

Technische Wärmelehre der Gase und Dämpfe

von

Franz Seufert

Technische Wärmelehre der Gase und Dämpfe

Eine Einführung für Ingenieure und Studierende

Von

Franz Seufert

Ingenieur und Oberlehrer

an der Kgl. höheren Maschinenbauschule in Stettin

Mit 25 Abbildungen und 5 Zahlentafeln



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1916

All Rechte, insbesondere das der Übersetzung
in fremde Sprachen, vorbehalten

Copyright 1916 by Springer-Verlag Berlin Heidelberg
Ursprünglich erschienen bei Julius Springer in Berlin 1916
Softcover reprint of the hardcover 25th edition 1916

ISBN 978-3-662-39300-0

ISBN 978-3-662-40339-6 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-662-40339-6

Vorwort.

Das Buch soll die notwendigsten Grundbegriffe der technischen Wärmelehre der Gase und Dämpfe soweit erläutern, als es zum Verständnis der Wirkungsweise von Kompressoren, Verbrennungskraftmaschinen, Dampfturbinen und Kälte-Erzeugungsanlagen erforderlich ist. Erfahrungsgemäß bereitet dem Anfänger weniger die Entwicklung und das Verständnis der Formeln als vielmehr ihre zahlenmäßige Anwendung Schwierigkeiten. Deshalb habe ich großen Wert auf die Durchrechnung von Beispielen gelegt. Hier ließen sich Wiederholungen nicht immer vermeiden; sie tragen jedoch zum Verständnis der Beispiele wesentlich bei und ersparen das Nachschlagen. Um die Entwicklungen möglichst einfach zu gestalten, habe ich mir einige Vernachlässigungen gestattet, z. B. die Veränderlichkeit der spezifischen Wärme der Gase nicht berücksichtigt, schädliche Räume außer Berechnung gelassen u. a. m. Für die Benutzung im Unterricht bietet das Werkchen den Vorteil, daß das zeitraubende Diktieren wegfällt und die ersparte Zeit zur Durcharbeitung eines größeren Stoffgebietes und zum Lösen von Aufgaben verwendet werden kann. Der Lernende wird, wie ich hoffe, nach dem Studium des Werkchens in der Lage sein, größere, im Quellenverzeichnis genannte Werke mit weniger Mühe zu verstehen.

Stettin, Herbst 1916.

F. Seufert.

Allgemeine Bemerkung: Die Rechnungen mit natürlichen Logarithmen gestalten sich etwas bequemer durch Anwendung der bekannten Beziehung:

$$\log_{\text{nat}} a = 2,303 \log a.$$

Inhaltsverzeichnis.

Erster Teil.

Gase.

	Seite
1. Wärmemenge, spezifische Wärme und Wärme-Äquivalent	1
Zahlentafel 1 für Gase	5
2. Gasgesetze	7
a) Das Gasgesetz von Gay-Lussac	7
b) Das Gasgesetz von Boyle-Mariotte	9
c) Das vereinigte Gay-Lussac-Mariottesche Gasgesetz	9
3. Die Berechnung des mechanischen Wärme-Äquivalentes	12
4. Die Gaskonstante von Gasmischungen	13
5. Zustandsänderungen	15
a) Allgemeine Zustandsänderung	15
b) Zustandsänderung bei konstantem Volumen	18
c) Zustandsänderung bei konstantem Druck	21
d) Zustandsänderung bei konstanter Temperatur	24
e) Zustandsänderung ohne Zu- und Abführung von Wärme	27
I. Poissonsche Gleichung	27
II. Poissonsche Gleichung	29
III. Poissonsche Gleichung	29
f) Polytropische Zustandsänderung	31
6. Kreisprozesse	34
7. Prozeß des Luftkompressors	37
8. Prozeß der Verpuffungsmaschine	41
9. Prozeß der Dieselschen Gleichdruckmaschine	46
10. Begriff der Entropie	50
11. Adiabatische Ausströmung	52

Zweiter Teil.

Dämpfe.

A. Der Wasserdampf.

1. Wärmehalt des Sattdampfes	57
Zahlentafel 2 für gesättigten Wasserdampf	58
2. Wärmehalt des feuchten oder nassen Dampfes	59
3. Wärmehalt des überhitzten Dampfes	61
Zahlentafel 3: Mittlere spezifische Wärme für überhitzten Dampf	61
4. Zustandsgleichung des überhitzten Dampfes	62
5. Die Entropie des Wasserdampfes	63
Zahlentafel 4 zur Entropieberechnung	66
6. Adiabatische Ausströmung von Wasserdampf	67
7. Das Mollier'sche J-S-Diagramm	68

B. Der Ammoniakdampf.

1. Physikalische Eigenschaften	70
Zahlentafel 5	71
2. Der Prozeß der Kälteerzeugung	71
3. Berechnung der Kälteleistung	74

Erster Teil: Gase.

1. Wärmemenge, spezifische Wärme und Wärmeäquivalent.

Die frühere Annahme, daß Wärme ein äußerst feiner, unwägbarer Stoff sei, mußte seit der Entdeckung des mechanischen Wärmeäquivalentes durch Robert Mayer fallen, weil man durch Aufwand von mechanischer Arbeit beliebige Wärmemengen erzeugen kann. Deshalb erklärt die neuere Physik die Wärme als eine Energieform, und zwar nimmt sie als Ursache der Wärmeerscheinungen die Bewegungsenergie der Moleküle an. Diese Hypothese ist jedoch zur Anwendung für praktische Rechnungen ungeeignet, und man kann, ohne mit der Erfahrung in Widerspruch zu geraten, so rechnen, als ob die Wärme ein Stoff wäre.

Um hiernach die in einem Körper enthaltene Wärmemenge zu berechnen, ist die Kenntnis folgender drei Größen notwendig:

1. Gewicht der Raumeinheit in kg oder spezifisches Gewicht.
2. Temperatur in $^{\circ}\text{C}$.
3. Spezifische Wärme.

Bei den Gasen und Dämpfen kommt noch hinzu:

4. Der auf die Flächeneinheit wirkende (spezifische) Druck.

1. Das **spezifische Gewicht** wird bei festen und flüssigen Körpern in kg/cdm ausgedrückt; für Gase und Dämpfe gibt man es in kg/cbm an, um praktisch bequemere Zahlen zu erhalten. Da jedoch das Volumen und damit das spezifische Gewicht der Gase, wie sich später zeigen wird, in hohem Maße von der Temperatur und vom Druck abhängt, sind letztere für die Zahlangaben festzulegen; man rechnet deshalb die spezifischen Gewichte meistens für 0°C und 760 mm Barometerstand. Diese Zahlen sind in der Zahlentafel 1 enthalten ¹⁾.

2. Der Begriff der **Temperatur** ergab sich aus der physiologischen Wahrnehmung, daß wir wärmere und kältere Körper

¹⁾ Eine andere gebräuchliche Grundlage bilden 15° und 1 at abs. Seufert, Techn. Wärmelehre.

unterscheiden können. Durch Wärmezufuhr dehnen sich im allgemeinen die Körper aus ¹⁾; der Messung der Temperatur hat man die Ausdehnung einer Quecksilbersäule zugrunde gelegt (Thermometer). Der Nullpunkt ist durch die Temperatur des schmelzenden Eises, der 100. Grad durch die Temperatur des bei einem Barometerstand von 760 mm siedenden Wassers willkürlich bestimmt (Celsius-Skala). Die Temperatur kennzeichnet, bildlich gesprochen, die Höhenlage der Wärme und kann mit der Spannung des elektrischen Stromes oder nach Zeuner mit der Höhenlage eines Gewichtes verglichen werden, das herabsinkend Arbeit verrichtet.

3. Die **spezifische Wärme** wird in Wärmeeinheiten (WE) oder Kalorien (Kal) gemessen. Eine WE oder Kal ist diejenige Wärmemenge, die erforderlich ist, um 1 kg oder 1 g flüssiges Wasser von 0° auf 1° zu erwärmen; demnach unterscheidet man die große oder kg-Kal und die kleine oder g-Kal. Die erstere ist die gebräuchlichere.

Beispiel: Wie viele WE sind erforderlich, um 3,400 kg Wasser von 10° auf 50° zu erwärmen?

$$\text{Es ist } G = 3,400 \text{ kg}$$

$$t_1 = 10^\circ$$

$$t_2 = 50^\circ$$

Wärmemenge

$$Q = G(t_2 - t_1) = 3,400 \cdot (50 - 10) = 136 \text{ WE.}$$

Bei anderen Körpern ist zur Erwärmung von 0° bis 1° eine andere Wärmemenge notwendig und hieraus ergibt sich folgende Definition:

Spezifische Wärme ist diejenige Wärmemenge, die aufgewendet werden muß, um 1 kg eines Körpers von 0° bis 1° zu erwärmen.

Die Temperaturlage 0° bis 1° ist deshalb festgelegt, weil bei vielen Körpern die in höherer Temperaturlage zur Erwärmung um 1° erforderliche Wärmemenge von der bei 0° notwendigen verschieden ist; dies zeigt sich besonders bei dem später behandelten Wasserdampf.

Bezeichnet man die spezifische Wärme eines G kg wiegenden Körpers mit c , dann ist zur Erwärmung von t_1^0 auf t_2^0 die Wärmemenge

$$Q = G \cdot c (t_2 - t_1)$$

zuzuführen, oder bei der Abkühlung von t_2^0 auf t_1^0 abzuführen.

¹⁾ Ausnahmen: Wasser zwischen 0° und 4°, erstarrende Körper.

Bei den Gasen und Dämpfen sind zwei verschiedene spezifische Wärmen zu unterscheiden. Dies wird durch Betrachtung folgender zwei Vorgänge klar:

1. Erwärmt man 1 kg eines Gases in einem allseitig geschlossenen Gefäß (Abb. 1), so bleibt sein Volumen konstant, sein Druck steigt und zur Erwärmung um je 1° seien c_v WE erforderlich. Diese Wärmemenge wird spezifische Wärme bei konstantem Volumen genannt.

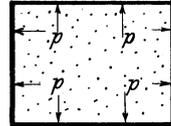


Abb. 1.

2. Besitzt dagegen bei demselben Versuch das Gefäß einen reibungsfrei beweglichen, gewichtslos gedachten Kolben (Abb. 2), so lastet am Anfang des Versuches auf beiden Kolbenseiten derselbe Druck p . Bei der Erwärmung dehnt sich das Gas aus und schiebt den Kolben unter Überwindung des äußeren Druckes p nach außen, während der Druck p im Innern gleich bleibt. Die in diesem Fall zur Erwärmung um je 1° erforderliche Wärmemenge c_p heißt spezifische Wärme bei konstantem Druck.

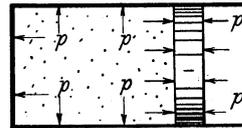


Abb. 2.

Die Zahlenwerte für c_p sind für eine Anzahl Gase zuerst von Regnault sehr genau ermittelt worden; ferner hat man nach verschiedenen Verfahren das Verhältnis

$$k = \frac{c_p}{c_v} \text{ als konstant}$$

festgestellt und danach c_v berechnet. Es zeigte sich, daß für die früher sog. permanenten (zweiatomigen) Gase: Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff usw. und auch Luft stets annähernd

$$k = 1,41$$

ist.

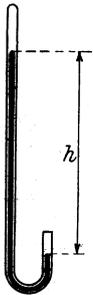
Mit Berücksichtigung des spezifischen Gewichtes bei 0° und 760 mm kann man aus den Werten c_p und c_v auch für die Volumeneinheit (cbm) entsprechende spezifische Wärmen c'_p und c'_v berechnen, die ebenfalls in der Zahlentafel 1 enthalten sind. Die Werte unter R bedeuten die Gaskonstante, die später erklärt werden wird.

Die spezifischen Wärmen von **Gasgemischen** können, wenn G_1, G_2, \dots, G_n die Gewichtsanteile eines kg und $c_1,$

$c_2 \dots c_n$ die spezifischen Wärmen der Einzelgase sind, berechnet werden nach dem Ansatz:

$$c = c_1 G_1 + c_2 G_2 + \dots + c_n G_n$$

4. Die Messung des **Druckes** ergibt sich aus folgender Betrachtung: Füllt man nach Abb. 3 ein unten umgebogenes offenes, oben geschlossenes Glasrohr von 1 qcm Querschnitt und etwa 80 cm Länge in umgekehrter Lage mit Quecksilber und bringt es durch Umkehren in die gezeichnete Lage, dann sinkt der obere Quecksilberspiegel etwas und der Abstand der beiden Spiegel stellt sich auf eine Höhe h ein, die vom Luftdruck abhängig ist. In der Höhe des Meeresspiegels ist im Mittel $h = 760$ mm. Die Luft hält dieser Quecksilbersäule das Gleichgewicht und drückt also auf qcm Fläche, wenn das spezifische Gewicht des Quecksilbers = 13,6 ist, mit einer Kraft



$$P = 76,0 \cdot 13,6 = 1033 \text{ g} = 1,033 \text{ kg}^1).$$

Dieser Druck wurde früher 1 Atmosphäre genannt. Statt dieser Einheit ist jetzt die metrische Atmosphäre (at) als Druckeinheit allgemein gebräuchlich, mit welcher der **Druck von 1 kg/qcm** bezeichnet wird. Nach dem obigen Versuch entspricht

$$1 \text{ at} = \frac{1000}{13,6} = 73,5 \text{ cm Q.S.}$$

Man unterscheidet Druckmessung nach Atmosphären Überdruck und nach absoluten Atmosphären. Erstere Messung gibt den den Luftdruck übersteigenden Druck an, letztere rechnet den Druck vom absoluten Vakuum an. Für jeden Druck ist also die Anzahl der absoluten Atmosphären um 1 größer als die Zahl des at Überdruck. In der Wärmetheorie wird auch vielfach der Druck in kg/qm gemessen gedacht; es ist also

$$1 \text{ at} = 10\,000 \text{ kg/qm.}$$

Nach der Entdeckung von Robert Mayer sind **Wärme und Arbeit äquivalent**, d. h. bei der Umwandlung von Wärme in Arbeit und umgekehrt entspricht jeder Wärmeeinheit eine bestimmte Anzahl von mkg Arbeit oder jedem mkg ein bestimmter Bruchteil

¹⁾ Streng genommen müßte man hierzu den Druck des Quecksilberdampfes auf den oberen Quecksilberspiegel (in dem luftleeren Raum) addieren.

Zahlentafel I für Gase.

	Chemisches Zeichen	Atomzahl im Molekül	Angenäh. Molekulargewicht	Gaskonstante R	Spez. Gewicht bei 0° und 760 mm	Spezifische Wärme für 1 cbm bei 0° und 760 mm				k $\frac{c_p}{c_v}$
						c_p für 1 kg	c_v	c'_p	c'_v	
Wasserstoff	H ₂	2	2	420,0	0,0899	3,41	2,42	0,217	2,42	1,41
Sauerstoff	O ₂	2	32	26,5	1,429	0,217	0,155	0,247	0,155	1,41
Stickstoff	N ₂	2	28	30,2	1,251	0,247	0,176	0,242	0,176	1,41
Kohlenoxyd	CO	2	28	30,25	1,250	0,242	0,172	0,238	0,172	1,41
Luft	—	—	—	29,27	1,293	0,238	0,170	0,48	0,37	1,30
Wasserdampf	H ₂ O	3	18	47,1	0,804	0,48	0,37	0,386	0,297	1,30
Kohlensäure	CO ₂	3	44	19,25	1,977	0,21	0,16	0,393	0,304	1,293
Schweflige Säure	SO ₂	3	64	13,2	2,861	0,15	0,12	0,429	0,342	1,255
Ammoniak	NH ₃	4	17	49,6	0,761	0,53	0,41	0,396	0,305	1,298
Methan	CH ₄	5	16	52,8	0,717	0,59	0,46	0,424	0,334	1,270
Alkohol	C ₂ H ₅ (OH)	9	46	18,42	0,205	0,453	0,400	0,930	0,822	1,133
Benzol	C ₆ H ₆	12	78	10,87	0,349	0,33	0,305	1,150	1,063	1,082

einer WE. Diese Umrechnungszahl wurde von Robert Mayer, Joule, Hirn und Rowland theoretisch und durch Versuche festgestellt. Es entspricht

1 WE = 427 mkg (mechanisches Wärmeäquivalent), oder

$1 \text{ mkg} = \frac{1}{427} = A \text{ WE}$ (kalorisches Arbeitsäquivalent).

Die Zahl $A = \frac{1}{427}$ gibt also an, daß durch die Arbeit von 1 mkg eine Wärmemenge von $\frac{1}{427}$ WE erzeugt werden kann. Umgekehrt, beobachtet man, daß in einer Wärmekraftmaschine von der ursprünglich eingeleiteten Wärme ein Teil scheinbar verschwunden ist, der sich nicht mehr als Wärme nachweisen läßt, so ist für jede verschundene WE eine Arbeit von 427 mkg geleistet worden. **(1. Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie.)**

Aus dieser Erkenntnis folgt eine wichtige Beziehung zwischen den beiden spezifischen Wärmen c_p und c_v . Erwärmt man nämlich bei den Versuchen S. 3 in beiden Fällen 1 kg Gas um 1° , so sind dazu die Wärmemengen c_v und c_p notwendig, und es ist im zweiten Fall offenbar mehr Wärme zuzuführen, als im ersten, weil im zweiten Fall ein Teil der zugeführten Wärme verbraucht wird, um den auf dem Kolben lastenden Druck p eine gewisse Strecke lang zu überwinden, also Arbeit zu leisten. Die im zweiten Fall zuzuführende Wärme c_p muß also um das Wärmeäquivalent $A \cdot L$ der geleisteten Arbeit L größer sein als die im ersten Fall zuzuführende Wärme c_v ; also ist stets

$$\begin{aligned} c_p &> c_v \quad \text{und} \\ c_p &= c_v + A L \quad \text{oder} \\ A L &= c_p - c_v, \quad \text{d. h.} \end{aligned}$$

für 1 kg Gas ist bei gleichbleibendem Druck und einer Wärmeänderung um 1° der Unterschied der beiden spezifischen Wärmen gleich der in WE ausgedrückten geleisteten Arbeit.

Wird dem Gas die Wärme zugeführt, so leistet es diese Arbeit, wird ihm dagegen die Wärme entzogen, so muß zur Erhaltung des Druckes diese Arbeit aufgewandt werden.

2. Gasgesetze.

a) Das Gasgesetz von Gay-Lussac.

Wird ein Gas bei gleichbleibendem Druck erwärmt (z. B. in einem Zylinder mit reibungsfrei verschiebbarem Kolben), so dehnt es sich aus, vergrößert also sein Volumen, wie im allgemeinen jeder feste und flüssige Körper. Bei der Erwärmung um 1° dehnen sich alle (zweiatomigen) Gase um $\alpha = \frac{1}{273}$ des Volumens aus, das sie bei 0° einnehmen, also dehnt sich ein Gas bei der Erwärmung um t_1° um $\alpha \cdot t_1 = \frac{t_1}{273}$ des 0° -Volumens aus. Bezeichnet man

das Volumen bei 0° mit v_0

„ „ „ t_1 „ v_1

dann besteht die Beziehung

$$v_1 = v_0 + v_0 \cdot \frac{t_1}{273} \quad \text{oder}$$

$$v_1 = v_0 \left(1 + \frac{t_1}{273} \right) \quad (\text{erste Form})$$

Denkt man sich eine zweite Erwärmung auf t_2 , so ist ähnlich

$$v_2 = v_0 \left(1 + \frac{t_2}{273} \right)$$

Durch Division der beiden letzten Gleichungen erhält man

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{1 + \frac{t_1}{273}}{1 + \frac{t_2}{273}} \quad \text{oder}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{273 + t_1}{273 + t_2} \quad (\text{zweite Form})$$

Die zweite Form des Gesetzes nimmt eine besonders einfache Gestalt an durch Einführung der **absoluten Temperatur**. Denkt man sich das Gas auf $-t_3^{\circ}$ unter 0° abgekühlt, dann wird nach der ersten Form

$$v_3 = v_0 \left(1 - \frac{t_3}{273} \right) \quad \text{oder}$$

$$v_3 = \frac{v_0}{273} (273 - t_3)$$

Wird nun

$$-t_3 = -273^0, \text{ dann wird} \\ v_3 = 0; \text{ d. h.}$$

bei einer Abkühlung auf -273^0 schrumpft das Gasvolumen auf Null zusammen, vorausgesetzt, daß bei so tiefen Temperaturen das Gay-Lussacsche Gesetz noch gilt und das Gas nicht flüssig geworden ist. Die Bewegung der Moleküle hört auf, der Wärmehalt ist zu Null geworden. Deshalb bezeichnet man die Temperatur -273^0 als absoluten Nullpunkt. Zählt man die Temperaturen von diesem Punkt aus und bezeichnet man sie mit T, dann ist für jede Temperatur der Wert T um 273^0 größer als der entsprechende Wert t der Celsiuskala, deren Nullpunkt dann mit $+273$ zu bezeichnen ist, also

$$T = 273 + t.$$

Wird dieser Wert in die zweite Form des Gay-Lussacschen Gesetzes eingeführt, dann nimmt dieses folgende Gestalt an:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2}; \text{ d. h.}$$

bei gleichbleibendem Druck verhalten sich die Volumina gleicher Gewichtsmengen eines Gases wie die zugehörigen absoluten Temperaturen.

Die zu- oder abzuführenden Wärmemengen sowie die Arbeit werden später im Abschnitt Zustandsänderungen berechnet.

Beispiel: Eine Leuchtgasmaschine verbrauche stündlich 0,82 cbm/PS Gas von 20^0 bei einem Barometerstand von 745 mm; der Gasverbrauch ist bei demselben Barometerstand auf 0^0 umzurechnen:

a) Lösung nach der ersten Form:

$$\begin{aligned} \text{Es ist} \quad v_1 &= 0,82 \\ t_1 &= 20^0 \\ \alpha &= \frac{1}{273}; \text{ also ergibt sich aus} \end{aligned}$$

$$v_1 = v_0 \left(1 + \frac{t_1}{273} \right) \\ v_0 = \frac{v_1}{1 + \frac{t_1}{273}} = \frac{273 \cdot 0,82}{273 + 20} = \mathbf{0,764 \text{ cbm}}$$

b) Lösung nach der zweiten Form:

$$\begin{aligned} \text{Es ist} \quad v_1 &= 0,82 \\ T_1 &= t_1 + 273 = 293 \\ T_0 &= 273; \text{ also ergibt sich aus:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{v_1}{v_0} &= \frac{T_1}{T_0} \\ v_0 &= v_1 \frac{T_0}{T_1} = 0,82 \cdot \frac{273}{293} = \mathbf{0,764 \text{ cbm}} \end{aligned}$$

b) Das Gasgesetz von Boyle-Mariotte.

Vergrößert oder verkleinert sich bei gleichbleibender Temperatur das Volumen v_1 eines Gases, das unter dem absoluten Druck p_1 steht, auf das Volumen v_2 , dann besitzt das Gas den absoluten Druck p_2 und es ist

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{p_2}{p_1}; \quad \text{d. h.}$$

bei gleichbleibender Temperatur verhalten sich die Volumina gleicher Gewichtsmengen eines Gases umgekehrt wie die zugehörigen absoluten Drücke.

Durch Umformung ergibt sich:

$$p_1 v_1 = p_2 v_2; \quad \text{da}$$

p_1 und v_1 dem Anfangszustand entsprechen, folgt hieraus, daß für jeden Zustand bei gleichbleibender Temperatur das Produkt $p \cdot v$ denselben Wert hat, d. h.

$$p \cdot v = \text{const.}$$

Beispiel: Der Gasverbrauch für 1 PS-Std. im vorigen Beispiel bei 20° ist auf einen Barometerstand von 760 mm umzurechnen.

$$\begin{aligned} \text{Es ist} \quad v_1 &= 0,82 \text{ cbm} \\ p_1 &= \frac{745}{735} = 1,013 \text{ at abs.} \\ p_2 &= \frac{760}{735} = 1,034 \text{ „ „} \end{aligned}$$

Also ergibt sich aus:

$$\begin{aligned} \frac{v_1}{v_2} &= \frac{p_2}{p_1} \\ v_2 &= v_1 \frac{p_1}{p_2} = 0,82 \frac{1,013}{1,034} = 0,803 \text{ cbm} \end{aligned}$$

Statt die absoluten Drücke in at einzusetzen, hätte man sie hier auch unmittelbar in mm QS einsetzen können, also

$$v_2 = 0,82 \frac{745}{760} = 0,803 \text{ cbm.}$$

c) Das vereinigte Gay-Lussac-Mariottesche Gasgesetz.

Ein kg Gas stehe bei einem Volumen v_1 unter einem absoluten Druck p_1 und der Temperatur t_1 und werde durch Änderung seines Wärmehaltes und Arbeitsleistung auf das Volumen v_2 und die Temperatur t_2 gebracht. Wie groß wird der Druck p_2 ? Der Vorgang wird in zwei aufeinanderfolgende Teile zerlegt. Zunächst

wird das Gas bei gleichbleibendem Druck p_1 von der Temperatur t_1 auf die Temperatur t_2 gebracht; nach der zweiten Form des Gay-Lussacschen Gesetzes wird sein Volumen

$$v_2' = v_1 \frac{T_2}{T_1} \left[= v_1 \frac{273 + t_2}{273 + t_1} \right].$$

Hierauf wird das Volumen des Gases bei gleichbleibender Temperatur t_2 von v_2' auf v_2 verändert; dann ist nach dem Mariotteschen Gesetz

$$\frac{v_2'}{v_2} = \frac{p_2}{p_1}; \text{ hieraus}$$

$$p_2 v_2 = v_2' \cdot p_1 = v_1 \frac{T_2}{T_1} \cdot p_1 \quad \text{oder}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{T_1}{T_2} \quad \text{oder}$$

$$\frac{p_2 v_2}{T_2} = \frac{p_1 v_1}{T_1};$$

hieraus kann der gesuchte Druck p_2 berechnet werden.

Die Ausdrücke von der Form $\frac{p \cdot v}{T}$ besitzen demnach für alle Zustände eines Gases denselben Wert, der mit R bezeichnet werden möge, für jedes Gas kennzeichnend ist und deshalb **Gaskonstante** genannt wird. Durch Einführung von R geht die letzte Gleichung über in

$$\frac{p_2 v_2}{T_2} = R \quad \text{oder}$$

$$p_2 v_2 = R \cdot T_2 \quad \text{oder allgemein}$$

$$p \cdot v = R \cdot T.$$

Diese Gleichung heißt „Zustandsgleichung der Gase“.

Berechnung der Gaskonstanten R . Der Ausdruck für R gilt für alle Gaszustände, also auch für $t = 0^\circ$ oder $T = 273$ und bei 760 mm Barometerstand, also $p = 1,033 \text{ kg/qcm} = 10\,330 \text{ kg/qm}$; hier sei

$$v = v_0 \quad \text{und}$$

$$p = p_0; \quad \text{dann wird}$$

$$R = \frac{v_0 p_0}{273}$$

Aus dieser Ableitung geht hervor, daß man bei Verwendung der Zustandsgleichung in der Form $p \cdot v = R \cdot T$ den Druck p stets

in kg/qm und das Volumen v stets in cbm/kg einsetzen muß, während in den Formen, die die Verhältnisse $\frac{p_1}{p_2}$ und $\frac{v_1}{v_2}$ enthalten, Druck und Volumen auch in anderen Maßen eingesetzt werden können.

Beispiel: Die Gaskonstante für Luft ist zu berechnen. Bei 0° und 760 mm ist das spezifische Gewicht $\gamma = 1,293$ kg/cbm, also das spezifische Volumen

$$v_0 = \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{1,293} = 0,774 \text{ cbm/kg}$$

$$p_0 = 10\,330 \text{ kg/qm; also}$$

$$R = \frac{0,774 \cdot 10\,330}{273} = 29,27$$

In der Zahlentafel 1 S. 5 sind die Gaskonstanten für die technisch wichtigsten Gase zusammengestellt.

Beispiele: 1. Welche Temperatur besitzt 1 kg Luft, wenn sie einen Raum von 0,1 cbm erfüllt und auf 35 at abs verdichtet ist?

$$\text{Es ist} \quad p = 35 \cdot 10\,000 = 350\,000 \text{ kg/qm}$$

$$v = \frac{0,1}{1} = 0,1 \text{ cbm/kg;}$$

$$R = 29,27; \text{ aus}$$

$$pv = R \cdot T \text{ folgt:}$$

$$T = \frac{p \cdot v}{R} = \frac{350\,000 \cdot 0,1}{29,27} = 1195 \text{ oder}$$

$$t = T - 273 = 1195 - 273 = 922^\circ \text{ C}$$

2. Wie groß wird der Druck, wenn bei gleichbleibendem Volumen durch Wärmeentziehung die Temperatur auf 20° C sinkt?

Aus der allgemeinen Zustandsgleichung folgt mit

$$T = 20 + 273 = 293$$

$$p = \frac{R \cdot T}{v} = \frac{29,27 \cdot 293}{0,1} = 85\,800 \text{ kg/qm} = 8,58 \text{ at abs}$$

3. Der stündliche Gasverbrauch für 1 PS im Beispiel S. 8 ist auf 0° und 760 mm umzurechnen. In die Form

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{p_2}{p_1} \cdot \frac{T_1}{T_2}$$

der allgemeinen Zustandsgleichung ist einzusetzen:

$$v_1 = 0,82$$

$$T_1 = t_1 + 273 = 293$$

$$p_1 = 745$$

$$T_2 = 0 + 273 = 273$$

$$p_2 = 760, \text{ also}$$

$$v_2 = v_1 \cdot \frac{p_1}{p_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} = 0,82 \cdot \frac{745}{760} \cdot \frac{273}{293} = 0,749 \text{ cbm.}$$

3. Die Berechnung des mechanischen Wärmeäquivalentes¹⁾.

Dehnt sich 1 kg Gas bei gleichbleibendem Druck p_1 durch Wärmezufuhr aus, so vergrößert sich sein Volumen und es leistet dabei eine Arbeit L , welche auf einen reibungsfrei beweglichen Kolben bezogen gleich ist dem Druck p auf 1 qm mal der gedrückten Fläche mal dem zurückgelegten Weg, also gleich dem Druck p mal der Volumzunahme. Letztere läßt sich durch eine etwas veränderte Schreibweise des Gay-Lussac-Mariotteschen Gesetzes leicht finden.

Bezeichnet man bei 0° das spez. Volumen mit v_0 und Druck mit p_0 , dann beträgt bei gleichbleibender Temperatur und Drucksteigerung auf p_1 das Volumen

$$v_1' = v_0 \frac{p_0}{p_1}$$

und bei weiterhin gleichbleibendem Druck p_1 und Temperatursteigerung auf 1° das Volumen

$$v_1 = v_0 \frac{p_0}{p_1} \left(1 + \frac{1}{273} \right)$$

Das Volumen hat also bei gleichbleibendem Druck um

$$v_1 - v_1' = v_0 \cdot \frac{p_0}{p_1} \cdot \frac{1}{273}$$

zugenommen und die gegen den äußeren Druck p_1 durch Wärmezufuhr geleistete Arbeit ist

$$L = p_1 \cdot (v_1 - v_1') = p_1 v_0 \frac{p_0}{p_1} \cdot \frac{1}{273} = \frac{v_0 p_0}{273}$$

Dieser Ausdruck ist identisch mit dem S. 10 berechneten Wert für die Gaskonstante R , für die sich demnach auch folgende Definition ergibt:

Die Gaskonstante ist die von 1 kg eines Gases bei einer Temperatursteigerung um 1° bei gleichbleibendem Druck geleistete Arbeit in mkg.

Ferner ist nach S. 6

$$AL = c_p - c_v.$$

¹⁾ Die Berechnung wurde zuerst von Robert Mayer aufgestellt, der jedoch aus Mangel an genügend sicher bestimmten Erfahrungszahlen eine von dem heutigen Wert für A abweichende Zahl erhielt.

Setzt man den oben berechneten Wert von L in diese Gleichung ein, dann kann man, wenn die übrigen Werte bekannt sind, A berechnen; also

$$A \cdot \frac{v_0 p_0}{273} = A \cdot R = c_p - c_v$$

hieraus

$$A = \frac{c_p - c_v}{R}$$

Beispiel: Für Luft ist

$$c_p = 0,238$$

$$c_v = \frac{c_p}{k} = \frac{0,238}{1,41} = 0,169$$

$$R = 29,27; \text{ also}$$

$$A = \frac{0,238 - 0,169}{29,27} = \frac{1}{425}$$

Auf Grund der neuesten Versuche wird jetzt allgemein $A = \frac{1}{427}$ angenommen.

4. Die Gaskonstante von Gasmischungen.

Nach dem Gesetz von Dalton verhält sich in einer Gasmischung jedes Einzelgas so, als ob es für sich den ganzen Raum ausfüllen würde. Der Druck der Mischung ist gleich der Summe der Teildrücke der einzelnen Gase. Ein Gemisch von G kg erfülle den Raum v und bestehe aus $G_1 + G_2 + \dots + G_n$ kg Einzelgasen, deren Teildrücke p_1, p_2, \dots, p_n betragen mögen, dann ist für jedes Einzelgas nach der allgemeinen Zustandsgleichung nach Erweiterung mit den Gewichsfaktoren

$$p_1 v = R_1 \cdot T \cdot G_1$$

$$p_2 v = R_2 \cdot T \cdot G_2$$

$$\vdots$$

$$p_n \cdot v = R_n \cdot T \cdot G_n$$

$$v (p_1 + p_2 + \dots + p_n) = T (R_1 G_1 + R_2 G_2 + \dots + R_n G_n)$$

Mit

$$p_1 + p_2 + \dots + p_n = p \text{ wird}$$

$$v \cdot p = T (R_1 G_1 + R_2 G_2 + \dots + R_n G_n)$$

Ferner ist auch mit R_m als Konstanten der Mischung:

$$v \cdot p = G \cdot R_m \cdot T.$$

Also

$$G R_m T = T (R_1 G_1 + R_2 G_2 + \dots + R_n G_n).$$

Hieraus

$$R_m = \frac{1}{G} (R_1 G_1 + R_2 G_2 + \dots + R_n G_n).$$

Wenn für jedes Gas der Anteil an der Mischung in kg und die Konstante bekannt ist, kann demnach die Gaskonstante der Mischung berechnet werden.

Aus den obigen Gleichungen lassen sich auch die **Teildrucke** berechnen; z. B. ist

$$\begin{aligned} p_1 v &= R_1 T \cdot G_1 \quad \text{und} \\ p v &= R T \cdot G; \quad \text{also} \\ \frac{p_1 v}{p v} &= \frac{R_1 T G_1}{R T \cdot G}; \quad \text{hieraus} \\ p_1 &= p \frac{R_1}{R} \cdot \frac{G_1}{G}; \quad \text{usw.} \end{aligned}$$

Beispiele: 1. 1 kg atmosphärischer Luft enthält 0,23 kg Sauerstoff mit $R_1 = 26,5$ und 0,77 kg Stickstoff mit $R_2 = 30,2$; wie groß ist ihre Gaskonstante R_m ?

$$R_m = \frac{1}{1} (26,5 \cdot 0,23 + 30,2 \cdot 0,77) = \mathbf{29,3}$$

2. Die Ladung einer Leuchtgasmaschine bestehe aus 1 Raumteil Gas und 8 Raumteilen Luft vom spezifischen Gewicht $\gamma_1 = 1,293$ kg/cbm. Das Gas habe folgende Zusammensetzung:

$$\begin{array}{llll} \text{CO} = 7 \text{ Vol.}\% & \text{mit } \gamma_2 = 1,250 & \text{und } R_2 = 30,25 \\ \text{H} = 48 & \text{,, ,, ,, } \gamma_3 = 0,0899 & \text{,, } R_3 = 420 \\ \text{CH}_4 = 40 & \text{,, ,, ,, } \gamma_4 = 0,717 & \text{,, } R_4 = 52,8 \\ \text{N} = 5 & \text{,, ,, ,, } \gamma_5 = 1,251 & \text{,, } R_5 = 30,2 \end{array}$$

Schwere Kohlenwasserstoffe, Kohlensäure und Sauerstoff seien vernachlässigt. Wie groß ist die Gaskonstante R_m ?

In 1 cbm Gemisch sind $\frac{8}{9}$ cbm Luft und $\frac{1}{9}$ cbm Gas, also immer $\frac{1}{9}$ der oben angegebenen Volumprocente enthalten. Zusammenstellung der Gewichte:

$$\begin{array}{ll} \text{Luft: } G_1 = \frac{8}{9} \cdot 1,293 & = 1,1493 \text{ kg} \\ \text{CO: } G_2 = \frac{1}{9} \cdot 0,07 \cdot 1,250 & = 0,0097 \text{ ,,} \\ \text{H: } G_3 = \frac{1}{9} \cdot 0,48 \cdot 0,0899 & = 0,0048 \text{ ,,} \\ \text{CH}_4: G_4 = \frac{1}{9} \cdot 0,40 \cdot 0,717 & = 0,0319 \text{ ,,} \\ \text{N: } G_5 = \frac{1}{9} \cdot 0,05 \cdot 1,251 & = 0,0070 \text{ ,,} \end{array}$$

$$\text{Gemisch: } G = \underline{\hspace{10em}} = 1,2027 \text{ kg}$$

$$\begin{aligned} R_m &= \frac{1}{1,2027} (29,27 \cdot 1,1493 + 30,25 \cdot 0,0097 + 420 \cdot 0,0048 + 52,8 \cdot 0,0319 \\ &\quad + 30,2 \cdot 0,0070) = \mathbf{31,5.} \end{aligned}$$

5. Zustandsänderungen.

Aus den bisherigen Betrachtungen geht hervor, daß der Zustand eines Gases gekennzeichnet ist durch

1. den Druck p kg/qm,
2. das spezifische Volumen v cbm/kg,
3. die absolute Temperatur $T = 273 + t^\circ$.

Trägt man die Größe p als Ordinate und v als Abszisse für einen bestimmten Zustand in ein Koordinatensystem ein und denkt man sich T zu dem entstehenden Punkt geschrieben, so stellt sich eine Reihe von Zustandsänderungen als Funktion von p und v dar, wie die Kurve in Abb. 4 zeigt. Die Änderung von T hängt davon ab, in welcher Weise die Zustandsänderung vorgenommen wird. Man unterscheidet hauptsächlich folgende Zustandsänderungen:

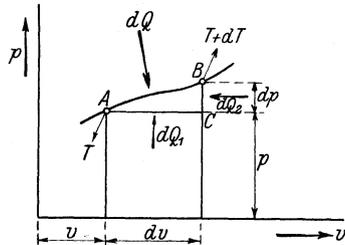


Abb. 4.

- a) Allgemeine Zustandsänderung;
- b) Zustandsänderung bei konstanten Volumen; die entstehende Kurve heißt Isochore;
- c) Zustandsänderung bei konstantem Druck; die entstehende Kurve heißt Isobare;
- d) Zustandsänderung bei konstanter Temperatur; die entstehende Kurve heißt Isotherme;
- e) Zustandsänderung ohne Zu- oder Abführung von Wärme; die entstehende Kurve heißt Adiabate;
- f) Zustandsänderung mit Zu- oder Abführung von Wärme bei sich ändernder Temperatur; die entstehende Kurve heißt Polytrope.

Für jede Zustandsänderung sei gegeben: Der Anfangszustand (durch p , v , T); dann ist gesucht:

- a) der Verlauf der Kurve,
- b) die bis zur Erreichung eines bestimmten Endzustandes geleistete oder aufzuwendende Arbeit L ,
- c) die bis zu denselben Endzustand zu- oder abzuführende Wärmemenge Q .

a) Allgemeine Zustandsänderung.

Der Anfangszustand von 1 kg Gas sei nach Abb. 4 gekennzeichnet durch p , v und T . Durch Zuführung der unendlich

2. Zustandsänderung CB: Die zugeführte Wärme ist gleich der spezifischen Wärme bei gleichem Volumen mal der Temperatursteigerung, also

$$dQ_2 = c_v dT$$

ferner ist nach der allgemeinen Zustandsgleichung

$$p(v + dv) = RT$$

Hier ist $(v + dv)$ konstant, die beiderseitige Differenzierung ergibt:

$$dp \cdot (v + dv) = R dT$$

Hieraus

$$dT = \frac{(v + dv) dp}{R} = \frac{v dp + dv \cdot dp}{R}$$

Das Glied $dv \cdot dp$ kann nach den Regeln der Differentialrechnung als unendlich klein zweiter Ordnung vernachlässigt werden, also

$$dT = \frac{v \cdot dp}{R}$$

wird oben eingesetzt:

$$dQ_2 = c_v \frac{v \cdot dp}{R}$$

Durch Addition beider Wärmemengen ergibt sich

$$dQ_1 + dQ_2 = dQ = c_p \frac{p dv}{R} + c_v \frac{v dp}{R} \quad \text{oder}$$

$$dQ = \frac{1}{R} (c_p p dv + c_v \cdot v dp)$$

setzt man nach S. 3

$$c_p = k \cdot c_v$$

dann wird

$$dQ = \frac{c_v}{R} (k p dv + v dp)$$

Für eine Zustandsänderung innerhalb endlicher Grenzen ist die zuzuführende Wärmemenge

$$Q = \int dQ$$

Die Auswertung dieses Integrals ist nur dann möglich, wenn die Abhängigkeit von v und p gegeben ist, also die Funktion $p v$ als Kurve vorliegt, also die eine Veränderliche v nebst dv durch p ausgedrückt werden kann; dann wird

$$Q = \int \frac{c_v}{R} (k p dv + v dp)$$

Die zuzuführende Wärmemenge kann durch Auswertung des Integrals S. 17 berechnet werden. Dort war

$$Q = \int \frac{c_v}{R} (k p dv + v \cdot dp)$$

Es ist einzusetzen

$$v = \text{konst}$$

$$dv = 0$$

dann nach p zu integrieren zwischen den Grenzen p_1 und p_2 ; also

$$\begin{aligned} Q &= \int_{p_1}^{p_2} \frac{c_v}{R} (k \cdot p \cdot 0 + v dp) \\ &= \int_{p_1}^{p_2} \frac{c_v}{R} \cdot v dp = c_v \left(\frac{v p_2}{R} - \frac{v p_1}{R} \right) \end{aligned}$$

nach der allgemeinen Zustandsgleichung ist aber

$$\frac{v \cdot p_2}{R} = T_2 \quad \text{und}$$

$$\frac{v \cdot p_1}{R} = T_1; \quad \text{also}$$

$$Q = c_v (T_2 - T_1)$$

Die geleistete Arbeit ist gleich Null, weil das Gas sich nicht ausgedehnt hat.

Bei einer Wärmeentziehung ergibt sich Q negativ.

Die Gleichung

$$Q = c_v (T_2 - T_1)$$

läßt sich auch unmittelbar aus Abb. 6 ableiten, wenn man bedenkt, daß bei konstantem Volumen nach der Definition der spezifischen Wärme für 1 kg Gas zur Temperatursteigerung um 1° eine Wärmemenge c_v zuzuführen ist.

Beispiele: 1. In einem Zylinder von 20 l Inhalt soll Luft von 15° und 1 at abs durch Erhitzen auf eine Spannung von 5 at abs gebracht werden; wie hoch steigt die Temperatur und welche Wärmemenge ist dazu notwendig?

Da die berechneten Formeln sich immer auf 1 kg Gas beziehen, ist

zunächst das Gasgewicht zu berechnen. Das spezifische Volumen bei $p = 1$ at abs und $t = 15^\circ \text{ C}$ oder $T = 288$ ergibt sich aus

$$p \cdot v = R \cdot T \quad \text{zu}$$

$$v = \frac{R \cdot T}{p} = \frac{29,27 \cdot 288}{10\,000} = 0,843 \text{ cbm/kg}$$

Also das zugehörige spezifische Gewicht

$$\gamma = \frac{1}{v} = \frac{1}{0,843} = 1,186 \text{ kg/cbm}$$

Folglich beträgt das Gasgewicht

$$G = 0,020 \cdot 1,186 = 0,0237 \text{ kg}$$

Endtemperatur

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{p_2}{p_1} = 288 \cdot \frac{5}{1} = 1440 \quad \text{oder}$$

$$t_2 = 1440 - 273 = 1167^\circ \text{ C}$$

Wärmemenge

$$Q = G \cdot c_v \cdot (T_2 - T_1)$$

$$= 0,0237 \cdot 0,170 (1440 - 288) = 4,6 \text{ WE}$$

- 2¹⁾. In eine Leuchtgasmaschine von
 $D = 250$ mm Zylinderdurchmesser
 $s = 400$ mm Kolbenhub
 $n = 180$ minutlichen Umdrehungen
 $m = 29\%$ Verdichtungsraum
 $p_1 = 8$ at abs Verdichtungsdruck
 $t_1 = 226^\circ \text{ C}$ Verdichtungstemperatur

werde für jeden Arbeitshub eine Ladung von 0° C und 1 at abs mit der im Beispiel 2 S. 14 angegebenen Zusammensetzung gebracht und in der Totlage entzündet. Wie groß ist die theoretische Endtemperatur der Verbrennung, der theoretische Höchstdruck und die aufgenommene Wärmemenge, wenn der Heizwert des Gases $W = 5000$ WE/cbm beträgt?

Das Anfangsvolumen der Ladung beträgt mit Einschluß des Kompressionsraumes

$$v_1 = \frac{D^2 \pi}{4} \cdot s \left(1 + \frac{m}{100} \right) = \frac{2,5^2 \pi}{4} \cdot 4,0 (1 + 0,29) = 25,3 \text{ cdm} = 0,0253 \text{ cbm.}$$

Von diesem Volumen sei $\frac{1}{8}$, also

$$\frac{0,0253}{8} = 0,00315 \text{ cbm}$$

Leuchtgas, wenn man den Gasrest des vorangegangenen Arbeitshubes vernachlässigt.

Das spezifische Gewicht der Ladung berechnet sich nach S. 14 zu:

$$\gamma = 1,2027 \text{ kg/cbm}$$

Also Gasgewicht

$$G = v_1 \cdot \gamma = 0,0253 \cdot 1,2027 = 0,0304 \text{ kg.}$$

1) Die Aufgabe ist schon durch die Abmessungen D , s und n , sowie Anfangsdruck und -temperatur und Enddruck der Ladung, die Gaszusammensetzung und den Heizwert bestimmt; die Berechnung von m und t_1 erfolgt nach dem S. 44 durchgeführten Beispiel.

Die durch Verbrennung von 0,00315 cbm Leuchtgas entwickelte **Wärmemenge** beträgt

$$Q = 0,00315 \cdot W = 0,00315 \cdot 5000 \\ = \mathbf{15,7 \text{ WE}}$$

Die spezifische Wärme c_v des Gemisches ist nach S. 3 nach dem Ansatz zu berechnen:

$$c_v = \frac{1}{G} (c_{v_1} G_1 + c_{v_2} G_2 + \dots)$$

Für c_{v_1}, c_{v_2}, \dots sind die S. 4 angegebenen Werte, für G_1, G_2, \dots die S. 14 berechneten Zahlen nach Umrechnung auf das Gesamtvolumen $v_1 = 0,0253$ cbm einzusetzen; also für

Luft:	$c_{v_1} = 0,170;$	$G_1 = 1,1493 \cdot 0,0253 = 0,0291$	kg
CO:	$c_{v_2} = 0,172;$	$G_2 = 0,0097 \cdot 0,0253 = 0,000245$	„
H:	$c_{v_3} = 2,42;$	$G_3 = 0,0048 \cdot 0,0253 = 0,000122$	„
CH ₄ :	$c_{v_4} = 0,46;$	$G_4 = 0,0319 \cdot 0,0253 = 0,000807$	„
N:	$c_{v_5} = 0,176;$	$G_5 = 0,0070 \cdot 0,0253 = 0,000177$	„

Probe: Gesamtgewicht $G = 0,0304$ kg
(wie vorher)

$$c_v = \frac{1}{0,0304} (0,170 \cdot 0,0291 + 0,172 \cdot 0,000245 + \dots) = 0,186 \text{ WE/kg}$$

Die theoretische **Endtemperatur** T_2 ergibt sich aus der Gleichung

$$Q = G \cdot c_v (T_2 - T_1)$$

zu

$$T_2 = \frac{Q}{G \cdot c_v} + T_1 = \frac{15,7}{0,0304 \cdot 0,186} + (273 + 226) \\ = 3279^{\circ} \text{ abs} = \mathbf{3006 \text{ }^{\circ}\text{C}}$$

Der theoretische **Höchstdruck** p_2 ergibt sich aus der Gleichung

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

zu

$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 8 \frac{3279}{499} = \mathbf{52,5 \text{ at abs}}$$

Die berechneten Zahlen weichen wegen der Wirkung des Kühlwassers und sonstiger Verluste natürlich von der Wirklichkeit ab.

c) Zustandsänderung bei konstantem Druck.

Denkt man sich nach Abb. 7 in einem Zylinder mit reibungsfrei beweglichem gewichtslosem Kolben 1 kg Gas mit den Volumen v_1 unter dem Druck p eingeschlossen und erwärmt, dann dehnt es sich auf das Volumen v_2 aus, wobei sich die Temperatur von T_1 auf T_2 erhöht, während der Druck p unverändert bleibt. Die Punkte A und B entsprechen dem Anfangs- und Endzustand. Die Zustandsänderung erfolgt nach dem Gay-Lussacschen Gesetz, also ist

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Die geleistete Arbeit folgt nach S. 18 aus der allgemeinen Gleichung:

$$L = \int_{v_1}^{v_2} p \, d v \quad \text{für}$$

$$p = \text{konst zu}$$

$$L = p (v_2 - v_1)$$

Dieselbe Gleichung ergibt sich unmittelbar aus Abb. 7, in der L durch das schraffierte Rechteck dargestellt wird.

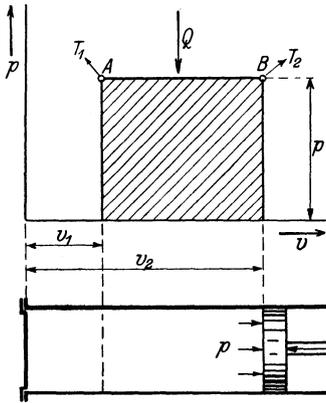


Abb. 7.

Die zugeführte Wärmemenge Q läßt sich durch Auswertung des allgemeinen Integrals S. 17 ermitteln, wenn man zwischen den Grenzen v_1 und v_2 integriert:

$$Q = \int_{v_1}^{v_2} \frac{c_v}{R} (k \cdot p \, d v + v \, d p)$$

hier ist

$$p = \text{konst}$$

$$d p = 0; \text{ also}$$

$$Q = \int_{v_1}^{v_2} \frac{c_v}{R} (k \cdot p \, d v + 0) = c_v k \int_{v_1}^{v_2} \frac{p \, d v}{R}$$

$$= c_p \left(\frac{p v_2}{R} - \frac{p v_1}{R} \right), \text{ weil } c_v \cdot k = c_p.$$

Nach der allgemeinen Zustandsgleichung ist aber

$$\frac{p v_1}{R} = T_1 \quad \text{und}$$

$$\frac{p v_2}{R} = T_2; \text{ also}$$

$$Q = c_p (T_2 - T_1).$$

Dieselbe Gleichung ergibt sich auch unmittelbar aus Abb. 7 und der Definition der spezifischen Wärme c_p .

Beispiel ¹⁾: In eine Dieselmachine von

$$\begin{aligned} D &= 250 \text{ mm Zylinderdurchmesser} \\ s &= 400 \text{ mm Kolbenhub} \\ n &= 180 \text{ minütlichen Umdrehungen} \\ m &= 8,7\% \text{ Verdichtungsraum} \\ p_1 &= 35 \text{ at abs Verdichtungsdruck} \\ t_1 &= 545^\circ \text{ C Verdichtungstemperatur.} \end{aligned}$$

werden für jeden Arbeitshub

$$\begin{aligned} B &= 1,0 \text{ g Teeröl eingespritzt, dessen Heizwert} \\ W &= 9000 \text{ WE/kg beträgt.} \end{aligned}$$

Wie groß ist die theoretische Endtemperatur der Verbrennung und während welches Bruchteiles des Kolbenhubes findet die Verbrennung statt?

Die bei jedem Arbeitshub entwickelte Wärmemenge ist

$$Q = W \cdot B = 9000 \cdot 0,001 = 9,0 \text{ WE}$$

Die theoretische **Höchsttemperatur** T_2 wird nach der Gleichung

$$Q = G \cdot c_p (T_2 - T_1)$$

berechnet.

Das Luftgewicht G ist gleich der Summe Kolbenwegraum und Kompressionsraum mal dem spezifischen Gewicht der Luft, das hier zu $\gamma = 1,293 \text{ kg/cbm}$ angenommen werde.

Also

$$\text{Kolbenwegraum} = \frac{D^2 \pi}{4} \cdot s = \frac{2,5^2 \pi}{4} \cdot 4,0 = 19,6 \text{ cdm} = 0,0196 \text{ cbm}$$

$$\text{Kompressionsraum } v_2 = \frac{m}{100} \frac{D^2 \pi}{4} \cdot s = 0,087 \cdot 0,0196 = 0,00171 \text{ cbm}$$

$$\text{Anfangsvolumen } v_1 = 0,0196 + 0,00171 = 0,0213 \text{ cbm}$$

$$\text{Luftgewicht } G = v_1 \cdot \gamma = 0,0213 \cdot 1,293 = 0,0276 \text{ kg}$$

Aus der obigen Gleichung für Q ergibt sich für das Luftgewicht G

$$\begin{aligned} T_2 &= \frac{Q}{G c_p} + T_1 = \frac{9,0}{0,0276 \cdot 0,238} + (273 + 545) \\ &= 2188^\circ \text{ abs} = 1915^\circ \text{ C.} \end{aligned}$$

Der Zylinderinhalt am Ende der Verbrennung sei v_3 , dann ist bei gleichbleibendem Druck

$$\begin{aligned} \frac{v_2}{v_3} &= \frac{T_1}{T_2}; \text{ hieraus} \\ v_3 &= v_2 \frac{T_2}{T_1} = 0,00171 \cdot \frac{2188}{818} = 0,00457 \text{ cbm} \end{aligned}$$

Das während der Verbrennung vom Kolben beschriebene Volumen ist also

$$v_3 - v_2 = 0,00457 - 0,00171 = 0,00286 \text{ cbm}$$

oder in % des Kolbenwegraums ausgedrückt:

$$\frac{v_3 - v_2}{v_1 - v_2} \cdot 100 = \frac{0,00286 \cdot 100}{0,0213 - 0,00171} = 14,6\%$$

¹⁾ Die Aufgabe ist ebenso wie die S. 20 überbestimmt. Die Größen m und t_1 können nach S. 30 berechnet werden.

d) Zustandsänderung bei konstanter Temperatur.

Denkt man sich nach Abb. 8 wieder in einem Zylinder 1 kg Gas mit dem Volumen v_1 und der Temperatur $T_1 = T$ unter dem Druck p_1 eingeschlossen und so erwärmt, daß bei der Ausdehnung auf das Volumen v_2 die Temperatur $T_1 = T$ dieselbe bleibt, dann sinkt der Druck nach einer bestimmten Kurve auf p_2 . Die Punkte A und B entsprechen wieder dem Anfangs- und Endzustand. Die Ausdehnung erfolgt nach dem Mariotteschen Gesetz, also nach der S. 9 entwickelten Gleichung

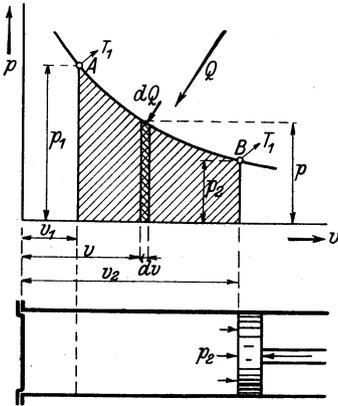


Abb. 8.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{p_2}{p_1} \quad \text{oder}$$

$$p \cdot v = \text{konst.}$$

Diese Funktion stellt die Gleichung einer gleichseitigen Hyperbel dar, bezogen auf ihre Asymptoten, welche hier Isotherme genannt wird und nach Abb. 9 wie folgt zu konstruieren ist:

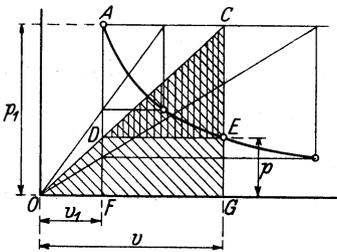


Abb. 9.

Man zieht durch den gegebenen Anfangspunkt A eine Senkrechte AF und eine Wagerechte AC, sowie durch den Koordinaten Anfangspunkt O beliebige Strahlen, die die Senkrechte in den Punkten D und die Wagerechte in den Punkten C schneiden. Durch die Schnittpunkte C werden Senkrechte, durch die Schnittpunkte D Wagerechte gezogen. Die Schnittpunkte E je einer Senkrechten mit der zum gleichen Strahl gehörigen Wagerechten sind die Punkte der gesuchten Isotherme.

Beweis (für einen allgemeinen Punkt E): Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke OCG und ODF ergibt sich:

$$\frac{CG}{OG} = \frac{DF}{OF} \quad \text{oder}$$

$$\frac{p_1}{v} = \frac{p}{v_1} \quad \text{oder}$$

$$p \cdot v = p_1 \cdot v_1 = \text{konst}$$

Die von A bis B geleistete **Arbeit** entspricht dem Inhalt der in Abb. 8 schraffierten Fläche, also

$$L = \int_{v_1}^{v_2} p \, dv$$

Die Abhängigkeit von p und v folgt aus

$$p_1 v_1 = p v; \text{ hieraus}$$

$$p = \frac{p_1 v_1}{v}; \text{ wird oben eingesetzt}$$

$$\begin{aligned} L &= \int_{v_1}^{v_2} \frac{p_1 v_1}{v} \, dv = p_1 v_1 \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} \\ &= p_1 v_1 [\log \text{nat } v_2 - \log \text{nat } v_1] \\ &= p_1 v_1 \log \text{nat } \frac{v_2}{v_1} \end{aligned}$$

mit $p_1 v_1 = RT$ ergibt sich:

$$L = R \cdot T \log \text{nat } \frac{v_2}{v_1}$$

Die zuzuführende **Wärmemenge** ist das Äquivalent der in mkg gemessenen Arbeit, also

$$Q = A L = A R T \log \text{nat } \frac{v_2}{v_1}$$

Soll das Gas von B nach A isothermisch verdichtet werden, so ist die Arbeit L aufzuwenden und die Wärmemenge Q zu entziehen.

Denselben Ausdruck für Q erhält man aus der Gleichung für die allgemeine Zustandsänderung S. 17

$$Q = \int \frac{c_v}{R} (k p \, dv + v \, dp)$$

durch Einführung der Funktion

$$p v = p_1 v_1; \text{ es ist dann einzusetzen:}$$

$$p = \frac{p_1 v_1}{v}; \text{ also}$$

$$d p = - p_1 v_1 v^{-2} \, dv; \text{ dann wird:}$$

$$\begin{aligned}
 Q &= \int_{v_1}^{v_2} \frac{c_v}{R} \left(k \frac{p_1 v_1 dv}{v} - p_1 v_1 v^{-1} dv \right) \\
 &= \int_{v_1}^{v_2} \frac{c_v}{R} \frac{p_1 v_1 dv}{v} (k - 1) \\
 &= \frac{c_v}{R} (k - 1) p_1 v_1 \log \text{nat} \frac{v_2}{v_1} \\
 &= \frac{c_p - c_v}{R} \cdot p_1 v_1 \log \text{nat} \frac{v_2}{v_1}
 \end{aligned}$$

Nun ist nach S. 13

$$c_p - c_v = AR$$

und

$$p_1 \cdot v_1 = R \cdot T; \text{ also}$$

$$Q = ART \log \text{nat} \frac{v_2}{v_1}$$

Beispiel: In einem Kompressor sollen 40 l Luft von 15° C und atmosphärischer Spannung isothermisch auf 3 at abs verdichtet werden. Wie groß ist

- das Endvolumen v_2
- die zu leistende Arbeit L in mkg
- die durch Kühlwasser und Ausstrahlung abzuführende Wärmemenge Q ?

a) Aus $p_1 v_1 = p_2 v_2$ folgt:

$$v_2 = \frac{p_1 v_1}{p_2} = \frac{10330 \cdot 0,04}{30000} = \mathbf{0,0137 \text{ cbm}}$$

b) $L = GRT \log \text{nat} \frac{v_2}{v_1} = (0,040 \cdot 1,225) \cdot 29,27 \cdot 288 \log \text{nat} \frac{0,0137}{0,04}$
 $= 413 \cdot \log \text{nat} 0,342 = 413 \cdot (-1,073) = \mathbf{-443 \text{ mkg}}$ (negativ, weil Arbeit aufzuwenden).

Sollen in jeder Sekunde 40 l in der angegebenen Weise verdichtet werden, so ist dazu eine Leistung von

$$N = \frac{L}{75} = \frac{443}{75} = \mathbf{5,9 \text{ PS}} \text{ erforderlich.}$$

c) $Q = AL = \frac{1}{427} \cdot 443 = \mathbf{1,04 \text{ WE}}$

e) Zustandsänderung ohne Zu- und Abführung von Wärme.

Setzt man mit Bezug auf Abb. 10 in der allgemeinen Differential-Gleichung:

$$dQ = \frac{c_v}{R}(kpdv + vdp)$$

$dQ = 0$; dann wird

$kpdv = -vdp$ oder nach Trennung der Veränderlichen

$$k \frac{dv}{v} = - \frac{dp}{p}$$

auf beiden Seiten innerhalb der zusammengehörigen Grenzen integriert:

$$k \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = - \int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} \quad \text{oder}$$

$$k (\log \text{nat } v_2 - \log \text{nat } v_1) = - (\log \text{nat } p_2 - \log \text{nat } p_1)$$

$$k \log \text{nat } \frac{v_2}{v_1} = \log \text{nat } \frac{p_1}{p_2} \quad \text{oder}$$

$$\log \text{nat} \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^k = \log \text{nat} \frac{p_1}{p_2}; \quad \text{d. h. auch}$$

$$\left(\frac{v_2}{v_1} \right)^k = \frac{p_1}{p_2}$$

Diese Gleichung wird die

I. P o i s s o n s c h e G l e i c h u n g

genannt und gibt den Druck als Funktion des Volumens an.

Aus dieser Gleichung folgt durch Umformung:

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k \quad \text{oder allgemein}$$

$$p \cdot v^k = \text{konst}$$

Die hiernach mit p und v als Veränderlichen gezeichnete Kurve heißt **Adiabate**, die nach dem Verfahren von Brauer wie folgt konstruiert wird:

Man trägt nach Abb. 11 an die Abszissenachse den Winkel α_1 und an die Ordinatenachse den Winkel α_2 an, die der Gleichung genügen:

$$1 + \text{tg } \alpha_2 = (1 + \text{tg } \alpha_1)^k; \quad \text{d. h.}$$

α_1 wird beliebig gewählt und α_2 aus dieser Gleichung berechnet.

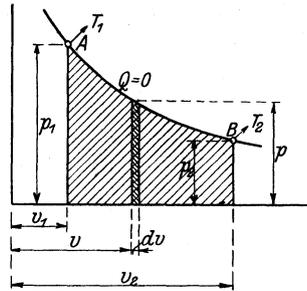


Abb. 10.

Zweckmäßig wählt man

$$\alpha_1 = 18^\circ 25' \text{ und } \alpha_2 = 26^\circ 30', \text{ dann wird}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{1}{3} \text{ und } \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{1}{2}$$

Man macht hiernach z. B. $Oa = 90 \text{ mm}$; $ab = 30 \text{ mm}$, $Oc = 90 \text{ mm}$; $Od = 45 \text{ mm}$; zieht durch den gegebenen Anfangspunkt A die Wagerechte Ae und die Senkrechte Agh, ferner unter 45° die Geraden ef und hi, durch f eine Wagerechte und durch i eine Senk-

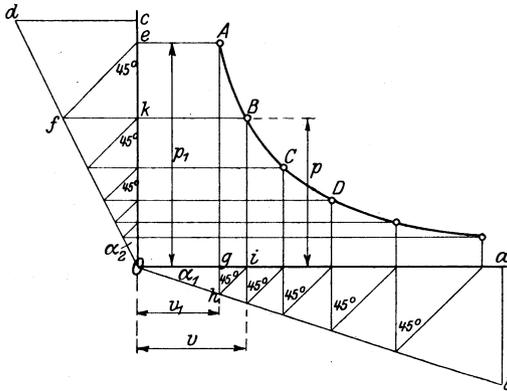


Abb. 11.

rechte; dann ist der Schnittpunkt B ein Punkt der gesuchten Adiabate, deren Konstruktion von B aus in derselben Weise fortgesetzt wird.

Beweis: Es ist

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{gh}{Og} = \frac{gi}{Og} = \frac{v - v_1}{v_1}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{kf}{Ok} = \frac{ke}{Ok} = \frac{p_1 - p}{p}$$

berechnet man hieraus die Werte für v_1 und p_1 und setzt man sie in die Adiabatengleichung

$$pv^k = p_1 v_1^k$$

ein, so muß sich eine identische Gleichung ergeben; es folgt aus der ersten Gleichung:

$$v_1 \operatorname{tg} \alpha_1 = v - v_1; \text{ hieraus}$$

$$v_1 = \frac{v}{1 + \operatorname{tg} \alpha_1}$$

ferner aus der zweiten Gleichung:

$$p \operatorname{tg} \alpha_2 = p_1 - p; \text{ hieraus} \\ p_1 = p (1 + \operatorname{tg} \alpha_2)$$

Beide Werte in die Adiabatengleichung eingesetzt:

$$p v^k = p (1 + \operatorname{tg} \alpha_2) \frac{v^k}{(1 + \operatorname{tg} \alpha_1)^k}.$$

Diese Gleichung kann nur identisch sein, wenn die Winkel α_1 und α_2 so gewählt werden, daß sie der Gleichung

$$1 + \operatorname{tg} \alpha_2 = (1 + \operatorname{tg} \alpha_1)^k$$

genügen.

Man kann auch verschiedene Werte von v annehmen, die zugehörigen Werte von p aus der Adiabatengleichung berechnen und danach die Kurve punktweise zeichnen.

Durch Umformung der I. Poissonschen Gleichung entstehen zwei weitere Gleichungen, von denen die eine die Beziehung zwischen Volumen und Temperatur, die zweite die Beziehung zwischen Druck und Temperatur darstellt.

II. Poissonsche Gleichung: Die erste Gleichung

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k \quad \text{läßt sich auch schreiben:} \\ p_1 v_1 v_1^{k-1} = p_2 v_2 v_2^{k-1}$$

setzt man die Werte

$$p_1 v_1 = R \cdot T_1 \quad \text{und} \\ p_2 v_2 = R \cdot T_2$$

aus der allgemeinen Zustandsgleichung ein, so ergibt sich

$$R \cdot T_1 v_1^{k-1} = R \cdot T_2 v_2^{k-1} \quad \text{oder} \\ \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1} = \frac{T_2}{T_1}.$$

III. Poissonsche Gleichung: Die erste Gleichung

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k$$

wird auf beiden Seiten mit $\frac{k-1}{k}$ potenziert:

$$p_1^{\frac{k-1}{k}} v_1^{k-1} = p_2^{\frac{k-1}{k}} v_2^{k-1} \quad \text{oder} \\ \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{k-1}$$

nach der II. Gleichung ist aber

$$\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{k-1} = \frac{T_1}{T_2}; \text{ also}$$

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_1}{T_2}$$

Die geleistete **Arbeit** muß, da von außen Wärme weder aufgenommen noch abgegeben wird, gleich dem Äquivalent der Wärmemenge sein, die der Temperaturänderung ($T_1 - T_2$) entspricht; also

$$L = \frac{c_v}{A} (T_1 - T_2).$$

Beispiel: In der Dieselmachine von den im Beispiel S. 23 angegebenen Abmessungen soll Luft von 1 at abs und 15° C adiabatisch ¹⁾ auf 35 at abs verdichtet werden. Wie groß muß der Verdichtungsraum sein, wie hoch wird die Temperatur bei der Totlage des Kolbens und wie groß ist die Kompressionsarbeit?

Der Kolbenwegraum ist

$$\frac{D^2\pi}{4} \cdot s = \frac{2,5^2\pi}{4} \cdot 4,0 = 19,6 \text{ cdm} = 0,0196 \text{ cbm}.$$

Demnach ist mit Berücksichtigung des Kompressionsraumes z das Anfangsvolumen = $0,0196 + z$ und das Endvolumen = z .

Nach der I. Poissonschen Gleichung

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k \text{ ist}$$

$$1 \cdot (0,0196 + z)^{1,41} = 35 \cdot z^{1,41} \text{ oder}$$

$$0,0196 + z = 35^{\frac{1}{1,41}} \cdot z; \text{ hieraus}$$

$$z = \frac{0,0196}{35^{\frac{1}{1,41}} - 1} = 0,00171 \text{ cbm}$$

Der Kompressionsraum beträgt also

$$\frac{0,00171}{0,0196} \cdot 100 = 8,7 \% \text{ des Kolbenweges.}$$

Das Anfangsvolumen wird also

$$0,0196 + 0,00171 = 0,0213 \text{ cbm}$$

bei 15° C; demnach das Luftgewicht

$$G = 0,0213 \cdot 1,198 = 0,0256 \text{ kg.}$$

¹⁾ Die Verdichtung erfolgt in Wirklichkeit nicht streng adiabatisch wegen des Wärmeaustausches von Zylinderinhalt und Wandungen, die einerseits durch die vorangegangene Verbrennung erhitzt, andererseits durch den Wassermantel gekühlt werden.

Nach der III. Poissonschen Gleichung ergibt sich die **Temperatur** bei der Totlage des Kolbens aus:

$$\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_1}{T_2} \quad \text{zu}$$

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = (273 + 15) \left(\frac{35}{1}\right)^{\frac{1,41-1}{1,41}} = 818^\circ \text{ abs} = \mathbf{545^\circ \text{ C}}$$

Die **Kompressionsarbeit** wird für G kg Luft

$$L = G \cdot \frac{c_v}{A} (T_1 - T_2) = 0,0256 \cdot \frac{0,170}{1} (288 - 818) = - \mathbf{985 \text{ mkg}}$$

für jeden Verdichtungshub, oder auf 1 Sekunde umgerechnet:

$$N_k = \frac{L \cdot \frac{n}{2}}{60 \cdot 75} = \frac{985 \cdot 90}{60 \cdot 75} = \mathbf{19,7 \text{ PS}}$$

f) Polytropische Zustandsänderung.

Setzt man in die Adiabatengleichung statt $k = \frac{c_p}{c_v}$ einen allgemeinen Exponenten n ein, so erhält man die Gleichung der polytropischen Kurve

$$p \cdot v^n = \text{konst.}$$

Bei der polytropischen Zustandsänderung wird dem arbeitenden Gas Wärme zugeführt oder entzogen, wobei es nicht nur Arbeit leistet oder aufnimmt, sondern auch seine Temperatur ändert. Für die Beziehungen zwischen Druck, Volumen und Temperatur gelten ähnlich wie früher die Gleichungen

$$\begin{aligned} \text{I. } & p_1 v_1^n = p_2 v_2^n \\ \text{II. } & \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{n-1} = \frac{T_2}{T_1} \\ \text{III. } & \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \frac{T_1}{T_2}. \end{aligned}$$

Die Fläche der durch v_1 und v_2 begrenzten Kurve, also die von 1 kg Gas geleistete **Arbeit L** ist identisch mit der S. 39 berechneten Kompressionsarbeit L_1 , also

$$L = \frac{1}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2).$$

Während bei der adiabatischen $\left\{ \begin{array}{l} \text{Expansion} \\ \text{Kompression} \end{array} \right\}$ der Wärmehalt um das Äquivalent der $\left\{ \begin{array}{l} \text{geleisteten} \\ \text{aufgewendeten} \end{array} \right\}$ Arbeit $\left\{ \begin{array}{l} \text{abnimmt} \\ \text{zunimmt} \end{array} \right\}$,

ist hier Wärme $\left\{ \begin{array}{l} \text{zuzuführen} \\ \text{abzuführen} \end{array} \right\}$, wenn die $\left\{ \begin{array}{l} \text{geleistete} \\ \text{aufgewendete} \end{array} \right\}$ Arbeit größer ist als das Äquivalent der $\left\{ \begin{array}{l} \text{Abnahme} \\ \text{Zunahme} \end{array} \right\}$ des Wärmeinhaltes.

Bei der $\left\{ \begin{array}{l} \text{Expansion} \\ \text{Kompression} \end{array} \right\}$ ist das Äquivalent der $\left\{ \begin{array}{l} \text{geleisteten} \\ \text{aufgewendeten} \end{array} \right\}$ Arbeit gleich der $\left\{ \begin{array}{l} \text{Abnahme} \\ \text{Zunahme} \end{array} \right\}$ des Wärmeinhaltes $\left\{ \begin{array}{l} + \text{ der zugeführten} \\ - \text{ der abgeführten} \end{array} \right\}$ Wärme; also

$$A \cdot L = c_v (T_1 - T_2) + Q; \text{ hieraus}$$

$$Q = AL - c_v (T_1 - T_2).$$

Beispiel: 1 kg Luft von 10 at abs und 20° C expandiere auf 1 at abs. Wie groß wird die Endtemperatur, die geleistete Arbeit L und die zuzuführende Wärmemenge Q bei

- a) isothermischer
- b) adiabatischer
- c) polytropischer (z. B. $n = 1,2$)

Expansion ?

a) Isothermisch: $p_1 = 10$ at abs = 100 000 kg/qm

$$p_2 = 1 \text{ ,, ,, } = 10 \text{ 000 ,,}$$

$$T_1 = T_2 = 273 + 20 = 293^\circ \text{ abs.}$$

v_2 = spez. Volumen bei 1 at abs und 20° C folgt aus

$$p_2 v_2 = R \cdot T \text{ zu}$$

$$v_2 = \frac{R \cdot T}{p_2} = \frac{29,27 \cdot 293}{10000} = 0,857 \text{ cbm/kg}$$

$$v_1 = \frac{R \cdot T}{p_1} = \frac{29,27 \cdot 293}{100000} = 0,0857 \text{ ,,}$$

Expansionsarbeit

$$L = R \cdot T \cdot \log \text{nat} \frac{v_2}{v_1} = 29,27 \cdot 293 \log \text{nat} \frac{0,857}{0,0857} = 19900 \text{ mkg.}$$

Zuzuführende Wärmemenge

$$Q = AL = \frac{19900}{427} = 46,6 \text{ WE.}$$

b) Adiabatisch: $p_1 = 10$ at abs = 100000 kg/qm
 $p_2 = 1 \text{ ,, ,, } = 10000 \text{ ,,}$
 $v_1 = 0,0857 \text{ cbm/kg}$ } wie oben.

v_2 folgt aus

$$p_1 v_1^k = p_2 v_2^k \text{ zu}$$

$$v_2 = v_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{k}} = 0,0857 \left(\frac{10}{1} \right)^{\frac{1}{1,41}} = 0,440 \text{ cbm/kg.}$$

Endtemperatur T_2 folgt aus

$$\left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_1}{T_2} \text{ zu}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 293 \left(\frac{1}{10} \right)^{\frac{1,41-1}{1,41}} = 150^\circ \text{ abs} = -123^\circ \text{ C.}$$

Expansionsarbeit

$$L = \frac{c_v}{A} (T_1 - T_2) = \frac{0,170}{1} (293 - 150) = 10400 \text{ mkg.}$$

$$\frac{427}{}$$

Zuzuführende Wärmemenge $Q = 0$.

c) Polytropisch: $p_1 = 10 \text{ at abs} = 100000 \text{ kg/qm}$
 $p_2 = 1 \text{ „ „} = 10000 \text{ „}$
 $v_1 = 0,0857 \text{ cbm/kg}$ } wie oben.

$$v_2 = v_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{n}} = 0,0857 \left(\frac{10}{1} \right)^{\frac{1}{1,2}} = 0,584 \text{ cbm/kg}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} = 293 \left(\frac{1}{10} \right)^{\frac{1,2-1}{1,2}} = 200^\circ \text{ abs} = -73^\circ \text{ C}$$

$$L = \frac{1}{n-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2) = \frac{1}{1,2-1} (100000 \cdot 0,0857 - 10000 \cdot 0,584)$$

$$= 13650 \text{ mkg}$$

$$Q = A \cdot L - c_v (T_1 - T_2) = \frac{1}{427} \cdot 13650 - 0,170 (293 - 200) = 16,2 \text{ WE.}$$

Aus der Gleichung der Polytrope lassen sich durch Einsetzung verschiedener Werte des Exponenten n die Gleichungen für alle behandelten Zustandsänderungen ableiten.

Für $n = \pm \infty$ wird $v = \text{konst}$: Isochore
 „ $n = 0$ „ $p = \text{konst}$: Isobare
 „ $n = 1$ „ $p v = \text{konst}$: Isotherme
 „ $n = k$ „ $p v^k = \text{konst}$: Adiabate.

Ferner kann man nach Abb. 12 aus der Gleichung der Polytrope für jede durch Indikatordiagramm gegebene Expansions- oder Kompressionslinie den Exponenten n zwischen 2 Punkten A und B berechnen und durch Vergleich mit den angegebenen Werten den Charakter der Kurve feststellen. Es ist

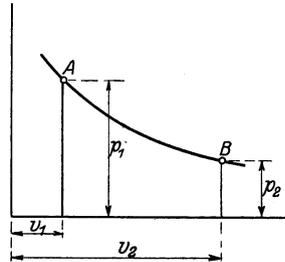


Abb. 12.

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n; \text{ oder}$$

$$\log p_1 + n \log v_1 = \log p_2 + n \log v_2; \text{ hieraus}$$

$$n = \frac{\log p_1 - \log p_2}{\log v_2 - \log v_1}$$

6. Kreisprozesse.

Unter einem Kreisprozeß versteht man eine Reihe von Zustandsänderungen, die ein Gas durchläuft, um wieder in seinen Anfangszustand zurückzukehren. Das Gas habe in I (Abb. 13) den durch $p_1 v_1 T_1$ bestimmten Zustand, gehe in Pfeilrichtung über x unter Wärmeaufnahme Q_1 in den durch $p_2 v_2 T_2$ bestimmten Zustand II über und kehre über y unter Wärmeabgabe Q_2 in seinen Anfangszustand I zurück.

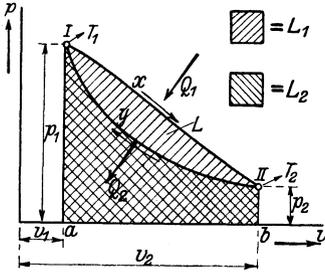


Abb. 13.

I—II: Das Gas dehnt sich von v_1 auf v_2 aus, die Wärmemenge Q_1 wird zugeführt, der Druck sinkt von p_1 auf p_2 , die Temperatur steigt von T_1 auf T_2 , die geleistete Arbeit L_1 entspricht der schraffierten Fläche I x II b a. Die zugeführte Wärmemenge Q_1 wird verwendet, um

- die Temperatur des Gases von T_1 auf T_2 zu erhöhen, also der Teil $c_v (T_2 - T_1)^1$;
- die Arbeit L_1 zu leisten, also das Äquivalent AL_1 .

Folglich ist

$$Q_1 = c_v (T_2 - T_1) + AL_1.$$

II — I: Das Gas wird verdichtet und kehrt in seinen Anfangszustand zurück, wobei die Arbeit L_2 aufzuwenden und die Wärmemenge Q_2 zu entziehen ist; es wird ähnlich wie bei der Expansion:

$$Q_2 = c_v (T_2 - T_1) + AL_2.$$

Aus beiden Gleichungen ergibt sich:

$$Q = Q_1 - Q_2 = A (L_1 - L_2) = AL \text{ oder}$$

$$L = \frac{Q}{A}; \text{ d. h.}$$

Die geleistete Arbeit ist das Äquivalent der Differenz der zu- und abgeführten Wärmemengen.

Es ist also nicht möglich, die ganze zugeführte Wärmemenge in Arbeit umzusetzen. Der Quotient

$$\eta_{\text{th}} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \text{ oder } \eta_{\text{th}} = \frac{AL}{Q_1}$$

¹⁾ c_v deshalb, weil man sich zuerst die Temperaturerhöhung und dann die Ausdehnung vorgenommen denken kann.

d. h. das Verhältnis der in Arbeit verwandelten Wärme zur aufgewandten Wärme, oder das Verhältnis des Wärmeäquivalentes der geleisteten Arbeit zur aufgewandten Wärme

heißt

thermischer Wirkungsgrad.

Beispiel: Eine Leuchtgasmaschine verbrauche für 1 PS_i-Std 0,52 cbm Gas von 5000 WE/cbm Heizwert. Wie groß ist der thermische Wirkungsgrad?

Zunächst ist das einer Stundenleistung von 1 PS_i entsprechende Wärmeäquivalent zu berechnen.

$$1 \text{ mkg/sec} = \frac{1}{427} \text{ WE/sec.}$$

$$1 \text{ mkg/std} = \frac{3600}{427} \text{ WE}$$

$$1 \text{ PS-Std} = \frac{75 \cdot 3600}{427} = 632 \text{ WE; also}$$

für 1 PS_i nutzbar gemacht: 632 WE

für 1 PS_i aufgewendet: 0,52 · 5000 WE

folglich

$$\eta_{th} = \frac{632}{0,52 \cdot 5000} = 0,243 = 24,3 \%$$

Die Begrenzungslinien des Diagrammes eines Kreisprozesses können aus den behandelten Zustandskurven beliebig gewählt werden. Von den dadurch entstehenden Kreisprozessen hat den größten thermischen Wirkungsgrad der

Carnotsche Kreisprozeß,

der zwischen zwei Isothermen und zwei Adiabaten verläuft. In Abb. 14 bedeutet

a—b: Isothermische } Ex-
 b—c: Adiabatische } pansion
 c—d: Isothermische } Kom-
 d—a: Adiabatische } pression

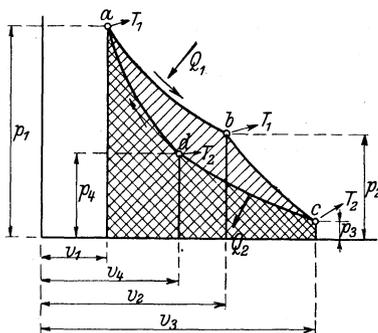


Abb. 14.

Zustand in a gekennzeichnet durch $p_1 v_1 T_1$

„ „ b „ „ „ $p_2 v_2 T_1$

„ „ c „ „ „ $p_3 v_3 T_2$

„ „ d „ „ „ $p_4 v_4 T_2$

Während der Änderung a—b wird die Wärme Q_1 zugeführt, während der Änderung c—d wird die Wärme Q_2 abgeführt. Für die einzelnen Zustandsänderungen gelten folgende Gleichungen:

1. Bei a—b wird nach S. 25 zugeführt die Wärmemenge

$$Q_1 = ART_1 \log \text{nat} \frac{v_2}{v_1}$$

2. Für b—c ist nach der II. Poissonschen Gleichung

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_3}{v_2} \right)^{k-1}$$

3. Bei c—d wird abgeführt die Wärmemenge

$$Q_2 = ART_2 \log \text{nat} \frac{v_3}{v_4}$$

4. Für d—a ist wie bei 2.

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_4}{v_1} \right)^{k-1}$$

Aus 2. u. 4. geht hervor, daß

$$\frac{v_3}{v_2} = \frac{v_4}{v_1} \text{ ist.}$$

Durch Division der Gleichungen 1. und 3. ergibt sich dann

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Nun war der thermische Wirkungsgrad

$$\eta_{\text{th}} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

Es wird

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1} \text{ eingesetzt:}$$

$$\eta_{\text{th}} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Beispiel für einen Carnotschen Kreisprozeß zwischen $t_2 = 0^\circ$ und $t_1 = 1000^\circ \text{C}$; es wird

$$\eta_{\text{th}} = \frac{1273 - 273}{1273} = 0,79$$

Die Betrachtung der Kreisprozesse führt zu folgenden Schlüssen: Wenn der Prozeß so verläuft, wie in Abb. 14 gezeichnet, dann wird der Unterschied der Wärmemengen $Q_1 - Q_2$ in mechanische Arbeit umgesetzt. Denkt man sich den Kreis-

prozeß in umgekehrter Richtung durchlaufen, dann wird dem Gas unter Arbeitsaufwand die der Arbeit äquivalente Wärmemenge $Q_1 - Q_2$ mitgeteilt. Also gelten folgende Sätze:

1. Die Umwandlung einer Wärmemenge Q in die ihr äquivalente mechanische Arbeit ist nur dann möglich, wenn gleichzeitig ein zusätzlicher Wärmebetrag Q_2 aufgewandt wird, der wieder als Wärme abgeführt wird.
2. Wärme kann nur mit Aufwand von mechanischer Arbeit von einem Körper mit tieferer Temperatur auf einen Körper mit höherer Temperatur übergehen.

Diese beiden Sätze geben den sog. **II. Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie** wieder.

7. Prozeß des Luftkompressors.

Das Volumen v_0 mit dem Druck p_0 und der Temperatur T_1 wird nach Abb. 15 auf das Volumen v und den Druck p verdichtet (Linie a—b)

- a) isothermisch bei gleichbleibender Temperatur T_1 und Wärmeabfuhr Q , oder
- b) adiabatisch, wobei die Temperatur auf T_2 steigt und die Wärmeabfuhr $=0$ ist.

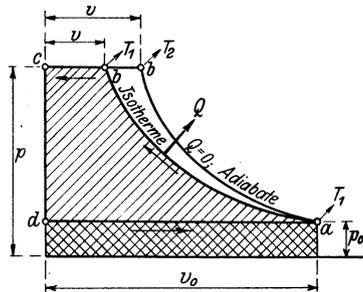


Abb. 15.

Hierauf öffnen sich die Druckventile und die Luft wird bei gleichbleibendem Druck p in den Windkessel gedrückt bis zur Totlage des Kolbens (Linie b—c).

Denkt man sich den schädlichen Raum vernachlässigt, dann sinkt bei Beginn des Kolbenrückganges der Druck augenblicklich auf etwa atmosphärische Spannung p_0 (Linie c—d) und der Zylinder füllt sich mit Luft von gleichem Druck p_0 (Linie d—a).

Die Arbeitsfläche L setzt sich demnach zusammen aus der

Verdichtungsarbeit L_1 , der
 Ausschubarbeit L_2 und der
 Ansaugearbeit L_3 ; also
 $L = L_1 + L_2 - L_3$.

a) Prozeß bei isothermischer Verdichtung.

$$L_1 = R \cdot T \cdot \log \text{nat} \frac{v_0}{v} \quad (\text{S. 25})$$

weil aber nach dem Gesetz der Isotherme

$$\frac{v_0}{v} = \frac{p}{p_0} \quad \text{ist, so folgt}$$

$$L_1 = R \cdot T \cdot \log \text{nat} \frac{p}{p_0}$$

Ferner ist

$$L_2 = p v = p_0 v_0 \quad (\text{gleichbleibende Temperatur})$$

$$L_3 = p_0 v_0$$

Da v_0 das Volumen von 1 kg bedeutet, so wird die theoretische Arbeit für 1 kg Luft

$$\begin{aligned} L &= R \cdot T \cdot \log \text{nat} \frac{p}{p_0} + p_0 v_0 - p_0 v_0 \\ &= R \cdot T \cdot \log \text{nat} \frac{p}{p_0} \end{aligned}$$

Nach dem allgemeinen Gasgesetz ist aber

$$R \cdot T = p v; \quad \text{also}$$

$$L = p v \log \text{nat} \frac{p}{p_0} \quad \text{für 1 kg}$$

Für $v = 1$ cbm Luft vom Druck p berechnet sich daher die Arbeit zu

$$L = p \log \text{nat} \frac{p}{p_0}$$

Die für die dieselbe Luftmenge abzuleitende Wärme Q ist das Äquivalent dieser Arbeit also

$$Q = A p \log \text{nat} \frac{p}{p_0}$$

b) Prozeß bei adiabatischer Verdichtung. Es ist entsprechend S. 30

$$L_1 = \frac{c_v}{A} (T_2 - T_1)$$

Nach dem allgemeinen Gasgesetz ist einzusetzen

$$T_2 = \frac{p v}{R} \quad \text{und} \quad T_1 = \frac{p_0 v_0}{R}$$

Ferner ist nach S. 13

$$A \cdot R = c_p - c_v = c_v \left(\frac{c_p}{c_v} - 1 \right) = c_v (k - 1)$$

Hieraus

$$c_v = \frac{A \cdot R}{k - 1}$$

Die Werte für T_2 , T_1 und c_v werden eingesetzt:

$$L_1 = \frac{R}{k - 1} \left(\frac{p v}{R} - \frac{p_0 v_0}{R} \right) = \frac{1}{k - 1} (p v - p_0 v_0)$$

Außerdem ist wie oben

$$L_2 = p v$$

$$L_3 = p_0 v_0; \text{ also}$$

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{k - 1} (p v - p_0 v_0) + p v - p_0 v_0 \\ &= \frac{1}{k - 1} \cdot (p v - p_0 v_0 + k p v - k p_0 v_0 - p v + p_0 v_0) \\ &= \frac{k}{k - 1} (p \cdot v - p_0 v_0) \text{ für 1 kg} \end{aligned}$$

In Wirklichkeit liegt die Verdichtung zwischen der Isotherme und der Adiabate (Polytrope mit $n = 1,2$ bis $1,25$).

Beispiel: Wie groß sind
Anfangsvolumen v_0 ,
theoretische Arbeit L und
Wärmeabfuhr Q

für einen Kompressor, der stündlich 200 cbm Druckluft von 6 at abs aus Luft von 1 at abs herstellen soll?

a) Bei isothermischer Verdichtung wird für 1 cbm

$$p v = p_0 v_0; \text{ also}$$

$$v_0 = v \frac{p}{p_0} = 1 \cdot 6 = \mathbf{6,0 \text{ cbm}}$$

$$L = p \log \text{nat} \frac{p}{p_0} = 60000 \log \text{nat} \frac{6}{1} = 107\,500 \text{ mkg/cbm}$$

also für 200 cbm Std. in PS

$$N = 200 \frac{107\,500}{3600 \cdot 75} = \mathbf{79,7 \text{ PS}}$$

$$Q = \frac{200 \cdot 107\,500}{427} = \mathbf{50\,400 \text{ WE/Std}}$$

b) Bei adiabatischer Verdichtung wird für 1 kg

$$L = \frac{k}{k-1} (p v - p_0 v_0)$$

Aus dem I. Poissonschen Gesetz folgt:

$$\frac{v}{v_0} = \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{1}{k}} \quad \text{oder}$$

$$v_0 = v \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{k}}; \quad \text{also für } v = 1 \text{ cbm}$$

$$v_0 = 1 \cdot 6^{1,41} = \mathbf{3,57 \text{ cbm}}; \quad \text{also}$$

$$L = \frac{1,41}{1,41-1} (60000 \cdot 1 - 10000 \cdot 3,57) = 83600 \text{ mkg/cbm}$$

Also für 200 cbm in PS

$$N = 200 \frac{83600}{3600 \cdot 75} = \mathbf{62,0 \text{ PS}}$$

$$Q = 0.$$

Die Luft hat jedoch höhere Temperatur angenommen: Nach dem III. Poissonschen Gesetz wird

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

hieraus für $T_1 = 273^\circ \text{ abs}$ ($t_1 = 0^\circ \text{ C}$ angenommen)

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 273 \cdot 6^{\frac{1,41-1}{1,41}} = 450^\circ \text{ abs} = \mathbf{177^\circ \text{ C}}$$

Kühlt sich diese Luft bei gleichbleibendem Volumen wieder auf 0° C ab, so stellt sich der Druck p' wie folgt ein:

Das Luftgewicht beträgt

$$G = v_0 \gamma = 3,57 \cdot 1,250 = 4,46 \text{ kg}$$

Das spezifische Volumen der Druckluft wird dann

$$v' = \frac{1}{4,46} = 0,224 \text{ cbm/kg}$$

und aus der allgemeinen Zustandsgleichung

$$p' \cdot v' = R \cdot T_1$$

folgt

$$p' = \frac{R \cdot T_1}{v'} = \frac{29,27 \cdot 273}{0,224} = 36000 \text{ kg/qm} = \mathbf{3,6 \text{ at abs}}$$

Denselben Wert hätte man nach S. 18 aus der Gleichung

$$\frac{p'}{p} = \frac{T_1}{T_2} \text{ erhalten.}$$

Zum Vergleich der Arbeitsleistungen werde jetzt dieselbe anfängliche Luftmenge ($v_0 = 6,0$ cbm, $p_0 = 1$ at abs, $t_1 = 0^\circ \text{C}$) isothermisch auf $p = 3,6$ at abs verdichtet; dann wird

$$L = p \log \text{nat} \frac{p}{p_0} = 36000 \log \text{nat} \frac{3,6}{1} = 47\,000 \text{ mkg/cbm}$$

$$N = 200 \frac{47\,000}{3\,600 \cdot 75} = 34,9 \text{ PS}$$

$$Q = \frac{200 \cdot 47\,000}{427} = 22\,000 \text{ WE/Std}$$

Zur Erreichung desselben Enddruckes für kaltes Gas ist also bei isothermischer Verdichtung eine kleinere Arbeitsleistung notwendig als bei adiabatischer. Dies läßt sich bei niederen Enddrücken durch reichliche Kühlung, bei höheren Enddrücken durch zwei- oder dreistufige Verdichtung mit Zwischenkühlung erreichen. Die Luftpumpen der Dieselmotoren arbeiten nach dem letzteren Grundsatz.

8. Der Prozeß der Verpuffungsmaschine.

Es werde hier der Viertaktprozeß betrachtet, dessen theoretisches Diagramm in Abb. 16 wiedergegeben ist.

- I. Hub a—b: Ansaugen eines Gemisches von Gas und Luft.
- II. Hub b—c: Adiabatische Kompression vom Zustand $p_1 v_1 T_1$ auf den Zustand $p_2 v_2 T_2$.
- III. Hub. 1. c—d: Zuführung der Wärmemenge Q_1 bei konstantem Volumen durch innere Verbrennung; dadurch plötzliche Überführung in den Zustand $p_3 v_2 T_3$.

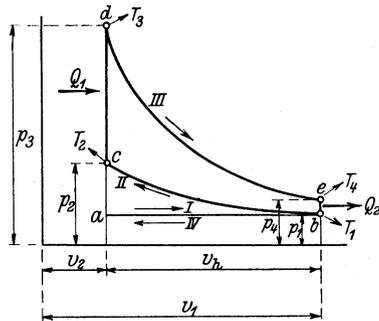


Abb. 16.

- 2. d—e: Adiabatische Expansion vom Zustand $p_3 v_2 T_3$ auf den Zustand $p_4 v_1 T_4$.
- IV. Hub. 1. e—b: Durch Entspannung gibt das Gas die Wärmemenge Q_2 ab.
- 2. b—a: Ausströmen.

Nach dem folgenden Ansaugen ist bei b wieder der Zustand $p_1 v_1 T_1$ vorhanden.

Die Wärmeabgabe bei e—b kann theoretisch als Wärmeentziehung bei konstantem Volumen behandelt und der Prozeß

mit Weglassung des Ansaug- und Ausström-Hubes als ein Kreisprozeß zwischen zwei Adiabaten und zwei Isochoren betrachtet werden.

Mit dieser Voraussetzung können nach den bisherigen Entwicklungen berechnet werden

- a) der theoretische thermische Wirkungsgrad,
- b) die Vorgänge beim Kompressionshub,
- c) „ „ „ Expansionshub.

a) Der theoretische thermische Wirkungsgrad ist

$$\eta_{th} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}$$

Ist das Gewicht des arbeitenden Gemisches = G, dann ist

$$\begin{aligned} Q_1 &= G \cdot c_v (T_3 - T_2) \text{ und } Q_2 = G c_v (T_4 - T_1); \text{ also} \\ Q_1 - Q_2 &= G c_v (T_3 - T_2 - T_4 + T_1) \\ &= G c_v \left[T_3 \left(1 - \frac{T_4}{T_3} \right) - T_2 \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right) \right] \end{aligned}$$

Nach dem III. Poissonschen Gesetz ist aber

$$\begin{aligned} \frac{T_4}{T_3} &= \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{k-1} \quad \text{und} \\ \frac{T_1}{T_2} &= \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{k-1} \\ \text{also } \frac{T_4}{T_3} &= \frac{T_1}{T_2} \end{aligned}$$

Folglich wird

$$Q_1 - Q_2 = G c_v (T_3 - T_2) \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right); \text{ nach der}$$

ersten Gleichung ist aber

$$G c_v (T_3 - T_2) = Q_1; \text{ also}$$

$$Q_1 - Q_2 = Q_1 \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right) \text{ oder}$$

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_1}{T_2}; \text{ ferner ist nach S. 34}$$

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \eta_{th} \text{ und nach dem III. Poissonschen Gesetz}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}}; \text{ also}$$

$$\eta_{th} = 1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}}; \text{ d. h.}$$

der theoretische thermische Wirkungsgrad hängt nur vom Verdichtungsverhältnis $p_1:p_2$ ab und ist um so größer, je höher der Kompressionsdruck ist. Letzterer hat seine Grenze durch die Möglichkeit einer Selbstzündung durch die Kompressionswärme.

b) Der Verdichtungs- oder Kompressionshub. Nach der I. Poissonschen Gleichung ist

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^k \text{ oder } v_2 = v_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{k}}$$

Setzt man das Kolbenwegvolumen $= v_h$, dann ist $v_1 = v_2 + v_h$, dann wird

$$v_2 = (v_2 + v_h) \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{k}}; \text{ hieraus}$$

$$v_2 = \frac{v_h \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{k}}}{1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{k}}} = \frac{v_h}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}} - 1}$$

Danach kann man für eine durch ihre Zylinder-Abmessungen gegebene Maschine für ein bestimmtes Kompressionsverhältnis $\frac{p_2}{p_1}$ die theoretisch notwendige Größe des Verdichtungsraumes berechnen.

Ferner ist nach der III. Poissonschen Gleichung

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

Hieraus theoretische Endtemperatur

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$$

c) Die Zündung und der Arbeitshub. Ist M die in l kg des Gemisches enthaltene Gasmenge in cbm bei 0° und 760° mm und H der Heizwert des Gases in WE/cbm, dann ist die bei der Verbrennung entwickelte Wärme

$$Q_1 = M \cdot H$$

oder mit Bezug auf Abb. 16 (Wärmezufuhr bei konstantem Volumen)

$$Q_1 = G c_v (T_3 - T_2); \text{ also auch}$$

$$MH = G c_v (T_3 - T_2)$$

Hieraus theoretische Höchsttemperatur $T_3 = T_2 + \frac{MH}{c_v G}$

Der Höchstdruck p_3 wird nach S. 18 aus der Gleichung für die Zustandsänderung bei konstantem Volumen berechnet; also

$$p_3 = p_2 \frac{T_3}{T_2}$$

Expansions-Endtemperatur T_4 und -Enddruck p_4 werden für Punkte e aus den Adiabatangleichungen bestimmt; also

$$\frac{T_3}{T_4} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{k-1}; \text{ hieraus}$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{k-1} \text{ und aus}$$

$$\frac{p_3}{p_4} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^k \text{ folgt}$$

$$p_4 = p_3 \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^k$$

Die in den Auspuffgasen enthaltene Wärmemenge ist

$$Q_2 = G c_v (T_4 - T_1)$$

Neuere Untersuchungen haben gezeigt, daß die spezifische Wärme und der Wert k für Gase bei höheren Temperaturen von den für 0° gültigen Werten abweicht. In den Beispielen soll jedoch diese Abweichung unberücksichtigt bleiben.

Beispiel: Für das S. 20 behandelte Beispiel einer Leuchtgasmaschine von

$D = 250$ mm Zylinderdurchmesser

$s = 400$ mm Kolbenhub

$n = 180$ minutlichen Umdrehungen

ist zu berechnen:

1. das Anfangsvolumen v_1 für $p_1 = 1$ at abs und $t_1 = 0^\circ$ C.
2. das Endvolumen v_2 in cbm und $\%$ des Kolbenwegraumes für das Verdichtungsverhältnis $\frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{8}$
3. der theoretische thermische Wirkungsgrad η_{th}
4. die Kompressions-Endtemperatur T_2
5. die bei der Verbrennung zugeführte Wärmemenge Q_1 ohne Einschluß des Kompressionsraumes
6. die Endtemperatur T_3 der Verbrennung
7. der Enddruck p_3 der Verbrennung
8. die Expansions-Endtemperatur T_4
9. der Expansions-Enddruck p_4
10. die in den Auspuffgasen abgeführte Wärmemenge Q_2

1. und 2.: $v_1 = \frac{D^2 \pi \cdot s}{4} + v_2 = v_h + v_2 = 0,0196 + v_2$

$$v_2 = \frac{v_h}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}} - 1} = \frac{0,0196}{\frac{1}{8^{1,41}} - 1} = \mathbf{0,0058 \text{ cbm}}$$

oder in $\%$ des Kolbenwegraumes

$$v_2 \% = \frac{0,0058}{0,0196} \cdot 100 = \mathbf{29,6 \%}$$

$$v_1 = 0,0196 + 0,0058 = \mathbf{0,0254 \text{ cbm}}$$

$$3. \eta_{th} = 1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 1 - \left(\frac{1}{8}\right)^{\frac{1,41-1}{1,41}} = \mathbf{0,46}$$

$$4. T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = 273 \cdot 8^{\frac{1,41-1}{1,41}} = 510^\circ \text{ abs} = \mathbf{237^\circ \text{ C}}$$

$$5. Q_1 = M \cdot H = \frac{1}{8} v_h \cdot H = \frac{1}{8} \cdot 0,0196 \cdot 5000 = \mathbf{12,25 \text{ WE}}$$

$$6. T_3 = T_2 + \frac{M \cdot H}{c_v \cdot G} = 510 + \frac{12,25}{0,186 \cdot 0,0304} = 2680^\circ \text{ abs} = \mathbf{2407^\circ \text{ C}}$$

$$7. p_3 = p_2 \frac{T_3}{T_2} = 8 \frac{2680}{510} = \mathbf{42,0 \text{ at abs}}$$

$$8. T_4 = T_3 \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{k-1} = 2680 \cdot \left(\frac{0,0058}{0,0254}\right)^{1,41-1} = 1465^\circ \text{ abs} = \mathbf{1192^\circ \text{ C}}$$

$$9. p_4 = p_3 \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^k = 42,0 \left(\frac{0,0058}{0,0254}\right)^{1,41} = \mathbf{5,3 \text{ at abs}}$$

$$10. Q_2 = G \cdot c_v \cdot (T_4 - T_1) = 0,0304 \cdot 0,186 (1465 - 273) = \mathbf{6,73 \text{ WE}}$$

Probe für den thermischen Wirkungsgrad:

$$\eta_{th} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{12,25 - 6,73}{12,25} = \mathbf{0,45}$$

Die in Wirklichkeit zu erzielenden Werte weichen von den berechneten natürlich ab, hauptsächlich wegen des Wärmeaustausches mit den Zylinderwandungen, des im Verdichtungsraum zurückbleibenden Gasrestes, unvollkommener Verbrennung usw.

9. Der Prozeß der Dieselschen Gleichdruckmaschine.

Das theoretische Diagramm der Viertaktmaschine zeigt Abb. 17

- I. Hub a—b: Ansaugen von Luft.
- II. Hub b—c: Adiabatische Kompression vom Zustand $p_1 v_1 T_1$ auf den Zustand $p_2 v_2 T_2$. Dadurch steigt T_2 so hoch, daß der hierauf von der Totlage an fein zerstäubt eingespritzte flüssige Brennstoff sich von selbst entzündet.
- III. Hub. 1. c—d: Verbrennung, also Wärmezufuhr bei gleich bleibendem Druck p_2 , während Volumen und Temperatur auf v_3 bzw. T_3 zunehmen.
- IV. Hub. 1. e—b: Durch Entspannung gibt das Gas die Wärmemenge Q_2 ab.

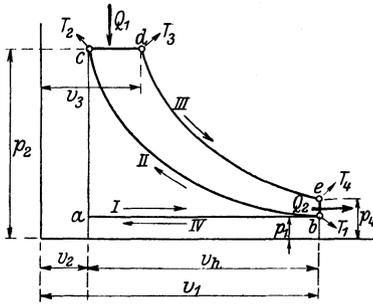


Abb. 17.

- 2. d—e: Adiabatische Expansion vom Zustand $p_2 v_3 T_3$ auf den Zustand $p_1 v_4 T_4$.
- IV. Hub. 1. e—b: Durch Entspannung gibt das Gas die Wärmemenge Q_2 ab.
- 2. b—a: Ausströmen. Bei b ist wieder der Zustand $p_1 v_1 T_1$ vorhanden. Der Prozeß kann ebenso

wie der vorige als Kreisprozeß behandelt werden.

a) Der thermische Wirkungsgrad ist

$$\eta_{th} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1}; \text{ ferner}$$

$Q_1 = G \cdot c_p (T_3 - T_2)$, Zustandsänderung bei konstantem Druck (Linie cd)

$Q_2 = G \cdot c_v (T_4 - T_1)$, Zustandsänderung bei konstantem Volumen (Linie eb).

Also

$$\eta_{th} = 1 - \frac{G c_v (T_4 - T_1)}{G c_p (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{1}{k} \frac{T_1}{T_2} \cdot \frac{\frac{T_4}{T_1} - 1}{\frac{T_3}{T_2} - 1}$$

Ferner ist

1. für die Gleichdrucklinie bc: $\frac{v_3}{v_2} = \frac{T_3}{T_2}$

2. für die Kompressionsadiabate: $\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} = \frac{T_2}{T_1}$

3. für die Expansionsadiabate: $\left(\frac{v_3}{v_1}\right)^{k-1} = \frac{T_4}{T_3}$

Durch Multiplikation dieser drei Gleichungen entsteht:

$$\frac{T_3}{T_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} \cdot \frac{T_4}{T_3} = \frac{v_3}{v_2} \cdot \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} \cdot \left(\frac{v_3}{v_1}\right)^{k-1} \quad \text{oder}$$

$$\frac{T_4}{T_1} = \frac{v_3^k \cdot v_1^{k-1}}{v_2^k \cdot v_1^{k-1}} = \left(\frac{v_3}{v_2}\right)^k$$

Nach der ersten Gleichung ist aber

$$\frac{v_3}{v_2} = \frac{T_3}{T_2}; \quad \text{also auch}$$

$$\frac{T_4}{T_1} = \left(\frac{T_3}{T_2}\right)^k$$

Dieser Wert für $\frac{T_4}{T_1}$ wird in die letzte Gleichung für η_{th} eingesetzt:

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{k} \frac{T_1}{T_2} \frac{\left(\frac{T_3}{T_2}\right)^k - 1}{\frac{T_3}{T_2} - 1} = 1 - \frac{1}{k} \frac{T_1}{T_2} \frac{\left(\frac{v_3}{v_2}\right)^k - 1}{\frac{v_3}{v_2} - 1}$$

Nach der III. Poissonschen Gleichung ist

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}}, \quad \text{wird eingesetzt:}$$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{k} \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{k-1}{k}} \frac{\left(\frac{v_3}{v_2}\right)^k - 1}{\frac{v_3}{v_2} - 1}$$

Der Vergleich mit der entsprechenden Formel des Verpuffungsprozesses zeigt, daß beim Dieselprozeß η_{th} nicht nur vom Kompressionsverhältnis $\frac{p_1}{p_2}$ sondern, auch vom Füllungsverhältnis $\frac{v_3}{v_2}$ abhängt.

b) Die Berechnungen beim Verdichtungshub sind ebenso wie beim Verpuffungsprozeß.

c) Der Arbeitshub. Für die Gleichdrucklinie wird

$$\frac{T_3}{T_2} = \frac{v_3}{v_2}$$

Hieraus bei gegebenem v_3

$$T_3 = T_2 \frac{v_3}{v_2}$$

$$Q_1 = G c_p (T_3 - T_2)$$

Ferner wie beim Verpuffungsprozeß

$$p_4 = p_2 \left(\frac{v_3}{v_1} \right)^k \quad \text{und}$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{v_3}{v_1} \right)^{k-1} \quad \text{sowie}$$

$$Q_2 = G \cdot c_v (T_4 - T_1)$$

Beispiel: Für die Dieselmachine des Beispiels S. 23 mit

$D = 250$ mm Zylinderdurchmesser

$s = 400$ mm Kolbenhub

$n = 180$ minutlichen Umdrehungen

und einem Füllungsweg von 10% des Kolbenhubes soll berechnet werden:

1. das Anfangsvolumen v_1 für $p_1 = 1$ at abs und $t_1 = 15^\circ \text{C}$
2. das Endvolumen v_2 in cbm und % des Kolbenwegraumes für das

$$\text{Verdichtungsverhältnis } \frac{p_1}{p_2} = \frac{1}{35}$$

3. der theoretische thermische Wirkungsgrad η_{th}
4. die Kompressions-Endtemperatur T_2
5. die bei der Verbrennung zugeführte Wärmemenge Q_1
6. die Endtemperatur T_3 der Verbrennung
7. die Expansions-Endtemperatur T_4
8. der Expansions-Enddruck p_4
9. die in den Auspuffgasen abgeführte Wärmemenge Q_2 .

$$1. \text{ und } 2.: v_1 = \frac{D^2 \pi}{4} \cdot s + v_2 = v_h + v_2 = 0,0196 + v_2$$

$$v_2 = \frac{v_h}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}} - 1} = \frac{0,0196}{(35)^{\frac{1}{1,41}} - 1} = 0,00171 \text{ cbm} \quad \text{oder}$$

$$v_2 \% = \frac{0,00171}{0,0196} \cdot 100 = 8,7 \%$$

$$v_1 = 0,0196 + 0,00171 = 0,0213 \text{ cbm}$$

$$v_3 = 0,1 \cdot v_h + v_2$$

$$= 0,1 \cdot 0,0196 + 0,00171$$

$$= 0,00367 \text{ cbm}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad \eta_{th} &= 1 - \frac{1}{k} \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} \frac{\left(\frac{v_3}{v_2} \right)^k - 1}{\frac{v_3}{v_2} - 1} \\
 &= 1 - \frac{1}{1,41} \cdot \left(\frac{1}{35} \right)^{\frac{1,41-1}{1,41}} \cdot \frac{\left(\frac{0,00367}{0,00171} \right)^{1,41} - 1}{\frac{0,00367}{0,00171} - 1} = \mathbf{0,575}
 \end{aligned}$$

Der Verpuffungsprozeß würde bei demselben Kompressions-Enddruck ergeben:

$$\eta_{th} = 1 - \left(\frac{1}{35} \right)^{\frac{1,41-1}{1,41}} = \mathbf{0,645}$$

$$4. \quad T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 288 \left(\frac{35}{1} \right)^{\frac{1,41-1}{1,41}} = 812^\circ \text{ abs} = \mathbf{539^\circ \text{ C}}$$

5. und 6.: Das Luftgewicht des anfänglichen Volumens v_1 ist bei 15° C und 1 at abs mit $\gamma = 1,18 \text{ kg/cbm}$

$$G = v_1 \gamma = 0,0213 \cdot 1,188 = 0,0253 \text{ kg}$$

$$T_3 = T_2 \frac{v_3}{v_2} = 812 \frac{0,00367}{0,00171} = 1740^\circ \text{ abs} = \mathbf{1467^\circ \text{ C}}$$

$$Q_1 = G c_p (T_3 - T_2) = 0,0253 \cdot 0,238 (1740 - 812) = \mathbf{5,58 \text{ WE}}$$

Hieraus läßt sich auch die für jeden Arbeitshub einzuspritzende Ölmenge x berechnen. Beträgt der Heizwert des Öles 9000 WE/kg , dann ist

$$x = \frac{5,58}{9000} = 0,00062 \text{ kg} = \mathbf{0,62 \text{ g}}$$

Wenn die Maschine $N_i = 27 \text{ PS}$ leistet, dann ist der stündliche Ölverbrauch für 1 PS_i theoretisch

$$\frac{x \cdot \frac{n}{2} \cdot 60}{N_i} = \frac{0,62 \cdot 90 \cdot 60}{27} = \mathbf{124 \text{ g}}$$

$$7. \quad T_4 = T_3 \left(\frac{v_3}{v_1} \right)^{k-1} = 1740 \left(\frac{0,00367}{0,0213} \right)^{1,41-1} = 846^\circ \text{ abs} = \mathbf{573^\circ \text{ C}}$$

$$8. \quad p_4 = p_2 \left(\frac{v_3}{v_1} \right)^k = 35 \left(\frac{0,00367}{0,0213} \right)^{1,41} = \mathbf{2,94 \text{ at abs.}}$$

$$9. \quad Q_2 = G c_v (T_4 - T_1) = 0,0253 \cdot 0,170 (846 - 288) = \mathbf{2,4 \text{ WE}}$$

Nachprüfung des thermischen Wirkungsgrades:

$$\eta_{th} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{5,58 - 2,4}{5,58} = \mathbf{0,57}$$

Wegen der Abweichungen von der Wirklichkeit gilt auch das S. 45 Gesagte.

10. Der Begriff der Entropie.

Die bisher behandelten Diagramme sind Druck-Volumen-Diagramme, d. h. nach Abb. 18 werden die Drücke als Ordinaten, die Volumina als Abszissen aufgetragen. Der Inhalt des schraffierten ∞ kleinen Flächenstreifens bedeutet das Arbeitselement

$$dL = p \, dv$$

wozu die Zuführung des Wärmeelementes dQ erforderlich ist, während die schraffierte Fläche die zwischen den Zuständen A und B geleistete Arbeit

$$L = \int_{v_1}^{v_2} p \, dv$$

bedeutet.

Zeichnet man nach Abb. 19 ein zweites Diagramm, dessen

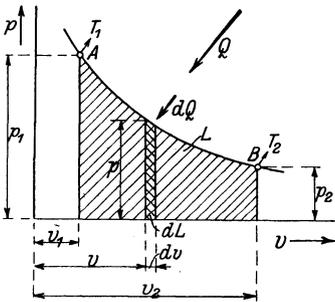


Abb. 18.

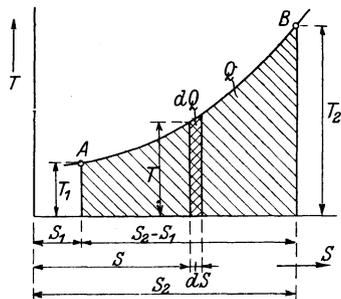


Abb. 19.

Ordinaten die Temperaturen T sind, in dem der Inhalt des schraffierten ∞ kleinen Flächenstreifens das Wärmeelement bedeutet und dessen Abszissen mit S bezeichnet werden mögen, dann ist

$$dQ = T \, dS \quad \text{oder}$$

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

dS ist demnach zu definieren als Element einer Größe, das gleich ist der während der Zustandsänderung zugeführten Wärmemenge dividiert durch die Temperatur; diese Größe S wurde von Clausius die Entropie ¹⁾ genannt. Das Entropieelement ist demnach die Größe, mit der man bei einer ∞ kleinen Zustandsänderung die Temperatur zu multiplizieren hat, um das Wärmeelement zu erhalten.

¹⁾ Verwandlungsinhalt.

Durch Integration ergibt sich

$$S_2 - S_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T}$$

als bestimmtes Integral zwischen den Grenzen T_1 und T_2 .

Die Gleichung

$$dQ = T \cdot dS$$

hat Ähnlichkeit mit der bekannten Gleichung aus der Mechanik:

$$L = H \cdot Q$$

in der H eine Höhe, Q ein Gewicht und L die vom Gewicht Q beim Durchfallen der Höhe H geleistete Arbeit darstellt. Vergleicht man das Temperaturelement dS das Gewicht und man kann die in Wärme ausgedrückte Arbeit dQ mit dem Herabsinken der Entropie auf einem Temperaturgefäll vergleichen. Deshalb hat Zeuner die Entropie auch als *Wärmegewicht* bezeichnet. Dieser Vergleich ist insofern nicht allgemein gültig, weil bei vielen Zustandsänderungen die Größe der Entropie sich ändert.

Die Wärmemenge dQ wird dazu verwendet, um

1. die Arbeit dL zu leisten,
2. die Temperatur von T auf $T + dT$ zu steigern; diese Zustandsänderung ist als Änderung bei konstantem Volumen aufzufassen.

1. Das Äquivalent von dL ist $AdL = Apdv$.
2. die zur Temperatursteigerung notwendige Wärmemenge ist $c_v \cdot dT$, also

$$dQ = Apdv + c_v dT.$$

Dieser Wert wird in die Differential-Gleichung für das Entropieelement eingesetzt:

$$dS = \frac{Ap}{T} dv + c_v \frac{dT}{T}$$

Nach der allgemeinen Zustandsgleichung ist

$$pv = RT; \text{ also}$$

$$T = \frac{pv}{R}, \text{ wird eingesetzt:}$$

$$dS = \frac{A \cdot p \cdot R}{p \cdot v} dv + c_v \frac{dT}{T} = AR \frac{dv}{v} + c_v \frac{dT}{T}$$

Zwischen den Grenzen A und B integriert:

$$S_2 - S_1 = A R \log \text{nat} \frac{v_2}{v_1} + c_v \log \text{nat} \frac{T_2}{T_1}$$

Hiernach kann für beliebige Anfangszustände A eine Kurvenschar punktweise gezeichnet werden, welche T- S- Diagramm genannt wird. Die Lehre von der Entropie wird bei der Behandlung der Dämpfe weiter ausgebaut werden.

11. Adiabatische Ausströmung.

Strömt Gas vom spez. Volumen v_1 aus einem Raume, in dem der Druck p_1 kg/qm herrscht (Abb. 20), durch eine Öffnung von f qm in einen Raum, in dem der Druck p herrscht, so nimmt das Gas das spez. Volumen v an und die Geschwindigkeit im Mündungsquerschnitt ist in m/sec

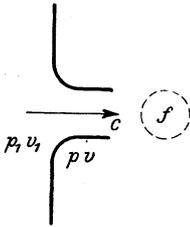


Abb. 20.

$$c = \sqrt{2g \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}$$

Ferner ist die sekundlich durch den Querschnitt f strömende Gasmenge in kg

$$G = f \sqrt{2g \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{v_1} \left[\left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}$$

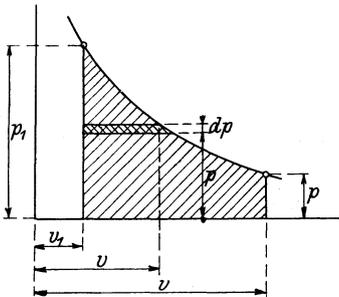


Abb. 21.

Beweis: Nach Abb. 21 ist die Expansionsarbeit von 1 kg Gas

$$L = \int_p^{p_1} v dp$$

Nach der Adiabate ist

$$p v^k = p_1 v_1^k \quad \text{oder}$$

$$p^{\frac{1}{k}} \cdot v = p_1^{\frac{1}{k}} v_1; \quad \text{hieraus}$$

$$v = v_1 \cdot p_1^{\frac{1}{k}} \cdot p^{-\frac{1}{k}}$$

wird eingesetzt:

$$L = \int_p^{p_1} v_1 \cdot p_1^{\frac{1}{k}} \cdot p^{-\frac{1}{k}} \cdot dp = v_1 \cdot p_1^{\frac{1}{k}} \int_p^{p_1} p^{-\frac{1}{k}} \cdot dp =$$

$$\begin{aligned}
 &= v_1 \cdot p_1^{\frac{1}{k}} \cdot \frac{1}{-\frac{1}{k} + 1} \left[p_1^{-\frac{1}{k} + 1} - p^{-\frac{1}{k} + 1} \right] \\
 &= \frac{k}{k-1} v_1 p_1^{\frac{1}{k}} \left(p_1^{\frac{k-1}{k}} - p^{\frac{k-1}{k}} \right) \\
 &= \frac{k}{k-1} v_1 \left(p_1^{\frac{1+k-1}{k}} - p^{\frac{k-1}{k}} \cdot p_1^{\frac{1}{k}} \right) = \\
 &= \frac{k}{k-1} v_1 p_1 \left(1 - p^{\frac{k-1}{k}} \cdot p_1^{\frac{1}{k} - 1} \right) \\
 &= \frac{k}{k-1} v_1 p_1 \left[1 - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]
 \end{aligned}$$

L ist aber auch gleich der lebendigen Energie von 1 kg Gas mit der Geschwindigkeit c, also

$$L = \frac{c^2}{2g}; \text{ folglich auch}$$

$$\frac{c^2}{2g} = \frac{k}{k-1} v_1 p_1 \left[1 - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]; \text{ hieraus}$$

$$c = \sqrt{2g \frac{k}{k-1} v_1 p_1 \left[1 - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}; \text{ ferner}$$

$$G = \frac{f \cdot c}{v}; \text{ das spez. Volumen } v \text{ folgt aus}$$

$$p^{\frac{1}{k}} \cdot v = p_1^{\frac{1}{k}} v_1 \text{ zu}$$

$$v = v_1 \left(\frac{p_1}{p} \right)^{\frac{1}{k}}$$

Die berechneten Werte für c und v werden in dem Ausdruck für G eingesetzt.

$$\begin{aligned}
 G &= \frac{f}{v_1 \left(\frac{p_1}{p} \right)^{\frac{1}{k}}} \sqrt{2g \frac{k}{k-1} v_1 p_1 \left[1 - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \\
 &= f \sqrt{2g \frac{k}{k-1} \cdot \frac{v_1 p_1}{v_1^2} \left[\frac{1}{\left(\frac{p_1}{p} \right)^{\frac{2}{k}}} - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \cdot \frac{1}{\left(\frac{p_1}{p} \right)^{\frac{2}{k}}} \right]} \\
 G &= f \sqrt{2g \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{v_1} \left[\left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}
 \end{aligned}$$

Für jeden Wert des Anfangsdruckes p_1 gibt es einen bestimmten Wert p_0 des Mündungsdruckes p , für welchen die Durchflußmenge G ein Maximum wird. Dieser Druck wird **kritischer Druck** genannt und hat die Größe

$$p_0 = p_1 \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

Die beim kritischen Druck herrschende kritische Geschwindigkeit ist

$$c_0 = \sqrt{2g \frac{k}{k+1} p_1 v_1}$$

Diese Geschwindigkeit stimmt mit der Geschwindigkeit des Schalles in dem betreffenden Gas überein. Die größte Durchflußmenge wird

$$G_{\max} = f \sqrt{2g \frac{k}{k+1} \left(\frac{p_0}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}} \frac{p_1}{v_1}}$$

Beweis der Formeln für p_0 , c_0 und G_{\max} .

a) G wird ein Maximum, wenn der unter der Wurzel stehende Ausdruck

$$F(p) = \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k+1}{k}}$$

ein Maximum wird; den zugehörigen Wert p_0 der Veränderlichen p findet man durch Nullsetzen des Differentialquotienten der Funktion $F(p)$, es ist

$$\begin{aligned} \frac{dF(p)}{dp} &= \frac{2}{k} \cdot \frac{1}{p_1^{\frac{2}{k}}} \cdot p^{\frac{2}{k}-1} - \frac{k+1}{k} \cdot \frac{1}{p_1^{\frac{k+1}{k}}} \cdot p^{\frac{k+1}{k}-1} \\ &= \frac{2}{k} \cdot p_1^{-\frac{2}{k}} \cdot p^{\frac{2-k}{k}} - \frac{k+1}{k} \cdot p_1^{-\frac{k+1}{k}} \cdot p^{\frac{1}{k}} \\ &= \frac{1}{k} p^{\frac{1}{k}} \left(2 p_1^{-\frac{2}{k}} \cdot p^{\frac{1-k}{k}} - (k+1) p_1^{-\frac{k+1}{k}} \right) = 0 \end{aligned}$$

Hieraus

$$p^{\frac{1-k}{k}} = \frac{k+1}{2} \cdot \frac{p_1^{-\frac{k+1}{k}}}{p_1^{-\frac{2}{k}}} = \frac{k+1}{2} p_1^{-\frac{k-1}{k}}; \text{ also}$$

$$p = p_0 = \left(\frac{k+1}{2} p_1^{-\frac{k-1}{k}} \right)^{\frac{k}{1-k}}$$

oder reziprok mit negativen Exponenten:

$$p_0 = \left(\frac{2}{k+1} p_1 + \frac{k-1}{k} \right)^{\frac{k}{k-1}}; \text{ also}$$

$$p_0 = p_1 \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

b) Dieser Wert von p_0 wird an Stelle von p in die Gleichung für c eingesetzt:

$$c_0 = \sqrt{2g \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p_1 \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}$$

$$= \sqrt{2g \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \frac{2}{k+1} \right]}$$

$$= \sqrt{2g \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \frac{k-1}{k+1}} = \sqrt{2g \frac{k}{k+1} p_1 v_1}$$

c) $G_{\max} = \frac{f c_0}{v_0}; v_0 = v_1 \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{1}{k}}$ eingesetzt:

$$G_{\max} = \frac{f c_0}{v_1 \left(\frac{p_1}{p_0} \right)^{\frac{1}{k}}}; \text{ der Wert } c_0 \text{ wird eingesetzt:}$$

$$G_{\max} = f \sqrt{2g \frac{k}{k+1} p_1 v_1 \frac{p_0^{\frac{2}{k}}}{v_1^2 p_1^{\frac{2}{k}}}}$$

$$= f \sqrt{2g \frac{k}{k+1} \frac{p_1}{v_1} \left(\frac{p_0}{p_1} \right)^{\frac{2}{k}}}$$

Wenn der Mündungsdruck p unter den kritischen Druck p_0 sinkt, so bleiben die Werte c_0 und G_{\max} unverändert, d. h. die über c_0 hinausgehenden, aus der Formel S. 52 sich ergebenden Werte können nicht erreicht werden. Diese Tatsache ist auch durch Versuche nachgewiesen und findet ihre Erklärung darin, daß dann die volle Expansion erst außerhalb des Mündungsquerschnittes erfolgt. Man kann nach dem Vorgang von Laval die volle Geschwindigkeit auch bei Drücken unterhalb des kritischen Druckes erreichen, wenn man die Mündung hinter dem gezeichneten Querschnitt düsenförmig erweitert, wie dies in der Lehre von den Dämpfen näher ausgeführt wird.

Ferner werden die erreichbaren Geschwindigkeiten durch Reibung wesentlich beeinflusst.

Beispiel: Wie groß ist das kritische Druckverhältnis $\frac{p_0}{p_1}$ und die kritische Geschwindigkeit für Luft bei $p_1 = 1 \text{ at abs}$ und 0° C ?

$$\frac{p_0}{p_1} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} = \left(\frac{2}{1,41+1} \right)^{\frac{1,41}{1,41-1}} = \mathbf{0,527}$$

d. h. für einen Anfangsdruck von z. B. $p_1 = 1 \text{ at abs}$ ist der kritische Mündungsdruck $p_0 = 0,527 \cdot 1 = \mathbf{0,527 \text{ at abs}}$.

Nach S. 10 ist hier $v_1 = 1,198 \text{ cbm/kg}$.

$$\begin{aligned} c_0 &= \sqrt{2g \frac{k}{k+1} p_1 v_1} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{1,41}{1,41+1} \cdot 10000 \cdot \frac{1}{1,198}} \\ &= \sqrt{96000} \approx \mathbf{310 \text{ m/sec}} \end{aligned}$$

Dieser Wert bezieht sich auf trockene Luft, während in atmosphärischer Luft von gewöhnlicher Feuchtigkeit die Schallgeschwindigkeit etwa 330 m/sec beträgt.

Zweiter Teil. Dämpfe.

A. Der Wasserdampf.

1. Wärmeinhalt des Sattdampfes.

Erwärmt man bei atmosphärischem Druck 1 kg Wasser von 0°C , so steigt seine Temperatur so lange, bis das Wasser anfängt zu sieden. Die bis hierher zugeführte Wärme wird lediglich zur Temperaturerhöhung verwendet und Flüssigkeitswärme genannt. Die erreichte Höchsttemperatur hängt von dem auf der Wasseroberfläche lastenden Druck ab und beträgt bei 760 mm Barometerstand oder $p = 10\,330\text{ kg/qm } 100^{\circ}\text{C}$, bei $p = 1\text{ at abs}$ jedoch $99,1^{\circ}\text{C}$. Bei weiterer Wärmezufuhr und gleichbleibendem Druck steigt zunächst die Temperatur nicht mehr, sondern die von jetzt ab zugeführte Wärme wird dazu verwendet, das Wasser aus dem flüssigen in den dampfförmigen Aggregatzustand überzuführen. Dabei sind zwei Arten von Arbeit zu leisten:

- a) Der Zusammenhang der Wassermoleküle ist aufzuheben: Innere Arbeit.
- b) Der sich ausdehnende Dampf hat den äußeren Druck zu überwinden: Äußere Arbeit.

Die für die erstere Arbeit erforderliche Wärmemenge ist die innere, die für die letztere Arbeit erforderliche Wärmemenge ist die äußere Verdampfungswärme.

Mit Berücksichtigung der Veränderung der spezifischen Wärme des Wassers zwischen 0° und 100°C ist für einen Druck von 1 at abs die Flüssigkeitswärme $q = 99,6\text{ WE}$
die innere Verdampfungswärme $e = 499,4\text{ WE}$
und die äußere Verdampfungswärme $= 40,3\text{ WE}$
also der Wärmeinhalt $\lambda = 99,6 + 499,4 + 40,3 = 639,3\text{ WE}$

Bei höheren Drücken steigt die Siedetemperatur, so daß zu jedem Druck eine ganz bestimmte Siedetemperatur gehört. So lange bei der Verdampfung der Dampf noch Wasser enthält, wird er feucht genannt; in dem Augenblick, in dem bei der Siedetemperatur das letzte Wassermolekül verdampft ist, ist der Dampf trocken gesättigt.

Bezeichnet man den Druck mit p (kg/qm) und die Volumzunahme, welche 1 kg Wasser bei der Verdampfung erfährt, mit u , dann ist die äußere Arbeit $= p \cdot u$ und ihr Wärmeäquivalent $= A \cdot p \cdot u$.

Der Gesamtwärmeinhalt (Erzeugungswärme) für 1 kg Dampf bis zur Sättigung ist also

$$\lambda = q + \rho + A \cdot p \cdot u.$$

Nach älteren Versuchen von Regnault beträgt für 1 kg Dampf bei der Temperatur $t^{\circ} \text{C}$

- a) die Flüssigkeitswärme $q = t$,
- b) die Verdampfungswärme $\rho + A p u = r = 607 - 0,708 t$
- c) die Gesamtwärme des trocken gesättigten Dampfes
 $\lambda = 606,5 + 0,305 t$.

Die entsprechenden Zahlenwerte sind nach den neuesten Versuchen in der folgenden Mollierschen Zahlentafel 2 wiedergegeben.

Zahlentafel 2 für gesättigten Wasserdampf
nach Mollier.

Absol. Druck kg/qcm	Temperatur $^{\circ} \text{C}$	Flüssigkeitswärme für 1 kg q	Verdampfungswärme für 1 kg		Gesamtwärme für 1 kg λ	Spezif. Gewicht kg/cbm	Spezif. Volumen cbm/kg
			innere ρ	äußere $A p u$			
0,02	17,3	17,3	553,6	31,91	602,9	0,01468	68,126
0,04	28,8	28,8	546,3	33,15	608,3	0,02826	35,387
0,06	36,0	36,0	541,7	33,92	611,6	0,04142	24,140
0,08	41,3	41,4	538,2	34,49	614,1	0,05432	18,408
0,10	45,6	45,7	535,4	34,94	616,0	0,06703	14,920
0,12	49,2	49,3	533,1	35,32	617,7	0,07956	12,568
0,15	53,7	53,8	530,1	35,79	619,7	0,09814	10,190
0,20	59,8	59,9	526,1	36,42	622,4	0,12858	7,777
0,25	64,6	64,8	522,9	36,92	624,6	0,1586	6,307
0,30	68,7	68,9	520,2	37,34	626,4	0,1881	5,316
0,35	72,3	72,5	517,8	37,70	628,0	0,2174	4,600
0,40	75,5	75,7	515,6	38,02	629,4	0,2463	4,060
0,50	80,9	81,2	512,0	38,56	631,7	0,3036	3,2940
0,60	85,5	85,8	508,8	39,01	633,7	0,3601	2,7770
0,70	89,5	89,9	506,1	39,39	635,3	0,4160	2,4040
0,80	93,0	93,5	503,6	39,73	636,8	0,4713	2,1216
0,90	96,2	96,7	501,6	40,03	638,1	0,5262	1,9003
1,0	99,1	99,6	499,4	40,30	639,3	0,5807	1,7220
1,1	101,8	102,3	497,5	40,55	640,7	0,6349	1,5751
1,2	104,2	104,8	495,7	40,78	641,3	0,6887	1,4521
1,4	108,7	109,4	492,6	41,18	643,1	0,7955	1,2571
1,6	112,7	113,4	489,7	41,54	644,7	0,9013	1,1096
1,8	116,3	117,1	487,1	41,85	646,0	1,0062	0,9939
2,0	119,6	120,4	484,7	42,14	647,2	1,1104	0,9006
2,5	126,7	127,7	479,4	42,74	649,9	1,3680	0,7310

Absol. Druck kg/qcm	Temperatur °C	Flüssigkeitswärme für 1 kg q	Verdampfungswärme für 1 kg		Gesamtwärme für 1 kg λ	Spezif. Gewicht kg/cbm	Spezif. Volumen cbm/kg
			innere q	äußere A p u			
3,0	132,8	133,9	474,9	43,23	652,0	1,6224	0,6163
3,5	138,1	139,4	470,8	43,65	653,8	1,8743	0,5335
4,0	142,8	144,2	467,2	44,01	655,4	2,1239	0,4708
4,5	147,1	148,6	463,9	44,33	656,8	2,3716	0,4217
5,0	151,0	152,6	460,8	44,61	658,1	2,6177	0,3820
5,5	154,6	156,3	458,0	44,87	659,2	2,8624	0,3494
6,0	157,9	159,8	455,3	45,10	660,2	3,1058	0,3220
6,5	161,1	163,0	452,8	45,32	661,1	3,3481	0,2987
7,0	164,0	166,1	450,4	45,51	662,0	3,5891	0,2786
7,5	166,8	168,9	448,2	45,67	662,8	3,8294	0,2611
8,0	169,5	171,7	446,0	46,86	663,5	4,0683	0,2458
8,5	172,0	174,3	443,9	46,02	664,2	4,3072	0,2322
9,0	174,4	176,8	441,9	46,17	664,9	4,5448	0,2200
9,5	176,7	179,2	440,0	46,30	665,5	4,7819	0,2091
10,0	178,9	181,5	438,2	46,43	666,1	5,018	0,1993
11,0	183,1	185,8	434,6	46,67	667,1	5,489	0,1822
12,0	186,9	189,9	431,3	46,88	668,1	5,960	0,1678
13,0	190,6	193,7	428,2	47,08	668,9	6,425	0,15565
14,0	194,0	197,3	425,2	47,26	669,7	6,889	0,14515
15,0	197,2	200,7	422,4	47,43	670,5	7,352	0,13601
16,0	200,3	203,9	419,7	47,58	671,2	7,814	0,12797
18,0	206,1	210,0	414,6	47,85	672,4	8,734	0,11450
20,0	211,3	215,5	409,8	48,08	673,4	9,648	0,10365

Wird trocken gesättigtem Dampf bei gleichbleibendem Druck Wärme entzogen, so beginnt er zu kondensieren, wobei die Temperatur so lange dieselbe bleibt, bis das letzte Dampf molekül verflüssigt ist. Bis dahin ist ihm die Verdampfungswärme entzogen. Erst bei weiterer Wärmeabfuhr kühlt sich das Wasser ab.

2. Wärmeinhalt des feuchten oder nassen Dampfes.

Es möge 1 kg feuchten Dampfes x kg Dampf und $(1 - x)$ kg Wasser enthalten; x in Bruchteilen von 1 kg (oder auch in %) ausgedrückt, bedeutet dann die sog. spezifische Dampfmenge; enthält z. B. das Gemisch 0,8 kg = 80% Dampf, dann ist der Feuchtigkeitsgehalt $0,20 = 20\%$ und die spezifische Dampfmenge $x = 0,80$.

Das spezifische Volumen des trocken gesättigten Dampfes

gleicher Spannung sei v_s cbm/kg, das des Wassers ist 0,001 cbm/kg, dann ist das Volumen von 1 kg feuchten Dampfes

$$v = x \cdot v_s + (1 - x) \cdot 0,001$$

Das Wasservolumen kann in den meisten Fällen als unerheblich vernachlässigt werden. Damit wird das spezifische Volumen des feuchten Dampfes vom Dampfgehalt x

$$v = x \cdot v_s$$

und das spezifische Gewicht desselben entsprechend

$$\gamma = \frac{\gamma_s}{x}$$

Die Gesamtwärme λ für 1 kg besteht aus der Flüssigkeitswärme und der Verdampfungswärme für x kg Dampf und der Flüssigkeitswärme für $(1 - x)$ kg Wasser; also

$$\lambda = (q + r) x + (1 - x) \cdot q \text{ oder}$$

$$\lambda = q + r \cdot x$$

Zerlegt man die Verdampfungswärme r in die innere $x \cdot \rho$ und die äußere, die der Arbeit zur Volumenvergrößerung von 0,001 auf v cbm entspricht, dann ist auch

$$\lambda = q + x \rho + A p (v - 0,001)$$

Ohne Berücksichtigung des Wasservolumens wird

$$\lambda = q + x \rho + A p v \quad (p \text{ in kg/qm})$$

Beispiel: Wie groß ist das spezifische Volumen v und der Gesamt-Wärmeinhalt λ von 1 kg feuchten Dampfes mit $x = 0,80$ Dampfgehalt und 2 at abs?

$$\begin{aligned} v &= x \cdot v_s + (1-x) \cdot 0,001 = 0,80 \cdot 0,9006 + 0,20 \cdot 0,001 \\ &= \mathbf{0,7207 \text{ cbm/kg}} \end{aligned}$$

Bei Vernachlässigung des Wasservolumens wird

$$\begin{aligned} v &= x \cdot v_s = 0,80 \cdot 0,9006 = \mathbf{0,7205 \text{ cbm/kg}} \\ \lambda &= q + x \cdot \rho + A p (v - 0,001) \\ &= 120,4 + 0,80 \cdot 484,7 + \frac{20000}{427} (0,7207 - 0,001) \\ &= 120,4 + 387,8 + 33,7 = \mathbf{541,9 \text{ WE/kg}} \end{aligned}$$

Ohne Berücksichtigung des Wasservolumens ergibt sich

$$\lambda = 120,4 + 0,80 \cdot 484,7 + \frac{20000}{427} \cdot 0,7205 = \mathbf{542,0 \text{ WE/kg}}$$

Wie die bei adiabatischer Expansion entstehende spezifische Dampfmenge zu berechnen ist, folgt im Abschnitt: Entropie des Wasserdampfes. Diese Berechnungsweise findet in der Berechnung von Dampfturbinen ausgedehnte Anwendung.

3. Wärmeinhalt des überhitzten Dampfes.

Führt man bei gleichbleibendem Druck dem gesättigten Dampf Wärme zu, so nehmen Temperatur und spezifisches Volumen zu. Bezeichnet man die Dampftemperatur mit t_2 und die zu gleichem Druck gehörige Sättigungstemperatur mit t_1 , dann ist die für 1 kg Dampf erforderliche Überhitzungswärme

$$\lambda_1 = c_p (t_2 - t_1)$$

Der Gesamt-Wärmeinhalt des Heißdampfes von 0^0 bis t_2^0 beträgt also

$$\lambda = q + \varrho + A p u + c_p (t_2 - t_1)$$

Die spezifische Wärme c_p , die früher von Regnault zu 0,48 ermittelt wurde, ist nach neueren Versuchen in hohem Maße von Druck und Temperatur abhängig und in der Zahlentafel 3 nach Knoblauch und Jakob zusammengestellt.

Zahlentafel 3.

Mittlere spezifische Wärme für Überhitzung von t_1^0 auf t_2^0 C.

p = atabs	1	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$t_1 = ^0C$	99	120	143	158	169	179	187	194	200	206	211
$t_2 = 100$	0,463	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
$t_2 = 150$	0,462	0,478	0,515	—	—	—	—	—	—	—	—
$t_2 = 200$	0,462	0,475	0,502	0,530	0,560	0,597	0,635	0,677	—	—	—
$t_2 = 250$	0,463	0,474	0,495	0,514	0,532	0,552	0,570	0,588	0,609	0,635	0,664
$t_2 = 300$	0,464	0,475	0,492	0,505	0,517	0,530	0,541	0,550	0,561	0,572	0,585
$t_2 = 350$	0,468	0,477	0,492	0,503	0,512	0,522	0,529	0,536	0,543	0,550	0,557
$t_2 = 400$	0,473	0,481	0,494	0,504	0,512	0,520	0,526	0,531	0,537	0,542	0,547

Beispiel: Wie groß ist der Wärmeinhalt von 1 kg Heißdampf von 12 at abs und 300^0 C? Nach Zahlentafel 3 ist $t_1 = 187^0$ und $c_p = 0,541$. also

$$\begin{aligned} \lambda &= q + \varrho + A \underbrace{p \cdot u}_{668,1} + c_p (t_2 - t_1) \\ &= 668,1 + 0,541 (300 - 187) \\ &= \mathbf{729,2 \text{ WE}} \end{aligned}$$

Die Eigenschaften des gesättigten und des überhitzten Dampfes lassen sich in folgende Sätze zusammenfassen:

1. Bei gesättigtem Dampf entspricht jedem Druck eine ganz bestimmte Temperatur, die Sättigungstemperatur.

2. Der überhitzte Dampf besitzt eine höhere Temperatur und ein größeres spezifisches Volumen (d. h. kleineres spezifisches Gewicht) als gesättigter Dampf von gleichem Druck.
3. Entzieht man bei gleichbleibendem Druck überhitztem Dampf Wärme, so tritt zunächst keine Kondensation ein, sondern die Temperatur sinkt bis zur Sättigungstemperatur; von da ab verflüssigt sich der Dampf bei weiterer Wärmeentziehung allmählich.
4. Entzieht man gesättigtem Dampf Wärme, so beginnt er sofort, sich niederzuschlagen.

Auf diesen Eigenschaften des überhitzten Dampfes beruhen folgende mit der Einführung der Überhitzung in den Dampfmaschinenbetrieb verbundenen Wärmeersparnisse:

- a) Der Kondensationsverlust in der Dampfzuleitung fällt weg.
- b) Für die gleiche Füllung im Dampfzylinder ist wegen des größeren spezifischen Volumens ein geringeres Dampfgewicht erforderlich als bei Sattdampf.
- c) Der Verlust durch Eintrittskondensation fällt weg, sobald der Dampf noch überhitzt in den Zylinder gelangt.
- d) Die Kondensation während der Expansion beginnt bei Heißdampf erst später. Dies wird durch Betrachtung des Mollierschen J-S-Diagrammes klar (s. dieses).

4. Zustandsgleichung des überhitzten Wasserdampfes.

Dämpfe sind Gase, die ihrem Sättigungspunkt näher liegen als die früher als „permanent“ bezeichneten Gase, wie Sauerstoff, Wasserstoff und Stickstoff. Während für diese die einfache Zustandsgleichung

$$p \cdot v = R \cdot T$$

gilt, mußten für Dämpfe unter Zuhilfenahme von Versuchsergebnissen verwickeltere Gleichungen aufgestellt werden.

Für überhitzten Wasserdampf hat man folgende Zustandsgleichungen gefunden:

a) Zeuner:

$$p \cdot v = R \cdot T - C \cdot p^n; \text{ hierin ist}$$

p der absolute Druck in kg/qcm

v das spez. Volumen in cbm/kg

R die Konstante 0,00509

C = 0,193

n = 0,25

T die absolute Temperatur.

b) Tumlirz:

$$p(v + C) = R \cdot T; \text{ hierin ist}$$

$$R = 0,00471$$

$$C = 0,016$$

c) Callendar:

$$p \left[v + c \left(\frac{273}{T} \right)^n \right] = R \cdot T; \text{ hierin ist}$$

$$R = 0,0047$$

$$C = 0,075$$

$$n = \frac{10}{3}$$

während in b) und c) die Größen p , v und T dieselbe Bedeutung wie in a) haben.

Beispiel: Wie groß ist das spezifische Volumen v und Gewicht γ für Heißdampf von 12 at abs und 300°C ?

a) Nach Zeuner ist

$$v = \frac{R \cdot T - C \cdot p^n}{p} = \frac{0,00509 \cdot 573 - 0,193 \cdot 12^{0,25}}{12}$$

$$= 0,214 \text{ cbm/kg}$$

$$\gamma = \frac{1}{v} = \frac{1}{0,214} = 4,67 \text{ kg/cbm}$$

Für Satttdampf von 12 at abs ist $\gamma = 5,96 \text{ kg/cbm}$.

b) Nach Tumlirz ist

$$v = \frac{R \cdot T}{p} - C = \frac{0,00471 \cdot 573}{12} - 0,016 = 0,209 \text{ cbm/kg}$$

$$\gamma = \frac{1}{0,209} = 4,78 \text{ kg/cbm}$$

c) Nach Callendar ist

$$v = \frac{R \cdot T}{p} - C \left(\frac{273}{T} \right)^n = \frac{0,0047 \cdot 573}{12} - 0,075 \left(\frac{273}{573} \right)^{\frac{10}{3}} = 0,218 \text{ cbm/kg}$$

$$\gamma = \frac{1}{0,218} = 4,59 \text{ kg/cbm}$$

5. Die Entropie des Wasserdampfes.

Nach der Definition S. 51 ist die Entropie

$$S = \int \frac{dQ}{T}$$

Für überhitzten Dampf besteht dieselbe aus drei Teilen:

1. Entropie S_1 des Wassers
2. „ „ S_2 bei der Bildung des Sattdampfes
3. „ „ S_3 „ „ Überhitzung.

Die Größen S_1 , S_2 und S_3 werden wie folgt berechnet:

1. Setzt man $dQ = c \cdot dT$, wobei die spezifische Wärme des Wassers als konstant vorausgesetzt wird, dann ist

$$S_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{cdT}{T} = c [\log \text{nat } T_2 - \log \text{nat } T_1]$$

Hier ist $T_1 = 0^\circ \text{C} = 273^\circ \text{abs}$

T_2 die absolute Sättigungstemperatur und
 $c = 1$.

Also ist

$$\begin{aligned} S_1 &= 1 \cdot [\log \text{nat } T_2 - \log \text{nat } 273] \\ &= \log \text{nat } T_2 - 5,609. \end{aligned}$$

2. Während der Bildung des Sattdampfes ist T konstant,
also

$$\begin{aligned} S_2 &= \int \frac{dQ}{T} = \frac{Q}{T} = \frac{\text{Verdampfungswärme}}{\text{Sättigungstemperatur}} \\ &= \frac{q + A \cdot p \cdot u}{T_2} = \frac{r}{T_2} \end{aligned}$$

3. Während der Überhitzung ist

$$S_3 = \int_{T_2}^{T_3} \frac{dQ}{T} = \int_{T_2}^{T_3} c_p \frac{dT}{T}$$

Wenn man die Entropie S_3 punktweise berechnet, dann kann man innerhalb jedes einzelnen Temperatursprunges c_p als konstant annehmen, also

$$S_3 = c_p [\log \text{nat } T_3 - \log \text{nat } T_2] = c_p \log \text{nat } \frac{T_3}{T_2}$$

Die Gesamt-Entropie ist also

$$S = (\log \text{nat } T_2 - 5,609) + \frac{r}{T_2} + c_p \log \text{nat } \frac{T_3}{T_2}$$

Beispiel: Für $p = 16$ at abs wird
 $T_2 = 200,3^\circ \text{ C} = 473,3^\circ \text{ abs}$
 $r = 419,7 + 47,6 = 467,3 \text{ WE}$
 $S_1 = \log \text{ nat } 473,3 - 5,609 = 0,550$
 $S_2 = \frac{r}{T_2} = \frac{467,3}{473,3} = 0,987$

S_3 folgt aus der punktweisen Übertragung ins Wärmediagramm.

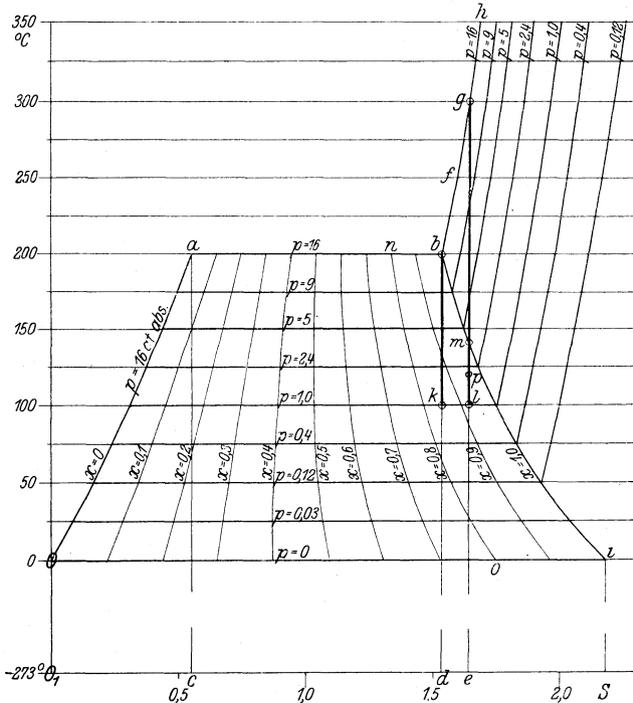


Abb. 22.

1. Trägt man nach Abb. 22 die zum Druck $p = 16$ at abs gehörige Temperatur 200° C als Ordinate (z. B. $1^\circ \text{ C} = 1 \text{ mm}$) und die berechnete Entropie S_1 des Wassers als Abszisse ein (z. B. die Entropieeinheit = 100 mm), dann erhält man den Punkt a; wiederholt man dieses Verfahren für eine Anzahl von unter 16 at liegenden Drücken, dann ergibt sich die Kurve Oa, welche die Grenzkurve zwischen Wasser und Dampf darstellt. Die Fläche Oac O_1 entspricht der bis zur Erhitzung von 0° bis 200° bei einem Druck von 16 at abs zuzuführenden Wärmemenge.

2. Während der Verdampfung bleibt T_2 konstant, das Wärmediagramm ist also oben durch eine Wagerechte zu begrenzen. Die Entropie bis zur vollständigen Verdampfung ist durch die Strecke ab dargestellt und die Verdampfungswärme entspricht der Fläche abdc.

3. Die Entropie während der Überhitzung werde in Temperatursprüngen von je 50° berechnet; sie wird z. B. für $T_3 = 300^{\circ} \text{C} = 573^{\circ} \text{abs}$

$$S_3 = c_p \log \text{nat} \frac{T_3}{T_2} = 0,561 \log \text{nat} \frac{573}{473} = \mathbf{0,110}$$

Macht man die Strecke $de = S_3$, dann ergibt sich für die Ordinate $T_3 = 300^{\circ}$ der Punkt g. Diese Konstruktion wird für die höheren und tieferen Temperaturen mit Berücksichtigung der Werte c_p aus Zahlentafel 3 fortgesetzt und liefert die Kurve bh. Die Fläche bged entspricht der zur Überhitzung auf 300° erforderlichen Wärmemenge.

Setzt man die Berechnung und Übertragung unter 2. fort, dann erhält man die Kurve bi, welche **Grenzkurve** zwischen Satt- und Heißdampf genannt wird. An der Grenzkurve setzen die Linien für Heißdampf an. Teilt man die Entropien S_2 in eine gleiche Anzahl gleicher Teile und verbindet man die Teilpunkte, dann entstehen die Linien gleicher Dampfeuchtigkeit.

Zum Entwurf des Entropiediagrammes Abb. 22 nach den Angaben des vorstehenden Beispiels berechnet man zweckmäßig folgende

Zahlentafel 4.

t_2	T_2	p	Verdampfungs-wärme r	$\log \text{nat} T_2$	S_1	S_2	Für 16 at abs			
							t_3	T_3	$\log \text{nat} T_3$	S_3
$^{\circ} \text{C}$	$^{\circ} \text{abs}$	at abs					$^{\circ} \text{C}$	$^{\circ} \text{abs}$	T_3	
0	273	0	595	5,609	0	2,18	200	473	6,159	0
25	298	0,03	582	5,697	0,088	1,95	225	498	6,211	0,032
50	323	0,12	568	5,778	0,169	1,76	250	523	6,260	0,062
75	348	0,4	554	5,852	0,243	1,59	275	548	6,306	0,086
100	373	1,0	540	5,922	0,313	1,45	300	573	6,351	0,108
125	398	2,4	523	5,986	0,377	1,31	325	598	6,394	0,133
150	423	5,0	505	6,047	0,438	1,19	350	623	6,435	0,150
175	448	9,0	488	6,105	0,496	1,09				
200	473	16,0	467	6,159	0,550	0,99				

Die letzten 4 Spalten müssen für jeden Druck besonders berechnet werden.

Das Entropiediagramm enthält demnach folgende Kurven:

1. Linien gleicher Temperatur (Wagerechte)
2. „ gleichen Druckes, z. B. Oa bh
3. „ gleicher spezifischer Dampfmenge z. B. no
4. Grenzkurve Oa zwischen Wasser und Dampf
5. Grenzkurve bi zwischen Satt- und Heißdampf.

Eine adiabatische Zustandsänderung im Entropiediagramm wird durch eine senkrechte Gerade dargestellt, weil die hierzu gehörige Wärmemenge oder Fläche gleich Null wird. Das Entropiediagramm läßt sehr klar erkennen, bei welchem Druck während der Expansion die Kondensation des Dampfes beginnt und wie groß am Ende der Expansion die spezifische Dampfmenge und damit die Dampfeuchtigkeit wird.

Beispiel: Expandiert Satttdampf von 16 at abs adiabatisch auf 1 at abs nach der Linie bk, dann beginnt der Dampf sofort, sich niederzuschlagen und erreicht bei 1 at abs die spezifische Dampfmenge 0,85, d. h. er enthält 15% Wasser.

Expandiert dagegen Heißdampf von 16 at abs und 300° C auf 1 at abs nach der Linie gl, dann beginnt die Kondensation erst beim Überschreiten der Grenzkurve (Punkt m) und am Schluß der Expansion beträgt die spezifische Dampfmenge 0,92, d. h. der Dampf enthält 8% Wasser.

6. Adiabatische Ausströmung von Wasser-Dampf.

Die für Gase entwickelte Formel

$$c = \sqrt{2g \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{p}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]}$$

gilt auch für Dämpfe.

Für k ist zu setzen:

a) bei Naßdampf: $k = 1,035 + 0,1 x$, wobei x die spezifische Dampfmenge bedeutet. Für trocken gesättigten Dampf wird $x = 1$, also

$$k = 1,135$$

b) bei Heißdampf: $k = 1,3$.

Das kritische Druckverhältnis wird dann

$$\frac{p_0}{p_1} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad \text{für}$$

a) trocken gesättigten Dampf mit $k = 1,135$:

$$\frac{p_0}{p_1} = \left(\frac{2}{1,135+1} \right)^{\frac{1,135}{1,135-1}} = 0,577 \quad \text{und}$$

$$c_0 = \sqrt{2g \frac{1,135}{1,135+1} \cdot p_1 v_1} = 3,23 \sqrt{p_1 v_1}$$

wobei v_1 aus der Zahlentafel für gesättigten Wasserdampf zu entnehmen ist.

$$G = f \sqrt{2g \frac{1,135}{1,135+1} + 0,577^{\frac{2}{1,135}} \cdot \frac{p_1}{v_1}} = 1,99 f \sqrt{\frac{p_1}{v_1}}$$

b) Heißdampf mit $k = 1,3$:

$$\frac{p_0}{p_1} = 0,545$$

$$c_0 = 3,33 \sqrt{p_1 v_1}$$

$$G = 2,09 f \sqrt{\frac{p_1}{v_1}}$$

hier ist v_1 aus einer der S. 62 angegebenen Zustandsgleichungen zu berechnen.

Beispiel: In der Hochdruckdüse einer Dampfturbine expandiert Dampf von 12 at abs und 300° C auf 2 at abs. Wie groß ist

1. der kritische Druck p_0
2. die kritische Geschwindigkeit c_0
3. die durch $f = 1$ gem sekundlich strömende Dampfmenge
4. die größte erreichbare theoretische Geschwindigkeit
5. die spezifische Dampfmenge beim Austritt?

1. $p_0 = 0,545 p_1 = 0,545 \cdot 12 = 6,54$ at abs

2. $c_0 = 3,33 \sqrt{p_1 v_1}$

Nach der Zustandsgleichung von Callendar ist

$$v_1 = \frac{R \cdot T_1}{p_1} - C \left(\frac{273}{T} \right)^n = \frac{0,0047 \cdot 573}{12} - 0,075 \left(\frac{273}{573} \right)^{10}$$

$$= 0,218 \text{ cbm/kg}$$

$$c_0 = 3,33 \sqrt{120000 \cdot 0,218} = 537 \text{ m/sec}$$

3. $G = 2,09 f \sqrt{\frac{p_1}{v_1}} = 2,09 \cdot 0,0001 \sqrt{\frac{120000}{0,218}} = 0,155 \text{ kg}$

4. $c_{\max} = \sqrt{2g \frac{k}{k-1} p_1 v_1 \left[1 - \frac{p}{p_1} \right]^{\frac{k-1}{k}}}$

$$= \sqrt{2 \cdot 9,81 \frac{1,3}{1,3-1} 120000 \cdot 0,218 \left[1 - \left(\frac{2}{12} \right)^{\frac{1,3-1}{1,3}} \right]}$$

$$\cong 880 \text{ m/sec}$$

5. Nach der Adiabate gl ist bei 2 at abs (Punkt p) die spezifische Dampfmenge

$$x = 0,98; \text{ oder die}$$

$$\text{Dampfefeuchtigkeit} = 2\%.$$

7. Das Molliersche J-S-Diagramm.

Die lebendige Energie von 1 kg Dampf, der mit der Geschwindigkeit c ausströmt, ist

$$L = \frac{c^2}{2g}$$

Wenn die Ausströmung rein adiabatisch erfolgt, muß L gleich dem Arbeitsäquivalent der bei der adiabatischen Expansion scheinbar verschwundenen Wärmemenge sein. Bezeichnet man den Wärmeinhalt des Dampfes vor der Expansion mit i_1 , nach der Expansion mit i_2 , dann ist das adiabatische Wärmegefäll $i_1 - i_2$, die entsprechende mechanische Arbeit

$$L = \frac{1}{A} (i_1 - i_2); \text{ also}$$

$$\frac{c^2}{2g} = \frac{1}{A} (i_1 - i_2); \text{ hieraus}$$

$$c = \sqrt{\frac{2g}{A} (i_1 - i_2)} \text{ oder}$$

$$c = 91,4 \sqrt{i_1 - i_2}$$

Die Wärmeinhalte sind im Wärmediagramm als Flächeninhalte eingezeichnet. Wenn man jedoch nach dem Vorgang von

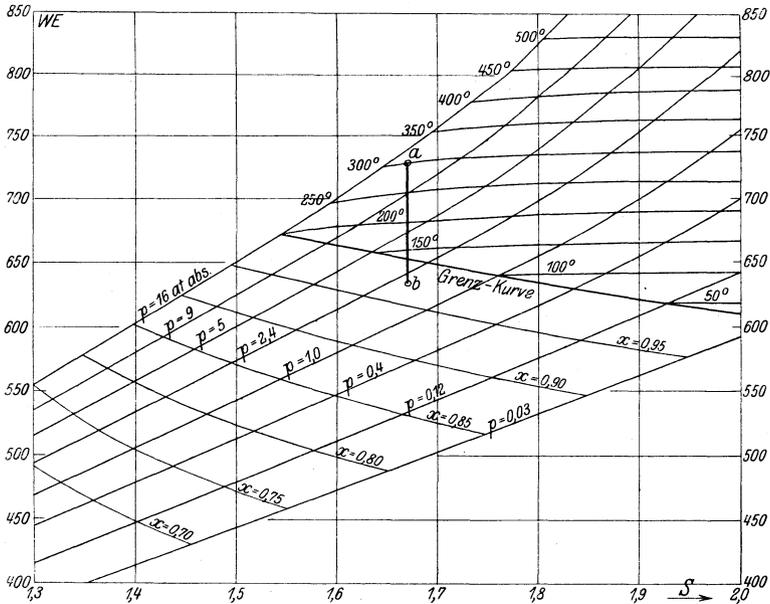


Abb. 23.

Mollier das Wärmediagramm so umzeichnet, daß man mit Beibehaltung der Abszissen als Ordinaten den zu jedem Punkt gehörigen Wärmeinhalt i einträgt, z. B. 1 WE = 1 mm, dann entsteht das J-S-Diagramm (Abb. 23 gibt die für den praktischen Gebrauch

wichtigere rechte Hälfte wieder, die die Grenzkurve zwischen Naß- und Heißdampf umgibt), das zwar geometrisch keinen Sinn mehr hat, das aber die Wärmeinhalte ohne weiteres als Ordinaten abzugreifen gestattet, und damit auch die Differenzen $i_1 - i_2$. Dadurch ist die Berechnung der Dampfgeschwindigkeit auf viel einfachere und die Berechnung der spezifischen Dampfmenge auf dieselbe Weise möglich wie früher¹⁾. Das vollständige J-S-Diagramm enthält wie das frühere T-S-Diagramm folgende Kurven:

1. Linien gleicher Temperatur
2. „ gleichen Druckes.
3. „ gleicher spezifischer Dampfmenge
4. Grenzkurve zwischen Wasser und Dampf
5. „ „ Satt- und Heißdampf.

Beispiel: Die größte Dampfgeschwindigkeit des Beispiels S. 68 ist nach dem Mollierdiagramm zu berechnen.

Es ist $i_1 - i_2 =$ Strecke ab (in Abb. 23) = 93 WE; also

$$c = 91,4 \sqrt{i_1 - i_2} = 91,4 \sqrt{93} = 884 \text{ m/sec}$$

Diese Berechnungsweise wird bei den Dampfturbinen angewandt. Um die die kritische Geschwindigkeit übersteigende volle Dampfgeschwindigkeit zu erreichen, müssen bei Druckgefällen außerhalb des kritischen die Düsen nach bestimmten Gesetzen erweitert werden.

B. Der Ammoniakdampf.

1. Physikalische Eigenschaften des Ammoniak-Dampfes.

Grundsätzlich gelten für diesen dieselben Gesetze wie für den Wasserdampf, nur liegen bei gleichen Drücken die Temperaturen viel tiefer als beim Wasserdampf. So ist z. B. die Sättigungstemperatur bei 2,9 at abs für Ammoniak -10^0 , weshalb man Ammoniak von diesem Druck zur Erzeugung von künstlicher Kälte benutzen kann, wie im 2. Abschnitt gezeigt werden wird. Hier wird dem Ammoniak unter Aufwand mechanischer Arbeit Wärme mitgeteilt und durch Wasserkühlung ein größerer Wärmebetrag als das Wärmeäquivalent dieser Arbeit entzogen, so daß es bei Temperaturen unter ^0C einem Kälte Träger, z. B. einer Salzlösung wieder Wärme entziehen, diesen also unter 0^0 abkühlen kann. Der Prozeß verläuft umgekehrt wie der Prozeß einer Dampfmaschine.

Hier wird dem Wasser durch Erhitzen eine bestimmte Wärmemenge zugeführt, von der ein Teil in der Maschine in mechanische

¹⁾ Die Verlagsbuchhandlung J. Springer hat auf meine Anregung eine für den praktischen Gebrauch recht handliche Molliersche J-S-Tafel in Sonderdruck herausgegeben (Preis Mk. 1.—).

Arbeit umgesetzt wird, während der Rest mit dem Abdampf entweicht. Bei der Erzeugung künstlicher Kälte wird dem Ammoniak eine bestimmte Wärmemenge entzogen, von der es bei Temperaturen unter 0° vom Kälte Träger einen Teil wieder aufnimmt, während ihm der Rest als Äquivalent mechanischer Arbeit in einem Kompressor zuzuführen ist.

Statt des Ammoniaks (NH_3) kann man auch Kohlensäure (CO_2) oder schweflige Säure (SO_2) benutzen. Kohlensäure erfordert die höchsten Drücke und kleinsten Kompressorabmessungen, schweflige Säure die niedrigsten Drücke und größten Kompressorabmessungen.

Die wichtigsten Zahlenwerte für gesättigten Ammoniakdampf enthält folgende

Zahlentafel 5.

Temperatur t °C	Druck p at abs	Flüssigkeitswärme q WE/kg	Innere Verdampfungswärme q WE/kg	Äußere Verdampfungswärme A p u WE/kg	Verdampfungswärme r WE/kg	Spezif. Volumen v cbm/kg	Spezif. Gewicht γ cbm/kg
- 30	1,1890	- 25,51	302,6	28,0	330,6	0,998	1,002
- 25	1,5085	- 21,47	300,6	28,5	329,1	0,800	1,250
- 20	1,9004	- 17,34	298,3	28,9	327,2	0,646	1,548
- 15	2,3670	- 13,13	295,6	29,3	324,9	0,525	1,905
- 10	2,923	- 8,83	292,6	29,7	322,3	0,432	2,315
- 5	3,579	- 4,47	289,4	30,0	319,4	0,358	2,793
0	4,348	0	285,7	30,4	316,1	0,298	3,356
+ 5	5,241	+ 4,54	281,8	30,7	312,5	0,250	4,000
+ 10	6,271	+ 9,17	277,6	31,0	308,6	0,211	4,739
+ 15	7,451	+ 13,87	273,1	31,3	304,4	0,180	5,555
+ 20	8,792	+ 18,66	268,4	31,5	299,9	0,154	6,493
+ 25	10,308	+ 23,53	263,3	31,7	295,0	0,132	7,576
+ 30	12,009	+ 28,49	257,8	31,9	289,7	0,114	8,772
+ 35	13,906	+ 33,52	251,9	32,1	284,0	0,099	10,10
+ 40	16,011	+ 38,64	245,8	32,2	278,0	0,087	11,49

2. Der Prozeß der Kälteerzeugung.

Die zugehörige Anlage ist in Abb. 24 schematisch dargestellt. Sie besteht aus folgenden Teilen:

- A Kompressor
- CC Saugeventile
- DD Druckventile
- E Druckleitung

- F Kondensator mit Kühlschlange, Wasserzulauf bei G, Wasserablauf bei H
 J Manometer der Druckleitung
 K Reduzierventil
 L Manometer der Saugleitung
 M Verdampfer oder Refrigerator mit Verdampferschlange.
 An der Verdampferschlange wird ein ständig umlaufender Strom von etwa 20%iger Kochsalzlösung vorbeigeführt.
 Q Saugleitung zum Kompressor.

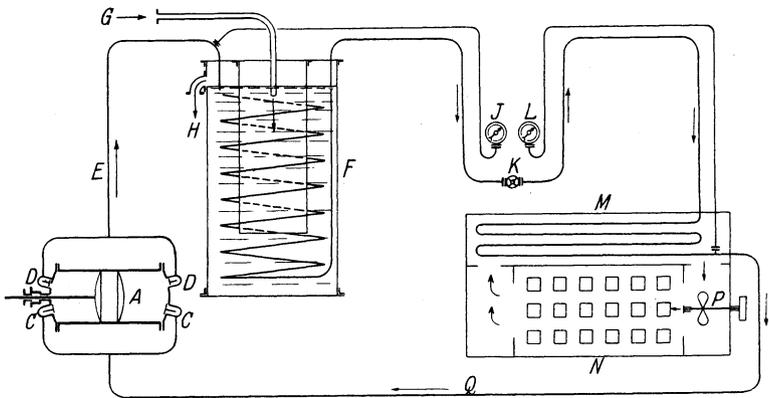


Abb. 24.

Das unter 0°C abgekühlte Salzwasser kann verwendet werden

- a) zur Abkühlung von Süßwasser unter 0° , also zur Erzeugung künstlichen Eises,
- b) zur Luftkühlung, indem es mittels einer Pumpe durch Rohrschlangen getrieben wird, die an der Decke des abzukühlenden Raumes befestigt sind.

Im Fall a) wird neben dem Verdampfer ein Kasten N¹⁾ angeordnet, in den die mit Süßwasser gefüllten Gefrierzellen eingehängt werden. Das Salzwasser wird durch ein Rührwerk P in Pfeilrichtung umgetrieben.

Wirkungsweise: In der Saugleitung Q befindet sich annähernd trocken gesättigter Ammoniakdampf von etwa 3 at abs, der durch den Kompressor auf etwa 12 at abs verdichtet und meistens gleichzeitig überhitzt wird. In der Kühlschlange des Kondensators wird das Ammoniak bei gleichbleibendem Druck

¹⁾ In Abb. 24 im Grundriß gezeichnet.

zunächst auf Sättigungstemperatur abgekühlt, verflüssigt und meistens etwas unterkühlt. Durch das Reduzierventil gelangt es in die unter etwa 3 at abs stehende Saugleitung, wobei ein Teil des flüssigen Ammoniaks verdampft und das Ammoniak die Sättigungstemperatur -10° für 3 at abs annimmt. Hier vollzieht sich also der Temperatursprung durch 0° . Im Verdampfer nimmt das flüssige Ammoniak aus der Salzlösung Wärme auf, wobei es verdampft und die Salzlösung im Beharrungszustand dauernd unter 0° gehalten wird. Das nun dampfförmig gewordene Ammoniak gelangt mit etwa 3 at abs und der zugehörigen Sättigungs-

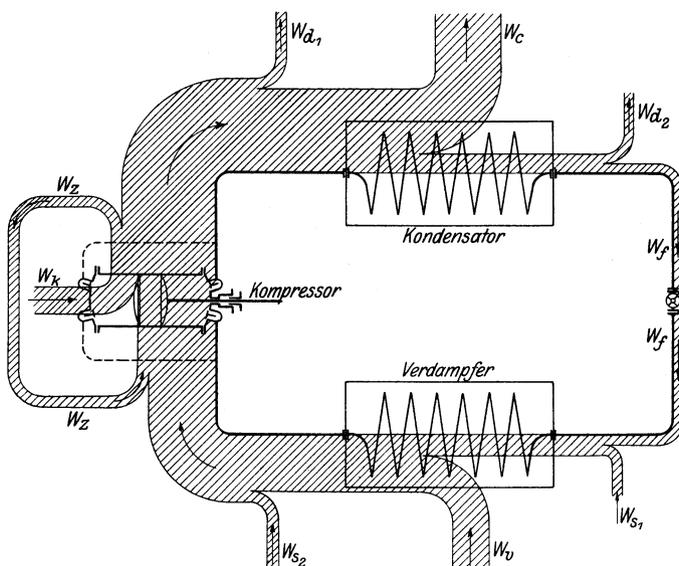


Abb. 25.

temperatur nach dem Kompressor zurück, worauf der Kreislauf von neuem beginnt.

Der Druck in der Saugleitung wird mittels des Reduzierventiles so eingestellt, daß die Temperatur des Ammoniaks, die neben dem Druck am Manometer G abzulesen ist, etwas tiefer ist als die der Salzlösung.

Die Veränderung des Wärmehaltes ergibt sich aus Abb. 25, in der die Wärme als ein Strom dargestellt ist, dessen Breite gleich dem jeweiligen Wärmehalt von 1 kg Ammoniak ist. Beim Durchgang durch das Reduzierventil bleibt der Wärmehalt W_f ungeändert. Auf dem Wege nach dem Kompressor wird

aus der die Rohrleitung umgebenden Luft und aus dem Verdampfer Wärme aufgenommen. Die Wärmeeaufnahme aus der Luft beirächtigt die „Kälteleistung“ und wird durch entsprechende Isolierung der Rohre vermindert. Im Kompressor nimmt das Ammoniak die der indizierten Kompressorleistung entsprechende Wärmemenge auf, wobei allerdings ein Teil durch Leitung der Wandungen und des Kolbens und durch Undichtheiten wieder zurückfließt. Auf dem Weg vom Kompressor nach dem Reduzierventil gibt das Ammoniak aus der Rohrleitung an die Luft und im Kondensator Wärme ab. Die Wärmeabgabe aus der Leitung unterstützt die Wirkung des Kondensators; die Leitung bleibt deshalb blank.

Im Beharrungszustand muß die Summe der vom Ammoniak aufgenommenen Wärmemengen gleich der abgegebenen Wärme sein. Ist

W_f = Wärmeinhalt beim Durchgang durch das Reduzierventil

$W_{s_1} + W_{s_2}$ = Wärmeeaufnahme der Saugleitung

W_v = Wärmeeaufnahme im Verdampfer = **Kälteleistung**

W_k = Wärmeäquivalent der indizierten **Kompressorleistung**,

W_z = Wärmeverlust durch Zurückströmen im Kompressor

$W_{d_1} + W_{d_2}$ = Wärmeabgabe der Druckleitung

W_c = Wärmeabgabe an das Kühlwasser des **Kondensators**, dann ist

$W_f + W_{s_1} + W_{s_2} + W_v + W_k + W_z = W_f + W_{d_1} + W_{d_2} + W_c + W_z$

oder

$$W_{s_2} + W_{s_1} + W_v + W_k = W_{d_1} + W_{d_2} + W_c$$

Ohne Berücksichtigung der Verluste wird:

$$W_v + W_k = W_c; \text{ d. h.}$$

Verdampferleistung + Kompressorleistung = Kondensatorleistung

3. Berechnung der Kälteleistung.

In 1 kg feuchten Dampfes sind x kg Dampf und $(1-x)$ kg Flüssigkeit enthalten; die Flüssigkeitswärme ist $(1-x)q$, die Dampfwärme ist $x(q+r)$, also die Gesamtwärme

$$\lambda = (1-x)q + x(q+r) = q + xr.$$

Wird im Reduzierventil der Ammoniakdampf von der Spannung p_1 auf die Spannung p_2 abgedrosselt, so verdampft ein Teil des flüssigen Ammoniaks, so daß die spezifische Dampfmenge x zunimmt, während der Wärmeinhalt λ unverändert bleibt. Bezeichnet man mit

x_1	die spezifische Dampfmenge vor	der Drosselung	
x_2	,,	,,	nach
q_1	die Flüssigkeitswärme vor		
q_2	,,	nach	
r_1	Verdampfungswärme vor		
r_2	,,	nach	

dann ist

$$q_1 + x_1 r_1 = q_2 + x_2 r_2,$$

hieraus

$$x_2 = \frac{q_1 - q_2}{r_2} + x_1 \frac{r_1}{r_2}$$

Die Werte für q und r sind der Zahlentafel 5 S. 71 zu entnehmen.

Beim Eintritt in den Verdampfer enthält das Ammoniak $(1 - x_2)$ kg Flüssigkeit, deren Verdampfungswärme = Q sei. Gibt die Salzlösung Q WE an das Ammoniak ab, dann ist das ganze Ammoniak dampfförmig geworden. Die stündliche Wärmeabgabe im Verdampfer ist die Kälteleistung. Wird also stündlich 1 kg Ammoniak in Umlauf gehalten, dann ist die theoretische

$$\text{Kälteleistung } Q = (1 - x_2)r_2.$$

Der obige Wert für x_2 wird eingesetzt; dann ist mit $x_1 = 0$ (reine Flüssigkeit)

$$Q = \left(1 - \frac{q_1 - q_2}{r_2}\right) r_2 = r_2 - q_1 + q_2$$

Ist die Kälteleistung W_v gegeben, dann wird das stündlich umzuführende theoretische Ammoniakgewicht

$$G = \frac{W_v}{Q}$$

Will man in der Saugleitung noch eine geringe Flüssigkeitsmenge zulassen, dann wird die Kälteleistung entsprechend vermindert.

Aus der anzusaugenden Ammoniakmenge ergibt sich der theoretische sekundliche Kolbenwegraum V des Kompressors zu

$$V = \frac{G \cdot v_2}{3600} = \frac{W_v \cdot v_2}{3600 \cdot Q}$$

Beispiel: Eine Ammoniak-Kälteerzeugungsanlage arbeite mit

$$p_1 = 12 \text{ at abs}$$

$$p_2 = 2,9, \text{ ,,}$$

und soll der Salzlösung stündlich $W_v = 50\,000$ WE entziehen. Im Kondensator soll das Ammoniak bei Sättigungstemperatur gerade vollständig verflüssigt, in der Saugleitung vollständig verdampft sein. Wie groß ist theoretisch

- a) der Flüssigkeitsgehalt x_2 vor dem Verdampfer
 b) das stündlich umzutreibende Ammoniakgewicht G
 c) der sekundliche Kolbenwegraum V und die Abmessungen des Kompressorzylinders bei $n = 100$,
 d) die indizierte Kompressorarbeit L und ihr Wärmeäquivalent W_k
 e) die im Kondensator stündlich zu entziehende Wärmemenge W_c

$$a) \quad x_2 = \frac{q_1 - q_2}{r_2} + x_1 \frac{r_1}{r_2}; \text{ hier ist}$$

$x_1 = 0$, weil vor dem Reduzierventil nur flüssiges Ammoniak vorhanden sein soll, also

$$x_2 = \frac{q_1 - q_2}{r_2} = \frac{28,49 + 8,83}{322,3} = \mathbf{0,116}$$

Das Ammoniak enthält also hinter dem Reduzierventil 11,6% Dampf und 88,4% Flüssigkeit.

- b) Die Kälteleistung für 1 kg Ammoniak ist

$$Q = r_2 - q_1 + q_2 = 322,3 - 28,49 - 8,83 = 285,0 \text{ WE}$$

Das stündlich umzutreibende Ammoniakgewicht ist also

$$G = \frac{W_v}{Q} = \frac{50\,000}{285} = 175 \text{ kg}$$

- c) Sekundlicher Kolbenwegraum

$$V = \frac{G \cdot v_2}{3600} = \frac{175 \cdot 0,432}{3600} = \mathbf{0,0210 \text{ cbm}} \\ = \mathbf{21,0 \text{ cdm}}$$

Aus $V = \frac{D^2 \pi}{4} \cdot \frac{s \cdot n}{30}$ folgt mit $s = 1,5 D$ (angenommenes Hubverhältnis)

$$V = \frac{D^2 \pi}{4} \cdot \frac{1,5 D \cdot n}{30}; \text{ also}$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 30 \cdot v}{\pi \cdot 1,5 \cdot n}} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 30 \cdot 21,0}{\pi \cdot 1,5 \cdot 100}} = 2,44 \text{ dm} \sim \mathbf{240 \text{ mm}}$$

$$s = 1,5 D = 1,5 \cdot 240 = \sim \mathbf{360 \text{ mm}}$$

d) Die Kompressorarbeit für 1 kg Ammoniak ist bei adiabatischer Verdichtung ohne Berücksichtigung des schädlichen Raumes nach S. 39

$$L = \frac{k}{k-1} (p_1 v_1 - p_2 v_2)$$

k ist für Ammoniak = **1,298**

v_2 ist das spezifische Volumen des gesättigten Dampfes bei der Ansaugspannung $p_2 = 2,9 \text{ at abs}$, also $v_2 = 0,432 \text{ cbm/kg}$

v_1 ist das spezifische Volumen des durch die Kompression überhitzten Dampfes beim Druck p_1 angenähert nach der Gleichung der Adiabate

$$v_1 = v_2 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{k}} = 0,432 \left(\frac{2,9}{12} \right)^{\frac{1}{1,298}} = 0,144 \text{ cbm/kg}$$

Die Werte werden in die Gleichung für L eingesetzt:

$$L = \frac{1,298}{1,298 - 1} (120\,000 \cdot 0,144 - 29\,000 \cdot 0,432) = 20\,900 \text{ mkg}$$

Also sekundliche Leistung für das stündliche Ammoniakgewicht 175 kg

$$N = \frac{175 \cdot 20\,900}{75 \cdot 3600} = \mathbf{13,5 \text{ PS}}$$

$$W_k = 632 \cdot N = 632 \cdot 13,5 = \mathbf{8500 \text{ WE}}$$

e) Im Kondensator wird der überhitzte Ammoniakdampf von der Temperatur T_1 zunächst auf die dem Druck $p_1 = 12 \text{ at abs}$ entsprechende Sättigungstemperatur $T_3 = 273 + 30 = 303^\circ \text{ abs}$ abgekühlt. Die abzuführende Wärmemenge ist

$$W'_{c_1} = c_p (T_1 - T_3) \text{ für } 1 \text{ kg.}$$

Bezeichnet man die dem Ansaugdruck $p_2 = 2,9 \text{ at abs}$ entsprechende Sättigungstemperatur mit $T_2 = 273 - 10 = 263^\circ \text{ abs}$, dann ist nach der III. Poissonschen Gleichung

$$T_1 = T_2 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{k-1}{k}} = 263 \left(\frac{12}{2,9} \right)^{\frac{1,298-1}{1,298}} = 373^\circ \text{ abs} = 100^\circ \text{ C}$$

Die spezifische Wärme für Ammoniakdampf von 100° C ist $c_p = 0,53$;
also

$$W'_{c_1} = 0,53 (373 - 303) = 37,1 \text{ WE/kg.}$$

Nach erreichter Sättigung ist bis zur völligen Verflüssigung des Ammoniaks die Verdampfungswärme

$$W'_{c_2} = r = 289,7 \text{ WE/kg abzuführen.}$$

Von 1 kg Ammoniak werden also im Kondensator abgegeben

$$W'_c = W'_{c_1} + W'_{c_2} = 37,1 + 289,7 = 326,8 \text{ WE};$$

also stündlich

$$W_{c_2} = G \cdot W'_c = 175 \cdot 326,8 = \mathbf{57\,200 \text{ WE.}}$$

Quellenverzeichnis.

- Birven: Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie.
Güldner: Das Entwerfen und Berechnen der Verbrennungsmotoren.
„Hütte“.
Mollier: Neue Tabellen und Diagramme für Wasserdampf.
Ostertag: Die Entropietafel für Luft.
Pohlhausen: Die Dampfmaschinen.
Schüle: Technische Thermodynamik.
Stodola: Die Dampfturbinen.
Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure.
Zeuner: Thermodynamik.
-

Technische Thermodynamik. Von Prof. Dipl.-Ing. W. Schüle.

Zweite, erweiterte Auflage der „Technischen Wärmemechanik“.
Erster Band: Die für den Maschinenbau wichtigsten Lehren nebst
technischen Anwendungen. Mit 223 Textfiguren und 7 Tafeln.

In Leinwand gebunden Preis M. 12.80.

Zweiter Band: Höhere Thermodynamik mit Einschluß der chemischen
Zustandsänderungen, nebst ausgewählten Abschnitten aus dem
Gesamtgebiet der technischen Anwendungen. Mit 155 Textfiguren
und 3 Tafeln. In Leinwand gebunden Preis M. 10.—.

**Anleitung zur Durchführung von Versuchen an
Dampfmaschinen, Dampfkesseln, Dampfturbinen und Dieselmotoren.** Zugleich Hilfsbuch

für den Unterricht in Maschinenlaboratorien technischer Lehranstalten.
Von Franz Seufert, Ingenieur, Oberlehrer an der Kgl. höheren
Maschinenbauschule zu Stettin. Vierte, erweiterte Auflage. Mit
45 Abbildungen. In Leinwand gebunden Preis M. 2.80.

Technische Untersuchungsmethoden zur Betriebskontrolle. insbesondere zur Kontrolle des Dampfbetriebes.

Zugleich ein Leitfaden für die Übungen in den Maschinenbau-
laboratorien technischer Lehranstalten. Von Professor Julius Brand,
Oberlehrer der Kgl. Vereinigten Maschinenbauschulen zu Elberfeld.
Dritte, verbesserte Auflage. Mit 285 Textfiguren und zahlreichen
Tabellen. In Leinwand gebunden Preis M. 8.—.

Technische Messungen bei Maschinenuntersuchungen und im Betriebe. Zum Gebrauch in

Maschinenlaboratorien und in der Praxis. Von Prof. Dr.-Ing.
A. Gramberg, Danzig-Langfuhr. Dritte, vielfach erweiterte
und umgearbeitete Auflage. Mit 295 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 10.—.

Neue Tabellen und Diagramme für Wasserdampf.

Von Dr. R. Mollier, Professor an der Technischen Hochschule zu
Dresden. Mit 2 Diagrammtafeln. Preis M. 2.—.

Wärmetechnik des Gasgenerator- und Dampfkessel-Betriebes. Die Vorgänge, Untersuchungs- und

Kontrollmethoden hinsichtlich Wärmeerzeugung und Wärmever-
wendung im Gasgenerator- und Dampfkessel-Betrieb. Von Paul
Fuchs, Ingenieur. Dritte, erweiterte Auflage. Mit 43 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 5.—.

Taschenbuch für den Maschinenbau. Unter Mitarbeit von hervorragenden Fachmännern herausgegeben von Ing. **H. Dubbel**, Berlin. 1494 Seiten mit 2448 Textfiguren und 4 Tafeln. Zwei Teile.
In Leinwand gebunden: In einem Bande Preis M. 16.—.
In zwei Bänden Preis M. 17.—.

Hilfsbuch für den Maschinenbau. Für Maschinentechiker sowie für den Unterricht an technischen Lehranstalten von Prof. **Fr. Freytag**, Kgl. Baurat, Lehrer an den Technischen Staatslehranstalten in Chemnitz. Fünfte, erweiterte und verbesserte Auflage. Mit 1218 in den Text gedruckten Figuren, 1 farbigen Tafel, 9 Konstruktionstafeln und einer Beilage für Österreich.
In Leinwand gebunden Preis M. 10.—; in Leder gebunden M. 12.—.

Die ortsfesten Kolbendampfmaschinen. Ein Lehr- und Handbuch für angehende und ausübende Konstrukteure. Von Prof. **Fr. Freytag**, Kgl. Baurat, Lehrer an den Technischen Staatslehranstalten in Chemnitz. Mit 319 in den Text gedruckten Figuren und 18 Tafeln. Preis M. 14.—; in Leinwand gebunden M. 16.—.

Entwerfen und Berechnen der Dampfmaschinen. Ein Lehr- und Handbuch für Studierende und angehende Konstrukteure. Von Ingenieur **Heinrich Dubbel**. Dritte, umgearbeitete Auflage. Mit 470 Textfiguren.
In Leinwand gebunden Preis M. 10.—.

Die Steuerungen der Dampfmaschinen. Von **Heinrich Dubbel**, Ingenieur. Mit 446 Textfiguren.
In Leinwand gebunden Preis M. 10.—.

Kondensation. Ein Lehr- und Handbuch über Kondensation und alle damit zusammenhängenden Fragen, auch einschließlich der Wasserrückkühlung. Für Studierende des Maschinenbaues, Ingenieure, Leiter größerer Dampfbetriebe, Chemiker und Zuckertechniker. Von **F. J. Weiß**, Zivilingenieur in Basel. Zweite, ergänzte Auflage. Bearbeitet von **E. Wiki**, Ingenieur in Luzern. Mit 141 Textfiguren und 10 Tafeln.
In Leinwand gebunden Preis M. 12.—.

Die Kondensation der Dampfmaschinen und Dampfturbinen. Lehrbuch für höhere technische Lehranstalten und zum Selbstunterricht. Von Dipl.-Ing. **Karl Schmidt**. Mit 116 Textfiguren. In Leinwand gebunden Preis M. 5.—.
