

# Einführung in das Physikalische Praktikum

für Studierende der Medizin und anderer Fächer

von

**Christian Gerthsen und Max Pollermann**

Mit 125 Abbildungen



Springer-Verlag  
Berlin Heidelberg GmbH

# **Einführung in das Physikalische Praktikum**

**für Studierende der Medizin und anderer Fächer**

**von**

**Christian Gerthsen und Max Pollermann**

**Mit 125 Abbildungen**



**Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH**

**1941**

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung  
in fremde Sprachen, vorbehalten.  
Copyright 1941 by Springer-Verlag Berlin Heidelberg  
Ursprünglich erschienen bei Springer -Verlag, OHG. in Berlin 1941

ISBN 978-3-662-27344-9    ISBN 978-3-662-28831-3 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-662-28831-3

## Vorwort.

Das Erlernen jeder Naturwissenschaft fordert die Durchführung von praktischen Übungen. Nachdem schon seit langem viele Mediziner aus dieser Erkenntnis heraus freiwillig am physikalischen Praktikum teilnahmen, ist nunmehr jeder Mediziner nach den Prüfungsbestimmungen von 1939 zum Besuch des Physikalischen Praktikums verpflichtet.

Zweck und Ziel des Praktikums muß es sein, den Praktikanten mit den Methoden des physikalischen Messens bekannt zu machen, ihm eine möglichst weitgehende Kenntnis physikalischer Apparate und ihrer Handhabung zu vermitteln, die „Angst vor dem Apparat“ zu beseitigen, vor allem aber auch ihn von den gesetzmäßigen Zusammenhängen der Naturerscheinungen durch eigene Erfahrungen zu überzeugen. Daneben wird man gerne diese Übungen dazu benutzen, in übersichtlicher Form das für den Studierenden Wichtigste zusammenzufassen, was er einerseits für seine physiologischen Studien braucht und was ihm andererseits als Grundlage der vielseitigen Methoden der modernen physikalischen Therapie und medizinischen Technik bekannt sein muß.

Aus diesem Grunde beschränkt sich das Praktikum für Mediziner, so wie ich es im I. Physikalischen Institut der Universität Berlin eingeführt und früher im Physikalischen Institut der Universität Gießen erprobt habe, nicht auf die Ausführung nur weniger Meßaufgaben in der Ausführlichkeit und Strenge, wie sie der Physikstudent durchzuführen hat (der Mediziner, welcher Physiologe werden will, wird ein größeres physikalisches Praktikum besuchen müssen). Vielmehr gelingt es, ihn fast alle Aufgaben durchführen zu lassen, die in diesem Buch behandelt werden. Die dazu erforderliche Organisation ist die Folgende: vier mal zwei (oder die doppelte Zahl) Studierende werden für die ganze Dauer des Semesters unter die Führung eines Assistenten gestellt. Die Versuche sind zu Serien (s. S. 98) von im allgemeinen je vier Aufgaben zusammengefaßt, die inhaltlich zusammengehören. Jede Serie wird an einem Tage bearbeitet, indem die zu ihr gehörenden Versuche von den Untergruppen (je zwei Praktikanten) in zyklischer Vertauschung ausgeführt werden. Hierdurch wird ermög-

licht, daß die Vorbesprechung durch den Assistenten mit allen Angehörigen seiner Gruppe gemeinsam durchgeführt werden kann.

Die Bearbeitung jeder Praktikumsaufgabe ist wertlos, wenn sie ohne klare Kenntnis der ihr zugrunde liegenden physikalischen Begriffe und Gesetze erfolgt. Da auf Grund der Lehrpläne das Praktikum während der ersten beiden Semester gemacht werden soll, kann diese Kenntnis günstigstenfalls zur Hälfte aus der Vorlesung erworben sein. Da erfahrungsgemäß das selbständige Zurechtfinden in einem größeren Lehrbuch ohne Vorbereitung durch die Vorlesung nur wenigen Studierenden gelingt, muß im Gegensatz zu den bekannten Einführungen in das physikalische Praktikum das vorliegende Buch in erster Linie auf die Grundlegung der Begriffe und Formulierung der Gesetze freilich unter unmittelbarer Überleitung zu den Versuchen Wert legen. Da der Umfang aus vielen Gründen sehr beschränkt bleiben muß, kann diese Aufgabe natürlich nicht vollständig und auch nicht immer in aller Strenge gelöst werden. Wie weit hier gegangen werden muß, wird aus langjähriger Erfahrung geschlossen. Klare Grenzen sind nicht gegeben, und deshalb kann sich die Tätigkeit des Gruppenleiters nicht darauf beschränken, technische Anweisungen zu geben und die Ausführung und Auswertung der Versuche zu überwachen; vielmehr erwachsen ihm daneben noch erhebliche Lehraufgaben.

Zahlreiche Abbildungen, Schaltskizzen und graphische Darstellungen sollen den Inhalt beleben und die Übersicht erleichtern. Sie sind alle für dieses Buch von Herrn Dr. M. Pollermann entworfen und gezeichnet.

Das Buch ist natürlich ebenfalls für den Zahnmediziner und den Pharmazeuten geeignet. Als Einführung in das physikalische Praktikum möchte es sich aber auch an einen größeren Kreis von Naturwissenschaftlern und an der Physik Interessierten wenden, vor allem an den Chemiker, der aus ihm Nutzen für die Vorbereitung zur Durchführung seiner Aufgaben ziehen kann, wenn ihm kein größeres Praktikumsbuch zur Verfügung steht.

Unser besonderer Dank gebührt dem Springer-Verlag für die ausgezeichnete Ausstattung des Buches.

Berlin, I. Physikalisches Institut, im September 1941.

**Chr. Gerthsen**

## Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Wägung und Dichtebestimmung . . . . .	1
Ausführung einer Wägung . . . . .	2
Bestimmung von Dichte oder spezifischem Gewicht . . . . .	3
Schwingungen und Wellen . . . . .	6
Die lineare Schwingung . . . . .	6
Die Drehachswingung . . . . .	7
Schwingungen elastischer Körper . . . . .	8
Wellenausbreitung . . . . .	10
Die KUNDTsche Röhre . . . . .	13
Die QUINCKEsche Röhre . . . . .	14
Oberflächenspannung und innere Reibung . . . . .	15
Die Oberflächenspannung . . . . .	16
Die LENARDsche Bügelmethode . . . . .	17
Steighöhenmethode . . . . .	19
Die innere Reibung . . . . .	20
Das Kapillarviskosimeter nach OSTWALD . . . . .	22
Die Kugelfallmethode . . . . .	23
Thermometrie . . . . .	23
Das Luftthermometer . . . . .	25
Thermoelemente . . . . .	26
Hygrometrie . . . . .	28
Kalorimetrie . . . . .	30
Bestimmung der spez. Wärme mit dem Mischungskalorimeter . . . . .	31
Messung der Umwandlungswärme (latente Wärme) . . . . .	32
Messung des elektrischen Wärmeäquivalents . . . . .	34
Messung von Strom und Spannung . . . . .	34
Strommessung mit dem Voltameter . . . . .	35
Strommessung mit Drehspulinstrumenten . . . . .	37
Spannungsmessung nach der POGGENDORFFschen Kompensationsmethode . . . . .	41
Spannungsmessung mit dem statischen Voltmeter (Elektrometer) . . . . .	42
Messung elektrischer Widerstände . . . . .	43
WHEATSTONEsche Brücke . . . . .	45
Widerstandsmessung von Elektrolyten . . . . .	47
Messungen an Wechselströmen . . . . .	48
Durchgang des Wechselstroms durch einen OHMSchen Widerstand . . . . .	50
Induktiver Widerstand . . . . .	51
Kapazitiver Widerstand . . . . .	54
Elektrische Schwingungen . . . . .	56
Der Transformator . . . . .	59

	Seite
Geometrische Optik . . . . .	61
Linsen . . . . .	62
Vergrößerung eines Mikroskops . . . . .	67
Refraktometrie . . . . .	69
Wellenoptik . . . . .	70
Das Beugungsgitter . . . . .	72
Das Prismenspektrometer . . . . .	74
Polarimetrie . . . . .	75
Photometrie . . . . .	78
Messung von Lichtstärken mit dem Photometer . . . . .	80
Photometrie farbiger Lichtquellen . . . . .	81
Die objektiven Methoden der Photometrie . . . . .	82
Messung des Absorptionskoeffizienten von Rauchglas mit der Photozelle . . . . .	84
Messung der Beleuchtungsstärke mit dem Photoelement . . . . .	85
Röntgenstrahlen . . . . .	85
Wesen der Röntgenstrahlen . . . . .	85
Erzeugung der Röntgenstrahlen . . . . .	87
Nachweis und Messung der primären Röntgenstrahlen . . . . .	89
Nachweis und Messung der sekundären Röntgenstrahlen . . . . .	94
Anhang: Übersicht über die wichtigsten Meßgrößen und Einheiten . . . . .	97
Übersicht über die wichtigsten elektrischen Meßgeräte und Apparate . . . . .	98

### Wägung und Dichtebestimmung.

Die Kraft, mit der ein Körper von der Erde angezogen wird, bezeichnet man als sein *Gewicht*. Dieses Gewicht ist seiner *Masse* proportional. Die Messung von Massen kann daher auf die Messung von Gewichten, d. h. von Kräften zurückgeführt werden. Die Einheit der Masse ist das Kilogramm.

Unter der Wägung versteht man den Vergleich der zu wägenden Masse mit bekannten Massen eines Gewichtssatzes. Dieser Vergleich erfolgt auf der Waage (Analysenwaage). An dem gleicharmigen Hebel der Waage werden die von den Gewichten bewirkten Drehmomente ins Gleichgewicht gesetzt. Als Nullstellung bezeichnet man die Einstellung, bei der der Schwerpunkt des Waagebalkens unter seinem Drehpunkt liegt. Wenn man den Waagebalken aus dieser Stellung herausgedreht hat, so schwingt er mit abnehmender Schwingungsweite um die Nullstellung herum. Die Zeit für eine Hin- und Herschwingung heißt *Schwingungsdauer*. Bei ungleicher Belastung verschiebt sich die Nullstellung. Diese Nullstellung kann am Ausschlag des Zeigers *Z* auf einer Skala abgelesen werden. Der Ausschlag *s* für ein Übergewicht von einem Milligramm heißt *Empfindlichkeit* der Waage. Das größte Gewicht, das mit einer Waage noch gewogen werden darf, heißt *Belastbarkeit*. Von einer guten Waage verlangt man hohe Empfindlichkeit, kleine Schwingungsdauer und hohe Belastbarkeit.

Die Empfindlichkeit kann man berechnen, wenn man die Länge  $2L$  (Abb. 1) und das Gewicht  $G$  des Waagebalkens, den Abstand  $h$  des Schwerpunkts  $S$  von der Drehachse und die Zeigerlänge  $Z$  kennt. Beim Ausschlagswinkel  $\alpha$  müssen nämlich die Drehmomente des im Schwerpunkt angreifenden Balkengewichts und des Übergewichts einander gleich sein, also:

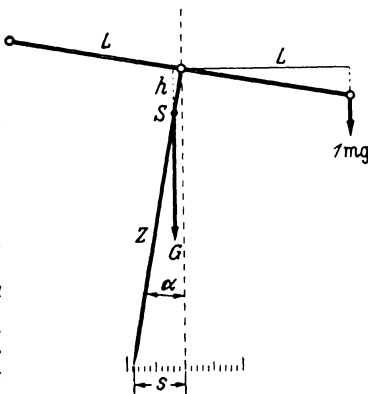


Abb. 1. Zur Empfindlichkeit der Waage.



$$h \cdot \sin \alpha \cdot G = L \cdot \cos \alpha \cdot 0,001$$

$$\text{oder } \operatorname{tg} \alpha = \frac{L}{h \cdot G} \cdot 0,001$$

Da die Empfindlichkeit  $s = Z \operatorname{tg} \alpha$  ist,

$$\text{folgt } s = Z \cdot \frac{L}{h \cdot G} \cdot 0,001 .$$

Kleines Balkengewicht, kleiner Schwerpunktsabstand, große Balkenlänge und große Zeigerlänge ergeben hohe Empfindlichkeit. Nun bedingt aber eine Vergrößerung der Balkenlänge eine weit stärkere Vergrößerung des Gewichtes, wenn die notwendige Festigkeit und damit Belastbarkeit gewahrt bleiben soll. Deshalb wird eine kleine Balkenlänge bevorzugt. Sie hat noch den Vorteil, daß dann auch die Schwingungsdauer kleiner wird.

Da die Waage ein physikalisches Pendel darstellt, ist die Schwingungsdauer  $T = 2\pi \sqrt{\frac{\text{Trägheitsmoment}}{\text{Direktionskraft}}}$  (S. 7).

Kleine Balkenlänge bedeutet kleines Trägheitsmoment und damit kleine Schwingungsdauer. Kleiner Schwerpunktsabstand bedingt ein kleines rücktreibendes Drehmoment, also kleine Direktionskraft und damit Vergrößerung der Schwingungsdauer. Deshalb kann man den Schwerpunktsabstand  $h$  nicht beliebig klein machen.

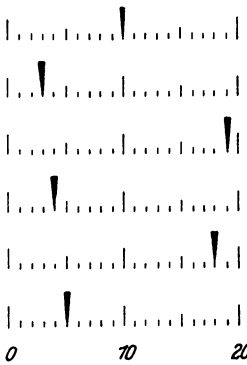


Abb. 2. Beispiel zur Nullpunktbestimmung.

**Ausführung einer Wägung:** Man wartet bei einer Wägung nicht die Einstellung der Waage ab, sondern bestimmt ihren Nullpunkt als Mittel aus einer ungeraden Zahl von Ausschlägen, also etwa von drei nach links und zwei nach rechts (Abb. 2). Liegen dann z. B. die Ausschläge

nach links bei	nach rechts bei
3	19
4	18
5	18

also im Mittel bei  $\frac{12}{3} = 4$  und  $\frac{37}{2} = 18,5$

dann liegt der Nullpunkt bei

$$\frac{4 + 18,5}{2} = 11,25 .$$

Vor und nach jeder Wägung muß auf diese Weise der Nullpunkt

bestimmt werden, da er sich allmählich ändern kann. Auch der Nullpunkt der belasteten Waage wird so bestimmt.

Es gibt moderne Waagen, welche eine so starke Dämpfung haben, daß die Waage schon nach einer Schwingung zur Ruhe kommt. Hier kann die Ablesung direkt vorgenommen werden.

**Bestimmung von Dichte oder spezifischem Gewicht:** Unter der *Dichte* eines Stoffes versteht man das Verhältnis seiner Masse zu seinem Volumen.

$$\text{Dichte} = \frac{\text{Masse in g}}{\text{Volumen in cm}^3} .$$

Das *spezifische Gewicht* eines Stoffes gibt das Verhältnis seines Gewichtes zu seinem Volumen an.

$$\text{Spezifisches Gewicht} = \frac{\text{Gewicht in g}}{\text{Volumen in cm}^3} .$$

Häufig wird auch unter dem spezifischen Gewicht die reine Verhältniszahl verstanden, welche angibt, wieviel mal schwerer der Stoff ist, als eine Wassermenge vom gleichen Volumen. Da Wasser die Dichte 1 hat, gilt ganz allgemein: Maßzahl der Dichte = Spezifisches Gewicht.

a) **Dichte aus Wägung und Volumenberechnung:** Die Masse kann auf der Waage bestimmt werden, das Volumen einfach geformter Körper aus gemessenen Längen berechnet werden. Um die Kantenlängen eines Quaders aus Messing zu bestimmen, klemmt man ihn zwischen die Backen der *Schublehre* (Abb. 3).

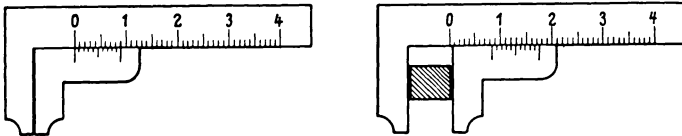


Abb. 3. Schublehre mit Nonius.

An der Verschiebung des Nullstriches des *Nonius* (Nebenskala) auf der *Hauptskala* liest man Länge, Breite und Höhe in Millimetern ab. Zur Abschätzung der Zehntelmillimeter sucht man denjenigen Teilstrich des Nonius, der mit einem Teilstrich der Hauptskala zusammenfällt. Ist es der Vierte, dann hat man zu der Zahl der Millimeter noch vier Zehntelmillimeter hinzuzuzählen usw. Das Volumen in  $\text{cm}^3$  erhält man als Produkt von Länge, Höhe und Breite in cm ausgedrückt.

Wenn man die Messung der Kantenlänge auf ein Zehntelmillimeter genau durchführt, so bedeutet das für einen Würfel von 1 cm Kantenlänge, daß sein Volumen auf  $\frac{3}{100} \text{ cm}^3$ , also auf 3%

genau ermittelt ist. Die Genauigkeit, mit der aber die Wägung durchgeführt werden kann, liegt in diesem Falle bei etwa 0,001%. Diese Genauigkeit anzustreben, ist hier aber zwecklos, denn bei einer physikalischen Messung kann die Genauigkeit eines Meßresultates niemals die einer Einzelmessung, d. h. hier der des Volumens, übertreffen.

b) Spez. Gewicht mit der MOHR'schen Waage: Viel genauer sind die Methoden zur Bestimmung des spezifischen Gewichtes aus dem Auftrieb.

Der Auftrieb irgendeines Körpers in einer Flüssigkeit ist gleich dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeitsmenge, also  $\text{Auftrieb} = \text{Volumenverdrängung in cm}^3 \times \text{spez. Gew. d. Flüssigkeit}$ . D. h., bei gleicher Volumenverdrängung ist der Auftrieb in verschiedenen Flüssigkeiten dem spezifischen Gewicht der Flüssigkeiten proportional. Darauf beruht die MOHR'sche Waage (Abb. 4).

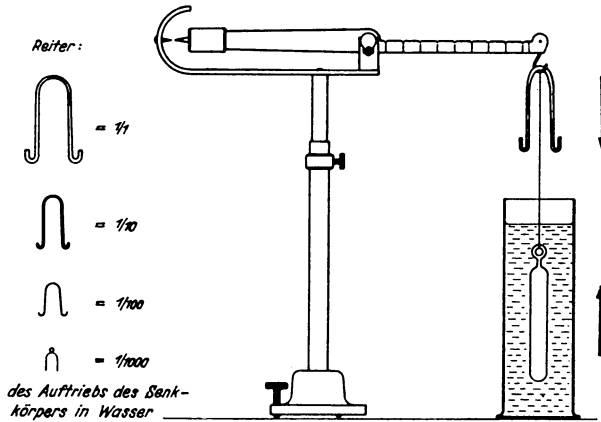


Abb. 4. Mohr'sche Waage.

Sie besteht aus einem unsymmetrischen Waagebalken, an dessen langen Arm ein Glaskörper, der sogenannte Senkkörper hängt. Durch ein Gegengewicht ist die Waage so ausbalanciert, daß sie sich im Gleichgewicht befindet, wenn der Senkkörper in Luft ist.

Bringt man den Senkkörper in eine Flüssigkeit, so wirkt auf ihn der Auftrieb, also eine nach oben gerichtete Kraft, die die Waage aus dem Gleichgewicht bringt. Dieser Auftrieb ist gleich dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeitsmenge, also gleich dem Volumen des Senkkörpers  $\times$  dem spezifischen Gewicht der Flüssigkeit, oder, da das Volumen des Senkkörpers immer dasselbe bleibt, stets proportional dem spezifischen Gewicht der zu messenden Flüssigkeiten.

Man hat nun einen Reiter, dessen Gewicht gleich dem Auftrieb des Senkkörpers in Wasser ist. Über dem Senkkörper aufgehängt, bringt er die Waage gerade ins Gleichgewicht, wenn dieser sich in Wasser (Spez. Gewicht = 1) befindet. Bei einer Flüssigkeit von höherem spez. Gewicht ist der Auftrieb des Senkkörpers größer, man müßte also zur Herstellung des Gleichgewichtes ein weiteres Gewicht dazu hängen. Um eine beliebige Unterteilung des Gewichtes vornehmen zu können, hat man noch Reiter geschaffen, die  $\frac{1}{10}$ ,  $\frac{1}{100}$ , bzw.  $\frac{1}{1000}$  des Gewichtes des großen Reiters haben. Außerdem hat man den Hebel, an dem der Senkkörper hängt, in 10 Teile unterteilt, so daß man jeden Reiter mit vollem bzw. mit  $\frac{9}{10}$ ,  $\frac{8}{10}$ ,  $\frac{7}{10}$ ,  $\frac{6}{10}$ ,  $\frac{5}{10}$  . . . seines Gewichtes wirken lassen kann; denn ein Reiter, der an dem halben Hebelarm sitzt, wirkt wie ein halb so schwerer Reiter am ganzen Hebelarm. Bringt man auf diese Weise die Waage ins Gleichgewicht, so verhält sich das Gesamtgewicht der Reiter, bezogen auf den ganzen Hebelarm, zu dem Gewicht des großen Reiters, wie der Auftrieb in dieser Flüssigkeit zu dem Auftrieb in Wasser. Dieses Verhältnis ist aber gerade das gesuchte spez. Gewicht der Flüssigkeit. Man findet es direkt in Dezimalen auf drei bis vier Stellen genau.

c) Spez. Gewicht mit dem Aräometer und Schwebemethode: Noch einfacher, aber dafür weniger genau arbeitet das *Aräometer* (Abb. 5). Das ist ein längliches Glasgefäß, dessen Schwerpunkt so tief liegt, daß es aufrecht in der Flüssigkeit schwimmt. Dabei taucht es, wie jeder schwimmende Körper, so tief ein, daß der Auftrieb gerade gleich dem Gewicht wird. Also ist das Gewicht in g gleich der Volumenverdrängung mal dem spez. Gewicht der Flüssigkeit. Hier bleibt das Gewicht, also auch der Auftrieb, immer konstant; dann ist aber die Volumenverdrängung um so größer, je kleiner das spez. Gewicht der Flüssigkeit ist. D. h. das Aräometer sinkt um so tiefer ein, je spezifisch leichter die Flüssigkeit ist und umgekehrt. Jedem spez. Gewicht entspricht so eine ganz bestimmte Eintauchtiefe, die man markiert und mit der Zahl des spez. Gewichtes versehen hat, so daß man an der Skala des Aräometers aus der Eintauchtiefe sofort das spez. Gewicht einer Flüssigkeit ablesen kann.

Das spez. Gewicht gewisser fester Stoffe (z. B. von Bernstein) kann man in der Weise bestimmen, daß man sie in eine spezifisch schwerere Salzlösung wirft und diese dann so lange verdünnt, bis der

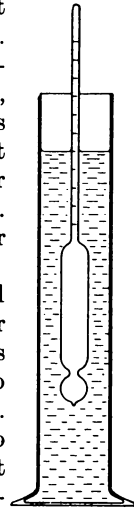


Abb. 5.  
Aräometer.

Körper gerade noch schwebt, d. h. in jeder Höhe weder sinkt noch aufsteigt.

Dann ist  $\text{Auftrieb} = \text{Gewicht}$  also  
 spez. Gewicht der Flüssigkeit = spez. Gewicht des Körpers  
 mal Volumenverdrängung = mal Volumen des Körpers  
 oder  
 spez. Gewicht des Körpers = spez. Gewicht der Flüssigkeit.  
 Letzteres kann man aber leicht mit dem Aräometer bestimmen.  
 Man bezeichnet diese Methode als *Schwebemethode*.

### Schwingungen und Wellen.

**Die lineare Schwingung:** Versucht man einen Körper, der sich im stabilen Gleichgewicht befindet, aus seiner Ruhelage durch Anwendung von Kräften herauszubringen, so wirken rücktreibende Kräfte, welche bestrebt sind, ihn in diese Ruhelage zurückzuführen. Solange die Entfernungen aus der Ruhelage klein sind, sind diese Kräfte der Entfernung (*Elongation*) aus der Ruhelage proportional. Nach Ausschaltung der äußeren Kräfte kehrt der Körper nicht einfach in die Ruhelage zurück, sondern vollführt um diese Schwingungen. Die Entfernung der Umkehrpunkte von der Ruhelage (Nullage oder Nullpunkt) bezeichnen wir als *Amplitude*. Die Zeit, die er zu einer Hin- und Herbewegung braucht, nennen wir die *Schwingungsdauer*, die Zahl der vollen Schwingungen in einer Sekunde die *Frequenz*. Schwingungen, bei denen die Amplitude dauernd konstant bleibt, bezeichnet man als *ungedämpfte* Schwingungen. Wenn jedoch der Schwingung Energie entzogen wird, z. B. durch Wirkung von Reibungskräften, so nimmt die Amplitude dauernd ab. Solche Schwingungen heißen *gedämpfte* Schwingungen.

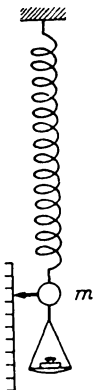


Abb. 6.  
Elastisches  
Pendel.

Eine an einer Spiralfeder aufgehängte Masse (z. B. 25 g) vollführt um ihre Ruhelage eine lineare Schwingung (Abb. 6). Das Gesetz für die Schwingungsdauer lautet

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\text{Masse}}{\text{Direktionskraft}}} \quad (1)$$

Unter der *Direktionskraft* versteht man das Verhältnis aus der die Entfernung aus der Ruhelage bewirkenden Kraft zu dieser Entfernung

$$D = \frac{\text{Kraft}}{\text{Elongation}} \quad (2)$$

Sie ist also zahlenmäßig gleich der in Dyn gemessenen Kraft ( $K = mg = m \cdot 981$  dyn), welche man aufwenden muß, um die Elongation von 1 cm zu bewirken. Zur Berechnung der Schwingungsdauer haben wir diese Direktionskraft zu messen. Dies geschieht in folgender Weise: Wir belasten unsere Federzusätzlich mit 2g, 5g, 7g, 10g Gewicht und tragen die Elongation als Funktion der in Dyn gemessenen Kräfte auf (Abb. 7). Es ergibt sich eine Proportionalität aus der nach Gl. (2) die Direktionskraft

$$D = 2020 \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}}.$$

In Gl. (1) eingesetzt, ergibt sich die Schwingungsdauer zu:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{25}{2020}} \text{ sec} = 2\pi \cdot 0,11 = 0,7 \text{ sec}.$$

Die mit der Stoppuhr gemessene Schwingungsdauer beträgt 0,7 sec.

**Die Drehschwingung:** Ein um eine Achse drehbarer Körper, dessen Entfernung aus der Ruhelage ein Drehmoment erfordert, vollführt um diese Drehschwingungen, wenn er nach dem Herausdrehen freigegeben wird. Seine jeweilige Lage wird durch den Winkel bestimmt, um den er aus der Ruhelage herausgedreht ist. Im übrigen sind die bei der linearen Schwingung eingeführten Definitionen auch auf die Drehschwingung zu übertragen.

Als Beispiel betrachten wir ein Rad, welches durch eine Spiralfeder an eine Ruhelage gebunden ist. Wir nennen es ein *Drehpendel* (Abb. 8).

Die Schwingungsdauer des Drehpendels ergibt sich zu

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\text{Trägheitsmoment}}{\text{Direktionskraft}}}. \quad (3)$$

Hier bedeutet die Direktionskraft das Verhältnis des Drehmomentes zu der im Bogenmaß gemessenen Elongation

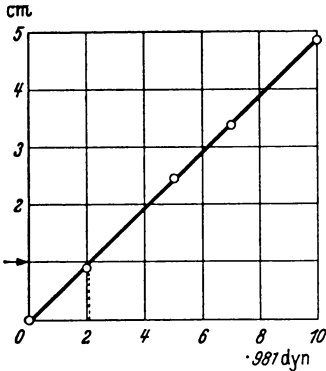


Abb. 7. Dehnung einer Spiralfeder in Abhängigkeit von der Belastung.

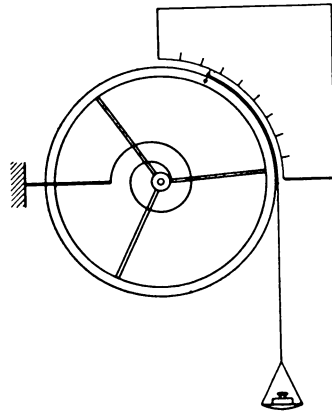


Abb. 8. Drehpendel.

$$D = \frac{\text{Drehmoment}}{\text{Elongation}} \quad (4)$$

$$\left( \text{Bogen} = \frac{\text{Winkelgrade}}{57^\circ} \right).$$

Für den Fall einer geringen Ausdehnung des Körpers (punktförmige Masse) bedeutet sein *Trägheitsmoment* in bezug auf eine Achse das Produkt aus seiner Masse und dem Quadrat seines Abstands von der Achse. Das Trägheitsmoment eines Rades mit dem Radius  $r$  (5,75 cm), dessen Masse  $m$  (195 g) im wesentlichen im Radkranz enthalten ist, ist dementsprechend  $m \cdot r^2$ , in unserem Falle  $6430 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ .

Die Direktionskraft ermitteln wir, indem wir ein kleines Waageschälchen an einem dünnen Faden am Umfang des Rades befestigen,

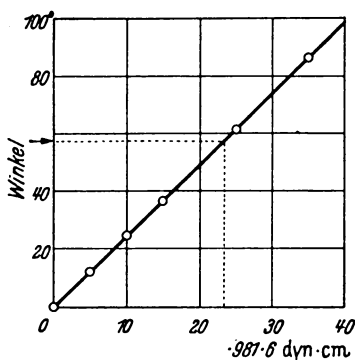


Abb. 9. Drehwinkel eines Drehpendels in Abhängigkeit vom Drehmoment.

Die Direktionskraft beträgt also  $D = 137000 \text{ dyn} \cdot \text{cm}$ . Die Schwingungsdauer berechnet sich zu:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{6430}{137000}} = 1,36 \text{ sec}.$$

Die experimentelle Bestimmung ergibt einen etwas kleineren Wert. Das kommt davon, daß wir bei der Berechnung des Trägheitsmomentes die ganze Masse in den Radkranz verlegt haben, ohne zu berücksichtigen, daß die in den Speichen befindlichen Massen infolge ihres geringen Abstandes von der Achse einen kleineren Beitrag zu dem Trägheitsmoment liefern.

**Schwingungen elastischer Körper:** Der homogene elastische Körper, der durch Wirkung von Spannungen deformiert wurde, kann ebenfalls Schwingungen ausführen. Wir unterscheiden bei einem Stabe, der in der Mitte eingespannt ist, hauptsächlich zwei

nacheinander mit 5, 10, 15, 25 u. 35 g Gewicht belasten und feststellen, um welchen Winkel das Drehpendel aus seiner Ruhelage heraus gedreht wird. Es ergeben sich Winkel von  $12,1^\circ$ ,  $24,4^\circ$ ,  $36,6^\circ$ ,  $61,5^\circ$  u.  $86,6^\circ$ . Der Hebelarm, an dem die Kräfte angreifen, beträgt in allen Fällen 6 cm, die ausgeübten Drehmomente also  $5 \cdot 981 \cdot 6 = 29500 \text{ dyn} \cdot \text{cm}$ , bzw.  $59000 \text{ dyn} \cdot \text{cm}$ ,  $88500 \text{ dyn} \cdot \text{cm}$ ,  $148000 \text{ dyn} \cdot \text{cm}$  und  $207000 \text{ dyn} \cdot \text{cm}$ . Tragen wir diese Winkel als Funktion der angreifenden Drehmomente auf, so erkennen wir,

Arten von Schwingungen (Abb. 10): a) *Longitudinale* Schwingungen, die in Richtung der Stabachse erfolgen; b) *Transversale* Schwingungen, bei denen die Schwingungen senkrecht zur Stabachse liegen.

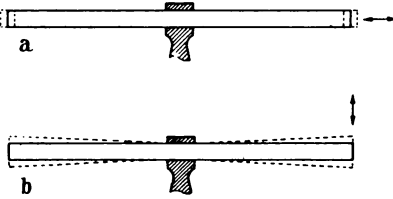


Abb. 10. Longitudinale (a) und transversale (b) Stabschwingungen.

Wir betrachten im folgenden die transversalen Schwingungen einer Stimmgabel (U-förmig gebogener Stab). Zur Messung ihrer Frequenz (Zahl der Schwingungen pro Sekunde bezeichnet man als Hertz) verwenden wir die *Stroboskopische Scheibe* (Abb. 11). Das ist eine Scheibe, die eine bestimmte Zahl von Löchern (bei uns 6) kreisförmig angeordnet aufweist. Mit Hilfe eines regulierbaren Motors kann sie in mehr oder weniger schnelle Drehung versetzt werden. Die Tourenzahl, d. h. die Zahl der Umdrehungen pro Minute, kann mit einem Tachometer bestimmt werden. Ein

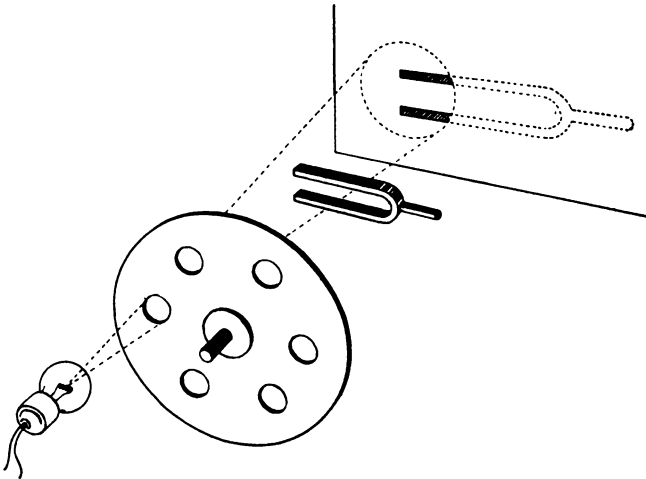


Abb. 11. Messung der Frequenz einer Stimmgabel mit der stroboskopischen Scheibe.

Lichtbündel, das von der Stimmgabel ein Schattenbild entwirft, wird bei der Rotation in eine große Anzahl zeitlich regelmäßig aufeinanderfolgender Lichtblitze zerschnitten. Und zwar sind es bei einer Tourenzahl  $n$  pro Minute

$$\frac{n}{60} \cdot 6 = \frac{n}{10}$$

Lichtblitze pro Sekunde.



Man reguliert nun  $n$  so, daß die Stimmgabel im Schattenbild in der Stellung größter Schwingungsweite nach außen stillzustehen scheint. Das tritt dann ein, wenn die Lichtblitze die Stimmgabel immer wieder in der gleichen Lage treffen. Sie müssen also genau innerhalb der Schwingungsdauer der Stimmgabel aufeinanderfolgen, d. h. die gesuchte Frequenz der Stimmgabel ist  $n/10$ . Es kann aber auch sein, daß die Stimmgabel in der Zeit zwischen zwei Lichtblitzen zwei volle Schwingungen vollführt. Auch hier würden wir eine scheinbar stillstehende Stimmgabel beobachten. Dann wäre die Tourenzahl der Stroboskopischen Scheibe aber nur halb so groß wie im vorhergehenden Falle. Ganz allgemein ist die Frequenz der Stimmgabel gleich der höchsten Zahl von Lichtblitzen, bei der sie stillzustehen scheint. Bei einer Verdoppelung dieser Zahl würde man außer dem Schattenbild der nach außen geschwungenen Stimmgabel auch das Schattenbild der nach innen geschwungenen Stimmgabel sehen. Unter Berücksichtigung dieser Erscheinungen läßt sich bei geeigneter Versuchsanordnung die Stroboskopische Scheibe zur Bestimmung der Frequenz jedes schwingenden Systems anwenden.

**Wellenausbreitung:** a) Fortschreitende Welle. Eine irgendwo in einem elastischen Medium hervorgerufene Deformation breitet sich mit einer für das Medium charakteristischen Geschwindigkeit aus, welche im festen Körper vom Elastizitätsmodul  $E$  und der Dichte  $\rho$  abhängig ist

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}. \quad (5)$$

Für die Gase ist die Geschwindigkeit:

$$v = \sqrt{\frac{c_p}{c_v} \cdot \frac{p}{\rho}}.$$

(hier bedeuten  $p$  Druck,  $c_p$  und  $c_v$  spezifische Wärmen des Gases bei konstantem Druck und bei konstantem Volumen). Die Geschwindigkeit ist unabhängig davon, ob es sich um eine einmalige kurzdauernde Deformation oder um eine periodische Schwingung handelt. Die Ausbreitung dieser Deformationen nennen wir eine *Welle*. Im folgenden überlegen wir uns das Zustandekommen einer einfachen periodischen Welle in Luft, welche von einer schwingenden Stimmgabel ausgeht (Abb. 12). Die Ausbreitungsgeschwindigkeit dieser Wellen in Luft beträgt 340 m/sec. Wir beginnen in dem Augenblick (1), in dem die Stimmgabelzinken nach außen schwingen. Der rechte Zinken ruft dabei eine Verdichtung, d. h. eine Druckerhöhung der Luft hervor. Wir kennzeichnen sie durch einige dicht nebeneinanderliegende Striche. Diese Druck-

erhöhung läuft mit einer Geschwindigkeit von 340 m/sec in den Raum hinaus. Wenn die Stimmgabel nach innen schwingt, ruft sie eine Luftverdichtung hervor. Wir zeichnen sie durch weitentfernte Striche an. Sie läuft mit gleicher Geschwindigkeit der Verdichtung nach. Während einer weiteren halben Schwingung bewirkt die Stimmgabel eine zweite Luftverdichtung. Die Zeit, die zwischen ihrer Erzeugung und der Erzeugung der ersten Verdichtung liegt, ist demnach die Schwingungsdauer  $T$  der Stimmgabel. Den Weg, der von der ersten Verdichtung in dieser Zeit zurückgelegt wurde, bezeichnen wir als *Wellenlänge*. Sie entspricht also dem Abstand zweier maximaler Verdichtungen oder Verdünnungen. Die Bilder (5) (6) und (7) entsprechen der Wellenausbreitung nach 2,  $2\frac{1}{2}$ , 3 Schwingungen der Stimmgabel. Nach drei Schwingungen hat sich die Welle demnach um drei Wellenlängen ausgebreitet. Da die Stimmgabel in einer Sekunde  $\frac{1}{T} = \nu$  Schwingungen vollführt, hat sich die Welle in einer Sekunde um  $\nu$  Wellenlängen ausgebreitet. Dieser in einer Sekunde zurückgelegte Weg mißt aber die Geschwindigkeit  $c$  der Welle, so daß die Beziehung gilt

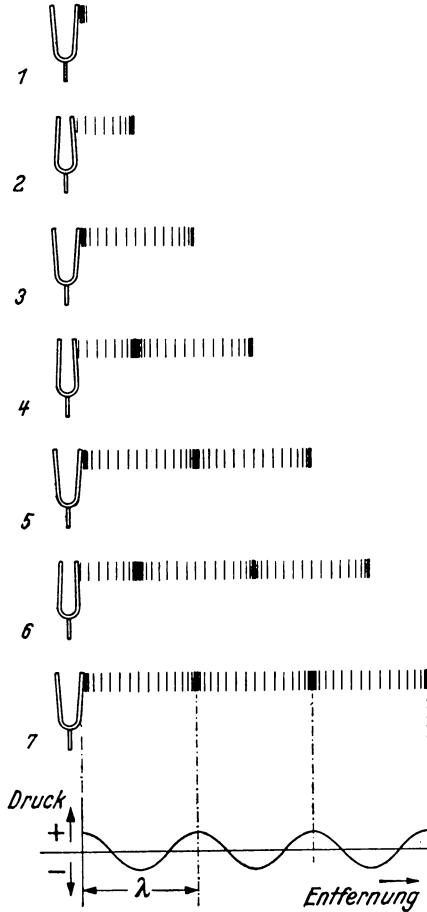


Abb. 12. Ausbreitung einer longitudinalen Welle (Schallwelle).

$$c = \nu \cdot \lambda \quad (6)$$

Diese Geschwindigkeit gilt also für die Ausbreitung der Druckerhöhung oder der Druckerniedrigung, anders ausgedrückt, des Wellenberges oder des Wellentales, d. h. der *Schwingungsphase*.

Um über die vorhandenen Drucke eine Übersicht zu bekommen, wollen wir sie längs des Weges graphisch aufzeichnen, eine Verdichtung also als positiv nach oben, eine Verdünnung als negativ nach

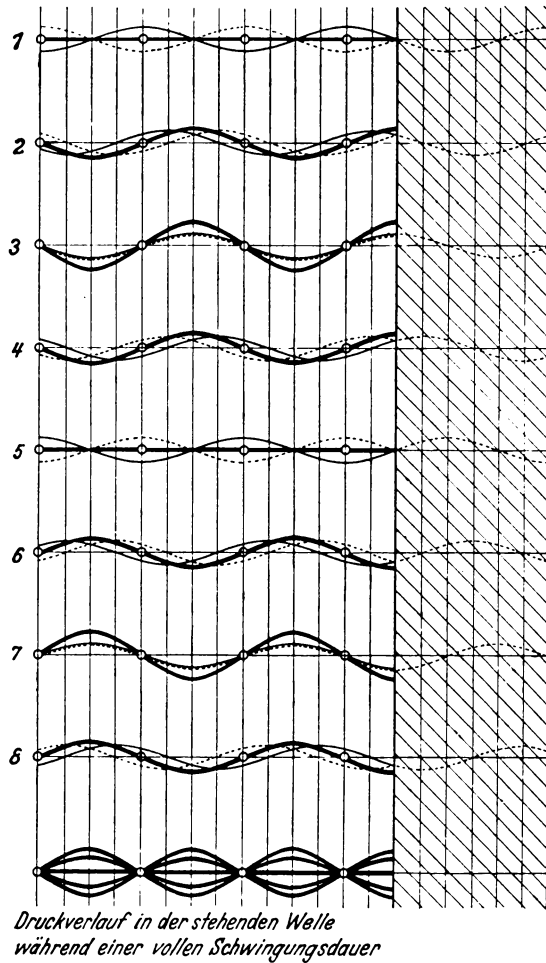


Abb. 13. Entstehung einer stehenden Welle durch Überlagerung der ankommenden und der reflektierten Welle.

unten, dazwischen die entsprechenden Übergangswerte. Wir erhalten dann die unter die Abb. 12 gesetzte graphische Darstellung des Druckverlaufs längs des Schallweges.

b) Stehende Welle: (Abb. 13) Eine auf eine feste Wand

auffallende Welle wird an ihr reflektiert. Die Überlagerung (*Interferenz*) der ankommenden und der reflektierten Welle ergibt eine stehende Welle. Abb. 13 zeigt für Zeiten, die um je eine achte Teilung Schwingungsdauer auseinander liegen, das Zustandekommen der stehenden Welle. Das Charakteristische der stehenden Welle ist folgendes:

In regelmäßigen Abständen von  $\frac{1}{2}$  Wellenlänge ist der Druck konstant. Zwischen diesen als Druckknoten der stehenden Welle bezeichneten Stellen liegen Orte größter Druckänderung, die Druckbäuche. Die Druckänderungen sind natürlich mit Bewegungen der schwingenden Luft verknüpft. Zu beiden Seiten eines Druckbauches, der Stelle stärkster Druckänderung, schwingen die Luftteilchen einander entgegen, oder sie entfernen sich voneinander, so daß an der Stelle des Druckbauches die Luft stets in Ruhe bleiben muß. In den Bereichen der Druckknoten, in denen der Druck konstant bleiben soll, schwingen die Luftteilchen am stärksten. Orte eines Druckbauches sind demnach Schwingungsknoten und Orte des Druckknotens sind Schwingungsbäuche (Abb. 14).

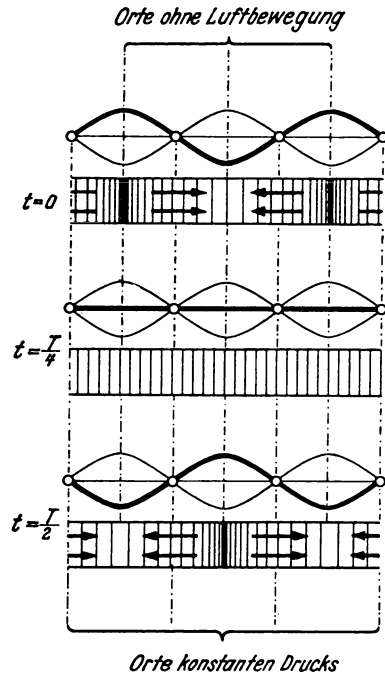


Abb. 14. Druckverteilung und Teilchenbewegung in drei Phasen einer stehenden Welle.

**Die KUNDTsche Röhre (Abb. 15):** Erzeugt man stehende Wellen in einem einseitig geschlossenen Glasrohr, in dem Korkstaub



Abb. 15. Kundtsche Röhre.

verteilt liegt, dann wird dieser an den Schwingungsbäuchen aufgewirbelt, bleibt aber an den Knoten liegen. Der Abstand zweier benachbarter Knoten ist dann die halbe Wellenlänge der Schallwelle. Diese Erscheinung benützt man in der KUNDTschen Röhre

zur Messung der Wellenlänge. Ein in der Mitte eingespannter Stab der Länge  $l$  wird durch Reiben in Längsschwingungen versetzt (s. Abb. 10a). Die Stabenden haben die größten Schwingungsamplituden und schwingen gegeneinander. In der Mitte liegt der Schwingungsknoten. Wir fassen die Schwingung als eine stehende Welle auf, bei der die Stablänge gleich der halben Wellenlänge ist, d. h.: in einem sehr langen Stabe würde eine periodische Schwingung gleicher Frequenz sich als Welle ausbreiten, deren Wellenlänge gleich  $2l$  ist. Von dem in dem Rohr sich befindenden Stabende werden die Schwingungen auf die Luft übertragen. Die Frequenz der Luftwelle stimmt mit der Frequenz der Stabwelle überein. Nach Gl. (6) ist

$$\nu = \frac{c}{\lambda}$$

also ist

$$\frac{c_{\text{Luft}}}{\lambda_{\text{Luft}}} = \frac{c \text{ im Stab}}{2l}.$$

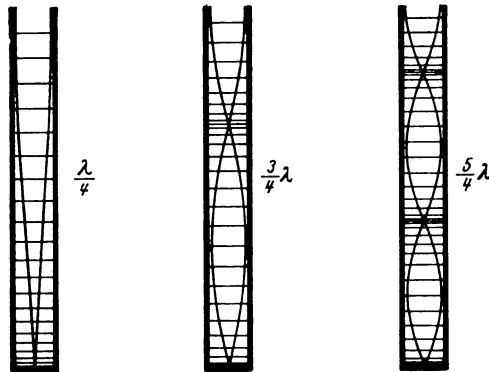


Abb. 16. Schwingungsformen einer Luftsäule in einem einseitig geschlossenen Rohr.

Ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit der elastischen Welle im Stab bekannt, so ermittelt man hiermit die Ausbreitungsgeschwindigkeit im Gase. Ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit im Gase bekannt, so verwendet man die Anordnung zur Bestimmung der Ausbreitungsgeschwindigkeit der elastischen Wellen im Stabmaterial, aus der man nach Gl. (5) den Elastizitätsmodul berechnen kann.

Es gibt außerdem noch eine andere Erscheinung, die die Messung der Wellenlänge in einer stehenden Welle ermöglicht.

**Die QUINCKESCHE Röhre:** Wir überlegen uns die Formen, in denen eine Luftsäule in einem einseitig geschlossenen Glasrohr schwingen kann (Abb. 16). Da an der offenen Seite der äußere Luft-

druck herrscht, sind dort keine Druckschwankungen zu erwarten. Hier muß also ein Schwingungsbauch vorliegen. An der abgeschlossenen Seite sind keine Bewegungen von Luftmassen möglich, dort muß also ein Schwingungsknoten liegen. Eigenschwingungen sind also nur möglich, wenn die Luftsäule gleich  $\frac{\lambda}{4}$ ,  $\frac{3\lambda}{4}$ ,  $\frac{5\lambda}{4}$  usw. ist. Bei ein und demselben Rohr müssen also die Frequenzen von Eigenschwingungen sich verhalten wie 1 : 3 : 5 usw.

Die Eigenschwingung wird durch eine Schwingung erregt, welche die gleiche Frequenz besitzt (*Resonanz*). Demnach ist eine Resonanz bei verschiedenen Längen der Rohre und damit der Luftsäule möglich, welche dann gleich  $\frac{\lambda}{4}$ ,  $\frac{3\lambda}{4}$ ,  $\frac{5\lambda}{4}$  sind.

Solche veränderlichen Rohrlängen lassen sich mit zwei Röhren herstellen, die durch einen Schlauch miteinander verbunden sind und in die Wasser eingefüllt ist (Abb. 17). Lassen wir in ein solches Rohr Schallwellen hineinlaufen, z. B. von einer Stimmgabel, und verändern wir die Höhe des Wasserspiegels durch Heben oder Senken des linken Rohres, so tritt bei ganz bestimmten Stellungen ein starkes Mittönen der Luftsäule (Resonanz) auf. Wie die Abb. 17 zeigt, liegen die Resonanzstellen um je eine halbe Wellenlänge voneinander entfernt. Man kann also mit einem solchen Resonanzrohr die Wellenlänge eines Tones messen und bei bekannter Schallgeschwindigkeit damit auch die Frequenz nach der Beziehung (6) ermitteln:

$$\text{Schallgeschwindigkeit} = \text{Frequenz} \times \text{Wellenlänge.}$$

### Oberflächenspannung und innere Reibung.

Die Moleküle einer Flüssigkeit sind nicht wie bei festen Körpern an eine Gleichgewichtslage gebunden, sondern gegeneinander verschieblich. Doch üben sie Kräfte aufeinander aus, die man als

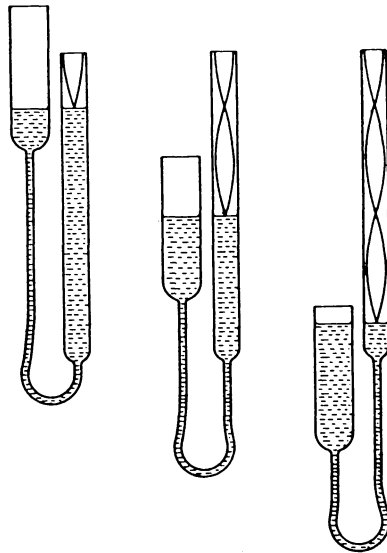


Abb. 17. Das Quincke'sche Rohr.

*Molekularkräfte* bezeichnet. Die Reichweite dieser Kräfte ist sehr gering, im allgemeinen wirken sie nicht über Abstände von  $5 \cdot 10^{-6}$  cm hinweg (Radius der *Wirkungssphäre*). Auf die Wirkung dieser Kräfte führen wir die Erscheinung der *Oberflächenspannung* und der *inneren Reibung* zurück.

**Die Oberflächenspannung:** Wie die Abb. 18 zeigt, heben sich die Molekularkräfte bei gleichmäßiger Verteilung der Moleküle im Inneren der Flüssigkeit gegenseitig auf. An der Oberfläche der Flüssigkeit und unmittelbar unter ihr, innerhalb des Radius der Wirkungssphäre ergibt die Zusammensetzung dieser Kräfte aber eine resultierende Kraft, die auf der Oberfläche senkrecht steht und in das Innere der Flüssigkeit hineingerichtet ist. Um ein Molekül aus dem Innern der Flüssigkeit an die Oberfläche zu bringen, muß also eine Arbeit geleistet werden. Die (in Erg gemessene) Arbeit,

die wir aufwenden müssen, um soviel Moleküle an die Oberfläche zu bringen, daß diese um  $1 \text{ cm}^2$  vergrößert wird, bezeichnen wir als *spezifische Oberflächenenergie*  $\epsilon$  ( $\text{erg/cm}^2 = \text{dyn} \cdot \text{cm/cm}^2$ ). Sie hat den Charakter einer potentiellen Energie, welche im Falle eines Gleichgewichts einem Minimum zustrebt. Wenn auf die Flüssigkeit keine äußeren Kräfte wirken, so nimmt also die Flüssigkeit eine

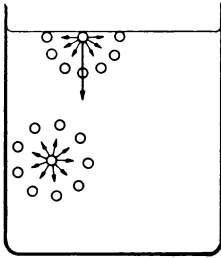


Abb. 18. Deutung der Oberflächenenergie.

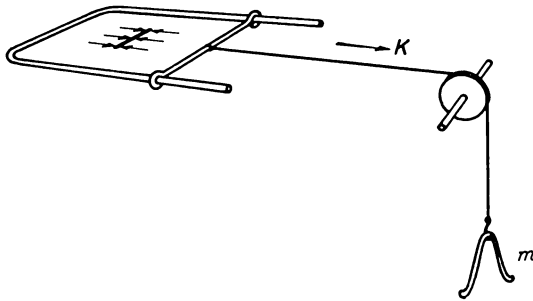


Abb. 19. Deutung der Oberflächenspannung.

solche Gestalt an, daß ihre Oberfläche den kleinsten möglichen Wert hat, d. h. die Kugelform.

Nun denke man sich in den rechteckigen Rahmen der Abb. 19, an dem ein Bügel von der Breite  $b$  verschieblich ist, eine Flüssigkeitslamelle gespannt. Über den Faden muß eine Kraft wirken, damit die Flüssigkeit in dem Bestreben, eine möglichst kleine Ober-

fläche zu bilden, sich nicht zusammenzieht. Bei einer Verschiebung des Bügels um den Betrag  $s$  wird die Oberfläche der Lamelle auf Oberseite und Unterseite zusammen um  $2 s b$  cm<sup>2</sup> vergrößert. Die aufgewendete Arbeit ist also

$$A = 2 s b \varepsilon \text{ erg} \quad (7)$$

Diese Arbeit kann auch wie folgt gedeutet werden: Man denke sich durch die Oberfläche parallel zum Bügel einen Schnitt hindurchgelegt. Senkrecht zu diesem Schnitt muß eine Kraft wirksam sein, welche die Flüssigkeit zusammenhält. Die auf die Längeneinheit wirkende Kraft bezeichnen wir als *Oberflächenspannung*  $\sigma$  (dyn/cm). Durch die Oberflächenspannung wird also auf den Bügel ein Zug ausgeübt, der gleich  $2 b \sigma$  dyn ist und für den Gleichgewichtsfall durch die Gegenkraft  $K = mg$  aufgehoben wird. Bei der Vergrößerung der Oberfläche muß gegen diese Kraft auf dem Wege  $s$  Arbeit geleistet werden:

$$A = K \cdot s = 2 b \sigma s \text{ erg} \quad (8)$$

Aus den Beziehungen (7) und (8) folgt, daß die Zahlenwerte der Oberflächenenergie  $\varepsilon$  und der Oberflächenspannung  $\sigma$  übereinstimmen. Sie zeigen ferner, daß die Kraft unabhängig von der Größe der Verschiebung ist. (Gegensatz zum Verhalten einer gedehnten Gummimembran).

#### Die LENARDSche Bügelmethode:

Man verwendet zur Messung der Oberflächenspannung einen etwa 0,5 mm starken Drahtbügel, wie ihn Abb. 20 zeigt. In ihm ist der sehr dünne Meßdraht von genau definierter Länge  $b$  (in unserem Falle  $b = 5,00$  cm) ausgespannt. Dieser Bügel wird zunächst bis über den Meßdraht in die zu untersuchende Flüssigkeit eingetaucht. Zieht man ihn nun langsam heraus, so zerschneidet der Meßdraht nicht die Flüssigkeitsoberfläche, sondern zieht aus ihr eine dünne Lamelle empor. (Abb. 21). Wie oben dargestellt, greift also an dem Draht die Kraft

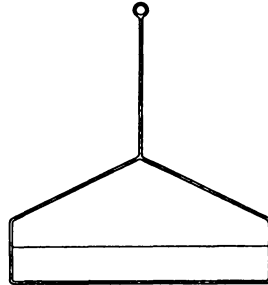


Abb. 20. Lenard scher Bügel.

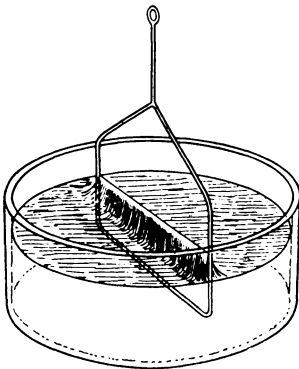


Abb. 21. Flüssigkeitslamelle am Lenard schen Bügel.

langsam heraus, so zerschneidet der Meßdraht nicht die Flüssigkeitsoberfläche, sondern zieht aus ihr eine dünne Lamelle empor. (Abb. 21). Wie oben dargestellt, greift also an dem Draht die Kraft



$K = 2 b \sigma$  an. Wir bestimmen sie mit Hilfe einer *Torsionswaage*. (Die durch die gehobene Flüssigkeit ausgeübten Kräfte können

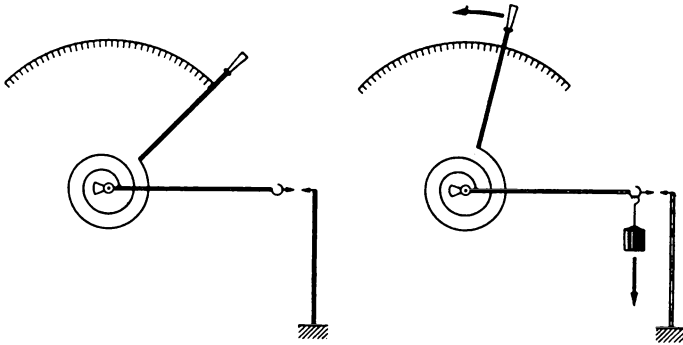


Abb. 22. Prinzip der Torsionswaage.

bei nicht zu hohen Ansprüchen an die Meßgenauigkeit vernachlässigt werden). Die Torsionswaage besteht aus einem dünnen Hebel (Abb. 22), der sorgfältig ausbalanciert und fast ohne Reibung gelagert ist.

An seinem freien Ende trägt er ein Häkchen, an welches das zu bestimmende Gewicht gehängt wird. Auf seiner Achse befindet sich außerdem eine Spiralfeder, die mit einem zweiten Hebel gespannt werden kann. Auf diese Weise läßt sich stets das auf den drehbar gelagerten Hebel von der zu messenden Kraft ausgeübte Drehmoment durch ein mehr oder weniger starkes Spannen der Spiralfeder so genau kompensieren, daß der Zeiger stets auf die Marke einspielt. Die Spannung der Feder läßt sich an einer Kreisskala ablesen, und da sie direkt ein Maß für die zu messende Kraft oder das zu wägende Gewicht darstellt, ist diese Kreisskala von der Herstellerfirma direkt in Milligrammgewicht geeicht worden.

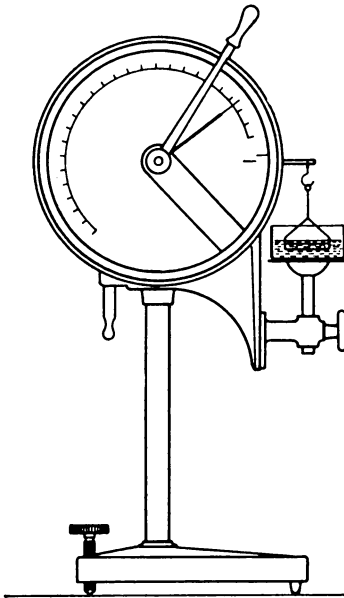


Abb. 23. Torsionswaage mit Lenard'schem Bügel.

In Verbindung mit dem LENARD schen Bügel ist die Torsionswaage das ideale Meßgerät zur Messung der Oberflächenspannung (Abb. 23). Die zu untersuchende Flüssigkeit (bei uns Wasser) wird in ein kleines Schälchen gegossen, der Bügel wird eingetaucht und die Spiralfeder soweit gespannt, daß das Gewicht des eingetauchten Bügels kompensiert wird. Das sei beispielsweise bei 300 mg Ablesung der Fall. Nun zieht man eine Flüssigkeitslamelle empor, indem man das Schälchen senkt. Gleichzeitig spannt man die Feder, so daß der Zeiger stets auf die Nullmarke einspielt, und liest den Höchstwert der dabei auftretenden Kraft ab. Er entspricht beispielsweise einer Ablesung von 990 mg. Hiervon sind die 300 mg abzuziehen, welche das Gewicht des eingetauchten Bügels ausmachen. Es bleiben also 690 mg oder  $0,690 \times 981 = 667$  dyn. Da die Länge unseres Meßdrahts  $b = 5$  cm ist, beträgt nach Gl. (2) die Oberflächenspannung des Wassers

$$\sigma = \frac{667}{2 \cdot 5} = 66,7 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}}.$$

Führen wir den Versuch mit Wasser durch, dem einige Tropfen Seifenlösung zugefügt sind, so wird die Oberflächenspannung stark erniedrigt. Eine Messung ergibt z. B.  $\sigma = 35 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}}$ .

**Steighöhenmethode:** Sie ist mit einfachsten Hilfsmitteln durchführbar, im Ergebnis aber ungenauer als die erste. Es gibt eine Reihe von Flüssigkeiten, welche die Eigenschaft besitzen, sich auf der Oberfläche von festen Körpern (z. B. von Glas oder Metallen) vollständig auszubreiten (*benetzende Flüssigkeiten*). Diese Eigenschaft beruht darauf, daß die anziehenden Kräfte zwischen Nachbarmolekülen der Flüssigkeit geringer sind, als die anziehenden Kräfte zwischen den Flüssigkeitsmolekülen und den benachbarten Molekülen der Wand. Wenn nun eine enge Glasröhre (Kapillare), die in eine benetzende Flüssigkeit hineingetaucht wurde, in dieser hochgezogen wird, so steht der Meniskus der Flüssigkeit in der Röhre höher als die äußere Flüssigkeitsoberfläche (Abb. 24). Wir verstehen das aus dem Bestreben der Flüssigkeit, im Inneren der Ka-

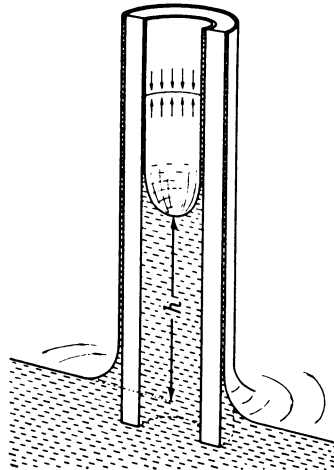


Abb. 24. Zur Steighöhenmethode.

pillare eine möglichst geringe Oberfläche einnehmen zu wollen; dieser Zusammenziehung der Oberfläche, welche mit Arbeitsgewinn verknüpft ist, wirkt die Schwerkraft entgegen, welche an der in die Kapillare hineingehobenen Flüssigkeit angreift. Die durch die Oberflächenspannung ausgeübte Zugkraft ist gleich Umfang  $2\pi r$  der Flüssigkeitsoberfläche oberhalb des Meniskus mal Oberflächenspannung  $\sigma$ . Ihr wirkt das Gewicht der Flüssigkeit entgegen, deren Volumen durch Querschnitt  $\pi r^2$  mal Steighöhe gegeben ist. Ihr Gewicht ist: Querschnitt  $\pi r^2$  mal Steighöhe  $h$  mal Dichte  $\rho$  mal Erdbeschleunigung  $g$ . Es ist also:

$$2\pi r \sigma = \pi r^2 h \rho g$$

oder

$$\sigma = \frac{r \cdot h \cdot \rho \cdot g}{2}. \quad (9)$$

In unserem Beispiel (Wasser) ist der lichte Durchmesser der Kapillare 0,6 mm, d. h.

$$r = 0,03 \text{ cm}$$

Die Steighöhe  $h = 4,5 \text{ cm}$

$$\text{also } \sigma = \frac{0,03 \cdot 4,5 \cdot 1 \cdot 981}{2} \frac{\text{dyn}}{\text{cm}}$$

$$\sigma = 66 \frac{\text{dyn}}{\text{cm}}$$

in Übereinstimmung mit dem vorhergehenden Ergebnis.

**Die innere Reibung:** Wenn Flüssigkeitsschichten gegeneinander verschoben werden, so treten zwischen ihnen hemmende Kräfte auf, die man als innere Reibung bezeichnet. Flüssigkeiten haften an der Oberfläche fester Körper auch dann, wenn diese bewegt werden. Wenn eine Platte parallel zu einer festen Wand mit einer Geschwindigkeit  $v$  verschoben wird (Abb. 25), so wird die an dieser Platte angrenzende Flüssigkeitsschicht infolge ihrer Haftung mit gleicher Geschwindigkeit mitgenommen. Infolge der inneren Reibung werden nun auch die angrenzenden Flüssigkeitsschichten bewegt, doch ist ihre Geschwindigkeit um so kleiner, je näher sie der festen Wand sind, deren angrenzende Flüssigkeitsschicht auf Grund ihrer Haftung die Geschwindigkeit  $v$  besitzt. Die in der Mitte zwischen beiden Wänden strömende Flüssigkeitsschicht hat die Geschwindigkeit  $\frac{v}{2}$ . Innerhalb der Flüssigkeit beobachten wir also ein Geschwin-

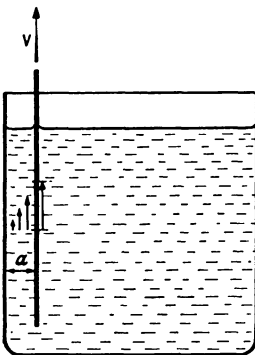


Abb. 25. Zur Definition des Koeffizienten der inneren Reibung.

Innerhalb der Flüssigkeit beobachten wir also ein Geschwin-

digkeitsgefälle, welches in unserem Beispiel durch den Quotienten Geschwindigkeit durch Plattenabstand  $\frac{v}{a}$  gegeben wird. Das Geschwindigkeitsgefälle ist durch den Unterschied der Geschwindigkeiten gegeben, die in einem Abstand von 1 cm vorhanden sind. Es zeigt sich, daß die Reibungskraft  $R$  einerseits der Größe der bewegten Fläche und andererseits diesem Geschwindigkeitsgefälle proportional ist.

$$R = \eta \cdot \frac{v}{a} \cdot F \quad (10)$$

Den Proportionalitätsfaktor  $\eta$  bezeichnen wir als *Zähigkeit* oder *Viskosität*. Mißt man  $R$  in dyn,  $v$  in cm/sec,  $a$  in cm,  $F$  in cm<sup>2</sup>, so erhält man  $\eta$  in Einheiten, die man als *Poise* bezeichnet.  $\eta$  ist eine Materialkonstante und nimmt mit steigender Temperatur ab.

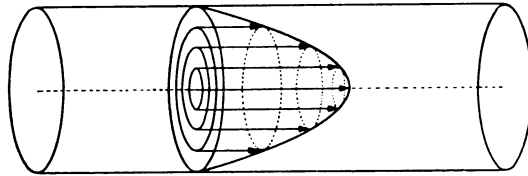


Abb. 26. Geschwindigkeitsverteilung bei der schleichenden Strömung durch ein Rohr.

Bei der Strömung einer Flüssigkeit durch enge Kanäle und bei der Bewegung kleiner Teilchen durch eine Flüssigkeit spielt die Zähigkeit eine entscheidende Rolle. Die Messung der Zähigkeit benützt diese beiden Vorgänge beim Kapillarviskosimeter und bei der Kugelfallmethode.

Die Messung der Zähigkeit im Kapillarviskosimeter benützt die Abhängigkeit der Strömungsgeschwindigkeit durch eine enge Kapillare von der Zähigkeit der zu untersuchenden Flüssigkeit. Bei der *schleichenden Strömung* durch ein Rohr, d. h. einer Flüssigkeitsströmung, die unter dem überwiegenden Einfluß der inneren Reibung steht, nimmt die Geschwindigkeit der Flüssigkeitsschichten konzentrisch nach innen zu, so wie es die Abb. 26 zeigt. (An der Wand muß nach dem obigen die Flüssigkeit haften). Wenn man den Druckunterschied zwischen dem Anfang und dem Ende der Röhre ( $p_1 - p_2$ ) kennt, ferner den inneren Halbmesser  $r$ , die Länge der Röhre  $l$  und die Zähigkeit der Flüssigkeit  $\eta$ , so kann man daraus die Flüssigkeitsmenge  $V$  (in ccm) berechnen, die in  $t$  Sekunden durch das Rohr hindurchströmt. Es ist nämlich

$$V = \frac{\pi}{8} \frac{(p_1 - p_2)}{l} \cdot \frac{r^4}{\eta} \cdot t. \quad (11)$$

Dies ist das **POISEUILLEsche Gesetz**. Wenn man also das Volumen der Flüssigkeit bestimmt, welches unter der Druckdifferenz  $p_1 - p_2$  in  $t$  Sekunden durch die Kapillare strömt, so kann man, wenn die Dimensionen des Rohres bekannt sind, aus diesem Gesetz  $\eta$  berechnen.

**Das Kapillarviskosimeter nach Ostwald:** Mit ihm führt man Vergleichsmessungen durch. Die Abb. 27 zeigt es im Schema.

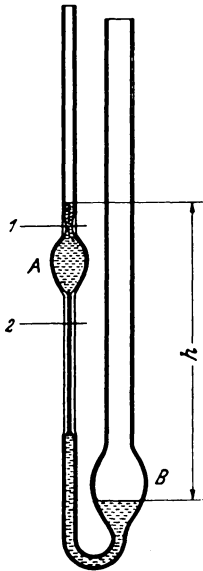


Abb. 27. Ostwaldsches Viskosimeter.

Vor der Messung wird die Flüssigkeit in das Gefäß  $A$  hochgesaugt. Man bestimmt mit der Stoppuhr die Zeit, in der der Flüssigkeitsspiegel von der Marke 1 zu der Marke 2 absinkt, bei allen Messungen ist also  $V$  konstant. Länge  $l$  und innerer Halbmesser  $r$  der Kapillare sind ebenfalls in allen Messungen dieselben. Dadurch, daß man immer mit derselben vorgeschriebenen Gesamtflüssigkeitsmenge arbeitet, ist die mittlere Höhendifferenz  $h$  der Flüssigkeitsspiegel in  $A$  und in  $B$  stets dieselbe, der Druckunterschied ( $p_1 - p_2$ ) ist gleich der Dichte der Flüssigkeit mal der Höhe  $h$  mal der Erdbeschleunigung  $g$ . Für unser Viskosimeter lautet also das **POISEUILLEsche Gesetz**:

$$V = \frac{\pi}{8} \cdot \frac{\rho h g}{l} \frac{r^4}{\eta} t$$

und davon sind  $V$ ,  $\frac{\pi}{8}$ ,  $h$ ,  $g$ ,  $l$  und  $r$  bei allen Messungen unverändert. Wir können also schreiben

$$\eta = \text{Konstante} \cdot \rho \cdot t.$$

Als Vergleichsflüssigkeit verwenden wir Wasser. Seine Viskosität ist bei  $18^\circ \text{C}$

$$\eta = 0,010 \text{ Poise} \quad \rho = 1$$

Die Zeit  $t$  ergibt sich z. B. zu 230 Sekunden. Für unser Viskosimeter ist also die Konstante  $4,35 \cdot 10^{-5}$ , so daß sich bei allen Messungen mit diesem Viskosimeter die innere Reibung aus

$$\eta = 4,35 \cdot 10^{-5} \cdot t \cdot \rho \text{ Poise}$$

ergibt.

Wir nehmen nun die Kochsalzlösung, deren Dichte wir zu  $1,07 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$  bestimmt haben. Für sie finden wir

$$t = 280 \text{ sec also} \\ \eta = 4,35 \cdot 10^{-5} \cdot 280 \cdot 1,07 = 0,013 \text{ Poise.}$$

**Die Kugelfallmethode:** Diese ergibt sich aus dem Einfluß der Zähigkeit auf die Fallgeschwindigkeit einer Kugel in der Flüssigkeit. Nach der Definition müssen die Reibungskräfte der Geschwindigkeit  $v$  proportional sein. Wenn nun die Kugel unter dem Einfluß der Schwerkraft mit wachsender Geschwindigkeit fällt, wächst auch die Reibungskraft, die der Schwerkraft entgegen wirkt. Sobald die Reibungskraft gleich der Schwerkraft wird, ist die resultierende Kraft gleich 0 und von nun ab muß die Kugel sich mit konstanter Geschwindigkeit bewegen. Die Rechnung ergibt für die Reibungskraft nach STOKES

$$K_r = 6 \pi r \cdot v \cdot \eta \quad (r \text{ Radius d. Kugel}). \quad (12)$$

Vom Gewicht der Kugel ist ihr Auftrieb in der Flüssigkeit abzuziehen. Die wirkende Schwerkraft ist also:

$$K_s = \frac{4 \pi r^3}{3} \cdot (s - \rho) \cdot g$$

( $s$  = Dichte der Kugel,  $\rho$  Dichte der Flüssigkeit)

Für  $K_s = K_r$  ist daher

$$\frac{4 \pi r^3}{3} (s - \rho) g = 6 \pi r \eta v$$

In dieser Beziehung sind  $s$ ,  $\rho$  und  $r$  bekannt. Die Geschwindigkeit  $v$  wird aus dem Versuch ermittelt. Die gesuchte Zähigkeit ergibt sich also zu

$$\eta = \frac{2 r^2 (s - \rho) g}{9 v}$$

Es ist darauf zu achten, daß die Kügelchen möglichst in der Achse des Gefäßes fallen, weil in größerer Wandnähe das STOKES sche Gesetz nicht mehr gilt.

Zur Messung wird die zu untersuchende Flüssigkeit in einen weiten Standzylinder eingefüllt, der 2 Marken 1 und 2 aufweist (Abb. 28). Die obere Marke ist so angebracht, daß die eingeworfenen Kügelchen bis dahin mit Sicherheit auf konstante Geschwindigkeit gekommen sind. Diese Geschwindigkeit bestimmt man durch Abstoppen der Fallzeit zwischen der Marke 1 und 2.

Umgekehrt kann man aus einer solchen Messung mit einer Flüssigkeit von bekannter Zähigkeit den Radius oder die Dichte kleiner fallender Teilchen bestimmen, bei denen solche Bestimmungen auf anderem Wege unmöglich wären.

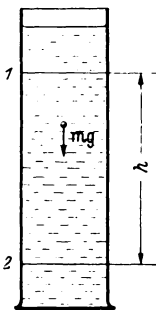


Abb. 28.  
Kugelfallmethode.

### Thermometrie.

Der Begriff der Temperatur leitet sich aus einer Sinneswahrnehmung ab. Er unterscheidet Zustände, die wir als warm oder

kalt bezeichnen. Die physikalische Deutung des Temperaturbegriffes folgt aus folgenden Eigenschaften der Materie: In allen Stoffen (Gasen, Flüssigkeiten und festen Körpern) befinden sich die Moleküle im Zustand der Bewegung. Sie führen translatorische Bewegungen, bzw. Schwingungen um Gleichgewichtslagen aus. Auf Grund dieser Bewegungszustände enthält jeder Körper eine bestimmte Energie, welche wir als Wärmeinhalt bezeichnen und welche solange konstant bleibt, als die Temperatur unverändert bleibt (*mechanische Wärmetheorie*). Eine Änderung der Temperatur bedingt also eine Änderung dieses Energieinhaltes.

Fast alle Eigenschaften und Vorgänge in der Natur werden von der Temperatur beeinflusst. So z. B. der Rauminhalt der Körper, der Aggregatzustand, die elektrische Leitfähigkeit, die Wärmestrahlung. Wenn die gesetzmäßigen Zusammenhänge dieser Eigenschaften mit der Temperatur bekannt sind, können wir sie zur Mes-

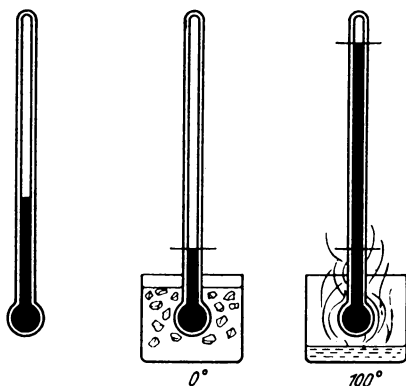


Abb. 29. Festlegung der Celsiusskala.

sung der Temperatur benutzen. Wir brauchen hierzu Einheiten, welche wir als Temperaturgrade bezeichnen. Sie wurden zunächst von Celsius wie folgt definiert: Die Temperatur, bei der das Eis schmilzt, bezeichnete er als  $0^\circ$ , die Temperatur bei der das Wasser bei einem Barometerstand von 760 mm Hg siedet, nannte er  $100^\circ$ . Die Unterteilung in einzelne Grade gewann er mit Hilfe eines Quecksilberthermometers (Abb. 29). Er füllte Queck-

silber in geeignetes Gefäß (Kapillare mit kugelförmiger Erweiterung) tauchte dieses einmal in schmelzendes Eis, dann in den Dampf unmittelbar über Wasser, das unter einem Druck von 760 mm siedet, markierte die beiden Stellungen der Quecksilberkuppe als Nullpunkt und Hundertpunkt und teilte den Abstand in 100 gleiche Teile (Celsiusgrade). Diese Skala wurde nach oben und nach unten fortgesetzt. Die so definierte Skala ist willkürlich, weil sie sich an die spezifischen Eigenschaften des Quecksilbers anlehnt. Zu einer allgemeinen und gesetzlich anerkannten Temperaturskala führen uns die Eigenschaften der idealen Gase, zu denen wir praktisch Stickstoff, Wasserstoff und Helium rechnen können. Sie haben unabhängig von ihrer chemischen Natur den gleichen *Ausdehnungskoeffizienten* (Änderung des Volumens von  $1 \text{ cm}^3$  bei

0° C durch 1° Temperaturänderung unter Gleichhaltung des Druckes) und den gleichen *Druckkoeffizienten* (Änderung des Druckes bei 0° C durch 1° Temperaturänderung unter Gleichhaltung des Volumens). Beide Koeffizienten sind  $\alpha = \frac{1}{273}$ . Die Abhängigkeit von Volumen und Druck läßt sich also durch folgende Beziehungen darstellen (*GAY-LUSSACsches Gesetz*):

$$v_t = v_o (1 + \alpha t) \quad \text{und} \quad p_t = p_o (1 + \alpha t) \quad (13)$$

$v_o$  und  $p_o$  bedeuten Druck und Volumen bei 0° C. Die Temperaturgrade sind in diesen Beziehungen mit Hilfe des Gasthermometers definiert (Abb. 30). Es zeigt folgenden Aufbau. Die mit Gas ge-

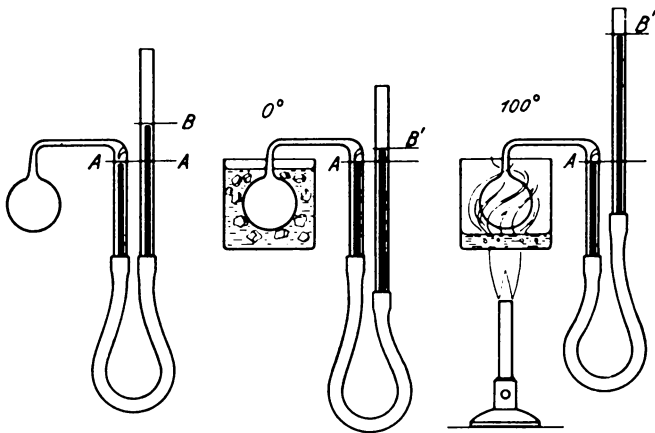


Abb. 30. Bestimmung des Druckkoeffizienten eines Gases mit dem Luftthermometer.

füllte Kugel steht mit einem Quecksilbermanometer in Verbindung, dessen einer Schenkel so gehoben und gesenkt werden kann, daß bei jeder Temperatur ein ganz bestimmtes Volumen, begrenzt durch eine Glasspitze *A*, eingestellt werden kann. Der Druck unter dem dieses Volumen steht, ist gleich dem äußeren Luftdruck (Barometerstand) plus der Höhe der Quecksilbersäule *AB* in mm.

Zu Temperaturmeßzwecken muß man die Druckzunahme für 1° Temperaturerhöhung kennen. Man bestimmt sie, indem man zunächst die Kugel in schmelzendes Eis bringt und den langen Schenkel so lange senkt, bis die Quecksilberkuppe die Spitze bei *A* berührt, daraufhin die Kugel in den Dampf über siedendes Wasser bringt und dieselbe Einstellung vornimmt, indem man den langen Schenkel anhebt. Man erhält dann im ersten Fall:



Druck bei  $0^\circ$  = Barometerstand +  $AB'$  in mm

im zweiten Fall

Druck bei  $100^\circ$  = Barometerstand +  $AB''$  in mm.

Die Differenz der beiden Drucke ergibt die Druckzunahme für  $100^\circ$  Temperaturerhöhung. Der hundertste Teil davon ist die Druckzunahme für  $1^\circ$ . Sie ist  $= \frac{1}{273}$  des Drucks bei  $0^\circ$ .

Zur Festlegung der gesetzlichen Celsiusgrade werden besonders präzise Ausführungen dieses Versuches unternommen.

Wenn man die uneingeschränkte Gültigkeit der Gl. (13) annimmt, so erkennt man, daß eine Temperatur, die tiefer ist als minus  $273^\circ$ , keinen Sinn hat. Diese Temperatur von  $-273^\circ$  bezeichnen wir als Nullpunkt der absoluten Temperatur. Die von diesem Nullpunkt gezählte Temperatur bezeichnen wir als absolute Temperatur  $T$ . Sie ist

$$T = t + 273, \text{ wo } t \text{ die Celsiusgrade bedeutet.}$$

Bei konstanter Temperatur ist das Produkt aus Volumen und Druck eines Gases konstant (BOYLE-MARIOTTEsches Gesetz). Dieses Gesetz läßt sich mit dem GAY-LUSSACschen Gesetz in einem Gesetz zusammenfassen, welches wir als die Zustandsgleichung der idealen Gase bezeichnen.

$$p \cdot v = n \cdot R \cdot T$$

Hier bedeutet  $n$  die in dem Volumen enthaltene Anzahl von Molen,  $R$  die Gaskonstante  $8,3 \cdot 10^7$  erg/Grad.  $p \cdot v$  hat die Dimension einer Energie. Es ist also der Energieinhalt eines idealen Gases der absoluten Temperatur proportional. Dieser Satz läßt sich nicht für alle Stoffe verallgemeinern, doch gilt, daß bei hinreichend

hoher Temperatur die Energiezunahme der Temperaturerhöhung proportional ist.

**Thermoelemente** (Abb. 31):

Verlötet man zwei Drähte aus verschiedenen Metallen an ihren Enden miteinander, so herrscht zwischen den beiden Lötstellen eine elektrische Spannung (Potentialdifferenz), wenn sich diese auf verschiedenen Temperaturen befinden. Diese Thermospannung ist innerhalb

nicht zu weiter Grenzen der Temperaturdifferenz zwischen den Lötstellen proportional. Bei bekannter Thermokraft, das ist die Spannung bei einem Grad

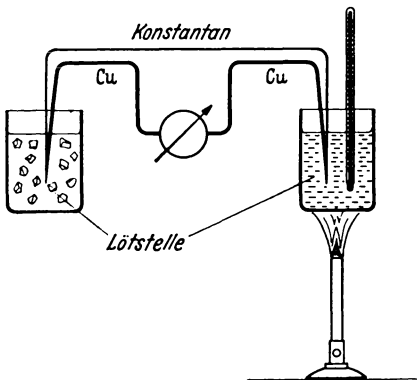


Abb. 31. Eichung eines Thermoelementes.

Temperaturdifferenz zwischen den Lötstellen proportional. Bei bekannter Thermokraft, das ist die Spannung bei einem Grad

Temperaturdifferenz, kann man aus der beobachteten Spannung die Temperaturdifferenz bestimmen. Dies geschieht mit Hilfe der Thermoelemente. Zu ihrer Herstellung verwendet man meist Kupfer- und Konstantandrähte. Die eine Lötstelle hält man auf konstanter Temperatur, z. B. der Temperatur des schmelzenden Eises. Dann ist die Thermospannung zwischen dieser Lötstelle und der zweiten, die man auf die zu messende Temperatur bringt, proportional der Temperatur in Celsiusgraden. Zur Spannungsmessung schaltet man in den einen Draht ein empfindliches Galvanometer (s. S. 40).

Ist die Thermokraft in dem zu verwendenden Temperaturbereich nicht bekannt, so muß man zunächst die Eichkurve des Thermoelementes aufstellen. Dazu setzt man die freie Lötstelle, die zur Messung verwendet werden soll, in ein Flüssigkeitsbad, dessen Temperatur man verändern und an einem

Quecksilberthermometer ablesen kann. Dabei liest man die Ausschläge des Galvanometers für verschiedene Temperaturen ab, wobei die andere Löt-

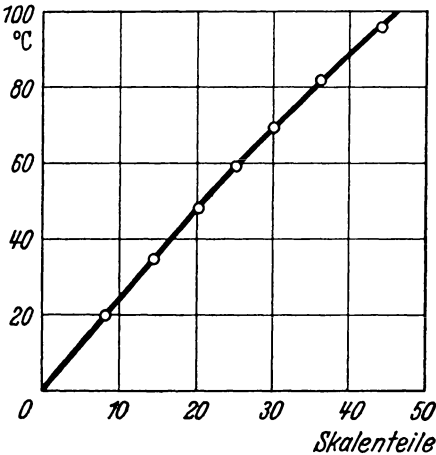


Abb. 32. Eichkurve eines Thermoelementes.

stelle sich stets in schmelzendem Eis befinden soll. Schließlich stellt man den Zusammenhang zwischen der Temperatur der Lötstelle und dem Ausschlag des Galvanometers in Skalenteilen graphisch dar (Abb. 32), indem man auf der Abszisse die Skalenausschläge, auf der Ordinate die dazugehörigen Temperaturen aufträgt und die so gewonnenen Punkte durch eine Kurve verbindet.

Anstatt ein Galvanometer zur Spannungsmessung zu verwenden, kann man diese auch mit Hilfe der Kompensationsmethode (s. S. 41) ermitteln.

Der Vorzug des Thermoelementes vor dem Quecksilberthermometer ist seine geringe Raumbeanspruchung, seine außerordentlich kleine Wärmekapazität (s. S. 30) und die daraus folgende geringe Trägheit (kleine Einstellzeit). Ein Quecksilberthermometer hoher Empfindlichkeit enthält notwendigerweise viel Quecksilber, hat daher eine große Wärmekapazität und auf Grund der

geringen Wärmeleitfähigkeit eine große Trägheit, da die ganze Quecksilbermenge auf die zu messende Temperatur gebracht werden muß. Ähnliche Vorzüge wie die Thermoelemente haben die Widerstandsthermometer, bei denen die Widerstandsänderung dünner Metalldrähte zur Temperaturmessung verwendet wird.

### Hygrometrie.

Eine Flüssigkeit, welche in einen evakuierten Raum hineingebracht wird, entwickelt in diesem Raum einen Dampf, dessen Druck nur von der Temperatur abhängig ist (*Sättigungsdruck*). Da bei Gasen und Dämpfen Druck und Dichte einander proportional sind, ist somit auch die Dichte des Dampfes, d. h. Masse pro Volumeneinheit, nur von der Temperatur abhängig. Befindet sich in dem Raum ein Gas, z. B. Luft, so ist nach hinreichend langer Zeit die Sättigungsdichte des Dampfes dieselbe wie im evakuierten Raum. Wir sagen dann, daß das Gas mit dem Dampf gesättigt sei.

Da aber nun der Dampf durch die Luft hindurch diffundieren muß, wird die Sättigung bei kleiner Flüssigkeitsoberfläche erst nach langer Zeit erreicht. Aus demselben Grund stellt sich in der freien atmosphärischen Luft nicht sofort die zur Temperatur gehörende Sättigungsdichte für Wasserdampf ein. Aufgabe der

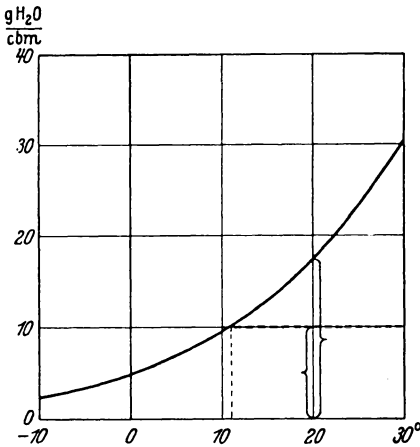


Abb. 33. Maximale Feuchtigkeit in Abhängigkeit von der Temperatur.

Hygrometrie ist es, den jeweiligen Feuchtigkeitsgehalt der atmosphärischen Luft festzustellen. Als Feuchtigkeitsmaß verwenden wir die in g gemessene Menge von Wasserdampf, die in einem m<sup>3</sup> atmosphärischer Luft enthalten ist. Die Feuchtigkeitsmenge, die bei der betreffenden Temperatur bei Sättigung vorhanden sein kann, bezeichnen wir als *maximale Feuchtigkeit*. Diese wächst also mit steigender Temperatur. Die in einem m<sup>3</sup> wirklich ent-

haltene Menge von Wasserdampf, gemessen in g, bezeichnen wir als *absolute Feuchtigkeit*. So lange sie kleiner ist als die maximale Feuchtigkeit, ist sie unabhängig von der Temperatur. Das Verhältnis von absoluter zu maximaler Feuchtigkeit bezeichnen wir

als *relative Feuchtigkeit*. Aufgabe der Hygrometrie ist die Messung der relativen Feuchtigkeit. Die Abb. 33 zeigt die maximale Feuchtigkeit als Funktion der Temperatur. In dieses Schema sei als Beispiel für eine Zimmertemperatur von 20° als absolute Feuchtigkeit der Wert  $10 \frac{\text{g H}_2\text{O}}{\text{m}^3}$  eingetragen. Bei einer Abkühlung der Atmosphäre ändert sich an der absoluten Feuchtigkeit zunächst nichts, da ja pro m<sup>3</sup> weder Wasserdampf dazukommt noch weggeht. Ihre graphische Darstellung verläuft also parallel zur Abszisse. Bei einer bestimmten Temperatur wird nun diese absolute Feuchtigkeit gleich der maximalen; unterhalb dieser Temperatur würde sie sogar größer sein als die maximale Feuchtigkeit. Es muß sich deshalb unterhalb dieser Temperatur die überschüssige Feuchtigkeit niederschlagen. Sie tut es in Form von Nebel oder Tau. Man nennt deshalb diese Temperatur den *Taupunkt*. Aus der Annahme der absoluten Feuchtigkeit kamen wir so zu einer Festlegung des Taupunktes. Umgekehrt kann man aus der Lage des Taupunktes sofort die absolute Feuchtigkeit angeben.

Zur Bestimmung des Taupunktes muß der Raum solange abgekühlt werden, bis sich Tau bildet. Diesen Versuch führt man im kleinen in der Umgebung des sogenannten *Taupunktspiegels* (Abb. 34) durch. Das ist eine an der Vorderseite polierte Metallkapsel, in die ein Thermometer hineingesteckt ist und die mit Äther gefüllt wird. Mittels eines Gummigebläses bläst man Luft hindurch, bringt so den Äther rasch zum Verdampfen und kühlt dadurch die Metallkapsel und die umgebende Luft ab, bis der Taupunkt erreicht bzw. unterschritten ist. Man erkennt dies daran, daß die Metallkapsel sich beschlägt. Aus der Kurve der maximalen Feuchtigkeit kann man für den abgelesenen Taupunkt sofort die absolute Feuchtigkeit angeben. Außerdem läßt sich an der Kurve Abb. 33 für die Zimmertemperatur die maximale Feuchtigkeit ablesen. Das Verhältnis dieser beiden ergibt also die relative Feuchtigkeit. Durch Multiplizieren mit 100 erhält man die relative Feuchtigkeit in %.

Da ihre Bestimmung aus dem Taupunkt umständlich ist, hat man einen Apparat entwickelt, der die relative Feuchtigkeit direkt anzeigt (Abb. 35). Er enthält ein Frauenhaar, das seine Länge nach Maßgabe der relativen

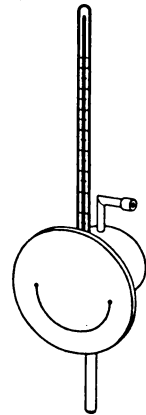


Abb. 34.  
Taupunktspiegel.

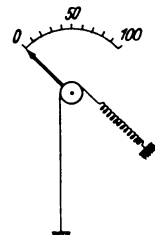


Abb. 35.  
Haarhygrometer.

Feuchtigkeit vergrößert. Es ist an einem Ende festgeklemmt, das andere Ende führt über eine Zeigerrolle zu einer Spannfeder.

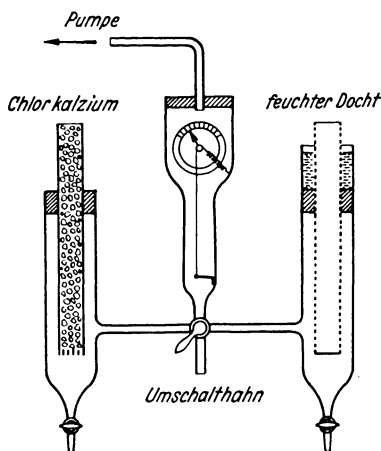


Abb. 36. Apparatur zur Eichung des Haarhygrometers.

Dann streicht der Zeiger bei zunehmender relativer Feuchtigkeit infolge der Verlängerung des Haares über die Skala, und diese Skala kann direkt in Prozenten der relativen Feuchtigkeit geeicht werden. Man nennt ein solches Instrument *Haarhygrometer*.

Zu seiner Eichung benützen wir einen Apparat (Abb. 36), in dem man einmal mit Chlorcalcium getrocknete Luft vorbeisaugt, das andere Mal Luft, die mit Feuchtigkeit gesättigt ist. Auf diese Weise lassen sich die Zeigerstellungen für die relative Feuchtigkeit 0% und 100% festlegen. Einen Zwischenwert erhält

man dadurch, daß man Zimmerluft durchströmen läßt, deren relative Feuchtigkeit mit dem Taupunktspiegel bestimmt wurde.

### Kalorimetrie.

Eine Temperaturerhöhung bewirkt eine Zunahme der inneren Energie der Materie, welche wir als *Wärmeinhalt* bezeichnet haben (s. S. 24). Durch Zuführung einer Wärmemenge wird also die Temperatur eines Körpers erhöht. Einheit der Wärmemenge ist die *Kalorie* (cal), das ist die Wärmemenge, die einem Gramm Wasser zugeführt werden muß, um die Temperatur um 1° zu erhöhen. 1000 kleine Kalorien bezeichnet man als eine *große Kalorie* oder eine *Kilokalorie* (kcal).

Um die Temperatur eines homogenen Körpers um  $\Delta t$  Grad zu erhöhen oder zu erniedrigen, muß ihm eine Wärmemenge  $\Delta Q$  zugeführt oder entzogen werden, welche dieser Temperaturänderung und der Masse  $m$  des Körpers proportional ist.

$$\Delta Q = c \cdot m \cdot \Delta t. \quad (15)$$

$c$  bezeichnet man als die *spezifische Wärme*. Diese gibt also die Zahl von cal an, die einem Gramm ( $m = 1 \text{ g}$ ) bei einer Temperaturerhöhung von 1° ( $\Delta t = 1^\circ$ ) zugeführt werden muß. Das Produkt aus spez. Wärme und Masse bezeichnet man als *Wärmekapazität*. Dieser Begriff hat auch für nicht homogene Körper einen Sinn

Er bedeutet die Zahl von Kalorien, die man dem ganzen Körper zuführen muß, um seine Temperatur um  $1^\circ$  zu erhöhen.

Die Erfahrung zeigt, daß das Produkt aus spez. Wärme und Atomgewicht bei Elementen in festem Aggregatzustand (mit Ausnahme der leichten Elemente) bei nicht zu tiefer Temperatur unabhängig von ihrer chemischen Natur nahezu das gleiche, nämlich etwa  $6 \text{ cal/Grad C}$  beträgt. (DULONG-PETITsche Regel). Sie besagt, daß jedes Atom für die Temperaturerhöhung um  $1^\circ$  den gleichen Energiebetrag beansprucht.

Hat ein Metallstück eine gegenüber der Umgebung höhere Temperatur, so kann es an die Umgebung Wärmeenergie abgeben. Dabei gilt natürlich der Energieerhaltungssatz, d. h. es muß sein: die vom Metall abgegebene Wärmemenge = der von der Umgebung aufgenommenen Wärmemenge.

Diesen Satz kann man zur Bestimmung der spez. Wärme des Metalls benützen, wenn man einen auf  $100^\circ$  erwärmten Metallklotz vom Gewicht  $M$  g in eine abgewogene Wassermenge  $W$  g von Zimmertemperatur, z. B.  $t_0 = 20^\circ$ , bringt und die Mischtemperatur  $t^\circ$  abliest. Denn die aufgenommene Wärmemenge ist dann gleich dem Produkt aus der Masse des Wassers mal der eingetretenen Temperaturerhöhung  $t^\circ - 20^\circ$ , also gleich  $W(t - 20)$  cal. Die abgegebene Wärmemenge ist gleich dem Gewicht des Metallklotzes  $M$  multipliziert mit der spez. Wärme  $c$  und der Temperaturerniedrigung  $100^\circ - t^\circ$  des Metallklotzes, also  $M \cdot c \cdot (100 - t)$  cal. Abgegebene und aufgenommene Wärmemengen sind gleich, also:

$$M \cdot c (100 - t) = W (t - 20)$$

Nach Bestimmung der Mischtemperatur  $t$  läßt sich die spez. Wärme leicht berechnen.

#### Bestimmung der spez. Wärme mit dem Mischungskalorimeter:

Praktisch führt man diese Bestimmung im sogenannten *Mischungskalorimeter* durch (Abb. 37). Man bringt den Metallklotz in ein doppelwandiges Rohr, das von Wasserdampf umströmt wird, so daß er eine Temperatur von  $100^\circ$  annimmt, läßt ihn dann vorsichtig in ein dünnwandiges Metallgefäß fallen, in dem sich die abgewogene Wassermenge befindet, rührt um und bestimmt die Mischungstemperatur. Bei

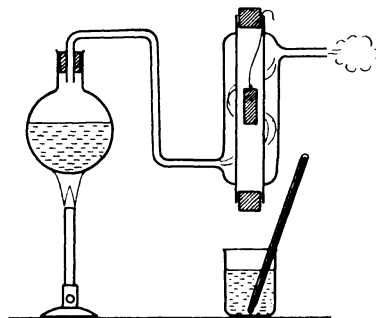


Abb. 37. Anordnung zur Bestimmung der spezifischen Wärme.

genaueren Messungen ist auch die Wärmemenge zu beachten, die

zur Temperaturerhöhung des Metallgefäßes dient. Sie ist gleich dem Gewicht des Gefäßes mal der spez. Wärme des Metalls, aus dem es hergestellt ist, mal der Temperaturerhöhung. (Die Wärmemenge, die nötig ist, um dieses Gefäß um  $1^\circ$  zu erwärmen, bezeichnet man als seinen *Wasserwert*).

Die Messung ergibt bei Al  $c = 0,21$ , bei Cu  $0,091$ , bei Pb  $0,032 \text{ cal/g } C^\circ$ .

**Messung der Umwandlungswärme (latente Wärme):** Wärmeenergie kann nicht nur dazu verwendet werden, die Temperatur eines Körpers zu ändern, sie kann auch zu Aggregatzustandsänderungen verbraucht werden, z. B. zur Umwandlung von Wasser in Dampf oder von Eis in Wasser. Bei solchen Aggregatzustandsänderungen werden die gegenseitigen Abstände der Moleküle verändert. Hierzu muß eine Arbeit gegen die Molekularkräfte aufgewandt werden, und die latente Wärme wird im wesentlichen zu dieser Arbeitsleistung verbraucht. Werden diese Umwandlungen rückgängig gemacht, so wird die dafür aufgewendete Wärmeenergie wieder frei.

Unter der *Schmelzwärme*  $S$  des Eises versteht man die Wärmemenge, die wir einem Gramm Eis von  $0^\circ$  zuführen müssen, um es in Wasser von  $0^\circ$  zu verwandeln. Zur Bestimmung der Schmelzwärme bringt man ein Stück abgetrocknetes Eis vom Gewicht  $G$  Gramm in  $M$  Gramm Wasser. Dadurch wird die ursprüngliche Temperatur  $t_0$  auf die Temperatur  $t$  erniedrigt. Dem Wasser wurde also die Wärmemenge  $M \cdot (t_0 - t)$  cal entzogen. Der Teilbetrag  $S \cdot G$  dieser Wärmemenge bewirkte das Schmelzen des Eises, der Restbetrag  $G \cdot t$  diente zur Erwärmung von  $G$  g Wasser von  $0^\circ$  auf  $t^\circ$ . Es ist also

$$S \cdot G + G \cdot t = M \cdot (t_0 - t),$$

woraus  $S$  zu berechnen ist. Die Messung ergibt etwa  $80 \text{ cal/g H}_2\text{O}$ .

Als *Verdampfungswärme*  $D$  des Wassers bezeichnet man die Wärmemenge, die aufgewendet werden muß, um  $1 \text{ g}$  Wasser in  $1 \text{ g}$  Dampf von gleicher Temperatur zu verwandeln. Man bestimmt sie am einfachsten aus der Kondensationswärme, d. h. der Wärmemenge, die frei wird, wenn  $1 \text{ g}$  Dampf in

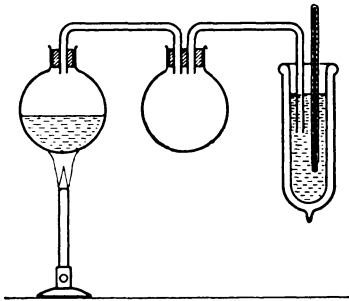


Abb. 38. Anordnung zur Messung der Verdampfungswärme.

Flüssigkeit verwandelt wird. (Diese Kondensationswärme ist ja gleich der Verdampfungswärme.) Dazu leitet man einige Zeit Dampf in eine abgewogene Wassermenge  $M$  (Abb. 38). Die Tem-

peraturerhöhung multipliziert mit der Wassermasse gibt die aufgenommene Kalorienzahl. Die Zahl der abgegebenen Kalorien ist gleich der Verdampfungswärme  $D$  mal dem Gewicht des kondensierten Dampfes  $G$ , vermehrt um das Gewicht des kondensierten Dampfes mal  $(100-t)$ , wo  $t$  die Mischungstemperatur bedeutet, da ja das bei der Kondensation entstandene Wasser sich von  $100^\circ$  auf die Mischtemperatur abkühlt.

$$D \cdot G + G \cdot (100-t) = M \cdot (t - t_0).$$

Das Gewicht des kondensierten Dampfes  $G$  bestimmt man aus der Gewichtszunahme des Kalorimeters. Die Messung ergibt für die Verdampfungswärme etwa  $540 \text{ cal/g H}_2\text{O}$ . Bei genaueren Messungen muß zur Masse des Wassers  $M$  noch der Wasserwert (s. S. 32) hinzugezählt werden.

**Energieumwandlung:** Im Vorhergehenden haben wir die Wärme als eine innere Energie erkannt. Mechanische Arbeit läßt sich durch Reibung vollständig in Wärme (mechanische Energie der Atome bzw. Moleküle) verwandeln, ebenso läßt sich Wärme in Arbeit umformen. Wärme und Arbeit messen wir in verschiedenen Einheiten, der Kalorie und dem erg, bzw. mkg. Die Erfahrung zeigt, daß bei der Umwandlung von Wärme in Arbeit, bzw. umgekehrt, eine Kalorie stets einer ganz bestimmten Menge von gewonnener oder geleisteter Arbeit entspricht, ganz einerlei auf welchem Wege diese Umwandlung erfolgt. Wir sagen, daß Wärme und Arbeit einander äquivalent sind, und zwar entspricht einer cal die Arbeit von  $4,186 \cdot 10^7 \text{ erg}$  bzw.  $0,427 \text{ mkg}$ .

Wir nennen diese Zahlen das *mechanische Wärmeäquivalent*.

Auch bei der Umwandlung von elektrischer Energie in Wärme gilt ein solcher Äquivalenzsatz. Die elektr. Energie wird in Wattsekunden gemessen (s. S. 35). Die Zahl der in einem Stromkreis entwickelten Wattsec ergibt sich nach dem JOULESchen Gesetz als Produkt von Stromstärke  $i$  in Ampère  $\times$  Spannung  $\varphi$  in Volt  $\times$  Zeit  $z$  in sec<sup>1</sup>. Diese elektr. Energie erscheint als Wärmemenge  $Q$ , welche in cal gemessen wird. Sie ist

$$Q = A \cdot i \cdot \varphi \cdot z$$

$A$  gibt an, wieviel cal einer Wattsec entsprechen.  $A$  hat den Zahlenwert  $0,239 \text{ cal/Wattsec}$ . Zur Erzeugung von 1 cal sind also  $4,18 \text{ Wattsec}$  nötig. Diese Zahl bezeichnen wir als das *elektrische Wärmeäquivalent*.

<sup>1</sup> Zur Vermeidung einer Verwechslung mit der Temperatur  $t$  schreiben wir hier für die Zeit das Symbol  $z$ .



**Messung des elektrischen Wärmeäquivalentes (Abb. 39):** Man bestimmt es, indem man einen abgemessenen Betrag elektrischer Energie in einem Tauchsieder umwandelt und damit eine bestimmte Wassermasse erwärmt. Man benützt dabei nebenstehende Anordnung. Mit einem Ampèremeter mißt man den durchfließenden Strom  $i$ , ein Voltmeter zeigt die am Tauchsieder liegende Spannung  $\varphi$  an, mit einer Stoppuhr bestimmt man die Zeit  $z$ , während welcher der Stromkreis geschlossen ist. Damit hat man die elektrische Energie  $i \cdot \varphi \cdot z$ .

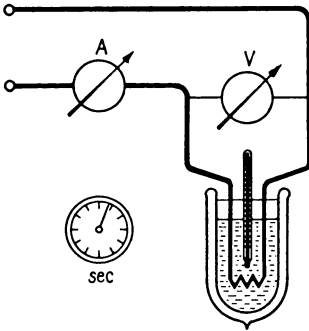


Abb. 39. Anordnung zur Messung des elektrischen Wärmeäquivalents. Das Produkt aus der Wassermasse  $M$  und der Temperaturerhöhung  $\Delta t$  ergibt die erzeugte Kalorienzahl  $M \cdot \Delta t$ .

Zur Erzeugung dieser Kalorienzahl waren also  $i \cdot \varphi \cdot z$  Wattsec nötig. Zur Erzeugung von 1 cal dementsprechend  $\frac{i \cdot \varphi \cdot z}{M \cdot \Delta t}$  Wattsec (reziproker Wert von  $A$ ).

**Der Energieerhaltungssatz:** Äquivalenzbeziehungen gibt es zwischen allen Energieformen. Man kann also alle Energie entweder auf Wärme oder auf mechanische Energie umrechnen. Es gilt nun, daß die in einem abgeschlossenen System enthaltene Energie, die sich als Summe aller Energien in diesem System ergibt, konstant bleiben muß (*Energieerhaltungssatz*). Wenn man aber einem solchen System von außen Energie zuführt, z. B. in Form von Wärme im Betrag  $\Delta Q$ , so dient diese Wärmemenge dazu, den Energieinhalt des Systems zu erhöhen, indem sie die innere Energie (Wärmeenergie) um  $\Delta U = c \cdot \Delta t$  vermehrt und gegebenenfalls noch eine Arbeit  $\Delta A$  leistet.

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A \quad (1. \text{Hauptsatz der Wärmelehre}) \quad (16)$$

Die vollständige Verwandlung einer gegebenen Wärmemenge in Arbeit ist mit Hilfe von Wärmekraftmaschinen (periodisch arbeitenden Maschinen) nicht möglich. Es gilt hier der Satz, daß Wärme nur dann in Arbeit verwandelt werden kann, wenn gleichzeitig ein Wärmebetrag von einem Körper höherer Temperatur zu einem Körper tieferer Temperatur übergeht. (2. Hauptsatz der Wärmelehre.)

### Messung von Strom und Spannung.

Die Stärke eines elektrischen Stromes wird durch die Elektrizitätsmenge gemessen, welche in der Zeiteinheit durch den Quer-

schnitt des Leiters strömt. Die Einheit der Elektrizitätsmenge ist das *Coulomb*. Die Einheit der Stromstärke 1 *Ampère* =  $\frac{1 \text{ Coulomb}}{1 \text{ sec}}$ . Elektrische Ströme entnimmt man Stromquellen (Dynamomaschinen, Galvan. Elementen, Akkumulatoren). Zwischen den Klemmen (Polen) einer Stromquelle herrscht eine Spannung (Potentialdifferenz). Die Spannung in *Volt* gibt ein Maß für die Arbeit in *Joule* (1 Joule =  $10^7$  erg), die man gewinnt, wenn man die Einheit der Elektrizitätsmenge zwischen den beiden Polen der Stromquelle übergehen läßt. Läßt man  $Q$  Coulomb zwischen den Polen einer Stromquelle, deren Spannung  $\varphi$  Volt beträgt, übergehen, so beträgt die gewonnene Arbeit

$$A = Q \cdot \varphi \text{ Joule.}$$

Wenn wir zwischen den Polen einer Stromquelle einen Strom von der Stromstärke  $i$  Ampère durch einen Leiter während der Zeit von  $t$  sec hindurchfließen lassen, so wird insgesamt die Elektrizitätsmenge  $i \cdot t$  transportiert. Die dabei geleistete Arbeit ist also

$$A = i \cdot t \cdot \varphi \text{ Joule (Joulesches Gesetz)} \quad (17)$$

Die pro sec geleistete Arbeit, die *Leistung*, ergibt sich als Produkt von Stromstärke mal Spannung. Ihre Einheit bezeichnet man als *Watt* (Voltampère). Die vom elektr. Strom geleistete Arbeit kann man also auch in *Wattsekunden* angeben.

$$1 \text{ Wattsec} = 1 \text{ Joule.}$$

Die Stärke des Stromes, der bei einer leitenden Verbindung zwischen den Polen einer Stromquelle fließt, hängt bei gegebener Spannung von einer Eigenschaft der Leitung ab, die wir als *Widerstand* bezeichnen. Wir messen diesen Widerstand durch das Verhältnis der Spannung zur Stromstärke. Einheit des Widerstandes ist das *Ohm*. Diesen Widerstand besitzt ein Leiter, durch den bei einer Spannung von 1 Volt ein Strom von einem Ampère hindurchfließt. Zwischen Stromstärke, Spannung und Widerstand besteht also die Beziehung

$$\text{Stromstärke} = \frac{\text{Spannung}}{\text{Widerstand}} \quad (\text{OHMSches Gesetz}). \quad (18)$$

**Strommessung mit dem Voltmeter:** Hinsichtlich des Stromdurchganges unterscheiden wir Leiter, in denen keine stoffliche Änderung bewirkt wird (*Leiter 1. Klasse*, Metalle) von solchen, bei denen der Stromdurchgang mit einem Transport von Materie verknüpft ist (*Leiter 2. Klasse*). Letztere sind zur Hauptsache Lösungen von Salzen, Säuren oder Basen, den sogenannten *Elektrolyten*, welche im gelösten Zustand in *Ionen* (geladene Atome oder Atomgruppen) zerspalten sind (*Dissoziation*). Die an den Elektro-

den abgeschiedenen Stoffmengen sind den hindurchgeschickten Elektrizitätsmengen (dem Produkt aus Stromstärke  $\times$  Zeit) proportional (*1. Faraday-Gesetz*). Schickt man z. B. durch eine Lösung von Silbernitrat einen Strom von 1 Ampère 1 sec lang hindurch, so scheiden sich an der negativen Elektrode (*Kathode*) 1,118 mg Silber ab. Auf diese Weise hat man gesetzlich die Stromstärke 1 Ampère definiert. Apparate zur Messung der abgeschiedenen Mengen als Funktion der hindurchgeschickten Ströme nennt man *Voltmeter*.

Zur Abscheidung eines *Gramm-Äquivalents* verschiedener Stoffe (Grammäquivalent gleich Atomgewicht/Wertigkeit) wird stets die gleiche Elektrizitätsmenge, nämlich 96 500 Coulomb, benötigt (*2. Faraday-Gesetz*). Da also immer von der gleichen Anzahl von Atomen des gleichen Stoffes gleiche Elektrizitätsmengen mitgeführt werden, schließen wir, daß auch die Elektrizitätsmengen in Elementarladungen atomistisch aufgeteilt sind.

$$1 \text{ Elementarladung} = \frac{96\,500}{6,02 \cdot 10^{23}} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb.}$$

$6,02 \cdot 10^{23}$  ist die Zahl der Atome in einem Grammatom (*LOSCHMIDT'sche Zahl*). Diese Ladung wird von einwertigen Ionen mitgeführt. Zweiwertige Ionen, z. B.  $\text{Cu}^{++}$  Ionen, tragen die doppelte Ladung, nämlich  $3,20 \cdot 10^{-19}$  Coulomb.

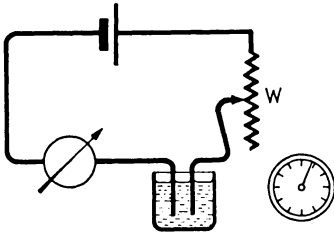


Abb. 40. Voltmeter.

Wir benützen diesen Wert zur Eichung eines magnetischen Strommessers. Die Abb. 40 zeigt die Anordnung. Das Voltmeter besteht aus einem mit Kupfersulfatlösung gefüllten Glastrog, in den als Elektroden 2 Kupferplatten hineingetaucht werden. Man hält während des Stromdurchganges den Ausschlag des Meßinstrumentes mit Hilfe des Regulierwiderstandes  $W$  konstant und bestimmt die Gewichtszunahme  $G$  der Kathode, die nach einer gemessenen Zeit  $t$  erfolgt ist. Die Zahl der abgeschiedenen Ionen beträgt

$$n = \frac{\text{Gewichtszun.} \times \text{LOSCHMIDT'sche Zahl}}{\text{Atomgewicht}} = \frac{G \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{63,6}$$

Also die transportierte Ladung

$$n \cdot 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb}$$

Die Stromstärke in Ampère (Ladung/Zeit) war demnach

$$\frac{n \cdot 3,2 \cdot 10^{-19}}{t} \text{ Ampère.}$$

**Strommessung mit Drehspulinstrumenten:** Zur praktischen Strommessung verwendet man die magnetischen Wirkungen des Stromes. Ein Strom, der senkrecht zu den Kraftlinien eines Magnetfeldes fließt, erfährt pro Längeneinheit eine Kraft, die gleich dem Produkt aus der Stromstärke  $i$  und der magnetischen Feldstärke  $\mathfrak{H}$  ist (Feldstärke ist das Verhältnis der

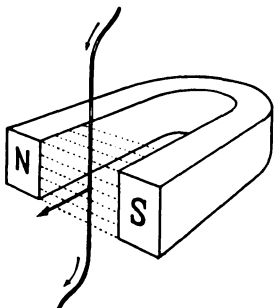


Abb. 41. Kraftwirkung auf einen stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld.

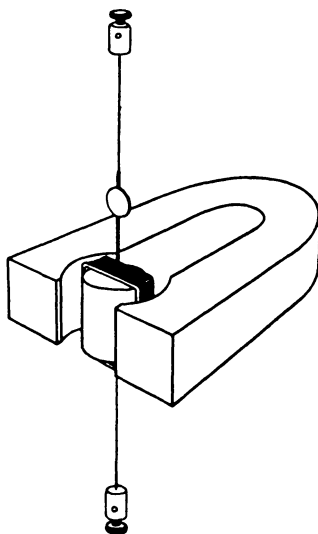


Abb. 42. Spiegelgalvanometer.

auf eine magnetische Menge  $M$  wirkende Kraft  $\mathfrak{H}$  zu dieser Menge  $M$ ,

$\mathfrak{H} = \frac{\mathfrak{H}}{M}$ ). Die auf den Draht wirkende Kraft ist sowohl zur Richtung des Stromes, als auch zur Richtung der Kraftlinien senkrecht

(Abb. 41). Das *Spiegelgalvanometer* (Abb. 42) besteht aus einem Hufeisenmagneten, zwischen dessen Polschuhen ein zylindrischer Eisenkern befestigt ist, so daß zwei bogenförmige Schlitz entstehen, in denen ein magnetisches Feld herrscht, dessen Kraftlinien radial verlaufen. Über dem Kern ist an einem dünnen Bronzband drehbar die rahmenförmige Galvanometerspule aufgehängt. Das Band dient gleichzeitig zur Stromzuführung und -Ableitung. Beim Durchfließen der Windungen verläuft der Strom in dem einen Schlitz von oben nach unten, in dem anderen Schlitz gerade

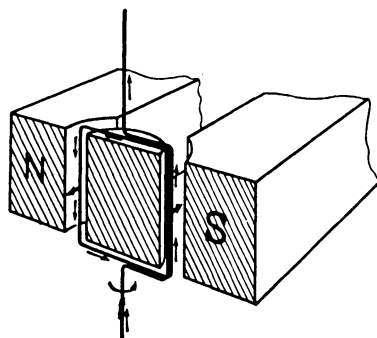


Abb. 43. Zur Deutung des an der Drehspule angreifenden Drehmomentes.

entgegengesetzt (Abb. 43). Die an den Längsseiten der Spule angreifenden Kräfte sind also einander entgegengerichtet und setzen sich zu einem Drehmoment zusammen, welches eine Drehung der Spule um die Aufhängeachse bewirkt, und zwar so weit, bis das Drehmoment, welches durch Drillung (Torsion) des Bandes entsteht, gleich dem von den magnetischen Kräften herrührenden Drehmoment ist. Der von der Nullstellung der Spule, das ist die Stellung der Spule bei Stromlosigkeit, gemessene Drehwinkel ist ein Maß für die Stromstärke und ihr weitgehend proportional. Er wird aus dem Reflexionswinkel eines Lichtstrahles an einem kleinen, über der Spule angebrachten Spiegel gemessen.

Beim *Zeigergalvanometer* (Abb. 44) geben zwei Spiralfedern die Richtkraft und übernehmen gleichzeitig die Stromzufuhr. Die

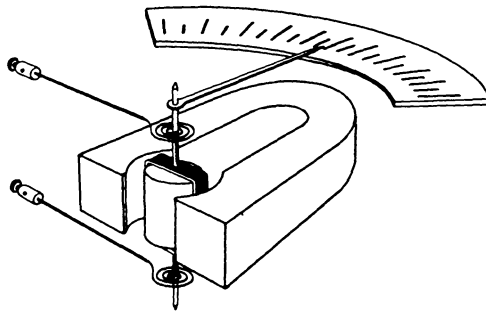


Abb. 44. Drehspulzeigergalvanometer.

Spule selbst ist zwischen zwei Spitzen gelagert und mit einem Zeiger versehen, dessen Ausschläge direkt an einer Skala abgelesen werden können.

Die Drehschule, welche zusammen mit den Spiralfedern, bzw. dem Aufhänge draht ein Drehpendel bildet, würde beim Einschalten des Stromes Schwingungen um ihre neue Ruhelage ausführen, wenn neben der Luftreibung keine zusätzliche Dämpfung wirksam wäre. Diese tritt aber bei einer Bewegung der Spule auf, sobald der Stromkreis geschlossen ist. Denn im Magnetfelde werden in der bewegten Spule Spannungen induziert (Dynamomaschine), die Ströme zufolge haben, deren Energie nur aus der Bewegungsenergie stammen kann, also die Bewegung der Spule bremst. Die auftretenden Ströme und damit die Bremsung sind außer von den induzierten Spannungen vom Widerstand des Stromkreises abhängig, d. h. von der Summe des Widerstandes der Drehschule und des äußeren Widerstandes, der mit der Drehschule zusammen diesen

Kreis bildet. Ist der äußere Widerstand klein, so wird man starke Ströme und damit eine kräftige Dämpfung erwarten, ist er groß, so wird man schwache Ströme und damit eine schwache Dämpfung erhalten. Diejenige Dämpfung ist am günstigsten, bei der sich die Spule ohne jedes Hin- und Herschwingen auf den Ausschlag einstellt. Eine solche Dämpfung bezeichnet man als *aperiodisch*. Sie läßt sich erreichen, wenn man dafür sorgt, daß der äußere Widerstand einen bestimmten Wert annimmt, den sogenannten aperiodischen Grenzwiderstand. Er ist etwa gleich dem fünf- bis zehnfachen Spulenwiderstand. Ist der Außenwiderstand zu groß, so ist die Dämpfung zu gering, und man muß Schwingungen in Kauf nehmen; ist er zu klein, dann ist die Dämpfung zu stark, die Spule „kriecht“ sehr langsam in ihre neue Lage.

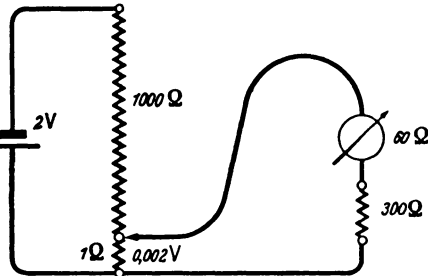


Abb. 45. Bestimmung der Empfindlichkeit eines Spiegelgalvanometers.

Will man mit einem Galvanometer die Stromstärke in Ampère messen, so muß es erst geeicht werden. Wir führen diese Eichung für ein Spiegelgalvanometer durch, dessen innerer Widerstand z. B. zu  $60 \Omega$  und dessen aperiodischer Grenzwiderstand zu  $300 \Omega$  angegeben ist. Dazu stellen wir uns eine berechenbare Spannung her, die einen geeigneten Ausschlag hervorruft. Die Abb. 45 zeigt die dazu verwendete Schaltung (Potentiometerschaltung S. 41). Sie enthält zunächst einen großen Widerstand von  $1000 \Omega$  (Stöpselrheostat), an den man eine Spannung von 2 Volt (Akkumulator) legt. Wenn wir an den Enden eines Teilwiderstandes von  $1 \Omega$  abgreifen, erhalten wir die Spannung von 0,002 Volt. Diese Spannung legen wir über unseren Grenzwiderstand an das Galvanometer. (Bei Fortlassen des Grenzwiderstandes wäre der Außenwiderstand des Galvanometerkreises nur ein Ohm; die Spule würde also kriechen.) Zusammen mit dem Galvanometer haben wir also einen Widerstand von  $360 \Omega$ , an dem die Spannung von 0,002 Volt liegt. Also fließt eine Stromstärke von  $\frac{0,002}{360}$  A, das sind 0,000 005 56 Ampère. Diese Stromstärke bewirkt einen Ausschlag des Lichtzeigers von 159 Skalenteilen, bei 1 m Entfernung der Skala vom Spiegel. Ein Ausschlag von einem Skalenteil entspricht also einer Stromstärke von  $\frac{0,000\ 005\ 56}{159}$ , das sind  $3,5 \cdot 10^{-8}$

Ampère. Diese Stromstärke bezeichnet man als *Stromempfindlichkeit* des Instrumentes. (Durch Multiplikation mit dem Drehspulwiderstand erhält man die *Spannungsempfindlichkeit*.)

Der Strom (bzw. Spannung s. u.), der den größten Ausschlag bewirkt, den die Konstruktion des Instruments zuläßt, bzw. der an der Skala des Instrumentes abgelesen werden kann, wird als *Meßbereich* bezeichnet.

Bewirkt beispielsweise eine Stromstärke von 1 Ampère einen Vollausschlag, so ist der Strommeßbereich 1 Ampère. Will man Stromstärken bis zu 10 Ampère messen, so sorgt man dafür, daß  $\frac{9}{10}$  des Stromes durch einen *Nebenschluß* (Abb. 46) fließen und eicht die Skala auf die Gesamtstromstärke um. (Der Widerstand dieses Nebenschlusses muß nach dem KIRCHHOFFSchen Gesetz der Stromverzweigung ein Neuntel des Spulenwiderstandes des Instrumentes sein.)

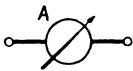


Abb. 46. Schaltung des Nebenschlusses am Amperemeter.

Nach dem OHM'schen Gesetz, welches nicht nur für den geschlossenen Stromkreis, sondern auch für jeden Teil des Kreises gilt, herrscht an den Enden der stromdurchflossenen Drehspule eine Spannung, welche der Stromstärke proportional ist, nämlich  $\text{Stromstärke} \times \text{Spulenwiderstand}$ . Man kann also jedes Strommeßinstrument als Spannungsmessinstrument eichen.

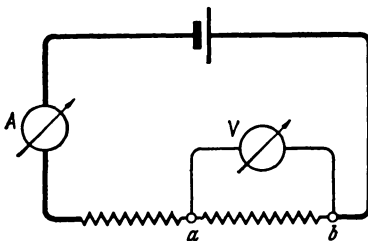


Abb. 47. Schaltung des Voltmeters.

Ein solcher Spannungsmesser (Voltmeter) wird nicht nur dazu verwendet, die Spannung einer Stromquelle zu ermitteln, sondern dient auch zur Messung der Spannung an einem Teil des geschlossenen Stromkreises, z. B. der Spannung an einem eingeschalteten Widerstand (Abb. 47). Er wird dazu mit den Enden  $a$  und  $b$  dieses Widerstandes verbunden, man schaltet das Voltmeter also im „Nebenschluß“. Es entsteht also zwischen  $a$  und  $b$  eine Stromverzweigung. Damit keine merkliche Änderung der Stromstärke (und damit der Teilspannungen an allen Widerständen des Kreises) zustande kommt, welche von dem im „Hauptschluß“ (d. h. in den Stromkreis) geschalteten Amperemeter gemessen wird, muß also der Widerstand des Voltmeters  $V$  groß sein gegen den Widerstand von  $a$   $b$ .

Der Meßbereich eines Voltmeters kann dadurch vergrößert werden, daß man ihm einen Vorschaltwiderstand gibt (Abb. 48). Will man z. B. den Meßbereich verzehnfachen, so muß dieser Vorschaltwiderstand das Neunfache des Instrumentenwiderstandes sein.

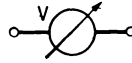


Abb. 48. Schaltung des Vorschaltwiderstandes beim Voltmeter.

**Spannungsmessung nach der POGGENDORFFSchen Kompensationsmethode** (Abb. 49): Verbindet man eine Stromquelle (Akkumulator: Spannung  $\varphi_0 = 2$  Volt) durch Drähte von sehr kleinem Widerstand (Kupferdrähte) mit einem Widerstandsdraht, z. B. Konstantandraht, der überall den gleichen Querschnitt und die Länge  $l$  cm hat, so liegt die gesamte Spannung  $\varphi_0$  an den Enden  $A$  und  $B$  dieses Drahtes. Die Spannung zwischen der Mitte des Drahtes  $M$  und  $A$  ist genau halb so groß. Allgemein ist die Spannung zwischen  $A$  und einem Punkt  $X$  ( $AX = x$ ) des Drahtes  $\varphi_x = \varphi_0 \frac{x}{l}$ .

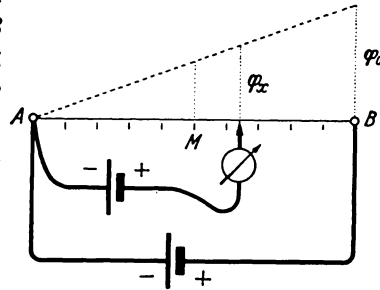


Abb. 49. Poggendorffsche Kompensationsmethode zur Spannungsmessung.

In Figur 49 ist die Spannung jedes Punktes des Meßdrahts  $A$   $B$  gegenüber  $A$  durch die gestrichelte Gerade dargestellt. Man kann also mit einem Schleifkontakt jede beliebige Spannung, die kleiner als  $\varphi_0$  ist, zwischen  $A$  und einem Punkt des Drahtes abgreifen. (Dieses Verfahren der Spannungsteilung durch Abgreifen an einem Widerstand bezeichnet man als *Potentiometerschaltung*). Wir messen die Spannung eines Elementes dadurch, daß wir sie mit einer ihr gleichen Spannung am Meßdraht vergleichen. Dazu verbinden wir die negative Klemme des Elementes mit dem Punkt  $A$  des Meßdrahtes, die positive Klemme verbinden wir mit dem Schleifkontakt unter Zwischenschaltung eines empfindlichen Spannungsmessers (Galvanometer oder Kapillarelektrometer). Man sucht jetzt durch Verschieben des Schleifkontaktes die Stellung, bei der der Spannungsmesser die Spannung 0 anzeigt. Dann ist die Spannung zwischen den Klemmen des Elementes gleich der am Meßdraht abgegriffenen Spannung

$$\varphi_0 \cdot \frac{x}{l}.$$

Ein besonderer Vorzug dieser Methode der Spannungsmessung



liegt darin, daß dem zu messenden Element kein Strom entnommen wird und damit auch bei inkonstanten Elementen die Spannung nicht durch Polarisierung gefälscht wird.

**Spannungsmessung mit dem statischen Voltmeter (Elektrometer):** Legt man an die Platten eines Plattenkondensators eine Spannung  $\varphi$ , so befindet sich auf jeder Platte die Elektrizitätsmenge

$$Q = C \cdot \varphi. \quad (19)$$

$C$  ist die *Kapazität* des Kondensators. Sie wird in Farad gemessen. Ein Kondensator hat die Kapazität von 1 Farad, wenn er durch die Elektrizitätsmenge von 1 Coulomb auf ein Volt aufgeladen wird. (Die Kapazität ist der Plattenfläche  $F$  proportional und ihrem Abstand  $d$  umgekehrt proportional  $C = \frac{F}{4\pi d} \cdot \frac{1}{9 \cdot 10^{11}}$ ). Zwischen den Platten des geladenen Kondensators herrscht ein elek-

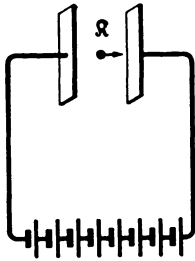


Abb. 50. Kraftwirkung auf einen geladenen Körper im Felde eines Plattenkondensators.

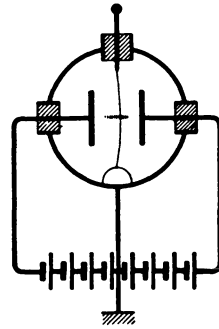


Abb. 51. Fadenelektrometer.

trisches Feld (Abb. 50). Als Feldstärke bezeichnet man den Quotienten aus der auf eine Ladung  $e$  wirkenden Kraft  $\mathfrak{R}$  durch diese Ladung:  $\mathfrak{E} = \frac{\mathfrak{R}}{e}$ . Sie wird also durch die Kraft auf die Einheitsladung gemessen. Wenn man die positive Einheitsladung von der negativen zur positiven Platte führt, leistet man also die Arbeit  $\mathfrak{E} \cdot d$ . Diese Arbeit ist aber nach S. 35 die Potentialdifferenz oder Spannung  $\varphi$  zwischen den Platten. Also ist  $\mathfrak{E} = \frac{\varphi}{d}$ .

In dem Elektrometer benutzt man die an einer Ladung im elektrischen Feld angreifende Kraft zu ihrer Messung. Beim *Fadenelektrometer* (Abb. 51) wird die zu messende Ladung auf einen isoliert befestigten dünnen, leitenden Faden gebracht. Dieser befindet sich in dem Felde eines Plattenkondensators. Es greift also an der Ladung eine Kraft an, welche dem Produkt aus der Ladung und der Feldstärke proportional ist und eine Durchbiegung des

elastisch befestigten Fadens bewirkt. Die Verschiebung aus der Ruhelage ist der Kraft und somit der Ladung proportional.

Faden und Kondensator befinden sich in einem metallischen Gehäuse, welches sich auf dem Potential der Erde befindet. Diesem Gehäuse gegenüber besitzt der aufgeladene Faden eine Spannung, welche seiner Ladung proportional ist. Man kann also jedem Elektrometersausschlag auch eine bestimmte Spannung zuordnen. Das Elektrometer läßt sich deshalb sowohl als Ladungsmesser als auch als Spannungsmesser (Voltmeter) benutzen. Ladung und Spannung sind durch die Beziehung

$$\text{Ladung} = C \times \text{Spannung}$$

verknüpft, wo  $C$  die Kapazität des Elektrometerfadens bedeutet. Zu Messungen muß die Skala in Volt geeicht werden. Dazu legt man an das Elektrometer verschiedene Spannungen, die man stufenweise an einem Spannungsteiler abgreift, und deren Höhe man mit einem geeichten Voltmeter bestimmt (Abb. 52).

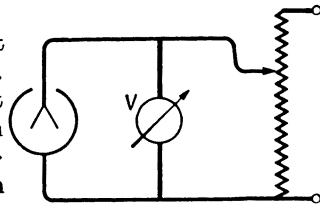


Abb. 52. Anordnung zur Eichung eines Fadenelektrometers.

Diese Spannungen werden graphisch als Funktion der Elektrometersausschläge dargestellt, d. h., man stellt sich eine Eichkurve her  $v$  (Abb. 53).

Wir messen z. B. mit einem so geeichten Elektrometer den Spannungsabfall an hintereinandergeschalteten Hochohmwiderständen ( $10^6 - 10^7 \Omega$ ), eine Aufgabe, die sich mit einem gewöhnlichen Voltmeter nicht lösen läßt, weil hier die auf S. 40 genannte Bedingung nicht erfüllt ist, daß alle Widerstände des Stromkreises gegenüber dem Vorschaltwiderstand des Voltmeters klein sein müssen.

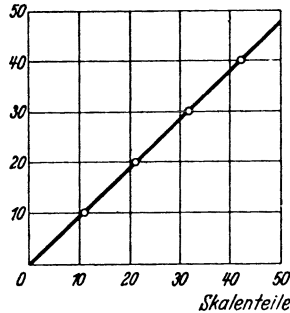


Abb. 53. Eichkurve eines Fadenelektrometers.

### Messung elektrischer Widerstände.

Der elektrische Widerstand eines Leiters ist in einfachen Fällen berechenbar. Der Widerstand eines Leiters von der Länge  $l$ , der überall den gleichen Querschnitt  $q$  besitzt, ist gegeben durch

$$W = \rho \frac{l}{q} \quad (20)$$

Der *spezifische Widerstand*  $\rho$  ist der Widerstand eines Würfels von

der Kantenlänge 1 cm. Er ist für das Widerstandsmaterial charakteristisch.

z. B. für Cu =  $0,017 \cdot 10^{-4} \Omega \text{ cm}$   
 „ Al =  $0,027 \cdot 10^{-4} \Omega \text{ cm}$   
 für Constantan =  $0,49 \cdot 10^{-4} \Omega \text{ cm}$ .

Seinen reziproken Wert bezeichnet man als die *spezifische Leitfähigkeit*.

Der spezifische Widerstand zeigt bei reinem Metall eine ausgeprägte Temperaturabhängigkeit. Er wächst in erster Näherung der absoluten Temperatur proportional an. Es gibt aber Metalllegierungen (z. B. Konstantan und Manganin), welche eine sehr geringe Temperaturabhängigkeit des Widerstandes zeigen und welche daher vorzugsweise zur Anfertigung von Widerstandsgeräten verwendet werden. Kohle und vor allem elektrolytische Lösungen besitzen im Gegensatz zu den Metallen einen spezifischen Widerstand, welcher mit wachsender Temperatur abnimmt.

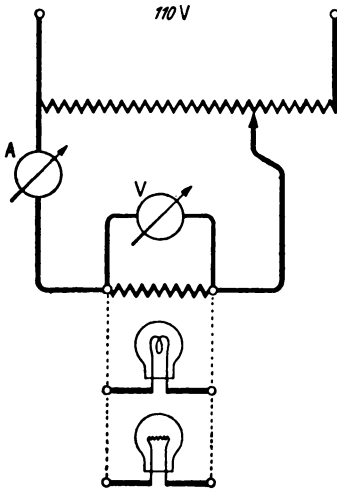


Abb. 54. Anordnung zur Aufnahme der Charakteristiken (Potentiometerschaltung).

Nach dem S. 35 genannten OHMSchen Gesetz ist die Stromstärke der Spannung proportional, wenn der Widerstand für die verschiedenen Stromstärken unverändert bleibt. Nach dem JOULESchen Gesetz (S. 35) wird beim Durchgang eines Stromes durch einen Widerstand in diesem Wärme entwickelt und somit die Temperatur erhöht. Es wird also nur in solchen Widerständen die Stromstärke der Spannung proportional sein, deren spez. Widerstand von der Temperatur unabhängig ist. In allen anderen

Fällen werden sich Abweichungen von der Proportionalität ergeben. Die Abhängigkeit der Stromstärke von der Spannung bezeichnen wir als die Charakteristik des Widerstandes.

Wir nehmen die Charakteristik eines Konstantandrahtwiderstandes, einer Metallfadenlampe und einer Kohlenfadenlampe auf. Dazu greifen wir an einem Potentiometer (s. S. 41), welches an 110 Volt liegt, nacheinander verschiedene Spannungen ab, welche wir über ein Ampèremeter an die Enden des Widerstandes führen (Abb. 54). Die am Widerstand liegende Spannung wird am Volt-

meter  $V$  abgelesen. In Abb. 55 ist die Stromstärke als Funktion der Spannung aufgetragen.

Die Abweichungen von der Proportionalität zeigen, daß der Widerstand, der nach dem OHM'schen Gesetz als Quotient von Spannung durch Stromstärke definiert ist, sich für die Glühlampen mit der Belastung ändert. Abb. 56 zeigt die Abhängigkeit des Widerstandes von der Stromstärke. Man entnimmt ihr qualitativ, daß der Widerstand der Metallfadenlampe mit wachsender Temperatur steigt und der der Kohlenfadenlampe mit wachsender Temperatur abnimmt.

Die Genauigkeit der Messung des elektrischen Widerstandes aus

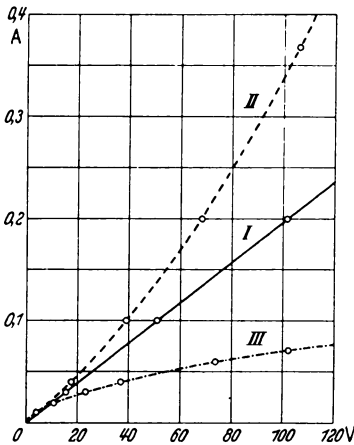


Abb. 55. Abhängigkeit der Stromstärke von der Spannung (Charakteristik):  
I Konstantendraht,  
II Kohlenfadenlampe,  
III Metallfadenlampe.

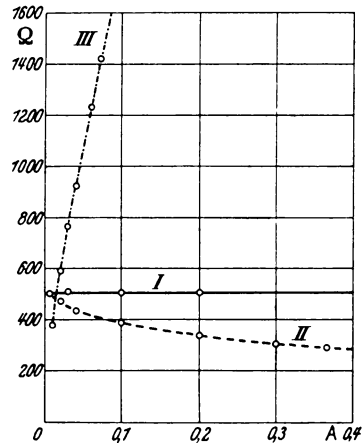


Abb. 56. Abhängigkeit des Widerstandes von der Stromstärke:  
I Konstantendraht,  
II Kohlenfadenlampe,  
III Metallfadenlampe.

Strom und Spannung ist abhängig von der Eichung und Ablesegenauigkeit der verwendeten Zeigerinstrumente. Letztere ist besonders bei kleinen Zeigerausschlägen sehr gering. Zu genauen Widerstandsmessungen dient die WHEATSTONE'sche Brücke (Abb. 57).

Man verwendet dazu einen über einem Maßstab ausgespannten Meßdraht von genau derselben Art, wie bei der POGGENDORFF'schen Kompensationsmethode zur Spannungsmessung. An diesen Draht legt man nun die Spannung eines Akkumulators. Mit Hilfe eines Schleifkontaktes  $S$  kann man diese Spannung in jedem beliebigen Verhältnis unterteilen und dieses Verhältnis  $\frac{a}{b}$  kann man aus den Längenabschnitten  $a$  und  $b$  des Maßstabes berechnen.

Hinter den zu messenden Widerstand  $x$  schaltet man nun einen geeichten Widerstand  $W$ . Diese hintereinandergeschalteten Widerstände verbindet man mit den Enden des Meßdrahtes  $A$  und  $B$ , man legt also an sie die gleiche Spannung. Diese Spannung verteilt sich auf die beiden Widerstände im Verhältnis ihrer Größe  $x : W$ .

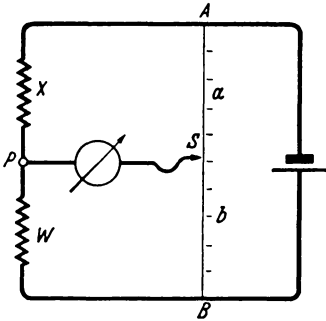


Abb. 57. Wheatstonesche Brücke.

Nun verbindet man den Punkt  $P$  über ein Galvanometer mit dem Schleifkontakt  $S$ . Diesen Teil der Schaltung bezeichnet man als Brücke. Da der Punkt  $S$  und der Punkt  $P$  im allgemeinen nicht dieselbe Spannung gegen den Punkt  $A$  haben, herrscht zwischen ihnen eine Spannung, so daß ein Strom fließt. Das Galvanometer zeigt einen Ausschlag.

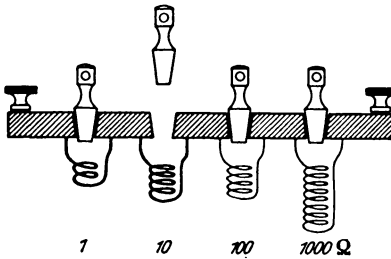


Abb. 58. Stöpselrheostat (Widerstandskasten).

Man verschiebt  $S$  so lange, bis dieser Ausschlag auf 0 zurückgegangen ist. Dann hat der Punkt  $S$  dieselbe Spannung gegen  $A$  wie der Punkt  $P$ . Es verhalten sich also die Teilspannungen an den Abschnitten  $a$  und  $b$  des Meßdrahts, wie die Teilspannungen an den Widerständen  $x$  und  $W$ .

Also

$$\frac{x}{W} = \frac{a}{b}$$

Der zu messende Widerstand ist  $x = \frac{a}{b} W$  Ohm.

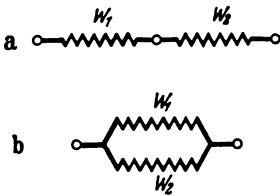


Abb. 59.

a) Hintereinanderschaltung,  
b) Parallelschaltung von Widerständen.

Die Messung wird besonders genau, wenn man den Widerstand  $W$  ungefähr in der Größe des zu messenden Widerstandes  $x$  wählt. Als Widerstand  $W$  verwendet man deshalb am besten einen Stöpselrheostaten (Abb. 58). Durch das Ziehen entsprechender Stöpsel kann man dem Rheostaten verschiedene Widerstandswerte geben. So weist beispielsweise der obenstehende Rheostat an seinen Klemmen einen Widerstand von 10 Ohm auf. Alle anderen Widerstände sind durch die Metallstöpsel kurzgeschlossen.

Schaltet man zwei Widerstände  $W_1$  und  $W_2$  hintereinander (Abb. 59a), so addieren sie sich. D. h. der Gesamtwiderstand ist gleich der Summe der Einzelwiderstände

$$W = W_1 + W_2 \quad (21)$$

Schaltet man zwei Widerstände  $W_1$  und  $W_2$  parallel (Abb. 59b), so addieren sich ihre Leitfähigkeiten, d. h. die reziproken Werte der Widerstände.

Also

$$\frac{1}{W} = \frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2}. \quad (22)$$

Beides kann man durch Messungen mit der WHEATSTONESchen Brücke zeigen.

**Widerstandsmessung von Elektrolyten:** Auch für elektrolytische Leiter (Leiter 2. Klasse) ist der Widerstand einer Flüssigkeitssäule vom Querschnitt  $q$  und der Länge  $l$ ,  $W = \rho \frac{l}{q}$ , wo  $\rho$  den spezifischen Widerstand des Elektrolyten darstellt. Da der Stromdurchgang eines Gleichstroms durch einen Elektrolyten eine Zersetzung zur Folge hat, kann sein Widerstand nicht in gleicher Weise, wie der eines Leiters erster Klasse gemessen werden. Wenn man zwei Elektroden aus gleichem Material, z. B. 2 Platinelektroden, zur Stromzuführung verwendet, so scheiden sich an diesen beiden Elektroden verschiedene Stoffe ab. In verdünnter Schwefelsäure z. B. entwickelt sich an der Kathode Wasserstoff, an der Anode Sauerstoff. Diese Gase bedecken die Oberfläche der Platinelektroden, so daß sich jetzt in der Säure zwei verschiedene Elektroden gegenüberstehen, nämlich eine Wasserstoffelektrode und eine Sauerstoffelektrode. Während zwischen den reinen Platinelektroden nur die Spannung bestehen würde, welche nach dem OHMSchen Gesetz durch das Produkt des durch den Elektrolyten fließenden Stromes und seines Widerstandes gegeben ist, tritt nunmehr eine Spannung hinzu, welche dem galvanischen Element zukommt, das aus einer Sauerstoff- und Wasserstoffelektrode im Elektrolyten gebildet wird, analog der Spannung, die zwischen einer Kupfer- und einer Zinkelektrode in Schwefelsäure herrscht. Diese Spannung bezeichnet man als die *Polarisationsspannung*. Da sie der angelegten Spannung entgegenwirkt, wird die Stromstärke herabgesetzt, also ein zu großer Widerstand des Elektrolyten vorgetauscht. Echte Widerstandsmessungen fordern Vermeidung der Polarisation. Man erreicht dies durch Anwendung von Wechselspannungen statt Gleichspannungen. Bei hinreichend hoher Frequenz der Wechselspannung und großer Oberfläche der Elektrode (mit Platinmoor überzogene Elektroden) kann man die Polarisation

durch Abscheidung von Zersetzungsprodukten praktisch völlig vermeiden. Man mißt dann den Widerstand von Elektrolyten mit der WHEATSTONESchen Brücke, indem man den Akkumulator durch eine Wechselstromquelle (z. B. einen Summer) ersetzt und als Nullinstrument ein Telefon verwendet (Abb. 60). Man verschiebt den Schleifkontakt bis der Summerton unhörbar wird. Es gelten dann dieselben Beziehungen wie für die Gleichstrombrücke.

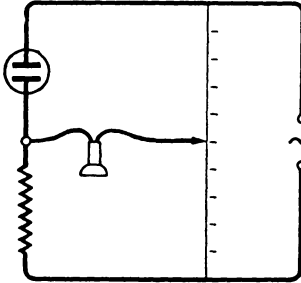


Abb. 60. Wheatstonesche Brücke für Leitfähigkeitsmessung von Elektrolyten. (Häufig werden Telefon und Wechselstromquelle miteinander vertauscht.)

Der spez. Widerstand eines Elektrolyten ist eine Funktion seiner Konzentration. Die Messung des spez. Widerstandes ist daher ein einfaches Mittel zur Bestimmung der Konzentration (gr. Substanz/100 g Lösung). Im allgemeinen ist bei einem Widerstandsgefäß die Berechnung des spezifischen Widerstandes aus dem gemessenen Widerstand und den geometrischen Dimensionen nicht möglich. Immer aber ist der Widerstand dem spezifischen Widerstand proportional

$$W = \varrho \cdot C$$

$C$  ist eine für das Gefäß charakteristische Größe. Man nennt sie seine *Widerstandskapazität*. Durch Messung des Widerstands  $W$  bei Füllung mit einem Elektrolyten bekannter Konzentration (z. B. einer normalen  $H_2SO_4$ -Lösung) und damit bekannten spez. Widerstandes kann man sie bestimmen. Es ist dann

$$C = \frac{W_{H_2SO_4, \text{ normal}}}{\varrho_{H_2SO_4, \text{ normal}}}$$

### Messungen an Wechselströmen.

Wir haben bisher nur Stromquellen kennengelernt, welche eine zeitlich unveränderliche Spannung besitzen (Gleichspannung). In der Praxis kommen aber meistens solche Stromquellen zur Anwendung, deren Spannung sowohl nach Größe, als auch nach Richtung (Vorzeichen) sich periodisch ändert (Wechselspannung). Verbindet man die Pole einer solchen Wechselstromquelle, so fließt in der Leitung ein Wechselstrom. Entsprechend der wechselnden Spannung steigt der Strom vom Wert 0, den er zu einer bestimmten Zeit hat, welche wir zum Nullpunkt unserer Zeitmessung machen, bis zu einem Maximalwert, dem *Scheitelstrom*  $i_0$  an, nimmt dann wieder auf 0 ab, kehrt seine Richtung um, wächst zu dem

gleichen Scheitelwert in entgegengesetzter Richtung an und geht wieder auf den Wert 0 zurück. Die Zeit, die hierbei verfließen ist, bezeichnen wir als die *Schwingungsdauer* oder *Periode*  $T$  des Wechselstroms. Nach einer Periode ist der Anfangszustand wieder erreicht und das Spiel wiederholt sich. Die Zahl der Perioden in einer sec, die *Frequenz*  $\nu$ , ist  $\frac{1}{T}$ . Sie beträgt beim technischen Wechselstrom 50 pro sec.

Unter den mannigfaltigen Formen, die ein solcher periodischer Stromverlauf zeigen kann, ist der in der Abb. 61 gezeichnete sinusförmige Verlauf von besonderer Bedeutung. Bei ihm läßt sich die Stromstärke als Funktion der Zeit  $t$  durch

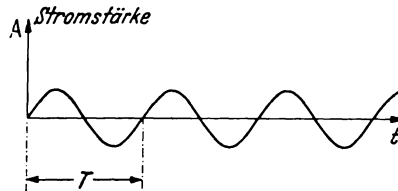


Abb. 61. Sinusförmiger Wechselstrom.

$$i = i_0 \cdot \sin \left( 2\pi \frac{t}{T} \right) \text{ oder} \quad (23)$$

$$i = i_0 \cdot \sin (2\pi \nu t) \quad (24)$$

angeben.

Man sieht also, daß für alle Zeiten, die ganzzahlige Vielfache von  $T$  sind, der Strom 0 wird, ( $\sin (n \cdot 2\pi)$  ist für ganzzahliges  $n = 0$ ) und daß für zwei Zeiten, die um die Schwingungsdauer  $T$  auseinander liegen, der Strom immer denselben Wert hat und denselben Verlauf zeigt. Momentanwert und Verlauf des Stromes werden also durch den Wert bestimmt, um den  $2\pi \nu t$  das nächst kleinere ganzzahlige Vielfache von  $2\pi$  überschreitet. Diesen Wert bezeichnet man als *Phase*. Ein Wechselstrom, der durch

$$i = i_0 \sin (2\pi \nu t - \alpha) \quad (25)$$

gegeben ist, unterscheidet sich von dem obengenannten weder durch den Scheitelwert des Stromes noch durch die Frequenz, doch erreicht er den Wert 0, bzw. den Scheitelwert, zu einer um  $\frac{\alpha}{2\pi} \cdot T$  späteren Zeit. Denn aus (23) folgt  $i = 0$  für  $t = 0$ , aus (25)  $i = 0$  für  $(2\pi \nu t - \alpha) = 0$  oder  $t = \frac{\alpha}{2\pi \nu} = \frac{\alpha}{2\pi} T$ .  $\alpha$  bezeichnet man als die *Phasenverschiebung* zwischen den beiden Strömen.

Die entsprechenden Bezeichnungen verwenden wir für die Darstellung der Wechselspannung:

$$\varphi = \varphi_0 \sin \left( 2\pi \frac{t}{T} \right) \text{ bzw. } \varphi = \varphi_0 \sin (2\pi \nu t).$$

Trotzdem die Stromstärke sich zeitlich ändert, spricht man auch beim Wechselstrom von einer Stromstärke schlechthin, die die



Bedeutung eines Mittelwertes hat. Da der arithmetische Mittelwert 0 ergibt, bezeichnet man als „effektive“ *Stromstärke* die Wurzel aus dem quadratischen Mittelwert. Diese ist für den sinusförmigen Wechselstrom  $\frac{i_0}{\sqrt{2}}$  ( $i_0$  Scheitelwert). Entsprechend ist die *Effektivspannung* definiert als  $\frac{\varphi_0}{\sqrt{2}}$ .

Für Wechselstrommessungen sind die Drehspulinstrumente nicht direkt geeignet. Durch Einbau von Gleichrichtern, die den Strom vorzugsweise nur in einer Richtung durchlassen, macht man sie auch dafür verwendbar. Außer dem so abgeänderten Drehspulinstrument werden aber auch sogenannte *Weicheiseninstrumente* und *Hitzdrahtinstrumente* benutzt, deren Ausschlag von der Richtung des Stromdurchganges unabhängig ist. Sie sind bei gleicher Eichung sowohl für Wechselstrom als auch Gleichstrom brauchbar. Ihr Ausschlag ist angenähert dem Quadrat der Stromstärke proportional.

**Durchgang des Wechselstroms durch einen OHMSchen Widerstand:** Wir legen nacheinander an einen Widerstand aus Konstantandraht eine Gleichspannung von 220 Volt und eine Wechselspannung von 220 Volt eff. Im Stromkreis liegt wechselweise ein Ampèremeter für Gleichstrom bzw. Wechselstrom. Der Versuch ergibt für das Verhältnis aus Spannung und Stromstärke für Gleichstrom und für Wechselstrom beidemale dasselbe. Es sind also Begriff und Maßeinheit für den Widerstand für beide Stromarten genau die gleichen.

Auch das JOULESche Gesetz (s. S. 35) gilt hier unverändert. In Abb. 62 (a) ist der zeitliche Verlauf der Spannung, in (b) der zeitliche Verlauf des Stroms, in (c) ist der zeitliche Verlauf der Leistung in Watt (Produkt Stromstärke  $\times$  Spannung) für den Versuch mit Gleichstrom aufgetragen. Die in der Zeit  $t$  geleistete Arbeit ist das Produkt aus Leistung mal Zeit (Wattsec) und wird daher durch den Flächeninhalt des schraffierten Rechteckes in (c) dargestellt.

Entsprechende Darstellungen von Strom, Spannung und Leistung für den Wechselstrom enthält die rechte Seite der Abb. 62. Die Leistung ist also beim Wechselstrom nicht konstant, die in der Zeit geleistete Arbeit ist aber wie beim Gleichstrom durch den Inhalt der schraffierten Fläche gegeben. Dieser schraffierte Teil ist halb so groß, wie das Rechteck aus dem Maximalwert der Leistung und der Zeit. Dieses ist aber wiederum doppelt so groß, wie das Rechteck in Abb. 62c, welches die Gleichstromarbeit darstellt. Daraus folgt, daß die Wechselstromarbeit gleich der Arbeit des

Gleichstroms ist, wenn der Effektivwert des Wechselstroms gleich der Stärke des Gleichstroms und der Effektivwert der Wechselspannung gleich der Gleichspannung ist. Das Produkt der Effektivspannung und Effektivstromstärke ergibt also die Leistung des Wechselstroms in Watt.

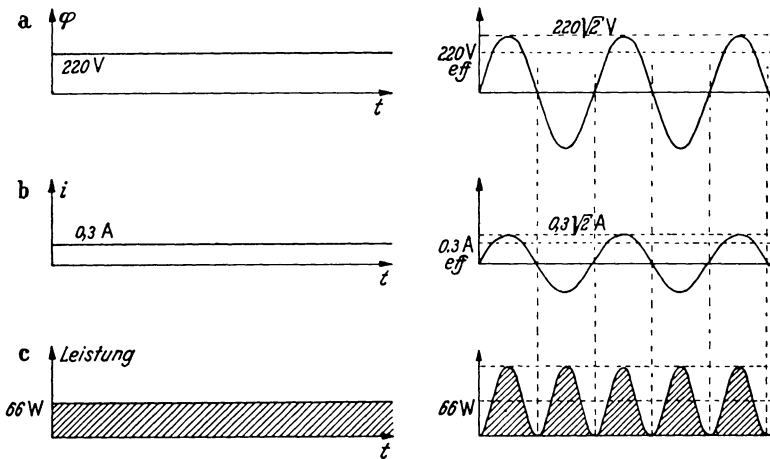


Abb. 82. Zeitlicher Verlauf von Spannung, Stromstärke und Leistung für Gleichstrom und für Wechselstrom.

Für die eben angestellte Überlegung ist es wichtig, daß die Phase des durch den Widerstand fließenden Stromes mit der Phase der Spannung übereinstimmt, das bedeutet, daß Strom und Spannung gleichzeitig 0 sind, bzw. ihren Maximalwert annehmen. Widerstände, in denen die Wechselströme mit den sie erzeugenden Wechselspannungen „in Phase“ sind, bezeichnen wir als „OHMSche Widerstände“. Im allgemeinen tritt jedoch zwischen Strom und Spannung in Wechselstromkreisen eine Phasenverschiebung auf, die uns nötigt, für den Wechselstrom neue Widerstandsbegriffe einzuführen.

**Induktiver Widerstand:** In einer von einem Strom durchflossenen Spule wird ein Magnetfeld erzeugt. Das Produkt aus der magnetischen Feldstärke  $\mathfrak{H}$ , ( $\mathfrak{H} = \frac{4\pi}{10} n \cdot i$  Gauß,  $n$  = Zahl der Windungen pro cm) mal dem Querschnitt der Spule  $F$ , mal der Zahl der Windung  $N$  ( $N = nl$ ) der Spule, bezeichnet man als den magnetischen Kraftfluß  $\Phi$ .

$$\Phi = \oint \cdot F \cdot N = \frac{4 \pi^2 \cdot n^2 \cdot r^2 \cdot l \cdot i}{10}. \quad (26)$$

( $l$  = Länge der Spule,  
 $r$  = Radius der Spule)

Nach dem Induktionsgesetz tritt bei einer Änderung des Kraftflusses an den Enden der Spule eine Spannung auf, welche durch die Änderung des Kraftflusses pro sec gegeben wird.

$$\begin{aligned} \varphi_{\text{induz.}} &= - \frac{d\Phi}{dt} = - \frac{d(N \cdot \oint \cdot F)}{dt} \\ &= - \frac{4 \pi^2}{10} \cdot n^2 \cdot r^2 \cdot l \cdot \frac{di}{dt}. \end{aligned} \quad (27)$$

Da sich bei Gleichstrom der Kraftfluß nicht ändert, wird bei ihm keine Spannung induziert. Sie tritt aber auf, wenn ein Wechselstrom durch die Spule fließt. Die induzierte Spannung muß der aufgeprägten Spannung entgegengerichtet sein (*LENZsches Gesetz*), ihr Betrag mit dem der aufgeprägten Spannung übereinstimmen.

Nicht in allen Fällen läßt sich in einfacher Weise der Kraftfluß aus den Eigenschaften des Stromkreises und der Stromstärke berechnen. Stets ist aber der Kraftfluß der Stromstärke proportional. Man setzt dann den Kraftfluß

$$\Phi = L \cdot i. \quad (28)$$

$L$  bezeichnet man als Koeffizienten der Selbstinduktion. Er wird durch den Betrag der Spannung gemessen, welche induziert wird, wenn sich die Stromstärke um ein Ampère in 1 sec ändert. Seine Einheit bezeichnet man als 1 *Henry*.

Bei Änderung der Stromstärke  $i$  ist die induzierte Spannung also

$$\varphi_{\text{induz.}} = - \frac{d\Phi}{dt} = - L \frac{di}{dt}. \quad (29)$$

(Durch Vergleich mit Gl. (27) ergibt sich für eine Spule

$$L = \frac{4 \pi^2 \cdot n^2 \cdot r^2 \cdot l}{10}.)$$

Um zu verstehen, daß eine wechselstromdurchflossene Spule sich wie ein Widerstand verhält, betrachten wir zunächst einmal einen OHMSchen Widerstand in einem Gleichstromkreis (Abb. 63a). An den Enden des vom Strom durchflossenen OHMSchen Widerstandes herrscht eine Spannung, welche dem Betrage nach gleich der Batteriespannung, aber ihr entgegengerichtet ist, d. h. daß dann, wenn wir diesen Widerstand als ein stromlieferndes Element gleicher Polung auffassen dürften, der Strom in der entgegengesetzten Richtung fließen würde (punktierte Pfeilrichtung).

An den Enden der vom Wechselstrom durchflossenen Spule herrscht ebenso eine Spannung (Abb. 63b), nämlich die induzierte Spannung, welche der angelegten Spannung dem Betrage nach gleich, aber nach dem LENZschen Gesetz entgegengerichtet ist. Die Spule verhält sich also in einem Wechselstromkreis wie ein Widerstand. Wir bezeichnen ihn als *induktiven Widerstand*.

Bei der Verwendung von sinusförmiger Wechselspannung ist der Zusammenhang zwischen Stromstärke und Spannung, Frequenz und Selbstinduktion gegeben durch

$$i = \frac{\varphi}{2\pi\nu \cdot L} \quad (30)$$

In Analogie zum OHMSchen Gesetz für Gleichstrom bezeichnet man  $2\pi\nu L$  als den induktiven Widerstand. Trotzdem also der OHMSche Widerstand der Spule praktisch null sein kann, ergibt sich bei endlicher Wechselspannung nicht ein unendlich großer Strom, sondern ein Strom, der um so kleiner wird, je größer die Selbstinduktion und je größer die Frequenz ist.

Dieser Strom ist aber gegen die Spannung in seiner Phase um  $\frac{\pi}{2}$  verschoben, d. h. er hinkt um die Zeit  $\frac{T}{4}$  hinter der Spannung her. Aus Abb. 64 sieht man, daß die zeitliche Änderung der Strom-

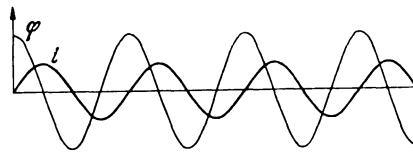


Abb. 64. Zeitlicher Verlauf von Spannung und Strom bei der Selbstinduktion. (Phasenverschiebung  $\pi/2$ ).

stärke zu den Zeiten  $T = 0, \frac{T}{2}, T$  usw. am stärksten ist und der Strom sich praktisch zu den Zeiten  $\frac{T}{4}, \frac{3}{4} T$ , usw. nicht ändert. Die induzierte Spannung und damit auch die aufgeprägte Spannung müssen also ihren Maximalwert zu den Zeiten  $t = 0, \frac{T}{2}$  usw. haben und in den dazwischen liegenden Zeiten  $t = \frac{1}{4} T, \frac{3}{4} T$  usw. = 0 sein. Es erreicht also die Stromstärke zu einer Zeit ihr Maximum, die um den Betrag  $\frac{1}{4} T$  später liegt, als das Maximum der Spannung. Der Strom hinkt also hinter der Spannung her.

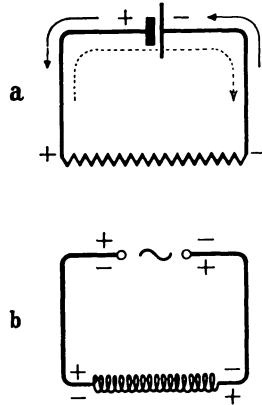


Abb. 63. Selbstinduktion als Widerstand im Wechselstromkreis.

In Abb. 65 ist die Leistung dieses durch eine Selbstinduktion fließenden Wechselstroms dargestellt. Wie in Abb. 62 ergeben die

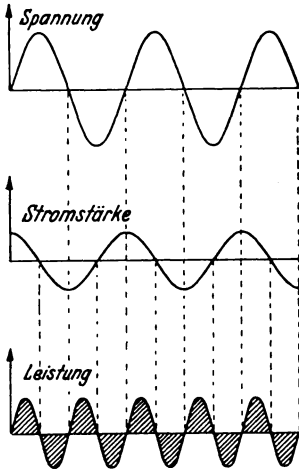


Abb. 65. Leistung im Wechselstromkreis mit Selbstinduktion.

schraffierten Flächen die von der Stromquelle geleistete Arbeit. Es treten hier also neben positiven auch negative Energiebeträge auf. Während positive Energiebeträge von der Stromquelle hergegeben werden, werden die negativen Energiebeträge wieder dem Energievorrat der Stromquelle zurückerstattet. Die von der Stromquelle abgegebene Energie wird zum Aufbau des Magnetfeldes in der Selbstinduktion verwendet. Beim Abbau dieses Feldes wird sie wieder an die Stromquelle zurückgegeben. Die Zeichnung ergibt, daß beide Anteile einander gleich sind, daß also die gesamte geleistete Arbeit gleich 0 ist (*wattloser Strom*).

**Kapazitiver Widerstand:** Wenn wir einen Kondensator an eine Gleichstromquelle (z. B. Akkumulator) legen (Abb. 66), so fließt in den Verbindungsdrähten solange ein Strom, bis der Kondensator auf die Spannung der Stromquelle aufgeladen ist; die durch die Leitung transportierte Elektrizitätsmenge ist gleich der La-

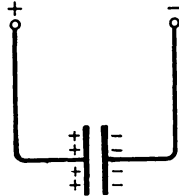


Abb. 66. Kondensator an Gleichspannung.

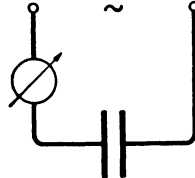


Abb. 67. Kondensator an Wechselspannung.

dung, die auf dem Kondensator sitzt, also  $Q = C \cdot \varphi$ . Dann ist die Stromstärke 0 geworden und nach dem OHMSchen Gesetz für Gleichstrom der Widerstand unendlich groß.

Bei einer Wechselspannung (Abb. 67) kann die Stromstärke niemals dauernd gleich 0 sein, weil entsprechend der wechselnden Polarität der Stromquelle auch der Kondensator seine Aufladung dauernd ändern muß. Die in der Zeiteinheit durch die Leitung transportierte Elektrizitätsmenge (Stromstärke) muß der Auf-

ladung des Kondensators, also  $C \cdot \varphi$ , und der Frequenz der Wechselspannung  $\nu$  proportional sein. Für einen sinusförmigen Wechselstrom ist

$$i = 2\pi\nu \cdot C \cdot \varphi = \frac{\varphi}{\frac{1}{2\pi\nu \cdot C}}. \quad (31)$$

In Analogie zum OHMSchen Gesetz bezeichnet man  $\frac{1}{2\pi\nu \cdot C}$  als den *kapazitiven Widerstand*.

Zwischen dem Strom und der Spannung ist auch hier eine Phasenverschiebung, denn wenn der Kondensator seine maximale Spannung erreicht hat, ist die Stromstärke 0; der größte Ladungstransport, also die größte Stromstärke, ist aber dann, wenn die Spannung am Kondensator 0 ist. In diesem Falle eilt der Strom der Spannung um die Zeit  $\frac{T}{4}$  voraus.

Daß wir auch hier einen wattlosen Strom haben, entnimmt man der Abb. 68. Auch hier wird die in den Kondensator hineingesteckte elektrische Energie der Stromquelle zurückgegeben.

Zur Messung der induktiven und kapazitiven Widerstände benützen wir die in Abb. 69 gezeichnete Anordnung: An einem Potentiometer (OHMScher Widerstand ohne wesentliche Selbstinduktion) greift man verschiedene Spannungen ab und legt sie an die zu messende Selbstinduktion (oder Kapazität). Ein Voltmeter  $V$  mißt die an der Selbstinduktion liegende Spannung, ein Amperemeter  $A$  die hindurchfließende Stromstärke. Wir messen die Abhängigkeit der Stromstärke von der Spannung und berechnen aus dem Verhältnis von Spannung und Stromstärke den Wechselstromwiderstand. Diese Messungen werden für 50-periodigen und

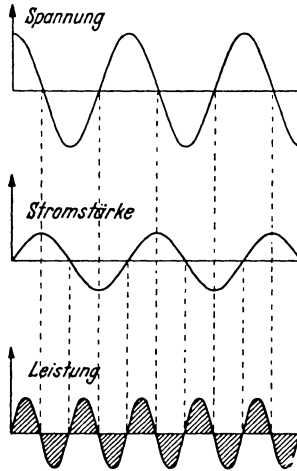


Abb. 68. Leistung im Wechselstromkreis mit Kapazität.

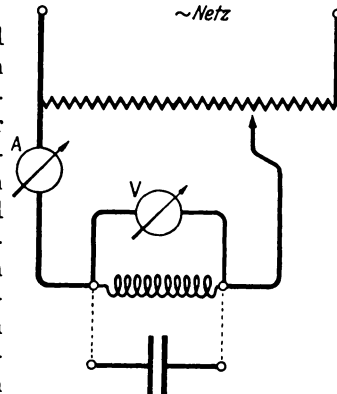


Abb. 69. Anordnung zur Messung induktiver und kapazitiver Widerstände.

500-periodigen Wechselstrom durchgeführt. Steckt man in die Spule einen lamellierten Eisenkern, so erhöht sich der induktive Widerstand, da der Kraftfluß und damit die Selbstinduktion im Verhältnis der Permeabilität Eisen zu Luft anwächst. Aus den gemessenen Wechselstromwiderständen berechnen wir die Selbstinduktion zu

$$L = \frac{W_{\text{induktiv}}}{2\pi\nu}$$

und die Kapazität  $C = \frac{1}{W_{\text{kap.}} \cdot 2\pi\nu}$ .

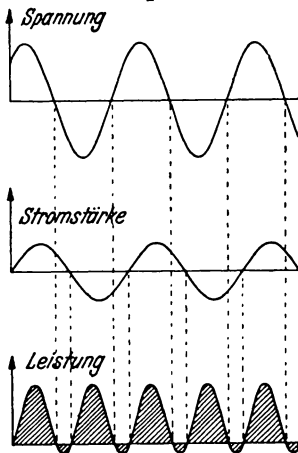


Abb. 70. Spannung, Strom und Leistung und der Spannung vorhanden sein. bei einer Phasenverschiebung  $< \frac{\pi}{2}$ . Die Abb. 70 zeigt für eine Phasen-

verschiebung  $\alpha$  kleiner als  $\frac{\pi}{2}$  das Überwiegen der im Stromkreis verbrauchten Energie über die zurückerstattete Energie. Die Leistung ist jetzt

$$\text{Leist.} = i_{\text{eff}} \cdot \varphi_{\text{eff}} \cdot \cos \alpha \quad (32)$$

(Für  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  wird die Leistung = 0, da  $\cos \frac{\pi}{2} = 0$ ).

In einem Wechselstromkreis, in dem OHMScher Widerstand  $W$  und Wechselstromwiderstände hintereinander geschaltet sind, ist der Gesamtwiderstand  $R$  nicht gleich der Summe der Einzelwiderstände. Vielmehr ist

$$R = \sqrt{W^2 + \left(2\pi\nu L - \frac{1}{2\pi\nu C}\right)^2} \quad (33)$$

**Elektrische Schwingungen:** Wenn man in einem Gleichstromkreis den Widerstand anwachsen läßt, so nimmt die Stromstärke

ständig ab. Völlig anders kann sich ein Wechselstromkreis verhalten, in dem neben dem OHMSchen Widerstand Selbstinduktion und Kapazität enthalten sind (Abb. 71). Der Gesamtwiderstand ist nach Gl. (33) am kleinsten, wenn

$$2\pi\nu L - \frac{1}{2\pi\nu C} = 0 \tag{34}$$

ist, also induktiver Widerstand und kapazitiver Widerstand einander gleich sind. Wenn man also den kapazitiven Widerstand  $\frac{1}{2\pi\nu C}$  von sehr großen Werten abnehmen läßt, indem man nacheinander immer größere Kapazitäten  $C$  einschaltet, dann nimmt hier zunächst erwartungsgemäß die Stromstärke zu, erreicht ein Maximum, und nun aber nimmt die Stromstärke mit abnehmendem kapazitiven Widerstand  $\frac{1}{2\pi\nu C}$  ab (Abb. 72).

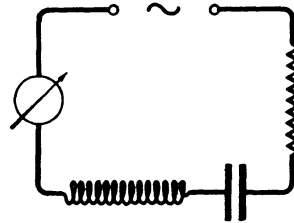


Abb. 71. Wechselstromkreis mit Ohmschen Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität.

Ordnen wir einem aus Kapazität und Selbstinduktion bestehenden Kreis eine elektrische Eigenschwingung zu, so können wir die Abb. 72 als eine Resonanzkurve deuten, deren Maximum derjenigen Zusammenstellung des Stromkreises zuzuordnen ist, bei der die Eigenschwingung mit der Schwingung der Wechselstromquelle übereinstimmt. Diese Eigenfrequenz ist durch die Bedingung Gl. (34) gegeben, aus der

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{35}$$

oder die Schwingungsdauer

$$T = 2\pi \sqrt{LC} \text{ (THOMSONSche Formel)} \tag{36}$$

folgt.

In unserem Beispiel (Selbstinduktion 1 Henry) liegt das Maximum bei einer Kapazität von  $0,1 \mu\text{F} = 10^{-7}$  Farad. Hieraus folgt für die Frequenz

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 \cdot 10^{-7}}} = \frac{1}{2\pi \sqrt{10}} \cdot 10^4 = 500 \text{ pro sec}$$

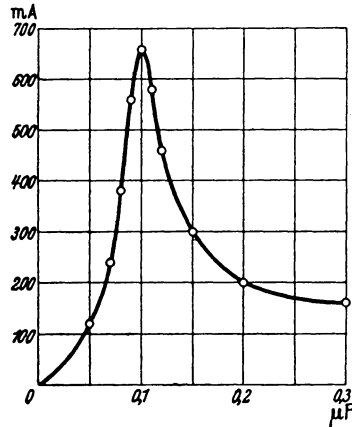


Abb. 72. Stromstärke in einem Wechselstromkreis nach Abb. 71 in Abhängigkeit von der Kapazität.



Eigenfrequenz des Kreises und Wechselstromfrequenz stimmen also hier miteinander überein (Resonanz).

Daß ein Kreis, bestehend aus Kapazität und Selbstinduktion (Abb. 73), zu Eigenschwingungen befähigt ist, zeigt folgende Überlegung. Wenn ein auf eine Spannung  $\varphi$  aufgeladener Kondensator (Energie  $\frac{1}{2} C \varphi^2$ ) durch eine Selbstinduktion entladen wird, so

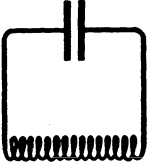
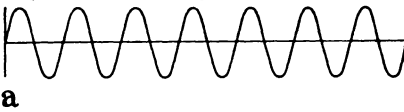


Abb. 73.  
Schwingungskreis.

fließt in dieser ein Strom, und es entsteht in ihr ein Magnetfeld. Die zum Aufbau dieses Feldes aufzuwendende Energie stammt aus dem Kondensator. Nach völliger Entladung des Kondensators hat das Magnetfeld die volle Energie übernommen, also seinen größten Wert erreicht ( $\frac{1}{2} L i^2$ ). Nun

wird der Strom nicht mehr aus dem Kondensator gespeist, sondern seine Energie stammt aus der magnetischen Feldenergie der Selbstinduktion. Durch das abnehmende Feld wird an den Enden der Spule eine Spannung induziert, und der Strom fließt solange in unveränderter Richtung bis das Feld in der Spule 0 geworden ist. Dieser Strom lädt den Kondensator mit entgegengesetzter Polung auf, und der Vorgang verläuft nun in entgegengesetzter Richtung. Strom und Spannung sind also in ihrer Phase um  $\frac{\pi}{2}$  verschoben.

*ungedämpfte Schwingung*



*gedämpfte Schwingung*



Abb. 74. Zeitlicher Verlauf von Spannung oder Stromstärke bei ungedämpfter und gedämpfter Schwingung.

Dieses Spiel würde sich unendlich oft wiederholen, wenn nicht durch den unvermeidlichen OHMSchen Widerstand der Selbstinduktion JOULEsche Wärme entwickelt würde und dadurch dem Kreis Energie entzogen wird. Es muß also nach jeder Periode die Spannung am Kondensator abnehmen. Wir haben eine *gedämpfte Schwingung* (Abb. 74b).

Zur Erzeugung *ungedämpfter* Schwingungen (Abb. 74a) muß dafür gesorgt werden, daß die als Wärme verbrauchte Energie in jeder Periode dem Kreis nachgeliefert wird. Dazu dient eine Elektronenröhre, die man in geeigneter Weise an den Schwingungskreis anschaltet (Abb. 75). Sie führt der einen Kondensatorplatte

gerade dann, wenn sie negativ ist, negative Ladungen (Elektronen) zu, so daß die Spannungsverluste ausgeglichen werden.

Wenn man neben einem solchen Schwingungskreis einen zweiten Kreis aufstellt, so werden durch die aus der Spule des ersten Kreises austretenden Kraftlinien in der Spule des zweiten Kreises

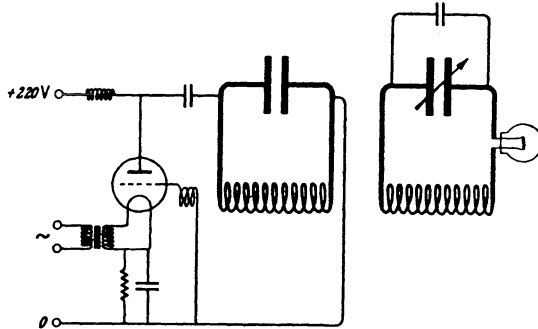


Abb. 75. Erzeugung ungedämpfter Schwingungen mit der Elektronenröhre und Übertragung auf einen angekoppelten Schwingungskreis.

Wechselspannungen induziert. Wenn nun die Eigenfrequenz des zweiten Kreises mit der Frequenz dieser Spannung, d. h. mit der Frequenz des ersten Kreises übereinstimmt, so tritt Resonanz auf, d. h. im zweiten Kreis fließt ein beträchtlicher Strom, der ein eingeschaltetes Glühlämpchen zum Leuchten bringt. Als Kondensator des zweiten Kreises verwenden wir einen geeichten Drehkondensator, dessen Kapazität wir stetig verändern und an einer Skala ablesen können. Wir benutzen den Kreis zur Messung der unbekanntenen Kapazität eines Kondensators, den wir dem Drehkondensator parallel schalten. Die Resonanz tritt dann bei einer Kapazität des Drehkondensators auf, welche um den Betrag der gesuchten Kapazität verkleinert ist.

**Der Transformator:** Der Hauptvorteil des Wechselstroms liegt in seiner Transformierbarkeit. Darunter versteht man die Möglichkeit, Wechselstrom von niedriger Spannung umzuwandeln in solchen von höherer Spannung und umgekehrt.

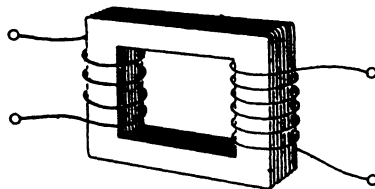


Abb. 76. Transformator.

Im Prinzip besteht der Transformator (Abb. 76) aus zwei Spulen, die durch einen rahmenförmigen, lamellierten Eisenkern

verbunden sind. Schickt man durch die eine Spule, die Primärspule, einen Wechselstrom hindurch, so entsteht im Eisenkern ein wechselnder magnetischer Kraftfluß, der in der zweiten Spule, der Sekundärspule, eine Wechselspannung induziert. Da in jeder Windung dabei dieselbe Spannung induziert wird, hat man es in der Hand, durch eine entsprechendè Zahl von Windungen höhere oder auch niedrigere Spannungen zu erzeugen.

Das Verhältnis, in dem die Sekundärspannung zur Primärspannung steht, bezeichnet man als das *Übersetzungsverhältnis* des Transformators. Es ist gleich dem Verhältnis der Sekundärwindungszahl zur Primärwindungszahl.

Solange die Klemmen der Sekundärspule nicht miteinander verbunden sind, fließt in ihr kein Strom. Man beobachtet nun, daß dann in der Primärspule nur ein minimaler Strom, der sogenannte *Leerlaufstrom* fließt. Die Stärke dieses Stromes entspricht der Selbstinduktion der Primärspule.

Verbindet man aber die Klemmen der Sekundärspule durch einen Stromverbraucher z. B. durch eine Glühlampe, so würde der durch diese fließende Wechselstrom eine Änderung des magnetischen Kraftflusses bewirken, welche nach dem LENZschen Gesetz einer Schwächung des Kraftflusses entsprechen würde. Nach S. 52 muß jedoch die zeitliche Änderung des Kraftflusses stets die Maschinenspannung kompensieren. Es muß also im Primärkreis eine Zunahme des Stromes auftreten, dessen Beitrag zur Vermehrung des Kraftflusses gerade die Kraftflußschwächung durch den Strom im zweiten Kreise aufhebt. Mit dieser Stromerhöhung ist aber auch eine Abnahme der Phasenverschiebung verknüpft, so daß nunmehr auch der Wechselstromquelle Energie entzogen wird. Auf der Sekundärseite ist die verbrauchte Energie gleich  $i_2 \cdot \varphi_2 \cdot t$ . Bei der vollen zulässigen Belastung des Transformators ist die Phasenverschiebung zwischen Primärstrom und Primärspannung praktisch 0 geworden, so daß die der Wechselstromquelle entzogene Energie zu  $i_1 \cdot \varphi_1 \cdot t$  berechnet werden darf ( $\cos \alpha \sim 1$ ). Nach dem Energiesatz müßte

$$i_2 \cdot \varphi_2 \cdot t = i_1 \cdot \varphi_1 \cdot t \text{ sein.}$$

Ein Versuch ergibt für den Quotienten  $\frac{i_2 \cdot \varphi_2}{i_1 \cdot \varphi_1}$ , den man als den *Nutzeffekt* bezeichnet, einen Wert, der etwas kleiner als 1 ist. Die verlorene Energie findet sich als Wärme wieder.

Mit einer Anordnung nach Abb. 77 kann man Leerlaufstrom, Übersetzungsverhältnis und Nutzeffekt des Transformators messen. An dem Potentiometer links greift man nacheinander verschie-

dene Wechselspannungen für die Primärspule  $P$  ab. Diese Primärspannung zeigt das Voltmeter  $V_1$  an, die entstehende Sekundärspannung das Voltmeter  $V_2$ . In  $\frac{\varphi_2}{\varphi_1}$  hat man das Übersetzungs-

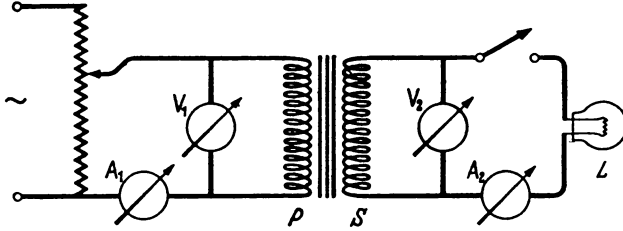


Abb. 77. Anordnung zur Messung des Nutzeffektes eines Transformators.

verhältnis. Solange die Lampe  $L$  noch nicht eingeschaltet ist, also sekundär kein Strom fließt, gibt das Ampèremeter den fast unmeßbar kleinen Leerlaufstrom an.

Optik.

**Geometrische Optik:** In einem homogenen Medium breitet sich das von einer Lichtquelle ausgehende Licht geradlinig aus.

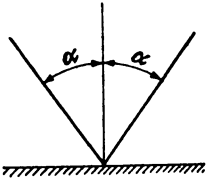


Abb. 78. Reflexionsgesetz.

Wir beschreiben die Ausbreitung des Lichtes durch Lichtstrahlen. Ein Lichtstrahl, der auf einen Spiegel auftrifft, wird an diesem Spiegel so reflektiert, daß der Einfallswinkel  $\alpha$  gleich dem Reflexionswinkel ist. Einfallender Strahl, Einfallslot und reflektierter Strahl liegen in einer Ebene (Abb. 78).

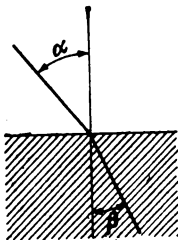


Abb. 79. Brechungsgesetz.

Tritt der Lichtstrahl aus dem Vakuum in ein lichtdurchlässiges Medium, so erleidet er in der Grenzfläche eine Brechung, so daß der gebrochene Strahl in der Ebene des einfallenden Strahls und des Einfallslotes liegt (Abb. 79). Es ist für jeden Einfallswinkel

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n \text{ (SNELLIUSches Brechungsgesetz). } \quad (37)$$

$n$  bezeichnet man als den *Brechungsindex* des Mediums. Er gibt das Verhältnis der Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes in Vakuum und in dem betreffenden Medium an.

$$n = \frac{c\text{-Vakuum}}{c\text{-Medium}}$$

Er ist eine Materialkonstante und beträgt z. B. für Glas 1,5, für Wasser 1,33, für Luft 1,00027. Wir bezeichnen dementsprechend

Glas als das optisch dichtere Medium gegenüber Wasser, und umgekehrt dieses als das optisch dünnere. Der Brechungsindex eines Mediums ist für verschiedene Farben verschieden groß (*Dispersion*). Für den Durchtritt eines Strahls durch die Grenzfläche zweier Medien vom Brechungsindex  $n_a$  und  $n_b$  lautet das Brechungsgesetz

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_b}{n_a}. \quad (38)$$

Wenn man die von einem leuchtenden Punkt ausgehenden Strahlen durch spiegelnde oder brechende Flächen wieder so vereinigt, daß sie sich alle in einem Punkt schneiden, so bezeichnet man diesen Punkt als sein Bild (*reelles Bild*).

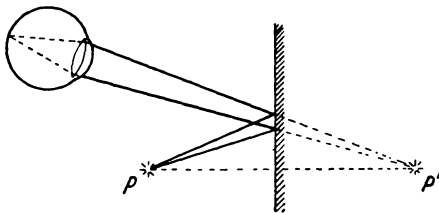


Abb. 80. Virtuelles Bild beim ebenen Spiegel.

In erweitertem Sinne spricht man auch dann von einem Bild, wenn die Strahlen nach der Reflexion oder Brechung sich nicht schneiden, sondern einen Schnittpunkt (*virtuelles Bild*) nur in ihrer rückwärtigen Verlängerung aufweisen. Z. B. können die von einem leuchtenden Punkt ausgehenden Strahlen durch eine Linse zu einem reellen Bildpunkt vereinigt werden (s. Abb. 81 a), während ein Planspiegel dem Auge ein virtuelles Bild bietet

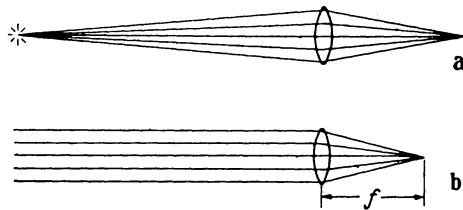


Abb. 81. Abbildung eines Punktes durch eine Linse (reelles Bild).

a (Abb. 80). Die in das Auge tretenden Strahlen scheinen vom Punkt  $P'$  zu kommen, welcher der Schnittpunkt der am Spiegel reflektierten, rückwärtig verlängerten Strahlen ist.

**Linsen:** Linsen sind durchsichtige Körper, welche von Kugelflächen (und auch Ebenen) begrenzt sind. Bei der einfachen Konkavlinse sind sie nach außen gewölbt. Mit dieser *Sammellinse* kann man, wie schon erwähnt, ein reelles Bild erzeugen (Abb. 81 a). Rückt der leuchtende Punkt in immer größere Entfernung, so daß der Winkel zwischen den auftreffenden Strahlen immer kleiner wird, so rückt das Bild immer näher an die Linse heran. Ist der Punkt unendlich weit entfernt, so treffen die Strahlen parallel auf die Linse, und in diesem Fall liegt das Bild im „*Brennpunkt*“ der Linse (Abb. 81 b). Seinen Abstand von der Linsenmitte be-

zeichnet man als *Brennweite*  $f$ . Strahlen, die parallel zur optischen Achse auf eine Linse auftreffen, gehen durch den Brennpunkt, und Strahlen, die durch den Brennpunkt einer Linse hindurchgehen, verlassen die Linse parallel zur optischen Achse. Daraus läßt sich eine allgemeine Formel ableiten, die einen Zusammenhang zwischen der Brennweite einer

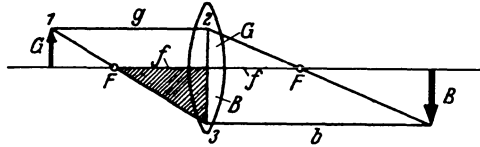


Abb. 82. Zur Linsenformel.

Linse, der Entfernung des leuchtenden Punktes von der Linse (*Gegenstandsweite*) und der Entfernung des Bildpunktes von der Linse (*Bildweite*) gibt. In der Abb. 82 ist das linke schraffierte Dreieck dem Dreieck 1, 2, 3 ähnlich. Daher ist

$$\frac{B}{f} = \frac{B + G}{g},$$

ebenso ergibt sich für den rechten Teil der Abb.

$$\frac{G}{f} = \frac{B + G}{b}; \text{ addiert:}$$

$$\frac{B + G}{f} = \frac{B + G}{g} + \frac{B + G}{b},$$

dividiert durch  $B + G$ , ergibt die Linsenformel (39)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}.$$

Die Gegenstandsweite  $g$  und die Bildweite  $b$  lassen sich auf der *optischen Bank* experimentell bestimmen; daraus kann mit der Linsenformel die Brennweite  $f$  berechnet werden.

Linsen, welche nach außen konkav sind, bezeichnet man als *Zerstreuungslinsen*. Parallelstrahlen, welche auf eine solche Zerstreuungslinse auffallen, verlassen sie divergent (Abb. 83). Ihre rückwärtigen Verlängerungen schneiden sich in einem Punkte, den man auch hier als Brennpunkt bezeichnet. Den Abstand dieses Brennpunktes von der Linse, die Brennweite, rechnen wir negativ.

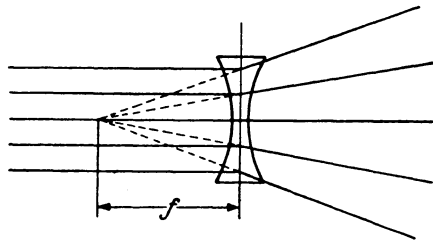


Abb. 83. Brennweite der Zerstreuungslinse.

Wenn wir in den Brennpunkt  $F_1$  einer Linse der Brennweite  $f_1$  eine Lichtquelle bringen, so treten ihre Strahlen parallel aus der

Linse aus. Eine unmittelbar hinter sie gesetzte zweite Linse mit der Brennweite  $f_2$  vereinigt diese Strahlen in ihrem Brennpunkt

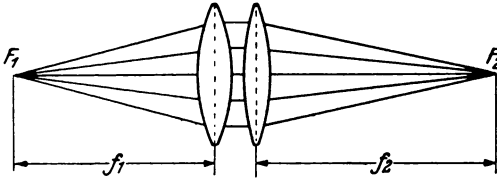


Abb. 84. Abbildung durch zusammengesetzte Linsen.

$F_2$  (Abb. 84). Durch diese beiden Linsen wird also der Punkt  $F_1$  in dem Punkt  $F_2$  abgebildet. Die beiden Linsen wirken also wie eine Linse, deren Brennweite  $f$  wir nach der Linsengleichung aus Gegenstandsweite  $g = f_1$  und Bildweite  $b = f_2$  berechnen.

Also

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}. \quad (40)$$

Die reziproke Brennweite  $\frac{1}{f}$  bezeichnet man als *Brechkraft*. Die Brechkraft einer zusammengesetzten Linse ist gleich der Summe der Brechkraften der einzelnen Linsen. Das gilt auch für Zerstreuungslinsen, deren Brechkraften negativ sind. Die Brechkraft mißt man in *Dioptrien*. Es gilt

$$\text{Brechkraft in Dioptrien} = \frac{1}{\text{Brennweite } f \text{ in Metern}}.$$

Die Brechkraft  $\frac{1}{f_z}$  einer Zerstreuungslinse und damit auch ihre Brennweite  $f_z$  bestimmt man dadurch, daß man sie mit einer Sammellinse von bekannter, ihrem Betrage nach größerer Brechkraft  $\frac{1}{f_s}$  zusammensetzt und aus Gegenstands- und Bildweite die Brennweite  $f$  und damit die Brechkraft  $\frac{1}{f}$  des zusammengesetzten Systems bestimmt. Diese ist nach Gl. (40) gleich der Summe der Brechkraft  $\frac{1}{f_s}$  der Sammellinse und der unbekanntenen Brechkraft  $\frac{1}{f_z}$  der Zerstreuungslinse, also

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_s} + \frac{1}{f_z} \text{ oder } \frac{1}{f_z} = \frac{1}{f} - \frac{1}{f_s}.$$

Linsen in der einfachsten Form weisen bestimmte Fehler auf. Wir erwähnen nur drei.

**Die sphärische Aberration** (Abb. 85): Läßt man paralleles Licht auf eine gewöhnliche Linse fallen, so beobachtet man, daß die äußeren Linsenzonen eine kleinere Brennweite haben, als die inneren. Diesen Linsenfehler bezeichnet man als sphärische Aber-

ration. Durch Ablenkung läßt sich ihr Einfluß weitgehend vermeiden.

**Die chromatische Aberration (Abb. 86):** Der Brechungsindex des Glases ist für blaues Licht größer als für rotes Licht. Läßt man daher weißes Licht, d. h. ein Gemisch verschiedener Farben, auf eine Linse fallen, so wird die Brechkraft für den blauen Anteil also größer, die Brennweite kleiner sein als für den roten Anteil des Lichtes. Diesen Linsenfehler bezeichnet man als chromatische Aberration. Um ihn zu beheben, muß man die Linse aus zwei Glassorten verschiedener Dispersion zusammensetzen (Abb. 87). Man erhält dann die achromatische Linse, d. h. eine Linse, die für alle Farben dieselbe Brennweite hat.

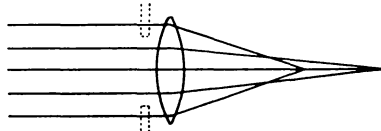


Abb. 85. Sphärische Aberration.

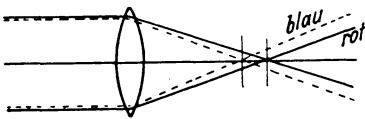


Abb. 86. Chromatische Aberration.

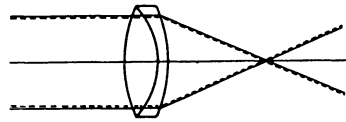


Abb. 87. Achromatische Linse.

**Der Astigmatismus (Abb. 88):** Er tritt bei Linsen auf, die nicht von Kugelflächen begrenzt sind, sondern bei denen etwa zwei zueinander senkrechte Schnitte durch die Linse sich in der Krümmung unterscheiden. Das hat zur Folge, daß achsenparallele Strahlen in zwei zueinander senkrechten Ebenen durch die optische Achse in verschiedenen Abständen von der Linse sich schneiden, so daß man gewissermaßen von zwei Brennweiten sprechen kann. Eine punktförmige Abbildung eines leuchtenden Punktes ist mit einer solchen Linse nicht möglich, vielmehr gibt es zwei Entfernungen von der Linse in denen zueinander gekreuzte, strichförmige Bilder entstehen. Dieser Astigmatismus läßt sich angenähert durch eine Zylinderlinse aufheben. Auch die von Kugelflächen begrenzte Linse zeigt einen Astigmatismus (nicht punkt-

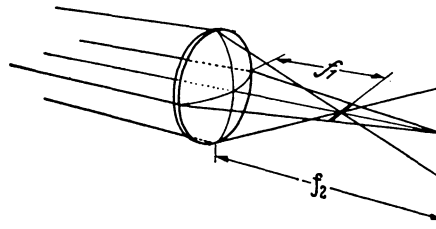


Abb. 88. Astigmatische Linse.



förmige Abbildung), wenn die Strahlen des leuchtenden Punktes unter einem großen Winkel gegen die optische Achse auf die Linse auffallen (*Astigmatismus schiefer Bündel*).

**Vergrößerung:** Von einem leuchtenden oder beleuchteten Gegenstand entwirft die Linse ein Bild derart, daß jedem Punkt des Gegenstandes ein Bildpunkt entspricht und so ein Bild des ganzen



Abb. 89. Lineare Vergrößerung.

Gegenstandes entsteht, welches dem Gegenstand ähnlich ist (Abb. 89) und beispielsweise auf einem Schirm aufgefangen werden kann.

Man kann dort seine Größe mit einem Maßstab ausmessen. Das Verhältnis der so gemessenen Bildgröße zur Gegenstandsgröße bezeichnet man als die *lineare Vergrößerung*. Sie hängt außer von der Brennweite der Linse noch von der gewählten Gegenstandsweite ab, ist also nicht eine für die Linse charakteristische Zahl.

Da wir ein virtuelles Bild nicht auf einem Schirm auffangen können und also seine Größe nicht durch Anlegen eines Maßstabes ausmessen können, ist dieser Begriff der Vergrößerung hier nicht anwendbar. Die scheinbare Größe, in der wir einen Gegenstand sehen, ist durch die Größe des Netzhautbildes gegeben, und diese

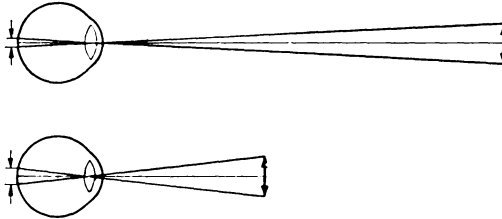


Abb. 90. Zur scheinbaren Größe eines Gegenstandes.

ist, wie Abb. 90 zeigt, nur vom Sehwinkel abhängig, der um so größer ist, je näher der Gegenstand an das Auge herangeführt wird. Die kürzeste Entfernung, in der man ohne Anstrengung des Auges

einen Gegenstand beobachtet (z. B. ein Buch liest) bezeichnet man als *deutliche Sehweite*. Sie beträgt etwa 25 cm.

In diesem Augenabstand sieht man jeden Gegenstand unter einem ganz bestimmten Sehwinkel. Will man ihn unter einem größeren Sehwinkel sehen, so muß man optische Instrumente (Lupe, Mikroskop) zu Hilfe nehmen, da bei einer entsprechenden Annäherung die Akkommodationsfähigkeit des Auges versagt. Diese Instrumente entwerfen vom Gegenstand ein virtuelles Bild. Als Vergrößerung bezeichnet man das Verhältnis des Sehwinkels, unter dem dieses virtuelle Bild im optischen Instrument erscheint, zu dem Sehwinkel, unter dem man den Gegenstand mit bloßem Auge

in der deutlichen Sehweite erblickt. Diese Vergrößerung ist eine für das Instrument charakteristische Konstante.

**Vergrößerung eines Mikroskopes:** Wenn wir einen Gegenstand unter dem Mikroskop betrachten, so erscheint er uns in einer bestimmten Größe. Wenn wir denselben Gegenstand mit bloßem Auge in der deutlichen Sehweite betrachten, so erscheint er uns in einer anderen Größe. Das Verhältnis dieser beiden Größen entspricht dem Verhältnis der Sehwinkel, unter denen wir jeweils den Gegenstand erblicken und welches wir zur Bestimmung der Vergrößerung zu ermitteln haben. Zu einem Vergleich dieser scheinbaren Größen verwenden wir zwei gleiche Gegenstände, am besten Maßstäbe mit Millimeter-

teilung. Wir betrachten sie gleichzeitig, und zwar betrachten wir den einen mit dem rechten Auge im Mikroskop, den andern aber mit dem linken Auge in einer Entfernung von 25 cm (Abb. 91). Unter demselben Sehwinkel erblickt man mit dem bloßen Auge z. B. 20mal soviel Millimeter-teile als im Mikroskop, also gehört zu einem Skalenteil mit dem bloßen Auge nur  $\frac{1}{20}$  des Sehwinkels wie im Mikroskop. Die Vergrößerung ist also 20fach. Einfacher wird der Vergleich, wenn man durch einen halbdurchlässigen Spiegel dafür sorgt, daß man mit demselben Auge zugleich beide

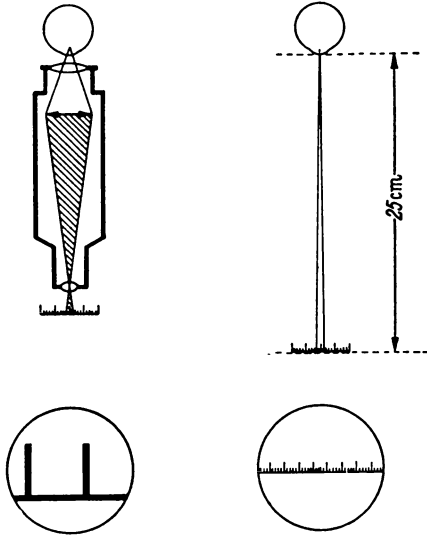


Abb. 91. Zur Vergrößerung eines Mikroskops.

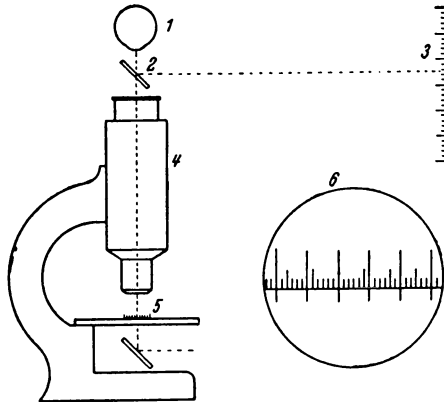


Abb. 92. Anordnung zur Bestimmung der Vergrößerung eines Mikroskops.

Maßstäbe sieht. Man erhält dann die in Abb. 92 dargestellte Anordnung. Das Auge (1) sieht über die spiegelnde Glasplatte (2) hinweg die Millimeterskala (3), durch das Mikroskop (4) hindurch den Maßstab (5), der zur Erzielung größerer Genauigkeit, in  $\frac{1}{10}$  mm unterteilt ist (*Mikromaßstab*). Im Gesichtsfeld (6) sieht man also die stark vergrößerten Skalenteile des Mikromaßstabes und die Millimeterteilung. In unserem Beispiel sieht man das Zehntelmillimeter im Mikroskop so groß wie 6 mm mit dem bloßen Auge in einer Entfernung von 25 cm. Wir haben also eine 60fache Vergrößerung vor uns.

Das Mikroskop kann mit Hilfe des *Okularmikrometers* zur Messung kleiner Längen verwendet werden (Abb. 93). Das Okularmikrometer ist eine fein geteilte, durchsichtige Skala, die sich an der Stelle befindet, an der vom Objektiv ein Bild des Gegenstandes entworfen wird. Es muß für jedes Objektiv besonders geeicht werden. Das geschieht, indem man den in  $\frac{1}{10}$  mm geteilten Mikromaßstab unter das Mikroskop legt, so daß die Teilstriche des Mikromaßstabes und des Okularmikrometers im Gesichtsfeld parallel zueinander verlaufen. In unserem Beispiel sieht man nun direkt, daß 8 Skalenteile des Okularmikrometers einem  $\frac{1}{10}$  mm auf dem

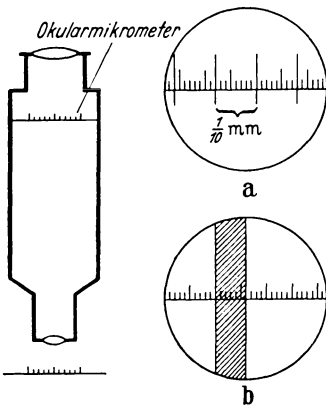


Abb. 93. Mikroskopische Längenmessung.

Objektträger entsprechen (Abb. 93 a), also ein Skalenteil des Okularmikrometers einem  $\frac{1}{80}$  mm = 0,0125 mm. Will man nun z. B. die Dicke eines Haares messen, so legt man es unter das Mikroskop. Sie mißt 6 Skalenteile des Okularmikrometers (Abb. 93 b), also 0,075 mm. Diese Art der mikroskopischen Längenmessung findet auch beim Ablesemikroskop Verwendung.

Die Vergrößerung eines Mikroskopes wird durch das *Auflösungsvermögen* begrenzt. Darunter verstehen wir den kleinsten Abstand  $d$ , den zwei Punkte des Objektes haben müssen, damit sie im mikroskopischen Bild noch voneinander getrennt wahrgenommen werden können. Dieser Abstand ist

$$d = -\frac{\lambda}{n \sin \frac{\alpha}{2}}. \quad (41)$$

$\lambda$  ist die Wellenlänge des verwendeten Lichtes,  $n \sin \frac{\alpha}{2}$  bezeichnet man als die *numerische Apertur* des Mikroskops.  $\alpha$  ist der größte Winkel, unter dem vom Objekt ausgehende Strahlen in das Objektiv eintreten können,  $n$  der Brechungsindex des Mediums, in dem diese Strahlen verlaufen

(für gewöhnlich Luft (Abb. 94 a), beim Ölimmersionssystem Zedernholzöl (Abb. 94 b)). Die Begrenzung des Auflösungsvermögens ist dadurch bedingt, daß infolge der an der Eintrittsöffnung des Objektivs auftretenden Beugung des Lichtes (die Öffnung wirkt wie ein Beugungsspalt), ein leuchtender Punkt nicht als Punkt, sondern als Fläche (Beugungsscheibchen) abgebildet wird. Wenn der Punktabstand so klein geworden ist, daß sich diese Beugungsscheibchen zu einem gewissen Teil überdecken, so sind im Bilde die beiden Punkte nicht mehr voneinander zu trennen.

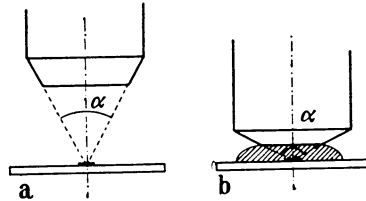


Abb. 94. Zur numerischen Apertur des Mikroskops.

### Refraktometrie.

Der auf S. 61 definierte Brechungsindex ist eine Materialkonstante, welche zur Prüfung der Reinheit und zur Identifizierung einer Substanz deswegen sehr geeignet ist, weil man sie auch an sehr kleinen Mengen bequem und schnell ermitteln kann.

Bei den gebräuchlichen Refraktometern bestimmt man ihn aus dem Grenzwinkel der Totalreflexion beim Übertritt einfarbigen Lichtes (Na-Licht) aus einem relativ dichteren Medium von bekanntem Brechungsindex  $n_b$  in die zu untersuchende Substanz. Tritt ein Lichtstrahl aus dem dichteren Medium  $B$  in das dünnere Medium  $A$  über, so ist der größte Winkel  $\beta$  unter dem dies möglich der, bei dem

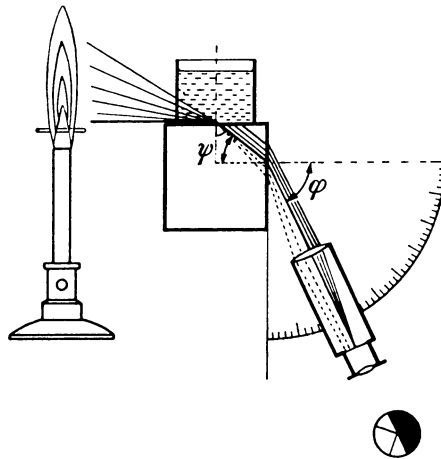


Abb. 95. Pulfrich-Refraktometer.

$\alpha = 90^\circ$  wird. Es gilt dann:

$$\frac{\sin \beta}{\sin 90^\circ} = \frac{\sin \beta}{1} = \frac{n_a}{n_b}. \quad (42)$$

Für Einfallswinkel größer als  $\beta$  erfolgt Totalreflexion. Man nennt deshalb  $\beta$  den *Grenzwinkel der Totalreflexion*. Aus diesem Grenzwinkel und aus dem Brechungsindex  $n_b$  läßt sich nach Gl. (42) der gesuchte Brechungsindex  $n_a$  berechnen.

Zur Bestimmung des Grenzwinkels benützen wir das Refraktometer nach Pulfrich (Abb. 95). Es besteht aus einem Glastrog, der auf einen Glaswürfel aufgekittet ist und in den die zu untersuchende Flüssigkeit eingefüllt wird. Von einer Natriumflamme läßt man Licht durch den Flüssigkeitstrog auf die Grenzfläche fallen. Die Lichtstrahlen, die durch die Grenzfläche hindurchgetreten sind, können alle Winkel gegen das Einfallslot bilden, die zwischen 0 und dem Grenzwinkel der Totalreflexion liegen. Diese Strahlen werden beim Austritt aus dem Würfel nochmals gebrochen und gelangen in ein auf unendlich eingestelltes Fernrohr, welches über einer Kreisteilung schwenkbar ist. Man stellt sein Fadenzkreuz auf die Grenze zwischen Hell und Dunkel ein und liest den Winkel  $\varphi$  an der Kreisteilung ab. Nach dem SNELLIUSSchen Brechungsgesetz kann man nun den Winkel  $\psi$  berechnen.  $\sin \psi = \frac{\sin \varphi}{n_b}$

Der Grenzwinkel der Totalreflexion ist gleich  $90 - \psi$ .

Für den praktischen Gebrauch verwendet man eine Tabelle, aus der man für den beobachteten Winkel direkt den gesuchten Brechungsindex  $n_a$  der Flüssigkeit entnimmt.

Bei dem Refraktometer nach ABBE kommt man mit noch kleineren Flüssigkeitsmengen aus. Die Messung kann mit weißem Licht erfolgen. An der Skala kann man direkt den Brechungsindex ablesen.

### Wellenoptik.

Die Erscheinungen der geometrischen Optik, d. h. Reflexion und Brechung, können durch Lichtstrahlen beschrieben werden. Die Erscheinungen der Beugung und der Polarisierung zwingen jedoch zur Annahme, daß die Ausbreitung des Lichtes durch Wellen erfolgt. Diese Lichtwellen sind elektromagnetische Wellen, in ihnen schwingt ein elektrisches und magnetisches Feld, d. h. die Stärke dieser Felder ändert sich an jedem Orte des vom Licht durchfluteten Raumes periodisch nach Größe und Richtung. Die Vektoren, welche die elektrische und magnetische Feldstärke darstellen, stehen senkrecht aufeinander und beide senkrecht zur

Ausbreitungsrichtung des Lichtes (Abb. 96). Wie bei den Schallwellen (S. 11) ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c$  der Lichtwelle gleich dem Produkt aus der Frequenz  $\nu$  und der Wellenlänge  $\lambda$ .

$$c = \nu \cdot \lambda. \quad (43)$$

Die Farbe des Lichtes wird durch die Frequenz  $\nu$  bestimmt. Beim Durchtritt durch verschiedene Medien bleibt diese Frequenz un-

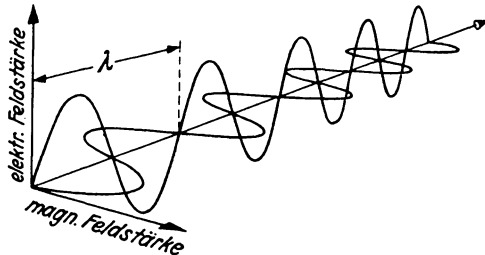


Abb. 96. Lichtwelle (Lage der elektrischen und magnetischen Welle.)

verändert. Da die Ausbreitungsgeschwindigkeit in verschiedenen Medien verschieden groß ist (S. 61), ist nach Gl. (43) auch die Wellenlänge verschieden, nämlich

$$\lambda_{\text{Medium}} = \frac{\lambda_{\text{Vakuum}}}{n_{\text{Medium}}}.$$

Wellenlängenangaben beziehen sich stets auf das Vakuum. (Die Werte für Luft unterscheiden sich davon nur um 0,02%.) Bei der Überlagerung zweier Wellen (*Interferenz*) betrachten wir die beiden in Abb. 97 gezeichneten Sonderfälle. Im 1. Fall, in dem die Wellenberge aufeinanderfallen, ergibt die Addition der Amplituden eine Verdoppelung. Im 2. Fall, bei dem der Wellenberg der einen Welle über dem Wellental der anderen liegt, heben sich die beiden Wellenzüge auf. Die Intensität (die durch sie in der sec durch  $1 \text{ cm}^2$  transpor-

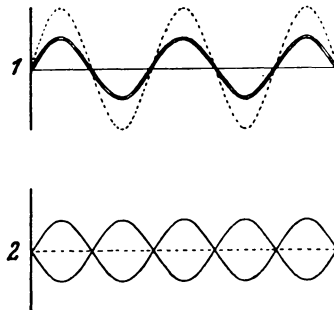


Abb. 97. Interferenz zweier Wellenzüge (resultierende Welle punktiert).

tierte Energie) ist dem Quadrate der maximalen Amplitude proportional). Im ersten Fall ist also die Intensität der resultierenden Welle gegenüber der Intensität einer einzelnen Welle vervierfacht,

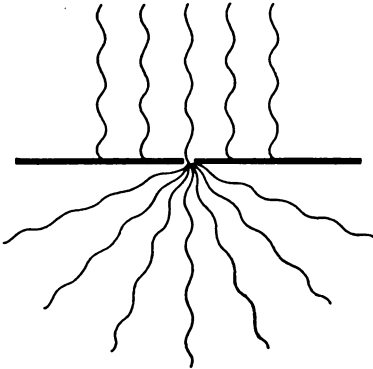


Abb. 98. Beugung an einem Spalt.

Im zweiten Fall wird die Intensität durch die Interferenz ausgelöscht. Interferenzen können nur an Lichtbündeln erzeugt werden, welche von derselben Lichtquelle herrühren (*kohärentes Licht*). Ob der Fall 1) oder 2) auftritt, hängt von dem Gangunterschied dieser Lichtbündel ab. Der Fall 1) tritt auf für Gangunterschiede  $0, \lambda, 2\lambda$  usw., der Fall 2) für Gangunterschiede  $\frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}$  usw.

Tritt paralleles, einfarbiges Licht durch eine Öffnung in einem Schirm hindurch, so beobachtet man Abweichung von der geraden Ausbreitung (Abb. 98), welche um so mehr in Erscheinung tritt, je enger die Öffnung ist. Nach dem HUYGENSschen Prinzip ist jede Stelle der Öffnung selbst wieder Ausgangszentrum einer Kugelwelle, so daß von einer hinreichend kleinen Öffnung Strahlen in den ganzen hinter dem Schirm liegenden Halbraum austreten.

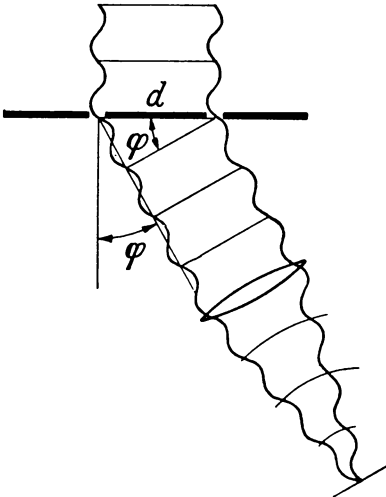


Abb. 99. Beugung und Interferenz am Doppelspalt.

**Das Beugungsgitter:** Befinden sich im Schirm zweiebeneinanderliegende Öffnungen vom Abstand  $d$  (*Gitterkonstante*) z. B. enge Spalte (Abb. 99), so gehen von jedem dieser Spalte nach allen Richtungen kohärente Strahlen aus, welche miteinander interferieren. Aus diesen Strahlenbündeln betrachten wir zwei parallele Strahlen, die wir in der Brennebene einer Linse auf einem Schirm zur Überlagerung

zur Überlagerung

bringen. Der Gangunterschied dieser beiden Strahlen ist nach Abb. 99d  $\sin \varphi$ , wo  $\varphi$  den Winkel zwischen der Richtung der gebeugten Strahlen und der Einfallrichtung darstellt. Maximale Helligkeit erreicht man, wenn der Gangunterschied entweder 0 oder ein ganzzahliges Vielfaches  $z$  von  $\lambda$  ist.

$$z \lambda = d \sin \varphi_z. \quad (45)$$

Bringt man statt zweier Spalte eine große Anzahl (einige Tausend) von Spalten (Abb. 100) in genau gleichem Abstand (*Beugungsgitter*) an, so tritt die maximale Helligkeit in derselben Richtung auf, aber für geringfügige Abweichungen von  $\varphi_z$  ist völlige Dunkelheit zu beobachten. D. h. man sieht auf dem Schirm *Spektrallinien*. Den verschiedenen ganzzahligen Werten von  $z$  (0, 1, 2, 3) entsprechen dann Spektrallinien, die man als Linien nullter, erster, zweiter, dritter Ordnung usw. bezeichnet. Enthält das Licht verschiedene Farben (Wellenlängen), so erhält man für jedes  $\lambda$  in jeder Ordnung eine besondere Spektrallinie.

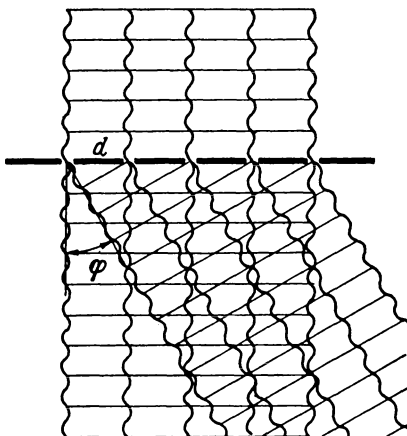


Abb. 100. Wirkungsweise des Beugungsgitters.

Die Gesamtheit der in einer Ordnung auftretenden Spektrallinien bezeichnet man als *Spektrum* dieser Ordnung.

Die Ausmessung des Spektrums geschieht mit dem *Gitterspektrometer* (Abb. 101). Das Gitter, dessen Gitterkonstante  $d$  bekannt ist, ist in der Mitte einer Kreisteilung so angebracht, daß die Gitterstriche der Achse parallel sind. Die Lichtquelle beleuchtet einen Spalt, der sich im Brennpunkt einer achromatischen Linse befindet (*Kollimatorrohr* oder *Spaltrohr*). Das austretende Parallelstrahlenbündel fällt senkrecht auf das Gitter auf. Das Objektiv eines Fernrohrs, welches um die Achse der Kreisteilung schwenkbar ist, vereinigt die abgebeugten Strahlen. Durch Schwenken des Fernrohrs stellt man den Schnittpunkt des Fadenkreuzes nacheinander auf die rechts und links liegenden Spektrallinien gleicher Ordnung  $z$  ein. Der an der Kreisteilung abgelesene Winkel ist dann  $2\varphi_z$ . Nach Gl. (45) berechnet man daraus die Wellenlänge  $\lambda$  in Luft. Es handelt sich hier um eine absolute Wellenlängenmes-



sung, denn die Gitterkonstante kann direkt unter dem Mikroskop (S. 68) ausgemessen werden.

**Das Prismenspektrometer (Abb. 102):** Im Prismenspektrometer benutzt man die schon oben erwähnte Tatsache, daß die verschiedenen Farben im Glas verschieden stark gebrochen werden (Dispersion), zu einer Zerlegung des Lichtes. Die Brechung erfolgt in einem Prisma. Durch ein Spaltrohr fällt das Licht der zu untersuchenden Lichtquelle auf dieses Prisma und tritt dann in ein auf unendlich eingestelltes Fernrohr ein. Da die verschiedenen Farben im Prisma verschieden stark abgelenkt werden (z. B. blau stärker als rot), so entstehen verschiedene Bilder des Spaltes in der Brennebene des Fernrohrobjektivs nebeneinander. Wir bezeichnen sie wieder als Spektrallinien. Die Lage einer solchen Spektrallinie ist für ihre Farbe, d. h. für ihre Wellenlänge charakteristisch.

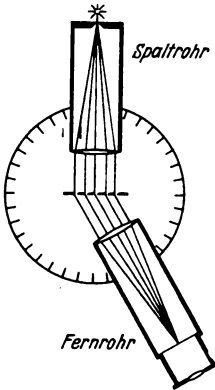


Abb. 101.  
Gitterspektrometer.

Anstatt in der Brennebene eine Skala direkt anzubringen, entwirft man in ihr mit Hilfe des Skalenrohres ein reelles Bild einer Skala, indem man eine Prismenfläche als Spiegel benutzt.

Zu einer absoluten Wellenlängenmessung ist das Prismenspektrometer nicht verwendbar. Seine Skala muß mit Spektrallinien bekannter Wellenlänge geeicht werden. Zur Eichung verwenden wir das Spektrum von Helium, wel-

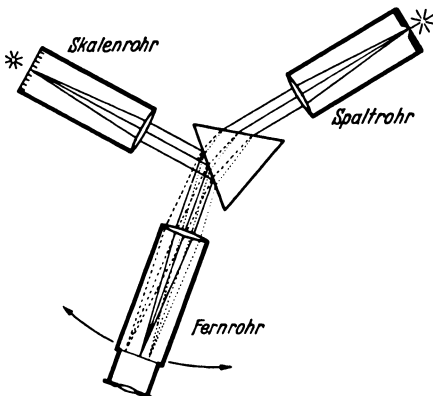


Abb. 102. Prismenspektrometer.

rot	{ 0,707
	{ 0,668
gelb	0,588
grün	{ 0,502
	{ 0,492
blau	0,471
violett	0,447

Wellenlängen des Heliumspektrums in  $\mu$  (0,001 mm)

ches durch eine elektrische Entladung in einer Geißleröhre zum Leuchten angeregt wird. Die

einzelnen Spektrallinien erscheinen im Spektralapparat bei ganz bestimmten Skalenteilen. Für diese Skalenteile kennen wir also die Wellenlängen, die ihnen entsprechen. Um auch die Werte für die dazwischenliegenden Gebiete zu erhalten, zeichnen wir die Wellenlänge für die beobachteten Skalenteile auf und verbinden die erhaltenen Punkte durch eine Kurve (Abb. 103). Damit haben wir die Eichkurve des Spektralapparates; man nennt sie *Dispersionskurve*. Aus dieser Kurve können wir für jeden Skalenteil die Wellenlänge angeben, die einer Spektrallinie zukommt, die an dieser Stelle erscheint.

Glühende Körper senden sogenanntes „weißes“ Licht aus. Die spektrale Zerlegung dieses Lichtes ergibt ein kontinuierliches Spektrum, d. h. ein zusammenhängendes Band vom äußersten Rot bis zum Violett. Regt man Gase thermisch oder elektrisch zum Leuchten an, so erhalten wir ein Linien- oder Bandenspektrum (*Emissionsspektrum*), je nachdem die Lichtaussendung von Atomen oder von Molekülen erfolgt. Diese Spektren sind für die chemische Natur charakteristisch, so daß die Untersuchung des Spektrums zum Nachweis einzelner Elemente oder Verbindungen in der Lichtquelle geeignet ist (*Spektralanalyse*).

Tritt weißes Licht in Materie, so können in ihr je nach der chemischen Zusammensetzung ganz bestimmte Bereiche des Spektrums absorbiert werden, so daß nach der spektralen Zerlegung im kontinuierlichen Spektrum dunkle Linien oder Streifen auftreten (*Absorptionsspektrum*, „*FRAUNHOFERSche Linien*“). Diese Absorptionsspektren sind ebenso charakteristisch für die Zusammensetzung wie die Emissionsspektren. Zu ihrer Beobachtung schaltet man zwischen eine „weiße“ Lichtquelle und den Spalt des Spektralapparates den zu untersuchenden Stoff, z. B. Blut, dar in eine Küvette gefüllt ist.

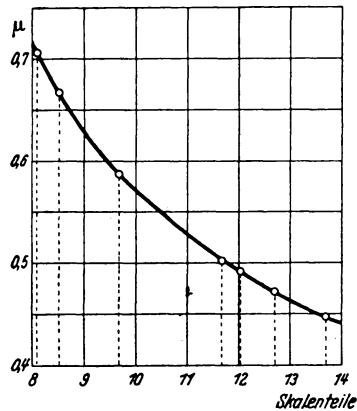


Abb. 103. Dispersionskurve des Prismenspektrometers.

### Polarimetrie.

Für die Wechselwirkung des Lichtes mit Materie ist im wesentlichen der elektrische Vektor der elektromagnetischen Wellen (S. 71) bestimmend. Durch ihn und die Ausbreitungsrichtung

läßt sich eine Ebene legen, welche wir als die Schwingungsebene des Lichtes bezeichnen. Solches Licht nennen wir *polarisiertes Licht*. Im allgemeinen ist aber das Licht einer Lichtquelle nicht polarisiert, d. h. man beobachtet Schwingungen des elektrischen Vektors

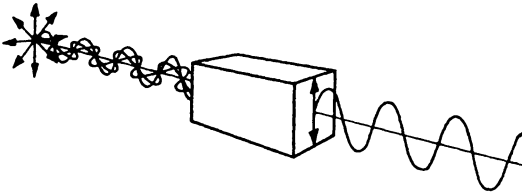


Abb. 104. Herstellung von polarisiertem Licht aus „natürlichem“ Licht mit einem Polarisator.

in allen Ebenen, welche durch die Ausbreitungsrichtung hindurch gelegt werden können („natürliches“ Licht).

Durch Polarisatoren (Abb. 104) kann man dieses „natürliche“ Licht

polarisieren. Wenn man natürliches Licht in eine doppelbrechende Substanz, z. B. Kalkspat, treten läßt, so wird das Licht in zwei zueinander senkrecht polarisierte Strahlen aufgespalten. Gelingt es, einen dieser Strahlen abzufangen, so schwingt das aus dem Kristall heraustretende Licht nur noch in einer Schwingungsebene. (Das erreicht man z. B. mit dem NIKOLSCHEN *Prisma*).

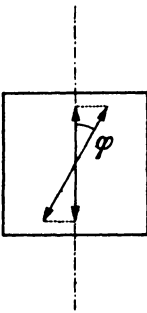


Abb. 105. Schwächung von polarisiertem Licht durch einen gegen seine Ebene gedrehten Polarisator.

Läßt man solches polarisierte Licht auf einen zweiten Polarisator fallen, so wird es ohne Intensitätsverluste hindurchgelassen, wenn die Schwingungsebene der Welle mit der Schwingungsebene des Polarisators (d. h. der Ebene, in der dieses natürliches Licht polarisiert) übereinstimmt. Bildet jedoch die Schwingungsebene des einfallenden Lichtes mit der Schwingungsebene des Polarisators einen Winkel  $\varphi$  (Abb. 105), so tritt eine Welle hindurch, deren Amplitude  $A'$  nur die Komponente der Amplitude  $A$  der einfallenden Welle in dieser Ebene ist, also

$$A' = A \cos \varphi .$$

Da die Intensität dem Quadrat der Amplitude proportional ist, gilt

$$I' = I \cos^2 \varphi . \quad (46)$$

Für  $\varphi = 90^\circ$  ist also die Intensität 0, d. h. hinter gekreuzten Polarisatoren beobachtet man Dunkelheit.

Im üblichen Polarisationsapparat (Abb. 106) sind zwei NIKOLSCHEN Prismen hintereinander geschaltet. An der Eintrittsseite des

Lichtes befindet sich der „Polarisator“, der die Aufgabe hat, das natürliche Licht der Lichtquelle zu polarisieren. Die Schwingungsebene dieses Lichtes wird mit einem zweiten drehbaren NIKOL-schen Prisma bestimmt, das zu diesem Zweck mit einer Kreis-

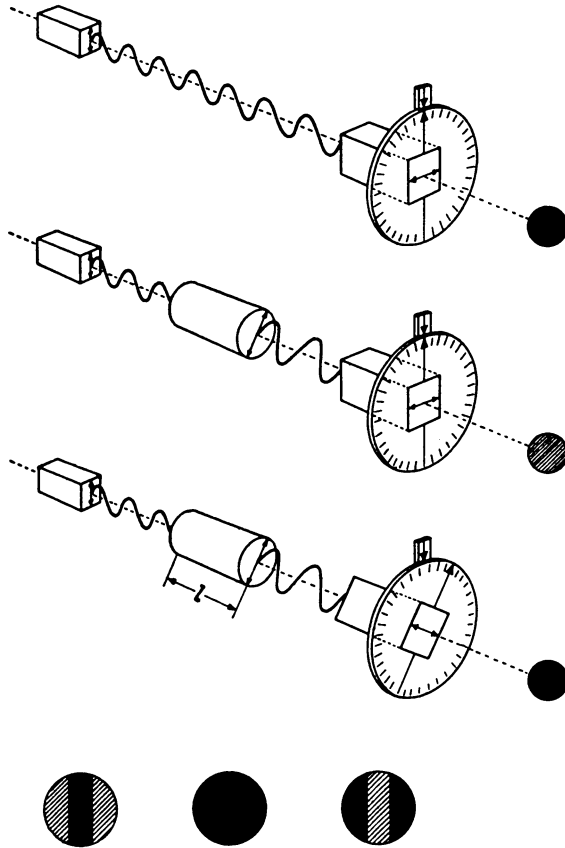


Abb. 106. Einstellungen am Polarimeter.

teilung versehen ist. Diesen Teil bezeichnet man als Analytator.

Es gibt Substanzen, die die Schwingungsebene des polarisierten Lichtes drehen. Der Drehwinkel  $\alpha$  hängt bei einer Lösung ab von der Konzentration  $c$  ( $\text{g}/100 \text{ cm}^3$ ), der Länge der durchstrahlten Schicht  $l$ , die üblicherweise in Dezimetern gemessen wird, und von einer für die Substanz charakteristischen Konstanten,

dem spezifischen Drehwinkel  $[\alpha]$ . ( $[\alpha]$  hängt von der Farbe des Lichtes ab.)

$$\alpha = \frac{[\alpha] \cdot c \cdot l}{100}. \quad (47)$$

Das spez. Drehvermögen  $[\alpha]$  wird also durch den Winkel gemessen, um den die Ebene des polarisierten Lichtes durch eine 100%ige Lösung in 1 dm langer Schicht gedreht werden würde.

Um mit dem Polarisationsapparat den Drehwinkel  $\alpha$  zu messen, füllt man die Lösung in ein mit Glasplatten verschlossenes Rohr und bringt dieses zwischen die beiden Nikols des Polarimeters, welches mit Natriumlicht beleuchtet wird und zuvor auf Dunkelheit eingestellt wurde. Es tritt dann infolge der Drehung der Polarisationsebene in der optisch aktiven Lösung eine Aufhellung des Gesichtsfeldes ein, und man muß den Analysator um den gleichen Winkel drehen, um wieder Dunkelheit zu bekommen. Den Drehwinkel liest man am Teilkreis ab.

Um die Einstellgenauigkeit und damit die Meßgenauigkeit zu erhöhen, sind die modernen Apparate so eingerichtet, daß man nicht auf Dunkelheit, sondern auf das Verschwinden eines Kontrastes in einem Kontrastfeld einstellt, und zwar so, daß bei einer geringen Drehung nach der einen, bzw. nach der anderen Richtung, der Kontrast der äußeren Felder gegenüber dem inneren Feld von hell nach dunkel, bzw. von dunkel nach hell umschlägt (s. Abb. 106 unten).

Das Polarimeter wird im allgemeinen zur Messung der Konzentration einer Lösung einer optisch aktiven Substanz, z. B. des Traubenzuckers im Harn verwendet. Der spezifische Drehwinkel des Traubenzuckers beträgt  $52,8^\circ$ . Die Konzentration in  $\text{g}/100\text{cm}^3$  ist dann bei Verwendung eines 2-Dezimeterrohres

$$c = \frac{100\alpha}{2 \cdot 52,8} \text{ g}/100 \text{ cm}^3$$

### Photometrie.

Eine Quelle elektromagnetischer Strahlung, z. B. ein auf  $3000^\circ$  erhitzter Körper (Wolframdraht einer Glühlampe) strahlt pro sec eine ganz bestimmte Energie (Leistung) ab, die wir als die Gesamtstrahlung bezeichnen und in erg pro sec oder in Watt messen können. Diese Strahlung verteilt sich über das gesamte elektromagnetische Spektrum (Abb. 107).

Nur ein kleiner Ausschnitt dieses Spektrums wirkt auf das Auge und zwar ist das der Wellenlängenbereich von  $0,4$  bis  $0,8 \mu$ , den wir als sichtbares Licht bezeichnen. Für viele praktische Zwecke, z. B. in der Physiologie oder in der Beleuchtungstechnik, interessiert uns die Intensität der Sinnesempfindung, die von diesem sicht-

baren Licht ausgelöst wird, also nicht die physikalisch gemessene Energie der Strahlung. Man beschränkt sich deshalb darauf, die physiologische Wirkung des Lichtes mit derjenigen einer willkürlich gewählten, aber jederzeit reproduzierbaren Einheitslichtquelle, der sogenannten Hefnerlampe (Abb. 108) zu vergleichen. Das ist eine Dochtlampe bestimmter Abmessung, die bei einer Füllung mit Amylacetat und einer Flammenhöhe von 40 mm (in waagrechtlicher Richtung) die Lichtstärke aufweist, die man als eine Hefnerkerze (HK) bezeichnet. Die Lichtstärke  $I$  einer Lichtquelle gibt an, wieviele solcher Lampen an ihrer Stelle

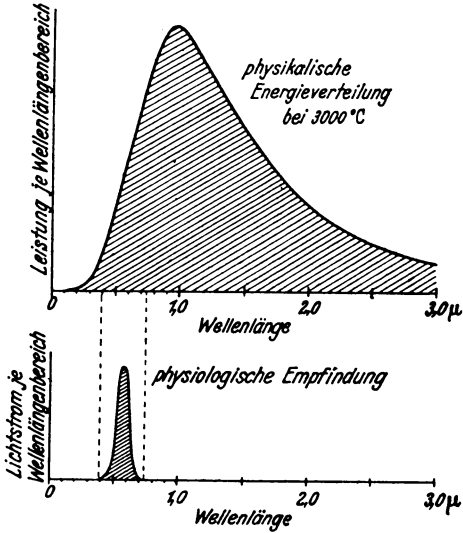


Abb. 107. Spektrum eines Temperaturstrahlers.

den gleichen Helligkeitseindruck hervorrufen. Die so für das gesamte sichtbare Spektrum definierte Einheit läßt sich auch auf Teile des Spektrums (farbige Lichtquellen) anwenden (s. S. 81).

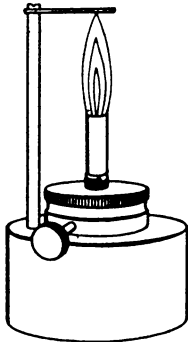


Abb. 108. Hefnerlampe.

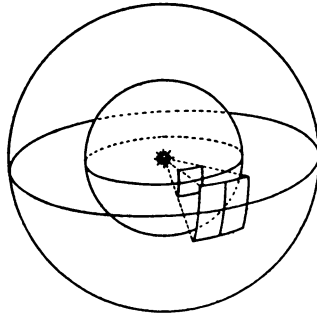


Abb. 109. Ausbreitung der Strahlung einer punktförmigen Lichtquelle.

**Ausbreitung einer Strahlung (Abb. 109):** Von einer punktförmigen Strahlungsquelle wird die Energie  $E$  nach allen Richtungen des Raumes gleichmäßig ausgestrahlt. Durch zwei konzentrische Kugelflächen, mit dem Radius  $r_1$  und  $r_2$ , in deren Zentren die Strah-

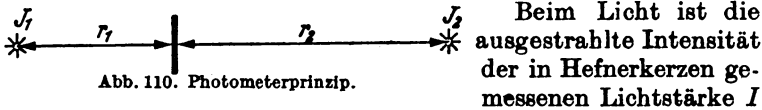
lungsquelle liegt, tritt der gesamte, also durch beide Flächen auch der gleiche Energiestrom hindurch, d. h. durch  $4\pi r_1^2 \text{ cm}^2$  Oberfläche der einen Kugel dasselbe wie durch die  $4\pi r_2^2 \text{ cm}^2$  Oberfläche der anderen. Die jeweils pro  $\text{cm}^2$  hindurchtretende Energie  $\varepsilon_1$  bzw.  $\varepsilon_2$  ist also gegeben durch

$$\varepsilon_1 = \frac{E}{4\pi r_1^2} \text{ und } \varepsilon_2 = \frac{E}{4\pi r_2^2}.$$

Es ist also

$$\varepsilon_1 : \varepsilon_2 = \frac{1}{r_1^2} : \frac{1}{r_2^2} = r_2^2 : r_1^2,$$

d. h. die durch die Flächeneinheit hindurchtretende Energie ist dem Quadrat der Entfernung umgekehrt proportional.



proportional. Den auf die Flächeneinheit gestrahlten Lichtstrom bezeichnen wir als *Beleuchtungsstärke*  $B$ . Sie ist  $\frac{I}{r^2}$  proportional.

Wenn wir  $r$  in Metern messen, so erhalten wir die Beleuchtungsstärke in *Lux*

$$B = \frac{I}{r^2} \text{ Lux.} \quad (48)$$

Die Einheit der Beleuchtungsstärke (Lux) erhält also die Fläche, die von 1 HK im Abstand von 1 m beleuchtet wird.

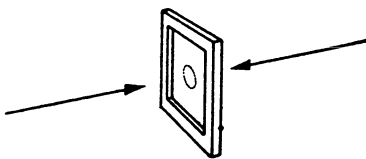


Abb. 111. Bunsen'sches Fettfleckphotometer.

**Messung von Lichtstärken mit dem Photometer:** Wir führen die Messung der Lichtstärke zurück auf den Vergleich einer von ihr bewirkten Beleuchtungsstärke mit einer bekannten Beleuchtungsstärke, welche mit einer Normallampe erzeugt wird. Dazu stellt man die zu vergleichenden Lichtquellen zu beiden Seiten eines weißen Schirms, des Photometerschirms (Abb. 110), auf und wählt die Entfernungen so, daß die Beleuchtungsstärken auf beiden Seiten des Schirms gleich groß sind, also  $\frac{I_1}{r_1^2} = \frac{I_2}{r_2^2}$ . Die Lichtstärken verhalten sich demnach wie die Quadrate der Entfernungen also

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}. \quad (49)$$

Ist  $I_2$  die Intensität der Normallampe, also = 1 HK, so ist also

$$I_1 = \frac{r_1^2}{r_2^2} \text{ HK.}$$

Um nun festzustellen, ob auf beiden Seiten des Schirms gleiche Beleuchtungsstärken sind, bedient man sich verschiedener Photometer. Das BUNSENSche Fettfleckphotometer besteht aus einem Stück Papier (Abb. 111), das in der Mitte einen Fettfleck hat. Das Unsichtbarwerden des Fettflecks zeigt an, daß die Beleuchtungsstärke auf beiden Seiten gleich groß ist.

Im Ritschiephotometer (Abb. 112) ist die Kante eines von vorne betrachteten Gipskeils unsichtbar, wenn die beiden Flächen gleich stark beleuchtet sind. Im Lummer-Brodhun-Photometer kann

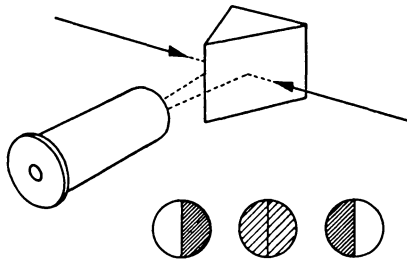


Abb. 112. Ritschie's Gipskeil-Photometer.

man durch eine Lupe hindurch über die Prismen *P* und die Spiegel *Sp* nebeneinander sowohl die linke Seite, als auch die rechte Seite

des Photometerschirms betrachten. Das Gesichtsfeld ist in Abb. 113 unten dargestellt. Der schraffierte Teil erhält sein Licht von der linken Seite des Schirms, der unschraffierte Teil von der rechten Seite des Schirms (nachprüfen!), wie man durch Abdecken einer Seite des Schirms leicht feststellen kann. Gleichheit der Beleuchtungsstärke der beiden Seiten des Schirms wird durch das Verschwinden des Kontrastes festgestellt.

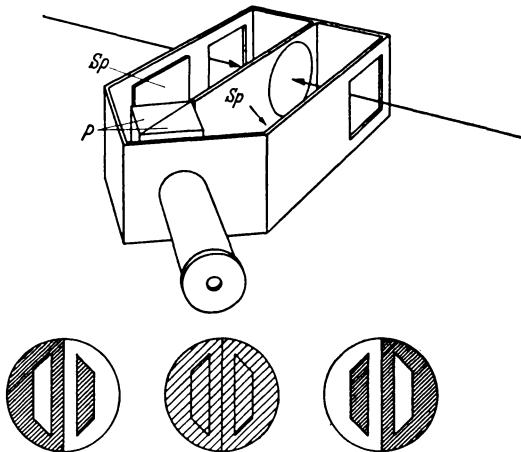


Abb. 113. Lummer-Brodhun-Photometer.

**Photometrie farbiger Lichtquellen:** Bei farbigem Licht ist die Möglichkeit der Einstellung auf gleiche Beleuchtung zweier Vergleichsfelder nach dem bisherigen Verfahren nicht möglich. Es ist aber trotzdem möglich, die Lichtstärken farbiger Lichtquellen unabhängig von ihrer Farbe in Hefnerkerzen zu messen. Dazu eignet sich das in Abb. 114 dargestellte Verfahren. Durch eine ro.



tierende Blende  $B$  (etwa 10 Umdrehungen pro sec) hindurch beleuchten wir abwechselnd den Schirm  $S$  mit einer geeichten weißen Lampe  $N$  und der zu messenden farbigen Lichtquelle  $F$ . Im allgemeinen beobachtet man ein Flimmern. Man kann aber die Lichtstärke der Lampe  $N$  so einstellen, daß das Gesichtsfeld flimmerfrei wird. In diesem Falle sind die von den beiden Lichtquellen auf dem Schirm erzeugten Beleuchtungsstärken einander gleich. Bei

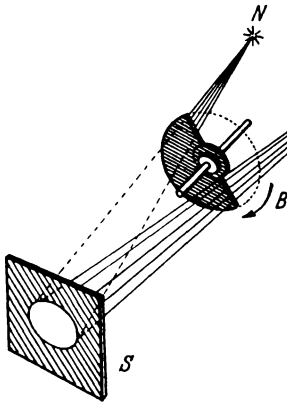


Abb. 114. Prinzip des Flimmerphotometers.

symmetrischer Anordnung ist dann die Lichtstärke der farbigen Lichtquelle gleich der Lichtstärke der weißen Lichtquelle. Hat man, nach dieser Methode gemessen, zwei verschiedenfarbige Lichtquellen als gleich stark erkannt, dann erhält man auch Flimmerfreiheit, wenn sie nach der gleichen Methode direkt miteinander verglichen werden. Darauf gründet sich die Berechtigung dieses Verfahrens. Nach diesem Verfahren farbiger Photometrie läßt sich für jeden Teil (Wellenlängenbereich) des in Abb. 107 gezeichneten Spektrums die der physikalisch gemessenen Energie entsprechende physiologisch empfundene Lichtstärke in Hefnerkerzen angeben.

**Die objektiven Methoden der Photometrie:** Sie beruhen auf der Wechselwirkung des Lichtes mit der absorbierenden Materie (photochemische und photoelektrische Prozesse). Hier versagen die Vorstellungen von der kontinuierlichen Ausbreitung der Energie des Lichts im Strahlungsfelde der Lichtwelle.

Licht kann aus einer Metalloberfläche Elektronen auslösen, deren kinetische Energie von der Intensität des auffallenden Lichtes unabhängig ist, aber um so höher ist, je kurzwelliger, d. h. je höher die Frequenz des auslösenden Lichtes ist. Diesen *photoelektrischen Effekt* deuten wir mit Hilfe der Lichtquantenvorstellung, wonach die Energie im Strahlungsfelde in kleinen Energiepaketen gebündelt ist, deren Energieinhalt der Frequenz der Lichtwelle proportional ist. Wir setzen den Energieinhalt des Lichtquantens

$$E = \nu \cdot h . \quad (50)$$

$h$  ist eine universelle Konstante, die sogenannte *PLANCK'sche Konstante des elementaren Wirkungsquantums*  $h = 6,6 \cdot 10^{-27}$  ergsec. Bei der Absorption wird der volle Energieinhalt des Lichtquanten an die Materie abgegeben. Beim photoelektrischen Effekt übernimmt also das Elektron diesen Betrag. Nun ist aber zur Ablösung des Elektrons aus dem Gefüge des Metalls eine Arbeit, die sogenannte *Austrittsarbeit*  $A$ , zu leisten. Die kinetische Energie, welche das Elektron nach Verlassen des Metalls noch behält, ist also

$$\frac{m}{2} v^2 = \nu \cdot h - A. \quad (51)$$

Nur dasjenige Licht, dessen Frequenz multipliziert mit  $h$  größer ist als  $A$ , vermag Elektronen aus dem Metall herauszureißen. Zu jedem Metall gehört also eine langwellige Grenze des lichtelektrischen Effektes.

Die Abspaltung von Elektronen ist nicht allein auf Metalle beschränkt, sondern an allen Stoffen möglich. Reicht die Energie zur Abspaltung von Elektronen nicht aus, so kann eine Absorption der Lichtquantenenergie in den Molekülen oder Atomen stattfinden. Solche „angeregten“ Moleküle sind in besonderem Maße zu chemischen Reaktionen befähigt (Photochemie, z. B. Vitaminbildung).

Die Absorption eines Stromes von Lichtquanten, d. h. eines Lichtbündels, dessen Intensität durch die Zahl der in der sec durch seinen Querschnitt hindurchströmenden Lichtquanten gegeben ist, geht folgendermaßen vor sich. Wir denken uns die absorbierenden Zentren (Moleküle oder Atome) deren Zahl im  $\text{cm}^3$   $n$  sei, in einer Schicht der Dicke  $\Delta x$  enthalten. Die Zahl der durchtretenden Lichtquanten sei  $N$ , der von den Zentren absorbierten Lichtquanten sei  $\Delta N$ .  $\Delta N$  ist dann proportional  $\Delta x$ ,  $N$  und  $n$

$$\begin{aligned} \Delta N &= -\text{const. } n \cdot N \cdot \Delta x \\ \text{oder } \Delta N &= -\alpha \cdot N \cdot \Delta x. \end{aligned} \quad (52)$$

$\alpha$  bezeichnet man als den *Absorptionskoeffizienten*. Er ist der Zahl der absorbierenden Zentren im  $\text{cm}^3$ , d. h. z. B. bei Lösungen der Konzentration des gelösten absorbierenden Stoffes proportional. Sind die Schichtdicken  $x$  so groß, daß die Abnahme  $\Delta N$  nicht mehr klein gegen  $N$  ist, so ergibt sich durch Integration der Gl. (52)

$$N = N_0 \cdot e^{-\alpha x}, \quad (53)$$

wo  $N_0$  die Zahl der auffallenden Lichtquanten und  $N$  die Zahl der durchtretenden Lichtquanten bedeutet ( $e$  ist die Basis der natürlichen Logarithmen [ $e = 2,718$ ]). Da die Zahl der Lichtquanten der Intensität  $I$  bzw.  $I_0$  des Lichtes proportional sind, können wir

statt Gl. (53) schreiben

$$I = I_0 \cdot e^{-\alpha x} \text{ oder } \frac{I}{I_0} = e^{-\alpha x} \quad (54)$$

Gleiche Schichtdicken lassen also immer denselben Bruchteil der auf sie fallenden Intensität hindurch.

Aus Gl. (3) bestimmt man durch Messung des Schwächungsverhältnisses und der Schichtdicke den Absorptionskoeffizienten.

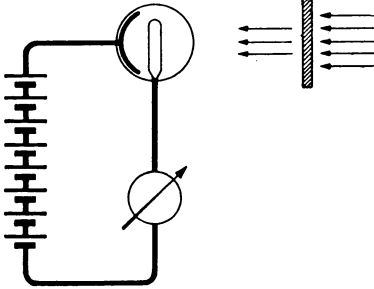


Abb. 115. Photozelle.

Er ist im allgemeinen von der Wellenlänge abhängig, so daß mit einfarbigem Licht gearbeitet werden muß. Messungen der Absorption können zur Bestimmung der Konzentration dienen. (Kolorimetrie, Hämometrie.)

**Messung des Absorptionskoeffizienten von Rauchglas mit der Photozelle (Abb. 115):**

Die Photozelle ist ein luftleer gepumpter Glaskolben, in dem eine Metallschicht (z. B. Alkalimetall oder Cadmium) einer Drahtelektrode gegenüber angebracht ist. Die Metallschicht (Kathode) ist mit dem negativen Pol einer Batterie verbunden, der Draht ring als Anode über ein Galvanometer mit dem positiven Pol der Batterie. Im Dunkeln fließt kein Strom.

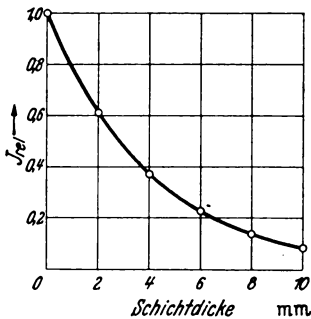


Abb. 116. Absorptionskurve von Rauchglas.

Fällt aber Licht auf die Schicht, so werden dort Elektronen ausgelöst. Sie wandern unter dem Einfluß der angelegten Spannung zur Drahtelektrode und bewirken so das Fließen eines Stromes, den man mit Hilfe des Galvanometers messen kann. Die gemessene Stromstärke ist proportional der Zahl der ausgelösten Elektronen, diese proportional der Beleuchtungsstärke, d. h. dem auf die Fläche auftreffenden Lichtstrom.

Der Galvanometerausschlag ist also direkt der Intensität des Lichtes proportional. Schalten wir zwischen Lichtquelle und Photozelle nacheinander Rauchgläser von 2, 4 und 6 mm Dicke ein, so beobachten wir ein Zurückgehen des Galvanometerausgangs, wie ihn Abb. 116 darstellt. Hieraus berechnen wir unter Vernachlässigung der Verluste durch Reflexion den Absorptionskoeffizienten  $\alpha$  des Rauchglases.

**Messung der Beleuchtungsstärke mit dem Photoelement (Abb. 117) (Sperrschichtphotozelle):** Ein Selenphotoelement besteht

aus einer auf einer Eisenplatte aufgetragenen Selenschicht, auf die eine durchsichtige Metallschicht aufgedampft ist. Unter dem Einfluß des Lichtes treten aus der Selenschicht Elektronen in die darüberliegende Metallschicht über und bewirken in einem, an diese und die Eisenplatte angeschlossenen Stromkreis das Fließen eines Stromes.

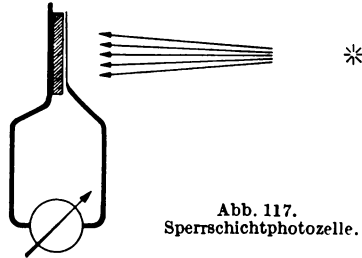


Abb. 117. Sperrschichtphotozelle.

Seine Stromstärke ist nahezu der Beleuchtungsstärke proportional. Dieses Photoelement braucht im Gegensatz zur Photozelle keine Batterie.

Man kann also die Skala eines dazwischengeschalteten Galvanometers direkt in Lux eichen. Diese Eichung führen wir durch, indem wir die Zelle mit einer Lampe von bekannter Lichtstärke (25 HK) aus verschiedenen Entfernungen bestrahlen, die Beleuchtungsstärke berechnen und als Funktion des Skalenausschlags auftragen. Wir erhalten so eine Eichkurve (Abb. 118), aus der wir für jeden Skalenausschlag sofort die vorhandene Beleuchtungsstärke ablesen können. Mit einer solchen Anordnung kann man bequem nachprüfen, ob ein Arbeitsplatz die vorgeschriebene Beleuchtungsstärke (etwa 50 bis 100 Lux) hat. Nach demselben Prinzip ist auch der photographische Belichtungsmesser gebaut.

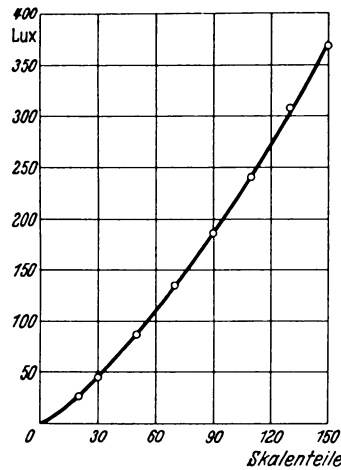


Abb. 118. Eichkurve eines Luxmeters.

Mit einer solchen Anordnung kann man bequem nachprüfen, ob ein Arbeitsplatz die vorgeschriebene Beleuchtungsstärke (etwa 50 bis 100 Lux) hat. Nach demselben Prinzip ist auch der photographische Belichtungsmesser gebaut.

### Röntgenstrahlen.<sup>1</sup>

**A. Wesen der Röntgenstrahlen:** Röntgenstrahlen sind wie das Licht elektromagnetische Strahlen. Sie entstehen beim Aufprall von Elektronen (Kathodenstrahlen) auf Materie. Man unterscheidet *Bremsstrahlen* (weiße Röntgenstrahlen) und *charakteristische*

<sup>1</sup> Die Versuche werden von allen Angehörigen einer Gruppe gemeinsam durchgeführt.

**Röntgenstrahlen (Eigenstrahlen).** Bei der Bremsstrahlung wird einzelnen Elektronen auf dem Wege einer Atombdurchquerung die volle Energie oder zum mindesten ein wesentlicher Bruchteil entzogen und als Röntgenwelle ausgestrahlt. Solche Prozesse sind selten. Die meisten Elektronen verlieren ihre Energie durch Zusammenstöße mit sehr vielen Atomen, denen sie kleine Bruchteile ihrer Energie abgeben, die schließlich als Wärme in Erscheinung treten; die Ausbeute an Röntgenstrahlen ist also klein ( $< 1\%$ ). Der ausgestrahlten Röntgenwelle ordnen wir (s. S. 82) einen Strom von Lichtquanten zu, deren Energieinhalt  $\nu \cdot h$  gleich dem Verlust der gebremsten Elektronen an kinetischer Energie ist. Wir erwarten also Lichtquanten sehr verschiedener Energie und demnach Röntgenstrahlen verschiedener Wellenlänge, d. h. ein kontinuierliches Spektrum (s. Abb. 119). Die kinetische Energie  $\frac{m}{2} v^2$  eines Elektrons (Ladung  $e$ , Masse  $m$ ), welches ein Potentialgefälle von  $\varphi$  Volt durchfallen hat, ist  $e \cdot \varphi$  (S. 35). Die größte Energie eines Quantes kann bei einer Spannung von  $\varphi$  Volt also

$$\nu \cdot h = e \varphi \text{ betragen.}$$

Die zugehörige Wellenlänge ist dann, weil  $\lambda = \frac{c}{\nu}$  (S. 71)

$$\lambda = \frac{c \cdot h}{e \varphi} = \frac{12,34}{\varphi} 10^{-8} \text{ cm,} \quad (55)$$

wenn  $\varphi$  in Kilovolt gemessen wird.

$$(c = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec})$$

$$(e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb})$$

$$(h = 6,6 \cdot 10^{-27} \text{ erg sec}).$$

Sie gibt die kurzwellige Grenze des Spektrums für die Spannung  $\varphi$ . Eine Erhöhung der Spannung verschiebt die Grenze nach kürzeren Wellen und erhöht die Intensität in jedem Wellenlängenbereich.

Die charakteristische Strahlung wird nicht von den Kathodenstrahlelektronen selbst ausgesandt, sondern von den Atomen, die sie durchqueren. Sie entspricht den Spektrallinien des sichtbaren

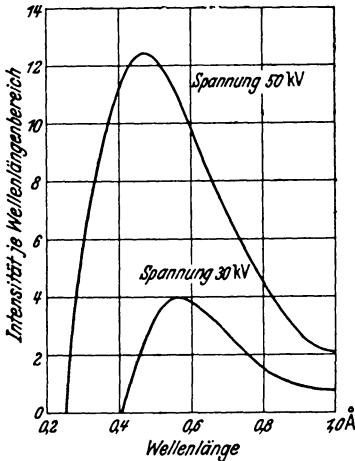


Abb. 119.  
Kontinuierliche Röntgenspektren.

Gebietes. Ihr Spektrum ist im Gegensatz zu dem der Bremsstrahlung ein Linienspektrum, welches von der Energie der zu ihrer Anregung befähigten Kathodenstrahlteilchen unabhängig ist.

Beim Durchgang durch Materie werden die Röntgenstrahlen absorbiert. Ihre Absorption ist auf zweierlei Prozesse zurückzuführen. Erstens verlieren sie dadurch Intensität, daß aus dem Primärbündel Sekundärstrahlen seitlich hinausgestreut werden, deren Wellenlänge mit der der Primärstrahlen entweder übereinstimmt (*klassische Streustrahlung*) oder, vor allem bei hohen Frequenzen und leichten Atomgewichten der streuenden Substanz, gegen größere Wellenlängen verschoben ist (*Comptoneffekt*).

Zweitens werden sie auf lichtelektrischem Wege absorbiert, d. h. sie lösen aus den Atomen der durchstrahlten Substanz Elektronen aus, deren Energie  $\frac{m}{2} v^2 = \nu \cdot h - A$  ist (s. S. 83). Für monochromatische Röntgenstrahlen gilt das Absorptionsgesetz

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu d} \quad (\text{s. S. 84})$$

Entsprechend den beiden oben genannten Prozessen der Absorption der Röntgenstrahlen setzt sich der Absorptionskoeffizient  $\mu$  aus zwei Anteilen zusammen:  $\mu = \sigma + \tau$ , wo  $\sigma$  der Absorptionskoeffizient durch Zerstreuerung ist und  $\tau$  als echter Absorptionskoeffizient der photoelektrischen Absorption der Lichtquanten entspricht. Beide Absorptionskoeffizienten sind bei unveränderter chemischer Zusammensetzung der Dichte des absorbierenden Materials proportional. Den Quotienten  $\frac{\mu}{\rho}$  bezeichnet man als Massenabsorptionskoeffizienten.  $\frac{\sigma}{\rho}$  ist unabhängig von der Wellenlänge  $= 0.2 \left( \frac{\text{cm}^2}{\text{g}} \right)$ . Erst für recht kurze Wellenlängen nimmt sein Wert ab (Übergang von der Streuung unter unveränderter Wellenlänge zum Comptoneffekt).  $\tau$  nimmt mit wachsender Wellenlänge und mit zunehmender Ordnungszahl  $Z$  des absorbierenden Stoffes zu. Es ist

$$\tau \sim \lambda^3 \cdot Z^4. \quad (56)$$

Es nimmt also die Absorbierbarkeit der Röntgenstrahlen mit zunehmender Wellenlänge zu, ihr Durchdringungsvermögen also ab. Strahlen von hohem Durchdringungsvermögen bezeichnen wir als harte Strahlen, solche von geringem Durchdringungsvermögen als weiche Röntgenstrahlen. Gemäß Gl. (55) nimmt also mit wachsender Röhrenspannung die Härte einer Röntgenstrahlung zu.

**B. Erzeugung von Röntgenstrahlen:** a) Röntgenröhre (Abb. 120): Zur Erzeugung von Röntgenstrahlen verwendet man

die Glühkathodenröhre. Die Kathode besteht aus einem elektrisch geheizten Wolframdraht, aus dem die Elektronen herausdampfen (*Glühelastrischer Effekt*). Durch das elektrische Feld zwischen Kathode und Anode werden die Elektronen beschleunigt und dringen als Kathodenstrahlen mit großer Geschwindigkeit in das Anti-

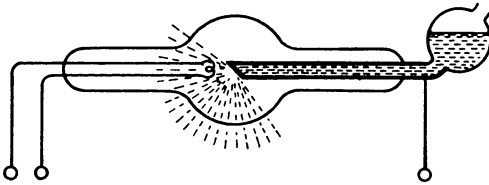


Abb. 120. Röntgenröhre.

lunge, Siedekühlung). Der Rest der Kathodenstrahlenenergie wird in Röntgenstrahlung verwandelt. Moderne Röhren sind mit

einer Abschirmung umgeben, so daß die Röntgenstrahlung nur aus einem kleinen Fenster austreten kann (Strahlenschutzröhren).

b) Zur Erzeugung der Hochspannung verwendet man Transformatoren, deren Sekundärspannung mit Hilfe von Gleichrichterröhren und Kondensatoren in Gleichspannung verwandelt wird. Bei kleineren Anlagen wird auf die Gleichrichtung verzichtet; hier wirkt dann die Röntgenröhre selbst als Gleichrichter. Die Abb. 121 zeigt das Schalterschema einer solchen Anlage.

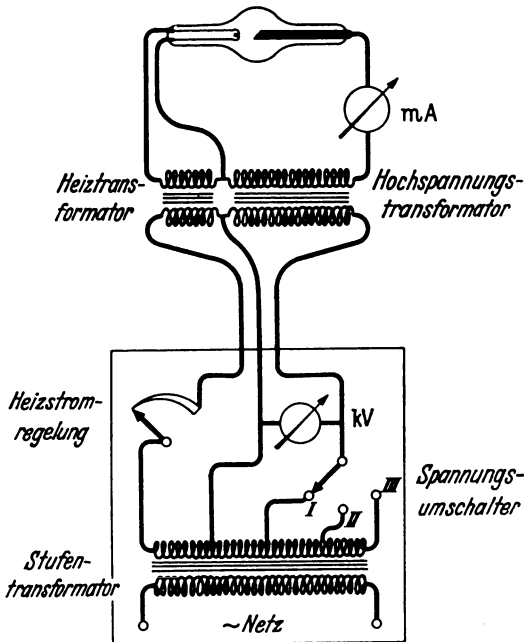


Abb. 121. Schaltung einer kleinen Röntgenanlage.

Die Netzspannung liegt an der Primärwicklung eines Stufentransformators, dessen Sekundärwicklung mehrere Anschlüsse aufweist, so daß

mit Hilfe des Spannungsumschalters verschiedene Spannungen abgegriffen werden können. Diese Spannungen werden in dem räumlich getrennten und sorgfältig isolierten Hochspannungstransformator hinauftransformiert, und diese Hochspannung ist an die Röhre gelegt. Die Messung dieser Hochspannung erfolgt dadurch, daß man ein Voltmeter in die Primärwicklung des Hochspannungstransformators legt. Da die Primärspannung zur Sekundärspannung immer in demselben Verhältnis steht, kann man dieses Voltmeter direkt in den Hochspannungswerten (in kV) eichen. Die Messung der Stromstärke, die durch die Röhre hindurchfließt, erfolgt dagegen direkt im Hochspannungskreis durch ein Milliampèremeter.

Die Heizung der Kathode kann nicht einfach direkt vom Netz aus erfolgen, denn die Kathode liegt im Hochspannungskreis. Dazu wird vielmehr ein besonders gut isolierter Heiztransformator verwendet, dessen Primärwicklung über einen Regulierwiderstand ebenfalls an den Stufentransformator angeschlossen ist. Wir haben also bei einer Röntgenanlage grundsätzlich zwei Reguliermöglichkeiten.

1. *Die Heizstromregelung:* Erhöhung des Heizstroms bewirkt Zunahme der Zahl der in der sec aus der Kathode austretenden Elektronen, also eine Zunahme des *Emissionsstromes*. Ihm proportional wächst ohne Änderung der Härte und der spektralen Verteilung die Gesamtintensität der Röntgenstrahlen.

2. *Die Spannungsregelung:* Ohne Änderung der Stärke des Emissionsstroms wächst bei Spannungssteigerung die Gesamtintensität der Strahlung, und es nimmt gleichzeitig durch Hinzukommen kürzerer Wellen die Härte zu.

**C. Nachweis und Messung der primären Röntgenstrahlen:** Röntgenstrahlen haben die Fähigkeit, bestimmte Stoffe, z. B. Bariumplatinzyanür, zum Leuchten anzuregen. Das erregte Fluoreszenzleuchten ist um so stärker, je höher die Intensität der Röntgenstrahlen ist, so daß es nicht nur zum Nachweis, sondern auch zu einer groben Intensitätsabschätzung geeignet ist. Ferner vermögen Röntgenstrahlen die photographische Platte zu schwärzen.

Die wichtigste Methode zur Intensitätsmessung von Röntgenstrahlen gründet sich auf ihre Fähigkeit, Gase zu ionisieren. Bei der photoelektrischen Absorption der Röntgenstrahlquanten werden aus den absorbierenden Molekülen des Gases Elektronen abgespalten, deren kinetische Energie nach S. 86 u. 87 fast ebenso groß ist, wie die kinetische Energie der Kathodenstrahlelektronen, durch welche die Röntgenquanten erzeugt wurden. (In den zur Absorption verwendeten Gasen ist die Ablösearbeit auch der am



festesten gebundenen Elektronen so klein, daß sie vernachlässigt werden darf.) Diese lichtelektrisch abgespaltenen Elektronen durchqueren nun eine große Zahl weiterer Moleküle des Gases, welche durch sie ionisiert werden. Die hierbei abgespaltenen Elektronen lagern sich an neutrale Gasmoleküle an. Bei jedem Ionisierungsprozeß entsteht also ein Ionenpaar. Die Zahl der so gebildeten Ionenpaare ist proportional der Energie des Photoelektrons. Ein Photoelektron von 32 000 eVolt, welches also von den härtesten Quanten einer mit 32 000 Volt betriebenen Röhre stammt, erzeugt z. B. 1000 Ionenpaare, ein solches von 64 000 eVolt also 2000 usw.

Nach dem Absorptionsgesetz für dünne Schichten (Gl. 52), als solche sind Gasstrecken von 10—20 cm bei nicht zu weichen Röntgenstrahlen aufzufassen, ist die Zahl der absorbierten Quanten der Zahl der auftreffenden Quanten (einer monochromatischen Röntgenstrahlung), d. h. der Intensität proportional. Daraus folgt, daß auch die Gesamtzahl der auf einer Gasstrecke erzeugten Ionen der Intensität der Röntgenstrahlen proportional ist. (Bei völliger Absorption im Gase gilt für eine nicht monochromatische Strahlung, also für weißes Röntgenlicht, daß die Gesamtenergie der gesamten erzeugten Ionenmenge proportional ist.)

Wenn von einer Röntgenstrahlung in  $1 \text{ cm}^3$  Luft im Normalzustand so viel Ionen erzeugt werden, daß die Gesamtladung der positiven oder negativen Ionen eine elektrostatische Einheit ist ( $= \frac{1}{3} \cdot 10^{-9}$  Coulomb), so nennt man die absorbierte Röntgenstrahlenintensität (Röntgendosis) 1 *Röntgen*. Die Dosisleistung wird in Röntgen pro sec gemessen.

Die Aufgabe der Intensitätsmessung von Röntgenstrahlen wird also auf die Aufgabe zurückgeführt, die von ihnen pro sec erzeugte Ionenzahl zu bestimmen. Dies geschieht in der *Ionisationskammer*.

Man läßt z. B. ein ausgeblendetes Bündel der Röntgenstrahlen zwischen zwei isolierten Metallplatten hindurchtreten (Abb. 122), welche über ein Galvanometer mit einer Batterie verbunden

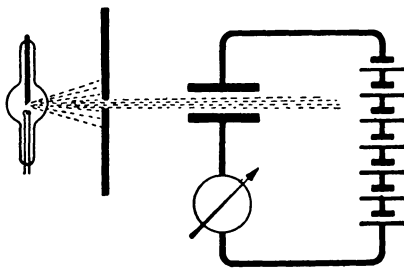


Abb. 122. Prinzip der Messung der Ionisation durch Röntgenstrahlen.

sind. Die erzeugten positiven Ionen wandern zur negativen Platte, die negativen zur positiven Platte. Es fließt also in dem Kreise ein

Strom, dessen Stärke der Zahl der pro sec erzeugten Ionen proportional ist. Die Spannung zwischen den Platten muß so hoch gewählt werden, daß alle Ionen mit so hoher Geschwindigkeit an die Platten gezogen werden, daß jegliche Wiedervereinigung der positiven und negativen Ionen vermieden wird (Sättigungsstrom).

Im allgemeinen verwendet man an Stelle des Plattenkondensators einen Zylinderkondensator. Die eine Elektrode bildet das Gehäuse, die andere ist stabförmig und ist isoliert in der Achse des Gehäuses angebracht. Da die zu messenden Ionenströme im allgemeinen zu schwach sind, um mit einem Galvanometer gemessen zu werden, benutzt man zur Bestimmung der erzeugten Ionenmengen ein Elektrometer. Seine Schaltung zeigt Abb. 123. Der positive Pol einer Batterie ist mit dem Gehäuse der Ionisationskammer verbunden, die Innenelektrode mit dem Elektrometerfaden, das Elektrometergehäuse mit der Erde. Wenn man die Verbindung des Elektrometerfadens mit der Erde durch den Erdungsschlüssel unterbricht, so laden die durch das elektrische Feld in der Ionisationskammer auf die Innenelektrode geführten Ionen diese und das mit ihr verbundene Elektrometer auf. Gleiche Aufladungen bei aufeinanderfolgenden Messungen werden durch gleiche Anzahl von Ionen bewirkt. Einen Intensitätsvergleich,

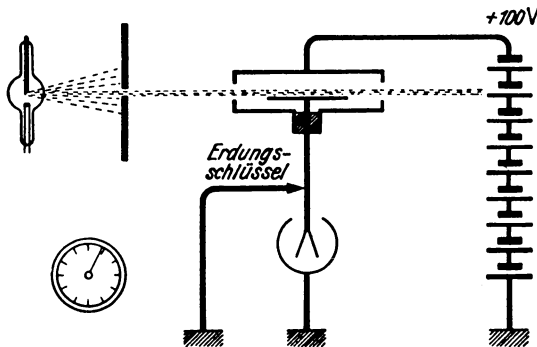


Abb. 123. Schaltung der Ionisationskammer.

auf den es uns bei unseren Messungen allein ankommt, führen wir so durch, daß wir die Zeiten messen, in denen das Elektrometer die gleiche Aufladung erhält. Die Zeit  $t$ , die zur Erzeugung der zur Aufladung des Elektrometers benötigten Ionenanzahl notwendig ist, ist der Intensität  $I$  der Röntgenstrahlung umgekehrt proportional, eine halb so große Intensität braucht also die doppelte Zeit.

$$I \sim \frac{1}{t}. \quad (57)$$

1. Abhängigkeit der Intensität der Röntgenstrahlen von Emissionsstrom und Röhrenspannung: Wir führen folgende Intensitätsmessungen durch: a) Messung der Intensität bei 40 kV Röhrenspannung. Wir regulieren die Heizstromstärke mit der Heizstromregelung so, daß das Milliampèremeter nacheinander die Emissionsstromstärken von 1 mA, 2 mA, 3 mA anzeigt und bestimmen jeweils die Aufladezeit des Elektrometers. Das Ergebnis zeigt die Tabelle:

Röhrenspannung	Emissionsstrom	Aufladezeit $t$ d. Elektrom.	$\frac{1}{t} \sim$ Intensität
40 kV	1 mA	32 sec	$\frac{1}{32} = 0,03$
40 kV	2 mA	16 sec	$\frac{1}{16} = 0,06$
40 kV	3 mA	10,8 sec	$\frac{1}{10,8} = 0,09$
70 kV	1 mA	10 sec	$\frac{1}{10} = 0,1$

Die Intensität der Röntgenstrahlung ist also bei konstanter Röhrenspannung proportional dem Röhrenstrom. Die letzte Zeile der Tabelle zeigt die Intensität für 70 kV Röhrenspannung und einem Emissionsstrom von 1 mA. Eine Erhöhung der Röhrenspannung bewirkt also bei gleichem Röhrenstrom ein starkes Anwachsen der Intensität. Inwiefern sich dabei gleichzeitig die Qualität der Strahlung ändert, zeigt der nächste Abschnitt.

3. Messung der Absorption der Röntgenstrahlen: a) Abhängigkeit von der Wellenlänge: Zur Beurteilung der Absorbierbarkeit der Röntgenstrahlung bestimmt man das Verhältnis  $\frac{I}{I_0}$ , welches nach S. 87 gleich  $e^{-\mu d}$  ist.  $I$  und  $I_0$  messen wir mit der Ionisationskammer.  $I_0$  ist die Intensität ohne Absorber,  $I$  ist die Intensität mit dem vor der Eintrittsöffnung der Ionisationskammer angebrachten Absorber, den wir in verschiedenen Dicken  $d$  verwenden. Die Messung wird für zwei verschiedene Röhrenspannungen durchgeführt. Das Ergebnis zeigt die Tabelle:

Röhrensp.	Absorber	Aufladezeit des Elektrometers $t$	$\frac{1}{t} \sim$ Intensität	$\frac{I_1}{I_0}, \frac{I_2}{I_1}$ usw.	relative Intensitäten
40 kV	ohne Absorb.	20 sec	0,05		1
40 kV	mit 0,5 mm Al	31 sec	0,032	0,64	0,64
40 kV	mit 1,0 mm Al	45 sec	0,022	0,69	0,44
70 kV	ohne Absorb.	10 sec	0,1		1
70 kV	mit 0,5 mm Al	12 sec	0,082	0,82	0,82
70 kV	mit 1,0 mm Al	14,5 sec	0,069	0,84	0,69

Nach dem Absorptionsgesetz sollte das Verhältnis von durchgelassener zu auffallender Intensität bei gleichen Schichtdicken stets dasselbe sein. Der Tabelle entnimmt man, daß bei unseren Messungen dieses Verhältnis für das zweite absorbierende Al-Blech größer wird als für das erste. Der Grund dafür liegt darin, daß die aus der Röhre kommende Strahlung nicht monochromatisch ist, und entsprechend der stärkeren Absorbierbarkeit der langwelligen Anteile hinter jeder vorgeschalteten Schicht der prozentuale Anteil an härterer Strahlung wächst. Bei hinreichend dicker Absorptionsschicht kann die weiche Strahlung fast vollständig abgefiltert werden und somit kann eine kontinuierliche Strahlung den Charakter einer monochromatischen Strahlung bekommen. Bei höherer Spannung ist der Abfall der Intensität schwächer, wie Abb. 124 zeigt, in der die Intensitäten bezogen auf  $I_0 = 1$  aufgetragen sind. Für wachsende Röhrenspannung, also abnehmende Wellenlänge der Röntgenstrahlen nimmt demnach der Absorptionskoeffizient ab (s. S. 87).

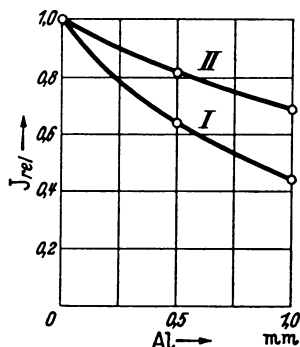


Abb 124. Absorptionskurve für Röntgenstrahlen verschiedener Härte. I für 40 kV, II für 70 kV.

b) Abhängigkeit von der Ordnungszahl des Absorbers: Die Tabelle zeigt die Absorption einer mit 1 mm Al gefilterten Röntgenstrahlung durch Bleche gleicher Dicke, aber verschiedenen Materials.

Röhrenspannung	Absorber	Aufladezeit d. Elektrometers	relative Intensitäten	$\frac{I}{I_0}$
70 kV	ohne Absorber	9,6 sec	$I_0 = 0,105$	—
70 kV	mit 0,1 mm Al	10 sec	$I_{Al} = 0,10$	0,96
70 kV	mit 0,1 mm Cu	24 sec	$I_{Cu} = 0,042$	0,40
70 kV	mit 0,1 mm Pb	120 sec	$I_{Pb} = 0,008$	0,08

Aus dem in der letzten Spalte angegebenen Verhältnis  $\frac{I}{I_0}$  entnimmt man die starke Abhängigkeit der Absorption von der Ordnungszahl des Absorbers. Daß die in Gl (56) geforderte Abhängigkeit von  $Z$  nicht so stark zum Ausdruck kommt, ist wieder darauf zurückzuführen, daß wir eine zusammengesetzte Röntgenstrahlung statt einer monochromatischen benutzen.

#### D. Nachweis und Messung der Sekundären Röntgenstrahlen:

a) Streustrahlung: Wenn Röntgenstrahlen durch Materie hindurchtreten, so werden durch die periodisch schwingenden elektrischen Felder der Röntgenwelle die Elektronen der Atome in Schwingungen versetzt, deren Frequenz mit der Frequenz der Welle übereinstimmt. Diese schwingenden Elektronen strahlen nun nach allen Richtungen des Raumes neue Röntgenwellen gleicher Wellenlänge, also auch gleicher Härte wie die Primärstrahlung aus. Wir nennen diese Sekundärstrahlung Streustrahlung. Sie entspricht

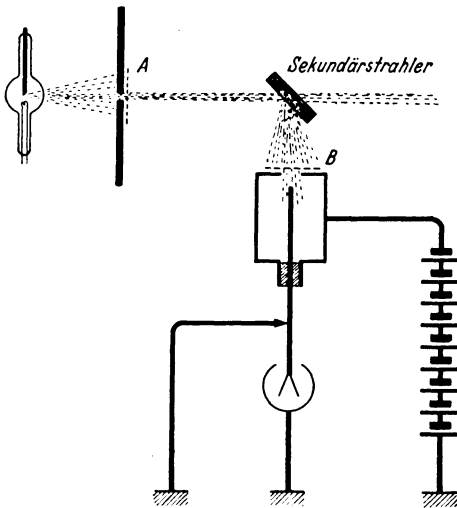


Abb. 125. Anordnung zur Messung der Sekundärstrahlung.

dem seitlich gestreuten Licht bei der Durchleuchtung trüber Medien. Diese Streuung der primären Röntgenstrahlen schwächt deren Intensität. Diese Schwächung wird durch den Streuabsorptionskoeffizienten  $\sigma$  beschrieben. Im folgenden beschäftigen wir uns mit der Messung dieser Streustrahlung. Wir lassen ein Bündel einer harten Röntgenstrahlung z. B. 70 kV durch einen Streustrahler, z. B. Paraffin, hindurchtreten. Von der

Spur des Primärbündels im Paraffin geht dann nach allen Seiten die Streustrahlung aus.

Diese weisen wir durch eine Ionisationskammer nach, die so angeordnet ist, daß sie von dem primären Bündel nicht getroffen werden kann (s. Abb. 125). Die Öffnung dieser Ionisationskammer ist mit einer dünnen Cellophanfolie bedeckt, welche verhindert, daß Ionen, die außerhalb der Ionisationskammer entstehen, in diese hineingezogen werden.

Wenn der Sekundärstrahler entfernt ist, zeigt das enterdete Elektrometer eine kaum meßbare Aufladung. Beim Hineinbringen des Sekundärstrahlers beobachten wir einen Ionisationsstrom, der der Intensität des primären Bündels proportional ist. Diese können wir z. B. durch Änderung des Emissionsstroms ändern, oder dadurch, daß wir in das primäre Bündel bei A eine

Absorptionsschicht aus *Al* hineinbringen, deren Dicke wir so wählen, daß die Intensität etwa auf die Hälfte herabgesetzt wird. Bringt man nun diese *Al*-Platte in den Strahlengang der Streustrahlung bei *B*, so beobachtet man fast die gleiche Schwächung des Ionisationsstromes. Das bedeutet aber, daß die Absorbierbarkeit der Streustrahlung mit derjenigen der primären Strahlung übereinstimmt.

(70 kV, Röhrenstrom 5 mA.)

Stellung d. Absorbers	Aufladezeit d. Elektrometers	relative Intensität	$\frac{I}{I_0}$
ohne Absorber . . . .	24 sec	$I_0 = 0,042$	—
Absorber bei A . . . .	57 sec	$I_a = 0,017$	0,4
Absorber bei B . . . .	60 sec	$I_b = 0,017$	0,4

Die Streustrahlung besitzt also die gleiche Wellenlänge, wie die sie erzeugende primäre Röntgenstrahlung. Daß bei der Absorberstellung *B* die Aufladezeit etwas größer wird, hat zweierlei Gründe. In dieser Stellung durchdringen die Röntgenstrahlen die *Al*-Platte nicht nur senkrecht, so daß ihre Absorptionswege teilweise etwas größer sind, als in der Stellung bei *A*. Außerdem finden sich unter den gestreuten Strahlen auch solche, die nicht durch den oben beschriebenen Prozeß der sogenannten klassischen Streuung entstanden sind, sondern ihren Ursprung in Compton-Prozessen haben. Diese treten um so häufiger auf, je härter die Primärstrahlung ist. Zu ihrer Deutung betrachtet man statt einer Einwirkung der Welle auf die Elektronen den Zusammenstoß von korpuskular aufgefaßten Lichtquanten mit Elektronen, welche praktisch als frei betrachtet werden können. Daher tritt der Comptoneffekt bevorzugt bei leichten Atomen auf. Den bewegten Lichtquanten ist Masse und damit Impuls (Bewegungsgröße) zuzuschreiben. Bei ihrem Zusammenstoß mit den freien Elektronen übertragen sie an diese Energie und Impuls, ihre Energieabnahme bedeutet aber eine Verkleinerung der Frequenz (denn Energie ist  $\nu \cdot h$ ), so daß die gestreuten Strahlen eine größere Wellenlänge besitzen und daher weicher sind. Es ist wichtig, daß bei dieser Comptonstreuung die Elektronen Energie übernehmen und daher zur Ionisation (und somit auch zur physiologischen Wirkung) befähigt sind.

b) Röntgenfluoreszenzstrahlung: Wenn bei der echten Absorption der Röntgenstrahlung die Photoelektronen aus den inneren Schalen des Atoms (*K*, *L*) ausgelöst werden, so ist dieses im Innern ionisierte Atom zur Ausstrahlung seiner charakteristi-

sehen Eigenstrahlung ( $K, L$ ) befähigt. Diese Ausstrahlung entspricht der Fluoreszenz im Gebiete des sichtbaren Lichtes. Die Voraussetzung für ihre Erregung ist wie im sichtbaren Gebiet, daß die erregende Strahlung kurzwelliger sein muß als die angeregte (Stokes'scher Regel).

Die Wahrscheinlichkeit der photoelektrischen Absorption in den inneren Schalen nimmt mit zunehmender Ordnungszahl der absorbierten Atome sehr stark zu (s. Gl (56)). Daher spielt die Fluoreszenzstrahlung bei leichten Atomgewichten keine wesentliche Rolle. Da sie bei diesen außerdem außerordentlich stark absorbierbar ist, tritt sie hier gegenüber der Streustrahlung zurück. Bei höheren Atomgewichten tritt sie bei mittelharter Primärstrahlung immer mehr in den Vordergrund. Wir weisen diese charakteristische Strahlung an einer Kupferplatte nach, welche wir in der Anordnung Abb. 125 an Stelle des Paraffins anbringen. Wenn wir die Härteprüfung nach dem dort beschriebenen Verfahren durchführen, so beobachten wir in der Stellung  $B$  der Absorberschicht in der Ionisationskammer keine meßbare Intensität mehr. Die Sekundärstrahlung ist also viel weicher als die Primärstrahlung, ihre Wellenlänge demnach erheblich größer (Stokes'sche Regel). Zur Bestimmung der Absorbierbarkeit dieser charakteristischen Kupfer-K-Strahlung verwenden wir Al-Absorptionsfolien von  $1/20$  mm Stärke. Nach S. (87) ergibt sich aus  $\frac{I_0}{I}$  für den Absorptionskoeffizienten der Kupfer-k-Strahlung in Aluminium.

$$\mu = \frac{1}{d} \ln \frac{I_0}{I} = 127 \text{ cm}^{-1}$$

Stellung d. Absorbers	Aufladezeit d. Elektrometers	Intensität relativ	$\frac{I_0}{I_1}$	$\frac{I_1}{I_2}$	$\frac{I_2}{I_3}$
ohne Absorber . . . . .	9 sec	$I_0 = 1,00$	—	—	—
Absorber bei A 1 mm Al	16 sec	$I_p = 0,56$	—	—	—
Absorber bei B 1 mm Al	$\infty$	$I_s = 0$	—	—	—
bei B 0,05 mm Al	17 sec	$I_1 = 0,53$	—	1,89	—
bei B 0,10 mm Al	31 sec	$I_2 = 0,29$	—	1,83	—
bei B 0,15 mm Al	54 sec	$I_3 = 0,16$	—	1,75	—

Die aus der Cu-Platte austretende Eigenstrahlung ist nicht streng monochromatisch, sondern besteht aus drei Strahlengruppen  $K_\alpha$ ,  $K_\beta$  und  $K_\gamma$ . Letztere kann vernachlässigt werden. Die weichste dieser Gruppen ist  $K_\alpha$ , die härtere Strahlung  $K_\beta$ . Die Intensität der harten Gruppe beträgt etwa 30% von  $K_\alpha$ . Mit zunehmender Absorberdicke verschiebt sich dieses Intensitätenverhältnis zugunsten von  $K_\beta$ , wie aus der Zunahme von  $\frac{I_0}{I}$  usw. hervorgeht.

Der von uns berechnete mittlere Absorptionskoeffizient muß daher etwas geringer sein, als der der reinen  $K_\alpha$ -Strahlung. Die Absorptionskoeffizienten der Cu- $K_\alpha$ -Strahlung und der Cu- $K_\beta$ -Strahlung in Al betragen  $138 \text{ cm}^{-1}$  und  $97 \text{ cm}^{-1}$ .

**Anhang.**

**I. Übersicht über die wichtigsten Meßgrößen und Einheiten.**

Begriffe	Symbol	Einheiten	Abkürzung
Länge . . . . .	$l$	1 Zentimeter . . . . .	cm
Masse . . . . .	$m$	1 Gramm . . . . .	g
Zeit . . . . .	$t$	1 Sekunde . . . . .	sec
Frequenz . . . . .	$\nu$	1 Hertz = 1 Schwingung pro sec . . . . .	sec <sup>-1</sup>
Dichte . . . . .	$\rho$		g/cm <sup>3</sup>
Temperatur . . . . .	$T$	1 Grad Celsius . . . . .	°C
Kraft . . . . .	$K$	1 dyn = $\frac{1}{0,981}$ mg Gewicht .	dyn
Druck . . . . .	$p$	Druck einer Quecksilber- säule von 1 mm Höhe . .	mm Hg
		1 Atmosphäre = 1 kg/cm <sup>2</sup> .	Atm
Spez. Wärme . . . . .	$c$	Kalorien pro Gramm und Grad	$\frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$
Elektrizitätsmenge . .	$Q$	1 Coulomb = 1 Ampèrsec .	C
Elektr. Spannung . .	$\varphi$	1 Volt . . . . .	V
Stromstärke . . . . .	$i$	1 Ampere . . . . .	A
Elektr. Leistung . .	—	1 Watt = 1 Ampère $\times$ 1 Volt	W
Widerstand . . . . .	$W (R)$	1 Ohm . . . . .	$\Omega$
Kapazität . . . . .	$C$	1 Farad = $10^6 \mu\text{F}$ . . . . .	F
Selbstinduktion . . .	$L$	1 Henry . . . . .	H
Lichtstärke . . . . .		1 Hefnerkerze . . . . .	HK
Lichtstrom . . . . .		1 Lumen . . . . .	Lm
Beleuchtungsstärke. .		1 Lux . . . . .	Lx






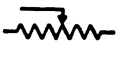






**Energie:**

mechan. Energie  
 elektr. Energie  
 Wärmeenergie

1 Joule =  $10^7$  erg. = 1 Wattsec = 0,24 cal  
 1 Wattsec = 1 Joule =  $10^7$  erg = 0,24 cal  
 1 cal = 4,18 Joule = 4,18 Wattsec



## II. Übersicht über die wichtigsten elektr. Meßgeräte und Apparate.

Gerät	Symbol	Eigendaten
Galvanometer		Empfindlichkeit in Ampère/Skalenteil Schwingungsdauer in sec Aperiodischer Grenzwiderstand in $\Omega$
Ampèremeter		Meßbereich (Stromstärke bei Vollauschlag)
Voltmeter		Meßbereich (Spannung bei Vollauschlag)
Elektrometer		Empfindlichkeit in Volt/Skalenteil
Widerstand (Gerät)		Widerstandswert in Ohm Belastbarkeit in Ampère
Schiebewiderstand (Potentiometer)		Widerstandswert in Ohm Belastbarkeit in Ampère
Kondensator		Kapazität in $\mu F$ (bzw. in cm) Prüfspannung in Volt
Drehkondensator		Kapazität (z. B. 10—500 cm)
Spule (Selbstindukt.)		Selbstinduktion in Henry
Transformator		Übersetzungsverhältnis Nutzeffekt
Batterie (Akkumulator), galvanisches Element		Spannung, maximal zu entnehmende Stromstärke
Verstärkerröhre		Heizspannung Anodenspannung

## Versuchsserien.

- I. Wägung und Dichtebestimmung.
- II. Schwingungen und Wellen.
- III. Oberflächenspannung und innere Reibung.
- IV. Thermometrie und Hygrometrie.
- V. Kalorimetrie.
- VI. Messung von Strom und Spannung.
- VII. Messung elektrischer Widerstände.
- VIII. Messungen an Wechselströmen.
- IX. Optische Instrumente.
- X. Refraktometrie und Spektrometrie.
- XI. Polarimetrie und Photometrie.
- XII. Röntgenstrahlen.

**Einführung in die Physik.** Von Dr. phil., Dr.-Ing. e. h., Dr. phys. e. h. R. W. Pohl, o. ö. Professor der Physik an der Universität Göttingen.

Erster Band: **Einführung in die Mechanik, Akustik und Wärmelehre.** Dritte und vierte umgearbeitete und ergänzte Auflage. Mit 527 Abbildungen, darunter 8 entlehnten. X, 322 Seiten. 1941.

Gebunden RM 15.80

Zweiter Band: **Einführung in die Elektrizitätslehre.** Fünfte, verbesserte und ergänzte Auflage. Mit 497 Abbildungen, darunter 20 entlehnten. VIII, 272 Seiten. 1940.

Gebunden RM 13.80

Dritter Band: **Einführung in die Optik.** Zweite und dritte, verbesserte Auflage. Mit 564 Abbildungen im Text und auf einer Tafel, darunter 18 entlehnten. VIII, 322 Seiten.

Erscheint Ende 1941.

---

**Physik.** Ein Lehrbuch. Von Wilhelm H. Westphal, b. a. o. Professor der Physik an der Technischen Hochschule Berlin. Siebente und achte Auflage. Mit 634 Abbildungen. XI, 679 Seiten. 1941.

Gebunden RM 19.80

---

**Einführung in die Physik.** Von Dr. med. Ph. Broemser, o. Prof. für Physiologie an der Universität Basel. Mit 206 Abb. VIII, 404 Seiten. 1925.

Gebunden RM 10.80

---

**Physikalisch-technisches Praktikum für Mediziner.**

Eine Einführung in die Anwendung von Meßmethoden und Apparaturen. Von Dr. phil. Alfred Krothlow, ehem. I. Assistent am Physikalischen Institut der Universität Basel. Mit 127 Abbildungen. VII, 232 Seiten. 1930.

RM 14.04

---

**Grundriß der Physik** für Naturwissenschaftler, Mediziner und Pharmazeuten. Von Dr. Ernst Lamla, Oberstudiendirektor in Berlin. Zugleich fünfte, völlig neubearbeitete Auflage der „Schule der Pharmazie“, Physikalischer Teil. Mit 250 Textabbildungen. VI, 318 Seiten. 1925.

Gebunden RM 10.80

---

**Physik in Streifzügen.** Von Dr. H. Greinacher, o. Professor der Physik an der Universität Bern. (Verständliche Wissenschaft, 40. Band.) Mit 64 Abbildungen. VIII, 176 Seiten. 1939.

Gebunden RM 4.80

---

**Einführung in die Mikroskopie.** Von Professor Dr. P. Mayer in Jena. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 30 Textabbildungen. IV, 210 Seiten. 1922.

RM 3.60

---

Zu beziehen durch jede Buchhandlung

Springer-Verlag/Berlin

---

**Einführung in die Physiologie des Menschen.**

Von Professor Dr. Hermann **Rein**, Direktor des Physiologischen Instituts der Universität Göttingen. Vierte Auflage. Mit 402 Abbildungen. XI, 507 Seiten. 1941. Gebunden RM 19.60

---

**Einführung in die chemische Physiologie.**

Von Professor Dr. E. **Lehnartz**, Direktor des Physiologisch-Chemischen Instituts der Universität Münster i. W. Vierte Auflage. Mit 86 Abbildungen. IX, 461 Seiten. 1940. Gebunden RM 19.60

---

**Anleitung zu den physiologischen Übungen** für

Studierende der Medizin. Von Professor Dr. Wilhelm **Trendelenburg**, Direktor des Physiologischen Instituts der Universität Berlin. Zweite, durchgearbeitete und erweiterte Auflage. Mit 32 Abbildungen. X, 81 Seiten mit Schreibpapier durchschossen. 1939. RM 2.70

---

**Vergleichend - physiologisches Praktikum** mit be-

sonderer Berücksichtigung der niederen Tiere. Von Professor Dr. Wolfgang **v. Buddenbrock** und Dr. G. **v. Studnitz**, Halle a. d. S. Mit 43 Abbildungen. VI, 127 Seiten. 1936. RM 9.60

---

**Medizinisch - chemische Bestimmungsmethoden.**

Von Dr. Karl **Hinsberg**, a. o. Professor, Vorsteher der Chemischen Abteilung des Pathologischen Instituts der Universität Berlin.

Erster Teil: **Darstellung der allgemein gebräuchlichen und der wichtigsten quantitativen Methoden.** Mit 29 Abbildungen. VI, 93 Seiten. 1935. RM 4.80

Zweiter Teil: **Eine Auswahl von Methoden für das klinische Untersuchungslaboratorium.** Mit 48 Abbildungen. V, 186 Seiten. 1936. RM 8.70

---

**Praktikum der qualitativen Analyse für Medi-**

**ziner.** Von Dr. R. **Ammon**, Berlin, und Dr. W. **Fabisch**, Greifswald. Mit 1 Abbildung. V, 64 Seiten. 1931. RM 3.60

---

---

Springer-Verlag/Wien

---

**Physiologisches Praktikum.**

Von Dr. Ferdinand **Schemlnzky**, a. o. Professor für Physiologie an der Universität Wien. Zweite, neubearbeitete Auflage des „Leitfaden für die physiologischen Übungen“. Mit 93 Abbildungen. VII, 255 Seiten. 1940. RM 12.—

---

**Praktikum der organischen und physiologischen**

**Chemie** für Mediziner. Von Dr. Erwin **Schadendorff**, Assistent am medizinisch-chemischen Institut der Universität Graz. Mit 7 Abbildungen. IV, 111 Seiten. 1933. RM 3.—

---

Zu beziehen durch jede Buchhandlung