



**ТЕОРИЯ
НАДЕЖНОСТИ
РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ
СИСТЕМ
В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ**

ТЕОРИЯ НАДЕЖНОСТИ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ

В ПРИМЕРАХ и ЗАДАЧАХ

Под редакцией Г. В. ДРУЖИНИНА

Допущено Министерством высшего и среднего специального образования СССР в качестве учебного пособия для студентов радиотехнических специальностей вузов



«ЭНЕРГИЯ»

МОСКВА 1976

**6Ф0.3
Т33**

УДК 621.396.6.019.3(075.8)

**Авторы: Г. В. Дружинин, С. В. Степанов, В. Л. Шихматова,
Г. А. Ярыгин**

**Рецензент: кафедра Конструирования и производства
радиоаппаратуры Московского энергетического института**

**Т33 Теория надежности радиоэлектронных систем в
примерах и задачах. Учеб. пособие для студентов
радиотехнических специальностей вузов. Под ред.
Г. В. Дружинина. М., «Энергия», 1976.**

448 с. с ил.

**На обороте тит. л. авт.: Г. В. Дружинин, С. В. Степанов,
В. Л. Шихматова, Г. А. Ярыгин.**

В книге изложены вопросы практического применения теории надежности для решения наиболее часто встречающихся типов задач. В начале каждой главы приведена сводка основных теоретических положений и формул, необходимых для решения задач.

Книга предназначена для студентов старших курсов технических вузов в качестве учебного пособия по надежности. Может быть полезна широкому кругу специалистов, занимающихся вопросами надежности.

Т $\frac{30405-033}{051(01)-76}$ 133-76

6Ф0.3

© Издательство «Энергия», 1976.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Основные обозначения	6
Глава первая. Основные показатели надежности	8
1-1. Краткие сведения об основных показателях надежности	8
1-2. Решения типовых примеров	18
1-3. Задачи	28
Глава вторая. Выбор показателей и назначение норм надежности проектируемых систем	31
2-1. Основные этапы формирования показателей надежности систем при их проектировании	31
2-2. Решения типовых примеров	37
2-3. Задачи	57
Глава третья. Оценка показателей надежности по данным об отказах	58
3-1. Методы оценки	58
3-2. Решения типовых примеров	74
3-3. Задачи	118
Глава четвертая Расчеты надежности неремонтируемых систем	133
4-1. Методы расчета	133
4-2. Решения типовых примеров	148
4-3. Задачи	203
Глава пятая Расчеты надежности ремонтируемых систем	215
5-1. Методы расчета	215
5-2. Решения типовых примеров	226
5-3. Задачи	253
Глава шестая. Оптимальное резервирование	256
6-1. Методы расчета	256
6-2. Решения типовых примеров	263
6-3. Задачи	284
Глава седьмая Влияние надежности систем на их эффективность	286
7-1. Методы расчета эффективности	286
7-2. Решения типовых примеров	290
7-3. Задачи	302
Глава восьмая Расчеты надежности при постепенных отказах	304
8-1. Методы расчета	304
8-2. Решения типовых примеров	311
8-3. Задачи	321

Глава девятая. Расчеты эксплуатационных характеристик систем	325
9-1. Методы расчета	325
9-2. Решения типовых примеров	333
9-3. Задачи	354
Глава десятая. Типовые ошибки в расчетах надежности	357
Глава одиннадцатая. Алгоритмы вероятностного моделирования на ЭВМ в задачах исследования надежности	380
11-1. Особенности составления моделирующих алгоритмов	380
11-2. Типовые алгоритмы	385
11-3. Примеры алгоритмов	392
Приложение 1. Математические таблицы	408
Приложение 2. Координатные сетки	423
Приложение 3. Интенсивности отказов элементов	425
Приложение 4. Таблицы поправочных коэффициентов для интенсивностей отказов	437
Приложение 5. Формы таблиц для расчета суммарных интенсивностей отказов	444
Список литературы	446
Предметный указатель	447

ПРЕДИСЛОВИЕ

Опыт изучения теории надежности радиоэлектронных систем студентами вузов и инженерами свидетельствует, что наибольшие трудности связаны с практическим применением теоретических знаний. Чтобы освоиться с методами теории надежности и уметь применять их на практике, необходимо решить значительное количество прикладных задач. Поэтому необходима книга, которая излагала бы прикладную теорию надежности на примерах и задачах. Такая книга могла бы служить справочником, в котором студент и инженер могли бы найти прототипы решений задач по расчету, обоснованию и применению показателей надежности.

В настоящее время в различных вузах учебные программы по надежности существенно различаются по объему и содержанию. Это определило необходимость рассмотрения в данном учебном пособии многих разделов теории надежности и подбора задач различной трудности.

В предлагаемом учебном пособии приводятся 175 решений типовых примеров по основным разделам теории надежности радиоэлектронных систем. Приведены задачи, которые рекомендуется решить для закрепления навыков и для проверки того, освоил ли читатель методы решения задач рассматриваемого типа.

При проведении практических занятий по расчетам надежности много времени и сил тратится на разъяснение типовых ошибок. Это побудило авторов ввести специальную главу, содержащую ряд типичных задач, при решении которых часто допускаются ошибки.

Надежность является наиболее важным общим эксплуатационным свойством систем. Часто под этим термином объединяют также долговечность и эксплуатационную технологичность систем. Поэтому в книге имеется глава и по расчету эксплуатационных характеристик систем.

Авторы

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

- T — наработка до отказа неремонтируемого объекта,
- $P(t)$ — функция надежности,
- $P(t_i)$ — вероятность безотказной работы в течение наработки $(0, t_i)$,
- $P(t_1, t_2)$ — условная вероятность безотказной работы неремонтируемого объекта в течение наработки от t_1 до t_2 при условии, что при t_1 объект работоспособен,
- $Q(t)$ — функция ненадежности,
- $Q(t_i)$ — вероятность отказа в течение наработки $(0, t_i)$,
- $Q(t_1, t_2)$ — условная вероятность отказа неремонтируемого объекта в течение наработки от t_1 до t_2 при условии, что при t_1 объект работоспособен,
- $f(t)$ — плотность распределения (плотность вероятности) наработки до отказа,
- $\lambda(t)$ — интенсивность отказов,
- m_t — средняя наработка до отказа,
- σ_t — среднее квадратическое отклонение наработки до отказа,
- $T^{(i)}$ — наработка ремонтируемого объекта между $(i-1)$ -м и i -м отказами,
- $T_{\Sigma n} = T^{(1)} + T^{(2)} + \dots + T^{(n)}$ — общая наработка до возникновения n -го отказа ремонтируемого объекта,
- $\omega(t)$ — параметр потока отказов,
- $\psi(t)$ — параметр потока повреждений,
- $\Omega(t) = \int_0^t \omega(t) dt$ — среднее количество отказов за интервал наработки $(0, t)$,
- $\bar{\omega} = \lim_{t \rightarrow \infty} \omega(t)$ — стационарное значение параметра потока отказов,
- \tilde{m}_t — наработка на отказ ремонтируемого объекта,

$\tilde{P}(t_1, t_2)$ — условная вероятность безотказной работы ремонтируемого объекта в течение времени (наработки) от t_1 до t_2 при условии, что при t_1 этот объект был работоспособен,

m_τ — среднее время восстановления,

$\mu = \frac{1}{m_\tau}$ — интенсивность восстановления,

$K_r(t)$ — функция готовности,

$K_r(t_i)$ — вероятность нахождения в состоянии готовности к применению в момент t_i ,

$K_n(t)$ — функция простоя,

$K_n(t_i)$ — вероятность нахождения в состоянии неготовности к применению в момент t_i ,

t_n — период плановой профилактики,

t_p — ресурс (технический, назначенный),

t_n — наработка до начала массовых отказов,

$m_{\tau_{пр}}$ — средняя продолжительность профилактики,

$Y(t)$ — случайный процесс изменения определяющего параметра системы,

$X(t)$ — случайный процесс изменения определяющего параметра элемента,

$y(t), x(t)$ — реализации изменения определяющего параметра,

$y_{гр}, x_{гр}$ — границы допуска определяющего параметра,

$f^\circ(s) = \int_0^\infty \exp[-st] f(t) dt$ — преобразование Лапласа функции $f(t)$.

Глава первая

ОСНОВНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ

1-1. КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ОСНОВНЫХ ПОКАЗАТЕЛЯХ НАДЕЖНОСТИ

Теория надежности изучает процессы возникновения отказов объектов и способы борьбы с этими отказами. Надежностью называется свойство объекта выполнять заданные функции, сохраняя во времени значения установленных эксплуатационных показателей в заданных пределах, соответствующих заданным режимам и условиям использования, технического обслуживания, ремонтов, хранения и транспортирования.

В теории надежности для удобства решения задач часто различают системы и элементы. Под системой понимается совокупность совместно действующих элементов с определенными связями, предназначенная для выполнения определенных функций. Термин «элемент» применяется для составной части системы. Обычно элемент не предназначается для самостоятельного практического применения, но должен обладать способностью выполнять определенные функции в системе.

Объекты могут находиться в двух состояниях: работоспособном и неработоспособном. Работоспособностью называется состояние объекта, при котором он способен выполнять заданные функции с параметрами, установленными требованиями технической документации.

Для правильной оценки надежности необходимо четко сформулировать определение неработоспособного состояния. Например, для подвижных объектов (самолеты, автомобили, локомотивы и пр.) можно различать основное неработоспособное состояние, при котором объект прекращает выполнение основного назначения (прерывается полет самолета, движение автомобиля), и второстепенное неработоспособное состояние, при котором запрещается применение объекта по соображениям безопасности (самолет не выпускается в полет, автомобиль из автопарка).

Событие, заключающееся в нарушении работоспособности, называется отказом.

Событие, состоящее в переходе из основного работоспособного состояния во второстепенное называют повреждением (второстепенным отказом, дефектом).

По характеру возникновения принято различать отказы внезапные, состоящие в резком, практически мгновенном изменении определяющего параметра, и отказы постепенные, происходящие за счет медленного, постепенного изменения этого параметра. Определяющим называют такой параметр, который характеризует основные свойства объекта. Часто бывают случаи, когда мы не можем наблюдать постепенные изменения определяющего параметра и отказ приходится считать внезапным.

Показатели надежности неремонтируемых объектов

Неремонтируемые объекты работают до первого отказа. Различные показатели надежности неремонтируемых объектов являются характеристиками случайной величины T — наработки объекта до отказа.

Наработкой называется продолжительность или объем работы изделия, измеряемые в часах, километрах, циклах или в других единицах.

Функцией ненадежности случайной величины T (или функцией распределения) называют вероятность того, что наработка до отказа T меньше заданной наработки t , причем эта вероятность рассматривается как функция t :

$$Q(t) = P\{T < t\}. \quad (1-1)$$

Часто применяют также функцию надежности

$$P(t) = 1 - Q(t) = P\{T \geq t\}. \quad (1-2)$$

Функция надежности характеризует вероятность безотказной работы объекта в течение заданной наработки $(0, t)$. Эта вероятность рассматривается как функция t . Чтобы отличать от функции надежности вероятность безотказной работы в течение фиксированного интервала $(0, t_i)$, в последнем случае буква t_i имеет индекс.

Например: $P(t)$ — функция надежности; $P(t_i)$ — вероятность безотказной работы в течение заданной наработки $(0, t_i)$.

Вероятностью безотказной работы называют вероятность того, что в заданном интервале времени или в пределах заданной наработки не возникнет отказ объекта.

Когда говорят о вероятности безотказной работы в течение (t_1, t_2) , обычно имеют в виду условную вероятность безотказной работы $P(t_1, t_2)$, в течение наработки от t_1 до t_2 при условии, что при t_1 объект был работоспособным. Условная вероятность безотказной работы в течение интервала наработки (t_1, t_2) равна отношению значения функции надежности в конце интервала t_2 к ее значению в начале интервала t_1 :

$$P(t_1, t_2) = \frac{P(t_2)}{P(t_1)}.$$

Плотностью распределения наработки до отказа называется производная от функции ненадежности

$$f(t) = \frac{dQ(t)}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt}. \quad (1-3)$$

Величина $f(t)dt$ характеризует безусловную вероятность того, что объект откажет на интервале $(t, t+dt)$.

Интенсивностью отказов называется условная плотность вероятности возникновения отказа ремонтируемого объекта, определяемая для рассматриваемого момента наработки при условии, что до этого момента отказ не возник. Интенсивность отказов равна отношению

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}. \quad (1-4)$$

Величина $\lambda(t)dt$ характеризует условную вероятность того, что объект откажет на интервале $(t, t+dt)$ при условии, что он был работоспособен в начале интервала.

Из (1-3) и (1-4) имеем при $P(0) = 1$:

$$P(t) = \exp \left[- \int_0^t \lambda(\tau) d\tau \right]. \quad (1-5)$$

Условная вероятность безотказной работы в течение наработки (t_1, t_2) , найденная в предположении, что при t_1 объект был работоспособен,

$$P(t_1, t_2) = \exp \left[- \int_{t_1}^{t_2} \lambda(t) dt \right]. \quad (1-6)$$

В качестве показателя надежности неремонтируемых объектов часто используется математическое ожидание наработки до отказа: средняя наработка до отказа

$$m_t = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} P(t) dt. \quad (1-7)$$

Тип распределения наработки до отказа зависит от особенностей процесса развития отказа.

В табл. 1-1 приведены формулы для показателей надежности наиболее распространенных распределений. Показательное (экспоненциальное) распределение применяется чаще других. Во-первых, оно характерно для сложных систем, состоящих из разнородных элементов с различными интенсивностями отказов. Во-вторых, при показательном распределении получаются относительно простые формулы для расчета надежности. Показательное распределение можно использовать в тех случаях, когда пренебрегают влиянием приработки, износа и старения.

При нормальном (гауссовом) распределении случайная величина может принимать любые значения от $-\infty$ до $+\infty$. Поскольку возможные значения случайной наработки до отказа могут быть только положительными, ее распределение может быть лишь усеченным нормальным.

Для усеченного на интервале (t_1, t_2) распределения нормирующий множитель

$$c_0 = \frac{1}{\int_{t_1}^{t_2} f(t) dt}$$

условно принимается равным единице, если отношение средней наработки до отказа к среднему квадратическому отклонению наработки до отказа больше 2,5. Функция надежности при нормальном и альфа-распределении вычисляется с помощью нормированной функции Лапласа

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u \exp\left[-\frac{z^2}{2}\right] dz$$

Формулы для показателей надежности при

Наименование распределения	Плотность распределения	Интенсивность отказов
Показательное распределение	$f(t) = \lambda \exp[-\lambda t]$	$\lambda(t) = \lambda$
Нормальное распределение (значения T в интервале $[0, \infty)$)	$f(t) = \frac{c_0}{\sigma_t \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(t - m_t)^2}{2 \times \sigma_t^2} \right];$ $c_0 = \frac{1}{1/2 + \Phi\left(\frac{m_t}{\sigma_t}\right)}$	$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}$
Распределение Вейбулла	$f(t) = \frac{\beta}{c} \left(\frac{t}{c}\right)^{\beta-1} \times$ $\times \exp \left[-\left(\frac{t}{c}\right)^\beta \right]$	$\lambda(t) = \frac{\beta}{c} \left(\frac{t}{c}\right)^{\beta-1}$
Гамма-распределение	$f(t) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} e^{-\beta t}$	$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}$
Альфа-распределение	$f(t) = \frac{\beta}{t^2 \sqrt{2\pi}} \times$ $\times \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\beta}{t} - \alpha \right)^2 \right]$	$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}$
Распределение Релея	$f(t) = \frac{t}{\sigma^2} \exp \left[-\frac{t^2}{2\sigma^2} \right]$	$\lambda(t) = t/\sigma^2$

различных распределениях наработки до отказа

Функция надежности	Средняя наработка до отказа	Дисперсия наработки до отказа
$P(t) = \exp[-\lambda t]$	$m_t = \frac{1}{\lambda}$	$\sigma_t^2 = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2$
$P(t) = c_0 \times$ $\times \left[1/2 - \Phi\left(\frac{t - m_t}{\sigma_t}\right) \right]$	$\bar{m}_t = m_t + \sigma k$ $k = \frac{c_0}{\sqrt{2\pi}} \exp[-1/2(m_t/\sigma_t)^2]$	$\bar{\sigma}_t^2 = \sigma_t^2 \times$ $\times \left(1 - k^2 - k^2 \frac{m_t}{\sigma_t} \right)$
$P(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{c}\right)^\beta\right]$	$m_t = c\Gamma(1 + 1/\beta)$	$\sigma_t^2 = c^2\Gamma(1 + 2/\beta) -$ $- \Gamma^2(1 + 1/\beta)$
$P(t) = 1 - P_0(2\beta t)$	$m_t = \frac{\alpha}{\beta}$	$\sigma_t^2 = \frac{\alpha}{\beta^2}$
$P(t) = \frac{\Phi(Z) - \Phi(\alpha)}{0,5 - \Phi(\alpha)},$ $Z = \frac{\beta}{t} - \alpha$	$m_t \approx \frac{\beta}{\alpha} (1 + 1/\alpha^2)$	$\sigma_t^2 \approx \frac{\beta^2}{\alpha^4} (1 + 8/\alpha^2)$
$P(t) = \exp\left[-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right]$	$m_t = 1,253\sigma$	$\sigma_t^2 = 0,429\sigma^2$

(см. табл. П-1-5) или других форм табулированных интегралов вероятности.

Для некоторых распределений интенсивность отказов для краткости записана в табл. 1-1 в виде отношения (1-4). Функцию надежности при гамма-распределении удобно вычислять с помощью таблиц квантилей распределения хи-квадрат.

Показатели надежности ремонтируемых объектов

Ремонтируемые объекты после возникновения отказа восстанавливают и продолжают эксплуатировать. Необходимо различать ремонтируемые объекты без восстановления в процессе применения и с восстановлением в процессе применения.

К невосстанавливаемым в процессе применения относятся те объекты, отказ которых приводит к невыполнению поставленной задачи; при наличии резерва ремонт отказавшего участка резервированной группы не производится до окончания выполнения задачи.

Восстанавливаемые в процессе применения ремонтируемые объекты можно разделить на две группы. Первая — те объекты, у которых в течение заданного времени работы допускаются отказы и вызванные ими перерывы в работе. Вторая — те резервированные объекты, у которых отказ объекта не допускается, но ремонт отказавшего участка резервированной группы производится во время выполнения задачи. Для всех восстанавливаемых объектов надежность измеряется в календарном времени.

Рассмотрим показатели надежности невосстанавливаемых в процессе применения ремонтируемых объектов.

Моменты отказов при эксплуатации таких объектов представляют последовательность случайных величин — значений наработки до отказа. При этом возможны два пути оценки надежности ремонтируемых объектов: 1) вычисление характеристик потока отказов; 2) вычисление условных распределений наработки между отказами.

Вычисление характеристик потока отказов. Этот путь оценки надежности ремонтируемых объектов является общепринятым. Рассматриваются потоки случайных событий — отказов объектов. В качестве показателя на-

дежности обычно используется параметр потока отказов $\omega(t)$ — среднее количество отказов (возобновлений работы) в единицу времени (наработки), взятое для рассматриваемого момента времени (наработки). При $\lambda = \text{const}$ значения ω и λ совпадают.

Потоки отказов объектов обычно являются ординарными, т. е. вероятность появления двух и более отказов в один и тот же момент времени пренебрежимо мала.

Количественное описание ординарных потоков отказов является наиболее простым при отсутствии последствия, когда вероятность появления отказов объектов в любом интервале наработки (t_1, t_2) не зависит от появления отказов в других непересекающихся интервалах наработки.

Для ординарных без последствия («пуассоновских») потоков отказов вероятность безотказной работы системы на интервале (t_1, t_2)

$$\tilde{P}(t_1, t_2) = \exp \left[- \int_{t_1}^{t_2} \omega(t) dt \right]. \quad (1-8)$$

Принято считать, что пуассоновский поток отказов характерен для сложных систем, состоящих из высоконадежных элементов, потоки отказов которых являются независимыми. Если система «хорошо спроектирована», то нет отдельных малонадежных элементов, значения параметра потока отказов которых соизмеримы со значениями параметра потока отказов всей системы. Для такой «хорошо спроектированной» системы появление отказов на одном интервале наработки почти не влияет на вероятность появления какого-либо числа отказов на другом интервале, не пересекающемся с первым.

При стационарном ($\omega = \text{const}$) потоке отказов, который в теории массового обслуживания называется простейшим, вероятность безотказной работы на интервале Δt

$$\tilde{P}(\Delta t) = \exp [-\omega \Delta t].$$

Иногда допущение об отсутствии последствия бывает неприменимо к реальному потоку отказов. Тогда в качестве моделей реальных потоков отказов могут рассматриваться потоки отказов с ограниченным последствием, в которых значения наработки между последовательными отказами являются независимыми случайными величинами. Ограниченное последствие проявляется в том, что вероятность появления отказа за нара-

ботку (t_1, t_2) зависит от наработки между последним отказом и началом рассматриваемого интервала и не зависит от того, когда произошли предыдущие отказы.

Если случайные величины наработки между отказами одинаково распределены и независимы, то параметр потока отказов связан с плотностью распределения наработки между отказами $f(t)$ уравнением возобновления

$$\omega(t) = f(t) + \int_0^t f(t-\tau) \omega(\tau) d\tau. \quad (1-9)$$

Если при $t \rightarrow \infty$ плотность распределения наработки до отказа $f(t) \rightarrow 0$, то существует стационарное значение параметра потока отказов

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \omega(t) = \frac{1}{\tilde{m}_t}, \quad (1-10)$$

где \tilde{m}_t — наработка на отказ ремонтируемого объекта (в рассматриваемом случае совпадает со средней наработкой до отказа $\tilde{m}_t = m_t$).

В некоторых случаях удобно искать решение уравнения (1-9), пользуясь преобразованием Лапласа. При этом

$$\omega^\circ(S) = \frac{f^\circ(S)}{1 - f^\circ(S)}, \quad (1-11)$$

где $\omega^\circ(S) = \int_0^\infty e^{-st} \omega(t) dt$ — преобразование Лапласа функции $\omega(t)$ и аналогично $f^\circ(S)$ — преобразование Лапласа функции $f(t)$.

Вычисление условных распределений наработки между отказами становится необходимым при наличии в потоке отказов значительного последствия.

Такой путь определения надежности может применяться для изнашивающихся ремонтируемых объектов, так как учитывает особенности их эксплуатации. Эти особенности часто не учитываются при рассмотрении потоков реальных отказов.

Многие типы ремонтируемых объектов за время эксплуатации отказывают ограниченное число раз (не более трех — пяти). Некоторые экземпляры объектов могут вообще не отказывать в течение ресурса (срока служ-

бы). Если конкретный экземпляр объекта начинает часто отказывать, его снимают с эксплуатации.

Отличительной особенностью изнашивающихся ремонтируемых объектов является наличие коррелированных отказов. Иначе говоря, наработка между i -м и $(i+1)$ -м отказами коррелирована с наработкой до i -го отказа. При этом распределение наработки между отказами все время изменяется по мере износа объектов. Любая профилактика, любой ремонт вызывают изменение корреляции между отказами. Поэтому целесообразно технический ресурс (срок службы) объектов разделить на периоды между крупными профилактическими мероприятиями и вычислять для каждого периода свои характеристики надежности.

При вычислении условных распределений наработки между отказами будем отсчитывать наработку от соответствующего ремонта или крупного профилактического мероприятия.

Показатели надежности в рассматриваемом случае те же, что и для неремонтируемых объектов, но они являются условными, т. е. вычисляются при условии, что произошло определенное число отказов объектов. Эти показатели надежности характеризуют распределение случайной величины (наработки) между i -м и $(i+1)$ -м отказами.

Для характеристики надежности восстанавливаемых в процессе применения объектов, у которых в течение заданного времени работы допускаются отказы, используется вероятность нахождения объекта в работоспособном состоянии $K_r(t_i)$ в момент времени t_i и вероятность нахождения в неработоспособном состоянии $K_n(t_i) = 1 - K_r(t_i)$. Функции $K_r(t)$ и $K_n(t)$ называются функциями готовности и простоя соответственно.

Обычно $K_r(t)$ и $K_n(t)$ с течением времени эксплуатации стремятся к стационарному значению. В этом случае $K_r = \lim_{t \rightarrow \infty} K_r(t)$ называется коэффициентом готовности, а $K_n = \lim_{t \rightarrow \infty} K_n(t)$ — коэффициентом простоя.

Кроме установившегося коэффициента готовности часто используется среднее значение этого коэффициента на интервале $(0, t_i)$

$$\bar{K}_r = \frac{1}{t_i} \int_0^{t_i} K_r(t) dt.$$

При $t \rightarrow \infty$ значения \bar{K}_r и $K_r(t)$ стремятся к величине коэффициента готовности (рис. 1-1).

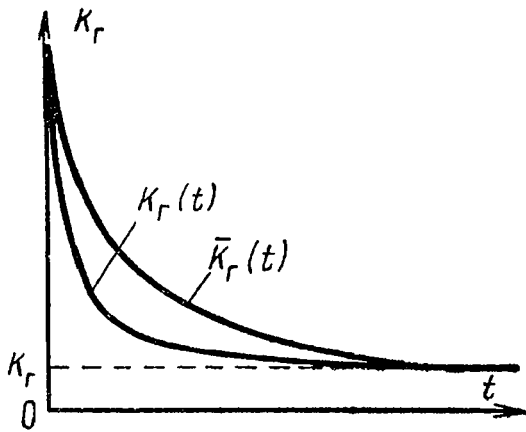


Рис. 1-1 Сравнение показателей готовности.

Для характеристики надежности восстанавливаемых в процессе применения ремонтируемых объектов второй группы (резервированных объектов, у которых отказов объекта не допускается, но ремонт отказавшего участка резервированной группы производится во время выполнения задачи) используют условную вероятность безотказной работы $\tilde{p}(t_1, t_2)$ в интервале (t_1, t_2) , найденную при условии работоспособности объекта, в момент времени t_1 .

1-2. РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ПРИМЕРОВ

Пример 1-1. Интенсивность отказов элемента $\lambda(t) = at$ 1/ч. Определить плотность распределения наработки до отказа.

Решение. Согласно (1-4) и (1-5) имеем:

$$f(t) = \lambda(t)P(t) = \lambda(t) \exp \left[- \int_0^t \lambda(\tau) d\tau \right] = at \exp \left[- \frac{at^2}{2} \right].$$

Пример 1-2. Какова вероятность безотказной работы технического объекта в течение средней наработки до отказа, если интенсивность отказов $\lambda(t) = at$ 1/ч. Приме-

чание: $\int_0^{\infty} \exp[-c^2 x^2] dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2c}$.

Решение. Согласно (1-5) функция надежности объекта

$$P(t) = \exp \left[- \frac{at^2}{2} \right].$$

Согласно (1-7) средняя наработка до отказа

$$m_t = \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{at^2}{2}\right] dt = \frac{1,253}{\sqrt{a}},$$

поэтому

$$P(m_t) = \exp\left[-\frac{a}{2} \frac{1,253^2}{a}\right] = \exp[-0,784] = 0,46.$$

Пример 1-3. Радиовысотомер имеет показательное распределение наработки до отказа. Определить вероятность безотказной работы высотомера в течение наработки t_i , равной средней наработке до отказа m_t .

Решение. Вероятность безотказной работы при показательном распределении

$$P(t_i) = \exp[-\lambda t_i] = \exp\left[-\frac{t_i}{m_t}\right].$$

При $t_i = m_t$ имеем:

$$P(m_t) = \exp[-1] \approx 0,37.$$

Пример 1-4. Найти среднюю наработку до отказа технического объекта, если интенсивность отказов

$$\lambda(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \leq t_0, \\ a(t - t_0) & \text{при } t > t_0. \end{cases}$$

Значения $t_0 = 500$ ч, $a = 10^{-5}$ 1/ч².

Примечание. $\int_0^{\infty} \exp[-c^2 x^2] dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2c}.$

Решение. Перенеся начало отсчета в точку $t_0 = 500$ ч, имеем $\lambda(\tau) = a\tau$, где $\tau = t - t_0$. Функция надежности объекта

$$P(\tau) = \exp\left[-\int_0^{\tau} ax dx\right] = \exp\left[-\frac{a\tau^2}{2}\right].$$

Средняя наработка до отказа

$$m_t = t_0 + \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{a\tau^2}{2}\right] d\tau = \\ = t_0 + \frac{1,253}{\sqrt{a}} = 500 + \frac{1,253}{\sqrt{10^{-5}}} = 900 \text{ ч.}$$

Пример 1-5. Интенсивность отказов блока питания $\lambda(t) = at$ 1/ч. Определить вероятность безотказной работы блока в течение наработки (t_1, t_2) , если $a = 10^{-5}$ 1/ч², $t_1 = 1000$ ч, $t_2 = 1100$ ч.

Решение. В соответствии с (1-6) вероятность безотказной работы в течение (t_1, t_2) , ч

$$P(t_1, t_2) = \exp\left[-\frac{a}{2}(t_2^2 - t_1^2)\right].$$

При заданных числовых значениях

$$P(1000, 1100) = \exp\left[-\frac{10^{-5}}{2}(1100^2 - 1000^2)\right] = \\ = \exp[-1,05] = 0,35.$$

Пример 1-6. Сравнить вероятности безотказной работы в течение наработки $(5000, 5100)$ * ч двух изделий. Для каждого из изделий характерно одинаковое распределение времени между соседними независимыми отказами. Первое изделие имеет показательное распределение времени между отказами с плотностью $f(t) = 2 \cdot 10^{-3} \exp[-2 \cdot 10^{-3}t]$, второе — нормальное распределение с параметрами $m_t = 500$ ч; $\sigma_t = 180$ ч.

Решение. Среднее время между отказами у обоих изделий одинаково и равно $m_t = 500$ ч. Сопоставив числовые характеристики распределений с наработкой 5000 ч, можно заключить, что в интервале $(5000, 5100)$ ч параметры потоков обоих изделий будут близки к своим стационарным значениям, которые в данном случае будут одинаковы и равны: $\bar{\omega} = \frac{1}{m_t} = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Поэтому вероятность безотказной работы в интервале $(5000, 5100)$ ч у обоих изделий будет одинакова и равна:

* Имеется в виду наработка в интервале от 5000 до 5100 ч

$$\begin{aligned}\tilde{P}(5000, 5100) &= \exp[-2 \cdot 10^{-3}(5100 - 5000)] = \\ &= \exp[-0,2] = 0,82.\end{aligned}$$

Пример 1-7. Установлено, что наработка до отказа привода антенны имеет распределение Вейбулла с параметром $\beta = 1,8$. Вероятность безотказной работы привода в течение наработки $(0, 100)$ ч равна 0,95. Требуется определить интенсивность отказов в момент времени $t = 100$ ч и среднюю наработку до отказа привода.

Решение. Вероятность безотказной работы в случае, когда наработка до отказа имеет распределение Вейбулла, определяется (табл. 1-1) по формуле

$$P(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{c}\right)^\beta\right].$$

Поэтому

$$\frac{t}{c} = \sqrt[\beta]{-\ln P(t)} = \sqrt[1,8]{-\ln 0,95} = 0,45,$$

$$c = \frac{t}{0,45} = \frac{100}{0,45} = 222,2.$$

Интенсивность отказов привода

$$\lambda(t) = \frac{\beta}{c} \left(\frac{t}{c}\right)^{\beta-1} = \frac{1,8}{222,2} (0,45)^{1,8-1} = 5,1 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч.}$$

Средняя наработка до отказа

$$m_t = c\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) = 222,2\Gamma\left(1 + \frac{1}{1,8}\right).$$

Значение гамма-функции вычисляем с помощью табл. П-1-7:

$$\Gamma\left(1 + \frac{1}{1,8}\right) = 0,8889.$$

Окончательно имеем:

$$m_t = 222,2 \cdot 0,8889 = 198,2 \text{ ч.}$$

Пример 1-8. Определить, какова должна быть средняя наработка до отказа m_t объекта, имеющего показательное распределение наработки до отказа, чтобы вероятность безотказной работы была не менее 0,99 в течение наработки $t_i = 300$ ч.

Решение. Вероятность безотказной работы при показательном распределении наработки до отказа

$$P(t_i) = \exp\left[-\frac{t_i}{m_t}\right] \approx 1 - \frac{t_i}{m_t}.$$

Поэтому для выполнения условий задачи необходимо, чтобы

$$m_t \geq \frac{t_i}{1 - P(t_i)} = \frac{300}{1 - 0,99} = 3 \cdot 10^4 \text{ ч.}$$

Пример 1-9. Объект имеет нормальное распределение наработки до отказа с параметрами $m_t = 1200$ ч и $\sigma_t = 250$ ч. Область возможных значений наработки до отказа — $(0, \infty)$. В течение какой наработки $(0, t_i)$ объект будет функционировать с вероятностью безотказной работы не менее чем $P(t_i) = 0,95$?

Решение. При усеченном нормальном распределении наработки до отказа вероятность безотказной работы может быть выражена через нормированную функцию Лапласа

$$P(t_i) = \left[0,5 - \Phi\left(\frac{t_i - m_t}{\sigma_t}\right)\right] c_0.$$

В данном случае нормирующий множитель c_0 , характеризующий усеченность нормального распределения наработки до отказа, равен:

$$c_0 = \frac{1}{0,5 + \Phi\left(\frac{m_t}{\sigma_t}\right)} = \frac{1}{0,5 + \Phi\left(\frac{1200}{250}\right)} \approx 1.$$

Тогда значение нормированной функции Лапласа должно быть не менее

$$\Phi\left(\frac{t_i - m_t}{\sigma_t}\right) = 0,95 - 0,5 = 0,45.$$

Из табл. П-1-5 находим, что этому значению нормированной функции Лапласа соответствует

$$\frac{t_i - m_t}{\sigma_t} = 0,1736,$$

откуда

$$t_i = m_t - 0,1736\sigma_t = 1200 - 0,1736 \cdot 250 \approx 1156 \text{ ч.}$$

Пример 1-10. Тиристорный выпрямительный блок имеет нормальное распределение наработки до отказа с параметрами $m_t=800$ ч и $\sigma_t=100$ ч. Определить значения вероятности безотказной работы блока для значений наработки $t_i=600, 800, 1000$ ч. Область возможных значений наработки до отказа — $(0, \infty)$.

Решение. Так как нормирующий множитель

$$c_0 = \frac{1}{0,5 + \Phi\left(\frac{m_t}{\sigma_t}\right)} = \frac{1}{0,5 + \Phi\left(\frac{800}{100}\right)} \approx 1,$$

вероятность безотказной работы

$$P(t_i) = 0,5 - \Phi\left(\frac{t_i - m_t}{\sigma_t}\right);$$

для $t_i=600$ ч

$$\begin{aligned} P(t_i) &= 0,5 - \Phi\left(\frac{600 - 800}{100}\right) = 0,5 + \Phi(2) = \\ &= 0,5 + 0,477 = 0,977; \end{aligned}$$

для $t_i=800$ ч

$$P(t_i) = 0,5 - \Phi\left(\frac{800 - 800}{100}\right) = 0,5 - \Phi(0) = 0,5;$$

для $t_i=1000$ ч

$$P(t_i) = 0,5 - \Phi\left(\frac{1000 - 800}{100}\right) = 0,5 - \Phi(2) = 0,023.$$

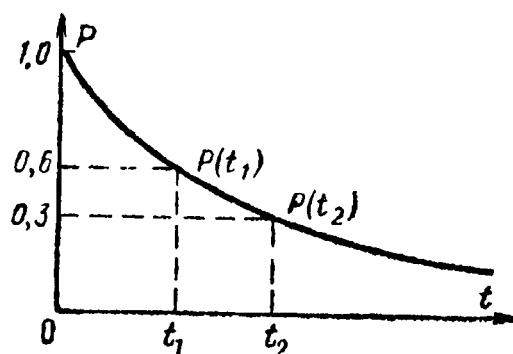


Рис. 1-2. График функции для примера 1-11.

Пример 1-11. Известна функция надежности $P(t)$, приведенная на рис. 1-2. Объект проработал интервал времени $(0, t_1)$ и работоспособен в момент t_1 . Требуется определить вероятность безотказной работы этого объекта в течение интервала наработки (t_1, t_2) .

Решение. Вероятность безотказной работы в течение заданного интервала наработки (t_1, t_2) , найденная при условии, что объект проработал время $(0, t_1)$, определяется из уравнения

$$P(t_1, t_2) = \frac{P(t_2)}{P(t_1)}.$$

Подставив значения функции надежности [см. зависимость $P(t)$ на рис. 1-2], получим:

$$P(t_1, t_2) = \frac{0,3}{0,6} = 0,5.$$

Пример 1-12. Известно, что средняя наработка на отказ наземной радиолокационной станции равна $\tilde{m}_t = 200$ ч. Требуется при предположении показательного распределения промежутков времени между последовательными отказами определить вероятность того, что станция не откажет более чем четыре раза в течение наработки $t_i = 600$ ч.

Решение. В рассматриваемом случае время от начала работы станции до четвертого отказа имеет гамма-распределение с параметром $\alpha = 4$.

Из формулы для средней наработки на отказ в случае гамма-распределения имеем:

$$\beta = \frac{\alpha}{\tilde{m}_t} = \frac{4}{200} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ 1/ч.}$$

Вероятность того, что станция не откажет более 4 раз в течение наработки $t_i = 600$ ч, определяется по формуле

$$P(t_i) = 1 - P_0(2\beta t_i).$$

Тогда $2\beta t_i = 2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 600 = 24$.

Из [21] по табл. для $P_0(2\beta t_i)$ при $\alpha = 4$ и $2\beta t_i = 24$ находим:

$$P_0(2\beta t_i) = 0,002.$$

Таким образом,

$$P(t_i) = 1 - 0,002 = 0,998.$$

Пример 1-13. Система телеизмерений состоит из основного рабочего канала и $k = 3$ резервных, находящихся-

ся в ненагруженном режиме. Переключающее устройство считается абсолютно надежным. Система отказывает в момент, когда выходит из строя последний работоспособный канал из $k+1$ каналов системы. Каждый из каналов имеет показательное распределение наработки до отказа с интенсивностью отказов $\lambda=10^{-2}$ 1/ч. Определить среднюю наработку до отказа и среднее квадратическое отклонение наработки до отказа системы.

Решение. Нарботка системы до отказа равна сумме наработок до отказа $k+1$ каналов и будет иметь гамма-распределение с параметрами $\alpha=k+1=4$ и $\beta=10^{-2}$.

Средняя наработка до отказа системы в этом случае определяется по формуле

$$m_t = \frac{k+1}{\beta} = \frac{4}{10^{-2}} = 400 \text{ ч.}$$

Среднее квадратическое отклонение наработки до отказа будет равно:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{k+1}{\beta^2}} = \sqrt{\frac{4}{(10^{-2})^2}} = 200 \text{ ч.}$$

Пример 1-14. Случайное время восстановления радиолокационной станции после ее отказа равно сумме двух случайных величин: времени обнаружения и времени устранения отказа, имеющих одинаковое показательное распределение. Определить вероятность $G(t_i)$ того, что время восстановления будет больше $t_i=10$ ч, если среднее время восстановления равно $m_\tau = 20$ ч.

Решение. Так как значения случайного времени обнаружения и устранения отказа имеют показательные распределения, то суммарное время восстановления будет подчиняться гамма-распределению с $\alpha=2$.

$$\text{Тогда } \beta = \frac{\alpha}{m_\tau} = \frac{2}{20} = 0,1.$$

В случае, когда $\beta = \frac{2}{m_\tau}$ и $\alpha=2$, плотность распределения времени восстановления равна:

$$\varphi(t) = \frac{4}{m_\tau^2} t \exp\left[-\frac{2t}{m_\tau}\right].$$

Вероятность того, что время восстановления будет больше t_i , может быть определена по формуле

$$G(t_i) = \int_{t_i}^{\infty} \varphi(t) dt = \int_{t_i}^{\infty} \left\{ \frac{4}{m_{\tau}^2} t \exp \left[-\frac{2t}{m_{\tau}} \right] \right\} dt =$$

$$= \left(1 + \frac{2t_i}{m_{\tau}} \right) \exp \left[-\frac{2t_i}{m_{\tau}} \right] = \left(1 + \frac{2 \cdot 10}{20} \right) \exp \left[-\frac{2 \cdot 10}{20} \right] \approx 0,73.$$

Пример 1-15. В схеме применяется керамический конденсатор, выпускаемый двумя заводами. Конденсатор первого завода имеет интенсивность отказов $\lambda_1 = 10^{-6}$ 1/ч, а второго завода $\lambda_2 = 6 \cdot 10^{-7}$ 1/ч. В эксплуатацию поступает 60% конденсаторов первого завода и 40% второго завода. Конденсаторы на заводах не маркируются и определить, каким заводом выпущен конденсатор, не представляется возможным. При отказе конденсатор заменяется и схема продолжает эксплуатироваться. Отказы независимы. Написать выражение для параметра потока отказов конденсаторов в этой схеме.

Решение. Для определения параметра потока отказов воспользуемся уравнением (1-11). Плотность распределения наработки до отказа конденсатора может быть представлена в виде суперпозиции (суммы) двух показательных распределений

$$f(t) = c_1 \lambda_1 \exp[-\lambda_1 t] + c_2 \lambda_2 \exp[-\lambda_2 t], \quad c_1 + c_2 = 1,$$

где $c_1 = 0,6$, $c_2 = 0,4$ — коэффициенты веса, учитывающие влияние слагаемых.

Эта плотность распределения имеет преобразование Лапласа

$$f^{\circ}(S) = \frac{c_1 \lambda_1}{S + \lambda_1} + \frac{c_2 \lambda_2}{S + \lambda_2}.$$

После подстановки в уравнение (1-11) получим:

$$\omega^{\circ}(S) = \frac{S \lambda_0 + \lambda_1 \lambda_2}{S^2 + S \lambda_3},$$

где для краткости обозначено:

$$\lambda_0 = c_1 \lambda_1 + c_2 \lambda_2, \quad \lambda_3 = \lambda_1 (1 - c_1) + \lambda_2 (1 - c_2).$$

Отсюда имеем выражение для оригинала:

$$\omega(t) = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_3} + \left(\lambda_0 - \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_3} \right) \exp[-\lambda_3 t].$$

Пример 1-16. Нарботка до отказа объекта состоит из двух стадий продолжительностью T_1 и T_2 . Величины T_1 и T_2 независимы. Отказ возникает в момент $T = T_1 + T_2$. Плотности распределения T_1 и T_2 равны соответственно $f(t) = \lambda_1 e^{-\lambda_1 t}$, $f_2(t) = \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}$. Найти выражение для параметра потока отказов.

Решение. Сначала найдем плотность распределения наработки до отказа, произведя композицию плотностей $f_1(t)$ и $f_2(t)$:

$$f(t) = \int_0^t f_1(t - \tau) f_2(\tau) d\tau.$$

При этом целесообразно использовать преобразование Лапласа

$$f^\circ(S) = f_1^\circ(S) f_2^\circ(S),$$

согласно табл. П-1-8

$$f_1^\circ(S) = \frac{\lambda_1}{S + \lambda_1}, \quad f_2^\circ(S) = \frac{\lambda_2}{S + \lambda_2}.$$

Подставив значения $f_1^\circ(S)$ и $f_2^\circ(S)$ в выражение для $f^\circ(S)$, получим:

$$f^\circ(S) = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(S + \lambda_1)(S + \lambda_2)}.$$

Переходя от изображений к оригиналу, имеем:

$$f(t) = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}).$$

Для нахождения параметра потока отказов воспользуемся формулой (1-9):

$$\begin{aligned} \omega(t) &= \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}) + \\ &+ \int_0^t \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} [e^{-\lambda_1(t-\tau)} - e^{-\lambda_2(t-\tau)}] \omega(\tau) d\tau. \end{aligned}$$

Умножив обе части написанного уравнения на $(\lambda_2 - \lambda_1)$, представим его в преобразованиях Лапласа:

$$\begin{aligned} (\lambda_2 - \lambda_1) \omega^\circ(S) &= \lambda_2 f_1^\circ(S) - \lambda_1 f_2^\circ(S) + \\ &+ \lambda_2 f_1^\circ(S) \omega^\circ(S) - \lambda_1 f_2^\circ(S) \omega^\circ(S). \end{aligned}$$

Отсюда, переходя от изображений к оригиналу, получим:

$$\omega(t) = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \{1 - \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2)t]\}.$$

1-3. ЗАДАЧИ

1-1. Какова вероятность безотказной работы объекта в течение средней наработки до отказа, если плотность распределения наработки до отказа $f(t) = \lambda \exp[-\lambda t]$.

Ответ: $P(m_t) = 0,37$.

1-2. Определить, какой технический объект имеет большую вероятность безотказной работы в период (1000, 1100) ч: имеющий плотность распределения наработки до отказа $f_1(t) = \lambda_1 \exp[-\lambda_1 t]$ или $f_2(t) = \frac{t}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right]$, если $\lambda_1 = 10^{-3}$ 1/ч, $\sigma = 10^3$ ч.

Ответ: большую вероятность безотказной работы в период (1000, 1100) ч имеет второй объект.

1-3. Нарботка до отказа технического объекта подчинена усеченному нормальному закону распределения с параметрами $m_t = 8000$ ч, $\sigma_t = 1500$ ч. Диапазон возможных значений наработки до отказа $(0, \infty)$. Найти вероятность безотказной работы объекта в течение заданной наработки (3000, 4000) ч.

Ответ: $P(3000, 4000) = 0,996$.

1-4. Вычислить среднюю наработку до отказа технического объекта, интенсивность отказов которого выражается формулой $\lambda(t) = \frac{10^{-4}}{1 + 10^{-2}t}$ 1/ч.

Ответ: $m_t = 200$ ч.

1-5. Доказать, что при плотности распределения наработки до отказа

$$f(t) = c_1 \lambda_1 \exp[-\lambda_1 t] + c_2 \lambda_2 \exp[-\lambda_2 t]$$

при $c_1 + c_2 = 1$ существует установившееся значение интенсивности отказов, равное меньшему из значений λ_1 и λ_2 .

1-6. Случайные величины наработки между последовательными отказами ремонтируемого объекта независимы и имеют плотность распределения

$$f(t) = c_1 \lambda_1 \exp[-\lambda_1 t] + c_2 \lambda_2 \exp[-\lambda_2 t],$$

причем $c_1=0,3$, $c_2=0,7$, $\lambda_1=10^{-3} \frac{1}{\text{ч}}$, $\lambda_2=2 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{ч}}$.

Вычислить зависимость параметра потока отказов от наработки.

Ответ: $\omega(t) = 1,54 \cdot 10^{-3} + 1,62 \cdot 10^{-4} \exp[-1,3 \times 10^{-3} t]$.

1-7. Для условий задачи 1-6 найти, при каком значении наработки (в долях наработки на отказ) параметр потока отказов будет отличаться от установившегося значения не более чем на 10%; на 20%.

Ответ: $0,042 \tilde{m}_t$; $1,95 \tilde{m}_t$.

1-8. Доказать, что если плотность распределения наработки между соседними отказами

$$f(t) = c_1 \lambda_1 \exp[-\lambda_1 t] + c_2 \lambda_2 \exp[-\lambda_2 t], \quad c_1 + c_2 = 1$$

и отказы независимы, то установившееся значение параметра потока отказов всегда больше установившегося значения интенсивности отказов.

1-9. Для элемента, имеющего усеченное нормальное распределение наработки до отказа, были вычислены значения параметра потока отказов $\omega(t)$, интенсивности отказов $\lambda(t)$ и плотности распределения наработки до отказа $f(t)$ при $t=2m_t$, где m_t — средняя наработка между соседними отказами. Отказы независимы.

Часть вычислений была утеряна, сохранились лишь конечные результаты в виде трех цифр: $5 \cdot 10^{-3}$; $2 \cdot 10^{-4}$; $1,4 \cdot 10^{-3}$. Установить, какая из этих цифр соответствует параметру потока отказов, интенсивности отказов, плотности распределения наработки до отказа.

Ответ: $\omega(2m_t) = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч}$, $\lambda(2m_t) = 5 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч}$, $f(2m_t) = 2 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч}$.

1-10. Найти установившееся значение параметра потока независимых отказов объекта, если интенсивность отказов изменяется линейно: $\lambda(t) = at \text{ 1/ч}$.

$$\text{Ответ: } \omega = \frac{\sqrt{a}}{1,25} \text{ 1/ч.}$$

1-11. Сравнить вероятности безотказной работы двух неремонтируемых объектов в течение (3000, 4000) ч. Для обоих объектов справедливы усеченные нормальные распределения наработки до отказа с параметрами: $m_{t_1} = 2800 \text{ ч}$, $\sigma_{t_1} = 600 \text{ ч}$, $m_{t_2} = 3000 \text{ ч}$, $\sigma_{t_2} = 400 \text{ ч}$. Диапазон возможных значений наработки до отказа $(0, \infty)$.

О т в е т: $P_1(3000, 4000) = 0,523$; $P_2(3000, 4000) = 0,5$.

1-12. Система состоит из трех элементов, имеющих следующие значения средней наработки между соседними независимыми отказами: $m_{t_1} = 1000$ ч, $m_{t_2} = 2000$ ч, $m_{t_3} = 800$ ч. Вычислить установившееся значение параметра потока отказов системы.

О т в е т: $\omega = 2,75 \cdot 10^{-3}$ 1/ч.

1-13. Сравнить значения средней наработки до отказа двух неремонтируемых объектов, имеющих функции надежности:

$$P_1(t) = \exp[-2 \cdot 10^{-3} t];$$

$$P_2(t) = 0,2 \exp[-3 \cdot 10^{-3} t] + 0,8 \exp[-10^{-3} t].$$

О т в е т: $m_{t_1} = 500$ ч, $m_{t_2} = 867$ ч.

1-14. Вероятность безотказной работы объекта в течение наработки (0, 100) ч равна 0,98. Предполагая показательное распределение наработки до отказа, вычислить без применения таблиц показательной функции $\exp[-x]$ среднюю наработку до отказа.

О т в е т: $m_t \approx 5000$ ч (использовано приближенное соотношение $\exp\left[-\frac{t}{m_t}\right] \approx 1 - \frac{t}{m_t}$).

1-15. Случайные величины наработки между последовательными отказами ремонтируемого объекта независимы и одинаково распределены. Плотность распределения наработки между отказами

$$f(t) = \beta^2 t \exp[-\beta t].$$

Найти выражение, характеризующее зависимость параметра потока отказов от наработки и его установившееся значение.

$$\text{О т в е т: } \omega(t) = \frac{\beta}{2} - \frac{\beta}{2} \exp[-2\beta t], \quad \bar{\omega} = \frac{\beta}{2}.$$

Глава вторая

ВЫБОР ПОКАЗАТЕЛЕЙ И НАЗНАЧЕНИЕ НОРМ НАДЕЖНОСТИ ПРОЕКТИРУЕМЫХ СИСТЕМ

2-1. ОСНОВНЫЕ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ ПРИ ИХ ПРОЕКТИРОВАНИИ

При составлении технических заданий на проектирование системы необходимо осуществить ряд мероприятий, направленных на обеспечение надежности. К числу таких мероприятий относятся: обоснование принципов технического обслуживания; выбор основного показателя надежности; назначение норм надежности; распределение показателей надежности по элементам; составление программ обеспечения надежности.

Рассмотрим содержание этих мероприятий.

Обоснование принципов технического обслуживания

Принципы технического обслуживания во многом определяют эффективность применения технического объекта, оказывают существенное влияние на его конструкцию. Существует стремление применять для будущих конструкций существующие в настоящий момент, ставшие привычными, принципы технического обслуживания. Поэтому необходимо четко сформулировать особенности технического обслуживания проектируемого объекта.

Обоснование технических требований по данному вопросу основывается на анализе и обсуждении положительных и отрицательных сторон различных систем технического обслуживания. В первую очередь необходимо выбрать правила замены и ремонта отдельных блоков или агрегатов технических объектов (например, по календарным срокам независимо от наработки объекта, по выработке установленных заранее межремонтных ресурсов, по техническому состоянию).

Выбор основного показателя надежности

Сравнение систем по нескольким показателям надежности может привести к противоречивым выводам. Например, при двух вариантах системы возможны слу-

чай, когда один вариант имеет бóльшую среднюю нагрузку до отказа, а другой — бóльшую вероятность безотказной работы.

Основным показателем надежности, который включается в техническое задание на проектирование системы, считается тот показатель, который входит в формулу для определения эффективности функционирования системы.

Для многих типов систем в качестве показателя эффективности может рассматриваться средний экономический эффект от использования системы. Согласно методике ВНИИСтандартизации [8] оценкой функционирования системы является ее полезность. Для многих типов систем она может быть оценена по стоимости созданных изделий, по приносимому от эксплуатации доходу. В тех случаях, когда полезность проявляется непосредственно в удовлетворении потребностей человека или в обеспечении функционирования других систем, количественная оценка полезности является условной. Это не мешает использованию понятия «доход», так как его величина количественно не определяется.

Доход от эксплуатации конкретного экземпляра системы является случайной величиной. Оценкой эффективности функционирования системы обычно считают математическое ожидание дохода. Предполагается, что система дает доход лишь в те периоды, когда она работоспособна.

Для обоснования выбора показателей надежности составляется экономическая модель функционирования системы, характеризующая изменение дохода за время ее эксплуатации.

Необходимо предостеречь читателя от использования рекомендованного в [8] способа выбора показателя надежности по шифру системы, составляемому с учетом особенностей его применения. Кажущаяся легкость назначения показателей надежности таким путем приводит к частым ошибкам. Опыт показал, что нужно тщательно продумывать экономические модели функционирования систем.

Назначение норм надежности

Обоснование количественных требований (норм) по надежности осуществляется в два этапа. При составлении технического задания, когда еще недостаточно ясны

конструктивные формы будущего объекта, обосновать нормы по надежности можно, лишь исходя из достигнутого уровня производства. Решение принимается после рассмотрения показателей уже существующих аналогичных объектов. Для этого выбирается прототип заказываемого объекта и оцениваются тенденции изменения его характеристик. В качестве прототипа выбирается высоконадежный объект, аналогичный рассматриваемому по принципу действия.

Показатель надежности прототипа корректируется с учетом следующих факторов:

технических характеристик проектируемого объекта и прототипа;

технического прогресса за время проектирования и изготовления объекта;

изменения условий эксплуатации;

лимитирующих факторов (масса, стоимость и т. д.);

значения последствий отказов;

квалификации операторов и некоторых других факторов.

На начальном этапе проектирования объекта производится уточнение норм надежности и выбор мероприятий по ее обеспечению с учетом экономических показателей.

Для этого рассматривают приведенный к началу эксплуатации показатель среднего экономического эффекта $C_{п}$ и определяют мероприятия по повышению надежности, которые обеспечивают максимальное приращение приведенного эффекта $C_{п}$. Чтобы получить конкретное выражение для $C_{п}$, составляют экономическую модель функционирования объекта.

Для каждого мероприятия по повышению надежности вычисляется величина

$$\Delta C_{пj} = C_{пj} - C_{п}^{\circ}$$

где $C_{п}^{\circ}$ — средний приведенный эффект для некоторого исходного варианта системы; $C_{пj}$ — средний приведенный эффект для этой системы с учетом того, что осуществлено j -е мероприятие по повышению ее надежности.

Далее определяется мероприятие, с помощью которого обеспечивается максимальное приращение $\Delta C_{пj}$. Вариант системы с осуществлением этого мероприятия

принимается за исходный и описанный процесс повторяется вновь и т. д. Вычисления прекращаются, когда все $\Delta C_{пj}$ будут отрицательными. За оптимальное значение показателей надежности принимаются значения, достигнутые на предыдущем этапе процесса вычислений. Подробное изложение такой процедуры имеется в [7].

В экономических моделях целесообразно учитывать, что затраты на повышение надежности (при проектиро-

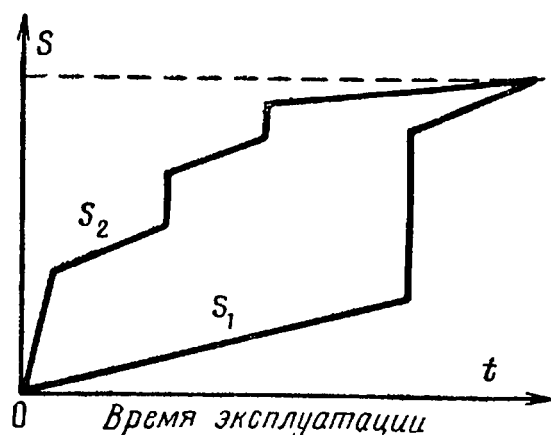


Рис. 2-1. Два варианта накопленных затрат на техническое обслуживание изделий. Вариант $S_1(t)$ экономически более целесообразен.

вании и производстве) и затраты из-за ненадежности систем (при эксплуатации) происходят в различное время. Чтобы сравнивать эти затраты, их надо привести к одному моменту времени, обычно к началу эксплуатации системы.

Распределение затрат по времени может быть охарактеризовано функцией затрат $S(t)$. На рис. 2-1 видно, что вариант $S_1(t)$ более целесообразен экономически, чем $S_2(t)$, так как те средства, которые к данному моменту времени еще не затрачены на рассматриваемую систему, могут приносить доход в другом месте вложения.

Приведенные затраты определяются по формуле сложных процентов

$$S_i = S_0 (1 + E_n)^i, \quad (2-1)$$

где S_0 — затраты в начальный момент рассматриваемого периода; S_i — приведенная величина затрат на конец i -го года; E_n — нормативный коэффициент экономической эффективности, т. е. доля прироста накоплений за год по отношению к величине накоплений к началу года.

Чтобы учесть возможные вложения средств в произвольные моменты времени в течение года, обычно пола-

гают, что скорость роста вложений пропорциональна их величине:

$$\frac{dS(t)}{dt} = \varepsilon S(t). \quad (2-2)$$

При этом

$$S(t) = S_0 \exp[\varepsilon t]. \quad (2-3)$$

Для одного года $T_r = 8760$ ч. Подставляя в (2-3) T_r с учетом (2-1) при $i=1$, получим

$$(1 + E_n) S_0 = S_0 \exp[\varepsilon T_r],$$

откуда

$$\varepsilon = \frac{1}{T_r} \ln(1 + E_n).$$

Например, если $E_n = 0,12$, то $\varepsilon = 13 \cdot 10^{-6}$ 1/ч.

Пусть затраты S_0, S_1, \dots, S_n осуществлены в моменты времени $0, t_1, \dots, t_n < T_r$. Тогда, переписав формулу (2-3) в виде

$$S_0 = S(t) \exp[-\varepsilon t], \quad (2-4)$$

найдем затраты, приведенные к начальному моменту:

$$S(0) = \sum_{i=0}^n S_i \exp[-\varepsilon t_i]. \quad (2-5)$$

В тех случаях, когда показатели надежности задаются по наработке, необходимо перейти к соответствующим показателям по календарному времени и усреднить суммарные затраты за период эксплуатации $(0, t_p)$. При этом, если величина эксплуатационных затрат или дохода в единицу времени равна v , то за интервал $(t_i, t_i + dt)$ затраты (доход) будут $v dt$. Их приведенная к $t=0$ величина равна $v dt \exp[-\varepsilon t_i]$. Интегрируя по всем t от 0 до t_p , получаем:

$$S(0) = \int_0^{t_p} v \exp[-\varepsilon t] dt = \frac{v}{\varepsilon} [1 - \exp(-\varepsilon t_p)]. \quad (2-6)$$

Таким образом, при уточнении норм надежности необходимо рассматривать приведенный к определенному

моменту времени, обычно началу эксплуатации, показатель среднего эксплуатационного эффекта C_{Π} .

Распределение показателей надежности по элементам

Так называется проводимый на начальном этапе проектирования процесс задания значений показателей надежности блоков и узлов системы по имеющемуся в техническом задании значению показателя надежности всей системы. В этот период информация о системе еще невелика, поэтому применяют довольно грубые приемы. По мере появления новых сведений вычисленные ранее значения уточняются.

Существуют различные приемы распределения показателей надежности:

1) по принципу равнонадежности элементов (пример 2-9); 2) с учетом сложности элементов (пример 2-12); 3) с учетом существующего соотношения показателей надежности элементов в прототипе системы (пример 2-13); 4) с учетом перспектив совершенствования элементов (пример 2-14); 5) с учетом стоимости проектирования, производства и эксплуатации элементов (пример 2-15).

Выбор того или иного способа распределения показателей надежности зависит от имеющейся информации о проектируемом объекте.

Программы обеспечения надежности

В настоящее время становится общепризнанным, что нельзя добиться новышения надежности отдельными разрозненными мероприятиями. В связи с этим разрабатываются программы обеспечения надежности, включающие взаимно связанные мероприятия на всех этапах проектирования, изготовления и эксплуатации объектов. Такие программы составляют одновременно с техническим заданием на разработку объекта или на ранних стадиях разработки. В ходе проектирования программы уточняют и дополняют.

Такие программы содержат распределение требований к надежности по системам, блокам и элементам, изучение условий работы изделий, различные виды расчетов надежности и испытаний, контроль надежности на различных стадиях проектирования и изготовления и ряд других плановых мероприятий. По данным иностранной пе-

чати расходы на мероприятия, предусмотренные программой, составляют 1 — 2% общей стоимости разработки и изготовления партии изделий. Эти расходы быстро компенсируются сокращением эксплуатационных затрат (расходы на поддержание технических средств в работоспособном состоянии составляет за год в среднем 6% от их первоначальной стоимости).

В программах обеспечения надежности помимо организационно-технических мероприятий предусматриваются разделы, содержащие анализ и обоснование этих мероприятий, указываются сроки выполнения тех или иных работ по обеспечению надежности, лица, ответственные за их реализацию, методы контроля надежности на каждой стадии создания системы и т. д.

2-2. РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ПРИМЕРОВ

Пример 2-1. Два неремонтируемых изделия с усеченными нормальными распределениями наработки до отказа имеют значения средней наработки до отказа $m_{t1}=8000$ ч, $m_{t2}=10\,000$ ч, средние квадратические отклонения наработки до отказа $\sigma_{t1}=500$ ч, $\sigma_{t2}=3000$ ч.

Сравнить надежность изделий по таким показателям, как вероятность безотказной работы в течение наработки (0, 6000) ч, средняя наработка до отказа.

Решение. Для обоих изделий нормирующий множитель $c \approx 1$ (так как отношение $\frac{m_{tj}}{\sigma_{tj}} > 3$).

Вероятности безотказной работы изделий вычисляются по формуле

$$P_j(t_i) = 0,5 - \Phi\left(\frac{t_i - m_{tj}}{\sigma_{tj}}\right),$$

где $\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u \exp\left[-\frac{x^2}{2}\right] dx$ — нормированная функция Лапласа, значения которой приведены в табл. П-1-5:

$$\begin{aligned} P_1(6000) &= 0,5 - \Phi\left(\frac{6000 - 8000}{500}\right) = 0,5 - \Phi(-4) = \\ &= 0,5 + \Phi(4) = 0,5 + 0,499 = 0,999; \end{aligned}$$

$$P_2(6000) = 0,5 - \Phi\left(\frac{6000 - 10000}{3000}\right) = 0,5 - \\ - \Phi(-1,33) = 0,5 + 0,41 = 0,91.$$

Таким образом, по значениям средней наработки до отказа более надежным является второе изделие: $m_{t2} > m_{t1}$.

По значениям вероятности безотказной работы в течение интервала $(0, 6000)$ ч и более надежным является первое изделие: $P_1(6000) > P_2(6000)$.

Пример 2-2. Выбрать показатель надежности радиотехнического оборудования автоматической метеостанции.

Решение. В рассматриваемом случае доход от работы системы пропорционален проработанному времени. При отказе системы в момент t имеем ущерб β_1 , связанный с ее потерей, и ущерб β_2 из-за затрат на устранение последствий отказа. Если обозначить γ средний доход в единицу наработки системы, то можно принять

$$C(t) = -\beta + \gamma t,$$

где $\beta = \beta_1 + \beta_2$.

Поскольку $C(t)$ является функцией случайной величины (наработки до отказа), согласно определению математического ожидания средний доход

$$m_c = M[C(t)] = \int_0^{\infty} C(t) f(t) dt = \gamma \int_0^{\infty} t f(t) dt - \beta.$$

Средние значения β , γ не связаны с безотказной работой. Показателем надежности является средняя наработка до отказа

$$R = \int_0^{\infty} t f(t) dt = m_t.$$

Пример 2-3. Определить показатель надежности системы измерения параметров траектории искусственного спутника Земли, предназначенного для ретрансляции телевизионных программ.

Решение. В рассматриваемом случае доход от работы технического объекта скачком изменяется на величину γ в момент t_p окончания выполнения задачи. Отказ до t_p приводит к ущербу β .

При этом

$$C(t) = \begin{cases} -\beta & \text{при } t < t_p, \\ \gamma - \beta & \text{при } t \geq t_p. \end{cases}$$

Это выражение для $C(t)$ можно записать в виде

$$C(t) = -\beta + \varphi(t)\gamma,$$

где

$$\varphi(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < t_p, \\ 1 & \text{при } t \geq t_p. \end{cases}$$

Средний доход

$$m_c = M[C(t)] = \int_0^{\infty} C(t) f(t) dt = \gamma \int_0^{\infty} \varphi(t) f(t) dt - \beta.$$

Так как средние значения β , γ не связаны с безотказной работой, получим показатель

$$R = \int_{t_p}^{\infty} f(t) dt = 1 - \int_0^{t_p} [1 - P(t)]' dt = P(t_p),$$

т. е. показателем надежности является вероятность безотказной работы в течение наработки t_p .

Пример 2-4. Выбрать показатель надежности телевизора личного пользования.

Решение. Отказы телевизоров приводят к значительным затратам на ремонт. Затраты вследствие простоев малы и обычно не учитываются. Время эксплуатации учитывается по фактической наработке.

Для конкретного экземпляра изделия среднее за интервал $(0, t_p)$ значение дохода в единицу наработки

$$\bar{C}' = \gamma - \frac{1}{t_p} \sum_{i=1}^n C_i,$$

где γ — доход в единицу наработки; этот доход является условным, так как состоит в удовлетворении потребностей человека; C_i — затраты на устранение i -го отказа; n — число отказов за интервал $(0, t_p)$.

В рассматриваемом случае средний (по множеству изделий) доход в единицу наработки

$$m_c = \gamma - \frac{1}{t_p} M \left[\sum_{i=1}^n C_i \right] = \gamma - \frac{C \Omega(t_p)}{t_p}.$$

где C — средняя стоимость восстановления отказавшего изделия; $\Omega(t_p)$ — среднее количество отказов за интервал $(0, t_p)$.

Так как

$$\Omega(t_p) = \int_0^{t_p} \omega(t) dt,$$

где $\omega(t)$ — параметр потока отказов, то показателем надежности является среднее значение параметра потока отказов

$$R = \omega_{cp} = \frac{1}{t_p} \int_0^{t_p} \omega(t) dt$$

или наработка на отказ

$$\tilde{m}_t \approx \frac{1}{\omega_{cp}}.$$

Пример 2-5. Выбрать показатель надежности системы радиотехнического обеспечения посадки самолетов в крупном аэропорту.

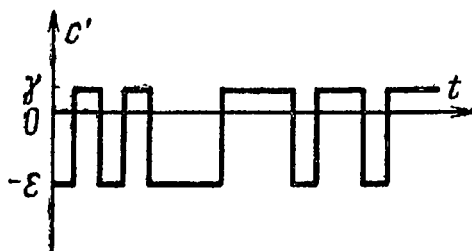


Рис. 2-2. К вопросу об экономической модели функционирования ремонтируемых изделий.

Решение. Для рассматриваемой системы затраты на ремонт пренебрежимо малы по сравнению с затратами из-за вынужденного простоя. При этом случайная функция изменения в процессе эксплуатации дохода в единицу времени $C'(t)$ имеет вид рис. 2-2, где ε обозначены затраты в единицу времени простоя, γ — доход в

единицу времени работы. Аналитически эту случайную функцию можно записать так:

$$C'(t) = (\gamma + \epsilon) x(t) - \epsilon,$$

где $x(t) = \begin{cases} 1, & \text{когда система работоспособна,} \\ 0, & \text{когда система неработоспособна.} \end{cases}$

При этом математическое ожидание дохода

$$m_{c'} = (\gamma + \epsilon) \frac{1}{t_p} \int_0^{t_p} M[x(t)] dt - \epsilon.$$

Если обозначить $K_r(t)$ вероятность того, что в момент времени t система работоспособна, то согласно определению математического ожидания

$$M[x(t)] = 1 K_r(t) + 0 [1 - K_r(t)] = K_r(t).$$

Поэтому формула для показателя надежности

$$R = \frac{1}{t_p} \int_0^{t_p} M[x(t)] dt = \frac{1}{t_p} \int_0^{\infty} K_r(t) dt = \bar{K}_r,$$

т. е. в качестве показателя надежности целесообразно выбрать коэффициент готовности \bar{K}_r .

Пример 2-6. Выбрать значение показателя надежности (наработка на отказ) проектируемого усилителя низкой частоты с выходной мощностью $P_{\text{вых}} = 2$ Вт и коэффициентом усиления по напряжению $k_u = 50$.

Сведения о технических характеристиках существующих усилителей приведены в табл. 2-1.

Т а б л и ц а 2-1

Параметры усилителей	Номер варианта усилителя				
	1	2	3	4	5
Наработка на отказ m_r , ч	2800	7800	8100	10100	14300
Выходная мощность $P_{\text{вых}}$, Вт	6,2	4,8	3,1	1,5	1,0
Коэффициент усиления по напряжению k_u	60	110	25	85	45

Решение. Найдем зависимости показателя надежности (наработка на отказ) от других технических

показателей рассматриваемых усилителей. Для получения таких зависимостей построим графики, по вертикальной оси которых откладываются значения показателя надежности, по горизонтальной оси — значения другой технической характеристики. На эти графики нанесем в виде отдельных точек данные для ряда изделий согласно табл. 2-1. Через точки графика рис. 2-3, а, б

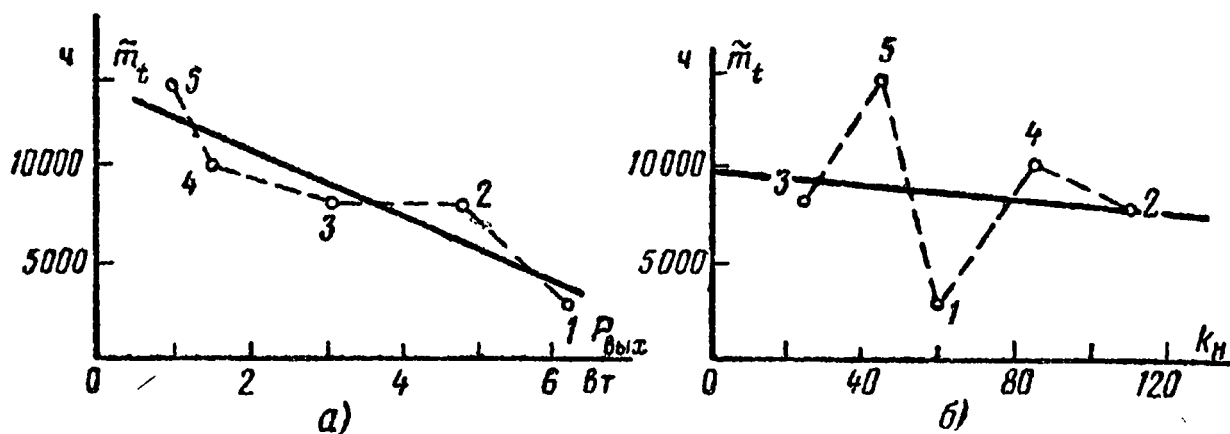


Рис. 2-3. Зависимости наработки на отказ от технических характеристик усилителей.

проведем прямые, параметры которых подберем по методу наименьших квадратов. Согласно этому методу минимизируются суммы

$$J = \sum_{i=1}^k (a + bx_i - y_i)^2 = \text{мин},$$

где x_i, y_i — координаты точек на графиках рис. 2-3, а, б. Значения a, b находим из системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial a} &= \sum_{i=1}^k (a + bx_i - y_i) = 0; \\ \frac{\partial J}{\partial b} &= \sum_{i=1}^k (a + bx_i - y_i) x_i = 0, \end{aligned} \right\}$$

которая после подстановки численных значений имеет вид:

для графика рис. 2-3, а

$$\left. \begin{aligned} 5a_1 + 16,6b_1 &= 43\,100; \\ 16,6a_1 + 74,2b_1 &= 109\,400; \end{aligned} \right\}$$

для графика рис. 2-3, б

$$\left. \begin{aligned} 5a_2 + 325b_2 &= 43\,100; \\ 325a_2 + 25\,575b_2 &= 2,73 \cdot 10^6. \end{aligned} \right\}$$

При этом для графика рис. 2-3, а $a_1 = 14\,460$; $b_1 = -1750$; для графика рис. 2-3, б $a_2 = 9760$; $b_2 = -16$.

Для графика рис. 2-3, б аппроксимирующая прямая имеет малый наклон к горизонтальной оси. Поэтому график рис. 2-3, б в дальнейшем не рассматриваем, имеющейся тенденцией к незначительному уменьшению наработки на отказ с увеличением коэффициента усиления по напряжению пренебрегаем.

По графику рис. 2-3, а имеем для $P_{\text{вых}} = 2$ Вт, $\tilde{m}_t = 11\,000$ ч.

Пример 2-7. Выбрать норму (значение показателя) надежности для рассмотренного в примере 2-6 усилителя низкой частоты, который должен быть спроектирован и изготовлен в 1975—1977 годах. В табл. 2-2 приведены сведения о годах выпуска пяти вариантов существующих усилителей, технические данные которых учтены в примере 2-6.

Т а б л и ц а 2-2

Номер варианта усилителя	1	2	3	4	5
Год выпуска	1964	1970	1968	1974	1973

Р е ш е н и е. По данным табл. 2-1 вычисляем среднее для пяти усилителей значение средней наработки на отказ

$$(\tilde{m}_t)_{\text{ср}} = \frac{1}{5} \sum_{l=1}^5 \tilde{m}_{tl},$$

строим график рис. 2-4, по вертикальной оси которого отложено отношение наработки на отказ варианта усилителя к $(\tilde{m}_t)_{\text{ср}}$. Через точки графика проводится прямая, параметры которой подбираются по методу наименьших квадратов. При этом получим:

$$k = \frac{\tilde{m}_{tl}}{(\tilde{m}_t)_{\text{ср}}} = 0,378 + 0,11(l - 1964),$$

где l — год выпуска изделия. Экстраполируя линейно, получаем для 1977 года:

$$k = \frac{\tilde{m}_{t1}}{(\tilde{m}_t)_{\text{ср}}} = 0,378 + 0,11 \cdot (1977 - 1964) = 1,77.$$

Так как согласно примеру 2-6 для усилителя рассматриваемого типа норма надежности с учетом технических характеристик $\tilde{m}_t = 11\,000$ часов, получим при

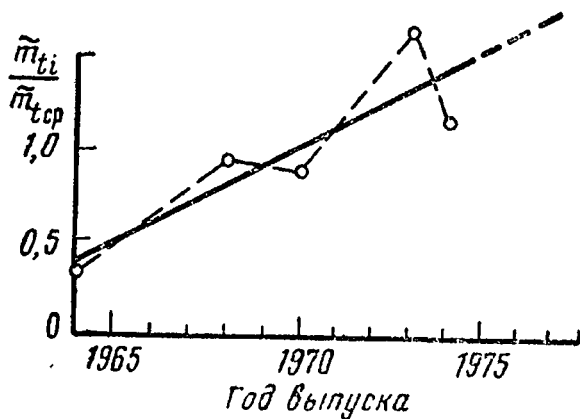


Рис. 2-4. Зависимость нормализованной наработки на отказ от года выпуска усилителей.

учете технического прогресса за время проектирования и изготовления:

$$\tilde{m}_{t1} = k\tilde{m}_t = 1,77 \cdot 11\,000 = 19\,500 \text{ ч.}$$

Пример 2-8. При разработке ремонтируемой системы проводятся мероприятия по повышению ее надежности. Система состоит из 5 неремонтируемых блоков, два из которых могут быть заменены на более надежные. Себестоимости β_{ijk} и интенсивности отказов λ_{jk} блоков имеют значения, приведенные в табл. 2-3. Разработку вариан-

Таблица 2-3

Номер варианта блока k	Номер блока j	
	1	2
0	500 руб. 10^{-3} 1/ч	400 руб. $3 \cdot 10^{-4}$ 1/ч
1	1000 руб. $3 \cdot 10^{-4}$ 1/ч	580 руб. $2 \cdot 10^{-4}$ 1/ч
2	3000 руб. $5 \cdot 10^{-3}$ 1/ч	490 руб. $1 \cdot 10^{-4}$ 1/ч

тов блоков можно рассматривать как мероприятия по повышению надежности системы. Основным видом затрат из-за ненадежности являются затраты по устранению последствий отказов.

Определить оптимальную норму надежности системы, обеспечивающую максимальный приведенный экономический эффект.

Показатели исходного варианта системы сохраняются неизменными при любых вариантах блоков (кроме β_1 и ω):

Параметр потока отказов ω	$1,8 \cdot 10^{-3} / \text{ч}$
Себестоимость β_{10}	4000 руб.
Ресурс t_p	4000 ч
Срок службы $t_{сл}$	5 л
Экономический эффект (доход) в единицу времени γ	15 руб/ч
Средняя величина затрат при возникновении отказа β_2	320 руб.
Затраты на профилактику, приходящиеся на 1 ч работы, $\beta_{пр}$	1 руб/ч
Нормативный коэффициент экономической эффективности E_{π}	0,12

Решение. Средний экономический эффект от эксплуатации изделия за время ресурса $(0, t_p)$ равен:

$$\bar{C} = -\beta_1 + m_c - \beta_{пр} t_p,$$

где m_c — средний доход от эксплуатации изделия за время $(0, t_p)$.

В соответствии с рассмотренной при выборе показателей надежности в примере 2-4 экономической моделью

$$m_c = [\gamma - \beta_2 \omega] t_p,$$

где $\omega = \omega_{ср} = \frac{1}{t_p} \int_0^{t_p} \omega(t) dt$.

Предполагая, что все доходы и затраты распределены равномерно в течение срока службы $t_{сл}$, получим выражение для среднего приведенного эффекта

$$C_{\pi} = -\beta_1 - \frac{[\gamma - \beta_2 \omega - \beta_{пр}] t_p}{e t_{сл}} [1 - \exp(-e t_{сл})].$$

Поскольку в каждом мероприятии по повышению надежности в соответствии с условиями меняются толь-

ко себестоимость и интенсивность отказов, то для i -го мероприятия приращение

$$\Delta C_{\pi i} = -\Delta\beta_{1i} - A\Delta\omega_i,$$

$$A = \frac{\beta_2 t_p}{\varepsilon t_{сл}} [1 - \exp(-\varepsilon t_{сл})] \text{ руб/ч.}$$

Так как i -е мероприятие состоит в применении k -го варианта j -го блока, то

$$\Delta\beta_{1i} = \beta_{1kj} - \beta_{10j},$$

$$\Delta\omega_i = \lambda_{kj} - \lambda_{0j}.$$

Вычисления. Вначале вычисляется

$$A = 12,8 \cdot 10^5 \text{ руб/ч.}$$

Результаты вычислений $\Delta C_{\pi i}$ сведены в табл. 2-4.

Таблица 2-4

Номер варианта блока k	Номер блока j	
	1	2
1	+172	-84
2	-2020	+102

Максимальное приращение среднего приведенного эффекта достигается в результате замены первого блока.

Далее рассмотрим возможность замены другого блока, приняв вариант с замененным блоком за исходный. При этом в рассматриваемой задаче $\Delta C_{\pi i}$ зависят лишь от изменения β_1 и λ одного рассматриваемого блока. Поэтому значения $\Delta C_{\pi i}$ не изменяются при новом исходном варианте.

Следовательно, второй шаг оптимизации — выбор варианта второго блока по значениям $\Delta C_{\pi i}$, приведенным в таблице.

В результате замены блоков параметр потока отказов системы будет снижен на $9 \cdot 10^{-4}$ 1/ч. Оптимальная норма надежности $\omega = 18 \cdot 10^{-4} - 9 \cdot 10^{-4} = 9 \cdot 10^{-4}$ 1/ч.

Пример 2-9. Для проектируемого усилителя задана вероятность безотказной работы в течение $t_1 = 2000$ ч, равная $P_{yc}(t_1) = 0,98$. Усилитель состоит из трех равно-

надежных последовательных каскадов. Необходимо определить предельно допустимое значение интенсивности отказов одного каскада ($\lambda_{\text{каскад}}$), предполагая показательные распределения наработки до отказа каждого каскада.

Решение. Так как каскады равнонадежны, имеем:

$$P_{\text{ус}}(t) = [P_{\text{каскад}}(t)]^3; \quad \lambda_{\text{ус}} = 3\lambda_{\text{каскад}}; \quad m_{t_{\text{ус}}} = \frac{1}{3} m_{t_{\text{каскад}}}.$$

В соответствии с условием

$$P_{\text{ус}}(t_1) \approx 1 - \lambda_{\text{ус}} t_1 = 0,98,$$

откуда

$$\lambda_{\text{ус}} = \frac{1 - 0,98}{2000} = 10^{-5} \text{ 1/ч.}$$

Для одного каскада интенсивность отказов должна быть

$$\lambda_{\text{каскад}} \leq \frac{10^{-5}}{3} = 3,3 \cdot 10^{-6} \text{ 1/ч.}$$

Пример 2-10. Усилитель-преобразователь системы управления состоит из двух блоков, один из которых содержит шесть, другой четыре равнонадежных устройства, имеющих показательное распределение наработки до отказа. Определить, какова должна быть вероятность безотказной работы каждого блока, чтобы требуемая вероятность безотказной работы усилителя-преобразователя в течение наработки $t_i = 100$ ч была не менее чем $P_y(t_i) = 0,85$.

Решение. Общее количество устройств, находящихся в двух блоках,

$$n = n_1 + n_2 = 6 + 4 = 10.$$

При показательном распределении наработки до отказа

$$P_y(t_i) = \exp[-\lambda n t_i],$$

где λ — интенсивность отказов одного из устройств.

Отсюда

$$\lambda = -\frac{\ln P_y(t_i)}{n t_i} = -\frac{\ln 0,85}{10 \cdot 100} = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч.}$$

Вероятность безотказной работы первого блока усилителя должна быть

$$P_1(t_i) = \exp[-\lambda n_1 t_i] \approx 1 - \lambda n_1 t_i = 1 - 1,6 \cdot 10^{-4} \cdot 6 \cdot 100 \approx 0,9,$$

второго блока

$$P_2(t_i) = \exp[-\lambda n_2 t_i] \approx 1 - \lambda n_2 t_i = 1 - 1,6 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 100 \approx 0,94.$$

Пример 2-11. В системе применено нагруженное резервирование вычислительных машин по схеме два из трех. Определить, какова должна быть средняя наработка до отказа одной вычислительной машины, чтобы

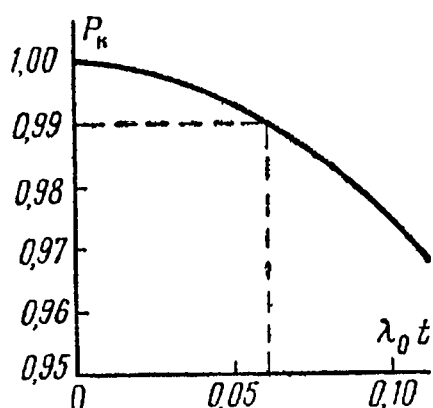


Рис. 2-5. Зависимость вероятности безотказной работы P_K от $\lambda_0 t$ при резервировании по схеме «два из трех».

обеспечить требуемую вероятность безотказной работы комплекса $P_K(t_i) = 0,99$ в течение наработки $t_i = 50$ ч.

Решение. Согласно (4-12) вероятность безотказной работы комплекса при схеме резервирования два из трех

$$P_K(t_i) = 3P_0^2(t_i) - 2P_0^3(t_i) = 3 \exp[-2\lambda_0 t_i] - 2 \exp[-3\lambda_0 t_i],$$

где $P_0(t_i)$ и λ_0 — вероятность безотказной работы и интенсивность отказов одной вычислительной машины соответственно.

На рис. 2-5 изображен график изменения $P_K(t_i)$ в зависимости от $\lambda_0 t$.

По графику находим, что значение вероятности безотказной работы $P_K(t_i) = 0,99$ соответствует значению $\lambda_0 t_i = 0,06$.

Отсюда

$$\lambda_0 \leq \frac{0,06}{t_i} = \frac{0,06}{50} = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч.}$$

Так как средняя наработка до отказа $m_{t_0} = \frac{1}{\lambda_0}$, получим:

$$m_{t_0} \geq \frac{1}{1,2 \cdot 10^{-3}} \approx 822 \text{ ч.}$$

Пример 2-12. Автоматическое устройство поиска неисправностей состоит из $n=12$ блоков: 10 одинаковых датчиков (д), анализатора (а) и электронного коммутатора (к).

Для безотказной работы устройства необходима безотказная работа всех n блоков.

Каждый датчик содержит $N_{\text{д}}=10$, анализатор $N_{\text{а}}=30$, коммутатор $N_{\text{к}}=20$ транзисторов. Вероятность безотказной работы устройства в течение наработки $t_i=4$ ч должна быть не менее 0,998.

Определить предельно допустимые значения интенсивности отказов датчика, анализатора и коммутатора при условии, что все транзисторы одного типа и на каждый транзистор приходится примерно одинаковое количество деталей.

Решение. Определим интенсивность отказов всего устройства из соотношения

$$P(t_i) \approx 1 - \lambda_y t_i, \quad \lambda_y = \frac{1 - P(t_i)}{t_i} = \frac{0,002}{4} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч.}$$

Коэффициенты сложности блоков

$$k_j = \frac{N_j}{\sum_{j=1}^n N_j}.$$

где N_j — число транзисторов в j -м блоке.

Подставив числовые значения N_j , получим:

$$k_{\text{д}} = \frac{N_{\text{д}}}{10N_{\text{д}} + N_{\text{а}} + N_{\text{к}}} = \frac{10}{100 + 30 + 20} = \frac{1}{15};$$

$$k_{\text{а}} = \frac{N_{\text{а}}}{10N_{\text{д}} + N_{\text{а}} + N_{\text{к}}} = \frac{30}{150} = \frac{1}{5};$$

$$k_{\text{к}} = \frac{N_{\text{к}}}{10N_{\text{д}} + N_{\text{а}} + N_{\text{к}}} = \frac{20}{150} = \frac{2}{15}.$$

Нормы надежности для блоков следующие:

$$\lambda_d \leq k_d \lambda_y = \frac{1}{15} \cdot 5 \cdot 10^{-4} = 3,3 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч};$$

$$\lambda_a \leq k_a \lambda_y = \frac{1}{5} 5 \cdot 10^{-4} = 10^{-4} \text{ 1/ч};$$

$$\lambda_k \leq k_k \lambda_y = \frac{2}{15} 5 \cdot 10^{-4} = 6,6 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч}.$$

Пример 2-13. Проектируемый объект состоит из трех блоков A_1, B_1, C_1 . Для безотказной работы объекта необходима безотказная работа всех блоков. Задана вероятность безотказной работы объекта в течение $t_1 = 100$ ч, равная $P_{об}(t_1) = 0,97$.

Определить предельно допустимые значения интенсивности отказов блоков $\lambda_{a1}, \lambda_{b1}, \lambda_{c1}$, если при рассмотрении прототипа объекта установлено, что блоки A_0, B_0, C_0 , аналогичные проектируемым, имеют интенсивности отказов $\lambda_{a0} = 10^{-4}$ 1/ч, $\lambda_{b0} = 8 \cdot 10^{-4}$ 1/ч, $\lambda_{c0} = 3 \cdot 10^{-4}$ 1/ч.

Решение. Для распределения значений показателей надежности по блокам учтем существующее соотношение интенсивностей отказов блоков прототипа. При основном (последовательном на логической схеме) соединении блоков доля отказов объекта из-за отказов j -го блока

$$k_j = \frac{\lambda_j}{\lambda_{об}},$$

где $\lambda_{об}$ — интенсивность отказов всего объекта, λ_j — интенсивность отказов j -го блока.

Коэффициент k_j можно найти по соотношению интенсивностей отказов прототипа:

$$k_j = \frac{\lambda_{j0}}{\sum_{j=1}^n \lambda_{j0}},$$

где n — число элементов.

В рассматриваемом случае

$$k_a = \frac{\lambda_{a0}}{\lambda_{a0} + \lambda_{b0} + \lambda_{c0}} = \frac{1}{12}; \quad k_b = \frac{\lambda_{b0}}{\lambda_{a0} + \lambda_{b0} + \lambda_{c0}} = \frac{2}{3};$$

$$k_c = \frac{\lambda_{c0}}{\lambda_{a0} + \lambda_{b0} + \lambda_{c0}} = \frac{1}{4}.$$

Значение $\lambda_{об}$ находим из соотношения

$$P_{об}(t_1) \approx 1 - \lambda_{об} t_1 = 0,97, \quad \lambda_{об} \approx \frac{1 - 0,97}{100} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч.}$$

Нормы надежности для блоков

$$\lambda_{a1} \leq k_a \lambda_{об} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{12} = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч;}$$

$$\lambda_{b1} \leq k_b \lambda_{об} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^{-4}}{3} = 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч;}$$

$$\lambda_{c1} \leq k_c \lambda_{об} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{4} = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч.}$$

Пример 2-14. Проектируемый объект состоит из двух блоков A и B . Для безотказной работы объекта необходимо, чтобы оба блока были в работоспособном состоянии. Задана вероятность безотказной работы объекта в течение $t_1 = 100$ ч, $P_{об}(t_1) = 0,98$.

Определить предельно допустимые значения интенсивностей отказов блоков λ_{a1} , λ_{b1} , если в результате анализа данных за 1960—1972 годы известно, что изменение интенсивностей отказов блоков, аналогичных A и B (прототипов A_0 и B_0), по годам выпуска может быть аппроксимировано формулой

$$\lambda = \lambda_{60} \exp[-\nu(l - 1960)],$$

где λ_{60} — интенсивность отказов блока, выпущенного в 1960 году; l — год выпуска блока.

Для блока A_0 : $\lambda_{a60} = 1,4 \cdot 10^{-4}$ 1/ч; $\nu_a = 0,034$ 1/год.

Для блока B_0 : $\lambda_{b60} = 28 \cdot 10^{-4}$ 1/ч; $\nu_b = 0,14$ 1/год.

Решение. Имеющееся соотношение показателей надежности блоков прототипа может значительно измениться за время проектирования и изготовления объекта. Экстраполируя значения интенсивностей отказов блоков-прототипов до 1975 года, получаем:

$$\lambda_{a75} = 1,4 \cdot 10^{-4} \exp[-0,034 \cdot 15] = 8,4 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч;}$$

$$\lambda_{b75} = 28 \cdot 10^{-4} \exp[-0,14 \cdot 15] = 3,4 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч.}$$

Далее аналогично примеру 2-13 имеем:

$$k_{a1} = \frac{\lambda_{a75}}{\lambda_{a75} + \lambda_{b75}} = \frac{8,4 \cdot 10^{-5}}{8,4 \cdot 10^{-5} + 34,0 \cdot 10^{-5}} = 0,2;$$

$$k_{b1} = \frac{\lambda_{b75}}{\lambda_{a75} + \lambda_{b75}} = \frac{35,0 \cdot 10^{-5}}{8,4 \cdot 10^{-5} + 34,0 \cdot 10^{-5}} = 0,8;$$

$$\lambda_{об} = \frac{1 - 0,98}{100} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч};$$

$$\lambda_{a1} = k_{a1} \lambda_{об} = 0,2 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч};$$

$$\lambda_{b1} = k_{b1} \lambda_{об} = 0,8 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч}.$$

Пример 2-15. Для системы, состоящей из четырех элементов, задано значение параметра потока отказов $\omega_c \leq 10^{-5}$ 1/ч. Для безотказной работы системы необходима безотказная работа всех элементов. Элементы пронумерованы 1, 2, 3, 4.

Распределить заданное значение параметра потока отказов между элементами так, чтобы затраты на создание и эксплуатацию системы были бы минимальны. Время проектирования и производства системы запланировано равным $\tau = 5$ лет, технический ресурс $t_p = 20$ лет непрерывной работы. Вложения (затраты) в единицу времени (1 ч) проектирования и производства элементов предполагаются постоянными и для j -го элемента равными:

$$\xi_j = \frac{k_{пj}}{\omega_j} + \xi_{0j},$$

где ω_j — параметр потока отказов j -го элемента. Значения $k_{п1} = 1,6 \cdot 10^{-4} \frac{\text{руб} \cdot \text{отк.}}{\text{ч}^2}$; $k_{п2} = k_{п3} = k_{п4} = 3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{руб} \cdot \text{отк.}}{\text{ч}^2}$; $\xi_{01} = \xi_{02} = \xi_{03} = \xi_{04} = 0$ вычислены по опыту проектирования аналогичных элементов.

Текущие эксплуатационные затраты в единицу времени также постоянны и равны:

$$v_j = k_{эj} \omega_j + v_{0j}.$$

Значения коэффициентов

$$k_{э1} = 4 \cdot 10^6 \frac{\text{руб}}{\text{отк.}}; \quad k_{э2} = k_{э3} = k_{э4} = 1,7 \cdot 10^5 \frac{\text{руб}}{\text{отк.}};$$

$v_{01} = v_{02} = v_{03} = v_{04} = 0$ вычислены по опыту эксплуатации аналогичных элементов.

Общие затраты на проектирование, производство и эксплуатацию системы

$$C_{\text{сист}} = \sum_{j=1}^n C_j,$$

где C_j — затраты на один j -й элемент; n — число элементов в системе.

Решение. Чтобы сравнивать затраты на проектирование, производство и эксплуатацию, их необходимо привести к одному моменту времени — началу эксплуатации элемента. Для этого воспользуемся формулами (2-1) — (2-6).

Приведенные эксплуатационные затраты в соответствии с (2-6) равны:

$$C_{эj} = \frac{v_j}{\varepsilon} [1 - \exp(-\varepsilon t_p)] = \beta_{0j} + \beta_j \omega_j,$$

где обозначено

$$\beta_{0j} = \frac{v_{0j}}{\varepsilon} [1 - \exp(-\varepsilon t_p)]; \quad \beta_j = \frac{k_{эj}}{\varepsilon} [1 - \exp(-\varepsilon t_p)].$$

Для производственных затрат путем рассуждений, аналогичных приведенным при выводе формулы (2-6), получим:

$$C_{пj} = \frac{\xi_j}{\varepsilon} [\exp(\varepsilon t) - 1].$$

Таким образом, приведенные производственные затраты

$$C_{пj} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\xi_{0j} + \frac{k_{пj}}{\omega_j} \right) [\exp(\varepsilon t) - 1] = \alpha_{0j} + \frac{\alpha_j}{\omega_j},$$

где

$$\alpha_{0j} = \frac{\xi_{0j}}{\varepsilon} [\exp(\varepsilon t) - 1]; \quad \alpha_j = \frac{k_{пj}}{\varepsilon} [\exp(\varepsilon t) - 1].$$

Таким образом, общие затраты на систему

$$C_{\text{сист}} = \sum_{j=1}^n (\beta_{0j} + \alpha_{0j}) + \sum_{j=1}^n \frac{\alpha_j}{\omega_j} + \sum_{j=1}^n \beta_j \omega_j.$$

Поскольку требуется разделить между элементами заданное для системы значение параметра потока отказов ω_c , все ω_j при основном (последовательном на логической схеме) соединении элементов связаны соотношением

$$\sum_{j=1}^n \omega_j - \omega_c = 0. \quad (2-7)$$

Задача может быть решена при различных видах функции

$$\varphi(\omega_1, \dots, \omega_n, \omega_c) = 0.$$

Когда эта зависимость имеет вид (2-7), решение упрощается.

Используя (2-7), можно найти значения всех ω_j , при которых общие затраты на систему минимальны. Для этого целесообразно воспользоваться методом неопределенных множителей Лагранжа (см. гл. 6). Согласно этому методу составляем функцию

$$\Phi(\omega_1, \dots, \omega_n, \chi) = \sum_{j=1}^n \frac{\alpha_j}{\omega_j} + \sum_{j=1}^n \beta_j \omega_j + \chi \left(\sum_{j=1}^n \omega_j - \omega_c \right),$$

где χ — неопределенный множитель, и приравниваем нулю частные производные этой функции по $\omega_1, \dots, \omega_n$.

Таким образом, получаем:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \omega_1} = -\frac{\alpha_1}{\omega_1^2} + \beta_1 + \chi = 0,$$

.....

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \omega_n} = -\frac{\alpha_n}{\omega_n^2} + \beta_n + \chi = 0.$$

Из этих уравнений следует:

$$\chi = \frac{\alpha_1}{\omega_1^2} - \beta_1 = \frac{\alpha_2}{\omega_2^2} - \beta_2 = \dots = \frac{\alpha_n}{\omega_n^2} - \beta_n,$$

откуда

$$(\omega_j)_{\text{опт}} = \sqrt{\frac{\alpha_j}{\frac{\alpha_1}{\omega_1^2} - \beta_1 + \beta_j}}. \quad (2-8)$$

Подставив выражение для ω_j согласно (2-8) в уравнение (2-7), получим:

$$\omega_1 + \sum_{j=2}^n \sqrt{\frac{\alpha_j}{\frac{\alpha_1}{\omega_1^2} - \beta_1 + \beta_2}} - \omega_c = 0.$$

Это уравнение проще всего решить графически, переписав его в виде

$$A(\omega_1) = B(\omega_1), \quad (2-9)$$

где

$$A(\omega_1) = \omega_c - \omega_1 - \sqrt{\frac{\alpha_2}{\frac{\alpha_1}{\omega_1^2} - \beta_1 + \beta_2}};$$

$$B(\omega_1) = \sum_{j=3}^n \sqrt{\frac{\alpha_j}{\frac{\alpha_1}{\omega_1^2} - \beta_1 + \beta_j}}.$$

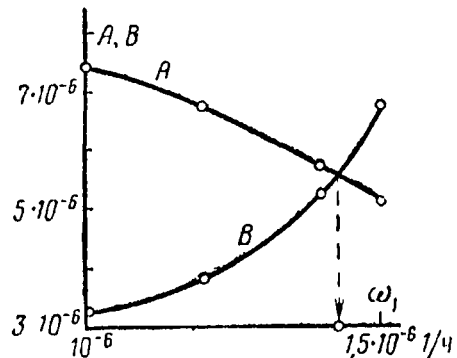


Рис. 2-6. К вопросу о вычислении $(\omega_1)_{\text{опт}}$.

Для графического решения уравнения (2-9) вычисляются и строятся на графике зависимости $A(\omega_1)$ и $B(\omega_1)$. Абсцисса точки пересечения кривых определит искомое значение $(\omega_1)_{\text{опт}}$ (рис. 2-6). Далее по формуле (2-8) последовательно определяются все значения $(\omega_j)_{\text{опт}}$.

Для упрощения вычислений целесообразно переписать формулу (2-8) в виде

$$\frac{\omega_j}{\omega_1} = \sqrt{\frac{\alpha_j}{\alpha_1}} \sqrt{\frac{1}{1 + h_j}}, \quad (2-10)$$

где

$$h_j = \frac{\beta_j - \beta_1}{\alpha_1} \omega_1^2. \quad (2-11)$$

Для облегчения вычислений по формуле (2-10) может быть построена номограмма вида рис. 2-7. В правом квадранте осуществляется вычисление

$$\sqrt{\frac{1}{1+h_j}},$$

в левом квадранте производится умножение на $\sqrt{\frac{\alpha_j}{\alpha_1}}$.

Ход вычислений по номограмме показан пунктирной линией со стрелками.

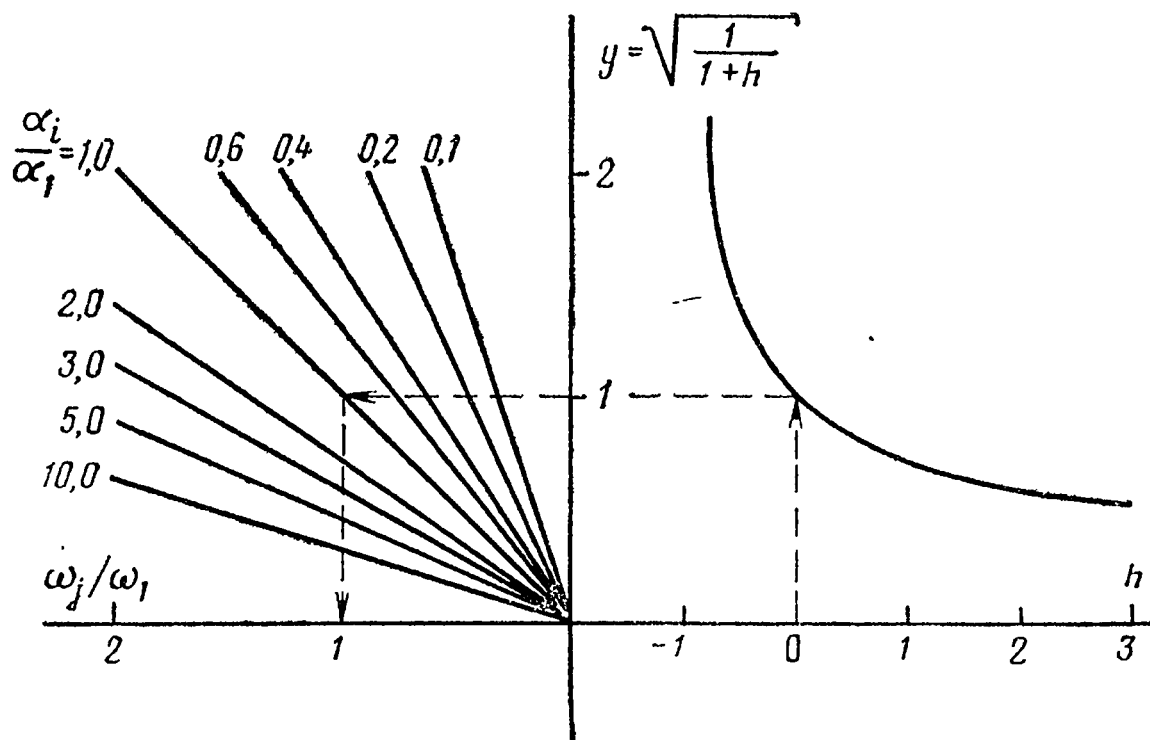


Рис. 2-7. Номограмма для вычисления отношения ω_j/ω_1 .

Выражение для $A(\omega_1)$ и $B(\omega_2)$ можно также записать в виде

$$\left. \begin{aligned} A(\omega_1) &= \omega_c = \omega_1 \left(1 + \sqrt{\frac{\alpha_2}{\alpha_1}} \sqrt{\frac{1}{1+h_2}} \right); \\ B(\omega_2) &= \omega_1 \sum_{j=3}^n \sqrt{\frac{\alpha_j}{\alpha_1}} \sqrt{\frac{1}{1+h_j}}. \end{aligned} \right\} (2-12)$$

Поочередно задавая значения ω_1 , можно находить по номограмме значения произведения корней и использовать их согласно формуле (2-12).

Оптимальное распределение значений параметра потока отказов при принятых допущениях возможно, если

$$\frac{1}{1+h_j} \geq 0$$

или

$$\beta_j - \beta_1 < \frac{\alpha_1}{\omega_1^2}.$$

Для рассматриваемого примера

$$\alpha_1 = \frac{1,6 \cdot 10^{-4}}{13 \cdot 10^{-6}} [\exp(13 \cdot 10^{-6} \cdot 8760 \cdot 5) - 1] = 0,955;$$

$$\alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \frac{3 \cdot 10^{-5}}{13 \cdot 10^{-6}} [\exp(13 \cdot 10^{-6} \cdot 8760 \cdot 5) - 1] = 1,78;$$

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{4 \cdot 10^6}{13 \cdot 10^{-6}} \{1 - \exp[-13 \cdot 10^{-6} \cdot 8760 \cdot 20]\} = \\ &= 2,76 \cdot 10^{11} \text{ руб. ч/отк}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta_2 &= \frac{1,7 \cdot 10^5}{13 \cdot 10^{-6}} \{1 - \exp[-13 \cdot 10^{-6} \cdot 8760 \cdot 20]\} = \\ &= 1,17 \cdot 10^{10} \text{ руб. ч/отк}. \end{aligned}$$

По формуле (2-11) имеем:

$$h_2 = \frac{1,17 \cdot 10^{10} - 2,76 \cdot 10^{11}}{0,955} \omega_1^2 = -2,77 \cdot 10^{11} \omega_1^2.$$

Используя (2-12), строим в одних осях координат графики зависимости $A(\omega_1)$ и $B(\omega_2)$ (рис. 2-6). Абсцисса точки пересечения кривых дает $(\omega_1)_{\text{опт}} = 1,43 \cdot 10^{-6}$ 1/ч. Далее по формуле (2-10) с помощью номограммы рис. 2-7 определим:

$$(\omega_2)_{\text{опт}} = (\omega_3)_{\text{опт}} = (\omega_4)_{\text{опт}} = 2,86 \cdot 10^{-6} \text{ 1/ч.}$$

2-3. ЗАДАЧИ

2-1. Самолетная радиолокационная станция (РЛС) включается по команде и должна непрерывно функционировать в течение заданной наработки (времени полета). Определить, к какому классу изделий относится рассматриваемая РЛС и выбрать для нее показатель надежности.

Ответ: РЛС относится к классу ремонтируемых изделий без восстановления в процессе применения, поскольку ремонт в полете не производится. В качестве показателя надежности целесообразно выбрать вероятность безотказной работы в течение полета.

2-2. Наземная РЛС состоит из двух одинаковых устройств, одно из которых предназначено для выполнения задачи, а другое находится в нагруженном резерве. Перерывы в работе РЛС недопустимы, но ремонт отказавшего устройства производится во время выполнения задачи. Определить, к какому классу изделий относится рассматриваемая РЛС и выбрать для нее показатель надежности.

О т в е т: РЛС относится к ремонтируемым изделиям с восстановлением в процессе применения. Определяющим фактором является выполнение задачи — непрерывное функционирование РЛС в течение заданной наработки. В качестве показателя надежности РЛС целесообразно выбрать вероятность безотказной работы в течение заданной наработки.

2-3. Выбрать показатель надежности искусственного спутника Земли (ИСЗ), используемого в системе связи. В качестве показателя эффективности выбрана величина приведенных затрат.

О т в е т: Средняя наработка до отказа.

2-4. Выбрать показатель надежности искусственного спутника Земли (ИСЗ), предназначенного для передачи телеметрической информации. В качестве показателя эффективности принято количество информации, переданной ИСЗ за время своего функционирования.

О т в е т: Средняя наработка до отказа.

2-5. Устройство обработки информации, состоящее из четырех равнонадежных блоков, отказывает при отказе хотя бы одного блока. Величина средней наработки до отказа устройства m_{ty} должна быть не менее 10 000 ч. Определить предельно допустимые значения интенсивностей отказов каждого блока.

$$\text{О т в е т: } \lambda_0 = \frac{1}{4m_{ty}} \leq 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч.}$$

2-6. Декодер состоит из трех блоков (двух регистров и мажоритарного элемента) и выполнен на одинаковых микросхемах. Число микросхем в блоках составляет соответственно $N_1=30$; $N_2=30$; $N_3=20$ шт. Вероятность отказа декодера в течение наработки $(0, t_i)$ должна быть не более 0,003; $t_i=20$ ч. Определить предельно допустимые значения интенсивности отказов каждой микросхемы λ регистров λ_1, λ_2 и мажоритарного элемента λ_3 .

О т в е т: $\lambda=1,9 \cdot 10^{-6}$ 1/ч; $\lambda_1=\lambda_2=5,6 \cdot 10^{-5}$ 1/ч; $\lambda_3=3,8 \cdot 10^{-5}$ 1/ч.

2-7. Передатчик состоит из трех блоков: возбуждителя (в), модулятора (м) и усилителя мощности (у). Для безотказной работы передатчика требуется безотказная работа всех блоков. Задана вероятность безотказной работы передатчика в течение наработки $(0, t_i)$, равная 0,997, $t_i=8$ ч. Определить предельно допустимые значения интенсивностей отказов блоков $\lambda_v, \lambda_m, \lambda_y$, если при рассмотрении аналогичного передатчика выявлены следующие значения интенсивностей отказов блоков: $\lambda_{v0}=2 \cdot 10^{-4}$ 1/ч; $\lambda_{m0}=3 \cdot 10^{-4}$ 1/ч; $\lambda_{y0}=6 \cdot 10^{-4}$ 1/ч.

О т в е т: $\lambda_v=6,7 \cdot 10^{-5}$ 1/ч; $\lambda_m=1 \cdot 10^{-4}$ 1/ч; $\lambda_y=2 \cdot 10^{-4}$ 1/ч.

Глава третья

ОЦЕНКА ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ПО ДАННЫМ ОБ ОТКАЗАХ

3-1. МЕТОДЫ ОЦЕНКИ

Показатели надежности систем могут быть вычислены по данным об отказах элементов или систем в целом или рассчитаны (гл. 4) по характеристикам надежности

Таблица 3-1

План испытаний	NBr	NBr	NBT	NBT	$NB(r, T)$	$NB(r, T)$
Суммарная наработка $T_{\Sigma r}$	$T_{\Sigma r} = \sum_{j=1}^r t_j + (N-r)t_r$	$T_{\Sigma r} = Nt_r$	$T_{\Sigma r} = \sum_{j=1}^r t_j + (N-r)T$	$T_{\Sigma r} = NT$	При $t_r < T$ $T_{\Sigma r} = \sum_{j=1}^r t_j + (N-r)t_r$ При $t_r \geq T$ $T_{\Sigma r} = \sum_{j=1}^r t_j + (N-r)T$	При $t_r \leq T$ $T_{\Sigma r} = Nt_r$ При $t_r \geq T$ $T_{\Sigma r} = NT$

элементов, полученных также экспериментальным путем.

Данные об отказах обычно получают при наблюдениях за системами в процессе их эксплуатации. Для элементов массового выпуска, имеющих сравнительно невысокую стоимость (например, резисторы, конденсаторы и т. п.), могут проводиться специальные испытания.

Испытания на надежность могут быть определительными или контрольными.

Определительные испытания проводятся для определения фактических показателей надежности. Контрольные испытания проводятся для контроля соответствия показателей надежности заданным требованиям путем проверки выполнения статистических гипотез. При этом значения показателей надежности (параметров распределений) не оцениваются, а производится проверка соответствия значения показателя надежности заданному уровню.

Для проведения испытаний составляется план, в котором указы-

вается: количество N изделий; порядок замены отказавших изделий; продолжительность испытаний.

Планы испытаний, в которых отказавшие изделия не заменяются новыми, обозначаются буквой Б. Планы испытаний, в которых отказавшие изделия заменяются новыми, обозначаются буквой В.

Испытания могут продолжаться до отказа установленного количества изделий $r \leq N$ или продолжаться определенное время T . Иногда используются смешанные планы, когда испытания ведутся до отказа r изделий, если наработка t_r до появления r -го отказа $t_r < T$, или продолжают определенное время (наработку) T , если $t_r \geq T$.

В табл. 3-1 приведены возможные планы проведения испытаний и соответствующие им формулы вычисления суммарной наработки $T_{\Sigma r}$.

Результаты испытаний обычно представляют в виде упорядоченной последовательности (вариационного ряда) чисел $t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_N$, которые являются значениями наработки изделий до отказа или значениями наработки между отказами.

Вычисление и построение графиков экспериментальных распределений наработки до отказа неремонтируемых изделий

Значком * (звездочка) будем обозначать значения оценок параметров (показателей надежности) распределений наработки до отказа, вычисленные по экспериментальным данным.

При построении графиков $\lambda^*(t)$ наработка делится на интервалы $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$, для каждого из которых, вычисляются значения оценки интенсивности отказов,

$$\lambda_i^* = \frac{\Delta r_i}{(N - r_{i-1}) \Delta t_i}, \quad (3-1)$$

где Δr_i — число отказов на интервале Δt_i ; $r_{i-1} = \sum_{l=1}^{i-1} \Delta r_l$ — общее (накопленное) число отказов к началу i -го интервала, т. е. в течение наработки $(0, t_{i-1})$.

Графики $f^*(t)$ строятся по значениям f_i^* , вычисляемым по формуле

$$f_i^* = \frac{\Delta r_i}{N \Delta t_i}. \quad (3-2)$$

Для построения графиков статистической оценки функции надежности $P^*(t)$ вычисляют значения P_i^* по формуле

$$P_i^* = 1 - \frac{r_i}{N}, \quad (3-3)$$

где r_i — число отказавших за наработку $(0, t_i)$ изделий из N находящихся на испытаниях.

Статистическая оценка показателей надежности неремонтируемых изделий при определительных испытаниях

По результатам испытаний могут быть получены точечные оценки или найдены доверительные интервалы, внутри которых с доверительной вероятностью (коэффициентом доверия) находится величина искомого показателя надежности.

Для проведения статистической оценки параметров распределения наработки до отказа должен быть сделан предварительный выбор вида теоретического распределения наработки до отказа. При этом стремятся использовать имеющиеся данные о надежности испытываемых изделий. В том случае, когда отсутствуют какие-либо сведения о законе распределения наработки до отказа, могут быть организованы испытания, в ходе которых определяют вид закона распределения наработки до отказа и оценивают его параметры. При выборе вида распределения проводятся аппроксимация имеющихся экспериментальных данных каким-либо теоретическим распределением и проверка статистической гипотезы о том, что принятое теоретическое распределение не противоречит экспериментальному.

Точечные оценки. Статистическая оценка параметра распределения (показателя надежности) является случайной величиной. Критериями качества точечных оценок служат несмещенность, состоятельность и эффективность. Оценка параметра называется несмещенной, если математическое ожидание оценки совпадает с оцениваемым параметром. Состоятельной называется оценка параметра, если при увеличении числа наблюдений до бесконечности оценка сходится к оцениваемому параметру по вероятности. Оценка будет эффективной, если дисперсия оценки не превышает некоторого заданного значения.

Для точечной оценки параметров распределений наработки до отказа наиболее часто применяют графические методы, метод максимального правдоподобия и иногда метод моментов.

Графические методы основаны на применении координатной сетки (вероятностной бумаги), имеющей вероятностную шкалу по оси ординат. Шкала выбирается таким образом, чтобы функция распределения наработки до отказа изображалась прямой линией. Проверка соответствия теоретического распределения экспериментальным данным сводится к проверке того, ложатся ли экспериментальные точки на прямую. В некоторых случаях используется также критерий согласия Колмогорова.

Построив прямолинейный график, по углу наклона прямой к отрезкам, которые она отсекает на осях координат, можно оценить параметры распределения. В приложении 2 приведены координатные сетки для законов распределения, наиболее часто применяющихся при аппроксимации экспериментальных распределений наработки до отказа. Способы определения параметров теоретического распределения наработки до отказа для каждого из видов вероятностной бумаги приведены в примерах 3-5—3-9.

Метод максимального правдоподобия состоит в том, что в качестве точечной оценки неизвестного параметра a теоретического распределения наработки до отказа используется значение параметра, при котором функция правдоподобия достигает своего максимума. Для случайной наработки до отказа с плотностью распределения $f(t, a)$ функция правдоподобия

$$L(t_1, t_2, \dots, t_N; a) = \prod_{j=1}^N f(t_j, a).$$

Оценка параметра a определяется при решении уравнения

$$\frac{\partial \ln L}{\partial a} = 0.$$

При использовании метода моментов точечные оценки параметров теоретического распределения получают из условия равенства моментов теоретического распределения соответствующим выборочным (статистическим)

моментам. Чаще всего вычисляются первые два статистических момента:

выборочная средняя наработка до отказа

$$m_t^* = \frac{\sum_{j=1}^N t_j}{N}$$

и выборочная дисперсия наработки до отказа

$$D_t^* = \frac{\sum_{j=1}^N (t_j - m_t^*)^2}{N - 1}.$$

При больших N все значения наработки разбиваются на интервалы и вычисления проводятся по формулам

$$m_t^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^h \bar{t}_i \Delta r_i;$$

$$D_t^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^h (\bar{t}_i - m_t^*)^2 \Delta r_i,$$

где $\bar{t}_i = \frac{1}{2} (t_i + t_{i-1})$ — значение, соответствующее середине i -го интервала наработки; Δr_i — число отказов в i -м интервале наработки; h — число интервалов наработки.

При вычислении показателей надежности метод моментов находит ограниченное применение, так как обычно приходится иметь дело с неполными выборками (отказала лишь часть изделий).

Интервальные оценки. В случае испытаний высоконадежных систем возникают трудности точечной оценки параметров распределений наработки до отказа в связи с тем, что отказы системы могут не наблюдаться, а если они и появляются в небольшом количестве, то величины точечных оценок резко меняются в зависимости от количества отказов. При интервальной оценке параметров распределения оцениваются границы доверительного интервала, внутри которого с доверительной вероятностью $(1-\alpha)$ находится истинное значение соответствующего параметра.

Распределение Вейбулла. При определении границ доверительного интервала для средней наработки до отказа в случае распределения Вейбулла вводят новую случайную величину $x = t^\beta$, которая имеет показательное распределение с параметром $\lambda = c^{-\beta}$. Если в результате испытаний получены значения t_1, t_2, \dots, t_N случайной наработки до отказа, при известном параметре β находят $x_1 = t_1^\beta, x_2 = t_2^\beta, \dots, x_N = t_N^\beta$. По формуле (3-4) для показательного распределения находят $m_{xн}$ и $m_{xв}$ границы доверительного интервала для параметра m_x . Учитывая, что $m_x = 1/\lambda$ и $c = \sqrt[\beta]{m_x}$, двусторонние границы доверительного интервала для средней наработки до отказа при распределении Вейбулла определяются по формуле

$$\sqrt[\beta]{m_{xн}} \Gamma(1 + 1/\beta) < m_t < \sqrt[\beta]{m_{xв}} \Gamma(1 + 1/\beta). \quad (3-8)$$

Гамма-распределение. В этом случае наработка до отказа представляет собой сумму m наработок, каждая из которых распределена по показательному закону. Границы доверительного интервала для средней наработки до отказа оцениваются по формулам как в случае нормального распределения при $N = mn$, где n — число испытаний или изделий (пример 3-21). Для параметра λ гамма-распределения границы доверительных интервалов находятся по формулам показательного распределения при числе степеней свободы, равном $2mn$ (пример 3-22).

Вычисление и построение экспериментальных графиков $\omega^*(t)$ для ремонтируемых систем

График $\omega^*(t)$ строится по статистическим значениям параметра потока отказов ω_i^* , которые вычисляются для каждого интервала наработки Δt_i :

$$\omega_i^* = \frac{\Delta r_i}{N \Delta t_i}, \quad (3-9)$$

где Δr_i — число отказов на интервале Δt_i .

Необходимо отдельно вычислять параметр потока полных отказов — $\omega^*(t)$ и параметр потока второстепенных отказов — $\psi^*(t)$. При вычислении ω_i^* интервал Δt_i выбирается из общих соображений математической ста-

тики. Так как второстепенные отказы обнаруживаются обычно лишь при проведении углубленных профилактических осмотров, при вычислении ψ_i^* значения Δt_i выбираются равными межпрофилактическому периоду $\Delta t_{\text{п}}$.

Статистическая оценка показателей надежности ремонтируемых систем при определительных испытаниях

Точечные оценки. Нарботка на отказ вычисляется по формуле

$$\tilde{m}_i^* = \frac{T_{\Sigma N}}{r_N}, \quad (3-10)$$

где $T_{\Sigma N}$ — суммарная наработка N систем; $r_N = \sum_{i=1}^N r_i$ — общее число отказов.

При пуассоновском потоке отказов вероятность безотказной работы ремонтируемой системы в течение наработки (t_1, t_2) вычисляется по формуле

$$\tilde{P}^*(t_1, t_2) = \exp \left[- \int_{t_1}^{t_2} \omega_c^*(t) dt \right], \quad (3-11)$$

где $\omega_c^*(t) = \sum_{j=1}^n \omega_j^*(t)$ — суммарный параметр потока отказов системы, состоящей из n элементов.

Часто принимают допущение, что значения наработки между последовательными отказами независимы. При этом $\tilde{m}_i^* = m_i$

$$\bar{\omega}_c = \lim_{t \rightarrow \infty} \omega_c(t) = \frac{1}{\tilde{m}_i^*}.$$

Тогда вероятность безотказной работы

$$\tilde{P}^*(0, t_i) = \exp \left[- \bar{\omega}_c^* t_i \right] = \exp \left[- \frac{t_i}{\tilde{m}_i^*} \right]. \quad (3-12)$$

В качестве оценок параметров распределения случайной наработки между отказами вычисляют показатели, аналогичные показателям надежности неремонтируемых систем $\lambda_i^*(t)$, $f_i^*(t)$ и $P_i^*(t)$, по формулам (3-1), (3-2), (3-3).

Для ремонтируемых систем эти показатели можно вычислять при условии, что произошло определенное количество отказов, учитывая, что вследствие износа наработка между i -м и $(i+1)$ -м отказами коррелирована с наработкой до i -го отказа. При этом одновременно определяются моменты связи или коэффициенты корреляции наработки между отказами.

Интервальные оценки. При пуассоновском потоке отказов двусторонний доверительный интервал для среднего в течение наработки (t_1, t_2) параметра потока отказов $\bar{\omega}_c$ вычисляется по формуле

$$\bar{\omega}_H(t_1, t_2) < \bar{\omega}_c < \bar{\omega}_B(t_1, t_2), \quad (3-13)$$

где $\bar{\omega}_H(t_1, t_2)$, $\bar{\omega}_B(t_1, t_2)$ — нижняя и верхняя границы доверительного интервала для среднего в течение наработки (t_1, t_2) параметра потока отказов соответственно.

При небольшом интервале $\Delta t = t_2 - t_1$ (малом числе отказов Δr) можно считать, что

$$\bar{\omega}_H(t_1, t_2) = \frac{Q_H(t_1, t_2)}{\Delta t}; \quad \bar{\omega}_B(t_1, t_2) = \frac{Q_B(t_1, t_2)}{\Delta t},$$

где $Q_H(t_1, t_2)$ и $Q_B(t_1, t_2)$ — нижняя и верхняя границы доверительного интервала для вероятности отказа $Q(t_1, t_2)$ в течение наработки (t_1, t_2) ; $\Delta t = t_2 - t_1$ — рассматриваемый интервал времени.

Нижняя $Q_H(t_1, t_2)$ и верхняя $Q_B(t_1, t_2)$ границы доверительного интервала могут быть вычислены по приближенным формулам [14]:

$$Q_H(t_1, t_2) \approx \frac{\chi_{1-\alpha, 2r}^2}{2N - r + 0,5 \chi_{1-\alpha, 2r}^2}; \quad (3-14)$$

$$Q_B(t_1, t_2) \approx \frac{\chi_{\alpha, 2(r+1)}^2}{2N - r + 1 + 0,5 \chi_{\alpha, 2(r+1)}^2}. \quad (3-15)$$

Параметр χ^2 находится из табл. П-1-1 при заданном числе степеней свободы $k=2r$ или $k=2(r+1)$ и уровне вероятности $1-\alpha$ или α .

Проверка статистических гипотез

Проводится при аппроксимации экспериментальных данных о наработке до отказа принятым теоретическим

распределением и при статистическом приемочном контроле надежности. Выдвигаются две альтернативные гипотезы относительно вида распределения или неизвестных значений параметров распределения при контроле надежности. Проверка гипотез состоит в том, что по результатам испытаний выборки гипотеза должна быть принята как истинная или отброшена как ложная.

Проверка согласованности теоретического распределения с экспериментальными данными. При использовании критерия согласия Пирсона (критерия хи-квадрат) определяется мера расхождения

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(\Delta r_i - NP_i)^2}{NP_i},$$

где n — число интервалов статистического ряда; P_i — вероятность попадания случайной величины в i -й интервал, вычисленная для теоретического распределения; N — число испытаний.

Для применения критерия Пирсона необходимо

$$N \geq 50 \div 60; n \geq 6 \div 8.$$

Распределение χ^2 зависит от числа степеней свободы $k = n - l - 1$, где l — число вычисляемых параметров теоретического распределения. По табл. П-1-1 для каждого значения χ^2 и k можно найти вероятность p того, что за счет случайных причин мера расхождения теоретического и экспериментального распределений будет не меньше, чем фактическое значение χ^2 . Если $p > 0,1$, обычно считают, что теоретическое распределение не противоречит экспериментальным данным.

При использовании критерия согласия Колмогорова принято считать, что теоретическое распределение не противоречит экспериментальным данным, если

$$D \sqrt{N} \leq 1,$$

где D — максимальное значение модуля отклонения теоретической функции распределения от экспериментальной.

В этом случае группирование статистических данных в интервалы не производится. Для применения критерия Колмогорова необходимое число испытаний должно быть $N \geq 40 \div 50$. Кроме того, этот критерий можно применять,

когда известны вид теоретической функции распределения и все значения параметров.

Статистический приемочный контроль надежности. По результатам испытаний выборки объема n изделий (систем, элементов) принимается решение о приемке или забраковании партии из N изделий. При этом возможны ошибки двух типов:

ошибка I типа — бракуется хорошая партия;

ошибка II типа — принимается плохая партия.

Вероятность α ошибки первого типа называется риском поставщика. Вероятность β ошибки второго типа называется риском потребителя.

При статистическом приемочном контроле надежности могут применяться планы контроля вероятности отказа (доли брака) $q = M/N$, где M — число дефектных изделий из N испытанных, и планы контроля значений параметров распределения наработки до отказа.

Наиболее часто применяют одновыборочный и последовательный контроль надежности.

Одновыборочный контроль заключается в том, что из контролируемой партии объема N изделий берется одна случайная выборка объема n изделий для испытаний. Устанавливаются заранее α , β , q_1 , q_2 .

Если контролируется вероятность отказа (доля дефектных изделий) q , назначается приемочное число c дефектных изделий. Определяется число X дефектных изделий в выборке n . Если $X \leq c$, надежность изделий считается удовлетворительной и партия принимается. Если $X > c$, партия бракуется. Объем выборки n и приемочное число c вычисляются до начала испытаний по установленным α , β , q_1 , q_2 .

Обычно используются только некоторые наборы значений α , β , например 0,1; 0,05; 0,01. Поставщиком назначается приемочный уровень вероятности отказа q_1 и риск поставщика α таким образом, чтобы максимально гарантировать от напрасного бракования надежные партии. Часто величину q_1 выбирают немного больше среднего значения доли дефектных изделий при нормальном ходе производства, чем гарантируют принятие почти всех партий, выпущенных при соблюдении основных требований к технологии. Браковочный уровень вероятности отказа q_2 и вероятность β назначаются с учетом требований потребителя с таким расчетом, чтобы удовлетворялось условие $q_2 > q_1$. Чем меньше величины α и β и чем меньше

разница между q_2 и q_1 , тем большее время необходимо проводить испытания аппаратуры, чтобы подтвердить ее надежность.

События, заключающиеся в наличии ровно $X=k$ ($k=0, 1, \dots, c$) дефектных изделий в партии, являются несовместимыми. Поэтому зависимость вероятности принятия партии от вероятности q равна:

$$L(q) = P\{X \leq c\} = P\{X = 0\} + P\{X = 1\} + \dots \\ \dots + P\{X = c\} = \sum_{k=0}^c P\{X = k\}, \quad (3-16)$$

$L(q)$ называется оперативной характеристикой плана контроля.

Вероятности $P(X=k)$ зависят от вида распределения количества X дефектных изделий в партии.

При малой партии и $n > (0,1-0,25)N$ для аппроксимации используется гипергеометрическое распределение

$$P(X = k) = \frac{C_M^k C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n}. \quad (3-17)$$

При $n < 0,1N$ может быть использовано биномиальное распределение

$$P(X = k) = C_n^k q^k (1 - q)^{n-k}, \quad (3-18)$$

а при $n < 0,1N$ и $M < 0,1N$ — распределение Пуассона с параметром $a = nq$

$$P(X = k) = \frac{a^k}{k!} \exp[-a]. \quad (3-19)$$

Согласно определениям ошибок первого и второго рода

$$L(c, n, q_1) = 1 - \alpha; \quad (3-20)$$

$$L(c, n, q_2) = \beta. \quad (3-21)$$

По известным значениям q_1, q_2, α и β из (3-20) и (3-21) можно вычислить параметры контроля c и n .

В случае биномиального распределения X с учетом (3-16) и (3-18) получим при $c=0$:

$$L(q) = (1 - q)^n. \quad (3-22)$$

Согласно (3-20) и (3-21) получим:

$$1 - \alpha = (1 - q_1)^n; \quad \beta = (1 - q_2)^n.$$

Когда $n \geq 10$

$$\alpha = 1 - \exp[-nq_1]; \quad \beta = \exp[-nq_2].$$

Если надежность партии контролируется по наработке, назначаются приемочное m_{t1} и браковочное m_{t2} значения средней наработки до отказа m_t . По результатам испытаний выборки объема n вычисляется оценка m_t^* средней наработки до отказа. Решение о приемке или забраковании партии принимается на основе сравнения средней наработки до отказа со значениями границ доверительного интервала.

При показательном распределении наработки до отказа, учитывая, что $m_t^* = \frac{T_{\Sigma r}}{r}$, из формулы определения нижней границы доверительного интервала для средней наработки до отказа может быть определен норматив приемки:

$$\frac{m_t^*}{m_{t1}} \geq \frac{\chi_{1-\alpha}^2}{2r}. \quad (3-23)$$

Риск потребителя β определяет минимально допустимый объем выборки, т. е. минимально допустимое количество отказов $r_{\text{мин}}$, которое необходимо наблюдать при испытаниях, чтобы не принять плохую партию. Соответственно должно быть

$$P \left\{ \frac{2T_{\Sigma r}}{m_{t2}} < \frac{m_{t1}}{m_{t2}} \chi_{1-\alpha}^2; \quad m_t = m_{t2} \right\} = \beta. \quad (3-24)$$

Отсюда

$$\frac{m_{t1}}{m_{t2}} = \frac{\chi_{\beta}^2}{\chi_{1-\alpha}^2}. \quad (3-25)$$

Последовательный контроль предусматривает принятие решения относительно продолжения испытаний, приемки или забраковки партии по ходу испытаний, при достижении определенной суммарной наработки $T_{\Sigma i}$, $i=1, 2, \dots$ или накопленного числа $i=1, 2, \dots$

испытанных изделий. Решение зависит от величины γ_i отношения правдоподобия:

испытания продолжаются, если

$$\frac{1-\beta}{\alpha} > \gamma_i > \frac{\beta}{1-\alpha}; \quad (3-26)$$

партия принимается, если

$$\gamma_i \leq \frac{\beta}{1-\alpha}; \quad (3-27)$$

партия бракуется, если

$$\gamma_i \geq \frac{1-\beta}{\alpha}. \quad (3-28)$$

В случае контроля надежности по накопленному числу дефектных изделий отношение правдоподобия γ вычисляется с учетом закона распределения числа дефектных изделий в партии при заданных значениях доли брака q_1 и q_2 (примеры 3-33 и 3-34). Обычно при контроле используют график, на котором наносятся линии приемки и забракования. Уравнения линий приемки и забракования получаются путем логарифмирования неравенств (3-27) и (3-28).

Если последовательный контроль надежности проводится по величине наработки, при показательном распределении наработки до отказа условия принятия решений о продолжении испытаний (3-26), приемке (3-27) или забраковании (3-28) партии будут иметь вид:

испытания продолжаются, если

$$h_2 + rS < T_{\Sigma r} < h_1 + rS, \quad (3-29)$$

партия принимается, если

$$T_{\Sigma r} \geq h_1 + rS, \quad (3-30)$$

партия бракуется, если

$$T_{\Sigma r} \leq h_2 + rS, \quad (3-31)$$

где $T_{\Sigma r}$ — суммарная наработка изделий; r — количество отказавших изделий.

$$h_1 = -\frac{1}{\rho} \ln \frac{\beta}{1-\alpha}; \quad h_2 = -\frac{1}{\rho} \ln \frac{1-\beta}{\alpha}; \quad (3-32)$$

$$S = \frac{1}{\rho} \ln \frac{m_{t1}}{m_{t2}}; \quad \rho = \frac{1}{m_{t2}} - \frac{1}{m_{t1}}.$$

3-2. РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ПРИМЕРОВ

Пример 3-1. В результате испытаний $N=200$ транзисторов, проводившихся без замен отказавших в течение $t=1000$ ч, получены данные о наработках до отказа, приведенные в табл. 3-2.

Таблица 3-2

Интервалы наработки $\Delta t_i, \text{ч}$	0—100	100—200	200—400	400—600	600—800	800—1000
Число отказов Δr_i	5	7	5	2	1	2

Вычислить значения и построить график статистической оценки интенсивности отказов $\lambda^*(t)$.

Решение. В соответствии с формулой (3-1) для каждого i -го интервала наработки вычисляем значения λ_i^* статистической оценки интенсивности отказов:

$$\lambda_1^* = \frac{5}{(200-0) \cdot 100} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч;}$$

$$\lambda_2^* = \frac{7}{(200-5) \cdot 100} = 3,6 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч;}$$

$$\lambda_3^* = \frac{5}{(200-12) \cdot 200} = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч;}$$

$$\lambda_4^* = \frac{2}{(200-17) \cdot 200} = 5,4 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч;}$$

$$\lambda_5^* = \frac{1}{(200-19) \cdot 200} = 2,8 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч;}$$

$$\lambda_6^* = \frac{2}{(200-20) \cdot 200} = 5,5 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч.}$$

Для построения графика интенсивности отказов (рис. 3-2) на горизонтальной оси последовательно откладываем интервалы Δt_i и на каждом из них строим прямоугольник с высотой λ_i^* .

Пример 3-2. Для условий примера 3-1 вычислить значения и построить график статистической плотности распределения наработки до отказа $f^*(t)$.

Решение. В соответствии с формулой (3-2) для каждого i -го интервала наработки вычисляем значения f_i^* статистической оценки плотности распределения наработки до отказа:

$$f_1^* = \frac{5}{200 \cdot 100} = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч}; \quad f_2^* = \frac{7}{200 \cdot 100} = 3,5 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч};$$

$$f_3^* = \frac{5}{200 \cdot 200} = 1,25 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч}; \quad f_4^* = \frac{2}{200 \cdot 200} = 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч};$$

$$f_5^* = \frac{1}{200 \cdot 200} = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч}; \quad f_6^* = \frac{2}{200 \cdot 200} = 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч}.$$

По вычисленным значениям f_i^* строим ступенчатый график (гистограмму) (рис. 3-3).

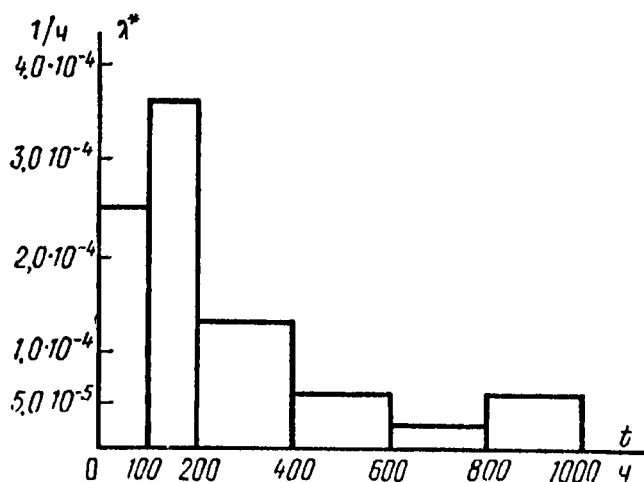


Рис. 3-2. График $\lambda^*(t)$ для примера 3-1.

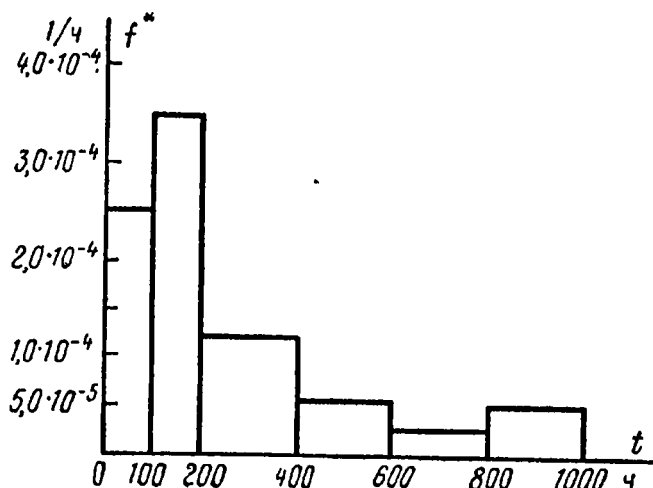


Рис. 3-3. График $f^*(t)$ для примера 3-2.

Пример 3-3. Для условий примера 3-1 вычислить и построить график статистической функции надежности $P^*(t)$.

Решение. В соответствии с формулой (3-3) вычисляем оценки вероятности P_i^* безотказной работы в течение каждого i -го интервала наработки $(0, t_i)$:

$$P_1^* = 1 - \frac{5}{200} = 0,975; \quad P_2^* = 1 - \frac{12}{200} = 0,94;$$

$$P_3^* = 1 - \frac{17}{200} = 0,915; \quad P_4^* = 1 - \frac{19}{200} \approx 0,90;$$

$$P_5^* = 1 - \frac{20}{200} = 0,90; \quad P_6^* = 1 - \frac{22}{200} = 0,89.$$

Учитывая, что при $t=0$ функция надежности $P(0) = 1$, по вычисленным значениям P_i^* для значений наработки t_i строим $P^*(t)$ (рис. 3-4).

Пример 3-4. В процессе эксплуатации трансляционных узлов связи под наблюдением находились однотипные блоки, которые в зависимости от наработки разделены на две группы: блоки первой группы, наработавшие 1600 ч; блоки второй группы, наработавшие 1000 ч.

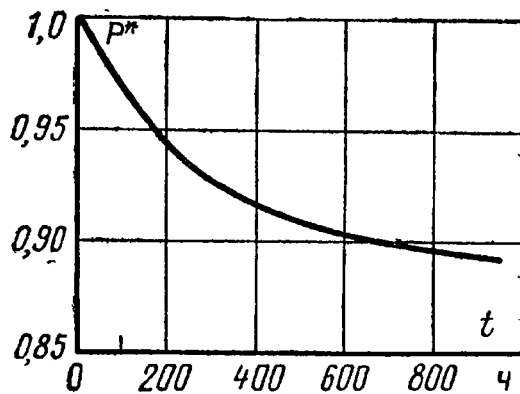


Рис. 3-4. График $P^*(t)$ для примера 3-3.

В блоках первой группы имелось 3000 плоскостных германиевых диодов, а в блоках второй — 7000 диодов. Полученные данные об отказах блоков из-за отказов диодов данного типа сгруппированы по наработке

до отказа в табл. 3-3. Требуется построить график статистической интенсивности отказов диодов.

Решение. Для того чтобы наиболее полно использовать имеющиеся статистические данные при вычислении λ_i^* , в период работы 0—1000 ч используются данные об отказах блоков первой и второй группы, а при вычислении λ_i^* в период 1000—1600 ч — первой группы. Ход вычислений λ_i по формуле (3-1) иллюстрируется табл. 3-4.

По вычисленным значениям λ_i^* строим график $\lambda(t)$, приведенный на рис. 3-5.

Пример 3-5. В процессе эксплуатации радиолокационных станций получены значения наработки до отказа

Таблица 3-3

Число отказов Δr_i	Интервалы времени Δt_i , ч									
	0—100	100—200	200—400	400—600	600—800	800—1000	1000—1200	1200—1400	1400—1600	
I группа	5	16	33	18	11	10	8	9	7	
II группа	11	34	69	37	19	15	—	—	—	

Таблица 3-4

Группы блоков	I и II группы										I группа	
	0—100	100—200	200—400	400—600	600—800	800—1000	1000—1200	1200—1400	1400—1600			
Δt_i , ч	16	50	102	55	30	25	8	9	7			
Δr_i	0	16	66	168	223	253	93	101	110			
r_i	10 000	9984	9934	9832	9777	9747	2907	2899	2890			
$N-r_i$	1,6	5,0	5,1	2,8	1,5	1,3	1,4	1,5	1,2			
$\lambda_i \cdot 10^5, 1/ч$												

Таблица 3-5

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$t_i, ч$	5	8	15	60	65	70	70	85	125	140	300	330	340	360	390	400	410
$Q^*(t_i)$	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18	0,20	0,22	0,24	0,26	0,28	0,30	0,32	0,34

Продолжение

t	18	19	20	21	22	23	24	25	25	27	28	29	30	31	32	33	34
$t_i, ч$	425	440	440	445	495	550	585	595	630	635	650	840	845	1035	1045	1160	1160
$Q^*(t_i)$	0,36	0,38	0,40	0,42	0,44	0,46	0,48	0,50	0,52	0,54	0,56	0,58	0,60	0,62	0,64	0,66	0,68

Продолжение

t	35	35	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
$t_i, ч$	1195	1310	1340	1420	1585	1775	1970	2035	2160	2360	2365	2650	2830	2855	4250	6300
$Q^*(t_i)$	0,70	0,72	0,74	0,76	0,78	0,80	0,82	0,84	0,86	0,88	0,90	0,92	0,94	0,96	0,98	1,00

$N=50$ усилительных блоков. Значения t_i расположены в порядке их возрастания в статистический ряд (табл. 3-5).

Требуется, пользуясь графическим методом, подобрать вид теоретического распределения, не противоречащего экспериментальным данным.

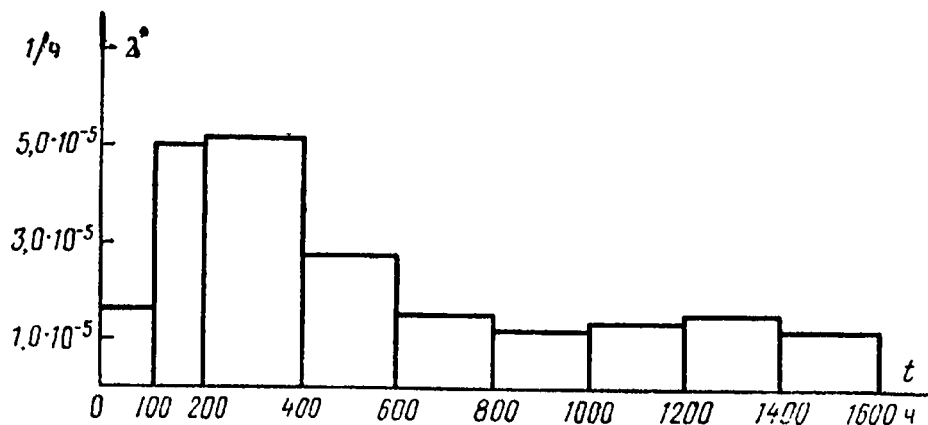


Рис. 3-5. График $\lambda^*(t)$ для примера 3-4.

Решение. По экспериментальным данным вычисляем экспериментальную функцию распределения наработки до отказа:

$$Q^*(t_i) = \frac{r_i}{N},$$

где r_i — число отказавших в течение интервала $(0, t_i)$ устройств из N работавших.

С учетом статистического ряда можно записать:

$$Q^*(t_i) = \frac{i}{N},$$

где i — порядковый номер члена статистического ряда.

Значения $Q^*(t_i)$ приведены в табл. 3-5.

Построив по экспериментальным точкам график $Q^*(t_i)$ на координатной сетке (рис. 3-6), соответствующей нормальному распределению (см. рис. П-2-1), видим, что график существенно отличается от прямой линии. Это означает, что нормальное распределение противоречит экспериментальным данным. Построив график (рис. 3-7) на координатной сетке, соответствующей показательному распределению (см. рис. П-2-2), убеждаемся в возможности линейного аппроксимирования. Проводим

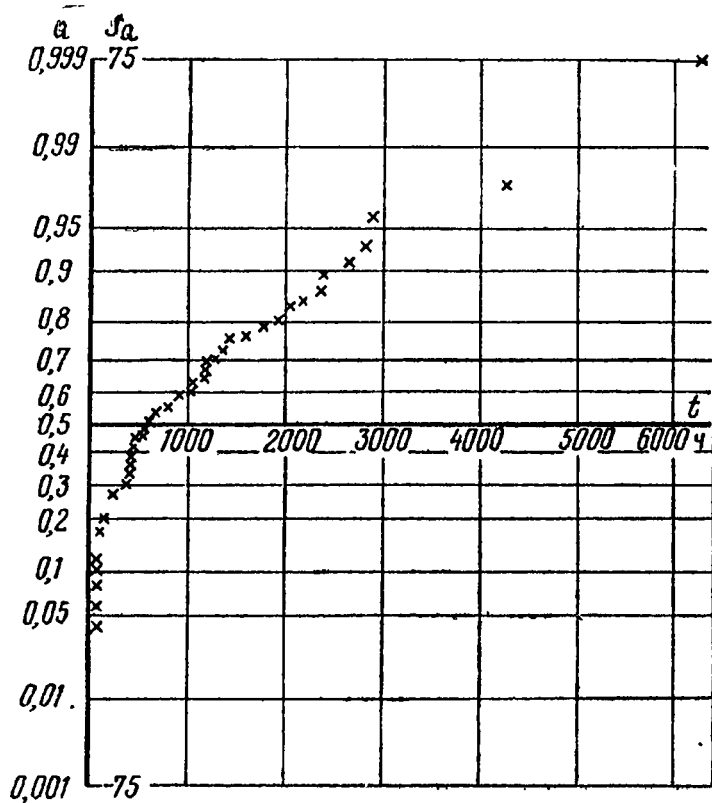


Рис. 3-6. График $Q^*(t)$ к примеру 3-5 на координатной сетке для нормального распределения*.

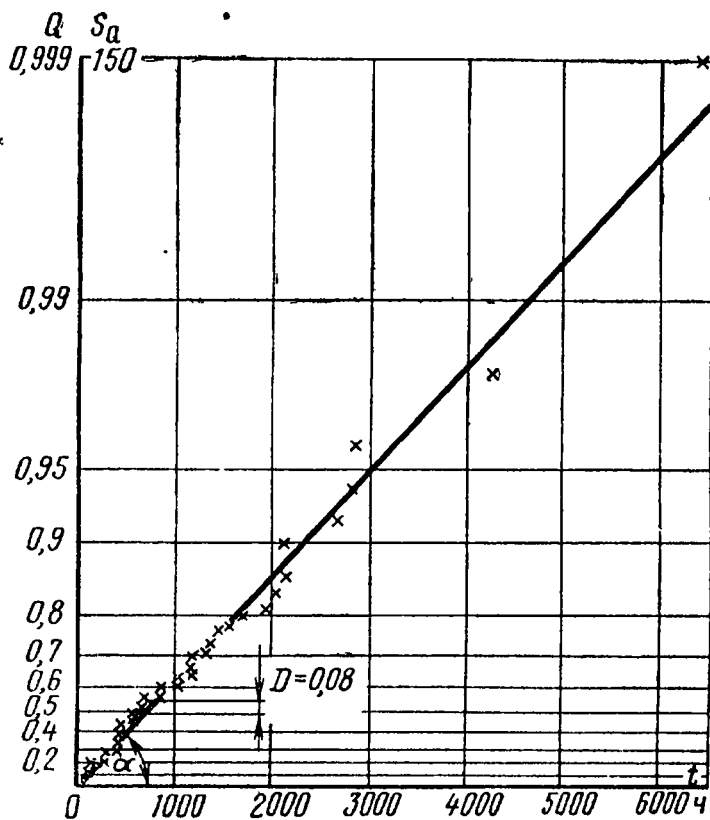


Рис. 3-7. График $Q^*(t)$ к примеру 3-5 на координатной сетке для показательного распределения

* Размеры координатных сеток на рис. 3-6—3-15 уменьшены в 2,5 раза.

прямую линию так, чтобы отклонения точек от прямой линии были минимальными.

Соответствие принятого теоретического распределения экспериментальным данным можно также проверить с помощью критерия согласия Колмогорова. Измеряем максимальное значение модуля отклонения D теоретической функции распределения от экспериментальной. Получаем $D=0,08$. Вычисляем значение

$$D\sqrt{N} = 0,08\sqrt{50} = 0,57.$$

Получаем $0,57 < 1,00$. В соответствии с определением критерия согласия Колмогорова можно считать, что показательное распределение наработки до отказа не противоречит экспериментальным данным.

Пример 3-6. Для условий примера 3-5 определить графическим способом оценки параметров теоретического распределения наработки до отказа.

Решение. Воспользуемся графиком (рис. 3-7), с помощью которого установим, что показательное распределение наработки до отказа не противоречит экспериментальным данным. Искомым параметром в данном случае будет интенсивность отказов, оценка которой

$$\lambda^* = \frac{K_t}{K_Q} \operatorname{tg} \alpha,$$

где K_Q и K_t — масштабные коэффициенты; α — угол наклона прямой $Q^*(t_i)$ к горизонтальной оси.

Наибольшее значение Q на вертикальной оси координатной сетки выбрано 0,999, что соответствует $-\ln(1-Q) = 6,908$. Тогда $K_Q = \frac{S_Q}{6,908}$, где S_Q — высота графика. При $S_Q = 150$ мм имеем $K_Q = 21,7$.

Масштабный коэффициент $K_t = \frac{L}{\Delta t}$, где L — ширина графика; $\Delta t = t_{\max} - t_{\min}$ — область изменения наработки до отказа.

При $L = 126$ мм и $\Delta t = 6300 - 0 = 6300$ имеем $K_t = 0,02$. Находим $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 67^\circ = 2,356$. Таким образом,

$$\lambda^* = \frac{0,02}{21,7} 2,356 = 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч.}$$

Таблица 3-6

t	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
$t_i, \text{ч}$	270	340	372	385	410	412	420	425	425	435	450	460	465	470	475	480	500
$Q^*(t_i)$	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,16	0,18	0,20	0,22	0,24	0,26	0,28	0,30	0,32	0,34

Продолжение

t	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34
$t_i, \text{ч}$	505	510	510	515	515	520	520	525	525	530	530	530	530	535	540	545	550
$Q^*(t_i)$	0,36	0,38	0,40	0,42	0,44	0,46	0,48	0,50	0,52	0,54	0,56	0,58	0,60	0,62	0,64	0,66	0,68

Продолжение

t	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
$t_i, \text{ч}$	560	570	585	590	600	610	625	630	635	640	650	655	660	710	730	825
$Q^*(t_i)$	0,70	0,72	0,74	0,76	0,78	0,80	0,82	0,84	0,86	0,88	0,90	0,92	0,94	0,96	0,98	1,00

Пример 3-7. При эксплуатации $N=50$ приводов антенн получены данные о наработке до отказа t_i , расположенные в порядке их возрастания в статистический ряд в табл. 3-6. Пользуясь графическим методом, подобрать вид теоретического распределения, не противоречащего экспериментальным данным, и оценить параметры распределения.

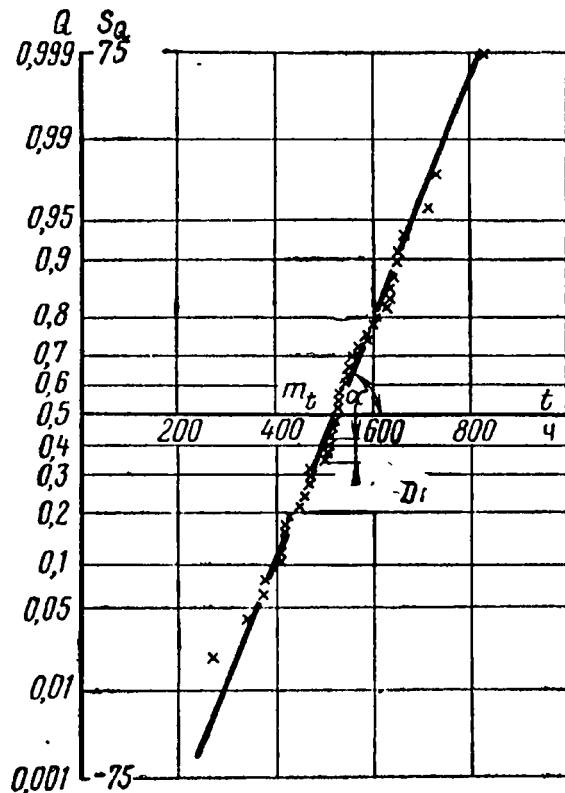


Рис. 3-8. График $Q^*(t)$ к примеру 3-7 на координатной сетке для нормального распределения. Наибольшее отклонение $D=0,09$.

Решение. Вычисляем экспериментальную функцию распределения наработки до отказа $Q^*(t_i)$ (табл. 3-6).

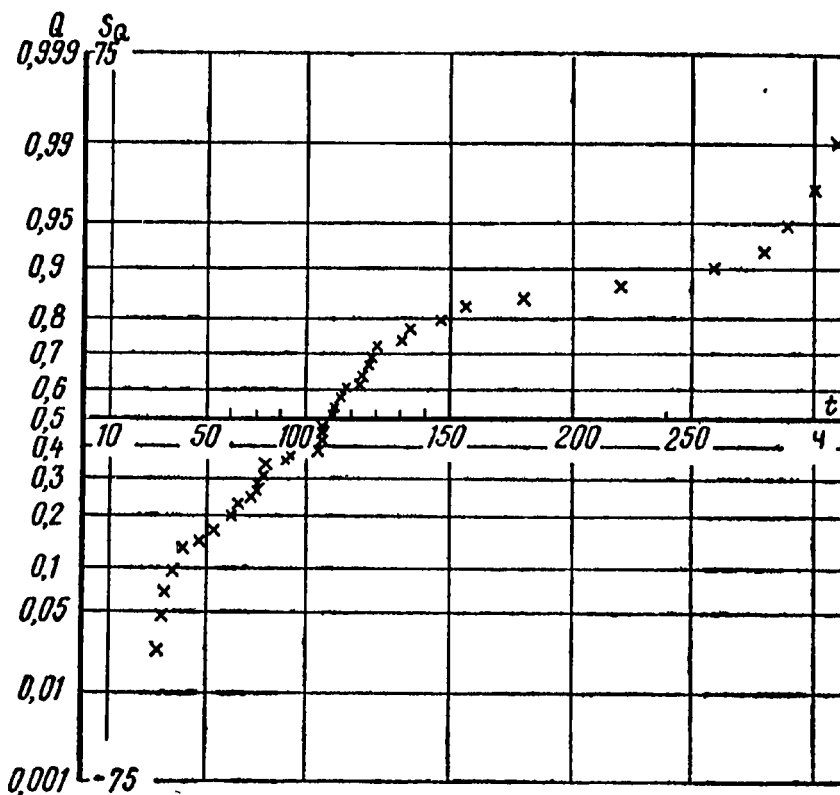


Рис. 3-9. График $Q^*(t)$ к примеру 3-8 на координатной сетке для нормального распределения.

Построив по экспериментальным точкам график $Q^*(t_i)$ (рис. 3-8) на координатной сетке, соответствующей нормальному распределению, убеждаемся в возможности аппроксимирования его прямой линией. Измеряем наибольшее отклонение $D=0,09$. Вычисляем значение $D\sqrt{N}=0,09\sqrt{50}=0,64$. Получаем $0,64 < 1,00$. В соответствии с определением критерия согласия Колмогорова можно считать, что нормальное распределение наработки до отказа не противоречит экспериментальным данным.

Искомые параметрами являются m_t и σ_t . Находим по графику в точке пересечения прямой $Q^*(t_i)$ с осью t значение $m_t=520$ ч.

Значение σ_t^* определяется из уравнения

$$\sigma_t^* = \frac{K_Q}{K_t} \operatorname{ctg} \alpha,$$

где α — угол наклона прямой $Q^*(t_i)$ к горизонтальной оси.

Для координатной сетки усеченного нормального распределения выбраны наименьшее значение $Q=0,001$ и наибольшее значение $Q=0,999$. В этом случае масштабный коэффициент $K_Q = \frac{S_Q}{6,18}$. При $S_Q=150$ мм имеем $K_Q=24,25$.

Масштабный коэффициент $K_t = \frac{L}{\Delta t} = \frac{82,5}{825} = 0,1$.

Находим $\operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{ctg} 68,5^\circ = 0,394$.

Таким образом,

$$\sigma_t^* = \frac{24,25}{0,1} 0,394 = 95 \text{ ч.}$$

Пример 3-8. В результате эксплуатации группы радиостанций имеются сведения о наработке до отказа $N=40$ устройств (табл. 3-7), приведенные в виде статистического ряда. Требуется подобрать теоретическое распределение наработки до отказа и оценить параметры распределения.

Решение. Вычислив экспериментальную функцию распределения $Q^*(t_i)$ (табл. 3-7), строим графики на координатных сетках усеченного нормального распределения (рис. 3-9), показательного распределения (рис. 3-10), распределения Вейбулла (рис. 3-11).

Таблица 3-7

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$t_i, \text{ч}$	30	31	33	36	40	48	54	60	64	69	70	70	73	75
$Q^*(t_i)$	0,025	0,050	0,075	0,100	0,125	0,150	0,175	0,200	0,225	0,250	0,275	0,300	0,325	0,350

Продолжение

i	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
$t_i, \text{ч}$	84	96	97	98	99	100	101	102	105	107	112	114	116
$Q^*(t_i)$	0,375	0,400	0,425	0,450	0,475	0,500	0,525	0,550	0,575	0,600	0,625	0,650	0,675

Продолжение

i	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$t_i, \text{ч}$	118	120	130	133	145	156	156	173	180	200	230	300	320
$Q^*(t_i)$	0,700	0,725	0,750	0,775	0,800	0,825	0,850	0,875	0,900	0,925	0,950	0,975	1,0

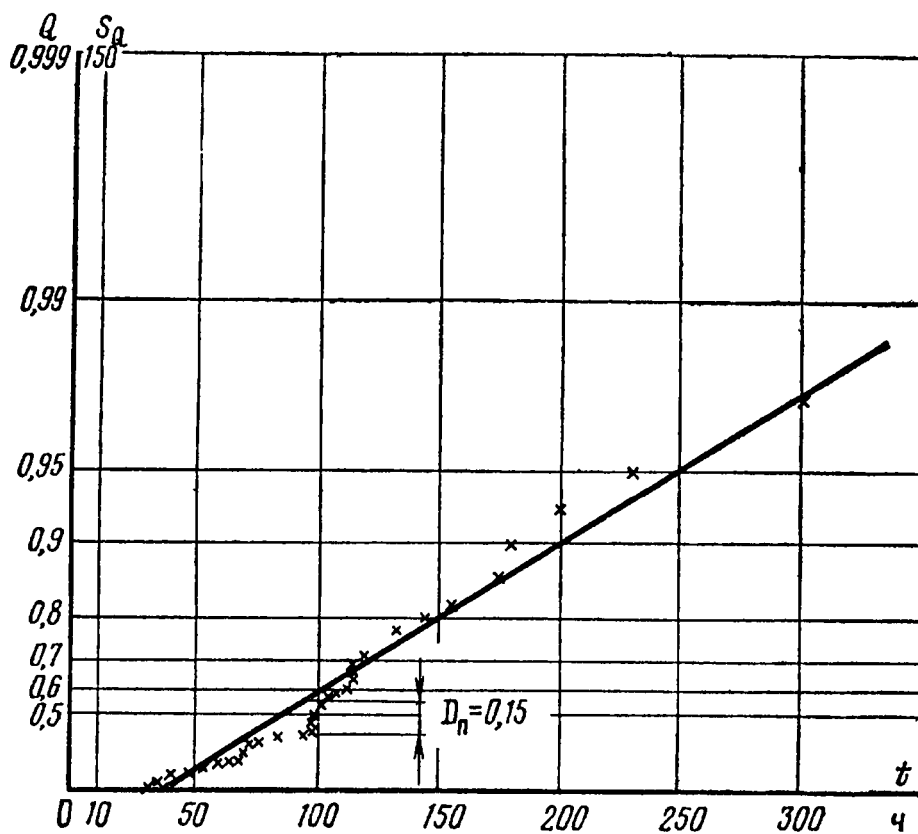


Рис. 3-10. График $Q^*(t)$ к примеру 3-8 на координатной сетке для показательного распределения.

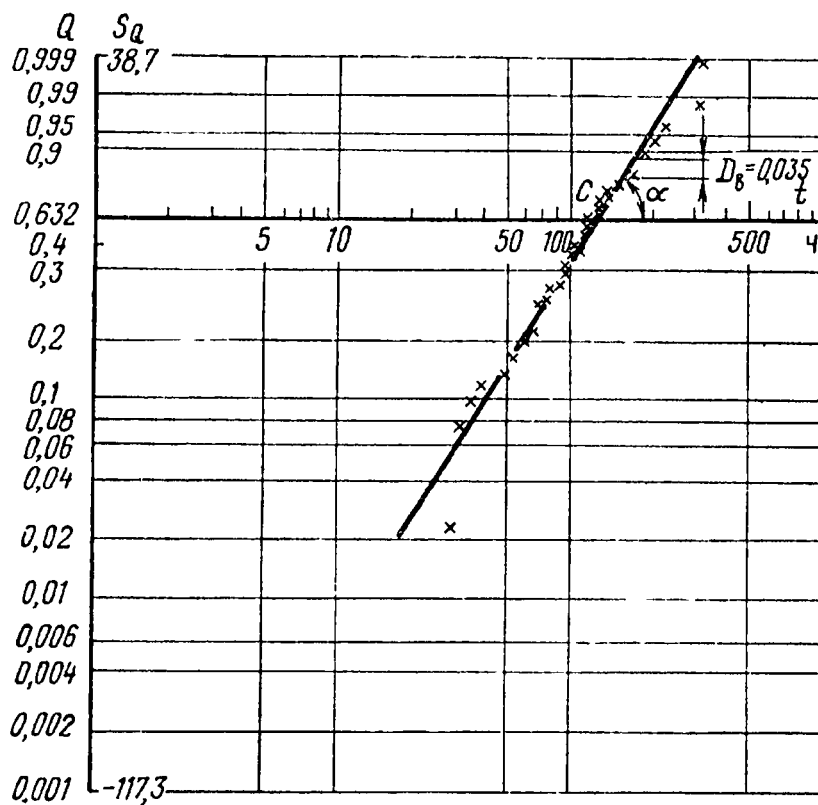


Рис. 3-11. График $Q^*(t)$ к примеру 3-8 на координатной сетке для распределения Вейбулла.

Из графиков видно, что наибольшее приближение к прямой линии имеют графики $Q^*(t_i)$, построенные на координатных сетках показательного распределения и распределения Вейбулла. Проводим через отметки прямые линии. Измеряем наибольшие отклонения. Получаем для показательного распределения $D_{\Pi}=0,15$ и для распределения Вейбулла $D_{В}=0,035$. Критерий согласия Колмогорова равен соответственно: $D_{\Pi} \sqrt{N}=0,15 \sqrt{40}=0,95$ и $D_{В} \sqrt{N}=0,035 \sqrt{40}=0,25$. В соответствии с определением критерия согласия Колмогорова можно считать, что показательное распределение и распределение Вейбулла не противоречат экспериментальным данным.

В примере 3-6 рассмотрен случай определения графическим способом параметра λ показательного распределения наработки до отказа. Поэтому в данном примере, воспользовавшись рис. 3-11, найдем параметры распределения Вейбулла.

Искомыми параметрами распределения Вейбулла являются c и β . По графику в точке пересечения прямой $Q^*(t_i)$ с горизонтальной осью находим значение $c=107,4$. Значение β определяется из уравнения

$$\beta = \frac{K_t}{K_Q \cdot 2,303} \operatorname{tg} \alpha.$$

При построении координатной сетки для распределения Вейбулла выбраны наименьшее значение $Q=0,001$ и наибольшее значение $Q=0,999$. Соответственно масштабный коэффициент $K_Q = \frac{S_Q}{8,84}$. Когда $S_Q=150$ мм, имеем $K_Q=16,97$.

$$\text{Масштабный коэффициент } K_t = \frac{L}{\lg \Delta t} = \frac{121}{\lg 310} \approx 48.$$

Находим $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 58^\circ = 1,6$.

$$\text{Соответственно } \beta = \frac{48}{16,97 \cdot 2,303} \cdot 1,6 \approx 2,0.$$

Пример 3-9. В процессе эксплуатации приводов антенн получены данные о наработке до отказа $N=40$ подшипниковых узлов, приведенные в табл. 3-8 в виде статистического ряда. Требуется подобрать теоретическое распределение наработки до отказа и оценить его параметры.

Таблица 3-8

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$t_i, \text{ч}$	160	210	220	240	280	280	285	290	310	370	380	390	390	410
$Q^*(t_i)$	0,025	0,050	0,075	0,100	0,125	0,150	0,175	0,200	0,225	0,250	0,275	0,300	0,325	0,350

Продолжение

i	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
$t_i, \text{ч}$	440	450	450	460	460	470	480	500	540	545	580	605	610
$Q^*(t_i)$	0,375	0,400	0,425	0,450	0,475	0,500	0,525	0,550	0,575	0,600	0,625	0,650	0,675

Продолжение

i	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
$t_i, \text{ч}$	680	690	700	710	710	750	750	780	880	1050	1100	1400	2000
$Q^*(t_i)$	0,700	0,725	0,750	0,775	0,800	0,825	0,850	0,875	0,900	0,925	0,950	0,975	1,00

Решение. Вычислив экспериментальную функцию распределения наработки до отказа $Q^*(t_i)$ (табл. 3-8), последовательно проверяем соответствие нормального (рис. 3-12), показательного (рис. 3-13), Вейбулла (рис. 3-14) и логарифмически-нормального (рис. 3-15) распределений имеющимся экспериментальным данным. Наибольшее приближение к прямой линии имеют графики $Q^*(t_i)$, построенные на координатных сетках распределений показательного, Вейбулла и логарифмически-нормального.

Проводим через отметки прямые линии, измеряем $D_{\text{п}}=0,09$, $D_{\text{в}}=0,12$ и $D_{\text{л}}=0,05$. Значения критерия согласия Колмогорова соответственно равны: для показательного распределения $D_{\text{п}} \sqrt{N}=0,09 \sqrt{40}=0,57 < 1,0$; для распределения Вейбулла $D_{\text{в}} \sqrt{N}=0,12 \sqrt{40}=0,76 < 1,0$; для логарифмически-нормального распределения $D_{\text{л}} \sqrt{N}=0,07 \sqrt{40}=0,444 < 1,0$. Таким образом, можно считать, что показательное, Вейбулла и логарифмически-нормальное распределения не противоречат экспериментальным данным.

В качестве примера определим графическим способом параметры логарифмически-нормального распределения.

По графику рис. 3-15 в точке пересечения $Q^*(t_i)$ с горизонтальной осью находим значение $m_t^*=470$ ч.

При $S_Q=150$ мм имеем $K_Q=24,25$. Масштабный коэффициент

$$K_t = \frac{L}{\Delta t} = \frac{165}{2000} = 0,0825.$$

Находим $\text{ctg } \alpha = \text{ctg } 65^\circ = 0,4663$.

Таким образом,

$$\sigma_t^* = \frac{K_Q}{K_t} \text{ctg } \alpha = \frac{24,25 \cdot 0,4663}{0,0825} \approx 135 \text{ ч.}$$

Пример 3-10. В результате испытаний транзисторов по плану $[N=50, B, T=500]$ зафиксированы отказы $r=5$ транзисторов при значениях наработки $t_1=220$, $t_2=335$, $t_3=420$, $t_4=450$, $t_5=495$. Предполагается показательное распределение наработки до отказа. Требуется произвести с помощью метода максимума правдоподобия оценку параметра λ показательного распределения наработки до отказа.

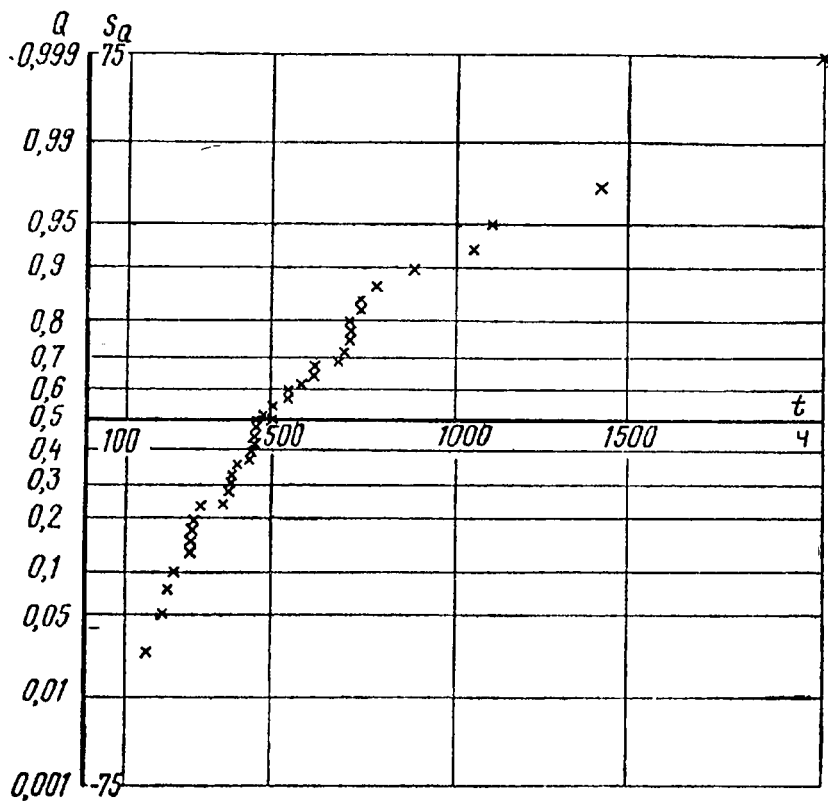


Рис. 3-12. График $Q^*(t)$ к примеру 3-9 на координатной сетке для нормального распределения.

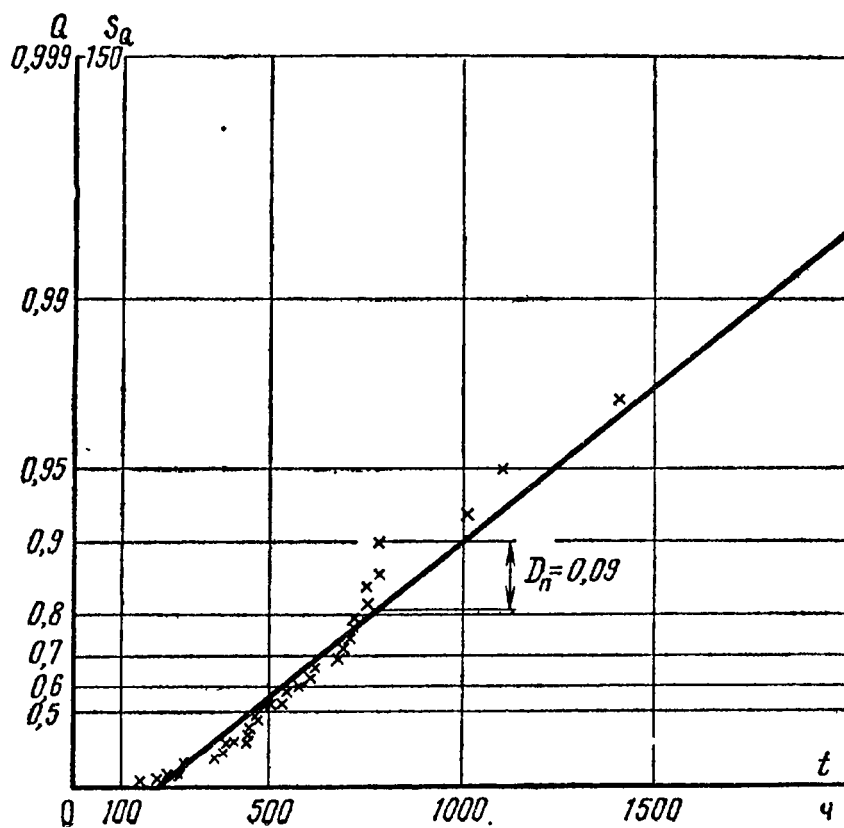


Рис. 3-13. График $Q^*(t)$ к примеру 3-9 на координатной сетке для показательного распределения.

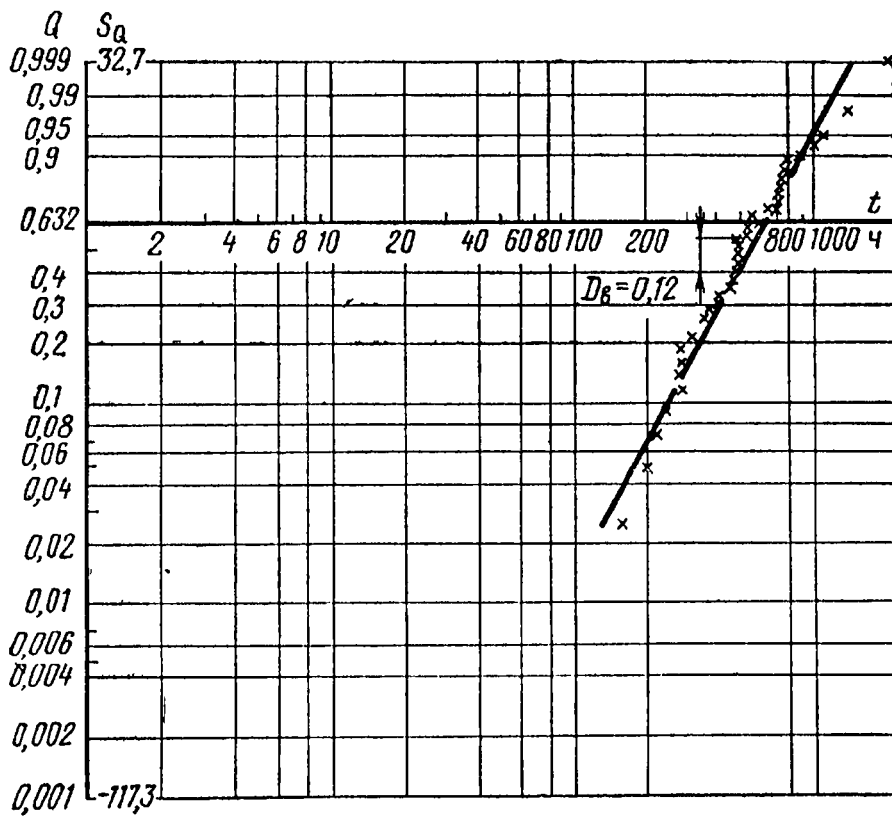


Рис. 3-14. График $Q^*(t)$ к примеру 3-9 на координатной сетке для распределения Вейбулла.

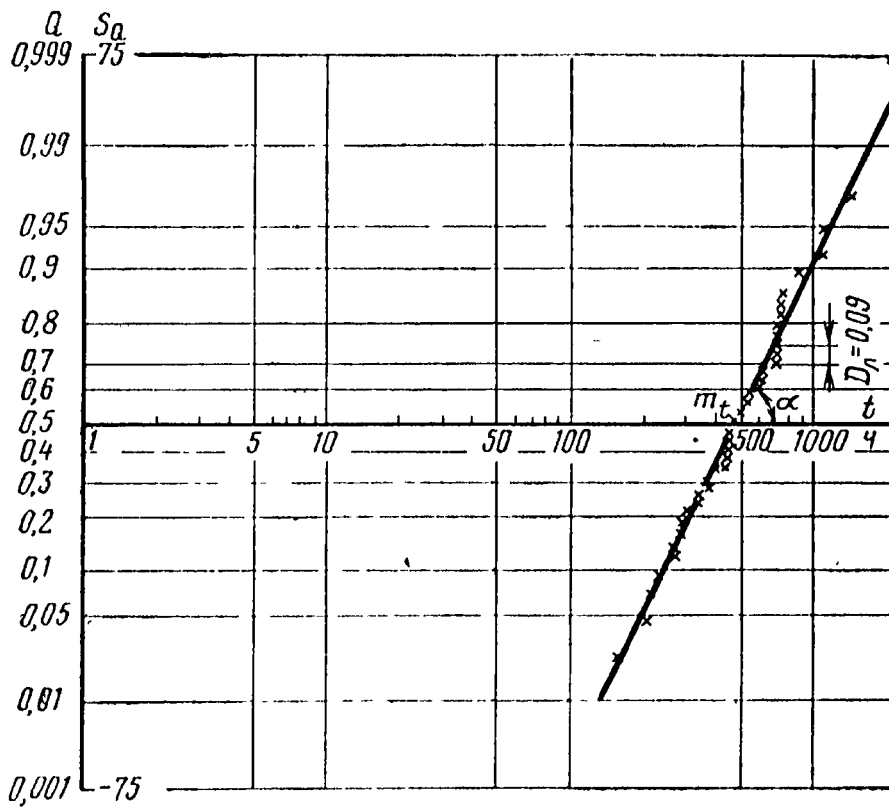


Рис. 3-15. График $Q^*(t)$ к примеру 3-9 на координатной сетке для логарифмически нормального распределения.

Решение. В случае испытаний с восстановлением отказавших элементов, имеющих показательное распределение наработки до отказа, отказы элементов образуют пуассоновский поток с интенсивностью $\Lambda = \lambda N$. Найдем функцию правдоподобия $L(t_1, t_2, \dots, t_r, \lambda)$, равную произведению плотностей вероятностей наступления независимых отказов при значениях наработки t_1, t_2, \dots, t_r . Вероятность первого отказа в интервале $(t_1, t_1 + dt_1)$ равна произведению вероятности $\exp[-\Lambda t_1]$ того, что в течение $(0, t_1)$ не произойдет отказов элементов, и вероятности отказа $1 - \exp[-\Lambda dt_1] \approx \Lambda dt_1$. Таким образом, вероятность первого отказа равна $\Lambda \exp[-\Lambda t_1] dt_1$. Условная вероятность того, что второй отказ произойдет в интервале $(t_2, t_2 + dt_2)$ при условии, что первый отказ произошел в интервале $(t_1, t_1 + dt_1)$, равна $\Lambda \exp[-\Lambda(t_2 - t_1)] dt_2$. Условная вероятность того, что r -й отказ произойдет в интервале $(t_r, t_r + dt_r)$ при условии, что $(r-1)$ -й отказ произошел в интервале $(t_{r-1}, t_{r-1} + dt_{r-1})$ и других отказов не будет, равна $\Lambda \exp[-\Lambda(t_r - t_{r-1})] \exp[-\Lambda(T - t_r)]$.

Вероятность того, что произойдет совмещение событий — появление отказов во всех интервалах $(t_1, t_1 + dt_1)$, $(t_2, t_2 + dt_2), \dots, (t_r, t_r + dt_r)$, равна:

$$\begin{aligned} & \Lambda \exp[-\Lambda t_1] dt_1 \Lambda \exp[-\Lambda(t_2 - t_1)] dt_2 \dots \\ & \dots \Lambda \exp[-\Lambda(t_r - t_{r-1})] dt_r \exp[-\Lambda(T - t_r)] = \\ & = \Lambda^r \exp[-\Lambda T] dt_1 dt_2 \dots dt_r. \end{aligned}$$

Плотность вероятностей наступления r отказов в моменты t_1, t_2, \dots, t_r или функция правдоподобия

$$L(t_1, t_2, \dots, t_r, \lambda) = \Lambda^r \exp[-\Lambda T],$$

поэтому уравнение правдоподобия будет:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \Lambda} = \frac{\partial (r \ln \Lambda - \Lambda T)}{\partial \Lambda} = \frac{r}{\Lambda} - T = 0.$$

Отсюда оценка максимального правдоподобия

$$\Lambda^* = \frac{r}{T}.$$

Так как $\Lambda = \lambda N$, оценкой параметра λ является

$$\lambda^* = \frac{r}{NT}.$$

Таким образом,

$$\lambda^* = \frac{5}{50 \cdot 500} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч.}$$

Пример 3-11. Для условий примера 3-10 при плане испытаний $[N=50, B, r=5]$ произвести с помощью метода максимума правдоподобия оценку параметра λ .

Решение. Найдем функцию правдоподобия. Плотность вероятностей наступления отказов при значениях наработки t_1, t_2, \dots, t_r равна $L(t_1, t_2, \dots, t_r, \lambda) = \Lambda^r \exp[-\Lambda t_r]$.

Имеем $\ln L = r \ln \Lambda - \Lambda t_r$.

Уравнение правдоподобия имеет вид:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \Lambda} = \frac{\partial (r \ln \Lambda - \Lambda t_r)}{\partial \Lambda} = \frac{r}{\Lambda} - t_r = 0.$$

Оценка максимального правдоподобия равна $\Lambda^* = \frac{r}{t_r}$, отсюда имеем $\lambda^* = \frac{r}{N t_r}$.

Оценка λ^* в данном случае является смещенной [4], так как математическое ожидание оценки $m_{\Lambda^*} = \frac{r \Lambda}{r-1}$ при $r > 1$ отличается от оцениваемого параметра Λ . Чтобы получить несмещенную оценку, необходимо воспользоваться формулой

$$\lambda^* = \frac{r-1}{N t_r}.$$

Таким образом,

$$\lambda^* = \frac{5-1}{50 \cdot 495} = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч.}$$

Пример 3-12. В результате испытаний по плану $[N=75, B, T=500]$ автотрансформаторов зафиксированы отказы $r=10$ трансформаторов в моменты времени $t_1=55, t_2=72, t_3=110, t_4=180, t_5=210, t_6=260, t_7=320, t_8=390, t_9=423, t_{10}=480$. Требуется произвести с помощью метода максимума правдоподобия оценку параметра λ показательного распределения наработки до отказа.

Решение. Найдем функцию правдоподобия. Плотность вероятностей того, что при значениях наработки t_1, t_2, \dots, t_r откажут трансформаторы с номерами i_1, i_2, \dots, i_r

при независимых отказах, равна произведению плотностей вероятностей отказов каждого из этих элементов, умноженных на вероятность того, что в интервале $(0, T)$ не откажут остальные $(N-r)$ трансформаторов:

$$\lambda \exp[-\lambda t_1] \lambda \exp[-\lambda t_2] \dots \lambda \exp[-\lambda t_r] \exp[-\lambda(N-r)T].$$

Так как из N можно сделать C_N^r различных выборок номеров i_1, i_2, \dots, i_r , функция правдоподобия

$$L(t_1, t_2, \dots, t_N, \lambda) = C_N^r \lambda^r \exp \left\{ -\lambda \left[\sum_{j=1}^r t_j + (N-r)T \right] \right\} = C_N^r \lambda^r \exp[-\lambda T_{\Sigma r}].$$

Имеем $\ln L = \ln C_N^r + r \ln \lambda - \lambda T_{\Sigma r}$.

Уравнение правдоподобия имеет вид:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \lambda} = \frac{r}{\lambda} - T_{\Sigma r} = 0.$$

Отсюда

$$\lambda^* = \frac{r}{T_{\Sigma r}} = \frac{r}{\sum_{j=1}^r t_j + (N-r)T},$$

$$\lambda^* = \frac{10}{2500 + 32500} = 2,9 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч.}$$

Пример 3-13. Для условий примера 3-12 при плане испытаний $[N=75, B, r=10]$ произвести с помощью метода максимума правдоподобия оценку параметра λ .

Решение. Функция правдоподобия для рассматриваемого случая равна:

$$L(t_1, t_2, \dots, t_N, \lambda) = C_N^r \lambda^r \exp \left\{ -\lambda \left[\sum_{j=1}^r t_j + (N-r)t_r \right] \right\}.$$

Имеем $\ln L = \ln C_N^r + r \ln \lambda - \lambda T_{\Sigma r}$.

Уравнение правдоподобия будет:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \lambda} = \frac{r}{\lambda} - T_{\Sigma r} = 0.$$

Оценка максимального правдоподобия равна:

$$\lambda^* = \frac{r}{T_{\Sigma r}} = \frac{r}{\sum_{j=1}^r t_j + (N-r)t_r}.$$

Оценка λ^* в данном случае является смещенной [4], так как математическое ожидание оценки $m_{\lambda^*} = \frac{r}{r-1} \lambda$ при $r > 1$ отличается от оцениваемого параметра. Чтобы получить несмещенную оценку, необходимо воспользоваться формулой

$$\lambda^* = \frac{r-1}{T_{\Sigma r}} = \frac{r-1}{\sum_{j=1}^r t_j + (N-r)t_r}.$$

Таким образом, получаем:

$$\lambda = \frac{10-1}{2500 + 31 \cdot 200} = 2,7 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч.}$$

Пример 3-14. Испытания транзисторов производились по плану $[N=250, B, T=300]$. За наработку T произошло 10 отказов. Требуется произвести точечную оценку и нижнюю доверительную границу средней наработки до отказа при достоверности 95% (т. е. $\alpha=0,05$), предполагая показательное распределение наработки до отказа.

Решение. Точечная оценка средней наработки до отказа для плана $[N, B, T]$ определяется из формулы оценки параметра λ , полученной в примере 3-11:

$$m_t^* = \frac{NT}{r} = \frac{250 \cdot 300}{10} = 7500 \text{ ч.}$$

Нижняя доверительная граница средней наработки до отказа вычисляется по формуле

$$m_{tH} = \frac{2T_{\Sigma r}}{\chi_{\alpha}^2}, \quad T_{\Sigma r} = NT = 75000 \text{ ч.}$$

При $\alpha=0,05$ и числе степеней свободы $k=2r=20$ по таблицам χ^2 -распределения находится величина $\chi_{\alpha}^2=40$.

$$m_{tH} = \frac{75000}{40} \approx 1900 \text{ ч.}$$

Пример 3-15. Испытания электронных ламп проводились по плану $[N=100, Б, r=9]$. В результате испытаний зафиксированы моменты отказов $t_1=130$ ч, $t_2=280$ ч, $t_3=360$ ч, $t_4=370$ ч, $t_5=420$ ч, $t_6=510$ ч, $t_7=622$ ч, $t_8=679$ ч, $t_9=810$ ч. Предполагается показательное распределение наработки до отказа.

Требуется определить, с какой достоверностью можно утверждать, что нижняя доверительная граница средней наработки до отказа не будет меньше $m_{тн}=5000$ ч.

Решение. Для плана $[N, Б, r]$ величина суммарной наработки равна:

$$T_{\Sigma r} = \sum_{i=1}^r t_i + (N - r)t_r = 78\,180 \text{ ч.}$$

Далее определяем величину χ_{α}^2 :

$$\chi_{\alpha}^2 = \frac{2T_{\Sigma r}}{m_{тн}} = \frac{2 \cdot 78\,180}{5000} \approx 31.$$

По таблицам для числа степеней свободы $2r=18$ определяем, что такому значению χ_{α}^2 соответствует $\alpha=0,025$. Следовательно, величина достоверности будет равна $1-\alpha=0,975$.

Пример 3-16. При испытании 75 комплектов радиодальномеров получены значения наработки до отказа, приведенные в табл. 3-9. Требуется с помощью метода моментов оценить среднюю наработку до отказа m_t^* и среднее квадратическое отклонение наработки до отказа σ_t^* , предполагая усеченное нормальное распределение наработки до отказа.

Решение. Средняя наработка до отказа равна:

$$m_t^* = \frac{\sum_{j=1}^N t_j}{N} = \frac{\sum_{j=1}^{75} t_j}{75} = \frac{46\,320}{75} = 620 \text{ ч.}$$

Статистическую оценку дисперсии наработки до отказа вычисляем по формуле

$$D_t^* = \frac{\sum_{j=1}^N (t_j - m_t^*)^2}{N - 1} = \frac{271\,783}{75 - 1} \approx 3680 \text{ ч}^2.$$

Отсюда

$$\sigma_t^* = \sqrt{D_t^*} = \sqrt{3680} \approx 60 \text{ ч.}$$

Таблица 3-9

Порядковый номер	t_j , ч	Порядковый номер	t_j , ч	Порядковый номер	t_j , ч
1	500	26	590	51	660
2	510	27	595	52	661
3	515	28	600	53	662
4	520	29	601	54	663
5	525	30	602	55	664
6	525	31	602	56	665
7	527	32	603	57	675
8	530	33	605	58	677
9	532	34	607	59	678
10	535	35	610	60	680
11	536	36	615	61	681
12	540	37	625	62	682
13	541	38	640	63	683
14	545	39	641	64	684
15	550	40	642	65	685
16	552	41	643	66	690
17	555	42	645	67	691
18	560	43	646	68	692
19	562	44	647	69	694
20	563	45	648	70	695
21	565	46	650	71	696
22	570	47	651	72	697
23	575	48	652	73	698
24	576	49	655	74	699
25	580	50	656	75	700

Пример 3-17. В результате испытаний по плану $[N=50, B, T=500]$ электролитических конденсаторов зафиксированы отказы $r=10$ конденсаторов. Предполагается показательное распределение наработки до отказа. Требуется оценить среднюю наработку до отказа и найти ее доверительный интервал при $\alpha=0,1$.

Решение. Суммарная наработка равна:

$$T_{\Sigma r} = NT = 50 \cdot 500 = 25\,000 \text{ ч.}$$

Тогда статистическая оценка средней наработки до отказа

$$m_t^* = \frac{T_{\Sigma r}}{r} = \frac{25\,000}{10} = 2500 \text{ ч.}$$

Из таблицы χ^2 при $2r=2 \cdot 10=20$ степенях свободы находим:

$$\chi_{\alpha/2}^2 = \chi_{0,05}^2 = 31,4 \text{ и } \chi_{1-\alpha/2}^2 = \chi_{0,95}^2 = 10,85.$$

Определяем доверительный интервал:

$$\frac{2T_{\Sigma r}}{\chi_{0,05}^2} < m_t < \frac{2T_{\Sigma r}}{\chi_{0,95}^2}, \quad \frac{2 \cdot 25\,000}{31,4} < m_t < \frac{2 \cdot 25\,000}{10,85},$$

$$1600 \text{ ч} < m_t < 4600 \text{ ч}.$$

Пример 3-18. Для условий примера 3-16 найти нижнюю границу доверительного интервала для средней наработки до отказа. Задана доверительная вероятность $\alpha=0,05$.

Решение. Из табл. П-1-3 для вероятности $\alpha=0,05$ при числе степеней свободы $k=N-1=75-1=74$ находим квантиль распределения Стьюдента $Z_{0,05}=1,664$.

Нижняя граница доверительного интервала для средней наработки до отказа будет равна:

$$m_{tн} = m_t^* - Z_{\alpha} \frac{\sigma_t^*}{\sqrt{N}} = 620 - 1,664 \frac{69}{\sqrt{75}} = 609 \text{ ч}.$$

Пример 3-19. Для условий примера 3-16 при заданной доверительной вероятности $\alpha=0,1$ найти нижнюю границу доверительного интервала для оценки вероятности безотказной работы $P^*(t_i)$ радиодальномера, если задана требуемая наработка $t_i=500$ ч.

Решение. Вероятность безотказной работы при нормальном распределении наработки до отказа вычисляется по формуле

$$P^*(t_i) = \frac{1}{2} - \Phi\left(\frac{t_i - m_t^*}{\sigma_t^*}\right).$$

В рассматриваемом случае аргумент нормированной функции Лапласа

$$u = \frac{t_i - m_t^*}{\sigma_t^*} = \frac{500 - 620}{60} = -2.$$

Из табл. П-1-5 находим:

$$\Phi(-2) = -0,477.$$

Таким образом,

$$P^*(t_i) = 0,977.$$

Нижняя доверительная граница для вероятности безотказной работы

$$P_{\text{н}}(t_i) = P^*(t_i) - u_{\alpha} \sigma_p.$$

Из табл. П-1-4 для заданной доверительной вероятности $\alpha=0,1$ находим квантиль нормального распределения $u_{\alpha}=1,282$.

Для определения σ_p находим:

$$\begin{aligned} k &= 0,4 \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{t_i - m_t^*}{\sigma_t^*} \right)^2 \right] = \\ &= 0,4 \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{500 - 620}{60} \right)^2 \right] = 0,15. \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \sqrt{\frac{k^2}{N} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{t_i - m_t^*}{\sigma_t^*} \right)^2 \right]} = \\ &= \sqrt{\frac{0,15^2}{75} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{500 - 620}{60} \right)^2 \right]} = 0,03. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$P_{\text{н}}(t_i) = 0,977 - 1,282 \cdot 0,03 = 0,94.$$

Пример 3-20. Для испытаний на надежность выделен один комплект аппаратуры спутниковой системы радиосвязи. Испытания предполагается провести по плану $[N=1, Б, T]$, когда испытания продолжаются до заданной наработки T . При условии показательного распределения наработки до отказа требуется определить, какова должна быть наработка T комплекта аппаратуры, чтобы подтвердить с достоверностью 0,9 требуемую вероятность безотказной работы системы $P(t_i)=0,8$ в течение наработки $t_i=100$ ч.

Решение. Из формулы вычисления односторонней границы для вероятности безотказной работы при показательном распределении наработки до отказа

$$P_{\text{н}}(t_i) > \exp \left[-\frac{\chi_{\alpha}^2 t_i}{2T_{\Sigma r}} \right]$$

получим:

$$T_{\Sigma r} > \frac{\chi_{\alpha}^2 t_i}{2 \ln P_H(t_i)}.$$

Так как суммарная наработка в рассматриваемом случае $T_{\Sigma r} = NT = 1T = T$,

$$T > \frac{\chi_{\alpha}^2 t_i}{2 \ln P_H(t_i)}.$$

Из табл. П-1-1 при $\alpha=0,1$ и $k=2r=2 \cdot 1=2$ находим $\chi_{\alpha}^2=4,61$.

Таким образом, аппаратура должна безотказно проработать не менее

$$T > \frac{4,61 \cdot 100}{2 \ln 0,8} = 1000 \text{ ч.}$$

Пример 3-21. При эксплуатации трех систем спутниковой радиосвязи, в каждой из которых применены один основной и два канала в ненагруженном резерве, получены данные о наработке до отказа каналов: 400, 450, 470, 480, 485, 490, 505, 525, 575 ч. Для каждого из каналов предполагается показательное распределение наработки до отказа. Переключатели абсолютно надежны. Требуется оценить среднюю наработку до отказа и найти нижнюю границу ее доверительного интервала при заданной достоверности $\alpha=0,1$.

Решение. Так как основной канал и два канала ненагруженного резерва имеют показательное распределение наработки до отказа, система радиосвязи будет иметь гамма-распределение наработки до отказа с параметром $m=3$.

Оценка средней наработки до отказа системы

$$m_t^* = \frac{T_{\Sigma r}}{n} = \frac{4380}{3} = 1450 \text{ ч,}$$

где n — число комплектов аппаратуры систем связи.

Оценка среднего квадратического отклонения наработки до отказа

$$\sigma_t^* \approx \sqrt{\frac{m_t^{*2}}{mn}} = \sqrt{\frac{1450^2}{3 \cdot 3}} = 480 \text{ ч.}$$

Из табл. П-1-3 для вероятности $1-\alpha=0,99$ при числе степеней свободы $k=mn-1=8$ находим квантиль распределения Стьюдента:

$$z_{1-\alpha} = z_{0,99} = 2,895.$$

Нижняя граница доверительного интервала для средней наработки до отказа системы радиосвязи

$$m_{тн} = m_t^* - z_\alpha \frac{\sigma_t^*}{\sqrt{mn}} = 1450 - 2,895 \frac{480}{\sqrt{3 \cdot 3}} = 988 \text{ ч.}$$

Пример 3-22. Испытания $n=10$ восстанавливаемых радиоэлектронных устройств проводились до $m=3$ отказов каждого из устройств. Предполагается показательное распределение наработки до отказа. В результате испытаний получены следующие значения наработки до m -го отказа: $t_1=200$ ч, $t_2=220$ ч, $t_3=250$ ч, $t_4=300$ ч, $t_5=300$ ч, $t_6=310$ ч, $t_7=340$ ч, $t_8=350$ ч, $t_9=400$ ч, $t_{10}=430$ ч. Требуется оценить параметр λ распределения наработки до отказа радиоэлектронного устройства, а также определить его доверительные границы с достоверностью $\alpha=0,1$.

Решение. Случайная наработка до m -го отказа устройства имеет гамма-распределение с параметрами $m=3$ и λ . Доверительный интервал для параметра λ в рассматриваемом случае может быть найден так же, как для показательного распределения при числе степеней свободы $k=2mn$.

Суммарная наработка $n=10$ испытуемых устройств

$$T_{\Sigma r} = \sum_{i=1}^n t_i = 3100 \text{ ч.}$$

Точечная оценка параметра λ равна:

$$\lambda^* = \frac{mn}{T_{\Sigma r}} = \frac{3 \cdot 10}{3100} = 9,7 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч.}$$

Из табл. П-1-1 для вероятностей $\frac{\alpha}{2} = 0,05$ и $1 - \frac{\alpha}{2} = 0,95$ при числе степеней свободы $k=2mn=2 \cdot 10 \cdot 3=60$ находим:

$$\chi_{\alpha/2}^2 = \chi_{0,05}^2 = 79,1; \quad \chi_{1-\alpha/2}^2 = \chi_{0,95}^2 = 43,2.$$

Границы доверительного интервала для параметра λ определяются по формуле

$$\frac{\chi_{1-\alpha/2}^2}{2T_{\Sigma r}} < \lambda < \frac{\chi_{\alpha/2}^2}{2T_{\Sigma r}}.$$

Имеем:

$$\frac{43,2}{2 \cdot 3100} < \lambda < \frac{79,1}{2 \cdot 3100}; \quad 7 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{ч}} < \lambda < 1,3 \cdot 10^{-2} \frac{1}{\text{ч}}.$$

Пример 3-23. Испытания $n=8$ комплектов ремонтируемой радиоаппаратуры проводились до $m=2$ отказов каждого комплекта. Получены следующие значения наработки до m -го отказа $t_1=100$ ч, $t_2=110$ ч, $t_3=120$ ч, $t_4=150$ ч, $t_5=170$ ч, $t_6=200$ ч, $t_7=210$ ч, $t_8=220$ ч. Предполагается показательное распределение наработки между отказами. Требуется произвести оценку наработки на отказ \tilde{m}_t и границы доверительного интервала \tilde{m}_{tH} и \tilde{m}_{tB} с достоверностью $\alpha=0,2$.

Решение. Суммарная наработка $n=8$ комплектов радиоаппаратуры равна

$$T_{\Sigma r} = \sum_{i=1}^8 t_i = 1280 \text{ ч.}$$

Наработка на отказ

$$\tilde{m}_t = \frac{T_{\Sigma r}}{mn} = \frac{1280}{2 \cdot 8} = 80 \text{ ч.}$$

Из табл. П-1-1 для вероятностей $\alpha/2=0,1$ и $1-\alpha/2=0,9$ при числе степеней свободы $k=2$ $mn=2 \cdot 2 \cdot 8=32$ находим:

$$\chi_{\alpha/2}^2 = \chi_{0,1}^2 = 42,62; \quad \chi_{1-\alpha/2}^2 = \chi_{0,9}^2 = 22,28.$$

Нижняя граница доверительного интервала

$$\tilde{m}_{tH} = \frac{2T_{\Sigma r}}{\chi_{\alpha/2}^2} = \frac{2 \cdot 1280}{42,62} = 60 \text{ ч.}$$

Верхняя граница доверительного интервала

$$\tilde{m}_{tB} = \frac{2T_{\Sigma r}}{\chi_{1-\alpha/2}^2} = \frac{2 \cdot 1280}{2 \cdot 2 \cdot 28} = 111 \text{ ч.}$$

Пример 3-24. В процессе эксплуатации $N=30$ ремонтируемых наземных радиолокационных станций в течение наработки $(0, 1000)$ ч получены данные об отказах, приведенные в табл. 3-10. Требуется вычислить значения и построить график параметра потока отказов $\omega^*(t)$.

Решение. Для каждого i -го интервала статистического ряда вычисляем статистические значения оценки параметра потока отказов $\omega_i^* = \frac{\Delta r_i}{N\Delta t_i}$. Результаты вычислений приведены в табл. 3-10. По значениям ω_i^*

Таблица 3-10

$\Delta t_i, \text{ч}$	0—200	200—400	400—600	600—800	800—1000
Δr_i	4	8	10	4	4
$\omega_i^*, 1/\text{ч}$	$6,7 \cdot 10^{-4}$	$1,3 \cdot 10^{-3}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$	$6,7 \cdot 10^{-4}$	$6,7 \cdot 10^{-4}$

строим график вычисленного по экспериментальным данным параметра потока отказов (рис. 3-16).

Пример 3-25. При эксплуатации $N=300$ ремонтируемых радиостанций наблюдались отказы $r=30$ станций в течение наработки $(0, 1000)$ ч.

Требуется вычислить средний параметр потока отказов $\bar{\omega}_c$ и найти для него двусторонний доверительный интервал при заданной доверительной вероятности $\alpha=0,05$.

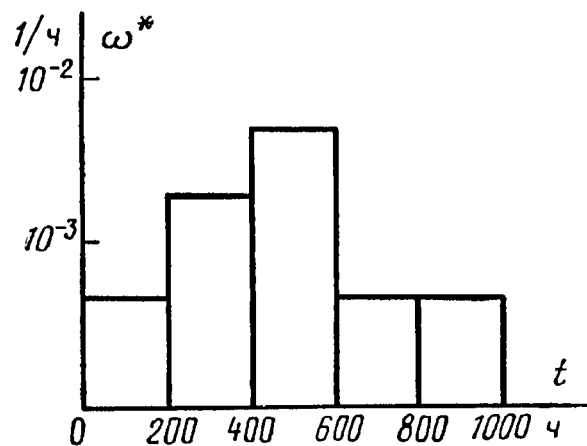


Рис 3-16. График $\omega^*(t)$ к примеру 3-24

Решение. Средний параметр потока отказов равен:

$$\bar{\omega}_c = \frac{r}{N\Delta t} = \frac{30}{300 \cdot 1000} = 1 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч.}$$

Границы двустороннего доверительного интервала для среднего параметра потока отказов определяем по формуле (3-13). По формулам (3-14) и (3-15) вычисляем нижнюю и верхнюю границы доверительного интервала для вероятности отказа $Q(t_1, t_2)$. Для этого из табл. П-1-1 при числе степеней свободы $k=2 \cdot 30=60$ и уровне вероятности $1-\alpha=0,95$ находим $\chi_{0,95}^2=43,2$ и при числе степеней свободы $k=2(30+1)=62$ и уровне вероятности $\alpha=0,05$ находим $\chi_{0,05}^2=79,1$.

Соответственно

$$Q_{\text{н}} = \frac{\chi_{0,95}^2}{2N - r + 1 + 0,5 \chi_{0,95}^2} =$$

$$= \frac{43,2}{2 \cdot 300 - 30 + 1 + 0,5 \cdot 43,2} = 0,07;$$

$$Q_{\text{в}} = \frac{\chi_{0,05}^2}{2N - r + 1 + 0,5 \chi_{0,05}^2} =$$

$$= \frac{79,1}{2 \cdot 300 - 30 + 1 + 0,5 \cdot 79,1} = 0,13.$$

Соответственно нижняя и верхняя границы доверительного интервала для среднего параметра потока отказов равны:

$$\bar{\omega}_{\text{н}} = \frac{Q_{\text{н}}}{\Delta t} = \frac{0,07}{1000} = 7 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч};$$

$$\bar{\omega}_{\text{в}} = \frac{Q_{\text{в}}}{\Delta t} = \frac{0,13}{1000} = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч}.$$

Пример 3-26. Данные о наработке до отказа $N=200$ устройств, сгруппированные в интервалы статистического ряда, приведены в табл. 3-11. Требуется оценить с помощью критерия χ^2 гипотезу о согласии принятого нормального распределения с экспериментальными данными.

Таблица 3-11

Номер интервала t	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Границы интервала	0—100	100—200	200—250	250—300	300—350	350—400	400—450	450—500	500—600
Δr_i	7	16	21	36	41	38	20	14	10
P_i^*	0,034	0,079	0,104	0,172	0,202	0,187	0,098	0,071	0,049
$\bar{t}_i, ч$	50	150	225	275	325	375	425	475	550
P_i	0,029	0,108	0,127	0,155	0,186	0,159	0,119	0,070	0,047
NP_i	5,86	21,93	25,79	31,46	37,78	32,28	24,15	14,20	9,55
$\frac{(\Delta r_i - NP_i)^2}{NP_i}$	0,22	1,61	0,90	0,66	0,28	1,02	0,72	0,003	0,02

 $\chi^2 = 5,833$

Решение. Вычисляем частоты $Q_i^* = \frac{\Delta r_i}{N}$ попадания случайной наработки до отказа в i -й интервал ($i = 1, 2, \dots, h$) статистического ряда. Для каждого интервала определяем значения \bar{t}_i середин интервалов. Результаты вычислений сводим в табл. 3-11. Вычисляем оценки средней m_t^* и дисперсии D_t^* наработки до отказа:

$$m_t^* = \sum_{i=1}^h \bar{t}_i P_i^* = 50 \cdot 0,034 + 150 \cdot 0,079 + 225 \cdot 0,104 + \\ + 275 \cdot 0,172 + 325 \cdot 0,202 + 0,187 \cdot 375 + 425 \cdot 0,098 + \\ + 475 \cdot 0,071 + 550 \cdot 0,049 = 322 \text{ ч};$$

$$D_t^* = \sum_{i=1}^h \bar{t}_i^2 P_i^* - m_t^{*2} = 11\,000 \text{ ч}^2; \quad \sigma_t^* = 1054 \text{ ч}.$$

Для нормального распределения вычисляем вероятности P_i попадания значений наработки до отказа в i -й интервал:

$$P_i = \Phi(u_i) - \Phi(u_{i-1}),$$

$$\text{где } u_i = \frac{t_i - m_t^*}{\sigma_t^*}; \quad u_{i-1} = \frac{t_{i-1} - m_t^*}{\sigma_t^*}.$$

Значения функции Лапласа $\Phi(u)$ находим из табл. П-1-5.

Вычисляем значение χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^9 \frac{(\Delta r_i - NP_i)}{NP_i} = 5,833.$$

Число степеней свободы равно:

$$k = n - l - 1 = 9 - 2 - 1 = 6.$$

Из приложения 1 для значений $\chi^2 = 5,833$ и числа степеней свободы $K = 6$ находим $P = 0,435$, т. е. можно считать, что нормальное распределение не противоречит экспериментальным данным.

Пример 3-27. Одновыборочный контроль надежности интегральных микросхем производится по числу дефект-

ных элементов при испытании выборки $n=8$ микросхем, которая по объему составляет менее $0,1N$ от общего числа элементов в партии. Назначено приемочное число $c=0$.

Требуется сравнить риски поставщика α и потребителя β при контроле надежности в зависимости от гипотезы о распределении числа $X=k$ дефектных элементов в выборке (биномиальное или Пуассона).

Решение. Распределение Пуассона рекомендуется применять лишь при малых долях брака в партии $q < 0,1$. Рассмотрим, что произойдет, если это распределение будет применено и при больших q . Вероятность принятия партии в зависимости от доли брака $L(q)$ вычисляется в случае $c=0$ для биномиального распределения по формуле $L_b(q) = (1-q)^n$, для пуассоновского — $L_p(q) = \text{схр}[-nq]$. Результаты вычислений $L_b(q)$ и $L_p(q)$ приведены в табл. 3-12 и на графике рис. 3-17.

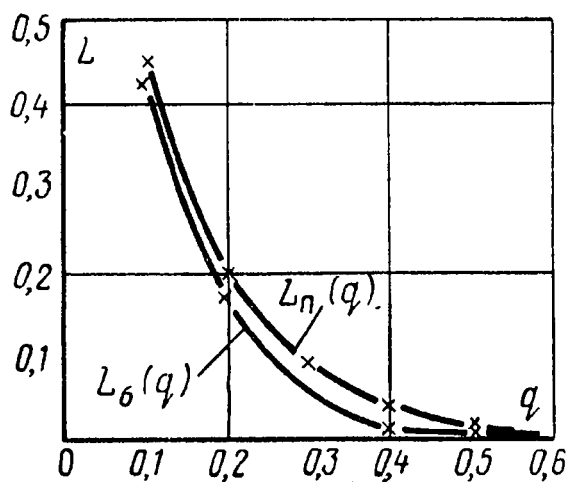


Рис. 3-17 Оперативные характеристики $L_b(q)$ и $L_p(q)$ при одновыборочном контроле надежности

Таблица 3-12

q_i	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$L_b(q_i)$	0,431	0,163	0,058	0,007	0,004	0,002
$L_p(q_i)$	0,449	0,200	0,091	0,041	0,018	0,008

Так как всегда $L_p(q) > L_b(q)$, принятие пуассоновского распределения дает больший риск потребителя β и меньший риск поставщика α по сравнению с биномиальным распределением. Одновыборочный контроль при $c=0$ может быть реализован на практике лишь при больших значениях отношения q_2/q_1 .

Пример 3-28. Испытания партии элементов проводились по плану $[N=100, B, r=8]$. В результате испытаний был зафиксирован момент восьмого отказа — окон-

чания испытания — $t_r = 300$ ч. Требуется принять решение о приемке или браковке партии при условии, что риск поставщика α будет меньше или равен 0,05, средняя наработка до отказа годной партии равна или больше $m_{t1} = 10\,000$ ч.

Решение. Предполагая показательное распределение наработки до отказа, рассмотрим случайную величину $\frac{2T_{\Sigma r}}{m_{t1}}$, которая распределена по закону χ^2 с $2r$ степенями свободы. Вероятность правильного решения о принятии годной партии равна:

$$P \left\{ \frac{2T_{\Sigma r}}{m_{t1}} > \chi_{1-\alpha}^2 \right\} = 1 - \alpha.$$

Поэтому условие принятия партии при фиксированной величине α может быть записано как

$$\frac{2T_{\Sigma r}}{m_{t1}} > \chi_{1-\alpha}^2.$$

Для плана $[N, B, r]$

$$T_{\Sigma r} = Nt_r.$$

Следовательно,

$$\frac{2Nt_r}{m_{t1}} > \chi_{1-\alpha}^2.$$

Случайной величиной в этом неравенстве является величина t_r :

$$t_r > \frac{\chi_{1-\alpha}^2 m_{t1}}{2N}.$$

Если это неравенство выполняется, то партия принимается.

Значение $\chi_{1-\alpha}^2$ определяется по таблицам при $\alpha = 0,05$, $2r = 16$.

Имеем $\chi_{1-\alpha}^2 = 5,14$ и $\frac{\chi_{1-\alpha}^2 m_{t1}}{2N} = 257$ ч, $t_r = 300$ ч $>$
 > 257 ч, т. е. испытываемая партия принимается.

Пример 3-29. Три партии изделий проходили приемочные испытания по плану $[N=100, B, T=100]$. Предполагается, что наработка до отказа изделий распределена по показательному закону. При этом для годной партии средняя наработка до отказа $m_{t1} = 10^4$ ч, для партии,

которая бракуется, $m_{t_2} = 10^3$ ч, вероятности p и q появления таких партий составляют $p = 0,9$ и $q = 0,1$. В результате испытаний первой партии было зафиксировано $r_1 = 3$ отказа, второй — $r_2 = 2$, третьей — $r_3 = 6$. Требуется принять решение о приемке или браковке каждой партии по результатам испытаний.

Решение. Поскольку в условии задачи не заданы величины ошибок первого и второго рода, то решение принимается по критерию максимума апостериорной вероятности, который обеспечивает минимальную априорную вероятность ошибки.

Критерий максимума апостериорной вероятности заключается в следующем: надежность группы изделий не изменилась при выполнении неравенства

$$\frac{qL(t_1, \dots, t_r / m_{t_2})}{pL(t_1, \dots, t_r / m_{t_1})} \geq 1$$

и повысилась в противном случае.

Используя выражение для функции правдоподобия для плана $[N, V, T]$, полученное в примере 3-10, можно записать неравенство в виде

$$\frac{q \left(\frac{N}{m_{t_2}}\right)^r \exp\left[-\frac{NT}{m_{t_2}}\right]}{p \left(\frac{N}{m_{t_1}}\right)^r \exp\left[-\frac{NT}{m_{t_1}}\right]} \geq 1.$$

Случайной величиной, полученной в результате испытаний, в этом неравенстве является величина r , которая может быть выделена в левой части неравенства. Для этого проведем преобразования:

$$\ln \frac{\left(\frac{N}{m_{t_2}}\right)^r \exp\left[-\frac{NT}{m_{t_2}}\right]}{\left(\frac{N}{m_{t_1}}\right)^r \exp\left[-\frac{NT}{m_{t_1}}\right]} \geq \ln \frac{p}{q};$$

$$\left[r \ln \frac{m_{t_1}}{m_{t_2}} - NT \left(\frac{1}{m_{t_2}} - \frac{1}{m_{t_1}} \right) \right] \geq \ln \frac{p}{q};$$

$$r \geq \frac{\ln \frac{p}{q} + NT \left(\frac{1}{m_{t_2}} - \frac{1}{m_{t_1}} \right)}{\ln \frac{m_{t_1}}{m_{t_2}}}.$$

После подстановки числовых значений получаем пороговое значение

$$r_n = 5,3.$$

Сравниваем полученные в результате испытаний каждой группы изделий числа отказов с пороговым значением:

$$\begin{aligned} r_1 = 3 < r_n; \quad r_2 = 2 < r_n; \\ r_3 = 6 > r_n. \end{aligned}$$

Следовательно, по результатам испытаний получаем, что для первой и второй групп изделий надежность повысилась.

Пример 3-30. Отличие от примера 3-29 состоит в том, что испытания производятся по плану $[N, B, r]$ до $r=5$. В результате проведения испытаний получены следующие моменты окончания испытаний:

для первой — $t_{r1}=400$ ч;

для второй — $t_{r2}=80$ ч;

для третьей — $t_{r3}=230$ ч.

Требуется решить, для какой группы изделий повысилась надежность.

Решение. Воспользуемся правилом максимума апостериорной вероятности, приведенным в примере 3-29. Используя выражение для функции правдоподобия, полученное в примере 3-11 для плана $[N, B, r]$, получаем неравенство, при выполнении которого надежность не изменилась:

$$\frac{q \left(\frac{N}{m_{t2}} \right)^r \exp \left[- \frac{Nt_r}{m_{t2}} \right]}{p \left(\frac{N}{m_{t1}} \right)^r \exp \left[- \frac{Nt_r}{m_{t1}} \right]} \geq 1.$$

Случайной величиной в этом неравенстве является величина t_r , которую вынесем в левую часть неравенства. Для этого проведем преобразования:

$$\ln \frac{\left(\frac{N}{m_{t2}} \right)^r \exp \left[- \frac{Nt_r}{m_{t2}} \right]}{\left(\frac{N}{m_{t1}} \right)^r \exp \left[- \frac{Nt_r}{m_{t1}} \right]} \geq \ln \frac{p}{q};$$

$$r \ln \frac{m_{t1}}{m_{t2}} - N \left(\frac{1}{m_{t2}} - \frac{1}{m_{t1}} \right) t_r \geq \ln \frac{p}{q};$$

$$t_r \leq \frac{r \ln \frac{m_{t1}}{m_{t2}} - \ln \frac{p}{q}}{N \left(\frac{1}{m_{t2}} - \frac{1}{m_{t1}} \right)}.$$

Величина, полученная в правой части неравенства, является порогом для времени r -го отказа (окончания испытания) при испытаниях по плану $[N, B, r]$.

Для рассматриваемого примера пороговая величина $t_{rп} = 92$ ч.

Следовательно, по результатам испытаний установлено, что надежность повысилась для первой и третьей групп, так как

$$t_{r1} = 400 \text{ ч} > t_{rп};$$

$$t_{r2} = 80 \text{ ч} < t_{rп};$$

$$t_{r3} = 230 \text{ ч} > t_{rп}.$$

Пример 3-31. Отличие от примера 3-29 заключается в том, что испытывалась одна группа изделий по плану $[N, B, r]$. Испытания проводились до $r=5$ и были зафиксированы следующие моменты отказов: $t_1=50$ ч, $t_2=80$ ч, $t_3=120$ ч, $t_4=200$ ч, $t_5=250$ ч. Требуется принять решение о повышении надежности.

Решение производится аналогично примеру 3-29.

Составляется неравенство, в котором используется выражение для функции правдоподобия, полученное для плана $[N, B, r]$ в примере 3-13:

$$\frac{qN \dots (N-r+1) \left(\frac{1}{m_{t2}} \right)^r \exp \left[-\frac{T_{\Sigma r}}{m_{t2}} \right]}{pN \dots (N-r+1) \left(\frac{1}{m_{t1}} \right)^r \exp \left[-\frac{T_{\Sigma r}}{m_{t1}} \right]} \geq 1.$$

Случайной величиной в этом выражении является суммарная наработка $T_{\Sigma r} = \sum_{i=1}^r t_i + (N-r)t_r$. Произво-

дим соответствующие преобразования, чтобы выделить $T_{\Sigma r}$:

$$\ln \frac{\left(\frac{1}{m_{t2}}\right)^r \exp\left[-\frac{T_{\Sigma r}}{m_{t2}}\right]}{\left(\frac{1}{m_{t1}}\right)^r \exp\left[-\frac{T_{\Sigma r}}{m_{t1}}\right]} \geq \ln \frac{p}{q};$$

$$T_{\Sigma r} \leq \frac{r \ln \frac{m_{t1}}{m_{t2}} - \ln \frac{p}{q}}{\frac{1}{m_{t2}} - \frac{1}{m_{t1}}}.$$

В правой части неравенства получено пороговое значение суммарной наработки $T_{\Sigma rп}$.

Для рассматриваемого примера после подстановки числовых значений, получим:

$$T_{\Sigma rп} = 9800 \text{ ч.}$$

По результатам испытаний

$$T_{\Sigma r} = 24\,500 \text{ ч.}$$

Надежность группы изделий повысилась.

Пример 3-32. Для последовательного приемочного контроля надежности партии электролитических конденсаторов выделена выборка конденсаторов объемом $n < 0,1 N$. Заданы риски поставщика и потребителя $\alpha = \beta = 0,1$, а также допустимые доли брака $q_1 = 0,05$ и $q_2 = 0,1$.

Требуется определить наименьшее число n_1 испытанных конденсаторов, при котором партию можно принять, и наименьшее число n_2 испытанных конденсаторов, при котором партию можно браковать.

Решение. В случае $n < 0,1 N$ для определения условий приемки и браковки может быть использовано биномиальное распределение количества X дефектных элементов в партии.

Подставляя в (3-27) выражения для вероятностей $P(X = k_1, q_2) = C_n^{k_1} q_2^{k_1} (1 - q_2)^{n - k_1}$ и $P(X = k_1, q_1) = C_n^{k_1} q_1^{k_1} (1 - q_1)^{n - k_1}$, получаем условие приемки:

$$\gamma = \frac{q_2^{k_1} (1 - q_2)^{n - k_1}}{q_1^{k_1} (1 - q_1)^{n - k_1}} = \frac{\beta}{1 - \alpha}.$$

Подставляя в (3-28) выражения для вероятностей $P(X = k_2, q_2) = C_n^{k_2} q_2^{k_2} (1 - q_2)^{n - k_2}$ и $P(X = k_2, q_1) = C_n^{k_2} q_1^{k_2} (1 - q_1)^{n - k_2}$,

получаем условие забракования:

$$\gamma \geq \frac{q_2^{k_2} (1 - q_2)^{n - k_2}}{q_1^{k_2} (1 - q_1)^{n - k_2}} = \frac{1 - \beta}{\alpha}.$$

Прологарифмировав эти соотношения, получим для случая биномиального закона распределения уравнения линии приемки

$$k \leq \frac{n \ln \frac{1 - q_1}{1 - q_2} + \ln \frac{\beta}{1 - \alpha}}{\ln \frac{q_2}{q_1} + \ln \frac{1 - q_1}{1 - q_2}} = k_1$$

и линии забракования

$$k \geq \frac{n \ln \frac{1 - q_1}{1 - q_2} + \ln \frac{1 - \beta}{\alpha}}{\ln \frac{q_2}{q_1} + \ln \frac{1 - q_1}{1 - q_2}} = k_2.$$

В соответствии с условием задачи

$$k_1 = \frac{n \ln \frac{1 - 0,05}{1 - 0,1} + \ln \frac{0,1}{1 - 0,1}}{\ln \frac{0,1}{0,05} + \ln \frac{1 - 0,05}{1 - 0,1}} = 0,072n - 2,73;$$

$$k_2 = \frac{n \ln \frac{1 - 0,05}{1 - 0,1} + \ln \frac{1 - 0,1}{0,1}}{\ln \frac{0,1}{0,05} + \ln \frac{1 - 0,05}{1 - 0,1}} = 0,072n + 2,73.$$

Условия приемки в рассматриваемом случае

$$k \leq 0,072n - 2,73.$$

Так как всегда $k \geq 0$, наименьшее число n испытанных конденсаторов, когда возможна приемка партии при $k=0$, равно:

$$n_1 = \frac{2,73}{0,072} = 38.$$

Таким образом, если из испытанных первых 38 конденсаторов не окажется ни одного дефектного, партию можно принять.

Условие браковки

$$k \geq 0,072n + 2,73.$$

Так как всегда $k \leq n$, наименьшее число n_2 испытанных конденсаторов, когда возможна браковка партии, будет при числе дефектных конденсаторов, равном числу испытанных ($k=n_2$), т.е.

$$n_2 = 0,072n_2 + 2,73.$$

Тогда $n_2=3$.

Таким образом, если среди первых трех испытанных конденсаторов все конденсаторы окажутся дефектными, партию можно браковать.

Пример 3-33. Для условий примера 3-32 определить наименьшее число n_2 испытанных конденсаторов, при котором партию можно принять, и наименьшее число n_2 испытанных конденсаторов, при котором партию можно браковать, если доля брака в партии $M < 0,1N$.

Решение. При числе выделяемых для контроля надежности конденсаторов $n < 0,1 N$ и малой доли брака, когда $M < 0,1 N$, для определения условий приемки и забракования может быть использовано пуассоновское распределение количества X дефектных изделий в партии. Используя (3-19), получаем условия приемки

$$\gamma \leq \frac{(nq_2)^{k_1} \exp[-nq_2]}{(nq_1)^{k_1} \exp[-nq_1]} = \frac{\beta}{1-\alpha}$$

и забракования

$$\gamma \geq \frac{(nq_2)^{k_2} \exp[-nq_2]}{(nq_1)^{k_2} \exp[-nq_1]} = \frac{1-\beta}{\alpha}.$$

Прологарифмировав эти соотношения, получим уравнения линии приемки

$$k \leq \frac{nq_1 \left(\frac{q_2}{q_1} - 1 \right) + \ln \frac{\beta}{1-\alpha}}{\ln \frac{q_2}{q_1}} = k_1$$

и забракования

$$k \geq \frac{nq_1 \left(\frac{q_2}{q_1} - 1 \right) + \ln \frac{1-\beta}{\alpha}}{\ln \frac{q_2}{q_1}} = k_2.$$

В соответствии с условием задачи

$$k_1 = \frac{n \cdot 0,05 \left(\frac{0,1}{0,05} - 1 \right) + \ln \frac{0,1}{1-0,1}}{\ln \frac{0,1}{0,05}} = 0,072n - 3,17;$$

$$k_2 = \frac{n \cdot 0,05 \left(\frac{0,1}{0,05} - 1 \right) + \ln \frac{1-0,1}{0,1}}{\ln \frac{0,1}{0,05}} = 0,072n + 3,17.$$

Условие приемки

$$k \leq 0,072n - 3,17.$$

Наименьшее число n_1 испытанных конденсаторов, при котором возможна приемка партии, будет при $k=0$. Тогда

$$n_1 = \frac{3,17}{0,072} = 44.$$

Условие браковки

$$k \geq 0,072n + 3,17.$$

Наименьшее число n_2 испытанных конденсаторов, при котором возможна браковка партии, будет, когда $k=n_2$, т. е.

$$n_2 = 0,072n_2 + 3,17.$$

Отсюда $n_2=4$.

Пример 3-34. Для контроля надежности телевизионных приемников требуется разработать план и построить график последовательного контроля по вероятности отказа, считая распределение числа дефектных приемников в партии биномиальным. Заданы $q_1=0,1$, $q_2=0,3$, $\alpha=0,1$, $\beta=0,2$.

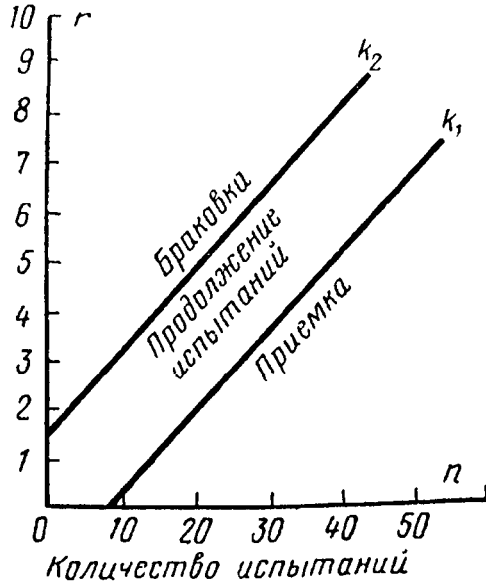


Рис. 3-18. График последовательного контроля надежности по вероятности отказа.

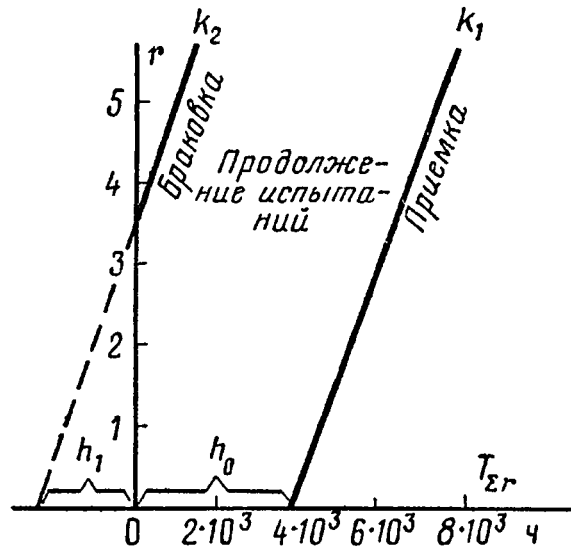


Рис. 3-19. График последовательного контроля надежности по наработке.

Решение. В примере 3-32 для случая биномиального закона распределения выведены уравнения линии приемки:

$$k_1 = \frac{n \ln \frac{1-q_1}{1-q_2} + \ln \frac{\beta}{1-\alpha}}{\ln \frac{q_2}{q_1} + \ln \frac{1-q_1}{1-q_2}} = \frac{n \ln \frac{1-0,1}{1-0,3} + \ln \frac{0,2}{1-0,1}}{\ln \frac{0,3}{0,1} + \ln \frac{1-0,1}{1-0,3}} =$$

$$= 0,17n - 1,45;$$

$$k_2 = \frac{n \ln \frac{1-q_1}{1-q_2} + \ln \frac{1-\beta}{\alpha}}{\ln \frac{q_2}{q_1} + \ln \frac{1-q_1}{1-q_2}} = \frac{n \ln \frac{1-0,1}{1-0,3} + \ln \frac{1-0,2}{0,1}}{\ln \frac{0,3}{0,1} + \ln \frac{1-0,1}{1-0,3}} =$$

$$= 0,17n + 1,45.$$

На рис. 3-18 изображен график последовательного контроля надежности по вероятности отказа для рассматриваемого примера.

Пример 3-35. Партия $N=15$ усилителей низкой частоты поставлена на испытания с целью последовательного контроля надежности. Предполагается показательное распределение наработки до отказа. Заданы $m_{t1}=1000$ ч, $m_{t2}=500$ ч, $\alpha=0,1$, $\beta=0,02$.

Требуется составить план последовательного контроля надежности по наработке до $r=5$ отказов. План контроля представить в табличной и графической форме. Принять решения для трех рабочих точек: $r=0$, $T_{\Sigma r}=2500$ ч; $r=1$, $T_{\Sigma r}=4000$ ч; $r=2$, $T_{\Sigma r}=6000$ ч.

Решение. Вычисляем константы для последовательного контроля надежности по наработке:

$$\rho = \frac{1}{m_{t2}} - \frac{1}{m_{t1}} = \frac{1}{500} - \frac{1}{1000} = 10^{-3};$$

$$h_1 = -\frac{1}{\rho} \ln \frac{\beta}{1-\alpha} = -\frac{1}{10^{-3}} \ln \frac{0,02}{0,9} = 3800;$$

$$h_2 = -\frac{1}{\rho} \ln \frac{1-\beta}{\alpha} = -\frac{1}{10^{-3}} \ln \frac{0,98}{0,1} = -2300;$$

$$S = \frac{1}{\rho} \ln \frac{m_{t1}}{m_{t2}} = \frac{1}{10^{-3}} \ln \frac{1000}{500} = 700.$$

Вычисляем данные для таблицы плана (табл. 3-13) по формулам $T_{\Sigma r} \geq h_1 + rS = 3800 + r \cdot 700$; $T_{\Sigma r} \leq h_2 + rS = -2300 + r \cdot 700$.

Таблица 3-13

Количество отказов r	0	1	2	3	4	5
Приемка при $T_{\Sigma r}$, ч, не менее	3800	4500	5200	5900	6600	7300
Браковка при $T_{\Sigma r}$, ч, не более	—	—	—	—	300	1000

На рис. 3-19 построен график последовательного контроля для рассматриваемого примера.

При $T_{\Sigma r} = 2500$ ч ($r=0$) и $T_{\Sigma r} = 4000$ ч ($r=1$) испытания должны быть продолжены. При $T_{\Sigma r} = 6000$ ч ($r=2$) партия может быть принята, так как удовлетворяется условие

$$T_{\Sigma r} \geq h_0 + rS, 6000 \text{ ч} > 5900 \text{ ч.}$$

3-3. ЗАДАЧИ

3-1. В процессе эксплуатации в течение 500 часов под наблюдением находилось несколько радиоприемных устройств, в которых имелось 6000 элементов определенного типа. В результате отказов элементов зафиксированы отказы радиоприемных устройств. Отказавшие элементы сгруппированы по наработке до отказа в табл. 3-14.

Таблица 3-14

Номер интервала	1	2	3	4	5
Δt_i , ч	0—50	50—100	100—150	150—200	200—250
Δr_i	8	19	39	27	16

Продолжение табл. 3-14

Номер интервала	6	7	8	9	10
Δt_i , ч	250—300	300—350	350—400	400—450	450—500
Δr_i	13	11	12	10	13

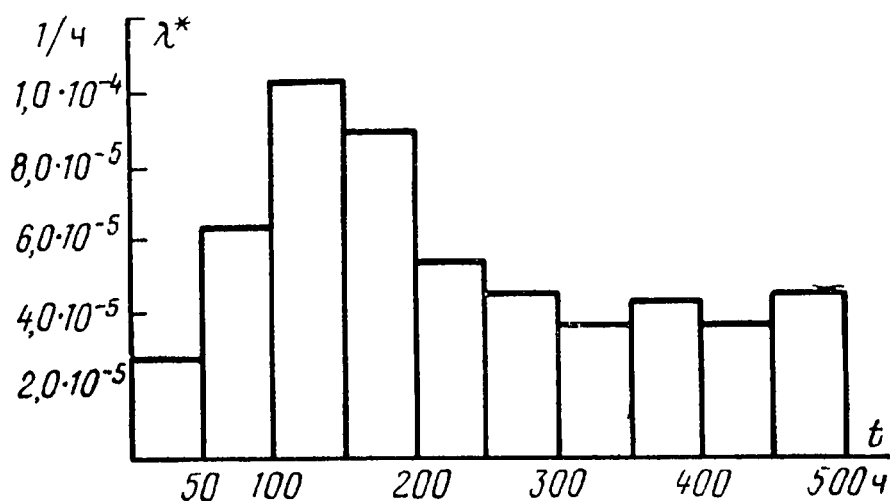


Рис. 3-20. График $\lambda^*(t)$ для задачи 3-1.

Вычислить значения и построить график статистической оценки интенсивности отказов $\lambda^*(t)$.

Ответ: Значения статистической оценки интенсивности отказов равны:

$$\lambda_1^* = 2,7 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч; } \lambda_2^* = 6,3 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч; } \lambda_3^* = 13,2 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч;}$$

$$\begin{aligned} \lambda_4^* &= 9,1 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч}; & \lambda_5^* &= 5,4 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч}; & \lambda_6^* &= 4,4 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч}; \\ \lambda_7^* &= 3,8 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч}; & \lambda_8^* &= 4,1 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч}; & \lambda_9^* &= 3,5 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч}; \\ & & \lambda_{10}^* &= 4,4 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч}. \end{aligned}$$

График $\lambda^*(t)$ приведен на рис. 3-20.

3-2. Для условия задачи 3-1 вычислить значения и построить график статистической оценки плотности распределения наработки до отказа $f^*(t)$.

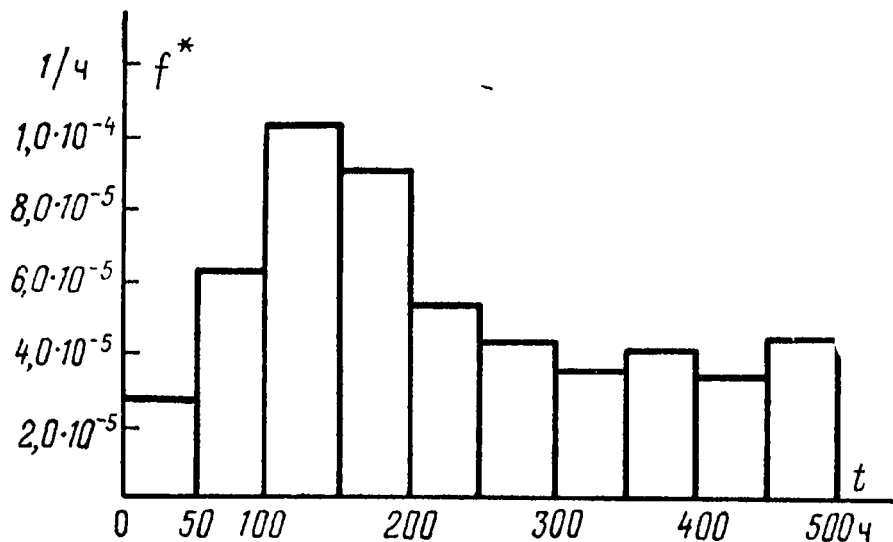


Рис. 3-21. График $f^*(t)$ для задачи 3-2.

О т в е т: Значения статистической оценки плотности распределения наработки до отказа равны:

$$\begin{aligned} f_1^* &= 2,7 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч}; & f_2^* &= 6,3 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч}; & f_3^* &= 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч}; \\ f_4^* &= 9,0 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч}; & f_5^* &= 5,3 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч}; & f_6^* &= 4,3 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч}; \\ f_7^* &= 3,7 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч}; & f_8^* &= 4,0 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч}; & f_9^* &= 3,3 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч}; \\ & & f_{10}^* &= 4,3 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч}. \end{aligned}$$

График $f^*(t)$ приведен на рис. 3-21.

3-3. Для условия задачи 3-1 вычислить значения и построить график статистической оценки функции надежности $P^*(t)$.

О т в е т: Значения статистической оценки в течение каждого i -го интервала времени $(0, t_i)$ равны:

$$\begin{aligned} P_1^* &= 0,9987; & P_2^* &= 0,9955; & P_3^* &= 0,989; & P_4^* &= 0,984; \\ P_5^* &= 0,982; & P_6^* &= 0,980; & P_7^* &= 0,978; & P_8^* &= 0,977; \\ & & P_9^* &= 0,976; & P_{10}^* &= 0,974. \end{aligned}$$

График $P^*(t)$ приведен на рис. 3-22.

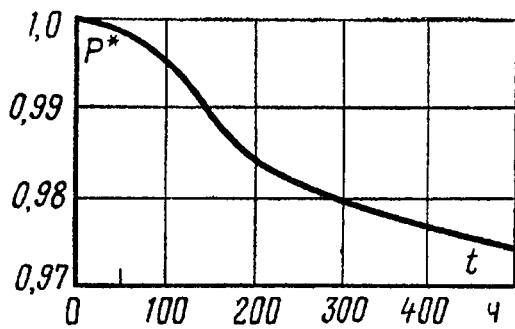


Рис. 3-22. График $P^*(t)$ для задачи 3-3.

3-4. В процессе эксплуатации под наблюдением находились две группы работающих радиостанций. Радиостанции первой группы наработали 1000 ч, радиостанции второй группы — 500 ч. В радиостанциях первой группы имеется 1000 элементов определенного типа, в радиостанциях второй группы 4000 элементов этого же типа. Отказавшие элементы группируются по наработке до отказа так, как показано в табл. 3-15. Вычислить и построить график статистической интенсивности отказов, используя при этом наиболее полно имеющиеся статистические данные.

Таблица 3-15

Номер интервала	1	2	3	4	5	6	
Δt_i , ч	0—50	50—100	100—200	200—300	300—400	400—500	
Δr_i	I группа	7	13	39	27	15	14
	II группа	15	27	81	60	41	21

Продолжение табл. 3-15

Номер интервала	7	8	9	10	11	
Δt_i , ч	500—600	600—700	700—800	800—900	900—1000	
Δr_i	I группа	12	9	10	11	9
	II группа	—	—	—	—	—

Отв ет: Значения статистической оценки интенсивности отказов равны:

$$\begin{aligned} \lambda_1^* &= 8,8 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч; } & \lambda_2^* &= 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч; } & \lambda_3^* &= 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч; } \\ \lambda_4^* &= 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч; } & \lambda_5^* &= 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч; } & \lambda_6^* &= 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч; } \\ \lambda_7^* &= 3,1 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч; } & \lambda_8^* &= 2,3 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч; } & \lambda_9^* &= 2,6 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч; } \\ & & \lambda_{10}^* &= 2,9 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч; } & \lambda_{11}^* &= 2,3 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч. } \end{aligned}$$

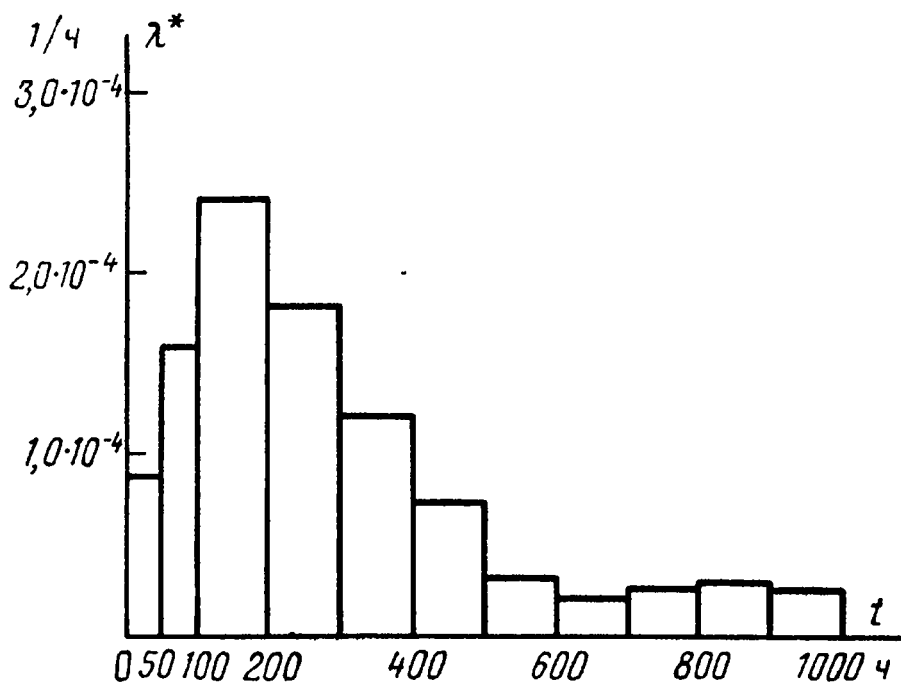


Рис. 3-23. График $\lambda^*(t)$ для задачи 3-4.

График $\lambda^*(t)$ приведен на рис. 3-23.

3-5. Известны статистические данные об отказах трех групп одинаковых усилителей-преобразователей, приведенные в табл. 3-16.

Таблица 3-16

Номер интервала	1	2	3	4	5	6	
Δt_i , ч	0—25	25—50	50—75	75—100	100—150	150—200	
Δr_i	I группа	5	10	8	3	4	4
	II группа	7	10	7	2	4	3
	III группа	4	7	5	4	3	2

Продолжение табл. 3-16

Номер интервала	7	8	9	10	11	
Δt_i , ч	200—250	250—300	300—400	400—500	500—600	
Δr_i	I группа	2	1	4	5	6
	II группа	2	3	—	—	—
	III группа	—	—	—	—	—

Таблица 3-17

Группы усилителей	I, II и III группы					
	0—25	25—50	50—75	75—100	100—150	150—200
Δt_i , ч	16	27	20	9	11	9
Δr_i	0	16	43	63	72	83
r_i	300	284	257	237	228	217
$N-r_i$						
λ_i^* , 1/ч	$2,1 \cdot 10^{-3}$	$3,8 \cdot 10^{-3}$	$3,1 \cdot 10^{-3}$	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$9,6 \cdot 10^{-4}$	$8,8 \cdot 10^{-4}$

Продолжение табл. 3-17

Группы усилителей	I и II группы			I группа		
	200—250	250—300	300—400	400—500	500—600	
Δt_i , ч	4	4	4	5	6	
Δr_i	67	71	37	41	46	
r_i	133	129	63	59	54	
$N-r_i$						
λ_i^* , 1/ч	$8,3 \cdot 10^{-4}$	$6,2 \cdot 10^{-4}$	$6,3 \cdot 10^{-4}$	$8,5 \cdot 10^{-4}$	$1,1 \cdot 10^{-3}$	

Усилители разделены на группы в зависимости от наработки до отказа: I группа — 600 ч, II группа — 300 ч, III группа — 200 ч. В каждой группе по 100 усилителей. Вычислить значения и построить экспериментальный график интенсивности отказов усилителей.

Ответ: Промежуточные результаты вычислений и значения статистической интенсивности отказов приведены в табл. 3-17.

График $\lambda^*(t)$ приведен на рис. 3-24.

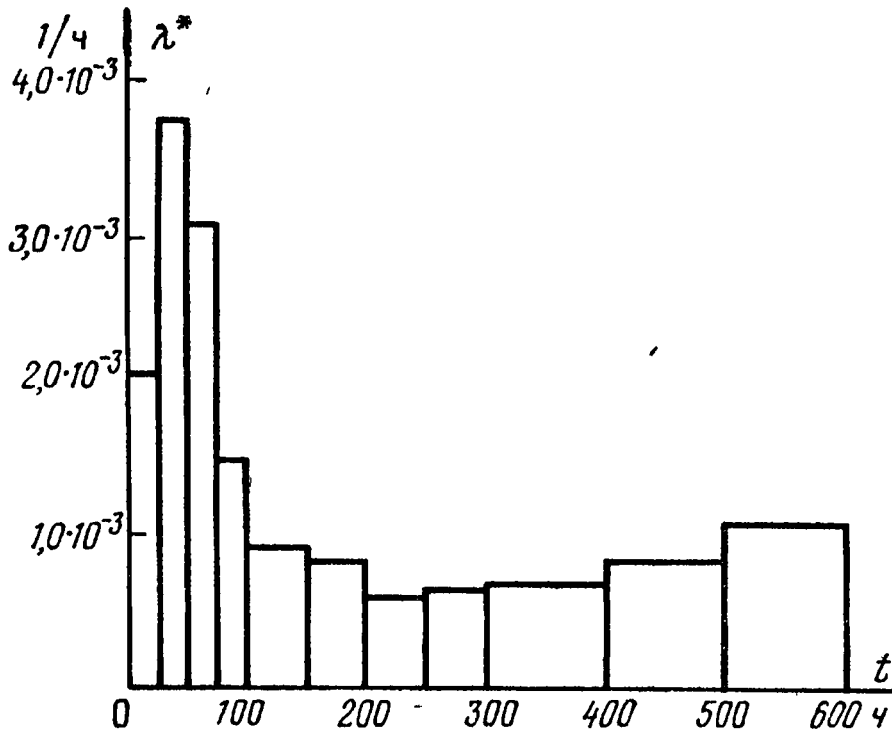


Рис. 3-24. График $\lambda^*(t)$ для задачи 3-5.

3-6. Требуется определить величину наработки на отказ усилителя постоянного тока (УПТ) при условии, что в эксплуатации находилось 5 УПТ. В табл. 3-18 приведены величины суммарной наработки и числа отказов в течение этой наработки.

Таблица 3-18

N_t	1	2	3	4	5
$T_{\Sigma t}$, ч	20 850	22 130	18 600	19 180	22 600
r	4	4	5	5	3

Ответ: $\tilde{m}_t = 490$ ч.

3-7. Партия ремонтируемых элементов испытывалась по плану $[N=80, B, r=8]$. Зафиксированы отказы при наработках $t_1=62$ ч, $t_2=108$ ч, $t_3=142$ ч, $t_4=200$ ч, $t_5=206$ ч, $t_6=271$ ч, $t_7=318$ ч, $t_8=400$ ч. Предполагается, что наработка элементов между отказами распределена по показательному закону. Требуется определить точечную оценку наработки на отказ \tilde{m}_t^* методом максимального правдоподобия.

О т в е т: $\widetilde{m}_t^* = 4000$ ч.

3-8. В отличие от задачи 3-7 испытания проводились по плану $[N=80, B, T=500]$. Требуется произвести оценку \widetilde{m}_t^* методом максимального правдоподобия.

О т в е т: $\widetilde{m}_t^* = 5000$ ч.

3-9. Требуется произвести оценку m_t^* методом максимального правдоподобия, если в отличие от задачи 3-7 ремонт отказавших изделий не производился.

О т в е т: $m_t^* = 3840$ ч.

3-10. Для условий задачи 3-7 при плане испытаний $[N=80, B, T=500]$ произвести оценку m_t^* методом максимального правдоподобия.

О т в е т: $m_t^* = 4700$ ч.

3-11. Испытания конденсаторов проводились в соответствии с планом $[N=500, B, r=12]$. В результате испытаний было установлено значение наработки до r -го отказа $t_r=543$ ч. Требуется произвести точечную оценку интенсивности отказов конденсаторов λ^* .

О т в е т: $\lambda^* = 4,5 \cdot 10^{-5}$ 1/ч.

3-12. Испытания партии элементов проводились по плану $[N=200, B, T=400]$. За время T произошло 9 отказов. Требуется произвести точечную оценку интенсивности отказов элементов λ^* .

О т в е т: $\lambda^* = 1,1 \cdot 10^{-4}$ 1/ч.

3-13. Испытания резисторов проводились по плану $[N=200, B, r=9]$. Зафиксированы следующие значения наработки до отказов: $t_1=80$ ч; $t_2=175$ ч; $t_3=283$ ч; $t_4=296$ ч; $t_5=318$ ч; $t_6=422$ ч; $t_7=530$ ч; $t_8=560$ ч; $t_9=600$ ч. Произвести точечную оценку интенсивности отказов λ^* и средней наработки до отказа m_t^* .

О т в е т: $\lambda^* = 7,6 \cdot 10^{-5}$ 1/ч; $m_t^* = 1,3 \cdot 10^4$ ч.

3-14. Испытания изделий проводились по плану $[N=80, B, T=300]$. В результате испытаний были зафиксированы отказы при следующих значениях наработки: $t_1=13$ ч, $t_2=85$ ч, $t_3=94$ ч, $t_4=145$ ч, $t_5=190$ ч, $t_6=203$ ч, $t_7=225$ ч, $t_8=290$ ч. Требуется произвести точечную оценку интенсивности отказов λ^* .

О т в е т: $\lambda^* = 3,67 \cdot 10^{-4}$ 1/ч.

3-15. Транзисторы испытывались по плану $[N=80, B, r=9]$. Предполагается показательное распределение наработки до отказа. В результате испытаний было получено значение наработки до r -го отказа $t_r=640$ ч. Требуется оценить интенсивность отказов транзисторов и найти нижнюю и верхнюю границы оценки при доверительной вероятности 0,96 ($\alpha=0,04$).

О т в е т: $\lambda^* = 1,76 \cdot 10^{-4}$ 1/ч; $\lambda_H = 3,2 \cdot 10^{-4}$ 1/ч;

$\lambda_B = 0,79 \cdot 10^{-4}$ 1/ч.

3-16. Изделия испытывались по плану $[N=250, B, r=12]$. В результате испытаний получено значение наработки до r -го отказа

$t_r = 425$ ч. Требуется произвести точечную оценку величины наработки на отказ \tilde{m}_t^* и доверительную вероятность при нижнем доверительном интервале 2000 ч.

О т в е т: $\tilde{m}_t^* = 9400$ ч;

$$1 - \alpha = 0,85.$$

3-17. Для условий задачи 3-16 определить одностороннюю границу $P(t_i)$ для $t_i = 1000$ ч при доверительной вероятности 0,9.

О т в е т: $P(t_i) = 0,932$.

3-18. Для условий задачи 3-16 определить, с какой доверительной вероятностью можно считать, что $P(t_i) > 0,9$ для $t_i = 1000$ ч.

О т в е т: $1 - \alpha = 0,995$.

3-19. В процессе эксплуатации получены следующие данные о работе четырех радиолокационных станций: первая станция наработала до третьего отказа 600 ч, вторая станция наработала до 2-го отказа 400 ч, третья станция наработала до третьего отказа 500 ч, четвертая станция наработала до второго отказа 450 ч. Предполагается гамма-распределение наработки радиолокационных станций до m -го отказа. Требуется оценить параметр λ и найти для него доверительный интервал при заданной доверительной вероятности $\alpha = 0,1$.

$$\text{О т в е т: } \lambda^* = \frac{\sum_{i=1}^n m_i}{T_{\Sigma r}} = \frac{10}{1950} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч.}$$

$$\text{При } k = 2 \cdot 10 = 20$$

$$\lambda_{\text{н}} = \frac{\chi_{1-\alpha/2}^2}{2T_{\Sigma r}} = \frac{\chi_{0,95}^2}{2T_{\Sigma r}} = \frac{10,9}{2 \cdot 1950} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч;}$$

$$\lambda_{\text{в}} = \frac{\chi_{\alpha/2}^2}{2T_{\Sigma r}} = \frac{\chi_{0,05}^2}{2T_{\Sigma r}} = \frac{31,4}{2 \cdot 1950} = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ 1/ч.}$$

3-20. В результате испытаний 5 комплектов аппаратуры дублированной системы радиосвязи (резерв ненагруженный с абсолютно надежным переключателем) получены данные о наработке до отказа основного и резервного каналов системы: 500, 540, 550, 555, 565, 580, 600, 640, 680, 750 ч. Предполагается для канала показательное распределение наработки до отказа. Оценить параметр λ гамма-распределения наработки до отказа системы и найти верхнюю доверительную границу параметра с вероятностью $\alpha = 0,01$.

$$\text{О т в е т: } \lambda^* = \frac{mn}{T_{\Sigma r}} = \frac{2 \cdot 5}{5960} = 1,7 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч;}$$

$$\text{при } k = 2mn = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20 \text{ и } \alpha = 0,01$$

$$\lambda_{\text{в}} = \frac{\chi_{\alpha}^2}{2T_{\Sigma r}} = \frac{\chi_{0,01}^2}{2T_{\Sigma r}} = \frac{37,60}{2 \cdot 5960} = 3,1 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч.}$$

3-21. В процессе эксплуатации четырех восстанавливаемых радиостанций получены следующие данные о наработке до m -го отказа

станций: первая станция до четвертого отказа наработала 900 ч, вторая станция до третьего отказа — 700 ч, третья станция до пятого отказа — 1100 ч, четвертая станция — до четвертого отказа — 850 ч. Предполагается гамма-распределение наработки станций до m -го отказа. Оценить наработку на отказ и нижнюю границу доверительного интервала для наработки на отказ с вероятностью $\alpha = 0,05$.

О т в е т:

$$\tilde{m}_t^* = \frac{T_{\Sigma r}}{n} = \frac{3550}{16} = 220 \text{ ч};$$

$$\tilde{\sigma}_t^* \approx \sqrt{\frac{\tilde{m}_t^{*2}}{n}} = \sqrt{\frac{220^2}{16}} = 55 \text{ ч};$$

$$\tilde{m}_{tH} = \tilde{m}_t^* - z_{1-\alpha} \frac{\tilde{\sigma}_t^*}{\sqrt{\frac{n}{\sum_{i=1}^n m_i}}} = 220 - 2,92 \frac{55}{\sqrt{16}} = 180 \text{ ч}.$$

3-22. Предполагается гамма-распределение с параметром $m=3$ времени восстановления станций. В результате эксплуатации $n=10$ станций определено среднее время восстановления $m_{\tau}^* = 2$ ч. Найти оценку параметров λ и его доверительные границы для $\alpha=0,1$.

$$\text{О т в е т: } \lambda^* = \frac{m}{m_{\tau}^*} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ 1/ч}.$$

При числе степеней свободы $k=2mn=2 \cdot 3 \cdot 10=60$ и $\alpha=0,1$

$$\lambda_{\text{H}} = \lambda^* \frac{\chi_{1-\alpha/2}^2}{2mn} = 1,5 \frac{\chi_{0,95}^2}{2 \cdot 3 \cdot 10} = 1,5 \frac{43,2}{2 \cdot 3 \cdot 10} = 1,1 \text{ 1/ч};$$

$$\lambda_{\text{B}} = \lambda^* \frac{\chi_{\alpha/2}^2}{2mn} = 1,5 \frac{\chi_{0,05}^2}{2 \cdot 3 \cdot 10} = 1,5 \frac{79,1}{2 \cdot 3 \cdot 10} = 2 \text{ ч}.$$

3-23. Испытания элементов проводились по плану $[N=100, B, r=8]$. В результате испытаний был зафиксирован момент восьмого отказа — окончания испытаний $t_r=300$ ч. Требуется принять решение о приемке или браковке партии при условии, что риск поставщика α будет равен 0,005 и средняя наработка до отказа годной партии равна или больше $m_{t_1} = 13000$ ч.

$$\text{О т в е т: } \frac{\chi_{1-\alpha}^2 \cdot m_{t_1}}{2N} = \frac{5,14 \cdot 13000}{2 \cdot 100} = 334 \text{ ч} > t_r,$$

Испытываемая партия бракуется.

3-24. В табл. 3-19 сгруппированы по интервалам значения времени восстановления связной радиостанции (m_i — число значений приходящихся на интервал Δt_i).

Т а б л и ц а 3-19

Δt_i , мин	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70
m_i	11	93	163	178	176	132	100	67	40	24	16

Требуется по критерию согласия Пирсона проверить, могут ли экспериментальные данные быть аппроксимированы нормальным законом распределения.

О т в е т: Экспериментальные данные могут быть аппроксимированы нормальным законом распределения.

3-25. Изделия испытывались в соответствии с планом $[N=120, B, T=300]$. Предполагается показательное распределение наработки до отказа. Число отказов за время испытаний оказалось равным $r=11$. Требуется произвести оценку наработки на отказ \tilde{m}_t^* и достоверность того, что нижняя граница \tilde{m}_t^* будет меньше оценки на 20%.

О т в е т: $\tilde{m}_t^* = 2600$ ч; $1 - \alpha = 0,8$.

3-26. В результате статической обработки результатов испытаний по плану $[N, B, T]$ элементов с показательным законом распределения наработки до отказа получены значения суммарной наработки $T_{\Sigma r} = 226\,000$ ч. Число отказов оказалось равным $r=10$. Требуется определить верхнюю и нижнюю границы средней наработки до отказа m_t и величину доверительного интервала 2σ при достоверности, равной: а) 0,98; б) 0,8; в) 0,5.

О т в е т:

	m_{tB} , ч	m_{tH} , ч	2σ , ч
а)	54 500	12 000	42 500
б)	36 300	16 500	19 800
в)	28 500	19 000	9500

3-27. Для условий задачи 3-6 определить $P(\Delta t)$ УПТ при $\Delta t=200$ ч и допущении о независимости значений наработки между последовательными отказами.

О т в е т: $P(\Delta t) = 0,67$.

3-28. В результате испытаний по плану $[N=400, B, r=10]$ резисторов, имеющих показательное распределение наработки до отка-

за, зафиксированы моменты отказов $t_1=200$ ч, $t_2=250$ ч, $t_3=320$ ч, $t_4=350$ ч, $t_5=400$ ч, $t_6=450$ ч, $t_7=480$ ч, $t_8=485$ ч, $t_9=490$ ч, $t_{10}=500$ ч, после чего испытания прекратились. Определить доверительные границы для вероятности безотказной работы в течение наработки $t_1=100$ ч при заданной достоверности $\alpha=0,1$.

О т в е т: $0,993 < P(t_i) < 0,998$.

3-29. Для условий задачи 3-28 определить нижнюю доверительную границу для вероятности безотказной работы в течение наработки $t_1=200$ ч при заданной достоверности $\alpha=0,1$.

О т в е т: $P(t_1) > 0,994$.

3-30. Для условий примера 3-16 определить верхнюю границу доверительного интервала средней наработки до отказа, предполагая распределение наработки до отказа усеченным нормальным. Доверительная вероятность задана равной 0,99.

О т в е т: $m_{тв} = 620$ ч.

3-31. Для условий примера 3-16, предполагая распределение наработки до отказа усеченным нормальным, определить вероятность безотказной работы $P(t_1)$ в течение наработки $t_1=350$ ч и нижнюю доверительную границу $P_H(t_i)$ при заданной доверительной вероятности 0,015.

О т в е т: $P(t_1) = 0,999$; $P_H(t_i) = 0,995$.

3-32. В процессе эксплуатации $N=3$ наземных ремонтируемых радиостанций получены следующие данные об отказах станций:

первая станция имела $r_1=3$ отказа и соответственно значения наработки до первого отказа $t_{11}=150$ ч, между первым и вторым отказами $t_{12}=260$ ч, между вторым и третьим отказами $t_{13}=300$ ч;

вторая станция имела $r_2=4$ отказа и значения наработки $t_{21}=200$ ч, $t_{22}=100$ ч, $t_{23}=200$ ч, $t_{24}=250$ ч;

третья станция имела $r_3=5$ отказов и значения наработки $t_{31}=300$ ч, $t_{32}=200$ ч, $t_{33}=350$ ч, $t_{34}=350$ ч, $t_{35}=300$ ч.

Требуется вычислить оценку наработки на отказ ремонтируемой радиостанции.

О т в е т:

$$\tilde{m}_t^* = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{r_i} t_j}{\sum_{i=1}^N r_i} = \frac{2950}{12} = 250 \text{ ч.}$$

3-33. Для условий задачи 3-32 вычислить вероятность безотказной работы $\tilde{P}(0, t_i)$ ремонтируемой радиостанции в течение наработки $t_i=50$ ч.

О т в е т: $\tilde{P}^*(0, t_i) = \exp \left[- \frac{t_i}{\tilde{m}_t^*} \right] = \exp \left[- \frac{50}{250} \right] = 0,82$.

3-34. В процессе эксплуатации $N=4$ ремонтируемые радиостанции имели следующие наработки до $r=5$ отказов: $t_1=6000$ ч, $t_2=5500$ ч, $t_3=7000$ ч, $t_4=8500$ ч, $t_5=7500$ ч. Требуется произвести оценку параметра потока отказов и вероятности безотказной работы станции в течение наработки $t_i=100$ ч.

$$\text{О т в е т: } \bar{\omega}^* = \frac{1}{\tilde{m}_t^*} = \frac{Nr}{\sum_{j=1}^N t_j} = \frac{20}{34\,500} = 5,8 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч;}$$

$$\tilde{P}^*(0, t_i) = \exp[-\bar{\omega}^* t_i] = \exp[-5,8 \cdot 10^{-4} \cdot 10^2] = 0,94.$$

3-35. По результатам испытания выборки объемом $n=25$ изделий принимается решение о приемке или браковке партии. Определить, при каком приемочном уровне вероятности отказа q_1 риск поставщика $\alpha=0,05$; $c=0$.

О т в е т: $q_1=0,002$.

3-36. По результатам испытания выборки $n=100$ элементов принимается решение о приемке или браковке партии. Риск заказчика β должен быть меньше 0,06. Определить, какова величина браковочного уровня вероятности отказа; $c=0$.

О т в е т: $q_2=0,028$.

3-37. Определить минимальный объем выборки n при приемочном уровне вероятности отказа $q_1=0,01$ и риске поставщика $\alpha=0,1$; $c=0$.

О т в е т: $n=10$.

3-38. В результате испытаний выборки из партии элементов получены $r=14$ и $T_{\Sigma r} = 56\,800$ ч. Требуется принять решение о приемке или браковке партии при $m_{t_1}=6000$ ч и $\alpha=0,025$.

О т в е т: Партия принимается.

3-39. Для испытаний с целью контроля надежности партии объема $N=60$ телевизионных приемников берется выборка $n=5$. Вероятность отказа одного приемника $q=0,05$. Назначено приемочное число $c=1$. Определить, какова вероятность того, что партия будет принята.

$$\text{О т в е т: } P = \sum_{k=0}^{c=1} C_n^k q^k (1-q)^{n-k} = C_5^0 q^0 (1-q)^5 + \\ + C_5^1 q^1 (1-q)^4 = 0,92.$$

3-40. В соответствии с планом контроля заданы: объем выборки $n=10$, приемочное число $c=1$ и $q=0,1$. Определить вероятность приемки партии, объем которой $N=120$.

$$\text{О т в е т: } P = \sum_{k=0}^{c=1} C_n^k q^k (1-q)^{n-k} = \\ = C_{10}^0 q^0 (1-q)^{10} + C_{10}^1 q^1 (1-q)^9 = 0,35 + 0,34 = 0,69.$$

3-41. Для испытаний с целью контроля надежности партии объема $N=50$ радиопередающих устройств берется выборка $n=4$.

Вероятность отказа одного устройства $q=0,01$.

Задано приемочное число $c=0$. Определить вероятность приемки партии.

О т в е т:

$$\text{Так как } n < 0,1N \text{ и } q < 0,1, P = \frac{a^k}{k!} \exp[-a] = \frac{(nq)^0}{0!} \exp[-nq] = \\ = \exp[-4 \cdot 0,001] = 0,96.$$

3-42. Решить задачу 3-41 при условии, что $n=10$ устройств и $q=0,02$.

О т в е т:

$$\text{Так как } n > 0,1N, P = \frac{C_M^k C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n} = \frac{C_M^0 C_{N-M}^n}{C_N^n} = \frac{C_{50-1}^{10}}{C_{50}^{10}} = \\ = \frac{40}{50} = 0,8.$$

3-43. Для контроля надежности партии объема $N=60$ радиоприемников берется выборка $n=5$. Заданы приемочный уровень вероятности отказа $q_1=0,2$ и браковочный уровень вероятности отказа $q_2=0,3$. Приемочное число $c=0$.

Требуется найти риск поставщика α и риск потребителя β .

$$\text{О т в е т: } \alpha = 1 - (1 - q_1)^n = 1 - (1 - 0,1)^5 = 0,3; \quad \beta = (1 - q_2)^n = \\ = (1 - 0,3)^5 = 0,1.$$

3-44. Заданы приемочный уровень вероятности отказа $q_1=0,01$, риски поставщика $\alpha=0,1$ и потребителя $\beta=0,2$. Требуется найти объем выборки и браковочный уровень отказа q_2 .

О т в е т:

$$n = \frac{\lg(1 - \alpha)}{\lg(1 - q_1)} = \frac{\lg 0,9}{\lg 0,99} = \frac{0,05}{0,004} = 12;$$

$$\lg(1 - q_2) = \frac{\lg \beta}{n} = \frac{\lg 0,2}{12} = -0,058;$$

$$q_2 = 1 - 0,875 = 0,125.$$

3-45. Для последовательного контроля надежности по вероятности отказа (доли брака) телепередатчиков заданы $q_1=0,1$, $q_2=0,2$, $\alpha=\beta=0,1$. Предполагается распределение числа дефектных передатчиков в партии биномиальным. Требуется составить уравнения границ областей приемки и бракования.

О т в е т:

Уравнение линии приемки

$$k_1 = \frac{n \ln \frac{1 - q_1}{1 - q_2} + \ln \frac{\beta}{1 - \alpha}}{\ln \frac{q_2}{q_1} + \ln \frac{1 - q_1}{1 - q_2}} = \frac{n \ln \frac{1 - 0,1}{1 - 0,2} + \ln \frac{1}{1 - 0,1}}{\ln \frac{0,2}{0,1} + \ln \frac{1 - 0,1}{1 - 0,2}} = \\ = 0,144n - 3,17.$$

Уравнение линии браковки

$$k_2 = \frac{n \ln \frac{1-q_1}{1-q_2} + \ln \frac{1-\beta}{\alpha}}{\ln \frac{q_2}{q_1} + \ln \frac{1-q_1}{1-q_2}} = \frac{n \ln \frac{1-0,1}{1-0,2} + \ln \frac{1-0,1}{0,1}}{\ln \frac{0,2}{0,1} + \ln \frac{1-0,1}{1-0,2}} =$$

$$= 0,144n + 3,17.$$

3-46. Для последовательного контроля надежности электронных усилителей постоянного тока заданы $m_{t1}=400$ ч, $m_{t2}=200$ ч, $\alpha=\beta=0,1$. Предполагается показательное распределение наработки до отказа усилителей. Требуется составить уравнения границ областей приемки и браковки.

$$\text{О т в е т: } \rho = \frac{1}{m_{t2}} - \frac{1}{m_{t1}} = \frac{1}{200} - \frac{1}{400} = 2,5 \cdot 10^{-3};$$

$$h_1 = -\frac{1}{\rho} \ln \frac{\beta}{1-\alpha} = -\frac{1}{2,5 \cdot 10^{-3}} \ln \frac{0,1}{0,9} = 900;$$

$$h_2 = -\frac{1}{\rho} \ln \frac{1-\beta}{\alpha} = -\frac{1}{2,5 \cdot 10^{-3}} \ln \frac{1-0,1}{0,1} = -900;$$

$$S = \frac{1}{\rho} \ln \frac{m_{t1}}{m_{t2}} = \frac{1}{2,5 \cdot 10^{-3}} \ln \frac{400}{200} = 300.$$

Уравнение линии приемки

$$k_1 = h_1 + rS = 900 + r \cdot 300.$$

Уравнение линии браковки

$$k_2 = h_2 + rS = -900 + r \cdot 300.$$

3-47. Партия электронных преобразователей $N=300$ поставлена на испытания с целью последовательного контроля. Заданы $m_{t1}=800$ ч, $m_{t2}=500$ ч, $\alpha=0,1$, $\beta=0,03$. Требуется составить план последовательного контроля надежности по наработке до $r=8$, приняв распределение наработки до отказа преобразователей показательным. План контроля представить в табличной форме.

$$\text{О т в е т: } \rho = \frac{1}{m_{t2}} - \frac{1}{m_{t1}} = \frac{1}{500} - \frac{1}{800} = 7,5 \cdot 10^{-4};$$

$$h_1 = -\frac{1}{\rho} \ln \frac{\beta}{1-\alpha} = -\frac{1}{7,5 \cdot 10^{-4}} \ln \frac{0,03}{0,9} = 4,5 \cdot 10^3;$$

$$h_2 = -\frac{1}{\rho} \ln \frac{1-\beta}{\alpha} = -\frac{1}{7,5 \cdot 10^{-4}} \ln \frac{1-0,03}{0,1} = -3 \cdot 10^3;$$

$$S = \frac{1}{\rho} \ln \frac{m_{t1}}{m_{t2}} = \frac{1}{7,5 \cdot 10^{-4}} \ln \frac{800}{500} = 6 \cdot 10^2.$$

Таблица 3-20

Количество отказов r	0	1	2	3	4
Приемка при $T_{\Sigma r}$, ч, не менее	$4,5 \cdot 10^3$	$5,1 \cdot 10^3$	$5,7 \cdot 10^3$	$6,3 \cdot 10^3$	$6,9 \cdot 10^3$
Браковка при $T_{\Sigma r}$, ч, не более	—	—	—	—	—

Продолжение табл. 3-20

Количество отказов r	5	6	7	8
Приемка при $T_{\Sigma r}$, ч, не менее	$7,5 \cdot 10^3$	$8,1 \cdot 10^3$	$8,7 \cdot 10^3$	$9,3 \cdot 10^3$
Браковка при $T_{\Sigma r}$, ч, не более	—	$6 \cdot 10^2$	$1,2 \cdot 10^3$	$1,8 \cdot 10^3$

Данные для таблицы плана, вычисленные по формулам

$$T_{\Sigma r} \geq h_1 + rS = 4,5 \cdot 10^3 + r \cdot 6 \cdot 10^2,$$

$$T_{\Sigma r} \leq h_2 + rS = -3 \cdot 10^3 + r \cdot 6 \cdot 10^2,$$

представлены в табл. 3-20.

3-48. Для последовательного контроля надежности по наработке на испытания поставлены $N=5$ радиопередатчиков, имеющих показательное распределение наработки до отказа. Испытания проводятся без восстановления отказавших передатчиков. Заданы $m_{t1} = 100$ ч, $m_{t2} = 75$ ч, $\alpha = 0,1$ и $\beta = 0,1$. Требуется составить план последовательного контроля надежности по наработке и принять решения в случаях:

- отказал один передатчик и его наработка до отказа $t_1 = 15$ ч;
- отказал второй передатчик и его наработка до отказа $t_2 = 45$ ч.

$$\text{Ответ: } \rho = \frac{1}{m_{t2}} - \frac{1}{m_{t1}} = \frac{1}{75} - \frac{1}{100} = 0,03;$$

$$h_1 = -\frac{1}{\rho} \ln \frac{\beta}{1-\alpha} = -\frac{1}{0,03} \ln \frac{0,1}{0,9} = 74;$$

$$h_2 = -\frac{1}{\rho} \ln \frac{1-\beta}{\alpha} = -\frac{1}{0,03} \ln \frac{0,9}{0,1} = -74;$$

$$S = \frac{1}{\rho} \ln \frac{m_{t1}}{m_{t2}} = \frac{1}{0,03} \ln \frac{100}{75} = 4.$$

После отказа первого передатчика испытания должны быть продолжены, так как

$$T_{\Sigma r} = \sum_{j=1}^r t_j + (N - r) t_r = 5 \cdot 15 = 75 \text{ ч}$$

и

$$h_0 + rS < T_{\Sigma r} < h_1 + rS; \quad 70 \text{ ч} < 75 \text{ ч} < 78 \text{ ч}.$$

После отказа второго передатчика партия может быть принята, так как

$$T_{\Sigma r} = \sum_{j=1}^r t_j + (N - r) t_r = 15 + 45 + (5 - 2) 45 = 195 \text{ ч}$$

и

$$T_{\Sigma r} > h_0 + rS, \quad 195 \text{ ч} > 75 + 2 \cdot 4 = 83 \text{ ч}.$$

Глава четвертая

РАСЧЕТЫ НАДЕЖНОСТИ НЕРЕМОНТИРУЕМЫХ СИСТЕМ

4-1. МЕТОДЫ РАСЧЕТА

Расчет надежности состоит в определении количественных показателей надежности системы по значениям характеристик надежности элементов.

Для расчета надежности необходимо иметь модель надежности системы, которая составляется на основе функциональной (электрической) схемы системы. В качестве моделей при расчете надежности систем наиболее часто применяют логические схемы надежности и схемы состояний (графы переходов), с помощью которых составляются дифференциальные уравнения вероятностей состояний.

Составление логических схем

Для расчета надежности может быть составлена логическая схема, которая является логической моделью безотказной работы системы. Предполагается, что отказы элементов независимы, элементы и система могут находиться в состояниях двух типов: работоспособных или неработоспособных.

Перед составлением логической схемы производится анализ функционирования системы и элементов в течение заданной наработки. Определяется содержание термина «безотказная работа системы». Перечисляются и описываются возможные отказы элементов и системы. Оценивается влияние отказа каждого элемента на работоспособность системы.

При составлении логической схемы функциональные (электрические) связи между элементами заменяются логическими, характеризующими безотказную работу системы в зависимости от работоспособности или неисправности элементов.

Элемент, при отказе которого отказывает вся система, считается последовательно соединенным на логической схеме. В этом случае безотказная работа системы имеет место при сохранении работоспособности всеми элементами последовательного соединения, а отказ системы наступает при отказе одного элемента.

Элемент, отказ которого не приводит к отказу системы, включается в параллельное соединение на логической схеме. Безотказная работа системы при параллельно соединенных на логической схеме элементах имеет место при сохранении работоспособности хотя бы одним элементом.

Показатели надежности системы при параллельно соединенных на логической схеме элементах рассчитываются по формулам, соответствующим определенному виду резервирования.

Обычно логические схемы для расчета надежности систем представляют собой последовательно-параллельные соединения элементов.

Логические схемы надежности составляются в следующем порядке. Вначале составляется логическая схема системы, состоящая из блоков. Для каждого блока составляется логическая схема, включающая узлы блока. Логическая схема узла составляется из входящих в его состав комплектующих элементов.

В некоторых случаях логические схемы надежности целесообразно составлять не для блоков и узлов, а для отдельных цепей, в которые включаются элементы, задействованные в выполнении определенной операции. При этом элементы, образующие единую цепь и включенные в одну логическую схему, могут находиться в

различных, выполненных конструктивно отдельно друг от друга блоках и узлах.

В соответствии с составленной логической схемой надежности записываются выражения для расчета показателей надежности.

Применение схем состояний

Схемы состояний используют для составления системы дифференциальных уравнений Колмогорова, описывающих схему «гибели» («чистого размножения»). При этом предполагается, что распределение наработки до отказа отдельных элементов является показательным.

Для составления дифференциальных уравнений вероятностей состояний используется схема состояний («граф переходов»), на которой прямоугольниками или кружками изображаются возможные состояния, стрелки показывают возможные направления переходов из одного состояния в другое, около стрелок указываются интенсивности переходов.

Число уравнений равно числу состояний. В левых частях уравнений стоят производные по времени вероятностей соответствующих состояний $P_j'(t)$. Каждый член правой части уравнения получается путем умножения интенсивности перехода, стоящей над стрелкой, связанной с данным состоянием, на соответствующую вероятность состояния. Знак зависит от направления стрелки («плюс», если стрелка направлена острием к состоянию, и «минус» в противоположном случае). Сумма членов правых частей уравнений должна равняться нулю.

Система дифференциальных уравнений должна быть дополнена нормировочным условием

$$\sum_{j=0}^m P_j(t) = 1,$$

где $P_j(t)$ — вероятность нахождения в j -м состоянии; $(m+1)$ — число возможных состояний.

Вероятности состояний системы, когда отказали 0, 1, 2 ... элементов, рассчитываются путем решения системы дифференциальных уравнений, например с помощью преобразования Лапласа (приложение 1).

Вероятность безотказной работы системы $P(t_i)$ в течение наработки $(0, t_i)$ определяется путем суммирова-

ния вероятностей $P_j(t_i)$ нахождения системы в n работоспособных состояниях:

$$P(t_i) = \sum_{j=0}^{n-1} P_j(t_i).$$

Средняя наработка до отказа системы равна сумме средних времен пребывания в работоспособных состояниях и может быть определена по формуле

$$m_t = \sum_{j=0}^{n-1} m_{tj},$$

где m_{tj} — среднее время пребывания в j -м состоянии.

При использовании способа расчета надежности с помощью схем состояний следует помнить:

1) в результате решения системы дифференциальных уравнений определяются вероятности $P_j(t_i)$ нахождения системы в j -м состоянии, а не вероятность ее безотказной работы;

2) применение логических схем и соответствующих формул расчета надежности резервированных систем позволяет проще и быстрее определить показатели надежности, чем применение схем состояний и решение системы дифференциальных уравнений (примеры 4-34 и 4-35);

3) схемы состояний (системы дифференциальных уравнений) могут быть использованы лишь при предположении о показательном распределении наработки до отказа ($\lambda = \text{const}$).

Виды расчетов надежности

В зависимости от полноты учета факторов, влияющих на надежность системы, могут проводиться прикидочный расчет надежности, расчет при подборе типов элементов и уточненный расчет.

1. Прикидочный расчет проводится на этапе проектирования, когда принципиальных схем блоков системы еще нет. Количество элементов в блоках определяется путем сравнения проектируемой системы с аналогичными, ранее разработанными системами (блоками). При

выборе аналога (прототипа) необходимо учитывать не только назначение, но и принцип действия системы, сходство по количеству и составу элементов, времени и условиям их работы. Интенсивность отказов проектируемого нерезервированного блока определяют путем суммирования значений интенсивностей отказов всех его элементов. Для этого из справочных материалов (приложение 3) выбирают средние значения интенсивности отказов определенного типа элементов (резисторов, конденсаторов, диодов и т. д.) с учетом условий работы проектируемого блока.

Прикидочный расчет надежности проводится в следующих целях:

проверить выполнимость требований по надежности, содержащихся в техническом задании;

сравнить по показателям надежности различные варианты проектируемой системы.

Часто рассчитывают надежность для минимального и максимального значений интенсивности отказов элементов $\lambda_{\text{мин}}$ и $\lambda_{\text{макс}}$.

2. Расчет надежности при подборе типов элементов проводится после разработки принципиальных электрических схем. Целью расчета является определение рационального состава элементов, обеспечивающего необходимые электрические параметры и требуемый уровень надежности системы.

Расчет надежности при подборе типов элементов проводится по интенсивностям отказов элементов различных типов и марок с учетом условий их применения (приложение 3). Пересчет интенсивности отказов элемента в нормальных (лабораторных) условиях λ_{0j} на соответствующие условия применения производится по формуле

$$\lambda_j = \lambda_{0j} k_i,$$

где k_i — поправочный коэффициент, учитывающий влияние i -го фактора (вибрации, ударные нагрузки, влажность и т. п.).

Поправочные коэффициенты k_i для некоторых факторов приведены в табл. П-4-1—П-4-3.

3. Расчет надежности при уточнении режимов работы элементов проводится, когда основные конструктивные проблемы решены, но можно еще изменять режимы работы элементов. Учет отличия режимов от их номинальных значений (коэффициент нагрузки $k_{\text{н}}=1$, темпе-

ратура 20° С) производится с помощью поправочных коэффициентов $a_i = f(k_n, T, °C)$, которые для отдельных типов элементов приведены в табл. П-4-4—П-4-7.

Чтобы получить интенсивность отказов j -го элемента λ_j в реальных условиях эксплуатации, необходимо интенсивность отказов этого элемента в номинальном режиме λ_{0j} умножить на поправочный коэффициент $a_i = f(k_n, T, °C)$, учитывающий влияние электрической нагрузки и температуры, а также на поправочные коэффициенты k_i , учитывающие влияние других факторов, главным образом механические перегрузки и относительную влажность воздуха.

Расчеты надежности систем, которые отказывают при отказе одного элемента (нерезервированных систем)

Вероятность безотказной работы системы в течение заданной наработки $(0, t_i)$ при предположении независимости отказов элементов равна:

$$P(t_i) = \prod_{j=1}^n P_j(t_i) = \exp \left[- \sum_{j=1}^n \int_0^{t_i} \lambda_j(t) dt \right], \quad (4-1)$$

где $P_j(t_i)$ — вероятность безотказной работы j -го элемента; $\lambda_j(t)$ — интенсивность отказов j -го элемента; n — число элементов.

При постоянной интенсивности отказов элемента

$$P_j(t_i) = \exp[-\lambda_j t_i],$$

при этом интенсивность отказов системы равна:

$$\Lambda = \sum_{j=1}^n \lambda_j.$$

Для вычислений $\exp[-\lambda t_i]$ используют таблицу значений функции $\exp[-x]$ (табл. П-1-6).

Когда $\Lambda t_i \leq 0,1$ можно считать, что

$$P(t_i) = \exp[-\Lambda t_i] \approx 1 - \Lambda t_i = 1 - t_i \sum_{j=1}^n \lambda_j.$$

Величина ошибки в расчетах $P(t_i)$ от использования разложения $\exp[-\lambda t_i]$ в ряд с оставлением первых двух членов ряда может быть оценена как

$$\delta = \frac{P_{\text{тб}}(t_i) - P_{\text{пр}}(t_i)}{P_{\text{тб}}(t_i)} 100\%,$$

где $P_{\text{тб}}(t_i)$ и $P_{\text{пр}}(t_i)$ — вероятности безотказной работы, вычисленные с помощью табл. П-1-6 и с использованием приближенной формулы разложения показательной функции в ряд.

Допустимой величиной ошибки примем $\delta \geq (0,5 \div 1)\%$, что будет соответствовать ошибке в расчете третьей значащей цифры в значении вероятности безотказной работы $P(t_i)$.

Точность расчетов с ошибкой не ниже чем $\delta \geq (0,5 \div 1)\%$ обеспечивает в случае $0,1 \leq \Lambda t_i \leq 0,3$ использование разложения в ряд с оставлением первых трех членов ряда

$$\begin{aligned} P(t_i) &= \exp[-\Lambda t_i] \approx 1 - \Lambda t_i + \frac{(\Lambda t_i)^2}{2!} = \\ &= 1 - t_i \sum_{j=1}^n \lambda_j + \frac{(t_i \sum_{j=1}^n \lambda_j)^2}{2!}. \end{aligned}$$

Расчеты надежности резервированных систем

Способы резервирования представлены на рис. 4-1. Активным называется резервирование, при котором отказавший основной элемент заменяется резервным.

При активном резервировании различают:

нагруженный резерв, когда основные и резервные элементы находятся в одинаковых рабочих условиях;

облегченный резерв, когда резервные элементы находятся в облегченных рабочих условиях и включаются в рабочий режим после отказа работающего основного элемента;

ненагруженный резерв, когда резервные элементы не нагружены и включаются в рабочий режим после отказа работающего основного элемента.

Пассивным называется резервирование, при котором отказ одного или нескольких элементов не влияет на ра-

боту изделия. Элементы соединяются постоянно, и перестроения схемы, как при активном резервировании, не происходит.

В случае пассивного резервирования различают: резервирование с неизменной нагрузкой, когда при отказе одного или нескольких элементов не меняется нагрузка на элементах, оставшихся работоспособными;

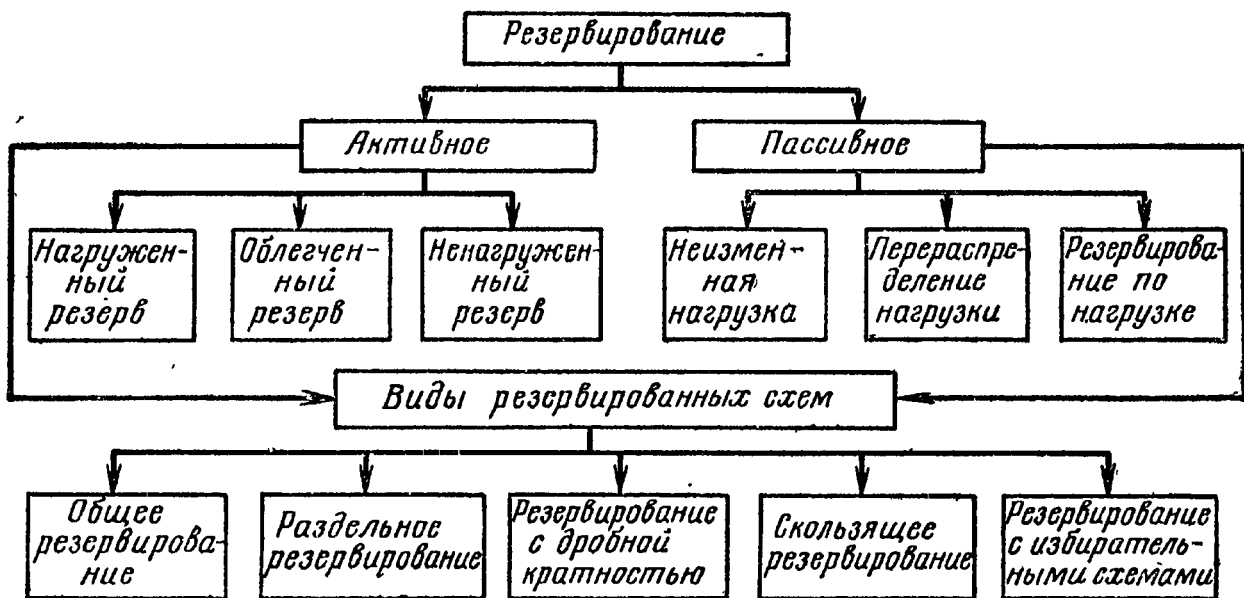


Рис. 4-1. Способы резервирования.

резервирование с перераспределением нагрузки, когда при отказе хотя бы одного элемента увеличивается нагрузка на элементы, оставшиеся исправными;

резервирование по нагрузке, когда при отказе хотя бы одного элемента система выходит из строя, но интенсивность отказов элементов уменьшена за счет того, что нагрузка, которую должен был воспринимать один элемент, воспринимается несколькими элементами.

Активное и пассивное резервирование могут быть осуществлены путем применения различных видов резервных схем. Логические схемы некоторых видов резервирования изображены на рис. 4-2.

Общее резервирование состоит в резервировании всей системы. Раздельное резервирование состоит в резервировании системы по участкам.

В зависимости от кратности резервирования может быть резервирование с целой и дробной кратностью. Под кратностью резервирования l понимается отношение числа резервных элементов к числу основных. При резервировании с целой кратностью величина l есть целое

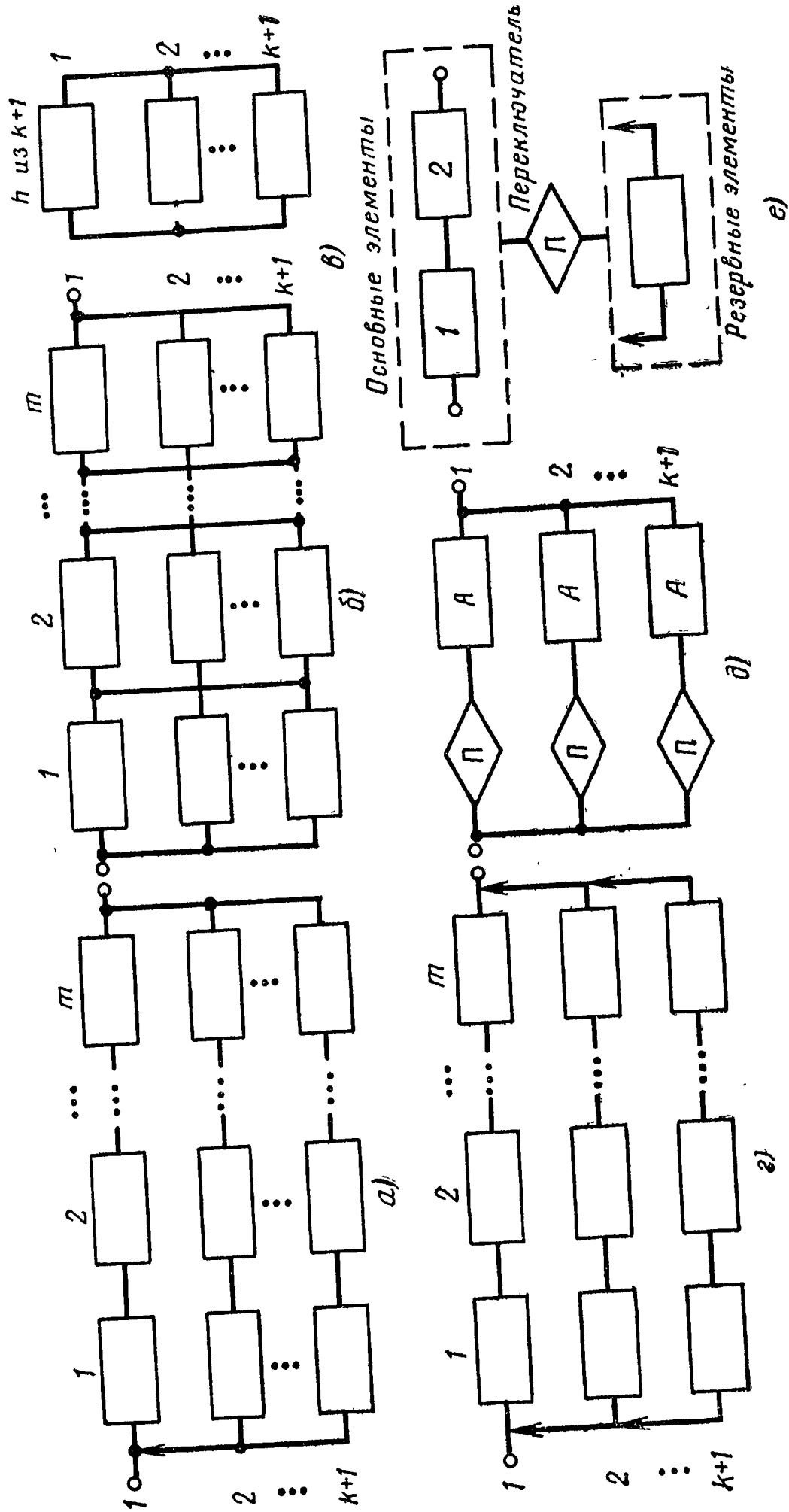


Рис. 4-2. Логические схемы резервированных систем.

a — пассивное общее резервирование с неизменной нагрузкой; b — пассивное раздельное резервирование с неизменной нагрузкой; h — требуемое количество работоспособных элементов из общего количества $k+1$ элементов; g — активное резервирование с абсолютно надежными переключателями; d — активное общее резервирование (A — основной и резервные элементы, П — цепи переключателя); e — скользящее резервирование.

число, при резервировании с дробной кратностью величина l есть дробное несокращаемое число. Часто применяют схемы резервирования с дробной кратностью: пассивное общее с неизменной нагрузкой и активное раздельное, которое называют также скользящим. Для безотказной работы схемы пассивного общего резервирования с дробной кратностью необходимо, чтобы работоспособными были h из общего числа $k+1$ элементов. При скользящем резервировании используется небольшое число резервных элементов, которые могут подключаться взамен любого из отказавших основных элементов.

При резервировании с избирательной схемой сравниваются сигналы на выходе нескольких параллельно работающих устройств и во внешнюю цепь выдается сигнал, имеющийся на выходе большинства устройств.

Различают резервированные системы неремонтируемые, которые используются до момента отказа; ремонтируемые с восстановлением в процессе применения; ремонтируемые без восстановления в процессе применения.

Расчеты надежности ремонтируемых резервированных систем рассмотрены в главе пятой.

Пассивное резервирование с неизменной нагрузкой и нагруженное активное резервирование с абсолютно надежными переключателями. При общем резервировании вероятность безотказной работы системы

$$P_{\text{общ}}(t_i) = 1 - \prod_{j=1}^{k+1} [1 - P_j(t_i)], \quad (4-2)$$

где $P_j(t_i)$ — вероятность безотказной работы j -го устройства в течение наработки $(0, t_i)$; $k+1$ — число соединенных параллельно на логической схеме устройств (систем).

При равнонадежных устройствах и показательном распределении наработки до отказа в случае общего резервирования

вероятность безотказной работы

$$P_{\text{общ}}(t_i) = 1 - \{1 - \exp[-\lambda_0 t_i]\}^{k+1}, \quad (4-3)$$

где λ_0 — интенсивность отказов одного устройства;

средняя наработка до отказа

$$m_{t_{\text{общ}}} = \int_0^{\infty} P_{\text{общ}}(t) dt = \frac{1}{\lambda_0} + \frac{1}{2\lambda_0} + \dots$$

$$\dots + \frac{1}{(k+1)\lambda_0} = m_{t_0} \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{k+1} \right), \quad (4-4)$$

где $m_{t_0} = 1/\lambda_0$ — средняя наработка до отказа одного устройства;

интенсивность отказов

$$\lambda_{\text{общ}}(t_i) = \frac{\lambda_0 (k+1) \exp[-\lambda_0 t_i] \{1 - \exp[-\lambda_0 t_i]\}^k}{1 - \{1 - \exp[-\lambda_0 t_i]\}^{k+1}}. \quad (4-5)$$

В тех случаях, когда $\lambda_0 t_i \leq 0,1$,

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{общ}}(t_i) &\approx 1 - (\lambda_0 t_i)^{k+1}; \\ \lambda_{\text{общ}}(t_i) &\approx (k+1) \lambda_0^{k+1} t_i^k. \end{aligned} \right\} \quad (4-6)$$

При раздельном резервировании вероятность безотказной работы системы

$$P_{\text{разд}}(t_i) = \prod_{j=1}^m \left\{ 1 - [1 - P_j(t_i)]^{k_j+1} \right\}, \quad (4-7)$$

где $P_j(t_i)$ — вероятность безотказной работы j -го элемента (участка резервирования) в течение наработки $(0, t_i)$; m — число участков резервирования; (k_j+1) — число параллельно соединенных на логической схеме элементов в j -м участке резервирования.

При равнонадежных элементах и показательном распределении наработки до отказа вероятность безотказной работы

$$P_{\text{разд}}(t_i) = \{1 - [1 - \exp(-\lambda_0 t_i)]^{k+1}\}^m; \quad (4-8)$$

средняя наработка до отказа

$$m_{t_{\text{разд}}} = \int_0^{\infty} P_{\text{разд}}(t) dt = \frac{(m-1)!}{\lambda_0 (k+1)} \times$$

$$\times \sum_{\eta=0}^k \frac{1}{\frac{\eta+1}{k+1} \left(\frac{\eta+1}{k+1} + 1 \right) \dots \left(\frac{\eta+1}{k+1} + m - 1 \right)}; \quad (4-9)$$

$$\lambda_{\text{разд}}(t_i) = \frac{m(k+1)\lambda_0 \exp[-\lambda_0 t_i] \{1 - \exp[-\lambda_0 t_i]\}^k}{1 - \{1 - \exp[-\lambda_0 t_i]\}^{k+1}}. \quad (4-10)$$

В случае, когда $\lambda_0 t_i \leq 0,1$,

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{разд}}(t_i) &\approx (1 - \lambda_0 t_i)^m [1 + \lambda_0 t_i + (\lambda_0 t_i)^2 + \dots \\ &\quad \dots + (\lambda_0 t_i)^k]^m; \\ \lambda_{\text{разд}}(t_i) &\approx m(k+1)\lambda_0^{k+1} t_i^k. \end{aligned} \right\} (4-11)$$

При общем резервировании с дробной кратностью вероятность безотказной работы системы

$$P_{\text{др}}(t_i) = \sum_{\eta=0}^{k+1-h} C_{k+1}^{\eta} P_0^{k+1-\eta}(t_i) \sum_{j=0}^{\eta} (-1)^j C_{\eta}^j P_0^j(t_i), \quad (4-12)$$

где $P_0(t_i)$ — вероятность безотказной работы основного или любого резервного устройства в течение наработки $(0, t_i)$.

При показательном распределении наработки до отказа

$$m_t = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{\eta=0}^{k+1-h} \frac{1}{h+\eta}. \quad (4-13)$$

При резервировании элементов с двумя видами отказов (обрыв и короткое замыкание) рассматривают не логические, а электрические схемы соединений элементов. Вероятность обрыва и короткого замыкания обозначим соответственно q_0 и q_s . Для расчета вероятности отказа Q схемы с учетом двух видов отказов элементов составляется таблица всех возможных вариантов состояний элементов схемы, выделяются комбинации, при которых схема не работает, вычисляются и суммируются вероятности появления этих комбинаций.

Для схем (например, релейно-контактных), определенный вид отказа которых может быть вызван лишь одноименным видом отказа элемента, вероятность отказа определяется по формуле

$$Q(q_0, q_s) = Q(q_0) + Q(q_s).$$

При последовательном (электрическом) соединении m элементов

$$Q_0 = 1 - \prod_{j=1}^m (1 - q_{0j}); \quad (4-14)$$

$$Q_s = \prod_{j=1}^m q_{sj}. \quad (4-15)$$

При параллельном соединении $k+1$ элементов

$$Q_0 = \prod_{j=1}^{k+1} q_{0j}; \quad (4-16)$$

$$Q_s = 1 - \prod_{j=1}^{k+1} (1 - q_{sj}). \quad (4-17)$$

Активное ненагруженное и облегченное резервирование с абсолютно надежными переключателями. Рассмотрим случай общего резервирования. При отдельном резервировании приведенные ниже формулы справедливы для отдельных участков резервированной схемы.

При ненагруженном резерве вероятность безотказной работы системы, имеющей одно основное и k резервных устройств, вычисляется по рекуррентной формуле

$$P_{k+1}(t_i) = P_k(t_i) + \int_0^{t_i} P_{(k+1)}(t_i - \tau) f_k(\tau) d\tau, \quad (4-18)$$

где $P_k(t_i)$ — вероятность безотказной работы системы, имеющей одно основное и $k-1$ резервных устройств; $P_{(k+1)}(t_i - \tau)$ — вероятность безотказной работы $(k+1)$ -го резервного устройства в течение наработки $(t_i - \tau)$ при условии, что до момента τ это устройство было работоспособно; $f_k(\tau)$ — плотность распределения наработки до отказа системы, имеющей одно основное и $k-1$ резервных устройств.

В случае показательного распределения наработки до отказа и равнонадежных элементах

$$P_{k+1}(t_i) = \exp[-\lambda_0 t_i] \sum_{\eta=0}^k \frac{(\lambda_0 t_i)^\eta}{\eta!}, \quad (4-19)$$

где λ_0 — интенсивность отказов одного из $k+1$ параллельно соединенных на схеме резервирования устройств.

Средняя наработка до отказа

$$m_t = \frac{k+1}{\lambda_0}. \quad (4-20)$$

Так как при ненагруженном резерве значения наработки $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_{k+1}$ системы в состояниях 1, 2, ..., $(k+1)$ можно считать независимыми случайными величинами, при $(k+1) \geq 5$ распределение наработки до отказа резервированной системы будет практически нормальным.

При облегченном резерве вероятность безотказной работы системы, имеющей одно основное и k резервных устройств, рассчитывается по рекуррентной формуле

$$P_{k+1}(t_i) = P_k(t_i) + \int_0^{t_i} P_{(k+1)}(\tau) P_{(k+1)}(t_i - \tau) f_k(\tau) d\tau, \quad (4-21)$$

где $P_k(t_i)$ — вероятность безотказной работы системы, имеющей одно основное и $k-1$ резервных устройств; $P_{(k+1)}(\tau)$ — вероятность безотказной работы $(k+1)$ -го резервного устройства до момента τ включения его в работу; $P_{(k+1)}(t_i - \tau)$ — вероятность безотказной работы $(k+1)$ -го резервного устройства в течение наработки $(t_i - \tau)$ от момента τ включения его в работу до момента t_i ; $f_k(\tau)$ — плотность распределения наработки до отказа системы, имеющей одно основное и $k-1$ резервных устройств.

В случае показательного распределения наработки до отказа

$$P_{k+1}(t_i) = P_k(t_i) + \frac{C_k}{k!} \exp[-\lambda t_i] \times \\ \times \{1 - \exp[-\lambda_1 t_i]\}^k, \quad (4-22)$$

где $C_k = \prod_{j=0}^{k-1} \left(j + \frac{\lambda}{\lambda_j}\right)$; λ — интенсивность отказов работающего устройства; λ_j — интенсивность отказов устройства, находящегося в облегченном резерве.

Средняя наработка до отказа системы

$$m_{t_{k+1}} = \frac{1}{\lambda} \sum_{j=0}^k \frac{1}{1 + j \frac{\lambda_1}{\lambda}}. \quad (4-23)$$

Активное резервирование с учетом надежности переключателей. При общем нагруженном резервировании (рис. 4-2, ∂) вероятность безотказной работы системы

$$P_{\text{общ}}(t_i) = 1 - [1 - P_{\text{п}}(t_i)P(t_i)]^{k+1}, \quad (4-24)$$

где $P(t_i)$ — вероятность безотказной работы основной или резервной системы в течение наработки $(0, t_i)$; $P_{\text{п}}(t_i)$ — вероятность безотказной работы переключающего устройства в течение наработки $(0, t_i)$.

При раздельном нагруженном резервировании вероятность безотказной работы

$$P_{\text{разд}}(t_i) = \{1 - [1 - P_{\text{п}}(t_i)P(t_i)]^{k+1}\}^m. \quad (4-25)$$

Скользящее резервирование. В случае одного ненагруженного резервного и m работающих элементов система может находиться в течение наработки $(0, t_i)$ в одном из двух несовместных работоспособных состояниях:

все элементы основной системы работают безотказно; отказал один элемент из общего числа $m+1$ основных и резервных элементов, причем переключатель работоспособен. Суммируя вероятности этих состояний получаем:

$$P_{\text{ск}}(t_i) = P^{m-1}(t_i) \left[P(t_i) + m \int_0^{t_i} P_{\text{п}}(\tau) P(t_i - \tau) f(\tau) d\tau \right], \quad (4-26)$$

где $P_{\text{п}}(\tau)$ — вероятность безотказной работы переключателя до момента τ включения резервного элемента; $P(t_i - \tau)$ — вероятность безотказной работы резервного элемента с момента τ его включения; $f(\tau)$ — плотность распределения наработки до отказа одного элемента основной системы; $P(t_i)$ — вероятность безотказной работы одного элемента основной системы.

При показательном распределении наработки до отказа

$$P_{\text{ск}}(t_i) = \left\{ 1 + m \frac{\lambda}{\lambda_{\text{п}}} [1 - \exp(-\lambda_{\text{п}} t_i)] \right\} \exp[-m\lambda t_i], \quad (4-27)$$

где λ — интенсивность отказов работающего элемента; $\lambda_{\text{п}}$ — интенсивность отказов переключателя.

В случае двух резервных элементов необходимо рассматривать четыре несовместных состояния, при которых возможна безотказная работа системы.

В случае пассивного резервирования с перераспределением нагрузки расчет надежности производится по эквивалентной логической схеме активного ненагруженного резервирования с абсолютно надежными переключателями (пример 4-24).

4-2. РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ПРИМЕРОВ

Пример 4-1. Для проведения прикидочного расчета надежности проектируемой контрольно-измерительной станции по результатам анализа прототипа станции установлены тип и количество элементов каждого типа, приведенные в табл. 4-1.

Необходимо рассчитать средние, минимальные и максимальные значения интенсивности отказов и вероятности безотказной работы станции в течение наработки $t_i = 50$ ч.

Решение. Результаты прикидочного расчета надежности удобно оформлять в виде табл. 4-1, составленной по примеру табл. П-5-1. Средние, минимальные и максимальные значения интенсивности отказов каждого типа элементов определяем из приложения 3. Суммарные значения интенсивности отказов вычисляем по формуле

$$\lambda = \sum_{l=1}^d N_l \lambda_l,$$

где d — количество типов элементов; N_l — количество элементов определенного типа; λ_l — интенсивность отказов элементов определенного типа.

Вычисленные суммарные значения интенсивности отказов $\lambda_{\text{ср}}$, $\lambda_{\text{мин}}$ и $\lambda_{\text{макс}}$ для станции в целом приведены в конце табл. 4-1. С учетом этих значений рассчитыва-

Таблица 4-1

Типы элементов	Число элементов определенного типа N_i , шт.	Интенсивность отказов элементов определенного типа $\lambda_i \cdot 10^6$, 1/ч			$N_i \lambda_i \cdot 10^6$, 1/ч		
		$\lambda_{i \text{ мин}}$	$\lambda_{i \text{ ср}}$	$\lambda_{i \text{ макс}}$	$N_i \lambda_{i \text{ мин}}$	$N_i \lambda_{i \text{ ср}}$	$N_i \lambda_{i \text{ макс}}$
Резисторы	410	0,004	0,04	0,4	1,64	16,4	164
Конденсаторы	370	0,014	0,045	0,076	5,18	16,3	28,1
Транзисторы	80	0,27	0,5	1,44	2,16	40	115
Диоды	70	0,021	0,2	0,452	1,47	14	31,6
Дроссели	80	0,056	2,1	4,75	4,48	168	380
Трансформаторы	20	0,019	0,045	0,062	0,38	0,9	1,24
Катушки индуктивности	25	0,011	0,02	0,031	0,275	0,5	0,78
Предохранители	5	0,38	0,5	0,83	1,9	2,5	4,15
Переключатели	15	0,09	0,25	0,5	1,35	3,75	7,5
Разъемы	6	0,001	0,003	0,193	0,30	0,90	5,08
Клистроны	1	1,2	3,0	6,0	1,2	3,0	6,0
Генераторные лампы	1	20	30	43	20	30	43
Антенны	2	0,2	0,36	3,25	0,4	0,72	6,5
Волноводы	4	0,59	1,1	1,42	2,36	4,4	5,68
Выводы высокочастотные	4	1,31	2,63	4,22	5,24	10,51	16,88
Кабели	12	0,002	0,475	2,2	0,024	5,7	26,4
Стабилизаторы напряжения	8	6,09	9,65	13,16	48,7	77,2	105,2
Пайки	3000	0,01	0,01	0,01	30	30	30

Суммарные значения интенсивности отказов $\lambda_{\text{мин}} = 127,03 \cdot 10^{-6} 1/\text{ч}$,
 $\lambda_{\text{ср}} = 424,78 \cdot 10^{-6} 1/\text{ч}$; $\lambda_{\text{макс}} = 977,83 \cdot 10^{-6} 1/\text{ч}$.

Примечание. Интенсивность отказов для разъемов дана на один штырек. В разьеме по 50 штырьков.

ем среднее, минимальное и максимальное значения вероятности безотказной работы станции в течение $t_i = 50$ ч:

$$P_{\text{ср}}(t_i) = \exp[-\lambda_{\text{ср}} t_i] \approx 1 - \lambda_{\text{ср}} t_i = \\ = 1 - 424,78 \cdot 10^{-6} \cdot 50 \approx 0,98;$$

$$P_{\text{мин}}(t_i) = \exp[-\lambda_{\text{макс}} t_i] \approx 1 - \lambda_{\text{макс}} t_i = \\ = 1 - 977,83 \cdot 10^{-6} \cdot 50 \approx 0,95;$$

$$P_{\max}(t_i) = \exp[-\lambda_{\min} t_i] \approx 1 - \lambda_{\min} t_i =$$

$$= 1 - 127,06 \cdot 10^{-6} \cdot 50 \approx 0,995.$$

Пример 4-2. Блок питания самолетной радиолокационной станции должен работать в условиях полета с высотой до 15 км при температуре окружающей среды 40°С и влажности 70%. С учетом условий работы подобраны элементы блока, приведенные в табл. 4-2.

Таблица 4-2

Наименование, типы и марки элементов	Обозначения элементов на схеме	Число элементов N_j , шт.	Интенсивность отказов $\lambda_{0j} \cdot 10^6$, 1/ч	Интенсивность отказов $\lambda_j = \lambda_{0j} k_j \cdot 10^6$ 1/ч	$N_j \lambda_j \cdot 10^6$, 1/ч
Резисторы	R_1, R_2	2	1,3	2,78	5,56
	R_3	1	0,5	1,07	1,07
	R_4, R_5	2	3,20	6,86	13,72
Конденсаторы	$C_1 - C_{13}$	13	2,4	5,15	67,0
Дроссели	$Др_1$	1	1,0	2,14	2,14
Диоды полупроводниковые	$Д_1 - Д_4$	4	2,5	5,37	21,4
Трансформаторы	$Тр_1$	1	0,5	1,07	1,07
Предохранители	$Пр$	1	0,5	1,07	1,07
Разъемы	$Рз_1, Рз_2$	2	0,5	1,07	2,14
Стабилизаторы напряжения	$Ст_1, Ст_2$	2	0,5	1,07	2,14
Пайки		200	0,01	0,214	4,28

Суммарное значение интенсивности отказов $\lambda = \sum_{j=1}^n N_j \lambda_j = 121,59 \cdot 10^{-6}$ 1/ч.

Необходимо вычислить характеристики надежности блока: интенсивность отказов λ , среднюю наработку до отказа m_t и вероятность безотказной работы $P(t_i)$ в течение наработки $t_i = 10$ ч.

Решение. Результаты расчета надежности при подборе типов элементов удобно оформлять в виде табл. 4-2, составленной по примеру табл. П-5-2.

Из приложения 3 находим интенсивности отказов λ_{0j} элементов для нормальных условий работы (температура 20°C , $k_H = 1$). Интенсивности отказов элементов с учетом условий их применения вычисляются по формуле $\lambda_j = \lambda_{0j} k_\Sigma k_3 k_4$, где $k_\Sigma = 1,65$ — коэффициент, учитывающий суммарное воздействие вибраций и ударных нагрузок на самолетную аппаратуру (табл. П-4-1); $k_3 = 1$ — коэффициент, учитывающий воздействие температуры 40°C при влажности 70% (табл. П-4-2); $k_4 = 1,3$ — коэффициент, учитывающий влияние давления на высоте 15 км (табл. П-4-3).

Вычисленная суммарная интенсивность отказов блока питания приведена в конце табл. 4-2.

Средняя наработка до отказа блока питания будет равна:

$$m_t = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{121,59 \cdot 10^{-6}} \approx 8200 \text{ ч.}$$

Вероятность безотказной работы блока питания в течение $t_i = 10$ ч будет равна $P(t_i) = \exp[-\lambda t_i] = 1 - 121,59 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \approx 0,9988$.

Пример 4-3. Провести уточненный расчет надежности блока питания самолетной радиолокационной станции (пример 4-2) с учетом режимов работы элементов, приведенных в табл. 4-3.

Решение. Результаты уточненного расчета надежности удобно оформлять в виде табл. 4-3, составленной по примеру табл. П-5-3. Из приложения 3 находим интенсивности отказов λ_{0j} элементов для нормальных условий работы (температура 20°C , коэффициент нагрузки $k_H = 1$). Из приложения 4 находим поправочные коэффициенты для расчета интенсивности отказов элементов с учетом коэффициента нагрузки и температуры окружающей среды. Вычисляем интенсивности отказов элементов λ_j с учетом коэффициента $k_\Sigma = 1,65$, учитывающего суммарное воздействие вибраций и ударных нагрузок на

Таблица 4-3

Наименование, типы и марки элементов	Обозначения элементов по схеме	Число элементов N_j	Интенсивность отказов $\lambda_{0j} \cdot 10^6, 1/ч$	Режимы работы		Поправочный коэффициент a_i	$\lambda_j = \lambda_{0j} k_i \times 10^6, 1/ч$	$\lambda_j a_i \times 10^6, 1/ч$	$N_j \lambda_j a_i \times 10^6, 1/ч$
				Коэффициент нагрузки k_H	Температура, °С				
Резисторы	R_1, R_2	2	1,3	0,2	60	0,47	2,78	1,26	2,52
	R_3	1	1	0,3	60	0,57	1,07	0,61	0,61
	R_4, R_5	2	2	0,3	60	0,1	6,86	0,686	1,37
Конденсаторы	$C_1—C_{13}$	13	2,4	0,4	65	0,68	5,15	3,50	45,50
Дроссели	Dp_1	1	1,0	0,5	65	0,5	2,14	1,07	1,07
Диоды полупроводниковые	$D_1—D_4$	4	2,5	0,4	40	0,41	5,37	2,20	8,80
Трансформаторы	Tr	1	0,5	0,5	70	0,6	1,07	0,64	0,64
	Pr	1	0,5	1,0	50	1,0	1,07	1,07	1,07
Разъемы	Pz_1, Pz_2	2	0,5	1,0	50	1,0	1,07	1,07	2,14
Стабилизаторы напряжения	St_1, St_2	2	2	1,0	50	1,0	1,07	1,07	2,14
	Пайки	200	0 01	—	50	1,0	0,0214	0,0214	4,28

Суммарное значение интенсивности отказов $\lambda = \sum_{j=1}^N N_j \lambda_j a_i = 7,01 \cdot 10^{-5} 1/ч.$

самолетную аппаратуру (табл. П-4-1), и коэффициента $k_4=1,3$, учитывающего влияние давления на высоте 15 км (табл. П-4-3). Вычисляем произведения $\lambda_j a_i$ и $N_j \lambda_j a_i$. Определяем суммарную интенсивность отказов блока питания:

$$\lambda = \sum_{j=1}^N N_j \lambda_j a_i = 7,01 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч.}$$

Средняя наработка до отказа

$$m_t = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{7,01 \cdot 10^{-5}} \approx 14\,500 \text{ ч.}$$

Вероятность безотказной работы блока питания в течение $t_i=10$ ч будет равна:

$$P(t_i) = \exp[-\lambda t_i] \approx 1 - \lambda t_i = 1 - 7,01 \cdot 10^{-5} \cdot 10 \approx 0,9993.$$

Пример 4-4. Записать в общем виде формулы для расчета надежности системы связи с использованием искусственных спутников Земли (ИСЗ). Схема системы представлена на рис. 4-3, а.

В качестве показателя надежности принимается вероятность того, что хотя бы один телевизионный канал исправен в течение наработки $(0, t_i)$. Разделение каналов может осуществляться двумя способами: а) частотным, при котором каждый передатчик закреплен за определенным приемником; б) временным, при котором каждый передатчик может работать с любым приемником.

Исходными данными являются вероятности безотказной работы в течение наработки t_i всех подсистем $P_j(t_i)$, где $j=1, 2, \dots, 7$.

Решение. При частотном разделении каналов каждый передатчик закреплен за определенным приемником, поэтому отказ передатчика любого канала приводит к невозможности использования соответствующего приемника. Для того чтобы хотя бы один телевизионный канал был работоспособен, необходима безотказная работа устройств 1 и 6 [или 2 и 7, или 1 и 2 и 6 и 7], а также 3, 4 и 5. Следовательно, логическая схема надежности имеет вид, представленный на рис. 4-3, б.

В соответствии с логической схемой показатель надежности системы может быть записан следующим образом:

$$P_{\text{част}}(t_i) = \{1 - [1 - P_1(t_i)P_6(t_i)] \times \\ \times [1 - P_2(t_i)P_7(t_i)]\} P_3(t_i)P_4(t_i)P_5(t_i).$$

При временном разделении каналов каждый передатчик может работать с любым приемником. Поэтому для безотказной работы системы на интервале $(0, t_i)$ необходимо, чтобы были исправны 1 [или 2, или 1 и 2] и 6 [или 7, или 6 и 7], а также 3, 4 и 5. Логическая схема надежности приведена на рис. 4-3, в.

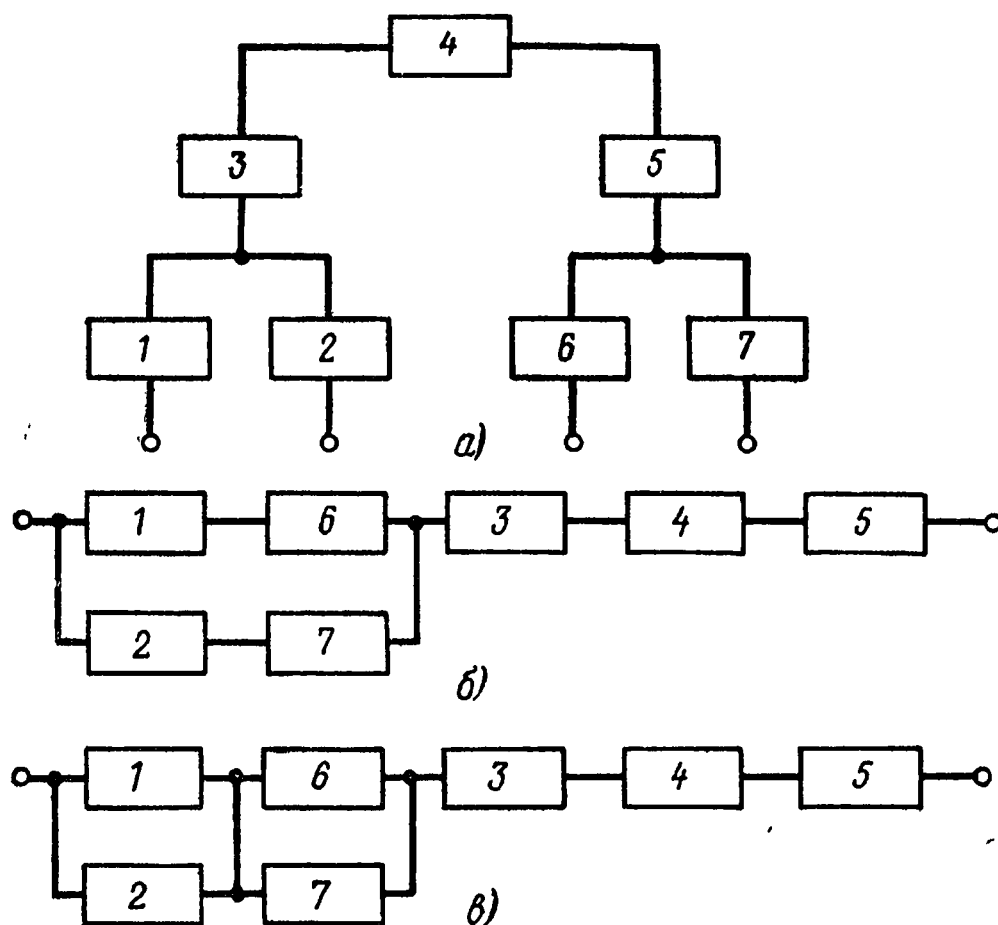


Рис. 4-3. Схемы системы связи с использованием ИСЗ.

а — блок-схема системы с ИСЗ; *б* — логическая схема расчета надежности при частотном разделении каналов; *в* — логическая схема расчета надежности при временном разделении каналов; 1, 2 — передатчики телевизионных программ; 3, 5 — антенные устройства; 4 — ИСЗ; 6, 7 — приемники телевизионных программ.

В соответствии с логической схемой показатель надежности системы может быть определен по формуле

$$P_{\text{вр}}(t_i) = \{1 - [1 - P_1(t_i)][1 - P_2(t_i)]\} \times \\ \times \{1 - [1 - P_6(t_i)][1 - P_7(t_i)]\} P_3(t_i)P_4(t_i)P_5(t_i).$$

Пример 4-5. Рассчитать вероятность безотказной работы в течение наработки $t_i = 10$ ч промежуточного пункта радиорелейной станции. Состав аппаратуры пункта: антенно-фидерное устройство 1, входное устройство 2, аппаратура служебной связи 3 с ненагруженным резервом, две приемно-передающие стойки 4 с нагруженным скользящим резервом, система питания. Система питания состоит из дизель-генератора 5 и двух внешних источников электроснабжения 6. Питание может производиться от любого из этих трех источников. Логическая схема надежности пункта приведена на рис. 4-4, а данные по интенсивностям отказов подсистем — в табл. 4-4.

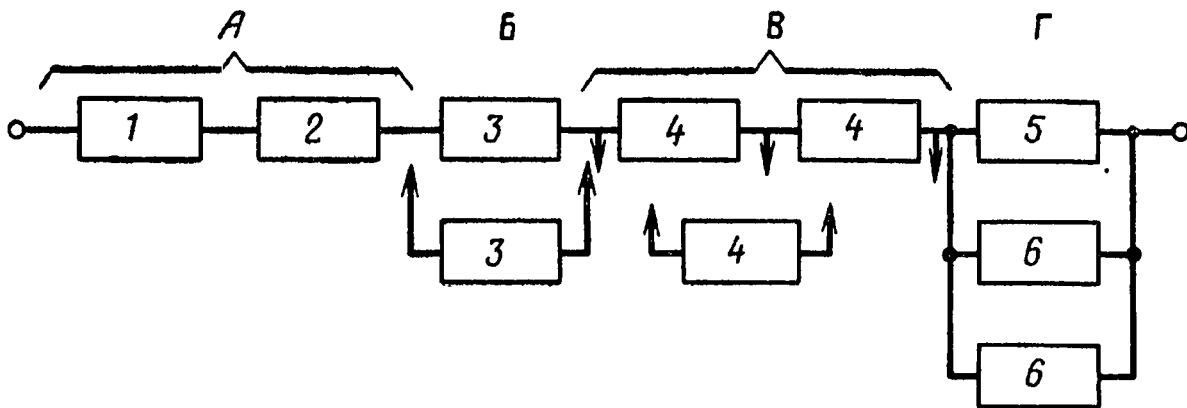


Рис. 4-4. Логическая схема расчета надежности пункта радиорелейной станции для примера 4-5.

1 — антенно-фидерное устройство; 2 — входное устройство; 3 — аппаратура служебной связи с ненагруженным резервом; 4 — приемно-передающая стойка с нагруженным скользящим резервом; 5 — дизель-генератор; 6 — внешний источник электроснабжения.

Таблица 4-4

Номер элемента	1	2	3	4	5	6
$\lambda, 1/\text{ч}$	$5,1 \cdot 10^{-6}$	$5,3 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-5}$	$4,2 \cdot 10^{-4}$	$4,5 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$

Решение. Разделим логическую схему надежности на четыре части А, Б, В, Г и определим вероятности безотказной работы $P(t_i)$ и вероятности отказа $Q(t_i)$ в течение наработки $t_i = 10$ ч каждой из этих частей.

А. Нерезервированная часть

$$P_A(t_i) = \exp [-(\lambda_1 + \lambda_2) t_i];$$

$$Q_A(t_i) = 1 - \exp [-(\lambda_1 + \lambda_2) t_i] \approx (\lambda_1 + \lambda_2) t_i = 10^{-4},$$

Б. Система служебной связи с ненагруженным резервом

$$P_B(t_i) = \exp[-\lambda_3 t_i](1 + \lambda_3 t_i) \approx 1 - \frac{1}{2} \lambda_3^2 t_i^2;$$

$$Q_B(t_i) \approx \frac{1}{2} \lambda_3^2 t_i^2 = 2 \cdot 10^{-8}.$$

В. Приемно-передающие стойки с нагруженным скользящим резервом

$$P_B(t_i) = \exp[-3\lambda_4 t_i] + 3 \exp[-2\lambda_4 t_i][1 - \exp(-\lambda_4 t_i)];$$

$$Q_B(t_i) = 3 \exp[-\lambda_4 t_i][1 - \exp(-\lambda_4 t_i)]^2 + [1 - \exp(-\lambda_4 t_i)]^3 \approx 5 \cdot 10^{-5}.$$

Г. Система питания

$$P_G(t_i) = 1 - [1 - \exp(-\lambda_5 t_i)][1 - \exp(-\lambda_6 t_i)]^2;$$

$$Q_G(t_i) \approx \lambda_5 t_i \lambda_6^2 t_i^2 \approx 3 \cdot 10^{-5}.$$

Вероятность отказа всего пункта в течение наработки $t_i = 10$ ч с достаточной для практики точностью может быть определена:

$$Q(t_i) = Q_A(t_i) + Q_B(t_i) + Q_V(t_i) + Q_G(t_i) \approx 2 \cdot 10^{-1}.$$

Вероятность безотказной работы пункта за 10 ч равна:

$$P(t_i) = 1 - Q(t_i) \approx 0,9998.$$

Пример 4-6. В системе управления, логическая схема которой изображена на рис. 4-5, применено резервирование с дробной кратностью по схеме «два из трех» измерительного устройства и пассивное дублирование с неизменной нагрузкой усилителя-преобразователя.

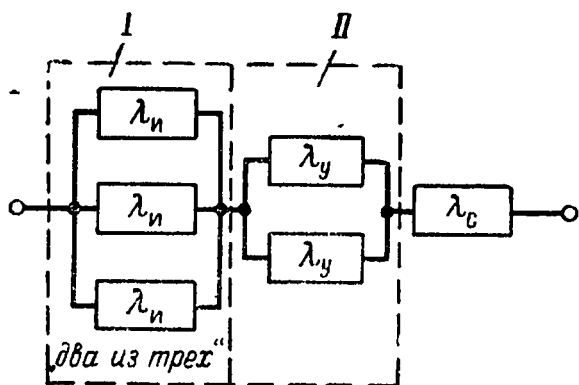


Рис. 4-5. Логическая схема расчета надежности системы управления для примера 4-6.

резервирование с дробной кратностью по схеме «два из трех» измерительного устройства и пассивное дублирование с неизменной нагрузкой усилителя-преобразователя. Известны интенсивности отказов нерезервированного измерителя $\lambda_{и} = 1,0 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, нерезервированного усилителя-преобразователя $\lambda_{у} = 4,0 \cdot 10^{-3}$ 1/ч и серво-

привода $\lambda_c = 5,0 \cdot 10^{-4}$ 1/ч. Требуется рассчитать вероятность безотказной работы системы в течение наработки $t_i = 50$ ч.

Решение. Вероятность безотказной работы измерительного устройства при резервировании с дробной кратностью по схеме 2 из 3-х равна:

$$P_I(t_i) = \sum_{\eta=0}^{3-2} C_3^\eta P_n^{3-\eta}(t_i) \sum_{j=0}^{\eta} (-1)^j C_\eta^j P_n^j(t_i) = \\ = 3P_n^2(t_i) - 2P_n^3(t_i),$$

$$\text{или } P_I(t_i) = 3 \{ \exp[-\lambda_n t_i] \}^2 - 2 \{ \exp[-\lambda_n t_i] \}^3 = \\ = 3 \exp[-2 \cdot 1,0 \cdot 10^{-3} \cdot 50] - 2 \exp[-3 \cdot 1,0 \cdot 10^{-3} \cdot 50] = \\ = 0,98.$$

Вероятность безотказной работы усилителя-преобразователя равна:

$$P_{II}(t_i) = 1 - \{1 - P_y(t_i)\}^2 = 1 - \{1 - \exp[-\lambda_y t_i]\}^2 = \\ = 1 - \{1 - \exp[-4,0 \cdot 10^{-3} \cdot 50]\}^2 = 0,97.$$

Вероятность безотказной работы сервопривода

$$P_c(t_i) = \exp[-\lambda_c t_i] = \exp[-5,0 \cdot 10^{-4} \cdot 50] \approx \\ \approx 1 - 5,0 \cdot 10^{-4} \cdot 50 = 0,975.$$

Для системы в целом имеем:

$$P(t_i) = P_I(t_i) P_{II}(t_i) P_c(t_i) = 0,98 \cdot 0,97 \cdot 0,975 = 0,93.$$

Пример 4-7. Блок питания радиостанции состоит из двух однотипных аккумуляторных батарей и преобразователя напряжения. Батареи соединены по схеме пассивного дублирования с неизменной нагрузкой. Для работы станции необходима безотказная работа хотя бы одной батареи и преобразователя. Интенсивность отказов батареи равна $\lambda_b = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, преобразователя — $\lambda_{пр} = 5 \cdot 10^{-4}$ 1/ч. Рассчитать вероятность безотказной работы в течение наработки $t_i = 5$ ч и интенсивность отказов блока питания.

Решение. Вероятность безотказной работы дублированного участка блока рассчитывается по формуле

$$P_d(t_i) = 1 - [1 - P_6(t_i)]^2 = 1 - [1 - \exp(-\lambda_6 t_i)]^2.$$

Вероятность безотказной работы блока в целом

$$P_{6л}(t_i) = P_d(t_i) P_{пр}(t_i) = \{1 - [1 - \exp(-\lambda_6 t_i)]^2\} \times \\ \times \exp[-\lambda_{пр} t_i].$$

При $\lambda_6 t_i \ll 1$ и $\lambda_{пр} t_i \ll 1$ имеем:

$$P_{6л}(t_i) = [1 - (\lambda_6 t_i)^2] [1 - \lambda_{пр} t_i] = \\ = [1 - (2 \cdot 10^{-3} \cdot 5)^2] [1 - 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 5] = 0,997.$$

В соответствии с (4-6) интенсивность отказов дублированной аккумуляторной батареи

$$\lambda_{д.б}(t_i) \approx 2\lambda_6^2 t_i.$$

Интенсивность отказов блока питания в целом

$$\lambda_{6л}(t_i) = \frac{f_{6л}(t_i)}{P_{6л}(t_i)},$$

или можно записать

$$\lambda_{6л}(t_i) = \frac{\lambda_{пр} + \lambda_6 t_i [(1 - \lambda_6 t_i)(2\lambda_6 + \lambda_{пр}) - \lambda_{пр}]}{1 - \lambda_6^2 t_i^2} = \\ = \lambda_{пр} + 2\lambda_6^2 t_i.$$

Таким образом,

$$\lambda_{6л}(t_i) = 0,5 \cdot 10^{-3} + 2 (2 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 5 = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч.}$$

Пример 4-8. Для повышения надежности блока питания радиостанции, состоящего из аккумуляторной батареи и преобразователя напряжения, применено общее пассивное дублирование с неизменной нагрузкой. Требуется сравнить по вероятности отказа и средней наработке до отказа дублированный блок питания и блок питания, в котором дублированы только батареи (пример 4-7).

Решение. Вероятность безотказной работы дублированного блока питания равна:

$$P_{\text{бл.д}}(t_i) = 1 - [1 - \exp\{- (\lambda_{\text{б}} + \lambda_{\text{пр}}) t_i\}]^2 = \\ = 1 - [1 - \exp\{-(2 \cdot 10^{-3} + 0,5 \cdot 10^{-3}) \cdot 5\}]^2 = 0,9998.$$

Вероятность отказа дублированного блока

$$Q_{\text{бл.д}}(t_i) = 1 - P_{\text{бл.д}}(t_i) = 1 - 0,9998 = 2 \cdot 10^{-4}.$$

Вероятность отказа блока питания с дублированными батареями

$$Q_{\text{бл}}(t_i) = 1 - P_{\text{бл}}(t_i) = 1 - 0,997 = 3 \cdot 10^{-3}.$$

Таким образом, выигрыш по вероятности отказа в случае общего дублирования блока питания составляет:

$$G = \frac{Q_{\text{бл}}(t_i)}{Q_{\text{бл.д}}(t_i)} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-4}} = 15.$$

Средняя наработка до отказа блока питания с дублированными батареями равна:

$$m_t = \int_0^{\infty} P_{\text{бл}}(t) dt = \int_0^{\infty} \{1 - [1 - \exp(-\lambda_{\text{б}} t)]^2\} \exp[-\lambda_{\text{пр}} t] dt \approx \\ \approx \frac{3\lambda_{\text{б}} + \lambda_{\text{пр}}}{(\lambda_{\text{б}} + \lambda_{\text{пр}})(2\lambda_{\text{б}} + \lambda_{\text{пр}})} = \\ = \frac{3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} + 0,5 \cdot 10^{-3}}{(2 \cdot 10^{-3} + 0,5 \cdot 10^{-3})(2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} + 0,5 \cdot 10^{-3})} = 580 \text{ ч.}$$

Средняя наработка до отказа блока питания в случае общего дублирования равна:

$$m_{t \text{ д}} = \int_0^{\infty} P_{\text{бл.д}}(t) dt = \int_0^{\infty} \{1 - [1 - \exp[-(\lambda_{\text{б}} + \\ + \lambda_{\text{пр}}) t]]^2\} dt \approx \frac{3}{2(\lambda_{\text{б}} + \lambda_{\text{пр}})} = \frac{3}{2(2 \cdot 10^{-3} + 0,5 \cdot 10^{-3})} = 600 \text{ ч.}$$

Таким образом, по средней наработке до отказа блок питания с общим дублированием практически не имеет выигрыша по сравнению с блоком питания, в котором дублированы батареи.

Пример 4-9. Система передачи данных содержит 1200 стандартных телефонных каналов. Она может состоять либо из двух трансляционных блоков, каждый из которых содержит 600 каналов, либо из четырех блоков, каждый из которых содержит 300 каналов. Система передачи считается работоспособной, если работоспособны не менее 600 каналов.

Трансляционный блок имеет вероятность отказа, равную $Q(t_i)$, независимо от числа каналов. Отказ одного из блоков не влияет на вероятность отказа других блоков системы.

Определить, что обеспечивает большую работоспособность системы передачи данных: установка двух или четырех трансляционных блоков.

Решение. Воспользуемся схемой независимых испытаний: если производится n испытаний, в каждом из которых некоторое событие появляется с вероятностью P , то вероятность того, что это событие появится ровно m раз, выражается биномиальным распределением

$$P_{n,m} = C_n^m P^m (1 - P)^{n-m},$$

где C_n^m — число сочетаний из n по m .

Вероятность того, что из n трансляционных блоков ровно m будут работоспособными, равна:

$$P_{n,m} = C_n^m P^m(t_i) Q^{n-m}(t_i),$$

при этом вероятность работоспособного состояния системы с двумя и четырьмя трансляционными блоками выражается соответственно как

$$P_2(m \geq 1) = 1 - Q^2(t_i);$$

$$P_4(m \geq 2) = 1 - 4Q^3(t_i) + 3Q^4(t_i).$$

Определим разность $\Delta = P_4(m \geq 2) - P_2(m \geq 1)$ этих вероятностей. Когда $\Delta > 0$, вероятность работоспособного состояния системы при четырех трансляционных блоках больше, а когда $\Delta < 0$, то эта вероятность больше при двух блоках. Приравняв Δ нулю, получим уравнение

$$3Q^4(t_i) - 4Q^3(t_i) + Q^2(t_i) = 0.$$

Решение этого уравнения дает три корня:

$$Q_1(t_i) = 0; \quad Q_2(t_i) = 1; \quad Q_3(t_i) = \frac{1}{3}.$$

На рис. 4-6 показана зависимость Δ от $Q(t_i)$. Как видно из графика, при $0 < Q(t_i) < 1/3$ вероятность работоспособного состояния системы при четырех трансляционных блоках будет больше, чем при двух блоках.

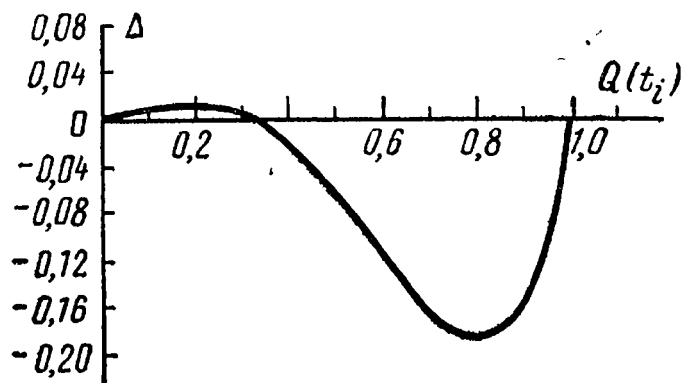


Рис. 4-6. График зависимости разности вероятностей работоспособного состояния системы с двумя и четырьмя передатчиками от вероятности отказа передатчика.

Пример 4-10. Приемник и передатчик радиорелейной станции могут иметь питание либо через статические стабилизаторы напряжения, либо без стабилизирующих устройств в случае их отказа. Вероятность безотказной работы стабилизирующих устройств за наработку $(0, t_i)$ равна $P_{ст}(t_i) = 0,8$. При питании через стабилизирующие устройства вероятность безотказной работы приемника равна $P_{пр}^{(I)}(t_i) = 0,95$, передатчика $P_{пер}^{(I)}(t_i) = 0,9$. При питании без стабилизирующих устройств эти вероятности равны соответственно $P_{пр}^{(II)}(t_i) = 0,8$; $P_{пер}^{(II)}(t_i) = 0,7$.

Требуется определить вероятность безотказной работы приемника и передатчика за наработку $(0, t_i)$ в двух случаях: первый — питание приемника и передатчика осуществляется от одного стабилизатора, второй — от разных стабилизаторов.

Решение. Рассмотрим первый случай. Определим условную вероятность безотказной работы системы (приемник, передатчик). При безотказной работе стабилизатора

$$P^{(I)}(t_i) = P_{пр}^{(I)}(t_i) P_{пер}^{(I)}(t_i) = 0,95 \cdot 0,9 = 0,85.$$

При питании без стабилизатора в случае его отказа

$$P^{(II)}(t_i) = P_{\text{пр}}^{(II)}(t_i) P_{\text{пер}}^{(II)}(t_i) = 0,8 \cdot 0,7 = 0,56.$$

По формуле полной вероятности определим вероятность безотказной работы системы:

$$P(t_i) = P_{\text{ст}}(t_i) P^{(I)}(t_i) + Q_{\text{ст}}(t_i) P^{(II)}(t_i) = 0,81,$$

где $Q_{\text{ст}}(t_i) = 1 - P_{\text{ст}}(t_i) = 0,2$ — вероятность отказа стабилизатора за наработку $(0, t_i)$.

Теперь определим вероятность безотказной работы системы для второго случая, когда питание приемника и передатчика осуществляется от разных стабилизаторов. Полная вероятность безотказной работы равна:

для приемника

$$P_{\text{пр}}(t_i) = P_{\text{ст}}(t_i) P_{\text{пр}}^{(I)}(t_i) + Q_{\text{ст}}(t_i) P_{\text{пр}}^{(II)}(t_i) = 0,94;$$

для передатчика

$$P_{\text{пер}}(t_i) = P_{\text{ст}}(t_i) P_{\text{пер}}^{(I)}(t_i) + Q_{\text{ст}}(t_i) P_{\text{пер}}^{(II)}(t_i) = 0,78.$$

Для этого случая вероятность безотказной работы системы

$$P(t_i) = P_{\text{пр}}(t_i) P_{\text{пер}}(t_i) = 0,94 \cdot 0,78 = 0,73.$$

Видно, что во втором случае значение надежности оказывается ниже.

Пример 4-11. В системе управления помимо прекращения работы системы в течение $(0, t_i)$ с вероятностью $Q_1(t_i) = 0,06$ могут возникнуть сбои с вероятностью $Q_2(t_i) = 0,03$, в результате которых подаются неправильные команды. Система дублируется пассивным резервом с неизменной нагрузкой. Дублированная система отказывает в том случае, если обе системы прекратят работу или если хотя бы в одной из них появятся сбои. Определить вероятность безотказной работы дублированной системы управления.

Решение. Отказ дублированной системы управления возможен в двух случаях: первый — откажут обе системы с вероятностью $Q_1^2(t_i)$; второй — появится сбой хотя бы в одной из систем с вероятностью

$$1 - [1 - Q_2(t_i)]^2 = 2Q_2(t_i) - Q_2^2(t_i).$$

В итоге вероятность безотказной работы дублированной системы равна:

$$P_c(t_i) = 1 - [Q_1^2(t_i) + 2Q_2(t_i) - Q_2^2(t_i)] = 1 - (0,06^2 + 2 \cdot 0,03 - 0,03^2) \approx 0,94.$$

Выигрыш в надежности незначителен:
 для системы с резервированием $P_c(t_i) \approx 0,94$;
 для системы без резервирования $P(t_i) = 1 - [Q_1(t_i) + Q_2(t_i)] = 0,91$.

Незначительность выигрыша в надежности обусловлена тем, что применение пассивного резерва при относительно большой интенсивности сбоев нецелесообразно. Значительно больший выигрыш был бы получен при резервировании с дробной кратностью (голосованием по большинству), например «два из трех».

Пример 4-12. Блок питания радиостанции состоит из генератора и аккумуляторной батареи, находящейся в ненагруженном резерве. В случае нарушения работоспособности генератора в работу включается аккумуляторная батарея. Известны: $f_1(t) = \lambda_1 \exp[-\lambda_1 t]$ — плотность распределения наработки до отказа генератора и $f_2(t) = \lambda_2 \exp[-\lambda_2 t]$ — плотность распределения наработки до отказа аккумуляторной батареи. Составить выражение для функции ненадежности блока питания станции $Q(t)$.

Решение. Процесс развития отказа блока питания станции состоит из двух стадий. Первая стадия начинается в момент $t=0$ и заканчивается в момент возникновения отказа генератора. С этого момента начинается вторая стадия развития отказа, которая заканчивается отказом аккумуляторной батареи и блока питания в целом.

Возможные состояния блока питания показаны на рис. 4-7, где кружком обозначен отказ генератора, крестиком — момент отказа блока питания. Первое возможное состояние (рис. 4-7, а) — отказ генератора на интервале $(0, t)$ не возник, второе (рис. 4-7, б) — генератор отказал, а блок питания не отказал, третье (рис. 4-7, в) — блок питания отказал.

Вероятность появления первого состояния равна:

$$P_r(t) = \exp[-\lambda_1 t],$$

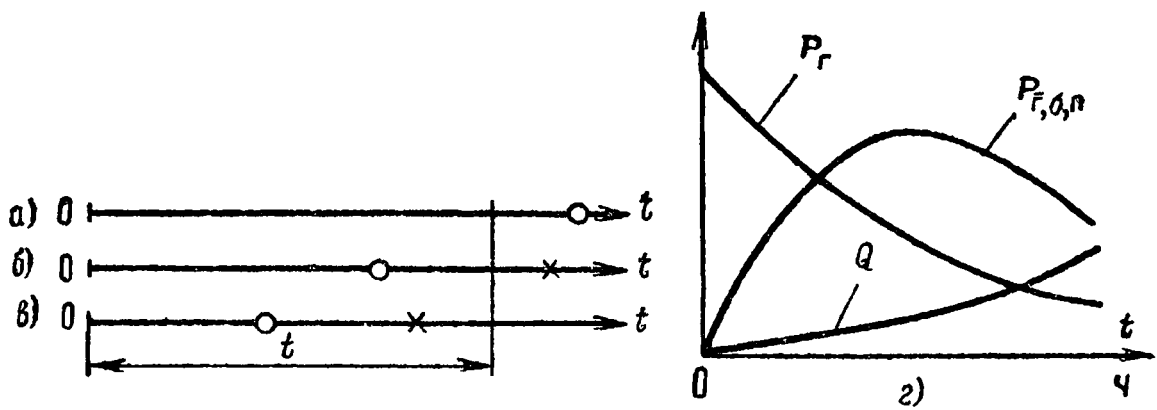


Рис. 4-7. Возможные состояния (а, б, в) станции и характер изменения их вероятностей (z).

Для определения вероятности второго состояния рассмотрим малый интервал наработки ($\tau, \tau + d\tau$), предшествующий t . Вероятность того, что в этом интервале откажет генератор, равна $f_1(\tau) d\tau$. Вероятность того, что с этого момента до t не возникнет отказ блока питания, равна:

$$P_2(t - \tau) = \exp[-\lambda_2(t - \tau)].$$

На основании теоремы умножения вероятностей получим элемент вероятности появления отказа генератора и невозникновения отказа блока питания:

$$P_2(t - \tau) f_1(\tau) d\tau.$$

Суммируя по всем τ от 0 до t , найдем вероятность появления второго состояния:

$$P_{r,б,п}(t) = \int_0^t P_2(t - \tau) f_1(\tau) d\tau = \int_0^t \exp[-\lambda_2(t - \tau)] \lambda_1 \times \\ \times \exp[-\lambda_1 \tau] d\tau = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \{ \exp[-\lambda_1 t] - \exp[-\lambda_2 t] \}.$$

Так как все состояния образуют полную группу событий, то вероятность появления третьего состояния [функцию ненадежности $Q(t)$] можно вычислить по формуле

$$Q(t) = 1 - P_r(t) - P_{r,б,п}(t) = 1 - \exp[-\lambda_1 t] - \\ - \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \{ \exp[-\lambda_1 t] - \exp[-\lambda_2 t] \}.$$

Характер изменения этих вероятностей показан на рис. 4-7, з.

Пример 4-13. Элементы системы соединены на логической схеме последовательно. Известны плотности распределения $f_i(t)$ наработки до отказа элементов. Определить плотность распределения $f(t)$ наработки до отказа системы, если отказы элементов независимы.

Решение. Функция ненадежности системы равна:

$$Q(t) = 1 - \prod_{j=1}^n [1 - Q_j(t)],$$

где $Q_j(t)$ — функция ненадежности j -го элемента.

Дифференцируя по t , получаем:

$$f(t) = \sum_{j=1}^n \frac{f_j(t)}{1 - Q_j(t)} \prod_{j=1}^n [1 - Q_j(t)].$$

Если плотности распределения $f_j(t)$ одинаковы,

$$Q(t) = 1 - [1 - Q(t)]^n; \quad f(t) = n [1 - Q^{n-1}(t)] f(t).$$

Пример 4-14. Наработка до отказа подсистем, образующих дублированную систему с пассивным резервированием и неизменной нагрузкой, распределена по показательному закону. Интенсивность отказов первой подсистемы равна λ_1 , интенсивность отказов второй — λ_2 .

Отказы подсистем независимы. Определить плотность распределения наработки до отказа дублированной системы.

Решение. Функция ненадежности системы равна:

$$Q(t) = \prod_{j=1}^2 Q_j(t),$$

где $Q_j(t)$ — функция ненадежности подсистем; $j=1; 2$.

Дифференцируя $Q(t)$ по t , получаем:

$$f(t) = \sum_{j=1}^2 \frac{f_j(t)}{Q_j(t)} \prod_{j=1}^2 Q_j(t),$$

где $f_j(t)$ — плотность распределения наработки до отказа одной подсистемы.

Подставив выражения для функций

$$f_j(t) = \lambda_j \exp[-\lambda_j t]; \quad Q_j(t) = 1 - \exp[-\lambda_j t]$$

в предыдущую формулу, получим:

$$f(t) = \lambda_1 \exp[-\lambda_1 t] + \lambda_2 \exp[-\lambda_2 t] - (\lambda_1 + \lambda_2) \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2)t].$$

Пример 4-15. Система управления, рассчитанная на непрерывную работу в течение $t_i = 1$ ч, имеет среднюю наработку до отказа $m_t = 100$ ч. Определить, каким образом можно добиться большего значения вероятности безотказной работы: применив пассивное дублирование системы с неизменной нагрузкой или более надежные элементы так чтобы средняя наработка до отказа системы повысилась до величины, равной средней наработке до отказа дублированной системы.

Решение. Для дублированной системы вероятность безотказной работы в течение 1 ч определится по формуле

$$P_d(t_i) = 1 - \left[1 - \exp\left(-\frac{t_i}{m_t}\right) \right]^2 = 0,999.$$

Средняя наработка до отказа дублированной системы равна:

$$m_{td} = \frac{3}{2} m_t = 150 \text{ ч.}$$

Вероятность безотказной работы в течение 1 ч системы с более надежными элементами, обеспечивающими увеличение средней наработки до $m'_t = 150$ ч, равна:

$$P(t_i) = \exp\left[-\frac{t_i}{m'_t}\right] = 0,99.$$

Таким образом, для повышения надежности в данном случае выгоднее применить дублирование.

Пример 4-16. Резервированная система управления состоит из $n = 5000$ элементов. Для повышения надежности системы предполагается провести пассивное раздельное дублирование элементов. Чтобы приближенно оценить возможность достижения заданной вероятности безотказной работы системы $P_c(t_i) = 0,9$ в течение

наработки $t_i = 10$ ч, необходимо рассчитать среднюю интенсивность отказов одного элемента при предположении отсутствия последствия отказов.

Решение. Вероятность безотказной работы системы при отдельном дублировании и равнонадежных элементах равна:

$$P_c(t_i) = \{1 - [1 - P(t_i)]^2\}^n.$$

Так как должно быть

$$\{1 - [1 - P(t_i)]^2\}^n \geq 0,9,$$

вероятность безотказной работы одного элемента

$$P(t_i) \geq 1 - \sqrt[n]{1 - \sqrt[n]{0,9}}.$$

Разложив $\sqrt[n]{0,9} = (1 - 0,1)^{1/n}$ по степени $\frac{1}{n}$ в ряд и пренебрегая членами ряда высшего порядка малости, получим:

$$(1 - 0,1)^{1/5000} \approx 1 - \frac{1}{5000} \cdot 0,1 = 1 - 2 \cdot 10^{-5}.$$

Учитывая, что $P(t_i) \approx 1 - \lambda t_i$, интенсивность отказов элемента должна быть

$$\begin{aligned} \lambda &\leq \frac{1}{t_i} \sqrt[n]{1 - \sqrt[n]{0,9}} = \frac{1}{10} \sqrt[n]{1 - 1 + 2 \cdot 10^{-5}} \approx \\ &\approx 4,4 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч.} \end{aligned}$$

Пример 4-17. Система состоит из $k+1$ параллельно соединенных равнонадежных подсистем, вероятность безотказной работы каждой из которых $P(t_i) = \exp[-\lambda t_i] = 0,9$. Резерв пассивный с неизменной нагрузкой.

Определить требуемую кратность резервирования, чтобы вероятность безотказной работы была не ниже заданной ($P_{\text{зад}} = 0,99$).

Решение. $P_{\text{сист}}(t_i) = 1 - [1 - P(t_i)]^{k+1}$.
Из условия должно быть

$$P_{\text{сист}}(t_i) \geq P_{\text{зад}}.$$

В этом случае

$$k + 1 \geq \frac{\lg(1 - P_{\text{зад}})}{\lg[1 - P(t_i)]}; \quad k + 1 \geq \frac{\lg(1 - 0,99)}{\lg(1 - 0,9)} = 2.$$

Потребная кратность резервирования равна 2.

Пример 4-18. Необходимо определить, что больше повышает надежность блока: изготовление его из высоконадежных элементов, в результате чего интенсивность

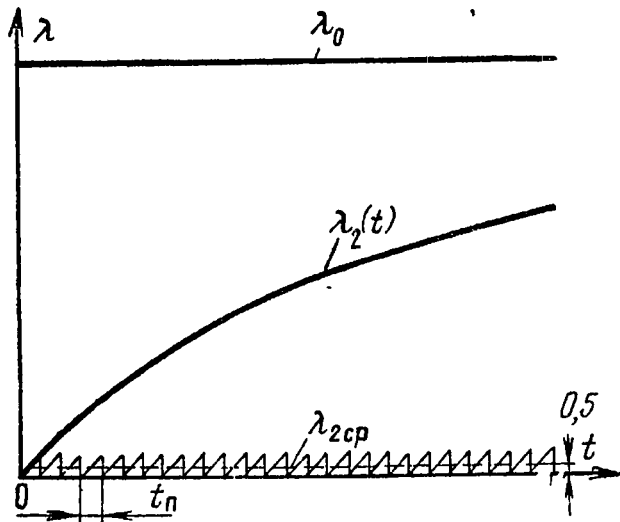


Рис. 4-8. График изменения интенсивности отказов.

отказов блока снижается в $\nu = 5$ раз, или применение нагруженного дублирования с контрольными проверками и восстановлением работоспособности через $t_n = 10$ ч (раздельно основного и дублирующего блока). Первоначальная интенсивность отказов блока $\lambda_0 = 10^{-3}$ 1/ч.

Решение. Сравним интенсивность отказов блока при изготовлении его из высоконадежных элементов (λ_1) и при использовании нагруженного дублирования (λ_2).

Согласно условию

$$\lambda_1 = \frac{\lambda_0}{\nu} = \frac{10^{-3}}{5} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч.}$$

При нагруженном дублировании функция надежности

$$P_2(t) = 1 - [1 - P_0(t)]^2 = P_0(t)[2 - P_0(t)],$$

где функция надежности первоначально нерезервированного блока

$$P_0(t) = \exp[-\lambda_0 t].$$

Подставив выражение для $P_0(t)$ в формулу для $P_2(t)$, получим:

$$P_2(t) = \exp[-\lambda_0 t][2 - \exp(-\lambda_0 t)].$$

Плотность распределения наработки до отказа резервированного блока

$$f_2(t) = -\frac{dP_2(t)}{dt} = 2\lambda_0 \exp(-\lambda_0 t) [1 - \exp(-\lambda_0 t)].$$

Интенсивность отказов резервированного блока

$$\lambda_2(t) = \frac{f_2(t)}{P_2(t)} = \lambda_0 \frac{2 [1 - \exp(-\lambda_0 t)]}{2 - \exp(-\lambda_0 t)}.$$

График $\lambda_2(t)$ изображен на рис. 4-8.

При $\lambda_0 t \ll 1$ приближенно имеем:

$$\lambda_2(t) \approx 2\lambda_0^2 t.$$

После каждой контрольной проверки интенсивность отказов изменяется от 0 до максимального значения $2\lambda_0^2 t_{\text{п}}$.

В этом случае график $\lambda_2(t)$ будет иметь пилообразный вид. Среднее значение интенсивности отказов

$$\lambda_{2\text{ср}} = \frac{1}{t_{\text{п}}} \int_0^{t_{\text{п}}} 2\lambda_0^2 t dt = \lambda_0^2 t_{\text{п}}.$$

Отношение

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_{2\text{ср}}} = \frac{\lambda_0}{\nu \lambda_0^2 t_{\text{п}}} = \frac{1}{\nu \lambda_0 t_{\text{п}}} = \frac{1}{5 \cdot 10^{-3} \cdot 10} = 20.$$

Таким образом, в рассматриваемом случае дублирование с контрольными осмотрами обеспечивает в 20 раз меньшую интенсивность отказов блока, чем при использовании высоконадежных элементов.

Из полученного отношения следует, что нагруженное дублирование с контрольными осмотрами обеспечивает большую надежность при выполнении условия

$$\nu \lambda_0 t_{\text{п}} > 1.$$

Критическое время $(t_{\text{п}})^{\text{кр}}$ между контрольными осмотрами, при достижении которого резервирование уже не обеспечивает большую надежность, чем применение высококачественных элементов,

$$(t_{\text{п}})^{\text{кр}} = \frac{1}{\nu \lambda_0}.$$

В рассматриваемом случае

$$(t_{\text{п}})^{\text{кр}} = \frac{1}{5 \cdot 10^{-3}} = 200 \text{ ч.}$$

Пример 4-19. В блоке, состоящем из $m=3$ устройств, может быть применено общее (а) или отдельное (б) пассивное резервирование (рис. 4-9). Число параллельно включенных устройств $k+1=2$. Интенсивность отказов каждого из устройств λ . Для проверки работоспособности устройств при отдельном резервировании в отличие от общего необходимо вскрытие контейнера блока, в связи с чем в случае отдельного резервирования период профилактики может быть назначен не менее $t_{\text{разд}} = 150$ ч.

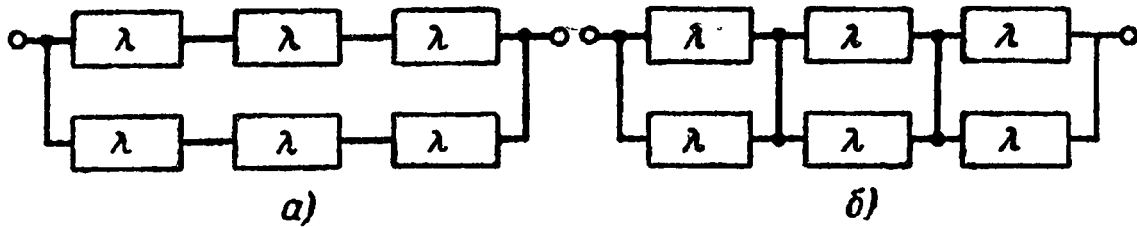


Рис. 4-9. Логические схемы расчета надежности для примера 4-19. а — пассивное общее резервирование ($m=3, k+1=2$); б — пассивное отдельное резервирование ($m=3, k+1=2$).

Требуется определить период профилактики $t_{\text{общ}}$ в случае общего резервирования, при котором обеспечивается более высокая надежность блока по сравнению с отдельным резервированием.

Решение. Интенсивность отказов при общем резервировании и наличии профилактического контроля с восстановлением равна средней интенсивности отказов:

$$\lambda_{\text{общ}} = \lambda_{\text{ср0}}.$$

Для общего резервирования при $k+1=2$

$$\lambda_{\text{ср0}} \approx \lambda_0^2 t_{\text{общ}}.$$

Интенсивность отказов одной из параллельно соединенных ветвей $\lambda_0 = 3\lambda$.

Таким образом,

$$\lambda_{\text{общ}} = 9\lambda^2 t_{\text{общ}}.$$

Интенсивность отказов при раздельном резервировании и наличии профилактического контроля

$$\lambda_{\text{разд}} = 3\lambda_{\text{ср1}},$$

где $\lambda_{\text{ср1}}$ — средняя интенсивность отказов одного резервированного участка.

Имеем $\lambda_{\text{ср1}} \approx \lambda^2 t_{\text{разд}}$ и $\lambda_{\text{разд}} \approx 3\lambda^2 t_{\text{разд}}$.

Общее резервирование будет более выгодным, когда

$$\lambda_{\text{общ}} < \lambda_{\text{разд}}$$

или

$$9\lambda^2 t_{\text{общ}} < 3\lambda^2 t_{\text{разд}}.$$

Отсюда необходимый период между профилактическими осмотрами при общем резервировании

$$t_{\text{общ}} < \frac{t_{\text{разд}}}{3} = \frac{150}{3} = 50 \text{ ч.}$$

Пример 4-20. В системе телеконтроля могут быть применены схемы резервирования с дробной кратностью каналов «два из трех» или «три из пяти». Интенсивность отказов одного канала $\lambda_0 = 5,0 \cdot 10^{-4}$ 1/ч. Требуется определить, какая схема имеет большую вероятность безотказной работы в течение наработки $t_i = 50$ ч и большую среднюю наработку до отказа.

Решение. Вероятность безотказной работы системы равна:

для схемы резервирования «два из трех»

$$\begin{aligned} P_{2/3}(t_i) &= 3P_0^2(t_i) - 2P_0^3(t_i) = 3 \exp(-2\lambda_0 t_i) - 2 \exp(-3\lambda_0 t_i) = \\ &= 3 \exp(-2 \cdot 5,0 \cdot 10^{-4} \cdot 50) - 2 \exp(-3 \cdot 5,0 \cdot 10^{-4} \cdot 50) = 0,997; \end{aligned}$$

для схемы резервирования «три из пяти»

$$\begin{aligned} P_{3/5}(t_i) &= 6P_0^5(t_i) - 15P_0^4(t_i) + 10P_0^3(t_i) = 6 \exp[-5\lambda_0 t_i] - \\ &\quad - 15 \exp[-4\lambda_0 t_i] + 10 \exp[-3\lambda_0 t_i] = \\ &= 6 \exp[-5 \cdot 5,0 \cdot 10^{-4} \cdot 50] - 15 \exp[-4 \cdot 5,0 \cdot 10^{-4} \cdot 50] + \\ &\quad + 10 \exp[-3 \cdot 5,0 \cdot 10^{-4} \cdot 50] = 0,999. \end{aligned}$$

Средняя наработка системы до отказа равна:
для схемы резервирования «два из трех»

$$m_{t2/3} = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{\eta=0}^{3-2} \frac{1}{2+\eta} = \frac{1}{\lambda_0} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right] = \frac{5}{6} \frac{1}{\lambda_0} =$$

$$= \frac{5}{6} \frac{1}{5,0 \cdot 10^{-4}} = 16700 \text{ ч};$$

для схемы резервирования «три из пяти»

$$m_{t3/5} = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{\eta=0}^{5-3} \frac{1}{3+\eta} = \frac{1}{\lambda_0} \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right] =$$

$$= \frac{47}{60} \frac{1}{5,0 \cdot 10^{-4}} = 15700 \text{ ч}.$$

Таким образом, схема дробного резервирования «два из трех» по сравнению со схемой резервирования «три из пяти» имеет меньшую вероятность безотказной работы (выигрыш по вероятности отказа $G = \frac{Q_{2/3}(t_i)}{Q_{3/5}(t_i)} = \frac{3 \cdot 10^{-3}}{1 \cdot 10^{-3}} = 3$) и практически одинаковую среднюю наработку до отказа.

Пример 4-21. В электрической схеме релейные контактные пары K_1, K_2, K_3 соединены, как показано на рис. 4-10.

Интенсивность отказов контактной пары при отказах типа «обрыв» равна $\lambda_0 = 1,4 \cdot 10^{-5}$ 1/ч, а при отказах типа «замыкание» $\lambda_s = 1,0 \times 10^{-6}$ 1/ч. Требуется рассчитать вероятность отказа схемы при ее непрерывной работе в течение наработки $t_i = 5000$ ч.

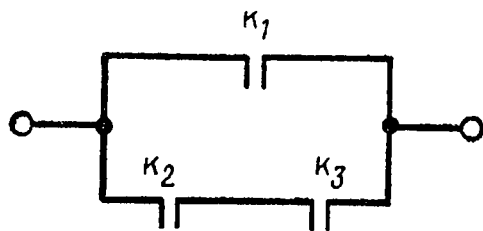


Рис. 4-10. Электрическая схема соединения контактных пар для примера 4-21.

Решение. Воспользуемся формулами расчета вероятностей отказов электрических схем, для которых отказы элементов типа «обрыв» или «замыкание» могут вызывать одноименные отказы схемы. Предполагая, что в схеме возможны лишь отказы контактов типа «обрыв», найдем вероятность отказа Q схемы.

Предполагая, что в схеме возможны лишь отказы контактов типа «обрыв», найдем вероятность отказа Q схемы.

Для последовательно соединенных контактов K_2 и K_3 согласно (4-14) имеем:

$$q_{02,3} = 1 - (1 - q_0)^2.$$

С учетом (4-16) для параллельно соединенных контактов K_1 и K_2, K_3 имеем:

$$Q_0 = q_{01} q_{02,3} = q_0 [1 - (1 - q_0)^2].$$

При предположении, что в схеме возможны лишь отказы типа «замыкание», найдем вероятность отказа Q_s схемы.

Для последовательно соединенных контактов K_2 и K_3 согласно (4-15) с учетом (4-17) имеем для параллельно соединенных контактов K_1 и K_2, K_3 :

$$Q_s = 1 - (1 - q_{s1})(1 - q_{s2,3}) = 1 - (1 - q_s)(1 - q_s^2).$$

Таким образом,

$$Q(q_0, q_s) = Q_0 + Q_s = q_0 [1 - (1 - q_0)^2] + 1 - (1 - q_s)(1 - q_s^2).$$

Для одного контакта .

$$q_0(t_i) = 1 - \exp[-\lambda_0 t_i] \approx \lambda_0 t_i = 1,4 \cdot 10^{-5} \cdot 5 \cdot 10^3 = 7,0 \cdot 10^{-2};$$

$$q_s(t_i) = 1 - \exp[-\lambda_s t_i] \approx \lambda_s t_i = 1,0 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^3 = 5,0 \cdot 10^{-3}.$$

Для схемы в целом имеем:

$$Q(q_0, q_s) = 7,0 \cdot 10^{-2} [1 - (1 - 7,0 \cdot 10^{-2})^2] + 1 - (1 - 5,0 \cdot 10^{-3}) [1 - (5,0 \cdot 10^{-3})^2] = 1,4 \cdot 10^{-2}.$$

Пример 4-22. Для повышения надежности электрической схемы, в которой возможны отказы контактных пар двух типов: «обрыв» с вероятностью q_0 и «замыкание» с вероятностью q_s — могут быть применены соединения элементов, как показано на рис. 4-11, а, б, в и г.

Сравнить схемы по вероятности отказа «обрыв» и «замыкание» с нерезервированным контактом.

Решение. Для получения формул расчета вероятностей отказа схем воспользуемся выражениями, которые применяются в случае, когда понятия отказа схем и составляющих их элементов совпадают.

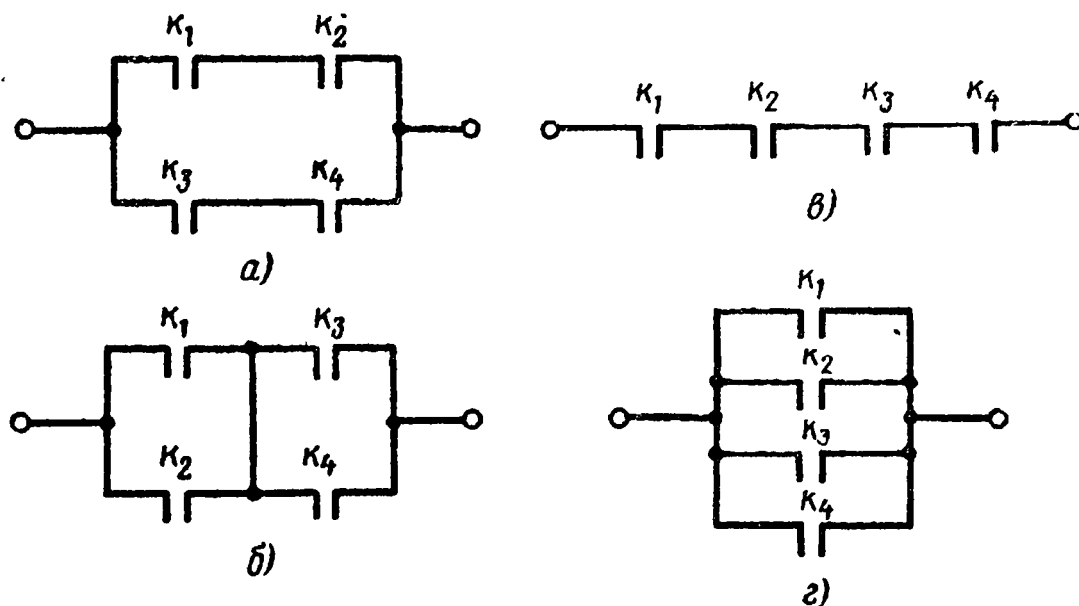


Рис. 4-11. Электрические схемы соединения контактных пар.
a — последовательно-параллельная; *б* — параллельно-последовательная; *в* — последовательная; *г* — параллельная.

Для последовательно-параллельного соединения равнонадежных контактов (рис. 4-11, *a*) имеем:
 при отказах типа «обрыв»

$$q_{0_{1,2}} = 1 - (1 - q_0)^2 \text{ и } q_{0_{3,4}} = 1 - (1 - q_0)^2;$$

$$Q_0 = q_{0_{1,2}} q_{0_{3,4}} = [1 - (1 - q_0)^2]^2;$$

при отказах типа «замыкание»

$$q_{s_{1,2}} = q_s^2 \text{ и } q_{s_{3,4}} = q_s^2;$$

$$Q_s = 1 - (1 - q_{s_{1,2}})(1 - q_{s_{3,4}}) = 1 - (1 - q_s^2)^2.$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} Q_1(q_0, q_s) &= [1 - (1 - q_0)^2]^2 + 1 - (1 - q_s^2)^2 = \\ &= 2q_s^2 + 4q_0^2 - 4q_0^3 - q_s^4 + q_0^4. \end{aligned}$$

Для параллельно-последовательного соединения (рис. 4-11, *б*) имеем:

при отказах типа «обрыв»

$$q_{0,1,2} = q_0^2 \text{ и } q_{0,3,4} = q_0^2;$$

$$Q_0 = 1 - (1 - q_{0,1,2})(1 - q_{0,3,4}) = 1 - (1 - q_0^2)^2;$$

при отказах типа «замыкание»

$$q_{s,1,2} = 1 - (1 - q_s)^2 \text{ и } q_{s,3,4} = 1 - (1 - q_s)^2,$$

$$Q_s = q_{s,1,2} q_{s,3,4} = [1 - (1 - q_s)^2]^2.$$

Таким образом,

$$\begin{aligned} Q_2(q_0, q_s) &= 1 - (1 - q_0^2)^2 + [1 - (1 - q_s)^2]^2 = \\ &= 2q_0^2 + 4q_s^2 - 4q_s^3 + q_s^4 - q_0^4. \end{aligned}$$

Для последовательного соединения (рис. 4-11, в)

$$Q_3(q_0, q_s) = 1 - (1 - q_0)^2 + q_s^2 = 4q_0 - 6q_0^2 + 4q_0^3 - q_0^4 + q_s^4.$$

Для параллельного соединения (рис. 4-11, г)

$$Q_4(q_0, q_s) = q_0^2 + 1 - (1 - q_s)^2 = q_0^4 + 4q_s - 6q_s^2 + 4q_s^3 - q_s^4.$$

Воспользуемся коэффициентом, характеризующим уменьшение вероятности отказа $Q(q_0, q_s)$ схемы по сравнению с вероятностью отказа $q = q_0 + q_s$ одного контакта,

$$G_1 = \frac{q_0 + q_s}{2q_s^2 + 4q_0^2 - 4q_0^3 - q_s^4 + q_0^4};$$

$$G_2 = \frac{q_0 + q_s}{2q_0^2 + 4q_s^2 + 4q_s^3 + q_s^4 - q_0^4};$$

$$G_3 = \frac{q_0 + q_s}{4q_0 - 6q_0^2 + 4q_0^3 - q_0^4 + q_s^4};$$

$$G_4 = \frac{q_0 + q_s}{q_0^4 + 4q_s - 6q_s^2 + 4q_s^3 - q_s^4}.$$

Если доля отказов типа «обрыв» настолько мала, что можно считать $q_0 \rightarrow 0$ и $q = q_0 + q_s \rightarrow q_s$, тогда

$$G_1 \rightarrow \frac{q_s}{2q_s^2 - q_s^4}; \quad G_2 \rightarrow \frac{q_s}{4q_s^2 + 4q_s^3 + q_s^4};$$

$$G_3 \rightarrow \frac{1}{q_s^3}; \quad G_4 \rightarrow \frac{q_s}{4q_s - 6q_s^2 + 4q_s^3 - q_s^4}.$$

Если доля отказов типа «замыкание» настолько мала, что $q_s \rightarrow 0$ и $q = q_0 + q_s \rightarrow q_0$, тогда

$$G_1 \rightarrow \frac{q_0}{4q_0^2 - 4q_0^3 + q_0^4}; \quad G_2 \rightarrow \frac{q_0}{2q_0^2 - q_0^4};$$

$$G_3 \rightarrow \frac{q_0}{4q_0 - 6q_0^2 + 4q_0^3 - q_0^4}; \quad G_4 \rightarrow \frac{1}{q_0^3}.$$

Обычно значения вероятностей отказов контактных элементов $q_0 \ll 1$ и $q_s \ll 1$ и тогда можно записать:

$$\text{при } q_0 \rightarrow 0 \quad G_1 \rightarrow \frac{1}{2q_s}; \quad G_2 \rightarrow \frac{1}{4q_s}; \quad G_3 \rightarrow \frac{1}{q_s^3}; \quad G_4 \rightarrow \frac{1}{4};$$

$$\text{при } q_s \rightarrow 0 \quad G_1 \rightarrow \frac{1}{4q_0}; \quad G_2 \rightarrow \frac{1}{2q_0}; \quad G_3 \rightarrow \frac{1}{4}; \quad G_4 \rightarrow \frac{1}{q_0^3}.$$

Таким образом, схема последовательного соединения элементов (рис. 4-11, в) дает наибольший выигрыш по вероятности отказа в случае, когда велика доля отказов типа «замыкание» ($q_0 \rightarrow 0$), а схема параллельного соединения элементов (рис. 4-11, г) — в случае, когда велика доля отказов типа «обрыв» ($q_s \rightarrow 0$). Необходимо также заметить, что схема последовательного соединения наименее надежна при отказах элементов типа «обрыв», а схема параллельного соединения — при отказах типа «замыкание».

Пример 4-23. Найти плотность распределения наработки до отказа резервированной системы, состоящей из одного рабочего и одного резервного элемента. Резерв ненагруженный, резервный элемент не отказывает до включения в работу. Индикатор отказа и переключатель абсолютно надежны. Интенсивности отказов рабочего и резервного элементов постоянны и равны соответственно λ_1 и λ_2 .

Решение. Обозначим $T = T_1 + T_2$, где T_1 — наработка до отказа рабочего элемента; T_2 — наработка до отказа резервного элемента; T — наработка до отказа резервированной системы.

Согласно общей формуле для композиции случайных величин

$$f(t) = \int_0^t f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau = \int_0^t \lambda_1 \exp[-\lambda_1 \tau] \lambda_2 \exp \times \\ \times [-\lambda_2 (t - \tau)] d\tau = \frac{\lambda_1 \lambda_2 [\exp(-\lambda_1 t) - \exp(-\lambda_2 t)]}{\lambda_2 - \lambda_1}.$$

Пример 4-24. В усилительном блоке системы управления применено пассивное раздельное дублирование

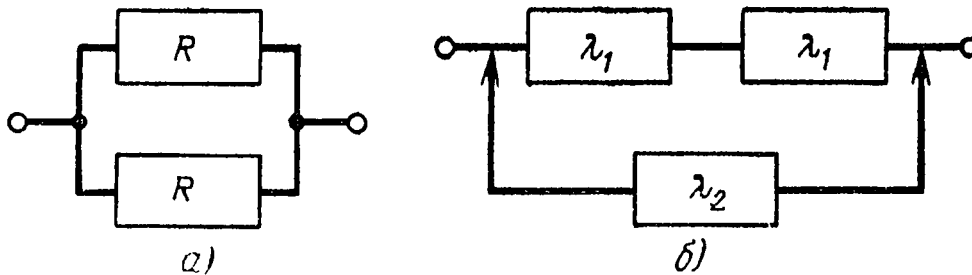


Рис. 4-12. Резервированная ячейка резисторов

a — электрическая схема из двух параллельно соединенных резисторов; *б* — логическая схема для расчета надежности двух параллельно соединенных резисторов.

резисторов, каждый из которых имеет сопротивление R . Схема допускает изменение сопротивления резисторной ячейки на величину R . Допустимая вероятность отказа одной резервированной ячейки резисторов $Q(t_i) = 6,0 \cdot 10^{-6}$ в течение наработки $t_i = 80$ ч. Предполагая, что в схеме могут быть отказы резисторов только типа «обрыв», определить, какова должна быть интенсивность отказов одного резистора λ_1 , если при отказе одного резистора интенсивность отказов другого вследствие повышения нагрузки изменяется на одну треть первоначального значения и становится равной $\lambda_2 = \frac{4}{3} \lambda_1$.

Решение. Вероятность безотказной работы ячейки резисторов при пассивном нагруженном дублировании с перераспределением нагрузки может быть рассчитана по формуле, которая составляется по эквивалентной логической схеме (рис. 4-12) активного ненагруженного ре-

зервирования с абсолютно надежными переключателями. Вероятность безотказной работы дублированной ячейки будет:

$$\begin{aligned}
 P(t_i) = & \exp[-2\lambda_1 t_i] + \frac{2\lambda_1}{\lambda_2 - 2\lambda_1} \left\{ \exp[-2\lambda_1 t_i] - \right. \\
 & \left. - \exp[-\lambda_2 t_i] \right\} = \exp[-2\lambda_1 t_i] + \frac{2\lambda_1}{\frac{4}{3}\lambda_1 - 2\lambda_1} \left\{ \exp[-2\lambda_1 t_i] - \right. \\
 & \left. - \exp\left[-\frac{4}{3}\lambda_1 t_i\right] \right\} = \exp[-2\lambda_1 t_i] - 3 \left\{ \exp[-2\lambda_1 t_i] - \right. \\
 & \left. - \exp\left[-\frac{4}{3}\lambda_1 t_i\right] \right\}.
 \end{aligned}$$

В данном случае при $\lambda_1 t_i \ll 0,1$ для дальнейших преобразований полученного выражения целесообразно воспользоваться разложением в ряд показательной функции с оставлением трех первых членов ряда:

$$\exp[-\lambda_1 t_i] \approx 1 - \lambda_1 t_i + \frac{\lambda_1^2 t_i^2}{2!}.$$

Имеем:

$$\begin{aligned}
 P(t_i) \approx & 1 - 2\lambda_1 t_i + \frac{4\lambda_1^2 t_i^2}{2} - 3 \left(1 - 2\lambda_1 t_i + \frac{4\lambda_1^2 t_i^2}{2} - 1 + \right. \\
 & \left. + \frac{4\lambda_1 t_i}{3} - \frac{16\lambda_1^2 t_i^2}{9 \cdot 2} \right) = 1 - \frac{4}{3} \lambda_1^2 t_i^2.
 \end{aligned}$$

Так как

$$1 - Q(t_i) = 1 - \frac{4}{3} \lambda_1^2 t_i^2,$$

должно быть

$$\lambda_1 \leq \frac{\sqrt{\frac{4}{3} Q(t_i)}}{t_i}$$

и соответственно

$$\lambda_1 \leq \frac{\sqrt{\frac{4}{3} 6,0 \cdot 10^{-6}}}{80} \approx 3,5 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч.}$$

Пример 4-25. Передатчик команд, рассчитанный на непрерывную работу без профилактики в течение наработки (0, 20 ч) имеет интенсивность отказов $\lambda = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Определить, каким способом можно получить большее значение вероятности безотказной работы передатчика в течение наработки (0, 20 ч), применив пассивный резерв с неизменной нагрузкой, активный ненагруженный резерв с абсолютно надежными переключателями либо более надежные элементы таким образом, чтобы интенсивность отказов передатчика уменьшилась в два раза.

Решение. Вероятность безотказной работы передатчика в течение наработки (0, 20 ч) может быть определена следующим образом:

1) при применении более надежных элементов

$$P(t_i) = \exp\left[-\frac{\lambda}{2} t_i\right] \approx 1 - \frac{\lambda}{2} t_i + \frac{(\lambda t_i)^2}{4} = 0,98.$$

2) при пассивном резерве с неизменной нагрузкой

$$P(t_i) = 1 - [1 - \exp(-\lambda t_i)]^2 \approx 1 - (\lambda t_i)^2 + (\lambda t_i)^3 - \frac{(\lambda t_i)^4}{4} = 0,998;$$

3) при ненагруженном активном резерве

$$\begin{aligned} P(t_i) &= \exp[-\lambda t_i] (1 + \lambda t_i) \approx \left[1 - \lambda t_i + \frac{(\lambda t_i)^2}{2}\right] (1 + \lambda t_i) = \\ &= 1 - (\lambda t_i)^2 + \frac{(\lambda t_i)^2}{2} - \frac{(\lambda t_i)^3}{2} = 0,999. \end{aligned}$$

Таким образом, в данном случае наибольшая надежность получается при использовании активного ненагруженного резервирования с абсолютно надежными переключателями.

Пример 4-26. Бортовая аппаратура спутника включает в себя аппаратуру связи, командную и телеметрическую системы, систему питания и систему ориентации. Аппаратура связи состоит из двух работающих ретрансляторов и одного ретранслятора в ненагруженном резерве. Переключающее устройство предполагается абсолютно надежным. Командная система имеет пассивный резерв с неизменной нагрузкой. Системы питания, ориентации и телеметрии резерва не имеют. Заданы интен-

сивности отказа: каждого комплекта ретранслятора — λ_1 , командной системы — λ_2 , системы телеметрии — λ_3 , системы питания — λ_4 и системы ориентации — λ_5 . Требуется определить вероятность безотказной работы бортовой аппаратуры спутника в течение наработки $(0, t_i)$.

Решение. Логическая схема для расчета надежности бортовой аппаратуры спутника представлена на

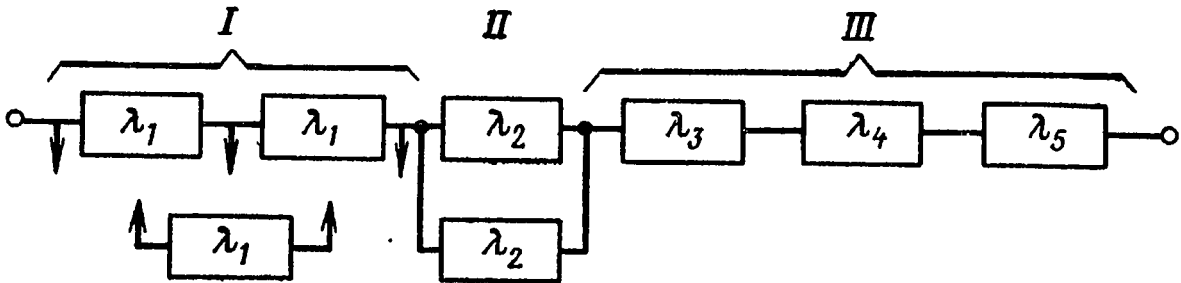


Рис 4-13. Логическая схема расчета надежности бортовой аппаратуры спутника.

рис. 4-13. Эту схему удобно разбить на три участка: I — аппаратура ретранслятора, II — командная система и III — остальные системы. Тогда

$$P(t_i) = P_I(t_i) P_{II}(t_i) P_{III}(t_i).$$

Для определения $P_I(t_i)$ воспользуемся формулой (4-26). Для рассматриваемого случая с абсолютно надежным переключающим устройством эта формула приобретает вид:

$$P_I(t_i) = P_1^{m-1}(t_i) \left[P_1(t_i) + m \int_0^{t_i} P_1(t_i - \tau) f_1(\tau) d\tau \right].$$

При показательном законе распределения наработки до отказа ретранслятора получим:

$$P_1(t_i) = \exp[-\lambda_1 t_i],$$

$$P_I(t_i) = \exp[-m\lambda_1 t_i] (1 + m\lambda_1 t_i) = \exp[-2\lambda_1 t_i] (1 + 2\lambda_1 t_i);$$

$P_{II}(t_i)$ определяется по формуле (4-2) при $k+1=2$:

$$P_{II}(t_i) = 1 - [1 - \exp(-\lambda_2 t_i)]^2 = 2 \exp[-\lambda_2 t_i] - \exp[-2\lambda_2 t_i];$$

$P_{III}(t_i)$ будет равно:

$$P_{III}(t_i) = \exp[-(\lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5) t_i].$$

Таким образом,

$$P(t_i) = \exp[-(2\lambda_1 + \lambda_3 + \lambda_4 + \lambda_5)t_i](1 + 2\lambda_1 t_i) \times \\ \times \{2 \exp[-\lambda_2 t_i] - \exp[-2\lambda_2 t_i]\}.$$

Пример 4-27. Радиооборудование на промежуточном пункте радиорелейной линии связи состоит из трех одинаковых блоков, два из которых работают, а третий находится в нагруженном резерве. Интенсивность отказов каждого блока $\lambda = 10^{-3}$ 1/ч.

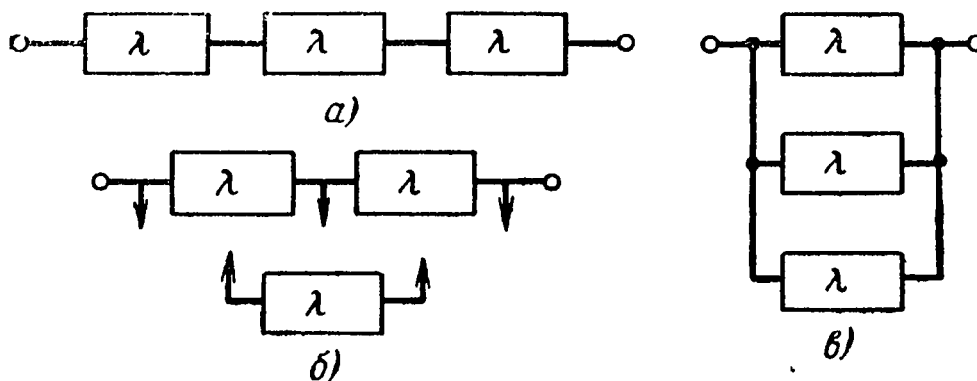


Рис. 4-14 Логические схемы расчета надежности пункта радиорелейной линии связи.

a — ремонтная бригада вызывается при неисправности одного блока; *б* — ремонтная бригада вызывается при неисправности двух блоков; *в* — ремонтная бригада вызывается при неисправности трех блоков

Определить среднее время до вызова ремонтной бригады, если: 1) бригада вызывается при отказе одного блока; 2) бригада вызывается при отказах двух блоков; 3) бригада вызывается при отказах трех блоков. Имеется в виду, что при вызове ремонтной бригады (после отказа) станция прекращает свою работу.

Решение. Составляются логические схемы надежности для трех случаев:

1. Если ремонтная бригада вызывается при неисправности одного любого блока, пункт считается в работоспособном состоянии, когда работоспособны все три блока; логическая схема для этого случая представлена на рис. 4-14, *a*.

2. Если ремонтная бригада вызывается при отказах двух любых блоков, то пункт считается работоспособным при безотказной работе любых двух блоков; его логическая схема представлена на рис. 4-14, *б*.

3. Если ремонтная бригада вызывается при отказах трех блоков, то пункт считается работоспособным при безотказной работе одного блока (рис. 4-14, в).

Среднее время до вызова ремонтной бригады равно средней наработке до отказа:

$$m_t = \int_0^{\infty} P(t) dt,$$

где $P(t)$ — функция надежности.

Для схемы, представленной на рис. 4-14, а,

$$P_a(t) = \exp[-3\lambda t]; \quad m_{ta} = \frac{1}{3\lambda} = 330 \text{ ч.}$$

Для схемы, представленной на рис. 4-14, б,

$$P_b(t) = \exp[-3\lambda t] + 3\exp[-2\lambda t][1 - \exp(-\lambda t)];$$

$$m_{tb} = \frac{5}{6\lambda} = 830 \text{ ч.}$$

Для схемы, представленной на рис. 4-15, в,

$$P_b(t) = 1 - [1 - \exp(-\lambda t)]^3; \quad m_{tb} = \frac{1,83}{\lambda} = 1830 \text{ ч.}$$

Пример 4-28. Вычислительное устройство состоит из рабочего блока, блока, находящегося в нагруженном резерве, и автоматического переключающего устройства (ПУ). Интенсивность отказов каждого блока $\lambda = 10^{-2}$ 1/ч. Отказы ПУ могут быть двух типов: а) отказы, приводящие к нарушению работы всего устройства, с интенсивностью $\lambda_1 = 10^{-4}$ 1/ч; б) отказы, приводящие к невозможности подключения резервного блока, с интенсивностью $\lambda_2 = 10^{-2}$ 1/ч.

Требуется определить вероятность безотказной работы вычислительного устройства в течение наработки $t_i = 2$ ч.

Решение. Логическая схема вычислительного устройства представлена на рис. 4-15. Вероятность безотказной работы этого блока в течение наработки $(0, t_i)$ можно записать в виде:

$$P(t_i) = \exp[-\lambda_1 t_i] \{1 - [1 - \exp(-\lambda t_i)] \times \\ \times [1 - \exp[-(\lambda + \lambda_2) t_i]]\}.$$

Так как $\lambda t_i \ll 1$, можно записать приближенную формулу

$$P(t_i) \approx (1 - \lambda_1 t_i) [1 - \lambda(\lambda + \lambda_2) t_i^2].$$

Вероятность безотказной работы вычислительного устройства в течение наработки $(0, t_i)$ равна:

$$P(t_i) = 0,999.$$

Пример 4-29. Вычислительное устройство состоит из рабочего блока и блока в ненагруженном резерве. Интенсивность отказов каждого блока в рабочем состоянии $\lambda = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Переключение на резерв производится

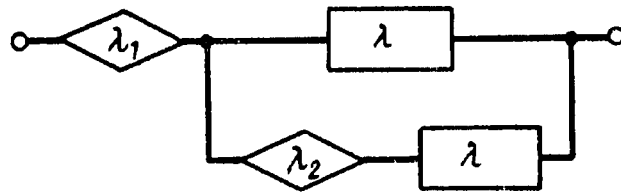


Рис. 4-15. Логическая схема расчета надежности вычислительного устройства для примера 4-28.

автоматически, отказ переключающего устройства (ПУ) приводит к невозможности подключения резервного блока. Интенсивность отказов ПУ равна $\lambda_{\text{п}} = 10^{-3}$ 1/ч. Определить вероятность безотказной работы устройства в течение наработки $t_i = 1000$ ч.

Решение. Резервированное устройство будет безотказно работать на интервале $(0, t_i)$ при следующих возможных событиях:

- 1) основной блок не откажет на интервале $(0, t_i)$;
- 2) основной блок откажет в момент $\tau < t_i$, ПУ исправно на интервале $(0, \tau)$ и включит вместо основного резервный блок, который проработает безотказно в течение наработки $(t_i - \tau)$.

Поскольку эти события несовместны, можно записать выражение для вероятности безотказной работы устройства в течение наработки $(0, t_i)$:

$$P_y(t_i) = P(t_i) + \int_0^{t_i} f(\tau) P_{\text{п}}(\tau) P(t_i - \tau) d\tau,$$

где $P(t_i)$ — вероятность безотказной работы основного блока за наработку t_i ; $P_{\text{п}}(\tau)$ — вероятность безотказной

работы ПУ за наработку τ ; $f(\tau)$ — плотность распределения наработки до отказа основного блока.

При показательном распределении наработки до отказа можно записать:

$$P_y(t_i) = \exp[-\lambda t_i] + \int_0^{t_i} \lambda \exp[-\lambda \tau] \exp[-\lambda_{\text{п}} \tau] \exp[-\lambda(t_i - \tau)] d\tau = \exp[-\lambda t_i] \left\{ 1 - \frac{\lambda}{\lambda_{\text{п}}} [1 - \exp(-\lambda_{\text{п}} t_i)] \right\}.$$

Подставляя числовые значения, получаем:

$$P_y(t_i) = \exp[-0,2] \{1 + 2[1 - \exp(-0,1)]\} = 0,983.$$

Пример 4-30. Передатчик состоит из двух каскадов: мощного на лампах и маломощного на полупроводниках. Интенсивности отказов этих каскадов: $\lambda_1 = 3 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, $\lambda_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч.

Рассчитать вероятность безотказной работы в течение наработки $t_i = 100$ ч передатчика с однократным резервом. Переключение на резервный комплект должно осуществляться автоматически с помощью переключающего устройства и перерывы в работе не должны превышать 0,5 с. Отказ переключающего устройства приводит к нарушению работы переключаемой части системы. Сравнить варианты резервирования передатчика в целом и по каскадам при условии, что переключающее устройство имеет интенсивность отказов $\lambda_{\text{п}} = 10^{-3}$ 1/ч.

Решение. 1. Вероятность безотказной работы за наработку $t_i = 100$ ч передатчика без резерва

$$P(t_i) = \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2)t_i] = 0,61.$$

2. При резервировании передатчика в целом необходимо применить нагруженный резерв, так как мощный каскад не может перейти из ненагруженного резерва в рабочее состояние за 0,5 с. Вероятность безотказной работы передатчика с нагруженным резервом без учета переключающего устройства составляет:

$$P_{\text{ц}}^{(1)}(t_i) = 2 \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2)t_i] - \exp[-2(\lambda_1 + \lambda_2)t_i] = 0,85.$$

Вероятность безотказной работы в течение $t_i = 100$ ч передатчика с нагруженным резервом с учетом переключающего устройства

$$P_{\Pi}(t_i) = \exp[-\lambda_{\Pi} t_i] P_{\Pi}^{(1)}(t_i) = 0,76.$$

3. При резервировании передатчика по каскадам целесообразно применить для мощного каскада нагруженный резерв, а для маломощного — ненагруженный, поскольку аппаратура на полупроводниках переходит из ненагруженного резерва в рабочее состояние практически мгновенно. Вероятность безотказной работы в течение $t_i = 100$ ч передатчика с покаскадным резервом выбранного вида без учета переключающих устройств $P_{\kappa}^{(1)}(t_i) = \{2 \exp[-\lambda_1 t_i] - \exp[-2\lambda_1 t_i]\} \exp[-\lambda_2 t_i] (1 + \lambda_2 t_i) = 0,915$.

Вероятность безотказной работы передатчика с покаскадным резервом с учетом ненадежности двух переключающих устройств, необходимых для подключения каждой резервной группы,

$$P_{\kappa}(t_i) = \exp[-2\lambda_{\Pi} t_i] P_{\kappa}^{(1)}(t_i) = 0,75.$$

Таким образом, из-за низкой надежности переключающего устройства несколько более выгодным оказался вариант резервирования передатчика в целом.

Пример 4-31. Для повышения надежности самолетной бортовой вычислительной машины применено активное нагруженное резервирование при $m=1$ и $k+1=3$. Интенсивность отказов нерезервированной машины $\lambda_0 = 5 \cdot 10^{-8}$ 1/ч. Вероятности отказа нерезервированной вычислительной машины $Q_0(t_i)$ и переключателя $q_{\Pi}(t_i)$ равны между собой. Период времени между профилактическими проверками работоспособности машины выбирается с учетом критического значения наработки $t_i^{(кр)}$, при котором $Q_p(t_i^{(кр)}) = Q_0(t_i^{(кр)})$, а при $t_i > t_i^{(кр)}$ будет $Q_p(t_i) > Q_0(t_i)$, т. е. надежность резервированной машины будет ниже нерезервированной. Требуется определить критическое значение наработки $t_i^{(кр)}$.

Решение. Для системы с активным резервированием равнонадежных участков и равнонадежными переключателями при $q_{\Pi} = Q_0$ можно записать:

$$Q_p = 1 - \{1 - [1 - (1 - Q_0)^{\frac{m+1}{m}}]^{k+1}\}^m.$$

В рассматриваемом случае $Q_0 \approx \lambda_0 t_i$, т. е. вероятность отказа пропорциональна наработке. На графике рис. 4-16 по оси абсцисс отложены значения Q_0 и t_i . При этом наработка t_i отсчитывается с момента проведения последней проверки, при которой была установлена работоспособность машины. Пунктирная диагональ на графике показывает изменение $Q_p(t_i) = Q_0(t_i)$. Точке пересечения графика $Q_p(t_i)$ при $k+1=3$ с пунктирной диагональю соответствуют критические значения $Q_0^{(кр)}$ и $t_i^{(кр)}$, выше которых вероятность отказа резервированной машины становится больше вероятности отказа нерезервированной. Из графика находим критическое значение наработки до отказа, которое будет равно $t_i^{(кр)} = 11$ ч.

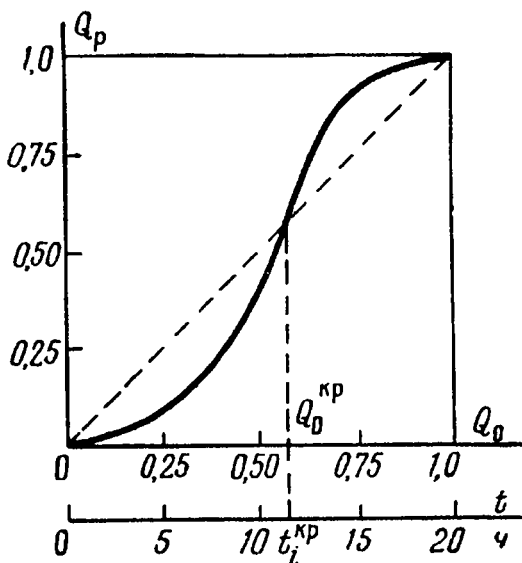


Рис 4-16. График функции $Q_p(Q_0)$ при $q_{п} = Q_0$, $m = 1$ и $k + 1 = 3$.

Пример 4-32. Выявить, при каких условиях надежность дублированной системы с пассивным резервом при неизменной нагрузке выше надежности дублированной системы с ненагруженным резервом и неидеальным переключателем. Переключатель может отказывать как до включения в работу резерва, так и после его включения. В обоих случаях отказ переключателя приводит к отказу системы. Интенсивность отказов одного канала системы равна λ , интенсивность отказов переключателя — $\lambda_{п}$.

Решение. Функция надежности дублированной системы с пассивным резервом равна:

$$P_1(t) = 1 - [1 - P(t)]^2 = 2 \exp[-\lambda t] - \exp[-2\lambda t],$$

где $P(t) = \exp[-\lambda t]$ — функция надежности одного канала системы.

Возможные состояния системы с ненагруженным резервом и интенсивности переходов показаны на рис. 4-17, а. На рисунке обозначено: O , Π , P — основной канал, переключатель и резерв работоспособны; \bar{O} , $\bar{\Pi}$,

\bar{P} — основной канал, переключатель и резерв соответственно неработоспособны.

Составив и решив систему дифференциальных уравнений, получим:

$$P_2(t) = P_{0,П,Р}(t) + P_{\bar{0},П,Р} + P_{0,\bar{П},Р}(t) = \exp[-\lambda t] + \lambda t \exp[-(\lambda + \lambda_{\Pi})t].$$

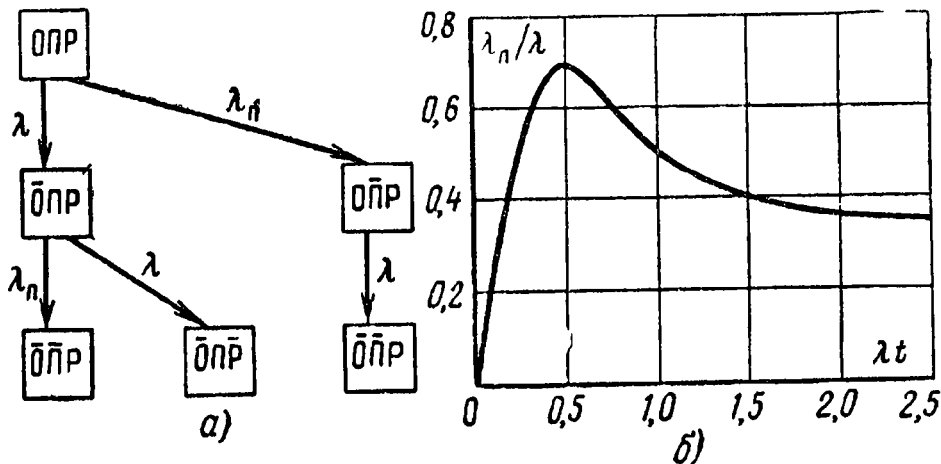


Рис. 4-17. Сравнение надежности дублированной системы с пассивным резервом при неизменной нагрузке и ненагруженным резервом.

a — схема состояний системы с ненагруженным резервом и ненадежным переключателем; *b* — зависимость критического отношения λ_{Π}/λ от наработки.

Приравняем функции $P_1(t) = P_2(t)$ и найдем из этого равенства критическое значение интенсивности отказов переключателя:

$$\lambda_{\Pi} = -\frac{1}{t} \ln \frac{1 - \exp[-\lambda t]}{\lambda t}.$$

Отсюда следует, что, когда

$$\frac{\lambda_{\Pi}}{\lambda} < -\frac{1}{\lambda t} \ln \frac{1 - \exp[-\lambda t]}{\lambda t},$$

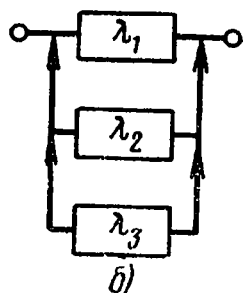
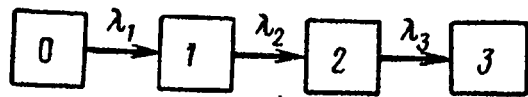
система с включением дублирующего оборудования с ненагруженным резервом и ненадежным переключателем будет иметь более высокую надежность. Зависимость отношения λ_{Π}/λ от наработки показана на рис. 4-17, б.

Пример 4-33. Телеизмерительная система состоит из основного блока B_1 и двух блоков B_2 и B_3 , находящихся в ненагруженном резерве. При выходе из строя блока B_1 в работу включается B_2 , при выходе из строя B_2 —

включается B_3 . Интенсивность отказов блока B_1 равна λ_1 , интенсивности отказов блоков B_2 и B_3 во время их работы равны λ_2 и λ_3 .

Требуется составить формулу для определения функции надежности системы.

Решение. Решим данную задачу двумя способами: с помощью схемы состояний путем составления и решения системы дифференциальных уравнений для вероятностей состояния системы;



с помощью логической схемы путем вычислений по рекуррентной формуле (4-18).

Выбор того или иного метода определяется его простотой и соответственно сокращением объема вычислений.

Решим задачу двумя упомянутыми способами с целью их сравнения.

Способ 1. Система уравнений Колмогорова согласно схеме состояний (рис. 4-18, а) будет:

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda_1 P_0(t); \quad \frac{dP_1(t)}{dt} = -\lambda_2 P_1(t) + \lambda_1 P_0(t);$$

$$\frac{dP_2(t)}{dt} = -\lambda_3 P_2(t) + \lambda_2 P_1(t); \quad \frac{dP_3(t)}{dt} = \lambda_3 P_2(t).$$

Начальные условия:

$$\text{при } t=0 \quad P_0(0) = 1, \quad P_1(0) = P_2(0) = P_3(0) = 0.$$

Работоспособными являются состояния 0, 1 и 2, поэтому функция надежности системы определяется как сумма вероятностей пребывания системы в работоспособных состояниях:

$$P(t) = P_0(t) + P_1(t) + P_2(t)$$

или

$$P(t) = 1 - P_3(t).$$

Воспользовавшись преобразованием Лапласа с учетом начальных условий, получим:

$$\begin{aligned}(S + \lambda_1) P_0^\circ(S) &= 1; & (S + \lambda_2) P_1(S) - \lambda_1 P_0^\circ(S) &= 0; \\ (S + \lambda_3) P_2(S) - \lambda_2 P_1^\circ(S) &= 0; & S P_3^\circ(S) - \lambda_3 P_2^\circ(S) &= 0.\end{aligned}$$

Отсюда имеем:

$$\begin{aligned}P_0^\circ(S) &= \frac{1}{S + \lambda_1}; & P_1^\circ(S) &= \frac{\lambda_1}{(S + \lambda_1)(S + \lambda_2)}; \\ P_2^\circ(S) &= \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(S + \lambda_1)(S + \lambda_2)(S + \lambda_3)}; \\ P_3^\circ(S) &= \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{S(S + \lambda_1)(S + \lambda_2)(S + \lambda_3)}.\end{aligned}$$

Применив обратное преобразование Лапласа, получим:

$$\begin{aligned}P_0(t) &= \exp[-\lambda_1 t]; \\ P_1(t) &= \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \{ \exp[-\lambda_1 t] - \exp[-\lambda_2 t] \}; \\ P_2(t) &= \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} \{ \exp[-\lambda_1 t] - \exp[-\lambda_3 t] \} + \\ &+ \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)} \{ \exp[-\lambda_2 t] - \exp[-\lambda_3 t] \}.\end{aligned}$$

Соответственно функция надежности равна:

$$\begin{aligned}P(t) &= \exp[-\lambda_1 t] + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \{ \exp[-\lambda_1 t] - \exp[-\lambda_2 t] \} + \\ &+ \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} \{ \exp[-\lambda_1 t] - \exp[-\lambda_3 t] \} + \\ &+ \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)} \{ \exp[-\lambda_2 t] - \exp[-\lambda_3 t] \}.\end{aligned}$$

Способ 2. При решении задачи с помощью логической схемы (рис. 4-18, б) и рекуррентной формулы (4-18) определяем вначале функцию надежности системы, состоящей из нерезервированного блока B_1 ,

$$P_{1c}(t) = \exp[-\lambda_1 t].$$

Соответственно плотность распределения наработки до отказа в данном случае будет:

$$f_{1c}(t) = -\frac{dP_{1c}(t)}{dt} = \lambda_1 \exp[-\lambda_1 t].$$

Функция надежности системы, состоящей из основного блока B_1 и одного блока B_2 , находящегося в холодном резерве, равна:

$$\begin{aligned} P_{2c}(t) &= P_{1c}(t) + \int_0^t P_2(t-\tau) f_{1c}(\tau) d\tau = \exp[-\lambda_1 t] + \\ &+ \int_0^t \exp[-\lambda_2(t-\tau)] \lambda_1 \exp[-\lambda_1 \tau] d\tau = \exp[-\lambda_1 t] + \\ &+ \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \{ \exp[-\lambda_1 t] - \exp[-\lambda_2 t] \}. \end{aligned}$$

Соответственно плотность распределения

$$f_{2c}(t) = -\frac{dP_{2c}(t)}{dt} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \{ \exp[-\lambda_1 t] - \exp[-\lambda_2 t] \}.$$

Функция надежности системы, состоящей из основного блока B_1 и двух блоков B_2 и B_3 , находящихся в холодном резерве, равна:

$$\begin{aligned} P_{3c}(t) &= P_{2c}(t) + \int_0^t P_3(t-\tau) f_{2c}(\tau) d\tau = P_{2c}(t) + \\ &+ \int_0^t \exp[-\lambda_3(t-\tau)] \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \{ \exp[-\lambda_1 \tau] - \exp[-\lambda_2 \tau] \} d\tau = \\ &= \exp[-\lambda_1 t] + \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \{ \exp[-\lambda_1 t] - \exp[-\lambda_2 t] \} + \\ &+ \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_1)} \{ \exp[-\lambda_1 t] - \exp[-\lambda_3 t] \} + \\ &+ \frac{\lambda_1 \lambda_2}{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_3 - \lambda_2)} \{ \exp[-\lambda_2 t] - \exp[-\lambda_3 t] \}. \end{aligned}$$

Применение метода, основанного на построении логической схемы, оказывается проще и удобней по сравнению с методом, в котором используется схема состояний. Необходимо также заметить, что применение логи-

ческой схемы позволяет решать задачи определения показателей надежности неремонтируемых изделий в случаях, когда распределение наработки до отказа отличается от показательного.

Пример 4-34. В радиопередающем блоке станции применен резервный передатчик Π_2 , работающий до отказа основного передатчика

Π_1 и облегченном режиме. Интенсивности отказов передатчиков равны: основного — λ_1 и резервного — λ_2 до момента включения в работу. С момента отказа передатчика Π_1 в работу включается передатчик Π_2 и его интенсивность отказов становится равной λ_1 .

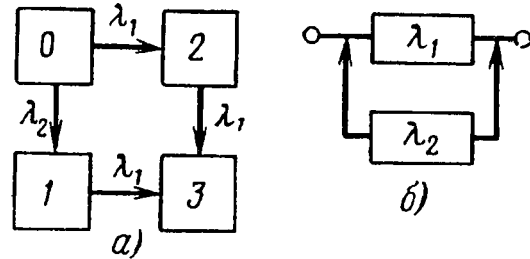


Рис. 4-19. Схемы расчета надежности для примера 4-34.

a — схема состояний; *б* — логическая схема расчета надежности.

Требуется составить формулу для расчета функции надежности блока станции двумя методами: с применением схемы состояний и с помощью рекуррентной формулы (4-21), соответствующей логической схеме рис. 4-19, б.

Решение. Блок в течение наработки $(0, t)$ может находиться в следующих состояниях:

0 — работоспособны передатчики Π_1 и Π_2 ; 1 — работоспособен Π_1 , отказал Π_2 ; 2 — отказал Π_1 , работоспособен Π_2 ; 3 — отказали оба передатчика Π_1 и Π_2 .

Схема состояний блока представлена на рис. 4-19, а.

Система дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний имеет вид:

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -(\lambda_1 + \lambda_2) P_0(t); \quad \frac{dP_1(t)}{dt} = -\lambda_1 P_1 + \lambda_2 P_0(t);$$

$$\frac{dP_2(t)}{dt} = -\lambda_1 P_2(t) + \lambda_1 P_0(t); \quad \frac{dP_3(t)}{dt} = \lambda_1 P_1(t) + \lambda_1 P_2(t).$$

Начальные условия:

при $t=0$ $P_0(0) = 1, P_1(0) = P_2(0) = P_3(0) = 0$.

Решив систему уравнений, получим выражения для вероятностей состояний $P_0(t), P_1(t)$ и $P_2(t)$:

$$P_0(t) = \exp [-(\lambda_1 + \lambda_2) t];$$

$$P_1(t) = \exp [-\lambda_1 t] - \exp [-(\lambda_1 + \lambda_2) t];$$

$$P_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \exp[-\lambda_1 t] - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2)t].$$

Выражение для вероятности состояния $P_3(t)$ можно найти из условия нормирования:

$$P_3(t) = 1 - [P_0(t) + P_1(t) + P_2(t)].$$

Работоспособными состояниями блока радиопередатчика являются состояния 0, 1 и 2. Поэтому функция надежности блока будет равна:

$$\begin{aligned} P(t) &= P_0(t) + P_1(t) + P_2(t) = \\ &= \exp[-\lambda_1 t] - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \exp[-\lambda_1 t] \{ \exp[-\lambda_2 t] - 1 \}. \end{aligned}$$

Решим эту задачу с помощью логической схемы блока (рис. 4-19, б) и с использованием рекуррентной формулы (4-21).

Функция надежности нерезервированного передатчика

$$P_{1\text{пр}}(t) = \exp[-\lambda_1 t]$$

и плотность распределения наработки до отказа

$$f_{1\text{пр}}(t) = \lambda_1 \exp[-\lambda_1 t].$$

В случае облегченного резерва

$$\begin{aligned} P_{2\text{пр}}(t) &= P_{1\text{пр}}(t) + \int_0^t P_{(1\text{пр})}(\tau) P_{(1\text{пр})}(t-\tau) f_{1\text{пр}}(\tau) d\tau = \\ &= \exp[-\lambda_1 t] + \int_0^t \exp[-\lambda_2 \tau] \exp[-\lambda_1(t-\tau)] \lambda_1 \exp[-\lambda_1 \tau] d\tau = \\ &= \exp[-\lambda_1 t] - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \exp[-\lambda_1 t] \{ \exp[-\lambda_2 t] - 1 \}. \end{aligned}$$

Пример 4-35. Для повышения надежности системы используется резервный блок B_2 , работающий до отказа основного блока B_1 в облегченном режиме. В системе имеется устройство регулирования $У$, которое поддерживает нормальный режим работы блоков B_1 и B_2 . В нормальном режиме интенсивности отказов основного

блока — λ_1 и резервного — λ_2 . Интенсивность отказов устройства регулирования — λ_y . При отказе этого устройства интенсивности отказов блоков системы мгновенно возрастают и становятся равными $\tilde{\lambda}_1$ и $\tilde{\lambda}_2$.

Требуется составить формулу для определения функции надежности системы.

Решение. Данная задача может быть решена двумя способами:

с помощью схемы состояний путем составления системы дифференциальных уравнений Колмогорова для вероятностей состояний системы;

с помощью эквивалентной логической схемы активного ненагруженного резервирования с абсолютно надежными переключателями.

Поскольку составление эквивалентной логической схемы в данном случае затруднительно, решим задачу первым способом.

Схема состояний системы представлена на рис. 4-20. Система в течение наработки $(0, t_i)$ может находиться в следующих состояниях:

0 — работоспособны устройство регулирования U , блоки B_1 и B_2 ;

1 — работоспособно устройство регулирования U , вышел из строя блок B_1 и работоспособен блок B_2 ;

2 — работоспособны устройство регулирования U и блок B_1 , вышел из строя блок B_2 ;

3 — вышло из строя устройство регулирования U , работоспособны блоки B_1 и B_2 ;

4 — вышли из строя устройство регулирования U и блок B_1 , работоспособен блок B_2 ;

5 — вышли из строя устройство регулирования U и блок B_2 , работоспособен блок B_1 ;

6 — работоспособно устройство регулирования U , вышли из строя блоки B_1 и B_2 ;

7 — вышли из строя устройство регулирования U , блоки B_1 и B_2 .

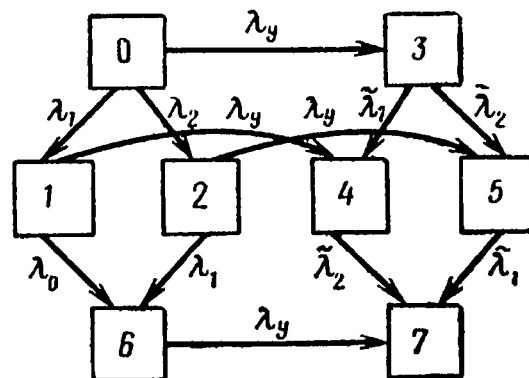


Рис. 4-20. Схема состояний системы для примера 4-35.

Согласно схеме состояний система дифференциальных уравнений Колмогорова будет иметь вид:

$$\begin{aligned}\frac{dP_0(t)}{dt} &= -(\lambda_y + \lambda_1 + \lambda_2) P_0(t); \\ \frac{dP_1(t)}{dt} &= -(\lambda_y + \lambda_2) P_1(t) + \lambda_1 P_0(t); \\ \frac{dP_2(t)}{dt} &= -(\lambda_y + \lambda_1) P_2(t) + \lambda_2 P_0(t); \\ \frac{dP_3(t)}{dt} &= -(\tilde{\lambda}_1 + \tilde{\lambda}_2) P_3(t) + \lambda_y P_0(t); \\ \frac{dP_4(t)}{dt} &= -\tilde{\lambda}_2 P_4(t) + \tilde{\lambda}_1 P_3(t) + \lambda_y P_1(t); \\ \frac{dP_5(t)}{dt} &= -\tilde{\lambda}_1 P_5(t) + \tilde{\lambda}_2 P_3(t) + \lambda_y P_2(t); \\ \frac{dP_6(t)}{dt} &= -\lambda_y P_6(t) + \lambda_2 P_1(t) + \lambda_1 P_2(t); \\ \frac{dP_7(t)}{dt} &= \lambda_y P_6(t) + \tilde{\lambda}_1 P_5(t) + \tilde{\lambda}_2 P_4(t).\end{aligned}$$

Начальные условия: при $t=0$ $P_0(0)=1$, $P_1(0)=P_2(0)=P_3(0)=P_4(0)=P_5(0)=P_6(0)=P_7(0)=0$.

Работоспособными являются состояния $0, 1, 2, 3, 4, 5$. Функция надежности определяется как сумма вероятностей пребывания системы в работоспособных состояниях

$$P(t) = P_0(t) + P_1(t) + P_2(t) + P_3(t) + P_4(t) + P_5(t).$$

Решив дифференциальные уравнения с помощью преобразования Лапласа и принимая во внимание начальные условия, получим вероятности пребывания системы в работоспособных состояниях:

$$\begin{aligned}P_0(t) &= \exp [-(\lambda_y + \lambda_1 + \lambda_2) t]; \\ P_1(t) &= \exp [-(\lambda_y + \lambda_2) t] - \exp [-(\lambda_y + \lambda_1 + \lambda_2) t]; \\ P_2(t) &= \exp [-(\lambda_y + \lambda_1) t] - \exp [-(\lambda_y + \lambda_1 + \lambda_2) t]; \\ P_3(t) &= \frac{\lambda_y}{\lambda_y + \lambda_1 + \lambda_2 - \tilde{\lambda}_1 - \tilde{\lambda}_2} \{ \exp [-(\lambda_1 + \lambda_2) t] - \\ &\quad - \exp [-(\lambda_y + \lambda_1 + \lambda_2) t] \};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_4(t) &= \exp[-\tilde{\lambda}_2 t] \frac{\lambda_y}{\lambda_y + \lambda_2 - \tilde{\lambda}_2} - \exp[-(\tilde{\lambda}_1 + \tilde{\lambda}_2)t] \times \\
&\times \frac{\lambda_y}{\lambda_y + \lambda_1 + \lambda_2 - \tilde{\lambda}_1 - \tilde{\lambda}_2} - \exp[-(\lambda_y + \lambda_2)t] \frac{\lambda_y}{\lambda_y + \lambda_2 - \tilde{\lambda}_2} + \\
&+ \exp[-(\lambda_y + \lambda_1 + \lambda_2)t] \frac{\lambda_y}{\lambda_y + \lambda_1 + \lambda_2 - \tilde{\lambda}_1 - \tilde{\lambda}_2}; \\
P_5(t) &= \exp[-\tilde{\lambda}_1 t] \frac{\lambda_y}{\lambda_y + \lambda_1 - \tilde{\lambda}_1} - \exp[-(\tilde{\lambda}_1 + \tilde{\lambda}_2)t] \times \\
&\times \frac{\lambda_y}{\lambda_y + \lambda_1 + \lambda_2 - \tilde{\lambda}_1 - \tilde{\lambda}_2} - \exp[-(\lambda_y + \lambda_1)t] \frac{\lambda_y}{\lambda_y + \lambda_1 - \tilde{\lambda}_1} + \\
&+ \exp[-(\lambda_y + \lambda_1 + \lambda_2)t] \frac{\lambda_y}{\lambda_y + \lambda_1 + \lambda_2 - \tilde{\lambda}_1 - \tilde{\lambda}_2}.
\end{aligned}$$

Функция надежности системы будет равна:

$$\begin{aligned}
P(t) &= \exp[-\tilde{\lambda}_1 t] \frac{\lambda_y}{\lambda_y + \lambda_1 - \tilde{\lambda}_1} + \exp[-\tilde{\lambda}_2 t] \times \\
&\times \frac{\lambda_y}{\lambda_y + \lambda_2 - \tilde{\lambda}_2} + \exp[-(\lambda_y + \lambda_1)t] \frac{-\tilde{\lambda}_1}{\lambda_y + \lambda_1 - \tilde{\lambda}_1} + \\
&+ \exp[-(\lambda_y + \lambda_2)t] \frac{\lambda_2 - \tilde{\lambda}_2}{\lambda_y + \lambda_2 - \tilde{\lambda}_2} + \\
&+ \{ \exp[-(\lambda_y + \lambda_1 + \lambda_2)t] + \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2)t] - \\
&- 2 \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2)t] \} \frac{\lambda_y}{\lambda_y + \lambda_1 + \lambda_2 - \tilde{\lambda}_1 - \tilde{\lambda}_2} - \\
&- \exp[-(\lambda_y + \lambda_1 + \lambda_2)t].
\end{aligned}$$

Пример 4-36. Выпрямительный тиристорный блок (ВТБ) состоит из двух ветвей (секций) силовых тиристорных ячеек и ряда других систем. Напряжение на ветви ВТБ равно $u=5000$ В.

В ветви ВТБ $N=40$ силовых тиристорных ячеек, объединенных в $M=10$ модулей по $N/M=4$ ячейки в каждом модуле.

Силовая тиристорная ячейка отказывает при отказе любого одного из двух тиристоров, имеющих интенсивности отказов λ_T каждый, или узла защиты, имеющего интенсивность отказов $\lambda_3 = 10^{-5}$ 1/ч, или схемы управления ячейки, которая дублирована. Интенсивность отказов основной или дублирующей частей схемы управления $\lambda_y = 1 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, дублирование нагруженное. Зависимость интенсивности отказов тиристора от напряжения представлена на рис. 4-21. Время между контрольными проверками, при которых отдельно контролируется работоспособность основной и дублирующих частей схемы управления, $t_{пр} = 8$ ч.

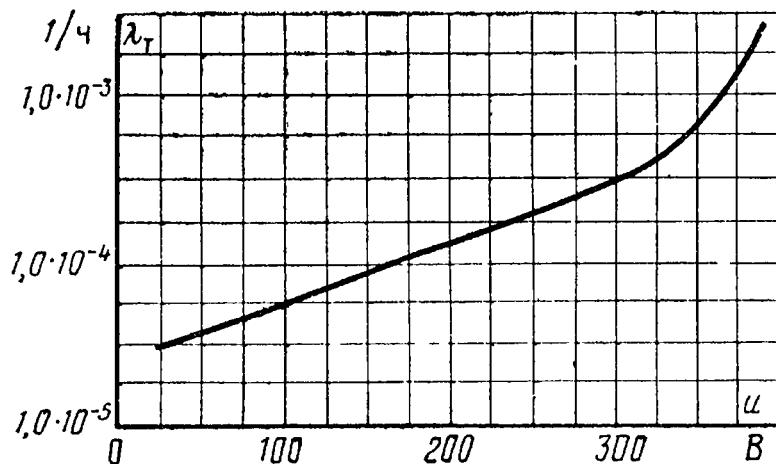


Рис. 4-21. Зависимость интенсивности отказов тиристоров от напряжения.

При отказе силовой тиристорной ячейки происходит пробой (закорачивание) ее зажимов. Так как ячейки соединены последовательно, то при отказе одной из ячеек напряжение на ячейках, оставшихся работоспособными, увеличивается.

Модуль имеет систему управления, при отказе которой отказывает весь модуль, в результате чего закорачивается сразу N/M ячеек. Соответственно увеличивается напряжение на оставшихся работоспособными ячейках. Интенсивность отказов системы управления модулем равна $\lambda_{y.m} = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч.

Отказ ветви наступает, когда число работоспособных силовых тиристорных ячеек станет меньше критического $N_{кр} = 28$.

Рассчитать вероятность безотказной работы ветви ВТБ в течение наработки $t_i = 750$ ч.

Решение. Чтобы учесть различные последствия отказов ветви, используем формулу полной вероятности. Для этого введем гипотезы: H_0 — системы управления всех модулей работают безотказно в течение заданного

времени; H_1 — система управления одного из модулей отказала в течение заданного времени; H_2 — отказали системы управления двух модулей (при этом достигается $N_{кр}$).

Вероятности гипотез:

$$P(H_0) = P_{0,м} = P_{у.м}^M; \quad P(H_1) = P_{1,м} = M(1 - P_{у.м})P_{у.м}^{M-1};$$

$$P(H_2) = P_{2,м} = C_M^2(1 - P_{у.м})^2P_{у.м}^{M-2},$$

где $P_{у.м}$ — вероятность безотказной работы системы управления модулем.

Вероятность безотказной работы ветви

$$P_{в.б} = \sum_{i=0}^n P(H_i)(P_i)_{усл},$$

где $(P_i)_{усл}$ — условная вероятность безотказной работы ветви при i -й гипотезе о работе систем управления модулями; $n \leq M$ — число модулей, при отказе которых еще возможно работоспособное состояние ветви.

Условная вероятность безотказной работы ветви $(P_0)_{усл}$ вычисляется следующим образом. При безотказной работе всех систем управления модулями ветвь работает безотказно до тех пор, пока работоспособны не менее $N_{кр}$ ячеек из первоначально имевшихся N силовых тиристорных ячеек. При отказе очередной j -й ячейки напряжение на каждой из оставшихся работоспособными увеличивается в $\frac{N_j}{N_{j-1}}$ раз, где N_j — число работос-

способных ячеек перед отказом. Поэтому расчет $(P_0)_{усл}$ можно свести к расчету системы с ненагруженным резервом. Логическая схема для расчета приведена на рис. 4-22, а, где обозначено: λ_1 — интенсивность отказов ячейки при напряжении на ней, равном u/N ; λ_2 — интенсивность отказов ячейки при напряжении на ней, равном $u/N-1$, т. е. в $N/(N-1)$ раз большем первоначального; λ_k — интенсивность отказов ячейки при напряжении на ней, равном $u/N_{кр}$, т. е. в $N/N_{кр}$ раз большем первоначального.

С увеличением номера j состояния на эквивалентной схеме рис. 4-22, а уменьшается число силовых ячеек, соединенных последовательно, и увеличивается интенсивность отказов каждой ячейки.

Зависимость интенсивности отказов ячейки от напряжения на ней должна быть найдена экспериментально. На рис. 4-21 приведена гипотетическая зависимость, построенная путем анализа аналогичных зависимостей для диодов, транзисторов и других элементов. Для приближенных расчетов можно принять, что интенсивность отказов ячейки в рабочей области пропорциональна приложенному напряжению:

$$\frac{\lambda_j}{\lambda_1} = \frac{N}{N - j + 1},$$

где $j = 1, 2, \dots, k$.

Интенсивность отказов ветви для j -го состояния

$$\Lambda_j = (N - j + 1) \lambda_j.$$

Подставив значение λ_j , получим:

$$\Lambda_j = (N - j + 1) \frac{N}{N - j + 1} \lambda_1 = N \lambda_1,$$

т.е. интенсивность отказов для любого из состояний рис. 4-22, *a* постоянна.

В соответствии с логической схемой рис. 4-22, *a* время работы до отказа ветви ВТБ равно сумме случайных величин τ_1, \dots, τ_k пребывания ветви ВТБ в состояниях $1, \dots, k$. Предположим, что τ_1, \dots, τ_k взаимно независимы. При этом распределение наработки до отказа ветви при

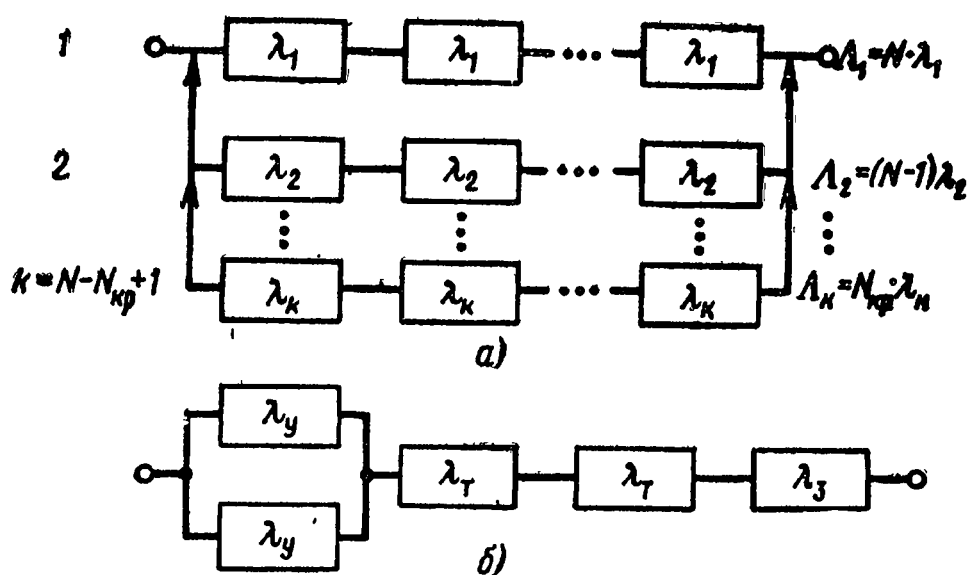


Рис. 4-22. Логические схемы расчета надежности для примера 4-36 ветви выпрямительного тиристорного блока (*a*) и силовой тиристорной ячейки (*б*).

$k > 5$ является практически нормальным с математическим ожиданием

$$m_t = \sum_{j=1}^k \frac{1}{\Lambda_j}$$

и средним квадратическим отклонением

$$\sigma_t = \sqrt{\sum_{j=1}^k \frac{1}{\Lambda_j^2}}$$

Учитывая допущение о пропорциональности интенсивности отказов приложенному напряжению, получаем:

$$m_t = \frac{k}{N\lambda_1} = \frac{k}{N} m_1 = \left(1 - \frac{N_{кр} - 1}{N}\right) m_1,$$

где $m_1 = 1/\lambda_1$ — математическое ожидание наработки до отказа одной ячейки. Соответственно среднее квадратическое отклонение наработки до отказа ветви

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{k}{N^2 \lambda_1^2}} = \frac{\sqrt{N - N_{кр} + 1}}{N\lambda_1} = \frac{\sqrt{N - N_{кр} + 1}}{N} m_1.$$

Вместо формулы для математического ожидания наработки до отказа ветви ВТБ иногда удобнее использовать отношение

$$\frac{m_t}{m_1} = 1 - \frac{1}{\frac{N}{N_{кр} - 1}}$$

Вероятность отказа ветви

$$Q(t) = 0,5 + \Phi(u),$$

где $u = \frac{t - m_t}{\sigma_t}$; $\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u \exp\left[-\frac{v^2}{2}\right] dv$

— нормированная функция Лапласа.

Соответственно

$$(P_0)_{усл} = 1 - Q(t).$$

Условная вероятность безотказной работы ветви $(P_1)_{\text{усл}}$ при отказе системы управления одного из модулей вычисляется аналогично $(P_0)_{\text{усл}}$, но вместо N везде подставляют

$$N_1 = N - \frac{N}{M} = N \left(1 - \frac{1}{M}\right).$$

При этом

$$k = N \left(1 - \frac{1}{M}\right) - N_{\text{кр}}; \quad \Lambda = N \left(1 - \frac{1}{M}\right) \lambda_1 \text{ и т. д.}$$

Условная вероятность безотказной работы ветви $(P_z)_{\text{усл}}$ при отказе систем управления z модулями вычисляется аналогично $(P_0)_{\text{усл}}$, только вместо N везде подставляют

$$N_z = N \left(1 - \frac{z}{M}\right).$$

Средняя интенсивность отказов силовой тиристорной ячейки вычисляется в соответствии с логической схемой (рис. 4-22, б) ячейки по формуле

$$\lambda = \lambda_y^2 t_{\text{пр}} + 2\lambda_T + \lambda_3.$$

При безотказной работе всех систем управления модулями напряжение, приходящееся на одну тиристорную ячейку,

$$u_1 = \frac{5000 \text{ В}}{40} \approx 125 \text{ В.}$$

Из графика рис. 4-21 находим интенсивность отказов тиристора $\lambda_{T1} = 8,1 \cdot 10^{-5}$ 1/ч. Тогда интенсивность отказов тиристорной ячейки

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \lambda_y^2 t_{\text{пр}} + 2\lambda_{T1} + \lambda_3 = (1 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 8 + 2 \cdot 8,1 \cdot 10^{-5} + \\ &+ 1 \cdot 10^{-5} = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч.} \end{aligned}$$

Средняя наработка до отказа ветви

$$m_t = \left(1 - \frac{N_{\text{кр}} - 1}{N}\right) \frac{1}{\lambda_1} = \left(1 - \frac{28 - 1}{40}\right) \cdot \frac{1}{1,8 \cdot 10^{-4}} = 1800 \text{ ч}$$

и среднее квадратическое отклонение наработки до отказа

$$\sigma_t = \frac{\sqrt{N - N_{\text{кр}} + 1}}{N} m_t = \frac{\sqrt{40 - 28 + 1}}{40} \cdot 1800 = 163 \text{ ч.}$$

Имеем:

$$u = \frac{t_i - m_t}{\sigma_t} = \frac{750 - 1800}{163} \approx -6,54.$$

Из таблиц приложения 1 находим значение функции Лапласа:

$$\Phi(u) = \Phi(-6,45) = -\Phi(6,45) = -0,49999997.$$

Вероятность отказа ветви

$$Q_0(t_i) = 0,5 - 0,49999997 = 3 \cdot 10^{-8}.$$

Соответственно

$$(P_0)_{\text{усл}} = 1 - Q_0(t_i) = 1 - 3 \cdot 10^{-8} = 0,99999997.$$

При отказе системы управления одного из модулей напряжение, приходящееся на одну тиристорную ячейку,

$$u_2 = \frac{5000}{N - N/M} = \frac{5000}{40 - 4} = 139 \text{ В.}$$

Из графика рис. 4-21 находим $\lambda_{\tau_2} = 9,0 \cdot 10^{-5}$ 1/ч. Тогда интенсивность отказов тиристорной ячейки

$$\begin{aligned} \lambda_2 &= \lambda_y^2 t_{\text{нр}} + 2\lambda_{\tau_2} + \lambda_3 = (1 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 8 + 2 \cdot 9,0 \cdot 10^{-5} + \\ &+ 1 \cdot 10^{-5} = 2,0 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч.} \end{aligned}$$

Соответственно имеем для ветви ВТБ:

$$m_t = \left(1 - \frac{N_{\text{кр}} - 1}{N_1}\right) \frac{1}{\lambda_2} = \left(1 - \frac{28 - 1}{36}\right) \frac{1}{2,0 \cdot 10^{-4}} = 1250 \text{ ч;}$$

$$\sigma_t = \frac{\sqrt{N_1 - N_{\text{кр}} + 1}}{N_1} m_t = \frac{\sqrt{36 - 28 + 1}}{36} \cdot 1250 = 104 \text{ ч;}$$

$$u = \frac{750 - 1250}{104} = -4,80 \text{ ч; } \Phi(u) = \Phi(-4,80) =$$

$$= -\Phi(4,80) = 0,49999997;$$

$$Q_1(t_i) = 0,5 - 0,49999997 = 0,3 \cdot 10^{-8};$$

$$(P_1)_{\text{усл}} = 1 - Q(t_i) = 1 - 0,3 \cdot 10^{-8} = 0,99999997.$$

При отказе системы управления двух модулей

$$u_3 = \frac{5000}{40 - 8} = 156 \text{ В}; \lambda_{\tau_3} = 1,0 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч};$$

$$\lambda_3 = \lambda_y^2 t_{\text{пр}} + 2\lambda_{\tau_3} + \lambda_3 = (1 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 8 + 2 \cdot 10^{-4} + \\ + 1 \cdot 10^{-5} = 2,18 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч.}$$

Соответственно имеем для ветви ВТБ:

$$m_t = \left(1 - \frac{N_{\text{кр}} - 1}{N_2}\right) \frac{1}{\lambda_3} = \left(1 - \frac{28 - 1}{32}\right) \frac{1}{2,18 \cdot 10^{-4}} = 717 \text{ ч};$$

$$\sigma_t = \frac{\sqrt{N_3 - N_{\text{кр}} + 1}}{N_3} m_t = \frac{\sqrt{32 - 28 + 1}}{32} \cdot 717 = 50 \text{ ч};$$

$$u = \frac{750 - 717}{50} = 0,66; \Phi(u) = \Phi(0,66) = 0,245;$$

$$Q_2(t_i) = 0,5 + 0,245 = 0,745; (P_2)_{\text{усл}} = 1 - Q_2(t_i) = 0,255.$$

При отказе системы управления трех модулей

$$u_4 = \frac{5000}{40 - 12} = 178 \text{ В}; \lambda_{\tau_4} = 1,09 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч и}$$

$$\lambda_4 = \lambda_y^2 t_{\text{пр}} + 2\lambda_{\tau_4} + \lambda_3 = (1 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 8 + 2 \cdot 1,09 \cdot 10^{-4} + \\ + 1 \cdot 10^{-5} = 2,36 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч.}$$

Соответственно для ветви ВТБ будем иметь:

$$m_t = \left(1 - \frac{N_{\text{кр}} - 1}{N_3}\right) \frac{1}{\lambda_4} = \left(1 - \frac{28 - 1}{28}\right) \frac{1}{2,36 \cdot 10^{-4}} = 151 \text{ ч};$$

$$\sigma_t = \frac{\sqrt{N_3 - N_{\text{кр}} + 1}}{N_3} m_t = \frac{151}{28} \approx 5 \text{ ч};$$

$$u = \frac{750 - 155}{5} = 12; \Phi(u) = \Phi(12) = 0,49999997;$$

$$Q_3(t_i) = 0,5 + 0,49999997 = 0,99999997; (P_3)_{\text{усл}} = 3 \cdot 10^{-8}.$$

Вычисляем вероятности гипотез:

$$P(H_0) = (P_{y.M})^M = \{\exp[-\lambda_{y.M} t_i]\}^M = \\ = \{\exp[-2,0 \cdot 10^{-5} \cdot 750]\}^{10} \approx 0,86;$$

$$P(H_1) = M(1 - P_{y.m})P_{y.m}^{M-1} = M\{1 - \exp[-\lambda_{y.m}t_i]\} \times \\ \times \{\exp[-\lambda_{y.m}t_i]\}^{M-1} = 10\{1 - \exp[-2.0 \cdot 10^{-5} \cdot 750]\} \times \\ \times \{\exp[-2.0 \cdot 10^{-5} \cdot 750]\}^{10-1} = 1,3 \cdot 10^{-2};$$

$$P(H_2) = (C_M^2)(1 - P_{y.m})^2 P_{y.m}^{M-2} = (C_M^2)\{1 - \exp[-\lambda_{y.m}t_i]\}^2 \times \\ \times \{\exp[-\lambda_{y.m}t_i]\}^{M-2} = 45\{1 - \exp[-2 \cdot 10^{-5} \cdot 750]\}^2 \times \\ \times \{\exp[-2 \cdot 10^{-5} \cdot 750]\}^{10-2} = 9,9 \cdot 10^{-3};$$

$$P(H_3) = (C_M^3)(1 - P_{y.m})^3 P_{y.m}^{M-3} = (C_M^3)\{1 - \exp[-\lambda_{y.m}t_i]\}^3 \times \\ \times \{\exp[-\lambda_{y.m}t_i]\}^{M-3} = 120\{1 - \exp[-2 \cdot 10^{-5} \cdot 750]\}^3 \times \\ \times \{\exp[-2 \cdot 10^{-5} \cdot 750]\}^{10-3} = 5,3 \cdot 10^{-1}.$$

Вероятность безотказной работы ветви

$$P_{в.б} = P(H_0)(P_0)_{усл} + P(H_1)(P_1)_{усл} + P(H_2)(P_2)_{усл} + \\ + P(H_3)(P_3)_{усл} = 0,86 \cdot 0,99999997 + 1,3 \cdot 10^{-2} \cdot 0,99999997 + \\ + 9,9 \cdot 10^{-3} \cdot 0,255 + 5,3 \cdot 10^{-1} \cdot 3 \cdot 10^{-8} \approx 0,899.$$

4.3. ЗАДАЧИ

4-1. Телевизионный канал состоит из $n=7880$ элементов, средняя интенсивность отказов которых $\lambda_{ср}=2 \cdot 10^{-6}$ 1/ч. Рассчитать вероятность безотказной работы канала в течение наработки $t_i=10$ ч.

О т в е т: $P(t_i) = \exp[-\lambda_{ср}nt_i] = [-2 \cdot 10^{-6} \cdot 7880 \cdot 10] \approx 0,85$.

4-2. В радиопередатчике содержится $n=1500$ элементов, средняя интенсивность отказов которых $\lambda_{ср}=2 \cdot 10^{-6}$ 1/ч. Рассчитать среднюю интенсивность отказов передатчика и вероятность его безотказной работы в течение наработки $t_i=75$ ч.

О т в е т: $\lambda = \lambda_{ср}n = 3 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $P(t_i) = \exp[-\lambda t_i] = 0,8$.

4-3. Приемно-передающий блок радиостанции состоит из $n=4000$ элементов, средняя интенсивность отказов которых $\lambda_{ср}=5,0 \cdot 10^{-6}$ 1/ч. Рассчитать среднюю интенсивность отказов, вероятность безотказной работы в течение наработки $t_i=5$ ч и среднюю наработку до отказа приемно-передающего блока.

О т в е т: $\lambda = \lambda_{ср}n = 2,5 \cdot 10^{-2}$ 1/ч;

$$P(t_i) = \exp[-\lambda t_i] \approx 1 - \lambda t_i = 0,92;$$

$$m_t = \frac{1}{\lambda} = 40 \text{ ч.}$$

4-4. По результатам анализа прототипа радионавигационной системы установлены тип и количество элементов каждого типа, приведенные в табл. 4-5. Требуется провести прикидочный расчет на-

Таблица 4-5

Типы элементов	Число элементов определенного типа N_i , шт.	Интенсивность отказов элементов определенного типа $\lambda_i \cdot 10^6$ 1/ч			$N_i \lambda_i \cdot 10^6$, 1/ч		
		$\lambda_{i\text{мин}}$	$\lambda_{i\text{ср}}$	$\lambda_{i\text{макс}}$	$N_i \lambda_{i\text{мин}}$	$N_i \lambda_{i\text{ср}}$	$N_i \lambda_{i\text{макс}}$
Резисторы	300	0,02	0,25	2,7	6	75	810
Конденсаторы	250	0,014	0,05	0,08	3,5	12,5	20
Транзисторы	50	0,3	0,8	1,8	15	40	90
Диоды	40	0,03	0,4	0,7	1,2	16	28
Трансформаторы	10	0,02	0,04	0,06	0,2	0,4	0,6
Катушки индуктивности	20	0,01	0,02	0,03	0,2	0,4	0,6
Клистроны	2	1,2	3,5	5,0	2,4	7,0	10
Антенны	2	0,1	0,3	0,6	0,2	0,6	1,2
Пайки	1800	0,01	0,01	0,01	1,8	1,8	1,8

дежности и рассчитать минимальные, средние и максимальные значения интенсивности отказов и вероятности безотказной работы в течение наработки $t_i = 30$ ч системы.

Ответ: $\lambda_{\text{мин}} = 3,05 \cdot 10^{-5}$ 1/ч; $\lambda_{\text{ср}} = 1,54 \cdot 10^{-4}$ 1/ч; $\lambda_{\text{макс}} = 9,6 \cdot 10^{-4}$ 1/ч;

$$P_{\text{мин}}(t_i) = \exp[-\lambda_{\text{макс}} t_i] \approx 0,97;$$

$$P_{\text{ср}}(t_i) = \exp[-\lambda_{\text{ср}} t_i] \approx 0,995;$$

$$P_{\text{макс}}(t_i) = \exp[-\lambda_{\text{мин}} t_i] \approx 0,9991.$$

4-5. Блок питания самолетной радиостанции состоит из элементов, приведенных в табл. 4-6. Известны количество элементов и средние значения интенсивностей отказов элементов. Температура окружающей среды $T = 40^\circ \text{C}$. Рассчитать интенсивность отказов и вероятность безотказной работы блока в течении $t_i = 100$ ч.

$$\text{Ответ: } \lambda = \sum_{j=1}^n N_j \lambda_j = 1,32 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч;}$$

$$P(t_i) = \exp[-\lambda t_i] = 0,987.$$

4-6. Провести расчет надежности блока питания для условия задачи 4-5, если известны коэффициенты нагрузки элементов, приведенные в табл. 4-7.

Таблица 4-6

Наименование, типы и марки элементов	Обозначения элементов на схеме	Число элементов N_j , шт.	Интенсивность отказов $\lambda_{0j} \cdot 10^6$, 1/ч	Интенсивность отказов $\lambda_j = \lambda_{0j} k_i \cdot 10^6$, 1/ч	$N_j \lambda_j \cdot 10^6$, 1/ч
<i>Резисторы</i>					
МЛТ-1	$R_1—R_6$	6	1,0	2,2	13,2
ОМЛТ-0,5	$R_7—R_9$	3	0,5	1,1	3,3
ПЭВ	R_{10}, R_{11}	3	3,2	6,87	20,6
<i>Конденсаторы</i>					
МБМ	$C_1—C_6$	6	2,0	4,4	26,4
<i>Диоды кремниевые</i>	$D_1—D_{10}$	10	2,0	4,4	44
<i>Трансформаторы</i>	$Tr_1—Tr_3$	3	3,0	6,6	19,8
<i>Дроссель</i>	Dr_1	1	1,0	2,2	2,2
<i>Пайки</i>		100	0,01	0,022	2,2

$$\text{Ответ: } \lambda = \sum_{j=1}^n N_j \lambda_j a_i = 9,0 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч;}$$

$$P(t_i) = \exp[-\lambda t_i] = 0,991.$$

4-7. Радиопередатчик состоит из трех каскадов, интенсивности отказов которых равны: $\lambda_1 = 2,5 \cdot 10^{-4}$ 1/ч; $\lambda_2 = 7,5 \cdot 10^{-4}$ 1/ч и $\lambda_3 = 5,0 \cdot 10^{-4}$ 1/ч. Передатчик выходит из строя при отказе любого одного каскада. Рассчитать интенсивность отказов и вероятность безотказной работы передатчика в течение наработки $t_i = 150$ ч.

$$\text{Ответ: } \lambda_{\text{п}} = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч; } P_{\text{п}}(t_i) = \exp[-\lambda_{\text{п}} t_i] = 0,8.$$

4-8. Известны интенсивности отказов блоков радиостанции: передатчика — $\lambda_{\text{п}} = 2,0 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, приемника — $\lambda_{\text{пр}} = 1,0 \cdot 10^{-3}$ 1/ч и блока питания — $\lambda_{\text{б.п}} = 5,0 \cdot 10^{-4}$ 1/ч. Станция выходит из строя при отказе любого из трех блоков. Рассчитать вероятность безотказной работы станции в течение наработки $t_i = 75$ ч и среднюю наработку до отказа.

$$\text{Ответ: } P(t_i) = 0,77; m_t = \frac{1}{\lambda_{\text{п}} + \lambda_{\text{пр}} + \lambda_{\text{б.п}}} = 285 \text{ ч.}$$

4-9. Система состоит из четырех блоков и выходит из строя при отказе любого одного блока. Известны значения средней наработки

Таблица 4-7

Наименование, типы и марки элементов	Обозначения элементов на схеме	Число элементов N_j	Интенсивность отказов $\lambda_{0j} \cdot 10^6, 1/ч$	Режимы работы		Поправочный коэффициент a_i	$\lambda_j = \lambda_{0j} \cdot k_i, 10^6, 1/ч$	$\lambda_j a_i, 10^6, 1/ч$	$N_j \lambda_j a_i \times 10^6, 1/ч$
				Коэффициент нагрузки	Температура, °С				
<i>Резисторы</i>									
МЛТ-1	$R_1 - R_6$	6	1,0	0,2	50	0,4	2,2	0,88	5,28
ОМЛТ-0,5	$R_7 - R_9$	3	0,5	0,8	65	1,8	1,1	1,98	5,94
ПЭВ	R_{10}, R_{11}	3	3,2	0,2	80	0,15	6,87	1,03	3,09
<i>Конденсаторы МБМ</i>									
	$C_1 - C_6$	6	2,0	0,3	50	0,4	4,4	1,76	10,6
<i>Диоды кремниевые</i>	$D_1 - D_{10}$	10	2,0	0,5	50	1,05	4,4	4,62	46,2
<i>Трансформаторы</i>	$Tr_1 - Tr_3$	3	3,0	0,6	50	0,8	6,6	5,28	15,8
<i>Дроссель</i>	Dp_1	1	1,0	0,5	60	0,4	2,2	0,97	0,97
<i>Пайки</i>	—	100	0,01	—	50	1,0	0,01	0,022	2,2

до отказа блоков: $m_{t1}=100$ ч, $m_{t2}=150$ ч, $m_{t3}=250$ ч, $m_{t4}=300$ ч. Блоки имеют показательное распределение наработки до отказа. Рассчитать среднюю наработку до отказа системы.

$$\text{О т в е т: } m_t = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4} = \frac{1}{\frac{1}{m_{t1}} + \frac{1}{m_{t2}} + \frac{1}{m_{t3}} + \frac{1}{m_{t4}}} \approx 41 \text{ ч.}$$

4-10. Для условия задачи 4-9 рассчитать вероятность безотказной работы станции в течение наработки $t_i=5$ ч.

$$\text{О т в е т: } P(t_i) = \exp[-\lambda t_i] = \exp\left[-\frac{t_i}{m_t}\right] \approx 0,88.$$

4-11. Усилительный блок состоит из трех устройств, имеющих показательное распределение наработки до отказа. Вероятности безотказной работы равны: $P_1(t_i)=0,9$; $P_2(t_i)=0,92$; $P_3(t_i)=0,95$. Блок выходит из строя при отказе любого одного устройства. Рассчитать среднюю наработку до отказа блока.

$$\text{О т в е т: } P(t_i) = P_1(t_i)P_2(t_i)P_3(t_i) = 0,78;$$

$$m_t = -\frac{t_i}{\ln P(t_i)} = 22 \text{ ч.}$$

4-12. Логическая схема для расчета надежности системы представлена на рис. 4-23, где также приведены интенсивности отказов элементов. Резерв — пассивный, с неизменной нагрузкой. Требуется рассчитать вероятность безотказной работы системы в течение наработки $t_i=100$ ч.

$$\text{О т в е т: } P(t_i) = P_I(t_i)P_{II}(t_i)P_{III}(t_i) = \{1 - [1 - \exp(-\lambda_1 t_i)]^2\} \times \\ \times \{1 - [1 - \exp(-\lambda_2 t_i)]^3\} \exp[-\lambda_3 t_i] \approx 0,98.$$

4-13. Приемник состоит из трех блоков: УВЧ, УПЧ и УНЧ. Интенсивности отказов этих блоков соответственно равны: $\lambda_1=4 \times 10^{-4}$ 1/ч; $\lambda_2=2,5 \cdot 10^{-4}$ 1/ч; $\lambda_3=3 \cdot 10^{-4}$ 1/ч. Требуется рассчитать вероятность безотказной работы приемника в течение наработки $t_i=100$ ч для следующих случаев: а) резерв отсутствует; б) имеется пассивное дублирование приемника в целом; в) имеется пассивное дублирование каждого блока.

$$\text{О т в е т: а) } P(t_i) = \exp\left[-t_i \sum_{j=1}^3 \lambda_j\right] = 0,91;$$

$$\text{б) } P(t_i) = 1 - \left[1 - \exp\left(-t_i \sum_{j=1}^3 \lambda_j\right)\right]^2 = 0,992;$$

$$\text{в) } P(t_i) = \prod_{j=1}^3 \{1 - [1 - \exp(-\lambda_j t_i)]^2\} = 0,997.$$

4-14. В системе телеуправления применено пассивное дублирование канала управления. Интенсивность отказов канала $\lambda = 10^{-2}$ 1/ч. Рассчитать вероятность безотказной работы в течение наработки $t_i = 10$ ч, интенсивность отказов при наработке t_i и среднюю наработку до отказа системы.

О т в е т: $P(t_i) = 1 - [1 - \exp(-\lambda t_i)]^2 = 0,99$;

$$\lambda_c \approx 2\lambda^2 t_i = 2 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч}; m_{t_c} = \frac{1}{\lambda} \left(1 + \frac{1}{2}\right) = 150 \text{ ч.}$$

4-15. В системе применено пассивное общее резервирование ($k+1=3$) канала управления, имеющего интенсивность отказов $\lambda =$

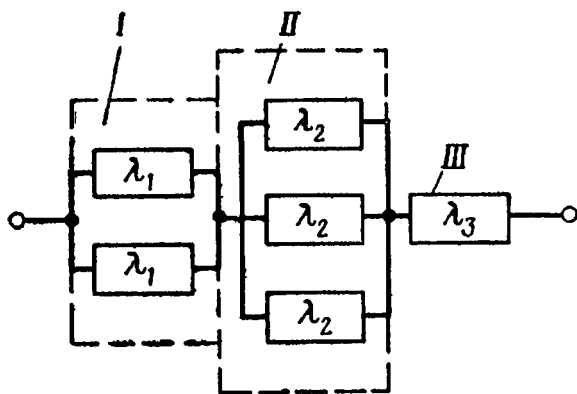


Рис. 4-23. Логическая схема расчета надежности для задачи 4-12.

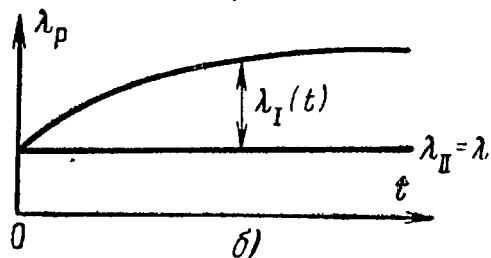
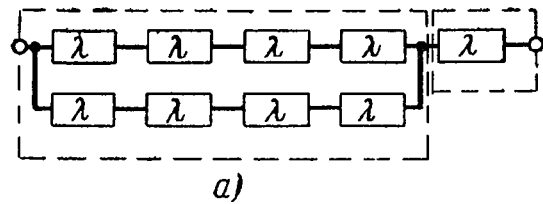


Рис. 4-24. К расчету интенсивности отказов для задачи 4-16.

а — логическая схема системы;
б — зависимость интенсивности отказов от наработки.

$= 5 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Рассчитать вероятность безотказной работы системы в течение наработки $t_i = 50$ ч и среднюю наработку до первого отказа.

О т в е т: $P_0(t_i) = 1 - [1 - \exp(-\lambda t_i)]^3 \approx 0,99$;

$$m_{t_0} = \frac{1}{\lambda} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \approx 330 \text{ ч.}$$

4-16. Для изображенной на рис. 4-24, а логической схемы системы установить зависимость интенсивности отказов от наработки. Резерв нагруженный, отказы независимы.

О т в е т: Интенсивность отказов участка I равна:

$$\lambda_I(t) = \frac{2\Lambda \exp[-\Lambda t] \{1 - \exp[-\Lambda t]\}}{1 - \{1 - \exp[-\Lambda t]\}^2} \approx 2\Lambda^2 t,$$

где $\Lambda = 4\lambda$.

Интенсивность отказов участка II постоянна и равна $\lambda_{II}(t) = \lambda$

Интенсивность отказов (рис. 4-24, б) всей резервированной системы равна:

$$\Lambda_p(t) = \lambda_I(t) + \lambda_{II}(t).$$

4-17. В телевизионном канале связи, состоящем из приемника и передатчика, применено пассивное общее дублирование с неизменной нагрузкой. Передатчик и приемник имеют интенсивности отказов $\lambda_{\text{п}} = 2,0 \cdot 10^{-3}$ 1/ч и $\lambda_{\text{пр}} = 1,0 \cdot 10^{-3}$ 1/ч соответственно. Логическая схема канала представлена на рис. 4-25. Требуется рассчитать вероятность безотказной работы канала в течение наработки $t_i = 50$ ч, среднюю наработку до отказа и интенсивность отказов

О т в е т: $P(t_i) = 1 - \{1 - \exp[-(\lambda_{\text{п}} + \lambda_{\text{пр}})t_i]\}^2 = 0,977$;

$$m_t = \frac{1,5}{\lambda_{\text{п}} + \lambda_{\text{пр}}} = 500 \text{ ч};$$

$$\lambda(t_i) \approx 2(\lambda_{\text{п}} + \lambda_{\text{пр}})^2 \cdot t_i = 9 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч.}$$

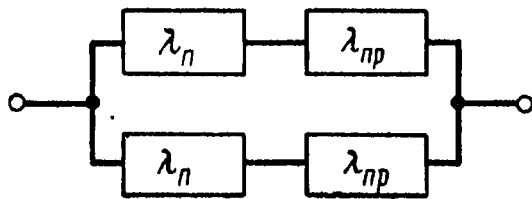


Рис. 4-25. Логическая схема расчета надежности для задачи 4-17.

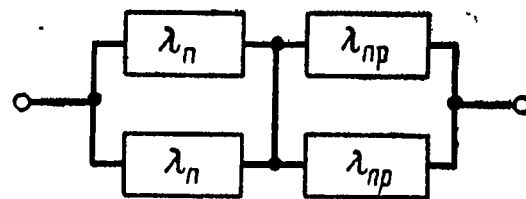


Рис. 4-26. Логическая схема расчета надежности для задачи 4-18.

4-18. Решить задачу 4-17 для случая, когда применено пассивное раздельное дублирование с неизменной нагрузкой передатчика и приемника. Логическая схема представлена на рис. 4-26.

О т в е т: $P(t_i) = \{1 - [1 - \exp(-\lambda_{\text{п}}t_i)]^2\} \{1 - [1 - \exp(-\lambda_{\text{пр}}t_i)]^2\} = 0,987$;

$$m_t = \frac{4,5}{\lambda_{\text{п}} + \lambda_{\text{пр}}} - 2 \left(\frac{1}{2\lambda_{\text{п}} + \lambda_{\text{пр}}} + \frac{1}{\lambda_{\text{п}} + 2\lambda_{\text{пр}}} \right) = 600 \text{ ч};$$

$$\lambda(t_i) = \frac{2 \exp[-(\lambda_{\text{п}} + \lambda_{\text{пр}})t_i] \{(\lambda_{\text{п}} + \lambda_{\text{пр}}) [2 + \exp[-(\lambda_{\text{п}} + \lambda_{\text{пр}})t_i]] - \{1 - [1 - \exp(-\lambda_{\text{п}}t_i)]^2\} \times \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{-(2\lambda_{\text{п}} + \lambda_{\text{пр}}) \exp[-\lambda_{\text{п}}t_i] - (\lambda_{\text{п}} + 2\lambda_{\text{пр}}) \exp[-\lambda_{\text{пр}}t_i]\}}{\times \{1 - [1 - \exp(-\lambda_{\text{пр}}t_i)]^2\}} = 2,1 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч.}$$

4-19. Резервированная система управления состоит из $n = 4000$ элементов. Известна требуемая вероятность безотказной работы системы $P_c(t_i) = 0,9$ в течение наработки $t_i = 100$ ч. Необходимо рассчитать допустимую среднюю интенсивность отказов одного элемента, считая элементы равнонадежными, для того чтобы приближенно оценить достижение заданной вероятности безотказной работы при отсутствии профилактических осмотров в следующих случаях: а) резервирование отсутствует; б) применено пассивное общее

дублирование с неизменной нагрузкой; в) применено пассивное раздельное дублирование с неизменной нагрузкой.

$$\text{О т в е т: а) } \lambda \leq \frac{1 - P_c(t_i)}{nt_i} = 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ 1/ч;}$$

$$\text{б) } \lambda \leq \frac{\sqrt{1 - P_c(t_i)}}{nt_i} = 7,5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/ч;}$$

$$\text{в) } \lambda \leq \frac{1}{t_i} \sqrt[1 - \sqrt[n]{P_c(t_i)}]{} = 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч.}$$

Ответы даны в предположении, что $\lambda t_i \ll 0,1$.

4-20. В радиопередатчике, состоящем из трех равнонадежных каскадов ($m=3$), применено пассивное раздельное дублирование каждого каскада с неизменной нагрузкой. Интенсивность отказов каскада равна $\lambda=5 \cdot 10^{-4}$ 1/ч. Рассчитать вероятность безотказной работы в течение наработки $t_i=100$ ч и среднюю наработку до отказа передатчика.

$$\text{О т в е т: } P_{\Pi}(t_i) = \{1 - [1 - \exp(-\lambda t_i)]^2\}^3 = 0,992;$$

$$m_{t\Pi} = \frac{(3-1)!}{2\lambda} \sum_{\eta=0}^1 \frac{1}{\frac{\eta+1}{2} \left(\frac{\eta+1}{2} + 1\right) \left(\frac{\eta+1}{2} + 2\right)} = 1400 \text{ ч.}$$

4-21. Решить задачу 4-20 для случая, когда в радиопередатчике применено пассивное общее дублирование с неизменной нагрузкой

$$\text{О т в е т: } P_{\Pi}(t_i) = 1 - [1 - \exp(-3\lambda t_i)]^2 = 0,98;$$

$$m_{t\Pi} = \frac{1}{3\lambda} \left(1 + \frac{1}{2}\right) = 1000 \text{ ч.}$$

4-22. Основной приемно-передающий блок радиорелейного пункта связи имеет среднюю наработку до отказа $m_{tа}=500$ ч. Дублирующий блок имеет среднюю наработку до отказа $m_{tб}=600$ ч. Дублирование пассивное с неизменной нагрузкой. Определить среднюю наработку до отказа дублированного блока в целом.

$$\text{О т в е т: } m_t = \frac{(m_{tа} + m_{tб})^2 - m_{tа} m_{tб}}{m_{tа} + m_{tб}} = 820 \text{ ч.}$$

4-23. Устройство обработки информации состоит из трех одинаковых блоков. Вероятность безотказной работы устройства $P_y(t_i)$ в течение наработки $(0, t_i)$ должна быть не менее 0,90. Определить, какова должна быть вероятность безотказной работы каждого блока в течение наработки $(0, t_i)$ для случаев: а) резерв отсутствует; б) имеется пассивный общий резерв с неизменной нагрузкой всего устройства в целом; в) имеется пассивный раздельный резерв с неизменной нагрузкой по блокам.

$$\text{О т в е т а) } P_6(t_i) = \sqrt[3]{P_y(t_i)} = 0,96;$$

$$\text{б) } P_6(t_i) = 1 - \sqrt[3]{1 - P_y(t_i)} = 0,81;$$

$$\text{в) } P_6(t_i) = \sqrt[3]{1 - \sqrt[3]{1 - P_y(t_i)}} = 0,92.$$

4-24. Блок промежуточной частоты состоит из двух одинаковых усилителей. Вероятность безотказной работы каждого усилителя в течение наработки $(0, t_i)$ равна $P_y(t_i) = 0,97$. Определить, какова должна быть кратность резерва l для получения вероятности безотказной работы блока с резервом $P_6(t_i) = 0,99$ в двух случаях: а) имеется пассивный общий резерв с неизменной нагрузкой блока в целом; б) имеется пассивный отдельный резерв с неизменной нагрузкой каждого усилителя.

$$\text{О т в е т: } l_a = \frac{\ln [1 - P_6(t_i)]}{\ln [1 - P_y^2(t_i)]} = 1,64; l = 2;$$

$$l_6 = \frac{\ln [1 - \sqrt{P_6(t_i)}]}{\ln [1 - P_y(t_i)]} = 1,54; l = 2.$$

4-25. В передатчике, устанавливаемом на раднозонд, может быть применено пассивное общее резервирование с неизменной нагрузкой или пассивное отдельное резервирование с неизменной нагрузкой. Периоды профилактических осмотров в обоих случаях одинаковы. Количество параллельно соединенных элементов равно $(k+1)$, количество элементов в нерезервированном передатчике равно m . Требуется, считая элементы равнонадежными, сравнить способы резервирования по вероятности отказа.

О т в е т: Для случая, когда $q \ll 1$ $Q_{\text{общ}} \approx m^{k+1} q^{k+1}$; $Q_{\text{разд}} \approx m q^{k+1}$ и $\frac{Q_{\text{общ}}}{Q_{\text{разд}}} = m^k$. Из этого соотношения видно, что отдельное резервирование дает большой выигрыш в надежности по сравнению с общим, если периоды профилактики в обоих случаях одинаковы.

4-26. В радиопередатчике, состоящем из двух равнонадежных каскадов, может быть применено пассивное отдельное резервирование с неизменной нагрузкой каскадов или пассивное общее резервирование передатчика с неизменной нагрузкой с периодическими профилактическими осмотрами через наработку $t_{\text{пр}} = 5$ ч. Интенсивность отказов нерезервированного каскада $\lambda = 5 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Нарботка передатчика равна $t_i = 50$ ч. Рассчитать интенсивность отказов для случаев отдельного резервирования без профилактики и общего резервирования передатчика с периодической профилактикой.

О т в е т:

$$\lambda_{\text{разд}}(t_i) \approx m(k+1)\lambda^{k+1} t_i^k = 2 \cdot 2 \cdot \lambda^2 \cdot t_i = 5 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч};$$

$$\lambda_{\text{общ}}(t_{\text{пр}}) = \lambda_{\text{ср}} = \lambda^2 t_{\text{пр}} = 1,25 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч}.$$

4-27. В вычислительном устройстве применено резервирование с дробной кратностью «два из трех». Интенсивность отказов одного нерезервированного блока равна $\lambda_0 = 4 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Требуется рассчитать вероятность безотказной работы $P_{2/3}(t_i)$ резервированного устройства в течение наработки $t_i = 40$ ч и среднюю наработку до отказа.

О т в е т: $P_{2/3}(t_i) = 0,98$; $m_{t_{2/3}} = 208$ ч.

4-28. Определить, какова должна быть вероятность безотказной работы $P_0(t_i)$ блока вычислительного устройства, чтобы применение резервирования с дробной кратностью «два из трех» обеспечило повышение надежности вычислительного устройства.

О т в е т: $P_{2/3}(t_i) = 3P_0^2(t_i) - 2P_0^3(t_i)$. При значениях $P_0(t_i) > 0,5$ схема резервирования обеспечивает повышение надежности.

4-29. Задана наработка вычислительного устройства $t_i = 50$ ч. Требуется определить, какова должна быть интенсивность отказов λ_0 блока вычислительного устройства, чтобы применение схемы резервирования с дробной кратностью «два из трех» обеспечило повышение надежности вычислительного устройства.

О т в е т: $\lambda_0 < \frac{\ln 2}{t_i} = 1,4 \cdot 10^{-2}$ 1/ч.

4-30. При условии, что последствие отказов отсутствует, определить значения коэффициентов соотношения отказов по обрыву $\nu_0 = \frac{q_0}{q_0 + q_s}$ и короткому замыканию $\nu_s = \frac{q_s}{q_0 + q_s}$, при которых параллельное и последовательное соединение двух контактных элементов повышает надежность по сравнению с одним нерезервированным контактным элементом.

О т в е т: Для параллельного соединения должно быть $\nu_0 > 0,5$ и для последовательного соединения должно быть $\nu_s > 0,5$.

4-31. В схеме последовательного соединения двух диодов можно пренебречь последствием их отказов. Интенсивность отказов диода по обрыву — λ_0 , по замыканию — λ_s . Требуется составить выражения для расчета вероятности безотказной работы в течение наработки t_i и средней наработки до отказа схемы.

О т в е т: $P_{сх}(t_i) = \exp[-2\lambda_0 t_i] - [1 - \exp(-\lambda_s t_i)]^2$;

$$m_{t_{сх}} = \int_0^{\infty} P_{сх}(t) dt = \frac{1}{2} \frac{1}{\lambda_0} - \frac{3}{2} \frac{1}{\lambda_s}.$$

4-32. Решить задачу 4-31 для случая параллельного соединения двух диодов.

О т в е т: $P_{сх}(t_i) = \exp[-2\lambda_s t_i] - \{1 - \exp[-\lambda_0 t_i]\}^2$;

$$m_{t_{сх}} = \int_0^{\infty} P_{сх}(t) dt = \frac{1}{2} \frac{1}{\lambda_s} - \frac{3}{2} \frac{1}{\lambda_0}.$$

4-33. Устройство автоматического поиска неисправностей состоит из двух логических блоков. Средняя наработка до отказа этих блоков одинакова и для каждого из них равна $m_t = 200$ ч. Требуется определить среднюю наработку до отказа устройства m_{ty} для двух случаев: а) имеется ненагруженный резерв всего устройства; б) имеется ненагруженный резерв каждого блока. Переключающее устройство считается абсолютно надежным.

О т в е т: а) $m_{ty} = 200$ ч;

$$б) m_{ty} = \frac{m_t}{2} \left[2 \sum_{k=0}^2 \frac{1}{2^k (2-k)!} \right] = 1,25 m_t = 250 \text{ ч.}$$

4-34. Передающее устройство состоит из одного работающего передатчика ($\lambda = 8 \cdot 10^{-3}$ 1/ч) и одного передатчика в облегченном резерве ($\lambda_0 = 8 \cdot 10^{-4}$ 1/ч). Требуется определить вероятность отказа устройства в течение наработки $t_i = 20$ ч при предположении, что переключающее устройство абсолютно надежно.

$$О т в е т: P(t_i) = \exp[-\lambda t_i] \left\{ 1 + \frac{\lambda}{\lambda_0} [1 - \exp(-\lambda_0 t_i)] \right\} = 0,99.$$

4-35. Радiorелейная станция включает в свой состав два одинаковых присмопередатчика, работающих независимо, и один присмопередатчик в нагруженном скользящем резерве. Интенсивность отказов каждого приемопередатчика $\lambda = 10^{-3}$ 1/ч. Требуется определить вероятность безотказной работы станции в течение наработки $t_i = 200$ ч

$$О т в е т: P_c(t_i) = \exp[-3\lambda t_i] + 3 \exp[-2\lambda t_i] [1 - \exp(-\lambda t_i)] = 0,91$$

4-36. Отличие от задачи 4-35 состоит в том, что требуется определить вероятность безотказной работы в течение заданной наработки $(0, t_i)$ каждого независимо работающего приемопередатчика.

$$О т в е т: P_n(t_i) = 1 - [1 - \exp(-\lambda t_i)] [1 - \exp(-2\lambda t_i)] = 0,94.$$

4-37. Блок усилителей промежуточной частоты включает в себя $m = 4$ последовательно соединенных усилителя и один усилитель в ненагруженном резерве. Интенсивность отказов каждого работающего усилителя $\lambda = 6 \cdot 10^{-4}$ 1/ч. Определить $P_G(t_i)$ блока в течение наработки $t_i = 100$ ч.

$$О т в е т: P_G(t_i) = \exp[-4\lambda t_i] (1 + 4\lambda t_i) = 0,96$$

4-38. Отличие от задачи 4-37 состоит в том, что требуется определить среднюю наработку до отказа блока.

$$О т в е т: m_{ty} = \frac{2m + 1}{\lambda m(m + 1)} = 750 \text{ ч.}$$

4-39. Средняя наработка до отказа одного блока электронного стабилизатора напряжения составляет $m_t = 600$ ч. Определить выигрыш G в величине средней наработки до отказа при наличии двух резервных блоков: а) в нагруженном резерве; б) в ненагруженном резерве.

$$m_t \sum_{k=1}^2 \frac{1}{k}$$

О т в е т: а) $G_a = \frac{m_t \sum_{k=1}^2 \frac{1}{k}}{m_t} = 1,83$; б) $G_b = \frac{3m_t}{m_t} = 3$.

4-40. Вычислительное устройство содержит $m=3$ одинаковых независимо работающих блоков, средняя наработка до отказа каждого блока составляет $m_t=800$ ч. Определить, во сколько раз увеличится эта величина при наличии еще одного блока в нагруженном скользящем резерве.

О т в е т: Выигрыш составит $G = 1 + \frac{1}{m(m+1)} \approx 1,1$.

4-41. Отличие от задачи 4-40 состоит в том, что требуется определить, во сколько раз уменьшится вероятность отказа каждого блока в течение наработки $t_i=40$ ч.

О т в е т:

$$G = \frac{1 - \exp\left[-\frac{t_i}{m_t}\right]}{1 - \left\{ \exp\left[-\frac{t_i}{m_t}\right] + \exp\left[-\frac{mt_i}{m_t}\right] - \exp\left[-\frac{(m+1)t_i}{m_t}\right] \right\}} = 7,2.$$

4-42. Блок телеметрии включает в себя два одинаковых приемника. Интенсивность отказов каждого приемника составляет $\lambda=4 \times 10^{-4}$ 1/ч. Требуется определить вероятность отказа блока в течение наработки $t_i=250$ ч для следующих вариантов: а) резерв отсутствует; б) имеется один приемник в нагруженном скользящем резерве; в) имеется один приемник в ненагруженном скользящем резерве.

О т в е т: а) $Q(t_i) = 1 - \exp[-2\lambda t_i] = 0,18$;

б) $Q(t_i) = [1 - \exp(-\lambda t_i)]^3 + 3 \exp[-\lambda t_i] \times$
 $\times [1 - \exp(-\lambda t_i)]^2 = 2,8 \cdot 10^{-2}$;

в) $Q(t_i) = 1 - \exp[-2\lambda t_i] (1 + 2\lambda t_i) = 1,5 \cdot 10^{-2}$.

4-43. Вычислительное устройство состоит из $m=3$ одинаковых блоков, к каждому из которых подключен блок в нагруженном резерве. Интенсивность отказов каждого блока равна $\lambda=10^{-4}$ 1/ч. Требуется определить среднюю наработку до отказа устройства.

О т в е т: $m_t = \frac{1}{m\lambda} \left[0,5 + \frac{2^{2m-2} (m-1)! m!}{(2m-1)!} \right] = 7000$ ч.

4-44. Генератор пачки импульсов состоит из одного работающего блока, одного блока в ненагруженном резерве и переключающего устройства (ПУ). Интенсивность отказов блока $\lambda=2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, ПУ — $\lambda_{\text{п}}=5 \cdot 10^{-4}$ 1/ч. Отказы ПУ приводят к невозможности под-

ключения резервного блока на рабочее место. Определить вероятность безотказной работы генератора в течение наработки $t_i = 100$ ч

$$\text{О т в е т: } P(t_i) = \exp[-\lambda t_i] \left\{ 1 + \frac{\lambda}{\lambda_{\text{п}}} [1 - \exp(-\lambda_{\text{п}} t_i)] \right\} = 0,98.$$

4-45. В радиопередающем канале связной системы используются основной передатчик Π_1 , два передатчика Π_2 и Π_3 , находящихся в ненагруженном резерве.

Интенсивность отказов основного работающего передатчика равна $\lambda_0 = 10^{-3}$ 1/ч. С момента отказа передатчика Π_1 в работу включается Π_2 , после отказа передатчика Π_2 включается Π_3 . При включении резервного передатчика в работу его интенсивность отказов становится равной λ_0 .

Считая переключатели абсолютно надежными, рассчитать вероятность безотказной работы $P(t_i)$ в течение наработки $t_i = 100$ ч и среднюю наработку до отказа радиопередающего канала.

$$\text{О т в е т: } P(t_i) = \exp[-\lambda_0 t_i] \sum_{\eta=0}^{3-1} \frac{(\lambda_0 t_i)^\eta}{\eta!} = 0,99;$$

$$m_t = \frac{3}{\lambda_0} = 3000 \text{ ч.}$$

Г л а в а п я т а я

РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ РЕМОНТИРУЕМЫХ СИСТЕМ

5-1. МЕТОДЫ РАСЧЕТА

Как указывалось в гл. 1, в качестве основных показателей надежности ремонтируемых систем без восстановления в процессе работы используются: $\omega(t)$ — параметр потока отказов; $\tilde{P}(t)$ — вероятность безотказной работы в течение наработки $(0, t)$; $\tilde{P}(t_1, t_2)$ — вероятность безотказной работы в интервале наработки от t_1 до t_2 .

Для пуассоновских (ординарных, без последствия) потоков отказов вероятность появления ровно n отказов в интервале наработки от t_1 до t_2 рассчитывается по формуле

$$\tilde{P}_n(t_1, t_2) = \frac{1}{n!} [(t_2 - t_1) \omega_{\text{ср}}]^n \exp[-\omega_{\text{ср}}(t_2 - t_1)], \quad (5-1)$$

где

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} \omega(t) dt. \quad (5-2)$$

При $n=0$ получаем формулу для вероятности безотказной работы системы в течение наработки (t_1, t_2) :

$$\tilde{P}_0(t_1, t_2) = \tilde{P}(t_1, t_2) = \exp \left[- \int_{t_1}^{t_2} \omega(t) dt \right]. \quad (5-3)$$

В резервированных системах при $\lambda t \leq 0,2$ для инженерных расчетов можно принять $\omega_{\text{сист}}(t) \approx \lambda_{\text{сист}}(t)$. Точность этого равенства тем выше, чем меньше λt и и чем выше кратность резервирования. Интенсивность отказов аналитически определяется проще, чем параметр потока отказов.

Общая характеристика методов расчета надежности ремонтируемых систем

Показатели надежности ремонтируемых невосстанавливаемых в процессе применения систем обычно вычисляются по наработке, восстанавливаемых систем — всегда в календарном времени.

Показатели надежности, как правило, определяются при условии, что в момент включения все элементы работоспособны.

Наиболее часто используются два метода расчета надежности ремонтируемых систем, которые условно называются: метод интегральных уравнений и метод дифференциальных уравнений. Развитие метода дифференциальных уравнений привело к формированию ряда правил определения искомых величин непосредственно по схеме состояний.

Метод интегральных уравнений основан на допущении, что значение времени (наработки) между последовательными отказами и времени восстановления являются независимыми случайными величинами. Составляются и решаются интегральные или интегро-дифференциальные уравнения, связывающие вероятности нахождения в различных состояниях. При этом нет принципиальных ограничений на законы распределения времени

(наработки) между отказами и времени восстановления элементов. Обычно сравнительно просто составить сами уравнения.

Однако решение этих уравнений часто встречает большие трудности. Точные конечные результаты получены лишь для некоторых законов распределения для дублированных систем.

Рассмотрим случай нагруженного и ненагруженного резервов при произвольных законах распределения.

Для системы, состоящей из одного основного и k элементов в нагруженном резерве, наработка на отказ системы [4]

$$\tilde{m}_{tc} = \frac{m_{\tau}}{k+1} \left[\left(1 + \frac{m_t}{m_{\tau}} \right)^{k+1} - 1 \right], \quad (5-4)$$

где m_t и m_{τ} — среднее время безотказной работы и среднее время восстановления элементов.

Когда

$$\left(1 + \frac{m_t}{m_{\tau}} \right)^{k+1} \gg 1, \quad (5-5)$$

закон распределения времени между отказами системы близок к показательному и можно пользоваться приближенной формулой для определения вероятности безотказной работы системы в течение заданного времени $(0, t_i)$:

$$\tilde{P}_k(t_i) \approx \exp \left[- \frac{t_i}{\tilde{m}_{tc}} \right]. \quad (5-6)$$

В методе дифференциальных уравнений использовано допущение о показательных распределениях времени (наработки) между отказами и времени восстановления.

Вначале перечисляются возможные состояния системы и составляется ее математическая (логическая) модель в виде схемы состояний, на которой прямоугольниками или кружками изображаются возможные состояния и стрелками — возможные направления переходов из одного состояния в другое. По схеме состояний составляют систему дифференциальных уравнений для вероятностей состояний.

Для этого целесообразно использовать следующие правила (о которых уже говорилось в § 4-1):

левые части уравнений содержат производные по времени вероятностей соответствующих состояний $P'_j(t)$, а каждый член правой части уравнения получается путем умножения интенсивности перехода, стоящей над стрелкой, связанной с данным состоянием, на соответствующую вероятность состояния;

знак зависит от направления стрелки (плюс, если стрелка направлена острием к состоянию, и минус в противном случае);

число уравнений равно числу состояний; система дифференциальных уравнений должна быть дополнена нормировочным условием, состоящим в том, что сумма вероятностей всех состояний равна единице.

Решение системы дифференциальных уравнений с помощью преобразований Лапласа или каким-либо другим методом позволяет определить требуемые показатели надежности.

Когда перерывы в работе системы допустимы, в качестве показателей надежности обычно используют функцию готовности $K_r(t)$ и функцию простоя $K_n(t)$ или соответствующие коэффициенты (см. гл. 1). При этом часто рассматривают установившийся режим эксплуатации при $t \rightarrow \infty$. Тогда $P'_j(t) = 0$ и система дифференциальных уравнений переходит в систему алгебраических уравнений.

Когда перерывы в работе системы недопустимы, в качестве показателей надежности используются условные вероятности непрерывной безотказной работы в течение заданного времени выполнения задачи $\tilde{P}(t_i)$ при условии, что в начальный момент времени все элементы системы работоспособны. В рассматриваемом случае имеются «поглощающие» состояния и необходимо решить полную систему дифференциальных уравнений при соответствующих начальных условиях. Замечено [12], что непосредственно по схеме состояний можно определить стационарные вероятности P_k нахождения системы в k -м состоянии. Для этого используется следующее правило: необходимо идти по направлению стрелок из каждого крайнего состояния в k -е по кратчайшему пути и перемножить все интенсивности переходов, соответствующие проходимым стрелкам. Таким образом проходятся все

пути из всех крайних состояний в каждое состояние системы.

При разветвленной схеме состояний некоторые участки пути придется проходить несколько раз. При этом интенсивности переходов этих участков нужно учитывать только один раз. Вероятность нахождения системы в k -м состоянии

$$P_k = \frac{\Delta_k}{\sum_{j=0}^m \Delta_j}, \quad (5-7)$$

где Δ_k, Δ_j — произведения интенсивностей переходов из всех крайних состояний соответственно в k -е и j -е при движении по кратчайшему пути в направлении стрелок (см. пример 5-15); $m+1$ — число состояний системы.

При определении стационарных вероятностей этот алгоритм особенно удобно использовать в случаях облегченного или комбинированного резерва, а также при таком числе ремонтных бригад r , когда $m > r > 1$.

Для определения зависящих от времени вероятностей состояний имеются рекомендации в [12].

Вычисление функций готовности и простоя систем

Нерезервированная система может находиться в любой момент времени t в одном из двух состояний:

0 — система работоспособна; 1 — система неработоспособна и ремонтируется.

Обозначим вероятность этих состояний через $P_0(t)$ и $P_1(t)$. Очевидно, что $K_r(t) = P_0(t)$, $K_n(t) = P_1(t)$. При длительной эксплуатации могут быть достигнуты установившиеся значения $K_r = P_0$, $K_n = P_1$.

Рассмотрим вначале случай, когда время безотказной работы и время восстановления имеют показательные распределения. На рис. 5-1 приведена схема состояний системы, на которой изображены возможные состояния и интенсивности переходов. В соответствии со схемой рис. 5-1 имеем систему дифференциальных уравнений

$$P'_0(t) = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t); P'_1(t) = \lambda P_0(t) - \mu P_1(t). \quad (5-8)$$

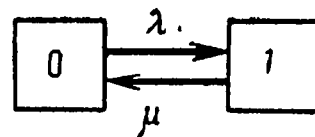


Рис. 5-1. Схема состояний нерезервированной системы. В прямоугольниках — номера состояний, над стрелками — интенсивности переходов.

Если при $t=0$ система находилась в работоспособном состоянии, то начальные условия $P_0(0)=1$, $P_1(0)=0$ и в результате решения системы уравнений (5-8) получим:

$$\left. \begin{aligned} K_r(t) = P_0(t) &= \frac{\mu}{\mu + \lambda} + \frac{\lambda}{\mu + \lambda} \exp [-(\mu + \lambda) t]; \\ K_n(t) = P_1(t) &= \frac{\lambda}{\mu + \lambda} - \frac{\lambda}{\mu + \lambda} \exp [-(\mu + \lambda) t]. \end{aligned} \right\} (5-9)$$

Если при $t=0$ система находилась в ремонте, то $P_0(0)=0$, $P_1(0)=1$ и в результате решения системы уравнений (5-8) получим:

$$\left. \begin{aligned} K_r(t) = P_0(t) &= \frac{\mu}{\mu + \lambda} - \frac{\lambda}{\mu + \lambda} \exp [-(\mu + \lambda) t]; \\ K_n(t) = P_1(t) &= \frac{\lambda}{\mu + \lambda} + \frac{\lambda}{\mu + \lambda} \exp [-(\mu + \lambda) t]. \end{aligned} \right\} (5-10)$$

При длительной эксплуатации $t \rightarrow \infty$ получаем стационарные значения коэффициентов готовности и простоя, не зависящие от начальных условий:

$$\left. \begin{aligned} K_r &= \frac{\mu}{\mu + \lambda}, \\ K_n &= \frac{\lambda}{\mu + \lambda}. \end{aligned} \right\} (5-11)$$

Поскольку $\lambda = \frac{1}{m_t}$, $\mu = \frac{1}{m_\tau}$, то можно записать:

$$K_r = \frac{m_t}{m_t + m_\tau}, \quad K_n = \frac{m_\tau}{m_t + m_\tau}, \quad (5-12)$$

т. е. коэффициент готовности характеризует долю времени, в течение которого система работоспособна, а коэффициент простоя — долю времени, в течение которого она ремонтируется.

В тех случаях когда $t_i \leq -m_t \ln K_r$, вероятность нахождения системы в работоспособном состоянии можно

считать равной соответствующему значению вероятности безотказной работы за период $(0, t_i)$. При $K_r > 0,9$ ошибка вычислений составит:

$$\Delta K_r(t) \approx (1 - K_r) K_r^{\frac{K_r}{1 - K_r}} 100\%.$$

Выражения для коэффициентов готовности и простоя можно записать непосредственно по схеме состояний, используя вышеизложенное правило.

При движении по направлению стрелки из состояния I в состояние 0 интенсивность перехода равна μ , а из состояния 0 в состояние $I = \lambda$. Следовательно,

$$P_0 = \frac{\mu}{\mu + \lambda}; \quad P_1 = \frac{\lambda}{\mu + \lambda}.$$

При произвольном законе распределения хотя бы одной из случайных величин (времени безотказной работы или времени восстановления) используется метод интегральных уравнений. Например, при показательном распределении времени безотказной работы и произвольном распределении времени восстановления $G(\tau)$ имеем интегральное уравнение

$$P_0(t) + \lambda \int_0^t P_0(t-x) [1 - G(x)] dx = 1,$$

или в преобразованиях Лапласа

$$P_0^0(s) = \frac{1}{\lambda + s [1 - \lambda G(s)]}. \quad (5-13)$$

По (5-13) принципиально возможно вычислить $K_r(t) = P_0(t)$ при любом распределении времени восстановления. Однако превратить эту возможность в действительность удастся не всегда.

При нескольких работоспособных состояниях

$$K_r(t) = \sum_{j=1}^n P_j(t), \quad (5-14)$$

где n — число работоспособных состояний; $P_j(t)$ — вероятность j -го работоспособного состояния.

Часто число неработоспособных состояний значительно меньше числа работоспособных. При этом удобнее вычислять коэффициент простоя:

$$K_n(t) = \sum_{l=1}^{m+1-n} P_l(t), \quad (5-15)$$

где $P_l(t)$ — вероятность l -го неработоспособного состояния; $m+1$ — общее число состояний.

Особенности расчета резервированных систем

Система, состоящая из равнонадежных одного основного и k резервных элементов, может находиться в любом из $(k+2)$ состояний:

0 — все элементы работоспособны; 1 — один элемент в неработоспособном состоянии; j , когда j элементов в неработоспособном состоянии; $k+1$, когда $(k+1)$ элементов в неработоспособном состоянии.

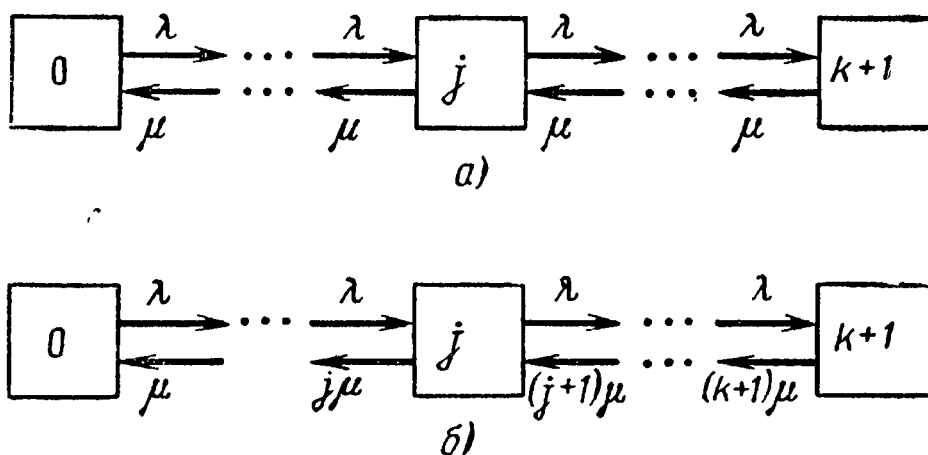


Рис. 5-2. Схема состояний системы, состоящей из основного и k одинаковых элементов в ненагруженном резерве при ограниченном (а) и неограниченном (б) восстановлении.

Предполагается, что при замене работающего элемента на резервный перерыва в работе системы не происходит, поэтому отказ системы наступает при одновременной неработоспособности основного и всех резервных элементов (состояние $k+1$).

Рассмотрим случай ненагруженного резерва с абсолютно надежным переключателем и одной ремонтной бригадой, обслуживающей систему (ограниченное восстановление). По предположению, элементы в ненагруженном резерве имеют интенсивность отказов $\lambda=0$. Если число неработоспособных элементов оказывается больше одного, то существует очередь на ремонт.

Схема состояний системы представлена на рис. 5-2, а. Система дифференциальных уравнений имеет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} P'_0(t) &= -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t); \\ &\vdots \\ P'_j(t) &= \lambda P_{j-1}(t) - (\lambda + \mu) P_j(t) + \mu P_{j+1}(t); \\ &\quad j = 1, \dots, k \\ &\vdots \\ P'_{k+1}(t) &= \lambda P_k(t) - \mu P_{k+1}(t). \end{aligned} \right\} (5-16)$$

При $t \rightarrow \infty$ система (5-16) переходит в систему алгебраических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} -\lambda P_0 + \mu P_1 &= 0; \\ &\vdots \\ \lambda P_{j-1} - (\lambda + \mu) P_j + \mu P_{j+1} &= 0; \\ &\vdots \\ \lambda P_k - \mu P_{k+1} &= 0. \end{aligned} \right\} (5-17)$$

Для решения системы (5-17) необходимо добавить уравнение

$$\sum_{j=0}^{k+1} P_j = 1. \quad (5-18)$$

В результате решения системы (5-17) совместно с уравнением (5-18) получим установившиеся значения коэффициентов простоя и готовности:

$$\left. \begin{aligned} K_{\Pi} = P_{k+1} &= \frac{1}{\sum_{j=0}^{k+1} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^j}; \\ K_{\Gamma} = 1 - P_{k+1} &= 1 - \frac{1}{\sum_{j=0}^{k+1} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^j}. \end{aligned} \right\} (5-19)$$

Если та же система, состоящая из $k+1$ элементов, обслуживается $(k+1)$ ремонтными бригадами (неограниченное восстановление), то очередь на ремонт отсутствует. Схема состояний для ненагруженного резерва и неограниченного восстановления представлена на рис. 5-2, б. В результате решения системы уравнений при $P'_j(t) = 0$ получим:

$$\left. \begin{aligned} K_n = P_{k+1} &= \frac{1}{\sum_{j=0}^{k+1} \frac{(k+1)!}{j!} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^{k+1-j}}; \\ K_r &= 1 - P_{k+1}. \end{aligned} \right\} \quad (5-20)$$

Схемы состояний для системы, состоящей из одного основного и k элементов, в нагруженном резерве представлены — на рис. 5-3, а — для ограниченного восстановления и б — для неограниченного.

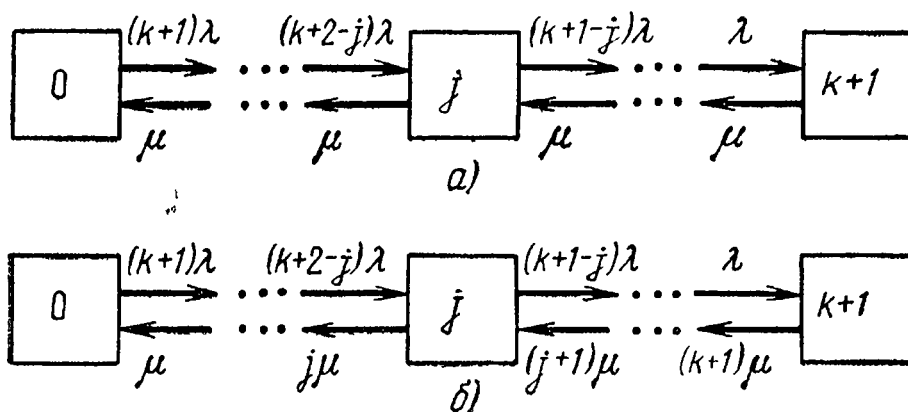


Рис. 5-3. Схема состояний системы, состоящей из основного и k элементов в нагруженном резерве при ограниченном (а) и неограниченном (б) восстановлении.

Рассуждая аналогично, получим:
для ограниченного восстановления

$$K_n = \frac{1}{\sum_{j=0}^{k+1} \frac{1}{j!} \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^j}; \quad K_r = 1 - K_n; \quad (5-21)$$

для неограниченного восстановления

$$\begin{aligned}
 K_{\Pi} &= \left(\frac{\lambda}{\mu + \lambda} \right)^{k+1}; \\
 K_{\Gamma} &= 1 - \left(\frac{\lambda}{\mu + \lambda} \right)^{k+1} = \sum_{j=0}^k \left\{ C_{k+1}^{k+1-j} \times \right. \\
 &\quad \left. \times \left(\frac{\mu}{\mu + \lambda} \right)^{k+1-j} \left(\frac{\lambda}{\mu + \lambda} \right)^j \right\}. \quad (5-22)
 \end{aligned}$$

Выражение (5-22) представляет собой вероятность случайного исхода, имеющего биномиальное распределение. Это объясняется независимостью отказов и восстановлений элементов.

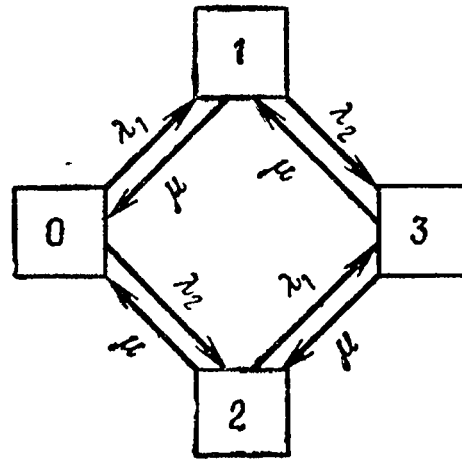


Рис. 5-4. Схема состояний системы, состоящей из двух элементов с разными интенсивностями отказов.

Если изделие состоит из одного основного и k резервных элементов в нагруженном резерве с разными интенсивностями отказов, то число возможных состояний равно 2^{k+1} и схема состояний имеет разветвленный вид. На рис. 5-4 представлена схема состояний для двух элементов с различными интенсивностями отказов и неограниченным восстановлением.

В этом случае

$$K_{\Gamma}(t) = 1 - P_3(t); \quad K_{\Pi}(t) = P_3(t).$$

При $t \rightarrow \infty$ $K_{\Pi} = P_3$, $K_{\Gamma} = 1 - P_3$.

Рассмотрим резервированные системы, для которых отказы недопустимы, но ремонт отказавшего элемента производится во время выполнения задачи. Если система состоит из основного элемента и k элементов в нагруженном резерве, то для случая ограниченного восстановления схема состояний представлена на рис. 5-5. При попадании системы в состояние $(k+1)$ происходит отказ системы, который недопустим и приводит к невыполнению поставленной задачи.

Вероятность безотказной работы системы

$$\tilde{P}(t_i) = \sum_{j=0}^k P_j(t_i) \quad (5-23)$$

найдена в предположении, что при $t=0$ в системе нет неисправных элементов, т. е.

$$P_0(0) = 1; P_1(0) = \dots P_{k+1}(0) = 0.$$

Вероятность отказа системы в течение времени выполнения задачи также является условной вероятностью и соответственно равна:

$$\tilde{Q}(t_i) = P_{k+1}(t_i). \quad (5-24)$$

Важным показателем является средняя наработка до отказа

$$m_t = \int_0^{\infty} \tilde{P}(t) dt = \int_0^{\infty} \sum_{j=1}^k P_j(t) dt. \quad (5-25)$$

Примеры резервированных систем, отказы которых во время функционирования недопустимы: система управления выведением на орбиту космического аппарата, радиолокационная станция, обеспечивающая посадку самолета и т. п. Конструктивное исполнение таких систем позволяет производить ремонт непосредственно во время применения.

При решении системы уравнений, составленных по схеме состояний рис. 5-5 с помощью преобразований Лапласа, целесообразно использовать правило, облегчающее расчет.

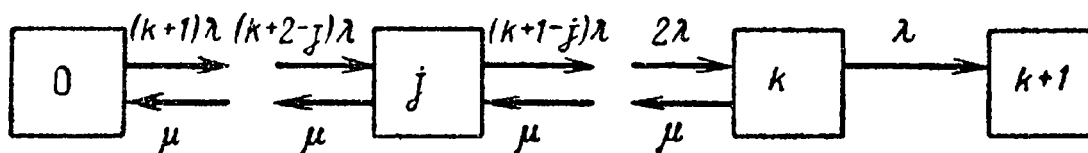


Рис. 5-5. Схема состояний системы, состоящей из основного и k элементов в нагруженном резерве. Состояние $(k+1)$ является поглощающим.

Для определения средней наработки до отказа достаточно найти преобразование Лапласа вероятности безотказной работы $P^0(s)$ и подставить в него $s=0$.

5-2. РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ПРИМЕРОВ

Пример 5-1. Усилитель содержит рабочий блок и один блок в нагруженном резерве. Блоки равнонадежны, имеют показательные распределения времени безотказ-

ной работы при интенсивности отказов $\lambda = 2 \cdot 10^{-2}$ 1/ч, а время восстановления имеет распределение Вейбулла с функцией распределения

$$G(\tau) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\tau}{c}\right)^\beta\right], \text{ где } \beta = 2, c = 0,79 \text{ ч.}$$

Требуется определить наработку на отказ усилителя и вероятность безотказной работы усилителя в течение (0; 100) ч.

Решение. Нарботка на отказ усилителя \tilde{m}_{ty} может быть определена по выражению (5-4) с предварительным вычислением значений m_t и m_τ каждого блока.

В соответствии с заданными законами распределения получим:

$$m_t = \frac{1}{\lambda};$$

$$m_\tau = \int_0^\infty \exp\left[-\left(\frac{\tau}{c}\right)^\beta\right] d\tau = c\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right),$$

где Γ — обозначает гамма-функцию.

Подставив числовые значения, получим:

$$m_t = 50 \text{ ч; } m_\tau \approx 0,7 \text{ ч.}$$

Используя выражение (5-4), имеем:

$$\tilde{m}_{ty} = \frac{0,7}{2} \left[\left(1 + \frac{50}{0,7}\right)^2 - 1 \right] = 1800 \text{ ч.}$$

Проверяем выполнение условия (5-5):

$$\left(1 + \frac{50}{0,7}\right)^2 = 5200 \gg 1.$$

Условие выполняется, поэтому закон распределения наработки до отказа усилителя можно считать близким к показательному и производить вычисления по формуле (5-6).

Следовательно,

$$\tilde{P}_y(100) \approx \exp\left[-\frac{100}{1800}\right] = 0,94.$$

Пример 5-2. Восстанавливаемая система с показательными распределениями времени безотказной работы и времени восстановления имеет коэффициент готовности $K_r = 0,95$.

Вычислить вероятность безотказной работы системы в течение наработки $(0,10)$ ч, если среднее время восстановления $m_r = 5$ ч.

Решение. Из соотношения

$$K_r = \frac{m_t}{m_t + m_r} = 0,95$$

находим значение наработки на отказ $m_t = 95$ ч.

Вероятность безотказной работы в течение 10 ч

$$\tilde{P}(10) = \exp\left[-\frac{10}{95}\right] \approx 0,9.$$

Пример 5-3. В случае отказа непрерывно функционирующей передающей радиостанции она некоторое время находится в нерабочем состоянии — ремонтируется. После окончания ремонта немедленно начинает работать. Интенсивность отказов радиостанции $\lambda = 0,001$ 1/ч и интенсивность восстановления $\mu = 0,1$ 1/ч. Определить вероятности появления возможных состояний станции в моменты времени $t_1 = 5$ ч и $t_2 = 30$ ч. Рассмотреть два случая: 1) станция в момент начала функционирования ($t = 0$) работоспособна; 2) при $t = 0$ станция неработоспособна.

Решение. Станция может находиться в двух состояниях: работоспособном и неработоспособном. Для определения вероятностей этих состояний воспользуемся выражениями (5-9) и (5-10). Результаты решения целесообразно оформить в виде табл. 5.1. Индексы «р» и «н»

Таблица 5.1

Используемые показатели	Наработка, ч		
	0	5	30
$K_{г.р}(t)$	1	0,996	0,905
$K_{п.р}(t)$	0	0,004	0,095
$K_{г.н}(t)$	0	0,986	0,990
$K_{п.н}(t)$	1	0,014	0,010

указывают на то, то в момент начала функционирования станция была работоспособна или неработоспособна.

Пример 5-4. Для условий примера 5-3 определить среднее значение коэффициента готовности в течение наработок (0,5 ч) и (0,30 ч) для случая, когда в момент начала функционирования станция работоспособна.

Решение: Среднее значение функции готовности вычисляется по формуле

$$\bar{K}_r(t_i) = \frac{1}{t_i} \int_0^{t_i} K_r(t) dt.$$

Подставив выражение для $K_r(t)$ согласно (5-9) и проведя интегрирование, получим:

$$\bar{K}_r(t_i) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{(\lambda + \mu)^2 t_i} \{1 - \exp[-(\lambda + \mu)t_i]\}.$$

Для заданных числовых значений

$$\bar{K}_r(5) = 0,991; \bar{K}_r(30) = 0,99.$$

Пример 5-5. Для приемного устройства наземной радиостанции справедливо показательное распределение времени безотказной работы с параметром λ . Функция распределения времени восстановления имеет вид:

$$G(\tau) = 1 - \exp[-\mu\tau](1 + \mu\tau),$$

где μ — интенсивность восстановления.

Требуется определить вероятность нахождения приемного устройства в работоспособном состоянии в момент времени t_i .

Решение. Для определения вероятности нахождения приемного устройства в работоспособном состоянии в момент времени t_i воспользуемся методом интегральных уравнений. Используя выражение (5-13), можно записать значение этой вероятности в преобразованиях Лапласа для заданного закона распределения времени восстановления:

$$\begin{aligned} P_0^\circ(s) &= \frac{1}{\lambda + s \left[1 - \lambda \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s + \mu} - \frac{\mu}{(s + \mu)^2} \right) \right]} = \\ &= \frac{s^2 + 2\mu s + \mu^2}{s [s^2 + (2\mu + \lambda)s + \mu^2 + 2\lambda\mu]}. \end{aligned}$$

Полученное выражение может быть представлено в виде

$$P_0^\circ(s) = \frac{s^2 + gs + d}{s(s-a)(s-b)},$$

$$\text{где } g = 2\mu; d = \mu^2; a, b = \frac{1}{2} \left[-2\mu - \right. \\ \left. - \lambda \pm \sqrt{(2\mu + \lambda)^2 - 4(\mu^2 + 2\lambda\mu)} \right].$$

Пользуясь таблицей преобразований Лапласа, производим обратное преобразование и находим:

$$K_r(t_i) = P_0(t_i) = A \exp[at_i] + B \exp[bt_i] + K,$$

где

$$A = \frac{a^2 + ga + d}{a(a-b)}; \quad B = \frac{b^2 + gb + d}{b(b-a)};$$

$$K = \frac{d}{ab}.$$

Для получения численных результатов целесообразно использовать цифровую ЭВМ.

Пример 5-6. Определить величину ошибки ΔK_r при вычислении вероятности нахождения восстанавливаемой системы в работоспособном состоянии в момент времени, равный наработке на отказ, по формуле для коэффициента готовности (5-11)

$$K_r = \frac{\mu}{\mu + \lambda} = \frac{m_t}{m_t + m_\tau},$$

если оказалось, что $K_r = 0,6$.

Предполагается показательное распределение времен безотказной работы и восстановления; при $t=0$ система работоспособна.

Решение. Положив в (5-9) время $t=m_t$ и учитывая (5-11), получим после преобразований соотношение между функцией готовности — вероятностью нахождения системы в работоспособном состоянии в момент времени $t=m_t$ и коэффициентом готовности K_r :

$$K_r(m_t) = K_r + (1 - K_r) \exp\left[-\frac{1}{1 - K_r}\right].$$

Ошибка при использовании коэффициента готовности для оценки вероятности нахождения в работоспособном состоянии в момент времени $t = m_t$

$$\begin{aligned} \Delta K_r &= K_r(m_t) - K_r = (1 - K_r) \exp\left[-\frac{1}{1 - K_r}\right] = \\ &= (1 - 0,6) \exp\left(-\frac{1}{1 - 0,6}\right) = 0,4 \cdot 0,082 \approx 0,033. \end{aligned}$$

Пример 5-7. Восстанавливаемая система с показательными распределениями времени безотказной работы и времени восстановления имеет коэффициент готовности $K_r = 0,9$.

Определить вероятность $K_r(t)$ нахождения системы в работоспособном состоянии в момент времени $t_1 = 50$ ч, если наработка на отказ $m_t = 500$ ч.

Решение. Из формулы (5-9) после преобразований получим:

$$K_r(t) = K_r + (1 - K_r) \exp\left[-\frac{t}{K_r m_t}\right].$$

Значение среднего времени восстановления m_τ определим из соотношения

$$K_r = \frac{m_t}{m_t + m_\tau} = \frac{500}{500 + m_\tau} = 0,9,$$

откуда $m_\tau = 55$ ч.

Для $t_1 = 50$ ч

$$\begin{aligned} K_r(50) &= 0,9 + (1 - 0,9) \exp\left[-\frac{50}{0,9 \cdot 55}\right] = \\ &= 0,9 + 0,1 \cdot 0,37 = 0,94. \end{aligned}$$

Пример 5-8. Для питания радиостанции используется электроагрегат с двумя генераторами, каждый из которых обладает производительностью, достаточной для нормальной работы; эти генераторы работают пооче-

редно. При отказе работающего генератора (или соответствующих устройств регулирования и коммутации) в работу включается резервный генератор, а отказавший отключается и ремонтируется. Отказ электроагрегата состоит в прекращении питания радиостанции.

Конструкция электроагрегата допускает одновременный ремонт обоих генераторов, имеется нужное число ремонтников.

Вычислить коэффициент готовности электроагрегата, если наработка на отказ m_t генератора в 5 раз больше среднего времени устранения отказа m_r . Предположить показательное распределение времени безотказной работы и времени восстановления.

Решение. Электроагрегат может находиться в одном из трех состояний, которые обозначим цифрами:

0 — электроагрегат работоспособен, оба генератора работоспособны.

1 — электроагрегат работоспособен, но один из генераторов отказал и находится в ремонте.

2 — электроагрегат неработоспособен, оба генератора ремонтируются.

Обозначим вероятности указанных состояний в момент времени t через $P_0(t)$, $P_1(t)$, $P_2(t)$. Эти вероятности при $t \rightarrow \infty$ имеют пределы P_0 , P_1 , P_2 .

Поскольку для рассматриваемого электроагрегата переход из состояния 0 в состояние 1 не нарушает его работоспособности,

$$K_r = P_0 + P_1.$$

Составим схему состояний (рис. 5-6, а) и соответствующую этой схеме систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} P'_0(t) &= -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t); \\ P'_1(t) &= \lambda P_0(t) - (\lambda + \mu) P_1(t) + 2\mu P_2(t); \\ P'_2(t) &= \lambda P_1(t) - 2\mu P_2(t). \end{aligned} \right\}$$

Для определения установившихся значений P_0 и P_1 положим все производные равными нулю. Учитывая, что $P_0(t) + P_1(t) + P_2(t) = 1$, получаем:

$$\left. \begin{aligned} -\lambda P_0 + \mu P_1 &= 0; \\ \lambda P_0 - (\lambda + \mu) P_1 + 2\mu P_2 &= 0; \\ P_0 + P_1 + P_2 &= 1. \end{aligned} \right\}$$

Обозначив

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{m_r}{m_t},$$

получим в результате решения системы алгебраических уравнений:

$$P_0 = \frac{2}{1 + (1 + \rho)^2}; \quad P_1 = \frac{2\rho}{1 + (1 + \rho)^2}.$$

Соответственно

$$K_r = P_0 + P_1 = \frac{1(1 + \rho)}{1 + (1 + \rho)^2}.$$

При $\rho = 0,2$ получим $K_r = 0,98$.

На рис. 5-б, б приведена зависимость K_r от ρ для условий рассмотренного примера.

Пример 5-9. Преобразователь «параметр — код» состоит из рабочего блока и блока в ненагруженном резерве.

Распределения времен между отказами и восстановления показательные с параметрами $\lambda = 8 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, $\mu = 0,8$ 1/ч.

Требуется определить значения коэффициентов простоя и во сколько раз уменьшается величина коэффициента простоя преобразователя при применении неограниченного восстановления по сравнению с ограниченным.

Решение. Для определения значений коэффициентов простоя для случаев ограниченного и неограниченного восстановления воспользуемся соответственно выражениями (5-19) и (5-20). Число возможных состояний равно трем.

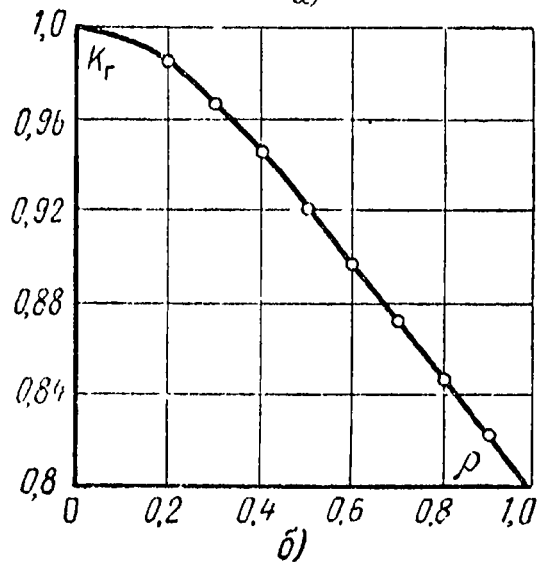
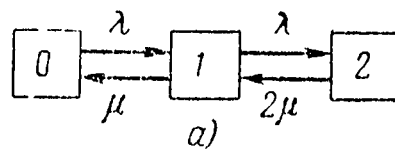


Рис. 5-б. Схема состояний (а) и график коэффициента готовности (б) для примера 5-8.

Для ограниченного восстановления

$$K_{п.о} = \frac{1}{1 + \frac{\mu}{\lambda} + \left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^2} = \frac{\lambda^2}{\mu^2 + \mu\lambda + \lambda^2}.$$

Для неограниченного восстановления

$$K_{п.н} = \frac{1}{2\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^2 + 2\frac{\mu}{\lambda} + 1} = \frac{\lambda^2}{2\mu^2 + 2\mu\lambda + \lambda^2}.$$

Для рассматриваемого примера справедливо соотношение $\mu \gg \lambda$, и полученные выражения могут быть с достаточной для практики точностью определены приближенно:

$$K_{п.о} \approx \frac{\lambda^2}{\mu^2}; \quad K_{п.н} \approx \frac{\lambda^2}{2\mu^2}.$$

При применении неограниченного восстановления по сравнению с ограниченным величина коэффициента простоя уменьшилась в два раза. Значения этих коэффициентов равны:

$$K_{п.о} \approx 10^{-4}; \quad K_{п.н} \approx 0,5 \cdot 10^{-4}.$$

Пример 5-10. Отличие от примера 5-9 состоит в том, что резервный блок находится в нагруженном резерве.

Решение. Для определения значений коэффициентов простоя воспользуемся выражениями (5-21) и (5-22).

Для ограниченного восстановления

$$K_{п.о} = \frac{1}{1 + \frac{\mu}{\lambda} + \frac{1}{2}\left(\frac{\mu}{\lambda}\right)^2} = \frac{2\lambda^2}{\mu^2 + 2\mu\lambda + 2\lambda^2}.$$

Для неограниченного восстановления

$$K_{п.н} = \left(\frac{\lambda}{\mu + \lambda}\right)^2.$$

При $\mu \gg \lambda$ можно записать:

$$K_{п.о} \approx \frac{2\lambda^2}{\mu^2}; \quad K_{п.н} \approx \frac{\lambda^2}{\mu^2}.$$

Выигрыш при применении неограниченного восстановления также получился равным двум.

Значения коэффициентов простоя равны:

$$K_{п.о} \approx 2 \cdot 10^{-4}; K_{п.н} \approx 10^{-4}.$$

Пример 5-11. Сравнить результаты, полученные в примерах 5-9 и 5-10. Определить наилучший и наихудший случаи с точки зрения надежности преобразователя.

Решение. Значения коэффициентов простоя преобразователя для рассмотренных четырех случаев сведены в табл. 5-2.

Т а б л и ц а 5-2

Вид восстановления	Коэффициенты простоя	
	Нагруженный резерв	Ненагруженный резерв
Ограниченное	$2 \cdot 10^{-4}$	10^{-4}
Неограниченное	10^{-4}	$0,5 \cdot 10^{-4}$

Наименьшее значение коэффициента простоя преобразователя $K_{п} = 0,5 \cdot 10^{-4}$ получается в случае применения неограниченного восстановления и при ненагруженном резерве, наибольшее $K_{п} = 2 \cdot 10^{-4}$ — при ограниченном восстановлении и нагруженном резерве. Качественно этот результат очевиден без вычислений.

Значения коэффициентов простоя для случаев нагруженного резерва при неограниченном восстановлении и ненагруженного резерва при ограниченном восстановлении оказались одинаковыми. Это равенство приближенно справедливо при выполнении условия $\mu \gg \lambda$. Если это условие не выполняется, то, как показывает анализ выражений (5-19) и (5-22), меньшее значение получается при ограниченном восстановлении и ненагруженном резерве.

Пример 5-12. Радиоприемное устройство, состоящее из рабочего блока и блока в нагруженном резерве, рассчитано на непрерывную круглосуточную работу. Через три часа после включения это устройство может получить команду на перестройку режима работы. Интенсивности отказов и восстановления каждого блока равны $\lambda = 8 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\mu = 0,2$ 1/ч. Имеются две дежурные ремонтные бригады.

Определить вероятность заставить радиоприемное устройство в неработоспособном состоянии через три часа после включения (значение функции готовности) и значение коэффициента простоя.

Решение. Радиоприемное устройство в любой момент времени может находиться в одном из следующих состояний:

- 0 — оба блока работоспособны;
- 1 — один блок неработоспособен;
- 2 — оба блока неработоспособны.

При нахождении в состояниях 0 и 1 устройство работоспособно, в состоянии 2 — устройство неработоспособно.

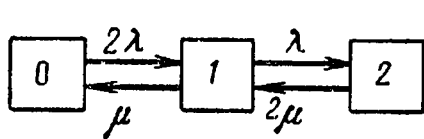


Рис. 5-7. Схема состояний радиоприемного устройства

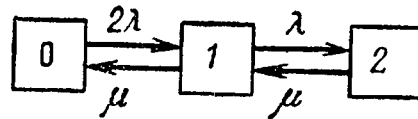


Рис. 5-8. Схема состояний радиостанции.

но. Схема состояний устройства с соответствующими интенсивностями переходов представлена на рис. 5-7. Система дифференциальных уравнений, составленная по этой схеме, имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} P_0'(t) &= -2\lambda P_0(t) + \mu P_1(t); \\ P_1'(t) &= 2\lambda P_0(t) - (\lambda + \mu) P_1(t) + 2\mu P_2(t); \\ P_2'(t) &= \lambda P_1(t) - 2\mu P_2(t). \end{aligned} \right\}$$

Для определения функции готовности устройства решим эту систему при начальных условиях $P_0(0) = 1$; $P_1(0) = P_2(0) = 0$. Переходя к изображениям, получаем систему алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} (s + 2\lambda)P_0^\circ(s) - \mu P_1^\circ(s) &= 1; \\ -2\lambda P_0^\circ(s) + (s + \lambda + \mu)P_1^\circ(s) - 2\mu P_2^\circ(s) &= 0; \\ -\lambda P_1^\circ(s) + (s + 2\mu)P_2^\circ(s) &= 0. \end{aligned}$$

Для получения величин $P_i^\circ(s)$ используем правило Крамера:

$$P_i^\circ(s) = \frac{D_i}{D};$$

где D — определитель, элементами которого являются коэффициенты при $P_0^\circ(s)$, $P_1^\circ(s)$, $P_2^\circ(s)$; D_i — определитель, который образуется из D путем замены i -го столбца коэффициентами правой части системы.

В рассматриваемом случае требуется определить функцию простоя, равную $P_2(t)$. Для этого запишем определители D и D_2 :

$$D = \begin{vmatrix} s + 2\lambda & -\mu & 0 \\ -2\lambda & (s + \lambda + \mu) & -2\mu \\ 0 & -\lambda & (s + 2\mu) \end{vmatrix}; D_2 = \begin{vmatrix} s + 2\lambda & -\mu & 1 \\ -2\lambda & (s + \lambda + \mu) & 0 \\ 0 & -\lambda & 0 \end{vmatrix}.$$

Следовательно,

$$P_2^\circ(s) = \frac{2\lambda^2}{s[s^2 + 3(\lambda + \mu)s + 2\lambda^2 + 4\lambda\mu + 2\mu^2]}.$$

Переходя от изображений к оригиналам, получаем:

$$K_n(t) = P_2(t) = \frac{\lambda^2}{(\lambda + \mu)^2} \{1 - 2 \exp[-(\lambda + \mu)t] + \exp[-2(\lambda + \mu)t]\}.$$

Используя это выражение, определяем коэффициент простоя при $t \rightarrow \infty$:

$$K_n = \frac{\lambda^2}{(\lambda + \mu)^2}.$$

Подставляя числовые значения, получаем:

$$K_n(3) = 2 \cdot 10^{-4}; K_n = 1,5 \cdot 10^{-3}.$$

Пример 5-13. Связная радиостанция включает в себя приемный и передающий блоки, интенсивности отказов которых одинаковы и равны $\lambda = 10^{-2}$ 1/ч. Интенсивность восстановления $\mu = 2$ 1/ч. Станцию обслуживает одна ремонтная бригада. При неработоспособности любого из блоков радиостанция неработоспособна. При этом работоспособный блок не выключается и в нем могут происходить отказы.

Требуется определить значения коэффициентов готовности и простоя радиостанции.

Решение. Связная радиостанция в любой момент времени может находиться в одном из трех состояний:

- 0 — оба блока работоспособны;
- 1 — один блок неработоспособен;
- 2 — оба блока неработоспособны.

Радиостанция работоспособна только в состоянии 0 и неработоспособна в состояниях 1 и 2. Схема состояний с соответствующими интенсивностями переходов представлена на рис. 5-8. Этой схеме соответствует система дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} P_0'(t) &= -2\lambda P_0(t) + \mu P_1(t); \\ P_1'(t) &= 2\lambda P_0(t) - (\lambda + \mu) P_1(t) + \mu P_2(t); \\ P_2'(t) &= \lambda P_1(t) - \mu P_2(t). \end{aligned} \right\}$$

При $t \rightarrow \infty$ переходим к системе алгебраических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} -2\lambda P_0 + \mu P_1 &= 0; \\ 2\lambda P_0 - (\lambda + \mu) P_1 + \mu P_2 &= 0; \\ \lambda P_1 - \mu P_2 &= 0. \end{aligned} \right\}$$

При решении этой системы используем нормировочное условие

$$P_0 + P_1 + P_2 = 1,$$

которое может заменить любое из уравнений системы. В результате решения системы уравнений либо подстановкой, либо по правилу Крамера получим:

$$P_0 = \frac{\mu^2}{\mu^2 + 2\mu\lambda + 2\lambda^2}; \quad P_1 = \frac{2\mu\lambda}{\mu^2 + 2\mu\lambda + 2\lambda^2};$$

$$P_2 = \frac{2\lambda^2}{\mu^2 + 2\mu\lambda + 2\lambda^2}.$$

Коэффициент готовности радиостанции равен:

$$K_r = P_0 = \frac{\mu^2}{\mu^2 + 2\mu\lambda + 2\lambda^2}.$$

Коэффициент простоя

$$K_n = P_1 + P_2 = \frac{2\mu\lambda + 2\lambda^2}{\mu^2 + 2\mu\lambda + 2\lambda^2}.$$

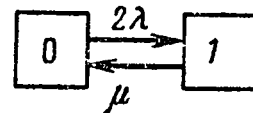
Подставляя числовые значения, получаем:

$$K_n \approx 10^{-2}; \quad K_r = 1 - K_n \approx 0,99.$$

Пример 5-14. Отличие от примера 5-13 заключается в том, что при неработоспособности любого блока второй работоспособный блок выключается и в нем не могут происходить отказы. Сравнить полученные результаты с результатами примера 5-13.

Решение. Число возможных состояний радиостанции равно двум: 0 — работоспособное (оба блока работоспособны) и 1 — неработоспособное (один из блоков неработоспособен). Схема состояний представлена на рис. 5-9. По этой схеме составляется система дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} P_0'(t) &= -2\lambda P_0(t) + \mu P_1(t); \\ P_1'(t) &= 2\lambda P_0(t) - \mu P_1(t). \end{aligned} \right\}$$



При $t \rightarrow \infty$ переходим к системе алгебраических уравнений:

$$\left. \begin{aligned} -2\lambda P_0 + \mu P_1 &= 0; \\ 2\lambda P_0 - \mu P_1 &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Рис. 5-9. Схема состояний радиостанции.

Заменив одно из уравнений нормировочным условием

$$P_0 + P_1 = 1,$$

имеем:

$$\left. \begin{aligned} -2\lambda P_0 + \mu P_1 &= 0; \\ P_0 + P_1 &= 1. \end{aligned} \right\}$$

В результате решения этой системы уравнений получаем:

$$K_r = P_0 = \frac{\mu}{2\lambda + \mu}; \quad K_n = P_1 = \frac{2\lambda}{2\lambda + \mu}.$$

Такой же результат можно получить без составления и решения уравнений, непосредственно по схеме состояний, используя правило, изложенное в § 5-1.

Если идти в направлении стрелок из крайнего состояния 1 в состояние 0 , то интенсивность перехода равна μ , а интенсивность перехода из крайнего состояния 0 в состояние 1 равна 2λ . Таким образом,

$$P_0 = \frac{\mu}{\mu + 2\lambda}; \quad P_1 = \frac{2\lambda}{\mu + 2\lambda}.$$

Подставляя числовые значения, получаем:

$$K_{\Pi} \approx 10^{-2}; \quad K_{\Gamma} = 1 - K_{\Pi} \approx 0,99.$$

Результаты примеров 5-13 и 5-14 совпали. Это объясняется тем, что точность расчетов не позволяет выявить различие между этими двумя случаями. Тем не менее очевидно, что более надежной будет система, у которой при неработоспособности любого блока второй неработоспособный блок выключается. Разница между по-

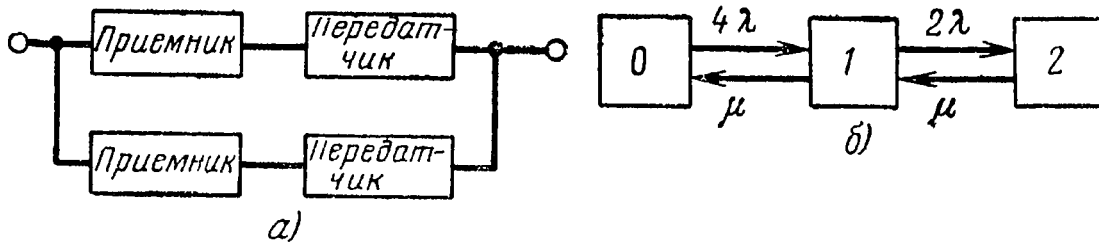


Рис. 5-10. Логическая схема для расчета надежности радиостанции (а) и соответствующая ей схема состояний (б).

казателями надежности для этих двух случаев может быть выявлена при увеличении λ или уменьшении μ .

Пример 5-15. Отличие от примера 5-14 в том, что помимо работающих имеются приемный и передающий блоки в нагруженном резерве. Применено общее активное резервирование радиостанции, переключающее устройство предполагается абсолютно надежным.

Решение. На рис. 5-10, а изображена логическая схема для расчета надежности резервированной радиостанции, на рис. 5-10, б — схема возможных состояний. Станция может находиться в одном из следующих состояний:

- 0 — все блоки работоспособны;
- 1 — неработоспособен любой блок станции и работающий с ним в комплекте (последовательно соединенный с неработоспособным на логической схеме рис. 5-10, а) выключен;
- 2 — неработоспособна вся радиостанция.

Значения коэффициентов простоя и готовности радиостанции равны:

$$K_{\Pi} = P_2; \quad K_{\Gamma} = P_0 + P_1.$$

Для определения P_0 , P_1 , P_2 воспользуемся выражением (5-7). По схеме состояний вычислим произведение пи-

тенсивностей переходов в каждое состояние при переходе в состоянии 0 из состояний 1 и 2 произведение равно μ^2 , в состояние 1 из состояний 0 и 2 равно $4\mu\lambda$, в состояние 2 из состояний 0 и 1 равно $8\lambda^2$. Таким образом,

$$P_2 = \frac{8\lambda^2}{\mu^2 + 4\mu\lambda + 8\lambda^2}; P_1 = \frac{4\mu\lambda}{\mu^2 + 4\mu\lambda + 8\lambda^2};$$

$$P_0 = \frac{\mu^2}{\mu^2 + 4\mu\lambda + 8\lambda^2}.$$

Для случая $\mu \gg \lambda$ можно записать приближенную формулу

$$K_{\text{п}} = P_2 \approx \frac{8\lambda^2}{\mu^2}; K_{\text{р}} = P_0 + P_1 = 1 - P_2 \approx 1 - \frac{8\lambda^2}{\mu^2}.$$

При $\lambda = 10^{-2}$ 1/ч, $\mu = 2$ 1/ч получим:

$$K_{\text{п}} = 2 \cdot 10^{-4}; K_{\text{р}} = 0,9998.$$

Пример 5-16. Отличие от примера 5-15 в том, что приемный резервный блок находится в ненагруженном резерве. Питающие напряжения на этот блок подаются одновременно с началом его использования для приема сигналов.

Решение. Логическая схема для расчета надежности и возможные состояния аналогичны рассмотренным в примере 5-15. Схема состояний (рис. 5-11) отличается от схемы, полученной в примере 5-15 интенсивностью перехода из состояния 0 в состояние 1. Эта интенсивность равна 3λ в силу того, что приемный блок находится в ненагруженном резерве. Следовательно, по схеме состояний определяем произведения интенсивностей переходов в направлении стрелок от крайних состояний в каждое состояние; эти произведения равны:

$6\lambda^2$ — из состояний 0 и 1 в состояние 2,
 μ^2 — из состояний 1 и 2 в состояние 0,
 $3\lambda\mu$ — из состояний 0 и 2 в состояние 1;

$$K_{\text{п}} = P_2 = \frac{6\lambda^2}{\mu^2 + 3\mu\lambda + 6\lambda^2}; K_{\text{р}} = P_0 + P_1 = 1 - P_2.$$

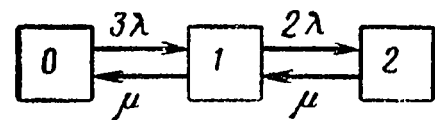


Рис. 5-11. Схема состояний радиостанции при нагруженном резерве передающего блока и ненагруженном резерве приемного блока.

При $\lambda = 10^{-2}$ 1/ч; $\mu = 2$ 1/ч получим:

$$K_{\Pi} \approx \frac{6\lambda^2}{\mu^2} = 1,5 \cdot 10^{-4}; \quad K_{\Gamma} = 0,99985.$$

Пример 5-17. Отличие от примера 5-15 заключается в том, что применено отдельное резервирование блоков.

Решение. На рис. 5-12, а изображена логическая схема для расчета надежности резервированной радиостанции, на рис. 5-12, б — схема возможных состояний.

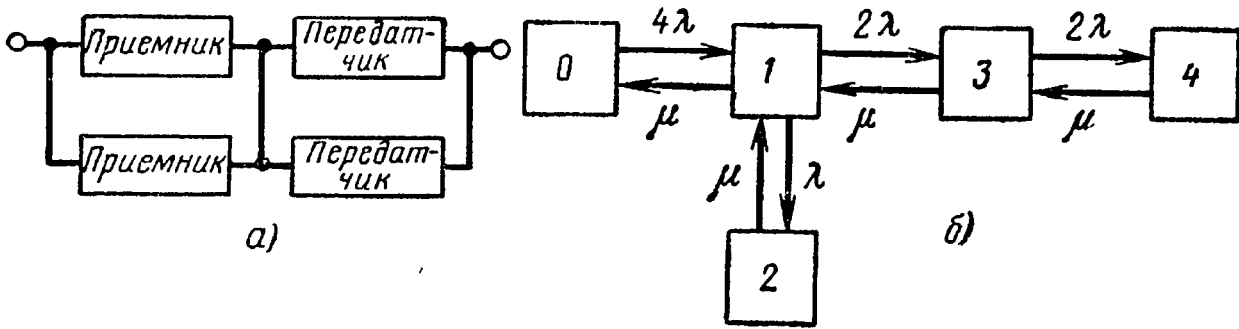


Рис. 5-12. Логическая схема для расчета надежности радиостанции (а) и соответствующая ей схема состояний (б).

Станция может находиться в одном из следующих состояний:

- 0 — все блоки работоспособны;
- 1 — неработоспособен любой из блоков станции;
- 2 — неработоспособен блок станции в одной резервной группе с отказавшим;
- 3 — неработоспособен блок станции из другой резервной группы;
- 4 — неработоспособна вся радиостанция.

Особенностью схемы состояний является то, что при двух неработоспособных блоках радиостанция может находиться либо в работоспособном (3), либо в неработоспособном (2) состоянии в зависимости от того, где возник второй отказ. Таким образом, неработоспособными являются состояния 2 и 4 и коэффициент простоя

$$K_{\Pi} = P_2 + P_4;$$

коэффициент готовности

$$K_{\Gamma} = P_0 + P_1 + P_3 = 1 - K_{\Pi}.$$

Вероятности состояний P_2 и P_4 определяются непосредственно по схеме состояний.

Произведение интенсивностей переходов из крайних состояний 0 и 4 в состояние 2 равно $4\lambda^2\mu^2$; из крайних

состояний 0 и 2 в состояние 4 — $16\lambda^3\mu$, из крайних состояний 2 и 4 в состояние 0 — μ^4 , из крайних состояний 0, 2, 4 в состояние 1 — $4\lambda\mu^3$ и в состояние 3 — $8\lambda^2\mu^2$. При прохождении по одному переходу несколько раз его интенсивность учитывается один раз. Так, например, при

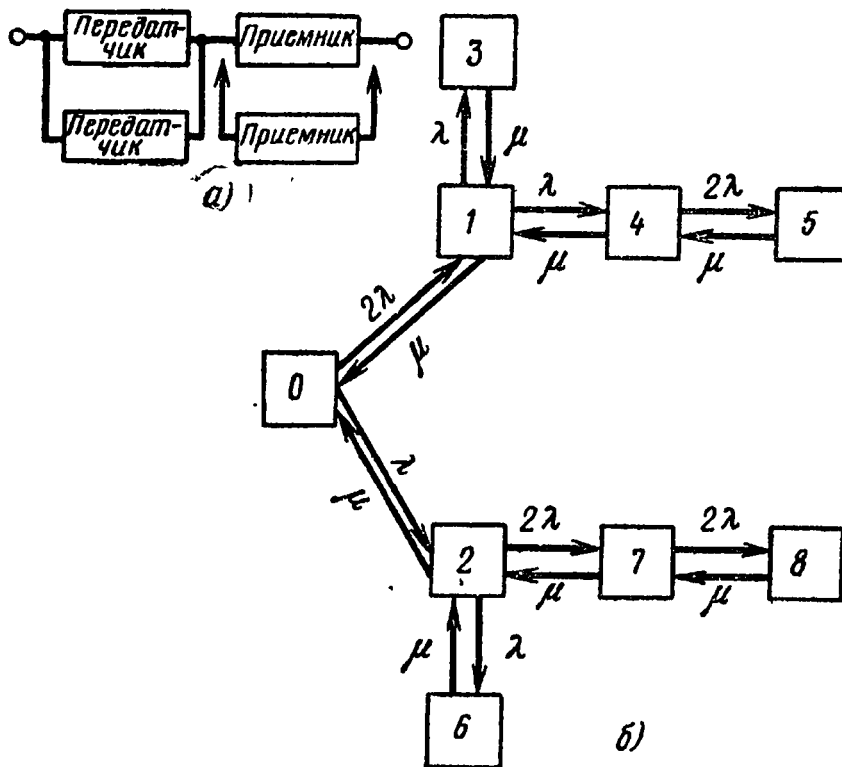


Рис. 5-13. Логическая схема для расчета надежности радиостанции (а) и соответствующая ей схема состояний (б).

движении из состояний 0 и 4 в состояние 2 переход из состояния 1 в состояние 2 учтен один раз:

$$P_2 = \frac{4\lambda^2\mu^2}{\mu^4 + 4\lambda\mu^3 + 4\lambda^2\mu^2 + 8\lambda^2\mu^2 + 16\lambda^3\mu};$$

$$P_4 = \frac{16\lambda^3\mu}{\mu^4 + 4\lambda\mu^3 + 4\lambda^2\mu^2 + 8\lambda^2\mu^2 + 16\lambda^3\mu}.$$

При $\mu \gg \lambda$ $K_n \approx \frac{4\lambda^2}{\mu^2}$; $K_r \approx 1 - \frac{4\lambda^2}{\mu^2}$.

При $\lambda = 10^{-2}$ 1/ч; $\mu = 2$ 1/ч получим:

$$K_n = 10^{-4}; K_r = 0,9999.$$

Пример 5-18. Отличие от примера 5-17 заключается в том, что приемный блок находится в ненагруженном резерве.

Решение. Логическая схема для расчета надежности и схема состояний радиостанции приведены на рис. 5-13, а, б. Схема состояний получена путем следующих рассуждений. Из состояния 0, при котором все блоки работоспособны, станция может перейти либо в состояние 1 (в случае неработоспособности одного из передающих блоков), либо в состояние 2 (в случае неработоспособности рабочего приемного блока). В обоих этих состояниях станция работоспособна. Из состояния 1 возможен переход в состояние 3 в случае неработоспособности второго передающего блока либо в состояние 4 при неработоспособности рабочего приемного блока. При нахождении станции в состоянии 3 оба передающих блока неработоспособны, следовательно, станция неработоспособна. При нахождении станции в состоянии 4 неработоспособны один передающий и один приемный блоки. Второй приемный блок переведен из ненагруженного резерва в рабочее состояние, второй передающий блок работоспособен, и станция работоспособна. Из состояния 4 возможен переход в состояние 5 в случае неработоспособности либо передающего, либо приемного блоков. Состояние 5 — неработоспособное. При нахождении в состоянии 2 резервный блок переведен из ненагруженного резерва в рабочее состояние, оба передающих блока работоспособны. При последующей неработоспособности приемного блока станция переходит в неработоспособное состояние 6, при неработоспособности одного из передающих блоков — в работоспособное состояние 7. Из состояния 7 возможен переход в неработоспособное состояние 8 при неработоспособности либо передающего, либо приемного блока. Все обратные переходы происходят с интенсивностью μ , поскольку станцию обслуживает одна ремонтная бригада, которая в каждый момент времени может ремонтировать только один блок. Таким образом, работоспособными являются состояния 0, 1, 2, 4 и 7, неработоспособными — 3, 5, 6 и 8.

Следовательно, коэффициенты готовности и простоя:

$$K_n = P_3 + P_5 + P_6 + P_8; \quad K_r = P_0 + P_2 + P_4 + P_7.$$

По схеме состояний можно по аналогии с 5-17, используя выражение (5-7), написать выражение для коэффициента простоя.

После преобразований это выражение имеет следующий вид:

$$K_n = \frac{3\lambda^2\mu^6 + 8\lambda^3\mu^5}{\mu^8 + 3\lambda\mu^7 + 7\lambda^2\mu^6 + 8\lambda^3\mu^5}.$$

При $\mu \gg \lambda$ имеем приближенное выражение

$$K_n \approx \frac{3\lambda^2}{\mu^2}.$$

Для $\lambda = 10^{-2}$ 1/ч; $\mu = 2$ 1/ч получим:

$$K_n = 0,7 \cdot 10^{-4}; \quad K_r = 0,99993.$$

Пример 5-19. Произвести сравнение коэффициента простоя резервированной радиостанции при различных способах включения резервных блоков.

Решение. Полученные в результате решения примеров 5-15—5-18 приближенные выражения и значения коэффициентов простоя радиостанции сведены в табл. 5-3.

Т а б л и ц а 5-3

Способы включения резерва	Коэффициенты простоя	
	Выражение	Значение
Отсутствие резерва	$2\lambda/\mu$	10^{-2}
Общий нагруженный резерв	$8\lambda^2/\mu^2$	$2 \cdot 10^{-4}$
Общий резерв: передатчик — в нагруженном резерве, приемник — в ненагруженном	$6\lambda^2/\mu^2$	$1,5 \cdot 10^{-4}$
Общий ненагруженный резерв	$4\lambda^2/\mu^2$	10^{-4}
Раздельный нагруженный резерв	$4\lambda^2/\mu^2$	10^{-4}
Раздельный резерв: передатчик — в нагруженном резерве, приемник — в ненагруженном	$3\lambda^2/\mu^2$	$0,7 \cdot 10^{-4}$
Раздельный ненагруженный резерв	$2\lambda^2/\mu^2$	$0,5 \cdot 10^{-4}$

Коэффициенты простоя в вариантах 4 и 7 определены аналогичными методами.

Из табл. 5-3 видно, что применение резерва различного вида снижает значение коэффициента простоя примерно на два порядка.

Применение отдельного нагруженного резерва по сравнению с общим снижает значение $K_{п}$ в два раза, а применение ненагруженного резерва приемника по сравнению с нагруженным примерно в 1,4 раза как в случае общего, так и в случае отдельного резерва. При

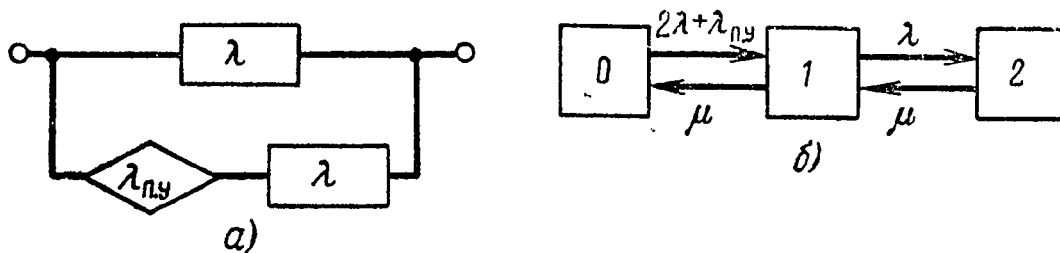


Рис. 5-14. Логическая схема для расчета надежности системы связи (а) и соответствующая ей схема состояний (б).

$\mu \gg \lambda$ применение общего ненагруженного резерва с точки зрения надежности эквивалентно применению отдельного нагруженного резерва.

Наименьшее значение коэффициента простоя получено в случае отдельного ненагруженного резерва.

Применение отдельного ненагруженного резерва снижает $K_{п}$ в два раза по сравнению с отдельным нагруженным и в четыре раза по сравнению с общим нагруженным.

Пример 5-20. Система связи с подвижными объектами имеет нагруженный резерв. Интенсивность отказов основной и резервной подсистем равна λ 1/ч. При отказе основной подсистемы автоматический переключатель ПУ включает резервный комплект. При отказе ПУ (интенсивность отказов $\lambda_{п.у}$ 1/ч) становится невозможным подключение резервной подсистемы на место основной. Систему связи обслуживает одна ремонтная бригада. Интенсивность восстановления равна μ 1/ч. Требуется определить коэффициент простоя системы связи.

Решение. Логическая схема для расчета надежности представлена на рис. 5-14, а. Система связи может находиться в одном из следующих состояний:

0 — все подсистемы работоспособны;

1 — неработоспособна одна из подсистем;

2 — две подсистемы неработоспособны — система неработоспособна.

Схема состояний системы приведена на рис. 5-14, б. Вероятность перехода от состояния 0 в состояние 1 за интервал времени Δt равна $(2\lambda + \lambda_{п.у}) \Delta t$, поскольку отказ может произойти как в основной или в резервной подсистеме, так и в ПУ. Если отказ произошел в основной подсистеме, то ПУ выполняет переключение и выключается на время ремонта отказавшей подсистемы. Если отказ произошел в резервной подсистеме, то ПУ выключается на время ее ремонта, а если в ПУ, то на время ремонта ПУ выключается резервная подсистема. Предполагается, что интенсивность отказов в выключенном состоянии равна нулю. Поэтому вероятность перехода из состояния 1 в состояние 2 за интервал времени Δt равна $\lambda \Delta t$. Вероятности переходов из состояния 1 и состояние 0 и из состояния 2 в 1 одинаковы и равны $\mu \Delta t$. Разница заключается в том, что в первом случае очередь на восстановление отсутствует, а во втором один блок находится в очереди. Система работоспособна при нахождении в состоянии 0 и 1, состояние 2 является неработоспособным.

Коэффициент простоя системы определяется как вероятность нахождения системы в состоянии 2 и может быть получен непосредственно из схемы состояний по аналогии с примером 5-15:

$$K_{п} = P_2 = \frac{(2\lambda + \lambda_{п.у}) \lambda}{\mu^2 + (2\lambda + \lambda_{п.у}) \mu + (2\lambda + \lambda_{п.у}) \lambda} .$$

При $\mu \gg \lambda$

$$K_{п} \approx \frac{(2\lambda + \lambda_{п.у}) \lambda}{\mu^2} .$$

Если резервная подсистема и ПУ не выключаются на время ремонта, то число возможных состояний системы и значение коэффициента простоя увеличиваются.

Пример 5-21. Станция радиорелейной связи включает два работающих приемопередающих блока и один блок в ненагруженном резерве. Нарботка на отказ каждого работающего блока $m_t = 200$ ч; среднее время восстановления одного блока $m_{\tau} = 2$ ч. Станцию обслуживает одна ремонтная бригада. При неработоспособно-

сти двух блоков станции третий блок выключается и в нем не могут происходить отказы. Требуется определить коэффициент простоя станции.

Решение. Возможны следующие состояния станции радиорелейной связи:

- 0 — все блоки работоспособны;
- 1 — неработоспособен один блок;
- 2 — неработоспособны два блока.

При неработоспособности одного блока блок из ненагруженного резерва переводится в рабочее состояние. Работоспособными являются состояния 0 и 1, неработоспо-

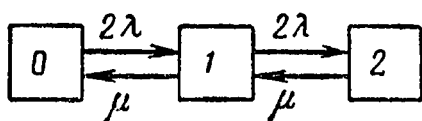


Рис. 5-15. Схема состояний станции радиорелейной связи.

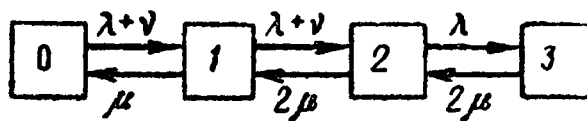


Рис. 5-16. Схема состояний системы питания.

собным — состояние 2. Вероятность нахождения станции в неработоспособном состоянии определяется по схеме состояний (рис. 5-15) по аналогии с примером 5-15 и может быть записана в виде

$$K_n = P_2 = \frac{4\lambda^2}{\mu^2 + 2\mu\lambda + 4\lambda^2}.$$

При $\mu \gg \lambda$ получаем приближенное выражение:

$$K_n \approx \frac{4\lambda^2}{\mu^2}.$$

Так как при показательном распределении времени безотказной работы и времени восстановления

$$\lambda = \frac{1}{m_t} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч}; \quad \mu = \frac{1}{m_r} = 0,5 \text{ 1/ч},$$

где

$$K_n = \frac{4 \cdot 0,5^2}{0,5^2} \cdot 10^{-4} = 4 \cdot 10^{-4}.$$

Пример 5-22. Система питания состоит из рабочего блока и двух резервных — в облегченном и ненагруженном резерве. Систему обслуживают две ремонтные бригады. Интенсивности отказов рабочего блока $\lambda = 10^{-2}$ 1/ч, блока в облегченном резерве $\nu = 10^{-3}$ 1/ч.

Интенсивность восстановления каждой ремонтной бригадой $\mu=0,1$ 1/ч. Система предназначена для круглосуточной работы. При выходе из строя рабочего комплекта на его место становится комплект из облегченного резерва, а комплект ненагруженного резерва переводится в облегченный. При выходе из строя комплекта в облегченном резерве ненагруженный резерв также переходит в облегченный. Определить коэффициент простоя системы питания.

Решение. Система питания в любой момент времени может находиться в одном из следующих состояний:

- 0 — все блоки работоспособны;
- 1 — один блок неработоспособен;
- 2 — два блока неработоспособны;
- 3 — три блока неработоспособны.

При нахождении системы в состоянии 1 ненагруженный резерв переведен в облегченный, одна ремонтная бригада ремонтирует неработоспособный блок.

При нахождении системы в состоянии 2 работоспособен только рабочий блок. Две бригады ремонтируют два неработоспособных блока.

При нахождении системы в состоянии 3, которое является неработоспособным, две бригады ремонтируют два блока, а третий блок ждет очереди на обслуживание.

По схеме состояний рис. 5-16 по аналогии с примером 5-15 можно написать выражение для коэффициента простоя, который определяется вероятностью нахождения системы питания в состоянии 3:

$$K_n = P_3 = \frac{\lambda (\lambda + \nu)^2}{4\mu^3 + 4\mu^2 (\lambda + \nu) + 2\mu (\lambda + \nu)^2 + \lambda (\lambda + \nu)^2};$$

$$K_n \approx \frac{\lambda (\lambda + \nu)^2}{4\mu^3}.$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$K_n = 3 \cdot 10^{-4}.$$

Пример 5-23. Радиолокационная станция сопровождения содержит рабочий блок и блок в нагруженном резерве. Интенсивности отказов и восстановлений каждого блока равны соответственно λ и μ . Время сопровождения в среднем составляет величину t_c . При одновременной неработоспособности обоих блоков сопровож-

даемая цель теряется и происходит отказ станции. При переходе на резервный блок потери цели не происходит.

Требуется определить вероятность непрерывной безотказной работы в течение наработки $(0, t_c)$ или, иначе, вероятность непопадания в поглощающее состояние на этом интервале и среднюю наработку до отказа станции.

Решение. Радиолокационная станция сопровождения в любой момент времени может находиться в одном из следующих состояний:

- 0 — оба блока работоспособны;
- 1 — один блок неработоспособен;
- 2 — оба блока неработоспособны.

Схема состояний представлена на рис. 5-17. Работоспособными являются состояния 0 и 1, неработоспособ-

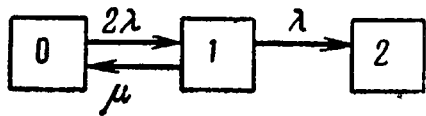


Рис. 5-17. Схема состояний радиолокационной станции сопровождения.

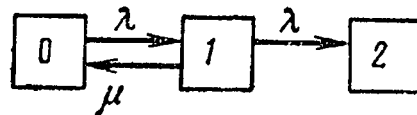


Рис. 5-18. Схема состояний вычислительного устройства.

ным — 2. Следовательно, вероятность непопадания в поглощающее состояние за время t_c определяется как

$$\tilde{P}(t_c) = P_0(t_c) + P_1(t_c) = 1 - P_2(t_c).$$

Для определения вероятности $\tilde{P}(t_c)$ по схеме состояний составим систему дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} P_0'(t) &= -2\lambda P_0(t) + \mu P_1(t); \\ P_1'(t) &= 2\lambda P_0(t) - (\lambda + \mu) P_1(t); \\ P_2'(t) &= \lambda P_1(t). \end{aligned} \right\}$$

При помощи преобразования Лапласа получаем систему алгебраических уравнений относительно изображений при $P_0(0) = 1; P_1(0) = P_2(0) = 0$:

$$\left. \begin{aligned} (s + 2\lambda) P_0^\circ(s) - \mu P_1^\circ(s) &= 1; \\ -2\lambda P_0^\circ(s) + (s + \lambda + \mu) P_1^\circ(s) &= 0; \\ -\lambda P_1^\circ(s) + s P_2^\circ(s) &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Путем решения этой системы либо подстановкой, либо по правилу Крамера получим:

$$P_2^{\circ}(s) = \frac{2\lambda^2}{s(s-s_1)(s-s_2)}.$$

Раскладывая $P_2^{\circ}(s)$ на элементарные дроби и производя обратное преобразование Лапласа, определяем вероятность попадания в поглощающее состояние за время $(0, t_c)$:

$$P_2(t_c) = 1 - \frac{s_1 \exp [s_2 t_c] - s_2 \exp [s_1 t_c]}{s_1 - s_2},$$

где обозначено

$$s_{1,2} = 0,5 \left[-3\lambda - \mu \pm \sqrt{(\mu + 3\lambda)^2 - 8\lambda^2} \right].$$

Следовательно, вероятность непрерывной безотказной работы радиолокационной станции в течение наработки $(0; t_c)$ равна:

$$\tilde{P}(t_c) = \frac{s_1 \exp [s_2 t_c] - s_2 \exp [s_1 t_c]}{s_1 - s_2}.$$

Для определения средней наработки до отказа станции запишем преобразование Лапласа для вероятности безотказной работы $P^{\circ}(s)$ и подставим в него $s=0$:

$$P^{\circ}(s) = P_0^{\circ}(s) + P_1^{\circ}(s) = \frac{s + 3\lambda + \mu}{s^2 + (3\lambda + \mu)s + 2\lambda^2};$$

$$m_t = P^{\circ}(s)|_{s=0} = \frac{3\lambda + \mu}{2\lambda^2}.$$

Пример 5-24. Вычислительное устройство состоит из рабочего блока и блока в ненагруженном резерве. Интенсивности отказов и восстановлений каждого блока равны $\lambda = 2 \cdot 10^{-2}$ 1/ч; $\mu = 2$ 1/ч. При одновременной неисправности обоих блоков устройство неработоспособно.

Определить среднюю наработку до отказа устройства.

Решение. Возможные состояния вычислительного устройства аналогичны рассмотренным в примере 5-23. Схема состояний устройства (рис. 5-18) отличается от схемы, полученной в примере 5-23, интенсивностью перехода из состояния 0 в состояние 1. Это отличие объясняется разными видами резерва.

Для определения среднего времени до попадания в поглощающее состояние 2 сначала необходимо определить вероятность непрерывной безотказной работы в течение наработки $(0, t)$. Система дифференциальных уравнений, полученная по схеме состояний, имеет следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} P_0'(t) &= -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t); \\ P_1'(t) &= \lambda P_0(t) - (\lambda + \mu) P_1(t); \\ P_2'(t) &= \lambda P_1(t). \end{aligned} \right\}$$

Начальные условия:

$$P_0(0) = 1; \quad P_1(0) = P_2(0) = 0.$$

Решая систему уравнений, получаем выражения для вероятности $P_2(t)$ попадания за время $(0, t)$ в поглощающее состояние и для вероятности $\tilde{P}(t)$ безотказной непрерывной работы за это время:

$$P_2(t) = 1 - \frac{s_1 \exp[s_2 t] - s_2 \exp[s_1 t]}{s_1 - s_2};$$

$$\tilde{P}(t) = \frac{s_1 \exp[s_2 t] - s_2 \exp[s_1 t]}{s_1 - s_2},$$

где обозначено

$$s_{1,2} = 0,5 \left[-(2\lambda + \mu) \pm \sqrt{(2\lambda + \mu)^2 - 4\lambda^2} \right].$$

Средняя наработка до отказа

$$m_t = \int_0^{\infty} \tilde{P}(t) dt = -\frac{s_1 + s_2}{s_1 s_2} = \frac{1}{\lambda} \left(2 + \frac{\mu}{\lambda} \right).$$

Подставляя числовые значения, получаем $m_t = 5100$ ч.

Пример 5-25. Связное радиоприемное устройство содержит один основной радиоприемник и два радиоприемника в ненагруженном резерве. Интенсивность отказов и восстановлений каждого радиоприемника $\lambda = 10^{-3}$ 1/ч; $\mu = 2$ 1/ч, устройство обслуживается двумя ремонтными бригадами. Требуется определить вероятность непрерывной безотказной работы радиоприемного устройства в течение наработки $(0, t_i)$.

Решение. Радиоприемное устройство в любой момент времени может находиться в одном из следующих состояний:

- 0 — три приемника работоспособны;
- 1 — один приемник неработоспособен;
- 2 — два приемника неработоспособны;
- 3 — три приемника неработоспособны.

Вероятность непрерывной безотказной работы радиоприемного устройства равна:

$$\tilde{P}(t_i) = P_0(t_i) + P_1(t_i) + P_2(t_i) = 1 - P_3(t_i).$$

Для определения этих вероятностей составим систему дифференциальных уравнений аналогично примеру 5-24:

$$\left. \begin{aligned} P_0'(t) &= -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t); \\ P_1'(t) &= \lambda P_0(t) - (\lambda + \mu) P_1(t) + 2\mu P_2(t); \\ P_2'(t) &= \lambda P_1(t) - (\lambda + 2\mu) P_2(t); \\ P_3'(t) &= \lambda P_2(t). \end{aligned} \right\}$$

Начальные условия:

$$P_0(0) = 1; \quad P_1(0) = P_2(0) = P_3(0) = 0.$$

Получение решения в общем виде представляет собой значительные трудности, связанные с громоздкостью расчетов. Поэтому целесообразно производить решение этой системы уравнений для конкретных исходных данных на ЭВМ.

5-3. ЗАДАЧИ

5-1. Параметр потока отказов восстанавливаемой системы $\omega = 10^{-2}$ 1/ч, среднее время восстановления $m_v = 50$ ч. Вычислить вероятность застать систему в работоспособном состоянии в момент времени $t = 20$ ч.

О т в е т: $K_r(t) = 0,85$.

5-2. Нарботка на отказ восстанавливаемого объекта $m_t = 100$ ч, интенсивность восстановления $\mu = 0,1$ 1/ч. Вычислить функцию готовности.

О т в е т: $K_r(t) = 0,91 + 0,09 \exp(-0,11t)$.

5-3. Вероятность безотказной работы ремонтируемого передатчика в течение 3 ч равна 0,997. Среднее время ремонта передатчика 2,5 ч. Определить коэффициент простоя передатчика.

О т в е т: $K_p = 2,5 \cdot 10^{-2}$.

5-4. Регистрирующее устройство содержит рабочий блок и блок в нагруженном резерве. Вероятность отказа блока в течение 25 часов $Q(t_i) = 0,1$. Ремонт производится одной бригадой с интенсивностью $\mu = 0,2$ 1/ч. Определить коэффициент простоя регистрирующего устройства.

О т в е т: $K_{\Pi} = 8 \cdot 10^{-4}$.

5-5. Усилитель состоит из двух равнонадежных блоков, для каждого из которых $\lambda = 3 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Имеется усилитель в ненагруженном резерве.

Ремонт производит одна бригада, среднее время ремонта $m_{\tau} = 0,5$ ч. Определить коэффициент простоя усилителя с резервом.

О т в е т: $K_{\Pi} = 9 \cdot 10^{-6}$.

5-6. Отличие от задачи 5-5 состоит в том, что применен поблочный резерв.

О т в е т: $K_{\Pi} = 4,5 \cdot 10^{-6}$.

5-7. Вычислитель состоит из двух одинаковых рабочих блоков и одного блока в нагруженном скользящем резерве. Для каждого блока $\lambda = 8 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\mu = 1$ 1/ч, ремонтных бригад две. Определить коэффициент простоя вычислителя.

О т в е т: $K_{\Pi} = 2 \cdot 10^{-4}$.

5-8. Отличие от задачи 5-7 состоит в том, что резервный блок находится в ненагруженном резерве.

О т в е т: $K_{\Pi} = 10^{-4}$.

5-9. Генератор импульсов содержит один рабочий блок, один блок в нагруженном резерве и один блок в ненагруженном резерве. При неработоспособности рабочего блока или блока в нагруженном резерве блок из ненагруженного резерва переводится в нагруженный. Задано для каждого блока $\lambda = 10^{-2}$ 1/ч, $\mu = 0,5$ 1/ч, ремонтная бригада одна.

Определить коэффициент простоя генератора.

О т в е т: $K_{\Pi} = 5 \cdot 10^{-5}$.

5-10. Передатчик содержит рабочий блок ($\lambda = 9 \cdot 10^{-3}$ 1/ч) и блок в облегченном резерве ($\nu = 10^{-3}$ 1/ч). Определить коэффициент простоя передатчика при условии, что ремонт производится одной бригадой с интенсивностью $\mu = 0,3$ 1/ч.

О т в е т: $K_{\Pi} = 10^{-3}$.

5-11. Кодировочное устройство состоит из двух блоков: регистра ($\lambda_p = 3 \cdot 10^{-4}$ 1/ч) и мажоритарного элемента ($\lambda_m = 2 \cdot 10^{-4}$ 1/ч). Определить коэффициент простоя устройства при условии, что ремонт производит одна бригада с интенсивностью восстановления $\mu = 2$ 1/ч и во время ремонта отказавшего блока работоспособный выключается.

О т в е т: $K_{\Pi} = 2,5 \cdot 10^{-4}$.

5-12. Система связи содержит одно устройство, предназначенное для выполнения задачи и одно устройство в нагруженном резерве. Интенсивность отказов каждого устройства равна λ 1/ч, восстановления — μ 1/ч. Ремонт устройств производится независимо друг от друга. Определить функцию готовности.

О т в е т: $K_{\Gamma}(t) = 1 - \frac{\lambda^2}{(\lambda + \mu)^2} \{ 1 - 2 \exp [- (\lambda + \mu) t] + \exp [- 2 (\lambda + \mu) t] \}$.

5-13. Преобразователь частоты содержит один рабочий блок и один блок в нагруженном резерве. Ремонт производится одной

бригадой, обеспечивающей среднее время восстановления 0,5 ч. Определить предельно допустимую интенсивность отказов преобразователя, чтобы удовлетворялось условие $K_{\Pi} \leq 2 \cdot 10^{-4}$.

$$\text{О т в е т: } \lambda \leq \mu \sqrt{\frac{K_{\Pi}}{2}} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ 1/ч.}$$

5-14. Отличие от задачи 5-13 состоит в том, что резервный блок находится в ненагруженном резерве.

$$\text{О т в е т: } \lambda \leq \mu \sqrt{K_{\Pi}} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч.}$$

5-15. Дальномер содержит рабочий блок ($\tilde{m}_t = 200$ ч) и блок в облегченном резерве ($\tilde{m}_{t0} = 800$ ч). Требуется определить допустимую величину среднего времени ремонта m_{τ} при условии, что имеется одна ремонтная бригада и должно быть $K_{\Pi} \leq 10^{-4}$.

$$\text{О т в е т: } m_{\tau} \leq \sqrt{\frac{K_{\Pi}}{(\lambda + \nu) \lambda}} = 1,8 \text{ ч.}$$

5-16. Для нерезервированного изделия, имеющего интенсивность отказов $\lambda = 2 \cdot 10^{-2}$ 1/ч, может быть применен либо нагруженный, либо ненагруженный резерв. Ремонт производится одной ремонтной бригадой с интенсивностью $\mu = 2$ 1/ч. Определить, во сколько раз уменьшится значение коэффициента простоя при применении ненагруженного резерва вместо нагруженного.

О т в е т: Коэффициент простоя вдвое станет меньше.

5-17. Для условий задачи 5-16 определить значения коэффициентов простоя при проведении ремонта двумя бригадами.

О т в е т: См. табл. 5-4.

Т а б л и ц а 5-4

Вид резерва	Число ремонтных бригад	Коэффициент простоя
Нагруженный резерв	1	$2\lambda^2/\mu^2 = 2 \cdot 10^{-4}$
	2	$\lambda^2/\mu^2 = 10^{-4}$
Ненагруженный резерв	1	$\lambda^2/\mu^2 = 10^{-4}$
	2	$\lambda^2/2\mu^2 = 0,5 \cdot 10^{-4}$

5-18. Система сопровождения состоит из блока, предназначенного для выполнения задачи, и блока в нагруженном резерве. Для каждого блока заданы: $\lambda = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, $\mu = 0,2$ 1/ч. Определить среднюю наработку до отказа системы.

$$\text{О т в е т: } m_t = \frac{3\lambda + \mu}{2\lambda^2} = 2,6 \cdot 10^4 \text{ ч.}$$

5-19. По условиям задачи 5-16 для случая нагруженного резерва определить выигрыш z в величине средней наработки до отказа системы за счет проведения ремонта одного неработоспособного блока (по сравнению с невозстанавливаемой системой).

$$\text{О т в е т: } z = 1 + \frac{\mu}{3\lambda} = 34.$$

5-20. Радиорелейная станция содержит два приемопередатчика, один из которых используется по назначению, а второй находится в ненагруженном резерве. Определить среднюю наработку до отказа станции при условии, что для каждого приемопередатчика $\lambda = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\mu = 0,2$ 1/ч.

$$\text{О т в е т: } m_t = \frac{1}{\lambda} \left(2 + \frac{\mu}{\lambda} \right) = 51\,000 \text{ ч.}$$

5-21. По условиям задачи 5-20 определить выигрыш z в величине средней наработки до отказа станции за счет проведения ремонта одного неработоспособного блока по сравнению с невозстанавливаемой системой.

$$\text{О т в е т: } z = 1 + \frac{\mu}{2\lambda} = 51.$$

5-22. Ремонтируемое изделие содержит рабочий и резервный блоки. Возможны варианты конструктивных решений, при которых резервный блок может находиться как в нагруженном, так и в ненагруженном резерве. Определить выигрыш z в величине средней наработки до первого отказа изделия в случае ненагруженного резерва по сравнению с нагруженным, если для блоков справедливо условие $\mu \gg \lambda$.

$$\text{О т в е т: } z \approx 2.$$

Глава шестая

ОПТИМАЛЬНОЕ РЕЗЕРВИРОВАНИЕ

6-1. МЕТОДЫ РАСЧЕТА

В предыдущих главах были изложены некоторые вопросы резервирования аппаратуры. Из приведенных формул и рассмотренных примеров следует, что достигнуть требуемых величин показателей надежности можно, применяя различные методы и кратности резервирования. Часто имеют место случаи, когда необходимо обеспечить величину надежности при наличии ограничений по массе, потреблению энергии и пр. Решение подобных задач базируется на методах оптимизации. Задачи оптимизации могут быть поставлены по-разному. На-

пример, при разработке систем с активным резервированием в первую очередь необходимо установить оптимальное число участков резервирования. В современных радиотехнических системах для активного резервирования приходится применять в основном автоматические переключатели, так как на обнаружение факта отказа и ручное включение резервных элементов требуется значительное время.

При увеличении числа участков резервирования вероятность отказа участка все время уменьшается из-за уменьшения количества элементов в нем, но при большом числе участков резервирования может оказаться, что система выходит из строя в основном из-за отказов переключающих устройств. Таким образом, существует оптимальное число участков резервирования, при котором вероятность отказа системы оказывается минимальной.

Вместе с тем число участков резервирования определяется не только соображениями надежности, но и рядом конструктивных факторов, которые часто препятствуют точному осуществлению заранее вычисленного результата. Поэтому представляется целесообразным находить оптимальное число участков резервирования приближенно, считая, что система делится на равнонадежные участки и надежность всех переключающих устройств одинакова. Число резервных элементов обычно ограничивается соображениями стоимости, массы и объема.

Таким образом, задача состоит в определении числа участков резервирования, на которое нужно разбить основную систему, имеющую вероятность отказа $Q_n(t_i)$, чтобы получить возможно более надежную резервированную систему, если известны вероятность отказа переключателей $q_n(t_i)$ и число резервных элементов в каждом участке — k .

Некоторые случаи разобраны в типовых примерах.

Большая группа задач оптимизации связана с определением числа резервных элементов с учетом ограничивающих факторов: стоимости, массы, объема. В дальнейшем при наличии одного ограничивающего фактора будем называть его термином «затраты», подразумевая под этим любое из вышеперечисленных ограничений.

Подобные задачи могут быть двух видов.

Задачи оптимального резервирования первого вида состоят в определении требуемого количества резервных

элементов, обеспечивающих заданное значение показателя надежности системы при минимальных затратах.

Второй вид задачи — определение требуемого количества резервных элементов, обеспечивающих максимально возможное значение показателя надежности системы при величине затрат, не превышающей заданную.

Очевидно, что затраты определяются количеством резервных элементов, технологичностью их изготовления и обслуживания. Как правило, предполагается, что величина затрат на изготовление и эксплуатацию системы линейно возрастает с ростом количества резервных элементов.

Для случая нескольких ограничивающих факторов задача оптимального резервирования обычно формулируется в следующем виде: требуется найти такое количество резервных элементов, чтобы обеспечивалось максимально возможное значение показателя надежности системы при удовлетворении всех заданных ограничений.

При решении задач оптимального резервирования применяют метод множителей Лагранжа, а также методы: градиентный, прямого перебора и динамического программирования.

Метод неопределенных множителей Лагранжа (условного экстремума)

Метод неопределённых множителей Лагранжа состоит в следующем: если требуется найти минимум или максимум функции $\varphi(k_1, k_2, \dots, k_m)$ при дополнительном условии $\psi(k_1, k_2, \dots, k_m)$, то составляется функция Лагранжа

$$F(k_1, k_2, \dots, k_m) = \varphi(k_1, k_2, \dots, k_m) + \chi\psi(k_1, k_2, \dots, k_m), \quad (6-1)$$

где χ — неопределенный множитель.

Необходимые условия экстремума функции $\varphi(k_1, k_2, \dots, k_m)$ выражаются системой уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial k_{\xi}} F(k_1, k_2, \dots, k_m) &= 0; \quad \xi = 1, 2, \dots, m; \\ \psi(k_1, k_2, \dots, k_m) &= \psi_0. \end{aligned} \right\} \quad (6-2)$$

Система решений k_1, k_2, \dots, k_m , удовлетворяющих этим уравнениям, может дать экстремум функции $\varphi(k_1, k_2, \dots, k_m)$. Строго говоря, метод множителей Лагранжа

применим лишь в тех случаях, когда дополнительное условие задано в виде равенства, а аргументы k_{ξ} непрерывны.

В процессе решения как первого, так и второго вида задач могут получиться нецелочисленные значения k_{ξ} , поэтому необходимо производить округление этих значений в сторону ближайших целых чисел. После округления часть целочисленных значений сразу же исключается, поскольку для них не выполняется требуемое условие. Для первого вида задач выбирается то решение, которое минимизирует затраты, для второго — то, при котором получается максимальное значение показателя надежности системы. Перебор всех возможных значений, как правило, оказывается достаточно трудоемким процессом. Если заданное значение показателя надежности системы или требуемая величина затрат будут изменены, то необходимо определить новые оптимальные величины k_{ξ} .

Градиентный метод

В общем случае решение задач градиентным методом (методом наискорейшего спуска) заключается в том, что отыскивается значение экстремума некоторой функции путем последовательных шагов из начальной точки по направлению градиента.

Процесс создания оптимально-резервированной системы является многошаговым процессом. Вначале рассматривается исходная нерезервированная система и на первом шаге отыскивается элемент системы, добавление к которому одного резервного дает наибольшее отношение прироста показателя надежности к приросту затрат.

На втором шаге отыскивается следующий элемент системы (включая и тот, у которого уже есть резервный элемент), который характеризуется наибольшим отношением прироста показателя надежности к приросту затрат и так далее.

Таким образом, на каждом $(N+1)$ шаге ($N=0, 1, 2, \dots$) отыскивается максимальное значение из всех, рассчитываемых по формуле (6-3) для каждого элемента системы:

$$\gamma_{\xi}^{(N+1)}(k_{\xi}) = \max \frac{P(M^{N+1}) - P(M^N)}{C(M^{N+1}) - C(M^N)} \quad (6-3)$$

или после преобразований

$$\gamma_{\xi}^{(N+1)}(k_{\xi}) = \max P(M^N) \frac{P_{\xi}(k_{\xi}^N + 1) - P_{\xi}(k_{\xi}^N)}{C_{\xi} P_{\xi}(k_{\xi}^N)}, \quad (6-4)$$

где M^N , M^{N+1} — векторы состава системы после N , $(N+1)$ шагов, определяемые количеством резервных элементов; k_{ξ}^N — число резервных элементов, подключенных к ξ -му после N -го шага; $P(M^N)$, $P(M^{N+1})$ — показатели надежности системы после N , $(N+1)$ шагов; $C(M^N)$, $C(M^{N+1})$ — затраты на систему после N , $(N+1)$ шагов; C_{ξ} — затраты на ξ -й элемент; $P_{\xi}(k_{\xi}^N)$ — показатель надежности ξ -го элемента с подключенными к нему k_{ξ} резервными после N -го шага.

Для высоконадежных систем $P(M^N)$ и $P_{\xi}(k_{\xi}^N)$ близки к единице, поэтому можно записать приближенное выражение:

$$\gamma_{\xi}^{(N+1)}(k_{\xi}) \approx \frac{P_{\xi}(k_{\xi}^N + 1) - p_{\xi}(k_{\xi}^N)}{C_{\xi}} \approx \frac{1 - p_{\xi}(k_{\xi}^N)}{C_{\xi}}. \quad (6-5)$$

На каждом шаге один резервный элемент добавляется к элементу с максимальным значением величины $\gamma_{\xi}(k_{\xi})$. Процесс прекращается на таком N шаге, при котором для задачи первого вида

$$P^{N-1} < P_0 \leq P^N,$$

где P_0 — заданное значение показателя надежности; для задачи второго вида

$$C^N \leq C_0 < C^{N+1},$$

где C_0 — заданное значение затрат.

Градиентный метод может не дать строго оптимальное решение, поскольку перебор ведется в ограниченной области возможных решений. Из любой точки процесса решений, характеризуемой некоторым вектором состава системы M^N , можно прийти только в такую точку $N+1$, чтобы выполнялось условие $M^{N+1} > M^N$. Иначе говоря, после каждого шага в системе обязательно добавляется резервный элемент. Перекомпоновка резерва между элементами системы не допускается.

Методы прямого перебора и динамического программирования

Эти методы являются наиболее точными методами оптимального резервирования. Метод прямого перебора, который сводится к перебору всех возможных решений, является чрезвычайно громоздким и очень редко применяется при проектировании систем.

Метод динамического программирования является модификацией метода прямого перебора.

Применительно к задаче оптимального резервирования он сводится к отысканию доминирующей последовательности решений, т. е. последовательности векторов состава системы, включающих все множество оптимальных решений.

Будем говорить, что один состав системы, представляющий собой некоторую комбинацию расположения резервных элементов, доминирует над другим, если для одного и того же уровня надежности обеспечение этого состава связано с наименьшими затратами.

Члены доминирующей последовательности обладают тем свойством, что если вектор состава системы M_k — член доминирующей последовательности с показателями надежности P_k и затрат C_k , то невозможен такой вектор состава системы M_l , чтобы имели место оба неравенства $P_l > P_k$ и $C_l \leq C_k$, т. е. большего значения показателя надежности системы нельзя достичь при тех же или меньших затратах.

Все неоптимальные решения, не входящие в состав доминирующей последовательности в силу того, что они обладают большей величиной затрат при той же надежности или меньшей надежностью при тех же затратах, чем члены доминирующей последовательности, просто исключаются из рассмотрения.

Задача состоит в построении доминирующей последовательности для всей системы, состоящей из m элементов. Для этого берутся два произвольных элемента, например $(m-1)$ и m , для которых строится доминирующая последовательность (табл. 6-1). Размер таблицы определяется по заданным значениям надежности или затрат.

В табл. 6-1 обозначено: k_{m-1} , k_m — число резервных элементов к $(m-1)$ -му и m -му элементам системы; $P(k_{m-1}, k_m)$, $C(k_{m-1}, k_m)$ — показатели надежности и за-

Таблица 6-1

Значения k_m	Значения k_{m-1}		
	0	1	2
0	$P(0,0)$ $C(0,0)$	$P(1,0)$ $C(1,0)$	$P(2,0)$ $C(2,0)$
1	$P(0,1)$ $C(0,1)$	$P(1,1)$ $C(1,1)$	$P(2,1)$ $C(2,1)$
2	$P(0,2)$ $C(0,2)$	$P(1,2)$ $C(1,2)$	$P(2,2)$ $C(2,2)$

трат последовательно соединенных на логической схеме $(k-1)$ -го и k -го элементов при k_{m-1} и k_m резервных элементах.

Доминирующая последовательность строится следующим образом: для прямой задачи из таблицы находится наименьшее значение $P_1 > P_0$. Если это значение может быть получено с помощью нескольких вариантов, то выбирается вариант с наименьшими затратами C_1 , а остальные исключаются из рассмотрения. Полученный вектор состава системы с показателями P_1 и C_1 будет первым членом доминирующей последовательности. Далее из таблицы находится следующий по величине показатель надежности $P_2 > P_1$ и аналогично определяется второй член доминирующей последовательности и т. д. Для обратной задачи члены доминирующей последовательности определяются по значениям показателя затрат.

После построения доминирующей последовательности для $(m-1)$ и m элементов вся система сводится к $(m-1)$ элементам, где последний $(m-1)^*$ -й условный элемент, полученный в результате композиции $(m-1)$ и m элементов.

Через m этапов система сводится к одному условному элементу с результирующей доминирующей последовательностью. Требуемый вектор состава системы выбирается из доминирующей последовательности исходя из заданных ограничений, т. е. при решении первой задачи оптимального резервирования выбирается такой вектор состава системы M_0 , при котором $P(M_0) \geq P_0$, а при решении второй — такой, при котором $C(M_0) \leq C_0$. Процедура решения подобных задач методом динамического программирования проиллюстрирована на числовых примерах 6-8; 6-9. Метод динамического программирования

представляет собой чрезвычайно точный метод, поскольку поиск охватывает всю возможную область решений. Ограничением для применения метода являются его значительная трудоемкость и громоздкость. Поэтому на этапах предварительного проектирования сложных систем, где не требуется высокая точность, могут быть рекомендованы более простые методы множителей Лагранжа и наискорейшего спуска.

На этапе окончательного проектирования, где необходима достаточная точность, целесообразно применять метод динамического программирования. В некоторых случаях целесообразно использовать комбинацию методов множителей Лагранжа и динамического программирования: сначала определить нецелочисленные значения числа резервных блоков методом множителей Лагранжа, а затем для округления использовать метод динамического программирования.

6.2. РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ПРИМЕРОВ

Пример 6-1. Для повышения надежности системы радиоуправления предполагается применить активное раздельное нагруженное дублирование отдельных блоков системы. Требуется найти оптимальное число m участков резервирования, при котором вероятность отказа резервированной системы будет минимальной, если вероятность отказа в течение заданной наработки t_i нерезервированной системы равна $Q_n(t_i) = 0,1$, переключающего устройства $q_n(t_i) = 0,05$. Кратность резервирования $k = 1$.

Переключающее устройство раздельное — на логической схеме для расчета надежности оно включено последовательно как с основным, так и с резервным переключаемым участком.

Решение. Предполагая участки резервирования равнонадежными, запишем формулу для вероятности отказа одного из m участков нерезервированной системы:

$$q_{\text{уч}}(t_i) = 1 - [1 - Q_n(t_i)]^{\frac{1}{m}}.$$

Вероятность отказа одного резервированного участка с учетом вероятности отказа переключателя

$$q_{\text{уч}}(t_i) = \left[1 - (1 - q_n(t_i)) (1 - Q_n(t_i))^{\frac{1}{m}} \right]^{k+1}.$$

Для всей системы

$$Q_p(t_i) = 1 - \left\{ 1 - \left[1 - (1 - q_n(t_i)) (1 - Q_n(t_i))^{\frac{1}{m}} \right]^{k+1} \right\}^m.$$

На графике рис. 6-1 представлена зависимость изменения вероятности отказа $Q_p(t_i)$ резервированной системы от числа m при $k=1$. Функция $Q_p(t_i)$ имеет минимум в точке, соответствующей значению $m=3$, которое будет в рассматриваемом случае оптимальным числом участков резервирования.

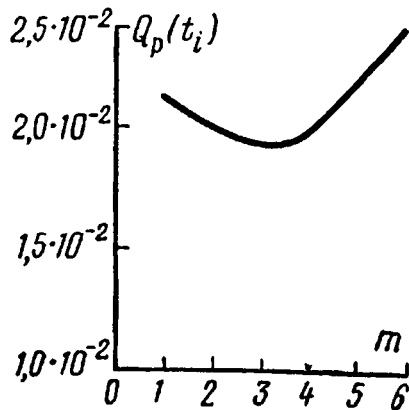


Рис. 6-1. Вероятность отказа резервированной системы при различном числе участков резервирования m для $Q_0=0,1$; $q_n=0,05$ и $k=1$.

Пример 6-2. Устройство для приема телевизионных программ имеет вероятность отказа $Q_n(t_i)=0,01$. Требуется определить оптимальное число участков резервирования $m_{\text{опт}}$ при наличии переключающих устройств с вероятностью отказа $q_n(t_i)=0,003$. Переключающее устройство раздельное.

Ограничение по величине показателя затрат на резервируемое устройство следующее: число резервных элементов к каждому участку должно быть равно 1) $k_1=1$; 2) $k_2=2$. Резерв применять нагруженный.

Решение. Все m участков резервирования полагаются равнонадежными, т. е. вероятность отказа каждого участка с учетом переключающего устройства равна:

$$q_{\text{уч}}(t_i) = 1 - (1 - q_n(t_i)) [1 - Q_n(t_i)]^{\frac{1}{m}}.$$

Поскольку $q_n(t_i) \ll 1$ и $Q_n(t_i) \ll 1$, то можно записать приближенное выражение:

$$q_{\text{уч}}(t_i) \approx q_n(t_i) + \frac{Q_n(t_i)}{m}.$$

Вероятность отказа системы, состоящей из m резервированных участков с кратностью резервирования k , равна:

$$Q(t_i) \approx m \left[q_n(t_i) + \frac{Q_n(t_i)}{m} \right]^{k+1}.$$

Приближенно рассматривая m как непрерывную величину, определим оптимальное число участков резервирования, исследуя эту формулу на минимум.

Решение уравнения

$$\frac{\partial Q(t_i)}{\partial m} = \left[q_n(t_i) + \frac{Q_n(t_i)}{m} \right]^{k+1} - \frac{Q_n(t_i)(k+1)}{m} \times \\ \times \left[q_n(t_i) + \frac{Q_n(t_i)}{m} \right]^k = 0$$

дает значение $m_{\text{опт}}$, при котором вероятность отказа резервированной системы является наименьшей:

$$m_{\text{опт}} = \frac{Q_n(t_i) k}{q_n(t_i)}.$$

Подставляя числовые значения, получаем:
при $k_1 = 1$

$$m_{\text{опт}} = \frac{0,01 \cdot 1}{0,003} \approx 3;$$

при $k_2 = 2$

$$m_{\text{опт}} = \frac{0,01 \cdot 2}{0,003} \approx 6.$$

Пример 6-3. В системе энергопитания применено активное раздельное нагруженное резервирование равнонадежных аккумуляторных батарей при $k=2$. Значение вероятности отказа переключателя $q_n(t_i) = 0,01$; $t_i = 10$ ч.

Определить оптимальное число $m_{\text{опт}}$ участков резервирования батарей и вычислить интенсивность отказов одной батареи, при которых обеспечивается вероятность отказа резервированной системы $Q_{p.o}(t_i) \leq 8,0 \cdot 10^{-6}$.

Решение. Используя значение $m_{\text{опт}}$, найденное в примере 6-2, получаем выражение для минимальной вероятности отказа резервированной системы:

$$Q_{p.o}(t_i) \approx \frac{Q_n(t_i) k}{q_n(t_i)} \left[q_n(t_i) + \frac{q_n(t_i)}{k} \right]^{k+1} = \\ = Q_n(t_i) q_n^k(t_i) \frac{(k+1)^{k+1}}{k^k},$$

откуда

$$Q_n(t_i) = \frac{Q_{p.o}(t_i)}{q_n^k(t_i)} \frac{k^k}{(k+1)^{k+1}} = \frac{8 \cdot 10^{-6} \cdot 2^2}{0,01^2 \cdot 3^3} \approx 10^{-2}.$$

Тогда

$$m_{\text{опт}} = \frac{Q_{\text{и}}(t_i) k}{q_{\text{п}}(t_i)} = \frac{10^{-2} \cdot 2}{0,01} = 2.$$

Так как $Q_{\text{и}}(t_i) \approx \lambda t_i$, получим величину интенсивности отказов нерезервированной системы:

$$\lambda = \frac{10^{-2}}{10} = 10^{-3} \text{ 1/ч.}$$

Интенсивность отказов одной нерезервированной батареи должна быть:

$$\lambda_0 = \frac{\lambda}{m_{\text{опт}}} = \frac{10^{-3}}{2} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч.}$$

Пример 6-4. Требуется определить оптимальное число участков резервирования радиопередающего устройства, вероятность отказа которого для нерезервированного исходного варианта составляет $Q_{\text{и}}(t_i) = 0,02$. Переключающее устройство является общим для всего резервированного участка, так как при отказе переключающего устройства выходит из строя вся система. Вероятность отказа переключающего устройства равна $q_{\text{п.о}}(t_i) = 10^{-4}$. Резерв применять нагруженный. Число резервных элементов к каждому участку, исходя из ограничений по затратам, должно быть равно: 1) $k_1 = 1$ или 2) $k_2 = 2$.

Решение. Поскольку $q_{\text{п.о}}(t_i) \ll 1$ и $Q_{\text{и}}(t_i) \ll 1$, то, полагая участки резервирования равнонадежными, можно записать приближенное выражение для вероятности отказа резервированной системы при кратности резерва k :

$$Q_{\text{р}}(t_i) \approx m \left\{ q_{\text{п.о}}(t_i) + \left[\frac{Q_{\text{и}}(t_i)}{m} \right]^{k+1} \right\}.$$

Для получения $m_{\text{опт}}$ исследуем эту функцию на минимум. Решение уравнения

$$\frac{\partial Q_{\text{р}}(t_i)}{\partial m} \approx q_{\text{п.о}}(t_i) - k \left[\frac{Q_{\text{и}}(t_i)}{m} \right]^{k+1} = 0$$

дает значение $m_{\text{опт}}$, при котором вероятность отказа резервированной системы будет минимальной:

$$m_{\text{опт}} = Q_{\text{и}}(t_i) \sqrt[k+1]{\frac{k}{q_{\text{п.о}}(t_i)}}.$$

Подставляя числовые значения, получим:

1) при $k_1=1$

$$m_{\text{опт1}} = 0,02 \sqrt{\frac{1}{10^{-4}}} = 2;$$

2) при $k_2=2$

$$m_{\text{опт2}} = 0,02 \sqrt[3]{\frac{2}{10^{-4}}} = 0,54.$$

Зададим $m_{\text{опт2}}=1$, т. е. во втором случае резервируется вся система.

Следовательно, при наличии общего переключающего устройства при увеличении кратности резервирования участки резервирования следует брать более крупными. Это очевидно, так как иначе отказы системы будут в основном происходить за счет отказов переключающих устройств.

Пример 6-5. Вероятность отказа нерезервированного радиоприемного устройства равна $Q_{\text{н}}(t_i) = 0,02$.

По конструктивным соображениям удобно разбить систему на четыре равнонадежных участка резервирования. Допускается применение однократного нагруженного резерва.

Требуется задать вероятность отказа переключающего устройства, чтобы значение вероятности отказа резервированного радиоприемного устройства $Q_{\text{р}}(t_i)$ не превышало $4 \cdot 10^{-4}$ для двух случаев: 1) переключающее устройство **раздельное**; 2) переключающее устройство **общее**.

Решение. Для вычисления значений вероятности отказов раздельного и общего переключающих устройств воспользуемся выражениями, полученными в примерах 6-2 и 6-4:

$$Q_{\text{р}}(t_i) = m \left[q_{\text{н}}(t_i) + \frac{Q_{\text{н}}(t_i)}{m} \right]^{k+1}$$

и

$$Q_{\text{р}}(t_i) = m \left\{ q_{\text{н.о}}(t_i) + \left[\frac{Q_{\text{н}}(t_i)}{m} \right]^{k+1} \right\}.$$

Отсюда получаем значения $q_{\text{н}}(t_i)$ и $q_{\text{н.о}}(t_i)$ для $k=1$:

$$1) \ q_{\text{н}}(t_i) = \frac{-2 \frac{Q_{\text{н}}(t_i)}{m} + \sqrt{\left[\frac{2Q_{\text{н}}(t_i)}{m} \right]^2 - 4 \left[\left(\frac{Q_{\text{н}}(t_i)}{m} \right)^2 - \frac{Q_{\text{р}}(t_i)}{m} \right]}}{2};$$

$$2) q_{п.о}(t_i) = \frac{Q_p(t_i)}{m} - \left[\frac{Q_n(t_i)}{m} \right]^2.$$

Подставляя числовые значения, получаем:

$$q_n(t_i) = 5 \cdot 10^{-3};$$

$$q_{п.о}(t_i) = 7 \cdot 10^{-5}.$$

Пример 6-6. Приемное устройство состоит из стойки параметрического усилителя (1) и стойки усилителей промежуточной и низкой частоты (2). Вероятности отказов стоек за наработку $(0, t_i)$ равны: $Q_1(t_i) = 5 \cdot 10^{-2}$ и $Q_2(t_i) = 2 \cdot 10^{-3}$. Приведенные затраты на эти стойки составляют соответственно: $C_1 = 50$ тыс. руб.; $C_2 = 40$ тыс. руб.

Требуется найти оптимальный резерв для каждой стойки при условии, что вероятность отказа приемного устройства за наработку $(0, t_i)$ $Q(t_i) \leq Q_0(t_i) = 10^{-4}$ при минимальных затратах. По составу аппаратуры и условиям эксплуатации приемного устройства резерв должен быть нагруженным.

Решение. Для нахождения оптимального резерва применим метод множителей Лагранжа. Составляется функция Лагранжа в соответствии с (6-1):

$$\begin{aligned} F(k_1, k_2, \dots, k_m) &= C(k_1, k_2, \dots, k_m) + \chi Q(k_1, k_2, \dots, k_m) = \\ &= \sum_{\xi=1}^m k_{\xi} C_{\xi} + \chi \sum_{\xi=1}^m Q_{\xi}^{k_{\xi}+1}. \end{aligned}$$

Далее записывается система уравнений аналогично (6-2):

$$\frac{\partial F(k_1, k_2, \dots, k_m)}{\partial k_1} = \dots = \frac{\partial F(k_1, k_2, \dots, k_m)}{\partial k_m} = 0;$$

$$Q_0(t_i) = \sum_{\xi=1}^m Q_{\xi}^{k_{\xi}+1}.$$

При решении этой системы множитель Лагранжа χ выражается через известные величины, после чего может быть получено выражение для определения оптимального числа резервных стоек:

$$k_{\xi} = - \frac{a_{\xi}}{C_{\xi}} \ln \left(Q_0 \frac{a_{\xi}}{\sum_{\xi=1}^m a_{\xi}} \right) - 1,$$

откуда

$$a_{\xi} = -\frac{C_{\xi}}{\ln Q_{\xi}}.$$

Подставляя числовые значения, получаем:

$$a_1 = 16,6; \quad a_2 = 6,45;$$

$$k_1 = 2,2; \quad k_2 = 0,7.$$

Для выбора оптимального варианта производим округление обоих значений k до ближайших целых чисел в большую и в меньшую сторону и для каждого из четырех вариантов определяем вероятности отказа приемного устройства за наработку $(0, t_i)$. Полученные результаты сведены в табл. 6-2. Значения $Q(t_i)$ определялись по формуле

$$Q(t_i) = Q_1^{k_1+1}(t_i) + Q_2^{k_2+1}(t_i).$$

Таблица 6-2

Показатели	Варианты			
	1	2	3	4
k_1	2	3	2	3
k_2	0	0	1	1
$Q(t_i)$	$2,1 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$1,3 \cdot 10^{-4}$	10^{-5}

Как следует из данных табл. 6-2, удовлетворяет условиям только 4-й вариант, поскольку для всех остальных вариантов значения вероятности отказа приемного устройства оказались больше заданной величины. Таким образом, оптимальным для удовлетворения поставленным требованиям является 4-й вариант, при котором к стойке 1 подключаются три резервных стойки, а к стойке 2 — одна. Логическая схема для расчета надежности приемного устройства с оптимальным резервом представлена на рис. 6-2.

Пример 6-7. Отличие от примера 6-6 заключается в том, что

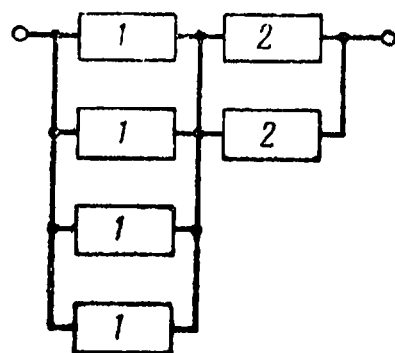


Рис. 6-2. Логическая схема приемного устройства, обеспечивающая $Q(t_i) = 10^{-5}$ при минимальных затратах.

требуется найти оптимальный резерв для каждой стойки при условии, что приведенные затраты на резервные стойки не должны превышать 120 тыс. руб. при минимальной вероятности отказа устройства за наработку $(0, t_i)$.

Решение. Решение также проводится с использованием метода множителей Лагранжа.

Функция Лагранжа имеет вид:

$$F(k_1, k_2, \dots, k_m) = Q(k_1, k_2, \dots, k_m) + \chi C(k_1, k_2, \dots, k_m) = \\ = \sum_{\xi=1}^m Q_{\xi}^{k_{\xi}+1} + \chi \sum_{\xi=1}^m k_{\xi} C_{\xi}.$$

Система уравнений [по аналогии с (6-2)] представляется как

$$\frac{\partial F(k_1, k_2, \dots, k_m)}{\partial k_1} = \dots = \frac{\partial F(k_1, k_2, \dots, k_m)}{\partial k_m} = 0; \\ C_0 = \sum_{\xi=1}^m k_{\xi} C_{\xi}.$$

Решение этой системы позволяет получить выражение для определения оптимального числа резервных стоек:

$$k_{\xi} = \frac{1}{\ln Q_{\xi}} \left[\left(- \sum_{\xi=1}^m a_{\xi} \right)^{-1} \left(\sum_{\xi=1}^m a_{\xi} \ln \frac{a_{\xi}}{Q_{\xi}} + C_0 \right) + \right. \\ \left. + \left(\ln \frac{a_{\xi}}{Q_{\xi}} \right) \right], \quad \text{где } a_{\xi} = - \frac{C_{\xi}}{\ln Q_{\xi}}.$$

Подставляя числовые значения, имеем:

$$k_1 = 1,6; \quad k_2 = 0,8.$$

Производим округление полученных значений k_1, k_2 и для каждого варианта определяем значения затрат C и вероятности отказа приемного устройства за наработку $(0, t_i)$ — величину $Q(t_i)$. Результаты сведены в табл. 6-3. Значения C и $Q(t_i)$ определялись по формулам

$$C = k_1 C_1 + k_2 C_2; \quad Q(t_i) = Q_1^{k_1+1}(t_i) + Q_2^{k_2+1}(t_i).$$

Таблица 6-3

Показатели	Варианты			
	1	2	3	4
k_1	1	2	1	2
k_2	0	0	1	1
C	50 000	100 000	90 000	140 000
$Q(t_i)$	$4,5 \cdot 10^{-3}$	$2,1 \cdot 10^{-3}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$1,3 \cdot 10^{-4}$

Как видно из табл. 6-3, 4-й вариант неприемлем, так как затраты больше заданных. При остальных вариантах величины затрат меньше заданных, поэтому оптимальным считается вариант с наименьшим значением $Q(t_i)$, т. е. 2-й вариант, при котором к стойке 1 подключаются две резервные стойки, а к стойке 2 — ни одной.

Пример 6-8. Передающее устройство состоит из трех блоков (1, 2 и 3). Вероятности отказов блоков за наработку $(0, t_i)$ равны: $Q_1(t_i) = 0,1$; $Q_2(t_i) = 0,02$; $Q_3(t_i) = 0,01$, а величины затрат на каждый блок равны соответственно: $C_1 = 3$ усл. ед., $C_2 = 2$ усл. ед., $C_3 = 1$ усл. ед. Требуется определить оптимальный состав устройства, который может быть получен путем введения нагруженного резерва при условии, что вероятность отказа устройства за наработку $(0, t_i)$ — величина $Q(t_i) \leq Q_0(t_i)$ при минимальных затратах. $Q_0(t_i) = 3 \cdot 10^{-2}$.

Решение. Оптимальный состав передающего устройства определим методом динамического программирования. Рассмотрим композицию блока 1 и блока 2 и построим для них доминирующую последовательность. Для этого составляется табл. 6-4. В клетках 1, 2, 3 (номера клеток указаны полужирным шрифтом) записываются значения вероятности отказа за наработку $(0, t_i)$ — величины $Q_1(k_1)$ и значения затрат $C_1(k_1)$ для блока 1 в зависимости от числа резервных блоков k_1 . В клетках 4, 5, 6 записываются те же значения для блока 2. Эти значения определяются следующим образом:

$$Q_j(k_\xi) = Q_j^{k_\xi + 1}(t_i); \xi = 0, 1, 2; j = 1, 2;$$

$$C_j(k_\xi) = (k_\xi + 1) C_j.$$

Максимальное число резервных блоков взято равным двум. В случае необходимости размер таблицы может

Таблица 6-4

		Число k_1 резервных блоков, подключаемых к блоку 1						
		0	1	2				
		$C_1=3$ $Q_1=10^{-1}$	6 10^{-2}	2 10^{-2}	9 10^{-3}	3 10^{-3}		
Число k_2 резервных блоков, подключаемых к блоку 2	0	2 $2 \cdot 10^{-2}$	4 $1,2 \cdot 10^{-1}$	5 $3 \cdot 10^{-2}$	7 8	8 $2,1 \cdot 10^{-2}$	9 11	
	1	4 $4 \cdot 10^{-4}$	5 10^{-1}	7 10^{-2}	10 10^{-2}	11 $1,4 \cdot 10^{-3}$	13 12	12
	2	6 $8 \cdot 10^{-6}$	6 10^{-1}	9 10^{-2}	13 10^{-2}	14 10^{-3}	15 15	15

быть увеличен. В клетках 7—15 записаны значения вероятностей отказа за наработку $(0, t_i)$ $Q(k_{1\xi}, k_{2\xi})$ и затрат $C(k_{1\xi}, k_{2\xi})$ для последовательного соединения блоков 1 и 2 с различным числом резервных блоков, подключенных к каждому из них:

$$Q(k_{1\xi}, k_{2\xi}) = Q_1(k_{\xi}) + Q_2(k_{\xi});$$

$$C(k_{1\xi}, k_{2\xi}) = C_1(k_{\xi}) + C_2(k_{\xi}).$$

Первый член доминирующей последовательности находится в клетке 8 табл. 6-4, ему соответствует максимально допустимое значение вероятности отказа за наработку $(0, t_i)$, равное $Q_0(t_i) = 3 \cdot 10^{-2}$. Векторы состава устройства, расположенные в клетках 7, 10 и 13, имеют значение вероятности отказа за наработку $(0, t_i)$ больше, чем $Q_0(t_i)$. Второй член последовательности находится в клетке 11: он обладает следующим меньшим значением $Q(k_{1\xi}, k_{2\xi})$ при большем значении $C(k_{1\xi}, k_{2\xi})$. Векторы состава устройства, расположенные в клетках 9 и 14, исключаются из рассмотрения, так как они имеют такое же и большее значение $Q(k_{1\xi}, k_{2\xi})$, чем у второго члена при больших затратах. Третий член доминирующей последовательности расположен в клетке 12 и четвертый — в клетке 15. Далее строится табл. 6-5, в которую заносятся значения полученной доминирующей последовательности (клетки 1, 2, 3, 4) и значения $Q_3(k_3)$ и $C_3(k_3)$, полученные аналогично для блока 3. Таким образом, в

Таблица 6-5

		Числа k_1 и k_2 резервных блоков, подключаемых к блокам 1 и 2				
		$k_1=1$ $k_2=0$	$k_1=1$ $k_2=1$	$k_1=2$ $k_2=1$	$k_1=2$ $k_2=2$	
	1	$C_{12}=8$ $Q_{12}=3 \cdot 10^{-2}$	10 10^{-2}	13 $1,4 \cdot 10^{-3}$	15 10^{-3}	
Число k_3 резервных блоков, под- ключаемых к блоку 3	0	1 10^{-2}	8 9 $4 \cdot 10^{-2}$	5 11 $2 \cdot 10^{-2}$	10 14 $1,1 \cdot 10^{-2}$	11 16 $1,1 \cdot 10^{-2}$
	1	2 10^{-4}	12 10 $3 \cdot 10^{-2}$	6 12 10^{-2}	13 15 $1,5 \cdot 10^{-3}$	14 17 $1,1 \cdot 10^{-3}$
	2	3 10^{-6}	16 11 $3 \cdot 10^{-2}$	7 13 10^{-2}	17 16 $1,4 \cdot 10^{-3}$	18 18 10^{-3}

клетках 8—19 записаны значения вероятностей отказа за время $(0, t_i)$ устройства $Q(t_i) = Q(k_{1\xi}, k_{2\xi}, k_{3\xi})$ и затрат $C = C(k_{1\xi}, k_{2\xi}, k_{3\xi})$ при различном числе резервных блоков, подключенных к каждому из основных. Просматривая все значения $Q(t_i)$, приведенные в табл. 6-5, находим требуемый вектор состава системы, который имеет $Q(t_i) \leq Q_0(t_i)$ и минимальное значение затрат. Этот вектор состава находится в клетке 12 — в ней приведены значения $Q(t_i) = 3 \cdot 10^{-2}$ и $C = 10$ усл. ед. При этом к блокам 1 и 3 подключается по одному резервному блоку. Оптимальный состав передающего устройства представлен на рис. 6-3.

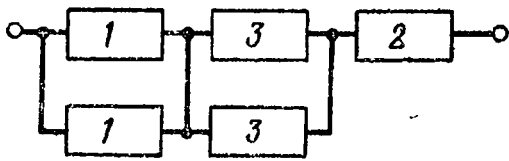


Рис. 6-3. Логическая схема передающего устройства, обеспечивающая $Q(t_i) = 3 \cdot 10^{-2}$ при минимальных затратах.

Пример 6-9. Отличие от примера 6-8 заключается в том, что требуется построить зависимость вероятности отказа передающего устройства за наработку $(0, t_i)$ от затрат при изменении величины затрат от 11 до 18 условных единиц.

Решение. Необходимо построить доминирующую последовательность решений для передающего устройства, так как требуемая зависимость должна быть построена для оптимальных векторов состава устройства. Эта доминирующая последовательность строится по табл. 6-5 примера 6-8. Первый член последовательности находится в клетке 9, отбрасываются векторы состава устройства, расположенные в клетках 8 и 12 (величины затрат меньше заданных) и в клетке 16 (при равных затратах). Последующие члены доминирующей последовательности находятся в клетках 13, 17, 14, 18, 15 и 19. Векторы состава устройства, расположенные в клетках 10 и 11, отбрасываются при сравнении с вектором в клетке 17. Зависимость вероятности отказа вычислительного устройства за наработку $(0, t_i)$ от затрат приведена на рис. 6-4, а, оптимальные составы устройства, соответствующие точкам 1, 3, 4, 7 зависимости рис. 6-4, а, приведены на рис. 6-4, б.

Пример 6-10. Радиопередатчик состоит из трех блоков — усилителя мощности 1, возбуждателя 2 и модулятора 3. Интенсивности отказов этих блоков равны соот-

ответственно: $\lambda_1 = 5 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\lambda_2 = 10^{-3}$ 1/ч; $\lambda_3 = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, а величины затрат на эти блоки $C_1 = 2$ усл. ед., $C_2 = 1$ усл. ед., $C_3 = 5$ усл. ед. Требуется ввести в передатчик отдельный ненагруженный резерв по блокам таким образом,

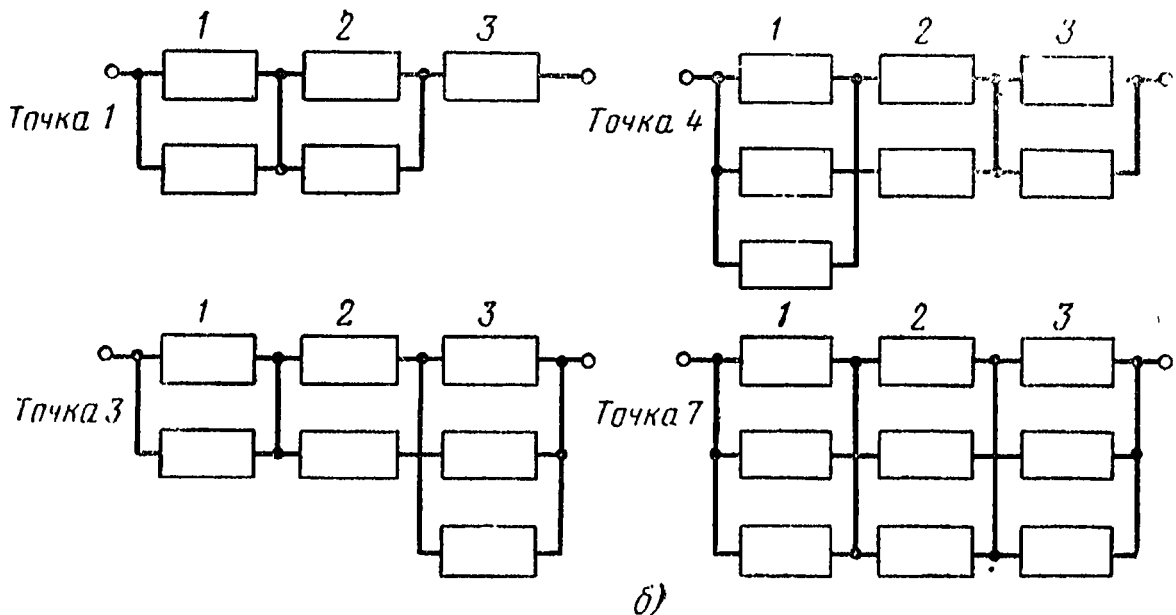
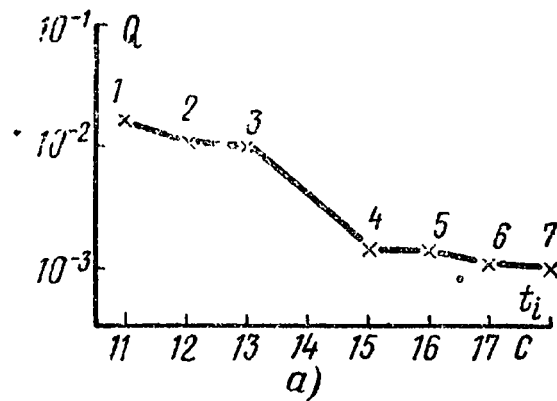


Рис. 6-4. Доминирующая последовательность решений (а) и логические схемы (б) устройства, соответствующие точкам 1, 3, 4, 7 доминирующей последовательности.

чтобы вероятность безотказной работы передатчика в течение наработки $(0, t_i)$ $P(t_i) \geq P_0(t_i)$ при минимальных затратах. Переключающие устройства предположим абсолютно надежными $P_0(t_i) \geq 0,7$, $t_i = 100$ ч.

Решение. Определим вероятность безотказной работы в течение наработки $(0, t_i)$ нерезервированного передатчика:

$$P_1(t_i) = \exp [-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)t_i] = 0,45.$$

Для каждого из блоков вычислим коэффициент γ_{ξ} по формуле (6-4). Для $N=0$ эта формула примет вид:

$$\gamma_{\xi}^{(1)} = P(M^{\circ}) \frac{P_{\xi}(1) - P_{\xi}(0)}{C_{\xi} P_{\xi}(0)}; \quad P(M^{\circ}) = P_1(t_i);$$

$$P_{\xi}(0) = \exp[-\lambda_{\xi} t_i], \quad \xi = 1, 2, 3;$$

$$P_{\xi}(1) = (1 + \lambda_{\xi} t_i) \exp[-\lambda_{\xi} t_i].$$

Подставляя числовые значения, получаем:

$$\gamma_1^{(1)} = 0,1; \quad \gamma_2^{(1)} = 0,04; \quad \gamma_3^{(1)} = 0,02.$$

На первом шаге подключается резервный блок к тому блоку, у которого максимален коэффициент γ_{ξ} , т. е. к блоку 1 — усилителю мощности. Далее вычисляется значение $P_{II}(t_i)$ передатчика с ненагруженным резервом к блоку 1:

$$P_{II}(t_i) = (1 + \lambda_1 t_i) \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) t_i];$$

$$P_{II}(t_i) = 0,67; \quad P_{II}(t_i) < P_0(t_i).$$

Далее вычисляются

$$\gamma_1^{(2)} = P_{II}(t_i) \frac{P_1(2) - P_1(1)}{C_1 P_1(1)};$$

$$P_1(2) = \left[1 + \lambda_1 t_i + \frac{(\lambda_1 t_i)^2}{2} \right] \exp[-\lambda_1 t_i];$$

$$\gamma_{\xi}^{(2)} = P_{II}(t_i) \frac{P_{\xi}(1) - P_{\xi}(0)}{C_{\xi} P_{\xi}(0)}, \quad \xi = 2, 3.$$

Подставляя числовые значения, получаем:

$$\gamma_1^{(2)} = 0,03; \quad \gamma_2^{(2)} = 0,07; \quad \gamma_3^{(2)} = 0,03.$$

На втором шаге подключается резервный блок к блоку 2 — возбудителю и вычисляется значение $P_{III}(t_i)$ передатчика с ненагруженным резервом к блокам 1 и 2:

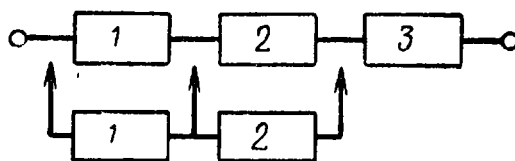
$$P_{III}(t_i) = \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) t_i] (1 + \lambda_1 t_i) (1 + \lambda_2 t_i);$$

$$P_{III}(t_i) = 0,74; \quad P_{III}(t_i) > P_0(t_i).$$

Поскольку $P_{III}(t_i) > P_0(t_i)$, процесс заканчивается и оптимальный состав передатчика, удовлетворяющий

предъявляемым требованиям, представлен на рис. 6-5. Затраты на передатчик равны 11 усл. ед.

Рис. 6-5. Логическая схема радиопередатчика с оптимальным резервом.



Пример 6-11. ЭВМ «Минск-2» включает в свой состав арифметическое устройство (АРУ), устройство центрального управления (ЦУ), оперативное запоминающее устройство (ОЗУ) и пульт управления (ПУ). Значения интенсивностей отказов λ_{ξ} и затрат C_{ξ} на каждое из этих устройств приведены в табл. 6-6.

Таблица 6-6

Показатели	АРУ	ЦУ	ОЗУ	ПУ
λ_{ξ} , 1/ч	$3,5 \cdot 10^{-3}$	$2,1 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	10^{-3}
C_{ξ} , тыс. руб.	9,2	8,8	14,7	5,0

Ремонт каждого устройства производится независимо отдельной ремонтной бригадой. Интенсивность восстановления всех устройств одинакова и равна $\mu = 1$ 1/ч.

Требуется определить оптимальное количество запасных устройств каждого типа при условии, чтобы коэффициент простоя ЭВМ $K_{п.0} \leq 10^{-3}$ при минимальных затратах.

Решение. Поскольку в условии задачи не предъявляется требование к высокой точности решения, то целесообразно применить метод наискорейшего спуска.

Определим вначале коэффициент простоя ЭВМ. Для систем, у которых $\mu \gg \lambda$, можно записать приближенное значение $K_{п\xi}$ каждого устройства

$$K_{п\xi} \approx \frac{\lambda_{\xi}}{\mu_{\xi}}$$

и значение $K_{п}$ для всей цифровой ЭВМ

$$K_{п} = \sum_{\xi=1}^4 K_{п\xi}$$

Подставляя числовые значения, получаем:

$$K_{\Pi} \approx 10,6 \cdot 10^{-3}.$$

При возможности быстрого подключения в работу запасного оборудования оно может рассматриваться как ненагруженный резерв, поэтому в дальнейшем для расчета $K_{\Pi\xi}$ используем формулы для ненагруженного резерва и одной ремонтной бригады.

Для определения оптимального состава запасного оборудования необходимо вычислить коэффициенты $\gamma_{\xi}(k_{\xi})$. Формула (6-5) может быть записана в виде

$$\gamma_{\xi}(k_{\xi}) = \frac{K_{\Pi\xi}(k_{\xi})}{C_{\xi}}.$$

Подставляя числовые значения при $k_{\xi} = 0$, получаем:

$$\begin{aligned} \gamma_{\text{АРУ}}(0) &= 3,8 \cdot 10^{-4}; & \gamma_{\text{ЦУ}}(0) &= 2,4 \cdot 10^{-4}; \\ \gamma_{\text{ОЗУ}}(0) &= 2,7 \cdot 10^{-4}; & \gamma_{\text{ПУ}}(0) &= 2 \cdot 10^{-4}. \end{aligned}$$

На первом шаге расчета запасное оборудование должно быть установлено для АРУ, обладающего наибольшим значением $\gamma_{\xi}(0)$. При этом значение коэффициента простоя ЭВМ может быть определено по приближенным формулам, полученным при условии, что $\mu \gg \lambda$:

$$K_{\Pi}^{(1)} \approx \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)_{\text{АРУ}}^2 + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)_{\text{ЦУ}} + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)_{\text{ОЗУ}} + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)_{\text{ПУ}} = 7,1 \cdot 10^{-3}.$$

Значение $K_{\Pi}^{(1)}$ превышает заданное $K_{\Pi.o}$.

Далее вычисляем значение $\gamma_{\text{АРУ}}(1) = 1 \cdot 10^{-6}$. Сравниваем значение $\gamma_{\text{АРУ}}(1)$ с остальными значениями $\gamma_{\xi}(0)$. Наибольшим является $\gamma_{\text{ОЗУ}}(0)$. Поэтому на втором шаге запасное оборудование устанавливается для ОЗУ и значение коэффициента простоя ЭВМ может быть записано в виде

$$K_{\Pi}^{(2)} \approx \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)_{\text{АРУ}}^2 + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)_{\text{ЦУ}} + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)_{\text{ОЗУ}}^2 + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)_{\text{ПУ}} = 3 \cdot 10^{-3}.$$

Значение $K_{\Pi}^{(2)}$ по-прежнему превышает заданное.

Вычисляем значение $\gamma_{\text{ОЗУ}}(1) = 10^{-6}$ и сравниваем его со значениями $\gamma_{\text{АРУ}}(1)$, $\gamma_{\text{ЦУ}}(0)$ и $\gamma_{\text{ПУ}}(0)$. Наи-

большим оказывается $\gamma_{\text{ЦУ}}(0)$. Следовательно, на третьем шаге запасное оборудование устанавливается для ЦУ.

Значение $K_{\text{п}}^{(3)}$ определяется из выражения

$$K_{\text{п}}^{(3)} \approx \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)_{\text{АРУ}}^2 + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)_{\text{ЦУ}}^2 + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)_{\text{ОЗУ}}^2 + \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)_{\text{ПУ}} = 10^{-3}.$$

Значение $K_{\text{п}}^{(3)} = K_{\text{п.о}}$. Следовательно, при минимальных затратах требуемое значение коэффициента простоя может быть получено при наличии одного комплекта запасного оборудования к АРУ, ЦУ и ОЗУ.

Последовательность шагов сведена в табл. 6-7.

Таблица 6-7

Номер шага	Число резервных блоков				Коэффициент простоя
	АРУ	ЦУ	ОЗУ	ПУ	
0	0	0	0	0	$10,6 \cdot 10^{-3}$
1	1	0	0	0	$7,1 \cdot 10^{-3}$
2	1	0	1	0	$3,1 \cdot 10^{-3}$
3	1	1	1	0	10^{-3}

Пример 6-12. Отличие от примера 6-11 заключается в том, что требуется определить оптимальный состав запасного оборудования ЭВМ при условии, чтобы величина затрат на ЭВМ составляла $C_0 \leq 65$ тыс. руб. при максимальной надежности.

Решение. Пример решается также методом наискорейшего спуска. Вначале определяются затраты на ЭВМ без запасного оборудования:

$$C = \sum_{\xi=1}^4 C_{\xi} = 37,7 \text{ тыс. руб.}$$

Последовательность шагов определяется из предыдущей задачи. После каждого шага определяются затраты на ЭВМ с учетом запасного оборудования и полученная величина сравнивается с заданной C_0 .

Полученные результаты сведены в табл. 6-8.

Как следует из табл. 6-8, оптимальный состав системы, при котором удовлетворяются поставленные требования, получен после второго шага. Запасное оборудование устанавливается для ОЗУ и АРУ. После третьего шага величина затрат на ЭВМ превышает заданное значение.

Таблица 6-8

Номер шага	Число резервных блоков				Затраты, тыс. руб.
	АРУ	ЦУ	ОЗУ	ПУ	
0	0	0	0	0	37,7
1	1	0	0	0	46,9
2	1	0	1	0	61,6
3	1	1	1	0	70,4

Пример 6-13. Устройство управления состоит из блока логической обработки (1) и блока выдачи команд (2). Данные по интенсивностям отказов и восстановления, а также по затратам на эти блоки приведены в табл. 6-9.

Таблица 6-9

Номер блока	λ , 1/ч	μ , 1/ч	C , тыс. руб.
1	$8 \cdot 10^{-3}$	0,5	4
2	$6 \cdot 10^{-3}$	2	8

К каждому из блоков может быть подключен блок в нагруженном резерве, ремонт блоков производится независимо, за каждым закреплена одна ремонтная бригада. Требуется определить оптимальный состав устройства управления, при котором затраты на резервные блоки $C_{р0}$ не превышают 20 тыс. руб. при максимальном значении коэффициента готовности.

Решение. Поскольку устройство управления состоит всего из двух блоков, то удобно применять метод прямого перебора. Максимальное значение коэффициента готовности аналогично минимальному значению коэффициента простоя. Для систем, у которых $\mu \gg \lambda$, коэффициент простоя устройства определяется как сумма коэффициентов простоя блоков.

Составляем табл. 6-10 возможных составов систем. В каждой пронумерованной клетке таблицы приведены значения затрат C_p на резервные блоки (в тыс. руб.) и коэффициенты простоя $K_{п}$. Первоначальный размер табл. 6-10 берется до двух резервных блоков к блоку 2 и до трех к блоку 1. В клетках 1, 2, 3, 4 (номера клеток указаны полужирным шрифтом) записываются коэффи-

циенты простоя $K_{п1}$ и затрат $C_{р1}$ — на резервные блоки для блока 1 в зависимости от числа резервных блоков k_{ξ} . В клетки 5, 6, 7 заносятся те же значения для блока 2. Приближенные выражения для определения $K_{пi}$ получены при условии $\mu \gg \lambda$ и имеют вид:

$$\begin{aligned} \text{при } k_{\xi} = 0 & \quad K_{п\xi}(0) \approx \frac{\lambda_{\xi}}{\mu_{\xi}}; \\ \text{при } k_{\xi} = 1 & \quad K_{п\xi}(1) \approx \frac{2\lambda_{\xi}^2}{\mu_{\xi}^2}; \\ \text{при } k_{\xi} = 2 & \quad K_{п\xi}(2) = \frac{6\lambda_{\xi}^3}{\mu_{\xi}^3}; \\ \text{при } k_{\xi} = 3 & \quad K_{п\xi}(3) \approx \frac{24\lambda_{\xi}^4}{\mu_{\xi}^4}. \end{aligned}$$

Величины затрат на резервные блоки определяются как $C_{р\xi} = C_{\xi} k_{\xi}$. В клетках 8—19 записаны величины $K_{п}$ и $C_{р}$ устройства управления при различном числе резервных блоков, подключенным к блокам 1 и 2.

Анализ табл. 6-10 показывает, что размер ее выбран правильно, поскольку увеличение размера по первой строке клетки (8, 9, 10, 11) и первому столбцу (клетки 8, 12, 16) не приведет к заметному уменьшению $K_{п}$, а при увеличении размера по остальным направлениям величины затрат на резервные блоки превысят $C_{р} = 20$ тыс. руб.

Оптимальный состав устройства получается при подключении к блоку 1 трех блоков в нагруженном резерве, а к блоку 2 — одного (клетка 15). При этом $C_{р} = C_{р0} = 20$ тыс. руб.; $K_{п} = 2 \cdot 10^{-5}$. Состав $k_1 = 1$; $k_2 = 2$ ($C_{р} = 20$ тыс. руб. — клетка 17) обеспечивает большее значение коэффициента простоя, чем оптимальный. В клетке 19 ($k_1 = 3$, $k_2 = 2$) значение $K_{п}$ получилось меньше, чем при оптимальном составе, но величина $C_{р}$ превышает заданное значение.

Пример 6-14. Радиоприемник состоит из трех блоков: УВЧ (блок 1), УПЧ (блок 2) и УНЧ (блок 3). Вероятности безотказной работы блоков за время t_i соответственно равны: $P_1(t_i) = 0,95$; $P_2(t_i) = 0,98$; $P_3(t_i) = 0,92$. Массы этих блоков соответственно равны: $C_1 = 500$ г; $C_2 =$

$=400$ г; $C_3=900$ г. Определить оптимальный вариант нагруженного резервирования блоков, при котором обеспечивается минимальная масса приемника, если вероятность безотказной работы не ниже $P_{\text{доп}}(t_i) = 0,98$.

Решение. Вероятность безотказной работы ξ -го резервированного блока равна:

$$P_{p \xi}(t_i) = 1 - [1 - P_{\xi}(t_i)]^{k_{\xi} + 1}.$$

Вероятность безотказной работы резервированного приемника определяется выражением

$$P(t_i) = \prod_{\xi=1}^m P_{p \xi}(t_i), \quad P(t_i) \geq P_{\text{доп}}, \quad (6-6)$$

где $m=3$ — число блоков, последовательно включенных в логической схеме приемника.

Масса ξ -го блока с учетом его резерва выразится произведением $(k_{\xi} + 1) C_{\xi}$. Здесь C_{ξ} — масса ξ -го блока. Полная масса резервированного приемника равна:

$$C = \sum_{\xi=1}^m (k_{\xi} + 1) C_{\xi}. \quad (6-7)$$

Для определения оптимальной массы будем решать систему уравнений (6-6), (6-7) как вариационную задачу. Введем вспомогательную переменную $0 \leq \alpha_{\xi} < 1$ так, чтобы

$$P_{p \xi}(t_i) = P_{\text{доп}}^{\alpha_{\xi}}. \quad (6-8)$$

При этом

$$P_{\text{доп}}^{\alpha_{\xi}} = 1 - [1 - P_{\xi}(t_i)]^{k_{\xi} + 1},$$

$$k_{\xi} = \frac{\lg(1 - P_{\text{доп}}^{\alpha_{\xi}})}{\lg[1 - P_{\xi}(t_i)]} - 1. \quad (6-9)$$

Согласно (6-6) и (6-8) имеем:

$$P_{\text{доп}} = \prod_{\xi=1}^m P_{\text{доп}}^{\alpha_{\xi}} = P_{\text{доп}}^{\sum_{\xi=1}^m \alpha_{\xi}}. \quad (6-10)$$

Это равенство справедливо лишь при условии

$$\sum_{\xi=1}^m \alpha_{\xi} = 1. \quad (6-11)$$

Дальнейшее решение вариационной задачи с использованием уравнений (6-9) — (6-11) дает:

$$\alpha_{\xi} = \frac{\frac{C_{\xi}}{\lg [1 - P_{\xi}(t_i)]}}{\sum_{\xi=1}^m \frac{C_{\xi}}{\lg [1 - P_{\xi}(t_i)]}}. \quad (6-12)$$

Для получения решения необходимо из (6-12) найти значение α_{ξ} , потом, подставив это значение в (6-9), вычислить оптимальную кратность резервирования. Результаты вычисления сведем в табл. 6-11.

Таблица 6-11

Номер блока	Показатели			
	$P(t_i)$	C_{ξ}	α_{ξ}	$k_{\xi} + 1$
1	0,95	500	0,266	1,77
2	0,98	400	0,164	1,42
3	0,92	900	0,571	1,78

Полученные значения k_{ξ} должны быть округлены в сторону большего целого. В соответствии с табл. 6-11 принимаем для каждого из блоков $k = 1$.

6-3. ЗАДАЧИ

6-1. В системе ориентации может быть применено активное раздельное нагруженное дублирование блоков системы ($k=1$). Интенсивность отказов нерезервированной системы — $\lambda_0 = 1,0 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, переключателя — $\lambda_{\Pi} = 1,0 \cdot 10^{-4}$ 1/ч. Определить оптимальное число $m_{\text{опт}}$ участков резервирования.

О т в е т: $m_{\text{опт}} = k \frac{\lambda_0}{\lambda_{\Pi}} = 10.$

6-2. В системе радиуправления применено активное раздельное нагруженное резервирование блоков системы. Вероятность отказа нерезервированного блока в течение наработки t_i равна q . Число параллельно соединенных блоков равно $(k+1)$. Вероятности отказа в течение наработки t_i нерезервированной системы $Q_{\text{н}} \ll 1$ и

переключателя $q_n \ll 1$. Определить вероятность отказа переключателя, если в системе выбрано оптимальное число участков резервирования.

О т в е т. $q_n(t_i) = kq$.

6-3. В системе применено активное нагруженное дублирование канала управления. Вероятность отказа нерезервированного канала $Q_n(t_i) = 10^{-3}$. Требуется оценить значение вероятности отказа переключателя $q_n(t_i)$, при котором обеспечивается повышение надежности резервированной системы по сравнению с нерезервированной.

$$\text{О т в е т: } q_n(t_i) < \frac{\sqrt{Q_n(t_i)} - Q_n(t_i)}{1 - Q_n(t_i)} = 3 \cdot 10^{-2}.$$

6-4. Система управления содержит блок обработки (1) и блок выдачи команд (2). Величины вероятностей безотказной работы и приведенных затрат на эти блоки равны:

$P_1(t_i) = 0,5$; $C_1 = 3$ тыс. руб.;

$P_2(t_i) = 0,7$; $C_2 = 1$ тыс. руб.

Требуется найти оптимальный нагруженный резерв для каждого блока при условии, что вероятность безотказной работы системы управления должна быть не менее 0,98 при минимальных затратах.

Задачу решать методом множителей Лагранжа.

О т в е т: $k_1 = 5$; $k_2 = 4$; $P(t_i) = 0,98$; $C = 19$ тыс. руб.

6-5. Отличие от задачи 6-4 состоит в том, что требуется найти оптимальный нагруженный резерв для каждого блока при условии, что приведенные затраты на систему управления не превысят 10 тыс. руб. при максимальной надежности.

О т в е т: $k_1 = 2$; $k_2 = 3$; $P(t_i) = 0,87$; $C = 9$ тыс. руб.

6-6. Самолетный радиовысотомер состоит из двух блоков (1 и 2). Интенсивности отказов этих блоков равны: $\lambda_1 = 4 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\lambda_2 = 2,0 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; массы блоков $C_1 = 2$ кг; $C_2 = 3$ кг. Требуется определить оптимальный нагруженный резерв высотомера при условии, что его масса не должна превышать 8 кг при наименьшей вероятности отказа в течение наработки $t_i = 1$ ч.

О т в е т: $k_1 = 1$; $k_2 = 0$; $Q(t_i) = 2 \cdot 10^{-3}$; $C = 7$ кг.

6-7. Генератор сложных сигналов состоит из трех блоков (1, 2 и 3). Вероятности отказов и величины приведенных затрат на эти блоки равны:

$Q_1(t_i) = 0,02$; $Q_2(t_i) = 0,04$; $Q_3(t_i) = 0,05$; $C_1 = 200$ руб., $C_2 = 300$ руб., $C_3 = 600$ руб.

Требуется определить оптимальный состав генератора, который может быть получен путем введения нагруженного резерва, при условии, что вероятность отказа генератора должна быть не более чем $3 \cdot 10^{-3}$ при минимальных затратах. Задачу решать методом динамического программирования.

О т в е т: $k_1 = k_3 = 1$; $k_2 = 2$; $Q(t_i) = 3 \cdot 10^{-3}$; $C = 2500$ руб.

6-8. Отличие от задачи 6-7 состоит в том, что задана максимально возможная величина затрат на генератор с резервом, равная 2300 руб., и требуется обеспечить наименьшую вероятность отказа.

О т в е т: $k_1 = k_2 = k_3 = 1$; $Q(t_i) = 4,5 \cdot 10^{-3}$; $C = 2200$ руб.

6-9. Наземная станция для приема телевизионной программы содержит следующие устройства:

1 — антенна с системой наведения;

2 — параметрический усилитель;

3 — стойка приема;

4 — стойка разделения сигналов изображения и звука.

Коэффициенты простоя и величины приведенных затрат на эти устройства равны:

$K_{п1}=0,5 \cdot 10^{-3}$; $K_{п2}=5 \cdot 10^{-2}$; $K_{п3}=4 \cdot 10^{-3}$; $K_{п4}=8 \cdot 10^{-3}$; $C_1=200$ тыс. руб.; $C_2=30$ тыс. руб.; $C_3=40$ тыс. руб.; $C_4=20$ тыс. руб.

Требуется определить оптимальный нагруженный резерв при условии неограниченного восстановления устройств.

Величина приведенных затрат на наземную станцию не должна превышать 400 тыс. руб. при минимальном значении коэффициента простоя. Задачу решать методом динамического программирования.

О т в е т: $k_1=0$; $k_2=k_3=1$; $k_4=2$; $K_{п}=2,8 \cdot 10^{-3}$; $C=400$ тыс. руб.

6-10. Отличие от задачи 6-9 состоит в том, что требуется обеспечить коэффициент простоя станции не более чем $8 \cdot 10^{-4}$ при минимальных затратах.

О т в е т: $k_1=0$; $k_2=2$; $k_3=k_4=1$; $K_{п}=7 \cdot 10^{-4}$; $C=410$ тыс. руб.

6-11. Регистрирующее устройство содержит три блока с вероятностями отказов, равными: $Q_1(t_i)=0,06$; $Q_2(t_i)=0,01$; $Q_3(t_i)=0,008$. Приведенные затраты на эти блоки соответственно равны:

$C_1=200$ руб.; $C_2=500$ руб.; $C_3=800$ руб.

Требуется определить оптимальный нагруженный резерв устройства при условии, что величина затрат на резервные блоки не превышает 1000 руб.

Задачу решать методом наискорейшего спуска.

О т в е т: $k_1=2$; $k_2=1$; $k_3=0$; $Q(t_i)=8,3 \cdot 10^{-3}$; $C_p=900$ руб.

6-12. Отличие от задачи 6-11 состоит в том, что требуется обеспечить вероятность отказа регистрирующего устройства в течение наработки $(0, t_i)$ не более чем 0,02 при наименьших затратах.

О т в е т: $k_1=k_2=1$; $k_3=0$; $Q(t_i)=0,012$; $C_p=700$ руб.

Глава седьмая

ВЛИЯНИЕ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ НА ИХ ЭФФЕКТИВНОСТЬ

7-1. МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭФФЕКТИВНОСТИ

Для сравнения нескольких вариантов технической системы с целью выбора наилучшего в ряде случаев удобно пользоваться критериями эффективности.

Под эффективностью понимается степень соответствия системы целевому назначению в определенных условиях эксплуатации. Критерий эффективности — некоторый количественный показатель, применяемый для оценки и сравнения вариантов систем. Принято различать показатели качества функционирования и выходной эффект системы. Показатели качества функционирования дают точечную оценку, а выходной эффект дает интервальную оценку процесса функционирования системы.

При определении показателя эффективности рассматривают результат применения системы, который имеет элементы случайности. Иногда приходится учитывать воздействие на систему случайных факторов. Поэтому в качестве показателей эффективности часто применяют характеристики случайных событий, величин, процессов.

Если задачей применения системы является осуществление некоторого определенного события, то за показатель эффективности принимают вероятность выполнения этого события. Когда результат применения системы можно рассматривать как случайную величину, за показатель эффективности принимают параметры закона распределения этой случайной величины или соответствующие моменты (математическое ожидание, дисперсия и т. д.).

Большинство современных сложных радиотехнических систем является восстанавливаемыми: в процессе применения возможно восстановление отказавших элементов без прекращения функционирования всей системы. При отказах отдельных элементов, естественно, может уменьшаться эффективность функционирования системы.

Эффективность зависит от многих факторов, в том числе и от надежности отдельных частей системы. Вместе с тем понятие «эффективность» целесообразно применять к малым блокам и элементам.

Например, не рассматривают эффективность применения конденсаторов в электронной схеме или усилителей в радиоустройствах.

Таким образом, целесообразно ограничить области применения обоих понятий (надежности и эффективности). Для отдельного технического объекта, имеющего определенное целевое назначение и самостоятельное применение (радиолокационная станция, искусственный спутник Земли, радиотехническая система передачи данных, радиорелейная линия и т. д.) имеет смысл рассматривать как надежность, так и эффективность.

Для частей объектов (передатчик, приемник, индикатор радиолокационной станции и т. д.) целесообразно рассматривать только надежность, так как эти части не имеют самостоятельного применения.

Для большой совокупности объектов (система спутниковой связи, система управления воздушными целями и т. д.) имеет смысл только эффективность, так как при

отказах некоторых отдельных объектов могут лишь ухудшаться свойства комплекса.

Для оценки надежности объекта могут использоваться несколько различных показателей, но при этом необходимо учитывать (см. гл. 2), что основным показателем надежности технического объекта должен быть выбран тот показатель, который наилучшим образом характеризует объект и входит в формулу для определения эффективности.

Критерии эффективности могут быть весьма разнообразными: вероятностными, информационными, стоимостными и т. д.

Связь между показателем эффективности системы и надежностью отдельных элементов может быть установлена двумя путями:

1. Показатели надежности отдельных элементов или системы в целом учитываются при вычислении значений показателя эффективности. Часто удается оценить снижение эффективности системы из-за недостаточной ее надежности. При этом вычисляется «идеальное» значение показателя эффективности B_0 при абсолютно надежной системе и «реальное» значение B , учитывающее фактическую надежность системы. Разность

$$\Delta B = B_0 - B \quad (7-1)$$

или отношения

$$\frac{\Delta B}{B_0} = \frac{B_0 - B}{B_0}, \quad \frac{B}{B_0} \quad (7-2)$$

характеризуют снижение эффективности из-за недостаточной надежности системы.

Например, если в качестве показателя эффективности системы радиосвязи принята величина годового дохода от эксплуатации каналов связи, то при вычислении B_0 определяется величина «идеального» дохода, который мог быть получен при условии, что в системе не происходили бы отказы аппаратуры, а при вычислении B — величина «реального» дохода при возможных отказах в системе.

2. Вычисляется значение показателя надежности системы с учетом изменений ее эффективности в процессе функционирования. Отказом считается случай, если значение показателя качества функционирования оказывается меньше критического значения. Показатели надежности являются характеристиками времени (наработки)

появления неработоспособного состояния со значением показателя качества функционирования, меньшим критического.

При оценке эффективности системы целесообразно выделить дискретные состояния, в которых может находиться система.

Часто вычисляют значения показателя эффективности по формуле математического ожидания

$$B = \sum_{j \in g} B_j P_j, \quad (7-3)$$

где g — множество состояний системы; P_j — вероятность пребывания системы в j -м состоянии; B_j — условный показатель эффективности при условии, что система находится в j -м состоянии.

В каждом отдельном случае необходимо анализировать возможность применения формулы (7-3).

Для ремонтируемых систем можно применять критерий средних потерь, учитывающий как неравноценность отказов, так и время ремонта аппаратуры [15].

Показатель эффективности системы может быть как размерной, так и безразмерной величиной. Выбор размерности зависит от назначения системы и выполняемых ею функций.

Например, для радиотехнических систем, основной задачей которых является переработка информации, размерность этого показателя может быть в единицах информации: для вычислительных устройств — в единицах времени; для систем аварийной автоматики показатель эффективности может быть безразмерной величиной — вероятностью выполнения устройством требуемых функций.

Для большого класса систем (радиосвязи, телемеханики, вычислительных машин) часто используются следующие экономические показатели эффективности:

1. Прибыль в единицу времени

$$\Pi = B - W_э, \quad (7-4)$$

где $W_э$ — величина эксплуатационных расходов в единицу времени.

Величина выходного эффекта B представляет собой доход в единицу времени D , получаемый от эксплуата-

ции систем. Прибыль обычно определяется для таких радиотехнических систем, как система связи или передачи информации, и выражается непосредственно в денежных единицах.

2. Срок окупаемости

$$\tau_{\text{ок}} = \frac{W_{\text{к}}}{B - W_{\text{э}}}, \quad (7-5)$$

где $W_{\text{к}}$ — величина капитальных затрат.

3. Полные затраты за время T_c использования системы

$$W = W_{\text{к}} + T_c(W_{\text{э}} + \Delta B), \quad (7-6)$$

ΔB учитывает изменение эффективности применения системы при переходе от одного варианта к другому.

Следует помнить, что для оценки эффективности одинаковых систем, находящихся в различных условиях эксплуатации или используемых для различного назначения, могут быть выбраны разные критерии.

В литературе имеется значительное количество критериев эффективности для оценки конкретных систем, часть из которых подробно разбирается в типовых примерах.

7-2. РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ПРИМЕРОВ

Пример 7-1. Передающее устройство, состоящее из трех блоков, предназначено для передачи данных по $N=240$ одинаковым каналам. Блок 1 передает по $n_1=120$ каналам, блок 2 — по $n_2=80$ каналам и блок 3 — по $n_3=40$ каналам.

Вероятности безотказной работы блоков в течение наработки $(0, t_i)$ равны соответственно:

$$P_1(t_i) = 0,96; \quad P_2(t_i) = 0,98; \quad P_3(t_i) = 0,99.$$

Доход, получаемый от эксплуатации каждого канала в течение 10 ч, составляет $d=2$ удельных единицы стоимости. В случае выхода канала из строя этот доход теряется.

Требуется определить среднюю величину ожидаемого реального дохода D_p , среднюю величину потери дохода ΔD и средний процент $\left(\frac{\Delta D}{D} 100\%\right)$ потери дохода при

эксплуатации устройства за счет ненадежности блоков в течение $t_i = 10$ ч работы.

Решение. Средняя величина потери дохода

$$\Delta D = D_0 - D_p,$$

где D_0 — величина «идеального» дохода, который получился бы при абсолютно надежной работе устройства; D_p — величина реального дохода, получаемого с учетом возможных отказов устройства.

Величина «идеального» дохода равна:

$$D_0 = Nd = 480 \text{ уд. ед.}$$

Величина реального дохода равна:

$$D_p = d \sum_{k=1}^7 (N - n_k) P_k(t_i),$$

где k — число возможных состояний устройств; n_k — число каналов в k -м состоянии, доход от которых теряется; $P_k(t_i)$ — вероятность появления k -го состояния устройства в момент времени t_i .

Раскрывая это выражение, получаем:

$$\begin{aligned} D_p = d \{ & NP_1(t_i) P_2(t_i) P_3(t_i) + (N - n_3) P_1(t_i) P_2(t_i) [1 - \\ & - P_3(t_i)] + (N - n_2) P_1(t_i) P_3(t_i) [1 - P_2(t_i)] + \\ & + (N - n_1) P_2(t_i) P_3(t_i) [1 - P_1(t_i)] + (N - n_2 - \\ & - n_3) P_1(t_i) [1 - P_2(t_i)] [1 - P_3(t_i)] + (N - n_1 - \\ & - n_2) P_3(t_i) [1 - P_1(t_i)] [1 - P_2(t_i)] + (N - n_1 - \\ & - n_3) P_2(t_i) [1 - P_1(t_i)] [1 - P_3(t_i)] \}. \end{aligned}$$

Подставив числовые значения, получим:

$$D_p = 466 \text{ уд. ед.}; \quad \Delta D = 14 \text{ уд. ед.};$$

$$\frac{\Delta D}{D_0} 100\% = \frac{14}{480} 100 \approx 3\%.$$

Пример 7-2. Отличие от примера 7-1 заключается в том, что требуется определить вероятность $P(t_i)$ безотказной работы устройства в течение наработки $t_i = 10$ ч. За отказ устройства принимается такое состояние, при котором доход становится менее 240 уд. ед. стоимости.

Решение. Поскольку по условию от эксплуатации каждого канала в течение 10 ч получается доход, равный 2 уд. ед. стоимости, то отказ устройства можно определить как состояние, при котором работают меньше чем 120 каналов. Таким образом, неработоспособное состояние устройства может возникнуть при появлении в течение наработки $(0, t_i)$ одного из следующих несовместимых событий: 1) события H_1 , заключающегося в неработоспособности блоков 1 и 2; 2) события H_2 , заключающегося в неработоспособности блоков 1 и 3; 3) события H_3 , заключающегося в неработоспособности трех блоков.

Вероятность отказа устройства в течение наработки $(0, t_i)$ равна сумме вероятностей событий H_1, H_2, H_3 :
 $Q(t_i) = P(H_1) + P(H_2) + P(H_3)$.

Вероятности этих событий равны:

$$P(H_1) = P_3(t_i)[1 - P_1(t_i)][1 - P_2(t_i)];$$

$$P(H_2) = P_2(t_i)[1 - P_1(t_i)][1 - P_3(t_i)];$$

$$P(H_3) = [1 - P_1(t_i)][1 - P_2(t_i)][1 - P_3(t_i)].$$

Подставляя числовые значения, получаем:

$$P(H_1) = 0,0008; \quad P(H_2) = 0,0004; \quad P(H_3) = 0,00001;$$

$$Q(t_i) \approx 0,001.$$

Искомая вероятность равна $P(t_i) = 1 - Q(t_i) = 0,999$.

Пример 7-3. Радиотехническая система сбора и обработки информации состоит из трех устройств и предназначена для обработки и последующей выдачи информации. Устройства имеют одинаковые интенсивности отказов, равные $\lambda = 8 \cdot 10^{-4}$ 1/ч, каждое из них обрабатывает $A = 30$ сообщений в час.

Результаты обработки накапливаются и выдаются «залпом» в конце периода $t_i = 10$ ч. При отказе любого из устройств вся обработанная им информация теряется. Требуется оценить абсолютную и относительную эффективность работы системы в течение наработки t_i .

Решение. Поскольку система сбора информации предназначена для обработки сообщений, то в качестве критерия эффективности принимается средний эффект — математическое ожидание выходного эффекта к моменту выдачи результата.

Выходной эффект системы $B(t_i)$ выражается через количество обработанных накопленных сообщений в те-

чение времени $t_i = 10$ ч. Абсолютное значение критерия эффективности определяется при помощи выражения (7-3), в которое входят вероятности пребывания системы в каждом возможном состоянии $P_j(t_i)$, показатели эффективности в этих состояниях — B_j .

В любой момент времени эта система может находиться в любом из четырех возможных состояний:

0 — все устройства работоспособны;

1 — одно из устройств неработоспособно;

2 — два устройства неработоспособны;

3 — три устройства неработоспособны.

Если система находится в состоянии 3, то величина выходного эффекта равна нулю, поэтому выражение для критерия эффективности состоит из трех слагаемых:

$$B(t_i) = B_0(t_i)P_0(t_i) + 3B_1(t_i)P_1(t_i) + 3B_2(t_i)P_2(t_i),$$

или

$$B(t_i) = 3At_i \exp[-3\lambda t_i] + 6At_i \exp[-2\lambda t_i] \{1 - \exp[-\lambda t_i]\} + 3At_i \exp[-\lambda t_i] \{1 - \exp[-\lambda t_i]\}^2.$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$B(10) = 893 \text{ (сообщения).}$$

При абсолютно надежной системе величина максимально возможного выходного эффекта составляет:

$$B_0(t_i) = 3At_i = 900 \text{ (сообщений).}$$

Относительное значение критерия эффективности системы определяется как отношение

$$\eta = \frac{B(t_i)}{B_0(t_i)} = 0,99.$$

Пример 7-4. Отличие от примера 7-3 заключается в том, что система сбора информации предназначена для обработки всех поступающих на нее сообщений. Если часть сообщений потеряна, то результаты обработки теряют свою ценность. Сравнить полученные результаты с результатами примера 7-3.

Решение. Для системы, предназначенной для обработки всех сообщений, математическое ожидание выходного эффекта не может быть принято в качестве критерия эффективности. Это объясняется тем, что для

такой системы существует только два состояния — работоспособное, соответствующее обработке всех сообщений, и неработоспособное, соответствующее потере части или всех сообщений и приводящее к невыполнению задачи. Поэтому в качестве критерия эффективности должна быть принята вероятность выполнения системой поставленной задачи.

Задача будет выполнена только в случае безотказной работы всех устройств в течение 10 ч:

$$P_0(t_i) = \exp[-3\lambda t_i].$$

Подставляя числовые значения, получаем:

$$P_0(t_i) = 0,976.$$

Величина критерия эффективности $P_0(t_i)$ оказалась меньше величины η в примере 7-3. Это объясняется тем, что при определении η учитывались состояния системы с частичной потерей работоспособности.

Пример 7-5. Система связи, рассчитанная на непрерывную передачу $A=100$ дв. ед. информации в секунду в течение наработки $t_i=100$ ч, имеет интенсивность отказов $\lambda=10^{-3}$ 1/ч. Определить эффективность этой системы в абсолютной и относительной величинах в течение наработки $t_i=100$ ч.

Решение. В качестве критерия эффективности системы связи целесообразно принять средний эффект — математическое ожидание выходного эффекта $B(t_i)$, который измеряется количеством двоичных единиц информации, переданных системой за $t_i=100$ ч.

При отказе системы величина выходного эффекта становится равной нулю. Поскольку отказ системы может произойти в любой момент времени τ на интервале $(0, t_i)$, а количество информации, переданное системой до момента отказа, должно быть учтено, абсолютное значение критерия эффективности записывается в виде

$$B(t_i) = B_0(t_i) P(t_i) + \int_0^{t_i} B(\tau) f(\tau) d\tau.$$

Первое слагаемое представляет собой произведение максимально возможного выходного эффекта системы за 100 ч на вероятность безотказной работы. Второе слагаемое определяет среднее значение выходного эффекта

при условии отказа системы в момент времени τ на интервале $(0, t_i)$:

$$B_0(t_i) = At_i; \quad B(\tau) = A\tau.$$

При показательном распределении наработки до отказа

$$\begin{aligned} B(t_i) &= At_i \exp[-\lambda t_i] + \int_0^{t_i} A\tau\lambda \exp[-\lambda\tau] d\tau = \\ &= At_i \exp[-\lambda t_i] + \frac{A}{\lambda} \{1 - (1 + \lambda t_i) \exp(-\lambda t_i)\}. \end{aligned}$$

Подставляя числовые значения, получаем:

$$B(t_i) \approx 3,5 \cdot 10^7 \text{ дв. ед. за } 100 \text{ ч.}$$

Величина относительного среднего эффекта равна:

$$\eta(t_i) = \frac{B(t_i)}{B_0(t_i)} = 0,95.$$

Пример 7-6. Радиотехническая система передачи информации состоит из двух независимо работающих одинаковых передатчиков, каждый из которых передает $A=10^4$ дв. ед. информации в час. Интенсивность отказов одного передатчика $\lambda=10^{-2}$ 1/ч, интенсивность восстановления $\mu=0,5$ 1/ч, ремонтная бригада одна. Требуется определить средний эффект, получаемый от системы в течение наработки 200 ч.

Решение. Средний эффект выражается в двоичных единицах информации и может быть определен при помощи выражения (7-3). При этом P_j характеризует долю времени, в течение которого система находится в j -м состоянии. Возможны следующие состояния системы:

- 0 — оба передатчика работоспособны;
- 1 — один передатчик неработоспособен;
- 2 — оба передатчика неработоспособны.

Аналогичные состояния системы рассмотрены в примере 5-13, где получены соответствующие выражения для P_0, P_1, P_2 .

Используя эти выражения, можно записать приближенно при $\mu \gg \lambda$:

$$P_1 \approx \frac{2\lambda}{\mu} = 4 \cdot 10^{-2}; \quad P_2 \approx \frac{2\lambda^2}{\mu^2} = 8 \cdot 10^{-4};$$

$$P_0 \approx 1 - \frac{2\lambda}{\mu} - \frac{2\lambda^2}{\mu^2} = 0,96.$$

Величины выходного эффекта в каждом состоянии в течение 200 ч равны:

$$B_0 = 2At_i = 4 \cdot 10^6 \text{ дв. ед.};$$

$$B_1 = At_i = 2 \cdot 10^6 \text{ дв. ед.};$$

$$B_2 = 0.$$

Следовательно, величина среднего эффекта системы может быть определена как

$$B = 2At_i \left[1 - \frac{2\lambda}{\mu} - \frac{2\lambda^2}{\mu^2} \right] + At_i \frac{2\lambda}{\mu} = 3,9 \cdot 10^6 \text{ дв. ед.}$$

Пример 7-7. Электронные цифровые вычислительные машины одного класса «Урал-2» и «Минск-2» обладают данными, приведенными в табл. 7-1.

Таблица 7-1

Тип ЭЦВМ	Капитальные затраты W_k , тыс. руб.	Эксплуатационные расходы $W_{\text{э}}$, руб/ч	Интенсивность отказов λ , 1/ч	Затраты на проведение одного ремонта W_p , руб.
«Урал-2»	98,9	48	0,06	30
«Минск-2»	155	50	0,04	40

Определить, использование какой машины будет более эффективным в течение 5 лет при коэффициенте использования $K_{\text{и}}=0,9$.

Решение. Наиболее эффективной будет та цифровая ЭВМ, использование которой связано с наименьшими полными затратами. Величина полных затрат за время $T_c=5$ лет определяется по формуле (7-6). Величина ΔB в данном случае представляет собой затраты на ремонт в течение года (8760 ч):

$$\Delta B = 8760\lambda W_p,$$

т. е. величина полных затрат для ЭВМ равна:

$$W = W_k + T_c(8760 K_n W_э + 8760 \lambda W_p) = W_k + \\ + 8760 T_c (K_n W_э + \lambda W_p).$$

После подстановки числовых значений получим для ЭВМ «Урал-2» $W = 2\,073\,000$ руб., для ЭВМ «Минск-2» $W = 2\,215\,000$ руб. Таким образом, более эффективным оказалось использование ЭВМ «Урал-2».

Пример 7-8. Отличие от примера 7-7 заключается в следующем: для решения определенной задачи требуется машинное время $t_i = 1000$ ч. Стоимость ремонта входит в стоимость аренды. Определить, на какой ЭВМ более эффективно проводить решение задачи.

Решение. Более эффективным будет использование той ЭВМ, на которой решение задачи может быть проведено с наименьшими затратами. Величина затрат может быть определена из выражения

$$W = t_i (W_э + \lambda W_p).$$

Для ЭВМ «Урал-2» $W = 49\,800$ руб., для ЭВМ «Минск-2» $W = 51\,600$ руб. Более эффективно использование ЭВМ «Урал-2».

Пример 7-9. Система управления радиокomплексом, рассчитанная на длительное использование, может быть выполнена в двух вариантах с показателями, приведенными в табл. 7-2.

Таблица 7-2

Номер варианта	W_k , руб.	$W_э$, руб/год	B_0 , руб/год	λ , 1/ч	μ , 1/ч
1	90 000	26 000	50 000	0,028	0,2
2	120 000	30 000	50 000	0,01	0,2

Требуется определить, при каком варианте получится меньшее значение величины срока окупаемости.

Решение. Значение срока окупаемости определяется из выражения (7-5). Вначале надо вычислить для каждого варианта значение реального показателя выходного эффекта B , учитывающего надежность системы. Для систем длительного использования можно записать:

$$B = B_0 K_r,$$

где коэффициент готовности

$$K_r = \frac{\mu}{\mu + \lambda}.$$

Таким образом, для 1-го варианта $K_{r1}=0,88$; $B_1=44\ 000$ руб.; для 2-го варианта $K_{r2}=0,95$; $B_2=47\ 500$ руб.

После подстановки числовых значений в выражение (7-5) получим для 1-го варианта $\tau_{ок1}=5$ лет, для 2-го варианта $\tau_{ок2}=6,85$ года.

Следовательно, по сроку окупаемости более эффективным оказался 1-й вариант системы управления.

Пример 7-10. Отличие от примера 7-9 заключается в том, что требуется определить, при каком варианте получается меньшее значение величины полных затрат за время использования системы $T_c=5$ лет.

Решение. Значение величины полных затрат за время использования системы T_c определяется для каждого варианта из выражения (7-6). Значение величины ΔB определяется из выражения (7-1) по результатам примера 7-9. Для 1-го варианта $\Delta B_1=6000$ руб., для 2-го варианта $\Delta B_2=2500$ руб.

После подстановки числовых значений имеем для 1-го варианта $W_1=250\ 000$ руб., для 2-го варианта $W_2=282\ 000$ руб.

Следовательно, при сравнении величин полных затрат более эффективным оказался также 1-й вариант.

Пример 7-11. Требуется сравнить два варианта построения системы управления и выбрать более эффективный при приведенных в табл. 7-3 исходных данных.

Срок службы системы $T_c=5$ лет.

Таблица 7-3

Экономические показатели, тыс. руб.	Номер варианта	
	I	II
Капитальные затраты W_k	200	300
Эксплуатационные расходы в год $W_э$	20	30
Реальный показатель выходного эффекта в год B	60	70
Идеальный показатель выходного эффекта в год B_0	90	90

Решение. Сравнение двух возможных вариантов производится с учетом выходного эффекта.

Простейшим экономическим показателем подобного типа является величина прибыли, полученной от работы системы в течение года:

$$\Pi = B - W_{\text{э}}.$$

Для первого варианта

$$\Pi_1 = 60 - 20 = 40 \text{ тыс. руб.}$$

Для второго варианта

$$\Pi_2 = 70 - 30 = 40 \text{ тыс. руб.}$$

Оказалось, что величины прибыли для обоих вариантов одинаковы и сравнение по этому показателю не позволяет выбрать более эффективный вариант.

Произведем оценку вариантов по критерию полных затрат за время использования системы:

$$W = W_{\text{к}} + T_{\text{с}} [W_{\text{э}} + (B - B_0)].$$

Для первого варианта

$$W_1 = 200 + 5 [20 + (90 - 60)] = 450 \text{ тыс. руб.}$$

Для второго варианта

$$W_2 = 300 + 5 [30 + (90 - 70)] = 550 \text{ тыс. руб.}$$

Величина полных затрат оказалась меньше для первого варианта построения системы управления. Следовательно, первый вариант может быть рекомендован как более эффективный.

Пример 7-12. Радиолокационная информация поступает циклами на два одинаковых невосстанавливаемых блока обработки информации и одно устройство памяти. При работоспособных блоках обработки общее время обработки информации равно $T = 10$ мин. Если один из блоков обработки вышел из строя, то устройство памяти через время T выдает недостающую информацию в работоспособный блок и общее время обработки увеличивается до $2T$. Интенсивность отказов устройства памяти $\lambda_1 = 10^{-3}$ 1/ч, каждого блока обработки $\lambda_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Требуется определить среднее время обработки радиолокационной информации, которое принимается за критерий эффективности системы.

Решение. Среднее время обработки радиолокационной информации определяется по формуле математического ожидания

$$m_{t \text{ обр}} = T_1 P_1 + T_2 P_2,$$

где P_1 — вероятность того, что работоспособны оба блока обработки; P_2 — вероятность того, что один блок обработки неработоспособен;

$$T_1 = T, \quad T_2 = 2T.$$

Определим вероятности P_1 и P_2 :

$$P_1 = \exp[-2\lambda_2 T_1] = \exp[-2\lambda_2 T];$$

$$\begin{aligned} P_2 &= 2 \exp[-\lambda_1 T_1] \exp[-\lambda_2 T_2] \{1 - \exp[-\lambda_2 T_1]\} = \\ &= 2 \exp[-(\lambda_1 + 2\lambda_2) T] \{1 - \exp[-\lambda_2 T]\}. \end{aligned}$$

Таким образом, среднее время обработки информации

$$\begin{aligned} m_{t \text{ обр}} &= T \exp[-2\lambda_2 T] + 4T \exp[-(\lambda_1 + 2\lambda_2) T] \{1 - \\ &\quad - \exp[-\lambda_2 T]\}. \end{aligned}$$

После подстановки числовых значений получим:

$$m_{t \text{ обр}} \approx 0,17 \text{ ч.}$$

Пример 7-13. Наземная станция системы спутниковой связи, работающая сеансами длительностью $t_1 = 3$ ч, состоит из двух устройств — приемопередатчика (1) и устройства углового сопровождения (2). Интенсивности отказов этих блоков равны соответственно: $\lambda_1 = 3 \cdot 10^{-3}$ 1/ч и $\lambda_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Устройство углового сопровождения включается за $t_2 = 1$ ч до начала сеанса связи и служит для обнаружения спутника и сопровождения его в течение всего сеанса.

Приемопередатчик включается на время сеанса связи. Определить вероятность успешного проведения сеанса связи, которая принимается за критерий эффективности станции.

Решение. Сеанс связи будет проведен успешно в случае, если устройство углового сопровождения обнаружит спутник и будет сопровождать его в течение всего сеанса, т. е. будет работоспособно в интервале времени $(t_1 + t_2)$ и одновременно приемопередатчик будет работать безотказно в течение интервала времени t_1 . Следо-

вательно, вероятность успешного проведения сеанса связи будет равна:

$$\begin{aligned} B(t) &= \exp[-\lambda_1 t_1] \exp[-\lambda_2 (t_1 + t_2)] = \\ &= \exp\{-[(\lambda_1 + \lambda_2)t_1 + \lambda_2 t_2]\} = 0,98. \end{aligned}$$

Пример 7-14 из [8]. Радиоэлектронная система гражданского аэропорта, предназначенная для просмотра пространства в пределах 180° , обслуживается двумя одинаковыми станциями a и b . Станция a перекрывает пространство в пределах $0-110^\circ$, а станция b — в пределах сектора $70-180^\circ$. Коэффициент готовности каждой станции $K_T = 0,95$.

Вероятность обнаружения объекта в зоне действия одной станции $h_1 = 0,9$, а в зоне перекрытия

$$h_2 = 1 - (1 - h_1)^2 = 0,99.$$

Требуется найти вероятность обнаружения на заданной дальности подлетающего самолета, появляющегося в произвольный момент времени с равной вероятностью на любом азимутальном направлении в пределах сектора $0-180^\circ$.

Решение. Вероятность обнаружения самолета, принятая в качестве показателя эффективности радиоэлектронной системы, может быть определена по формуле (7-3).

В каждый момент времени система может находиться в любом из трех состояний:

- 0 — обе станции работоспособны;
- 1 — неработоспособна станция a ;
- 2 — неработоспособна станция b ;
- 3 — неработоспособны обе станции.

Следовательно, вероятность обнаружения самолета равна:

$$B = P_0 B_0 + P_1 B_1 + P_2 B_2$$

(в состоянии 3 самолет не может быть обнаружен).

Поскольку станции обладают одинаковыми параметрами, то можно записать:

$$B = P_0 B_0 + 2P_1 B_1.$$

Вероятности того, что система в некоторый момент времени будет в состоянии 0 и 1 соответственно равны

$$P_0 = \frac{1}{1 + 2(1/K_r - 1)} \approx 0,91;$$

$$P_1 = K_r(1 - K_r) \approx 0,05.$$

Эффективности этих состояний определяются следующим образом. В состоянии 0 в пределах сектора от 70 до 110°, т. е. в пределах 40°, действуют сразу обе станции, а в пределах оставшегося сектора 0—70° и 110—180°, т. е. в пределах 140°, — по одной станции. Таким образом,

$$B_0 = \frac{40^\circ}{180^\circ} h_2 + \frac{140^\circ}{180^\circ} h_1 = \frac{40^\circ}{180^\circ} 0,99 + \frac{140^\circ}{180^\circ} 0,9 = 0,92.$$

В состоянии 1 (или 2) в пределах сектора 110° действует одна станция (либо в пределах 0—110°, либо 70—180°), а в остальной части сектора самолет не будет обнаружен:

$$B_1 = \frac{110^\circ}{180^\circ} h_1 = \frac{110^\circ}{180^\circ} 0,9 = 0,55.$$

Вероятность обнаружения самолета равна:

$$B = 0,91 \cdot 0,92 + 2 \cdot 0,05 \cdot 0,55 = 0,89.$$

7-3. ЗАДАЧИ

7-1. Устройство для обработки информации имеет производительность $A=100$ сообщений в час. Эффективность функционирования системы оценивается при помощи средних потерь выходного эффекта ΔB . Требуется определить допустимую величину коэффициента простоя устройства $K_{\text{п}}$, при которой значение ΔB не более двух сообщений в час.

Ответ: $K_{\text{п}} = \frac{\Delta B}{A} = 0,02.$

7-2. Трехкоординатная РЛС предназначена для измерения дальности, азимута и высоты цели. РЛС содержит блоки измерения дальности (Д), азимута (А), высоты (В) и общие блоки (О), работоспособность которых необходима для выполнения любого измерения.

Неработоспособным считается состояние, при котором измеряется меньше двух координат цели. Заданы интенсивности отказов: $\lambda_0 = 4 \times 10^{-3}$ 1/ч; $\lambda_{\text{Д}} = \lambda_{\text{В}} = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\lambda_{\text{А}} = 10^{-3}$ 1/ч.

Требуется определить вероятность безотказной работы РЛС в течение наработки $t_i = 10$ ч.

$$\begin{aligned} \text{О т в е т: } P(t_i) &= \exp[-(\lambda_0 + \lambda_D + \lambda_A + \lambda_B) t_i] + \exp[-(\lambda_0 + \\ &+ \lambda_D + \lambda_A) t_i][1 - \exp(-\lambda_B t_i)] + \exp[-(\lambda_0 + \lambda_A + \lambda_B) t_i][1 - \\ &- \exp(-\lambda_D t_i)] + \exp[-(\lambda_0 + \lambda_D + \lambda_B) t_i][1 - \exp(-\lambda_A t_i)] = \\ &= 0,956. \end{aligned}$$

7-3. В центр управления передается информация с трех обзорных РЛС, работающих с перекрытием. Для полного обзора пространства достаточно, чтобы были работоспособными любые две станции. Интенсивности отказов каждой РЛС $\lambda = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, восстановления $\mu = 0,2$ 1/ч. Требуется определить среднюю долю времени, в течение которого не будет потери радиолокационной информации при условии, что на каждой РЛС ремонт производит своя ремонтная бригада

О т в е т: 0,9997.

7-4. РЛС обнаружения возможных воздушных целей измеряет азимуты и дальности этих целей частотным методом. РЛС содержит антенное устройство (1), передатчик (2), приемник (3) и четыре канала измерения дальности (4). В каждом канале могут измеряться дальности трех целей, находящихся в определенном диапазоне. Заданы интенсивности отказов: $\lambda_1 = 10^{-4}$ 1/ч; $\lambda_2 = 3 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $\lambda_3 = 10^{-3}$ 1/ч; $\lambda_4 = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч

Определить математическое ожидание возможных обнаруженных целей в течение наработки $t_i = 10$ ч

$$\begin{aligned} \text{О т в е т. } B &= \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) t_i] \{ 12 \exp(-4\lambda_4 t_i) + \\ &+ 36 \exp(-3\lambda_4 t_i)[1 - \exp(-\lambda_4 t_i)] + 24 \exp(-2\lambda_4 t_i)[1 - \\ &- \exp(-\lambda_4 t_i)]^2 + 12 \exp[-\lambda_4 t_i][1 - \exp(-\lambda_4 t_i)]^3 \} = 11,2. \end{aligned}$$

7-5. Отличие от задачи 7-4 состоит в том, что требуется определить вероятность обнаружения всех возможных целей в течение наработки $(0, t_i)$.

$$\text{О т в е т: } P(t_i) = \exp[-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + 4\lambda_4) t_i] = 0,886.$$

7-6. Вычислительное устройство обрабатывает $A = 3,6 \cdot 10^5$ дв. ед информации в час и имеет интенсивность отказов $\lambda = 10^{-3}$ 1/ч. Контроль работоспособности и в случае необходимости ремонтные работы производятся через интервалы $t_{\text{п}}$. Определить минимальный интервал $t_{\text{п}}$, при котором относительный средний эффект не менее 0,9.

О т в е т: $t_{\text{п}} = 100$ ч

7-7. ЭВМ имеет следующие параметры: интенсивность отказов $\lambda = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч, интенсивность восстановления $\mu = 0,8$ 1/ч и коэффициент использования, равный 0,9. Стоимость одного часа работы ЭВМ составляет $C_1 = 30$ руб.

Требуется определить среднюю величину ущерба за счет ненадежности ЭВМ в течение года работы.

$$\text{О т в е т: } C_{\text{ущ}} = C_1 t_i \frac{\lambda}{\mu + \lambda} K_{\text{п}} = 590 \text{ руб.}$$

7-8. Требуется сравнить по среднему числу n решаемых типовых задач две ЭВМ, имеющих характеристики, приведенные в табл. 7-4.

Т а б л и ц а 7-4

Цифровая ЭВМ	Быстродействие γ , тыс. опер./с	λ , 1/ч	μ , 1/ч
№ 1	2	0,01	1
№ 2	10	0,03	1

$$\text{С т в е т : } \frac{n_2}{n_1} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \frac{(\mu + \lambda_1)}{(\mu + \lambda_2)} = 4,9.$$

Г л а в а в о с ь м я я

РАСЧЕТЫ НАДЕЖНОСТИ ПРИ ПОСТЕПЕННЫХ ОТКАЗАХ

8-1. МЕТОДЫ РАСЧЕТА

Особенность таких расчетов состоит в возможном учете информации о приближении к отказам. Расчет может быть осуществлен, если известны: схема системы, параметры комплектующих элементов и допуски на отклонение определяющего параметра системы. Определяющим называется основной выходной параметр системы, по которому оценивается ее работоспособность.

Поскольку надежность при постепенных отказах связана с изменением параметров элементов и системы, часто применяют термин *параметрическая надежность*.

Параметрическую надежность характеризует распределение наработки до отказа: выхода из рабочей области $Y_{кр}(t)$ определяющего параметра системы $Y(t)$. Для измерения параметрической надежности могут использоваться общепринятые в теории надежности показатели: плотность распределения наработки до отказа $f(t)$, функция надежности $P(t)$, интенсивность отказов $\lambda(t)$. Для ремонтируемых систем рассматривается поток параметрических отказов или условное распределение наработки после очередного отказа.

Значения показателей параметрической надежности зависят от вида связей между элементами (структуры

схемы) и характеристик нестационарных случайных процессов $X_j(t)$ изменения параметров элементов. Структура схемы определяет вид зависимости φ определяющего параметра $Y(t)$ от параметров элементов:

$$Y(t) = \varphi [X_1(t), \dots, X_n(t)]. \quad (8-1)$$

Уравнения связи $Y(t)$ с параметрами элементов могут быть заданы в неявном виде или в виде системы дифференциальных уравнений.

Рабочая область $Y_{кр}(t)$ для системы задается с учетом ее назначения и условий работы. Обычно рабочая область неслучайна и не меняется в течение ресурса (срока службы) системы, т. е. рассматривают постоянные границы y_1, y_2 рабочей области. Иногда значения y_1 и y_2 называют предельными значениями.

Для фиксированного момента времени или наработки $t=t_i$ можно найти вероятность нахождения системы в работоспособном состоянии, или, иначе говоря, вероятность того, что определяющий параметр находится в границах допуска (y_1, y_2):

$$G_i = \int_{y_1}^{y_2} f_i(y) dy,$$

где $f_i(y)$ — плотность распределения значений параметра Y_i в момент времени (наработки) $t=t_i$.

Эта вероятность характеризует серийноспособность (статистическую точность определяющего параметра) рассматриваемой системы. Значения G_i равны доле работоспособных систем из множества одинаковых в рассматриваемый момент времени (наработки) $t=t_i$.

Опыт исследований радиоэлектронных систем свидетельствует, что значения параметров элементов обычно распределены по нормальному закону.

Для фиксированного момента времени или наработки при линеаризации зависимости (8-1) получают формулы для числовых характеристик определяющего параметра системы:

математического ожидания

$$m_y = \varphi (m_{x_1}, m_{x_2}, \dots, m_{x_n}^{\bar{}}), \quad (8-2)$$

дисперсии

$$\sigma_y^2 = \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right)_m^2 \sigma_{x_j}^2 + 2 \sum_{i < j} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right)_m \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right)_m \sigma_{x_i} \sigma_{x_j} r_{ij}, \quad (8-3)$$

где m_{x_j} , σ_{x_j} — математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение значений параметра j -го элемента; $\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right)_m$ — значение частной производной по параметру x_j при значениях параметров элементов, равных математическим ожиданиям; r_{ij} — коэффициент корреляции случайных величин X_i и X_j .

Когда случайные величины X_1, \dots, X_n не коррелированы,

$$\sigma_y^2 = \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right)_m^2 \sigma_{x_j}^2, \quad (8-4)$$

Первичные параметры элементов (для электронных ламп — крутизна и коэффициент усиления, для аккумуляторов — емкость и внутреннее сопротивление и т. д.) обычно сильно коррелированы, в то время как взаимная корреляция между параметрами отдельных элементов системы, как правило, или весьма незначительна, или вообще отсутствует.

По значениям m_{yi} , σ_{yi} , соответствующим наработке $t = t_i$, можно по формуле (8-1) вычислить вероятность G_i того, что значения определяющего параметра Y_i в i -м сечении случайного процесса $Y(t)$ находятся в границах допуска y_1, y_2 .

Обычно предполагается нормальное распределение случайной величины Y_i . Необходимо, однако, учитывать, что при существенно нелинейных зависимостях φ распределение

$$Y_i = \varphi(X_{1i}, \dots, X_{ni})$$

может значительно отличаться от нормального при нормальных (усеченных) распределениях случайных величин X_{1i}, \dots, X_{ni} .

При нормальном распределении $f(y)$ из (8-1) можно получить расчетные формулы с использованием табулированных интегралов вероятностей. Существуют различ-

ные виды таких таблиц. Наиболее часто используется нормированная функция Лапласа

$$\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u \exp\left[-\frac{x^2}{2}\right] dx.$$

Значения этой функции приведены в табл. П-1-5. Обычно принимается

$$u = \frac{y - m_y}{\sigma_y},$$

при этом имеем:

$$G_i = \frac{1}{2} - \Phi(u_i).$$

Чтобы не запутаться в расчетных формулах, полезно в каждой задаче делать рисунок, на котором изображена кривая распределения, заданные и искомые величины. На этих рисунках заштрихованные площади соответствуют искомым вероятностям.

Для предсказания показателей параметрической надежности систем по данным об изменении свойств элементов необходимо исследовать и экстраполировать случайные процессы изменения параметров элементов. Обычно учитывают лишь нестационарные монотонные составляющие случайных процессов изменения параметров элементов, связанные с их старением, износом или разрегулированием.

Чтобы учесть экспериментальные данные об изменении свойств элементов, необходимо ввести гипотезы об особенностях соответствующих нестационарных случайных процессов.

Для случайных процессов изменения параметров элементов характерно, что каждый тип элемента имеет свою типичную кривую изменения параметра. Поэтому можно изменения параметров элементов аппроксимировать случайными процессами, которые имеют определенную функциональную зависимость от времени, а их случайный характер обусловлен случайными показателями, не зависящими от времени. Такие процессы можно условно назвать «полуслучайными». При их использовании мы переходим от рассмотрения нестационарных случайных

процессов к рассмотрению функций случайных величин A, B, \dots и времени (наработки) t

$$X(t) = \varphi_1(A, B_1, \dots, t).$$

Обычно удается ограничиться применением линейных случайных процессов

$$X(t) = A + Bt, \quad (8-5)$$

где A, B — случайные величины, распределенные по нормальному закону.

Математическое ожидание линейного случайного процесса

$$m_x(t) = m_a + m_b t, \quad (8-6)$$

где m_a, m_b — математические ожидания начального значения (A) и скорости (B) изменения параметра элемента.

Дисперсия линейного случайного процесса

$$\sigma_x^2(t) = \sigma_a^2 + 2K_{ab}t + \sigma_b^2 t^2, \quad (8-7)$$

где σ_a^2 — дисперсия начального значения A ; σ_b^2 — дисперсия скорости B изменения параметра; K_{ab} — момент связи случайных величин A и B .

Часто используют простейшие случайные процессы: веерный $X(t) = x_0 + Bt$ (случайной величиной является лишь скорость изменения параметра) и равномерный $X(t) = A + bt$ (случайной величиной является лишь начальное значение параметра).

Полиномы второго и третьего порядка находят ограниченное применение из-за громоздкости получения и использования соответствующих числовых характеристик. Экспоненциальные зависимости сводятся к линейным логарифмированиям.

Предсказание параметрической надежности системы может быть осуществлено тремя путями: применением расчетов, вероятностного моделирования на цифровых вычислительных машинах, вероятностного моделирования на специальных установках.

Расчеты обычно являются приближенными. Они могут быть выполнены двумя путями:

1. Сначала вычисляют значения вероятностей нахождения в работоспособном (или неработоспособном) состоянии для нескольких (не менее 10) фиксированных

значений наработки t_1, \dots, t_n , обычно равномерно распределенных в течение назначенного ресурса. Далее, предполагая, что все реализации полуслучайного процесса изменения определяющего параметра системы являются гладкими монотонными, находим средние для интервалов $\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$ значения плотности распределения наработки до отказа:

$$[f_i]_{\text{cp}} \approx \frac{G_i - G_{i+1}}{t_{i+1} - t_i} = \frac{S_{i+1} - S_i}{t_{i+1} - t_i}, \quad (8-8)$$

где G_i — вероятность нахождения в работоспособном состоянии в момент времени $t = t_i$; S_i — вероятность нахождения в неработоспособном состоянии (выхода за границу поля допуска) в момент времени (или наработки) $t = t_i$.

2. Второй путь расчета параметрической надежности состоит в том, что сначала вычисляют для немногих значений наработки значения m_{yi} , σ_{yi} , затем вычисляют по методу наименьших квадратов значения числовых характеристик полуслучайного процесса, аппроксимирующего процесс изменения определяющего параметра системы. В простейшем случае используется равномерный линейный случайный процесс с числовыми характеристиками m_{y_0} , σ_{y_0} , b . При нормальном распределении значений параметра Y распределение наработки до отказа (выхода за границу допуска ω) также является нормальным с параметрами

$$m_t = \frac{\omega - m_{y_0}}{b}; \quad (8-9)$$

$$\sigma_t = \frac{\sigma_{y_0}}{|b|}. \quad (8-10)$$

При этом функция надежности

$$P(t) = c \left[\frac{1}{2} - \Phi \left(\frac{t - m_t}{\sigma_t} \right) \right],$$

где нормирующий множитель

$$c = \frac{1}{\Phi \left(\frac{t_{\text{мин}} - m_t}{\sigma_t} \right) - \Phi \left(\frac{t_{\text{макс}} - m_t}{\sigma_t} \right)};$$

$\Phi\left(\frac{t - m_t}{\sigma_t}\right)$ — нормированная функция Лапласа (приложение П-1-5); $t_{\min} = \frac{y_{\min}}{b}$, $t_{\max} = \frac{y_{\max}}{b}$ — диапазон возможных значений наработки до отказа (выхода определяющего параметра за границу допуска).

В задачах, связанных с разрегулированием, изменение определяющего параметра системы аппроксимируется веерным случайным процессом

$$W(t) = \omega_0 + Bt,$$

где ω_0 — неслучайное значение регулируемого параметра, которое устанавливается на всех эксплуатируемых системах при профилактических работах.

Расчеты параметрической надежности начали проводиться недавно, еще не накоплено достаточных исходных данных для расчета сложных радиоэлектронных систем. Поэтому ниже приведены примеры и задачи лишь по расчету сравнительно простых устройств и электрических цепей. При наличии исходных данных легко провести соответствующие аналогии со сложными радиоэлектронными системами.

Массовые параметрические отказы систем в результате старения, износа и разрегулирования элементов начинаются после значительной наработки после начала эксплуатации или крупной профилактической работы. Обычно удается выделить величину наработки t_n , с которой начинается быстрый рост интенсивности параметрических отказов $\lambda_{\text{пар}}(t)$. При этом принимается, что

$$\lambda_{\text{пар}}(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t \leq t_n; \\ \xi(t - t_n) & \text{при } t > t_n. \end{cases}$$

При значениях t , меньших моды, обычно принимается, что плотность распределения наработки до параметрического отказа

$$f_{\text{пар}}(t) \approx \lambda_{\text{пар}}(t).$$

Назначенный ресурс (срок службы) и время между профилактическими регулировками схем должны назначаться с учетом значения t_n .

8-2. РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ПРИМЕРОВ

Пример 8-1. На складе долгое время хранится партия резисторов с номинальным значением сопротивления $R_H = 20$ кОм. При проверке резисторов обнаружено, что среднее значение сопротивлений резисторов $m_R = 21$ кОм, среднее квадратическое отклонение $\sigma_R = 2$ кОм.

Определить долю брака, если допустимо отклонение сопротивления резистора не более чем на 15 процентов

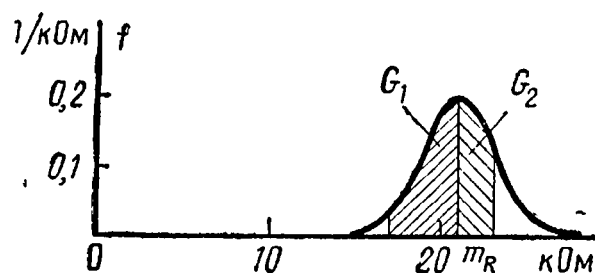


Рис. 8-1. Кривая распределения сопротивлений резисторов.

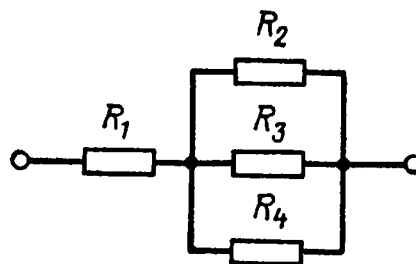


Рис. 8-2. Резисторная схема.

от номинала (предположить нормальное распределение значений сопротивлений).

Решение. Границы допуска на величину сопротивления резисторов

$$y_1 = 0,85 R_H = 0,85 \cdot 20 = 17 \text{ кОм};$$

$$y_2 = 1,15 R_H = 1,15 \cdot 20 = 23 \text{ кОм}.$$

В соответствии с рис. 8-1 вероятность нахождения значений сопротивлений вне границ допуска

$$S = 1 - G_1 - G_2.$$

По таблице значений нормированной функции Лапласа находим:

$$G_2 = \Phi \left(\frac{y_2 - m_R}{\sigma_R} \right) = \Phi \left(\frac{23 - 21}{2} \right) = \Phi(1) = 0,341.$$

Учитывая, что $-\Phi(u) = \Phi(-u)$, имеем:

$$G_1 = \Phi \left(\frac{m_R - y_1}{\sigma_R} \right) = \Phi \left(\frac{21 - 17}{2} \right) = \Phi(2) = 0,477.$$

Получим:

$$S = 1 - 0,341 - 0,477 = 0,182,$$

т. е. 18,2 процента всех резисторов неисправны.

Пример 8-2. Для резисторной схемы, изображенной на рис. 8-2, вычислить среднее значение и среднее квадратическое отклонение общего сопротивления, если известно, что средние значения сопротивлений резисторов $m_{R_1} = 10$ кОм, $m_{R_2} = m_{R_3} = m_{R_4} = 30$ кОм; средние квадратические отклонения $\sigma_{R_1} = 2$ кОм, $\sigma_{R_2} = \sigma_{R_3} = \sigma_{R_4} = 3$ кОм.

Решение. Для параллельного соединения k резисторов имеем в соответствии с (8-2) формулу для среднего значения сопротивления схемы

$$m_{R_{01}} = \frac{1}{\sum_{j=1}^k \frac{1}{m_{R_j}}}.$$

Значение частной производной по j -му резистору

$$\left(\frac{\partial \Phi}{\partial R_j} \right)_m = \frac{1}{\sum_{j=1}^k \left(\frac{1}{m_{R_j}} \right)^2 m_{R_j^2}}.$$

В рассматриваемом случае одинаковых сопротивлений резисторов

$$m'_{R_{01}} = \frac{1}{3} m_{R_j} = \frac{1}{3} 30 = 10 \text{ кОм}; \quad \left(\frac{\partial \Phi}{\partial R_j} \right)_m = \frac{1}{k^2} = \frac{1}{9}.$$

Соответственно дисперсия схемы из $k=3$ параллельно соединенных одинаковых резисторов

$$\sigma_{R_{01}}^2 = \frac{1}{k^3} \sigma_R^2 = \frac{1}{3^3} 3^2 = \frac{1}{3}.$$

Для схемы из последовательно соединенных n резисторов

$$m_{R_{02}} = \sum_{j=1}^n m_{R_j}; \quad \left(\frac{\partial \Phi}{\partial R_j} \right)_m = 1; \quad \sigma_{R_{02}}^2 = \sum_{j=1}^n \sigma_{R_j}^2.$$

Для рассматриваемой схемы получим:

$$m_{R_{cx}} = m_{R_1} + m'_{R_{01}} = 10 + 10 = 20 \text{ кОм};$$

$$\sigma_{R_{cx}}^2 = \sigma_{R_1}^2 + \sigma_{R_{01}}^2 = \sigma_{R_1}^2 + \frac{1}{k^3} \sigma_R^2 = 2^2 + \frac{1}{3^3} 3^2 = 4 \frac{1}{3} \text{ кОм}^2.$$

Среднее квадратическое отклонение общего сопротивления схемы, изображенной на рис. 8-2,

$$\sigma_{R_{cx}} = \sqrt{4 \frac{1}{3}} \approx 2,09 \text{ кОм}.$$

Пример 8-3. Вычислить среднее квадратическое отклонение коэффициента усиления двухкаскадного усилителя с общей отрицательной обратной связью. Одинаковые каскады усиления имеют средние значения коэффициентов усиления $m_k = 10$, средние квадратические отклонения $\sigma_k = 1,0$. Среднее значение коэффициента обратной связи $m_\beta = 0,09$, среднее квадратическое отклонение $\sigma_\beta = 0,2 \cdot 10^{-2}$.

Решение. При наличии общей отрицательной обратной связи и одинаковых каскадах усиления коэффициент усиления схемы

$$K_c = \frac{K^2}{1 + \beta K^2},$$

где K — коэффициент усиления каскада; β — коэффициент обратной связи.

Среднее значение коэффициента усиления схемы

$$m_{K_c} = \frac{m_K^2}{1 + m_\beta m_K^2} = 10.$$

Значения частных производных

$$\left(\frac{\partial K_c}{\partial K} \right)_m = \frac{2m_K}{(1 + m_\beta m_K^2)^2} = \frac{2 \cdot 10}{(1 + 0,09 \cdot 10^2)^2} = 0,2;$$

$$\left(\frac{\partial K_c}{\partial \beta} \right)_m = \frac{-m_K^4}{(1 + m_\beta m_K^2)^2} = \frac{-10^4}{(1 + 0,09 \cdot 10^2)^2} = -10^2.$$

Дисперсия коэффициента усиления схемы

$$\begin{aligned}\sigma_{K_c}^2 &= \left(\frac{\partial K_c}{\partial K}\right)_m^2 \sigma_K^2 + \left(\frac{\partial K_c}{\partial \beta}\right)_m^2 \sigma_\beta^2 = \\ &= 0,04 \cdot 1 + 10^4 \cdot 0,04 \cdot 10^{-4} = 0,08.\end{aligned}$$

Среднее квадратическое отклонение коэффициента усиления схемы $\sigma_{K_c} = \sqrt{0,08} \approx 0,28$.

Пример 8-4. Имеются следующие сведения о партии конденсаторов: при выпуске с завода среднее значение емкости $m_{c_1} = 390$ пФ, среднее квадратическое отклонение $\sigma_{c_1} = 2$ пФ, через $t_2 = 2000$ ч испытаний, $m_{c_2} = 372$ пФ, $\sigma_{c_2} = 4$ пФ; коэффициент корреляции значений емкости $r_{12} = 0,9$.

Вычислить характеристики линейного случайного процесса старения конденсаторов.

Решение. При выпуске с завода в момент времени $t_1 = 0$ случайная величина емкости конденсаторов

$$c_1 = A,$$

через 2000 ч испытаний емкость конденсаторов

$$c_2 = A + Bt_2.$$

Следовательно,

$$A = c_1; \quad B = \frac{1}{t_2} (c_2 - c_1).$$

Применяя известные в теории вероятностей правила получения числовых характеристик, имеем:

$$\begin{aligned}m_a &= m_{c_1}; \quad m_b = \frac{1}{t_2} (m_{c_2} - m_{c_1}); \\ \sigma_a &= \sigma_{c_1}; \quad \sigma_b = \frac{1}{t_2} \sqrt{\sigma_{c_1}^2 + \sigma_{c_2}^2 - 2\sigma_{c_1}\sigma_{c_2}r_{12}};\end{aligned}$$

МОМЕНТ СВЯЗИ

$$K_{ab} = \frac{\sigma_{c_1}}{t_2} (\sigma_{c_2} r_{12} - \sigma_{c_1}).$$

Подставив числовые значения, получим:

$$m_a = 390 \text{ пФ}; \quad m_b = \frac{1}{2000} (372 - 390) = -0,009 \text{ пФ/ч};$$

$$\sigma_a = 2 \text{ пФ}; \quad \sigma_b = \frac{1}{2000} \sqrt{4+16 - 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 0,9} = 0,00118 \text{ пФ/ч};$$

$$K_{ab} = \frac{2}{2000} (4 \cdot 0,9 - 2) = 0,0016 \text{ пФ}^2/\text{ч}.$$

Пример 8-5. Вычислить и построить график интенсивности параметрических отказов ненагруженного делителя напряжения, изображенного на рис. 8-3, а, в течение

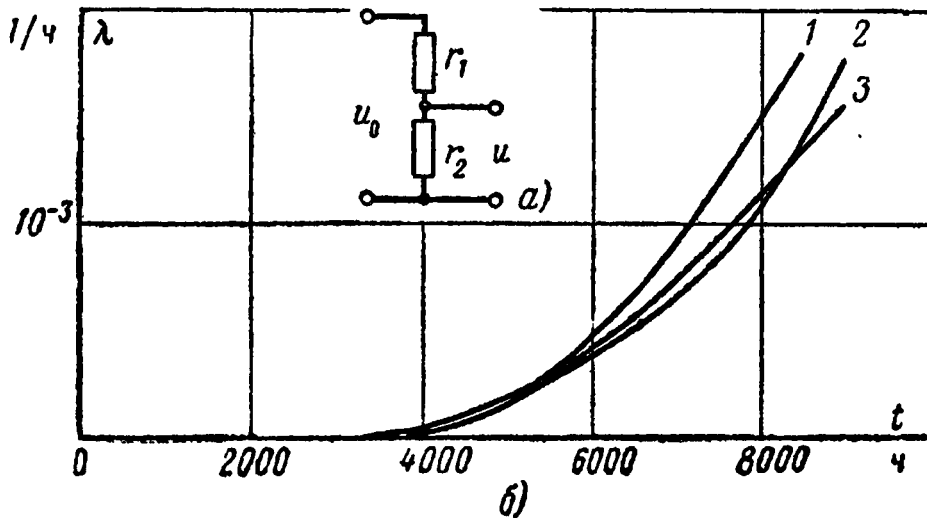


Рис. 8-3. Схемы делителя напряжения (а) и зависимости интенсивности параметрических отказов этой схемы от времени (б), полученные различными способами.

Кривая 1 получена при аппроксимировании случайного процесса изменения коэффициента деления $k_{\Pi}(t)$ равномерным линейным случайным процессом; кривая 2 — путем вычисления среднего значения плотности распределения наработки до отказа для каждого из подынтервалов Δt_i по формуле (8-8); кривая 3 — путем физического вероятностного моделирования.

наработки 9000 ч с начала эксплуатации. Процессы старения резисторов R_1 и R_2 являются равномерными линейными случайными процессами

$$R_1(t) = R_{01} + b_1 t;$$

$$R_2(t) = R_{02} + b_2 t,$$

где R_{01}, R_{02} — случайные величины.

Случайные величины R_{01}, R_{02} распределены нормально с математическими ожиданиями $m_{R_{01}} = 4,3$ кОм; $m_{R_{02}} = 6,2$ кОм и средними квадратическими отклонениями $\sigma_{01} = 0,3$ кОм; $\sigma_{02} = 0,4$ кОм. Скорости старения b_1 и b_2 можно считать неслучайными, равными: $b_1 = 0,4$ Ом/ч, $b_2 = 0,025$ Ом/ч. Критерий отказа — измене-

ние напряжения на выходе делителя на 18,7% (изменение коэффициента деления $\pm 0,11$).

Решение. Определяющим параметром схемы является коэффициент передачи

$$K_{\Pi} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

Математическое ожидание определяющего параметра

$$m_{K_i} = \frac{m_{02} + b_2 t_i}{m_{01} + m_{02} + (b_1 + b_2) t_i}.$$

Значения частных производных:

$$\left(\frac{\partial K_{\Pi}}{\partial R_{01}}\right)_m = -\frac{m_{02} + b_2 t_i}{[m_{01} + m_{02} + (b_1 + b_2) t_i]^2};$$

$$\left(\frac{\partial K_{\Pi}}{\partial R_{02}}\right)_m = \frac{m_{01} + b_1 t_i}{[m_{01} + m_{02} + (b_1 + b_2) t_i]^2}.$$

Дисперсия определяющего параметра

$$\sigma_{K_i}^2 = \frac{(m_{02} + b_2 t_i)^2 \sigma_{01}^2 + (m_{01} + b_1 t_i)^2 \sigma_{02}^2}{[m_{01} + m_{02} + (b_1 + b_2) t_i]^4}.$$

Для 10 точек интервала (0,9000) ч вычисляем значения m_{K_i} , σ_{K_i} (табл. 8-1).

Таблица 8-1

Номер точки внутри интервала	Значение наработки, ч	Среднее значение определяющего па- раметра m_{K_i}	Среднее квадратиче- ское отклонение определяющего па- раметра σ_{K_i}
0	0	0,591	0,023
1	1000	0,570	0,0221
2	2000	0,551	0,0215
3	3000	0,534	0,0209
4	4000	0,517	0,0202
5	5000	0,504	0,0197
6	6000	0,487	0,0193
7	7000	0,474	0,0189
8	8000	0,461	0,0184
9	9000	0,448	0,0179

Далее расчет ведется двумя путями:

1. Для каждого из подынтегралов $\Delta t_i = 1000$ ч, где $i = 1, \dots, 9$, вычисляем по формуле (8-8) среднее значе-

ние плотности распределения наработки до отказа f_i^* , затем P_i^* и λ_i^* . Вычисленным значениям $\lambda^*(t)$ соответствует кривая 2 на рис. 8-3, б.

2. Аппроксимируем случайный процесс изменения определяющего параметра $K_{\Pi}(t)$ равномерным линейным случайным процессом $K_{\Pi}(t) = K_0 + bt$. Фиксируем m_K , и вычисляем по методу наименьших квадратов значение b . В соответствии с этим методом необходимо минимизировать сумму

$$J_1 = \sum_{i=1}^9 [m_{K_0} + bt_i - m_{K_i}]^2 = \text{мин.}$$

Приравняв нулю частную производную суммы J_1 по b , получим уравнение для определения значения b :

$$\frac{\partial J_1}{\partial b} = \sum_{i=1}^9 [m_{K_0} + bt_i - m_{K_i}] t_i = 0,$$

откуда

$$b = \frac{\sum_{i=1}^9 m_{K_i} t_i - m_{K_0} \sum_{i=1}^9 t_i}{\sum_{i=1}^9 t_i^2} \approx -1,72 \cdot 10^{-5} \text{ КОм/ч.}$$

Аналогично найдем среднее на интервале (0,9000) ч значение среднего квадратического отклонения:

$$(\sigma_K)_{\text{ср}} = \frac{1}{10} \sum_{i=0}^9 \sigma_{K_i} \approx 2,02 \cdot 10^{-2} \text{ КОм.}$$

Имея значения b и $(\sigma_K)_{\text{ср}}$, находим по формулам (8-9), (8-10) числовые характеристики m_t , σ_t нормального распределения наработки до отказа и вычисляем интенсивность отказов $\lambda(t)$ — кривая 1 на рис. 8-3, б.

Кривая 3 на рис. 8-3, б получена при физическом вероятностном моделировании процессов старения резисторов делителя на специализированной моделирующей установке [4, гл. 9].

Пример 8-6. На всех находящихся под наблюдением однотипных электромагнитных устройствах установлено одинаковое натяжение пружин якоря, соответствующее усилию $\omega_0 = 0,38$ кг. В процессе эксплуатации пружины

ослабевают. Когда усилие пружины станет меньшим или равным $\omega = 0,28$ кг, электромагнитное устройство считается неработоспособным (его запрещено применять). Скорость изменения усилия пружины по наработке является случайной величиной B , распределенной по усеченному нормальному закону с математическим ожиданием $m_b = -10^{-5}$ кг/ч и средним квадратическим отклонением $\sigma_b = 2 \cdot 10^{-6}$ кг/ч. Возможные значения B находятся в интервале $(0, \infty)$.

Определить закон распределения наработки, в течение которой усилие пружины находится в границах допуска (наработки до выхода усилия пружины за границу допуска), и наработку (время) начала массовых отказов устройств из-за изменения усилия пружины якоря.

Решение. Процесс изменения усилия пружины якоря может быть аппроксимирован веерным случайным процессом

$$W(t) = \omega_0 + Bt,$$

где ω_0 — начальное значение усилия пружины якоря; B — скорость изменения усилия пружины якоря.

Плотность распределения $\bar{f}(b)$ случайной величины B имеет нормирующий множитель

$$c = \frac{1}{\int_0^{\infty} f(b) db} = \frac{1}{0,5 + \Phi\left(\frac{m_b}{\sigma_b}\right)},$$

где $\Phi\left(\frac{m_b}{\sigma_b}\right)$ — значение нормированной функции Лапласа.

Согласно условию примера

$$c = \frac{1}{0,5 + \Phi(5)} = \frac{1}{0,5 + 0,499} \approx 1.$$

При $W(t) = \omega$ наступает отказ. Нарботка до отказа

$$T = \frac{\omega - \omega_0}{B} = \varphi(B).$$

Найдем плотность распределения случайной величины T , являющейся функцией случайной величины B , имеющей усеченное нормальное распределение

$$\bar{f}(b) = cf(b) = \frac{c}{\sigma_b \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(b - m_b)^2}{2\sigma_b^2}\right].$$

Согласно известному в теории вероятностей правилу получим закон распределения функции случайной величины:

$$\bar{f}(t) = \frac{c|\omega - \omega_0|}{t^2 \sigma_b \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma_b^2} \left(\frac{\omega - \omega_0}{t} - m_b \right)^2 \right].$$

Введем обозначения

$$\alpha = \pm \frac{|m_b|}{\sigma_b}; \quad \beta = \frac{|\omega - \omega_0|}{\sigma_b},$$

причем знак α принимается положительным, если среднее значение параметра приближается к границе допуска. В рассматриваемом случае $\alpha = 5$, $\beta = 5 \cdot 10^4$ ч.

При этом распределение наработки до выхода усилия пружины за границу допуска

$$\bar{f}(t) = \frac{c\beta}{t^2 \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\beta}{t} - \alpha \right)^2 \right].$$

Полученное распределение называют альфа-распределением. Здесь α — относительная средняя скорость изменения параметра; β — относительный запас долговечности. Величина β имеет размерность времени, величина α — безразмерна. Типичная кривая распределения приведена на рис. 8-4. Свойства альфа-распределения описаны в [4].

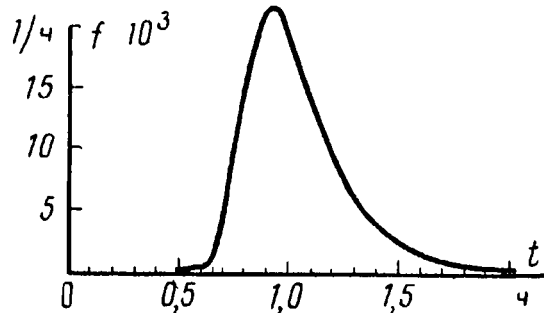


Рис 8-4. Кривая альфа-распределения при $\alpha = 5$; $\beta = 5 \times 10^4$ ч. Масштаб времени по горизонтальной оси 1 : 10^4 ч.

Непосредственным вычислением по формуле плотности $f(t)$ или используя имеющиеся в [4] графики, находим наработку (время) начала массовых отказов t_n , при которой начинается быстрый рост плотности распределения $f(t)$. В рассматриваемом примере $t_n \approx 6000$ ч. Очевидно, что необходима регулировка пружин через время, меньшее t_n .

Пример 8-7. Согласно техническим условиям чувствительность радиоприемника должна находиться в пределах от E_1 до E_2 . При проведении профилактической работы величину чувствительности регулируют, устанавливая ее равной начальному значению E_0 для всех нахо-

дящихся под наблюдением приемников. Предполагая постоянной скорость изменения чувствительности каждого приемника из множества одинаковых, найти оптимальное значение $(E_0)_{\text{опт}}$, при котором вероятность нахождения значений чувствительности в пределах допуска в течение заданной наработки t_i максимальна.

Решение. Согласно условию скорость B изменения чувствительности является случайной величиной. Предположим нормальное распределение этой случайной величины. При этом процесс разрегулирования полностью описывается характеристиками веерной случайной функции наработки: математическим ожиданием

$$m_E(t) = E_0 + m_b t$$

и средним квадратическим отклонением

$$\sigma_E(t) = \sigma_b t,$$

где m_b , σ_b — математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение скорости изменения чувствительности приемников.

Вероятность того, что при наработке t_i чувствительность находится в границах допуска,

$$G_i = \int_{E_1}^{E_2} f(E) dE = \int_{E_1}^{E_2} \frac{1}{\sigma_E(t_i) \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{[E - m_E(t_i)]^2}{2\sigma_E^2(t_i)} \right\} dE.$$

Рассмотрим зависимость вероятности G от наработки t . Подставив под знак интеграла выражения для $m_E(t)$, $\sigma_E(t)$, продифференцировав полученное выражение по времени и учитывая, что $E_1 < E_0$, $E_2 > E_0$, после преобразований получим плотность распределения наработки до отказа:

$$f(t) = \frac{1}{t^2 \sqrt{2\pi}} \left\{ \beta_2 \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\beta_2}{t} - \alpha \right)^2 \right] + \beta_1 \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\beta_1}{t} - \alpha \right)^2 \right] \right\},$$

где

$$\alpha = \frac{m_b}{\sigma_b}; \quad \beta_1 = \frac{E_0 - E_1}{\sigma_b}; \quad \beta_2 = \frac{E_2 - E_0}{\sigma_b}.$$

Применив подстановку

$$z_1 = \frac{\beta_1}{t} - \alpha; \quad z_2 = \frac{\beta_2}{t} - \alpha,$$

после преобразований получим функцию параметрической надежности в виде

$$P(t) = \Phi(z_1) + \Phi(z_2),$$

где $\Phi(z)$ — нормированная функция Лапласа.

Для заданного значения t_i величины z_1 и z_2 зависят от одной переменной E_0 . Сумма $z_1 + z_2$ не зависит от E_0 и равна:

$$z_1 + z_2 = \frac{E_2 - E_1}{\sigma_b t_i} = \frac{\Delta E}{\sigma_b t_i}.$$

При этом условии справедливо неравенство

$$2\Phi\left(\frac{z_1 + z_2}{2}\right) \geq \Phi(z_1) + \Phi(z_2),$$

из которого следует необходимое условие максимума значения вероятности безотказной работы

$$z_1 = z_2 = \frac{z_1 + z_2}{2} = \frac{\Delta E}{2\sigma_b t_i}.$$

Подставив в эту формулу выражения для z_1 , z_2 , α , β , получим после преобразований:

$$(E_0)_{\text{опт}} = \frac{1}{2} (E_1 + E_2) - m_b t_i.$$

При вычислениях необходимо учитывать знак m_b .

8-3. ЗАДАЧИ

8-1. Сравнить средние квадратические отклонения коэффициентов усиления трех усилителей, структурные схемы которых приведены на рис. 8-5, а, б, в. Каскады усиления одинаковы, имеют средние значения коэффициентов усиления $m_K = 10$, средние квадратические отклонения $\sigma_K = 0,25$. Для коэффициента обратной связи схемы рис. 8-5, б $m_{\beta_1} = 0,09$; $\sigma_{\beta_1} = 10^{-3}$; для схемы рис. 8-5, в $\beta_2 = 9 \cdot 10^{-3}$; $\sigma_{\beta_2} = 10^{-4}$.

Выбрать схему усилителя, обеспечивающую минимальную среднюю квадратическую ошибку коэффициента усиления.

О т в е т: Схема рис. 8-5, в.

8-2. Десять конденсаторов по 10 мкФ каждый соединены параллельно. Найти долю схем, величина емкости которых лежит в пре-

делах 100 ± 3 мкФ, если среднее квадратическое отклонение емкости отдельного конденсатора 5%

О т в е т: 0,943.

8-3. Определить среднее квадратическое отклонение сопротивления схемы из четырех одинаковых параллельно соединенных резисторов, имеющих среднее квадратическое отклонение значений сопротивлений 2%.

О т в е т: 1,77%.

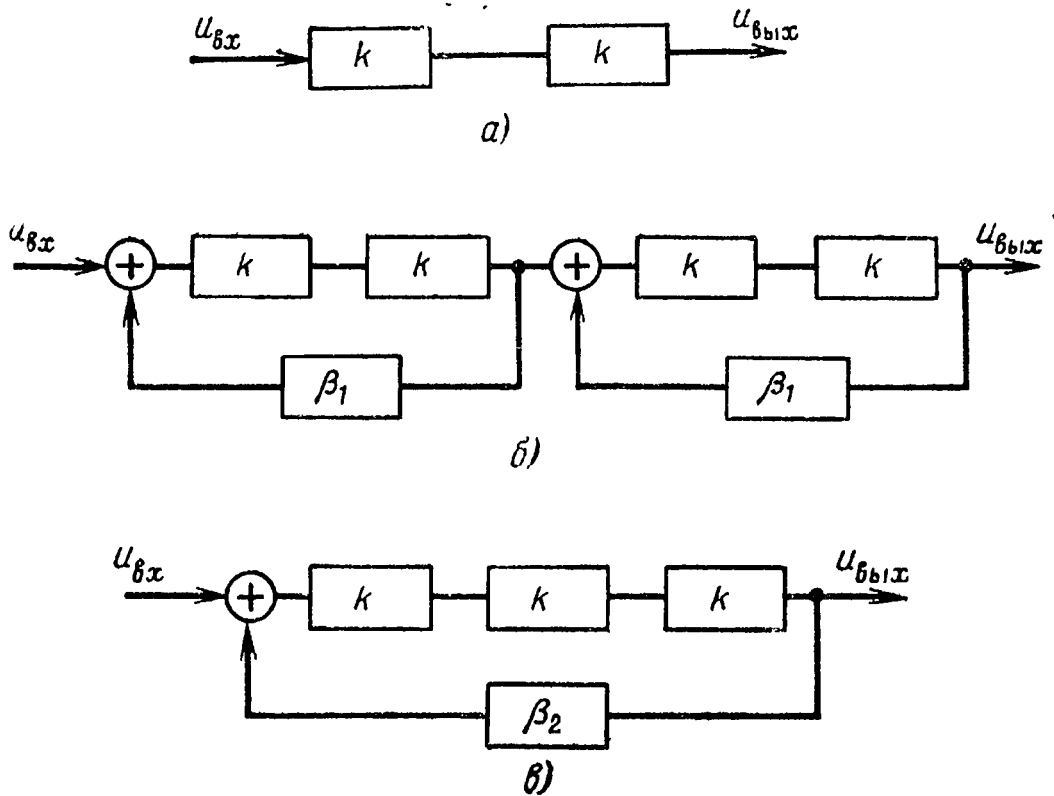


Рис 8-5. Структурные схемы усилителей

a — двухкаскадный усилитель без обратной связи; *б* — усилитель с каскадной отрицательной обратной связью; *в* — усилитель с общей отрицательной обратной связью.

8-4. Реальная чувствительность приемника с одноконтурной входной цепью равна:

$$E = 10^{-10} \frac{\xi}{\Delta f} \sqrt{R_a F_M^3 N_{вх}},$$

где ξ — отношение сигнал/шум на выходе приемника; Δf — девиация частоты сигнала; R_a — активное сопротивление эквивалента антенны; F_M — верхняя граница полосы пропускания низкочастотного тракта приемника; $N_{вх}$ — коэффициент шума входной цепи.*

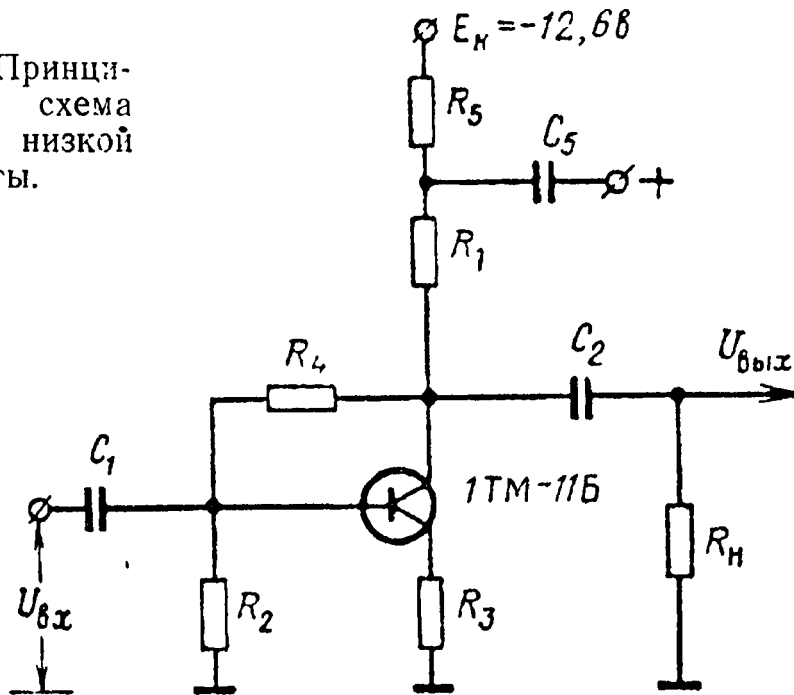
Вычислить среднее квадратическое отклонение σ_E чувствительности приемника E , если средние квадратические отклонения перечисленных параметров составляют один процент.

О т в е т: 2,2%.

* Шапиро Д. Н. Расчет каскадов транзисторных радиоприемников М, «Энергия» 1968

8-5. На рис. 8-6 изображена принципиальная схема усилителя низкой частоты в микромодульном варианте.* Зависимость опреде-

Рис. 8-6. Принципиальная схема усилителя низкой частоты.



ляющего параметра схемы — коэффициента усиления по напряжению от параметров микроэлементов имеет вид:

$$K = \frac{h_{21} R_1' R_4}{(R_1' + R_4)(h_{11} + R_3 h_{21}) + \Delta h R_1' R_1};$$

$$R_1' = \frac{R_1 R_{II}}{R_1 + R_{II}}; \quad \Delta h = h_{11} h_{22} - h_{12} h_{21}.$$

Пассивные микроэлементы имеют номинальные величины параметров:

$$R_1 = 1,5 \text{ кОм} \pm 10\%; \quad R_4 = 22 \text{ кОм} \pm 10\%;$$

$$R_2 = 5,6 \text{ кОм} \pm 10\%; \quad R_5 = 1,5 \text{ кОм} \pm 10\%;$$

$$R_3 = 91 \text{ Ом} \pm 10\%; \quad C_1 = C_2 = 20 \text{ мкФ} \pm 20\%.$$

Сопротивление нагрузки $R_{II} = 1,5 \text{ кОм} \pm 10\%$.

Параметры транзистора в рабочей точке на частоте 1 кГц (средние значения) равны:

$$\bar{h}_{11} = 1340 \text{ Ом}; \quad \bar{h}_{21} = 75,2;$$

$$\bar{h}_{12} = 0,72 \cdot 10^{-3}; \quad \bar{h}_{22} = 0,825 \cdot 10^{-4} \text{ Ом}^{-1}.$$

Соответствующие средние квадратические отклонения

$$\sigma_{11} = 356 \text{ Ом}; \quad \sigma_{21} = 23,7; \quad \sigma_{12} = 1,42 \cdot 10^{-4}; \quad \sigma_{22} = 1,65 \cdot 10^{-5} \text{ Ом}^{-1}.$$

* Гусев В. П. Технология радиоаппаратостроения, М., «Советское радио», 1972, с 134

Принимая, что математические ожидания параметров микроэлементов совпадают с их номинальными значениями и что в поле допуска находится 99,7% пассивных микроэлементов, вычислить среднее значение и среднее квадратическое отклонение коэффициента усиления схемы: а) предполагая параметры триода некоррелированными; б) с учетом нормированной корреляционной матрицы табл. 8-2.

Таблица 8-2

	h_{11}	h_{12}	h_{21}	h_{22}
h_{11}	1	0,48	0,86	0,31
h_{12}		1	0,36	0,51
h_{21}			1	0,38
h_{22}				1

Ответ: $m_K=6,7$; $\sigma_{K1}=0,51$ (без учета корреляции); $\sigma_{K2}=0,26$ (с учетом корреляции).

8-6. Используя формулу для вычисления емкости плоского конденсатора

$$c = \frac{\xi (n - 1) S}{d} 8,85 \cdot 10^{-2} \text{ пФ},$$

где S — активная поверхность пластин, см²; n — число пластин; ϵ — диэлектрическая проницаемость; d — расстояние между пластинами, см, найти процент годных конденсаторов, если допуск на величину емкости $\pm 10\%$, а материал диэлектрика имеет следующие характеристики: средние значения $m_\xi=2,4$; $m_d=10^{-3}$ см; средние квадратические отклонения $\sigma_\xi=0,3$; $\sigma_d=2 \cdot 10^{-4}$ см; коэффициент корреляции $r_{\xi d}=0,7$. Величины $S=10$ см², $n=100$. Принять за номинальное значение среднюю величину емкости.

Ответ: 57%.

8-7. Вычислить и построить функцию параметрической надежности интегрирующей цепочки RC. Определяющим параметром является постоянная времени $T=RC$, которая должна выдерживаться с точностью $\pm 2\%$.

Числовые характеристики линейных случайных процессов изменения параметров резистора и конденсатора приведены в табл. 8-3.

Таблица 8-3

Вид элемента	Числовые характеристики			
	m_a	σ_a	m_b	σ_b
Резистор R	100,0 кОм	1,8 кОм	10^{-5} кОм/ч	$2 \cdot 10^{-6}$ кОм/ч
Конденсатор C	10,0 мкФ	0,4 мкФ	10^{-9} мкФ/ч	$2 \cdot 10^{-10}$ мкФ/ч

8-8. Для условий примера 8-7 получить формулу для вычисления и построить функцию параметрической надежности устройства.

Ответ. $P(t) = \frac{\Phi(z_i) + \Phi(\alpha)}{0,5 + \Phi(\alpha)}$, где $z = \frac{\beta}{t} - \alpha$; $\Phi(u)$ — нормированная функция Лапласа, где u принимает значения z_i или α .

8-9. Для условий примера 8-4 получить формулу для вычисления вероятности нахождения значений чувствительности приемников в пределах допуска в течение заданной наработки при оптимальном начальном значении чувствительности $(E_0)_{\text{опт}}$.

Ответ: $P(t_i) = 2\Phi(u_i)$, где $\Phi(u)$ — нормированная функция Лапласа, $u_i = \frac{E_2 - E_1}{2\sigma_b t_i}$.

Глава девятая

РАСЧЕТЫ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМ

9-1. МЕТОДЫ РАСЧЕТА

Назначение периодов профилактики

Профилактика проводится с целью уменьшения параметра потока (интенсивности) отказов. Различают три принципа назначения периодов эксплуатации между профилактиками (в дальнейшем для краткости — периодов профилактики): регламентный, календарный, комбинированный. При регламентном принципе профилактику проводят по достижении определенной наработки. Такой принцип применяется для систем, работающих в тяжелых условиях (самолетные системы и оборудование, корабельное оборудование). Регламентный принцип может применяться также для систем, работающих длительное время без перерывов.

В тех случаях, когда изделие хранится (системы не функционируют) или когда интенсивность износа зависит в основном от продолжительности хранения (зависимость от наработки пренебрежимо мала), профилактики проводят по календарным периодам.

Поскольку у некоторых систем износ происходит как при работе, так и при хранении, их профилактика проводится по комбинированному принципу.

Регламентную, календарную и комбинированную профилактики можно проводить по двум режимам: плано

вому и смешанному. Плановый режим заключается в проведении профилактики с постоянным периодом независимо от числа наблюдавшихся отказов. Примерами плановой профилактики является выполнение регламентных работ, профилактических и капитальных ремонтов на авиационной технике.

Смешанный режим включает в себя плановую и неплановую профилактики. Неплановая проводится после отказа, при этом помимо ремонта выполняется перечень профилактических работ. Период очередной плановой профилактики отсчитывается или от момента окон-

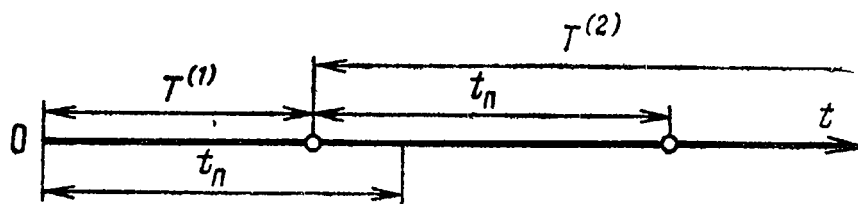


Рис. 9-1. К вопросу о смешанном режиме профилактик.

чания предыдущей, если в межпрофилактический период не возник отказ, или от момента окончания неплановой профилактики. На рис. 9-1 кружками показаны значения наработки при выполнении профилактик, проводимых по смешанному режиму (продолжительность простоя на профилактиках не показана). После возникновения первого отказа проводится неплановая профилактика, так как наработка до первого отказа $T^{(1)}$ меньше периода плановой профилактики t_n , а в момент $T^{(1)} + t_n$ выполняется плановая профилактика, так как наработка до второго отказа $T^{(2)} > t_n$. Примером такого режима профилактики является замена изделий по выработке ими ресурса. Если изделие не отказывает при работе, то его заменяют по выработке ресурса (проводят плановую профилактику). Если же изделие отказало до выработки ресурса, то его заменяют (выполняют неплановую профилактику). При этом вновь установленное изделие планируют заменить по выработке ресурса, установленного для него.

Профилактическое обслуживание может включать работы: регулирование определяющих параметров, устранение дефектов, контроль и восстановление работоспособности. Первая из перечисленных работ имеет целью предотвратить возможный выход определяющего параметра за границу допуска. При вычислении периода профилактики находят значение времени t_n массовых выходов определяющего параметра за границу допуска

[4]. Периодичность t_n регулирования определяющего параметра целесообразно назначить из условия $t_n \leq t_H$. Время начала массовых выходов параметра для альфа-распределения наработки до отказа можно вычислить по формуле

$$t_n = \beta g_n(\alpha), \quad (9-1)$$

где значение $g_n(\alpha)$ находится по графику рис. 9-2, β относительный запас долговечности.

Возникновение дефекта не вызывает немедленного выхода из строя изделия, но в ряде случаев сигнализирует о приближении к отказу. Устранением обнаруженных при профилактике дефектов и причин их появления предупреждается появление возможных отказов. При контроле работоспособности резервированных систем проверяется работоспособность основных и резервных систем (элементов). Выявленные при контроле неработоспособные элементы заменяются. Назначение этих работ — предупредить отказ резервированного изделия. Проведение контроля и восстановление работоспособности изделий, которые хранятся на складах или находятся в дежурном режиме (в готовности к работе), имеет целью обеспечение их готовности к применению.

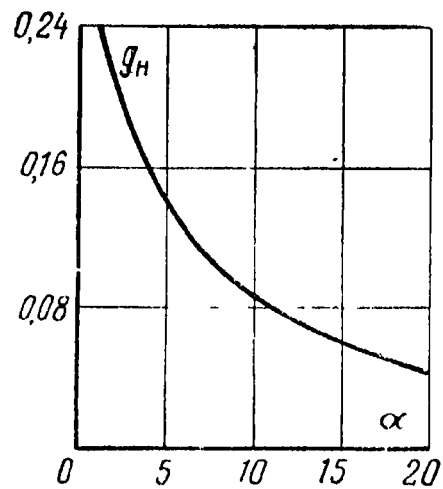


Рис 9-2 Зависимость $g_n(\alpha)$.

Для расчета периодичности профилактики необходимо знать, как профилактика влияет на надежность. Из-за затрат времени и средств на выполнение профилактического обслуживания снижается эффективность использования изделия. В связи с этим часто оценивается влияние профилактики не только на надежность, но и на эти затраты. Уравнения, связывающие показатели надежности и затрат на профилактическое обслуживание от периодичности профилактики, находятся при исследовании процессов обслуживания. Из этих уравнений при условии, что показатель надежности не выходит за допустимые пределы, вычисляется период профилактики.

Назначение показателей долговечности

Долговечностью называется свойство изделия сохранять работоспособность до наступления предельного состояния при установленной системе технического обслуживания и ремонтов. Предельное состояние может устанавливаться по соображениям безопасности, по экономическим и другим показателям.

Показателями долговечности являются назначенный ресурс и срок службы. Назначенный ресурс — суммарная продолжительность наработки изделия до предельного состояния или списания. Срок службы — общая календарная продолжительность эксплуатации изделия.

Назначение ресурса (срока службы) может производиться по техническим или экономическим показателям. Ниже будет говориться о назначенном ресурсе, но все сказанное приемлемо и для срока службы. При назначении ресурса по техническим показателям изделий учитываются их основное назначение и условия безопасности эксплуатации. Часто выделяется лидерная группа этих изделий, в результате наблюдения за которой устанавливают ресурс.

При рассмотрении отдельного изделия измеряются физические характеристики (определяющие параметры) и экстраполируется изменение их значений по наработке, при этом находят наработку до достижения определяющим параметром предельного значения. В качестве определяющих параметров используются точность, производительность, герметичность, запас прочности и т. д. или данные об отказах изделий.

В первом случае по характеристикам случайного процесса изменения определяющего параметра можно найти значение наработки (времени) начала массовых выходов определяющих параметров за предельное значение.

При назначении ресурса по данным об отказах, получаемым в результате наблюдения за лидерной группой изделий, строятся графики интенсивности отказов $\lambda(t)$ или параметра потока отказов $\omega(t)$ и находится время, начиная с которого значительно увеличивается λ или ω .

При проектировании промышленных изделий нормы долговечности часто назначаются из экономических соображений. Рассмотрим приближенный способ опреде-

ления назначенного ресурса изделий по материальному износу [6]. В качестве критерия оптимальности принимается достижение минимальной себестоимости единицы наработки, произведенной с помощью данного изделия за весь амортизационный период. За единицу наработки транспортных средств принимается 1 км пробега, 1 ч полета, 1 цикл (например, взлет и посадка самолета).

Все экономические расчеты ведутся при средних значениях случайных величин. Себестоимость единицы наработки определяется как частное от деления накопленной суммы всех расходов, связанных с использованием и приобретением изделия (за вычетом ликвидационной его стоимости), на накопленную за это время паработку (объем продукции).

Найденный по минимуму себестоимости единицы наработки с учетом материального износа ресурс является наибольшим, верхним пределом назначенного ресурса. Он может быть сокращен при учете морального износа изделий.

Оптимальным назначенным ресурсом (сроком службы) изделия с учетом материального и морального износа можно считать такой ресурс, при котором последовательная эксплуатация стареющей машины, а затем новой обеспечит максимальную рентабельность их использования за совокупный срок службы. Методика расчета изложена в [6].

При расчете оптимальной долговечности необходимо учитывать разновременность затрат аналогично тому, как это производится при уточнении норм надежности.

Расчет эксплуатационной технологичности изделий

В настоящее время количественно оценивают лишь отдельные проявления технологичности обслуживания. Для этого используют соответствующие коэффициенты. Например, для оценки доступности, легкосъемности и взаимозаменяемости применяется коэффициент затрат труда $k_{з.т}$, равный средней доле трудоемкости на выполнение вспомогательных (подготовительно-заключительных) работ. Этот коэффициент вычисляется по формуле

$$k_{з.т} = \frac{T_{всп}}{T_{осн} + T_{всп}}, \quad (9-2)$$

где $T_{всп}$ — трудоемкость подготовительно-заключительных работ в человеко-часах; $T_{осн} + T_{всп}$ — общая трудоемкость обслуживания и ремонта в человеко-часах.

Часто используют коэффициент основных работ

$$k_{о.р} = 1 - k_{з.т} = \frac{T_{осн}}{T_{осн} + T_{всп}} .$$

Значения $k_{з.т}$ или $k_{о.р}$ могут вычисляться для отдельных операций, работ или сложных мероприятий (систем работы).

К подготовительно-заключительным работам относятся: открывание и закрывание люков, горловин, капотов; присоединение и отсоединение шлангов, штепсельных разъемов; снятие и установка вновь деталей, мешающих выполнению основных операций, и др.

Существует ряд других коэффициентов (коэффициент совместимости операций, коэффициент степени автоматизации контроля и др.), характеризующих какую-либо одну сторону технологичности обслуживания.

Иногда для оценки технологичности обслуживания используются показатели, зависящие от надежности изделий. Например, частично технологичность обслуживания характеризуют коэффициенты готовности и технического использования. Иногда производится оценка средних трудовых затрат на техническое обслуживание и ремонты, приходящиеся на единицу продукции или час работы изделия. Эти показатели не всегда можно использовать при сравнении технологичности обслуживания вариантов изделий. Например, малые трудовые затраты на час работы изделия могут быть следствием улучшения технологичности обслуживания изделия или повышения его надежности.

Несколько более полной характеристикой технологичности обслуживания можно считать функцию технологичности обслуживания $L(\tau)$: среднее значение доли L работ по техническому обслуживанию изделия, которую можно выполнить к рассматриваемому моменту времени τ , отсчитываемому от начала обслуживания.

Зависимость $L(\tau)$ характеризует приспособленность изделия к определенному этапу технического обслуживания или ремонта. Она показывает предельные возможности изделия при достаточном для выполнения работ

количестве специалистов, материалов, деталей и правильном планировании работ.

Для составления функции технологичности обслуживания изделия по экспериментальным данным могут быть использованы линейные или сетевые графики, матрицы и другие способы описания системы типовых работ по техническому обслуживанию и ремонту.

При использовании сетевого графика для каждого j -го события находятся ранний срок τ_{pj} свершения этого события и экспериментальное значение приращения доли выполненных работ:

$$\Delta L_j^* = \frac{\sum_{k=1}^{n_j} \tau_{kj}}{\sum_{i=1}^N \tau_i} \quad (9-3)$$

В этой формуле в числителе указана сумма продолжительностей n_j работ, заканчивающихся рассматриваемым событием; в знаменателе — сумма продолжительностей всех N выполняемых работ. Значения ΔL_j^* могут быть также вычислены как отношения соответствующих трудозатрат.

В точках τ_{pj} экспериментальная функция технологичности $L^*(\tau)$ изменяется скачком на величину ΔL_j^* . Для построения $L^*(\tau)$ значения τ_p располагаются в ряд

$$\tau_{p1} < \tau_{p2} < \dots < \tau_{pj} < \dots < \tau_{p(\mu-1)},$$

где μ — число событий на сетевом графике. Каждому члену этого ряда ставится в соответствии число

$$L^*(\tau_j) = \sum_{v=1}^j \Delta L_v^* \quad (9-4)$$

Аналогично строится график $L^*(\tau)$ при использовании линейного графика работ по техническому обслуживанию и ремонту.

Технологичность обслуживания изделия тем лучше, чем ближе зависимость $L^*(\tau)$ к левому верхнему углу графика. Для изделия с идеальной технологичностью обслуживания $L(\tau)$ представляет собой единичный скачок в начале координат.

Целесообразно рассматривать не только экспериментальные $L^*(\tau)$, но и теоретические $L(\tau)$ функции технологичности, соответствующие идеализированным изделиям. Кроме рассмотренной выше идеальной функции технологичности

$$L(\tau) = \begin{cases} 0 & \text{при } \tau = 0; \\ 1 & \text{при } \tau > 0 \end{cases} \quad (9-5)$$

может быть использована линейная

$$L(\tau) = \begin{cases} a + bt & \text{при } 0 < \tau < \tau_k; \\ 1 & \text{при } \tau > \tau_k, \end{cases} \quad (9-6)$$

где τ_k — время завершения работ по техническому обслуживанию или ремонту изделия. В ряде случаев удобно применять показательную функцию технологичности

$$L(\tau) = 1 - \exp[-v\tau] = 1 - \exp\left[-\frac{\tau}{m}\right], \quad (9-7)$$

где v — «показатель технологичности» (относительная скорость изменения доли выполненных работ); m — среднее для различных работ время выполнения. Для показательной $L(\tau)$ за время завершения работ целесообразно условно принять время достижения $L_k = 0,95 \div 0,99$. Могут оказаться удобными и другие теоретические $L(\tau)$.

При использовании теоретических $L(\tau)$ технологичность изделия характеризуется одним или несколькими числами, которые удобно задавать в техническом задании на проектируемые изделия; при этом кривая $L(\tau)$ является границей допустимых значений $L^*(\tau)$.

После накопления экспериментальных данных о типичных зависимостях $L(\tau)$ изделия можно будет классифицировать по виду функции технологичности.

Наряду с интегральной формой распределения относительной доли выполненных работ $L(\tau)$ может использоваться дифференциальная форма распределения — «плотность технологичности обслуживания»

$$l(\tau) = \frac{dL(\tau)}{d\tau}.$$

Произведение $l(\tau) d\tau$ характеризует относительную долю работ, для которых среднее время выполнения лежит в интервале $(\tau, \tau + d\tau)$.

Если отдельные изделия объединены в совместно эксплуатируемые системы, то функция технологичности системы изделий с независимым обслуживанием

$$L_{\text{сист}}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L_i(\tau),$$

где N — число изделий; $L_i(\tau)$ — функция технологичности отдельного изделия.

Если при объединении изделий в систему происходит изменение количества работ и их продолжительности, $L_{\text{сист}}(\tau)$ находится по новому сетевому графику работ.

9.2. РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ПРИМЕРОВ

Пример 9-1. Назначенный ресурс передатчика равен t_p (через t_p передатчик, даже если он не отказал, заменяется на новый). Интенсивность отказов передатчика $\lambda(t) = at$ 1/ч, где $a = 2,0 \cdot 10^{-6}$ 1/ч². Определить среднее значение наработки до замены передатчика из-за отказа или выработки ресурса при а) $t_p = 800$ ч, б) $t_p = 1300$ ч.

Решение. Нарботка передатчика до его замены может принять два значения: 1) равное ресурсу, если передатчик не отказывает, 2) равное наработке до отказа, если передатчик выходит из строя до выработки ресурса. Среднее значение наработки передатчика до его замены m_t равно сумме произведений возможных значений m_t на вероятности этих значений. Обозначим слагаемые, соответствующие первому и второму значению наработки до замены, через m_{t1} и m_{t2} :

$$m_t = m_{t1} + m_{t2}.$$

Эти слагаемые равны:

$$m_{t1} = t_p P(t_p); \quad m_{t2} = \int_0^{t_p} t f(t) dt = -t_p P(t_p) + \int_0^{t_p} P(t) dt.$$

$$\text{Таким образом, } m_t = m_{t1} + m_{t2} = \int_0^{t_p} P(t) dt,$$

где

$$P(t) = \exp \left[- \int_0^t \lambda(t) dt \right] = \exp \left[- \frac{a}{2} t^2 \right].$$

Для определения m_t удобно использовать численное интегрирование. Будем вычислять интеграл $\Delta m_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} P(t) dt$ по формуле прямоугольников, т. е. $\Delta m_i = \Delta t \cdot P\left(t_{i-1} + \frac{\Delta t}{2}\right)$, где Δt — интервал вычислений. Результаты расчетов сведены в табл. 9-1. Интервал вычислений принят $\Delta t = 100$ ч. Из таблицы видно, что при $t_p = 800$ ч, $m_t = \sum_{i=1}^n \Delta m_i = 709$ ч, где n — число интервалов, а при $t_p = 1300$ ч $m_t = 833$ ч.

Т а б л и ц а 9-1

t_i	$t_{cp} = t_{i-1} + \frac{\Delta t}{2}$	$\frac{a}{2} t_{cp}^2$	$P(t_{cp}) = \exp\left[-\frac{a}{2} t_{cp}^2\right]$	Δm_i	$\sum_i \Delta m_i$
0	50	0,0025	1	100	100
100	150	0,0225	0,98	98	198
200	250	0,0625	0,94	94	292
300	350	0,122	0,89	89	381
400	450	0,201	0,82	82	463
500	550	0,30	0,74	74	537
600	650	0,42	0,66	66	603
700	750	0,56	0,57	57	660
800	850	0,72	0,49	49	709
900	950	0,9	0,4	40	749
1000	1050	1,1	0,36	36	785
1100	1150	1,32	0,27	27	812
1200	1250	1,55	0,21	21	833

Пример 9-2. Для данных предыдущего примера определить назначенный ресурс передатчика из условия обеспечения максимума коэффициента готовности. Средняя продолжительность замены передатчика при его отказе $m_{\tau \text{ отк}} = 1,5$ ч, средняя продолжительность замены при выработке ресурса $m_{\tau \text{ рес}} = 0,5$ ч.

Решение. Подставив в формулу для коэффициента готовности выражение для m_t , полученное в примере

9-1, и математическое ожидание продолжительности замены передатчика

$$m_{\tau} = m_{\tau \text{ рес}} P(t_p) + m_{\tau \text{ отк}} Q(t_p),$$

получим:

$$K_r = \frac{m_t}{m_t + m_{\tau}} = \frac{\int_0^{t_p} P(t) dt}{\int_0^{t_p} P(t) dt + m_{\tau \text{ рес}} P(t_p) + m_{\tau \text{ отк}} Q(t_p)}.$$

Искомое значение технического ресурса соответствует максимуму коэффициента готовности. Его можно найти, решив уравнение

$$\frac{dK_r(t_p)}{dt_p} = 0,$$

или из графика функции $K_r(t_p)$.

При изменении ресурса будут меняться значения m_t и m_{τ} . Однако обычно $m_{\tau} \ll m_t$, поэтому при всех значениях t_p величина K_r будет близка к единице и проанализировать изменение функции $K_r(t_p)$ трудно.

С целью облегчения расчета целесообразно воспользоваться формулой

$$K_r = 1 - K_n,$$

из которой следует, что

$$\frac{dK_r(t_p)}{dt_p} = - \frac{dK_n(t_p)}{dt_p},$$

т.е. максимум коэффициента готовности соответствует минимуму коэффициента простоя.

Так как $m_{\tau} \ll m_t$, то

$$K_n(t_p) = \frac{m_{\tau}}{m_{\tau} + m_t} \approx \frac{m_{\tau}}{m_t}.$$

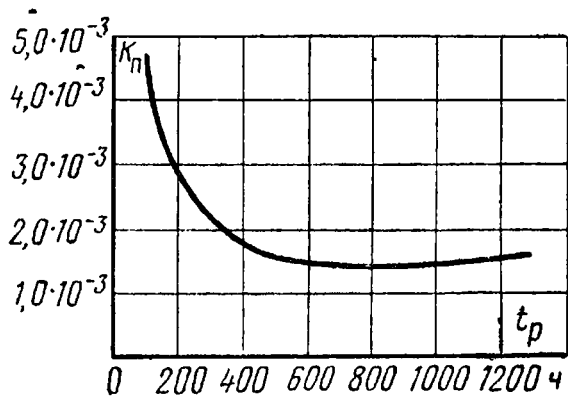


Рис. 9-3. Зависимость коэффициента простоя от ресурса.

Результаты расчетов по этой формуле приведены в табл. 9-2. График функции $K_n(t_p)$ показан на рис. 9-3. Из таблицы и рисунка видно, что минимум коэффициента простоя (максимум коэффициента готовности) будет при $t_p = 800$ ч.

ный ресурс передатчика, сравнение с результатами сделать вывод.

Пример 9-3. Для данных предыдущего примера определить назначенный ресурс передатчика, если $\lambda = \text{const}$. Произвести сравнение с результатами предыдущего примера, сделать вывод.

Таблица 9-2

t_i	$\frac{a}{2} t_i^2$	$P(t_i) = \exp\left[-\frac{a}{2} t_i^2\right]$	$m_{T1} = m_{\text{трес}} P(t_i)$	$Q(t_i) = 1 - P(t_i)$	$m_{T2} = m_{\text{тогк}} Q(t_i)$	$m_T = m_{T1} + m_{T2}$	$K_n \cdot 10^{-3}$
100	0,01	0,99	0,495	0,01	0,015	0,51	5,1
200	0,04	0,96	0,48	0,04	0,06	0,54	2,73
300	0,09	0,91	0,455	0,09	0,135	0,59	2,02
400	0,16	0,85	0,425	0,15	0,225	0,65	1,7
500	0,25	0,78	0,39	0,22	0,33	0,72	1,55
600	0,36	0,69	0,345	0,31	0,465	0,81	1,51
700	0,49	0,61	0,305	0,39	0,585	0,89	1,49
800	0,64	0,53	0,265	0,47	0,705	0,970	1,47
900	0,81	0,44	0,22	0,56	0,84	1,06	1,49
1000	1,0	0,37	0,185	0,63	0,945	1,13	1,51
1100	1,21	0,30	0,15	0,70	1,05	1,20	1,53
1200	1,44	0,24	0,12	0,76	1,14	1,26	1,55
1300	1,79	0,17	0,085	0,83	1,25	1,33	1,60

Решение. В рассматриваемом случае

$$P(t_p) = \exp[-\lambda t_p];$$

$$Q(t_p) = 1 - \exp[-\lambda t_p].$$

Вычислим среднюю наработку до замены передатчика по формуле, полученной в примере 9-1:

$$m_t = \int_0^{t_p} P(t) dt = \frac{1}{\lambda} [1 - \exp(-\lambda t_p)].$$

Подставим в формулу для $K_n \approx \frac{m_\tau}{m_t}$ выражение для m_τ , полученное в предыдущем примере; учитывая, что

$$P(t_p) = \exp[-\lambda t_p]; \quad Q(t_p) = 1 - \exp[-\lambda t_p],$$

после преобразований получим:

$$K_n(t_p) = m_{\tau \text{ рес}} \frac{\lambda \exp[-\lambda t_p]}{1 - \exp[-\lambda t_p]} + m_{\tau \text{ отк}} \lambda.$$

Поделив числитель и знаменатель первого слагаемого правой части полученного уравнения на $\exp[-\lambda t_p]$, получим:

$$K_n(t_p) = m_{\tau \text{ рес}} \frac{\lambda}{[\exp(-\lambda t_p)^{-1} - 1]} + m_{\tau \text{ отк}} \lambda.$$

Из этого выражения видно, что при увеличении ресурса коэффициент простоя монотонно убывает. Здесь экстремума нет. Этот важный для практики вывод объясняется тем, что при $\lambda = \text{const}$, как бы часто ни заменялся передатчик по ресурсу, количество отказов, возникающих в течение единичной наработки, остается постоянным и равным $\omega = \lambda$.

Пример 9-4. Радиоприемное устройство состоит из двух блоков: один предназначен для выполнения задачи, другой находится в нагруженном резерве. Для проведения профилактики резервный блок отключается и после ее окончания включается на рабочее место. На профилактику ставится второй блок, который после профилактики переводится в резерв. Интенсивность отказов каждого блока $\lambda = 8 \cdot 10^{-4}$ 1/ч, отказы независимы. Средняя продолжительность выполнения профилактики $m_{\text{тпр}} = 0,5$ ч. Определить периодичность профилактики t_n , при которой среднее значение интенсивности отказов радиоприемного устройства минимально.

Решение. При проведении профилактики каждый из блоков поочередно отключают для проверки, в результате чего на время $m_{\tau \text{ пр}}$ интенсивность отказов устройства становится равной λ (рис. 9-4, а). Обозначим через $\lambda_p(t)$ интенсивность отказов резервированного радиоприемного устройства. Принимая, что $\lambda t_{\text{п}} \ll 1$, имеем для нагруженного дублирования на интервале $(0, t_{\text{п}})$:

$$\lambda_p(t) = \begin{cases} 2\lambda^2 t & \text{при } 0 < t < t_{\text{п}}; \\ \lambda & \text{при } t_{\text{п}} < t < t_{\text{п}} + m_{\tau \text{ пр}}. \end{cases}$$

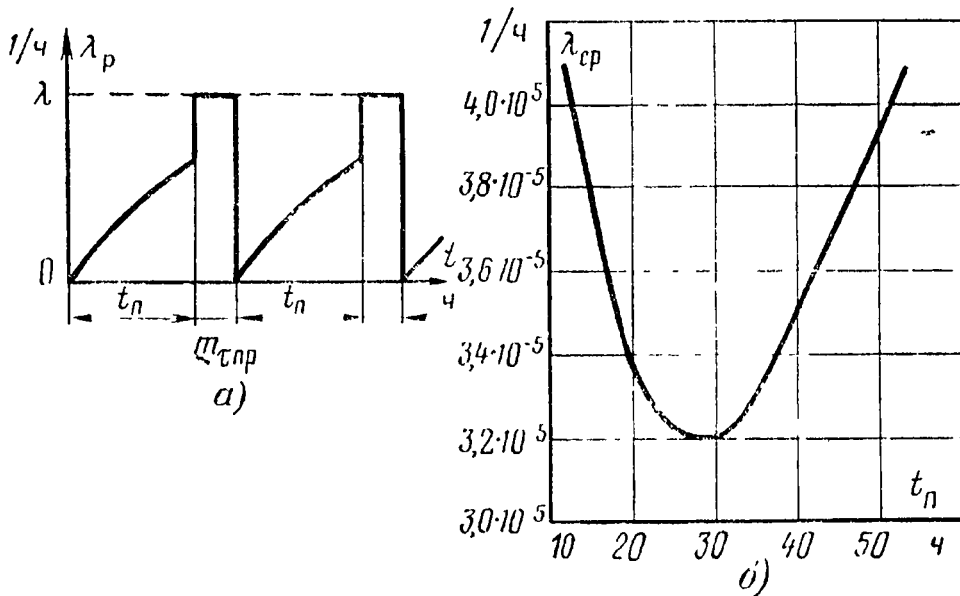


Рис. 9-4 Интенсивность отказов дублированного изделия.

а - зависимость интенсивности отказов от наработки при проведении профилактики; б - зависимость среднего значения интенсивности отказов от периодичности профилактики

Среднее значение интенсивности отказов резервированного устройства за наработку $(0, t_{\text{п}} + m_{\tau \text{ пр}})$ между окончаниями двух соседних профилактик

$$\lambda_{\text{ср}}(t_{\text{п}}) = \frac{1}{t_{\text{п}} + m_{\tau \text{ пр}}} \left(\int_0^{t_{\text{п}} + m_{\tau \text{ пр}}} \lambda_p(t) dt \right).$$

Если профилактики проводить часто, то средняя интенсивность отказов возрастает из-за того, что кратность резервирования во время проверок уменьшается. С другой стороны, если профилактики проводить редко, то из-за отказов резервных блоков средняя интенсивность отказов также увеличивается. Таким образом, существ-

зает оптимальная периодичность профилактик, при которой средняя интенсивность отказов минимальна. Эту периодичность можно найти или из уравнения

$$\frac{d\lambda_{\text{ср}}(t_{\text{п}})}{dt_{\text{п}}} = 0$$

или из графика функции $\lambda_{\text{ср}}(t_{\text{п}})$.

В рассматриваемом случае средняя интенсивность отказов

$$\lambda_{\text{ср}}(t_{\text{п}}) = \frac{1}{t_{\text{п}} + m_{\tau \text{ пр}}} (\lambda^2 t_{\text{п}}^2 + \lambda m_{\tau \text{ пр}}).$$

Результаты вычислений по этой формуле сведены в табл. 9-3 и представлены на рис. 9-4, б. Из этого рисунка видно, что при периодичности профилактики 30 ч средняя интенсивность отказов минимальна.

Т а б л и ц а 9-3

$t_{\text{п}}, \text{ч}$	10	20	30	40	50
$\lambda_{\text{ср}} \cdot 10^{-5}, 1/\text{ч}$	4,4	3,4	3,2	3,52	3,96

Пример 9-5. Во время проведения профилактической работы в кинематических цепях приводов антенн всех радиолокаторов определенного типа устанавливается начальное значение люфта $\eta_0 = 3$ мм. В процессе эксплуатации люфт увеличивается. Скорость изменения люфта распределена по нормальному закону. Регулирование люфта (профилактическая работа) производится с периодичностью $t_{\text{п}} = 50$ ч. Допустимый предел (граница поля допуска люфта), измеренный по перемещению одной из тяг, $\eta_{\text{гр}} = 13$ мм. При проведении профилактической работы на 18 установках измерены значения люфта: 4,44; 4,69; 5,06; 6,60; 4,54; 5,10; 4,74; 5,74; 4,05; 5,96; 3,91; 4,06; 4,46; 4,97; 5,18; 5,03; 4,98; 6,49 мм.

Требуется определить, при каком значении наработки начинаются массовые отказы, и при необходимости скорректировать периодичность проведения профилактики.

Решение. Нарботка до отказа (выхода значений люфта за границу допуска) хорошо аппроксимируется

альфа-распределением. Значение наработки, при которой начинаются массовые отказы t_n , может быть определено по формуле (9-1) и графику рис. 9-2.

Для определения оценок параметров α^* , β^* сначала вычислим оценки случайного процесса изменения люфта: среднее значение m_η^* и статистическое среднее квадратическое отклонение люфта σ_η^* в момент проведения профилактики:

$$m_\eta^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \eta_i = \frac{4,44 + 4,69 + \dots + 6,49}{18} = 5 \text{ мм};$$

$$\sigma_\eta^* = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\eta_i - m_\eta^*)^2} = 1 \text{ мм}.$$

В этих формулах η_i — значение люфта i -й установки; $N=18$ — число находящихся под наблюдением установок.

Далее вычисляем оценки m_b^* и σ_b^*

$$m_b^* = \frac{|m_\eta^* - \eta_0|}{t_n} = \frac{5 - 3}{50} = 0,04 \frac{\text{мм}}{\text{ч}};$$

$$\sigma_b^* = \frac{\sigma_\eta^*}{t_n} = \frac{1}{50} = 0,02 \frac{\text{мм}}{\text{ч}}.$$

Затем вычисляем оценки параметров альфа-распределения:

$$\alpha^* = \frac{|m_b^*|}{\sigma_b^*} = \frac{0,04}{0,02} = 2; \quad \beta^* = \frac{|\eta_0 - \eta_{pl}|}{\sigma_b^*} = \frac{13 - 3}{0,02} = 500 \text{ ч}.$$

По графику рис. 9-2 определяем значение $g_n(\alpha=2) = 0,22$ и вычисляем значение наработки до начала массовых отказов:

$$t_n = \beta g_n(\alpha) = 500 \cdot 0,22 = 110 \text{ ч}.$$

Таким образом, при необходимости периодичность проведения профилактики может быть увеличена с 50 до 110 ч.

Пример 9-6. Нарботка до отказа состоит из двух стадий. При наработке T_1 возникает дефект, затем через наработку T_2 — отказ. Общая наработка до отказа рав-

на $T_1 + T_2$. Предполагаются показательные распределения случайных величин T_1 и T_2 , значения соответствующих интенсивностей равны: $\lambda_1 = 0,007$ 1/ч, $\lambda_2 = 0,02$ 1/ч.

Профилактика состоит в обнаружении и устранении дефектов. Она проводится по плановому режиму по наработке. Изделие обновляется только в результате устранения дефекта. Определить период первой с начала эксплуатации профилактики, при котором параметр потока отказов принимает минимальные значения.

Решение. При проведении профилактики обнаружением и устранением дефекта предупреждается возникновение отказа. Следовательно, выполнением профилактики производится управляющее воздействие на дальнейшее поведение функции $\omega(t)$. Для того чтобы оценить влияние этого управляющего воздействия на $\omega(t)$, рассмотрим два несовместных события, возможных в момент начала выполнения первой профилактики.

1. Дефекта нет. Обозначим $1 - P_d(t_{п,1})$ — вероятность этого события, $t_{п,1}$ — период проведения первой профилактики.

2. Дефект есть. Вероятность этого события равна $P_d(t_{п,1})$.

В соответствии с этими двумя событиями можно выделить две составляющие потока отказов $\omega_1(t)$ и $\omega_2(t)$ в течение наработки между первой и второй профилактиками.

Первое событие соответствует случаю, когда управляющее воздействие на поток отказов не производится. Поэтому первая составляющая потока отказов равна:

$$\omega_1(t) = [1 - P_d(t_{п,1})] \omega(t),$$

где $\omega(t)$ — параметр потока отказов для случая, когда профилактика не производится.

Второе же событие соответствует случаю, когда управляющее воздействие осуществлено — дефект был обнаружен и устранен. Эта составляющая потока отказов при $t_{п,1} < t < t_2$ равна $\omega_2(t) = P_d(t_{п,1}) \omega(t - t_{п,1})$. Здесь $t_2 = t_{п,1} + t_{п,2}$; $t_{п,2}$ — наработка между первой и второй профилактиками.

Таким образом, после проведения первой профилактики возникает разреженный поток отказов с параметром

$$\bar{\omega}(t) = \omega_1(t) + \omega_2(t) = \omega(t) - P_d(t_{п,1}) [\omega(t) - \omega(t - t_{п,1})].$$

Это разрежение объясняется тем, что при проведении профилактики устраняются возникшие за межпрофилактический период дефекты. Из полученной формулы следует, что чем больше значение $P_d(t_{п,1})$, тем больше разрежение потока отказов и меньше значение его параметра $\bar{\omega}(t)$. Следовательно, для определения периода первой профилактики, при котором значение параметра разреженного потока отказов минимально, необходимо продифференцировать выражение $P_d(t_{п,1})$ по $t_{п,1}$, приравнять производную нулю и решить относительно $t_{п,1}$ полученное уравнение.

Найдем зависимость вероятности $P_d(t_{п,1})$ от периода проведения первой профилактики $t_{п,1}$. Дефект будет в изделии к моменту проведения первой профилактики в следующих двух случаях: 1) до начала проведения профилактики возник дефект, но не наступил отказ; 2) изделие отказало в течение межпрофилактического периода и было восстановлено; с этого момента наработки до начала проведения профилактики в изделии появился дефект, но не наступил отказ.

Обозначив вероятности этих двух случаев соответственно $P_{д,о}(t_{п,1})$ и $P_1(t_{п,1})$, напишем:

$$P_d(t_{п,1}) = P_{д,о}(t_{п,1}) + P_1(t_{п,1}).$$

Найдем вероятность $P_1(t_{п,1})$. Для этого рассмотрим малый интервал наработки $(\tau, \tau + d\tau)$, предшествующий началу проведения первой профилактики. Вероятность отказа изделия в течение этого интервала наработки равна $\bar{\omega}(\tau) d\tau$. Вероятность того, что в течение наработки $(t_{п,1} - \tau)$ появится дефект и не наступит отказ, равна $P_{д,о}(t_{п,1} - \tau)$. Тогда элемент вероятности $dP_1(\tau)$ равен произведению

$$dP_1(\tau) = \bar{\omega}(\tau) P_{д,о}(t_{п,1} - \tau) d\tau.$$

Суммируя по всем τ от 0 до $t_{п,1}$, получаем:

$$P_1(t_{п,1}) = \int_0^{t_{п,1}} \bar{\omega}(\tau) P_{д,о}(t_{п,1} - \tau) d\tau.$$

Учитывая это выражение для $P_1(t_{п,1})$, получим уравнение для определения вероятности наличия дефекта к моменту начала проведения первой профилактики:

$$P_d(t_{п,1}) = P_{д,о}(t_{п,1}) + \int_0^{t_{п,1}} \bar{\omega}(\tau) P_{д,о}(t_{п,1} - \tau) d\tau.$$

Обычно значения параметра потока отказов малы, поэтому вторым слагаемым можно пренебречь. При этом

$$P_d(t_{п,1}) \approx P_{д,о}(t_{п,1}).$$

Вероятность $P_{д,о}(t_{п,1})$ равна вероятности безотказной работы дублированной системы с ненагруженным резервом:

$$P_{д,о}(t_{п,1}) = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2} [\exp(-\lambda_2 t_{п,1}) - \exp(-\lambda_1 t_{п,1})].$$

Для определения периода первой профилактики, при котором значение разреженного потока отказов минимально, продифференцируем выражение $P_d(t_{п,1}) \approx P_{д,о}(t_{п,1})$ по $t_{п,1}$; приравняем производную нулю

$$\frac{dP_d(t_{п,1})}{dt_{п,1}} \approx \frac{dP_{д,о}(t_{п,1})}{dt_{п,1}} = 0$$

и решим относительно $t_{п,1}$ полученное уравнение. В итоге найдем:

$$t_{п,1} = \frac{\ln \lambda_1 - \ln \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}.$$

Подставив численные значения, получим:

$$t_{п,1} = \frac{\ln 0,007 - \ln 0,02}{0,007 - 0,02} = 730 \text{ ч.}$$

Пример 9-7. Профилактическое обслуживание изделия проводится так, как описано в примере 9-6. Рассматривается установившийся период эксплуатации. За суммарную наработку 2521 ч при проведении профилактик был обнаружен 31 дефект изделия. За этот же период произошло 9 отказов, которым также предшествовали дефекты. Определить оптимальный период профилактической работы, при котором обеспечивается наибольшее разрежение параметра потока отказов.

Решение. Обозначим $n_1^{(1)}$ суммарное количество дефектов всех N изделий за определенный период наработки и n — количество отказов, которым предшествуют дефекты рассматриваемого типа. При этом общее количество дефектов

$$n_1 = n_1^{(1)} + n.$$

Если известна суммарная наработка t_N всех N объектов, можно вычислить средние значения наработки до наступления дефекта

$$\bar{m}_{t1}^* = \frac{t_N}{n_1} = \frac{t_N}{n_1^{(1)} + n}$$

и до отказа

$$m_t^* = \frac{t_N}{n}.$$

Так как

$$m_t^* = \bar{m}_{t1}^* + m_{t2}^*,$$

то по известным значениям m_t^* и \bar{m}_{t1}^* можно найти оценку для математического ожидания второй стадии развития отказа:

$$m_{t2}^* = m_t^* - \bar{m}_{t1}^* = \frac{n_1^{(1)} t_N}{n (n_1^{(1)} + n)}.$$

Зная значения \bar{m}_{t1}^* и m_{t2}^* , можно найти оценки соответствующих интенсивностей отказов:

$$\bar{\lambda}_1^* = \frac{1}{\bar{m}_{t1}^*}, \quad \lambda_2^* = \frac{1}{m_{t2}^*},$$

необходимые для определения оптимального периода профилактических работ. Проведя вычисления, получим:

$$\bar{m}_{t1}^* = \frac{2521}{31 + 9} = 63,0 \text{ ч}; \quad \bar{\lambda}_1^* = \frac{1}{63,0} = 1,59 \cdot 10^{-2} \text{ 1/ч};$$

$$m_t^* = \frac{2521}{9} = 280 \text{ 1/ч}; \quad m_{t2}^* = 280,1 - 63,0 = 217,1 \text{ ч};$$

$$\lambda_2^* = \frac{1}{217,1} = 0,46 \cdot 10^{-2} \text{ 1/ч}.$$

Далее, используя формулу примера 9-6, определим оптимальный период профилактики:

$$t_{\text{п}} = \frac{\ln \bar{\lambda}_1 - \ln \lambda_2}{\bar{\lambda}_1 - \lambda_2} = \frac{1,59 - 0,46}{1,59 - 0,46} = 109 \text{ ч.}$$

Пример 9-8. Передатчик выключен (не работает) и находится на дежурстве в готовности к передаче сообщений по тревоге. Через определенное время он подвергается плановому профилактическому обслуживанию. Это обслуживание состоит в том, что проверяется работоспособность систем и отказавшие элементы заменяются. Интенсивность отказов постоянна: $\lambda = 0,0007$ 1/ч; средняя продолжительность выполнения профилактики $m_{\text{тпр}} = 3$ ч. Определить период профилактики $t_{\text{п}}$ передатчика, при котором коэффициент простоя минимален.

Решение. Состояние передатчика при дежурстве неизвестно. Оно определяется лишь после проверки работоспособности при выполнении профилактики. Иначе говоря, если передатчик отказывает в межпрофилактический период, то он будет находиться в неработоспособном состоянии от момента времени возникновения отказа до окончания профилактики. Среднее значение продолжительности работоспособного состояния передатчика m_t равно сумме произведений возможных значений m_t на вероятности этих значений (см. решение примера 9-1):

$$m_t = t_{\text{п}} P(t_{\text{п}}) + \int_0^{t_{\text{п}}} t f(t) dt.$$

Проведя преобразования, аналогичные преобразованиям в примере 9-1, получим: $m_t = \int_0^{t_{\text{п}}} P(t) dt.$

Рассмотрим отрезок календарного времени между окончаниями двух соседних профилактик. Средняя величина этого отрезка t_k равна сумме продолжительности дежурства между профилактиками и средней продолжительности выполнения профилактики:

$$t_k = t_{\text{п}} + m_{\text{тпр}}.$$

В неработоспособном состоянии за рассматриваемый отрезок времени передатчик будет находиться в течение среднего времени:

$$t_k - m_t = t_n + m_{\tau_{\text{пр}}} - m_t,$$

при этом коэффициент простоя

$$K_n(t_n) = \frac{m_{\tau}}{m_{\tau} + m_t} \approx \frac{m_{\tau}}{m_t} = \frac{t_n + m_{\tau_{\text{пр}}} - m_t}{m_t}.$$

В рассматриваемом случае

$$\tilde{m}_t = \int_0^{t_n} P(t) dt = \frac{1}{\lambda} \{1 - \exp[-\lambda t_n]\}.$$

Продифференцировав выражение для $K_n(t_n)$ по t_n , приравняв производную нулю и проведя преобразования, получим:

$$\exp[-\lambda t_n] [1 + \lambda (t_n + m_{\tau_{\text{пр}}})] = 1.$$

Обозначим левую часть этого уравнения через $\varphi(t_n)$. Периодичность проведения профилактики наиболее просто найти графически (рис. 9-5) как точку пересечения функции $\varphi(t_n)$ с прямой, ордината которой равна единице.

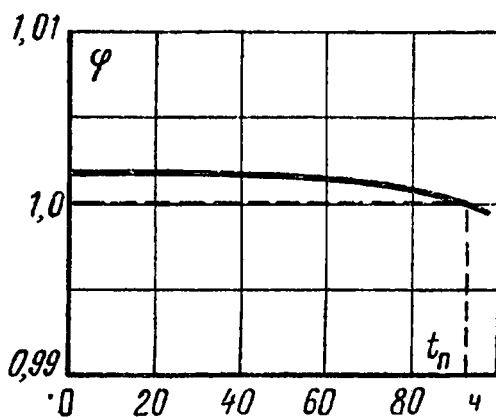


Рис 9-5. Графическое определение периодичности профилактики.

Если $\lambda t_n \ll 1$, то можно получить приближенное решение. Перепишем последнее уравнение следующим образом:

$$1 + \lambda (t_n + m_{\tau_{\text{пр}}}) = \exp[\lambda t_n].$$

Разложим функцию $\exp[\lambda t_n]$ в ряд и для получения достаточной точности оставим лишь первые три члена:

$$\exp[\lambda t_n] = 1 + \lambda t_n + \frac{(\lambda t_n)^2}{2}.$$

Тогда получим: $\lambda m_{\tau_{\text{пр}}} = \frac{(\lambda t_n)^2}{2},$

откуда $t_n = \sqrt{\frac{2m_{\tau_{\text{пр}}}}{\lambda}} = \frac{2 \cdot 3}{0,0007} = 92 \text{ ч.}$

Пример 9-9. Профилактики (только плановые) непрерывно включенного в работу приемника проводятся с постоянным периодом независимо от количества возникших отказов. После отказов производится восстановление работоспособности и эксплуатация приемника продолжается до профилактики, при которой приемник обновляется. Восстановление работоспособности приемника не изменяет значения параметра потока отказов и зависимости этого параметра от наработки $\omega(t) = a + bt$ 1/ч, где $a = 0,7 \cdot 10^{-3}$ 1/ч; $b = 1 \cdot 10^{-4}$ 1/ч². Среднее время восстановления $m_{\tau} = 3$ ч, средняя продолжительность профилактики $m_{\tau_{\text{пр}}} = 1,5$ ч. Определить периодичность профилактики, при которой коэффициент простоя минимален (коэффициент готовности максимален).

Решение. Назначать большую периодичность профилактики нецелесообразно, так как при этом из-за большого количества отказов, возникающих в межпрофилактический период, будет велико время, необходимое для восстановления работоспособности. Иметь малую периодичность невыгодно, так как частое проведение профилактики уменьшает готовность приемника к использованию. Коэффициент простоя приемника определяется выражением

$$K_{\text{п}}(t_{\text{п}}) = \frac{m_{\tau_{\text{пр}}} + m_{\tau} \int_0^{t_{\text{п}}} \omega(t) dt}{t_{\text{п}} + m_{\tau_{\text{пр}}}} \approx \frac{m_{\tau_{\text{пр}}} + m_{\tau} \int_0^{t_{\text{п}}} \omega(\tau) dt}{t_{\text{п}}}.$$

Учитывая, что

$$\int_0^{t_{\text{п}}} \omega(t) dt = at_{\text{п}} + \frac{b}{2} t_{\text{п}}^2,$$

имеем:

$$K_{\text{п}}(t_{\text{п}}) = \frac{m_{\tau_{\text{пр}}} + m_{\tau} \left(at_{\text{п}} + \frac{b}{2} t_{\text{п}}^2 \right)}{t_{\text{п}}}.$$

Для определения периода профилактики нужно продифференцировать выражение для $K_{\text{п}}(t_{\text{п}})$ по $t_{\text{п}}$, прирав-

нять производную нулю и решить относительно t_{Π} полученное выражение:

$$\frac{dK_{\Pi}(t_{\Pi})}{dt_{\Pi}} = -\frac{m_{\tau \text{ пр}}}{t_{\Pi}^2} + \frac{b}{2} m_{\tau}.$$

Отсюда

$$t_{\Pi} = \sqrt{\frac{2m_{\tau \text{ пр}}}{bm_{\tau}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,5}{3 \cdot 10^{-4}}} = 100 \text{ ч.}$$

Пример 9-10. На рис. 9-6, а приведен сетевой график работ по профилактическому обслуживанию технического объекта. Цифры над стрелками обозначают продолжительность работ в часах. Вычислить и построить график функции технологичности профилактического обслуживания объекта.

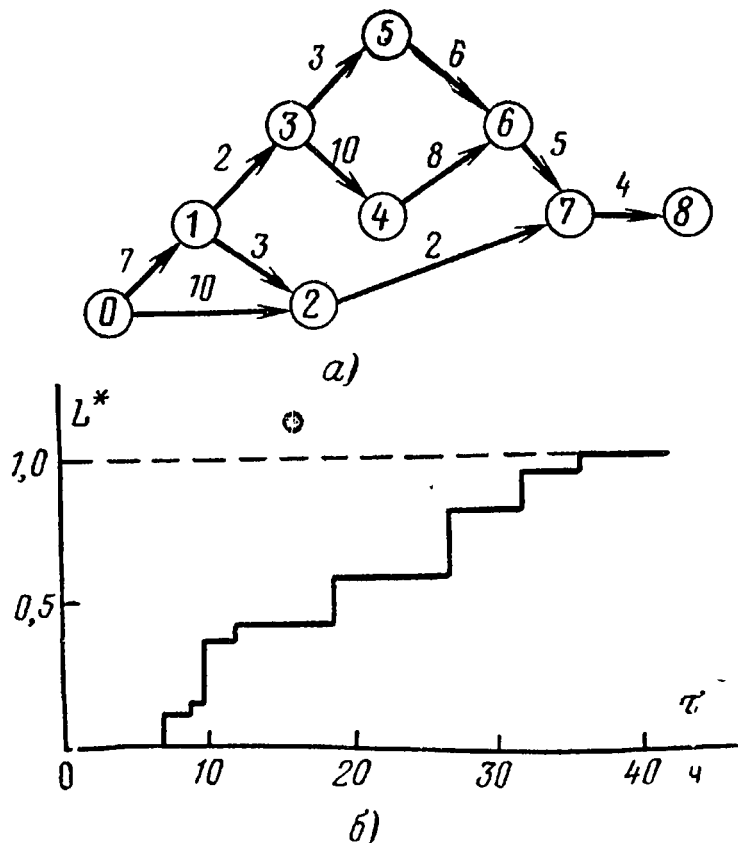


Рис. 9-6. Сетевой график работ по профилактическому обслуживанию (а) и соответствующая ему функция технологичности (б).

Решение. Вычисляем и располагаем в возрастающий ряд ранние сроки появления событий сетевого графика рис. 9-6, а. Далее приводим вычисления по формулам (9-3), (9-4). Результаты вычислений сведены в табл. 9-4. Функция технологичности изображена на рис. 9-6, б.

Таблица 9-4

Номер события j	1	3	2	5	4	6	7	8
Ранний срок появления события τ_j	7	9	10	12	19	27	32	36
Приращение доли выполненных работ ΔL_j^*	0,12	0,03	0,22	0,05	0,16	0,23	0,12	0,07
Значение экспериментальной функции технологичности $L^*(\tau_j)$	0,12	0,15	0,37	0,42	0,58	0,81	0,93	1,00

Пример 9-11. Передатчик включен и находится на дежурстве в готовности к передаче сообщений по тревоге. Продолжительность передачи $\Delta t = 1$ ч. Передатчик выключается при отказе (неплановой профилактике) и при выполнении плановых профилактических работ. Профилактики проводятся по смешанному режиму. После выполнения профилактик передатчик «обновляется». Известны: $\lambda(t) = at$ 1/ч — интенсивность отказов, где $a = 2 \cdot 10^{-4}$ 1/ч²; $m_{\text{пл}} = 3$ ч — средняя продолжительность плановой профилактики; $m_{\text{нп}} = 7$ ч — средняя продолжительность неплановой профилактики. Определить период плановой профилактики $t_{\text{п}}$, при котором вероятность застать передатчик в работоспособном состоянии в произвольный момент времени t и проработать безотказно в течение интервала от t до $t + \Delta t$ является максимальной.

Решение. Обозначим функцию распределения периода $t_{\text{п}}$ плановой профилактики через

$$G(t) = P \{t_{\text{п}} < t\}.$$

Эта функция распределения для неслучайной величины $t_{\text{п}}$ равна:

$$G(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } t \geq t_{\text{п}}; \\ 0 & \text{при } t < t_{\text{п}}. \end{cases}$$

Вероятность события — застать передатчик в работоспособном состоянии в произвольный момент времени t и проработать безотказно в течение интервала $(t, t +$

$+\Delta t$) — обозначим через $K(t, t+\Delta t)$. Это событие равно сумме двух несовместных событий (рис. 9-7, а):

1. Передатчик не отказывает в течение $(0, t+\Delta t)$ и не подвергается плановому профилактическому обслуживанию в течение $(0, t)$.

Вероятность этого сложного события равна произведению

$$K_1(t, t + \Delta t) = P(t + \Delta t)[1 - G(t)].$$

2. Второе событие состоит в следующем: в течение интервала времени $(\tau, \tau+d\tau)$, предшествующего t , передатчик откажет и будет отремонтирован; в течение $(\tau, t+\Delta t)$ не откажет и не подвергнется плановому профилактическому обслуживанию в течение

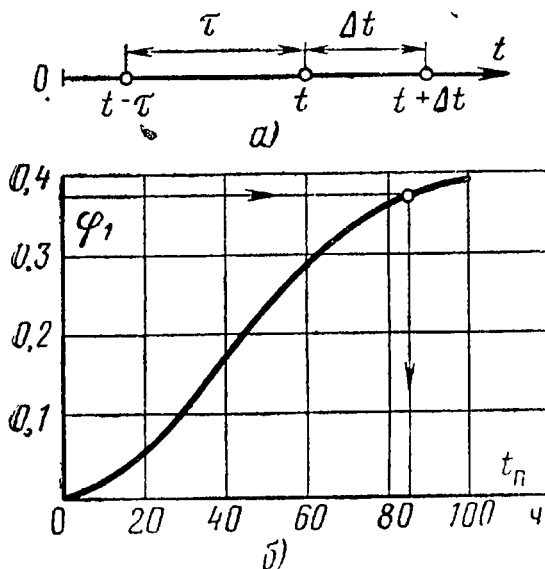


Рис. 9-7. К вопросу о вычислении периодичности профилактики

а — схема событий; б — графическое определение периодичности профилактики.

(τ, t) . Элемент вероятности этого сложного события равен произведению

$$P(t + \Delta t - \tau)[1 - G(t - \tau)]\omega(\tau) d\tau.$$

Суммируя по всем τ от 0 до t , получаем:

$$K_2(t, t + \Delta t) = \int_0^t P(t + \Delta t - \tau)[1 - G(t - \tau)]\omega(\tau) d\tau.$$

Таким образом, искомая вероятность выражается формулой

$$\begin{aligned} K(t, t + \Delta t) &= K_1(t, t + \Delta t) + K_2(t, t + \Delta t) = \\ &= P(t + \Delta t)[1 - G(t)] + \int_0^t P(t + \Delta t - \tau)[1 - \\ &\quad - G(t - \tau)]\omega(\tau) d\tau. \end{aligned}$$

Будем искать стационарное значение вероятности:

$$K(\Delta t) = \lim_{t \rightarrow \infty} K(t, t + \Delta t).$$

Предел первого слагаемого выражения для $K(t, t + \Delta t)$ равен нулю:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} K_1(t, t + \Delta t) = \lim_{t \rightarrow \infty} P(t + \Delta t) [1 - G(t)] = 0.$$

Для определения предела второго слагаемого $\lim_{t \rightarrow \infty} K_2(t, t + \Delta t)$ воспользуемся теоремой [3, § 2.3]: если $\varphi(t)$ — монотонно невозрастающая функция, интегрируемая на области $(0, \infty)$, то

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \varphi(t - \tau) \omega(\tau) d\tau = \frac{1}{m_{\Pi}} \int_0^{\infty} \varphi(t) dt,$$

где m_{Π} — математическое ожидание числа «обновлений» после отказов и плановых профилактик.

Во втором слагаемом выражения для $K(t, t + \Delta t)$ представим функцию

$$\varphi(t) = P(t + \Delta t) [1 - G(t)].$$

Тогда получим:

$$K(\Delta t) = \frac{1}{m_{\Pi}} \int_0^{\infty} P(t + \Delta t) [1 - G(t)] dt.$$

Условное математическое ожидание m_{Π} числа обновлений по формуле полной вероятности равно:

$$m_{\Pi} = \int_0^{\infty} P(t) [1 - G(t)] dt + m_{\text{тп}} \int_0^{\infty} Q(t) dG(t) + m_{\text{сп}} \int_0^{\infty} G(t) dQ(t),$$

где $Q(t) = 1 - P(t)$ — функция ненадежности.

Проведя преобразования, получим:

$$K(\Delta t) = \frac{\int_0^{t_{\Pi}} P(t + \Delta t) dt}{\int_0^{t_{\Pi}} P(t) dt + m_{\text{тп}} Q(t_{\Pi}) + m_{\text{сп}} P(t_{\Pi})}.$$

Для получения периодичности профилактики необходимо продифференцировать это выражение по $t_{\text{п}}$, приравнять производную нулю и решить относительно $t_{\text{п}}$ полученное уравнение. После указанных преобразований получим:

$$\frac{m_{\text{тп}}}{m_{\text{тн}} + \Delta t} = 1 - \frac{1}{P(t_{\text{п}}) + \lambda(t_{\text{п}}) \int_0^{t_{\text{п}}} P(t) dt}.$$

Обозначим правую часть этого уравнения через $\varphi_1(t_{\text{п}})$. Решение наиболее просто можно получить как точку пересечения функции $\varphi_1(t_{\text{п}})$ с прямой, ордината которой равна:

$$\frac{m_{\text{тп}}}{m_{\text{тн}} + \Delta t} = \frac{3}{7 + 1} = 0,375.$$

Решение представлено на рис. 9-7, б: $t_{\text{п}} = 85$ ч.

Пример 9-12. Для повышения надежности возможно одно из двух мероприятий: 1) применение общего дублирования блока; 2) применение внутриблочного резервирования с тремя параллельно соединенными на логической схеме узлами. В обоих случаях резерв нагружен. При общем дублировании возможны периодические контрольные проверки (раздельно основного и резервного блока). В случае внутриблочного резервирования такие проверки невозможны. Интенсивность отказов блока, у которого возможно дублирование $\lambda_1 = 10^{-3}$ 1/ч, интенсивность отказов основного и резервных узлов при внутриблочном резервировании $\lambda_2 = 10^{-4}$ 1/ч.

Назначенный ресурс в обоих случаях одинаков: $t_p = 10\,000$ ч. Определить, при какой периодичности проверок среднее значение интенсивности отказов при дублировании будет меньше, чем при внутриблочном резервировании.

Решение. Найдем интенсивность отказов резервированной системы, используя формулу

$$\lambda_p(t) = \frac{f_p(t)}{P_p(t)}.$$

При общем нагруженном резервировании функция надежности

$$P_p(t) = 1 - \prod_{j=1}^{k+1} [1 - P_j(t)] = 1 - [1 - \exp(-\lambda t)]^{k+1},$$

где $k+1$ — число примененных подсистем.

Плотность распределения наработки до отказа можно найти по формуле

$$f_p(t) = -\frac{dP_p(t)}{dt} = (k+1)\lambda \exp[-\lambda t] [1 - \exp(-\lambda t)]^k.$$

Следовательно, интенсивность отказов

$$\lambda_p(t) = \frac{(k+1)\lambda \exp[-\lambda t] [1 - \exp(-\lambda t)]^k}{1 - [1 - \exp(-\lambda t)]^{k+1}}.$$

Если $\lambda t \ll 1$, то можно положить $\exp[-\lambda t] \approx 1 - \lambda t$.
При этом

$$\lambda_p(t) \approx (k+1)\lambda^{k+1} t^k.$$

Рассмотрим случай общего дублирования при условии

$$\lambda_{p1}(t) \approx 2\lambda_1^2 t.$$

После каждой проверки интенсивность отказов изменяется от нуля до максимального значения $2\lambda_1^2 t_{\text{п}}$. Среднее значение интенсивности отказов за каждый межпрофилактический период (а следовательно, и в течение ресурса) можно подсчитать по формуле

$$\lambda_{\text{ср } 1}(t_{\text{п}}) = \frac{1}{t_{\text{п}}} \int_0^{t_{\text{п}}} \lambda_{p1}(t) dt \approx \lambda_1^2 t_{\text{п}}.$$

Рассмотрим случай внутриблочного резервирования. Для определения среднего значения интенсивности отказов упростим зависимость $\lambda_{p2}(t)$. При значении наработки $t \leq t_1$, когда $\exp[-\lambda_2 t_1] \leq 0,1$, заменим $\exp[-\lambda_2 t] \approx 1 - \lambda_2 t$. Это значение t_1 , найденное из условия $\exp[-\lambda_2 t_1] = 0,1$, равно 9000 ч. При $t \geq t_1$ примем, что

$$\lambda_{p2} = \lim_{t \rightarrow \infty} \lambda_2(t) = \lambda_2.$$

В этом случае среднее значение в течение ресурса интенсивности отказов можно рассчитать по формуле

$$\lambda_{\text{ср } 2} = \frac{1}{t_p} \left[\int_0^{t_1} \lambda_{p2}(t) dt + (t_p - t_1) \lambda_{p2} \right] \approx$$

$$\approx \frac{1}{t_p} [\lambda_2^3 t_1^3 + (t_p - t_1) \lambda_2].$$

Определим периодичность профилактики из условия

$$\lambda_{\text{ср } 1}(t_p) \leq \lambda_{\text{ср } 2}.$$

Подставив числовые значения, получим:

$$\lambda_{\text{ср } 2} \approx \frac{1}{10^4} (10^{-12} \cdot 7,29 \cdot 10^{11} + 10^3 \cdot 10^{-4}) \approx 8,3 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч.}$$

Из неравенства

$$\lambda_{\text{ср } 1}(t) \approx \lambda_1^2 t_p \leq \lambda_{\text{ср } 2}$$

находим:

$$10^{-6} t_p \leq 8,3 \cdot 10^{-5}; \quad t_p \leq 83 \text{ ч.}$$

9-3. ЗАДАЧИ

9-1. Передатчик выключен (не работает) и находится на дежурстве в готовности к передаче сообщений по тревоге. Продолжительность передачи $t_1 = 1$ ч. Через определенное время он выключается, проверяется, в случае необходимости восстанавливается его работоспособность. Во время контроля и от момента отказа до контроля передатчик неработоспособен. Известны: $\lambda = 6,65 \cdot 10^{-3}$ 1/ч — интенсивность отказов; $m_{\tau \text{пр}} = 20$ мин — продолжительность профилактики. Определить период профилактики, при котором коэффициент готовности максимален.

О т в е т: $t_p = 6$ суток.

9-2. Информационная система выключается из-за отказов и проведения плановых профилактических работ. При отказах производится восстановление работоспособности системы и ее эксплуатация продолжается до профилактики. Восстановление работоспособности не изменяет параметра потока отказов $\omega = 7 \cdot 10^{-5}$ 1/ч. Среднее время восстановления $m_{\tau} = 3$ ч, средняя продолжительность профилактики $m_{\tau \text{пр}} = 2$ ч. Определить периодичность профилактики, при которой коэффициент простоя минимален.

О т в е т. $K_p(t_p) = \frac{m_{\tau \text{пр}}}{t_p} + m_{\tau} \omega.$

Отсюда видно, что $K_{\Pi}(t_{\Pi})$ монотонно убывает с ростом t_{Π} . Здесь экстремума нет и поэтому профилактику проводить нецелесообразно.

9-3. Изделие состоит из двух блоков. Один из блоков находится в нагруженном резерве. Отказы блоков независимы. Профилактическое обслуживание проводится по смешанному режиму. Интенсивности отказов блоков $\lambda = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Определить периодичность профилактики, при которой интенсивность отказов резервированного изделия не превышает $\lambda_{\text{доп}} = 8 \cdot 10^{-4}$ 1/ч.

О т в е т: $t_{\Pi} = 100$ ч.

9-4. Изделие состоит из двух блоков. Один из блоков находится в нагруженном резерве. Отказы независимы. Проводится плановое профилактическое обслуживание. Интенсивность отказов блоков $\lambda = 5 \cdot 10^{-3}$ 1/ч. Определить периодичность профилактики, при которой параметр потока отказов резервированного изделия не превышает $\omega_{\text{доп}} = 8 \cdot 10^{-4}$ 1/ч.

О т в е т: Параметр потока отказов резервированного изделия, вычисленный из уравнения $\omega_{\text{p}}(t) = f_{\text{p}}(t) + \int_0^t f_{\text{p}}(t) \omega_{\text{p}}(t - \tau) d\tau$, опреде-

ляется выражением $\omega_{\text{p}}(t) = \frac{\lambda}{2} \{1 - \exp[-2\lambda t]\} \approx \lambda^2 t$. Из условия $\omega_{\text{p}}(t) \leq \omega_{\text{доп}}$ имеем $t_{\Pi} = 50$ ч.

9-5. Изделие состоит из двух блоков. Один из блоков находится в нагруженном резерве. Отказы блоков независимы. Профилактическое обслуживание проводится по смешанному режиму. Интенсивность отказов блоков $\lambda = 7 \cdot 10^{-2}$ 1/ч. Средняя продолжительность профилактики равна: $m_{\tau_{\text{пр}0}} = 0,5$ ч, если к моменту профилактики не откажут оба блока; $m_{\tau_{\text{пр}1}} = 0,6$ ч при отказе одного из блоков; $m_{\tau_{\text{пр}2}} = 3$ ч при отказе двух блоков. Определить периодичность профилактики, при которой коэффициент простоя минимален.

О т в е т: Коэффициент простоя изделия определяется формулой:

$$K_{\Pi}(t_{\Pi}) = \frac{m_{\tau_{\text{пр}0}} Q_0(t_{\Pi}) + m_{\tau_{\text{пр}1}} Q_1(t_{\Pi}) + m_{\tau_{\text{пр}2}} Q_2(t_{\Pi})}{\int_0^{t_{\Pi}} P_{\text{p}}(t) dt},$$

где $P_{\text{p}}(t)$ — функция надежности резервированного изделия; $Q_2(t_{\Pi}) = Q_{\text{p}}(t_{\Pi})$ — значение функции ненадежности (вероятность отказа двух блоков) при $t = t_{\Pi}$; $Q_1(t_{\Pi})$ — значение функции ненадежности одного из блоков при $t = t_{\Pi}$; $Q_0(t_{\Pi})$ — вероятность безотказной работы обоих блоков за время $(0, t_{\Pi})$, $Q_0(t_{\Pi}) = \exp[-2\lambda t_{\Pi}]$; $Q_2(t_{\Pi}) = 1 - 2 \exp[-\lambda t_{\Pi}] + \exp[-2\lambda t_{\Pi}]$; $Q_1(t_{\Pi}) = 2 \exp[-\lambda t_{\Pi}] - 2 \exp[-2\lambda t_{\Pi}]$; $P_{\text{p}}(t_{\Pi}) = 2 \exp[-\lambda t_{\Pi}] - \exp[-2\lambda t_{\Pi}]$.

После вычислений получим: $t_{\Pi} = 15$ ч.

9-6. Назначить технический ресурс изделий по эксплуатационным данным об их отказах. Под наблюдением находилось N_1 изделий в течение наработки t_1 налета самолета и N_2 изделий в течение t_2 ч. Исходные данные сведены в табл. 9-5.

О т в е т: (по вариантам): 900, 1200, 600, 2400, 1200, 1200, 300, 1500, 900, 12 004.

Таблица 9-5

Величина	Номер варианта задачи									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N_1	1000	1000	200	400	200	400	200	300	400	100
N_2	600	200	1000	1200	2000	1200	1800	1500	1500	1000
t_1	2400	2400	1200	3000	2100	1800	2100	2100	1500	3000
t_2	900	300	600	2400	1200	600	300	1200	900	1200

Интервал наработки	Общее число отказов за интервал наработки									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0—300	6	5	3	6	9	7	7	5	5	4
300—600	6	2	2	4	6	8	4	7	8	3
600—900	7	3	3	4	5	8	6	5	7	3
900—1200	8	3	8	6	7	8	6	7	8	4
1200—1500	11	14	0	5	7	16	7	1	23	1
1500—1800	14	11	0	4	8	18	8	7	0	3
1800—2100	18	9	0	6	16	0	14	8	0	4
2100—2400	17	14	0	4	0	0	0	0	0	6
2400—2700	0	0	0	6	0	0	0	0	0	6
2700—3000	0	0	0	8	0	0	0	0	0	12

9-7. На рис. 9-8 приведен линейный график работ по проверке работоспособности технического объекта. Вычислить и построить функцию технологичности.

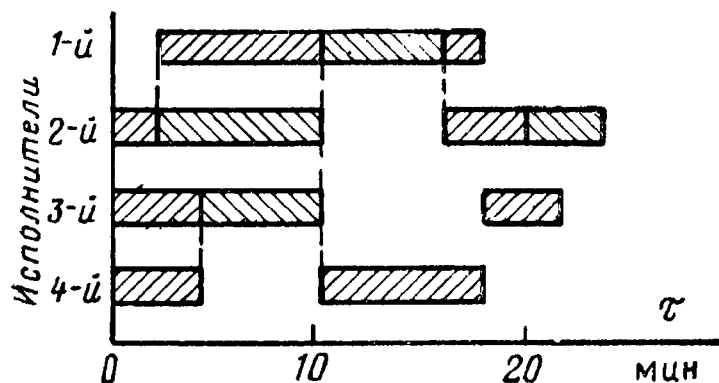


Рис. 9-8. Линейный график работ по проверке работоспособности объекта.

9-8. В системе радиуправления применено активное общее нагруженное резервирование каналов системы при $m=1$ и $k=2$. Интенсивность отказов нерезервированного канала управления и переключателя соответственно равны: $\lambda_0=3,0 \cdot 10^{-2}$ 1/ч и $\lambda_{\Pi}=1,0 \cdot 10^{-2}$ 1/ч. Определить, какова должна быть наработка переключателя $t_{i\Pi}$ между профилактическими осмотрами, чтобы обеспечить повышение надежности резервированной системы по сравнению с нерезервированной, если каналы резервированной системы проверяются через наработку $t_i=10$ ч, а нерезервированная система через наработку $t_i^{(1)}=20$ ч.

$$\text{Ответ: } t_{i \text{ п}} < \frac{1}{\lambda_{\text{п}}} \frac{\sqrt[3]{\lambda_0 t_i^{(1)} - \lambda_0 t_i}}{1 - \lambda_0 t_i} = 77 \text{ ч.}$$

9-9. Решить задачу 9-8 для случая, когда резервированная и нерезервированная системы проверяются через одинаковую наработку $t_i = 10$ ч.

$$\text{Ответ: } t_{i \text{ п}} < \frac{1}{\lambda_{\text{п}}} \frac{\sqrt[3]{\lambda_0 t_i - \lambda_0 t_i}}{1 - \lambda_0 t_i} = 53 \text{ ч.}$$

Глава десятая

ТИПОВЫЕ ОШИБКИ В РАСЧЕТАХ НАДЕЖНОСТИ

При расчетах надежности встречается ряд ошибок. Не оставляют исключения даже многие монографии и учебные пособия. Используя известное выражение, можно сказать, что это «детская болезнь» молодой теории.

Весьма часто встречаются ошибки, вызванные неправильным пониманием смысла соответствующих показателей надежности. Значительный процент ошибок связан с тем, что результаты, справедливые для частных случаев (например, при показательном распределении наработки до отказа), распространяются на более общие случаи. Ниже на примерах рассмотрены наиболее часто встречающиеся ошибки.

Пример 10-1. Функция надежности неремонтируемого блока связной радиостанции выражается формулой

$$P(t) = \exp \left[-\frac{t}{1000} \right].$$

График этой функции приведен на рис. 10-1. Радиостанция работает сеансами по 10 часов.

Необходимо оценить изменение надежности блока в процессе его эксплуатации до наработки 2500 ч.

Неправильное решение. По формуле для $P(t)$ и графику рис. 10-1 заключаем, что надежность блока с течением времени эксплуатации уменьшается по экспоненте. Если в начале эксплуатации надежность блока сравнительно велика, то при наработке 2500 ч она значительно уменьшается.

Содержание ошибки. Неправильно понимается смысл функции надежности. Она является интегральной характеристикой, которая практически всегда уменьшается при увеличении заданного значения $(0, t)$. Чтобы сформулировать мнение о том, как меняется надежность блока в процессе эксплуатации, необходимо оценить, как уменьшается значение $P(t)$ при увеличении рассматриваемого периода $(0, t)$.

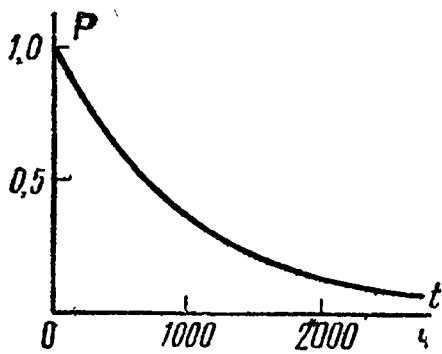


Рис. 10-1. Функция надежности.

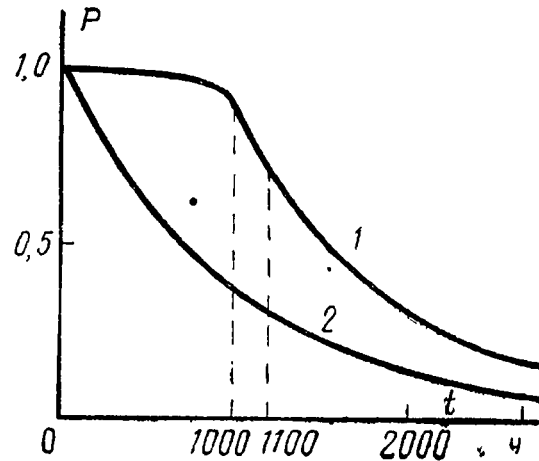


Рис. 10-2. Различные функции надежности.

Правильное решение. По формуле для $P(t)$ и рис. 10-1 видно, что наработка блока до отказа распределена по показательному (экспоненциальному) закону. Интенсивность отказов блока при этом постоянна: $\lambda = 10^{-3}$ 1/ч. Следовательно, надежность рассматриваемого блока в процессе эксплуатации неизменна. Вероятность безотказной работы блока в течение сеанса продолжительностью $\Delta t = 10$ ч одинакова при любой его наработке:

$$P(10) = \exp\left[-\frac{10}{1000}\right] \approx 1 - 0,01 = 0,99.$$

Пример 10-2. Имеются графики функции надежности двух вариантов конструктивного выполнения неремонтируемого вычислительного блока (рис. 10-2). Требуется сравнить надежность вариантов блока в период наработки (1000, 1100) ч.

Неправильное решение. На рис. 10-2 видно, что график функции надежности первого варианта блока расположен выше, чем для второго варианта. Поэтому первый вариант блока более надежен.

Содержание ошибки. Неправильно понимается смысл функции надежности. Для количественной оценки надежности обычно используется условная вероятность безотказной работы в течение наработки (t_1, t_2) , найденная в предположении, что при наработке t_1 изделие было работоспособно. Эта условная вероятность вычисляется как отношение значений функции надежности в конце и в начале рассматриваемого периода, поэтому необходимо учитывать не только область значений, но и наклон функций надежности в рассматриваемый период, что в приведенном выше решении не сделано.

Правильное решение. На рис. 10-2 видно, что в период наработки (1000—1100) ч наклон графика функции надежности первого варианта блока значительно больше, чем для второго. Поэтому в рассматриваемом случае надежность второго варианта блока выше по сравнению с первым. Для подтверждения этого вывода вычислим значения условных вероятностей безотказной работы в течение рассматриваемой наработки для двух вариантов блока:

$$P_1 = (1000, 1100) = \frac{P_1(1100)}{P_1(1000)} = \frac{0,71}{0,90} = 0,79;$$

$$P_2 = (1000, 1100) = \frac{P_2(1100)}{P_2(1000)} = \frac{0,31}{0,37} = 0,84.$$

Более точное суждение можно высказать при рассмотрении функций интенсивности отказов $\lambda_1(t)$ и $\lambda_2(t)$.

Пример 10-3. Для радиооборудования самолета наработка (налет) между отказами $m_t = 200$ ч, среднее время восстановления, проводимого в наземных условиях, $m_r = 20$ ч. Оценить готовность радиооборудования к применению, предполагая показательные распределения времени восстановления и наработки между отказами.

Неправильное решение. В рассматриваемом случае вероятность нахождения радиооборудования самолета в работоспособном состоянии в момент времени t можно определить с помощью формулы (5-9)

$$K_r(t) = \frac{200}{200 + 20} + \frac{20}{20 + 200} \exp \left[- \frac{200 + 20}{20 \cdot 200} t \right] =$$

$$= 0,91 + 0,182 \exp[-0,055t].$$

Вероятность $K_{\Gamma}(t)$ с течением времени эксплуатации t стремится к установившемуся значению — коэффициенту готовности

$$K_{\Gamma} = \frac{200}{200 + 20} = 0,91.$$

Содержание ошибки. Вычисленные приведенным выше способом вероятности $K_{\Gamma}(t)$ и K_{Γ} в рассматриваемом случае не характеризуют готовность самолета. Нарботка (налет) и время восстановления вычисляются в качественно разных единицах, их нельзя складывать, сопоставлять и т.д. Кроме того, при вычислении $K_{\Gamma}(t)$ и K_{Γ} предполагается, что изделие может находиться лишь в двух состояниях (в рассматриваемом случае: в полете и на устранении отказа). В действительности все транспортные средства (самолеты, автомобили, подвижной состав железных дорог, суда и др.) могут находиться во многих работоспособных состояниях, для каждого из которых характерны различные интенсивности переходов в другие состояния как из-за отказов, так и из-за изменений потребности в транспортных средствах, пропускной способности ремонтных предприятий и других причин. При этом для определения показателей готовности необходимо рассмотреть задачу о многоканальной (N самолетов) системе массового обслуживания. В условиях примера недостаточно сведений для решения такой задачи.

Пример 10-4. В результате наблюдения за эксплуатацией 100 неремонтируемых изделий зафиксированы отказы 12 изделий. Значения наработки до отказа (в часах): 58, 110, 117, 198, 387, 570, 610, 720, 798, 820, 840, 921. После двенадцатого отказа наблюдения прекращены. Оценить среднюю наработку до отказа изделий, предполагая показательное распределение наработки до отказа.

Неправильное решение. Вычисляем оценку среднего значения наработки отказавших изделий:

$$m_t^* = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} t_i = 512 \text{ ч.}$$

Содержание ошибки. Не учитывается, что 88 изделий из 100 остались работоспособными.

Правильное решение. Вычисляем суммарную наработку всех 100 изделий:

$$T_{\Sigma r} = \sum_{i=1}^{12} t_i + (100 - 12) t_{12} = 87\,197 \text{ ч},$$

где $t_{12} = 921$ ч.

Точечная оценка средней наработки до отказа

$$m_t^* = \frac{T_{\Sigma r}}{r} = \frac{87\,197}{12} \approx 7265 \text{ ч.}$$

Нижняя доверительная граница при доверительной вероятности 0,9

$$m_t > \frac{2T_{\Sigma r}}{\chi_{0,1}^2(2r)} = \frac{2 \cdot 87\,197}{35,2} \approx 4950 \text{ ч.}$$

Пример 10-5. Оценить вероятность отказа ремонтируемого изделия в течение заданной наработки, если известно, что в течение этой наработки произошло $r_1 = 100$ отказов. Под наблюдением находилось $N = 200$ изделий.

Неправильное решение. Оценка вероятности отказа в течение рассматриваемой наработки Δt

$$Q^*(\Delta t) = \frac{r_1}{N} = \frac{100}{200} = 0,5.$$

Содержание ошибки. Приведенную формулу для Q^* нельзя применять для ремонтируемых изделий. Для этих изделий число отказов r_1 может быть больше числа r отказавших изделий (некоторые изделия могут отказывать несколько раз).

Правильное решение. Предполагая поток отказов пуассоновским, находим среднее за рассматриваемую наработку значение параметра потока отказов:

$$\omega_{\text{ср}}^* = \frac{r_1}{N \Delta t} = \frac{100}{200 \cdot \Delta t} = \frac{0,5}{\Delta t}.$$

Оценка вероятности отказа в течение рассматриваемой наработки

$$Q^*(\Delta t) = 1 - \exp[-\omega_{\text{ср}}^* \Delta t] = 1 - \exp[-0,5] = 0,39.$$

Пример 10-6. В техническом отчете приведены сведения об отказах $N = 100$ телевизоров из-за отказов электронной лампы типа X (табл. 10-1).

Таблица 10-1

Интервалы наработки, ч	0—1000	1000—2000	2000—3000	3000—4000	4000—5000
Количество отказов телевизоров	18	16	19	16	18

Требуется вычислить по этим данным интенсивность отказов электронной лампы.

Неправильное решение. Электронная лампа — изделие неремонтируемое. Так как в каждом телевизоре имеется по одной лампе рассматриваемого типа, то вычисляем оценки интенсивности отказов для каждого интервала по формуле (3-1):

$$\lambda_1^* = \frac{18}{100 \cdot 1000} = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч};$$

$$\lambda_2^* = \frac{16}{(100 - 18) \cdot 1000} = 1,96 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч};$$

$$\lambda_3^* = \frac{19}{(100 - 34) \cdot 1000} = 2,88 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч};$$

$$\lambda_4^* = \frac{16}{(100 - 53) \cdot 1000} = 3,42 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч};$$

$$\lambda_5^* = \frac{18}{(100 - 69) \cdot 100} = 5,8 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч}.$$

По этим данным строится ступенчатый график интенсивности отказов (рис. 10-3).

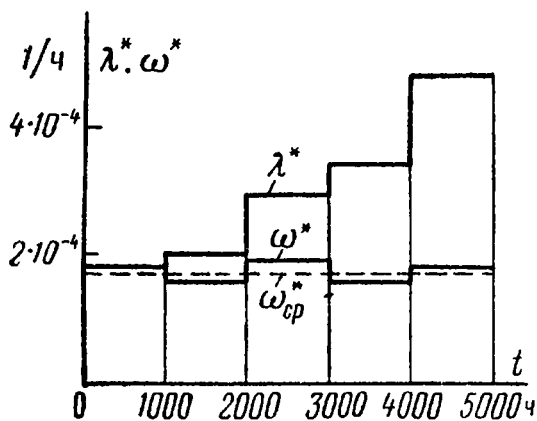


Рис. 10-3. Ступенчатые графики интенсивности отказов и параметра потока отказов.

Содержание ошибки. В техническом отчете приведены сведения об отказах телевизоров из-за отказов ламп. При этом неизвестно, какие лампы отказывают — установленные то ли в начале эксплуатации, то ли после отказов ламп, стоявших ранее на этом месте. Для каждого телевизора имеем поток отказов ламп. Поэтому нельзя использо-

вать формулу (3-1). Хотя рассматриваемые электронные лампы являются изделиями неремонтируемыми, по имеющимся данным можно оценить лишь параметр потока их отказов.

Правильное решение. Вычисляем оценки параметра потока отказов для каждого интервала по формуле (3-9):

$$\omega_1^* = \frac{18}{100 \cdot 1000} = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч};$$

$$\omega_2^* = \frac{16}{100 \cdot 1000} = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч};$$

$$\omega_3^* = \frac{19}{100 \cdot 1000} = 1,9 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч};$$

$$\omega_4^* = \frac{16}{100 \cdot 1000} = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч};$$

$$\omega_5^* = \frac{18}{100 \cdot 1000} = 1,8 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч}.$$

Так как значения параметра потока отказов мало отличаются от среднего значения $\omega_{\text{ср}}^* = 1,74 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч}$, можно считать $\omega = \text{const}$ и соответственно $\lambda = \omega_{\text{ср}}^* = 1,74 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч}$.

Когда значения параметра потока отказов существенно изменяются с течением времени эксплуатации, можно, предполагая последовательные отказы ламп в одном телевизоре независимыми, попытаться по уравнению возобновления (1-9) вычислить соответствующие значения плотности распределения, по которым можно найти интенсивность отказов ламп.

Пример 10-7. Имеются статические данные об отказах 100 однотипных радионавигационных систем самолетов (табл. 10-2). Требуется вычислить и построить экспериментальный график параметра потока отказов, а также оценить наработку на отказ системы.

Неправильное решение. Для каждого интервала Δt_i вычисляем оценку параметра потока отказов по формуле (3-9). По полученным данным строим ступенчатый график рис. 10-4, а. Из анализа графика можно сделать следующие выводы (оба неверные):

профилактические осмотры назначаются своевременно, так как начало их проведения совпадает с ростом параметра потока отказов;

Таблица 10-2

Интервалы времени полета, ч	0—40	40—80	80—120	120—160	160—200	200—240	240—280	280—320	320—360
Количество отказов систем	24	15	108	16	13	102	12	77	17

Примечание. В число отказов систем включены отказы и дефекты, обнаруженные во время углубленных профилактических осмотров, проводимых через каждые 100 часов (соответственно 93, 83, 64 отказа).

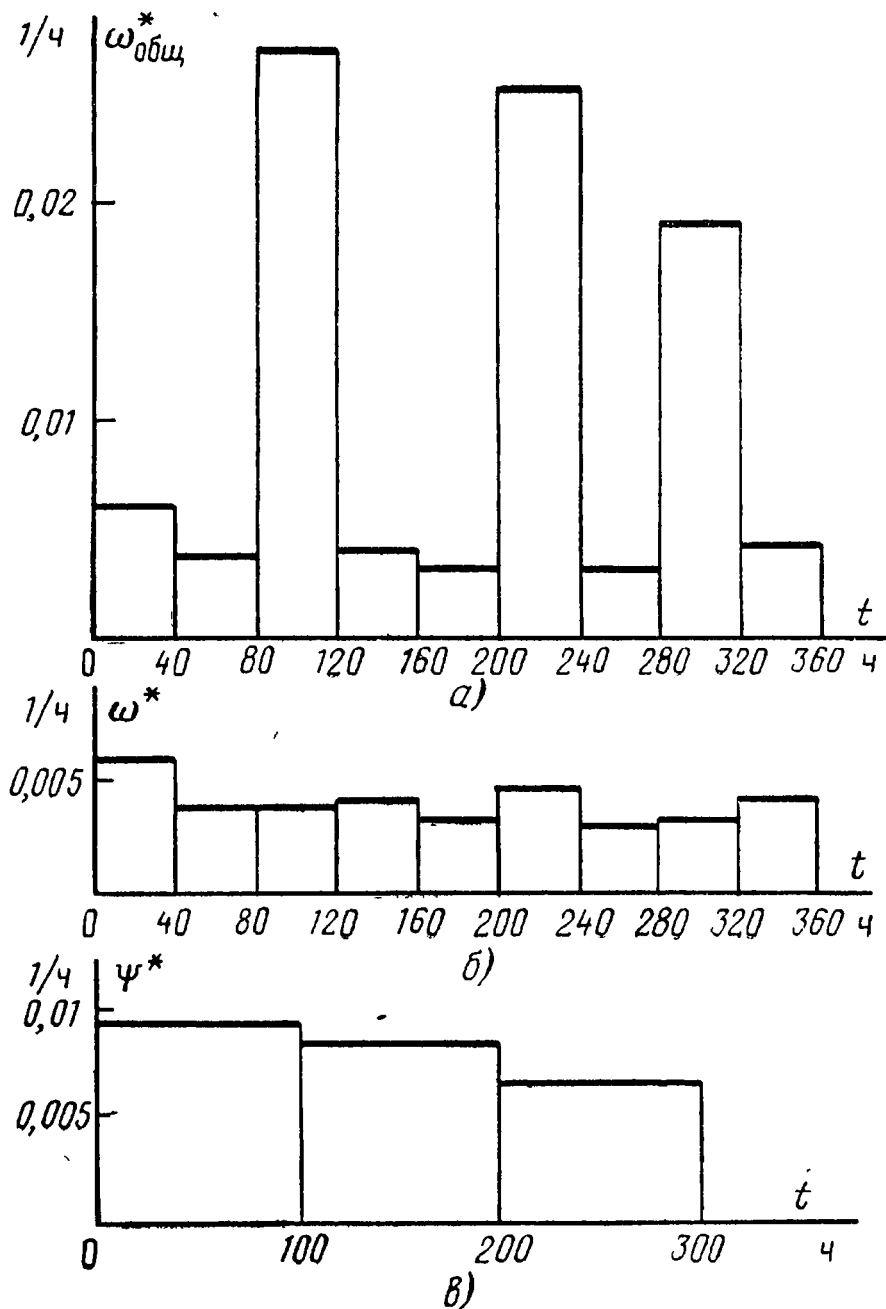


Рис. 10-4. Графики параметра потока отказов.

а — общий график при неправильном решении; б — график для полных отказов; в — график для дефектов.

профилактические мероприятия эффективны, так как после их проведения параметр потока отказов снижается до стационарного значения.

Суммарная наработка всех 100 систем в течение периода наблюдения (360 ч) составляет $T_{\Sigma r} = 3,6 \cdot 10^4$ ч. Поэтому оценка наработки на отказ

$$\tilde{m}_i^r = \frac{T_{\Sigma r}}{\Sigma r} = \frac{100 \cdot 360}{384} = 94 \text{ ч.}$$

Содержание ошибки. В приведенном выше решении не различаются отказы, проявившиеся в полете или при предполетной подготовке, т. е. «полные отказы», при появлении которых система теряет работоспособность, и отказы, обнаруженные при углубленном профилактическом осмотре, в число которых входят «частичные отказы», «дефекты», при наличии которых запрещено использовать систему по соображениям безопасности, хотя она еще работоспособна. «Выбросы» на ступенчатом графике рис. 10-4, а вызваны тем, что обнаруженные при профилактических осмотрах мелкие дефекты прибавлены к отказам на соответствующем интервале налета.

Правильное решение. Вычисляем и строим отдельно ступенчатые графики параметра потока отказов $\omega^*(t)$ и параметра потока частичных отказов $\psi^*(t)$ (рис. 10-4, б, в). При вычислении ψ_i^* интервал Δt_i берется равным наработке между углубленными профилактическими осмотрами (здесь $\Delta t_i = 100$ ч), так как относительно дефектов можно лишь утверждать, что они появились в межпрофилактический период.

Оценка наработки на отказ вычисляется по формуле

$$\tilde{m}_i^* = \frac{T_{\Sigma r}}{\sum_{i=1}^g \Delta r'_i}$$

где $\Delta r'_i$ — количество полных отказов в интервале Δt_i . При этом

$$m_i^* = \frac{100 \cdot 360}{144} = 250 \text{ ч.}$$

Пример 10-8. Вычислить среднюю наработку до отказа неремонтируемой системы с нагруженным дубли-

рованием, если интенсивности отказов основного и резервного элементов одинаковы и равны $\lambda_0 = 10^{-3}$ 1/ч. Система работает циклами по 10 ч, причем перед каждым циклом работы проверяется работоспособность системы.

Неправильное решение. Находим интенсивность отказов дублированной системы:

$$\lambda_d(t) = \frac{\frac{dP_d(t)}{dt}}{P_d(t)},$$

где $P_d(t)$ — функция надежности системы с нагруженным дублированием,

$$P_d(t) = 1 - [1 - \exp(-\lambda_0 t)]^2.$$

После преобразований имеем:

$$\lambda_d(t) = \lambda_0 \frac{2[1 - \exp(-\lambda_0 t)]}{2 - \exp[-\lambda_0 t]}.$$

Значение интенсивности отказов при $t = 10$ ч

$$\lambda_d(10) = 10^{-3} \cdot \frac{2[1 - \exp(-0,01)]}{2 - \exp(-0,01)} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ 1/ч.}$$

Средняя наработка до отказа

$$m_{t_d} = \frac{1}{\lambda_d(10)} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-5}} = 50\,000 \text{ ч.}$$

Содержание ошибки. При решении задачи сделано две ошибки:

1. Нельзя вычислять среднюю наработку до отказа как $m_{t_d} = 1/\lambda_d(10)$, так как распределение наработки до отказа дублированной системы не является экспоненциальным при $\lambda_0 = \text{const}$.

2. Нет необходимости вычислять значение интенсивности отказов $\lambda_d(10)$.

Правильное решение. Проверка работоспособности системы в целом не изменяет значений интенсивности отказов системы $\lambda_d(t)$. Поэтому средняя наработка системы до отказа вычисляется по формуле

$$m_{t_d} = \int_0^{\infty} P_d(t) dt.$$

Подставив в эту формулу выражение для функции надежности рассматриваемой дублированной системы, получим после преобразований:

$$m_{t_d} = \frac{3}{2\lambda_0}.$$

Тогда средняя наработка системы до отказа составляет $m_{t_d} = 1500$ ч.

Пример 10-9. Вычислить установившееся значение параметра потока отказов системы с нагруженным дублированием, если параметры потоков отказов основного и резервного элементов постоянны, одинаковы и равны $\omega_0 = 10^{-3}$ 1/ч, а корреляция между последовательными отказами отсутствует. Система работает циклами по 10 ч, причем перед каждым циклом работы проверяется ее работоспособность.

Неправильное решение. Так как при $\lambda = \text{const}$ значение $\omega_0 = \lambda$, то

$$\omega_d(t) = \lambda_d(t) = \frac{\frac{dP_d(t)}{dt}}{P_d(t)} = \lambda_0 \frac{2 [1 - \exp(-\lambda_0 t)]}{2 - \exp[-\lambda_0 t]}.$$

Заменяв λ_0 на ω_0 , имеем при $t \rightarrow \infty$ установившееся значение

$$\bar{\omega}_d = \lambda_d = \omega_0 = 10^{-3} \text{ 1/ч.}$$

Содержание ошибки. Здесь неверно принято $\omega_d(t) = \lambda_d(t)$, что совсем не следует из соотношения $\omega_0 = \lambda_0$.

Правильное решение. В рассматриваемом случае при $t \rightarrow \infty$ параметр потока отказов системы стремится к пределу

$$\bar{\omega}_d = \lim_{t \rightarrow \infty} \omega_d(t) = \frac{1}{m_{t_d}}.$$

Согласно решению примера 10-8

$$m_{t_d} = \frac{3}{2\lambda_0} = 1500 \text{ ч.}$$

Следовательно, установившееся значение параметра потока отказов

$$\bar{\omega}_d = \frac{1}{m_{t_d}} = \frac{2}{3} \omega_0 = \frac{2}{3} 10^{-3} \approx 6,7 \cdot 10^{-4} \text{ 1/ч.}$$

Пример 10-10. Вычислить среднюю наработку до отказа системы с нагруженным дублированием, если интенсивности отказов основного и резервного элементов одинаковы и равны $\lambda_0 = 10^{-3}$ 1/ч. Система работает циклами по 10 ч; перед каждым циклом работы проверяется работоспособность каждого из элементов и устраняются обнаруженные неисправности.

Неправильное решение. Средняя наработка до отказа неремонтируемой системы с нагруженным дублированием

$$m_{t_d} = \frac{3}{2\lambda_0} = \frac{3}{2 \cdot 10^{-3}} = 1500 \text{ ч.}$$

Содержание ошибки. В приведенном решении не учтены профилактические осмотры. Так как через $\Delta t_k = 10$ ч проверяется отдельно работоспособность рабочего и резервного элементов, интенсивность отказов резервированной системы имеет характерный «пилообразный» вид (см. рис. 4-8), что в решении не учитывается.

Правильное решение. При $\lambda_0 t \ll 1$ в течение каждого интервала Δt_k интенсивность отказов изменяется линейно от нуля до

$$\lambda(\Delta t_k) \approx 2\lambda_0^2 \Delta t_k.$$

Среднее значение интенсивности отказов системы

$$\lambda_{\text{ср}} = \lambda_0^2 \Delta t_k = 10^{-6} \cdot 10 = 10^{-5} \text{ 1/ч.}$$

Средняя наработка до отказа

$$m_{t_d} \approx \frac{1}{\lambda_{\text{ср}}} = 10^5 \text{ ч.}$$

Пример 10-11. Определить вероятность нахождения в работоспособном состоянии ремонтируемого нерезервированного изделия (самолетный радиовысотомер), наработавшего $t = 300$ ч. Параметр потока отказов $\omega_0 = 10^{-3}$ 1/ч, восстановление — мгновенное. В момент времени $t = 200$ ч проведен профилактический осмотр, в

ходе которого проверена работоспособность 80% элементов и отказавшие изделия заменены. Эта контролируемая часть элементов изделия имеет параметр потока отказов $\omega_1 = 8 \cdot 10^{-4}$ 1/ч.

Неправильное решение. В течение интервала наработки (0,200) ч вероятность нахождения в работоспособном состоянии уменьшается по экспоненте

$$P(t) = \exp[-\omega_0 t].$$

При $t \rightarrow 200$ ч

$$K_r(200) \rightarrow \exp[-10^{-3} \cdot 200] = 0,82.$$

При $t = 200$ ч в результате проверки и восстановления 80% элементов вероятность нахождения в работоспособном состоянии повышается до

$$\begin{aligned} K'_r(200) &= \exp[-(\omega_0 - \omega_1) t] = \\ &= \exp[-(10^{-3} - 8 \cdot 10^{-4}) 200] = 0,96. \end{aligned}$$

При $t > 200$ ч значение вероятности нахождения в работоспособном состоянии опять уменьшается по экспоненте

$$\begin{aligned} K'_r(t) &= K'_r(200) \exp[-\omega_1 (t - 200)] = \\ &= 0,96 \exp[-8 \cdot 10^{-4} (t - 200)]. \end{aligned}$$

При $t = 300$ ч

$$K'_r(300) = 0,96 \exp[-8 \cdot 10^{-4} (300 - 200)] \approx 0,87.$$

Содержание ошибки. В приведенном решении смешаны два понятия: «вероятность безотказной работы в течение заданной наработки» и «вероятность нахождения в работоспособном состоянии при определенной наработке». Кроме того, противоречит условию идея о восстановлении отказавших элементов лишь в период профилактической работы.

Правильное решение. Поскольку восстановление происходит мгновенно (т. е. отсутствуют периоды нахождения в неработоспособном состоянии), при любой наработке, в том числе и при $t = 300$ ч, $K_r \equiv 1$.

Пример 10-12. Резервированная неремонтируемая система состоит из 50 одинаковых элементов и может

работать в одном из двух режимов: R_1 — нормальном (первом); R_2 — ужесточенном (втором).

Вероятности появления этих режимов равны

$$P(R_1) = 0,9; P(R_2) = 0,1.$$

Вероятности безотказной работы каждого элемента в течение заданной наработки t равны: в нормальном режиме $P_1 = 0,998$, в ужесточенном режиме $P_2 = 0,90$. Определить ошибку, возникающую при расчете надежности системы из-за пренебрежения зависимостью между отказами элементов, возникающей при наличии фактора, одновременно влияющего на надежность всех элементов.

Неправильное решение. Условная вероятность безотказной работы системы, функционирующей в первом режиме,

$$P_{C_1} = 0,998^{50} \approx 0,904;$$

во втором

$$P_{C_2} = 0,9^{50} \approx 0,004.$$

Полная безусловная вероятность безотказной работы системы $P_C = P(R_1)P_{C_1} + P(R_2)P_{C_2} \approx 0,9 \cdot 0,904 + 0,1 \cdot 0,004 = 0,814$.

Подсчитываем ту же вероятность безотказной работы, считая отказы элементов независимыми и учитывая вероятности P_1 и P_2 :

$$\tilde{P} = P(R_1)P_1 + P(R_2)P_2 = 0,9 \cdot 0,998 + 0,1 \cdot 0,90 = 0,988.$$

Перемножая вероятности безотказной работы 50 элементов, получаем:

$$\tilde{P}_C = 0,988^{50} \approx 0,551.$$

Как видно из примера, пренебрежение зависимостью отказов в рассматриваемой системе ведет к занижению вероятности безотказной работы на величину

$$\Delta P_C = P_C - \tilde{P}_C = 0,814 - 0,551 = 0,263.$$

Содержание ошибки. Задача неправильно поставлена. Во-первых, отсутствуют величины, характеризующие или позволяющие определить зависимость между

отказами элементов. В условиях задачи речь идет лишь о режимах, в которых работают элементы. В ходе решения вычисления P_{C_1} , P_{C_2} , \tilde{P}_C выполнены при допущении о независимости отказов элементов.

Во-вторых, в условиях задачи не указано, относятся ли вероятности $P(R_1)$ и $P(R_2)$ к отдельным элементам или к системе в целом. Использование одних и тех же значений $P(R_1)=0,9$ и $P(R_2)=0,1$ при вычислении P_C и \tilde{P}_C является ошибочным. Если $P(R_1)$ и $P(R_2)$ даны для системы, необходимо вычислять P_C , если для элементов — то \tilde{P}_C .

В-третьих, в условиях задачи не учитываются многие практические вопросы влияния режимов работы на надежность элементов и систем: как происходит переход с одного режима работы на другой (внезапно или постепенно), сколь часто происходят переключения режимов и др. В данной постановке задачу решить нельзя.

Пример 10-13. Определить вероятность безотказной работы по постепенным отказам усилителя низкой частоты в течение 1000 ч. Известно, что при наработке $t_1=1000$ ч среднее значение коэффициента усиления $m_K=20$, среднее квадратическое отклонение $\sigma_K=5$, границы допуска $k_{\min}=15$, $k_{\max}=30$.

Коэффициент усиления распределен по закону Гаусса.

Неправильное решение. Вычисляем вероятность безотказной работы по постепенным отказам как вероятность нахождения коэффициента усиления в границах допуска при $t_1=1000$ ч:

$$P(t) = \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} f(k) dk = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} \exp \left[-\frac{(K - m_K)^2}{2\sigma_K^2} \right] dk = \\ = \Phi(u_1) + \Phi(u_2),$$

где $\Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u \exp \left[-\frac{z^2}{2} \right] dz$ — нормированная функция Лапласа,

$$u_1 = \frac{m_K - k_{\min}}{\sigma_K} = \frac{20-15}{5} = 1; \quad u_2 = \frac{k_{\max} - m_K}{\sigma_K} = \frac{30-20}{5} = 2.$$

Поскольку для условий примера $u_1=1$, а $u_2=2$, вероятность

$$P(1000) = \Phi(1) + \Phi(2) = 0,341 + 0,477 = 0,818.$$

Содержание ошибки. Согласно условию, требовалось определить вероятность безотказной работы в течение заданной наработки (случайная величина — наработка до появления параметрического отказа: выхода значений параметра за границу допуска). В приведенном решении эта характеристика ошибочно заменена вероятностью нахождения параметра в границах допуска в фиксированный момент наработки (случайная величина — коэффициент усиления). Иначе говоря, вместо характеристики времени вычисляется характеристика параметра (коэффициент усиления).

Кроме того, задача неправильно поставлена, в ее условии недостаточно данных для определения параметрической надежности (см. примеры гл. 8).

Пример 10-14. Восстанавливаемая система состоит из трех элементов, имеющих коэффициенты готовности $K_{г1}=0,6$; $K_{г2}=0,8$; $K_{г3}=0,7$. Известно, что при отказе одного из элементов система выходит из строя. Вычислить коэффициент готовности системы при условии, что интенсивности отказов и восстановления не зависят от времени.

Неправильное решение. Так как при отказе одного элемента происходит отказ системы, на логической схеме для расчета надежности все элементы соединены последовательно. Известно, что для такого соединения вероятности безотказной работы перемножаются. Аналогично перемножаются и коэффициенты готовности, которые являются установившимися значениями вероятности нахождения в работоспособном состоянии. Таким образом, коэффициент готовности рассматриваемой системы получаем перемножением коэффициентов готовности элементов:

$$K_{г.с} = K_{г1} K_{г2} K_{г3} = 0,6 \cdot 0,8 \cdot 0,7 = 0,335.$$

Содержание ошибки. Соотношение, справедливое для неремонтируемых изделий (произведение вероятностей безотказной работы), без всяких оснований

перенесено на восстанавливаемую систему и ошибочно применено к коэффициентам готовности.

Правильное решение. Рассмотрим возможные состояния, в которых может находиться система. На рис. 10-5 изображена схема состояний, на которой обозначены следующие возможные состояния:

- 0 — все три элемента работоспособны;
- 1 — первый элемент неработоспособен, другие два работоспособны;
- 2 — второй элемент неработоспособен, остальные работоспособны;
- 3 — третий элемент неработоспособен, другие работоспособны.

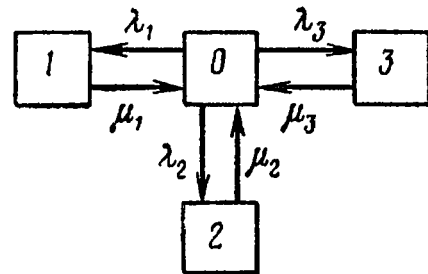


Рис. 10-5. Схема состояний системы.

Вероятности одновременного появления двух неработоспособных элементов пренебрежимо малы.

На рис. 10-5 символами $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ обозначены интенсивности отказов; μ_1, μ_2, μ_3 — интенсивности восстановления соответствующих элементов.

По схеме состояний рис. 10-5 составляем систему дифференциальных уравнений (уравнение для состояния 0 опускаем из-за громоздкости):

$$\frac{dP_1}{dt} = -\lambda_1 P_0 + \mu_1 P_1; \quad \frac{dP_2}{dt} = -\lambda_2 P_0 + \mu_2 P_2;$$

$$\frac{dP_3}{dt} = -\lambda_3 P_0 + \mu_3 P_3$$

с нормировочным условием

$$P_0(t) + P_1(t) + P_2(t) + P_3(t) = 1.$$

При установившемся режиме эксплуатации

$$\left. \begin{aligned} -\lambda_1 P_0 + \mu_1 P_1 &= 0; \\ -\lambda_2 P_0 + \mu_2 P_2 &= 0; \\ -\lambda_3 P_0 + \mu_3 P_3 &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Решив полученную систему алгебраических уравнений с учетом нормировочного условия, получим:

$$K_{г.с} = P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^3 \frac{\lambda_i}{\mu_i}} .$$

В общем случае для системы из n элементов можно получить аналогично:

$$K_{г.с} = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\mu_i}} . \quad (10-1)$$

Из соотношения

$$K_{г} = \frac{\mu_i}{\mu_i + \lambda_i}$$

найдем интенсивность восстановления:

$$\mu_i = \lambda_i \frac{K_{гi}}{1 - K_{гi}} .$$

Подставив в (10-1) выражение для μ_i , получим:

$$K_{г.с} = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{K_{гi}} - 1 \right)} .$$

Подставив числовые значения, получим для условий данного примера $K_{г.с}$:

$$K_{г.с} = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{0,6} - 1 \right) + \left(\frac{1}{0,8} - 1 \right) + \left(\frac{1}{0,7} - 1 \right)} = 0,4 .$$

Пример 10-15. Вычислить вероятность отказа $Q_{сх}(t)$ в течение 1000 ч схемы из трех параллельно соединенных одинаковых мощных резисторов. Известно, что интенсивность отказов (обрывов) резисторов $\lambda_0 = 10^{-5}$ 1/ч. Допустимо изменение сопротивления схемы на $\pm 30\%$.

Неправильное решение. Вероятность отказа $Q_{сх}(t)$ параллельно соединенных элементов равна произведению вероятностей отказа отдельных элементов. Поэтому

$$Q_{сх}(t) = 1 - P_{сх}(t) = [1 - P(t)]^3 = [1 - \exp(-\lambda_0 t)]^3;$$

так как $\lambda_0 t = 10^{-5} \cdot 10^3 = 0,01 \ll 1$, разложим $\exp[-\lambda_0 t]$ в ряд, оставив первые два члена. Получим:

$$Q_{cx}(t) \approx \lambda_0^3 t^3.$$

Таким образом, вероятность отказа окончательно

$$Q_{cx}(1000) = 1 - P_{cx}(1000) = 10^{-15} \cdot 10^9 = 10^{-6}.$$

Содержание ошибки. Перепутана электрическая схема с логической схемой для расчета надежности. Нужно было перейти от электрической схемы к логической схеме для расчета надежности. Для этого необходимо сформулировать понятие отказа системы (электрической схемы).

Правильное решение. При обрыве любого из резисторов сопротивление схемы изменяется больше чем на 30%, т. е. происходит отказ схемы. Поэтому на логической схеме для расчета надежности элементы должны быть соединены последовательно.

Вероятность безотказной работы схемы

$$P_{cx}(1000) = [P(1000)]^3 = \exp[-3 \cdot 10^3 \lambda_0] \approx 0,97,$$

вероятность отказа

$$Q_{cx}(1000) = 1 - P_{cx}(1000) = 0,03.$$

Пример 10-16. В устройстве имеются три одинаковых усилителя, два из которых включены в работу, а третий находится в нагруженном скользящем резерве. Вероятность безотказной работы каждого усилителя в течение наработки $(0, t_i)$ равна $P_y(t_i) = 0,9$. Требуется определить вероятность $P(t_i)$ безотказной работы устройства в течение наработки $(0, t_i)$.

Неправильное решение. Устройство работоспособно при одном из двух несовместимых событий: H_1 — три усилителя работоспособны; H_2 — два из трех усилителей работоспособны, один усилитель неработоспособен.

Вероятности появления этих событий

$$P(H_1) = P_y^3(t_i); P(H_2) = P_y^2(t_i)[1 - P_y(t_i)].$$

Вероятность безотказной работы устройства

$$P(t_i) = P(H_1) + P(H_2) = P_y^3(t_i) + P_y^2(t_i)[1 - P_y(t_i)] = 0,81.$$

Содержание ошибки. При определении $P(H_2)$ не учтено, что неработоспособным может быть любой из трех усилителей.

Правильное решение. $P(H_1) = P_y^3(t)$; $P(H_2) = 3P_y^2(t_i)[1 - P_y(t_i)]$; $P(t_i) = P(H_1) + P(H_2) = P_y^3(t_i) + 3P_y^2(t_i)[1 - P_y(t_i)] = 0,97$.

Пример 10-17. Устройство состоит из двух одинаковых независимо работающих приемников. Вероятность безотказной работы каждого приемника в течение наработки $(0, t_i)$ равна $P_{\Pi}(t_i) = 0,95$. Устройство считается неработоспособным, если неработоспособны оба приемника. Требуется определить вероятность $P(t_i)$ безотказной работы устройства в течение наработки $(0, t_i)$.

Неправильное решение. Устройство работоспособно при одном из двух несовместимых событий: H_1 — оба приемника работоспособны; H_2 — один приемник работоспособен, а второй неработоспособен.

Вероятности этих событий

$$P(H_1) = P_{\Pi}^2(t_i); \quad P(H_2) = 2P_{\Pi}(t_i).$$

Следовательно, искомая вероятность равна:

$$P(t_i) = P(H_1) + P(H_2) = P_{\Pi}^2(t_i) + 2P_{\Pi}(t_i).$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$P(H_1) = 0,9; \quad P(H_2) = 1,9; \quad P(t_i) = 2,8.$$

Содержание ошибки. При определении величины $P(H_2)$ не учтено, что второй приемник неработоспособен.

Правильное решение. $P(H_1) = P_{\Pi}^2(t_i)$; $P(H_2) = 2P_{\Pi}(t_i)[1 - P_{\Pi}(t_i)]$; $P(t_i) = P_{\Pi}^2(t_i) + 2P_{\Pi}(t_i)[1 - P_{\Pi}(t_i)] = 0,995$.

Пример 10-18. Устройство состоит из двух одинаковых блоков, один из которых используется по прямому назначению, а второй находится в нагруженном резерве. Интенсивность отказов каждого блока $\lambda = 6 \times 10^{-3}$ 1/ч, интенсивность восстановления $\mu = 2$ 1/ч. Ремонт производится одной ремонтной бригадой. Требуется определить коэффициент простоя устройства.

Неправильное решение. Устройство может находиться в одном из следующих несовместимых состояний:

- 0 — оба блока работоспособны;
- 1 — один блок неработоспособен;
- 2 — оба блока неработоспособны.

Схема состояний представлена на рис. 10-6, а. Коэффициент простоя представляет собой вероятность нахождения устройства в состоянии 2. Эта вероятность может быть определена непосредственно по схеме состояний с помощью выражения (5-7):

$$K_{\text{п}} = P_2 = \frac{\lambda^2}{\mu^2 + \lambda\mu + \lambda^2} \approx \frac{\lambda^2}{\mu^2} = 9 \cdot 10^{-6}.$$

Содержание ошибки. На схеме рис. 10-6, а неправильно указана интенсивность перехода из состояния 0 в состояние 1. Этот переход происходит при отказе одного любого блока. Поэтому за время Δt вероятность перехода

$$\begin{aligned} P_{01}(\Delta t) &= 2 \exp[-\lambda\Delta t][1 - \exp(-\lambda\Delta t)] \approx \\ &\approx 2(1 - \lambda\Delta t)\lambda\Delta t = 2\lambda\Delta t - 2(\lambda\Delta t)^2 \approx 2\lambda\Delta t. \end{aligned}$$

Правильное решение. Схема состояний устройства представлена на рис. 10-6, б. Коэффициент простоя определяется по схеме состояний. Он равен:

$$K_{\text{п}} = P_2 = \frac{2\lambda^2}{\mu^2 + 2\mu\lambda + \lambda^2} \approx \frac{2\lambda^2}{\mu^2} = 1,8 \cdot 10^{-5}.$$

Пример 10-19. Устройство состоит из трех одинаковых блоков, из которых один используется по прямому назначению и имеет интенсивность отказов $\lambda = 2 \cdot 10^{-2}$ 1/ч, а два других находятся в ненагруженном резерве. Ремонт отказавших блоков производится двумя ремонтными бригадами. Интенсивность восстановления при работе одной бригады $\mu = 0,4$ 1/ч. Определить коэффициент простоя устройства.

Неправильное решение. Устройство может находиться в одном из следующих несовместимых состояний:

- 0 — все блоки работоспособны;
- 1 — неработоспособен один блок;
- 2 — неработоспособны два блока;
- 3 — неработоспособны три блока.

Схема состояний представлена на рис. 10-7, а. Коэффициент простоя устройства определяется непосредственно по схеме состояний и равен:

$$K_{\text{п}} = P_2 = \frac{6\lambda^3}{6\mu^3 + 18\mu^2\lambda + 18\mu\lambda^2 + 6\lambda^3} \approx \frac{\lambda^3}{\mu^3} = 1,25 \cdot 10^{-4}.$$

Содержание ошибки. На схеме состояний неверно указаны интенсивности переходов. Интенсивности переходов из состояния 0 в состояние 1 и из состояния

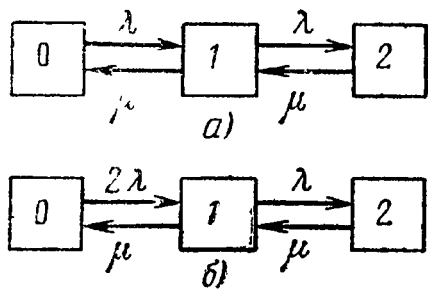


Рис. 10-6. Схемы состояний устройства.

а — неправильная; б — правильная.

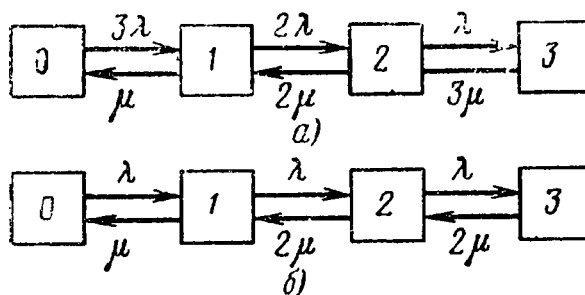


Рис. 10-7. Схемы состояний устройства.

а — неправильная; б — правильная.

1 в состояние 2 должны быть равны λ , поскольку блоки в ненагруженном резерве, по предположению, не отказывают и в состояниях 0, 1, 2 имеется только один блок в рабочем режиме.

Кроме того, неверно указано значение интенсивности перехода из состояния 3 в состояние 2. Этот переход заключается в том, что за время Δt одна (любая) из двух работающих бригад закончила ремонт блока. Поэтому значение этой интенсивности перехода на схеме состояний должно быть равно 2μ .

Правильное решение. Схема состояний устройства представлена на рис. 10-7, б. Коэффициент простоя определяется из схемы:

$$K_{\text{п}} = P_2 = \frac{\lambda^3}{4\mu^3 + 4\mu^2\lambda + 2\mu\lambda^2 + \lambda^3} \approx \frac{\lambda^3}{4\mu^3} = 3,12 \cdot 10^{-4}.$$

Пример 10-20. Приемное устройство состоит из двух одинаковых блоков, один из которых используется по прямому назначению, а второй находится в резерве. Интенсивность отказов каждого блока $\lambda = 5 \cdot 10^{-4}$ 1/ч. Сравнить вероятности отказа приемного устройства в течение

наработки $t_i = 100$ ч в случаях, если резервный блок находится: 1) в нагруженном резерве; 2) в ненагруженном резерве.

Неправильное решение. 1. Вероятность отказа устройства в течение наработки $(0, t_i)$ при наличии блока в нагруженном резерве

$$Q_1(t_i) = [1 - \exp(-\lambda t_i)]^2.$$

Величина $\lambda t_i = 5 \cdot 10^{-2} \ll 1$, следовательно, можно воспользоваться приближенной формулой

$$Q_1(t_i) \approx (\lambda t_i)^2 = 2,5 \cdot 10^{-3}.$$

2. Вероятность отказа устройства при наличии блока в ненагруженном резерве

$$Q_2(t_i) = 1 - \exp(-\lambda t_i)(1 + \lambda t_i) \approx 1 - (1 - \lambda t_i)(1 + \lambda t_i) + (\lambda t_i)^2 = 2,5 \cdot 10^{-3}.$$

Таким образом, получилось, что вероятности отказа устройства в течение наработки $(0, t_i)$ одинаковы при наличии блока в нагруженном и ненагруженном резервах.

Содержание ошибки. В решении не учтено, что полученные выражения обладают различной чувствительностью к ошибкам при вычислении значений $\exp[-\lambda t]$. Необходимо брать в разложении $\exp[-\lambda t]$ в ряд не менее трех членов ряда.

Правильное решение. Вероятность отказа устройства при наличии блока в нагруженном резерве

$$Q_1(t_i) = [1 - \exp(-\lambda t_i)]^2 \approx \left[\lambda t_i - \frac{(\lambda t_i)^2}{2} \right]^2 = (\lambda t_i)^2 - (\lambda t_i)^3 + \frac{(\lambda t_i)^4}{4} \approx 2,4 \cdot 10^{-3}.$$

Вероятность отказа устройства при наличии блока в ненагруженном резерве

$$Q_2(t_i) = 1 - \exp(-\lambda t_i)(1 + \lambda t_i) \approx 1 - \left[1 - \lambda t_i + \frac{(\lambda t_i)^2}{2} \right] (1 + \lambda t_i) = \frac{(\lambda t_i)^2}{2} - \frac{(\lambda t_i)^3}{2} \approx 1,2 \cdot 10^{-3}.$$

Таким образом, вероятность отказа устройства при ненагруженном резерве приблизительно в два раза меньше, чем при нагруженном резерве [при использовании для приближенной оценки трех членов ряда разложения $\exp(-\lambda t_i)$].

Глава одиннадцатая

АЛГОРИТМЫ ВЕРОЯТНОСТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НА ЭВМ В ЗАДАЧАХ ИССЛЕДОВАНИЯ НАДЕЖНОСТИ

11-1. ОСОБЕННОСТИ СОСТАВЛЕНИЯ МОДЕЛИРУЮЩИХ АЛГОРИТМОВ

Для исследования надежности систем с помощью ЭВМ применяется прямое вероятностное (имитационное) моделирование, при котором моделирующий алгоритм воспроизводит, имитирует реальные случайные явления, являющиеся характерными чертами процесса появления отказов и восстановлений исследуемой системы.

Моделирующий алгоритм строится по математической модели системы с учетом характеристик ЭВМ. Математическая модель составляется по описанию моделируемой системы. Описание включает подробные сведения, характеризующие структуру системы, условия, продолжительность работы и особенности эксплуатации ее элементов, законы распределения наработки до отказа и времени восстановления отказавших элементов и т. п. При составлении математической модели обычно упрощают описание, стремясь добиться минимума вычислительных затрат (минимального объема и времени вычислений) при заданной точности моделирования.

В зависимости от условий задачи, сложности исследуемой системы и имеющихся вычислительных средств при исследовании надежности путем вероятностного моделирования могут использоваться модели, в различной степени соответствующие реальному процессу функционирования системы. Наибольшее распространение на практике при исследовании надежности на ЭВМ получили логические модели безотказной работы систем, включающие перечисление их возможных состояний и правила переходов из одного состояния в другое. Представление системы в виде логической модели связано с

выделением работоспособного и неработоспособного состояний элементов и анализом влияния их отказов на работоспособность системы. Такой анализ проводится до решения задачи на ЭВМ. При построении логической модели предполагается, что элементы могут находиться в двух несовместных состояниях — работоспособном или неисправном. Функциональные связи между элементами заменяются логическими, характеризующими безотказную работу системы в зависимости от работоспособности или неисправности элементов. Возможные изменения параметров элементов и системы учитываются при формулировке понятия безотказной работы системы. Условия работоспособности (отказа) системы при отказах элементов записываются с помощью логических соотношений.

Вероятностное моделирование при использовании логической модели сводится к воспроизведению случайного процесса смены состояний системы и вычислению значений времени (наработки) появления отказов и восстановлений системы. При этом учитываются логические условия работоспособности системы.

По множеству данных о значениях времени (наработки) появления отказов и восстановлений системы вычисляются оценки показателей надежности.

Ниже будут рассмотрены только логические модели безотказной работы систем. Необходимо, однако, отметить, что при моделировании постепенных (параметрических) отказов применяют модели иного типа, в которых не выделены работоспособные и неисправные состояния элементов, и имеется уравнение связи выходного (определяющего) параметра системы и параметров элементов.

Моделирующий алгоритм указывает логическую последовательность действий при воспроизведении математической модели системы на ЭВМ. Алгоритм удобно представлять в виде блок-схемы операторов, каждый из которых изображает достаточно крупную группу элементарных арифметических и логических операций.

Операторы блок-схемы моделирующего алгоритма изображаются геометрическими фигурами, связанными стрелками, которые показывают последовательность операций при решении задачи. Обычно в виде прямоугольников изображаются операторы, выполняющие формирование случайных величин и функций, неслучай-

ных величин и функций, арифметические операции и другие вычислительные действия. Операторы, которые включают логические операции проверки выполнения условий и выбора направления решения задачи, в зависимости от выполнения (признак 1) или невыполнения (признак 0) заданного условия принято изображать в виде ромба.

Необходимое количество испытаний N для обеспечения заданной точности вычисления показателей надежности определяется на основе закона больших чисел и центральной предельной теоремы теории вероятностей.

Так как полученная в результате вероятностного моделирования оценка a некоторого параметра a является случайной величиной, о равенстве $a \approx \bar{a}$ принято говорить, что оно имеет точность ε с достоверностью α , если вероятность неравенства $|a - \bar{a}| < \varepsilon$ равна α , т. е.

$$P \{ |a - \bar{a}| < \varepsilon \} = \alpha.$$

Необходимое количество испытаний для получения оценки \bar{P} вероятности наступления некоторого события с требуемой точностью ε и достоверностью α определяется по формуле [2]

$$N = z_{\alpha}^2 \frac{P(1-P)}{\varepsilon^2}, \quad (11-1)$$

где z_{α} — квантиль нормального распределения для достоверности α .

Так как оцениваемая вероятность P неизвестна, можно воспользоваться для определения N следующими двумя способами:

1) Назначают количество испытаний $N^* = 50 \div 100$ и оценивают значение $P^* = \frac{m}{N^*}$, которое подставляют в (11-1) для определения N .

2) В (11-1) подставляют значение оценки P^* , полученное другим, менее точным способом.

Необходимое количество испытаний для получения оценки \bar{a} математического ожидания случайной величины a с требуемой точностью ε и достоверностью α определяется по формуле

$$N = \frac{z_{\alpha}^2 \sigma_a^2}{\varepsilon^2},$$

где σ_a — среднее квадратическое отклонение величины a .

Необходимо отметить следующие основные особенности применения вероятностного моделирования для решения задач исследования надежности.

1. Благодаря легкости повторения реализаций случайного процесса смены состояний системы можно получать большие выборки для оценки показателей надежности с высокой точностью. Чтобы при этом не хранить результаты моделирования, используют рекуррентные алгоритмы, вычисляя оценки показателей надежности по ходу моделирования. При этом большом объеме выборки имеется возможность использования простых асимптотических формул.

Чтобы при вычислении оценок моментов k -го порядка распределения наработки до отказа избежать запоминания значений t_j случайной наработки до отказа, вычисляют суммы $\sum_{j=1}^N (t_j - m_t^*)^k$ с помощью рекуррентной формулы [11]

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N (t_j - m_t^*)^k &= S_{k,N} + kN^{-1} S_{k-1,N} S_{1,N} + \\ &+ C_k^2 N^{-2} S_{k-2,N} S_{1,N}^2 + \dots + C_k^l N^{-l} S_{k-l,N} S_{1,N}^l + \dots \\ &\dots + N^{-k} S_{1,N}^k, \end{aligned}$$

где

$$S_{r,N} = \sum_{j=1}^N t_j^r; \quad r = 1, 2, \dots, k; \quad C_k^l = \frac{k(k-1)\dots(k-l+1)}{l!}.$$

Таким образом, по мере получения значений t_j в результате вероятностного моделирования вычисляют и запоминают при оценке m_t^* — средней наработки до от-

каза (или между отказами) сумму $\sum_{j=1}^N t_j$, а при оценке

D_t^* — дисперсии наработки до отказа, кроме того, сум-
му $\sum_{j=1}^N t_j^2$.

Вычисление оценок производится, когда выполняется условие $j=N$.

2. Часто приходится моделировать систему по частям (подсистемам, блокам и пр.). При этом результаты моделирования одного объекта часто являются исходными данными для моделирования более крупной системы. В этом случае при выборе показателей надежности и их оценке необходимо учитывать удобство построения моделирующего алгоритма для более крупной системы.

3. Для достижения заданной точности вычисления оценок показателей надежности при вероятностном моделировании высоконадежных систем с большим количеством элементов требуются значительные затраты машинного времени из-за необходимости получения большого количества реализаций N , из которых существенная часть оказывается неинформативной вследствие отсутствия отказов высоконадежных элементов в течение заданной наработки $(0, t_j)$.

Чтобы избежать при этом больших затрат машинного времени, используют специальные приемы. Одним из таких приемов является объединение элементов в группы таким образом, чтобы в каждой из них находились элементы с приблизительно одинаковой интенсивностью отказов λ_i . Затем вычисляются вероятности P_i того, что отказавший элемент принадлежит i -й группе:

$$P_i = \frac{m_i \lambda_i}{\sum_{i=1}^n m_i \lambda_i},$$

где m_i — количество элементов i -го типа; n — количество групп.

Учитывая, что $\sum_{i=1}^n P_i = 1$, используют вероятность P_i

как «вес» для определения группы, в которую входит отказавший элемент. С этой целью проводится проверка по единичному жребию. Последовательно сравниваются

$l_k = \sum_{i=1}^k P_i$ с равномерно распределенным на интервале

$[0, 1]$ случайным числом ξ . Выбирается k -я группа, для которой $l_{k-1} < \xi \leq l_k$. Номер отказавшего элемента, для которого формируется значение случайной наработки до отказа, определяется как целое значение числа $[\xi_1 m_i + 1]$.

Таким образом, удается не проводить последовательную проверку работоспособности каждого элемента, а рассматривать в первую очередь элементы с низкой надежностью.

11-2. ТИПОВЫЕ АЛГОРИТМЫ

Общая схема алгоритма вероятностного моделирования в задачах надежности

Алгоритмы вероятностного моделирования при решении задач исследования надежности имеют однородную структуру, которую можно представить в виде общей блок-схемы (рис. 11-1), состоящей из трех типовых операторов.

Оператор *I* является типовым для случаев, когда выделены работоспособное и неисправное состояния каждого элемента. Предназначен для формирования возможных значений случайных величин: наработки до отказа и времени восстановления элементов $t_{j\eta}$ и $t_{вj\eta}$ ($j=1, 2, \dots, N; \eta=1, 2, \dots, m$).

Оператор *II* предназначен для воспроизведения модели функционирования системы для получения значений наработки до отказа t_j и времени восстановления $t_{вj}$ элементов при $j=1, 2, \dots, N$ и $\eta=1, 2, \dots, m$, где N — количество испытаний (воспроизведений модели системы на ЭВМ); m — количество элементов в системе.

Оператор *III* предназначен для воспроизведения модели системы. Выходной информацией оператора является совокупность N значений наработки до отказа t_j и времени восстановления $t_{вj}$ для системы в целом.

В случае использования логической модели построение алгоритма работы оператора определяется видом примененного в системе резервирования.

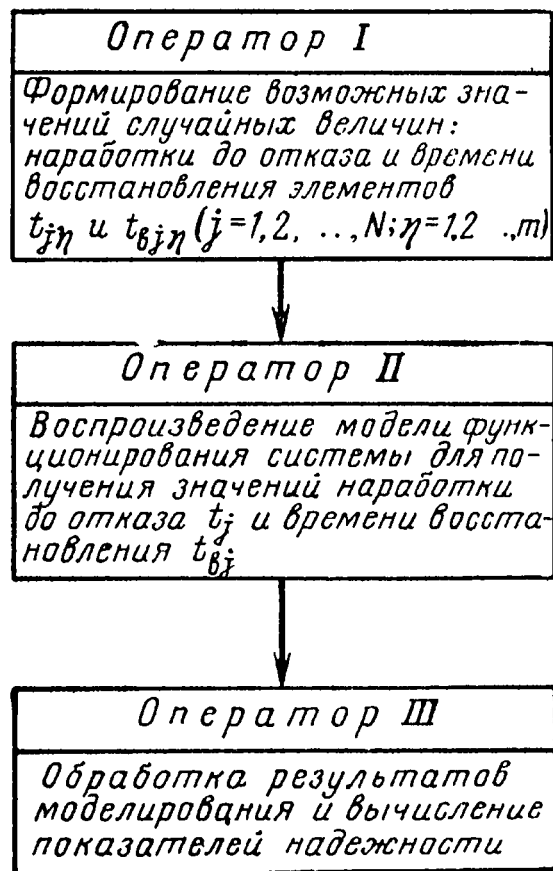


Рис. 11-1. Общая блок-схема алгоритма вероятностного моделирования при решении задач надежности.

Оператор *III* предназначен для обработки результатов вероятностного моделирования и вычисления показателей надежности. При этом используются формулы, приведенные в гл. 3.

Ниже рассмотрены алгоритмы вычисления показателей надежности неремонтируемых и ремонтируемых систем, каждый из которых является типовым вариантом оператора *III*.

Типовой алгоритм вычисления показателей надежности неремонтируемых систем

Для неремонтируемых систем по результатам вероятностного моделирования вычисляются оценки показателей надежности $P^*(t)$, $Q^*(t)$, $f^*(t)$, $\lambda^*(t)$, m_t^* , σ_t^* , формулы вычисления которых по экспериментальным

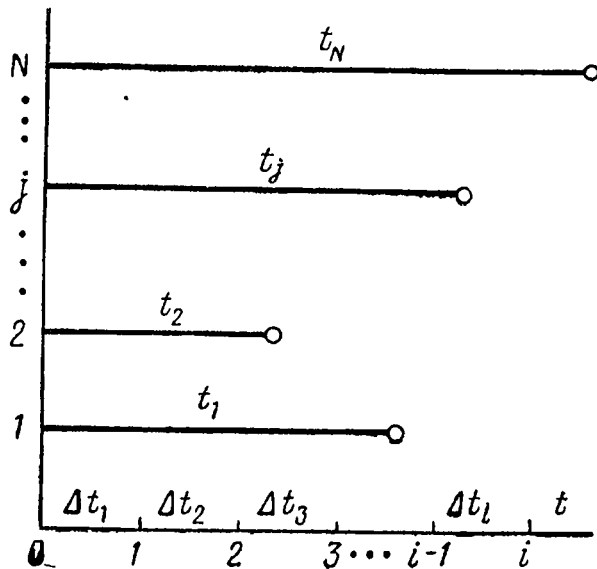


Рис. 11-2. Временная эюра случайной ситуации, сложившейся при 1, 2, ..., *N* испытаниях для неремонтируемой системы.

данным о наработке до отказа приведены в гл. 3. Временная эюра, поясняющая процесс моделирования значений наработки до отказа неремонтируемой резервированной системы, изображена на рис. 11-2. Блок-схема алгоритма вычисления показателей надежности неремонтируемой системы представлена на рис. 11-3.

Входной информацией для алгоритма вычисления перечисленных выше оценок является совокупность значений случайной наработки t_j до отказа, полученных в результате заданного числа испытаний.

Весь диапазон возможных значений наработки до отказа системы делится на *n* интервалов $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$, где $i = 1, 2, \dots, n$. Выделяется оператор для подсчета количества Δr_i отказов системы, приходящихся на *i*-й интервал наработки. В результате после *N* испытаний каждому интервалу будут соответствовать определенные чис-

Весь диапазон возможных значений наработки до отказа системы делится на *n* интервалов $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$, где $i = 1, 2, \dots, n$. Выделяется оператор для подсчета количества Δr_i отказов системы, приходящихся на *i*-й интервал наработки. В результате после *N* испытаний каждому интервалу будут соответствовать определенные чис-

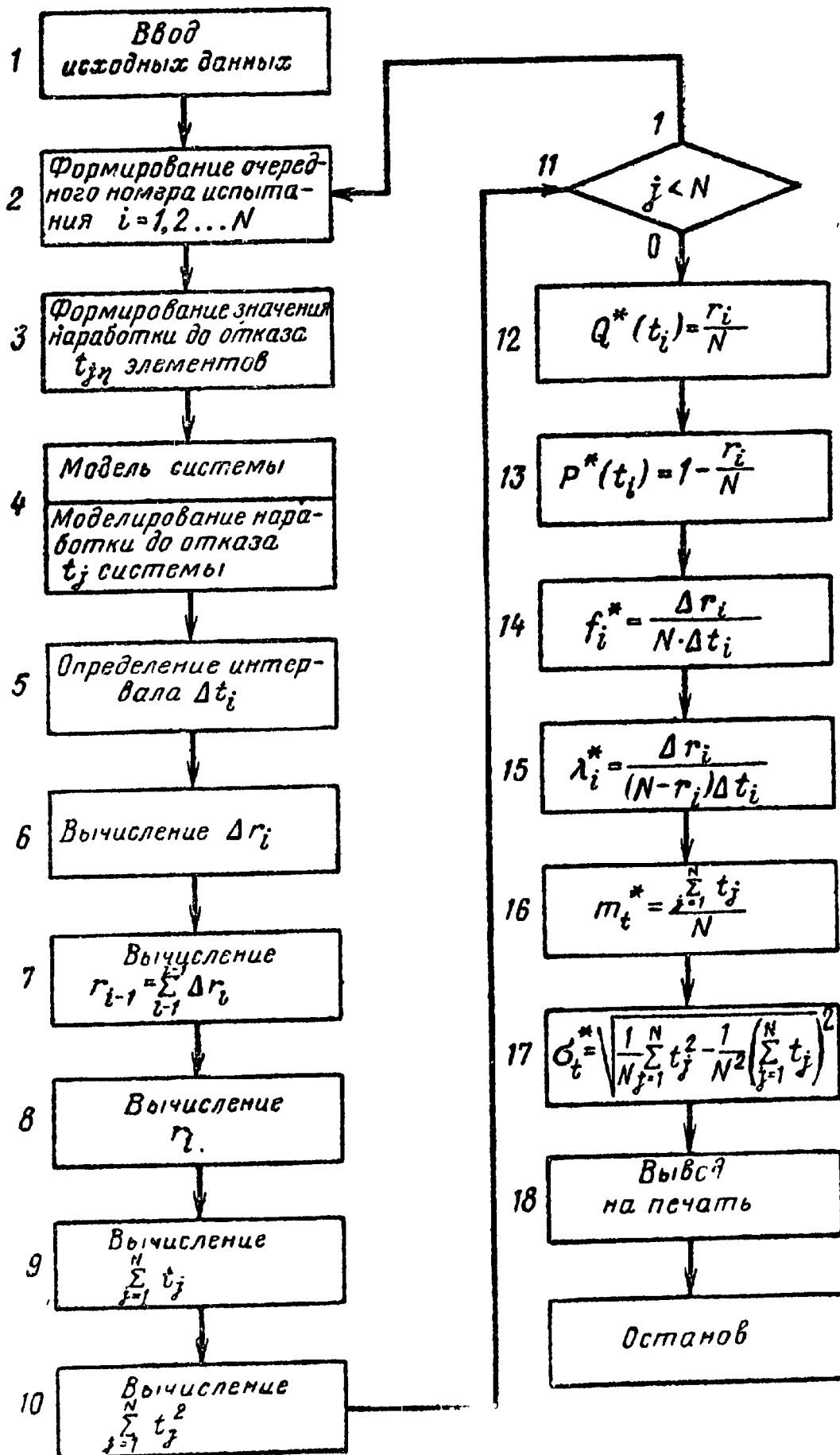


Рис. 11-3. Блок-схема типового алгоритма вычисления показателей надежности неремонтируемой системы.

ла $\Delta r_1, \Delta r_2, \dots, \Delta r_n$. Выделяется также оператор для подсчета накопленного количества отказов системы $r_i = \sum_{l=1}^{i-1} \Delta r_l$ к началу рассматриваемого i -го интервала наработки.

Для вычисления оценки $P^*(t_i)$ вероятности безотказной работы (или вероятности отказа) удобно выделить оператор, который строит ряд чисел:

$$\begin{aligned} r_1 &= \Delta r_1; \\ r_2 &= \Delta r_1 + \Delta r_2; \\ &\dots \\ r_n &= \Delta r_1 + \Delta r_2 + \dots + \Delta r_n. \end{aligned}$$

Каждое из этих чисел представляет собой количество отказов системы, приходящееся соответственно на интервал наработки $(0, t_i)$, в течение которого вычисляется вероятность безотказной работы.

Для вычисления оценок m_t^* — средней наработки до отказа и σ_t^* — среднего квадратического отклонения наработки до отказа необходимо иметь операторы, которые вычисляют суммы $\sum_{j=1}^N t_j$ и $\sum_{j=1}^N t_j^2$.

Работа алгоритма состоит в следующем. После ввода исходных данных оператор 2 формирует очередной номер $j=1, 2, \dots, N$ испытания. Оператор 3 формирует значения случайной наработки до отказа элементов системы в соответствии с заданным законом распределения. С помощью оператора 4 воспроизводится модель системы и формируется значение наработки t_j системы до отказа. Далее работает группа операторов 5—19, входящих в состав обобщенного оператора III. Операторы 5—10 производят обработку результатов вероятностного моделирования и подготавливают исходные данные для вычисления показателей надежности. Оператор II проверяет выполнение условия $j < N$. Если это условие выполняется, формируется признак 1 и управление вновь передается оператору 2 для формирования номера следующего $j+1$ испытания системы. Когда проверяемое условие $j < N$ не выполняется, значит воспроизведено заданное число N испытаний системы. Управ-

ление по признаку 0 передается операторам 12—17, которые производят вычисление оценок показателей надежности неремонтируемой системы.

Типовой алгоритм вычисления показателей надежности ремонтируемых систем

Для ремонтируемых систем по результатам вероятностного моделирования по формулам, приведенным в гл. 3, вычисляются оценки показателей надежности $\omega^*(t)$, \tilde{m}_t^* , $K_T^*(t)$, $P^*(t_i)$. Временная эпюра случайной ситуации, сложившейся в j -м испытании при конечном

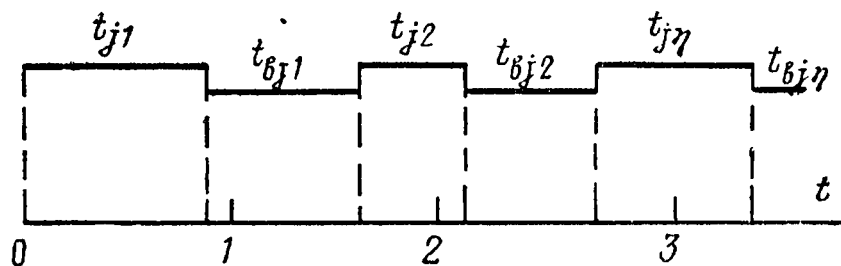


Рис. 11-4. Временная эпюра случайной ситуации, сложившейся при 1, 2, ..., N испытаниях ремонтируемой системы, при конечном случайном времени восстановления.

случайном времени восстановления, изображена на рис. 11-4. Входной информацией для алгоритма вычисления статистических оценок показателей надежности ремонтируемой системы является совокупность N значений случайной наработки до отказа t_j и случайного времени окончания восстановления t_{Bj} .

Из временной эпюры случайной ситуации видно, что значения наработки до возникновения отказов в каждом испытании могут быть вычислены по формуле

$$T_{j\eta} = \sum_{\eta} (t_{j\eta} + t_{Bj\eta-1}).$$

Значения времени окончания восстановления соответственно равны:

$$T_{Bj\eta} = \sum_{\eta} (t_{j\eta} + t_{Bj\eta}).$$

В формулах вычисления $T_{j\eta}$ и $T_{Bj\eta}$ индекс $\eta = 1, 2, \dots$ означает номер отказа в j -м испытании.

Для вычисления статистических оценок показателей надежности весь диапазон возможных значений случайных величин $T_{j1}, T_{j2}, \dots, T_{jn}$ и $T_{Bj1}, T_{Bj2}, \dots, T_{Bjn}$ делится на n равных интервалов Δt .

Выделяются операторы, определяющие номера интервалов $\alpha_i = \frac{T_{jn}}{\Delta t} + 1$, в которые попадают значения наработки до отказа T_{jn} , и номера интервалов $\beta_i = \frac{T_{Bjn}}{\Delta t} + 1$, в которые попадают значения времени окончания восстановления T_{Bjn} . Необходимо заметить, что $\frac{T_{jn}}{\Delta t}$ и $\frac{T_{Bjn}}{\Delta t}$ являются целыми числами.

Определение значений T_{jn} и T_{Bjn} производится в j -м испытании до тех пор, пока не выполняются условия $\alpha_i > n$ и $\beta_i \geq n$. В результате проведения N испытаний в каждом из интервалов Δt_i накапливается некоторое количество Δr_i отказов, которое используется для вычисления оценок параметра потока отказов ω_i^* и функции готовности $K_T^*(t_i)$.

Для вычисления статистической оценки \tilde{m}_t^* средней наработки на отказ необходимо иметь значения общего числа отказов в N испытаниях — $\sum_{j=1}^N r_j$, где r_j — количество пар случайных чисел t_{jn} и t_{Bjn} или, иначе, количество отказов (восстановлений), получаемых в каждом отдельном j -м испытании, а также суммарной наработки $\sum_{j=1}^N \sum_{\eta=1}^{r_j} t_{j\eta}$.

При вычислении статистической оценки вероятности безотказной работы $P^*(t_i, t_i + \Delta t)$ ремонтируемой системы в течение наработки $(t_i, t_i + \Delta t)$ обычно принимают допущение о стационарности параметра потока отказов ω_t . Тогда после вычисления оценки ω_t^* определяют вероятность безотказной работы $P^*(t_i) = \exp[-\omega_t^* t_i]$ в течение наработки $(0, t_i)$.

Работа алгоритма (рис. 11-5) заключается в следующем. После формирования оператором \mathcal{Z} случайных значений наработки до отказа t_{jn} и времени восстанов-

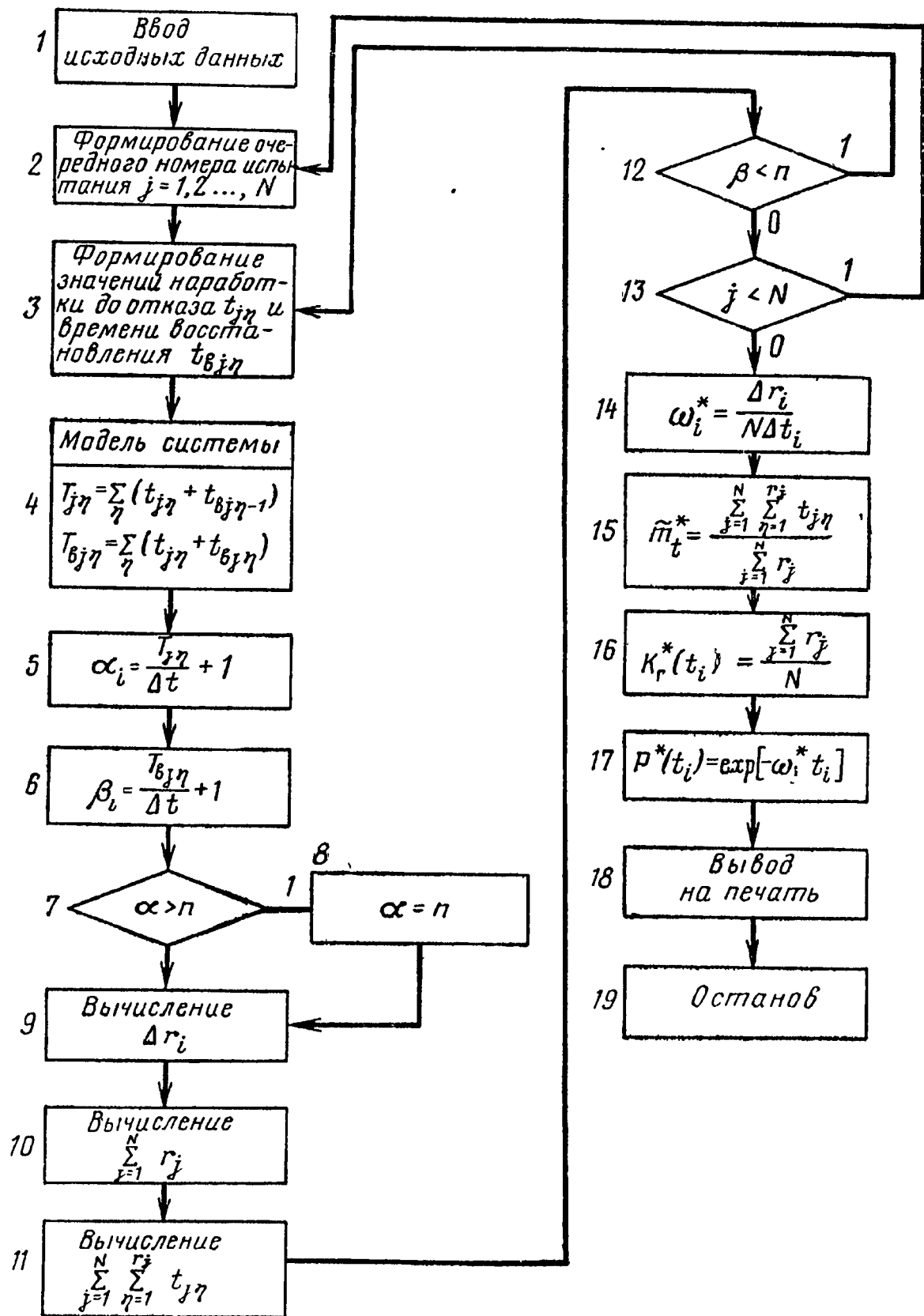


Рис. 11-5. Блок-схема типового алгоритма вычисления показателей надежности ремонтируемой системы.

ления $t_{Bj\eta}$ элементов ($j=1, 2, \dots, N; \eta=1, 2, \dots, m$) управление передается оператору 4, который воспроизводит модель системы. Выходной информацией оператора являются значения наработки до отказа $T_{j\eta}$ ($j=1, 2, \dots$) и времени окончания восстановления $T_{Bj\eta}$ системы. Операторы 5 и 6 определяют номера интервалов α_i и β_i . Логический оператор 7 и оператор 8 обеспечивают присвоение α таких значений, которые не превышают выбранного количества интервалов n . Операторы 9, 10 и 11 вычисляют соответственно Δr_i , $\sum_{j=1}^N r_j$ и $\sum_{j=1}^N \sum_{\eta=1}^m t_{j\eta}$, подготавливая вычисление показателей надежности. Оператор 12 проверяет условие окончания j -го испытания. Суммирование $T_{j\eta}$ и $T_{Bj\eta}$ будет идти до тех пор, пока не выполнится условие $\alpha > n$ и $\beta \geq n$. Оператор 13 проверяет условие окончания моделирования. При $j=N$ управление передается операторам 14—17, которые вычисляют показатели надежности ремонтируемой системы.

Приводимые ниже алгоритмы соответствуют дублированным и троированным системам, однако они могут быть использованы и в более общих случаях. Для этого в блок-схемах алгоритмов максимальное количество каналов обозначено k . Это соответствует количеству $(k+1)$ основных и резервных каналов в системах, рассматриваемых в предыдущих главах.

11-3. ПРИМЕРЫ АЛГОРИТМОВ

Пример 11-1. Система радиуправления состоит из m элементов с интенсивностями отказов $\lambda_\eta(t) = \lambda_{0\eta} t^2$ ($\eta=1, 2, \dots, m$). Резервирование отсутствует, отказ одного из элементов приводит к отказу системы.

Требуется составить блок-схему алгоритма вероятностного моделирования для вычисления оценок интенсивности отказов $\lambda^*(t)$ и вероятности безотказной работы $P^*(t_i)$ системы в течение заданной наработки $(0, t_i)$.

Решение. По условию система является неремонтируемой, нерезервированной. Временная эпюра, поясняющая процесс моделирования возможных значений случайной наработки до отказа такой системы, изображена на рис. 11-6.

Сплошными линиями на эюре обозначены значения $t_{j\eta}$ наработки до отказа η -го элемента при j -м испытании. По вертикальной оси эюры отложены номера элементов системы.

Так как отказ любого элемента приводит к отказу системы, моделью системы является последовательное соединение элементов на логической схеме надежности.

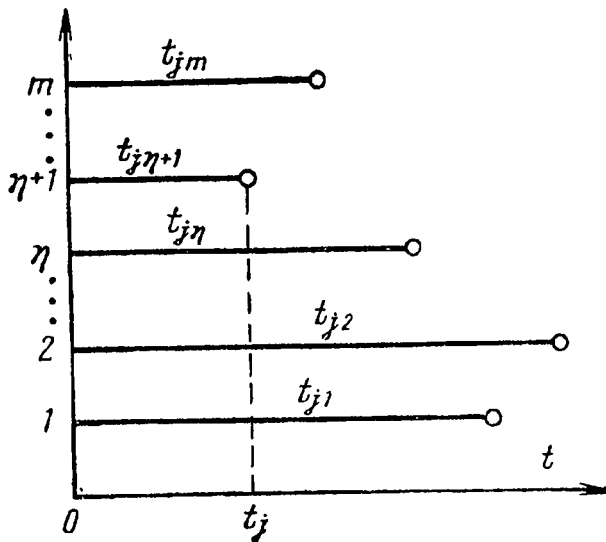


Рис. 11-6. Временная эюра случайной ситуации, сложившейся при j -м испытании для неремонтируемой нерезервированной системы.

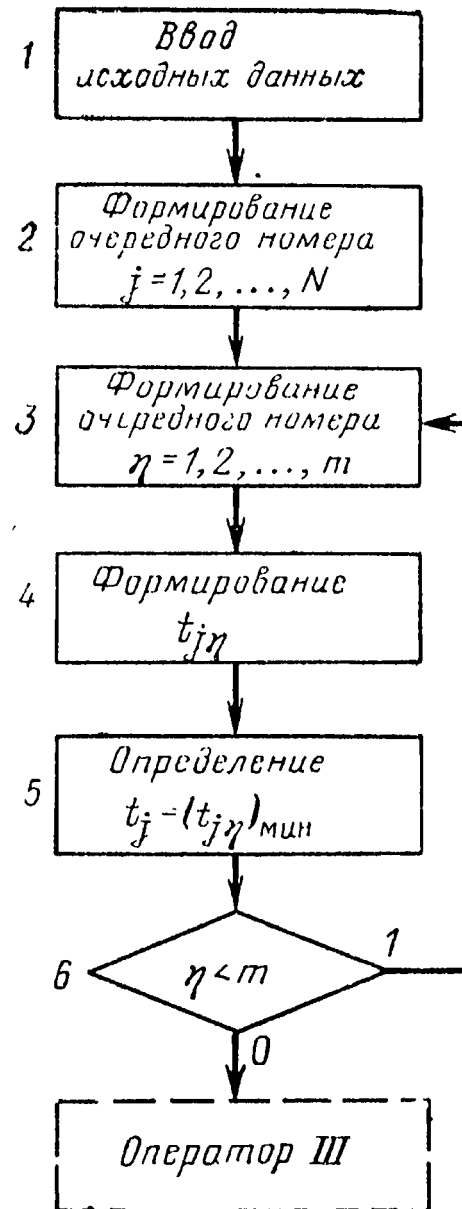


Рис. 11-7. Блок-схема алгоритма определения значений показателей надежности неремонтируемой нерезервированной системы.

Условимся в дальнейшем обозначать t_j^n значение наработки до первого отказа, которое равно наработке до отказа элемента, отказавшего первым из m элементов системы. В рассматриваемой j -й ситуации (рис. 11-6) значением наработки до первого отказа t_j^n будет наработка до отказа $(\eta+1)$ -го элемента $t_{j\eta+1}$.

В алгоритме моделирования должен быть предусмотрен оператор, который определяет наименьшее значение

наработки до отказа в j -й совокупности значений наработок, сформированных для m элементов. Работа этого оператора состоит в том, что путем сравнения последовательно получаемых пар чисел, например $t_{j\eta-1}$ и $t_{j\eta}$ определяется наименьшее число из пары, которое записывается в выделенную для $(t_{j\eta})_{\min}$ ячейку. Это число сравнивается с вновь полученным числом $t_{j\eta+1}$. Процедура определения $(t_{j\eta})_{\min}$ продолжается до тех пор, пока не будут сформированы значения наработки до отказа при j -м испытании для всех m элементов системы.

Блок-схема алгоритма вычисления показателей надежности неремонтируемой нерезервированной системы путем вероятностного моделирования представлена на рис. 11-7. Схема работает следующим образом. С помощью оператора 4, работа которого аналогична типовому оператору 1, в соответствии с известными $\lambda_{\eta}(t)$ формируются значения наработки до отказа $t_{j\eta}$ элементов. При этом элементы перебираются по очереди в определенной последовательности, например, начиная с первого до m -го. Оператор 5 определяет наименьшее значение наработки до отказа $(t_{j\eta})_{\min}$ из совокупности m наработок, которая принимается в качестве наработки до отказа t_j системы. Оператор 6 проверяет условие окончания цикла моделирования значений наработки до отказа в j -м испытании для всех m элементов системы. При невыполнении условия $\eta < m$ этот цикл заканчивается.

Далее управление передается операторам, которые входят в состав типового оператора III и работают аналогично операторам 5—8 (рис. 11-3). Исходной информацией для их работы являются значения t_j $j=1, 2, \dots, N$) случайной наработки до отказа системы. После определения Δr_i , r_{i-1} и r_i и в случае выполнения условия $j=N$ окончания процесса моделирования вычисляются оценки интенсивности отказов λ_i^* и вероятности безотказной работы $P^*(t_i)$.

Пример 11-2. В ремонтируемой системе радиуправления применено общее пассивное резервирование каналов с неизменной нагрузкой. Число каналов системы $k=3$. Каждый из нерезервированных каналов состоит из m_{ν} ($\nu=1, 2, 3$) элементов с интенсивностями отказов $\lambda_{\eta}(t) = \lambda_0 t$. Требуется составить блок-схему алгоритма

вероятностного моделирования для вычисления оценок показателей надежности системы.

Решение. Временная эпюра, поясняющая процесс моделирования возможных значений случайной наработки до отказа неремонтируемой системы с общим пассивным резервированием при $k=3$, изображена на рис. 11-8. Сплошными линиями на эпюре обозначены зна-

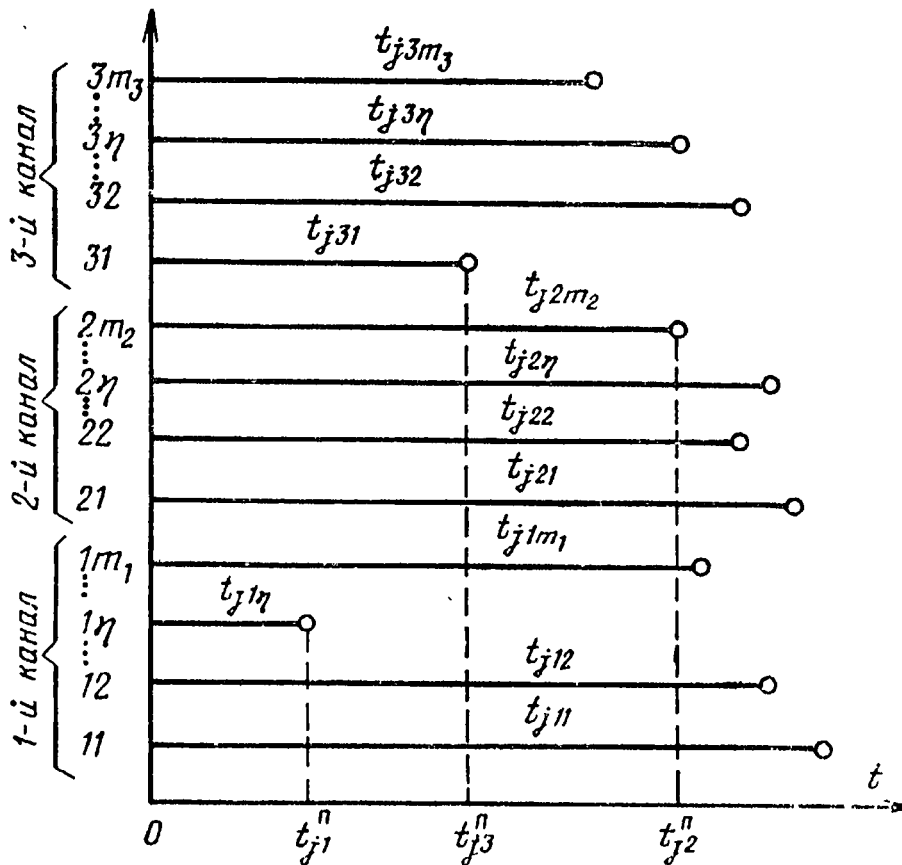
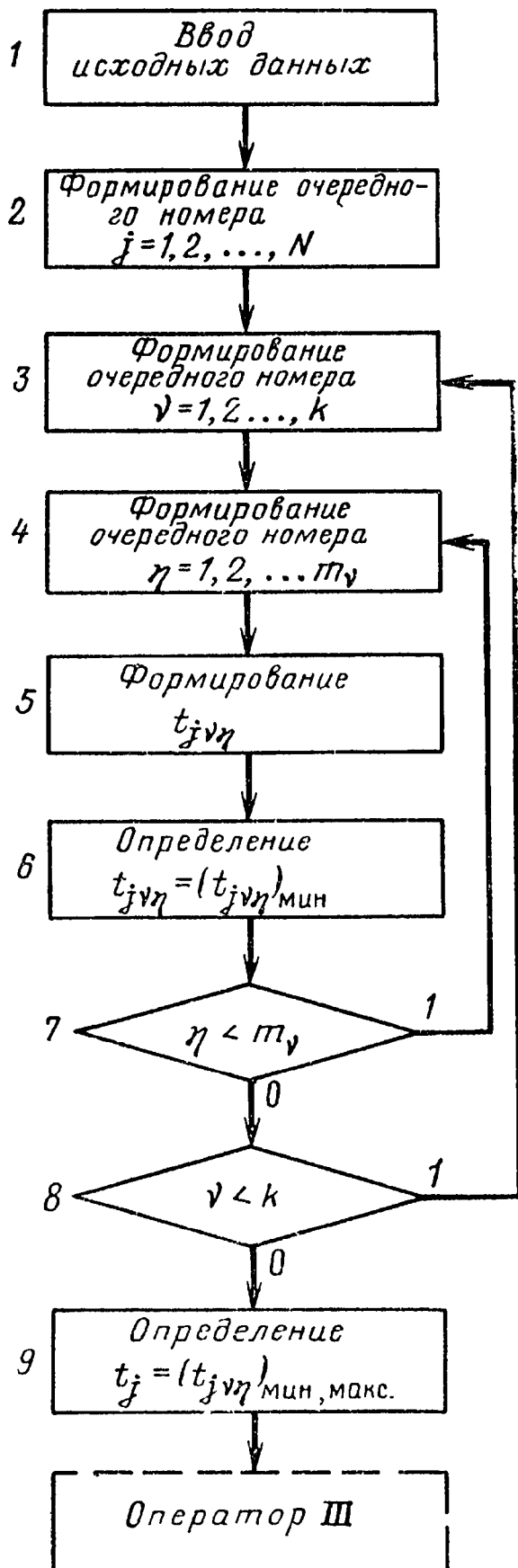


Рис. 11-8. Временная эпюра случайной ситуации, сложившейся при j -м испытании для неремонтируемой системы с общим пассивным резервированием.

чения наработки $t_{jvη}$ до отказа $η$ -го элемента v -го канала в j -м испытании. По вертикальной оси отложены номера элементов. В отличие от нерезервированной системы для оценки показателей надежности резервированной системы с помощью вероятностного моделирования необходимо сформировать $j=1, 2, \dots, N$ совокупностей значений наработки до отказа m_v элементов каждого из $v=1, 2, \dots, k$ основного и резервного каналов. В j -й совокупности m_v значений наработки до отказа должна быть определена наработка до отказа элемента, который

отказывает первым из m_v элементов v -го канала. Нарботка t_{jv}^n будет наработкой до отказа v -го канала в j -м испытании и равна $(t_{jv\eta})_{\text{мин}}$.



Так как резервированная система выходит из строя при отказе основного и всех резервных каналов, наработка до отказа t_j системы с общим пассивным резервированием каналов будет равна наработке до отказа канала, который отказывает последним из $v=k$ каналов системы. Иначе наработка до отказа t_j системы равна наибольшему значению наработки до отказа $(t_{jv\eta})_{\text{мин.макс}}$ из $v=k$ значений $(t_{jv\eta})_{\text{мин}}$.

Блок-схема алгоритма изображена на рис. 11-9. Работа алгоритма состоит в следующем. Оператор 2 формирует очередной номер $v=1, 2, \dots, k$ канала системы. Оператор 4 формирует очередной номер $\eta=1, 2, \dots, m_v$ элемента v -го канала системы. Оператор 5 обращается к программе, которая в соответствии с интенсивностью отказов λ_η формирует случайное число, являющееся значением $t_{jv\eta}$ наработки до отказа η -го элемента v -го канала в j -м испытании. Оператор 6 опре-

Рис. 11-9. Блок-схема алгоритма определения значений показателей надежности неремонтируемой системы с общим пассивным резервированием при неизменной нагрузке.

деляет наименьшее значение $(t_{jv\eta})_{\min}$ из m_v значений наработки до отказа элементов v -го канала. Оператор 7 предназначен для проверки окончания цикла формирования значений наработки до отказа m_v элементов. Оператор 8 проверяет окончание цикла формирования значений наработки до отказа $t_{jv\eta}$ для $v=1, 2, \dots, k$ каналов системы. Оператор 9 определяет наибольшее из $v=1, 2, \dots, k$ значений наработки до отказа $(t_{jv\eta})_{\min, \max}$, которое и будет являться j -м значением t_j наработки до отказа системы.

Далее управление передается операторам, входящим в состав типового оператора III, которые производят обработку результатов вероятностного моделирования и вычисление показателей надежности неремонтируемой системы (рис. 11-3).

Пример 11-3. В неремонтируемой системе радиуправления применено общее активное резервирование в ненагруженном режиме с абсолютно надежными переключателями. Число каналов в системе $k=3$. Каждый из нерезервированных каналов состоит из m_v ($v=1, 2, 3$) элементов с интенсивностями отказов $\lambda_\eta(t) = \lambda_{0\eta} t$ ($\eta=1, 2, \dots, m_v$). Требуется составить блок-схему алгоритма вероятностного моделирования для вычисления оценок показателей надежности системы.

Решение. Временная эпюра, поясняющая процесс вероятностного моделирования возможных значений случайной наработки до отказа неремонтируемой системы с общим активным ненагруженным резервированием при абсолютно надежных переключателях, изображена на рис. 11-10. В системе имеется один основной — первый канал и два резервных — второй и третий каналы. Резервный канал включается в работу только после выхода из строя работающего.

Как видно из временной эпюры j -й ситуации, резервный второй канал начинает работать после выхода из строя работающего первого канала. Значение наработки до отказа первого канала в j -м испытании равно $t_j^n = t_{j12}$. Резервный третий канал начинает работать после выхода из строя работающего второго канала. Значение наработки до отказа второго канала в j -м испытании $t_{j2}^n = t_{j2\eta}$. Выход из строя системы совпадает с отказом работающего третьего канала, значение наработки до отказа которого $t_{j3}^n = t_{j32}$.

Таким образом, значение наработки до отказа системы в случае активного ненагруженного резервирования при абсолютно надежных переключателях будет равно в j -м испытании сумме наименьших значений наработки до отказа каждого из каналов $t_j = \sum_{v=1}^k (t_{jv\eta})_{\min}$. Блок-схема алгоритма вероятностного моделирования представлена на рис. 11-11. Работа алгоритма аналогична рассмотренному в примере 11-2 алгоритму вероятностного моделирования для случая общего пассивного резервирования с неизменной нагрузкой (рис. 11-9). Отличие со-

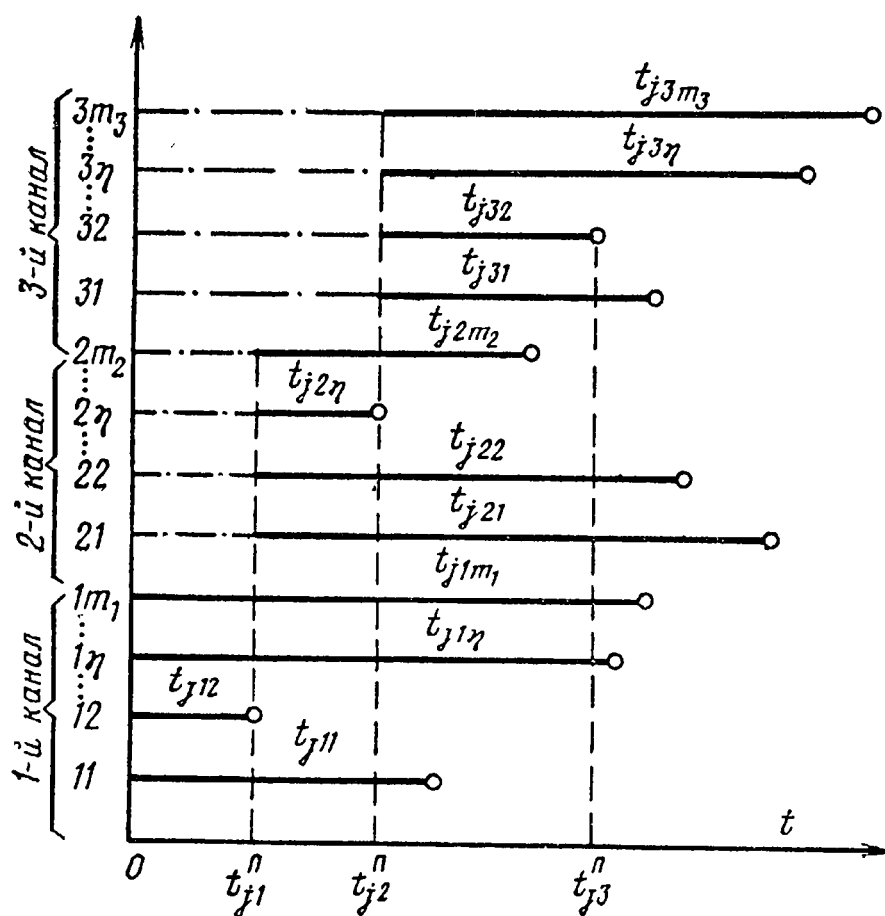


Рис. 11-10. Временная эпюра случайной ситуации, сложившейся при j -м испытании для неремонтируемой системы с общим активным ненагруженным резервированием при абсолютно надежных переключателях.

стоит в том, что оператор 9 определяет значение наработки до отказа t_j системы путем суммирования значений $(t_{jv\eta})_{\min}$ для $v = k$ каналов.

Пример 11-4. В неремонтируемой системе радиуправления применено общее активное резервирование каналов в ненагруженном режиме. Число каналов в системе

$k=3$. Каждый из нерезервированных каналов состоит из m_v ($v=1, 2, 3$) элементов с интенсивностями отказов $\lambda_\eta(t) = \lambda_{0\eta} t$ ($\eta=1, 2, \dots, m_v$) и содержит переключающее устройство Π_v , включенное последовательно с элементами канала. Интенсивность отказов переключающего устройства $\lambda_{\Pi v}(t) = \lambda_{0\Pi v} t$. Требуется составить блок-схему алгоритма вероятностного моделирования для вычисления оценок показателей надежности системы.

Решение. Временная эпюра, поясняющая процесс вероятностного моделирования возможных значений случайной параболки до отказа перемонтируемой системы с общим активным ненагруженным резервированием при учете надежности переключателей, изображена на рис. 11-12. В отличие от временной эпюры рис. 11-10 по вертикальной оси отложены номера элементов системы и переключателей. Случайные значения наработки до отказа переключателей первого Π_1 , второго Π_2 и третьего Π_3 каналов в j -м испытании

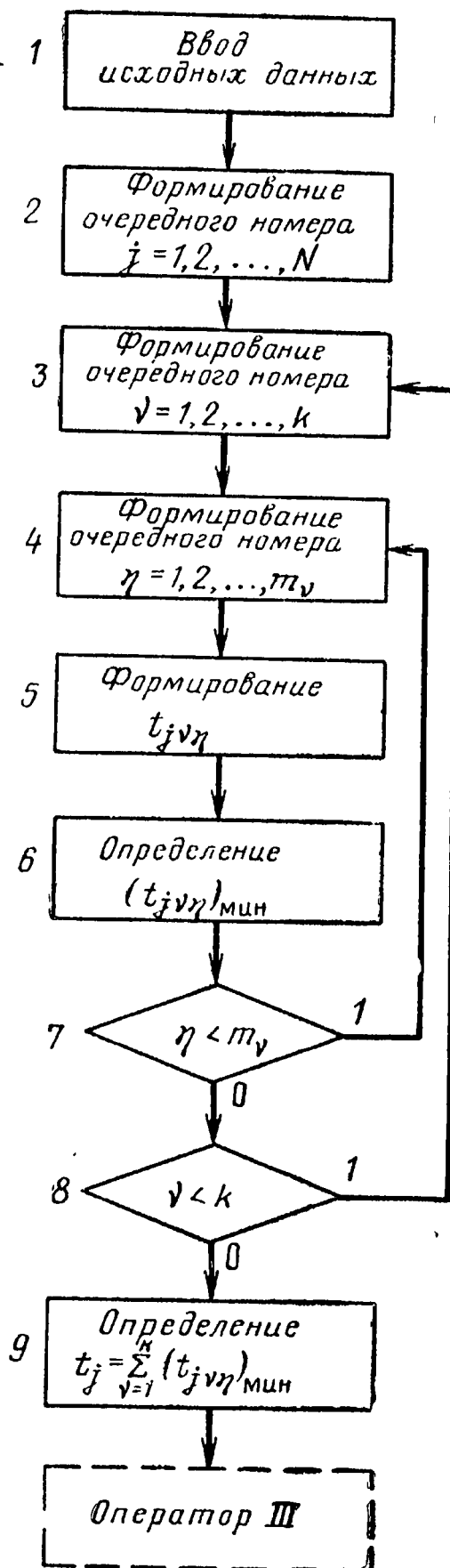


Рис. 11-11. Блок-схема алгоритма определения значений показателей надежности неремонтируемой системы с общим активным ненагруженным резервированием при абсолютно надежных переключателях.

соответственно равны $t_{jп1}$, $t_{jп2}$, $t_{jп3}$. Включение в работу резервного $(v+1)$ -го канала вместо отказавшего v -го происходит при выполнении условия $t_{jпv} > (t_{jvη})_{\text{мин}}$, означающего, что переключающее устройство Π_v откажет не раньше, чем наступит отказ работающего канала. В противном случае переключение системы на резервный канал не происходит, и система выйдет из строя вследствие отказа работающего v -го канала.

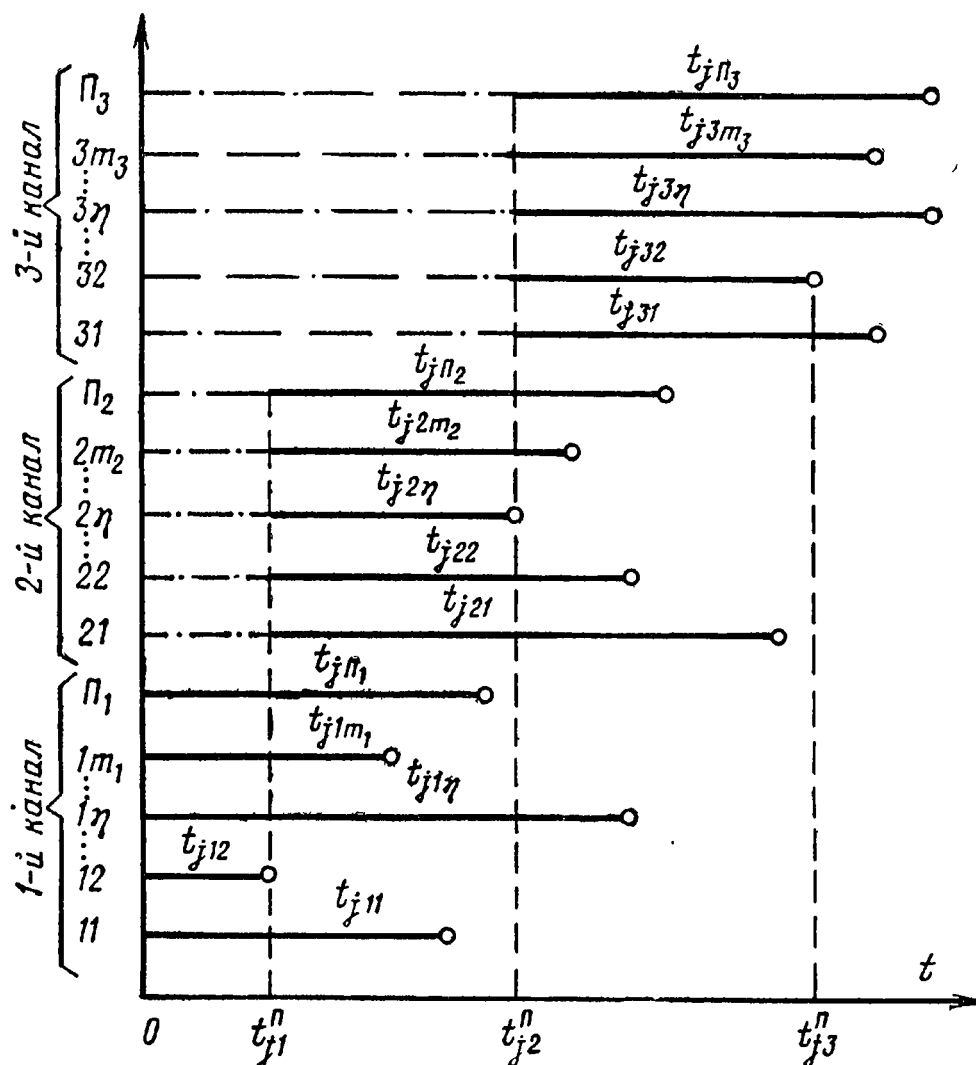


Рис. 11-12. Временная эпюра случайной ситуации, сложившейся при j -м испытании для неремонтируемой системы с общим активным ненагруженным резервированием с учетом надежности переключателей.

Блок-схема алгоритма вероятностного моделирования изображена на рис. 11-13. Процедура формирования значений случайной наработки до отказа t_j системы с общим активным резервированием при учете надежности переключателей отличается от моделирующего алгоритма (рис. 11-11), когда переключатели считаются абсо-

лютно надежными, тем, что формируется (оператор 8) случайное значение наработки до отказа $t_{jпv}$ переключателя и сравнивается (оператор 3) с наработкой до отказа $(t_{jvη})_{мин}$ работающего v -го канала. Если выполняется условие $t_{jпv} > (t_{jvη})_{мин}$, т. е. отказ переключающего устройства происходит после выхода из строя канала, управление передается оператору 10, который контролирует окончание цикла формирования значений наработки до отказа k каналов системы. В противном случае управление передается оператору 11, который определяет значение наработки до отказа t_j системы в j -м испытании путем суммирования сформированных значений наработки до отказа $v = 1, 2, \dots, k$ каналов: $t_j = \sum_v (t_{jvη})_{мин}$. Далее управление передается оператору III для обработки и вычисления показателей надежности системы.

Пример 11-5. В ремонтируемой системе телеконтроля применено общее пассивное дублирование каналов. Система в течение заданной наработки $(0, t_i)$ не допускает перерывов в работе, но вышедший из строя канал отключается и ремонтируется в процессе работы системы. Время восстановления отказавшего канала по-

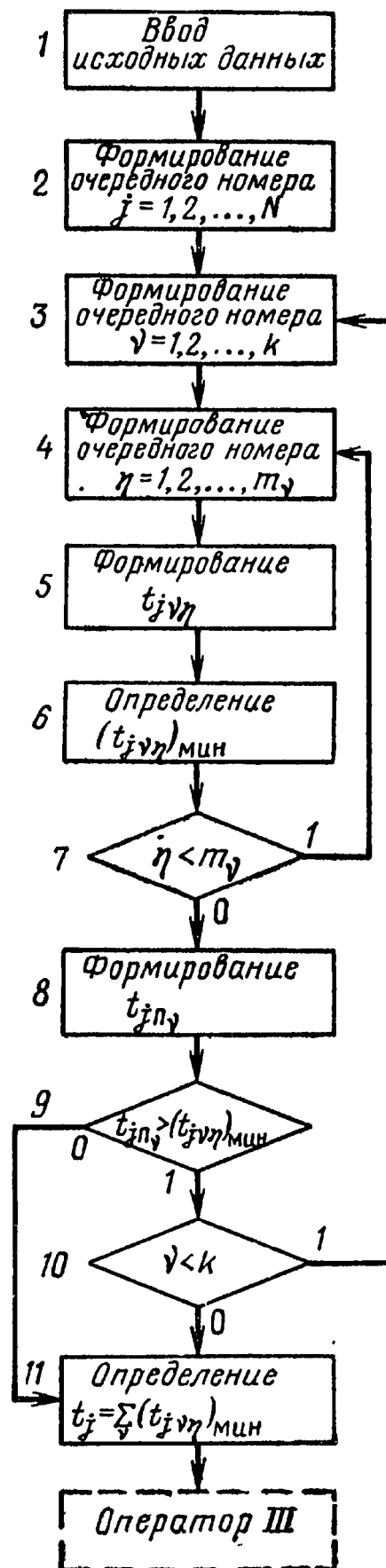


Рис. 11-13. Блок-схема алгоритма определения значений показателей надежности неремонтируемой системы с общим активным ненагруженным резервированием с учетом надежности переключателей.

стоянно и равно t_B . Интенсивность отказов нерезервированного канала $\lambda(t) = \lambda_0 t^2$. Требуется составить блок-схему алгоритма вероятностного моделирования для вычисления оценки вероятности безотказной работы системы $P^*(t_i)$ в течение заданной наработки t_i .

Решение. Временная эпюра, поясняющая процесс моделирования возможных значений случайной наработки до отказа ремонтируемой дублированной системы с

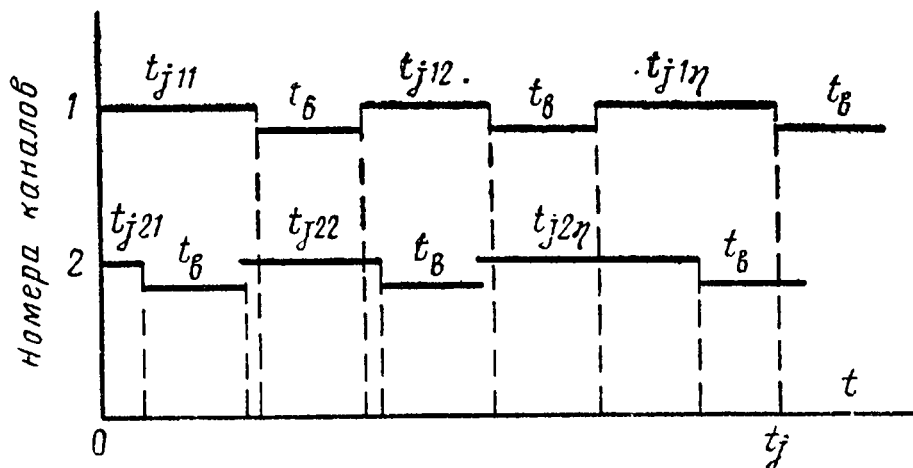


Рис. 11-14. Временная эпюра случайной ситуации, сложившейся при j -м испытании для ремонтируемой системы с общим пассивным дублированием при неизменной нагрузке и постоянном времени восстановления каналов.

постоянным временем восстановления t_B , представлена на рис. 11-14. Блок-схема алгоритма представлена на рис. 11-15. Из временной эпюры j -й ситуации для рассматриваемого примера видно, что система откажет в том случае, когда $\sum_{\eta} t_{j1\eta} - \sum_{\eta} t_{j2\eta} < t_B$, где $\sum_{\eta} t_{j1\eta}$ и $\sum_{\eta} t_{j2\eta}$ — накопленные значения наработки первого и второго каналов соответственно. В рассматриваемом случае (рис. 11-14) это произойдет при отказе первого канала, когда восстановление вышедшего из строя второго канала не будет еще закончено.

Работа алгоритма состоит в следующем. После ввода исходных данных оператор 2 формирует очередной номер j -го испытания. Оператор 3 формирует очередной номер $\eta = 1, 2, \dots$ значения наработки до отказа каналов системы. Оператор 4 формирует очередной номер ν канала системы, для которого с помощью оператора 5 формируется в j -м испытании η -е значение $t_{j\nu\eta}$ наработки до отказа. Оператор 6 проверяет, для всех ли каналов $\nu = 1, 2$ системы сформированы значения $t_{j\nu\eta}$. Операторы 7 и 8 вычисляют накопленные в j -м испытании значе-

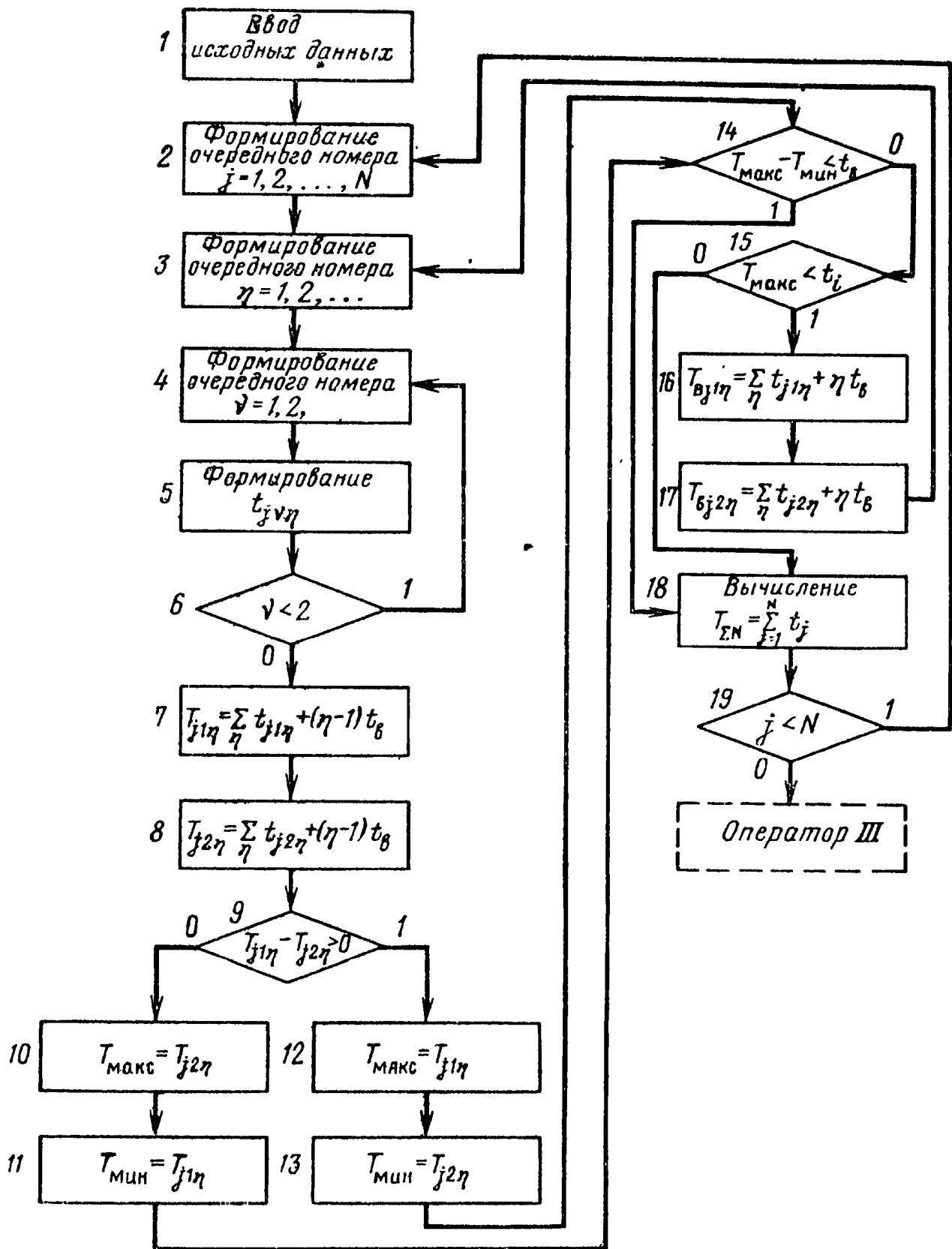


Рис. 11-15. Блок-схема алгоритма определения значений показателей надежности ремонтируемой системы с общим пассивным дублированием при неизменной нагрузке и постоянном времени восстановления каналов.

ния общего времени работы и восстановления первого канала — $T_{j1\eta} = \sum_{\eta} t_{j1\eta} + (\eta - 1)t_B$ и второго канала — $T_{j2\eta} = \sum_{\eta} t_{j2\eta} + (\eta - 1)t_B$ соответственно. С помощью операторов 9—13 определяется наибольшее T_{\max} и наименьшее T_{\min} из этих значений. Оператор 14, сравнивая разность $T_{\max} - T_{\min}$ с величиной t_B ($T_{\max} - T_{\min} < t_B$), определяет наличие отказа системы в j -м испытании. Если это условие не выполняется, т. е. система является работоспособной, управление передается оператору 15. Выполнение условия $T_{\max} < t_i$ означает, что система еще не проработала заданную наработку $(0, t_i)$. Управление передается операторам 16 и 17, которые формируют значения $T_{vj1\eta} = \sum_{\eta} t_{j1\eta} + \eta t_B$ и $T_{vj2\eta} = \sum_{\eta} t_{j2\eta} + \eta t_B$, подготавливая переход к следующему $(\eta + 1)$ -му такту формирования значений общего времени работы и восстановления первого канала — $T_{j1\eta+1} = \sum_{\eta} t_{j1\eta+1} + \eta t_B$ и второго канала — $T_{j2\eta+1} = \sum_{\eta} t_{j2\eta+1} + \eta t_B$ в j -м испытании. Управление от оператора 17 передается оператору 3 для формирования очередного $(\eta + 1)$ -го номера значения наработки до отказа $t_{j1\eta+1}$ и $t_{j2\eta+1}$ каналов системы.

Невыполнение условия $T_{\max} < t_i$ означает прекращение j -го испытания системы. Фиксируется значение наработки до отказа системы $t_j = T_{\max} = \sum_{\eta} t_{jv\eta} + (\eta - 1)t_B$, которое будет равно большему из двух значений ($v = 1, 2$) общего времени работы и восстановления первого и второго каналов.

Управление при $T_{\max} < t_i$ передается оператору 18 для вычисления суммарной наработки системы $T_{\Sigma N} = \sum_{j=1}^N t_j$.

В случае, когда выполняется условие $T_{\max} - T_{\min} < t_B$, фиксируется отказ системы, который произошел в течение заданной наработки $(0, t_i)$. Значение наработки до отказа системы будет также равно $t_j = T_{\max} = \sum_{\eta} t_{jv\eta} + (\eta - 1)t_B$. Управление передается оператору 18 для вычисления суммарной наработки системы $T_{\Sigma N}$. Оператор 19 проверяет окончание цикла формирования заданного количества N испытаний системы. Далес управление передается оператору III, который вычисляет оценки сред-

ней параболки на отказ $\tilde{m}_i^* = \frac{T_{\Sigma N}}{N}$ и вероятности безотказной работы $P^*(t_i) = \exp\left[-\frac{t_i}{m_i^*}\right]$.

Пример 11-6. В отличие от примера 11-5 время восстановления отказавшего канала является случайной величиной и интенсивности восстановления соответственно

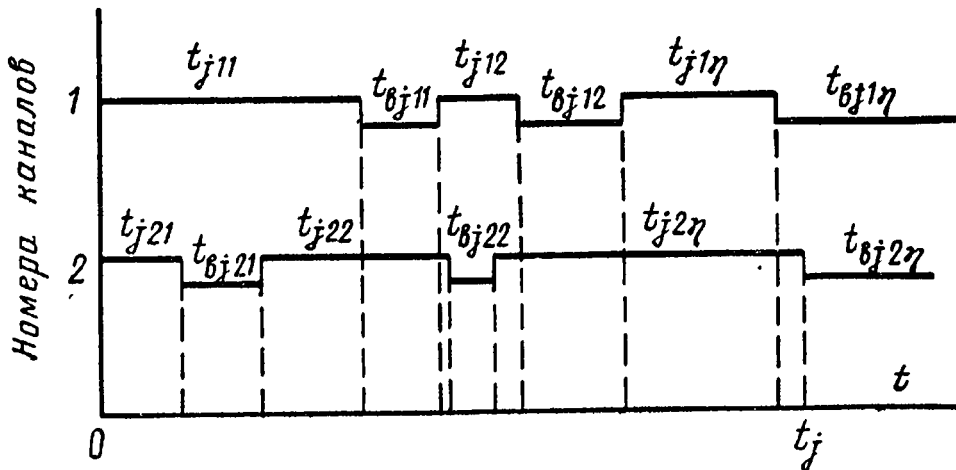


Рис. 11-16. Временная эпоха случайной ситуации, сложившейся при j -м испытании для ремонтируемой системы с общим пассивным дублированием при неизменной нагрузке и случайном времени восстановления каналов.

равны: первого канала — μ_1 , второго канала — μ_2 . Составить блок-схему алгоритма вероятностного моделирования для вычисления оценки вероятности безотказной работы системы $P^*(t_i)$ в течение заданной параболки $(0, t_i)$.

Решение. Временная эпоха, поясняющая процесс моделирования возможных значений случайной параболки до отказа ремонтируемой системы с общим пассивным дублированием при случайном времени восстановления, представлена на рис. 11-16. Блок-схема алгоритма вероятностного моделирования представлена на рис. 11-17. В отличие от примера 11-5 в алгоритм введен оператор b , который формирует возможные значения $t_{b j \nu \eta}$ случайного времени восстановления отказавшего ν -го канала в j -м испытании. Накопленные в j -м испытании значения общего времени работы и восстановления первого и второго каналов системы соответственно равны: $T_{j1\eta} = \sum_{\eta} (t_{j1\eta} + t_{b j1\eta-1})$ и $T_{j2\eta} = \sum_{\eta} (t_{j2\eta} + t_{b j2\eta-1})$.

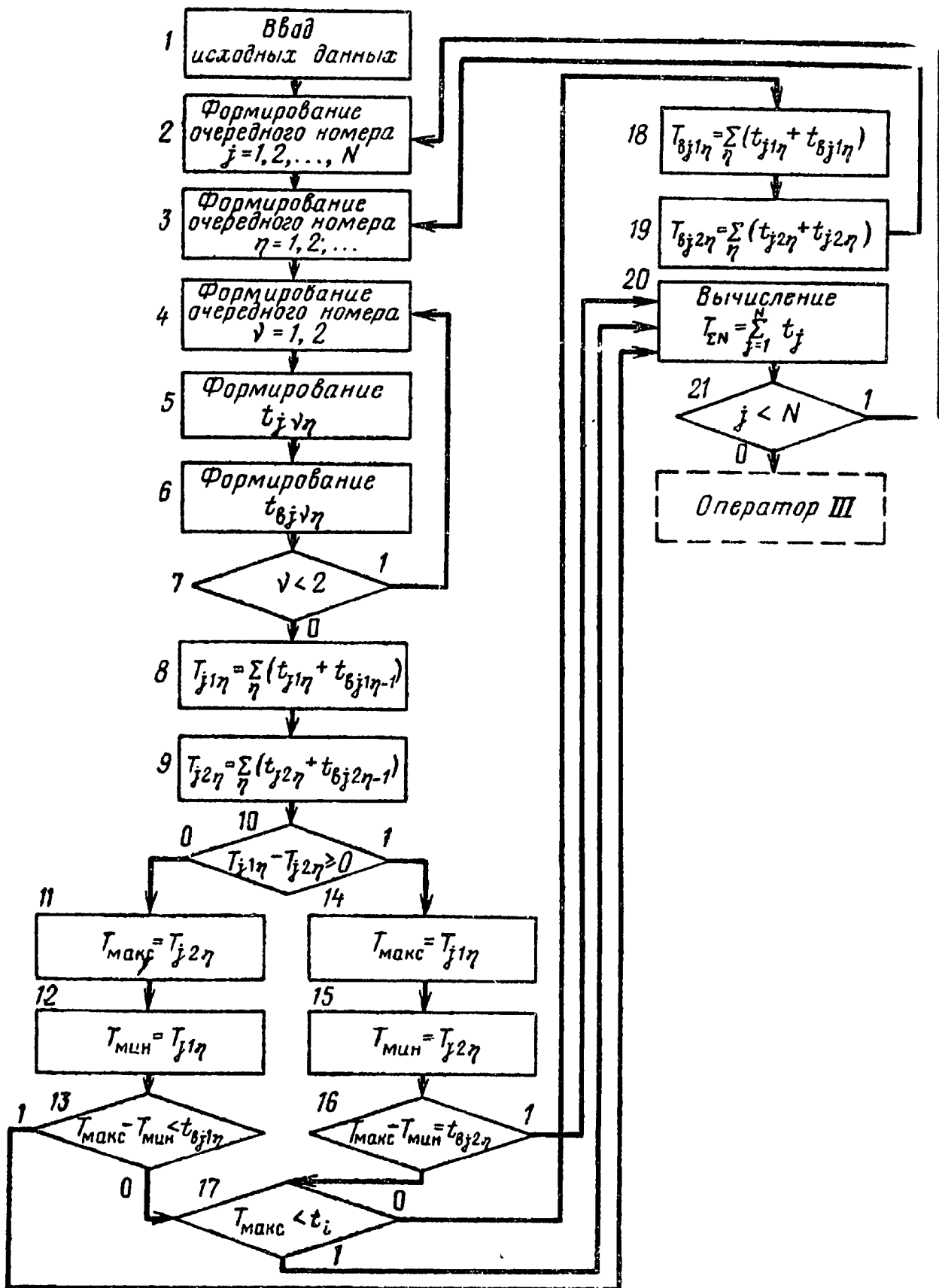


Рис. 11-17. Блок-схема алгоритма определения значений показателей надежности ремонтируемой системы с общим пассивным дублированием при неизменной нагрузке и случайном времени восстановления каналов.

Выполнение условий, проверяемых операторами *13* и *16*, аналогично выполнению условия, проверяемого оператором *14* в примере 11-5, означает отказ системы, так как оба канала будут находиться в неисправном состоянии. В остальном алгоритм аналогичен алгоритму рис. 11-15 (рассматривалась ремонтируемая система с общим пассивным дублированием и постоянным временем восстановления).

Приложение 1

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ

Таблица П-1-1

Квантили распределения хи-квадрат

Число степеней свободы	Вероятность P															
	0,999	0,995	0,990	0,975	0,950	0,900	0,800	0,700	0,300	0,200	0,100	0,075	0,050	0,010	0,005	0,001
1	$0,16 \times 10^{-5}$	$0,39 \times 10^{-4}$	$0,16 \times 10^{-3}$	$0,98 \times 10^{-3}$	$0,39 \times 10^{-2}$	0,016	0,064	0,148	1,07	1,64	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88	10,8
2	$0,20 \times 10^{-2}$	0,010	0,020	0,051	0,103	0,211	0,446	0,713	2,41	3,22	4,61	5,99	7,38	9,21	10,6	13,8
3	0,024	0,072	0,115	0,216	0,352	0,584	1,00	1,42	3,67	4,64	6,25	7,81	9,35	11,3	12,8	16,3
4	0,091	0,207	0,297	0,484	0,711	1,06	1,65	2,19	4,88	5,99	7,78	9,49	11,1	13,3	14,9	18,5
5	0,210	0,412	0,554	0,831	1,15	1,61	2,34	3,00	6,06	7,29	9,24	11,1	12,8	15,1	16,7	20,5
6	0,381	0,676	0,872	1,24	1,64	2,20	3,07	3,83	7,23	8,56	10,6	12,6	14,4	16,8	18,5	22,5
7	0,598	0,989	1,24	1,69	2,17	2,83	3,82	4,67	8,38	9,80	12,0	14,1	16,0	18,5	20,3	24,3
8	0,857	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	4,59	5,53	9,52	11,0	13,4	15,5	17,5	20,1	22,0	26,1
9	1,15	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	5,38	6,39	10,7	12,2	14,7	16,9	19,0	21,7	23,6	27,9
10	1,48	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	6,18	7,27	11,8	13,4	16,0	18,3	20,5	23,2	25,2	29,6
11	1,83	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	6,99	8,15	12,9	14,6	17,3	19,7	21,9	24,7	26,8	31,6
12	2,21	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	7,81	9,03	14,0	15,8	18,5	21,0	23,3	26,2	28,3	32,9

13	2,62	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	8,63	9,93	15,1	17,0	19,8	22,4	24,7	27,7	29,8	34,5
14	3,04	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	9,47	10,8	16,2	18,2	21,1	23,7	26,1	29,1	31,3	36,1
15	3,48	4,60	5,23	6,26	7,26	8,55	10,3	11,7	17,3	19,3	22,3	25,0	27,5	30,6	32,8	37,7
16	3,94	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	11,2	12,6	18,4	20,5	23,5	26,3	28,8	32,0	34,3	39,3
18	4,90	6,26	7,01	8,23	9,39	10,9	12,0	14,4	20,6	22,8	26,0	28,9	31,5	34,8	37,2	42,3
20	5,92	7,43	8,26	9,59	10,9	12,4	14,6	16,3	22,8	25,0	28,4	31,4	34,2	37,6	40,0	45,3
22	6,98	8,64	9,54	11,0	12,3	14,0	16,3	18,1	24,9	27,3	30,8	33,9	36,8	40,3	42,8	48,3
24	8,08	9,89	10,9	12,4	13,8	15,7	18,1	19,9	27,1	29,6	33,2	36,4	39,4	43,0	45,6	51,2
26	9,22	11,2	12,2	13,8	15,4	17,3	19,8	21,8	29,2	31,8	35,6	38,9	41,9	45,6	48,3	54,1
28	10,4	12,5	13,6	15,3	16,9	18,9	21,6	23,6	31,4	34,0	37,9	41,3	44,5	48,3	51,0	56,9
30	11,6	13,8	15,0	16,8	18,5	20,6	23,4	25,5	33,5	36,3	40,3	43,8	47,0	50,9	53,7	59,7
35	14,7	17,2	18,5	20,6	22,5	24,8	27,8	30,2	38,9	41,8	46,1	49,9	53,2	57,3	60,3	66,6
40	17,9	20,7	22,2	24,4	26,5	29,1	32,3	34,9	44,2	47,3	51,8	55,8	59,3	63,7	66,8	73,4
45	21,3	24,3	25,9	28,4	30,6	33,4	36,9	39,6	49,5	52,7	57,5	61,7	65,4	70,0	73,2	80,1
50	24,7	28,0	29,7	32,4	34,8	37,7	41,4	44,3	54,7	58,2	63,2	67,5	71,4	76,2	79,5	86,7
55	28,2	31,7	33,6	36,4	39,0	42,1	46,0	49,1	60,0	63,6	68,8	73,3	77,4	82,3	85,7	93,2
60	31,7	35,5	37,5	40,5	43,2	46,5	50,6	53,8	65,2	69,0	74,4	79,1	83,3	88,4	92,0	99,6
65	35,4	39,4	41,4	44,6	47,4	50,9	55,3	58,6	70,5	74,4	80,0	84,8	89,2	94,4	98,1	106,0
70	39,0	43,3	45,4	48,8	51,7	55,3	59,9	63,3	75,7	79,7	85,5	90,5	95,0	100,4	104,2	112,3
75	42,8	47,2	49,5	52,9	56,1	59,8	64,5	68,1	80,9	85,1	91,1	96,2	100,8	106,4	110,3	118,6
80	46,5	51,2	53,5	57,2	60,4	64,3	69,2	72,9	86,1	90,4	96,6	101,9	106,6	112,3	116,3	124,8
85	50,3	55,2	57,6	61,4	64,7	68,8	73,9	77,7	91,3	95,7	102,1	107,5	112,4	118,2	123,3	131,0
90	54,2	59,2	61,8	65,6	69,1	73,3	78,6	82,5	96,5	101,1	107,6	113,1	118,1	124,1	128,3	137,2
95	58,0	63,2	65,9	69,9	73,5	77,8	83,2	87,3	101,7	106,4	113,0	118,8	123,9	130,0	134,2	143,3
100	61,9	67,3	70,1	74,2	77,9	82,4	87,9	92,1	106,9	111,7	118,5	124,3	129,6	135,8	140,2	149,4

Квантили альфа-распределения

q

α	0,001	0,005	0,01	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55
0,5	0,2707	0,3125	0,3376	0,4316	0,5045	0,5714	0,6297	0,6930	0,7605	0,8333	0,9149	1,007	1,115	1,242
1,0	2406	2753	2948	3667	4205	4664	5099	5540	5999	6494	7032	0,7640	0,8333	0,9149
1,5	2164	2440	2595	3147	3545	3876	4184	4488	4801	5131	5485	5875	6313	6817
2,0	1964	2182	2307	2736	3035	3278	3460	3715	3931	4155	4392	4649	4931	5247
2,5	1788	1970	2070	2411	2642	2825	2950	3146	3300	3459	3623	3798	3987	4196
3,0	0,1641	0,1793	0,1878	0,2153	0,2335	0,2477	0,2571	0,2721	0,2836	0,2952	0,3072	0,3198	0,3331	0,3477
3,5	1517	1646	1716	1914	2091	2205	2278	2396	2484	2574	2664	2758	2856	2963
4,0	1410	1521	1581	1771	1893	1986	2045	2139	2210	2281	2351	2424	2500	2591
4,5	1317	1413	1465	1627	1730	1807	1855	1933	1990	2047	2103	2162	2222	2286
5,0	1236	1320	1365	1505	1592	1657	1698	1762	1810	1857	1903	1951	2000	2052
5,5	0,1164	0,1238	0,1278	0,1400	0,1474	0,1530	0,1565	0,1620	0,1660	0,1699	0,1738	0,1777	0,1818	0,1861
6,0	1100	1166	1201	1308	1373	1421	1451	1498	1533	1566	1599	1632	1667	1702
6,5	1042	1102	1133	1228	1285	1327	1358	1394	1423	1452	1481	1509	1538	1569
7,0	0,0990	0,1044	1072	1157	1207	1245	1267	1303	1329	1354	1379	1403	1429	1455
7,5	944	0,0992	1017	1093	1138	1172	1192	1223	1246	1268	1290	1311	1333	1356
8,0	0,0902	0,0945	0,0968	0,1037	0,1077	0,1107	0,1125	0,1153	0,1173	0,1193	0,1212	0,1231	0,1250	0,1270
8,5	863	902	923	986	1022	1049	1065	1090	1108	1126	1142	1159	1176	1194
9,0	827	863	882	940	0,0973	0,0996	1011	1034	1050	1066	1080	1096	1111	1127
9,5	794	828	845	898	928	949	0,0962	0,0983	0,0998	1012	1025	1039	1053	1067
10,0	764	795	811	859	887	906	918	937	951	0,0963	0,0975	0,0988	1000	1013
10,5	0,0736	0,0764	0,0779	0,0824	0,0849	0,0867	0,0878	0,0895	0,0907	0,0919	0,0930	0,0941	0,0952	0,0964
11,0	710	736	750	791	814	831	841	857	868	879	889	898	909	920
11,5	685	710	723	761	782	797	807	822	832	842	851	859	870	880
12,0	662	686	698	733	753	767	776	789	799	808	816	824	838	842
12,5	641	663	674	707	726	739	747	759	768	776	784	792	800	808
13,0	0,0622	0,0642	0,0652	0,0683	0,0700	0,0712	0,0720	0,0732	0,0740	0,0747	0,0755	0,0762	0,0769	0,0777
13,5	603	622	632	660	676	688	695	706	713	720	727	734	741	748
14,0	583	603	612	639	654	665	672	683	690	697	704	711	718	725

14,5	568	536	534	620	634	644	650	659	666	672	678	684	690	696
15,0	553	559	577	601	614	624	629	633	644	650	656	661	667	673
15,5	0,0538	0,0553	0,0561	0,0583	0,0596	0,0605	0,0610	0,0618	0,0624	0,0630	0,0635	0,0640	0,0645	0,0651
16,0	524	538	546	567	579	587	592	600	605	610	615	620	625	630
16,5	510	524	531	551	552	570	575	582	587	592	597	601	606	611
17,0	498	511	517	535	547	554	559	566	570	575	580	584	588	593
17,5	486	498	504	522	532	539	544	550	555	559	563	567	571	576
18,0	0,0474	0,0486	0,0492	0,0509	0,0519	0,0525	0,0529	0,0536	0,0540	0,0544	0,0548	0,0552	0,0556	0,0560
18,5	463	474	480	496	506	512	516	522	526	530	533	537	540	544
19,0	453	463	469	484	493	499	503	503	512	516	520	523	526	530
19,5	443	453	458	473	481	487	490	496	500	503	505	509	513	516
20,0	433	443	448	462	470	475	479	484	487	491	494	497	500	503
21,0	0,0415	0,0424	0,0429	0,0442	0,0449	0,0453	0,0458	0,0462	0,0465	0,0468	0,0471	0,0473	0,0476	0,0479
22,0	399	407	411	423	430	434	438	441	444	447	449	452	454	457
23,0	383	391	395	406	412	416	420	422	425	423	430	432	435	437
24,0	369	376	380	390	396	399	403	405	408	410	412	414	417	419
25,0	355	363	366	375	381	384	387	390	392	394	396	398	400	402
26,0	0,0344	0,0350	0,0353	0,0362	0,0367	0,0370	0,0373	0,0375	0,0377	0,0379	0,0381	0,0383	0,0385	0,0386
27,0	332	338	341	349	354	357	359	361	363	365	367	369	370	372
28,0	322	327	330	337	342	344	347	349	351	352	354	356	357	359
29,0	312	317	319	326	330	333	335	337	339	340	342	343	345	346
30,0	302	307	309	316	320	322	324	326	328	329	331	332	333	335

α	q												
	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,925	0,95	0,975	0,99	0,995	0,999
0,5	1,399	1,595	1,852	2,203	2,732	3,597	5,291	6,993	10,42	20,41	52,63	100,0	500,0
1,0	1,012	1,134	1,290	1,501	1,812	2,315	3,300	4,274	6,211	12,05	29,41	58,79	250,0
1,5	0,7413	0,8130	0,9042	1,025	1,172	1,466	1,976	2,469	3,425	6,25	14,71	28,57	142,9
2,0	5,312	6016	6475	0,7252	0,8183	0,9538	1,203	1,439	1,866	3,053	6,452	12,05	55,55
2,5	4433	4704	5030	5135	5367	6729	0,8000	0,9091	1,039	1,578	2,770	4,630	18,87
3,0	0,3633	0,3821	0,4036	0,4291	0,4625	0,5079	0,5797	0,6373	0,7310	0,9116	1,387	1,972	5,555
3,5	3030	3210	3330	3539	3761	4053	4507	4850	5385	6477	0,8467	1,064	2,155
4,0	2670	2766	2378	3007	3167	3374	3679	3905	4246	4902	0,5977	0,7013	1,099
4,5	2355	2430	2516	2314	2734	2388	3103	3238	3503	3937	4602	5198	0,7092
5,0	2107	2167	2235	2312	2405	2523	2630	2303	2981	3239	3741	4125	5236
5,5	0,1903	0,1955	0,2010	0,2073	0,2147	0,2241	0,2371	0,2463	0,2594	0,2825	0,3152	0,3420	0,4149
6,0	1740	1781	1823	1878	1939	2015	2120	2193	2296	2475	2723	2921	3436
6,5	1601	1635	1674	1717	1767	1830	1916	1976	2050	2203	2396	2548	2933
7,0	1482	1512	1544	1531	1624	1677	1749	1799	1867	1984	2140	2260	2558
7,5	1380	1405	1431	1465	1502	1547	1603	1650	1703	1805	1933	2031	2268
8,0	0,1291	0,1313	0,1338	0,1355	0,1397	0,1436	0,1489	0,1521	0,1574	0,1655	0,1763	0,1844	0,2037
8,5	1213	1232	1254	1278	1305	1340	1385	1416	1459	1529	1620	1688	1848
9,0	1144	1161	1180	1201	1225	1255	1296	1323	1360	1420	1499	1557	1692
9,5	1032	1037	1114	1133	1155	1182	1217	1241	1273	1326	1394	1444	1560
10,0	1026	1040	1055	1072	1092	1116	1147	1168	1197	1244	1303	1347	1447
10,5	0,0976	0,0983	0,1002	0,1013	0,1035	0,1057	0,1035	0,1101	0,1129	0,1171	0,1224	0,1262	0,1350
11,0	930	941	0,0951	0,0969	0,0984	1004	1029	1046	1069	1105	1153	1187	1254
11,5	889	899	911	924	938	955	0,0978	0,0991	1015	1048	1090	1120	1189
12,0	851	861	871	883	896	913	0,0932	0,0947	0,0966	0,0996	1034	1051	1122
12,5	816	825	835	846	853	873	891	901	921	949	0,0983	1008	1062
13,0	0,0784	0,0792	0,0801	0,0812	0,0822	0,0836	0,0853	0,0865	0,0880	0,0905	0,0937	0,0960	0,1009
13,5	755	762	770	780	790	803	818	829	843	867	895	916	0,0961
14,0	712	718	724	731	739	749	759	769	779	789	799	809	819

14,5	702	703	715	724	732	743	756	766	778	797	822	839	877
15,0	678	684	691	698	703	716	729	738	749	767	789	805	840
15,5	0,0655	0,0661	0,0668	0,0675	0,0682	0,0692	0,0703	0,0711	0,0722	0,0739	0,0759	0,0774	0,0306
16,0	635	640	646	653	660	668	679	687	696	712	732	745	775
16,5	615	620	626	632	639	647	657	664	673	688	703	718	746
17,0	597	602	607	613	619	627	636	643	651	665	682	698	719
17,5	580	584	589	594	600	603	616	623	630	644	659	670	694
18,0	0,0563	0,0568	0,0572	0,0577	0,0583	0,0590	0,0598	0,0604	0,0611	0,0624	0,0638	0,0648	0,0371
18,5	548	552	555	561	566	573	581	586	593	605	618	628	649
19,0	533	537	541	546	551	557	564	570	576	587	600	609	628
19,5	520	523	527	531	0,0536	0,0542	0,0549	0,0554	0,0560	0,0570	0,0582	0,0591	0,0609
20,0	506	510	513	518	522	527	534	539	545	554	566	574	591
21,0	0,0482	0,0485	0,0488	0,0492	0,0496	0,0501	0,0507	0,0511	0,0516	0,0525	0,0536	0,0543	0,0558
22,0	460	462	466	469	473	477	483	486	491	499	503	515	529
23,0	440	442	445	448	451	455	460	464	468	475	484	490	502
24,0	421	423	426	429	432	435	440	443	447	454	462	467	478
25,0	404	406	408	411	414	417	422	424	428	434	441	446	456
26,0	0,0388	0,0390	0,0392	0,0395	0,0398	0,0401	0,0404	0,0407	0,0410	0,0416	0,0422	0,0427	0,0436
27,0	374	376	378	380	382	385	389	391	394	399	405	410	418
28,0	360	362	364	366	368	371	374	376	379	384	390	393	401
29,0	348	349	351	353	355	353	361	363	366	370	375	378	386
30,0	336	338	339	341	343	345	348	350	353	357	361	365	372

Квантили распределения Стюдента

Число степеней свободы k	Вероятность P									
	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,975	0,990	0,995	0,999	0,9995
1	0,325	0,727	1,376	3,078	6,314	12,71	31,82	63,66	318,3	636,6
2	,289	,617	,061	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,33	31,60
3	,277	,584	0,978	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,22	12,94
4	,271	,569	,941	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173	8,610
5	,267	,559	,920	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,803	6,859
6	,265	,553	,906	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208	5,959
7	,263	,549	,896	1,415	1,895	2,365	2,998	3,490	4,885	5,405
8	,262	,546	,889	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501	5,041
9	,261	,543	,883	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297	4,781
10	,260	,542	,879	1,372	1,812	2,228	2,784	3,169	4,144	4,587
11	,260	,540	,876	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025	4,437
12	,259	,539	,873	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930	4,318
13	,259	,538	,870	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852	4,221
14	,258	,537	,868	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787	4,140
15	,258	,536	,866	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733	4,073
16	,258	,535	,865	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686	4,015
17	,257	,534	,863	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646	3,965
18	,257	,534	,862	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,611	3,965

19	,257	,533	,861	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579	3,883
20	,257	,533	,860	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,552	3,850
21	,257	,532	,859	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,527	3,819
22	,256	,532	,858	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505	3,792
23	,256	,532	,858	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,485	3,767
24	,256	,531	,857	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467	3,745
25	,256	,531	,856	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450	3,725
26	,256	,531	,856	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,435	3,707
27	,256	,531	,855	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421	3,690
28	,256	,530	,855	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,408	3,674
29	,256	,530	,854	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,396	3,659
30	0,256	0,530	0,854	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385	3,646
40	,255	,529	,851	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,307	3,551
50	,255	,528	,849	1,298	1,676	2,002	2,403	2,678	3,262	3,495
60	,254	,527	,848	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,232	3,460
80	,254	,527	,846	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639	3,195	3,415
100	,254	,526	,845	1,290	1,660	1,984	2,365	2,626	3,174	3,389
200	,254	,525	,843	1,286	1,653	1,972	2,345	2,601	3,131	3,339
500	,253	,525	,842	1,283	1,648	1,965	2,334	2,586	3,106	3,310
∞	0,253	,524	,842	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090	3,291
α_1	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99	0,998	0,999
$\beta_1, \%$	40	30	20	10	5	2,5	1	0,5	0,1	0,05
$\beta_2, \%$	80	60	40	20	10	5	2	1	0,2	0,1

Таблица П-1-4

Квантили нормального распределения

P	u_p	z_p	P	u_p	z_p	P	u_p	z_p	P	u_p	z_p
0,50	0	0,674	0,66	0,412	0,954	0,82	0,915	1,341	0,97	1,881	2,170
0,51	0,025	0,690	0,67	0,440	0,974	0,83	0,954	1,372	0,975	1,960	2,241
0,52	0,050	0,706	0,68	0,468	0,994	0,84	0,994	1,405	0,980	2,054	2,326
0,53	0,075	0,722	0,69	0,496	1,015	0,85	1,036	1,440	0,990	2,326	2,576
0,54	0,100	0,739	0,70	0,524	1,036	0,86	1,080	1,476	0,991	2,366	2,612
0,55	0,126	0,755	0,71	0,553	1,058	0,87	1,126	1,514	0,992	2,409	2,652
0,56	0,151	0,772	0,72	0,583	1,080	0,88	1,175	1,555	0,993	2,457	2,697
0,57	0,176	0,789	0,73	0,613	1,103	0,89	1,227	1,598	0,994	2,512	2,748
0,58	0,202	0,806	0,74	0,643	1,126	0,90	1,282	1,645	0,995	2,576	2,807
0,59	0,228	0,824	0,75	0,674	1,150	0,91	1,341	1,695	0,996	2,652	2,878
0,60	0,253	0,842	0,76	0,706	1,175	0,92	1,405	1,751	0,997	2,748	2,968
0,61	0,279	0,860	0,77	0,739	1,200	0,925	1,440	1,780	0,9975	2,807	3,024
0,62	0,305	0,878	0,78	0,772	1,227	0,93	1,476	1,812	0,9980	2,878	3,090
0,63	0,332	0,896	0,79	0,806	1,254	0,94	1,555	1,881	0,9990	3,090	3,291
0,64	0,358	0,915	0,80	0,842	1,282	0,95	1,645	1,960	0,9995	3,291	3,480
0,65	0,385	0,935	0,81	0,878	1,311	0,96	1,751	2,054	0,9999	3,719	3,885

$$\text{Значение функции } \Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^u \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz$$

u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,00000	0,00399	0,00798	0,01197	0,01595	0,01994	0,02392	0,02790	0,03188	0,03586
0,1	0,03983	0,04380	0,04776	0,05172	0,05567	0,05962	0,06356	0,06749	0,07142	0,07535
0,2	0,07926	0,08317	0,08706	0,09095	0,09483	0,09871	0,10257	0,10642	0,11026	0,11409
0,3	0,11791	0,12172	0,12552	0,12930	0,13307	0,13683	0,14058	0,14431	0,14803	0,15173
0,4	0,15542	0,15910	0,16276	0,16640	0,17003	0,17364	0,17724	0,18082	0,18439	0,18793
0,5	0,19146	0,19497	0,19847	0,20194	0,20540	0,20884	0,21226	0,21566	0,21904	0,22240
0,6	0,22575	0,22907	0,23237	0,23565	0,23891	0,24215	0,24537	0,24857	0,25175	0,25490
0,7	0,25804	0,26115	0,26424	0,26730	0,27035	0,27337	0,27637	0,27935	0,28230	0,28524
0,8	0,28814	0,29103	0,29389	0,29673	0,29955	0,30234	0,30511	0,30785	0,31057	0,31327
0,9	0,31594	0,31859	0,32121	0,32381	0,32639	0,32894	0,33147	0,33398	0,33646	0,33891
1,0	0,34134	0,34375	0,34614	0,34850	0,35083	0,35314	0,35543	0,35769	0,35993	0,36214
1,1	0,36433	0,36650	0,36864	0,37076	0,37286	0,37493	0,37698	0,37900	0,38100	0,38298
1,2	0,38493	0,38686	0,38877	0,39065	0,39251	0,39435	0,39617	0,39796	0,39973	0,40147
1,3	0,40320	0,40490	0,40658	0,40824	0,40988	0,41149	0,41309	0,41466	0,41621	0,41774
1,4	0,41924	0,42073	0,42220	0,42364	0,42507	0,42647	0,42786	0,42922	0,43056	0,43189

u	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,5	43319	43448	43574	43699	43822	43943	44062	44179	44295	44408
1,6	44520	44630	44738	44845	44950	45053	45154	45254	45352	45449
1,7	45543	45637	45728	45818	45907	45994	46080	46164	46246	46327
1,8	46407	46485	46562	46638	46712	46784	46856	46926	46995	47062
1,9	47128	47193	47257	47320	47381	47441	47500	47558	47615	47670
2,0	47725	47778	47831	47882	47932	47982	48030	48077	48124	48169
2,1	48214	48257	48300	48341	48382	48422	48461	48500	48537	48574
2,2	48610	48645	48679	48713	48745	48778	48809	48840	48870	48899
2,3	48928	48956	48983	49010	49036	49061	49086	49111	49134	49158
2,4	49180	49202	49224	49245	49266	49286	49305	49324	49343	49361
2,5	49379	49396	49413	49430	49446	49461	49477	49492	49506	49520
2,6	49534	49547	49560	49573	49585	49598	49609	49621	49632	49643
2,7	49653	49664	49674	49683	49693	49702	49711	49720	49728	49736
2,8	49744	49752	49760	49767	49774	49781	49788	49795	49801	49807
2,9	49813	49819	49825	49831	49836	49841	49846	49851	49856	49861
3,0	0,49865		3,1	49903	3,2	49931	3,3	49952	3,4	49966
3,5	49977		3,6	49984	3,7	49980	3,8	49993	3,9	49995
4,0	499968									
4,5	499997									
5,0	4999997									

Значения функции $\exp(-x)$

x	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009
0,00	1,000	0,9990	0,9980	0,9970	0,9960	0,9950	0,9940	0,9930	0,9920	0,9910
1	0,9900	0,9891	0,9881	0,9871	0,9861	0,9851	0,9841	0,9831	0,9822	0,9812
2	0,9802	0,9792	0,9782	0,9773	0,9763	0,9753	0,9743	0,9734	0,9724	0,9714
3	0,9704	0,9695	0,9685	0,9675	0,9666	0,9656	0,9647	0,9637	0,9627	0,9618
4	0,9608	0,9598	0,9588	0,9579	0,9570	0,9560	0,9550	0,9541	0,9531	0,9522
5	0,9512	0,9502	0,9493	0,9484	0,9474	0,9465	0,9455	0,9446	0,9436	0,9427
6	0,9418	0,9408	0,9399	0,9389	0,9380	0,9371	0,9361	0,9352	0,9343	0,9333
7	0,9324	0,9315	0,9305	0,9296	0,9287	0,9277	0,9268	0,9259	0,9250	0,9240
8	0,9231	0,9222	0,9213	0,9204	0,9194	0,9185	0,9176	0,9167	0,9158	0,9148
9	0,9139	0,9130	0,9121	0,9112	0,9103	0,9094	0,9085	0,9076	0,9066	0,9057
x	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,1	0,9048	0,8958	0,8869	0,8781	0,8694	0,8607	0,8521	0,8437	0,8353	0,8270
2	0,8187	0,8106	0,8025	0,7945	0,7866	0,7788	0,7711	0,7634	0,7558	0,7483
3	0,7408	0,7334	0,7261	0,7189	0,7118	0,7047	0,6977	0,6907	0,6839	0,6771
4	0,6703	0,6637	0,6570	0,6505	0,6440	0,6376	0,6313	0,6250	0,6188	0,6126
5	0,6065	0,6005	0,5945	0,5886	0,5828	0,5769	0,5712	0,5655	0,5599	0,5543

Продолжение табл. П-1-6

№	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
6	0,5488	0,5434	0,5379	0,5326	0,5273	0,5220	0,5169	0,5117	0,5066	0,5016
7	0,4966	0,4916	0,4868	0,4819	0,4771	0,4724	0,4677	0,4630	0,4584	0,4538
8	0,4493	0,4449	0,4404	0,4360	0,4317	0,4274	0,4232	0,4190	0,4148	0,4107
9	0,4066	0,4025	0,3985	0,3946	0,3906	0,3867	0,3829	0,3791	0,3753	0,3716
1,0	0,3679	0,3642	0,3606	0,3570	0,3535	0,3499	0,3465	0,3430	0,3396	0,3362
1,1	0,3329	0,3296	0,3263	0,3230	0,3198	0,3166	0,3135	0,3104	0,3073	0,3042
1,2	0,3012	0,2982	0,2952	0,2923	0,2894	0,2865	0,2837	0,2808	0,2780	0,2753
1,3	0,2725	0,2698	0,2671	0,2645	0,2618	0,2592	0,2567	0,2541	0,2516	0,2491
1,4	0,2466	0,2441	0,2417	0,2393	0,2369	0,2346	0,2322	0,2299	0,2276	0,2254
1,5	0,2231	0,2209	0,2187	0,2165	0,2144	0,2122	0,2101	0,2080	0,2060	0,2039
1,6	0,2019	0,1999	0,1979	0,1959	0,1940	0,1920	0,1901	0,1882	0,1864	0,1845
1,7	0,1827	0,1809	0,1791	0,1773	0,1755	0,1738	0,1720	0,1703	0,1686	0,1670
1,8	0,1653	0,1637	0,1620	0,1604	0,1588	0,1572	0,1557	0,1541	0,1526	0,1511
1,9	0,1496	0,1481	0,1466	0,1451	0,1437	0,1423	0,1409	0,1395	0,1381	0,1367
x	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
2	0,1353	0,1225	0,1108	0,1003	0,0907	0,0821	0,0743	0,0672	0,0608	0,0550
3	0,0498	0,0450	0,0408	0,0368	0,0334	0,0302	0,0273	0,0247	0,0224	0,0200
4	0,0183	0,0166	0,0150	0,0136	0,0123	0,0111	0,0101	0,0091	0,0082	0,0074
5	0,0067	0,0061	0,0055	0,0050	0,0045	0,0041	0,0037	0,0033	0,0030	0,0027

Значения гамма-функции

x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$
1,00	1,00000	1,25	0,90640	1,50	0,88623	1,75	0,91906
1	0,99433	6	0,90440	1	0,88659	6	0,92137
2	0,98884	7	0,90250	2	0,88704	7	0,92376
3	0,98355	8	0,90072	3	0,88757	8	0,92623
4	0,97844	9	0,89904	4	0,88818	9	0,92877
1,05	0,97350	1,30	0,89747	1,55	0,88887	1,80	0,93138
6	0,96874	1	0,89600	6	0,88964	1	0,93408
7	0,96415	2	0,89464	7	0,89049	2	0,93685
8	0,95973	3	0,89338	8	0,89142	3	0,93369
9	0,95546	4	0,89222	9	0,89243	4	0,94261
1,10	0,95135	1,35	0,89115	1,60	0,89352	1,85	0,94561
1	0,94740	6	0,89018	1	0,89468	6	0,94869
2	0,94359	7	0,88931	2	0,89592	7	0,95184
3	0,93993	8	0,88854	3	0,89724	8	0,95507
4	0,93642	9	0,88785	4	0,89864	9	0,95838
1,15	0,93304	1,40	0,88726	1,65	0,90012	1,90	0,96177
6	0,92980	1	0,88676	6	0,90167	1	0,96523
7	0,92670	2	0,88636	7	0,90330	2	0,96877
8	0,92373	3	0,88604	8	0,90500	3	0,97240
9	0,92089	4	0,88581	9	0,90678	4	0,97610

x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$	x	$\Gamma(x)$
1,20	0,91817	1,45	0,88566	1,60	0,90864	1,95	0,97988
1	0,91558	6	0,88560	1	0,91057	6	0,98374
2	0,91311	7	0,88503	2	0,91258	7	0,98768
3	0,91075	8	0,88575	3	0,91467	8	0,99171
4	0,90852	9	0,88595	4	0,91683	9	0,99581
						2,00	1,00000

Т а б л и ц а П-1-8

Преобразование Лапласа

$P(s)$	$P(t)$
$\frac{1}{s}$	1
$\frac{1}{s^2}$	t
$\frac{1}{s^n}$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$
$\frac{1}{s + \lambda}$	$\exp(-\lambda t)$
$\frac{1}{(s + \lambda)^2}$	$t \exp(-\lambda t)$
$\frac{1}{(s + \lambda)^n}$	$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1} \exp(-\lambda t)$
$\frac{1}{(s+a)(s+b)}$	$\frac{1}{b-a} [\exp(-at) - \exp(-bt)]$

Приложение 2 КООРДИНАТНЫЕ СЕТКИ

Рис. П-2-1. Координатная сетка для усеченного нормального распределения.

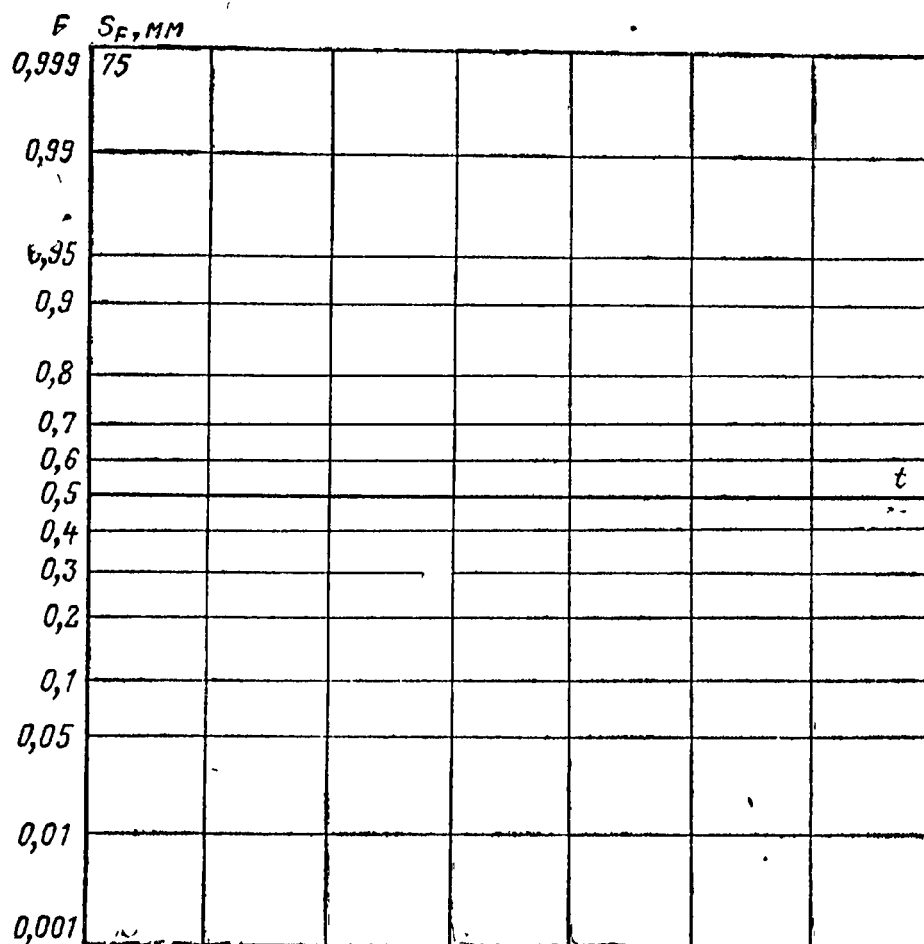
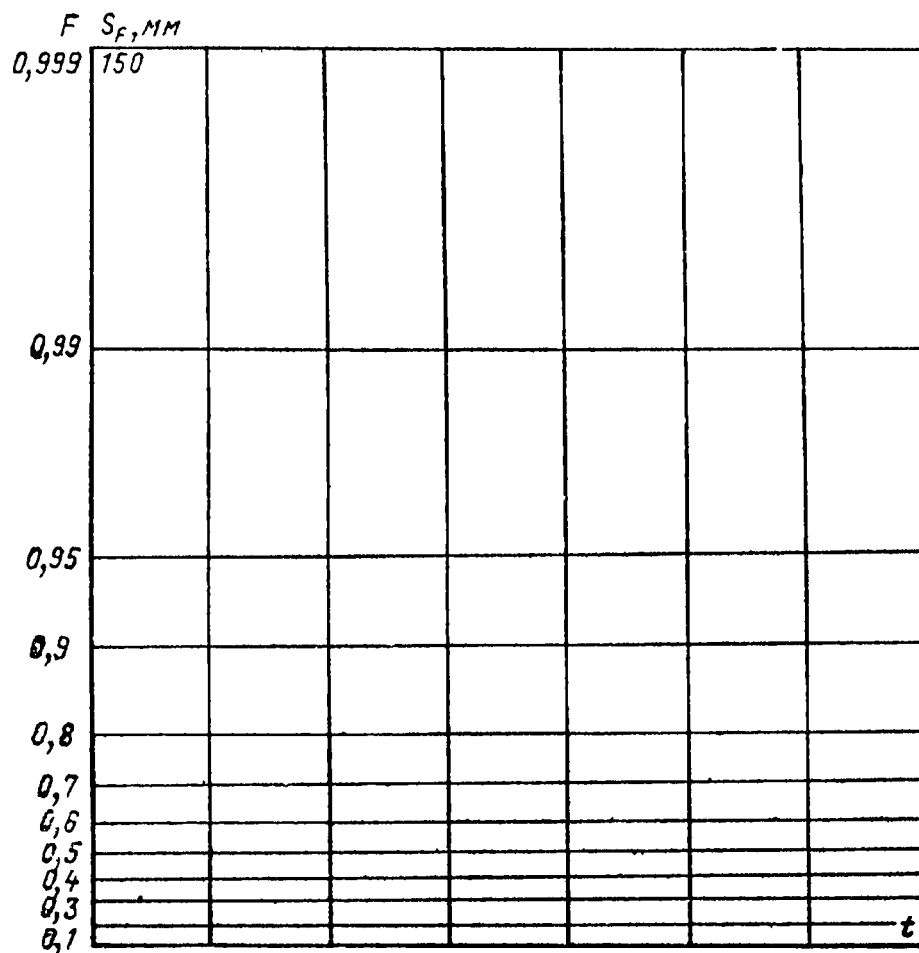


Рис. П-2-2. Координатная сетка для показательного распределения.



* Размеры всех координатных сеток уменьшены в 2 раза. По вертикальной оси надписаны значения функции F распределения случайной величины.

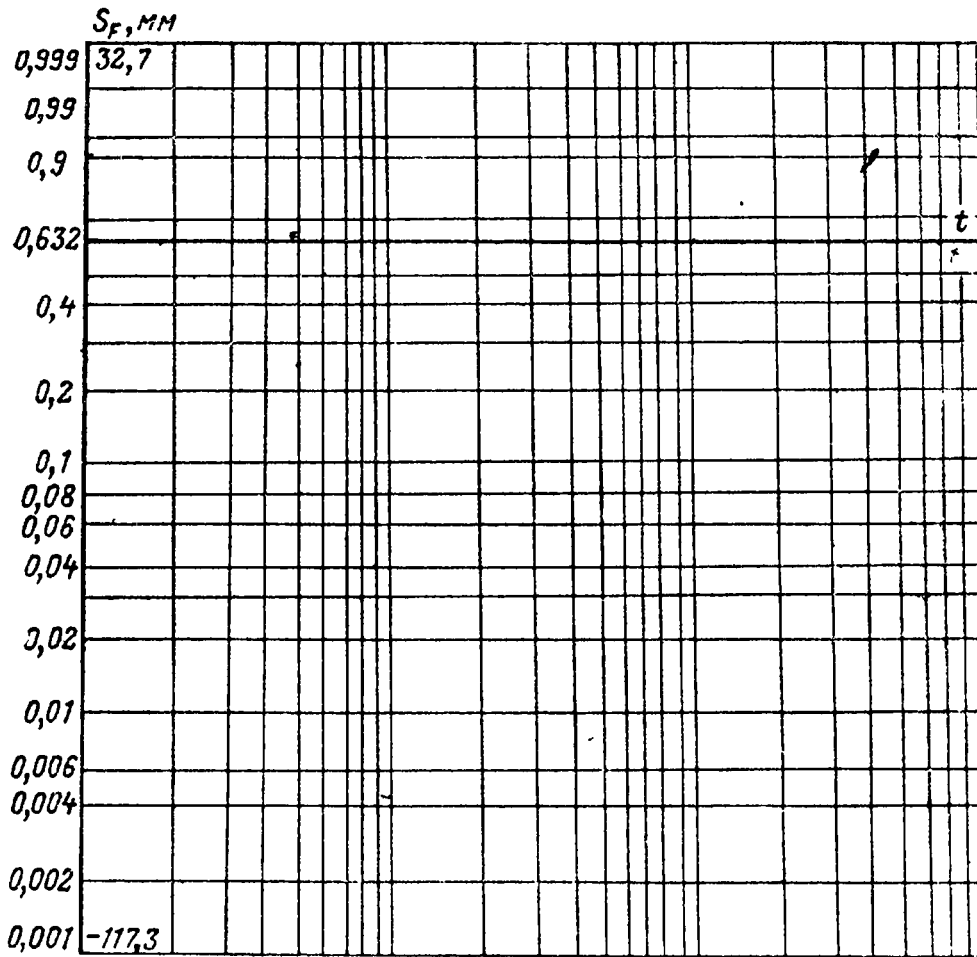


Рис. П-2-3. Координатная сетка для распределения Вейбулла.

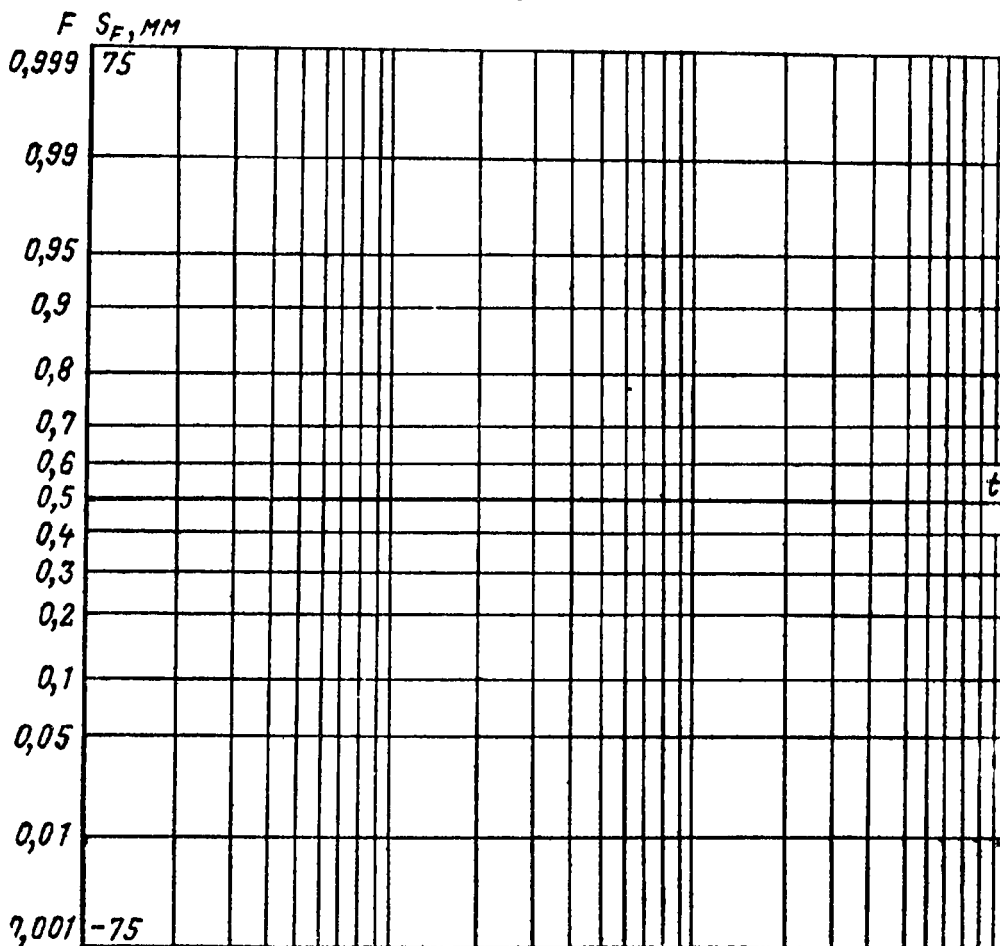


Рис. П-2-4. Координатная сетка для логарифмически-нормального распределения.

Приложение 3

ИНТЕНСИВНОСТИ ОТКАЗОВ ЭЛЕМЕНТОВ

Таблица П-3-1

Средние, максимальные и минимальные значения
интенсивностей отказов

Наименование элементов	Интенсивность отказов $\lambda \cdot 10^6, 1/ч$
<i>Резисторы</i>	<u>0,159</u> 1,0—0,001
Резисторы композиционные	<u>0,043</u> 0,297—0,005
Резисторы композиционные 1/4 Вт	0,016
Резисторы композиционные 1/2 Вт	0,06
Резисторы композиционные 2 Вт	0,071
Резисторы композиционные переменные	<u>0,053</u> 0,533—0,007
Резисторы пленочные	<u>0,03</u> 0,058—0,017
Резисторы металлопленочные	<u>0,2</u> 0,4—0,004
Резисторы пленочные прецизионные	0,004
Резисторы постоянные	<u>0,04</u> 0,07—0,01
Резисторы постоянные многоваттные	<u>0,028</u> 0,065—0,009
Резисторы переменные (потенциометры)	<u>0,26</u> 0,5—0,02
Резисторы проволочные	<u>0,087</u> 0,197—0,046
Резисторы проволочные мощные	<u>0,04</u> 0,076—0,021
Резисторы проволочные переменные	<u>0,091</u> 0,807—0,02
Резисторы проволочные прецизионные	<u>0,073</u> 0,114—0,032
Резисторы угольные	<u>0,045</u> 0,888—0,005

Наименование элементов	Интенсивность отказов $\lambda \cdot 10^6, 1/ч$
Резисторы нелинейные	$\frac{0,11}{0,153-0,047}$
<i>Конденсаторы</i>	$\frac{0,1}{2,385-0,001}$
Конденсаторы бумажные	$\frac{0,05}{0,29-0,003}$
Конденсаторы бумажные с обратным напряжением менее 600 В	$\frac{0,0025}{0,04-0,01}$
Конденсаторы бумажные с обратным напряжением более 600 В	$\frac{0,09}{0,235-0,0083}$
Конденсаторы керамические	$\frac{0,15}{1,64-0,042}$
Конденсаторы керамические переменные	$\frac{0,02}{0,351-0,012}$
Конденсаторы слюдяные	$\frac{0,075}{0,132-0,005}$
Конденсаторы слюдяные с обратным напряжением менее 600 В	$\frac{0,0375}{0,066-0,009}$
Конденсаторы слюдяные с посеребренными пластинами	$\frac{0,083}{0,41-0,025}$
Конденсаторы слюдяные фольговые	$\frac{0,045}{0,076-0,014}$
Конденсаторы стеклянные	$\frac{0,06}{0,87-0,0005}$
Конденсаторы танталовые	$\frac{0,6}{1,934-0,108}$
Конденсаторы фарфоровые	$\frac{0,09}{1,02-0,04}$
Конденсаторы фольговые	$\frac{0,054}{0,076-0,045}$
Конденсаторы пластикатовые	$\frac{0,135}{0,178-0,003}$

Наименование элементов	Интенсивность отказов $\lambda \cdot 10^6, 1/ч$
Конденсаторы масляные	$\frac{0,3}{1,95-0,12}$
Конденсаторы нейлоновые	$\frac{0,01}{0,014-0,006}$
Конденсаторы воздушные переменные	$\frac{0,034}{0,082-0,01}$
Конденсаторы электролитические	$\frac{0,035}{0,513-0,003}$
Конденсаторы электролитические алюминиевые	0,135
<i>Диоды</i>	
Диоды германиевые	$\frac{0,157}{0,678-0,002}$
Диоды кремниевые	$\frac{0,2}{0,452-0,021}$
Диоды кремниевые карбидные	$\frac{0,1}{0,55-0,002}$
Диоды электронные типа 6Х2П	$\frac{0,4}{1,5-0,3}$
Диоды электронные субминиатюрные двойные	$\frac{0,85}{1,7-0,26}$
Диоды селеновые	$\frac{0,2}{0,6-0,11}$
Кенотроны типа 6ЦЧП	$\frac{2,5}{4,7-0,9}$
Кенотроны типа 6Ц5С	$\frac{11,5}{14,62-7,91}$
Кенотроны высоковольтные типа 2Ц2С	4,88
<i>Триоды</i>	
Транзисторы германиевые	$\frac{0,9}{1,91-0,6}$

Наименование элементов	Интенсивность отказов $\lambda \cdot 10^6, 1/ч$
Транзисторы германиевые с максимальной мощностью 2 МВт	0,4
Транзисторы германиевые с максимальной мощностью 20 МВт	0,7
Транзисторы германиевые с максимальной мощностью 200 МВт	0,6
Транзисторы германиевые мощные	1,91
Транзисторы германиевые в ключевом режиме	0,4
Транзисторы кремниевые	0,71—0,10
Транзисторы кремниевые мало-мощные с максимальной мощностью менее 150 МВт	0,5
Транзисторы кремниевые высокочастотные с максимальной мощностью менее 1 Вт	1,44—0,27
Транзисторы кремниевые средней мощности с максимальной мощностью менее 4 Вт	0,84
Транзисторы кремниевые в ключевом режиме	1,44—0,45
Триоды электронные типа 6НЗП	0,5
Триоды электронные, усилители низкочастотные типа 6Н5П	1,67—0,16
Триоды электронные выходные типа 6Н5С	0,74
Триоды электронные субминиатюрные двойные	0,84—0,21
Триоды электронные микроволновые	0,7
<i>Электровакuumные приборы</i>	0,848—0,25
Тетроды генераторные типа ТУ-29	0,6
	1,5—0,5
	1,2
	2,8—1,0
	6,0
	2,6
	4,31—0,78
	9,66
	0,9

Наименование элементов	Интенсивность отказов $\lambda \cdot 10^6, 1/ч$
Тетроды лучевые типа 6ПЗС	<u>2,8</u> 3,29—1,37
Тетроды субминиатюрные	<u>2,15</u> 3,62—0,69
Пентоды типа 6Ж4	<u>0,9</u> 2,1—0,7
Пентоды типа 6П9	<u>1,0</u> 2,4—0,9
Пентоды усилители высокочастотные типа 6Ж1П	<u>3,5</u> 5,81—1,25
Пентоды усилители низкочастотные типа 6П1П	<u>4,1</u> 4,73—1,07
Гептоды-преобразователи типа 6А2П	<u>0,6</u> 1,4—0,4
Гептоды типа 6А10С	<u>0,3</u> 0,8—0,2
Тиратроны маломощные	<u>6,0</u> 15,0—2,5
Тиратроны мощные	<u>5,0</u> 11,3—3,0
Тиратроны субминиатюрные	<u>1,7</u> 4,41—0,28
Тиратроны типа ТГ1-0,1/0,3	53,0
Тиратроны типа ТГИ1-85/3	<u>14,0</u> 20,1—6,71
Стабилизатор напряжения типа СГ2П	<u>1,0</u> 2,5—0,4
Индикаторы настройки типа 6Е5С	0,6
Неоновые лампы	<u>0,1</u> 1,52—0,019
Электронно-лучевые трубки с магнитным отклонением	<u>1,65</u> 3,1—0,94

Наименование элементов	Интенсивность отказов $\lambda \cdot 10^6, 1/\text{ч}$
Электронно-лучевые трубки с электрическим отклонением	$\frac{1,02}{2,0-0,96}$
Электронно-лучевые трубки типа 8ЛО29ИМ	3,63
Электронные лампы микроволновые	$\frac{30,0}{43,0-20,0}$
Клистроны	$\frac{3,0}{6,0-1,2}$
Магнетроны	$\frac{100,0}{1000,0-8,0}$
Лампы накаливания	$\frac{0,64}{1,18-0,1}$
<i>Трансформаторы и дроссели</i>	
Трансформаторы входные	$\frac{1,09}{2,08-0,12}$
Трансформаторы выходные	0,09
Трансформаторы звуковой частоты	$\frac{0,02}{0,04-0,01}$
Трансформаторы высокочастотные	$\frac{0,045}{0,062-0,019}$
Трансформаторы импульсные	$\frac{0,17}{0,285-0,03}$
Трансформаторы напряжения накала	$\frac{0,027}{0,06-0,013}$
Трансформаторы анодные	$\frac{0,5}{1,69-0,03}$
Трансформаторы силовые	$\frac{0,025}{0,052-0,012}$
Трансформаторы развязывающие	$\frac{0,03}{0,093-0,011}$

Наименование элементов	Интенсивность отказов $\lambda \cdot 10^6, 1/\text{ч}$
Трансформаторы регулировочные	$\frac{0,1}{0,31-0,035}$
Автотрансформаторы	0,06
Дроссели	$\frac{0,34}{2,22-0,07}$
Дроссели низкочастотные	0,175
Дроссели высокочастотные	2,1
Дроссели с насыщением	$\frac{0,14}{0,32-0,12}$
Катушки индуктивности	$\frac{0,02}{1,018-0,001}$
Катушки индуктивности настроечные	$\frac{0,008}{0,02-0,001}$
Катушки индуктивности фокусирующие	0,05
Катушки соленоидные	$\frac{0,04}{0,09-0,02}$
Обмотки электродвигателя	$\frac{0,08}{0,045-0,01}$
<i>Реле, коммутационные и соединительные элементы</i>	
Реле	0,25/к.г.*
Реле герметические закрытые	0,04/к.г.
Реле мощные	0,3/к.г.
Реле малогабаритные	0,25/к.г.
Реле на 300—600 В	0,23/к.г.
Разъемы штепсельные	0,062/ш*
Разъемы с контрольным гнездом	0,0004/ш
Разъемы штепсельные телефонные	0,002/ш
Контакты	0,25/к.г.
Переключатели кнопочные	0,07/к.г.
Переключатели блокировочные	0,5/к.г.

Наименование элементов	Интенсивность отказов $\lambda \cdot 10^3, 1/ч$
Переключатели плунжерные	0,12/к.г.
Переключатели поворотные	0,175/к.г.
Переключатели мощные	0,07/к.г.
Переключатели миниатюрные	0,25/к.г.
Переходные колодки	<u>5,2</u>
	12,3—0,8
Гнезда	<u>0,01/ш</u>
	0,02/ш—0,002/ш
Клеммы, зажимы	0,0005
Панельки октальные ламповые	0,003/г
Тумблеры	<u>0,06/к</u>
	1,123/к—0,015/к
Выключатели магнитные	0,358
Выключатели термические	<u>0,3</u>
	0,5—0,028
Выключатели быстродействующие	<u>0,4/к</u>
	2,1/к—0,09/к
Провода соединительные	<u>0,015</u>
	0,12—0,008
Кабели	<u>0,475</u>
	2,2—0,002
Предохранители плавкие	<u>0,5</u>
	0,82—0,30
Соединения пайкой	0,01
Изоляторы	<u>0,05</u>
	1,54—0,03
Изолирующие шайбы, прокладки	0,001

Наименование элементов	Интенсивность отказов $\lambda \cdot 10^3, 1/ч$
<i>Источники питания</i>	
Аккумуляторы	$\frac{7,2}{19,0-0,35}$
Батареи одноразрядные	$\frac{30}{300-5}$
- Батареи заряжаемые	$\frac{1,4}{14,29-0,5}$
<i>Электродвигатели и сельсины</i>	
Асинхронные электродвигатели	$\frac{8,6}{11,2-4,49}$
Синхронные электродвигатели	$\frac{0,359}{6,25-0,159}$
Электродвигатели вентиляторные	2,25
Электродвигатели постоянного тока	9,36
Сельсины	$\frac{0,35}{0,61-0,09}$
Умформеры	$\frac{3,8}{8,86-1,15}$
Антенны	0,36
Волноводы гибкие	$\frac{2,64}{4,54-1,133}$
Волноводы жесткие	$\frac{1,1}{1,92-0,59}$
Выводы высокочастотные	$\frac{2,63}{4,22-1,131}$

* Размерность интенсивностей отказов равна 10^{-6} 1/ч.

Значения интенсивностей отказов приведены в виде дроби: в числителе дроби указаны средние значения интенсивностей отказов, в знаменателе — максимальные и минимальные значения. Некоторые значения интенсивностей отказов приведены на один контакт (к), штырек (ш), гнездо (г), коаксиальную группу (к. г.).

Интенсивности отказов резисторов в номинальном режиме ($T = +20^{\circ}\text{C}$; $K_{\text{н}} = 1$)

Типы резисторов	Номинальная мощность рассеяния $P_{\text{ном}}$, Вт										Интенсивность отказов (10^6 1/ч)				
	0,25	0,5	1	2	5	10	15	20	25	30		50	60	75	100
<i>Непроволочные</i>															
МЛТ	0,4	0,5	1,0	1,6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
ТВО	0,4	0,45	0,8	1,4	2,2	3,0	4,0	—	—	—	—	6,0	—	—	—
МОУ	0,5	0,55	1,1	1,5	2,3	3,1	—	—	4,2	—	—	5,5	—	—	10
МУН	0,6	0,6	1,2	2,0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
УНУ	0,6	0,7	1,2	1,7	2,3	3,0	—	—	4,8	—	—	8,0	—	—	12
КЭВ	0,6	0,75	1,3	1,75	2,4	3,1	—	—	5,0	—	—	—	—	—	—
ВС	0,7	0,8	1,35	1,8	2,5	3,3	—	—	—	—	—	—	—	—	—
УЛИ	0,6	0,65	1,3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
БЛП	0,7	0,75	1,4	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Таблица П-3-3

Интенсивность отказов конденсаторов в номинальном режиме
($T = +20^\circ \text{C}$; $K_n = 1$)

Типы конденсаторов	Интенсивность отказов $\lambda_0 \cdot 10^6, 1/\text{ч}$
Бумажные	1,8
Металлобумажные	2,0
Слюдяные	1,2
Стекланные	1,6
Керамические	1,4
Пленочные	2,0
Электролитические алюминиевые	2,4
Электролитические танталовые	2,2

Таблица П-3-4

Интенсивности отказов полупроводниковых приборов,
трансформаторов и моточных изделий (дрессели, катушки,
обмотки и т. п.) в номинальном режиме

Полупроводниковые приборы	Интенсивность отказов $\lambda_0 \cdot 10^6, 1/\text{ч}$ для приборов	
	германиевых	кремниевых
<i>Диоды</i>		
Выпрямители точечные	0,7	2
Выпрямители микроплоскостные	—	0,7
Выпрямители плоскостные	—	5
Импульсные точечные	3	—
Импульсные плоскостные мезадиоды	2	2,5
Импульсные сплавные	—	0,6
Управляемые	—	5
Стабилитроны	—	5
Варикапы	—	5
Выпрямительные столбы	—	5
Микромодульные	4,2	4,5
<i>Транзисторы</i>		
Маломощные низкочастотные	3	4
Мощные низкочастотные	4,6	—
Маломощные высокочастотные	2,6	—
Мощные высокочастотные	5	1,7
Микромодульные	1	—
<i>Трансформаторы и моточные изделия</i>		
Автотрансформаторы	5,0	
Силовые	3,0	
Высоковольтные	4,0	
Накальные анодные	2,0	
Импульсные	0,5	
Дрессели	1,0	
Катушки индуктивности	0,5	

Приложение 4

ТАБЛИЦЫ ПОПРАВОЧНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ДЛЯ ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ОТКАЗОВ

Таблица П-4-1

Поправочные коэффициенты k_1 и k_2 в зависимости от воздействия механических факторов на неамортизированную аппаратуру

Условия эксплуатации аппаратуры	Вибрация k_1	Ударные нагрузки k_2	Суммарные воздействия
Лабораторные	1,0	1,0	1,0
Стационарные (полевые)	1,04	1,03	1,07
Корабельные	1,3	1,05	1,37
Автофургонные	1,35	1,08	1,46
Железнодорожные	1,4	1,1	1,54
Самолетные	1,46	1,13	1,65

Таблица П-4-2

Поправочные коэффициенты k_3 в зависимости от воздействия влажности и температуры

Влажность, %	Температура, °С	Поправочный коэффициент k_3
60—70	20—40	1,0
90—98	20—25	2,0
90—98	30—40	2,5

Таблица П-4-3

Поправочные коэффициенты k_4 в зависимости от высоты

Высота, км	Поправочный коэффициент k_4	Высота, км	Поправочный коэффициент k_4
0—1	1,0	8—10	1,25
1—2	1,05	10—15	1,3
2—3	1,1	15—20	1,35
3—5	1,14	20—25	1,38
5—6	1,16	25—30	1,4
6—8	1,2	30—40	1,45

Поправочные коэффициенты $a_1 = \varphi(K_{\text{в}}, T, ^\circ\text{C})$ для интенсивностей отказов резисторов

Тип резисторов	Т, °С	Коэффициент нагрузки $K_{\text{н}}$										
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	
Непро- волочные	20	0,15	0,20	0,26	0,35	0,42	0,5	0,6	0,6	0,72	0,84	1,00
	25	0,18	0,23	0,30	0,39	0,46	0,56	0,67	0,79	0,94	1,10	1,26
	30	0,21	0,27	0,34	0,43	0,51	0,62	0,75	0,88	1,07	1,22	1,47
	35	0,23	0,30	0,38	0,47	0,56	0,69	0,84	0,99	1,22	1,38	1,71
	40	0,27	0,33	0,42	0,51	0,60	0,76	0,94	1,11	1,38	1,57	1,95
	45	0,30	0,36	0,46	0,55	0,66	0,84	1,05	1,24	1,38	1,76	2,22
	50	0,34	0,40	0,50	0,59	0,71	0,92	1,17	1,38	1,70	2,17	2,81
	60	0,40	0,47	0,57	0,67	0,82	1,08	1,43	1,70	2,17	2,41	3,14
	65	0,43	0,50	0,60	0,71	0,88	1,17	1,57	1,86	2,41	2,69	3,52
	70	0,46	0,54	0,64	0,75	0,94	1,26	1,72	2,04	2,69	2,99	3,94
75	0,50	0,58	0,68	0,79	1,00	1,35	1,88	2,25	2,99	3,31	4,40	
80	0,54	0,61	0,71	0,84	1,07	1,46	2,05	2,48	3,31	3,65	4,86	
85	0,57	0,66	0,75	0,88	1,14	1,55	2,20	2,73	3,65	4,04	5,40	
90	0,60	0,70	0,79	0,92	1,20	1,66	2,40	2,99	4,04			

95	0,64	0,74	0,82	0,96	1,26	1,76	2,58	3,27	4,46	6,05
100	0,69	0,78	0,87	1,00	1,32	1,88	2,77	3,60	4,90	6,70
20	0,01	0,02	0,02	0,05	0,10	0,20	0,34	0,51	0,73	1,00
25	0,02	0,03	0,03	0,07	0,12	0,22	0,39	0,55	0,77	1,05
30	0,02	0,04	0,04	0,08	0,14	0,26	0,43	0,60	0,81	1,10
35	0,03	0,05	0,05	0,09	0,16	0,29	0,48	0,64	0,86	1,19
40	0,04	0,06	0,06	0,11	0,19	0,32	0,53	0,69	0,92	1,29
45	0,05	0,07	0,07	0,12	0,22	0,36	0,57	0,75	0,99	1,41
55	0,07	0,09	0,09	0,15	0,27	0,43	0,68	0,88	1,16	1,71
60	0,08	0,10	0,10	0,17	0,30	0,47	0,73	0,95	1,27	1,91
65	0,09	0,11	0,11	0,18	0,32	0,51	0,79	1,04	1,43	2,18
70	0,10	0,12	0,12	0,20	0,35	0,56	0,85	1,14	1,60	2,51
75	0,11	0,13	0,14	0,21	0,37	0,61	0,91	1,24	1,80	2,89
80	0,12	0,14	0,15	0,22	0,40	0,67	0,98	1,36	2,01	3,25
85	0,13	0,16	0,17	0,24	0,43	0,73	1,07	1,50	2,26	3,65
90	0,14	0,17	0,18	0,26	0,46	0,80	1,15	1,65	2,51	4,05
95	0,15	0,18	0,19	0,28	0,49	0,88	1,24	1,82	2,80	4,49
100	0,16	0,18	0,20	0,30	0,52	0,96	1,33	2,00	3,15	5,00

Прово-
лочные

Таблица П-4-5

Поправочные коэффициенты $a_2 = \varphi(K_H; T, ^\circ\text{C})$
для интенсивностей отказов конденсаторов

Тип конденсаторов	T, °C	Коэффициент нагрузки K_H				
		0,1—0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
Бумажные Керамические Слюдяные негерметичные	20	0,06	0,08	0,10	0,18	0,23
	25	0,07	0,08	0,10	0,21	0,25
	30	0,07	0,08	0,11	0,22	0,27
	35	0,07	0,09	0,12	0,24	0,31
	40	0,07	0,09	0,13	0,28	0,35
	50	0,08	0,10	0,15	0,36	0,46
	60	0,10	0,12	0,20	0,45	0,62
	65	0,11	0,13	0,23	0,55	0,66
	70	0,13	0,15	0,26	0,60	0,83
	75	0,15	0,17	0,33	0,73	1,13
	80	0,17	0,22	0,43	0,92	1,46
	85	0,25	0,30	0,65	1,14	1,88
	90	0,33	0,38	0,82	1,70	2,40
	95	0,43	0,47	1,08	2,40	2,90
	100	0,55	0,57	1,36	3,00	3,40
Слюдяные герметичные	20	0,28	0,36	0,49	0,18	0,23
	25	0,29	0,37	0,49	0,21	0,25
	30	0,30	0,38	0,50	0,22	0,27
	35	0,32	0,39	0,51	0,24	0,31
	40	0,34	0,42	0,54	0,28	0,35
	45	0,36	0,45	0,59	0,33	0,40
	50	0,38	0,49	0,63	0,36	0,46
	55	0,42	0,54	0,67	0,40	0,53
	60	0,46	0,61	0,75	0,45	0,62
	65	0,51	0,68	0,85	0,55	0,66
	70	0,58	0,76	0,96	0,60	0,83
	75	0,66	0,86	1,14	0,73	1,13
	80	0,75	0,97	1,40	0,92	1,46
	85	0,85	1,13	1,95	1,14	1,88
	90	0,98	1,30	2,80	1,70	2,40
95	1,12	1,50	3,50	2,40	2,90	
100	1,30	1,70	4,50	3,00	3,40	
Металлобумажные, стеклянные, пленочные	20	0,28	0,36	0,49	0,64	0,80
	25	0,29	0,37	0,49	0,66	0,88
	30	0,30	0,38	0,50	0,70	0,94
	35	0,32	0,39	0,51	0,75	1,00
	40	0,34	0,42	0,54	0,80	1,10
	45	0,36	0,45	0,59	0,86	1,25

Тип конденсаторов	T, °C	Коэффициент нагрузки K_H				
		0,1—0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
	50	0,38	0,49	0,63	0,95	1,43
	60	0,46	0,61	0,75	1,19	2,00
	65	0,51	0,68	0,85	1,37	2,10
	70	0,58	0,76	0,96	1,58	2,30
	75	0,66	0,86	1,14	1,87	2,50
	80	0,75	0,97	1,40	2,10	2,80
	85	0,85	1,13	1,95	2,30	3,40
	90	0,98	1,30	2,80	2,70	3,80
	95	1,12	1,50	3,50	3,00	4,40
	100	1,30	1,70	4,50	3,50	5,00
Электролитические алюминиевым анодом	20	0,65	0,48	0,40	0,48	0,65
	25	0,72	0,54	0,44	0,54	0,72
	30	0,82	0,60	0,48	0,60	0,82
	35	1,00	0,73	0,56	0,73	1,00
	40	1,24	0,90	0,64	0,90	1,24
	45	1,48	1,12	0,80	1,12	1,48
	50	1,73	1,40	1,17	1,40	1,73
	55	1,95	1,70	1,38	1,70	1,95
	60	2,30	2,10	1,80	2,10	2,30
	65	3,50	2,80	2,26	2,80	3,50
	70	4,30	3,60	2,90	3,60	4,30
	75	5,50	4,60	4,00	4,60	5,50
	80	7,00	5,60	4,40	5,60	7,00
	85	8,70	6,80	5,50	6,80	8,80
	90	11,0	8,00	6,50	8,00	11,0
95	14,0	9,50	7,70	9,50	14,0	
100	18,0	11,4	9,00	11,4	18,0	
Электролитические танталовым анодом	20	0,39	0,20	0,20	0,20	0,39
	25	0,40	0,21	0,21	0,21	0,40
	30	0,41	0,22	0,22	0,22	0,41
	35	0,43	0,26	0,26	0,26	0,43
	40	0,47	0,30	0,30	0,30	0,47
	45	0,53	0,35	0,35	0,35	0,53
	50	0,57	0,40	0,40	0,40	0,57
	55	0,64	0,45	0,45	0,45	0,64
	60	0,70	0,50	0,50	0,50	0,70
	65	0,78	0,57	0,57	0,57	0,78
	70	0,86	0,65	0,65	0,65	0,86
	75	0,94	0,72	0,72	0,72	0,94
	80	1,05	0,80	0,80	0,80	1,05
	85	1,17	0,90	0,90	0,90	1,17

Тип конденсаторов	T, °C	Коэффициент на грузки K_H				
		0,1—0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
Электролитические танталовым анодом	90	1,30	1,00	1,00	1,00	1,30
	95	1,45	1,12	1,12	1,12	1,45
	100	1,65	1,25	1,25	1,25	1,65

Таблица П-4-6

Поправочные коэффициенты $a_3 = \varphi (K_H; T, °C)$
для интенсивностей отказов полупроводниковых приборов

Полупроводни- ковые приборы	T, °C	Коэффициент нагрузки K_H							
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
<i>Диоды</i>									
Германиевые	20	0,09	0,15	0,22	0,30	0,39	0,50	0,62	0,74
	25	0,10	0,16	0,24	0,32	0,42	0,52	0,64	0,76
	30	0,12	0,19	0,26	0,35	0,45	0,55	0,66	0,79
	35	0,13	0,20	0,29	0,38	0,47	0,58	0,70	0,85
	40	0,15	0,23	0,32	0,41	0,51	0,63	0,76	0,91
	45	0,17	0,26	0,37	0,49	0,62	0,77	0,94	1,15
	50	0,20	0,32	0,45	0,60	0,76	0,95	1,15	1,41
	55	0,31	0,42	0,54	0,70	0,89	1,13	1,40	1,73
	60	0,42	0,53	0,66	0,86	1,13	1,40	1,75	2,13
Кремниевые	20	0,77	0,77	0,78	0,79	0,81	0,83	0,85	0,88
	25	0,80	0,80	0,81	0,83	0,84	0,87	0,89	0,92
	30	0,85	0,85	0,85	0,86	0,88	0,90	0,92	0,97
	35	0,88	0,88	0,88	0,90	0,92	0,95	0,97	1,03
	40	0,92	0,92	0,92	0,94	0,97	1,00	1,04	1,08
	45	0,94	0,95	0,96	0,98	1,00	1,04	1,08	1,13
	50	0,96	0,98	1,00	1,02	1,05	1,09	1,13	1,19
	55	0,98	1,01	1,04	1,07	1,11	1,16	1,22	1,29
	60	1,00	1,04	1,08	1,11	1,16	1,22	1,30	1,39
<i>Транзисторы</i>									
Германиевые	20	0,20	0,23	0,26	0,35	0,42	0,50	0,70	0,74
	25	0,20	0,24	0,29	0,40	0,47	0,57	0,75	0,83
	30	0,21	0,27	0,32	0,45	0,52	0,65	0,83	0,95
	35	0,23	0,29	0,36	0,50	0,58	0,73	0,93	1,07
	40	0,25	0,32	0,40	0,55	0,66	0,81	1,04	1,22
	45	0,27	0,36	0,45	0,61	0,74	0,94	1,17	1,36
	50	0,30	0,42	0,50	0,68	0,84	1,08	1,31	1,50
	55	0,34	0,46	0,56	0,76	0,96	1,23	1,47	1,68
	60	0,39	0,52	0,63	0,86	1,10	1,38	1,65	1,90

Полупроводниковые приборы	t, °C	Коэффициент нагрузки K _н							
		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
	65	0,44	0,57	0,71	0,98	1,25	1,55	1,84	2,13
	70	0,49	0,63	0,80	1,11	1,40	1,73	2,05	2,35
	75	0,54	0,69	0,91	1,25	1,57	1,92	2,24	2,59
Кремниевые	20	0,06	0,16	0,18	0,20	0,35	0,43	0,52	0,63
	25	0,06	0,16	0,18	0,21	0,36	0,44	0,53	0,65
	30	0,06	0,16	0,19	0,22	0,37	0,46	0,55	0,67
	35	0,07	0,16	0,19	0,22	0,39	0,49	0,57	0,70
	40	0,07	0,17	0,20	0,23	0,40	0,51	0,59	0,72
	45	0,07	0,17	0,20	0,23	0,42	0,53	0,62	0,75
	50	0,08	0,18	0,21	0,24	0,45	0,55	0,65	0,78
	55	0,08	0,18	0,21	0,25	0,47	0,58	0,68	0,81
	60	0,08	0,19	0,22	0,26	0,50	0,61	0,71	0,85
	65	0,09	0,19	0,22	0,26	0,53	0,65	0,76	0,90
	70	0,09	0,20	0,23	0,27	0,56	0,70	0,81	0,97
	75	0,09	0,20	0,23	0,28	0,60	0,74	0,87	1,04

Таблица П-4-7

Поправочные коэффициенты $a_4 = \varphi(K_n; T, °C)$
 для интенсивностей отказов моточных изделий, трансформаторов
 и обмоток электрических машин

T, °C	Коэффициент нагрузки K _н							
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
20	0,1	0,1	0,1	0,2	0,3	0,6	0,8	1,0
25	0,1	0,1	0,2	0,3	0,5	0,8	1,2	1,3
30	0,1	0,1	0,2	0,3	0,6	1,0	1,4	1,6
35	0,1	0,1	0,2	0,4	0,9	1,3	1,9	2,5
40	0,1	0,2	0,2	0,5	1,2	1,8	2,4	3,0
45	0,2	0,2	0,3	0,6	1,4	2,3	3,2	4,2
50	0,2	0,2	0,3	0,8	1,8	2,8	4,0	5,2
55	0,2	0,2	0,3	1,0	2,2	3,5	5,2	6,9
60	0,2	0,3	0,4	1,2	2,5	4,1	6,4	8,6
65	0,2	0,3	0,5	1,6	3,4	5,7	8,5	11,5
70	0,3	0,4	0,6	2,0	4,2	7,2	10,7	14,0

Приложение 5

ФОРМЫ ТАБЛИЦ ДЛЯ РАСЧЕТА СУММАРНЫХ ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ОТКАЗОВ

Таблица П-5-1

Определение интенсивности отказов при прикидочном
расчете надежности

Поряд- ковый номер	Типы эле- ментов	Число элементов определенного типа N_l , шт.	Интенсивность отказов элемен- тов определенно- го типа $\lambda_l \cdot 10^6$, 1/ч	Интенсивность отказов $N_l \lambda_l \cdot 10^6$, 1/ч	Примеча- ние
1					
2					
...					
n					

$$\Lambda = \sum_{l=1}^d N_l \lambda_l$$

Таблица П-5-2

Определение интенсивности отказов при расчете надежности
по средним значениям интенсивности отказов элементов

Поряд- ковый номер	Наимено- вание, ти- пы и мар- ки эле- ментов	Обозна- чение эле- мента на схеме	Число элементов N_j , шт.	Интенсив- ность отказов $\lambda_j = \lambda_{0j} K_l \times$ $\times 10^6$, 1/ч	Интенсивность отказов $N_j \lambda_j \cdot 10^6$, 1/ч	Примеча- ние
1						
2						
3						
...						
n						

$$\Lambda = \sum_{j=1}^n N_j \lambda_j$$

Таблица П-5-3

Определение интенсивности отказов при уточненном расчете надежности с использованием поправочных коэффициентов $a_i = \varphi(K_H; T, ^\circ\text{C})$

Порядковый номер	Наименование элемента	Схемное обозначение	Тип элемента	Количество элементов N_j , шт.	Интенсивность отказов в номинальном режиме $\lambda_{0j} \cdot 10^6, 1/\text{ч}$	Коэффициент нагрузки K_H	Температура $T, ^\circ\text{C}$	Поправочный коэффициент a_i	Интенсивность отказов j -го элемента с учетом внешних условий $\lambda_j = \lambda_{0j} K_i \times 10^6, 1/\text{ч}$	Интенсивность отказов j -го элемента в рабочем режиме $\lambda_j a_i \cdot 10^6, 1/\text{ч}$	Интенсивность отказов j -й группы элементов $N_j \lambda_j a_i \cdot 10^6, 1/\text{ч}$
1											
2											
3											
.											
.											
.											
n											

$$\Lambda = \sum_{j=1}^n N_j \lambda_j a_i$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Вентцель Е. С.** Исследование операций. М., «Советское радио», 1972. 552 с. с ил.
2. **Горский Л. К.** Статистические алгоритмы исследования надежности. М., «Наука». 1970. 400 с. с ил.
3. **Горяинов В. Т., Журавлев А. Г., Тихонов В. И.** Примеры и задачи по статистической радиотехнике. М., «Советское радио», 1970. 597 с. с ил.
4. **Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьев А. Д.** Математические методы в теории надежности. М., «Наука», 1965. 524 с.
5. **Дружинин Г. В.** Надежность систем автоматики. М., «Энергия», 1967. 528 с. с ил.
6. **Дружинин Г. В.** Процессы технического обслуживания автоматизированных систем М., «Энергия», 1973. 272 с. с ил
7. **Колегаев Р. Н.** Определение оптимальной долговечности технических систем. М., «Советское радио», 1967. 113 с. с ил.
8. **Козлов Б. А., Ушаков И. А.** Краткий справочник по расчету надежности радиоэлектронной аппаратуры. М., «Советское радио», 1966. 432 с. с ил.
9. **Методика** выбора норм надежности промышленных изделий. М., Изд-во ВНИИС, 1969.
10. **Общая методика** выбора номенклатуры нормируемых показателей надежности технических устройств (для включения в ГОСТ, ТУ, ТЗ и в систему планирования). М., Изд-во ВНИИС, 1968.
11. **Полляк Ю. Г.** Вероятностное моделирование на электронных вычислительных машинах. М., «Советское радио», 1971, 400 с. с ил.
12. **Сборник задач** по теории надежности. М., «Советское радио», 1972, 408 с. с ил Авторы: А. М. Половко, И. М. Маликов, А. Н. Жигарь.
13. **Половко А. М.** Основы теории надежности. М., «Наука», 1964. 446 с. с ил.
14. **Рябинин И. А.** Основы теории расчета надежности судовых электроэнергетических систем. М., «Судостроение», 1971. 456 с. с ил.
15. **Степанов С. В.** Профилактические работы и сроки их проведения. М., «Советское радио», 1972. 136 с. с ил.
16. **Ушаков И. А.** Методы решения простейших задач оптимального резервирования при наличии ограничений. М., «Советское радио», 1969. 176 с. с ил.
17. **Фролов А. Д.** Теоретические основы конструирования и надежности радиоэлектронной аппаратуры. М., «Высшая школа», 1970. 488 с. с ил.
18. **Шастова Г. А., Коекин А. И.** Выбор и оптимизация структуры информационных систем. М., «Энергия», 1972. 272 с. с ил.
19. **Широков А. М.** Надежность радиоэлектронных устройств. М., «Высшая школа», 1972. 256 с. с ил.
20. **Основы теории** надежности и эксплуатации радиоэлектронной техники. М., «Советское радио», 1964. 552 с. с ил. Авт.: Н. А. Шишонков и др.
21. **Шор Я. Б., Кузьмин Ф. И.** Таблицы для анализа и контроля надежности. М., «Советское радио», 1970. 288 с. с ил.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

А

Алгоритм вероятностного моделирования 380

Б

Блок-схема операторов 381

В

Вейбулла закон распределения 12
Вероятность безотказной работы 9
— отказа 144
— — условная 10, 11
Влияние переключающих устройств 147
— режимов работы 137
Восстановление неограниченное 224
— ограниченное 222
Время восстановления 217
Выборка 63

Г

Гамма-распределение 12
Гамма-функция 21
Гипотеза статистическая 61, 68

Д

Дефект 9
Дисперсия наработки до отказа 13
Доверительная вероятность 63
Доверительный интервал 63
Долговечность 5, 328
Доминирующая последовательность 261, 272
Доход 35, 38
— средний 38, 45
— — в единицу наработки 38

З

Затраты полные 290
— приведенные 34
Значение средней наработки до отказа браковочное 72
— — — — — приемочное 72

И

Изделия перемонтируемые 9
— ремонтируемые 14
— — без восстановления в процессе применения 14
— — с восстановлением в процессе применения 14
Интенсивность восстановления 228
— отказов 10, 12
Испытания на надежность контрольные 59, 70
— — — определительные 59, 61

К

Квантили распределения нормального 65
— — Стьюдента 98
— — ХИ-квадрат 14
Контроль надежности одновыборочный 70
— — последовательный 72
Координатные сетки 62

Коэффициент готовности 17
— нагрузки элементов 137
— нормативный экономической эффективности 34
— поправочный на интенсивность отказов элементов 137
— простоя 17
Кратность резервирования 140
Критерий согласия Колмогорова 69
— — Пирсона 69
— эффективности 286

Л

Лапласа преобразование 16, 26, 189, 229
— функция нормированная 14, 22

М

Метод максимального правдоподобия 62
— градиентный 259
— графический 62
— Лагранжа неопределенных множителей 54, 258
— моментов 62
— наименьших квадратов 42
Моделирование вероятностное 380

Н

Надежность объекта 8
— параметрическая 304
Наработка 9
— до отказа 9
— заданная 9
— на отказ 16
— — — средняя 11, 13, 19
— суммарная 59
Неработоспособность 8
Нормы надежности 32, 34, 43

О

Оперативная характеристика плана контроля 71
Ординарность потока отказов 15
Отказ 8
— внезапный 9
— коррелированный 17
— параметрический 310
— постепенный 9
— типа «короткое замыкание» 144, 172
— — «обрыв» 144, 172
Отношение правдоподобия 72
Оценка параметров интервальная 63
— — точечная 61

П

Параметр определяющий 304, 316
— потока отказов 15, 16
План испытаний 60
— контроля вероятности отказа 70
— — доли брака 70
— — значений параметров распределения наработки до отказа 70
— — по наработке 72
Плотность распределения наработки до отказа 10, 12

Поток отказов 15
 — параметрических 304
 — пуассоновский 15
 — стационарный 15
 — с ограниченным последствием 16
 Приемочное число 70
 Программа обеспечения надежности 36
 Программирование динамическое 261
 Профилактика 325
 — календарная 325
 — комбинированная 325
 — регламентная 325

Р

Распределение альфа 12
 — биномиальное 71
 — Вейбулла 12
 — гамма 12
 — гипергеометрическое 71
 — нормальное 11, 12
 — показательное 11, 12
 — Пуассона 71
 — Релея 12
 Работоспособность 8
 Расчет надежности 133, 215
 Резерв нагруженный 139, 142
 — ненагруженный 139, 145
 — облегченный 139, 145
 Резервирование 139, 141
 — активное 139, 142, 145
 — общее 140, 142
 — оптимальное 256
 — пассивное 139, 142
 — раздельное 140, 143
 — скользящее 142, 147
 — с дробной кратностью 142, 144
 — — неизменной нагрузкой 140, 142
 — — перераспределением нагрузки 140, 148, 177

Ресурс 310
 Риск поставщика 70
 — потребителя 70

С

Соединение элементов на логической схеме надежности параллельное 134
 — — — — — последовательное 134
 Статистический приемочный контроль надежности 70
 — ряд 79
 Степеней свободы числа 64
 Схема надежности логическая 134
 — состояний 135, 217

Т

Техническое обслуживание 31
 Технический объект 18
 Технологичность обслуживания 330

У

Уравнение возобновления 16
 Уровень вероятности отказа браковочный 70
 — — — приемочный 70
 Условные распределения наработки между отказами 15, 16

Ф

Функция готовности 17
 — надежности 9, 13
 — ненадежности 9
 — простоя 17

Э

Экономический показатель эффективности 289
 Экспериментальный график 60
 Эффект средний приведенный 33

Георгий Васильевич Дружинин,
 Станислав Владимирович Степанов,
 Валентина Леонидовна Шихматова,
 Геннадий Андреевич Ярыгин

ТЕОРИЯ НАДЕЖНОСТИ РАДИОЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМ В ПРИМЕРАХ И ЗАДАЧАХ

Редактор В. И. Фридендер
 Редактор издательства А. А. Цитленко
 Переплет художника П. П. Перевалова
 Технический редактор Л. А. Молодцова
 Корректор В. С. Антипова

Сдано в набор 17/IX 1975 г. Подписано к печати 11/III 1976 г. Т-04492.
 Формат 84×108¹/₃₂. Бумага типографская № 2. Усл. печ. л. 23,52.
 Уч. -изд. л. 22,80. Тираж 18 000 экз. Зак. 313а. Цена 96 коп

Издательство «Энергия», Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10

Владимирская типография Союзполиграфпрома
 при Государственном комитете Совета Министров СССР
 по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.
 600610, Гор. Владимир, ул. Победы, д. 18-б.