkte und der Mittelpunkt zusammen und um so eher können wir die einfache Bildkonstruktion anwenden.

Sind wie beim Auge Ding- und Bildraum von Stoffen mit verschiedenen Brechungszahlen ausgefüllt, so werden die Verhältnisse etwas verwickelter, indem die Knotenpunkte nicht mehr mit den Hauptpunkten, d. h. den Schnitten der Hauptebenen mit der Hauptachse zusammenfallen. Die Bildkonstruktion kann in derselben Weise wie oben geschildert erfolgen, wenn man nur bei der Zeichnung des Strahles  $\beta$  an Stelle der Hauptpunkte die Knotenpunkte benutzt, vgl. die Einführung der Knotenpunkte auf S. 207. Sind die Brechungszahlen vor und hinter der Linse verschieden, so sind auch die vordere und hintere Brennweite, die von den Hauptebenen aus zu zählen sind, nicht mehr gleich. Die ausgezeichneten Punkte eines optischen Systems, nämlich die Brenn-, Haupt- und Knotenpunkte, bezeichnet man als seine Kardinal- oder Grundpunkte.

**§ 168. Abbildung durch Linsensysteme.** Schaltet man mehrere Linsen hintereinander, und zwar so, daß ihre Krümmungsmittelpunkte auf einer Geraden liegen, sog. zentriertes Linsensystem, so kann man auch ohne Kenntnis des Strahlenganges im einzelnen die Bildkonstruktion genau so wie bei einer einzigen dicken Linse ausführen, sobald die Lage der beiden Hauptebenen des ganzen optischen Systems bekannt ist.

Liegen die einzelnen Linsen dicht zusammen, so berechnet sich die Brennweite der Kombination aus den Brennweiten der Einzellinsen  $f_1, f_2, f_3, \dots$  nach der Gleichung

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3} + \dots,$$

oder die Brechkraft oder Stärke des Systems  $D$  setzt sich additiv aus den Stärken  $D_1, D_2, \dots$  der Einzellinsen zusammen,  $D = D_1 + D_2 + D_3 + \dots$

Haben wir zwei dünne Linsen im Abstände  $d$ , so ist die Brennweite der Kombination gegeben durch

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}.$$

Zwei Linsen von gleicher und nur dem Vorzeichen nach verschiedener Brechkraft heben sich also in ihrer Wirkung nur dann auf, wenn sie dicht zusammenliegen.

**§ 169. Abbildungsfehler.** Bei einer einzigen Linse erhalten wir hinreichend scharfe Bilder, d. h. einheitliche Brenn- und Bildpunkte, nur für achsennahe Dingpunkte, und ferner nur, wenn die abbildenden Strahlen unter kleinen Winkeln zur Hauptachse verlaufen. Die praktische Optik fordert aber teils großes Gesichtsfeld, d. h. z. B. in der Photographie die scharfe Abbildung von weit nach der Seite liegenden Gegenständen, teils große Lichtstärke, d. h. eine scharfe Abbildung auch bei weit geöffneten Strahlenbündeln, deren Strahlen also auch große Winkel mit der Hauptachse einschließen. Dabei treten eine Reihe von Abbildungsfehlern auf, die zum Teil von der endlichen Dicke der Linsen, ihrer kugeligen Begrenzung und der Zerlegung des Lichtes in seine Farben herrühren. Diese Fehler lassen sich, wie die zu außerordentlicher Leistungsfähigkeit gesteigerten Objektive für Photographie, Projektion und Mikroskopie beweisen, weitgehendst beheben, vor allem durch Kombination von mehreren Linsen aus Gläsern mit verschiedenen Brechungszahlen und geeignete Wahl der Krümmungsradien und Abstände.

Wir betrachten die wichtigsten Abbildungsfehler im einzelnen, und zwar zuerst die beiden Fehler, die bereits bei der Abbildung eines achsennahen Punktes auftreten.

$\alpha$ ) Sphärische Abweichung. Lassen wir ein Parallelstrahlenbündel, das auch Strahlen in einem größeren Abstand von der Hauptachse enthält, auf eine

Linse auffallen und blenden einige Strahlen (besser Strahlenbündel) aus, so zeigt sich, daß für die äußeren Strahlen, die sog. Randstrahlen, der Brennpunkt näher bei der Linse liegt als für die Mittelstrahlen, d. h. die einzelnen Linsenzonen haben eine verschiedene Brennweite, s. Abb. 315. Der Fehler kann durch Kombination von verschiedenen Linsen vermieden werden.

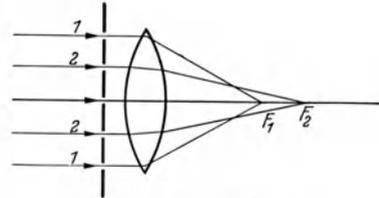


Abb. 315. Sphärische Abweichung.

β) Chromatische Abweichung. Da die Brechzahl des Glases für violettes Licht größer als für rotes ist, wird das Licht zerlegt, wobei der Brennpunkt für Violett näher an der Linse liegt als für Rot, s. Abb. 316. Daher besitzt jedes von einer einfachen Linse entworfene Bild farbige Ränder. Dieser Fehler läßt sich durch Benutzung eines Achromaten, d. h. einer Kombination von einer konvexen Kronglaslinse mit einer Konkavlinse aus Flintglas beheben. Diese Linsensystem wirkt nach demselben Prinzip wie das schon in § 162 besprochene achromatische Prisma, das eine Ablenkung des Lichtes ohne Dispersion ergibt. Mit einem solchen Achromaten kann man gleichzeitig auch die sphärische Abweichung beheben.

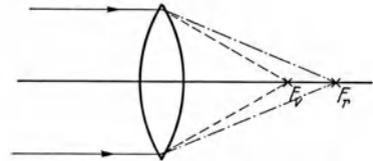


Abb. 316. Chromatische Abweichung.

γ) Astigmatismus. Bilden wir einen weit außerhalb der Hauptachse liegenden Gegenstand ab, so treffen die Strahlen schief auf die Linse auf. Bilden wir nun einen solchen Dingpunkt auch nur durch ein enges Strahlenbündel ab,

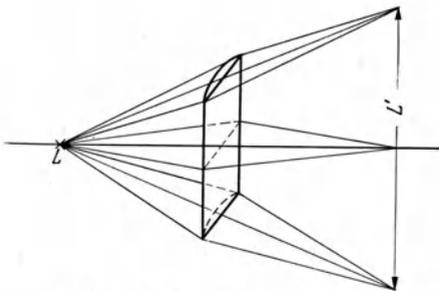


Abb. 317. Abbildung eines Punktes durch eine Zylinderlinse.

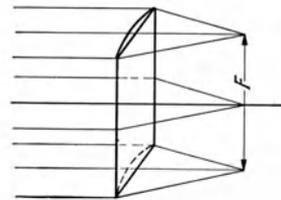


Abb. 318. Vereinigung eines Parallelstrahlenbündels in einer Brennlinie durch eine Zylinderlinse.

so zieht sich dieses Bündel im Bildraum nirgends zu einem Punkt zusammen, gibt also kein punktförmiges Bild. Wir beobachten vielmehr an zwei hintereinanderliegenden Stellen eine Einschnürung zu je einem kurzen Strich, die aufeinander senkrecht stehen. Diese Erscheinung bezeichnen wir als Astigmatismus schiefer Büschel, im Gegensatz zum Astigmatismus bei senkrechtem Einfall, wie er vor allem beim Auge häufig vorkommt, s. weiter unten und § 171.

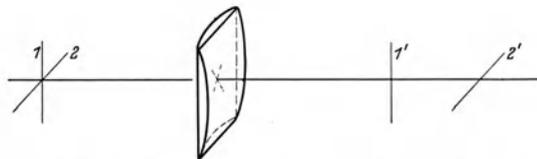


Abb. 319. Abbildung eines Kreuzes durch zwei Zylinderlinsen, deren Achsen senkrecht aufeinander stehen.

Bilden wir einen leuchtenden Punkt  $L$  durch eine zylindrisch begrenzte Linse, sog. Zylinderlinse ab, so erhalten wir als Bild einen senkrechten Strich  $L'$ , s. Abb. 317. Ein Parallelstrahlenbündel wird nicht in einem Punkte, sondern in einer Linie vereinigt, s. Abb. 318. Kombinieren wir zwei Zylinderlinsen, deren Achsen aufeinander senkrecht stehen, oder eine sphärische Konvexlinse mit einer

Zylinderlinse, Fall des astigmatischen Auges, so wird ein leuchtender Punkt  $L$  in zwei aufeinander senkrechten hintereinanderliegenden Geraden abgebildet. Bei einem Kreuz wird erst der eine Balken, dann der andere scharf abgebildet, s. Abb. 319.

### III. Das Auge und das Sehen.

§ 170. **Das Auge als optisches System.** Unser Auge ist schon ein recht kompliziertes optisches System, s. Abb. 320. Das eindringende Licht passiert zuerst eine kugelförmig gekrümmte durchsichtige Haut, die Hornhaut  $H$ , deren Dicke wir vernachlässigen. Dahinter liegt ein Raum von der Form einer Konvex-Konkav-Linse, die sog. vordere Kammer  $K$ , die mit einer Flüssigkeit, dem Kammerwasser, gefüllt ist. Dann kommt die bikonvexe, durchsichtige Kristalllinse aus elastischem Material. An die Linse schließt sich der Rest des kugeligen Augapfels an, der mit einer durchsichtigen Gallerte, dem sog. Glaskörper  $G$ , ausgefüllt ist. Wir haben im

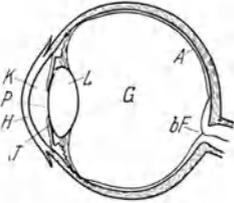


Abb. 320. Das Auge.

wesentlichen also drei brechende Flächen, nämlich die Hornhaut, die die Luft vom Kammerwasser trennt und die Vorder- und Hinterfläche der Kristalllinse, d. h. die Trennflächen zwischen Kammerwasser und Linse einerseits und der Linse und dem Glaskörper andererseits. Die den Augapfel umhüllende Lederhaut ist innen mit einer Schicht von schwarzem Pigment, der sog. Aderhaut  $A$ , überzogen. Der vordere Teil der Lederhaut ist durchsichtig und bildet die Hornhaut. Die Aderhaut geht vorne in die mit einem Loch versehene Regenbogenhaut oder Iris  $J$  über, die ein Loch, die Pupille  $P$ , enthält. Die Größe der Pupille kann durch bestimmte Muskeln verengt und der jeweiligen Beleuchtung angepaßt werden. Sie wirkt also als Blende. Die Brechungszahl des Kammerwassers ist fast genau gleich der des Glaskörpers, die der Linse ist erheblich größer. Da beim Auge das erste Medium Luft und das letzte durch den Glaskörper gegeben ist, haben wir ein optisches System mit zwei verschiedenen Brennweiten und bei dem ferner die Knotenpunkte nicht mit den Hauptpunkten zusammenfallen, s. § 167.

Die beiden Hauptebenen und ebenso die beiden Knotenpunkte liegen sehr nahe beieinander, so daß man das ganze System genähert als ein solches mit einer einzigen Hauptebene und einem einzigen Knotenpunkt behandeln kann, deren Lage sich bei verschiedenem Akkommodieren nur unwesentlich ändert.

Die eigentliche lichtempfindliche Fläche ist die Netzhaut, die als innerste Schicht des Augapfels unmittelbar an den Glaskörper angrenzt. Sie trägt die eigentlichen lichtempfindlichen Zäpfchen und Stäbchen, s. § 173. An der Eintrittsstelle des Sehnerven ist die Netzhaut ganz unempfindlich, sog. blinder Fleck  $bF$ . allgemeinen stört dieser nicht, vor allem weil er für beide Augen an verschiedenen Stellen des Gesichtsfeldes liegt. Die Mitte der Netzhaut gegenüber

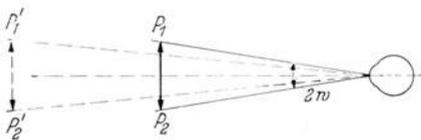


Abb. 321. Schwinkel.

der Pupille enthält die meisten Zäpfchen, so daß diese als gelber Fleck bezeichnete Stelle die größte Sehschärfe besitzt. Die Sehschärfe des Auges ist begrenzt, d. h. es vermag zwei Dingpunkte  $P_1$  und  $P_2$ , etwa zwei benachbarte Millimeterstriche eines Maßstabes nur dann getrennt zu sehen, falls diese dem Auge unter einem genügend großen Seh Winkel dargeboten werden. Darunter verstehen wir den Winkel  $2w$ , den die von  $P_1$  und  $P_2$  nach der Mitte der Augenpupille zielenden Strahlen miteinander einschließen, s. Abb. 321.

Verschieben wir das Stück  $P_1P_2$  immer weiter weg, so wird der Sehwinkel und ebenso das Netzhautbild immer kleiner und schließlich so klein, daß das Bild  $P_1P_2$  nicht mehr auf verschiedene Zäpfchen (Empfänger) fällt. Wird nur noch ein einziges Zäpfchen erregt, so haben wir die Empfindung eines leuchtenden Punktes. Ist also das Objekt zu weit entfernt, so fallen seine Bildpunkte auf ein einziges Zäpfchen und lösen nur eine einzige Lichtempfindung aus, so daß wir Einzelheiten nicht mehr zu erkennen vermögen. Je dichter die Zäpfchen liegen, um so größer ist die Sehschärfe oder das Auflösungsvermögen des Auges. Der Zäpfchenabstand beträgt im Minimum  $0,004 \text{ mm}^1$ . Zwei Millimeterstriche werden also nur getrennt, wenn das Bild mindestens diese Größe hat. Das bedeutet einen maximalen Abstand von drei Metern oder einen Sehwinkel von mindestens einer Minute.

**§ 171. Akkommodation des Auges. Brillen.** Das normale oder rechtsichtige Auge ist im allgemeinen auf unendlich eingestellt. Der bildseitige Brennpunkt fällt in die Netzhaut, so daß unendlich ferne Dinge auf der Netzhaut scharf abgebildet werden. Beim Näherrücken der Gegenstände würde also bei einem starren Auge das Bild hinter die Netzhaut fallen. Mit Hilfe eines besonderen Muskels vermag das Auge die Kristalllinse stärker zu krümmen, so daß das Bild wieder auf die Netzhaut fällt. Diese Einstellfähigkeit des Auges bezeichnet man als Akkommodation. Sie ist begrenzt. Das normale Auge vermag bis auf etwa 15 cm, d. h. bis zum sog. Nahepunkt, zu akkomodieren. Erfahrungsmäßig ist aber eine Akkommodation ohne Ermüdung für längere Zeit nur bis auf etwa 25 cm möglich, sog. deutliche oder bequeme Sehweite. Beim kurzsichtigen Auge, das die Linse nicht mehr genügend entspannen kann, fällt das von einem sehr fernen Gegenstand entworfene Bild vor die Netzhaut. Der am weitesten entfernte Punkt, der gerade noch scharf scharf abgebildet wird, der sog. Fernpunkt  $A$ , liegt nicht mehr im Unendlichen, s. Abb. 322a. Der Nahepunkt und die deutliche Sehweite liegen dem Auge näher als 15 bzw. 25 cm. Damit das Auge achsenparallele Strahlen auf der Netzhaut vereinigen kann, muß als Korrekturbrille eine Zerstreuungslinse eingeschaltet werden. Beim weitsichtigen Auge liegen die Verhältnisse umgekehrt. Der Fehler muß durch eine Konvexlinse ausgeglichen werden, vgl. Abb. 322d. Die Stärke von Brillengläsern gibt man in Dioptrien an, vgl. § 166.

Ein weiterer häufiger Augenfehler ist der Astigmatismus, der bei nicht-sphärischer Krümmung der brechenden Flächen des Auges auftritt. Durch Zylinderlinsen, die aus sphärischen und zylindrischen Flächen kombiniert sind, kann man diesen Fehler beheben. Vgl. § 169.

Der bei jedem Auge unvermeidliche Astigmatismus schiefer Büschel, vgl. § 169, kann durch asphärisch geschliffene Gläser, sog. Punktalgäser, behoben werden.

Der bei jedem Auge unvermeidliche Astigmatismus schiefer Büschel, vgl. § 169, kann durch asphärisch geschliffene Gläser, sog. Punktalgäser, behoben werden.

<sup>1</sup> Eine größere Dichte der Zäpfchen würde wirkungslos sein, da dann die Beugung an der Pupille die Sehschärfe begrenzen würde, s. § 186. Diese Beugung begrenzt praktisch das Auflösungsvermögen nur bei engster Pupille, also z. B. in grellem Sonnenlicht.

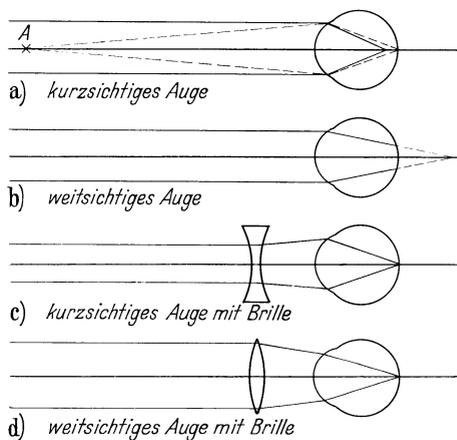


Abb. 322. Kurz- und weitsichtiges Auge, ohne und mit Brille.

§ 172. **Räumliches Sehen.** Für sich allein erzeugt jedes Auge ein einziges ebenes Bild. Ein Schätzen von Entfernungen ist daher nur mit Hilfe zusätzlicher Erfahrungen, wie scheinbarer Größen usw., möglich. Anders ist es beim Sehen

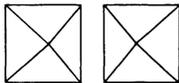


Abb. 323. Netzhautbilder einer vierseitigen Pyramide im linken und rechten Auge.

mit zwei Augen, das uns einen räumlichen Eindruck ermöglicht. Betrachten wir einen Gegenstand in der Nähe, z. B. eine auf dem Tische stehende vierseitige Pyramide, symmetrisch von oben, so sind die Bilder in beiden Augen verschieden, s. Abb. 323. Beide Augen zusammen vermitteln uns jedoch einen einheitlichen und räumlich körperlichen Eindruck. Durch Vergrößern des Augenabstandes, z. B. beim Prismenglas oder Scherenfernrohr, wird der räumliche Eindruck noch verstärkt.

Um mit Hilfe von Bildern räumliche Eindrücke zu vermitteln, benutzt man das Stereoskop, s. Abb. 324. In dieses legt man zwei Aufnahmen  $L$  und  $R$  von ein und demselben Ding, die von zwei verschiedenen Standpunkten aufgenommen sind. Das geschieht z. B. mit Hilfe einer Doppelkamera oder Stereokamera, deren beide Objektive einen bestimmten Abstand haben. Die Halblinsen  $P_1$  und  $P_2$  entwerfen von  $L$  und  $R$  zwei sich in  $D$  deckende virtuelle Bilder  $L'$  und  $R'$ . Das linke Auge beobachtet  $L'$ , das rechte  $R'$ , also ein und dasselbe Ding, aber von verschiedenen Seiten abgebildet. So entsteht wie beim unmittelbaren Beobachten des ursprünglichen Dinges ein räumlicher Eindruck.

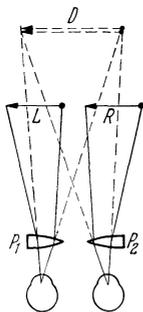


Abb. 324. Stereoskop.

§ 173. **Sehen mit Zäpfchen und Stäbchen. Farbensehen.** Auf der Netzhaut befinden sich zwei Arten von lichtempfindlichen Organen. Die einen, die Zäpfchen, sind farbempfindlich und dienen zum Sehen bei hellem Licht. Die anderen, die Stäbchen, sind zwar viel empfindlicher und dienen daher zum Sehen im Dunkeln, vermögen aber nicht mehr Farben zu unterscheiden und vermitteln lediglich den Eindruck eines farblosen Grau.

Das Licht bewirkt in den Zäpfchen und Stäbchen eine chemische Umwandlung des in ihnen enthaltenen Sehpurpur, die auf die dort endigenden Nervenfasern wirkt und in unserem Bewußtsein einen Lichteindruck hervorruft. Bei sehr starker Lichteinwirkung wird infolge Verbrauchs des Sehpurpur die getroffene Stelle vorübergehend unempfindlich. Das ist die Ursache für die Blendung durch zu grelles Licht und für die sog. Nachbilder. Fixiert man längere Zeit einen hellerleuchteten Gegenstand und blickt hinterher auf eine weiße, schwach leuchtende Fläche, so sieht man als negatives Nachbild den ursprünglichen Gegenstand mit umgekehrten Helligkeitswerten. Auf einer Nachwirkung des Lichtreizes beruht auch die Tatsache, daß intermittierende Lichtreize, die schnell genug aufeinanderfolgen (15—20mal in der Sekunde), als kontinuierliches Licht empfunden werden (Anwendung dieser sog. positiven Nachbilder in der Kinetographie).

Bei Tage sind die viel empfindlicheren Stäbchen infolge Übererregung ausgeschaltet. Im Dunkeln erholen sie sich nach einiger Zeit (das Auge muß sich erst ans Dunkle gewöhnen) und vermitteln dann ausschließlich den Lichteindruck.

Eine Erklärung des Farbensehens gibt die Dreifarbentheorie von YOUNG-HELMHOLTZ. Danach gibt es drei verschiedene Arten von farbentüchtigen Zäpfchen. Jede Art hat ihre charakteristische spektrale Empfindlichkeitskurve mit einem Maximum bei einer bestimmten Wellenlänge, d. h. bestimmten reinen Farbe. Aus der Abb. 325 erkennen wir, daß es rot-, grün- und blauempfindliche Zäpfchen gibt. Bei einer beliebigen Einstrahlung, sei es mit homogenem oder

spektralgemischtem Lichte, werden im allgemeinen alle drei Gruppen von Zäpfchen gleichzeitig erregt; je nach der Reizstärke und ihrer Verteilung auf die drei Zäpfchenarten entsteht ein bestimmter Farbeindruck. Werden alle drei Zäpfchen gleich stark erregt, so entsteht die Empfindung „weiß“. Diese kann auch bei Erregung durch zwei Komplementärfarben, s. § 174, hervorgerufen werden. Störungen des Farbensehens, sog. Farbenblindheit, sind sehr häufig. Rotblindheit liegt vor, wenn die Elementarempfindung Rot (Kurve *R* der Abb. 324) fehlt. In diesem Falle wird der langwellige Teil des Spektrums nicht mehr wahrgenommen, und es fehlt das Unterscheidungsvermögen für rote und grüne Farben.

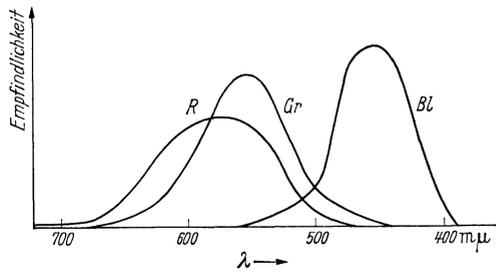


Abb. 325. Spektrale Empfindlichkeitskurven für die rot-, grün- und blauempfindlichen Zäpfchen.

§ 174. **Farben.** Wir unterscheiden reine Spektralfarben und Mischfarben. Die ersteren, die wir durch spektrale Zerlegung des Lichtes erhalten, entsprechen einer einheitlichen Wellenlänge. Mischfarben können wir vor allem als Additionsfarben gewinnen, indem man gleichzeitig mehrere Spektralfarben ins Auge treten läßt, s. weiter unten. Vergleicht man solche Mischfarben mit reinen Spektralfarben, so zeigt sich folgendes: Liegen die ursprünglich reinen Spektralfarben nahe beieinander, z. B. Rot und Gelb, dann sind die Mischfarben den Zwischenfarben des dazwischenliegenden Spektralgebietes Gelbrot völlig gleich und zeigen dieselbe Sättigung. Rücken die ursprünglichen Spektralfarben mehr und mehr auseinander, so wird der mittlere Teil der Mischfarben immer weißlicher und weniger gesättigt. Es gibt überhaupt zu jeder Spektralfarbe eine zweite, ausgenommen im Bereich von 570 bis 490 m (Gelbgrün bis Grünblau), mit der sie in einem bestimmten Verhältnis

gemischt Weiß ergibt. Das sind die reinen Komplementärfarben. Daneben gibt es Komplementärfarben, die aus einer reinen Spektralfarbe und aus einer Mischfarbe bestehen, wie man sie erhält, wenn man aus dem kontinuierlichen Spektrum eine Farbe, etwa Rot, ablenkt. Entwerfen wir mit Hilfe eines Prismas ein Spektrum auf dem Hohlspiegel *S*, s. Abb. 326, so werden alle Strahlen im Bildpunkt *P'*, den der Spiegel *S* von der Austrittsstelle *P* entwirft, vereinigt. Schalten wir ein zweites kleines Prisma ein, das das Rot nach *P''* ablenkt, so erscheint in *P'* die Mischfarbe des restlichen Spektrums, nämlich Blaugrün. Gibt man durch Entfernung des kleinen Prismas wieder rotes Licht hinzu, so ergänzen sich das Rot und das ihm komplementäre Blaugrün natürlich wieder zu Weiß.

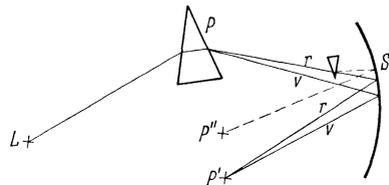


Abb. 326. Vereinigung der Spektralfarben zu Weiß.

Die Farbenvereinigung zu Weiß kann man auch mit Hilfe eines Farbkreisels erreichen, dessen Sektoren mit Komplementärfarben bemalt sind. Bei schneller Umdrehung verschmelzen die einzelnen Farben zu Weiß, man spricht von einer additiven Farbmischung.

Wir sehen, daß eine bestimmte Farbe auf sehr verschiedene Art und Weise zustande kommen kann. Jede Farbe ist charakterisiert durch ihren Ton, ihre Sättigung (je weißlicher, um so weniger gesättigt) und durch ihre Helligkeit.

Bis auf die Purpurtöne, die durch Mischen von Rot und Violett entstehen, sind alle Mischfarben auch als reine Spektralfarben bekannt. Die scheinbaren

zahlreichen Ausnahmen, z. B. der Farbeindruck Braun oder Olivgrün, kommen durch die Beschaffenheit der Umgebung zustande. Projizieren wir z. B. mit Hilfe eines rotgelben Glases ein rotgelbes Feld auf eine Wand, so erscheint dieses bei dunkler Umgebung gelbrot, bei weißer Umgebung aber braun. Diese überraschende Erscheinung beruht auf der sog. Schwärzlichkeit der Farbe Braun, d. h. der Tatsache, daß Braun einen verhältnismäßig geringen Anteil des auffallenden Lichtes reflektiert und weit mehr absorbiert als Rotgelb. Dementsprechend können wir die Farbe Braun mit Hilfe des Farbenkreisels so herstellen, daß wir neben einem roten Sektor von  $90^\circ$  und einem gelben mit  $60^\circ$  noch einen schwarzen mit  $210^\circ$  aufbringen. Daß Braun wirklich rotgelbes Licht zurückwirft, nur mit geringer Intensität, erkennen wir daraus, daß man tatsächlich ein braunes und rotgelbes Farbtäfelchen völlig farbgleich machen kann, wenn man das braune stärker mit weißem Licht beleuchtet als das gelbrote. So erkennen wir, daß der Eindruck einer schwärzlichen Farbe, wie Braun, Olivgrün oder auch Grau, noch von der Umgebung abhängt. Daher bezeichnen wir diese Farben als bezogene Farben.

Eine schwarze Papierfläche reflektiert fast kein Licht, eine weiße fast alles. Dazwischen liegen die grauen Flächen. Beleuchten wir alle drei Arten von Flächen mit ein und derselben weißen Lichtquelle, so hat die reflektierte Strahlung überall dieselbe spektrale Verteilung, nur die Leuchtdichte ist verschieden. Daher erscheint jede graue Fläche im dunklen Raum für sich allein beleuchtet weiß.

Der Farbeindruck eines Körpers wird von den Farbstoffen oder den Pigmenten an seiner Oberfläche bestimmt. Deren Mischung gibt aber, wie wir gleich sehen werden, andere Farben, als wir sie von der additiven Farbmischung her kennen.

Jeder nicht selbst leuchtende Körper wird erst dann sichtbar, wenn Licht auf ihn fällt und er dieses zum Teil reflektiert. Wirft er nur rotes Licht zurück und verschluckt alles andere, so erscheint er rot. Beleuchten wir ein rotes Tuch mit verschiedenfarbigem Licht, in dem der rote Spektralbereich jedoch fehlt, so erscheint es schwarz. Reflektiert ein Stoff an mehreren Stellen im Spektrum, so entsteht eine Mischfarbe je nach der Zusammensetzung des reflektierten Lichtes. Daher hängt die Farbe von der Beleuchtung (z. B. Sonnen- oder künstliches Licht) ab.

Absorbieren die Pigmente an der Oberfläche, z. B. Blaugrün, so wird bei der Lichtstreuung an der Oberfläche vorwiegend rotes Licht reflektiert, der Körper erscheint rot. Enthält die Oberfläche eine innige Mischung mehrerer Pigmente, so absorbiert jedes einen bestimmten Spektralbereich, und der Körper zeigt eine Farbe, die durch die übrigbleibende Mischung bestimmt ist und die wir als Subtraktionsfarbe bezeichnen. Daher geben ein gelbes und blaues Pigment gemischt als subtraktive Farbmischung meist Grün. Addieren wir dagegen die Spektralfarben, vgl. Abb. 326, Blau und Gelb, oder bringen das gelbe und blaue Pigment getrennt auf einen Farbenkreisel, so erhalten wir als Additionsfarbe Weiß.

#### IV. Optische Instrumente.

**§ 175. Vorbemerkung über den Einfluß der Beugung und über die Strahlenbegrenzung durch Blenden.** Will man die Wirkung eines optischen Instrumentes verstehen und seine Leistungsfähigkeit beurteilen, so ist eine einfache Betrachtung der Bildentstehung, wie wir sie im Abschnitt II besprochen haben, nicht ausreichend. Vielmehr müssen vor allem zwei Umstände berücksichtigt werden, nämlich die Beugung des Lichtes und die Begrenzung der abbildenden Strahlenbündel durch Linsenfassungen und Blenden sowie bei Instrumenten zur visuellen Beobachtung die Begrenzung durch die Pupille des Auges.

Infolge der Wellennatur des Lichtes kommt es an allen Öffnungen eines optischen Instrumentes, z. B. den Linsenfassungen, zu einer Beugung des Lichtes, die dazu führt, daß z. B. ein leuchtender Punkt nicht als Punkt, sondern als kleiner Lichtfleck, sog. Beugungsscheibchen, abgebildet wird, vgl. § 186. Liegen daher zwei Punkte des Dinges so dicht zusammen, daß ihre Beugungsscheibchen im Bilde ineinander überfließen, s. Abb. 348, so kann das Instrument die beiden Punkte, z. B. ein Fernrohr zwei benachbarte Fixsterne oder ein Mikroskop feine Strukturen nicht mehr getrennt wieder geben oder auflösen. Man sagt, das Auflösungsvermögen des betreffenden Instrumentes ist begrenzt.

Die Durchmesser der Linsenfassungen und Blenden beeinflussen nicht nur die Beugung und damit das Auflösungsvermögen, sondern außerdem durch die Art und Weise, wie sie die abbildenden Strahlenbündel begrenzen, auch weitere Eigenschaften des Bildes, wie seine Helligkeit, Schärfe und Perspektive, sowie das Gesichtsfeld. Da eine nähere Betrachtung dieser Zusammenhänge den Rahmen dieses Buches überschreitet, betrachten wir nur den Einfluß einer Blende auf die Helligkeit und das Gesichtsfeld an Hand eines einfachen Beispiels.

Der leuchtende Punkt  $P$  sende Strahlen nach allen Richtungen aus. Zu dem durch die Linse erzeugten Bildpunkt  $P'$  tragen nur die durch die Linse hindurchgegangenen Strahlen bei. Die Helligkeit des Bildes  $P'$  ist natürlich um so größer, je größer der Durchmesser der Linse, genauer, je größer der Öffnungswinkel  $2u$  oder die Apertur des abbildenden Strahlenbündels ist, s. Abb. 327. Die Linsenfassung ist daher die für die Helligkeit maßgebende Blende, wir nennen sie die Aperturblende. Setzen wir nun eine zusätzliche Blende  $BB$  vor, wodurch der Öffnungswinkel auf  $2u'$  verringert wird, so wird jetzt  $BB$  die maßgebende Aperturblende. Ferner wird durch diese Blende das Gesichtsfeld wesentlich eingeschränkt, indem nur noch die von  $P$  und den Nachbarpunkten ausgehenden Strahlenbündel auf die Linse gelangen und in Bildpunkten vereinigt werden. Bei den weiter seitlich gelegenen Punkten werden alle nach der Linsenöffnung zielenden Strahlen von der Blende abgehalten, so daß gar kein Bild zustande kommt. Die Blende wirkt daher als Gesichtsfeldblende.

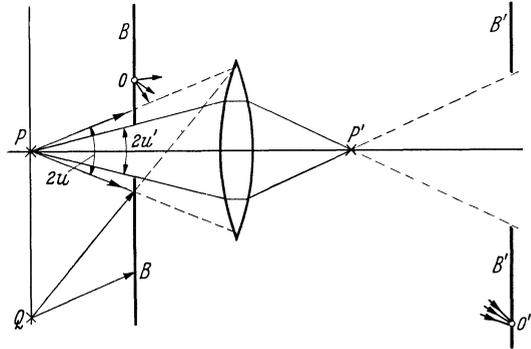


Abb. 327. Zur Strahlenbegrenzung durch Blenden.

Die körperliche Blende  $BB$  kann durch eine andere Blende  $B'B'$  ersetzt werden, wenn  $B'B'$  nach Lage und Durchmesser genau mit dem Bilde zusammenfällt, das die Linse von der ursprünglichen Blende  $BB$  entwirft, s. Abb. 326. Um das einzusehen, betrachten wir einen Punkt  $O$  auf der Blende  $BB$ ,  $O'$  möge der dazugehörige Bildpunkt sein. Da also alle Strahlen durch  $O$ , auch durch  $O'$  gehen müssen, ist es ganz gleichgültig, ob wir das Strahlenbündel durch  $BB$  oder  $B'B'$  begrenzen. Randstrahlen von  $BB$  sind auch solche von  $B'B'$ .

So wie die Blende  $BB$  die eintretenden Strahlen begrenzt, so begrenzt  $B'B'$  die austretenden. Wir nennen daher  $BB$  auch die Eintrittspupille und  $B'B'$  die Austrittspupille des betreffenden optischen Systems. Beide verhalten sich zueinander wie Ding und Bild, wobei es für die Wirkung völlig gleichgültig ist, welche von beiden Blenden wirklich eine körperliche Blende ist.

Sind mehrere Blenden vorhanden, so konstruiert man von allen die Bilder. Diejenige Blende, die vom Objekt  $P$  aus unter dem kleinsten Winkel erscheint, ist die maßgebende Eintrittspupille, ihr vom optischen System entworfenes Bild ist die maßgebende Austrittspupille. Bei Instrumenten für visuelle Beobachtung hat man auch die Pupille des Auges mit zu beachten, die sehr häufig die maßgebende Eintrittspupille des ganzen Systems wird, z. B. bei der Lupe und dem Galilei-Fernrohr. Soweit als möglich bringt man bei subjektiver Beobachtung die Augenpupille an den Ort der Austrittspupille des Instrumentes, z. B. beim Mikroskop oder beim astronomischen Fernrohr.

Den Verlauf der Strahlen in einem optischen System und die Blendenwirkung übersieht man am besten, wenn man die Strahlen verfolgt, die vom Rande des Dinges ausgehend durch die Mitte der Eintrittspupille verlaufen, vgl. die Abb. 332 und 334. Diese Strahlen bezeichnen wir als die Hauptstrahlen, ihren Verlauf als den Strahlengang des betreffenden optischen Instrumentes.

**§ 176. Photographische Kamera.** Bei der photographischen Kamera entwirft das Objektiv ein reelles umgekehrtes verkleinertes Bild, das wir auf der Mattscheibe oder einer mit einer lichtempfindlichen Schicht bedeckten Fläche auffangen können. Da zu einer bestimmten Gegenstandsebene im Raum eine bestimmte Bildebene gehört, kann auf der Mattscheibe immer nur eine einzige Ebene scharf abgebildet werden, die im Raume weiter hinten oder vorne liegenden Gegenstände erscheinen auf der Mattscheibe unscharf. Da aber unser Auge wegen seines begrenzten Auflösungsvermögens, s. § 170, eine gewisse Unschärfe in der Zeichnung gar nicht zu erkennen vermag, können wir in der Praxis auch von räumlich ausgedehnten Gegenständen auf einer einzigen Ebene für das Auge noch gute Bilder entwerfen. Je tiefer der räumliche Bereich ist, der gleichzeitig scharf abgebildet werden kann, um so größer ist die sog. Tiefenschärfe, auch Schärfentiefe genannt. Diese hängt nun nicht von der Güte des Objektivs, sondern nur von der relativen Öffnung, d. h. dem Verhältnis des abbildenden Durchmessers der Linse  $d$  zu ihrer Brennweite  $f$  ab, s. Abb. 328a.

In der Brennebene  $F$  werden nur die in sehr großer, praktisch unendlicher Entfernung liegenden Gegenstände scharf abgebildet. Für einen näher liegenden Gegenstandspunkt fällt

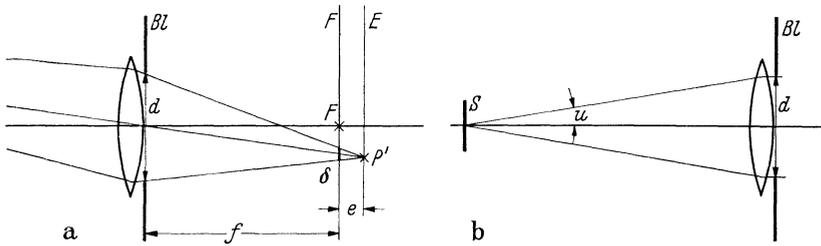


Abb. 328. Einfluß der relativen Öffnung auf die Tiefenschärfe (a) und die Helligkeit (b).

das Bild hinter die Brennebene, z. B. in den Punkt  $P'$  der Ebene  $E$ , die, s. Abb. 328a, im Abstände  $e$  hinter die Brennebene liegen möge. Befindet sich die Mattscheibe in der Brennebene, so erhalten wir auf ihr keinen scharfen Bildpunkt, sondern einen Zerstreuungskreis vom Durchmesser  $\delta$ . Ist  $d$  der Durchmesser der Linse bzw. der Blenden  $Bl$ , so ist  $\delta/d = e/e + f$ , bzw. solange  $e$  klein gegen die Brennweite ist  $= e/f$ , oder es gilt  $\delta = e d/f$ , d. h. der Zerstreuungskreis wird um so kleiner oder die Tiefenschärfe um so größer, je enger wir die Blende wählen und je länger die Brennweite ist, d. h. also je geringer die relative Öffnung ist. Die Tiefenschärfe geht aber auf Kosten der Helligkeit des Bildes. Aus der Abb. 328b erkennen wir ja sofort, daß die von der leuchtenden Fläche  $S$  in das Objektiv fallende Lichtmenge um so größer ist, je größer der Winkel  $2u$  des abbildenden Strahlenbündels oder je größer der Durchmesser der Blende ist. Die nähere Betrachtung lehrt, daß die Helligkeit des Bildes mit  $(d/f)^2$  wächst, so daß Helligkeit und Tiefenschärfe sich aus geometrischen Gründen notwendigerweise ausschließen. Die Tiefenschärfe eines Tesars ist nicht besser als die des billigsten Achromaten.

Man kann heute gut zeichnende Objektive bis zu einer relativen Öffnung  $d:f = 1:1$  herstellen. Je größer  $d/f$  ist, um so sorgfältiger muß man jedoch einstellen. Daher ist das Photographieren mit billigen lichtschwachen Apparaten bei ausreichender Beleuchtung so einfach.

**§ 177. Bildwerfer.** Der Bildwerfer oder Projektionsapparat soll von einem Gegenstand, Diapositiv od. dgl., ein stark vergrößertes lichtstarkes und weithin sichtbares Bild (Hörsaal, Kino) entwerfen. Dazu muß das Diapositiv so intensiv als möglich beleuchtet werden, und zwar so, daß die beleuchtenden Strahlen auch zur Abbildung beitragen. Zu diesem Zweck benutzt man zur Beleuchtung ein lichtstarkes, meist aus zwei großen Plankonvexlinsen bestehendes System, den sog. Kondensator  $K$ , s. Abb. 329. Erzeugt nun das Objektiv  $O$  vom Diapositiv  $G$  ein reelles Bild auf dem Projektionsschirm  $S$ , so muß man, um ein gut ausgeleuchtetes Bild zu erhalten, dafür sorgen, daß die beleuchtenden

Strahlen auch durch das abbildende Objektiv auf den Projektionsschirm gelangen, also nicht etwa seitlich vorbeilaufen und so für die Abbildung verlorengehen. Das erreicht man am besten, indem man durch den Kondensator die Lichtquelle  $L$  (Bogen- oder Metallfadenlampe) in das Objektiv abbildet.

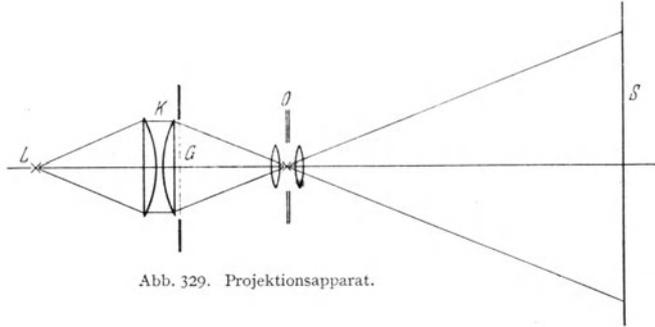


Abb. 329. Projektionsapparat.

Gegenstände, die man nicht durchleuchten kann, lassen sich mittels eines Episkopes vergrößert abbilden, s. Abb. 330. Man beleuchtet z. B. eine Buchseite mit Hilfe von Hohlspiegeln so intensiv als möglich und bildet diese mittels des Spiegels  $S$  und des Objektivs  $O$  ab. Da das beleuchtende Licht vom Papier teils absorbiert, teils diffus zerstreut wird, wird nur ein sehr geringer Teil der auffallenden Strahlung bei der Abbildung ausgenutzt. Daher ist die episkopische Projektion viel lichtschwächer als die diaskopische.

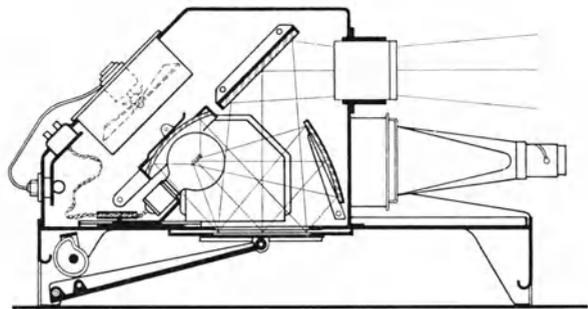


Abb. 330. Episkop.

§ 178. Lupe. Wie schon in § 170 ausgeführt, kann unser Auge zwei Punkte, z. B. die Teilstriche eines Maßstabes, nur unterscheiden, wenn die von diesen ausgehenden und ins Auge tretenden Strahlen einen genügend großen Sehwinkel einschließen. Diesen Winkel können wir an und für sich dadurch vergrößern, daß wir das Ding immer näher an das Auge heranbringen. Rückt das Ding jedoch näher als der deutlichen Sehweite entspricht, so ermüdet das Auge und kann schließlich, wenn das Ding diesseits des Nahepunktes (15 cm) liegt, wegen seines begrenzten Akkommodationsvermögens überhaupt kein scharfes Netzhautbild erzeugen. Diesen Übelstand kann man durch eine Lupe, meist eine einfache Sammellinse, bzw. bei größeren Anforderungen an die Vergrößerung durch ein Mikroskop beheben. Diese Instrumente haben also ebenso wie das Fernrohr die Aufgabe, den Sehwinkel zu vergrößern, ohne daß das Netzhautbild unscharf wird. Dabei verstehen wir unter der subjektiven Vergrößerung das Verhältnis der Sehwinkel mit und ohne Instrument. Ohne Lupe würden wir das ausgedehnte Ding  $AB$ , um es bequem beobachten zu können, in die deutliche Sehweite,  $s = 25$  cm, bringen müssen, und es unter dem Winkel  $2w$  sehen, s. Abb. 331. Schalten wir eine Lupe ein, so können wir es viel näher rücken und daher unter einem weit größeren Winkel  $2w'$  sehen. Ein geübter Beobachter benutzt eine Lupe und ebenso ein Mikroskop oder Fernrohr mit möglichst entspanntem, d. h. auf größte Entfernung eingestelltem Auge. Deshalb bringen wir das Ding  $AB$  in

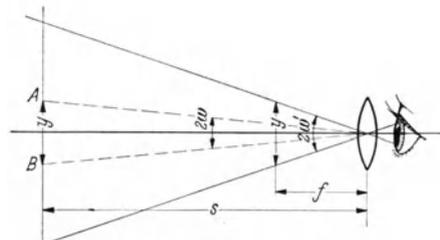


Abb. 331. Zur Vergrößerung der Lupe.

die Brennebene der vorgesetzten Lupe. Das von der Lupe entworfene aufrechte virtuelle Bild fällt dann ins Unendliche, oder in anderen Worten, die von den

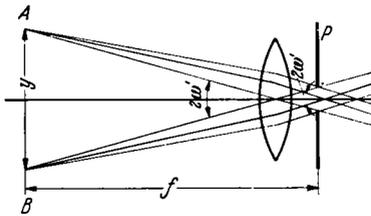


Abb. 332. Strahlengang der Lupe.

einzelnen Dingpunkten ausgehenden Strahlenbündel gelangen als Parallelstrahlenbündel ins Auge und werden von dem auf Unendlich eingestellten Auge auf der Netzhaut vereinigt, s. Abb. 332. Die mittleren Strahlen sind die Hauptstrahlen, d. h. die nach der Mitte der Augenpupille  $P$ , die hier die Eintrittspupille (vgl. S. 215) ist, gehenden Strahlen. Der von diesen eingeschlossene Winkel ist der Sehwinkel  $2w'$ .

Aus der Abb. 321 folgt  $\operatorname{tg} 2w = y/s$ ;  $\operatorname{tg} 2w' = y/f$ . Daher ist bei kleinen Winkeln die Winkelvergrößerung  $v = \frac{2w'}{2w} = \frac{\operatorname{tg} 2w'}{\operatorname{tg} 2w} = \frac{s}{f}$ . Für ein kurzsichtiges Auge,  $s$  kleiner als 25 cm, ist die subjektive Vergrößerung kleiner, für ein weitsichtiges größer, so daß für einen weitsichtigen Beobachter die Lupe wirksamer ist. Für ein nicht auf unendlich, sondern auf deutliche Sehweite akkommodiertes Auge — das Ding liegt dabei innerhalb der einfachen Brennweite der Lupe, so daß diese ein virtuelles Bild in 25 cm Abstand entwirft — führt eine entsprechende Überlegung zu einer etwas anderen Vergrößerung, nämlich  $v = 1 + s/f$ .

Die Vergrößerung einer Lupe wächst mit ihrer Brechkraft  $1/f$ . Ihr ist praktisch jedoch dadurch eine Grenze gesetzt, daß, vgl. die Beziehung auf S. 205, die Linse so stark gekrümmt, d. h. so klein wird, daß die Abbildfehler zu groß und das Bild zu dunkel wird. Die für die Helligkeit maßgebende Eintrittspupille ist dann nicht mehr die Augenpupille, sondern die Lupenfassung. Für mehr als etwa 30fache Vergrößerungen benutzt man daher ein zusammengesetztes optisches System, nämlich das Mikroskop.

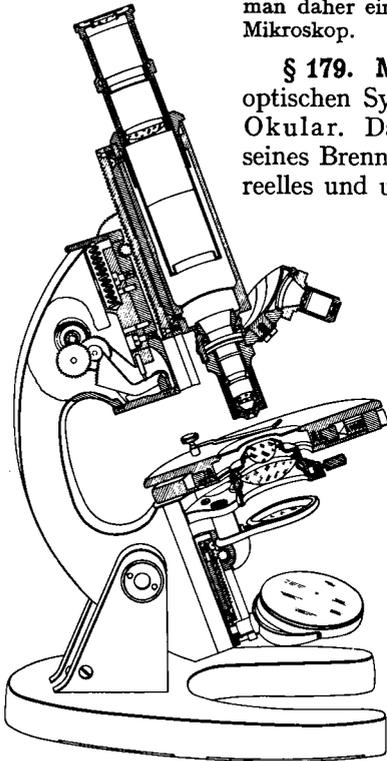


Abb. 333. Mikroskop.

**§ 179. Mikroskop.** Das Mikroskop besteht aus zwei optischen Systemen, dem sammelnden Objektiv und dem Okular. Das Objektiv entwirft von einem in der Nähe seines Brennpunktes liegenden Ding ein stark vergrößertes reelles und umgekehrtes Bild, das durch das wie eine Lupe benutzte Okular nochmals vergrößert wird. Daher ist das endgültige, dem Auge dargebotene Bild umgekehrt und virtuell. Beobachten wir mit einem auf Unendlich eingestellten Auge, so müssen wir das Okular so einstellen, daß das vom Objektiv entworfene Bild in die Brennebene des Okulars fällt, die Strahlen also parallel ins Auge treten. Man kann natürlich auch mit einem auf deutliche Sehweite eingestellten Auge beobachten, wenn das vom Objektiv erzeugte Bild innerhalb der Brennweite des Okulars so liegt, daß das zugehörige virtuelle Bild in die deutliche Sehweite des Auges, das wir uns unmittelbar über dem Okular denken müssen, fällt, vgl. Abb. 334. Objektiv und Okular sitzen am unteren bzw. oberen Ende eines Rohres, dem sog. Tubus, s. Abb. 333, der zur Vermeidung von Lichtreflexen innen schwarz lackiert ist. Die einander zugewandten Brennpunkte beider Systeme haben einen größeren

Abstand  $d$  (bei Zeiss-Mikroskopen 180 mm), der als die optische Tubuslänge bezeichnet wird. Durch das Auseinanderrücken von Objektiv und Okular erreicht

man eine sehr kleine Gesamtbrennweite. Die Gesamtbrennweite ist  $F = \frac{f_1 f_2}{d}$ , vgl. § 168, wo  $f_1$  die Brennweite des Objektivs,  $f_2$  die des Okulars bedeutet. Ist  $v_1$  die Vergrößerung des Objektivs,  $v_2$  die des Okulars, so ist die Gesamtvergrößerung  $v = v_1 \cdot v_2$ , wobei  $v = \frac{s d}{f_1 f_2}$  ist.

Die Vergrößerung des Objektivs ist Bild- durch Dingweite. Die letztere ist genähert  $= f_1$  und die Bildweite ungefähr  $= d$ , also  $v_1 = d/f_1$ . Für  $v_2$  haben wir bei der Lupe die Beziehung  $v_2 \approx s/f_2$  kennengelernt.

Die Brennweiten der Objektive liegen zwischen 40 und 2 mm oder  $v$  zwischen 4 und 100, für die Okulare wird  $v$  zwischen 4 und 25 gewählt.

Den Strahlengang im Mikroskop zeigt die Abb. 334, die der Übersichtlichkeit wegen breiter als der Wirklichkeit entsprechend gehalten ist. Für den Dingpunkt  $B$  ist das ganze abbildende Strahlenbündel, für den Dingpunkt  $C$  nur der Mittelpunktstrahl durch  $F$  gezeichnet. Das Objektiv  $O$  ist als einfache Linse dargestellt, obwohl es in Wirklichkeit aus mehreren, bis zu 10 Einzellinsen besteht. Als Okular dient meist das HUYGENSSCHE Okular, das aus zwei Linsen, der Feldlinse oder dem Kollektiv  $K$  und der Augenlinse  $A$ , besteht.

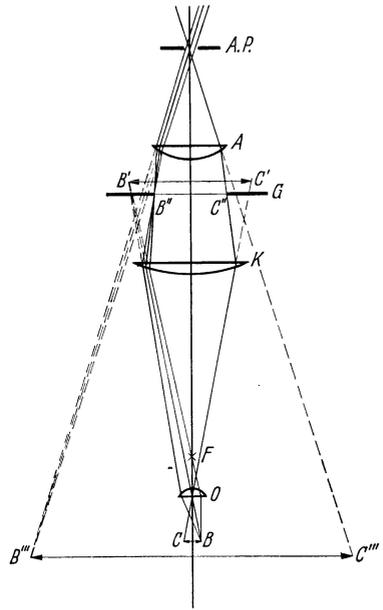


Abb. 334. Strahlengang im Mikroskop.

Durch eine derartige Kombination kann man einmal die Abbildungsfehler, wie sphärische und chromatische Abweichung, beheben und dann vor allem das Gesichtsfeld erheblich vergrößern. Würde man als Okular nur eine einzige Linse nehmen, so würde bei starker Vergrößerung und daher kurzer Brennweite der Linsendurchmesser so klein werden, daß die vom Objektiv allein, also ohne die Mitwirkung der Feldlinse zum Bilde  $B'C'$  vereinten Strahlen gar nicht mehr in die Augenlinse gelangen würden, s. Abb. 334. Schaltet man aber, ehe das Bild  $B'C'$  überhaupt zustande kommt, das Kollektiv  $K$  ein, so werden die abbildenden Strahlen so geknickt, daß sie in die Augenlinse, die vor allem für die Okularvergrößerung maßgebend ist, gelangen. (Die geringe Abnahme der Vergrößerung des Bildes  $B''C''$  gegenüber  $B'C'$  ist unwesentlich und kann durch Wahl einer stärker vergrößernden Optik leicht wettgemacht werden.)

Von dem Bilde  $B''C''$  entwirft die Augenlinse das virtuelle vergrößerte Bild  $B'''C'''$ , das mit einem auf deutliche Sehweite akkommodierten Auge beobachtet wird.

An dem Ort des reellen Bildes  $B''C''$  kann man für Meßzwecke ein Fadenzkreuz oder eine durchsichtige Skala anbringen. Ferner bringt man in der Ebene  $B''C''$  eine Blende an, die sog. Gesichtsfeldblende  $G$ , die ein gleichmäßig helles und scharf begrenztes Gesichtsfeld liefert.

Von einem Mikroskop verlangt man, daß es möglichst kleine Teilchen (Bakterien) und möglichst feine Einzelheiten im Objekt dem Auge sichtbar macht. Diese Eigenschaft ist jedoch, wie schon in § 175 erwähnt und wie wir später in § 186 näher besprechen werden, wegen der Beugung des Lichtes, die eine unvermeidliche Folge seiner Wellennatur ist, begrenzt. Das Mikroskop besitzt wie jedes optische Instrument ein endliches Auflösungsvermögen.

Die nähere Betrachtung lehrt, daß das Auflösungsvermögen des Objektivs mit seiner numerischen Apertur  $A = n \sin u$  wächst, Näheres in § 186. Dabei ist  $n$  die Brechungszahl des Mediums, in dem das Objekt eingebettet ist, und  $u$  der halbe Öffnungswinkel des den Achsenpunkt  $P$  abbildenden

Strahlenbündels, s. Abb. 335. Der kleinste Abstand  $d_{\min}$  zweier Punkte im Objekt, die das Objektiv noch getrennt abzubilden vermag, ist außerdem noch durch die Wellenlänge des benutzten Lichtes bestimmt, und zwar nach der Gleichung  $d_{\min} = \lambda/n \sin u$ . Da  $\sin u$  höchstens etwa  $= 1$  werden kann, folgt, daß der kleinste Abstand zweier Dingpunkte oder der kleinste Teilchendurchmesser, der im Mikroskop noch gesehen werden kann, ungefähr gleich der Wellenlänge des Lichtes ist, also bei gewöhnlichem Lichte etwa  $0,5 \mu$  beträgt<sup>1</sup>.

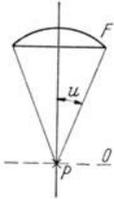


Abb. 335. Zur numerischen Apertur.

Um die Leistungsfähigkeit eines Mikroskopes, d. h. sein Auflösungsvermögen, und außerdem die Helligkeit des Bildes möglichst zu erhöhen, muß der Öffnungswinkel des Objektivs  $u$  möglichst groß gemacht und außerdem dafür gesorgt werden, daß die das Präparat beleuchtenden Strahlen diesen auch ausfüllen. Dazu dient der Beleuchtungsapparat oder Kondensator, s. Abb. 333.

Während das Okularsystem nur von dünnen Strahlenbündeln durchsetzt wird, gelangen in das Objektiv weit geöffnete Strahlenkegel. Um die Abbildungsfehler zu kompensieren, muß man daher das Objektiv aus mehreren Linsen von verschiedenen Glassorten zusammensetzen, s. Abb. 336, die einen sog. Apochromaten, der aus 10 Einzellinsen besteht, zeigt.

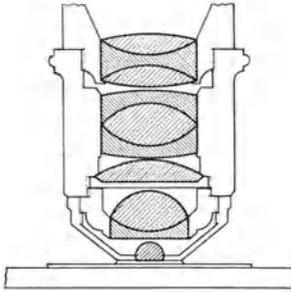


Abb. 336. Apochromat.

Zur Vergrößerung der numerischen Apertur benutzt man Immersionssysteme. Liegt wie gewöhnlich das Präparat unter einem schützenden Deckgläschen, so ist der Öffnungswinkel des ins Mikroskop gelangenden Strahlenbündels durch den Winkel  $2\varphi$  begrenzt, wo  $\varphi$  der Grenzwinkel der Totalreflexion ist, s. Abb. 337. Bringt man zwischen Deckglas und Frontlinse des Objektivs eine Flüssigkeit, z. B. Zimtöl, möglichst mit gleichem Brechungsindex, wie ihn die angrenzenden Gläser besitzen, so ist jede Totalreflexion aufgehoben und der Öffnungswinkel  $2u$  kann bis fast  $180^\circ$  gesteigert werden (Immersionssystem).

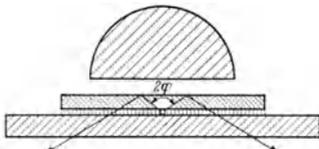


Abb. 337. Strahlenbegrenzung beim Trockensystem.

Um das Letzte aus einem Mikroskop herauszuholen, kann man mit blauem Lichte beobachten bzw. bei Benutzung einer Optik aus Quarz das Bild mit ultraviolettem Lichte photographisch festhalten.

Die Vergrößerung eines Mikroskops wird man natürlich nur so weit treiben, daß die vom Objektiv noch getrennten Dingpunkte dem Auge im Bilde  $B''C''$  unter einem solchen Winkel erscheinen, daß dieses sie ohne Anstrengung trennen kann. Jede darüber hinausgehende Vergrößerung ist eine nutzlose oder „leere“ Vergrößerung.

Meistens beleuchtet man das Objekt mittels einer seitlich stehenden Lichtquelle über den Spiegel und über den Kondensator so intensiv als möglich, sog. Hellfeldbeleuchtung. Für manche Zwecke ist es nützlich, die sog. Dunkelfeldbeleuchtung anzuwenden, bei der sich die Dinge hell von dunklem Untergrunde abheben, vgl. § 187.

Das Vorhandensein noch kleinerer Teilchen, aber nicht mehr ihre Gestalt, kann man mit Hilfe des Ultramikroskops erkennen, s. § 187.

Elektronenmikroskop. Einen entscheidenden Fortschritt gegenüber dem Lichtmikroskop stellt das in den letzten Jahren entwickelte Elektronen- oder Übermikroskop dar. Wir haben schon in § 130 davon gesprochen, daß man ein von einem Punkt ausgehendes Elektronenstrahlbündel durch geeignete elektrische und magnetische Felder, die als Linsen wirken, wieder in einem Punkt vereinen kann. Dabei gelten Abbildungsgleichungen, die denen der geometrischen Optik weitgehend entsprechen. Die Ähnlichkeit zwischen der gewöhnlichen und

<sup>1</sup> Liegt das Präparat in Medien von der Brechungszahl  $n$ , so wird die Wellenlänge klein, nämlich  $\lambda/n$ . Daher kommt man bei symmetrischer Beleuchtung von unten mit sichtbarem Licht bis zu  $d \approx 320 m\mu$ , bei schiefer Beleuchtung, wie hier nicht näher begründet werden kann, bis  $160 m\mu$ , mit ultraviolettem Lichte bis etwa  $100 m\mu$ .

der Elektronenoptik geht aber noch weiter. Wie wir in § 204 sehen werden, treten auch bei Elektronenstrahlen Beugungs- und Interferenzerscheinungen auf, d. h. bewegte Elektronen haben nicht nur die Eigenschaften von Teilchen, sondern besitzen bei geeigneter Beobachtungswise auch Wellencharakter. Daher gelten unsere obigen Überlegungen auch für das Auflösungsvermögen des Elektronenmikroskops. Die Wellenlänge der einem fliegenden Elektron zugeordneten Welle hängt nach der in § 204 angegebenen Beziehung  $\lambda = \sqrt{\frac{150}{U}} \cdot 10^{-8} \text{ cm}$  ( $U$  = die beschleunigende Spannung in Volt) von seiner Geschwindigkeit ab und ist um viele Größenordnungen kleiner als die des sichtbaren Lichtes. Für eine Spannung von 75 000 Volt wird  $\lambda = 4,47 \cdot 10^{-10} \text{ cm} = 0,045 \text{ \AA}$ . Da man bei ausreichender Apertur Strukturen von den Abmessungen der benutzten Wellenlänge auflösen kann, würde man zunächst erwarten, die Atome und Moleküle, deren Durchmesser ja wenige  $\text{\AA}$  betragen, sehen zu können. Dieses Auflösungsvermögen ist aber nicht zu erreichen, weil sich, vor allem infolge der Abbildungsfehler, nur ganz geringe Aperturen verwenden lassen. Immerhin hat man bereits ein Auflösungsvermögen bis zu etwa  $30 \text{ \AA}$  erreicht, so daß man große Eiweißmoleküle, Viren u. dgl. sichtbar machen kann, vgl. Abb. 339a und b.

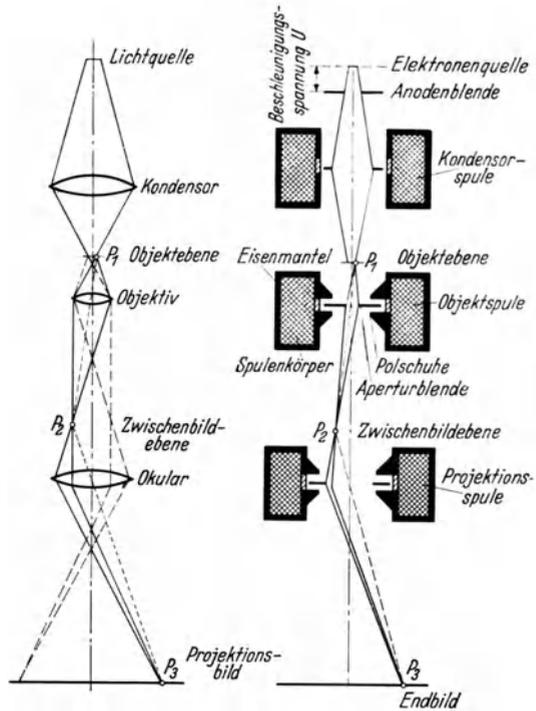


Abb. 339a. Mundbacillus mit Geißel.

In Abb. 338 sehen wir den schematischen Aufbau eines Elektronenmikroskops mit magnetischen Linsen und zum Vergleich den des Lichtmikroskops.

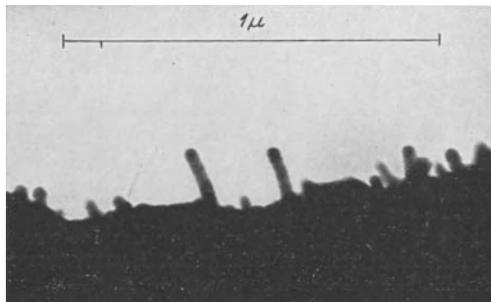


Abb. 339b. Metalloberfläche mit Zinksalznadeln (Aufnahmen v. ARDENNE).

**§ 180. Fernrohr.** Das Fernrohr hat die Aufgabe, für Dinge, die vom Auge weit entfernt liegen und die nicht nähergerückt werden können, den Schwin kel

zu vergrößern, und zwar ohne daß das Auge anders zu akkomodieren braucht. Ein Fernrohr besteht wie das Mikroskop aus einem Objektiv und einem Okular. Beim astronomischen oder KEPLERSchen Fernrohr entwirft das Objektiv

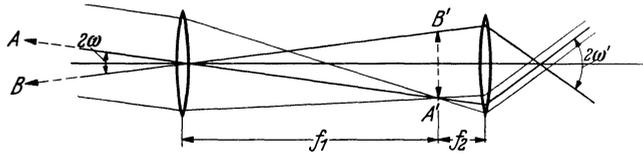


Abb. 340 a. Strahlengang im astronomischen Fernrohr.

(Achromat mit langer Brennweite) von dem weit entfernten Ding ein reelles umgekehrtes Bild, das mit dem als Lupe wirkenden Okular betrachtet wird, s. Abb. 340a. Das Objekt  $AB$ , nicht gezeichnet, möge in unendlicher Entfernung liegen und unter dem Winkel  $2w$  gesehen werden. Das vom Punkte  $A$  kommende Parallelstrahlenbündel wird in der Brennebene des Objektivs zum Bilde  $A'$  vereinigt (von dem von  $B$  herkommenden Strahlen ist nur der Hauptstrahl gezeichnet). Fallen die Brennebenen von Objektiv und Okular zusammen, so gelangen die abbildenden Strahlenbündel als Parallelstrahlenbündel ins Auge und vereinigen sich auf der Netzhaut zum Bilde. Ohne Fernrohr verlaufen die von  $A$  kommenden Strahlen von oben nach unten, mit Fernrohr gelangen sie von unten nach oben verlaufend ins Auge, das Bild ist also umgekehrt.

Ohne Fernrohr würde das Auge das Ding, z. B. die Mondscheibe, unter dem Winkel  $2w$  sehen; mit Fernrohr gelangen die von  $A$  und  $B$  herkommenden Strahlen unter dem Winkel  $2w'$  ins Auge, der Sehwinkel ist also vergrößert.

Die Winkelvergrößerung ist  $v = \frac{2w'}{2w} = \frac{\operatorname{tg} 2w'}{\operatorname{tg} 2w} = \frac{A'B'}{f_2} : \frac{A'B'}{f_1} = \frac{f_1}{f_2}$ , d. h. gleich dem Verhältnis der Brennweiten von Objektiv und Okular.

Die Fernrohrlänge  $l$  ist im wesentlichen gleich der Summe der Brennweiten  $f_1 + f_2$  von Objektiv und Okular.

Die Helligkeit (Beleuchtungsstärke) des Netzhautbildes von flächenhaften Dingen ist mit und ohne Fernrohr dieselbe, da die Zunahme der ins Auge eintretenden Lichtmenge durch die Vergrößerung des Netzhautbildes ausgeglichen wird. Es ist unmöglich — dieser Satz gilt ganz allgemein —, durch Einschalten eines optischen Instrumentes die Helligkeit eines ausgedehnten Dinges zu erhöhen.

Der Querschnitt eines von einem leuchtenden Flächenstück ausgehenden Parallelstrahlenbündels wird, wie die Abb. 341 zeigt, durch das Fernrohr im Verhältnis  $f_2/f_1$  verkleinert. In

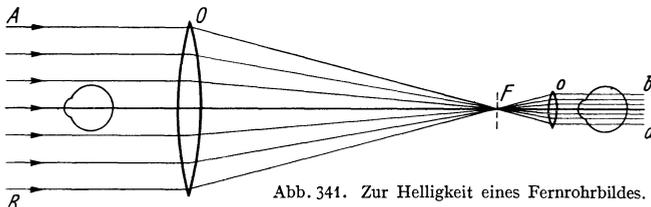


Abb. 341. Zur Helligkeit eines Fernrohrbildes.

die Augenpupille gelangt daher, wenn das Instrument vorgeschaltet ist, mehr Licht, und zwar ist der Lichtstrom im Verhältnis  $f_1^2/f_2^2$  gegenüber dem Falle, wo das Auge in das ursprüngliche Strahlenbündel eintaucht, vergrößert. Da aber auch die Abmessungen des Netzhautbildes proportional der Vergrößerung, also mit  $f_1/f_2$  wachsen, ist die Helligkeit des Netzhautbildes, d. h. der Lichtstrom pro Flächeneinheit, mit und ohne Fernrohr gleich. Erst wenn das aus dem Okular austretende Strahlenbündel die Pupille des Auges nicht mehr ganz ausfüllt, wird die Helligkeit vermindert.

Das gilt jedoch nicht für die Helligkeit punktförmiger Dinge. Ein Fernrohr erzeugt von einem Fixstern kein Bild im Sinne der geometrischen Optik, sondern ein Beugungs-

scheibchen. Der im Beugungsscheibchen vereinigte Lichtstrom wächst mit der Fläche des Objektivs, so daß die Helligkeit immer größer wird. So kommt es, daß man mit einem genügend vergrößernden Fernrohr am hellen Tage die Sterne sehen kann.

Am Orte des reellen Bildes  $A'B'$  kann man für Meßzwecke ein Fadenkreuz anbringen.

Den Nachteil der Bildumkehr vermeidet das GALILEISCHE oder holländische Fernrohr, das als Opernglas bekannt ist. Ehe die vom Objektiv kommenden Strahlen sich zu einem reellen Bild vereinigen, werden sie durch eine Zerstreuungslinse, deren virtueller Brennpunkt mit dem des Objektivs zusammenfällt, divergent gemacht und gelangen als Parallelstrahlenbündel ins Auge, s. Abb. 340b. Die Vergrößerung des Seh winkels  $v = 2\omega'/2\omega$  ist wieder durch das Verhältnis der beiden Brennweiten gegeben. Da für den Punkt  $A$  das abbildende Strahlenbündel von derselben Seite ins Auge gelangt wie ohne eingeschaltetes Instrument, erscheint das Bild aufrecht. Ein weiterer Vorteil ist die Kürze des Fernrohres, die durch  $F_1-F_2$  bestimmt ist. Da die Zahl der Glasflächen sehr klein ist, haben wir auch geringe Lichtverluste. Als Nachtglas ist das holländische Fernrohr auch heute noch unübertroffen.

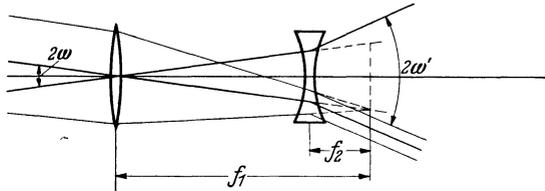


Abb. 340b. Strahlengang im holländischen Fernrohr.

Dagegen ist das holländische Fernrohr für Meßzwecke unbrauchbar, weil kein reelles Bild zustande kommt, an dessen Stelle man ein Fadenkreuz einbauen könnte. Ein weiterer Nachteil ist das kleine Gesichtsfeld.

Ein Fernrohr, das eine Reihe von Vorzügen in sich vereinigt, stellt das Prismenfernrohr dar. Es ist im Prinzip ein astronomisches Fernrohr, bei dem das Bild mit Hilfe zweier aufeinander senkrecht stehender rechtwinkliger Prismen umgekehrt wird, also dem Beobachter aufrecht und seitenrichtig erscheint. Den Strahlengang im Prismenfernrohr zeigt die Abb. 342. Durch die wiederholte Umkehr der Richtung des Strahlenganges kann die Länge des Fernrohres auf fast ein Drittel der Länge  $f_1 + f_2$  des gewöhnlichen astronomischen Fernrohres verkürzt werden, wodurch das Prismenglas besonders handlich wird. Meistens wird es zum gleichzeitigen Gebrauch für beide Augen, also binokular gebaut. Wegen der seitlichen Verschiebung der Strahlen kann man die Objektive weiter auseinander anordnen als die Okulare und damit das körperliche Sehen, s. § 172, d. h. die Plastik oder die Tiefe des Bildes erheblich steigern. Beim sog. Scherenfernrohr gibt man dem Abstand der Objektive einen besonders großen Abstand.

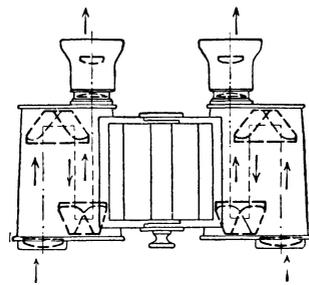


Abb. 342. Prismenfernrohr.

**§ 181. Spektralapparat.** Zur Untersuchung der Spektren benutzt man Spektralapparate. Ein solcher besteht im Prinzip, s. Abb. 343, aus dem Kollimatorrohr  $K$  mit dem in der Brennebene der Linse  $L_1$  liegenden Spalt  $S$ , dem Prisma  $P$  und dem astronomischen Fernrohr  $F$ . Das durch den Spalt  $S$  einfallende Licht gelangt als Parallelstrahlenbündel ins Prisma. Das auf Unendlich eingestellte Fernrohr entwirft

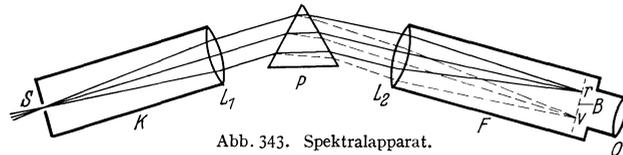


Abb. 343. Spektralapparat.

Das durch den Spalt  $S$  einfallende Licht gelangt als Parallelstrahlenbündel ins Prisma. Das auf Unendlich eingestellte Fernrohr entwirft

vom Spalt ein scharfes Bild in der Brennebene von  $L_2$ . Da das Licht jeder beliebigen Farbe immer als Parallelstrahlenbündel das Prisma durchsetzt und unter einem bestimmten Winkel ins Fernrohr eintritt, entsteht für die betreffende Farbe ein scharfes Spaltbild. So erhalten wir in der Brennebene eine nach ihrer Brechbarkeit aneinandergereihte Folge von Spaltbildern  $B$  verschiedener Farbe, d. h. ein reines Spektrum. Dieses wird durch das Okular  $O$  beobachtet oder auf einem in die Brennebene gebrachten Schirm objektiv entworfen.

## C. Wellenoptik.

Wir betrachten nun diejenigen Erscheinungen des Lichtes, die wie Beugung, Interferenz und Polarisation auf seiner Wellennatur beruhen.

### I. Interferenzerscheinungen.

§ 182. **Fresnel'scher Spiegelversuch.** Wie wir am Beispiel von Wasserwellen in § 65 gesehen haben, können zwei sich durchdringende kohärente Wellenzüge miteinander interferieren und sich in ihrer Wirkung teils verstärken, teils abschwächen. Sobald es nun gelingt, auch beim Licht Interferenz nachzuweisen, also etwa zu zeigen, daß in einem von zwei Lichtquellen beleuchteten Raume helle und dunkle Stellen entstehen, die beim Abschalten der einen Lichtquelle verschwinden, ist der Beweis für die Wellennatur des Lichtes erbracht.

Es ist nun leicht, die von zwei Stimmgabeln derselben Frequenz ausgehenden Wellenzüge zur Interferenz zu bringen und an den verschiedenen Stellen des durchstrahlten Raumes die Verstärkung oder Abschwächung des Schalles nachzuweisen. Mit zwei Lichtquellen gelingt der entsprechende Versuch nicht. Das liegt daran, daß jede noch so kleine Lichtquelle aus unzählig vielen einzelnen Sendern, den leuchtenden Atomen besteht (s. § 155), deren Ladungen alle nach Phase und Richtung verschieden und weitgehend unabhängig voneinander schwingen. So entsteht eine ungeheure Vielzahl von sich überlagernden Wellen-

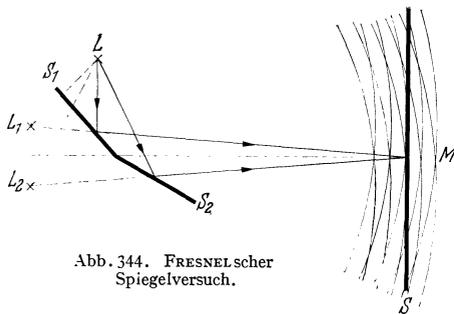


Abb. 344. FRESNEL'SCHER Spiegelversuch.

zügen, mit allen möglichen Phasen, die zusammen überall eine mittlere Helligkeit ergeben. Um sog. kohärentes, d. h. interferenzfähiges Licht zu erhalten, brauchen wir wie bei den Wasserwellen zwei Erregerzentren, die immer im Takt und in derselben Richtung schwingen. Diese Bedingung läßt sich beim Licht nur durch einen Kunstgriff verwirklichen, indem man als Lichtquellen z. B. zwei Spiegelbilder ein und derselben Lichtquelle benutzt, vgl.

Abb. 344. Von der Lichtquelle  $L$  erzeugen die beiden ganz schwach gegeneinander geneigten Spiegel die virtuellen Bilder  $L_1$  und  $L_2$ . Jedes leuchtende Atom strahlt einen Wellenzug aus, der durch die Reflexion an  $S_1$  und  $S_2$  in zwei Wellenzüge geteilt wird, deren Zentren in  $L_1$  bzw.  $L_2$  liegen. Da sie ursprünglich von demselben Sender stammen, sind die beiden Wellenzüge in Phase und daher interferenzfähig. So wirken  $L_1$  und  $L_2$  wie ein Aggregat von atomaren Sendern, die paarweise im Takt schwingen und daher kohärentes Licht liefern. Die beiden Wellenzüge durchdringen sich im Raume rechts von den beiden Spiegeln und interferieren miteinander. Bringen wir einen Schirm  $S$  herein, so erhält man bei monochromatischem Licht helle und dunkle Streifen, bei weißem Licht

wegen der Verschiedenheit der Wellenlängen farbige Streifen. Über das Auftreten von letzteren vgl. den folgenden Paragraphen. Auf der Mittellinie, also in  $M$ , trifft immer ein heller bzw. ein weißer Streifen auf, weil die von  $L_1$  und  $L_2$  kommenden und in  $M$  interferierenden Strahlen genau den gleichen Weg zurückgelegt haben. Blenden wir einen der Spiegel ab, so erscheint der Schirm gleichmäßig hell.

§ 183. **Farben dünner Blättchen. NEWTONSche Ringe.** Dünne Schichten wie Öl auf Wasser, Seifenblasen, Oxydschichten auf Metallen zeigen schöne bunte Farberscheinungen, die ebenfalls auf Interferenz beruhen. Fällt auf ein solch dünnes Häutchen, etwa eine Seifenlamelle, monochromatisches paralleles Licht von oben nahezu senkrecht ein, vgl. Abb. 345, in der der Deutlichkeit halber die Strahlen schief gezeichnet sind, so wird der einfallende Strahl  $1$  zum Teil an der Oberfläche reflektiert, zum Teil gebrochen. Beim Auftreffen auf die untere Fläche erfolgt wieder eine Teilung in einen nach oben reflektierten und einen gebrochenen Strahl usw. Wir betrachten zuerst die beiden durchgehenden Strahlen  $4$  und  $5$ . Der Strahl  $5$  hat gegenüber  $4$  einen zusätzlichen Weg, der gleich der doppelten Dicke  $d$  des Blättchens ist, zurückgelegt und daher einen Gangunterschied  $\Delta$  von der Größe  $\Delta = 2d$ . Ist  $\Delta = \lambda/2$  oder  $3\lambda/2$  usw., so löschen sich die Strahlen  $4$  und  $5$  durch Interferenz aus. Das Blättchen erscheint im durchfallenden Lichte dunkel. Für  $\Delta = 2\lambda/2, 4\lambda/2 \dots$  erhalten wir Helligkeit. Beleuchten wir mit weißem Licht, so kann immer nur für eine bestimmte Wellenlänge eine Auslöschung stattfinden, die anderen Wellenlängen werden mehr oder weniger geschwächt durchgelassen und wir erhalten eine Färbung.

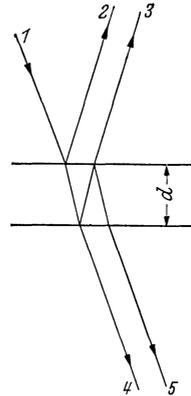


Abb. 345. Zur Entstehung der Farben dünner Blättchen.

Entsprechende Farberscheinungen beobachten wir im reflektierten Licht, wenn z. B. die Strahlen  $2$  und  $3$  interferieren. Es zeigt sich dabei, daß im reflektierten Licht für  $\Delta = \lambda/2, 3\lambda/2 \dots$  nicht, wie zu erwarten, Dunkelheit, sondern Helligkeit auftritt. Das liegt daran, daß bei der Reflexion am optisch dichteren Medium ein Phasensprung von einer halben Wellenlänge auftritt, dagegen nicht bei der Reflexion am optisch dünneren Mittel. So kommt es, daß eine sehr dünne Lamelle, deren Dicke gegen  $\lambda$  zu vernachlässigen ist, für alle Wellenlängen im reflektierten Licht einen Gangunterschied von  $\lambda/2$ , im durchgehenden Licht von Null ergibt und daher im reflektierten Lichte schwarz, im durchgelassenen weiß aussieht. Wegen dieses Phasensprungs erscheint eine Lamelle, die für eine bestimmte Wellenlänge, z. B. für Gelb, im reflektierten Licht dunkel aussieht, im durchgelassenen Licht im Gelben hell und umgekehrt, d. h. die durchgehende und reflektierte Strahlung sind einander komplementär.

Die Interferenzfarben dünner Schichten kann man besonders deutlich an der Luftschicht zwischen einer schwach gekrümmten Konvexlinse und einer ebenen Glasplatte, s. Abb. 346, beobachten. Beleuchtet man von oben mit einfarbigem Lichte, etwa Na-Licht, so treten helle und dunkle Ringe auf, sog. NEWTONSche Ringe. Dunkelheit erhält man überall da, wo die Dicke  $d$  der Luftschicht der Bedingung genügt  $2d = 2\lambda/2, 4\lambda/2$  (Phasensprung!). Je langwelliger das Licht ist, um so größer wird der Abstand der Ringe. Für weißes Licht werden die Ringe farbig, wobei sich nach außen zu die Farben immer mehr zu Weiß überlagern. In der Mitte bleibt ein dunkler Fleck.



Abb. 346. Zur Entstehung der NEWTONSchen Ringe. (Der Deutlichkeit halber ist die Linse übertrieben stark gekrümmt gezeichnet.)

Der Dickenunterschied zwischen dem  $n$ -ten und  $m$ -ten Ring ist durch die Gleichung  $d_n - d_m = (n - m) \lambda/2$  bestimmt.

Andererseits besteht zwischen dem Krümmungsradius  $r$  der Linse, dem Radius eines Ringes  $a$  und der Dicke  $d$  der Luftschicht an seinem Ort die geometrische Beziehung  $d = a^2/2r$ , so daß man aus Messungen von  $r$  und den Durchmessern des  $n$ -ten und  $m$ -ten Rings die Wellenlänge bestimmen kann.

## II. Beugung des Lichtes.

§ 184. **Beugung an kleinen Öffnungen und Hindernissen.** Beugung, d. h. Abweichungen von der geradlinigen Ausbreitung, beobachten wir bei allen Wellenvorgängen. Wir verstehen diese Erscheinung mit Hilfe des schon in der allgemeinen Wellenlehre, § 65, besprochenen HUYGENSSchen Prinzips, welches besagt, daß jeder von einer Welle getroffene Punkt seinerseits der Ausgangspunkt einer neuen Elementarwelle ist, vgl. dazu die Abb. 126 „Beugung von Wasserwellen an einem Loch“.

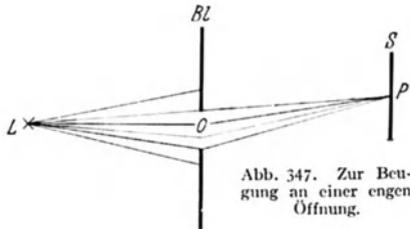
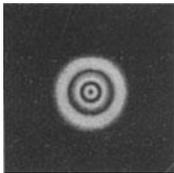
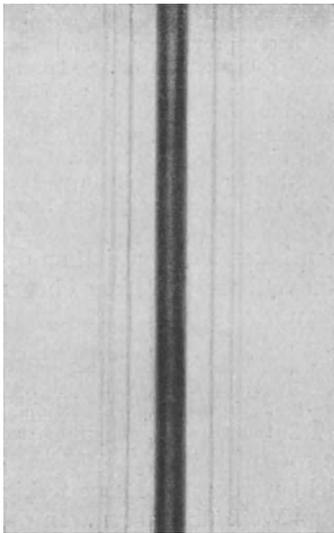


Abb. 347. Zur Beugung an einer engen Öffnung.

Schall praktisch immer um die Ecke geht und man einen Schallstrahl nicht so ausblenden kann wie einen Lichtstrahl. Um beim Licht,  $\lambda \approx 1 \mu$ , Beugung zu erhalten, müssen wir schon zu sehr engen Öffnungen übergehen.



a



b

Abb. 348. Beugung an einer kreisförmigen Öffnung (a) und an einer Nadel (b).

Von der punktförmigen Lichtquelle  $L$  mögen Lichtstrahlen auf eine Blende  $BL$  mit einem kleinen kreisförmigen Loch (Durchmesser etwa  $\frac{1}{10}$  mm) fallen, s. Abb. 347, in der der Deutlichkeit halber die Öffnung viel zu groß gezeichnet ist. Von sämtlichen Punkten dieser Öffnung  $O$  gehen Kugelwellen aus, die im Raume rechts von  $BL$  miteinander interferieren. Bringen wir einen Schirm  $S$  herein und betrachten irgendeinen Punkt  $P$ , so erscheint dieser hell oder dunkel, je nachdem, ob in  $P$  die von den verschiedenen Punkten der Öffnung herkommenden Elementarwellen sich gegenseitig verstärken oder schwächen. Das hängt von ihren Gangunterschieden, also von rein geometrischen Verhältnissen, nämlich von der Lage von  $P$ , dem Durchmesser von  $O$  und von der Wellenlänge ab. Aus Symmetriegründen erhalten wir daher auf dem Schirm bei einer kreisförmigen Öffnung helle und dunkle Ringe, deren Durchmesser um so größer wird, je kleiner die Öffnung ist, s. Abb. 348 a. Nehmen wir als Lichtquelle einen Spalt und als beugende Öffnung dahinter einen zweiten, dem ersten parallelen Spalt, so erhalten wir helle und dunkle Streifen. Entsprechende Beugungserscheinungen erhalten wir, wenn das Licht um kleine Hindernisse, z. B. ein kleines Scheibchen oder eine dünne Nadel, s. Abb. 348 b, herumgebeugt wird. Ebenso zeigt ein in den Strahlengang seitlich hereingebrachter Schirm keinen scharf begrenzten Schatten, sondern im Übergangsbereich Licht-Schatten helle und dunkle Streifen, sog. Beugungsfransen.

Damit Beugungserscheinungen merklich werden, müssen die Abmessungen mit der Wellenlänge vergleichbar werden. Sie werden um so ausgeprägter, je enger die Öffnungen und je größer die Wellenlänge ist. Daher ist die Beugung bei Schallwellen mit ihren Wellenlängen von einigen Zentimetern bis einigen Metern so erheblich, daß der

Schall praktisch immer um die Ecke geht und man einen Schallstrahl nicht so ausblenden kann wie einen Lichtstrahl. Um beim Licht,  $\lambda \approx 1 \mu$ , Beugung zu erhalten, müssen wir schon zu sehr engen Öffnungen übergehen.

Von der punktförmigen Lichtquelle  $L$  mögen Lichtstrahlen auf eine Blende  $BL$  mit einem kleinen kreisförmigen Loch (Durchmesser etwa  $\frac{1}{10}$  mm) fallen, s. Abb. 347, in der der Deutlichkeit halber die Öffnung viel zu groß gezeichnet ist. Von sämtlichen Punkten dieser Öffnung  $O$  gehen Kugelwellen aus, die im Raume rechts von  $BL$  miteinander interferieren. Bringen wir einen Schirm  $S$  herein und betrachten irgendeinen Punkt  $P$ , so erscheint dieser hell oder dunkel, je nachdem, ob in  $P$  die von den verschiedenen Punkten der Öffnung herkommenden Elementarwellen sich gegenseitig verstärken oder schwächen. Das hängt von ihren Gangunterschieden, also von rein geometrischen Verhältnissen, nämlich von der Lage von  $P$ , dem Durchmesser von  $O$  und von der Wellenlänge ab. Aus Symmetriegründen erhalten wir daher auf dem Schirm bei einer kreisförmigen Öffnung helle und dunkle Ringe, deren Durchmesser um so größer wird, je kleiner die Öffnung ist, s. Abb. 348 a. Nehmen wir als Lichtquelle einen Spalt und als beugende Öffnung dahinter einen zweiten, dem ersten parallelen Spalt, so erhalten wir helle und dunkle Streifen. Entsprechende Beugungserscheinungen erhalten wir, wenn das Licht um kleine Hindernisse, z. B. ein kleines Scheibchen oder eine dünne Nadel, s. Abb. 348 b, herumgebeugt wird. Ebenso zeigt ein in den Strahlengang seitlich hereingebrachter Schirm keinen scharf begrenzten Schatten, sondern im Übergangsbereich Licht-Schatten helle und dunkle Streifen, sog. Beugungsfransen.

erhebliche Verstärkung der Beugungsringe. So erklärt sich das Auftreten von Höfen um Sonne und Mond beim Durchgang des Lichtes durch Schichten von Wassertröpfchen von einigermaßen einheitlicher Größe.

Machen wir bei der Anordnung der Abb. 347 die Öffnung  $O$  immer größer und größer, so beobachten wir ein mehr und mehr streng geometrisch begrenztes Strahlenbündel. Die geradlinige Fortpflanzung des Lichtes beruht also im Grund auf einem sehr verwickelten und im ganzen Raume rechts von  $Bl$  sich abspielenden Interferenzvorgang, indem alle in den Raum des geometrischen Schattens eindringenden Wellen sich mit größer werdender Öffnung mehr und mehr gegenseitig durch Interferenz vernichten.

**§ 185. Beugungsspektrum.** Von praktischer Bedeutung sind die durch Beugung an einem Gitter auftretenden Erscheinungen. Unter einem Gitter verstehen wir eine große Zahl von parallelen und äquidistanten engen Spalten, wie man sie z. B. erhält, wenn man auf einer Glasplatte zahlreiche feine parallele Striche dicht nebeneinander einritz.

Die zwischen den Strichen stehengebliebenen schmalen Bereiche wirken als Spalte. Die Verhältnisse werden besonders einfach, wenn die auf das Gitter auftreffenden Strahlen parallel sind und wenn wir nur diejenigen Strahlen zur Interferenz bringen, die nach der Beugung parallel verlaufen. Das erreicht man

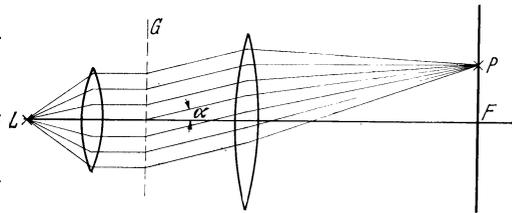


Abb. 349. Interferenz von an einem Gitter abgelenkten parallelen Strahlen.

dadurch, daß man hinter das Gitter eine Sammellinse einschaltet und in deren Brennebene  $F$  beobachtet, s. Abb. 349, in welcher nur die unter dem Winkel  $\alpha$  abgelenkten Strahlen wiedergegeben sind. Um die Interferenzwirkung all dieser Strahlen zu erkennen, betrachten wir die Abb. 350. Der Abstand von einer Spaltenkante zur nächsten oder die Gitterkonstante sei  $d$ . Wir fassen von allen Strahlen nun die jeweils an der oberen Kante eines Spaltes unter dem Winkel  $\alpha$  abgelenkten Strahlen ins Auge. Die von zwei benachbarten Spalten kommenden Strahlen, etwa  $1$  und  $2$ , werden sich im Unendlichen oder bei eingeschalteter Linse in deren Brennebene verstärken, wenn ihr Gangunterschied  $a = 1\lambda, 2\lambda, 3\lambda$  usw. ist. Trifft dies zu, so werden sich natürlich auch die von allen anderen oberen Spaltkanten kommenden und in dieser Richtung verlaufenden Strahlen verstärken, da z. B. der Gangunterschied des Strahles  $5$  gegen den Strahl  $1$  das Vierfache des Gangunterschiedes der Strahlen  $1$  und  $2$  beträgt. Dasselbe gilt natürlich auch für alle Strahlen, die von anderen korrespondierenden Spaltpunkten, etwa den Mitten oder den unteren Kanten, herkommen. Wie Abb. 350 zeigt, ist der Gangunterschied zwischen  $1$  und  $2$  durch das Stück

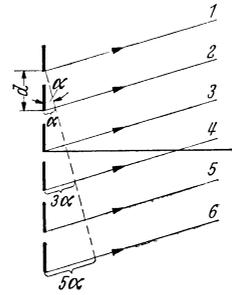


Abb. 350. Zur Beugung am Gitter.

$a = d \sin \alpha$  gegeben, so daß wir für alle Richtungen  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ , die der Bedingung  $d \sin \alpha_1 = \lambda; d \sin \alpha_2 = 2\lambda; d \sin \alpha_3 = 3\lambda$  genügen, Helligkeit erhalten. Die unabgelenkten Strahlen,  $\alpha = 0$ , verstärken sich beim Eintreffen im Brennpunkt immer, da ihr Gangunterschied ja 0 ist. Beobachten wir mit monochromatischem Lichte, so erhalten wir also auf dem Schirm in der Brennebene ein direktes Spaltbild,  $\alpha = 0$ , und links und rechts davon unter den Winkeln  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$  weitere Bilder. Da sich der Abbeugungswinkel  $\alpha_1$  wegen der Bedingung  $d \sin \alpha_1 = \lambda$  mit der Wellenlänge ändert, erhalten wir beim Einstrahlen von weißem Licht eine Zerlegung desselben, d. h. wir beobachten auf

dem Schirm ein sog. Beugungsspektrum. Da im Gegensatz zu dem durch ein Prisma erzeugten Spektrum die Ablenkung hier mit der Wellenlänge regelmäßig

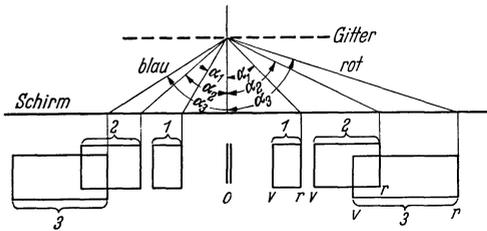


Abb. 351. Beugungsspektrum eines Gitters.

zunimmt, bezeichnet man das Beugungsspektrum auch als normales Spektrum. Die für die verschiedenen Winkel  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  auftretenden Spektren bezeichnet man als die Spektren erster, zweiter, dritter Ordnung. In Abb. 351 sind einige Spektren eingezeichnet. Wie man sieht, gibt es bereits am roten Ende des Spektrums zweiter Ordnung eine

Überlagerung mit der nächsten Ordnung. Das Spektrum nullter Ordnung oder das direkte Spaltbild erscheint immer weiß, da die Bedingung  $d \sin \alpha = 0\lambda$  für alle Wellenlängen gleichzeitig erfüllt ist.

Kennt man die Gitterkonstante, etwa durch Ausmessen des Gitters unter einem Mikroskop, so kann man aus der Messung der Winkel  $\alpha$  für die verschiedenen Spektralfarben die Wellenlänge des Lichtes bestimmen.

Schließlich ist noch zu zeigen, daß durch Einschalten einer Linse die Gangunterschiede nicht verändert werden. Dazu führen wir den Begriff der optischen Wellenlänge ein. In einem Medium der Brechzahl  $n$  ist die Wellenlänge  $\lambda$  gegenüber der Weglänge im Vakuum  $\lambda_0$  verkürzt,  $\lambda = \lambda_0/n$ , s. § 160. In Wellenlängen gemessen ist daher eine Strecke  $s$  im Medium um den Faktor  $n$  größer als im Vakuum. Denn es entfallen im Vakuum  $s/\lambda_0$  und im Medium  $sn/\lambda_0$  Wellenlängen auf sie. Das Produkt  $s \cdot n$  nennen wir daher die optische Weglänge der Strecke  $s$ . Betrachten wir z. B. die Abb. 307 a, S. 204. Beim Parallelstrahlbündel (ebene Welle) sind alle Punkte in einer senkrecht zur Strahlrichtung liegenden Ebene in Phase. Es läßt sich nun geometrisch zeigen, daß die optische Weglänge, gerechnet von irgendeiner Wellenfläche vor der Linse, bis zum Brennpunkt  $F$  für alle Strahlen die gleiche ist, also auch die Zahl der Weglängen dieselbe ist. Ist also in einer Ebene Phasengleichheit vorhanden, so kommen in  $F$  alle Strahlen mit gleicher Phase an, d. h. das Einschalten einer Linse ist ohne Einfluß. Das liegt daran, daß der Strahl durch die Linsenmitte den kleinsten Weg, in cm gemessen, zurücklegt, dafür aber die Linse an der dicksten Stelle durchquert, wodurch seine optische Weglänge mehr als bei den anderen Strahlen vergrößert wird. Die Wellenflächen bleiben in der Mitte etwas zurück und werden schließlich zu Kugelflächen mit  $F$  als Mittelpunkt, so daß alle Strahlen ohne Gangunterschied im Brennpunkt ankommen.

**§ 186. Auflösung von Instrumenten.** Bei jedem optischen System tritt infolge der Wellennatur des Lichtes an allen Linsenfassungen und Blenden notwendigerweise eine Beugung auf, die der Schärfe des Bildes eine bestimmte Grenze setzt. Auch ein ideales, völlig fehlerfrei zeichnendes Objektiv, bei dem alle Abbildungsfehler behoben sind, besitzt nur ein begrenztes Auflösungsvermögen.

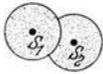


Abb. 352. Beugungsscheibchen begrenzen das Auflösungsvermögen eines Instrumentes.

Fällt auf eine Linse oder einen Hohlspiegel ein Parallelstrahlenbündel, so erhalten wir in der Brennebene nicht einen einzigen scharfen Punkt, sondern ein kleines leuchtendes Scheibchen, ein sog. Beugungsscheibchen, das von einer Reihe heller und dunkler Ringe umgeben ist. Bilden wir also z. B. zwei benachbarte Sterne ab, so erhalten wir als Bild zwei Scheibchen,

s. Abb. 352, die, falls die Sterne zu dicht zusammenliegen, ineinanderfließen, so daß die Sternbilder nicht mehr getrennt oder aufgelöst werden. Damit also zwei Sterne getrennt wahrgenommen werden können, müssen sie unter einem bestimmten Mindestwinkel gesehen werden, d. h. einen bestimmten Minimalabstand im Bogenmaß besitzen. Mit wachsendem Durchmesser der Linse werden die Beugungsscheibchen immer kleiner, das Auflösungsvermögen also größer. Daher baut man die astronomischen Reflektoren und Refraktoren der Sternwarten mit möglichst großem Durchmesser.

Auch beim Auge ist infolge der Beugung an der Pupille das Auflösungsvermögen prinzipiell begrenzt. Doch fällt diese Begrenzung der Sehschärfe praktisch mit der durch die Dichte der lichtempfindlichen Zäpfchen auf der Netzhaut bestimmten Leistungsgrenze zusammen, vgl. § 170.

**Auflösungsvermögen des Mikroskops.** Für die praktische Verwendbarkeit dieses Instruments ist die Begrenzung des Auflösungsvermögens durch die Beugung an der Objektivfassung von entscheidender Bedeutung. Wie wir schon beim Fernrohr gesehen haben, wird mit der Öffnung des Objektivs die Beugung kleiner. Da sie ferner mit der Wellenlänge abnimmt, kann man das Auflösungsvermögen durch Benutzung von kurzwelligem Licht sowie durch Einbetten des Präparats in ein Medium von größerem Brechungsindex verbessern. Die Wellenlänge im Medium  $\lambda$  ist ja gegenüber der Vakuumwellenlänge  $\lambda_0$  um den Faktor  $1/n$  verkleinert ( $\lambda = \lambda_0/n$ ). Die nähere Untersuchung ergibt für den kleinsten Abstand  $d_{\min}$  zweier Dingpunkte, die man im Mikroskop noch sehen kann, die schon in § 179 angegebene Beziehung  $d_{\min} = \lambda/n \sin u$ .

Die Bildentstehung im Mikroskop beruht im Grunde auf einem recht verwickelten räumlichen Interferenzvorgang, der vor allem durch ABBE<sup>1</sup> aufgeklärt wurde. Nehmen wir der Übersichtlichkeit halber als Objekt ein Gitter und beleuchten dieses mit enggezogener Blende, so entsteht in der Brennebene des Objektivs  $F$  ein System von Beugungsbildern  $L_0, L_1, L_2 \dots$  0, 1, 2ter Ordnung, vgl. § 185. Diese Reihe von Beugungsbildern stellt ein System von kohärenten Lichtquellen dar, so daß die von ihnen ausgehenden Wellenzüge nachher miteinander interferieren können. Die nähere Untersuchung zeigt, was ja auch bei größeren Objekten die Erfahrung lehrt, daß durch Interferenz die Strahlen sich so verstärken und schwächen, daß in der durch die geometrische Optik gegebenen Bildebene des Objektivs ein sekundäres Beugungsbild entsteht, das dem ursprünglichen Gitter ähnlich ist und von der benutzten Wellenlänge unabhängig ist. Für das Verhältnis der Abstände der Streifen im sekundären Beugungsbild und im Gitter ergibt sich das Verhältnis von Bildweite zu Gegenstandsweite oder dieselbe Vergrößerung, wie wir sie bereits mit Hilfe der geometrischen Optik gefunden haben. Diese vertiefte Betrachtung zeigt uns aber, daß zur Entstehung des endgültigen Bildes Voraussetzung ist, daß in der Brennebene des Objektivs mehrere (mindestens zwei) Beugungsbilder zustande kommen, die als Lichtquellen für das Interferenzbild in der Ebene  $B''C''$ , s. Abb. 334, wirken. Nun ist aber der Winkel für das Bild erster Ordnung nach den Ausführungen des § 185 durch die Beziehung  $\lambda = d \sin \alpha$  festgelegt.  $\sin \alpha$  kann aber nicht größer als 1 werden. Sobald also  $d < \lambda$  wird, ist die Bedingung für das Zustandekommen eines Beugungsbildes nicht mehr erfüllbar. Dasselbe ist der Fall, wenn der Öffnungswinkel  $u$  kleiner als  $\alpha_1$  wird.

Je größer  $u$  ist, um so eher können auch Beugungsbilder höherer Ordnung ins Mikroskop gelangen, um so größer wird die Zahl der Lichtquellen  $L_1, L_2, \dots$ , und um so ähnlicher wird das durch Interferenz der von ihnen ausgehenden Wellenzüge in  $BB$  entstehende Bild. Wird  $d < \lambda/n \sin \alpha$ , so gelangt nur das Bild nullter Ordnung ins Mikroskop und wir erhalten statt eines Bildes nur einen hellen Untergrund. Zeigt das Präparat regelmäßige Strukturen von der Größenordnung der Wellenlänge, so ist bei der Beurteilung der Bilder größte Vorsicht am Platze, da das räumliche Interferenzsystem falsche und von der Okulareinstellung abhängige Bilder vortäuschen kann. Zu diesen Erscheinungen gibt es eine Zahl von Versuchen, die jeder Mikroskopiker kennen muß, um die Grenze seines Instrumentes zu übersehen.

**§ 187. Lichtzerstreuung an kleinsten Teilchen. Ultramikroskop.** Werden die beugenden Teilchen immer kleiner gegen die Wellenlänge des Lichtes, so erhält man nur noch eine seitliche diffuse Ablenkung des Lichtes, die man als Streuung des Lichtes bezeichnet (TYNDALL-Phänomen).

Das liegt daran, daß die von den verschiedenen Punkten des Teilchens kommenden Wellenzüge mit abnehmender Größe desselben keine merklichen Wegdifferenzen mehr haben, sich also nicht mehr durch Interferenz in den verschiedenen Richtungen teils verstärken, teils abschwächen. Es gibt nur noch eine allgemeine seitliche Ausbreitung des gebeugten Lichtes.

Als Beispiel denken wir an den Lichtkegel eines Scheinwerfers am Nachthimmel. In den vom Licht getroffenen Wassertröpfchen, Staubteilchen oder

<sup>1</sup> ERNST ABBE, 1840—1905. Mitbegründer der Firma Carl Zeiss in Jena, erwarb sich große Verdienste um die theoretische und praktische Entwicklung der Optik.

Luftmolekülen werden durch das hochfrequente elektrische Wechselfeld des Lichtes Elektronen in den Atomen hin und her bewegt, es entsteht in jedem dieser Teilchen eine erzwungene elektrische Schwingung. Wir können auch sagen, es wird in jedem Teilchen ein mit der Frequenz des einfallenden Lichtes schwingendes induziertes Moment erzeugt, s. § 106. Diese kleinsten Wechselströme stellen elektrische Dipole, s. § 146, d. h. kleinste Sender dar, die ihrerseits wieder Strahlung derselben Frequenz aussenden. So wird der ursprünglichen Lichtwelle Energie entzogen und seitlich ausgestrahlt.

Das Streulicht ist meist recht schwach. Wir sehen es daher nur, wenn es nicht durch anderes Licht überstrahlt wird, am besten also gegen einen dunklen Hintergrund (Dunkelfeldbeleuchtung). Daher vermögen wir bei Nacht den Weg der Scheinwerferstrahlen zu erkennen oder auch den Verlauf von Sonnenstrahlen, wenn sie durch eine enge Öffnung in ein sonst verdunkeltes Zimmer einfallen. Die im Sonnenlicht aufleuchtenden streuenden Staubteilchen zeigen uns den Weg der Strahlen an.

Da das kurzwellige Licht stärker nach den Seiten zerstreut wird als das langwellige, wird das Licht beim Durchgang durch ein trübes Mittel, z. B. Nebel- oder Dunstschichten, immer ärmer an violettem und blauem Licht, so daß das durchgehende Licht immer rötlicher wird; man denke an die rote oder rotgelbe Farbe der Sonne beim Auf- oder Untergang. Mit genügend langwelligem, vor allem mit ultrarotem Lichte kann man durch dicke Nebelschichten hindurch Objekte photographisch oder mittels eines Bildwandlers, vgl. § 194, aufnehmen.

Auch sorgfältigst gereinigte und völlig staubfreie Flüssigkeiten und Gase geben ein noch merkliches Streulicht, das von der Streuung an den einzelnen Molekülen herrührt, sog. molekulare Lichtzerstreuung. Die Intensität und die Polarisationsverhältnisse dieses molekularen Streulichtes hängen von der Form und der Größe der Moleküle ab, so daß die nähere Untersuchung Rückschlüsse auf den Bau der Moleküle erlaubt.

Die blaue Farbe des Himmelslichtes beruht darauf, daß an den Luftmolekülen ein Teil des Sonnenlichts, und zwar bevorzugt das kurzwellige, zerstreut wird. Hätte die Erde keine Atmosphäre, so wäre der Himmel völlig schwarz und die Sonne erschiene als eine unerträglich blendende Scheibe.

Ultramikroskop. Die Lichtzerstreuung gibt die Möglichkeit, auch Teilchen, die viel kleiner als die Wellenlänge des gewöhnlichen Lichtes sind, sog. sub-

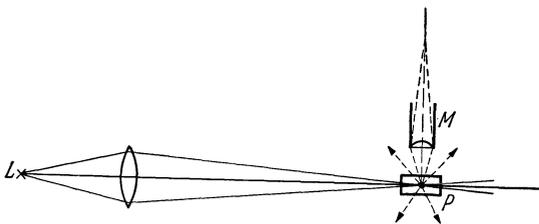


Abb. 353. Ultramikroskop.

mikroskopische Teilchen, zu beobachten, allerdings unter Verzicht auf die Abbildung ihrer Gestalt. Man benutzt dazu ein Mikroskop mit Dunkelfeldbeleuchtung, ein sog. Ultramikroskop. Wollen wir z. B. die kolloidalen Teilchen einer Lösung beobachten, so beleuchten wir das Präparat von der Seite so intensiv wie möglich, achten aber peinlich

darauf, daß kein direktes Licht ins Mikroskop gelangt, das Gesichtsfeld also völlig dunkel erscheint, s. Abb. 353. Befinden sich in der Flüssigkeit kleinste Teilchen von anderem Brechungsindex, so senden diese Bündel von schwachem Streulicht ins Mikroskop, so daß sie hier als kleine Lichtpunkte bzw. Scheibchen auf dunklem Untergrunde erscheinen. Auf diese Weise kann man Teilchen bis herab zu einem Durchmesser von etwa  $5 \cdot 10^{-6}$  mm erkennen. Je kleiner die Teilchen sind, um so schwächer wird das von ihnen ausgestrahlte Streulicht, um so dunkler muß daher der Untergrund sein, damit sie noch erkennbar sind.

§ 188. **RAMAN-Strahlung.** Die molekulare Lichtzerstreuung beruht auf der Ausstrahlung der in den einzelnen Molekülen induzierten und im Takte der Frequenz des einfallenden Lichtes schwingenden Dipole. Man würde daher erwarten, daß bei Beleuchtung mit monochromatischem Lichte im Streulicht nur die Frequenz des einfallenden erregenden Lichts auftritt. Untersucht man jedoch das an staubfreien Flüssigkeiten oder Gasen gestreute Licht, so findet man auch andere sog. verschobene Linien, deren Lage, bezogen auf die erregende Frequenz für die Moleküle des betreffenden Stoffes charakteristisch ist. Es ist üblich, die unverschobene Streustrahlung als RAYLEIGH-Strahlung und die verschobene Strahlung nach ihrem Entdecker als RAMAN-Strahlung oder -Streuung zu bezeichnen. Abb. 354 zeigt ein RAMAN-Spektrum des Tetrachlorkohlenstoffs, wie man es bei Beleuchtung mit einer Quecksilberlampe, deren Licht ein Linienspektrum zeigt, erhält. Es zeigt sich nun, daß jede eingestrahlte Linie von einer

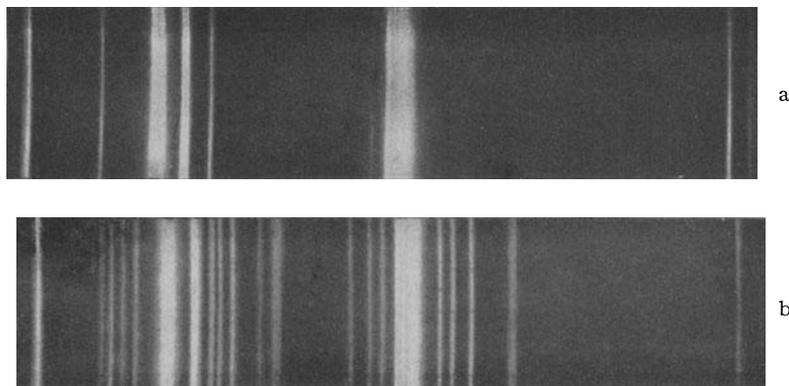


Abb. 354. Raman-Spektrum des Tetrachlorkohlenstoffs. a) Spektrum des einfallenden Lichtes (Quecksilberdampf Lampe), b) Spektrum des Streulichtes.

bestimmten Zahl von RAMAN-Linien begleitet ist, wobei die Frequenzabstände  $\Delta\nu$  der RAMAN-Linien von der anregenden Primärlinie unabhängig von deren Wellenlänge bei ein und derselben Substanz immer dieselben sind. Die Frequenz  $\nu_R$  einer bestimmten RAMAN-Linie ist also immer um denselben Betrag gegen die Frequenz  $\nu$  der erregenden Linie verschoben, wobei sowohl nach längeren wie nach kürzeren Wellen verschobene RAMAN-Linien auftreten. Es zeigt sich nun, daß die Frequenzdifferenzen  $\Delta\nu$  mit den Frequenzen der Eigenschwingungen der Atomkerne  $\nu_s$  innerhalb der Moleküle, wie man sie zum Teil aus dem ultraroten Spektrum her kennt, identisch sind. Es gilt daher die Beziehung

$$\nu_R = \nu \pm \Delta\nu = \nu \pm \nu_s.$$

Die RAMAN-Linien können also als eine Überlagerung der vom einfallenden Licht im Molekül induzierten Frequenzen mit den mechanischen Eigenfrequenzen der Moleküle oder als Kombinationsschwingungen aufgefaßt werden. (Über die quantentheoretische Deutung der RAMAN-Strahlung vgl. § 203.) Wie hier nicht näher begründet werden kann, treten gewisse Eigenschwingungen der Moleküle im ultraroten, andere wieder im RAMAN-Spektrum auf. Daher gibt die kombinierte Untersuchung des ultraroten und des RAMAN-Spektrums die Möglichkeit, bei vielen Molekülen alle Eigenschwingungen der Kerne, das sog. Schwingungsspektrum, eines Moleküls zu bestimmen und daraus seine Struktur abzuleiten.

### III. Polarisation.

§ 189. **Polarisation durch Reflexion.** Die Beugungs- und Interferenzerscheinungen des Lichtes beweisen uns seine Wellennatur. Es bleibt nun die Frage zu beantworten, ob es sich beim Licht um Quer- oder Längswellen, d. h. transversale oder longitudinale Wellen handelt, vgl. § 61. Bei einer Querwelle, s. z. B. Abb. 356, erfolgen die Schwingungen quer zur Fortpflanzungsrichtung und in einer bestimmten ausgezeichneten Ebene, der Schwingungsebene. Die Welle zeigt Einseitigkeit oder Polarisation und wird als linear polarisiert bezeichnet. Man kann von vornherein erwarten, daß solche Wellen auch bei anderen Eigenschaften in der Schwingungsebene ein anderes Verhalten als in der dazu senkrechten Ebene aufweisen. Bei Längswellen, z. B. Schallwellen, ist eine solche Einseitigkeit unmöglich, weil hier die Schwingungen in der Fortpflanzungsrichtung erfolgen.

Die Transversalität des Lichtes zeigt folgender Versuch. Wir lassen einen Lichtstrahl unter einem Winkel von  $57^\circ$  auf eine ebene, hinten geschwärzte Glasplatte  $P_1$  fallen und untersuchen das reflektierte Licht mit Hilfe einer zweiten Glasplatte  $P_2$ , die um die Richtung  $aa$  des wieder unter  $57^\circ$  auftreffenden Strahles drehbar ist, s. Abb. 355. Drehen wir nun die Platte  $P_2$ , wobei ja der Einfallswinkel erhalten bleibt, so beobachten wir, daß die Intensität des austretenden Lichtes besonders groß ist, wenn die Platte, wie in der Abb. 355 gezeichnet, der ersten parallel oder um  $180^\circ$  gegen die Parallelstellung verdreht ist. Ist sie jedoch um  $90^\circ$  gegen die Parallelstellung, sei es nach vorn oder nach hinten verdreht, so ist die Intensität des reflektierten Strahles null. Wir erkennen daraus, daß durch die Reflexion an der ersten Glasplatte das Licht so beeinflusst worden ist, daß es sich in zwei zueinander senkrechten Richtungen verschieden verhält, also offenbar einen transversalen

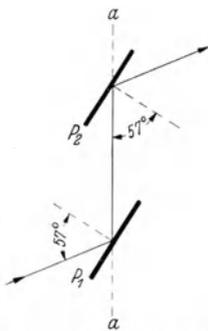


Abb. 355. Zum Nachweis der Polarisation durch Reflexion.

Wellenzug darstellt, oder wie man sagt, polarisiert ist.

Eine Vorrichtung, in unserem Falle die Glasplatte  $P_1$ , um Licht zu polarisieren, nennen wir einen Polarisator, den zur Analyse des Lichtes dienenden Teil, also die Glasplatte  $P_2$ , den Analysator.

Das von der Sonne oder einer gewöhnlichen Lichtquelle (heißem Körper) kommende Licht zeigt keinerlei Einseitigkeit, d. h. natürliches Licht ist unpolarisiert. Das liegt daran, daß jede Lichtquelle aus einer ungeheuren Vielzahl von strahlenden Atomen besteht, von denen jedes wie ein kleiner schwingender Dipol Züge von linear polarisierten elektromagnetischen Wellen aussendet, s. § 146. Da die Schwingungsrichtungen dieser atomaren Sender völlig regellos liegen, sind alle Schwingungsrichtungen im Lichtstrahle gleich häufig,

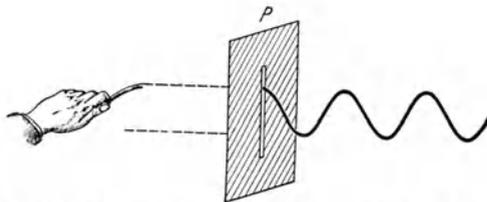


Abb. 356. Spalt als Polarisator bei Seilwellen. (Aus POHL: Optik.)

also keine Richtung im Mittel ausgezeichnet. Erst durch einen Polarisator wird eine bestimmte Richtung ausgesondert, indem dieser von jedem Wellenzuge nur die Komponente in dieser Richtung durchläßt.

Das können wir uns an einem mechanischen Beispiel klarmachen. Erzeugen wir auf einem langen Seile mit der Hand Querwellen von stets gleichbleibender Frequenz und Amplitude  $A$ , aber regellos wechselnder Schwingungsrichtung, so haben wir einen völlig unregelmäßigen Wechsel der Schwingungsebene der Wellen. Die Bewegung erfüllt ein Zylinder mit der Fortpflanzungsrichtung als Achse. Die transversale Natur der Wellen ist zunächst nicht erkennbar. Lassen wir jedoch das Seil, s. Abb. 356, bei  $P$  einen Spalt durchsetzen, so sondert dieser eine einzige Schwingungsebene aus,

indem er jeweils nur die vertikale Komponente durchläßt. Wird das Seil links zu horizontalen Schwingungen angeregt, so läßt der als Polarisator wirkende Spalt nichts durch. Erfolgt die Schwingung links vertikal, so wird sie mit voller Intensität durchgelassen. Ist die Schwingungsebene um den Winkel  $\varphi$  gegen die Spaltrichtung geneigt, so wird nur die vertikale Komponente mit der Amplitude  $A \cos \varphi$  durchgelassen.

Wir betrachten nun die Polarisationsverhältnisse bei der Reflexion und Brechung des Lichtes an der Grenzfläche durchsichtiger Körper etwas näher. Dabei charakterisieren wir den Polarisationszustand des Lichtes, das ja eine elektromagnetische Wellenbewegung darstellt, durch die Schwingungsrichtung der elektrischen Feldstärke  $\mathcal{E}$ , s. § 146 ff. Im natürlichen Licht ist der Anteil des senkrecht und parallel zur Einfallsebene schwingenden Lichts gleich groß. Das reflektierte Licht erweist sich im allgemeinen als teilweise polarisiert, indem es mehr senkrecht zur Einfallsebene als parallel dazu schwingendes Licht enthält. Nur in dem besonderen Falle, daß der reflektierte und gebrochene Strahl aufeinander senkrecht stehen, ist die Polarisation vollständig, BREWSTERSches Gesetz. Der reflektierte Strahl enthält nur Licht, dessen elektrischer Vektor senkrecht zur Einfallsebene oder parallel zur reflektierenden Ebene schwingt, s. Abb. 357. Der Einfallswinkel, bei dem vollständige Polarisation eintritt, wird als Polarisationswinkel bezeichnet, er hängt vom Brechungsindex ab.

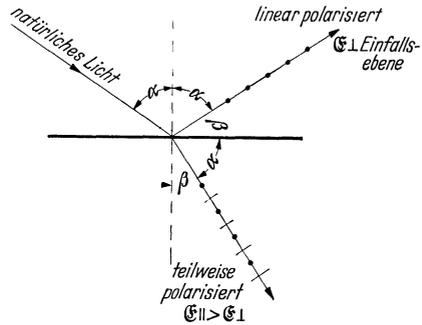


Abb. 357. Zur Polarisation durch Reflexion.

Stehen gebrochener und reflektierter Strahl aufeinander senkrecht, so ist, vgl. Abb. 357,  $\beta = 90 - \alpha$ , also  $\sin \beta = \cos \alpha$ , so daß der Polarisationswinkel  $\alpha$  durch die Gleichung  $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha = n$  bestimmt ist. Für  $n = 1,5$  wird  $\alpha = 57^\circ$ .

Fällt parallel zur Einfallsebene schwingendes Licht unter dem Polarisationswinkel auf die Glasplatte, so wird überhaupt nichts reflektiert. Bei natürlichem Licht wird ein bestimmter Anteil des senkrecht zur Einfallsebene schwingenden Lichtes reflektiert, also aus dem ursprünglichen Strahl ausgesondert. Im gebrochenen Strahl finden wir daher den Rest, also natürliches Licht, von dem ein Bruchteil des senkrecht zur Einfallsebene schwingenden Lichtes durch die Reflexion weggenommen worden ist. Im gebrochenen Strahl ist also die parallel zur Einfallsebene schwingende Komponente stärker, wir haben also eine teilweise Polarisation.

Auch das an kleinsten Teilchen oder Molekülen gestreute Licht erweist sich als mehr oder weniger stark polarisiert.

**§ 190. Polarisation durch Doppelbrechung.** Legen wir einen Kalkspatkristall ( $\text{CaCO}_3$ ) auf ein Stück bedrucktes Papier, so erscheint die Schrift doppelt. Diese Erscheinung beruht darauf, daß jeder auf den Kristall auftreffende Strahl beim Durchgang im allgemeinen in zwei verschiedene Strahlen zerlegt wird, die eine verschiedene Brechung erfahren, s. Abb. 359. Eine solche Doppelbrechung zeigen übrigens alle anisotropen Körper, also auch alle Kristalle mit Ausnahme der im kubischen System kristallisierenden. Nur für eine ausgezeichnete Richtung, die wir die optische Achse des Kristalles nennen, verschwindet die Doppelbrechung; nur für diese verhält sich der Kristall wie ein isotroper Körper. Abb. 358 zeigt die Rhomboederform der Spaltstücke eines Kalkspatkristalls. Die Verbindungslinie der beiden stumpfen Ecken ergibt die

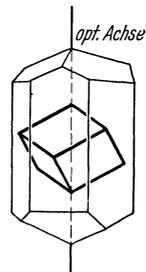


Abb. 358. Gewöhnliche Kristallform des Kalkspats: Spaltstücke haben die dick eingezeichnete Rhomboederform.

Richtung der optischen Achse. Jede durch die Achse gelegte oder ihr parallele Ebene heißt ein Hauptschnitt.

Läßt man einen Lichtstrahl senkrecht auf einen Kalkspatkristall auffallen, so erhalten wir im allgemeinen zwei Strahlen, s. Abb. 359a, von denen der eine

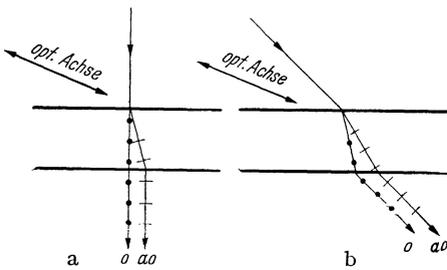


Abb. 359. Zur Doppelbrechung.

ungebrochen hindurchgeht und der zweite trotz des senkrechten Einfalls abgelenkt wird. Beim Austritt erfolgt die Ablenkung in entgegengesetzter Richtung, so daß wir schließlich zwei parallele Strahlen erhalten. Den ersten Strahl, der sich normal verhält, bezeichnen wir als den ordentlichen Strahl *o*, den anderen, für den das gewöhnliche Brechungsgesetz ungültig wird, als den außerordentlichen *ao*.

Dreht man den Kalkspat um die Richtung des einfallenden Strahles als Achse, so wandert der außerordentliche Strahl im Kreise um den ordentlichen herum. Auch bei schiefem Einfall, Abb. 359b, erhält man im allgemeinen zwei Strahlen. Untersucht man die Strahlen mit Hilfe eines Analysators, so erweisen sich beide Strahlen stets als zueinander senkrecht linear polarisiert, s. Abb. 355.

Der außerordentliche Strahl liegt immer in der Ebene des Hauptschnittes. Der elektrische Vektor schwingt im ordentlichen Strahl senkrecht, im außerordentlichen Strahl parallel zum Hauptschnitt, s. Abb. 359. Die Brechungsahl für den ordentlichen Strahl beträgt stets 1,65, für den außerordentlichen ändert sie sich mit dem Einfallswinkel, und zwar zwischen 1,48 und 1,65. Den kleinsten Wert erhalten wir, wenn der außerordentliche Strahl den Kalkspat senkrecht zur optischen Achse durchläuft. Ist die Platte parallel zur optischen Achse geschnitten, so geht bei senkrechtem Einfall auch der außerordentliche Strahl ungebrochen hindurch. Es erfolgt also keine Trennung der Strahlen. Da sie aber wegen der verschiedenen Brechungsahl mit verschiedener Geschwindigkeit durch den Kristall hindurchgehen, erhalten sie einen Gangunterschied, vgl. auch § 192.

Neben der natürlichen Doppelbrechung kennen wir auch eine künstliche Doppelbrechung. Durch elektrische oder magnetische Felder kann man isotrope Flüssigkeiten und Gase doppelbrechend machen. Die Erscheinung beruht darauf, daß sich in einem äußeren Felde die Moleküle einstellen und so das Medium eine Vorzugsrichtung erhält. Da die Einstellung von den Konstanten der betreffenden Moleküle abhängt, kann man insbesondere aus der elektrischen Doppelbrechung, dem sog. KERR-Effekt, wichtige Schlüsse auf den Bau der Moleküle ziehen. Auch in einer strömenden Flüssigkeit erhalten wir eine Doppelbrechung, sog. Strömungsdoppelbrechung.

Erklärung der Doppelbrechung: So wie die gewöhnliche Brechung auf einer Verschiedenheit der Lichtgeschwindigkeit in den angrenzenden Medien beruht, ist die Doppelbrechung darauf zurückzuführen, daß die Geschwindigkeit der beiden senkrecht zueinander linear polarisierten Wellenzüge verschieden ist, also von der Schwingungsrichtung abhängt. Außerdem ist für den außerordentlichen Strahl die Geschwindigkeit noch von der Richtung, in der der Strahl den Kristall durchsetzt, abhängig. Diese Anisotropie beruht auf dem nichtregulären Bau des Kristallgitters.

Die Doppelbrechung gibt uns die Möglichkeit, in einfacher Weise linear polarisiertes Licht zu erzeugen. Wir müssen dazu nur die beiden senkrecht zueinander polarisierten Strahlen trennen und den einen vernichten. Das erreicht man z. B. mit Hilfe eines NICOLSchen Prismas auf folgende Weise. Ein Kalkspatstück geeigneter Größe wird unter einem bestimmten Winkel in zwei gleiche Teile geschnitten und diese mit einem optisch dünneren Stoff, wie Kanadabalsam,

zusammengekittet, s. Abb. 360. Außerdem werden die Endflächen so weit abgeschnitten, bis sie mit der Längskante einen Winkel von  $68^\circ$  bilden. Schicken wir nun einen Strahl von natürlichem Licht durch das Prisma, so wird dieser an der Fläche  $AB$  doppelt gebrochen. Die Brechung ist für den ordentlichen Strahl stärker, so daß dieser so schief auf die Kanadabalsamschicht auftrifft, daß er an dieser Totalreflexion erfährt, also mit voller Intensität nach der Seite gespiegelt wird und an der geschwärzten Seitenkante durch Absorption ausgelöscht wird. Der außerordentliche Strahl geht durch die Kanadabalsamschicht hindurch und verläßt das Prisma mit einer geringen seitlichen Parallelverschiebung. Die Intensität des austretenden vollständig polarisierten Lichtes ist praktisch die Hälfte von der des einfallenden Strahles, s. weiter unten.

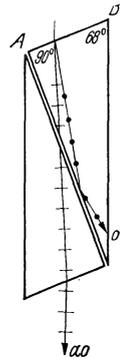


Abb. 360. Strahlengang im Nicol'schen Prisma.

Es gibt doppelbrechende Kristalle, die den einen der polarisierten Strahlen viel stärker absorbieren als den anderen. Diese als Dichroismus bezeichnete Erscheinung ist bei Turmalin besonders ausgeprägt, der schon bei geringer Dicke den ordentlichen Strahl völlig absorbiert, den anderen aber nur wenig schwächt. Eine solche Turmalinplatte kann daher ebenfalls als Polarisator oder Analysator dienen. Neuerdings ist es gelungen, von dem stark dichroitischen Herapathit große plattenförmige Kristalle zu züchten. Das durch solche Polarisationsfilter (Herotare) durchgehende Licht ist vollkommen polarisiert, so daß man auf diese Weise Polarisatoren von großem Durchmesser herstellen kann.

Jeder Polarisator (Nicol, Spiegel usw.) gibt linear polarisiertes Licht, dessen elektrischer Vektor in einer bestimmten Ebene schwingt. Die dazu senkrechte Ebene wird als die Polarisationsebene<sup>1</sup> des betreffenden Polarisators bzw. des von ihm erzeugten linear polarisierten Lichtes bezeichnet. Beim Spiegel ist die Einfallsebene die Polarisationsebene, s. Abb. 357. Schickt man Licht durch einen Polarisationsapparat, d. h. durch zwei hintereinandergeschaltete Polarisatoren hindurch, so läßt der als Analysator wirkende zweite Polarisator das Licht nur dann ungeschwächt hindurch, wenn beide Polarisatoren dieselbe Orientierung wie z. B. in Abb. 355 besitzen oder um  $180^\circ$  gegeneinander verdreht sind, d. h. wenn ihre Polarisationsebenen parallel sind, parallele Polarisatoren. Sind die Polarisatoren um  $90^\circ$  gegeneinander verdreht, gekreuzte Polarisatoren, so läßt der Analysator überhaupt kein Licht durch. Bei beliebigem Winkel wird durch den Analysator nur ein Teil des Lichtes hindurchgelassen, und zwar ist dessen Intensität durch die Beziehung

$$J = J_0 \cos^2 \varphi$$

gegeben, wo  $J_0$  die Intensität des durchgehenden Lichtes bei parallelen Polarisatoren und  $\varphi$  den Winkel zwischen diesen bedeutet.

Ist die Amplitude der vom Polarisator durchgelassenen Schwingung  $\mathcal{E}_0$ , so läßt beim Winkel  $\varphi$  der Analysator eine Schwingung der Amplitude  $\mathcal{E}_0 \cos \varphi$  durch, vgl. dazu das mechanische Beispiel auf S. 232. Da nun die Energie einer Schwingung dem Quadrat der Amplitude proportional ist, vgl. § 28, wird  $J = J_0 \cos^2 \varphi$ .

Fällt natürliches Licht ein, das ja aus unzähligen linear polarisierten Einzelwellen mit allen möglichen Schwingungsrichtungen besteht, so wird von jeder Welle die entsprechende Komponente durchgelassen. Das bedeutet, daß im Mittel die halbe Intensität des einfallenden Lichtes durchgelassen wird.

<sup>1</sup> Die Polarisationsebene ist also die Schwingungsebene des magnetischen Feldes der elektromagnetischen Lichtwelle, s. § 147.

§ 191. **Drehung der Polarisationssebene.** Bringt man zwischen zwei gekreuzte Polarisatoren eine Zuckerlösung, so wird das vorher dunkle Gesichtsfeld aufgehellt. Benutzt man monochromatisches Licht, so kann man durch Nachdrehen des Analysators wieder völlige Dunkelheit erzielen. Daraus schließen wir, daß die Zuckerlösung die Polarisationssebene des Lichtes gedreht hat, und zwar um den Betrag, um den wir den Analysator nachgedreht haben.

Diese als optische Aktivität bezeichnete Eigenschaft, die Polarisationssebene des durchgehenden Lichtes zu drehen, findet man bei vielen organischen Flüssigkeiten.

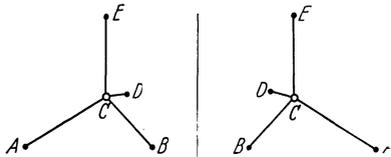


Abb. 361. Optische Isomere.

Sie beruht auf einer Asymmetrie im Bau der Moleküle, wie sie z. B. alle organischen Moleküle mit einem asymmetrischen Kohlenstoffatom aufweisen. Asymmetrisch ist ein Kohlenstoffatom dann, wenn seine vier Valenzen durch vier verschiedene Atome oder Atomgruppen abgesättigt sind. Vertauscht man in einer solchen Verbindung zwei Substituenten, so erhält man das Spiegelbild des ursprünglichen Moleküls, s. Abb. 361. Man bezeichnet solche Moleküle als optische Antipoden oder optische Isomere, weil sie dasselbe absolute Drehvermögen haben und sich nur durch den Sinn der Drehung unterscheiden, indem die eine Form die Polarisationssebene nach links, die andere nach rechts dreht. Im übrigen sind solche optisch aktiven Körper bezüglich ihrer chemischen und physikalischen Eigenschaften identisch. In einer Mischung von gleichen Teilen zweier optischer Antipoden, z. B. von Links- und Rechts-Weinsäure, ist die Drehung aufgehoben. Man bezeichnet einen solchen optisch inaktiv erscheinenden Körper als *Race mat*.

Die physiologischen Eigenschaften zweier optischer Antipoden können sehr weit auseinandergehen. Das liegt daran, daß viele Zellen im Organismus selbst asymmetrisch gebaut sind und daher bevorzugt mit einer der beiden Antipoden reagieren. Daher kann z. B. die eine Form viel giftiger als die andere sein. Niedere Organismen, Pilze und Bakterien verzehren vielfach nur eine der beiden Formen, so daß man auf diese Weise die andere getrennt erhalten kann.

Die physiologischen Eigenschaften zweier optischer Antipoden können sehr weit auseinandergehen. Das liegt daran, daß viele Zellen im Organismus selbst asymmetrisch gebaut sind und daher bevorzugt mit einer der beiden Antipoden reagieren. Daher kann z. B. die eine Form viel giftiger als die andere sein. Niedere Organismen, Pilze und Bakterien verzehren vielfach nur eine der beiden Formen, so daß man auf diese Weise die andere getrennt erhalten kann.

Neben den optisch aktiven Flüssigkeiten vermögen auch manche Kristalle die Polarisationssebene zu drehen. Das wichtigste Beispiel ist Quarz, den man in Richtung seiner optischen Achse durchstrahlt. Auch hier gibt es eine rechts- und linksdrehende Form.

Bei allen optisch aktiven Körpern hängt die Drehung von der Wellenlänge des Lichtes ab, und zwar nimmt sie im allgemeinen wie der Brechungsindex vom Rot zum Violett zu, man spricht von einer Rotationsdispersion. Daher erscheint beim Einbringen eines optisch aktiven Körpers zwischen zwei Polarisatoren das Gesichtsfeld gefärbt. Ferner ist die Drehung proportional der Dicke der durchstrahlten Schicht.

**Saccharimetrie.** Bringt man ein Rohr der Länge  $l$  mit einer Zuckerlösung, die in  $100 \text{ cm}^3$  Lösung  $c$  g Zucker enthält, zwischen zwei Polarisatoren, so findet man für die Drehung den Winkel

$$\alpha = [\alpha] \frac{cl}{100}.$$

$[\alpha]$  ist die für die Drehung des Zuckers charakteristische Konstante, die sog. spezifische Drehung. Mißt man wie üblich die Länge der Flüssigkeitssäule  $l$  in Dezimetern, so ist für Natriumlicht  $[\alpha] = 66,5^\circ$ .  $[\alpha]$  bedeutet die Drehung, die eine Lösung von  $100 \text{ g}$  Zucker in  $100 \text{ cm}^3$  Lösung bei  $10 \text{ cm}$  Schichtlänge ergeben würde. Praktisch ist diese Konzentration aber nicht erreichbar.

**Polarimeter.** Das einfachste Polarimeter besteht aus zwei Nicols, von denen der zweite drehbar ist. Man stellt ohne drehende Substanz auf Dunkelheit ein. Dann bringt man die Substanz zwischen die Nicols und verdreht den Analysator so weit, bis wieder Dunkelheit

eintritt. Eine scharfe Einstellung erhält man allerdings nur bei einfarbigem Licht. — Um genauere Ergebnisse zu erhalten, verwendet man verschiedene zusätzliche Einrichtungen, z. B. eine Doppelquarzplatte, s. Abb. 362. Diese besteht aus zwei aneinanderg kitteten gleichdicken Quarzplatten, von denen die eine links- und die andere rechtsdrehend ist. Sowohl bei parallelen wie auch gekreuzten Nicols erscheint das Gesichtsfeld hinter beiden Platten gleich hell bzw. bei Verwendungs von weißem Licht gleichgefärbt. Nach dem Einschalten

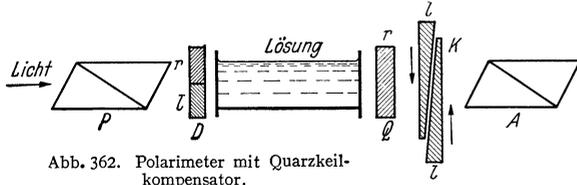


Abb. 362. Polarimeter mit Quarzkeilkompensator.

der Zuckerlösung werden die Farben ungleich. Man kann nun entweder den Analysator *A* so weit nachdrehen, bis die Färbung wieder gleich geworden ist. Die Drehung ergibt dann direkt den Drehwinkel  $\alpha$ . Man kann aber auch bei feststehenden parallelen Nicols die durch die Substanz bewirkte Drehung durch einen sog. Quarzkeilkompensator wieder rückgängig machen, so daß das Gesichtsfeld wieder gleiche Farben zeigt. Der Kompensator besteht aus einer rechtsdrehenden Quarzplatte *Q* und zwei linksdrehenden Quarzkeilen *K*. Diese sind gegeneinander verschiebbar, so daß sie eine linksdrehende Quarzplatte von verstellbarer Dicke darstellen. Hat der Doppelkeil dieselbe Dicke wie die rechtsdrehende Quarzplatte *Q*, so gibt der Kompensator keine Drehung; ist sie größer oder kleiner, so erhalten wir beliebig veränderliche Links- und Rechtsdrehungen. So kann man die Drehung der untersuchten Substanz kompensieren und da die Drehung des Quarzes bekannt ist, direkt messen.

**§ 192. Interferenz polarisierten Lichtes.** Schicken wir einen Lichtstrahl durch eine Kalkspatplatte, so erhalten die beiden senkrecht zueinander polarisierten Strahlen wegen der verschiedenen Geschwindigkeit des ordentlichen und außerordentlichen Strahles einen Gangunterschied. Gibt man diesem durch passende Dicke der Platte die Größe  $\lambda/2$ , so erhält man hinter der Platte auf keine Weise Interferenzen. Daraus folgt, daß zwei zueinander senkrecht schwingende Wellenzüge sich ohne jede Störung durchdringen, also nicht miteinander interferieren und sich gegenseitig auslöschen (über ihre Zusammensetzung s. weiter unten). Erst wenn man die Schwingung der beiden Strahlen in eine gemeinsame Ebene bringt, erhält man Interferenzerscheinungen. Um das zu erreichen, bringen wir hinter die doppelbrechende Platte einen Polarisator, der von beiden Strahlen jeweils nur die in seine Schwingungsebene fallende Komponente durchläßt. Diese jetzt in dieselbe Schwingungsebene gebrachten Wellen können nun interferieren.

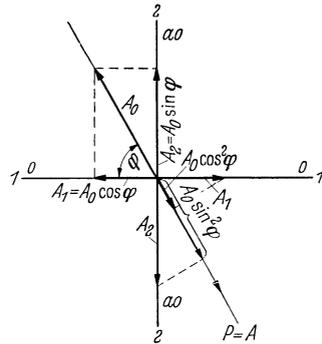


Abb. 363. Zur Interferenz polarisierten Lichtes.

Wir betrachten als Beispiel ein Gipsblättchen zwischen zwei Polarisatoren. In Abb. 363 seien *1* und *2* die Schwingungseinrichtungen des ordentlichen und außerordentlichen Strahles, *P* sei die Schwingungsrichtung des vom Polarisator erzeugten Lichtes und  $\varphi$  der Winkel zwischen dieser Schwingungsrichtung und der des ordentlichen Strahles. Ist  $A_0$  die Amplitude des polarisierten, das Gipsplättchen treffenden Strahles, so ist  $A_1 = A_0 \cos \varphi$  die Amplitude des ordentlichen und  $A_2 = A_0 \sin \varphi$  die des außerordentlichen Strahles. Von diesen beiden Strahlen läßt der Analysator, dessen Schwingungsrichtung mit der des Polarisators zusammenfallen möge, die Komponente  $A_1 \cos \varphi = A_0 \cos^2 \varphi$ , bzw.  $A_2 \sin \varphi = A_0 \sin^2 \varphi$  durch. Da beide Strahlen jetzt in derselben Ebene  $P = A$  schwingen, können sie interferieren. Ist die Dicke des Gipsplättchens so bemessen, daß der Strahl  $A_1$  gegen  $A_2$  einen Gangunterschied  $\Delta = n\lambda/2$ ,  $n = 1, 3, 5, \dots$  erhält, so schwächen sich die beiden Strahlen. Für den Fall, daß  $\varphi = 45^\circ$  ist, werden wegen  $A_0 \cos^2 45^\circ = A_0 \sin^2 45^\circ$  die Amplituden gleich und wir erhalten bei parallelen Nicols völlige Dunkelheit. Und für  $n = 2, 4, 6$  Helligkeit. Für gekreuzte Nicols ergibt dieselbe Überlegung für  $n = 2, 4, 6, \dots$  Dunkelheit. Läßt man weißes Licht hindurchgehen und wählt den Gangunterschied so groß, daß er bei parallelen Nicols gerade für Grün Auslösung ergibt, so wird bei gekreuzten Nicols Grün besonders stark. Daher erhält man bei einer Drehung um  $90^\circ$  immer die Komplementärfarben.

Eine doppelbrechende Platte zwischen gekreuzten Nicols, deren Schwingungsrichtungen nicht gerade zufällig mit denen der Polarisatoren zusammenfällt, ergibt also im allgemeinen eine Aufhellung, die man nicht durch Drehung wegbekommen kann.

Die aus einer doppelbrechenden Platte austretenden senkrecht zueinander schwingenden Strahlen ergeben als Resultierende nach den Ausführungen des § 60 im allgemeinen eine elliptische Schwingung, d. h. sog. elliptisch polarisiertes Licht. Ist der Gangunterschied  $\Delta = 1/4 \lambda$  oder der Phasenunterschied  $\pi/2$ , so entsteht bei gleichen Amplituden zirkular polarisiertes Licht. Nur für  $\Delta = 1, 2, 3, \dots \lambda/2$  oder  $\Delta \varphi = 1, 2, 3, \dots \pi$  erhalten wir wieder linear polarisiertes Licht.

## D. Elektromagnetisches Spektrum.

### I. Ultrarotes und ultraviolettes Spektralgebiet.

§ 193. Übersicht über das gesamte Spektrum. Der Frequenzbereich der bis heute bekannten elektromagnetischen Wellen überdeckt ein außerordentlich großes Gebiet, von dem der Wellenbereich, auf den unser Auge anspricht, nur einen winzigen Ausschnitt bildet, vgl. Abb. 364 und Tab. 19. An das sichtbare

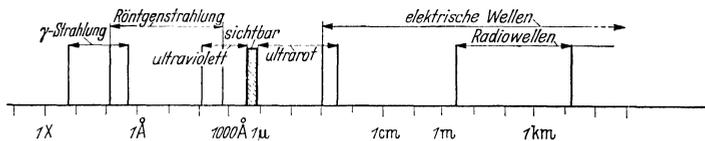


Abb. 364. Elektromagnetisches Spektrum in logarithmischer Skala.

Gebiet schließt sich nach der Seite längerer Wellen das Spektrum der ultraroten Strahlen an. Diese von heißen Körpern als Wärmestrahlung ausgesandte Strahlung überdeckt sich an ihrem langwelligen Ende bereits mit den kürzesten elektrischen Wellen, die man durch Schwingung von kleinsten Resonatoren herstellen kann. An diesen Bereich schließen sich die ultrakurzen, kurzen und langen Radiowellen an. Dann folgt das Gebiet der technischen Hochfrequenzströme und der gewöhnlichen Wechselströme. Nach der Seite kleinerer Wellenlängen grenzt an das sichtbare Spektrum das ultraviolette Gebiet, an das sich die Röntgen- und dann die  $\gamma$ -Strahlen der radioaktiven Stoffe anschließen. Noch kürzer ist die Wellenstrahlung, die die Ultrastrahlung begleitet, vgl. § 154.

Tabelle 19. Übersicht über das elektromagnetische Spektrum.

Strahlenart	Wellenlänge	Hilfsmittel zur Untersuchung der Strahlung
$\gamma$ -Strahlen . . . . .	5—370 XE	Ionisation, Photographie
Röntgenstrahlen . . . .	0,16—660 Å	Ionisation, Photographie
Ultraviolett . . . . .	20—3900 Å	Fluoreszenz, Photographie
Sichtbares Gebiet . . . .	3900—7800 Å	Auge, Photographie
Ultrarot . . . . .	0,78—300 $\mu$	Thermoelement, Bolometer, Photographie, lichtelektrischer Effekt
Elektrische Wellen . . .	0,01 cm bis $\infty$	Schwingungskreise

Von einer Wellenlänge von  $5 \text{ XE} = 5 \cdot 10^{-11} \text{ cm}$  ( $\nu \approx 10^{21} \text{ Hz}$ ) bis zur Wellenlänge der langsamen technischen Wechselströme von  $19000 \text{ km} = 1,9 \cdot 10^9 \text{ cm}$  ( $\nu = 16 \text{ Hz}$ ) ist der Bereich der elektromagnetischen Wellen fast lückenlos bekannt. Die für das sichtbare Licht abgeleiteten Gesetze gelten grundsätzlich für das ganze elektromagnetische Spektrum. Man bezeichnet daher häufig jede

elektromagnetische Strahlung mit Ausnahme der elektrischen Wellen als Licht und spricht daher auch von ultrarotem, ultraviolettem oder Röntgenlicht.

**§ 194. Ultrarotes Licht.** Bringen wir in das Spektrum der Sonne oder einer Bogenlampe ein Thermoelement, so zeigt ein empfindliches Galvanometer auch jenseits des roten Endes des sichtbaren Gebietes einen kräftigen Ausschlag. Die Lichtquelle muß also auch jenseits des Sichtbaren eine langwelligere Strahlung mit merklicher Energie aussenden. Diese ultrarote oder Wärmestrahlung verdankt ihre Entstehung der ungeordneten Wärmebewegung der Moleküle, indem die schwingenden Ladungen derselben als elektrische Oszillatoren mit allen möglichen Frequenzen wirken. Dazu kommen noch die wohldefinierten Eigenschwingungen geladener Kerne innerhalb der Moleküle und die Rotationen polarer Moleküle, s. § 210.

Da Glas das langwellige Ultrarot absorbiert, benutzt man zur Untersuchung Prismen und Linsen aus Steinsalz oder Sylvin und für ganz lange Wellen Quarz, der jedoch nur für ganz kurz- und ganz langwelliges Ultrarot durchlässig ist und dazwischen absorbiert.

Der Nachweis der ultraroten Strahlung kann bis etwa  $1,3 \mu$  mit besonders sensibilisierten Platten photographisch erfolgen. Auch der lichtelektrische Effekt ist bis etwa  $1 \mu$  anwendbar. Meist wird die ultrarote Strahlung dadurch gemessen, daß man die in ihr enthaltene Energie absorbiert und in Wärme umwandeln läßt. Man benutzt dazu ein Thermoelement bzw. zur Steigerung der Empfindlichkeit eine Reihe von hintereinandergeschalteten Elementen, eine sog. Thermosäule. Die bestrahlten Lötstellen sind berußt, so daß die auffallende Strahlung in Wärme umgewandelt wird und eine entsprechende Temperaturerhöhung ergibt. Die erzeugte Thermokraft wird mittels eines Galvanometers gemessen und ist ein Maß für die Strahlungsintensität.

Weiter benutzt man Bolometer, d. h. einen dünnen, einseitig berußten Metallstreifen. Die durch die Strahlung hervorgerufene Temperaturerhöhung ergibt eine in einer Brückenschaltung meßbare Widerstandsänderung.

Ferner kann man mit Hilfe eines Bildwandlers ultrarotes, unsichtbares Licht in sichtbares umwandeln. Dabei wird der Gegenstand mittels ultraroter Strahlen optisch auf eine für diese Strahlung empfindliche Schicht abgebildet, die unter dem Einfluß der Strahlen Photoelektronen aussendet. Diese Elektronen werden beschleunigt und elektronenoptisch auf einen Leuchtschirm abgebildet, wo sie ein sichtbares Bild durch Fluoreszenz erzeugen. Da ultrarote Strahlung durch Nebel wegen der geringeren Streuung viel leichter als gewöhnliches Licht hindurchgeht, kann man auf diese Weise durch Nebel hindurch Gegenstände sichtbar machen.

**§ 195. Ultraviolettes Licht.** Bringen wir in das Spektrum einer Bogenlampe einen Schirm mit einer Schicht von Sidotblende ( $ZnS$ ), so beobachten wir, daß der Schirm im violetten Teil des Spektrums und ebenso ein Stück über die violette Grenze hinaus aufleuchtet. Diese als Fluoreszenz bezeichnete Erscheinung, die wir in § 201 näher betrachten werden, zeigt, daß auch jenseits des kurzwelligen Endes des sichtbaren Spektrums Strahlung vorhanden ist. Dieses ultraviolette Licht erregt nicht nur Fluoreszenz, sondern wirkt auch besonders stark auf die photographische Platte, so daß man auf beiden Wegen ultraviolettes Licht erkennen und untersuchen kann.

Die Sonnenstrahlung enthält sehr viel ultraviolettes Licht, doch wird alles Licht von einer Wellenlänge unterhalb  $2900 \text{ \AA}$  in der Atmosphäre praktisch absorbiert. Auch der biologisch besonders wirksame langwelligere Bereich zwischen  $2800$  und  $3200 \text{ \AA}$  wird in der Atmosphäre, vor allem in staubhaltiger Luft merklich geschwächt. Daher ist die Wirkung der Sonnenstrahlung im Hochgebirge besonders groß.

Als künstliche Strahlungsquelle für ultraviolettes Licht benutzt man vor allem die Quecksilberdampf Lampe, s. § 133. Da gewöhnliches Glas von etwa  $3400 \text{ \AA}$  ab die ultravioletten Strahlen absorbiert, läßt man den Quecksilberdampfbogen in einem Gefäß aus Quarz brennen, der bis etwa  $2000$  durchlässig ist. Außerdem kann man gewisse für das biologisch wirksame Ultraviolett durchlässige Glassorten, wie Uviolglas, benutzen.

Wegen der Absorption in gewöhnlichem Glase benutzt man für die Untersuchung des Ultravioletts Linsen und Prismen aus dem ziemlich weit durchlässigen Quarz.

Da im kurzwelligeren Ultraviolett unterhalb  $2000 \text{ \AA}$  fast alle Stoffe, auch Luft, stark absorbieren, muß man die Strahlung in diesem Gebiet (SCHUMANN-Gebiet) im Vakuum, d. h. mit Vakuum-Spektrographen und gelatinefreien Trockenplatten untersuchen. Es ist mittels Reflexion an Beugungsgittern gelungen, bis etwa  $100 \text{ \AA}$  vorzudringen, womit der Anschluß an die Röntgenstrahlen, deren langwellige Grenze bei etwa  $600 \text{ \AA}$  liegt, gegeben ist.

Allzu starke und lange Einstrahlung von ultraviolettem Licht wirkt biologisch schädigend. Neben Sonnenbrand kann das ultraviolette Licht z. B. im Auge Bindehautentzündungen hervorrufen.

Ultraviolettes Licht ist auch photochemisch besonders wirksam. So führt die Absorption der ultravioletten Strahlung in Sauerstoff zur Ozonbildung. In der Nähe einer brennenden Quecksilberlampe nimmt man immer einen starken Ozongeruch wahr.

## II. Röntgenstrahlen.

§ 196. **Herstellung und allgemeine Eigenschaften.** Im Jahre 1895 machte RÖNTGEN<sup>1</sup> beim Experimentieren mit einem LENARDSchen Kathodenstrahlrohr die grundlegende Entdeckung, daß alle von Kathodenstrahlen getroffenen Teile des Rohres selbst eine neue unsichtbare Strahlenart aussandten. Diese vermochte außerhalb des Rohres ähnlich wie ultraviolettes Licht geeignete Stoffe zur Fluoreszenz zu erregen und die photographische Platte zu schwärzen. Im Gegensatz zu den Kathodenstrahlen sind diese Röntgenstrahlen weder durch elektrische noch durch magnetische Felder ablenkbar und besitzen für alle Stoffe ein mehr oder weniger starkes Durchdringungsvermögen. Aus der Interferenz der Röntgenstrahlung, s. § 198, folgt, daß sie eine Strahlung wie das Licht darstellen; ihre Wellenlänge ist jedoch noch erheblich kleiner als die des Ultraviolett. Neben chemischen Wirkungen haben Röntgenstrahlen auch sehr starke biologische Wirkungen, s. § 197.

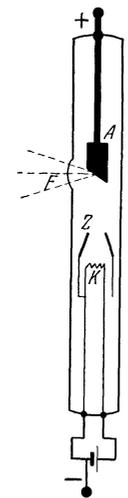


Abb. 365. Röntgenröhre mit Glühkathode.

Röntgenstrahlen entstehen überall da, wo Kathodenstrahlen (schnelle Elektronen) auf feste Körper aufprallen und gebremst werden. Zu ihrer Herstellung benutzt man heute fast nur noch hoch-evakuierte Röhren mit einer Glühkathode als Elektronenquelle, s. Abb. 365. Als Kathode  $K$  dient ein elektrisch geheizter Wolframdraht. Die Anode  $A$ , auch als Antikathode bezeichnet, besteht aus einem Block aus einem schwer schmelzbaren Material, wie Wolfram. Zwischen Anode und Kathode wird eine hohe Spannung angelegt, die je nach dem Verwendungszweck zwischen einigen zehntausend und einigen hunderttausend Volt gewählt wird. Die aus der Kathode verdampfenden Elektronen werden in dem zwischen Anode und Kathode wirksamen elektrischen Felde beschleunigt und fallen mit großer Geschwindigkeit auf die Antikathode, s. § 130. Da bewegte elektrische Ladung einen elektrischen Strom darstellt, bedeutet die Bremsung

<sup>1</sup> WILHELM KONRAD RÖNTGEN, 1845—1923, Professor in Würzburg und München.

eine plötzliche Änderung der Stromstärke, die, vgl. § 146, zur Ausstrahlung von elektromagnetischen Wellen führt. Dabei entstehen ähnlich wie bei einem Knall keine regelmäßigen Wellenzüge bestimmter Frequenz. Vielmehr zeigt diese sog. Bremsstrahlung ein kontinuierliches Spektrum. Daneben tritt noch eine für die Atome des Antikathodenmaterials charakteristische und aus scharfen Linien bestehende sog. charakteristische Strahlung auf, vgl. § 208. Die Ausbeute an Röntgenstrahlen ist sehr gering, da fast die gesamte kinetische Energie der auf die Antikathode aufschlagenden Elektronen, nämlich etwa 99,9%, in Wärme umgewandelt wird. Daher muß die Antikathode auf einem dicken, die Wärme gut ableitenden Metallkörper sitzen oder noch besonders gekühlt werden. Für die praktische Anwendung der Röntgenstrahlen, um z. B. möglichst scharfe Schattenbilder zu erhalten, muß die eigentliche Strahlenquelle möglichst begrenzt sein. Das erreicht man, indem man das Elektronenstrahlbündel mittels der elektrostatischen Wirkung eines mit der Kathode verbundenen Zylinders  $Z$  auf einen Fleck, den Brennfleck vereinigt. Die Röntgenstrahlen treten durch das Glasfenster  $F$  ins Freie. Die Röhre selbst ist, um die übrige Strahlung abzuschirmen, möglichst im Metall gekapselt. Abb. 366 zeigt eine einfache, an das Wechselstromnetz anzuschließende Anlage zum Betrieb einer Röntgenröhre.

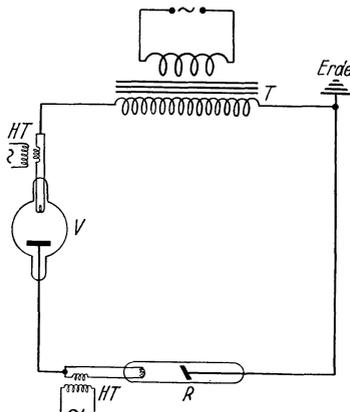


Abb. 366. Schaltung einer Röntgenanlage.

Die vom Hochspannungstransformator gelieferte Wechselspannung darf immer nur so lange an der Röhre liegen, als der Heizfaden Kathode ist, da bei anderer Polung die heiße Antikathode Elektronen abgeben würde. Da eine solche rückläufige Entladung immer zur Zerstörung des dünnen Heizfadens führt, muß zum Schutz der Röhre ein Ventilrohr  $V$  (Glühkathodenrohr, vgl. § 129) eingeschaltet werden. Die Heizung der Glühdrähte der Ventil- und Röntgenröhre erfolgt durch Heiztransformatoren, die eine Spannung von wenigen Volt liefern. Da sich die Sekundärspulen auf hoher Spannung befinden, müssen sie gegen die Primärwicklung entsprechend isoliert sein.

Die von einer Röntgenröhre gelieferte Strahlung ist um so kurzwelliger, je höher die Betriebsspannung der Röhre ist, vgl. § 203. Mit abnehmender Wellenlänge wächst nun das Durchdringungsvermögen der Strahlen. Man unterscheidet harte und weiche Röntgenstrahlen und nennt die Strahlung um so härter, je durchdringender, also je kurzwelliger sie ist. Die Glühkathodenröhre erlaubt es, in sehr bequemer Weise das Durchdringungsvermögen und die Intensität der Strahlung völlig unabhängig voneinander zu variieren. Durch Verändern der Heizstromstärke kann man die Zahl der Elektronen und damit die Intensität der Strahlung und durch die Spannung zwischen Anode und Kathode die Härte regeln. Auf diese Weise ist eine zuverlässige Dosierung von Röntgenstrahlen in der Medizin möglich.

Das war mit den früher benutzten gasgefüllten Röhren nicht möglich. Bei diesen wurden die Elektronen durch Stoßionisation gebildet. Dabei sinkt mit wachsender Spannung die Zahl der gebildeten Elektronen, so daß man hier die Härte nicht mehr unabhängig von der Intensität variieren kann. Außerdem sinkt bei längerem Gebrauch der Gasinhalt der Röhre, weil das von den Elektronen zerstäubte Material Gas adsorbiert. Dadurch wird die Röntgenstrahlung im Laufe der Betriebszeit härter. Diese Röhren müssen daher zum Ausgleich mit einer Regenerierungsvorrichtung ausgestattet werden.

Röntgenstrahlen kann man dadurch sichtbar machen, daß man sie auf einen mit Bariumplatinzyanür oder einer anderen geeigneten Leuchtmasse bestrichenen

Schirm auffallen läßt. Unter der Wirkung der Strahlung fluoresziert die Schicht in grüngelbem Lichte.

Zur genauen Intensitätsmessung benutzt man das Ionisierungsvermögen der Röntgenstrahlen. Die sog. Strahlendosis, d. h. das Produkt aus Strahlungsintensität und Bestrahlungsdauer, die für die physiologische Wirkung maßgebend ist, kann man durch die Zahl der in einem  $\text{cm}^3$  durchstrahlter Luft gebildeten Ionen bestimmen. Diese wiederum wird durch die beim Sättigungsstrom abgeschiedene Elektrizitätsmenge gemessen, vgl. § 128.

### § 197. Die Schwächung der Röntgenstrahlen beim Durchgang durch Materie.

Das Durchdringungsvermögen der Röntgenstrahlen nimmt mit abnehmender Wellenlänge sehr stark zu. Die Strahlung einer bestimmten Wellenlänge wird beim Durchgang durch verschiedene Materialien um so mehr geschwächt, je höher die Atomgewichte, genauer die Ordnungszahlen, s. § 207, der darin enthaltenen Elemente und je mehr Atome in der Volumeneinheit sind. Daher wächst die Absorption mit der Dichte des Materials. Bei Verbindungen setzt sich die Schwächung additiv aus den von den Einzelementen hervorgebrachten Wirkungen zusammen. So kommt es, daß Wasser und organische Körper, also z. B. Weichteile, die nur Elemente niedriger Ordnungszahlen, wie H, C, N und O mit  $Z = 1, 6, 7$  und 8 enthalten, verhältnismäßig wenig absorbieren, während Knochen wegen ihres Gehaltes an Phosphor ( $Z = 15$ ) und Kalzium ( $Z = 20$ ) die Strahlung viel stärker schwächen. Darauf beruht die Kontrastwirkung zwischen Knochen und Muskelgewebe in dem bei der Durchleuchtung eines Körpers erhaltenen Schattenbilde. Ein Holzsplitter in der Hand gibt einen kaum wahrnehmbaren, eine Metallnadel einen sehr kräftigen Schatten. Um Röntgenbilder des Magens oder Darmkanals zu erhalten, gibt man dem Patienten einen barium- oder wismuthaltigen Brei; Bi hat die Ordnungszahl 83.

Die Schwächung von Röntgenstrahlen beim Durchgang durch Materie beruht sowohl auf einer wahren Absorption wie auf einer Streuung des einfallenden Lichtes. Die Energie der absorbierten Strahlung wird in den einzelnen Atomen absorbiert. Im weiteren Verlauf kommt es teils zur Ionisation, d. h. zu einer Ablösung von Elektronen (Photoeffekt), teils zur Aussendung einer Fluoreszenzstrahlung, die für das betreffende Atom charakteristisch ist, vgl. § 208. In dieser sekundären Wellenstrahlung ist außerdem Licht der ursprünglichen Wellenlänge enthalten, das also wie gewöhnliches Licht einfach an den Atomen gestreut worden ist und daher als Streustrahlung bezeichnet wird.

Die vom Organismus absorbierten Röntgenstrahlen haben erhebliche biologische Wirkungen, die für die Heilkunde von größter Bedeutung sind. So kann man, allerdings sorgfältigste Dosierung und Kontrolle vorausgesetzt, viele Fälle von Haut- und Haarkrankheiten, tuberkulöse Prozesse, Krebs usw. mit Erfolg mit Röntgenstrahlen behandeln. Da die Röntgenstrahlen bei längerer Einwirkung große Schädigungen hervorrufen, insbesondere zu Sterilität und in schweren Fällen zu Röntgenverbrennungen und Röntgenkrebs führen können, muß jeder, der viel mit Röntgenstrahlen arbeitet, sich besonders schützen, und zwar auch gegen die Streustrahlung. Das geschieht mit Bleischirmen, Beobachtung durch Fenster und Brillen aus Bleiglas und vor allem durch eine möglichst gute Kapselung der Röntgenröhre selbst. Im allgemeinen gewähren eine Schicht von 2 mm Blei oder eine Ziegelmauer von etwa 25 cm einen ausreichenden Schutz.

### § 198. Röntgeninterferenzen an Kristallen. Strukturanalyse.

Der sichere Nachweis der Wellennatur der Röntgenstrahlen gelang erst spät, da man wegen der Kürze der Wellen auch an den feinsten mechanischen Strichgittern keine Interferenz bekam. VON LAUE wies nun darauf hin, daß die Natur uns Gitter der erforderlichen Feinheit liefert, und zwar in den Kristallen. Wegen des regelmäßigen Baues eines Kristalles bilden ja dessen Atome ein sog. Raumgitter,

vgl. die Abb. 61, dessen Atomabstände gerade bei Röntgenstrahlen gut wahrnehmbare Beugungen ergeben müssen. Schickt man ein schmales Bündel Röntgenlicht durch einen Kristall, so findet, ähnlich wie bei der Beugung von gewöhnlichem Licht an den Spalten eines Strichgitters, an jedem Atom- oder Ion eine Beugung statt. Die abgebeugten Wellen interferieren miteinander und vernichten sich gegenseitig weitgehend, so daß nur in ganz wenigen bestimmten Richtungen Röntgenlicht abgebeugt wird. Bringt man hinter den Kristall eine photographische Platte, so erhält man ein für den betreffenden Kristall charakteristisches Diagramm, s. Abb. 367.

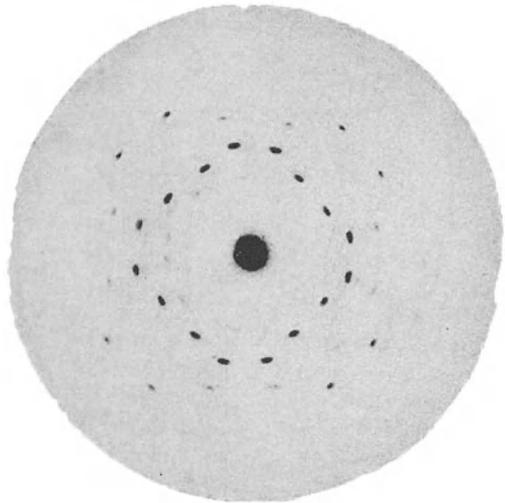


Abb. 367. LAUE-Diagramm der Zinkblende.

Die Röntgeninterferenzen an Kristallen geben uns einmal die Möglichkeit, wenn das Raumgitter bekannt ist, die Wellenlängen der verschiedenen Röntgenstrahlungen zu messen. Umgekehrt kann man mit Hilfe von Strahlen bekannter Wellenlänge die Gitterkonstanten, d. h. die geometrische Anordnung der Atome im Kristallgitter bestimmen.

Da das LAUE-Diagramm auf einem recht verwickelten Beugungs- und Interferenzvorgang beruht, benutzt man meistens übersichtlichere Verfahren, vor allem die Reflexion der Röntgenstrahlen an den einzelnen Netzebenen eines Kristalls (BRAGG). Der Kristall besteht ja aus einer Folge von sog. Netzebenen, in denen die Atome regelmäßig angeordnet sind. Wir lassen nun ein Bündel von monochromatischem Röntgenlicht unter dem Winkel  $\varphi$  auf diese Ebenen auffallen, s. Abb. 368, die einen senkrechten Schnitt durch einen regulären Kristall wie NaCl zeigt.

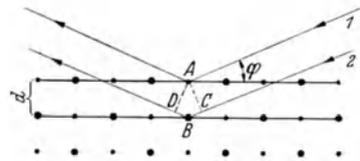


Abb. 368. Reflexion von Röntgenstrahlen durch Beugung am Kristallgitter des NaCl; • Na-Ionen, • Cl-Ionen.

An jedem Atom tritt Beugung ein. Die an den Atomen einer einzelnen Netzebene abgebeugten Wellen ergeben nach dem HUYGENSSchen Prinzip einen nach dem gewöhnlichen Reflexionsgesetz abgebeugten Strahl, vgl. Abb. 128. Dessen Intensität ist allerdings nur dann merklich, wenn er bei der Interferenz mit den an den folgenden Netzebenen reflektierten Strahlen verstärkt wird. Das ist aber nur dann möglich, wenn der Gangunterschied  $\Delta$  der an benachbarten Netzebenen reflektierten Strahlen 1 und 2 gleich einem ganzzahligen Vielfachen der Wellenlänge der einfallenden Strahlen ist. Da der Strahl 2 gegenüber dem Strahl 1 den zusätzlichen Weg  $cbd$  zurückgelegt hat, ist  $\Delta = 2d \sin \varphi$ , wo  $d$  die Gitterkonstante, d. h. den Abstand zweier benachbarter Netzebenen bedeutet. Wir erhalten daher im reflektierten Strahl Helligkeit, wenn

$$2d \sin \varphi = n\lambda; \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

ist. Für alle anderen Winkel vernichten sich die abgebeugten Strahlen gegenseitig durch Interferenz. Lassen wir kontinuierliches Licht unter einem bestimmten Winkel auffallen, so werden nur diejenigen Wellenlängen mit merklicherer Intensität reflektiert, die der obigen Bedingung genügen.

Mit Hilfe von Röntgeninterferenzen hat man die Strukturen zahlreicher Kristalle genau bestimmen können. Ebenso ist es gelungen, durch Beugung von Röntgenstrahlen an den Molekülen von Dämpfen die Anordnung der beugenden Atome innerhalb der Einzelmoleküle, d. h. das sog. Kerngerüst der Moleküle zu vermessen. Die in den Abb. 61 und 56 wiedergegebenen Kristall- und Molekülstrukturen sind vor allem durch Röntgeninterferenzen bestimmt worden. Die Technik benutzt Röntgenstrahlen, um das kristalline Gefüge von Metallen und Legierungen sowie das Verhalten der Metalle bei der Bearbeitung zu untersuchen. Auch Fehlstellen und unzulässige Beanspruchungen lassen sich röntgenographisch feststellen.

## E. Strahlung und Materie.

### I. Temperatur- und Lumineszenzstrahlung.

Um einen Körper zum Leuchten zu bringen, muß man seinen Atomen Energie zuführen. Das geschieht am einfachsten durch Erhitzen. In diesem Falle spricht man von Temperaturstrahlung. Alle andern Leuchtvorgänge, bei denen die Energie nicht aus dem Wärmeinhalt des leuchtenden Körpers stammt, faßt man unter der Bezeichnung Lumineszenz zusammen. Die Energiezufuhr kann dabei auf elektrischem Wege wie bei den Gasentladungen, vgl. § 132, also durch Elektronenstoß erfolgen (Elektrolumineszenz). Ferner vermögen die Atome und Moleküle gewisse Frequenzgebiete des Lichtes zu absorbieren und diese Energie ganz oder teilweise wieder auszustrahlen (Fluoreszenz und Phosphoreszenz). Schließlich kann Lumineszenz auch durch mechanische oder chemische Vorgänge erregt werden.

**§ 199. Temperaturstrahlung. Schwarzer Körper.** Erhitzen wir einen Körper, etwa einen Platindraht, auf elektrischem Wege, so sendet er zunächst nur eine langwellige Wärmestrahlung aus. Mit steigender Temperatur kommen immer mehr kürzere Wellen hinzu und der Körper beginnt schließlich zu leuchten, und zwar glüht er zuerst rot, dann gelb und schließlich weiß. Mit der Temperatur ändert sich also offenbar die Zusammensetzung der Strahlung. Ferner wächst, wie leicht festzustellen ist, die insgesamt ausgestrahlte Energie mit der Temperatur sehr stark an.

Die Temperaturstrahlung beruht darauf, daß die Energie der ungeordneten Wärmebewegung der Moleküle durch Stoß zum Teil auf die Elektronen und Atome übergeht. Diese werden dabei zu ungeordneten Schwingungen mit allen möglichen Frequenzen angeregt. Die mit wachsender Temperatur immer stärker schwingenden Ladungen wirken wie atomare Sender und senden elektromagnetische Wellenzüge der verschiedensten Frequenzen aus. Umgekehrt geraten diese Oszillatoren beim Auftreffen von Strahlung, die ihre Eigenfrequenz enthält, selbst in Resonanz, absorbieren also Strahlungsenergie. Diese kann wieder ausgesandt werden oder in ungeordnete molekulare Energie, d. h. in Wärme umgewandelt werden.

Bringt man eine Lichtquelle in ein elektrisches oder magnetisches Feld, so werden natürlich die Elektronenschwingungen beeinflußt. Da dabei eine Änderung der Frequenzen des emittierten Lichtes auftritt, ist bewiesen, daß das gewöhnliche Licht die Strahlung von schwingenden elektrisch geladenen Teilchen darstellt. Die magnetische Beeinflussung der Spektrallinien (Aufspaltung und Verschiebung der ursprünglichen Frequenz) wird als ZEMAN-Effekt, der entsprechende elektrische Effekt als STARK-Effekt bezeichnet.

Die allgemeine Erfahrung lehrt, daß in der Natur von selbst keine Temperaturdifferenzen auftreten (zweiter Hauptsatz der Wärmelehre). Da nun jeder Körper

auch bei noch so tiefer Temperatur fortwährend strahlt, also Energie abgibt, muß dieser Energieverlust ständig gedeckt werden. Das geschieht, indem der Körper von der Energie, die die umgebenden Körper ihm zustrahlen, einen bestimmten Teil absorbiert und in Wärme umwandelt. Bei diesem Temperaturgleichgewicht handelt es sich also nicht um einen Ruhezustand, sondern um ein bewegliches Strahlungsgleichgewicht, vgl. auch Abb. 369. Die Absorption eines Körpers beschreiben wir durch sein Absorptionsvermögen  $A$ . Darunter verstehen wir den Bruchteil der auffallenden Strahlungsenergie, der vom Körper absorbiert, also weder reflektiert noch durchgelassen wird. Ein Körper, der alle auftreffende Strahlungsenergie absorbiert und in Wärme umwandelt, hat das Absorptionsvermögen  $A = 1$ . Wir bezeichnen ihn als einen vollkommen schwarzen Körper, über seine Verwirklichung s. weiter unten. Für einen Körper, der ein Viertel der Strahlung absorbiert, ist  $A = 0,25$ .

Hat ein Körper dieselbe Temperatur wie seine Umgebung, so ist die in der Zeiteinheit von ihm ausgesandte oder emittierte Energie gleich der absorbierten. Daraus folgt, daß ein stark absorbierender Körper auch stark emittiert und umgekehrt. Eine berußte Fläche strahlt daher viel mehr als eine gut reflektierende. Dieses Gesetz gilt nicht nur für die Gesamtstrahlung, sondern für jedes einzelne Frequenzgebiet, d. h. ein Körper absorbiert diejenigen Frequenzen am stärksten, die er selbst emittiert. Die gelb leuchtende Na-Flamme sendet nur Licht von zwei dicht benachbarten Wellenlängen bei  $589 \text{ m}\mu$  aus. Schicken wir umgekehrt von einem glühenden Körper kommendes weißes Licht durch Na-Dampf und untersuchen das Licht im Spektralapparat, so finden wir im kontinuierlichen Spektrum zwei scharfe dunkle Linien, die dieselbe Lage wie die vom leuchtenden Na-Dampf emittierten Linien haben. Der Na-Dampf spricht also genau wie ein Resonator auf das Licht seiner Eigenfrequenz an und absorbiert die darauf entfallende Energie.

Der genaue Zusammenhang zwischen der emittierten und absorbierten Strahlungsenergie wird durch das für jede Temperatur und für jede Wellenlänge gültige KIRCHHOFFSche Strahlungsgesetz wiedergegeben, welches besagt: Das Verhältnis zwischen Emissions- und Absorptionsvermögen ist für alle Körper dasselbe und gleich dem Emissionsvermögen  $e$  eines schwarzen Körpers derselben Temperatur oder

$$E/A = e.$$

$E$  ist das Emissionsvermögen des betreffenden Körpers, d. h. die von  $1 \text{ cm}^2$  der Oberfläche pro Sekunde ausgesandte Strahlungsenergie. Das Emissionsvermögen  $e$  des schwarzen Körpers ist ausschließlich eine Funktion der Wellenlänge und Temperatur.

Beweis: Es sei  $I$  eine schwarze Fläche, s. Abb. 369. Ihr gegenüber stehe eine gleich große Fläche  $II$  mit dem beliebigen Emissionsvermögen  $E$  so, daß die von einer Platte ausgehende Strahlung immer die andere trifft. Im Falle des Strahlungsgleichgewichtes (Temperaturkonstanz) muß die von  $II$  ausgestrahlte Energie pro Flächeneinheit  $E$  gleich dem absorbierten Anteil der von  $I$  zugestrahlten Energie  $e$  sein, d. h. es muß die Beziehung  $E = eA$  gelten.

Es gibt keinen Stoff, dessen Oberfläche im physikalischen Sinne vollkommen schwarz ist, d. h. der jede Strahlung, gleich welcher Wellenlänge, völlig absorbiert. Man kann aber einen schwarzen Körper durch einen Kunstgriff verwirklichen. Denken wir uns einen Hohlraum mit innen geschwärzten Wänden und einer kleinen Öffnung in der Stirnwand, s. Abb. 370. Ein einfallender Strahl möge beim ersten Auftreffen auf die Wand zu 95% absorbiert werden. Der meist diffus reflektierte

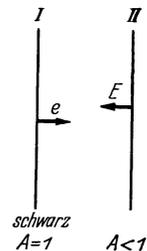


Abb. 369. Zum KIRCHHOFFSchen Strahlungsgesetz.

Strahl enthält dann nur 5% der ursprünglichen Energie. Bei der nächsten Reflexion werden von diesen 5% wieder nur 5%, d. h. nur noch 0,25% der ursprünglichen Intensität reflektiert. Ist die Öffnung genügend klein, so erfährt jeder Strahl, ehe er wieder austreten kann, eine mehrmalige Reflexion. Dann ist aber auch die einfallende Energie praktisch völlig absorbiert. Heizen wir diesen Hohlraum auf, so strahlt die Öffnung wie ein schwarzer Körper.

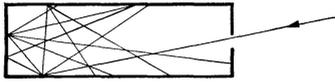


Abb. 370. Hohlraumstrahlung.

Wegen der Art ihrer Herstellung bezeichnet man die schwarze Strahlung auch als Hohlraumstrahlung. Diese ist dadurch ausgezeichnet, daß sie bei gleicher Temperatur für jede Wellenlänge größer ist als die jedes anderen Körpers.

Die Strahlung der Sonne ist für den Wärmehaushalt der Erde und damit auch für das organische Leben von ausschlaggebender Bedeutung. Alle Energie in Kohle- und Öllagern ist gespeicherte Sonnenenergie. Die Energie von Wind- und Wasserströmungen stammt letzten Endes ebenfalls von der Sonne. Die der Erde zugestrahlte Sonnenenergie messen wir durch die Solarkonstante und verstehen darunter die im Mittel in einer Minute und auf 1 cm<sup>2</sup> der Erdoberfläche eingestrahlte Energie. Sie beträgt etwa 2 cal. Die Gesamteinstrahlung würde ausreichen, um in jedem Jahr einen etwa 30 m dicken, die ganze Erde bedeckenden Eispanzer zu schmelzen. Wegen der Absorption in der Atmosphäre gelangt allerdings nur etwa die Hälfte der eingestrahlten Sonnenenergie bis zur Erdoberfläche.

**§ 200. Die Gesetze der schwarzen Strahlung.** Die hier kurz zusammengestellten Strahlungsgesetze sind Grenzesetze, indem sie nur für einen vollkommen schwarzen Körper streng gelten. Für jeden anderen Temperaturstrahler sind sie nur mehr oder weniger genähert erfüllt.

Die im Spektrum des schwarzen Körpers für verschiedene Temperaturen gemessene Energieverteilung zeigt die Abb. 371. Die Ordinate  $E_\lambda$  gibt das Emissionsvermögen in Abhängigkeit von der Wellenlänge an ( $E_\lambda d\lambda$  mißt die im Bereich zwischen  $\lambda$  und  $\lambda + \Delta\lambda$  ausgestrahlte Energie). Der ins sichtbare Gebiet fallende Strahlungsanteil, schraffiert gezeichnet, wird erst bei Temperaturen oberhalb 1000° abs von nennenswerter Größe. Die Energieverteilung zeigt für alle Temperaturen ein Maximum, das sich mit wachsender Temperatur zu kürzeren Wellenlängen verschiebt. Dabei gilt das WIENSche Verschiebungsgesetz, wonach das Produkt aus der absoluten Temperatur  $T$  und der dem Emissionsmaximum entsprechenden Wellenlänge  $\lambda_{\max}$  konstant ist, also

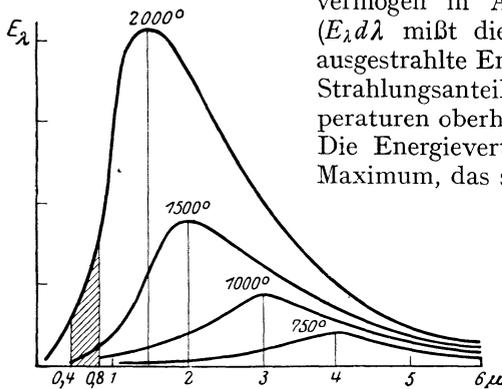


Abb. 371. Energieverteilung im Spektrum des schwarzen Körpers.

$\lambda_{\max} \cdot T = \text{const} = 2880 \mu \cdot \text{grad},$   
d. h. für 0,5  $\mu$  liegt das Maximum bei 5760° abs. Die Gesamtstrahlung  $E$ , die durch die von der Strahlungskurve und der Abszissenachse eingeschlossene Fläche gegeben ist, wächst außerordentlich rasch, und zwar mit der vierten Potenz der absoluten Temperatur. Es ist also (STEFAN-BOLTZMANN'SCHES GEsETZ)

$$E = \sigma T^4,$$

wo  $\sigma = 5,73 \cdot 10^{-5} \text{ erg cm}^{-2} \text{ Grad}^{-4} \text{ sec}^{-1}$  ist.

PLANCK ist es gelungen, die Energieverteilung im Spektrum mit Hilfe der Quantentheorie, s. § 203, abzuleiten und zusammenfassend darzustellen. Seine Beziehung lautet:

$$E_\lambda = \frac{C \cdot \lambda^{-5}}{e^{\frac{c}{\lambda T}} - 1}.$$

$E_\lambda$  ist ein Maß für die Energiestrahlung bei der Wellenlänge  $\lambda$ . Dieses von PLANCK abgeleitete und durch die Erfahrung bestens bestätigte Strahlungsgesetz beruht auf der Annahme, daß die Energie eines schwingenden Oszillators nicht beliebige und stetig veränderliche, sondern nur bestimmte feste Werte, sog. Energiequanten, annehmen kann. Diese haben die Werte  $n h \nu$ , wo  $n = 1, 2, 3, \dots$  ist,  $\nu$  die Eigenfrequenz des Oszillators und  $h$  eine universelle Konstante, das sog. Wirkungsquantum bedeutet. Da die Konstanten  $C$  und  $c$  direkt mit dem Wirkungsquantum und anderen bekannten Konstanten verknüpft sind, läßt sich die Größe  $h$  aus Strahlungsmessungen bestimmen. Sie hat den Wert  $6,61 \cdot 10^{-27}$  erg s, vgl. dazu auch § 203.

Die Gesetze der schwarzen Strahlung geben uns die Möglichkeit, hohe, sonst nicht meßbare Temperaturen optisch zu bestimmen (optische Pyrometrie). Natürlich erhält man nur für einen praktisch schwarzen Körper, z. B. einen Hochofen, dessen Inneres man durch eine enge Öffnung anvisiert, richtige Werte. Für nichtschwarze Körper erhält man zu tiefe Temperaturen.

Die meisten unserer Lichtquellen sind heute noch Temperaturstrahler. Bei diesen fällt, wie Abb. 371 zeigt, nur ein kleiner Teil der ausgestrahlten Energie in das sichtbare Gebiet. Der allergrößte Teil ist Wärmestrahlung, also für die Beleuchtung verloren. Der optische Wirkungsgrad beträgt günstigstenfalls wenige Procente. Er wächst zwar mit der Temperatur, da ja das Maximum der Strahlung ins Sichtbare rückt, und erreicht zwischen  $6000$  und  $7000^\circ$  abs. seinen Höchstwert. Doch bleibt dabei immer noch der überwiegende Teil der Strahlung für das Auge unwirksam. Leider kann man künstliche Lichtquellen von so hoher Temperatur nicht herstellen. Das Streben der Leuchttechnik geht daher dahin, Lichtquellen zu entwickeln, die selektiv im Sichtbaren, und zwar möglichst im Gebiete der größten Empfindlichkeit des Auges, d. h. im Grüngelben strahlen. Die Anregung zu dieser Lumineszenz muß elektrisch oder optisch erfolgen, s. § 201.

**§ 201. Fluoreszenz und Phosphoreszenz.** Manche Stoffe, wie Lösungen von Fluoreszein, Eosin u. dgl., oder Sidotblende und Uranglas haben die Fähigkeit, in bestimmten Spektralgebieten das auf sie auffallende Licht zu absorbieren und dann als Licht von im allgemeinen größerer Wellenlänge wieder auszusenden. Verschwindet die Ausstrahlung nach dem Abschalten des erregenden Lichtes sofort, so spricht man von Fluoreszenz. Leuchtet der Körper dagegen nach, so spricht man von Phosphoreszenz.

$\alpha$ ) Fluoreszenz. Beleuchten wir ein Stück Uranglas nacheinander mit grünem, blauem, violetttem oder ultravioletttem Licht, so beobachten wir, daß es immer mit derselben grünlichen Farbe leuchtet. Die Zusammensetzung der Fluoreszenzstrahlung ist für den betreffenden Körper charakteristisch. Mit Licht, das langwelliger als das Fluoreszenzlicht ist, also in unserem Falle mit z. B. rotem Licht, kann man dagegen keine Fluoreszenz erregen. Diese Erscheinung beobachtet man bei fast allen fluoreszierenden Stoffen, so daß im allgemeinen die Fluoreszenzstrahlung langwelliger als die erregende Strahlung ist (STOKESSche Regel).

Die Fluoreszenz darf nicht mit der gewöhnlichen Lichtzerstreuung an einem trüben Medium verwechselt werden, bei der ja das Licht ohne Änderung der Wellenlänge an kleinsten Teilchen seitlich abgelenkt wird. Bei der Fluoreszenz wird dagegen Strahlungsenergie absorbiert und die Energie in den Atomen aufgespeichert, wodurch diese zur Ausstrahlung von im allgemeinen andersfarbigem Lichte veranlaßt werden.

Fluoreszenzanalyse. Stoffe, die im gewöhnlichen Lichte gleich aussehen, unterscheiden sich oft überraschend durch ihr Fluoreszenzlicht. So kann man mit Hilfe einer sog. Analysenlampe, die nur ultraviolettes Licht gibt, im Dunkeln Fälschungen von Briefmarken, Banknoten, Lebensmitteln, Edelsteinen u. dgl. einwandfrei erkennen. Auch unter dem Mikroskop kann die Beobachtung des Fluoreszenzlichtes sonst kaum erkennbare Feinheiten des Präparates enthüllen (Fluoreszenzmikroskopie).

β) Phosphoreszenz. Unter einem phosphoreszierenden Körper, einem Phosphor, verstehen wir einen Stoff, der auch nach dem Abschalten der erregenden Lichtquelle leuchtet. Dieses Nachleuchten kann Bruchteile von Sekunden, aber auch Tage dauern. Ein Phosphor besteht aus einem Grundstoff mit Spuren von Schwermetallen oder organischen Stoffen, z. B. 0,000006 g Cu in 1 g ZnS. Der Mechanismus der Aufspeicherung der absorbierten Energie und ihrer nachfolgenden Ausstrahlung ist sehr verwickelt. Die gespeicherte Energie wird um so langsamer ausgestrahlt, je tiefer die Temperatur ist.

Mit Hilfe von Phosphoren kann man den optischen Wirkungsgrad von Lichtquellen erheblich verbessern. So baut man Hg-Lampen, die bis zu etwa 80% der elektrisch zugeführten Stromenergie in Strahlung, und zwar vorwiegend in ultraviolette, umzusetzen vermögen. Diesen ultravioletten Anteil kann man durch geeignete im Innern der Lampe angebrachte Leuchtstoffe in sichtbares Licht umwandeln und dadurch einen erheblich günstigeren optischen Wirkungsgrad als bei Temperaturstrahlern erreichen.

An weiteren Lumineszenzerscheinungen seien noch erwähnt:

Die Tribolumineszenz. Beim Zerbrecen von Zucker, Kreide u. dgl. beobachtet man im Dunkeln ein schwaches Leuchten.

Die Chemolumineszenz. Dazu gehört das Leuchten des Phosphors durch Oxydation, ferner das Leuchten von Glühwürmchen, Leuchtbazillen auf faulem Holz, Fleisch usw., und dann auch das von kleinsten Lebewesen hervorgerufene Meeresleuchten.

## II. Teilcheneigenschaften des Lichts.

Wir kennen bisher das Licht als einen Wellenvorgang. Alle bisher betrachteten Erscheinungen der Lichtausbreitung, wie die Reflexion, Brechung, Beugung, Streuung, Absorption usw. sind verständlich, wenn wir das Licht als kurze elektromagnetische Wellen betrachten. Gehen wir jedoch dazu über, die Vorgänge bei der Umwandlung von Strahlungsenergie in die Energie von Elektronen, Atomen und Molekülen und umgekehrt, insbesondere den Energieumsatz, am einzelnen Teilchen zu betrachten, so versagt das Bild von der Wellennatur des Lichtes. Vielmehr besitzt bei diesen optischen Elementarvorgängen das Licht die Eigenschaft von Teilchen, die eine bestimmte Energie sowie Masse und Impuls besitzen. Das zeigt besonders eindrucksvoll der lichtelektrische Effekt.

**§ 202. Der lichtelektrische Effekt.** Lassen wir ultraviolettes Licht auf eine Metallplatte fallen, so vermag dieses aus dem Metall Elektronen frei zu machen. Zum Nachweis benutzen wir die in Abb. 372 dargestellte Anordnung, am besten eine der üblichen Photozellen mit einer Alkalischicht als lichtempfindliche Elektrode, die schon auf sichtbares Licht anspricht, s. weiter unten. An die hochevakuierte Zelle legen wir eine Spannung an, so daß die aus der Alkalischicht ausgelösten Elektronen zu der netz- oder ringförmigen Anode herübergezogen werden und in einem eingeschalteten Galvanometer einen meßbaren Strom ergeben. Machen wir die Alkalielektrode zur Anode oder schalten das Licht ab, so verschwindet der Strom.

Die nähere Untersuchung dieses lichtelektrischen Effekts (Photoeffekts) durch LENARD ergab folgende überraschende Tatsachen:

Die kinetische Energie  $E$  der aus dem Metall austretenden Elektronen ist von der Intensität des Lichtes unabhängig. Dagegen hängt sie von der Wellenlänge des einfallenden Lichtes ab, und zwar wächst sie streng linear mit dessen Frequenz.

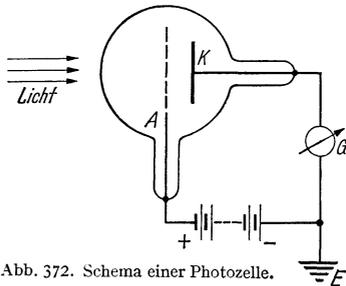


Abb. 372. Schema einer Photozelle.

Außerdem beginnt die Auslösung von Elektronen erst oberhalb einer bestimmten für das Kathodenmaterial charakteristischen Grenzfrequenz  $\nu_g$ . Es gilt also die Beziehung

$$E = \frac{m}{2} v^2 = C(\nu - \nu_g).$$

Die langwellige Grenze liegt im allgemeinen im Ultravioletten. Eine Ausnahme bilden die Alkalimetalle, wo die Grenzwellenlänge ins Sichtbare rückt. Beim Zäsium liegt sie sogar im Ultraroten bei etwa 1000 m $\mu$ .

Alle Wellen, deren Frequenz kleiner als  $\nu_g$  ist, also auch Röntgen- und  $\gamma$ -Strahlen, vermögen Elektronen frei zu machen. Erfolgt die Ablösung der Elektronen an den Atomen und Molekülen eines Gases, so wird dieses ionisiert.

Die Zahl der ausgelösten Elektronen ist der auffallenden Lichtintensität streng proportional. Darauf beruht die lichtelektrische Photometrie. Benutzt man statt hochevakuiertes Zellen solche mit Gasfüllung, so erhält man infolge der dann auftretenden Stoßionisation wesentlich stärkere Ströme. Die lichtelektrische Zelle findet in Laboratorien und in der Technik immer größere Anwendung (Bildtelegraphie, Tonfilm, Überwachung von allen möglichen Vorgängen u. dgl.).

Neben diesem bisher besprochenen äußeren lichtelektrischen Effekt gibt es noch einen inneren lichtelektrischen Effekt. Dieser besteht darin, daß das Licht im Innern gut isolierender Kristalle (Diamant, Steinsalz usw.) Elektronen frei macht, die unter dem Einfluß eines von außen angelegten Feldes wandern können. Der Kristall wird also durch die Bestrahlung leitend.

Von praktischer Bedeutung sind noch die sog. Sperrschichtphotozellen. Auf eine dicke Kupferschicht wird eine Schicht von Kupferoxydul,  $\text{Cu}_2\text{O}$ , erzeugt und darauf ein Metallnetz als Elektrode gepreßt, s. Abb. 373. Belichten wir diese Zelle von oben, so erhalten wir bereits ohne äußere Spannungsquelle einen der Beleuchtungsstärke proportionalen Strom.

Legt man an diese Anordnung, ohne sie zu belichten, eine Spannung von einigen Volt an, so geht nur Strom hindurch, wenn das Metallnetz Anode ist. Die Grenze zwischen  $\text{Cu}$  und  $\text{Cu}_2\text{O}$  wirkt in der einen Richtung für die Elektronen als Sperrschicht. Wir haben also eine Gleichrichterwirkung, einen sog. Trockengleichrichter vor uns. Schalten wir jetzt die äußere Spannung ab und bestrahlen die Kupferoxydulschicht durch das Drahtnetz, so können die im  $\text{Cu}_2\text{O}$  ausgelösten Elektronen, soweit sie eine ausreichende kinetische Energie besitzen, die Grenzschicht  $\text{Cu}_2\text{O}-\text{Cu}$  in der sperrenden Richtung durchdringen. So gelangen sie in die Kupferplatte und fließen bei geringem äußeren Widerstand durch das Galvanometer zurück. Diese Zellen geben also schon ohne äußere Spannung einen Strom. Außerdem sind die Ströme viel stärker als bei den Alkalizellen.

**§ 203. Quantentheorie des Lichts.** Eine befriedigende Deutung des lichtelektrischen Effekts ist nur mit Hilfe der Quantentheorie möglich. Schon die Strahlungsgesetze des schwarzen Körpers hatten ergeben, daß man die für das Verhalten großer Körper geltenden Gesetze der Mechanik nicht auf die Vorgänge im Atom selbst übertragen darf. Um die im Spektrum des schwarzen Körpers beobachtete Energieverteilung richtig darstellen zu können, mußte PLANCK die Annahmen machen, daß ein atomarer Oszillator nicht beliebige und stetig veränderliche, sondern nur bestimmte diskrete Energiebeträge, sog. Energiequanten enthalten könne, vgl. § 200. Dementsprechend erfolgt auch bei der Wechselwirkung von Strahlung und Materie die Energieaufnahme und -abgabe nur in bestimmten Quanten. Wird Licht der Frequenz  $\nu$  absorbiert oder ausgestrahlt, so hat das umgesetzte Energiequantum stets die Größe

$$E = h\nu,$$

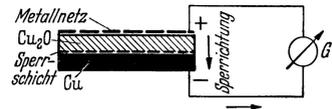


Abb. 373. Schema einer Sperrschichtphotozelle.

wo  $h$  das PLANCK'sche Wirkungsquantum ist. Der Energieumsatz des Lichtes vollzieht sich also in festen Beträgen der Größe  $h\nu$ , die wir Lichtquanten nennen.

Auf Grund der Lichtquantentheorie erklärt sich der lichtelektrische Effekt auf folgende Weise: Um ein Elektron aus dem Metall auszulösen, ist eine gewisse Austrittsarbeit  $A$  erforderlich. Erst wenn die Energie des Lichtquants  $h\nu$  diesen Betrag erreicht, vermag das Licht Elektronen frei zu machen. Ist die Energie  $h\nu$  größer, so findet sich der Überschuß an Energie als kinetische Energie  $E$  der ausgelösten Elektronen wieder. Der lichtelektrische Effekt wird also quantentheoretisch durch folgende Gleichung beschrieben:

$$h\nu - A = \frac{m}{2} v^2 = eV.$$

Diese Gleichung ist mit der früher empirisch gefundenen Beziehung des lichtelektrischen Effektes, s. den vorhergehenden Paragraphen, identisch, da besondere Messungen für die Konstante  $C$  genau den Wert des Wirkungsquantums ergeben haben. Somit kann kein Zweifel bestehen, daß die Quantentheorie das Wesen des lichtelektrischen Effektes richtig wiedergibt. Die Austrittsarbeiten sind klein und betragen nur wenige Volt. Ebenso liegen die Geschwindigkeiten der ausgelösten Elektronen zwischen Null und einigen Volt.

Lesen wir die obige Gleichung von rechts nach links, so erfaßt sie den Energieumsatz bei der Entstehung von Röntgenstrahlen, vgl. § 196. Da die Röhrensparnungen sehr groß sind (einige  $10^4$  Volt), kann die Austrittsarbeit vernachlässigt werden, so daß die Gleichung  $eV = h\nu$  direkt die höchstmögliche Frequenz der Bremsstrahlung ergibt. Das ausgesandte Lichtquant kann ja höchstens gleich der kinetischen Energie des gebremsten Elektrons sein, also  $h\nu \leq eV$ . Ist es kleiner, so wird die überschüssige Elektronenenergie in Wärme umgewandelt. Tatsächlich zeigt die Bremsstrahlung ein kontinuierliches Spektrum mit einer scharfen Grenze auf der kurzwelligen Seite, deren Frequenz genau durch die obige Beziehung gegeben ist. Je größer die Betriebsspannung, um so kurzwelliger, d. h. um so härter wird die entstehende Röntgenstrahlung.

Neben dem lichtelektrischen Effekt kann man auch zahlreiche andere optische Erscheinungen mit Hilfe der Lichtquantentheorie verstehen. Das gilt vor allem auch für photochemische Prozesse, auf die wir hier nicht näher eingehen können.

Die STOKESSche Regel der Fluoreszenz, s. § 201, erklärt sich dadurch, daß das ausgestrahlte Lichtquant  $h\nu$  nicht größer als das absorbierte sein kann.

Auch die RAMAN-Streuung (s. § 188) kann quantentheoretisch dargestellt werden. Das einfallende Lichtquant kann bei der Streuung einen Teil seiner Energie an das Molekül abgeben oder auch Energie aufnehmen. Besitzt dieses eine Eigenfrequenz  $\nu_s$ , so ist die vom Molekül aufgenommene bzw. abgegebene Energie  $h\nu_s$ , so daß die Frequenz der RAMAN-Linie durch die Gleichung  $h\nu_R = h\nu \pm h\nu_s$  bestimmt ist, die mit der in § 188 genannten Beziehung übereinstimmt. Die RAMANstreuung läßt sich also sowohl mit Hilfe der Wellen- wie der Quantentheorie des Lichtes verstehen.

Es gibt auch Erscheinungen, die uns zeigen, daß die Lichtquanten nicht nur Energie, sondern auch Masse und Impuls besitzen. In diesem Sinne bezeichnet man die Lichtquanten auch als Photonen.

**§ 204. Dualismus von Welle und Teilchen.** Das Licht verhält sich bei allen Ausbreitungserscheinungen wie ein Wellenvorgang. Beim Energieumsatz im Elementarvorgang haben wir es mit Lichtquanten zu tun, die sich wie Teilchen verhalten. Diese eigentümliche Tatsache, daß wir einen Teil der optischen

Erscheinungen nur mit einem Wellenbilde, andere wieder nur mit einem Teilchenbilde verstehen können, ist jedoch nicht auf die Optik beschränkt. Wir wissen heute vielmehr, daß auch fliegende Elektronen und Atome, deren Teilchennatur uns selbstverständlich ist, bei bestimmten Untersuchungen sich wie Wellen verhalten. Läßt man z. B. einen Strahl aus fliegenden Elektronen oder Atomen auf einen Kristall auffallen, so erhält man bei der Reflexion die gleichen Interferenzerscheinungen wie bei Röntgenstrahlen. Bestimmt man die den bewegten Teilchen zugeordneten Wellenlängen in Abhängigkeit von der Masse und Geschwindigkeit, so ergibt sich folgende einfache Beziehung:

$$\lambda = \frac{h}{mv}.$$

Diese Gleichung wurde schon vor der Entdeckung derartiger Interferenzen theoretisch abgeleitet, und zwar von DE BROGLIE, der zuerst auf den Gedanken kam, auch bewegten materiellen Teilchen eine Wellenbewegung, sog. Materiewellen, zuzuzordnen.

$h$  ist wieder das Wirkungsquantum, das also auch hier eine wesentliche Rolle spielt. Mit zunehmender Geschwindigkeit des Teilchens sinkt die Wellenlänge. Da die Geschwindigkeit mit der beschleunigenden Spannung  $V$  durch die Gleichung  $mv^2/2 = eV$  verknüpft ist und die spezifische Ladung des Elektrons bekannt ist,

können wir für Elektronen die obige Gleichung auch schreiben  $\lambda = \sqrt{\frac{150}{V}} \cdot 10^{-8}$  cm, wo  $V$  in Volt einzusetzen ist. Für 100000 Volt Elektronen erhalten wir bereits eine Wellenlänge von  $0,037 \cdot 10^{-8}$  cm. Da das Auflösungsvermögen eines Mikroskops immer durch die Wellenlänge der benutzten Strahlung begrenzt ist, vgl. § 186, kann man im Elektronenmikroskop ein viel größeres Auflösungsvermögen als im gewöhnlichen Mikroskop erreichen, s. § 179,

Die Tatsache, daß es nicht möglich ist, atomare Vorgänge von einem einheitlichen Standpunkte aus darzustellen, ist zweifellos unbefriedigend, und der Zwang, nebeneinander zwei sich miteinander unvereinbare Bilder anwenden zu müssen, bereitet dem Verständnis zunächst große Schwierigkeiten. Wir müssen jedoch diesen Dualismus von Welle und Teilchen vorläufig als gegeben hinnehmen. Beide Vorstellungen können jede an ihrem Platze unbedenklich mit gleichem Rechte angewandt werden, wenn wir uns nur über folgendes klar sind: Atomare Vorgänge haben ihre Eigengesetzlichkeit, wir können sie nicht mit den in der Physik makroskopischer Körper gültigen mechanischen und elektrodynamischen Vorstellungen und Gesetzen erschöpfend begreifen. Um zu einem Verständnis der Erscheinungen zu kommen, streben wir aber entsprechend unserer Denkungsart danach, uns anschauliche, d. h. an schon Bekanntes anknüpfende Vorstellungen zu machen. Daher haben alle unsere Vorstellungen von Elementarvorgängen und unsere Atommodelle, s. §§ 206—209, nur den Wert von Bildern. Sie helfen uns, die Dinge besser zu beschreiben und zu beherrschen sowie neue Erscheinungen vorauszusagen, kurz, sie sind für den Fortschritt der wissenschaftlichen Erkenntnis unentbehrlich. Erklären tun sie uns jedoch nichts. Wir wissen im Grunde vom Wesen des Lichtes so wenig wie vom Wesen der Gravitation oder der Elektrodynamik. All diese Erscheinungen sind trotz unserer quantitativen Kenntnisse heute noch so rätselhaft wie zur Zeit ihrer Entdeckung.

Wir können unbedenklich je nach Bedarf das Wellen- oder das Teilchenbild gebrauchen. Jedes deckt einen Teil der Erscheinungen. Es gibt sogar Fälle, bei denen wir sowohl das Teilchen- wie das Wellenbild anwenden können und bei denen jedes Bild ausschließlich angewandt zu demselben Ergebnis führt. Daher ist auch die Frage, welches von beiden Bildern das richtige ist, falsch gestellt. Das richtige Bild, das beide umfassen müßte, haben wir noch nicht gefunden.

### III. Atombau und Spektrallinien.

§ 205. **Emissions- und Absorptionsspektren.**  $\alpha$ ) Emissionsspektren. Das Spektrum eines leuchtenden Stoffes wird als sein Emissionsspektrum bezeichnet. Glühende, feste und flüssige Körper und ebenso sehr stark verdichtete heiße Gase senden ein sog. kontinuierliches Spektrum aus, d. h. das Licht zeigt eine ununterbrochene Folge von Wellenlängen vom ultraroten über das sichtbare bis ins ultraviolette Gebiet.

In verdünnten leuchtenden Gasen beobachten wir teils Linien-, teils Bandenspektren. Dabei stammen die Linienspektren von den leuchtenden Atomen, die Bandenspektren von den Molekülen. Linienspektren, die aus einzelnen scharfen Linien bestehen, beobachten wir daher nur dann, wenn die Moleküle eines Gases im Atom dissoziiert sind (sei es durch die Energie der Temperaturbewegung, sei es durch Elektronen- oder Ionenstoß), oder wenn sie von vornherein, wie bei den Edelgasen und Metaldämpfen, einatomig sind. Dabei sendet jedes Atom ein für das betreffende Element charakteristisches Spektrum aus. So beobachten wir im leuchtenden Natriumdampf lediglich zwei dicht zusammenfallende Linien im Gelben, die sog. *D*-Linien. Man kann daher aus den in einem Spektrum auftretenden Linien eines Elements mit Sicherheit auf dessen Vorhandensein in dem leuchtenden Körper schließen. Darauf gründet sich die Spektralanalyse, die ein wichtiges Hilfsmittel der chemischen, metallkundlichen und astrophysikalischen

413  $m\mu$ 

Abb. 374. Ausschnitt aus dem Bandenspektrum des Stickstoffs.

421  $m\mu$ 

Forschung geworden ist. Die spektralanalytischen Methoden sind außerordentlich empfindlich. So lassen sich z. B. noch  $10^{-7}$  mg Na spektralanalytisch nachweisen.

Banden- oder Molekülspektren bestehen oft aus einer Unzahl von feinen Linien, die in gesetzmäßiger Weise angeordnet sind und sich z. B. an einzelnen Stellen, den Bandenkanten, häufen, s. Abb. 374.

$\beta$ ) Absorptionsspektren. Schicken wir die Strahlen einer Lichtquelle mit kontinuierlichem Spektrum, z. B. Sonnenlicht, durch irgendeinen Stoff, so wird im allgemeinen ein Teil des Lichtes absorbiert, und zwar an ganz bestimmten Stellen des Spektrums, die für den Stoff charakteristisch sind. Bei einem Gas ist dieses Absorptionsspektrum wieder ein Linienspektrum. Feste und flüssige Körper absorbieren meist in breiten und verwaschenen Streifen. So absorbiert Jod in Schwefelkohlenstoff das Sichtbare, ist aber im Ultraroten durchlässig; Wasser absorbiert im Ultraroten, aber nicht im Sichtbaren. Alle Frequenzen eines Absorptionsspektrums beobachten wir auch im Emissionsspektrum (KIRCHHOFFSches Gesetz, s. § 199).

Die Sonnenoberfläche sendet ein kontinuierliches Spektrum aus, das von zahlreichen sehr feinen dunklen Linien, den sog. FRAUENHOFERSchen Linien, durchzogen ist. Diese kommen dadurch zustande, daß die in der Sonnenatmosphäre, der Chromosphäre, enthaltenen Elemente Na, H, He, O, Ca, Fe usw. aus dem von der Oberfläche des Sonnenkerns, der Photosphäre, ausgesandten kontinuierlichen Spektrum die für sie charakteristischen Linien herausabsorbieren.

§ 206. **Atommodelle und Linienspektren.** Aus der Tatsache, daß sehr schnelle Elektronen von den Atomen einer Metallfolie viel weniger absorbiert werden als langsame Elektronen, folgerte LENARD, daß der wirklich undurchdringliche „massive“ Bereich der Atome nur einen winzigen Bruchteil der sonst beobachteten Raumerfüllung ausmacht. Diese undurchdringlichen Gebiete sind

die Elektronen und ihre positiven Partner. Einen weiteren Fortschritt brachten die Untersuchungen der Streuung von  $\alpha$ -Teilchen beim Durchgang durch Materie. Die Bahnen der  $\alpha$ -Teilchen sind infolge ihrer im Vergleich zu den Elektronen viel größeren Masse fast geradlinig, vgl. Abb. 267. Sie passieren ohne wesentliche Beeinflussung Tausende von Atomen. Nur dann, wenn sie den massiven Teil der Atome treffen, erfahren sie beträchtliche Ablenkungen. Die Seltenheit der Knicke in den Bahnen zeigt, daß die stoßenden und getroffenen Teilchen räumlich sehr begrenzt sind. Aus eingehenden Messungen von GEIGER und MARSDEN ergab sich, daß jedes Atom nur ein einziges positives Ladungszentrum enthält, wobei die Zahl der positiven Elementarladungen gleich der Ordnungszahl des betreffenden Elements im periodischen System ist, s. § 207. Auf Grund dieser Ergebnisse entwickelte RÜTHERFORD folgendes Atommodell. Jedes Atom besteht aus einem positiv geladenen Kern, in dem praktisch die ganze Masse vereinigt ist. Die Zahl der positiven Elementarladungen dieses Kernes, die Kernladungszahl, ist gleich der Ordnungszahl. Um den Kern, dessen Durchmesser von der Größenordnung  $10^{-12}$  cm ist, kreisen die Elektronen ähnlich wie Planeten um die Sonne. Da das normale Atom nach außen neutral ist, ist auch die Zahl der Elektronen gleich der Ordnungszahl des betreffenden Elements. Der Durchmesser der Elektronenhülle ist von der bekannten gewöhnlichen Größe der Atome, d. h. von der Größenordnung  $10^{-8}$  cm. Die Wirkung des Kraftfeldes reicht natürlich weiter. Dieses Kraftfeld verhindert auch das Eindringen von langsameren fremden Teilchen in den inneren von Materie freien Raum des Atomes, vgl. dazu auch § 39.

Dieses Atommodell ist noch unbefriedigend. Ein den positiven Kern umkreisendes Elektron stellt ja einen atomaren Oszillator dar, der ständig Energie in Form von elektromagnetischen Wellen ausstrahlt, s. § 146. Die Energie des Atoms müßte also nach den Gesetzen des Elektromagnetismus ständig abnehmen, das Atom wäre nicht stabil. Dazu kommt, daß der Bau der von den Atomen emittierten Linienspektren mit einem solchen Modell völlig unvereinbar ist. Diese Schwierigkeiten vermochte BOHR durch folgende, allerdings zum Teil sehr schwer verständliche Annahmen zu beheben, die durch die spätere Erfahrung aufs eindrucksvollste bestätigt wurden:

Jedes Atom kann nur in bestimmten Zuständen mit einem jeweils festen Energiewert existieren, wobei die Elektronen sich in bestimmten Zuständen befinden oder sog. stationäre Bahnen beschreiben. Solange das Elektron auf einer solchen stationären Bahn ist, strahlt das System keine Energie aus. Nur wenn es von einer Bahn zu einer anderen mit geringerer Energie übergeht oder springt, wird Licht ausgestrahlt. Ist  $E_m$  die Energie des  $m$ -ten Zustands und  $E_n$  die des  $n$ -ten Zustandes,  $E_m > E_n$ , so ist die Frequenz des ausgestrahlten Lichtquants durch die Gleichung

$$h\nu = E_m - E_n$$

bestimmt. Umgekehrt vermag das Elektron nur dann auf eine höhere oder energiereichere Bahn überzugehen, wenn dem Atom die entsprechende Energie von außen zugeführt wird, also z. B. durch Absorption eines Lichtquants mit der durch die obige Beziehung gegebenen Frequenz.

Wie betrachten jetzt das Wasserstoffspektrum und das BOHRsche Modell des Wasserstoffatoms. Das Atom besteht aus einem Proton als Kern und einem einzigen umlaufenden Elektron. Die Linien im Spektrum des leuchtenden Wasserstoffs lassen sich nach einem einfachen Gesetz in Serien zusammenfassen, von denen eine, die sog. BALMER-Serie, in Abb. 375 wiedergegeben ist. Die ersten Linien der Serie sind die im Spektrum besonders

auffallenden rote, grüne und blaue Wasserstofflinie, auch als  $H_\alpha$ ,  $H_\beta$  und  $H_\gamma$  bezeichnet, die auch in Absorption als FRAUENHOFERSche Linien bekannt sind. Die Lage der Linien wird, wie in der Spektroskopie üblich, nicht durch die Frequenz  $\nu = c/\lambda$ , sondern durch die Wellenzahl  $\nu^* = 1/\lambda$  angegeben. Da die Wellenzahl als der

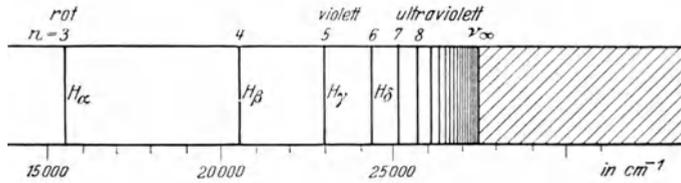


Abb. 375. BALMER-Serie.

Kehrwert von  $\lambda$ , in cm gemessen, definiert ist, bedeutet sie die auf 1 cm Lichtweg im Vakuum entfallende Zahl von Wellenlängen. Die Lage der Linien innerhalb einer Serie wird empirisch durch folgende Gleichung wiedergegeben:

$$\nu^* = \frac{1}{\lambda} = R \left[ \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right],$$

wo  $n$  und  $m$  ganze Zahlen sind und  $R$  die sog. RYDBERG-Konstante mit dem Wert  $R = 109677,84 \text{ cm}^{-1}$  bedeutet. Setzen wir  $n = 2$  und lassen  $m$  alle Werte  $3, 4, 5, \dots$  durchlaufen, so erhalten wir sämtliche Linien der BALMER-Serie. Für  $m = 3$  erhalten wir die Wellenzahl von  $H_\alpha$  mit  $\nu^* = 15238$  oder  $\lambda = 6562,8 \text{ \AA}$ .

Das Wesentliche einer solchen Serienformel ist, daß die Frequenzen als Differenz zweier Glieder der sog. Terme von der Form  $R/n^2$  auftreten. Den ersten Term nennen wir den konstanten, den zweiten den Laufterm. Da mit wachsendem  $m$  der Laufterm immer kleiner wird, verschieben sich die Linien immer mehr nach der Seite der kurzen Wellen und häufen sich dabei gegen eine Grenze, die sog. Seriengrenze, deren Wellenzahl durch  $\nu^* = R/n^2$  gegeben ist.

Multiplizieren wir die Serienformel links und rechts mit  $hc$ ,  $h$  das Wirkungsquantum und  $c$  die Lichtgeschwindigkeit, so können wir die neue Gleichung

$$h\nu^*c = h\nu = Rhc \left[ \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right]$$

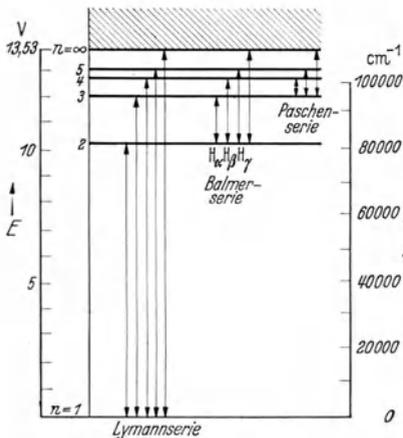


Abb. 376. Energiestufenschema des Wasserstoffatoms.

im Sinne der BOHRSchen Theorie folgendermaßen deuten: Rechts stehen die Energiewerte der einzelnen Atomzustände und links das absorbierte oder emittierte Lichtquant, wenn das Elektron von der  $n$ -ten auf die  $m$ -te Bahn übergeht oder umgekehrt. Dabei ist die Energie im  $m$ -ten Zustande  $E_m = -Rhc/m^2$ , also so gewählt, daß sie für  $m = \infty$ , d. h. für das ionisierte Atom Null wird.

Die Energiestufen und die Entstehung der Spektrallinien können wir uns an Hand der Abb. 376 und 378 folgendermaßen veranschaulichen. Den einzelnen stationären Bahnen bzw. den sie kennzeichnenden Energiezuständen ordnen wir die Reihe der ganzen Zahlen zu. Diese Zustände und die ihnen entsprechenden Zahlen nennen wir die Quantenzustände des Atoms bzw. die Quantenzahlen. In dem energieärmsten Zustand, im sog. Grundzustand des Atoms mit  $n=1$ , befindet sich das Elektron auf der tiefsten Bahn, in den

energiereicheren, den angeregten Zuständen auf einer höheren Bahn oder Energiestufe mit den Quantenzahlen 2, 3, ... Durch Absorption eines Lichtquantens oder durch andersartige Energiezufuhr, s. weiter unten, kann das Elektron vom Grundzustand in einen höheren angeregten Zustand, sagen wir mit  $n = 4$  gelangen. Von dort kann es unter Emission der entsprechenden Linien entweder in den alten oder in einen dazwischenliegenden Zustand übergehen. Die Übergänge auf den Zustand mit der Quantenzahl 2 ergeben Linien der BALMER-Serie, Sprünge in den Grundzustand,  $n = 1$ , geben die im Ultraviolett liegenden Linien der sog. LYMAN-Serie. Bei Übergängen in den Zustand  $n = 3$  fallen die Linien ins Ultrarot (PASCHEN-Serie). Die Wellenzahlen aller auftretenden Linien können wir aus dem Diagramm ablesen.

Heben wir das Elektron vom Grundzustand aus immer höher, so wird es schließlich aus dem Atomverbande gelöst und frei, das Atom ist ionisiert. Die dazu erforderliche Energie ist die Ionisierungsenergie. Die Ionisierungsenergie sowie die Energie  $E$  der einzelnen angeregten Zustände, bezogen auf den Grundzustand  $E = 0$ , mißt man meist in Elektronenvolt, vgl. § 130. Beträgt die Ionisierungsspannung  $V$  Volt, so ist diese Energie gleich der Arbeit  $eV$ , die aufgewandt werden muß, um eine Elementarladung von einer Stelle der Spannung null zu einer solchen mit der Spannung  $V$  Volt zu bringen. Die Umrechnung ergibt, daß ein Elektronenvolt gleich  $1,59 \cdot 10^{-12}$  erg ist. Beziehen wir die Energie, wie in der Chemie meist üblich, auf ein Mol, so entsprechen einem Elektronenvolt 23,0 Kcal/Mol.

Die Ionisierungsenergie bestimmt auch die Seriegrenze. Hat das absorbierende Lichtquant gerade die Frequenz  $\nu = Rhc/n^2$ , so wird das Elektron eben frei. Ist die Frequenz größer, so wird die überschießende Energie in kinetische Energie des freien Elektrons umgewandelt. Daher vermag ein Atom oberhalb der Seriegrenze alle Frequenzen zu absorbieren. An die Grenze des Linienspektrums schließt sich also ein kontinuierliches Spektrum an.

Die spektroskopisch bestimmbaren Energiewerte der verschiedenen angeregten Atomzustände kann man auch direkt messen, und zwar, indem man die zur Anregung nötige Energie durch stoßende Elektronen überträgt. Schickt man Elektronen definierter und veränderlicher Geschwindigkeit durch ein Gas, z. B. Hg, so beobachtet man, daß eine Linie der Frequenz  $\nu$  erst ausgestrahlt wird, wenn die stoßenden Elektronen eine Mindestenergie von der Größe  $eV = h\nu$  haben. Mit der Elektronenstoßmethode kann man bei vielen Atomen die unteren Energiestufen direkt ausmessen.

Die Energie des Atoms besteht aus der kinetischen Energie des umlaufenden Elektrons und der potentiellen elektrostatischen Energie von Kern und Elektron. Da auf jeder Bahn die COULOMBSche Anziehungskraft  $ee/r^2$  und die Zentrifugalkraft  $mv^2/r$  sich das Gleichgewicht halten, läßt sich für jeden Radius  $r$  die Energie des Atomes angeben. Sie wächst mit dem Atomradius. Um also das Elektron auf eine höhere Bahn zu heben, oder das Atom anzuregen, muß von außen Energie zugeführt werden. Es war nun ein entscheidender Erfolg der BOHRschen Theorie, daß es ihr gelang, durch vernünftige Quantenbedingungen von allen möglichen Radien nur bestimmte, durch feste ganzzahlige Werte, die sog. Quantenzahlen, charakterisierte Radien auszuwählen und damit eine Reihe von Energiestufen auszusondern, die mit erstaunlicher Genauigkeit mit den spektroskopisch oder sonstige beobachteten übereinstimmen. Ebenso ließ sich der Wert der RYDBERG-Konstanten theoretisch sehr einfach ableiten.

Auf die Verfeinerungen der BOHRschen Theorie und ihre Anwendung auf andere Atome können wir hier nicht näher eingehen.

**§ 207. Atombau und periodisches System der Elemente.** Ordnet man die Elemente nach steigendem Atomgewicht, so zeigen ihre chemischen und physikalischen Eigenschaften eine ganz ausgeprägte Periodizität. In dem von L. MEYER und MENDELEJEFF aufgestellten periodischen System kommen dabei die chemisch verwandten, also einander ähnlichen Elemente untereinander in eine Vertikalreihe, eine sog. „Gruppe“. In der ersten Gruppe stehen Wasserstoff und die Alkalien, also einwertige Elemente, in der zweiten die zweiwertigen Erdalkalien usw. Am Ende der Perioden stehen die Edelgase, s. Tab. 20. Schreiben

wir das System streng nach der Reihe der Atomgewichte hin, so gibt es an mehreren Stellen Unstimmigkeiten. So müßte z. B. das Edelgas Argon seinen Eigenschaften nach vor, also nicht, wie dem Atomgewicht entsprechend, hinter dem Alkali Kalium stehen. Das Atomgewicht kann also nicht die maßgebende Größe sein, aus der sich der richtige, d. h. mit den chemischen Eigenschaften übereinstimmende Platz eines Elements eindeutig ergibt.

Wir numerieren nun die Elemente vom Wasserstoff angefangen fortlaufend und nennen die die richtige Stelle angegebende Nummer des Elements seine Ordnungszahl  $Z$ . Die physikalisch eindeutige Festlegung der Ordnungszahl gelingt, wie wir in § 208 sehen werden, mit Hilfe der Röntgenspektren. Die Streuung von  $\alpha$ -Teilchen beim Durchgang durch Materie, vgl. § 206, sowie die Röntgenspektren ergeben, daß die Kernladungszahl, d. h. die Zahl der positiven Ladungseinheiten im Kern, von einem Element zum nächsten gerade um eine Elementarladung wächst. So wird für jedes Element die Kernladungszahl gerade gleich der Ordnungszahl. Ebenso groß ist die Zahl der den Kern umgebenden Elektronen. So besitzt das erste Element des periodischen Systems, das Wasserstoffatom, ein Elektron, das nächste, das Heliumatom, zwei Elektronen usw.; vgl. dazu auch die Abb. 53 und 54.

Nun bestimmt vor allem die Ladungsverteilung der Elektronenhülle das äußere elektrische Kraftfeld des Atoms und damit auch seine chemischen und alle diejenigen physikalischen Eigenschaften, die nicht von der Masse und der Ladung des Kernes abhängen. Die Periodizität dieser Eigenschaften verlangt also auch eine Periodizität im Aufbau der Elektronenhülle, die ja von Element zu Element ein Elektron mehr enthält.

Die Erklärung liefert die von KOSSEL und anderen entwickelte Vorstellung vom Schalenbau der Elektronenhülle. Beim Aufbau eines Atoms aus Kern und Hüllenelektronen wird ein Elektron nach dem anderen in ganz bestimmter Weise angelagert, derart, daß sich die Elektronen auf bestimmte Gruppen, die sog. Schalen, verteilen, die von innen heraus, eine nach der anderen, aufgefüllt werden. Die Elemente einer Vertikalreihe enthalten in der äußeren Schale immer dieselbe Zahl von Elektronen, z. B. die einwertigen Alkaliatome ein Elektron, die zweiwertigen Erdalkaliatome zwei Elektronen usw. Mit Ausnahme der innersten, der sog.  $K$ -Schale, die nur zwei Elektronen enthält und beim Helium abgeschlossen ist, ist die äußerste Schale immer mit dem Einbau des achten Elektrons zunächst abgeschlossen. Wir stehen am Ende einer Periode und haben ein Edelgas vor uns. Die abgeschlossenen Schalen der Edelgase sind, wie die Trägheit der chemischen Umsetzung lehrt, besonders stabile Gebilde; die Änderungen der Elektronenzahl einen großen Widerstand entgegensetzen. Infolge ihres besonders schnell abfallenden hochsymmetrischen Kraftfeldes üben sie auch nur geringe Wirkungen nach außen aus. Das äußere Kraftfeld eines Atoms ist vorwiegend von den Elektronen der äußeren Schale bestimmt. Daher bestimmen diese die chemischen und die meisten physikalischen, z. B. die optischen und elektrischen Eigenschaften eines Atoms.

An manchen Stellen kommt es zu einem weiteren Ausbau von inneren Schalen. So entsteht eine Folge benachbarter Elemente, die in der äußeren Schale dieselbe Elektronenzahl besitzen und daher einander chemisch und physikalisch besonders ähnlich sind. Beispiele sind Eisen, Kobalt, Nickel und in besonders ausgeprägter Weise die seltenen Erden.

**§ 208. Röntgenspektren.** Die Röntgenspektren zeigen einen besonders übersichtlichen und in einfacher Weise von der Ordnungszahl abhängigen Aufbau. Über das kontinuierliche Spektrum der Bremsstrahlung lagert sich ein für die Elemente der benutzten Antikathode charakteristisches Linienspektrum. Die Linien lassen sich in einzelne einander nicht überlagernde Serien zusammenfassen,

Tabelle 20. Periodisches System der Elemente.  
Die Zahlen vor den Elementsymbolen sind die Ordnungszahlen, die Zahlen darunter die praktischen Atomgewichte.

Periode	I. Gruppe	II. Gruppe	III. Gruppe	IV. Gruppe	V. Gruppe	VI. Gruppe	VII. Gruppe	VIII. Gruppe															
1	1 H 1,008							2 He 4,003															
2	3 Li 6,94	4 Be 9,02	5 B 10,82	6 C 12,000	7 N 14,008	8 O 16,000	9 F 19,00	10 Ne 20,18															
3	11 Na 23,00	12 Mg 24,32	13 Al 26,97	14 Si 28,06	15 P 30,98	16 S 32,06	17 Cl 35,46	18 Ar 39,94															
4	19 K 39,10	20 Ca 40,08	21 Sc 45,10	22 Ti 47,90	23 V 51,0	24 Cr 52,01	25 Mn 54,93	26 Fe 55,84	27 Co 58,94	28 Ni 58,69													
	29 Cu 63,57	30 Zn 65,38	31 Ga 69,72	32 Ge 72,60	33 As 74,91	34 Se 78,96	35 Br 79,92	36 Kr 83,7															
5	37 Rb 85,48	38 Sr 87,63	39 Y 88,93	40 Zr 91,22	41 Nb 92,91	42 Mo 96,0	43 Ma —	44 Ru 101,7	45 Rh 102,9	46 Pd 106,7													
	47 Ag 107,88	48 Cd 112,4	49 In 114,8	50 Sn 118,7	5 Sb 121,8	52 Te 127,6	53 J 126,92	54 X 131,3															
6	55 Cs 132,8	56 Ba 137,4	57 bis 71 Seltene Erden	72 Hf 178,6	73 Ta 180,9	74 W 184,0	75 Re 186,3	76 Os 190,9	77 Jr 193,1	78 Pt 195,2													
	79 Au 197,2	80 Hg 200,6	81 Tl 204,4	82 Pb 207,2	83 Bi 209,0	84 Po 210	85 —	86 Rn 222															
7	87 —	88 Ra 226,0	89 Ac (227)	90 Th 232,1	91 Pa 231	92 U 238,1																	
Seltene Erden oder Lanthaniden									57 La 138,9	58 Ce 140,1	59 Pr 140,9	60 Nd 144,3	61 —	62 Sm 150,4	63 Eu 152,0	64 Gd 156,9	65 Tb 159,2	66 Dy 162,5	67 Ho 164,9	68 Er 167,2	69 Tu 169,4	70 Yb 173,0	71 Cp 175,0

die von der kurzwelligen Seite her als die *K*-, *L*-, *M*- und *N*-Serie bezeichnet werden. Die *K*-Serie besteht im wesentlichen aus zwei Linien, die *L*- und *M*-Serien sind komplizierter gebaut. Die Serien und ihre einzelnen Linien treten

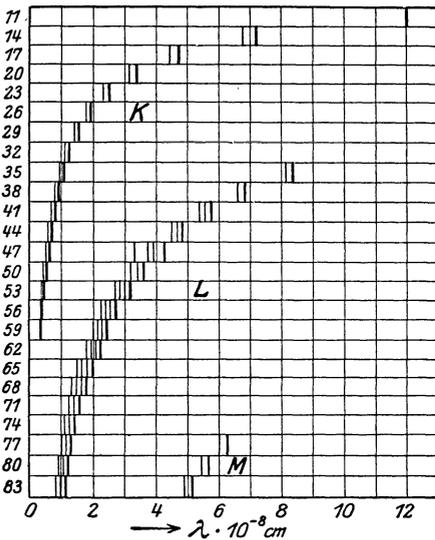


Abb. 377. Röntgenspektren.

immer erst von einer bestimmten Ordnungszahl ab auf. Wie Abb. 377 zeigt, verschieben sich die einzelnen Linien einer Serie in gesetzmäßiger Weise mit wachsender Ordnungszahl zu höheren Frequenzen, und zwar wachsen die Frequenzen von einander entsprechenden Linien ungefähr linear mit dem Quadrate der Ordnungszahl (MOSELEYSches Gesetz).

Die Röntgenspektren zeigen also im Gegensatz zu den optischen Spektren keinerlei Periodizität, dafür aber eine einfache Abhängigkeit von der Ordnungszahl. So geben uns die Röntgenspektren die Möglichkeit, die Ordnungszahl eines Elements eindeutig festzulegen und die gelegentlich auftretenden Lücken im periodischen System zu erkennen. Da man für diese noch unbekannt Elemente mit Hilfe des MOSELEYSchen Gesetzes die Wellenlänge ihrer Röntgenlinien berechnen und aus der Ordnungszahl ihre chemischen Eigenschaften abschätzen konnte, gelang es durch systematische Untersuchung der in Frage kommenden Mineralien die bis dahin noch unbekannt Elemente Hafnium,  $Z = 72$ , und Rhenium,  $Z = 75$ , zu entdecken und mit Hilfe der röntgenspektroskopischen Kontrolle anzureichern und rein darzustellen.

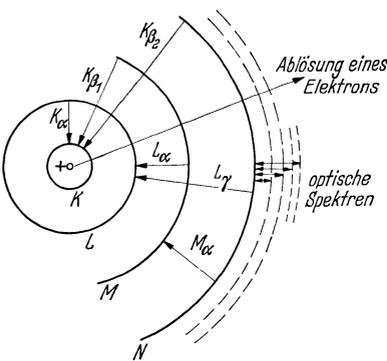


Abb. 378. Zur Entstehung der Röntgenlinien.

die äußerste Schale oder noch höher zu heben, also aus dem Atomverband herauszuschlagen. Die Hebung eines Elektrons auf eine der Zwischenschalen, etwa die *L*-Schale, ist dagegen unmöglich, da diese ja voll besetzt sind. Das auf diese Weise angeregte Atom kann sich nun auf verschiedene Weise regenerieren, indem ein Elektron aus der *L*- oder aus einer der höheren Schalen auf den freien Platz der *K*-Schale springt. Dabei wird ein Lichtquant emittiert, dessen Energie  $h\nu$  gleich dem Unterschied der potentiellen Energie des Elektrons in der oberen und der *K*-Schale ist. So entstehen die Linien der *K*-Serie. Die *L*-Serie erhalten wir, wenn ein Platz in der *L*-Schale frei gemacht worden ist und dieser durch ein Elektron aus einer höheren Schale aufgefüllt wird.

Wir sehen, daß die Röntgenlinien ihren Ursprung den Elektronensprüngen im Innern des Atoms verdanken. Hier ist für die Energie die Kernladung maßgebend, so daß die Frequenzen mit der Ordnungszahl wachsen und keine Periodizität zeigen.

Im Gegensatz dazu entstehen die Linien der optischen Spektren, wenn ein Elektron der äußeren Schale, in der Abb. 378 der *N*-Schale, als Leuchtelektron auf eine der möglichen höheren stationären Bahnen (gestrichelt gezeichnet) gehoben wird und dann wieder zurückspringt. Das Leuchtelektron kann jede der möglichen höheren Bahnen besetzen, da diese ja im Gegensatz zu den Schalen im Atominnern nicht besetzt sind. Die gewöhnliche Optik beruht also auf Vorgängen an der Oberfläche des Atoms, die Röntgenoptik auf solchen im Atominnern.

**§ 209. Das wellenmechanische Atommodell.** Die Erkenntnis von der Wellennatur der Elektronen hat zur Entwicklung einer Wellenmechanik geführt, die viel mehr Tatsachen als die bisher übliche sog. klassische Mechanik darzustellen vermag. Im Rahmen dieser Wellenmechanik hat SCHRÖDINGER ein Atommodell entworfen, das zwar keine endgültige Lösung, gegenüber den bisherigen Modellen jedoch einen wesentlichen Fortschritt darstellt. Bei diesem Modell wird darauf verzichtet, die einzelnen Elektronen zu unterscheiden und ihre Bahnen räumlich und zeitlich zu beschreiben. Man begnügt sich mit statistischen, d. h. mit Wahrscheinlichkeitsaussagen über alle Elektronen. So wird für die einzelnen Energiestufen des Atoms lediglich die mittlere Ladungsverteilung der Elektronenwolke in bezug auf den Kern angegeben. Dabei zeigt sich, daß sich die Ladungen in bestimmten Gebieten, die den *K*-, *L*- und *M*-Schalen des alten Modells entsprechen, besonders stark häufen. Hier treffen wir die Elektronen also besonders oft an.

Da in jedem Zustand die Ladungsverteilung konstant ist, gibt es auch keine Ausstrahlung. Damit verschwindet die alte Schwierigkeit der BOHR'schen Theorie. Nur wenn eine Ladungsverteilung in eine andere übergeht, d. h. der Elektronenzustand sich ändert, tritt im Atom ein schwingender elektrischer Dipol auf, dessen Frequenz die der ausgestrahlten Lichtwelle ergibt. Die Gleichung  $h\nu = E_m - E_n$  bleibt dabei erhalten. So stellt das wellenmechanische Modell eine glückliche Verknüpfung von klassischen und quantentheoretischen Vorstellungen dar.

Der Wellenmechanik ist es auch erstmalig gelungen, den Mechanismus der chemischen Bindung physikalisch zu erfassen und z. B. die Bildung von  $H_2$  aus 2 H-Atomen quantitativ richtig zu berechnen. Ebenso gelangt man zu einem Verständnis gewisser Erscheinungen des radioaktiven Zerfalls.

**§ 210. Bandenspektren.** Moleküle emittieren Bandenspektren, auch als Molekülspektren bezeichnet. Diese zeichnen sich oft durch einen außerordentlichen Linienreichtum aus und zeigen meist einen sehr verwickelten Aufbau, s. Abb. 374, der aufs engste mit der Struktur der strahlenden Moleküle zusammenhängt. Um diesen Zusammenhang wenigstens in einigen wesentlichen Punkten zu verstehen, betrachten wir ein zweiatomiges heteropolares Molekül, z. B. HCl, das wir uns als einen elektrischen Dipol von der Form einer Hantel  $\overset{+}{\bullet} \text{---} \overset{-}{\bullet}$  veranschaulichen können. Rotiert ein solches Molekül um eine zur Figurenachse senkrechte Achse, so stellt dieser rotierende Dipol einen molekularen Wechselstrom dar, der elektronenmagnetische Wellen ausstrahlt. Wir erhalten somit bei allen Dipolmolekülen, wie HCl,  $NH_3$ ,  $H_2O$  usw. ein sog. reines Rotationspektrum. Die ausgesandten Frequenzen  $\nu_r$  werden durch die Energieunterschiede der einzelnen Rotationszustände bestimmt und liegen immer im langwelligen Ultraroten. Wegen ihrer Symmetrie ergeben dagegen dipollose Moleküle, wie  $H_2$ ,  $N_2$ ,  $Cl_2$  usw., bei der Rotation keine Ausstrahlung, weil die in der Mitte des Moleküls zusammenfallenden Schwerpunkte der positiven und negativen

Ladungen stets ihre Lage beibehalten, s. z. B. Abb. 54b, also auch keine Ladungsbewegung, d. h. kein Wechselstrom auftritt.

Außer der Rotation des ganzen Moleküls müssen wir noch die Eigenschwingungen der Atome beachten. Beim HCl-Molekül schwingen der H- und Cl-Kern mit ihrer Eigenfrequenz  $\nu_s$  gegeneinander. Dabei ändert sich wiederum die Ladungsverteilung periodisch und das Molekül strahlt wie ein schwingender Dipol. Die Energiewerte seiner Schwingungszustände sind durch  $n h \nu_s$  gegeben, vgl. § 200. Die Änderungen im Schwingungszustand ergeben die ausgestrahlten Frequenzen, die ins kurzwellige Ultrarot fallen. Da sich über die Eigenschwingungen der Kerne noch die Rotationen des Moleküls überlagern, erhalten wir ein sog. Rotations-schwingungsspektrum, das ein einfach gebautes Bandenspektrum mit äquidistanten Linien darstellt.

Schließlich kann sich noch die Ladungsverteilung der Elektronenwolke ändern oder, anschaulich gesprochen, das Leuchtelektron von einer Quantenbahn auf eine andere springen. Das bedeutet wie beim Elektronensprung an der Oberfläche eines freien Atoms die Emission eines Lichtquants, dessen Frequenz ins Sichtbare oder Ultraviolette fällt. Mit jedem einzelnen Elektronensprung sind nun noch Änderungen sowohl des Schwingungs- wie des Rotationszustandes verbunden. Da sich die Rotations- und Schwingungsenergien in sehr mannigfacher, aber gesetzmäßig gestufter Weise ändern können, entsteht eine sehr große Vielzahl von Möglichkeiten in der Änderung der gesamten Energie des Moleküls und damit eine entsprechende Vielzahl von Spektrallinien. Das ist der Grund für den verwickelten Aufbau dieser ins Sichtbare oder Ultraviolette fallenden Elektronenbandenspektren.

Ihr Aufbau ist mit Hilfe der Quantentheorie bei einfachen Molekülen bis in die Feinheiten verständlich, so daß man umgekehrt aus der Analyse dieser Spektren die Rotationszustände und die Eigenschwingungen der Moleküle und daraus wieder die Anordnung der Kerne bestimmen kann. Auf diesem Wege ist es gelungen, z. B. für das H<sub>2</sub>O-Molekül, vgl. Abb. 56, die gewinkelte Form, die Kernabstände und den Valenzwinkel zu bestimmen.

## Namen- und Sachverzeichnis.

- Abbe, Ernst 229.  
Abbildung durch Linsen 203.  
Abbildungsfehler 208.  
Ablenkung von Kathodenstrahlen 154.  
Abplattung der Erde 26.  
Absorption von Gasen 104.  
Absorptionsspektren 252.  
Abweichung, chromatische 209.  
—, sphärische 208.  
Achromate 209.  
Achse, optische, von Kristallen 233.  
Achsen, freie, eines Körpers 33.  
Adhäsionskräfte 43.  
Adsorption 104.  
Aerodynamik 60ff.  
Aggregatzustände 37.  
Akkommodation 211.  
Akkord 80.  
Akkumulator 149.  
Aktivität, optische 236.  
Alpha-Strahlen 182.  
Alpha-Teilchen 182.  
Alter der Erde 184.  
Altgrad 4.  
Amorphe Stoffe 44.  
Ampere (Einheit) 118.  
Amperesekunde 114, 119.  
Amplitude 26.  
Analysator 232.  
Anfahrwirbel 66.  
Angriffspunkt und -linie einer Kraft 15.  
Angströmeinheit 3.  
Anionen, Kationen 143.  
Anisotrope Körper 233.  
Anlegegoniometer 5.  
Anregung von Atomen 254ff.  
Apertur 215.  
—, numerische 219.  
Äquipotentialflächen 115.  
Äquivalenz von Masse und Energie 185.  
Aräometer 53.  
Arbeit 12.  
Arbeitsmaschinen 18.  
Archimedisches Prinzip 52.  
Astigmatismus des Auges 211.  
— schiefer Büschel 209.  
Asynchronmotor 173.  
Atombau 252ff.  
Atomkern 185, 253.  
Atommodell von Bohr 253.  
—, wellenmechanisches 259.  
Atomschwingungen 44, 100.  
Atomwärme 88.  
Auflösungsvermögen des Auges 211, 229.  
— des Fernrohrs 228.  
— von Instrumenten 215, 228.  
— des Mikroskops 219, 229.  
Auftrieb, dynamischer 66.  
— in Flüssigkeiten 52.  
Auge 210.  
Augenspiegel 202.  
Ausbreitung von Flüssigkeiten 54.  
— von Wellen 76ff.  
Ausdehnung durch die Wärme 85ff.  
Ausdehnungskoeffizient 86, 91.  
Austrittsarbeit 250.  
Austrittspupille 215.  
Avogadrosches Gesetz 56, 101.  
Bahnbeschleunigung 8.  
Ballistische Kurve 29.  
Balmer-Serie 254.  
Bandenspektren 252, 259.  
Barometer 59.  
Barometrische Höhenformel 59.  
Beleuchtungsstärke 192.  
Benetzung 55.  
Bernouillische Gleichung 64.  
Berührungsspannung 125ff.  
Beschleunigung 7ff.  
Beschleunigungsarbeit 13.  
Beschleunigungssatz 21.  
Beta-Strahlen 182.  
Beugung des Lichtes 226ff.  
— — — am Gitter 227.  
— — — im Mikroskop 229.  
— — — an kleinen Öffnungen und Hindernissen 226.  
— von Wasserwellen 77.  
Beugungsgitter 227.  
Beugungsscheibchen 228.  
Beugungsspektren 228.  
Beweglichkeit der Elektronen in Metallen 118.  
— der Ionen in Elektrolyten 146.  
— der Ladungsträger 117ff.  
Bewegung, absolute und relative 6.  
—, gleichförmig beschleunigte 7.  
—, ungleichförmige 7.  
Bewegungsgröße 22.  
Biegung 46.  
Bilder, reelle und virtuelle 200ff., 205ff.  
Bildhebung 196.  
Bildkonstruktionen bei Linsen 205ff.  
— bei Spiegel 201ff.  
Bildwandler 239.

- Bildwerfer 216.  
 Bindung, homöopolare und heteropolare 39.  
 Bindungsenergie der Kerne 186.  
 Blenden 215.  
 Blitz 159.  
 Bodendruck 51.  
 Bolometer 239.  
 Boltzmannsche Konstante 100.  
 Brechkraft von Linsen 183.  
 Brechung des Lichtes 195.  
 — von Wellen 78.  
 Brechungsgesetz 195.  
 Brechungszahl, -vermögen 195.  
 Bremsstrahlung 241.  
 Brennpunkt, -weite, -ebene beim Hohlspiegel 200.  
 —, weite, -ebene bei Linsen 204.  
 Brennstrahlen 200, 205.  
 Brewstersches Gesetz 233.  
 Brillen 211.  
 Brinellhärte 47.  
 Brownsche Bewegung 41.  
  
 Carnotscher Kreisprozeß 94 ff.  
 CGS-System 11.  
 Charakteristik, fallende 160.  
 Le Chatelier-Braunsches Prinzip 103.  
 Chemolumineszenz 248.  
 Chladnische Klangfiguren 73.  
 Coriolis-Kräfte 25.  
 Cortisches Organ 80.  
 Coulomb (Einheit) 114.  
 Coulombsches Gesetz, elektrisch 113, 125.  
 — —, magnetisch 139.  
 Curie-Punkt 170.  
  
 Dämpfe 105 ff.  
 Dampfdruck 105 ff.  
 Dampfmaschinen 98.  
 Dehnungszahl 45.  
 Deklination, magnetische 139.  
 Detektor 181.  
 Deuterium 158.  
 Deuteron 184.  
 Diamagnetismus 168.  
 Diathermie 144.  
 Dichroismus 235.  
 Dichte 11.  
 Dielektrikum 123 ff.  
 Dielektrizitätskonstante 123.  
 Dieselmotor 99.  
 Differenzöne 80.  
 Diffusion 42, 57.  
 Dimension 6.  
 Dioptrie 206.  
 Dipol, elektrischer 177.  
 —, magnetischer 138.  
 Dipolmolekül 124.  
 Dipolsender 177.  
 Direktionskraft 27.  
 Diskus 34.  
 Dispersion 198 ff.  
 Dissoziation, elektrolytische 143.  
 Doppelbrechung 233 ff.  
 —, elektrische 234.  
 Doppelbrechung, künstliche 234.  
 Doppelschichten, elektrische 125 ff.  
 Doppler-Effekt 83.  
 Drehfeld 172.  
 Drehimpuls 32.  
 Drehmoment 16.  
 Drehschwingungen 32.  
 Drehstrom 173.  
 Drehstrommotor 172 ff.  
 Drehung der Polarisationssebene 236 ff.  
 Dreifarben-theorie 212.  
 Drosselpulen 166.  
 Druck 50.  
 — der Gase 57 ff.  
 —, hydrodynamischer 56 ff.  
 —, hydrostatischer 50 ff.  
 Druckeinheiten 58.  
 Druckenergie 63.  
 Druckkraft 50.  
 Dualismus Welle-Teilchen 250.  
 Dulong-Petitsche Regel 88, 101.  
 Dunkelfeldbeleuchtung 220, 230.  
 dyn 10.  
 Dynamomaschinen 172.  
  
 Ebbe und Flut 36.  
 Effektivwerte von Strom und Spannung 165.  
 Eigenfrequenzen 75.  
 Eigenschwingungen 75.  
 Einheiten, Grund- und abgeleitete — 4.  
 Eintrittspupille 215, 218.  
 Elastizität fester Stoffe 45.  
 — der Flüssigkeiten 49.  
 — der Gase 56.  
 Elastizitätsmodul 45.  
 Elektrizität, positive und negative 112.  
 Elektrizitätsleitung in Flüssigkeiten 143 ff.  
 — in Gasen bei niedrigem Druck 156.  
 — in Gasen bei höherem Druck 158.  
 — im Hochvakuum 152 ff.  
 — in Metallen 130 ff.  
 —, selbständige 151, 156, 158.  
 —, unselbständige 151, 152.  
 Elektrizitätsmenge 113.  
 Elektrokinetische Erscheinungen 146.  
 Elektrolumineszenz 244.  
 Elektrolyse 144 ff.  
 Elektromagnet 170.  
 Elektrometer 113, 116.  
 Elektromotorische Kraft 127.  
 — — von Elementen 147.  
 — —, induzierte 161.  
 Elektron 117, 153 ff., 184.  
 —, positives 184.  
 Elektronenbandenspektrum 260.  
 Elektronenleitung in Metallen 129 ff.  
 Elektronenmikroskop 155, 220, 251.  
 Elektronenoptik 155.  
 Elektronenpaar 184.  
 Elektronenröhre 155.  
 Elektronenschalen 256, 258.  
 Elektronenschalter 155.  
 Elektronenspin oder -drall 168.  
 Elektronenstoß 255.  
 Elektronenvolt 154.

- Elektronenwolke 39, 259.  
 Elektrosmose 147.  
 Elektrophorese 147.  
 Elektroskop 113, 116, 121.  
 Elektrostatik 112ff.  
 Elementarquantum, elektrisches 117.  
 Elementarteilchen 184.  
 Elementarwellen 76ff.  
 Elemente, galvanische 148ff.  
 Emanation 183.  
 Emissionsspektren 252.  
 Emissionsvermögen 245.  
 Empfindlichkeit der Waage 20.  
 Energie, potentielle und kinetische 13.  
 Energiequanten 247, 249ff.  
 Energiesatz 14.  
 Energiestufen 254ff.  
 Entladung, selbständige und unselbständige 151.  
 Entropie 97.  
 Episkop 216.  
 Erdbeschleunigung 7.  
 Erdmagnetismus 139.  
 erg 12.  
 Erhaltungssatz des Drehimpulses 32.  
 — der Energie 14.  
 — des Impulses 22.  
 Eutektischer Punkt 104.
- Fall, freier 7.**  
 Farad 122.  
 Faraday, Michael 161.  
 Faradaysche Gesetze 144ff.  
 — Konstante 145.  
 Farben dünner Blättchen 225.  
 Farbenblindheit 213.  
 Farbenkreisel 213.  
 Farbenmischung, additive 213.  
 —, subtraktive 214.  
 Farbenringe, Newtonsche 225.  
 Farbensehen 212.  
 Farbton 213.  
 Federwaage 10, 19.  
 Feld, elektrisches 114, 119ff.  
 —, elektromagnetisches 179ff.  
 —, induziertes elektrisches 163.  
 —, magnetisches 137ff.  
 —, —, von Strömen 140ff.  
 Feldlinien, elektrische 114.  
 —, magnetische 138ff.  
 Feldstärke, elektrische 114.  
 — in Leitern 119.  
 —, magnetische 139, 167.  
 Fernpunkt 187.  
 Fernrohr, astronomisches 222.  
 —, holländisches 223.  
 Ferromagnetismus 169ff.  
 Festigkeit 46ff.  
 Festpunkte, thermometrische 84.  
 Feuchtigkeit, relative, — absolute 107.  
 Flächensatz 37.  
 Flammenleitung 151.  
 Flaschenzug 19.  
 Fließgrenze 47.  
 Fluoreszenz 247ff.
- Fluoreszenzanalyse 247.  
 Fluß, magnetischer 161.  
 Flüssigkeiten, ideale 60.  
 —, unterkühlte 45.  
 —, zähe 61ff.  
 Flüssigkeitsoberflächen, freie 49ff.  
 Formelastizität 37.  
 Fraunhofersche Linien 198, 252.  
 Freiheitsgrade der Moleküle 101ff.  
 Frequenz 8.  
 Funkenentladung 159.  
 Funkeninduktor 174.  
 Funkenschlagweite 159.
- Galilei, Galileo 7.**  
 Galtonpfeife 82.  
 Galvanometer 142ff.  
 Galvanoplastik, -stegie 150.  
 Gammastrahlen 182.  
 Gangunterschied 225.  
 Gasarbeit 92.  
 Gase, ideale 57, 91ff.  
 Gasentladungen, elektrische 156ff.  
 Gasgesetze 91ff.  
 Gaskonstante, universelle 92.  
 Gasthermometer 86.  
 Gasverflüssigung 108ff.  
 Gauss (Einheit) 167.  
 Gefrierpunkt 102.  
 Gefrierpunktserniedrigung 104.  
 Gegenkraft 21.  
 Gegenseitige Induktion 163.  
 Generatoren 172ff.  
 Geräusch 81.  
 Geschwindigkeit 6.  
 Gesichtsfeld, -blende 215, 219.  
 Gewicht 10.  
 —, spezifisches 11.  
 Gewitterelektrizität 126.  
 Gitter, optisches 227.  
 Gitterebene 43.  
 Gleichgewicht von Kräften 15.  
 —, stabiles, labiles, indifferentes 17ff.  
 Gleichrichter 153, 160, 181, 249.  
 Glimmentladung 156.  
 Glühelctronen 152.  
 Glühkathode 152.  
 Glühkathodenröhre 153, 155.  
 Glühlampen 135.  
 Gramm 10.  
 Grammatom 38.  
 Grammgewicht 11.  
 Grammmolekül 38.  
 Gravitationsgesetz 36.  
 Gravitationskonstante 36.  
 Guericke, Otto von 58.
- Hagen-Poiseuillesches Gesetz 62.**  
 Halbleiter 118.  
 Halbwertszeit radioaktiver Stoffe 184.  
 Härte 46.  
 Hauptebenen, -punkte 207.  
 Hauptsatz, erster, der Wärmelehre 89ff.  
 —, zweiter, der Wärmelehre 95ff.  
 —, dritter, der Wärmelehre 98.

- Hauptschlußmaschine 172.  
 Hauptschnitt 234.  
 Hauptstrahlen 215, 218.  
 Hauptträgheitsachsen und -momente 31.  
 Hautwirkung 177.  
 Hebel 16.  
 Heber 59.  
 Hefner-Kerze 193.  
 Henry (Einheit) 164.  
 Herapathit 235.  
 Herotare 235.  
 Hertz (Einheit) 27.  
 —, Heinrich 178.  
 Heteropolare Bindung 39.  
 Heuslersche Legierungen 169.  
 Hitzdrahtstrommesser 142.  
 Hochfrequenzströme 176ff.  
 Hochspannungsmaschine 121.  
 Höhenformel, barometrische 59.  
 Höhenstrahlung 188.  
 Hohlraumstrahlung 246.  
 Hohlspiegel 200ff.  
 Homöopolare Bindung 39.  
 Hooke'sches Gesetz 46.  
 Hörfläche 79.  
 Hörsamkeit von Räumen 82.  
 Hörschwellen 79.  
 Huygens'sches Prinzip 77.  
 Hysteresiskurve 169.  
  
 Immersionssystem 220.  
 Impuls = Bewegungsgröße 22.  
 — = Kraftstoß 22.  
 Impulssatz 22ff.  
 Induktion, elektromagnetische 160ff.  
 —, gegenseitige 163.  
 Induktionsfluß 161ff.  
 Induktionsgesetz 161ff.  
 Induktionssofen 162.  
 Induktionsstrom 161ff.  
 Induktivität 164.  
 Induktor 174.  
 Influenz 120ff.  
 Inklination, erdmagnetische 139.  
 Interferenz 69.  
 — des Lichtes 224ff.  
 — des polarisierten Lichtes 237.  
 Inversionstemperatur 91, 109.  
 Ionen 117, 144.  
 Ionisierung von Atomen 255.  
 Ionisierungsenergie, -spannung 255.  
 Iris 210.  
 Isobare Atome 185.  
 Isolatoren 118.  
 Isomere Atome 186.  
 Isothermen idealer Gase 92ff.  
 Isotope 158, 185.  
  
 Joule (Einheit) 12.  
 Joule-Thomson-Effekt 90, 109.  
 Joulesche Wärme 135.  
  
 Kalorie 87.  
 Kalorimeter 87.  
 Kalottenmodelle von Molekülen 40.  
  
 Kältemaschine 95, 109.  
 Kältemischungen 104.  
 Kammerton 80.  
 Kanalstrahlen 157.  
 Kapazität 122ff.  
 Kapillarität 55.  
 Kapselpumpe 60.  
 Kathodenfall 157.  
 Kathodenstrahlen 153ff., 157ff.  
 —, Ablenkung in elektrischen und magnetischen Feldern 154.  
 Kathodenstrahloszillograph 153, 155.  
 Kathodenzerstäubung 157.  
 Keil 19.  
 Kelvin-Skala 85.  
 Kennlinie von Elektronenröhren 155.  
 Kepler, Johannes 37.  
 Keplersche Gesetze 37.  
 Kerngerüst eines Moleküls 40.  
 Kernladungszahl 253.  
 Kernumwandlungen, künstliche 186.  
 —, natürliche 186.  
 Kerr-Effekt 234.  
 Kilogrammgewicht 10.  
 Kilopond 11.  
 Kilowatt, -stunde 12, 135.  
 Kinetische Gastheorie 100ff.  
 Kirchhoffsche Regeln der Stromverzweigung 131.  
 Kirchhoffsches Strahlungsgesetz 245.  
 Klänge 80.  
 Klangfarbe 80.  
 Klemmenspannung 133.  
 Knall 81.  
 Knotenpunkte eines optischen Systems 207.  
 Koerzitivkraft 169.  
 Kohärenz des Lichtes 224.  
 Kohärente Wellen 77.  
 Kohäsionsdruck 57, 93.  
 Kohäsionskräfte 42.  
 Kohlenstoffatom, asymmetrisches 236.  
 Kolloidale Lösungen 103.  
 Kompensationsverfahren zur Messung von Spannungen 133.  
 Komplementärfarben 213.  
 Kompressibilität der Flüssigkeiten 48.  
 Kondensation 105.  
 Kondensationskerne 108.  
 Kondensator 116, 122ff.  
 Konvektion 111.  
 Konzentrationselement 149.  
 Koronaentladung 158.  
 Körperfarben 214.  
 Kraft als Ursache der Beschleunigung 9.  
 —, elastische 27.  
 Kräfte 9.  
 —, zwischenmolekulare 42.  
 Kräftepaar 16.  
 Kraftflußdichte 167.  
 Kraft und Gegenkraft 21.  
 Kraftkilogramm 10.  
 Kraftlinien s. Feldlinien.  
 Kraftmaß, dynamisches und statisches 9.  
 Kraftmaschinen 18.  
 Kraftstoß 22.

- Kreisbahn 7, 23.  
 Kreisel 34 ff.  
 Kreiselektron 168.  
 Kreismoment 35.  
 Kreisfrequenz 165.  
 Kreisprozesse 94 ff.  
 Kristalle 43.  
 Kristallgitter 43.  
 Kritischer Punkt 108.  
 Kryohydrat 94.  
 Kugelfläche, Brechung an einer 202.  
 Kundtsche Staubfiguren 74.  
 Kurzschlußanker 37.  
 Kurz- und Weitsichtigkeit 211.  
 Kurzwellentherapie 177.  
  
 Ladung, elektrische 112 ff.  
 — des Elektrons 117.  
 — — —, spezifische,  $e/m$  153.  
 Ladungsträger im magnetischen Feld 154.  
 Längeneinheiten 3.  
 Längswellen 71.  
 Laue-Diagramm 243.  
 Lautsprecher 81, 175.  
 Lautstärke 79.  
 Leidener Flasche 125.  
 Leidenfrost-Phänomen 110.  
 Leistung 12.  
 Leiter erster und zweiter Klasse 136, 147.  
 — und Nichtleiter 118.  
 Leitfähigkeit, elektrische 118, 129.  
 Leitung s. Elektrizitätsleitung.  
 Leitvermögen, elektrisches 129.  
 Lenardrohr 157.  
 Lenzsche Regel 162.  
 Leuchtdichte 193.  
 Leuchtelektron 259.  
 Licht, elliptisch und zirkular polarisiertes 238.  
 —, kohärentes 224.  
 —, Natur des 189 ff., 224, 238.  
 —, natürliches und polarisiertes 232 ff.  
 Lichtausbreitung 190 ff., 226 ff.  
 Lichtbeugung 226 ff.  
 Lichtbogen 159 ff.  
 Lichtbrechung 195 ff.  
 Lichteinheiten 192 ff.  
 Lichtelektrischer Effekt 248 ff.  
 Lichtgeschwindigkeit 191 ff.  
 Lichtquanten 250.  
 Lichtstärke 192 ff.  
 Lichtstrahl 190.  
 Lichtstrom 192.  
 Lichtstreuung an kleinsten Teilchen 229.  
 —, molekulare 230.  
 Linde-Verfahren 109.  
 Linienspektren 252, 256.  
 Linsen, dicke 206 ff.  
 —, elektrische und magnetische 155.  
 —, sphärische 203 ff.  
 Linsenfehler 208.  
 Linsensysteme 208.  
 Lippenpfeife 81.  
 Lochkamera 190.  
 Lokalströme 148.  
  
 Loschmidtsche Zahl 39, 145.  
 Lösungen 103 ff.  
 Lösungsdruck 147.  
 Lösungswärme 103.  
 Luft, flüssige 109.  
 Luftdruck 58.  
 Luftkraft 66.  
 Luftpumpen 59 ff.  
 Lumen 193.  
 Lumineszenz 244 ff.  
 Lupe 217.  
 Lux 193.  
  
 Magnete, natürliche 137.  
 Magnetfeld 137 ff.  
 — von Strömen 140 ff.  
 Magnetisierung, zyklische 169.  
 Magnetismus 137 ff.  
 —, elektrische Deutung 141, 168.  
 Magnetostruktionsender 83.  
 Magnetpole 138.  
 Manometer 59.  
 Masse und Energie 185.  
 — der Erde 36.  
 —, schwere 10.  
 —, träge 9.  
 Massendefekte 186.  
 Massenmittelpunkt 17.  
 Massenpunkt 21.  
 Massenspektrograph 158.  
 Massenwert und -zahl 185.  
 Maßsystem, CGS 11.  
 —, elektrostatisches 113.  
 —, technisches 11.  
 Maßzahl, -einheit 3.  
 Materiewellen 251.  
 Maxwell, James Clerk 179.  
 Mayer, Julius Robert 88.  
 Mesotron 185, 188.  
 Metazentrum 53.  
 Meterkilogramm 12.  
 Mikrofarad 122.  
 Mikron, Millimikron 3.  
 Mikrophon 175.  
 Mikroskop 218 ff.  
 Mischfarben 213.  
 Mol 38.  
 Molekularbewegung 41 ff.  
 Molekulargewicht 38.  
 Molekülspektren 252, 259.  
 Molvolumen 56.  
 Moment, elektrisches 124.  
 —, induziertes 124.  
 —, magnetisches 139.  
 Moseleysches Gesetz 258.  
 Motoren 98, 173.  
  
 Nachbilder 212.  
 Nachwirkung, elastische 45.  
 Nahepunkt 241.  
 Nahordnung der Moleküle 49.  
 Nebelkammer von Wilson 182.  
 Nebenschlußmaschine 172.  
 Netzebenen 43.  
 Neugrad 4.

- Neutron 185.  
 Newton, Isaak 21.  
 Nicolsches Prisma 234.  
 Nonius 4.  
 Normalelement 150.  
 Nutzeffekt einer Wärmekraftmaschine 95.  
  
 Oberflächenenergie 54.  
 Oberflächenspannung 54.  
 Oberschwingungen 70.  
 Obertöne 80.  
 Öffnungsspannung 163.  
 Öffnungswinkel 190, 200, 215.  
 Oersted (Einheit) 139.  
 Ohm (Einheit) 129.  
 —, Georg Simon 128.  
 Ohmsches Gesetz 128.  
 — — bei Flüssigkeiten 146.  
 — — bei Gasen 152.  
 Ohr 80.  
 Okulare 218ff.  
 Ölschichten, dünne 55, 225.  
 Opernglas 223.  
 Ordnungszahl von Atomen 256.  
 Osmose 104.  
 Oszillator, elektrischer 177, 244.  
 Oszillographen 143, 153.  
 Otto-Motoren 99.  
  
 Paradoxon, hydrostatisches 51.  
 Parallaxe 4.  
 Parallelogramm der Kräfte 15.  
 Paramagnetismus 168.  
 Paschen-Serie 235.  
 Peltier-Effekt 136.  
 Pendel 26.  
 —, mathematisches 28.  
 —, physisches 32.  
 Pendelversuch, Foucaultscher 26.  
 Periodisches System der Elemente 255ff.  
 Permeabilität 167.  
 Perpetuum mobile 14.  
 — — 1. Art 89.  
 — — 2. Art 96.  
 Pfeifen 81.  
 Pferdestärke 13.  
 Phasendifferenz 68.  
 Phasen einer Schwingung 27.  
 Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung 166.  
 Phon 79.  
 Phosphoreszenz 247ff.  
 Photoeffekt 248ff.  
 Photographische Kamera 216.  
 Photometrie 192ff.  
 Photon 250.  
 Photozelle 248ff.  
 Picofarad 122.  
 Piezoelektrischer Effekt 83.  
 Planetenbewegung 37.  
 Plastizität 45ff.  
 Plattenkondensator 116, 123.  
 Polarimeter 236ff.  
 Polarisation, dielektrische 123ff.  
 —, elektrolytische 149.  
  
 Polarisation von elektromagnetischen Wellen 179.  
 — eines Leiters 120.  
 — des Lichtes 232ff.  
 — von Wellen 232.  
 Polarisationsebene 235.  
 —, Drehung der 236.  
 Polarisationsfilter 235.  
 Polarisationswinkel 233.  
 Polarisator 232.  
 Polarisierbarkeit eines Moleküls 124.  
 Pond 11.  
 Positron 117, 184.  
 Potential, elektrisches 115ff.  
 — — in Leitern 119.  
 Präzessionsbewegung beim Kreisel 34.  
 Presse, hydraulische 51.  
 Prinzip des kleinsten Zwanges, Prinzip von te Chatelier, Braun 103, 137.  
 Prisma 197.  
 —, achromatisches 199.  
 —, geradsichtiges 199.  
 Prismenfernrohr 223.  
 Proton 184.  
 Punkte, konjugierte 201, 205.  
 Pyrometrie, optische 247.  
  
 Quantentheorie des Lichtes 249ff.  
 Quantenzahlen 254.  
 Quantenzustände 254ff.  
 Quecksilberdampfboogen und -lampe 160.  
 Quecksilberdampfgleichrichter 160.  
 Querwellen 70ff.  
  
 Radialbeschleunigung 8.  
 Radialkraft 23.  
 Radiant 5.  
 Radioaktivität, natürliche, künstliche 181ff., 186ff.  
 Radionatrium 187.  
 Radium 181.  
 Raman-Strahlung 231, 250.  
 Randwinkel 55.  
 Raoult'sches Gesetz 104.  
 Raungitter 43.  
 Rayleigh-Strahlung 231.  
 Razemat 236.  
 Reflexion, diffuse 195.  
 — des Lichtes 195.  
 — von Wellen 78.  
 Reflexionsgesetz 195.  
 Refraktometer 198.  
 Regeneration 103.  
 Reibung fester Körper 47.  
 —, innere, von Flüssigkeiten 61ff.  
 —, —, von Gasen 101.  
 Reibungselektrizität 125.  
 Reibungsgesetz, Stokessches 65.  
 Reichweite von Alphastrahlen 182.  
 Reihen- und Parallelschaltung von Leitern 130ff.  
 Reizstärke 79.  
 Remanenz 169.  
 Resonanz 74.  
 Resonator 75.

- Reversible und irreversible Vorgänge 94.  
 Richtkraft 27.  
 Richtmoment 32.  
 Ringspule 161.  
 Rolle 19.  
 Röntgeninterferenzen 242ff.  
 Röntgenspektren 241, 256ff.  
 Röntgenstrahlen 240ff.  
 Rotationsdispersion 236.  
 Rotationsenergie 31.  
 Rotationschwingungsspektrum 260.  
 Rydberg-Konstante 254.
- Saccharimetrie 236.  
 Saitengalvanometer 143.  
 Sammellinsen 205ff.  
 Sättigung von Farben 213.  
 —, magnetische 169.  
 Sättigungsdruck 105ff.  
 Sättigungsstrom 151ff.  
 Schallgeschwindigkeit 82.  
 Schallintensität, -stärke 79.  
 Schallstrahler 81.  
 Scheitelwerte von Strom und Spannung 165.  
 Scherenfernrohr 223.  
 Scherung, -modul 46.  
 Schiefe Ebene 18.  
 Schirmwirkung des Eisens 170.  
 Schlüpfung 173.  
 Schmelzpunkt 101.  
 Schmelzwärme 102.  
 Schraube 18.  
 Schraubenpresse 19.  
 Schub, -modul 46.  
 Schwarzer Körper 245ff.  
 Schwarze Strahlung, Gesetze der 246ff.  
 Schwärzlichkeit 214.  
 Schwebungen 70.  
 Schweredruck 51.  
 Schwerewellen 76.  
 Schwerkraft 10.  
 Schwerpunkt 17.  
 Schwerpunktssatz 22.  
 Schwimmen 52.  
 Schwimmlagen, stabile 53.  
 Schwingung, lineare 26.  
 Schwingungen, elektrische 175ff., 180ff.  
 —, elliptische und zirkulare 68ff.  
 —, erzwungene 75.  
 —, gedämpfte 28, 75.  
 —, gekoppelte 75ff.  
 —, harmonische 27.  
 Schwingungsbauch, -knoten 72.  
 Schwingungsdauer 27ff.  
 Schwingungskreis, elektrischer 175ff.  
 Schwingungsweite 26.  
 Schwingungszahl 27.  
 Sehen, räumliches 212.  
 — mit Zäpfchen und Stäbchen 212.  
 Sehpurpur 212.  
 Sehschärfe 211.  
 Sehweite, deutliche 211.  
 Sehwinkel 210.  
 Seilwellen 72, 232.  
 Seitenvergrößerung 205.
- Selbsterregung von Generatoren 172.  
 Selbstinduktion 163ff.  
 Sieden 106.  
 Siedepunkt 106.  
 Siedepunktserhöhung 107.  
 Siemens, Werner von 172.  
 Skalare 6.  
 Solarkonstante 246.  
 Sonnentag, mittlerer 5.  
 Spalttöne 82.  
 Spannung, elektrische 115.  
 Spannungskoeffizient von Gasen 91.  
 Spannungsmessung 116, 132.  
 Spannungsreihe, elektrische 148.  
 Spannungsteilerschaltung 133.  
 Spektralanalyse 252.  
 Spektralfarben, reine 213.  
 Spektrum, gesamtes elektromagnetisches 238ff.  
 Sperrschichtphotozelle 249.  
 Spiegel, ebener 199.  
 —, parabolischer 201.  
 —, sphärischer 200.  
 Spiegelversuch, Fresnelscher 224.  
 Spitzenentladung 158.  
 Spitzenstrom 158.  
 Spitzenwirkung 120, 121, 158.  
 Spitzenzähler 183.  
 Sprungtemperatur 130.  
 Standfestigkeit 18.  
 Stärke von Linsen 206.  
 Starre Körper 21.  
 Staubfiguren, Kundtsche 74.  
 Staudruck 64.  
 Staurohr 65.  
 Stefan-Boltzmannsches Gesetz 246.  
 Stereoskop 212.  
 Sternzeit 5.  
 Stilb 193.  
 Stimmgabel 81.  
 Stokessche Regel (Fluoreszenz) 247.  
 Stockessches Gesetz (Reibungsgesetz) 65.  
 Stoß, elastischer und unelastischer 29ff.  
 Stoßionisation 156.  
 Strahlenbegrenzung in optischen Geräten 214ff.  
 Strahlendosis 242.  
 Strahlengang 215, 218, 219, 222.  
 Strahlungsgesetz, Plancksches 246.  
 — von W. Wien 246.  
 Stratosphäre 59.  
 Streuung des Lichtes 195, 229ff.  
 Strom, elektrischer 118, 126.  
 —, —, im magnetischen Felde 141ff.  
 —, wattloser 167.  
 Stromarbeit 134.  
 Stromdichte, elektrische 118.  
 Stromlinien einer Flüssigkeit 60.  
 Stromlinienform 66.  
 Strommesser 142.  
 Stromquellen 127.  
 Stromstärke, elektrische 118.  
 —, —, effektive 165.  
 — einer Flüssigkeit 62.  
 Stromstoß 143.

- Strömung, laminare und turbulente 61 ff.  
 Strömungsdoppelbrechung 234.  
 Strömungswiderstand 65.  
 Stromverzweigung 130.  
 Stromwärme 134.  
 Sublimation 107.  
 Summationston 80.  
 Supraleitung 130.  
 Suspensionen 103.  
 Suszeptibilität, magnetische 168.  
  
 Taupunkt 107.  
 Telephon 174.  
 Telephonie, drahtlose 180.  
 Temperatur 84 ff.  
 —, absolute 85.  
 —, kritische 108.  
 Temperaturionisation 151.  
 Temperaturkoeffizient des Widerstandes 130.  
 Temperaturmessung 85 ff.  
 Temperaturskala 85.  
 —, thermodynamische 97.  
 Temperaturstrahlung 244 ff.  
 Terme einer Serie 254.  
 Teslatransformator 176.  
 Thermoelektrizität 136.  
 Thermoelemente 136.  
 Thermometer 85 ff.  
 Thermosäule 239.  
 Thoriumreihe 183.  
 Tiefenschärfe 216.  
 Töne, reine 80.  
 Torr 58.  
 Torsionsmodul 46.  
 Totalreflexion 197.  
 Trägheit 9.  
 — von Strom und Magnetfeld 164.  
 Trägheitskraft, -widerstand 24, 25.  
 Trägheitsmoment 31.  
 Trägheitssatz 9.  
 Transformator 173.  
 Tribolumineszenz 248.  
 Tropfenform 66.  
 Troposphäre 59.  
 Turbulenz 62, 94.  
 Turmalinplatte 235.  
 Tyndall-Phänomen 229.  
  
 Ultramikroskop 230.  
 Ultrarot 239.  
 Ultraschall 83.  
 Ultrastrahlung 188.  
 Ultraviolett 239.  
 Ultrazentrifuge 24.  
 Umkehrbare und nichtumkehrbare Vorgänge 94.  
 Umspanner s. Transformator.  
 Unterkühlung 102.  
 Uran-Radium-Reihe 183.  
  
 Vakuum 58.  
 Vakuummantelgefäß 111.  
 Valenzkräfte 39.  
 Valenzwinkel 40.  
 Vektoraddition 6.  
  
 Vektoren 6.  
 Verbrennungsmotoren 98.  
 Verbundmaschine 172.  
 Verdampfen 105.  
 Verdampfungswärme 105.  
 Verflüssigung der Gase 108.  
 Vergrößerung, Spiegel von Linsen 201, 205.  
 Viskosität 61.  
 Volt 116.  
 Voltgeschwindigkeit 154.  
 Volumen, spezifisches 11.  
 Volumenelastizität 37, 49.  
  
 Waagen 19.  
 van der Waals'sche Gleichung und Kräfte 93.  
 Wahrscheinlichkeit 96 ff.  
 Wanderungsgeschwindigkeit von Elektronen in Metallen 129.  
 — von Ionen in Flüssigkeiten 146.  
 Wärme, spezifische 87.  
 —, —, der Gase 89.  
 — und Arbeit 88 ff.  
 Wärmeäquivalent, elektrisches 135.  
 —, mechanisches 88 ff.  
 Wärmeausdehnung 86 ff.  
 Wärmekapazität 87.  
 Wärmekraftmaschinen 98 ff.  
 Wärmeleitfähigkeit, -leitzahl 110.  
 Wärmeleitung 110 ff.  
 Wärmemenge 87 ff.  
 Wärmestrahlung 111, 244.  
 Wärmetheorie, mechanische 99 ff.  
 Wasser, schweres 158.  
 Wasserstoff, schwerer 158.  
 Wasserstoffatom, Modell des 253 ff.  
 Wasserstoffkern 253.  
 Wasserstrahlpumpe 59.  
 Wasserwellen 76.  
 Watt 13, 135.  
 Wattsekunde 12, 135.  
 Weber-Fechnersches Gesetz 79.  
 Wechselstrom 164 ff.  
 Wechselstromleistung 167.  
 Wechselstrommesser 142.  
 Wechselstromwiderstand 165 ff.  
 Weglänge, mittlere freie, der Gasmoleküle 57.  
 Weichenmeßgeräte 142.  
 Welle und Teilchen 250.  
 Wellen, Ausbreitung von 76 ff.  
 —, ebene 76.  
 —, elektromagnetische 178 ff.  
 —, longitudinale 71.  
 —, stehende 72.  
 —, — elektrische 178.  
 —, transversale 71.  
 Wellenfläche, -front 76.  
 Wellenlänge 71.  
 Wellenmechanik 230.  
 Wellennatur des Lichtes 224 ff.  
 — der optischen Abbildung 228 ff.  
 Wellennormale 76.  
 Wellenzahl 254.  
 Wellrad 19.  
 Wheatstonesche Brücke 134.  
 Widerstand, elektrischer 128.

- Widerstand von Elektrolyten 146.  
—, induktiver 165.  
—, kapazitiver 166.  
Widerstandsgesetz von Stokes 65.  
Widerstandsmessung 134.  
Widerstandsthermometer 130.  
Wiedervereinigung von Ionen 151.  
Windungsfläche 140.  
Winkelbeschleunigung 31.  
Winkleinheiten 4.  
Winkelgeschwindigkeit 8.  
Winkelvergrößerung 217, 218, 222.  
Wirbelbildung 62, 65.  
Wirbelströme 162.  
Wirkungsgrad von Lichtquellen 247.  
— von Maschinen 95.  
Wirkungslinie einer Kraft 153.  
Wirkungsquantum 247, 250, 251.  
Wirkungssphäre 39ff.  
Wurfbewegung 28.  
**X**-Einheit 3.  
Zähigkeit 61 ff.  
Zählrohr, Geigersches 183.  
Zeiteinheit 5.  
Zelle, lichtelektrische 248 ff.  
Zentrifugalkraft 24.  
Zentrifugalmomente 33.  
Zentrifuge 24.  
Zentripetalbeschleunigung 8.  
Zentripetalkraft 23.  
Zerfall, radioaktiver 183.  
Zerfallsgesetz 184.  
Zerfallsreihen, radioaktive 183.  
Zersetzungsspannung 149.  
Zerstrahlung von Elektronenpaaren 184.  
Zerstreuungslinsen 206.  
Zugfestigkeit 47.  
Zündspannung 157.  
Zungenpfeife 81.  
Zustand, angeregter 255.  
Zustandsänderungen, adiabatische 93 ff.  
—, isobare 91.  
—, isotherme 92.  
Zustandsgleichung der idealen Gase 91 ff.  
— von van der Waals 93.  
Zyklotron 187.  
Zylinderlinse 209.

**Einführung in die Physik.** Von Dr. phil., Dr.-Ing. e. h., Dr. phys. e. h. **R. W. Pohl**, o. ö. Professor der Physik an der Universität Göttingen.

Erster Band: **Einführung in die Mechanik, Akustik und Wärmelehre.** Dritte und vierte, umgearbeitete und ergänzte Auflage. Vergriffen.

Zweiter Band: **Einführung in die Elektrizitätslehre.** Sechste und siebente, verbesserte und ergänzte Auflage. Mit 497 Abbildungen, darunter 20 entlehnten. VIII, 276 Seiten. 1941. Ganzleinen RM 13.80

Dritter Band: **Einführung in die Optik.** Zweite und dritte, verbesserte Auflage. Mit 564 Abbildungen im Text und auf einer Tafel, darunter 18 entlehnten. VIII, 324 Seiten. 1941. Ganzleinen RM 18.60

---

**Physik.** Ein Lehrbuch. Von **Wilhelm H. Westphal**, b. a. o. Professor der Physik an der Technischen Hochschule Berlin. Siebente und achte Auflage. Mit 634 Abbildungen. XI, 679 Seiten. 1941. Ganzleinen RM 19.80

---

**Einführung in die Physik.** Von Dr. med. **Ph. Broemser**, o. Professor für Physiologie an der Universität Basel. Mit 206 Abbildungen. VIII, 404 Seiten. 1925. Ganzleinen RM 10.80

---

**Grundriß der Physik** für Naturwissenschaftler, Mediziner und Pharmazeuten. Von Dr. **Ernst Lamla**, Oberstudiendirektor in Berlin. Zugleich fünfte, völlig neu bearbeitete Auflage der „Schule der Pharmazie, Physikalischer Teil“. Mit 250 Textabbildungen. VI, 318 Seiten. 1925. Ganzleinen RM 10.80

---

**Einführung in das physikalische Praktikum** für Studierende der Medizin und anderer Fächer. Von **Chr. Gerthsen** und **M. Pollermann**. Mit 125 Abbildungen. VI, 98 Seiten, mit Schreibpapier durchschossen. 1941. RM 3.30

---

**Physikalisch-technisches Praktikum für Mediziner.** Eine Einführung in die Anwendung von Meßmethoden und Apparaturen. Von Dr. phil. **Alfred Kretlow**, ehem. I. Assistent am Physikalischen Institut der Universität Basel. Mit 127 Abbildungen. VII, 232 Seiten. 1930. RM 14.04

---

**Einführung in die Physiologie des Menschen.** Von Professor Dr. **Hermann Rein**, Direktor des Physiologischen Instituts der Universität Göttingen. Fünfte und sechste Auflage. Mit 404 Abbildungen. X, 530 Seiten. 1941. RM 18.—

---

**Einführung in die chemische Physiologie.** Von Professor Dr. **E. Lehnartz**, Direktor des Physiologisch-Chemischen Instituts der Universität Münster i. W. Fünfte Auflage. Mit 87 Abbildungen. IX, 468 Seiten. 1942. RM 18.—

---

**Anleitung zu den physiologischen Übungen** für Studierende der Medizin. Von Professor Dr. **Wilhelm Trendelenburg**, Direktor des Physiologischen Instituts der Universität Berlin. Dritte Auflage. Mit 32 Abbildungen. X, 82 Seiten mit Schreibpapier durchschossen. 1941. RM 2.70

---

**Physiologisches Praktikum.** Von Dr. **Ferdinand Scheminzky**, a. o. Professor für Physiologie an der Universität Wien. Zweite, neubearbeitete Auflage des „Leitfaden für die physiologischen Übungen“. (Springer-Verlag, Wien.) Mit 93 Abbildungen. VII, 255 Seiten. 1940. RM 12.—

---

**Medizinisch-chemische Bestimmungsmethoden.** Von Dr. **Karl Hinsberg**, a. o. Professor, Vorsteher der Chemischen Abteilung des Pathologischen Instituts der Universität Berlin.  
Erster Teil: **Darstellung der allgemein gebräuchlichen und der wichtigsten quantitativen Methoden.** Mit 29 Abbildungen. VI, 93 Seiten. 1935. RM 4.80  
Zweiter Teil: **Eine Auswahl von Methoden für das klinische Untersuchungslaboratorium.** Mit 48 Abbildungen. V, 186 Seiten. 1936. RM 8.70

---

**Einführung in die organisch-chemische Laboratoriumstechnik.** Von Professor Dr. **Konrad Bernhauer**, Direktor des Instituts für Biochemie und Nahrungsmittelchemie der Deutschen Technischen Hochschule in Prag. Zweite, völlig neubearbeitete und vermehrte Auflage. Mit 88 Abbildungen. X, 170 Seiten. 1942. (Springer-Verlag, Wien). RM 4.80

---

**Anleitung zum Praktikum der analytischen Chemie.** In 3 Teilen. Von Dozent Dr. **S. Walter Souci**. Unter Mitwirkung von Professor Dr. Dr. F. Fischler und Dr. H. Thies.  
1. Teil: **Praktikum der qualitativen Analyse.** Zweite, umgearbeitete und vervollständigte Auflage. IX, 139 Seiten mit Schreibpapier durchschossen. 1941. RM 6.50; Ganzleinen RM 7.50  
2. Teil: **Ausführung qualitativer Analysen.** Zweite, umgearbeitete und vervollständigte Auflage. XII, 128 Seiten. 1941. RM 5.40  
3. Teil: **Praktikum der Gewichtsanalyse.** In Vorbereitung.

---