



Х·ХАУЗЕН

**ТЕПЛОПЕРЕДАЧА
ПРИ ПРОТИВОТОКЕ,
ПРЯМОТОКЕ
И ПЕРЕКРЕСТНОМ ТОКЕ**



Х·ХАУЗЕН

**ТЕПЛОПЕРЕДАЧА
ПРИ ПРОТИВОТОКЕ,
ПРЯМОТОКЕ
И ПЕРЕКРЕСТНОМ ТОКЕ**

Перевод с немецкого И. Н. Дулькина

ББК 31.31
Х26
УДК 621.1.016.4

**WARMEÜBERTRAGUNG IM GEGENSTROM,
GLEICHSTROM UND KREUZSTROM**

Dr.-Ing. E. h. Helmuth Hausen
em. Professor der Technischen Universität Hannover
Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York 1976

Хаузен Хельмут

X26 Теплопередача при противотоке, прямотоке и перекрестном токе: Пер. с нем. — М.: Энергоиздат, 1981. — 384 с., ил.

В пер. 2 р. 30 к.

Предлагаемая книга представляет собой перевод второго издания труда крупного западногерманского специалиста в области криогенной техники и теплообмена Х. Хаузена. Она охватывает широкий круг вопросов, связанных с тепловым расчетом теплообменных аппаратов. Приведены уравнения и графики для расчета теплоотдачи и гидравлического сопротивления в теплообменниках различных типов. Подробно изложены методы теплового расчета рекуператоров и регенераторов. Поскольку автор является одним из основоположников научных методов теплового расчета регенераторов, этот раздел книги изложен наиболее полно и обстоятельно, и представляет наибольший интерес для советских читателей.

Для инженеров-теплотехников различных отраслей промышленности, проектирующих и конструирующих теплообменные устройства.

X $\frac{30302-586}{051(01)-81}$ 21-81 («Энергия»). 2303000000

ББК 31.31
6П2.2

© By Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg 1950 and 1976

© Перевод на русский язык, предисловие,

Энергоиздат, 1981

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемая вниманию читателей книга западно-германского ученого проф. Х. Хаузена представляет собой перевод со второго немецкого переработанного и дополненного издания, вышедшего в 1976 г.

За последние несколько лет в нашей стране выпущено большое количество книг, в которых на весьма высоком научном и методическом уровне изложены основные вопросы теплообмена. Вполне достаточно публикуется и переводной литературы, относящейся к этой области науки.

Может возникнуть вопрос: нужно ли при современных темпах развития науки и наличии более поздних работ переводить книгу, первое издание которой опубликовано более 30 лет назад? Ведь обычно материал научно-технической литературы устаревает очень быстро. Однако когда речь идет о книгах фундаментального характера, особенно таких, которые можно назвать классическими, это правило теряет силу. Книга Х. Хаузена несомненно относится к этой категории; значительная часть ее содержания долго не устареет. Следует также иметь в виду, что количество книг по расчету и проектированию теплообменных аппаратов намного меньше, чем по теории теплообмена. К тому же подавляющее большинство этих книг посвящено только рекуперативным теплообменникам, а вопросы теплового расчета регенераторов либо вообще не рассматриваются, либо упоминаются вскользь. Только в нескольких книгах по металлургической теплотехнике и криогенике имеются разделы, затрагивающие такие расчеты. В отечественной литературе несомненно ощущается отсутствие обобщающих трудов по теплообменным аппаратам, в которых с единой точки зрения были бы изложены основные вопросы теории и расчета теплообменников различных типов. Книга Х. Хаузена в определенной степени восполняет этот пробел. В отличие от большинства работ по теплообменникам в ней значительное место уделяется теории и методам расчета регенераторов, в разработку которых автор внес крупный вклад. Эта и другие особенности книги Хаузена обусловлены спецификой научной и инженерно-технической деятельности ее автора. Основные его работы так или иначе связаны с техникой низких температур и, в частности, с криогеникой. Возможно, тут сыграла роль и дата его рождения — 1895 год, в котором его будущий шеф К. Линде создал и пустил в эксплуатацию первую в истории промышленную установку сжижения воздуха.

Инженерную и научную деятельность Х. Хаузен начал в 1922 г. в фирме К. Линде, под Мюнхеном, куда он перешел с кафедры технической физики Высшей технической школы Мюнхена. В этой фирме он проработал около 30 лет, непосредственно участвуя в создании различных промышленных установок сжижения газов и разделения газовых смесей.

Первая его крупная работа относилась к термодинамике и была посвящена экспериментальному исследованию эффекта Джоуля — Том-

сона для воздуха в области низких температур и давлений по 20 МПа. Многочисленные диаграммы состояния, созданные на основе этой работы и опубликованные в 1925—1926 гг., были долгие годы основой для расчетов воздушных криогенных установок во всем мире, в том числе и в СССР. В это же время Х. Хаузен опубликовал ряд теоретических работ по термодинамическим свойствам веществ, в частности по дроссель-эффекту и методике расчета криогенных установок.

Вторая большая группа работ Х. Хаузена относится к области теплообмена и посвящена разработке теории и методов теплового расчета регенераторов. Уже первые исследования, в основном законченные в 1928 г., произвели коренной переворот в области использования регенераторов как теплообменных аппаратов. Широко применявшиеся в то время регенераторы металлургических печей имели тепловой КПД, не превышавший 80%. Об использовании таких аппаратов в более «тонких» областях техники, например низкотемпературной, где требовался тепловой КПД не менее 99%, не могло быть и речи. Вместе с тем и классические трубчатые теплообменники (как кожухотрубчатые, так и витые), имевшие малую площадь поверхности теплообмена на единицу объема аппарата, уже не справлялись с большими потоками газов низкого давления в крупных низкотемпературных установках. Как часто бывает в истории техники, образовался тупик, выход из которого можно было найти только на пути поиска принципиально новых решений. Такой революционный путь открыл М. Френкль в 1925 г., предложив заменить рекуперативные противоточные теплообменники низкотемпературных установок на регенераторы с насадкой из металлической гофрированной ленты или мелкого гравия. Удельная площадь поверхности теплообмена уже первых образцов таких аппаратов составила от 1000 до 2000 м²/м³, т. е. на порядок больше, чем у соответствующих рекуперативных теплообменников. Идея М. Френкля была столь непривычна, что, несмотря на успешные эксперименты, ее встретили в штыки как ведущие специалисты, так и промышленные фирмы. И лишь теоретические работы Хаузена показали, что КПД правильно спроектированных криорегенераторов может не только приближаться к КПД противоточных рекуператоров, но и превзойти его. В результате регенераторы получили «зеленую улицу» и стали быстро внедряться на установках низкотемпературного разделения газовых смесей. В настоящее время эти аппараты широко применяются в самых различных областях техники — от микрокриогенных систем и воздушных холодильных машин до МГД установок.

В течение всей своей научной деятельности Хаузен продолжал развивать и совершенствовать методы расчета регенераторов. В частности, еще в 20-х годах он одновременно с Нуссельтом разрабатывал интегральные методы расчета, а затем вернулся к ним в послевоенное время. Задолго до появления современной вычислительной техники Хаузен разрабатывал конечно-разностные методы расчета регенераторов, получившие ныне широкое распространение.

Х. Хаузен плодотворно работал также в области конвективного теплообмена. Он получил известные обобщенные соотношения для теплоотдачи при развитом ламинарном, а также при переходном и турбулентном режимах течения жидкостей и газов в трубах.

Третья большая группа работ Х. Хаузена относится к термодинамическому анализу технических низкотемпературных систем. Он был одним из первых, кто широко использовал для такого анализа второе начало термодинамики, основанное на нем понятие идеальной модели про-

цесса и расчет потерь от необратимости. Им, в частности, предложена модель обратимого процесса разделения газовой смеси и проведен первый термодинамический анализ потерь в теплообменниках.

Хаузену принадлежат также многие другие работы, в частности по теплообмену при ректификации, по разделению тройных газовых смесей применительно к извлечению аргона из воздуха и др.

Таким образом, Х. Хаузен является исследователем в широкой области низкотемпературной техники, а не узким специалистом по теплообмену или теплообменным аппаратам. Большой научно-инженерный кругозор дал ему возможность в ряде случаев подойти к исследованию с более универсальной точки зрения, чем это доступно узкому специалисту. Хаузен занимается не только теорией теплообмена как таковой, но хорошо знает ее разнообразные приложения. Несомненно, это сыграло положительную роль при написании книги.

Книга Хаузена состоит из краткого введения и трех крупных частей, каждая из которых подразделяется на главы.

Первая часть «Теплообмен и гидравлическое сопротивление в трубах и каналах» содержит сводку основных формул, необходимых для расчета теплоотдачи и сопротивления теплообменных аппаратов. Наряду со старыми, но хорошо зарекомендовавшими себя в расчетах формулами автор во втором издании приводит и некоторые сравнительно недавно полученные соотношения, справедливые в широкой области изменения критериев подобия (например, формулу Б. С. Петухова для расчета теплоотдачи при турбулентном течении жидкости в трубах, справедливую в широкой области изменения чисел Re и Pr). Поскольку в рекуперативных теплообменниках встречаются по существу все виды теплообмена, задача, стоявшая перед автором,— дать сводку основных формул для расчета коэффициентов теплоотдачи была достаточно сложной. В случае конвективного теплообмена в трубах и теплообмена излучением приведенные соотношения достаточны для расчетов соответствующих коэффициентов теплоотдачи. Это относится к большинству встречающихся на практике теплообменников (за исключением компактных пластинчато-ребристых). Материал других глав носит конспективный характер, что не позволяет провести практические расчеты реальных теплообменных аппаратов. Например, в главе, посвященной теплоотдаче при конденсации, приведены лишь известные формулы Нуссельта для ламинарной пленочной конденсации на вертикальной пластине и горизонтальной трубе и формула Григулля для турбулентной пленочной конденсации. Эти пробелы, правда, легко восполнить, поскольку в отечественной литературе, не только монографической, но и учебной, вопросы расчета различных видов теплоотдачи изложены достаточно полно (см., например, 5-е издание учебника С. С. Кутателадзе «Основы теории теплообмена», 4-е издание учебника В. П. Исаченко, В. А. Осиповой и А. С. Сукомела «Теплопередача», монографии Б. С. Петухова «Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах», В. П. Исаченко «Теплообмен при конденсации» и многие другие). В то же время автор приводит данные по теплоотдаче в различных насадках и засыпках, которые в учебной литературе, как правило, не приводятся. Это дает возможность провести расчеты регенеративных теплообменников, не обращаясь к другим источникам информации.

Вторая часть книги — «Рекуператоры» посвящена подробно рассмотрению методов теплового расчета рекуперативных теплообменных аппаратов. Наряду с изложением традиционных вопросов расчета прямо- и противоточных рекуператоров рассмотрены методы расчета много-

ходовых теплообменников, а также широко применяемых в криогенной и других отраслях техники витых перекрестно-противоточных и многоточных теплообменников. Подробно проанализировано влияние тепловых потерь на распределение температур и тепловой КПД теплообменных аппаратов. Эти важные разделы в значительной степени восполняют пробел в отечественной монографической и учебной литературе по теплообменным аппаратам, в которой соответствующие вопросы освещены недостаточно полно. В то же время материал некоторых глав второй части книги (например, гл. 6 «Увеличение энтропии в теплообменниках») изложен лишь конспективно и описанная в них методика уже устарела. Соответствующие вопросы значительно подробнее и на современном уровне рассмотрены в отечественной литературе.

Третья часть книги — «Регенераторы» имеет наибольший объем и в большей степени посвящена анализу процесса теплопередачи в регенераторе. Автор, используя физически вполне оправданные допущения, на основе метода собственных функций разработал математическую модель процесса, в частности, рассматривая изменение температуры в аппарате как суперпозицию колебаний температуры, описываемых нулевой и высшими собственными функциями. Автор анализирует также упрощенные методы расчета регенераторов, основанные на использовании только нулевой собственной функции, и определяет область их применимости. Уже в начале третьей части книги описывается разработанный на основе такого анализа инженерный метод расчета регенераторов, который в дальнейшем обосновывается более подробно. При этом Хаузен использует впервые предложенные им же основные независимые переменные регенератора — приведенные длину и продолжительность периода.

Наряду с анализом регенераторов с постоянным расходом рабочих тел изложены и методы теплового расчета этих аппаратов при изменяющемся расходе (на примере кауперов доменных печей). К сожалению, вопросы теплового расчета регенераторов с изменяющейся температурой рабочего тела на входе здесь не рассмотрены, между тем аппараты, работающие в таких условиях, применяются в газовых тепловых двигателях (Стirlingа и т. п.) и криогенных газовых машинах. Достаточно подробно дается метод расчета регенераторов воздуходелительных установок с учетом конденсации влаги и двуокси углерода (автор называет их «влажными» регенераторами).

По сравнению с изданием 1950 г. автор дополнил первую часть книги новыми уравнениями для расчета теплоотдачи и гидравлического сопротивления, а в третьей части дополнительно рассмотрел конечно-разностные и некоторые новые интегральные методы расчета регенераторов. В то же время ряд эмпирических и детальных аналитических методов (таких, как методы Шака, Лована, Шмайдлера, Аккермана), более или менее подробно рассмотренных в первом издании, во втором лишь упоминаются или приводятся в самом общем виде. И если с методом Шака можно подробно познакомиться в переведенной на русский язык его книге «Промышленная теплопередача», то для изучения работ других упомянутых авторов необходимо обращаться к оригинальным статьям. Сам Хаузен считает, что без проработки оригинальных статей понять эти достаточно сложные работы невозможно. Но то же самое, на наш взгляд, относится и к другим работам, скажем к диссертации Занднера, из которых заимствованы только основные результаты. В то же время в книге Хаузена отсутствуют примеры расчета теплообменников, что затрудняет пользование ею инженерами-практиками.

Несмотря на отдельные недостатки, упомянутые выше и отмеченные в подстрочных примечаниях, книга Хаузена обладает всеми достоинствами фундаментального труда; она охватывает все основные вопросы и методы теплового расчета теплообменных аппаратов и характеризуется глубиной их проработки и высоким научным уровнем. Поэтому ее выход на русском языке несомненно принесет пользу широкому кругу специалистов, связанных с расчетом и проектированием теплообменных аппаратов в самых различных областях техники.

При переводе книги использовалась терминология, принятая в отечественной литературе по теплопередаче и теплообменным аппаратам. В тех случаях, когда автор использовал термины, не имеющие общепринятых эквивалентов в литературе на русском языке, сохранялись термины автора, которые разъяснялись в подстрочных примечаниях. К библиографии в конце книги добавлен небольшой список отечественной и зарубежной литературы, опубликованной в последнее время.

В заключение хотелось бы выразить благодарность проф. Х. Хаузену за внимание, проявленное к русскому переводу его книги, для которого он написал специальное предисловие и прислал список исправлений и дополнений.

В. М. БРОДЯНСКИЙ, И. Н. ДУЛЬКИН

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА К РУССКОМУ ИЗДАНИЮ

Я очень рад, что моя книга переведена как на русский, так и на английский языки. Это свидетельствует об интересе к ее содержанию, проявленному во многих странах.

Несмотря на преобладание в книге теоретического материала, она возникла непосредственно в процессе моей инженерной практики в период 1922—1949 гг. в криогенном отделе фирмы «Линде» в Хёлльригельскройте г-д Мюнхеном. Поэтому почти повсеместно рассматриваются теоретические положения, многократно проверенные в технических приложениях. Теории, разработанные самим автором прежде всего для расчета регенераторов, также возникли из потребностей практики. В период инженерной деятельности мне стало ясно, что, применяя теорию к расчету различных технических процессов и аппаратов, можно приобрести большой опыт, который значительно ближе к практике, чем зачастую полагают. Я постарался облегчить использование книги также за счет краткого изложения в первой части тех разделов учения о теплопереносе, которые необходимы при расчете теплообменных аппаратов.

Я надеюсь, что эта книга окажется полезной для широкого круга специалистов, владеющих русским языком.

Х. ХАУЗЕН

Ганновер, осень 1979 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ АВТОРА КО ВТОРОМУ ИЗДАНИЮ

Первое издание этой книги, опубликованное в 1950 г., полностью распродано уже более 15 лет назад. С тех пор я получил много запросов из нашей страны и из-за рубежа о необходимости выхода нового издания и твердо намеревался в возможно более короткие сроки подготовить его. Однако большое число других обязанностей до конца 1972 г. препятствовало осуществлению этого намерения. Поскольку за 26 лет, прошедших со времени выхода первого издания, опубликовано огромное число научно-исследовательских работ, я должен был существенно переработать текст книги. Это прежде всего относится к первой части, посвященной законам теплоотдачи и гидравлического сопротивления в трубах и каналах различной формы. Несколько меньшей переработке подверглись вторая и третья части, в которых рассмотрены теории процессов, происходящих в теплообменниках, и разработанные на основе этих теорий методы расчета теплообменников. Действительно, большая часть необходимых для этого сведений получена еще до второй мировой войны. Однако во всех разделах книги по возможности учитывались результаты новых и новейших исследований, которые вследствие их громадного числа не могли быть представлены полностью. Изложе-

ние некоторых частных вопросов можно опустить, поскольку в 1974 г. появилось второе издание «Теплотехнического атласа VDI (Союза немецких инженеров)» (DVI — Wärmeatlas (B. I] *), на который мы будем ссылаться в отдельных местах книги.

Я охотно принял переход к Международной системе единиц ввиду ее бесспорных преимуществ. В частности, благодаря этой системе стало проще излагать соображения о применении теории подобия к теплоотдаче. При выборе обозначений я пытался следовать принятым в настоящее время нормам, что, впрочем, мне не полностью удалось. В частности, мне пришлось различать разные температуры индексами и надстрочными штрихами не так, как принято в «Теплотехническом атласе VDI», о чем я сожалею, имея в виду тех читателей, которые будут одновременно пользоваться атласом и моей книгой. Трудности, которые воспрепятствовали использовать те же обозначения, что и в атласе, я разъясню в примечании, посвященном сопоставлению наиболее употребительных обозначений.

Хотя я уверен, что и настоящее переработанное издание моей книги не лишено недостатков, хотелось бы надеяться, что оно найдет столь же теплый прием и будет так же полезно, как и первое.

Х. ХАУЗЕН

* В 1977 г. в ФРГ опубликовано 3-е издание атласа: VDI — Wärmeatlas. 3. durchges. Auflage. Düsseldorf VDI — Verlag. — *Прим. пер.*

СПИСОК ПРИНЯТЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

1. Длины и поверхности

- x или l — длина участка теплообменника, отсчитываемая от места входа одного из газов
- L — полная длина теплообменника
- d, d_i, d_a — диаметр трубы
- $d_{\text{экв}}$ — эквивалентный диаметр согласно уравнению (14)
- D_i — внутренний диаметр кожуха
- δ — толщина стенки трубы или плоской стенки
- f — поверхность нагрева участка теплообменника длиной x
- F — полная поверхность нагрева теплообменника
- s — толщина слоя излучающего газа
- a, b, l, x, y — размеры элементов оребренной трубы

2. Время

- t, t' — время, с; для регенераторов, как правило, отсчитывается от начала или середины периода
- T, T' — продолжительность периодов нагрева или охлаждения регенератора

3. Скорость

- w — средняя по поперечному сечению скорость потока
- \dot{m} — массовый расход

4. Физические свойства

- ρ — плотность
- η — динамическая вязкость
- $\nu = \eta / \rho$ — кинематическая вязкость
- λ — теплопроводность движущейся среды
- λ_s — теплопроводность твердого тела [индекс s : *solid* (твердый) или *Speichermasse* (аккумулирующая масса, насадка)]
- $a = \lambda / \rho c_p$ — температуропроводность движущейся среды

5. Температуры

- ϑ, ϑ' — температуры движущихся сред (газов или капельных жидкостей)
- $\vartheta_1, \vartheta'_1$ — температуры на входе
- $\vartheta_2, \vartheta'_2$ — температуры на выходе
- $\Delta\vartheta = \vartheta - \vartheta'$ — разность температур между двумя средами в произвольном сечении x теплообменника; при кипении $\Theta_0 - \vartheta$ — разность температур поверхности нагрева и кипящей жидкости
- $\tau = \Delta\vartheta_a / \Delta\vartheta_b$ — отношение разностей температур теплоносителей на входе и выходе из теплообменника
- Θ — температура стенок или насадки
- $\bar{\vartheta}, \bar{\vartheta}', \bar{\Theta}$ — средние во времени температуры в произвольном сечении x теплообменника
- Θ_0, Θ'_0 — температуры поверхности стенок или элементов насадки
- Θ_m — средняя по поперечному сечению температура стенок или насадки в произвольном сечении x теплообменника
- $\vartheta_m, \vartheta'_m, \Theta_m, \Delta\vartheta_m$ — средние по длине температуры и разность температур для всего теплообменника

6. Количества теплоты и теплоемкости

- \dot{q} — количество теплоты, передаваемой в единицу времени на участке теплообменника длиной x ; плотность теплового потока (нагрузка поверхности нагрева) при кипении
- Q — количество теплоты, передаваемой в единицу времени во всем теплообменнике¹

¹ В отечественной литературе Q называется тепловым потоком. — *Прим. ред.*

- c_p, c'_p — удельные теплоемкости движущихся сред
 c — удельная теплоемкость насадки регенератора
 C, C' — теплоемкости массовых расходов сред, проходящих через регенератор
 C_s — теплоемкость насадки регенератора
 r — энтальпия парообразования единицы массы¹

7. Тепло- и массоперенос

- α, α' — коэффициенты теплоотдачи движущихся сред
 $\bar{\alpha}$ — коэффициент теплоотдачи, отнесенный к средней температуре насадки Θ_m согласно уравнению (521)
 k — коэффициент теплопередачи
 k_0 — коэффициент теплопередачи, соответствующий нулевой собственной функции регенератора согласно уравнению (457)
 σ — коэффициент испарения

8. Тепловое излучение

$$E, A, C, E_s, C_s, \lambda, A_\lambda, \varepsilon_p, \varepsilon_w, \bar{\varepsilon}_p, \bar{\varepsilon}_w, \alpha \text{ (см. § 18—20)}$$

9. Безразмерные величины

- Re, Pr, Pe, Gr — критерии гидродинамики и теплоотдачи
 ψ или ζ — коэффициенты гидравлического сопротивления
 ξ, η, Λ, Π — безразмерные длина и время при анализе регенераторов
 η — коэффициент полезного действия (КПД) рекуператора
 η^* — функция КПД
 $\eta_{рег}$ — коэффициент полезного действия регенератора
 η_D — коэффициент полезного действия ребра

Примечание. При выборе обозначений я попытался, насколько это было возможно, приспособиться к современным нормам и внес по сравнению с первым изданием некоторые изменения. В частности, время обозначается буквой t вместо τ . Однако обеспечить полное соответствие с новыми нормами все же не удалось. Я, как и прежде, считаю, что обозначение частичных длин, поверхностей и тому подобных величин малыми буквами, а соответствующих полных величин большими буквами обладает тем преимуществом, что оно больше бросается в глаза по сравнению с их различением с помощью индексов. Буквы t и T , выбранные для обозначения времени, соответствуют норме. Напротив, оказалось невозможным заменить мои прежние обозначения f для текущего значения поверхности и F для полной поверхности соответственно буквой a и теперь повсеместно используемой буквой A , поскольку через a обозначается теплопроводность. Поэтому я сохранил прежние обозначения f и F . Далее, чтобы четко различать температуры движущихся сред и твердых стенок или элементов насадки регенератора, я обозначал первые буквами ϕ и Φ' , а последние буквой Θ , хотя она допускается только техническими условиями ISO (Международная организация по стандартизации), но не нормами DIN (Германские промышленные стандарты). Хотя я и признаю большое значение и эффективность норм, хотелось бы отметить, что они излишне ограничивают выбор буквенных обозначений.

Я особенно сожалею, что при выборе индексов и штрихов к букве ϕ , используемой для обозначения температур, не удалось добиться соответствия с их употреблением в «Теплотехническом атласе VDI», в котором индексы служат для различения потоков, а верхние штрихи — для обозначения мест входа и выхода потоков в теплообменник и из теплообменника. Но поскольку в настоящей книге, в частности при анализе регенераторов, приходится рассматривать многочисленные сечения внутри теплообменника, их удается удовлетворительно различать только с помощью индексов. Из этого становится понятной выбранная система обозначений, которая обладает преимуществом и для практики, например, когда один из газов подводится или отводится в средней точке теплообменника.

При обозначении единицы температуры К или °С я также присоединился к принятым в настоящее время правилам. Хотя мне ясны трудности введения другого общего правила, хотелось бы все-таки отметить следующее. Мне кажется неудовлетворительным, что для обозначения одной и той же единицы температуры используются две различные буквы. С введением шкалы Цельсия 1°С однозначно представляет единицу температуры и следовало бы только, как и для других единиц, решить на то, чтобы освободить ее от определеной установленной нулевой точки. Частично это уже осуществляется, когда °С используется для обозначения разностей температур. Одна из возможностей состоит в том, чтобы независимую от нулевой точки единицу температуры обозначать через S , тогда как °С мог бы продолжать обозначать единицу температуры, связанную с традиционной нулевой точкой.

¹ В отечественной литературе для r используется термин «удельная теплота фазового перехода» (парообразования, испарения, сублимации и т. д.). — *Прим. ред.*

ВВЕДЕНИЕ

1. Назначение и роль теплообменников в технике

Назначение теплообменников состоит в том, чтобы теплоту или холод, содержащиеся в потоке одной среды, передать к потоку другой среды, имеющей соответственно более низкую или более высокую исходную температуру¹. Участвующие в теплообмене среды обычно являются газообразными и жидкими. В принципе теплоту можно передавать в теплообменнике и между более чем двумя средами².

Многочисленные технические применения теплообменников основаны на следующем. Процессы горения и многие другие химические реакции протекают при температурах, значительно превышающих температуру окружающей среды. При этом газообразные или жидкие продукты часто покидают рабочую зону с достаточно высокой температурой и содержат поэтому большие количества теплоты, которые при экономичной эксплуатации установки не должны оставаться неиспользованными. Наоборот, желательно предварительно подогреть исходные вещества перед подачей их в рабочую зону. При этом теплота, содержащаяся в отходящих продуктах, будет использована наилучшим образом, если она будет передана в теплообменниках к исходным веществам. При химических реакциях, например при горении в промышленных печах, такой теплообмен зачастую даже неизбежен, поскольку одной теплоты реакции или горения недостаточно для поддержания требуемой высокой температуры. К тому же такое использование теплоты, содержащейся в продуктах реакций, всегда повышает экономичность процесса. Одним из самых старых и наиболее известных процессов такого рода является предварительный подогрев воздуха и горючего газа в регенераторах мартеновских печей теплотой, содержащейся в газообразных продуктах сгорания.

Но применение теплообменников ни в коей мере не ограничивается описанными случаями. Например, в кауперах доменных печей для предварительного нагрева дутьевого воздуха служат не горячие отходящие газы, а теплота сжигаемого специально для этого коксового газа.

Особое значение имеет теплообмен между газами различного давления в криогенной технике, например при сжижении и разделении воздуха. В этом случае с помощью известных технических средств для снижения температуры невозможно было бы ни получать, ни поддерживать столь низкие температуры, как -200°C и ниже, если бы холод, содержащийся в обратных потоках газов, не передавался в теплообменниках к поступающему потоку сжатого воздуха.

2. Классификация и принцип работы теплообменников

Теплообменивающиеся среды, как правило, не должны находиться в непосредственном контакте, иначе они могут перемешиваться, кроме того, невозможно поддерживать обычно имеющуюся между ними разни-

¹ Как известно, в термодинамическом смысле теплота (или холод) не содержится в веществе, а является одной из форм передачи энергии. — *Прим. пер.*

² О некоторых возражениях против названия «теплообменник» см. § 4.

цу в давлениях. Случаи теплообмена при непосредственном контакте двух несмешивающихся жидкостей, жидкости и газа или газа и подвижного твердого материала сравнительно редки, если только на теплообмен не накладывается еще и массообмен (как при ректификации или испарительном охлаждении). Если же такие случаи не рассматривать, то для теплопередачи от одной среды к другой служат либо теплопроводные разделительные стенки, либо теплоаккумулирующие насадки. Разделительные стенки имеют двойное назначение — направляют потоки по *пространственно разделенным путям* и одновременно передают теплоту по возможно более короткому пути. Через теплообменники с разделительными стенками потоки движутся *одновременно и непрерывно*. Такие теплообменники, следуя терминологии, принятой в металлургической промышленности, называют *«рекуператорами»*. Однако термин «рекуператор» подразумевает также и упомянутый случай, когда в теплообмене участвуют одна или две несмешивающиеся жидкости или один из потоков состоит из кускового твердого материала. При этом роль разделительных стенок выполняет поверхность жидкости или твердого материала.

Теплообменники, содержащие теплоаккумулирующую массу (насадку), называют *регенераторами*. Насадка, чаще всего изготовленная в виде решетки или пористая, пронизана множеством в большей или меньшей степени связанных между собой каналов, стенки которых образуют большую теплопередающую поверхность для проходящих через насадку потоков. Через определенные, обычно неизменные промежутки времени регенераторы *переключаются*. При этом в каждом регенераторе рабочие среды *попеременно проходят через одни и те же поперечные сечения насадки*. Следовательно, потоки, между которыми осуществляется передача теплоты, *разделены* в регенераторах не пространственно, а *во времени*. Сначала насадка воспринимает теплоту или холод от одного из потоков, а после переключения отдает их к другому потоку. Для непрерывной работы требуется по меньшей мере два регенератора, для того чтобы одновременно один из потоков мог воспринимать теплоту, а второй поток в другом регенераторе ее отдавать. Исключение составляют регенераторы с вращающейся насадкой (см. рис. 125).

Как рекуператоры, так и регенераторы в зависимости от направления течения теплоносителей могут работать при *прямотоке, противотоке* или *перекрестном токе*. При прямотоке оба теплоносителя движутся через теплообменник в одном направлении. Прямоток обеспечивает в рекуператорах только приближение температур обоих теплоносителей к общему среднему значению. Напротив, при противотоке, когда оба теплоносителя движутся через теплообменник в противоположных направлениях, можно в теоретически наиболее благоприятном случае довести температуру по крайней мере одной из сред до начальной температуры другой среды. Поэтому противоток значительно превосходит прямоток по передаваемому тепловому потоку. Поскольку противоток является наиболее благоприятным режимом и для регенераторов, в них практически только этот режим и применяется.

Наконец, при *перекрестном токе* оба теплоносителя движутся под прямым или приблизительно прямым углом друг к другу. До сих пор перекрестный ток применялся только в рекуператорах, хотя его можно использовать и в регенераторах. Если считать, что поверхности теплообмена и коэффициенты теплоотдачи одинаковы, то эффективность чисто перекрестного тока выше, чем прямотока, но ниже, чем противотока. Однако основное преимущество перекрестного тока состоит в том, что

теплоотдача на наружной поверхности труб, поперечно обтекаемых газом, вследствие интенсивной турбулизации выше, чем при течении газа параллельно оси трубы. Поэтому перекрестный ток часто объединяют с противотоком, например в так называемой «смешанной» схеме или в перекрестно-противоточных теплообменниках, применяемых в криогенной технике (см. § 46).

Нередко при теплообмене между потоками происходит изменение агрегатного состояния теплоносителей — жидкости кипят, а газы и пары сжижаются. Поэтому к теплообменникам относятся и обычные испарители и конденсаторы, а также аппараты, которые с одной стороны теплопередающих стенок работают как испарители, а с другой как конденсаторы. Поскольку испарители и конденсаторы образуют отдельную большую область теплотехники, связанные с ними вопросы в дальнейшем рассматриваются лишь кратко. Следует еще отметить одно нежелательное, особенно при низких температурах, побочное явление, заключающееся в отделении некоторых составляющих потока в жидкой или твердой форме и отложении их на стенках теплообменников. Противоположный случай, когда в результате теплообмена жидкости испаряются в газовую фазу, также имеет большое значение, например при испарительном охлаждении, однако в настоящей книге он не рассматривается.

Как уже упоминалось, в роли теплоносителя при теплообмене могут использоваться и твердые тела. Например, в соответствии с известным уже в древности способом гончарные изделия перед обжигом предварительно нагревались в противотоке отходящими из печи газами, для чего их с помощью специального устройства перемещали в направлении, противоположном потоку газа. Исторически процессы такого рода представляют собой первые применения противотока. Другим примером является широко используемая в металлургии методическая печь, в которой нагреваемые стальные блоки медленно подаются навстречу потоку горячих газов. Недавно было предложено передавать содержащуюся в газе теплоту к движущейся зернистой массе, а от нее в свою очередь во втором теплообменнике — к другому газу [1.19, 2.47]*. При этом зернистая масса движется навстречу или же поперечно к газовому потоку. И здесь, как правило, речь идет о рекуператорах, в которых один из теплоносителей твердый.

3. Основы расчета и конструирования теплообменников

Надежный расчет теплообменников стал возможен лишь в результате изучения законов теплопереноса. основополагающими в этой области были прежде всего работы Нуссельта [1.58—1.65], который применил к теплообмену теорию подобия и тем самым привел результаты многочисленных опытных исследований теплоотдачи к обозримой и легко применимой на практике форме. Результаты дальнейших исследований позволили учесть влияние теплового излучения, которое при высоких температурах может быть значительным.

По существу законы теплоотдачи и гидравлического сопротивления и составляют экспериментальную основу для расчета теплообменников. Эти законы рассматриваются в первой части настоящей книги, причем сравнительно кратко. Подробнее с ними можно ознакомиться в широко известных работах [B.1—B.19], особенно в [B.1—B.3].

* Первая цифра при ссылке на литературу означает номер части. — *Прим. пер.*

После того как коэффициенты теплоотдачи найдены, необходимо провести еще отдельный расчет для определения теплового потока, передаваемого в теплообменнике данной конструкции, или для заданного теплового потока определить необходимые размеры и целесообразную конструкцию теплообменника. Методы таких расчетов являются чисто теоретическими, в основе их лежит анализ распределения температур в теплообменнике. В рекуператорах это распределение зависит по существу только от продольной координаты. Напротив, для регенераторов важную роль играет также изменение температур во времени. Поэтому теоретический анализ регенераторов обычно значительно сложнее, чем рекуператоров. Несмотря на это и для регенераторов почти во всех случаях удается предложить простые методы расчета.

Как уже упоминалось в предисловии, основной задачей настоящей книги является изложение с единых позиций теорий, лежащих в основе расчета теплообменников. Ввиду разнообразия конструкций теплообменников эти теории очень многочисленны. Они рассматриваются во второй и третьей частях книги.

4. Терминология

Против термина «теплообменник» можно выдвинуть возражение, что теплота переходит от одного вещества к другому только в одном направлении; второго потока энергии, который бы двигался в направлении, противоположном тепловому потоку, обмениваясь с ним, в действительности не существует. На это можно в свою очередь возразить, что физически, особенно при кинетическом рассмотрении, вполне мыслим обмен между различными количествами теплоты, движущимися в противоположных направлениях; при тепловом излучении такие потоки даже выявляются в действительности. Однако причина, по которой говорят об обмене, по-видимому, все же другого рода. Возможно, имеют в виду обмен теплоты и холода, что физически неправильно. Другая причина, «вероятно», заключается в том, что обе среды при одинаковой теплоемкости и теоретически наиболее благоприятных условиях обмениваются своими температурами, в частности, в пределе конечная температура каждой из сред становится равной начальной температуре другой среды. Верное по существу определение «теплопередатчик», несмотря на горячую поддержку некоторых специалистов, не укоренилось. Возможно, опасаясь путаницы со словами «теплоноситель» и «теплопередающие установки»¹, используемыми тогда, когда движущаяся по трубопроводу жидкость, называемая теплоносителем, доставляет теплоту к отдаленным потребителям. Кроме того, термины «теплообмен» и «теплообменник» столь употребительны, в том числе и за рубежом (соответствующие английские термины *heat exchange* и *heat exchanger*), что, несмотря на упомянутые возражения, избежать их употребления весьма трудно.

Поскольку благодаря своим преимуществам противоток чаще всего употребляется в теплообменниках, следуя терминологии криогенной техники, вместо «теплообменник» говорят также «противоточник» (*Gegenströmer*)². Обычно при этом подразумевают только рекуператоры, хотя это название можно распространить и на регенераторы.

В качестве пояснения терминов «рекуператор» и «регенератор» можно было бы предложить слова «теплообменник с разделительной стенкой» и «теплообменник-накопитель», которые, хотя и несколько длинны, хорошо передают существо предмета. Несколько проще были бы термины «противоточник с разделительной стенкой» (*Trennwand-Gegenströmer*) и «противоточник-накопитель» (*Speicher-Gegenströmer*)². При трубчатой конструкции рекуператора можно было бы говорить о «трубчатом теплообменнике» или «трубчатом противоточнике».

Используемое часто пояснение к термину «регенератор» как «накопитель теплоты» или «накопитель холода» может вызвать недоразумение, поскольку под накоплением теплоты подразумевают прежде всего накопление избытка энергии с целью использования ее в период недостатка энергии. В области теплообменников названия следует образовывать скорее так, чтобы накопление выступало не в качестве конечной цели, а в качестве средства для достижения цели.

¹ У нас называются «системы теплоснабжения». — *Прим. пер.*

² Этот термин в литературе на русском языке не употребляется. — *Прим. пер.*

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

ТЕПЛООТДАЧА И ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ В ТРУБАХ И КАНАЛАХ *

Глава первая

ТЕПЛОПЕРЕНОС ПУТЕМ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ И КОНВЕКЦИИ, А ТАКЖЕ ПРИ КОНДЕНСАЦИИ И КИПЕНИИ

5. Понятие и значение коэффициента теплоотдачи

В настоящем параграфе кратко рассматриваются закономерности теплоотдачи и гидравлического сопротивления в трубах и каналах **. Но сначала хотелось бы напомнить понятия коэффициента теплоотдачи и коэффициента теплопередачи.

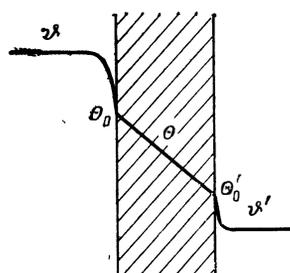


Рис. 1. Теплопередача через плоскую стенку.

В наиболее распространенном типе теплообменника — рекуператоре, через который непрерывно и равномерно движутся потоки газов или жидкостей, теплота передается через плоские или искривленные стенки. Сначала мы рассмотрим теплообмен между двумя газами или жидкостями через плоскую стенку и для простоты примем, что температуры газов не изменяются во времени. Пусть вплоть до пристенной области газ I (рис. 1, слева) имеет однородную температуру ϑ , а газ II (справа) — однородную температуру ϑ' . Обозначим температуру стенки через Θ , а ее значения на обеих поверхностях стенки — через Θ_0 и Θ'_0 ***.

При $\vartheta > \vartheta'$ теплота передается через стенку перпендикулярно к ее поверхности от газа I к газу II. Если теплопроводность материала стенки постоянна, то в стационарном состоянии в ней устанавливается линейный профиль температуры. Однако в каждом из газов температура резко падает в пределах тонкого пограничного слоя, непосредственно прилегающего к поверхности, так что температуры поверхностей стенки Θ_0 и Θ'_0 отличаются от температур ϑ и ϑ' основной массы газа (рис. 1). Количество теплоты Q , отдаваемой в единицу времени от газа I к левой поверхности стенки F , пропорционально разности темпе-

* Рассматриваются также вопросы теплоотдачи при фазовых превращениях в большом объеме и теплообмен излучением. — Прим. ред.

** Дальнейшие подробности можно найти в книгах по теплопередаче [В.1—В.19].

*** Здесь и в дальнейшем температуры обозначаются через ϑ и Θ , а время — через t . При этом для большей наглядности проводится четкое различие между температурами твердых стенок или насадки, обозначаемыми буквой Θ , и температурами теплоносителей, обозначаемыми ϑ и ϑ' . Если бы они различались лишь индексами, то при проводимом в дальнейшем анализе невозможно было бы избежать обозначений с более чем двумя индексами. Отступление от этого правила будет сделано только в § 18—20, в которых используются абсолютные температуры газа и стенки и поэтому не вводится других обозначений температуры, кроме T (или T_g и T_w).

ратур $\vartheta - \Theta_0$ и площади поверхности F . Поэтому она вычисляется по уравнению*

$$\dot{Q} = \alpha F (\vartheta - \Theta_0), \quad (1)$$

где α — коэффициент теплоотдачи.

Следовательно, коэффициент теплоотдачи равняется количеству теплоты, передаваемой в единицу времени через единицу поверхности при разности температур между газом и стенкой 1 К. В Международной системе единиц α измеряется в $\text{Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{К}) = \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$.

В соответствии с уравнением (1) для количества теплоты, отдаваемой в единицу времени через противоположную поверхность стенки (рис. 1) к газу II с коэффициентом теплоотдачи α' , получаем:

$$\dot{Q}' = \alpha' F (\Theta'_0 - \vartheta'). \quad (2)$$

Количество теплоты, проходящей в единицу времени через саму стенку, определяется из соотношения

$$\dot{Q}_w = \frac{\lambda_s}{\delta} F (\Theta_0 - \Theta'_0), \quad (3)$$

где λ_s — теплопроводность материала стенки; δ — толщина стенки; F — площадь поверхности одной стороны стенки.

Теплопроводность измеряется в $\text{Дж}/(\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{К}) = \text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$. Она представляет собой физическую величину, которая обычно слабо зависит от температуры материала.

В установившемся состоянии количество теплоты, проходящей через стенку, \dot{Q}_w равно количествам теплоты, отдаваемой на поверхностях стенки, \dot{Q} и \dot{Q}' . Поэтому решая уравнение (1) относительно $\vartheta - \Theta_0$, уравнение (2) относительно $\Theta'_0 - \vartheta'$ и уравнение (3) относительно $\Theta_0 - \Theta'_0$ и складывая результаты, получаем соотношение для полной разности температур между обоими газами:

$$\vartheta - \vartheta' = \frac{\dot{Q}}{F} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{\delta}{\lambda_s} + \frac{1}{\alpha'} \right). \quad (4)$$

Следовательно, теплопередачу через стенку можно описать формулой

$$\dot{Q} = k F (\vartheta - \vartheta'), \quad (5)$$

в которой коэффициент k называется *коэффициентом теплопередачи*. В соответствии с этим коэффициент теплопередачи можно определить как количество теплоты, передаваемой через единицу поверхности стенки в единицу времени, если разность температур между участвующими в теплообмене газами или жидкостями составляет 1 К. Коэффициент теплопередачи, как и коэффициент теплоотдачи, измеряется в $\text{Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{К}) = \text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$.

Наконец, решая уравнение (5) относительно $\vartheta - \vartheta'$ и сравнивая результат с уравнением (4), получаем:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha} + \frac{\delta}{\lambda_s} + \frac{1}{\alpha'}. \quad (6)$$

* Все величины, отнесенные к единице времени, обозначаются точкой над соответствующей буквой. Их можно считать производными по времени, значения которых чаще всего во времени не изменяются. Например $Q = dQ/dt$. Только для теплоемкостей C и C' массовых расходов газов, проходящих через теплообменник, от такого рода обозначения пришлось отказаться.

Следовательно, коэффициент теплопередачи можно просто вычислить, зная коэффициенты теплоотдачи α и α' , толщину стенки δ и теплопроводность материала λ_s , из которого она изготовлена. Как с помощью аналогичного анализа получить соотношение для коэффициента теплопередачи через искривленную стенку, в частности, стенку трубы, будет показано в § 26.

При использовании приведенных известных соотношений для расчета теплообменников следует иметь в виду, что температуры теплоносителей, движущихся вдоль теплопередающей стенки, вследствие теплообмена изменяются. Поэтому для теплообменников уравнения (1)—(3) и (5) можно применять только к бесконечно малым элементам поверхности. Тогда количество теплоты, переданной через большой участок поверхности, получают путем соответствующего интегрирования (см. части 2 и 3). При этом возможно существенное упрощение, обусловленное тем, что коэффициенты теплоотдачи, а следовательно, и коэффициент теплопередачи обычно лишь слабо изменяются по длине теплообменника, по крайней мере, пока тепловое излучение не играет особой роли. Поэтому значения α , α' и k часто с достаточной точностью можно считать неизменными.

Теплопроводность λ_s , необходимую для определения коэффициента теплопередачи, например, по уравнению (6), почти всегда можно найти по таблицам, в которых собраны измеренные значения теплопроводности многих веществ. Напротив, определение коэффициентов теплоотдачи α и α' , зависящих прежде всего от скоростей течения, физических свойств движущихся газов или жидкостей и обычно лишь в слабой степени от состояния поверхности стенки, требует точного знания довольно сложных законов теплоотдачи. Ниже эти законы и будут рассмотрены.

6. Основные процессы теплопереноса в трубах и каналах

Пусть через трубу течет газ или жидкость и температура потока отличается от температуры стенки трубы. Тогда перенос теплоты, происходящий между газом или жидкостью, с одной стороны, и стенкой трубы с другой, обычно включает три основных процесса:

- 1) теплопроводность в потоке теплоносителя в направлении падения температуры;
- 2) конвекцию, т. е. перенос теплоты движущейся жидкостью чаще всего путем неупорядоченного перемешивания;
- 3) тепловое излучение.

Доля конвекции в теплообмене в значительной степени зависит от режима течения, который может быть ламинарным или турбулентным.

В чисто ламинарной области, простирающейся в диапазоне малых значений средней скорости течения, поток можно представить состоящим из очень тонких, концентрических слоев, которые скользят относительно друг друга точно или приближенно в аксиальном направлении. При этом о конвекции можно говорить постольку, поскольку движущаяся жидкость, воспринимающая теплоту посредством теплопроводности, уносит ее с собой и тем самым поддерживает необходимый для теплопереноса перепад температуры.

Напротив, при турбулентном течении возникает уже упомянутое перемешивание, существенно интенсифицирующее теплоперенос в поперечном направлении с помощью процессов, которые будут рассмотрены в дальнейшем. Это перемешивание начинается при определенной минимальной, так называемой критической скорости. Скорость влияет на теплообмен двояким образом, что мы несколько упрощенно и попытаемся пояснить. Согласно Прандтлю непосредственно на поверхности стенки остается очень тонкий ла-

минарный пограничный слой¹, прилегающие к стенке частицы которого прилипают к поверхности. Через этот пограничный слой, если опять не учитывать излучение, теплота передается только путем теплопроводности, например, внутрь потока. Дальнейший перенос теплоты осуществляется главным образом путем турбулентного перемешивания, в результате чего она очень быстро проникает внутрь потока. Движущиеся частицы жидкости, называемые турбулентными молями, воспринимают теплоту от пограничного слоя или от других частиц, которые уже восприняли ее от пограничного слоя, и передают к удаленным от пограничного слоя областям потока. Этот второй процесс при турбулентном режиме течения характеризует значительный вклад конвекции в теплоперенос².

На основе этих представлений можно понять причины сильного влияния скорости на теплоотдачу при турбулентном течении. Действительно, с ростом средней скорости не только становится тоньше пограничный слой, но и повышается интенсивность турбулентного перемешивания. А через пограничный слой передается теплопроводностью тем больше теплоты, чем он тоньше [см. уравнение (3)]. Одновременно теплоперенос интенсифицируется вследствие усиления турбулентного перемешивания. В результате с ростом скорости коэффициент теплоотдачи существенно увеличивается.

Переход от ламинарного течения к турбулентному при увеличении скорости происходит при критическом числе Рейнольдса³ $Re_{кр}$. Минимальное значение $Re_{кр} = 2320$ соответствует несложному, сильно возмущенному потоку на входе, тогда как в других случаях могут быть достигнуты большие значения, зачастую 3000—4000.

В принципе теплоотдачу при ламинарном или турбулентном течении можно описать с помощью дифференциальных уравнений движения вязкой жидкости и теплопроводности в потоке. Однако строгое решение этих уравнений, как более подробно будет показано в § 11, найдено только для отдельных случаев, в частности, для так называемого стабилизированного ламинарного течения, которое устанавливается в трубе на достаточном удалении от входа при скоростях ниже критической. Теплоотдача же при турбулентном течении столь сложна, что строгое решение пока кажется невозможным. Поэтому, как уже пояснялось в § 3, наши знания о теплоотдаче и гидравлическом сопротивлении при турбулентном течении получены главным образом благодаря очень большому числу экспериментальных исследований, результаты которых с помощью теории подобия удалось представить в виде сравнительно простых уравнений. Однако и теплоотдачу при турбулентном течении удалось с хорошим приближением рассчитать, опираясь на результаты экспериментальных исследований гидродинамики потока (см. § 10).

7. Измерение коэффициентов теплоотдачи

Установки для измерения коэффициентов теплоотдачи представляют собой небольшие теплообменники, сконструированные как можно проще, чтобы наблюдаемый физический процесс протекал без помех и мог быть исследован более точно. Принципиальная схема аппарата для измерения коэффициентов теплоотдачи представлена на рис. 2. По внутренней трубе слева направо обычно пропускается поток, коэффициент теплоотдачи к которому подлежит определению, например предварительно нагретый газ. Теплота отводится от газа к охлаждающей жидкости, движущейся через внешний кольцевой канал. Измеряются температуры газа на входе и выходе ϑ_1 и ϑ_2 , количество газа, проходящего

¹ В отечественной литературе этот очень тонкий ламинарный пограничный слой называют ламинарным подслоем или пристенным слоем. — *Прим. ред.*

² При точном анализе пограничный слой резко не отделен от турбулентной области, а постепенно переходит в нее, причем с удалением от стенки трубы интенсивность турбулентности непрерывно увеличивается.

³ Определение числа Рейнольдса Re см. в § 8, более подробные сведения о переходе от ламинарного течения к турбулентному — в § 21.

через теплообменник в единицу времени, а также при всех точных измерениях α — температура стенки трубы Θ . По температуре Θ , которую можно измерить заделанной в стенку трубы термопарой, с помощью экстраполяции рассчитывают также температуру внутренней поверхности Θ_0 . Количество теплоты Q , переходящей от газа к стенке трубы в единицу времени, определяется по разности температур газа на входе и выходе, его расходу и удельной теплоемкости. Это же количество теплоты можно определить из соответствующих измерений на охлаждающей жидкости. Наконец, найдя теплопередающую поверхность трубы $\Phi = \Theta_0$, способы определения которого мы обсудим в дальнейшем (см. § 29), из уравнения (1) как единственную неизвестную получаем коэффициент теплоотдачи.

Вместо того чтобы пропускать поток через центральную трубу небольшого диаметра, газ или жидкость, коэффициент теплоотдачи к которым хотят узнать, пропускают также через кольцевой канал между внутренней и наружной трубой. Охлаждающую жидкость можно заменить также на теплоноситель более нагретый, чем исследуемый поток, либо на кипящее или конденсирующееся вещество. При соответствующих конструктивных изменениях по тому же принципу можно экспериментально исследовать теплоотдачу при поперечном обтекании гладких или оребренных труб. И, наконец, можно определять теплоотдачу на различных насадках регенераторов, в частности, на уменьшенных моделях регенераторов [1.102].

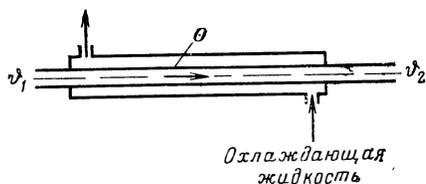


Рис. 2. Принципиальная схема измерения коэффициента теплоотдачи.

К подобным лабораторным опытам примыкают исследования на средних и крупных теплообменниках в условиях практической эксплуатации. Правда, такие исследования чаще всего служат для изучения эксплуатационных характеристик теплообменников. Однако многие подобные измерения имеют неоценимое значение для проверки и подтверждения коэффициентов теплоотдачи, определенных в лабораторных условиях.

Результаты измерений коэффициентов теплоотдачи на теплообменниках, находящихся в промышленной эксплуатации, можно резюмировать следующим образом. Почти все эти измерения не только подтвердили правильность рассматриваемых ниже теоретических моделей теплообменников, но и показали, что значения коэффициентов теплоотдачи и гидравлического сопротивления, определенные на лабораторных аппаратах, благодаря теории подобия можно в полном объеме переносить и на крупные натурные аппараты.

8. Теория подобия и ее применение к теплоотдаче

Вследствие многочисленных факторов, оказывающих влияние на теплоотдачу, результаты непосредственных измерений коэффициента теплоотдачи сами по себе имеют довольно плохо обозримый характер. Теория подобия вносит в эти соотношения порядок и делает их легко обозримыми. Она позволяет также найти в общем виде форму эмпирических уравнений, описывающих опытные данные. Кроме того, благодаря теории подобия значения коэффициентов теплоотдачи, измеренные большей частью только при температурах между 0 и 100°C и при давлениях, близких к атмосферному, можно переносить на очень высокие и очень низкие температуры и очень высокие давления. Теория подобия позволяет также использовать результаты измерений на ограниченном числе таких веществ, как воздух, вода и масла для расчетов

теплоотдачи к любым другим веществам. При этом лишь предполагается, что при рассматриваемых температурах и давлениях такие физические свойства газов или жидкостей, как теплопроводность, удельная теплоемкость, вязкость и тому подобные, известны с достаточной точностью.

Нуссельт [1.58, 1.60] впервые применил теорию подобия к теплоотдаче, хотя ранее еще Рейнольдс [1.75] осознал ее значение для описания законов гидравлического сопротивления¹.

Теория подобия основана на следующих основных идеях. Геометрически подобные фигуры, например подобные треугольники, можно, как известно, переводить одна в другую, увеличивая или уменьшая все стороны одной из этих фигур в одном и том же отношении. Развивая эту идею, и физические процессы одного рода можно называть подобными, если с помощью лишь подходящего изменения масштабов, в которых измерены рассматриваемые физические величины, их можно численно перевести одна в другую.

При этом в общем случае для неоднородных физических величин масштабы должны изменяться неодинаково. А именно, эти изменения не полностью независимы, а связаны условием подобия. Такое условие в наиболее простой форме существует уже при геометрическом подобии. В частности, геометрические фигуры тогда подобны одна другой, когда безразмерные величины, такие как отношения сторон или углы для сравниваемых случаев, имеют одинаковые значения. Соответственно подобие двух физических процессов предполагает, что определенные безразмерные величины, называемые критериями подобия, для обоих процессов равны. Их можно образовать из всех участвующих в таком процессе величин лишь с помощью умножений и делений. Несмотря на равенство критериев подобия, отдельные физические величины, входящие в них, в обоих случаях могут иметь совершенно различные значения.

С помощью упомянутого условия результаты опытов, полученные для единственного частного случая, с помощью простого пересчета можно переносить на все другие процессы, физически подобные исследованному.

Но самое общее следствие теории подобия состоит в том, что с ее помощью удастся в наиболее простой и обозримой форме представить также физическую зависимость между не подобными случаями одного процесса. На этом основана важная роль, которую играет теория подобия при обработке серии опытов. В то время как результат единственного измерения охватывает лишь подобные случаи, при проведении серии опытов пытаются найти зависимость также и между не подобными друг другу случаями. При этом всегда речь идет о том, чтобы определить зависимость одной физической величины, например коэффициента теплоотдачи, от всех других влияющих на нее величин, таких как скорость потока, теплопроводность, диаметр трубы и т. п. Теория подобия в своей наиболее общей форме приводит к утверждению, что такую зависимость всегда можно представить в виде соотношения между критериями, существенными для рассматриваемого процесса с точки зрения подобия. Так как число критериев меньше числа исходных физических величин, зависимость между критериями определить легче, чем между исходными величинами. Однако с помощью самой теории подобия эту зависимость определить невозможно, обычно ее

¹ Первая весьма общая формулировка законов подобия принадлежит Гельмгольцу [1.33].

находят экспериментально. В математически разрешимых случаях ее можно и рассчитать.

Критерии подобия можно находить либо из дифференциальных уравнений рассматриваемого процесса, либо из общего анализа размерностей¹.

Применение теории подобия к теплоотдаче. Для того чтобы применить теорию подобия к теплоотдаче, следует сначала определить используемые физические величины и составленные из них критерии подобия. Исключим из рассмотрения тепловое излучение и рассмотрим только теплообмен путем теплопроводности и конвекции.

Вследствие переноса теплоты путем теплопроводности (главным образом в пограничном слое) коэффициент теплоотдачи α зависит от теплопроводности λ движущейся среды. Существенную роль играет также вязкость η , поскольку она влияет на толщину пограничного слоя. Кроме того, вследствие конвективного переноса α зависит от средней скорости w , а также плотности ρ и удельной теплоемкости среды c_p . На гидродинамические процессы и на значение α существенное влияние оказывают диаметр трубы d или эквивалентный размер канала, по которому движется поток. Напротив, длина трубы или канала L играет значительно меньшую роль, а во многих случаях ею вообще можно пренебречь.

Мы ввели в рассмотрение среднюю скорость течения w , хотя в действительности скорость падает от максимального значения у оси трубы по направлению к стенке, пока на самой стенке не примет нулевого значения. При этом в качестве среднего принято такое значение скорости, которое получается, если объем жидкости, проходящий через трубу в единицу времени, разделить на площадь поперечного сечения трубы.

Таблица 1. Физические величины, определяющие теплообмен между потоком теплоносителя и стенкой трубы

Величина	Размерность	Величина	Размерность
Коэффициент теплоотдачи α	$M/(Z^2T)$	Удельная теплоемкость c_p	$L^2/(Z^2T)$
Теплопроводность λ	$ML/(Z^2T)$	Вязкость η	$M/(LZ)$
Скорость потока w	L/Z	Диаметр трубы d	L
Плотность ρ	M/L^3	Длина трубы L	L

Названные величины приведены в левых столбцах табл. 1. В правых столбцах приведены их размерности, выраженные через основные размерности — длину L , время Z , массу M и температуру T . При этом следует учитывать, что количество теплоты, как и работа, имеет раз-

¹ Теория подобия и способы определения критериев подобия рассматриваются почти в каждой книге по теплопередаче. Примерами из весьма обширной литературы о подобии являются работы [1.3, 1.8, 1.9, 1.33, 1.60, 1.61]. — *Прим. автора.*

См. также работы советских авторов: Кирпичев М. В., Михеев М. А. Моделирование тепловых устройств. — М. — Л.: Изд-во АН СССР, 1936; Кирпичев М. В., Коначов П. К. Математические основы теории подобия. — М. — Л.: Изд-во АН СССР, 1949; Гухман А. А. Физические основы теплопередачи. — Л. — М.: Энергоиздат, 1934; Введение в теорию подобия. — М.: Высшая школа, 1973; Применение теории подобия к исследованию процессов тепломассообмена. — М.: Высшая школа, 1974. — *Прим. ред.*

мерность $^1 ML^2/Z^2$. Здесь приведены только размерности, а не соответствующие единицы физических величин, чтобы показать, что рассмотрение не зависит от выбранной системы единиц². Из упомянутых физических величин можно получить следующие безразмерные выражения³:

$$ad/\lambda; \rho wd/\eta; c_p \eta/\lambda; L/d. \quad (7)$$

Можно было бы образовать и другие критерии, например $\rho c_p wd/\lambda$, однако он не дал бы ничего нового, поскольку не является независимым от предшествующих критериев, т. е. получается путем перемножения второго и третьего выражений в уравнении (7). Первые три критерия из (7) известны как

$$\left. \begin{array}{l} \text{число Нуссельта } Nu = ad/\lambda, \\ \text{число Рейнольдса } Re = wd/\nu, \\ \text{число Прандтля } Pr = \nu/a, \end{array} \right\} \quad (8)$$

где для сокращения записи введены теплопроводность $a = \lambda / (\rho c_p)$ и кинематическая вязкость $\nu = \eta / \rho$.

Эти критерии⁴ можно наглядно объяснить как отношения следующих геометрических или физических величин. Отношение λ/a равняется толщине ламинарного пограничного слоя, через который при линейном профиле температуры и теплопроводности λ передается столько же теплоты, сколько при той же разности температур определяется из расчета с помощью коэффициента теплоотдачи. Соответственно число Nu равно отношению внутреннего диаметра трубы к толщине этого пограничного слоя.

Число Рейнольдса можно рассматривать как отношение сил инерции к силам трения. Действительно, для движущейся частицы объемом V и скоростью u , зависящей от координат и времени, сила инерции (ускоряющая сила) составляет $V \rho du/dt$, а действующая на поверхность F сила трения $F \eta du/dy$, где y — расстояние от поверхности. В этих выражениях V/F имеет размерность длины, $(du/dt)/(du/dy)$ — размерность скорости. Подставив вместо упомянутой длины d , а вместо $(du/dt)/(du/dy)$ скорость w и разделив силу инерции на силу трения, получим непосредственно число Рейнольдса.

Кинематическая вязкость ν , входящая в число Pr , является мерой скорости обмена импульсом между молекулами, обуславливающей внутреннее трение, тогда как a является соответствующей мерой молекулярного энергообмена, обуславливающего теплопроводность. Поэтому число Pr может рассматриваться как отношение скоростей этих двух процессов обмена.

Раньше наряду с числами Re и Pr часто использовали уже упомянутый критерий $\rho c_p wd/\lambda$, называемый числом Пекле:

$$Pe = wd/a = Re Pr. \quad (9)$$

В ламинарной области им пользуются и в настоящее время, тогда как при турбулентном режиме течения, напротив, от его употребления все чаще отказываются, главным образом ради общности, поскольку при определении гидравлического сопротивления наиболее существенным критерием является число Re (см. § 22).

¹ Вместо размерности температуры можно было бы также ввести размерность количества теплоты, деленной на температуру, поскольку обе величины входят в a , λ и c_p только в этой комбинации.

² Между прочим, следует обратить внимание на то, что при проверке уравнений часто говорят о сравнении размерностей, в то время как в действительности речь идет о сравнении единиц физических величин, что имеет большее значение.

³ Число независимых друг от друга критериев (в данном случае 4) согласно табл. 1 равно числу физических величин (8) минус число основных размерностей (4). Это положение соответствует общему закону, выводимому из анализа размерностей, см. [18].

⁴ Относительно других критериев, которые, однако, при вынужденном течении в трубах и каналах обычно не играют роли, см. [B.2]. Отметим еще только существенный для свободной конвекции критерий Грасгофа. Его влияние на теплоотдачу в трубах будет рассмотрено в § 12.

Согласно теории подобия закон теплоотдачи в общем виде можно представить в виде соотношения между четырьмя числами подобия (7). Поэтому с учетом уравнения (8) запишем:

$$\text{Nu} = f[\text{Re}, \text{Pr}, L/d] \quad (10)$$

или, используя выражение (9),

$$\text{Nu} = F[\text{Pe}, \text{Pr}, L/d], \quad (11)$$

где f и F — произвольные функции заключенных в квадратные скобки независимых переменных.

Как уже упоминалось, в большинстве случаев эти функции определяются экспериментально. Для представления результатов опытов Нуссельт [1.60] предложил использовать степенные функции, которые согласно результатам последующих измерений оказались справедливыми в удивительно широкой области. Поэтому уравнения (10) и (11) часто используются в форме

$$\text{Nu} = \text{const Re}^{m_1} \text{Pr}^{m_2} (L/d)^{m_3} \quad (12)$$

или же

$$\text{Nu} = \text{const Pe}^{n_1} \text{Pr}^{n_2} (L/d)^{n_3}, \quad (13)$$

где значения констант и неизменных показателей степени m_1 , m_2 , n_1 и т. д. определяются из опытов.

При ламинарном течении показатели степени m_1 и n_1 в уравнениях (12) и (13) находятся между 0 и $2/3$, а при турбулентном течении они близки к 1. Отсюда следует, что в ламинарной области коэффициент теплоотдачи изменяется в зависимости от скорости слабее, чем в турбулентной области, где вследствие рассмотренного в § 6 влияния конвекции α увеличивается приблизительно пропорционально скорости.

В предыдущих уравнениях d означает внутренний диаметр трубы, если рассматриваемая среда движется в трубе. При движении теплоносителя в межтрубном пространстве пучка или через другое поперечное сечение произвольной формы в принципе вместо d можно использовать какой-либо другой характерный размер. Почти во всех таких случаях признано целесообразным применять вместо d эквивалентный (гидравлический) диаметр

$$d_{\text{экв}} = 4F_q/U, \quad (14)$$

где F_q — площадь; U — полный периметр поперечного сечения потока.

Уравнение (14) основано на том, что режим течения, а также и теплоотдача зависят главным образом от отношения площади поперечного сечения потока к периметру. Кроме того, выражение (14) образовано так, что для круглой трубы $d_{\text{экв}}$ переходит в диаметр трубы d .

Стенки канала часто нагреваются или охлаждаются не по всему периметру, а только на отдельных участках. Например, у помещенного в кожух трубного пучка, как правило, в теплообмене участвуют только стенки труб пучка, а не труба кожуха. В таких случаях большинство опытных данных можно лучше представить, если учитывать только нагреваемую или охлаждаемую часть U^* периметра поперечного сечения канала и использовать в числах подобия образованный с ее помощью *термический диаметр*

$$d_T = 4F_q/U^*, \quad (15)$$

на это указывал еще Нуссельт [1.60, 1.61].

Теоретическое исследование теплоотдачи в плоских каналах с односторонним обогревом [1.28, 1.29] показало, что при малых значениях числа Pr , примерно до 4, предпочтительнее гермический диаметр, а при больших значениях Pr — эквивалентный. Согласно этим же работам для стенок каналов с частичным обогревом или охлаждением можно более точно определить коэффициент теплоотдачи α^* , если сначала вычислить α с использованием эквивалентного диаметра по уравнению (14), а затем рассчитать α^* по уравнению

$$\frac{\alpha^*}{\alpha} = 1 - \frac{0,75}{1 + Pr} \left(1 - \frac{U^*}{U} \right). \quad (16)$$

Лоренц [1.53] предложил в уравнениях теплоотдачи вместо числа Nu использовать выражение

$$\frac{Nu}{RePr} = \frac{\alpha}{\omega \rho c_p} = \frac{(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{(\vartheta^* - \Theta_0)_M} \frac{d}{4L} (= St), \quad (17)$$

где $\vartheta_1 - \vartheta_2$ — разность температур среды на входе и выходе, обусловленная процессом теплообмена; $(\vartheta^* - \Theta_0)_M$ — средняя разность температур среды ϑ и поверхности теплоотдачи стенки трубы Θ_0 .

В английской литературе это выражение называют числом Стантона и сокращенно обозначают St . Оно обладает преимуществом наглядности, поскольку определяется через отношение двух существенных для теплообмена разностей температур и отношение диаметра трубы к ее длине.

Однако для практических расчетов теплообменников число St вряд ли обладает какими-либо преимуществами, поскольку в этих случаях нужно знать коэффициент теплоотдачи, который проще всего определить из числа Nu .

9. Уравнения для расчета теплоотдачи при турбулентном течении в трубах и каналах

Из многочисленных известных уравнений для коэффициента теплоотдачи в трубах или каналах здесь будут приведены только те немногие, которые подтверждены экспериментально и хорошо зарекомендовали себя на практике. Другие соотношения можно найти в литературе, в частности, в соответствующих учебниках [B.2—B.26]¹. Многочисленные диаграммы для определения коэффициентов теплоотдачи содержит «Теплотехнический атлас VDI» [B.1].

Коэффициенты теплоотдачи при турбулентном течении газов и паров. Нуссельт [1.61] предложил следующее уравнение для расчета теплоотдачи при турбулентном течении газов в трубах:

$$Nu = 0,0362 (d/L)^{0,054} Re^{0,786}. \quad (18)$$

Это уравнение с хорошим приближением справедливо также для перегретого водяного пара. Его применение оправдано при всех практически встречающихся значениях числа Re , превышающих 10 000. Поскольку измерения, на которых оно основано, проведены на воздухе и других

¹ В СССР широкое распространение получили учебники: Михеев М. А., Михеева И. М. Основы теплопередачи. — М.: Энергия, 1978; Исаченко В. П., Осипова В. А., Укомел А. С. Теплопередача. — М.: Энергия, 1981. Ценные материалы по теплоотдаче в трубах и каналах содержатся также в учебном пособии: Петухов Б. С., Гейн Л. Г., Ковалев С. А. Теплообмен в ядерных энергетических установках. — М.: Атомиздат, 1974. — Прим. ред.

газах при атмосферном давлении, для которых числа Pr были несколько меньше 1, уравнение (18) справедливо только при числах Pr , близких к 1. Однако при высоких давлениях числа Pr газов могут превышать 5.

Согласно теоретическим и опытным данным для жидкостей с числами Pr до 10 влияние его можно достаточно хорошо учесть с помощью степенного множителя $Pr^{0,45}$. Учет влияния d/L в уравнении (18) с помощью степенного члена $(d/L)^{0,054}$ справедлив только при средних значениях L/d . При значениях L/d , меньших 8, следует ожидать, что зависимость от L/d будет более резкой, а при L/d , больших 200, она должна приближаться к постоянному значению. Эти требования можно выполнить, если в уравнение (18) вместо $(d/L)^{0,054}$ ввести член $0,663 [1 + (d/L)^{2/3}]$ [1.26].

С учетом этих двух замечаний из (18) можно получить следующее уравнение теплоотдачи для газов и паров, справедливое при числах Pr между 0,7 и 10:

$$Nu = 0,024 [1 + (d/L)^{2/3}] Re^{0,786} Pr^{0,45} \quad (19)$$

Для того чтобы по этому или по другим рассматриваемым ниже уравнениям вида (10) или (11) вычислить значение Nu , а по нему —

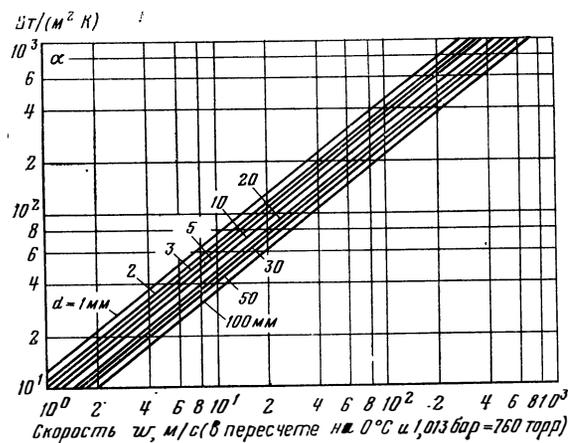


Рис. 3. Коэффициент теплоотдачи при турбулентном течении воздуха согласно уравнению Нуссельта.

коэффициент теплоотдачи α , сначала подставляют L , d , ω , а также физические свойства, в общем случае зависящие от давления и температуры, в числа подобия [уравнение (8)]. Уравнение теплоотдачи, например (19), дает тогда значение числа Nu , по которому с помощью первого соотношения из (8) получают α . Физические свойства многих веществ можно найти в «Теплотехническом атласе VDI» [B.1] ¹. Согласно Нуссельту их следует относить к средней температуре пограничного слоя, которую с достаточной точностью можно

принять равной среднему значению между средней температурой газа и температурой стенки ².
На рис. 3 представлена рассчитанная по уравнению (19) зависимость коэффициента теплоотдачи воздуха при 0°C и 1,0133 бар (10⁵ Па) от скорости потока при различных диаметрах трубы длиной $L=6$ м. По оси абсцисс отложена скорость потока, приведенная к нормальным условиям (0°C и 760 торр = 1,0133 бар) $\omega_0 = (\rho/\rho_0)\omega$, где ρ_0 — плотность среды при нормальных условиях; ρ — действительная плотность. Использование скорости, приведенной к нормальным условиям, позволяет применять график и при повышенных давлениях газа, примерно до 10 бар

¹ В отечественной литературе наиболее полное собрание таких данных можно найти в книге Н. Б. Варгафтика. Справочник по физическим свойствам газов и жидкостей. — М.: Наука, 1972. — Прим. ред.

² О выборе определяющей температуры для физических свойств при больших разностях температур между газом и стенкой см. [1.61].

(1 МПа). С точностью 3% рис. 3 справедлив для длин трубы $L = 2-20$ м. Из этого рисунка, как и из уравнений (18) и (19), следует, что коэффициент теплоотдачи α растет не прямо пропорционально скорости и с увеличением диаметра трубы медленно уменьшается.

Так как входящие в числа подобия значения λ , η и c_p обычно изменяются в зависимости от температуры, то согласно уравнениям (18) и

(19) коэффициент теплоотдачи также зависит от температуры. Эта зависимость¹ показана на рис. 4 в виде отношения коэффициента теплоотдачи α для некоторых газов при данной температуре к коэффициенту теплоотдачи $\alpha_{0, \text{возд}}$ для воздуха при 0°C и той же скорости ω_0 . Для того чтобы определить α для любого газа, по заданным значениям ω_0 , d и L находят $\alpha_{0, \text{возд}}$, например, с помощью рис. 3, а затем умножают полученное значение на отношение $\alpha/\alpha_{0, \text{возд}}$, найденное по рис. 4. Влияние давления на коэффициент теплоотдачи при расчете по уравнению (19) с приведенной к нормальным условиям скоростью ω_0 обусловлено только зависимостью от давления λ , η и c_p . Но изменения λ , η и c_p в зависимости от давления примерно такие же, как и отклонения от состояния идеального газа, так что при низких давлениях они практически не играют роли. Поэтому рис. 3 и 4, полученные только для атмосферного давления, с хорошим приближением справедливы и при умеренно высоких давлениях примерно до 10 бар (1 МПа).

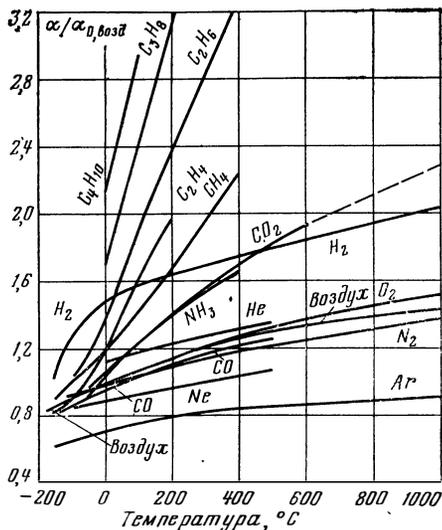


Рис. 4. Коэффициенты теплоотдачи различных газов α , отнесенные к коэффициенту теплоотдачи воздуха при 0°C $\alpha_{0, \text{возд}}$.

Однако при значительно более высоких давлениях следует учитывать влияние давления на λ , η и c_p и подставлять в уравнение теплоотдачи фактические значения этих свойств при данном давлении. Теплопроводность λ и вязкость η изменяются в зави-

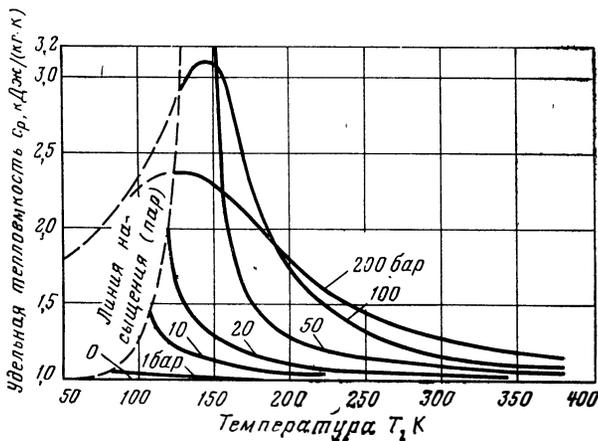


Рис. 5. Зависимость удельной теплоемкости воздуха c_p от температуры и давления.

¹ В 1975 г. автор заново рассчитал эти значения, исходя из уравнения (19).

симости от температуры и давления подобно соответствующему изменению удельной теплоемкости c_p , показанному на рис. 5. Зависимость коэффициента теплоотдачи α для движущегося в трубах воздуха от давления и температуры, обусловленная этими изменениями, показана на рис. 6, который построен в соответствии с расчетом по уравнению (19).

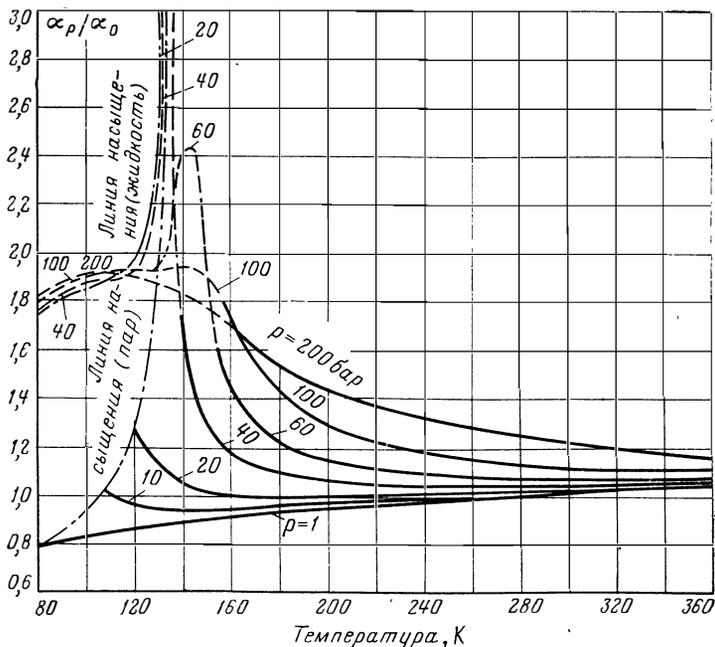


Рис. 6. Коэффициент теплоотдачи воздуха при различных давлениях.

α_p — коэффициент теплоотдачи при давлении p и произвольной температуре; α_0 — коэффициент теплоотдачи при давлении 1 бар (0,1 МПа) и 0°C.

Наконец, множитель $1 + (d/L)^{2/3}$ в уравнении (19) показывает, что при заданной скорости потока w или w_0 и заданном диаметре трубы d коэффициент теплоотдачи α падает с увеличением длины трубы L . Зависимость коэффициента теплоотдачи от L/d , обусловленная влиянием упомянутого множителя, показана на рис. 7 в виде двух сильно вытянутых линий. Поскольку длина трубы L и ее диаметр d изменяются в широких пределах, отношение L/d , как правило, заключено между 50 и 5000. Соответственно значения выражения $0,024 [1 + (d/L)^{2/3}]$ в уравнении (19) заключены между 0,026 и 0,024, так что с хорошим приближением можно принять среднее значение равным 0,025. Именно это приближенное значение использовано при построении рис. 3.

Как уже упоминалось, до сих пор рассматривались только средние коэффициенты теплоотдачи в обогреваемой или охлаждаемой трубе длиной L . Действительный (местный) коэффициент теплоотдачи α_w в определенном сечении трубы, расположенном на расстоянии l от входа, можно также рассчитать по уравнению (19), если заменить в нем множитель $1 + (d/L)^{2/3}$ на $1 + (1/3)(d/l)^{2/3}$. При этом предполагается, что между α и α_w существует очевидное соотношение

$$\alpha = \frac{1}{L} \int_0^L \alpha_w dl, \quad (20)$$

которое, однако, справедливо лишь приближенно¹. Штриховой линией на рис. 7 изображена зависимость определенного таким образом действительного (местного) коэффициента теплоотдачи от расстояния до входа в трубу l . Но обычно пользуются лишь средними коэффициентами теплоотдачи α .

Согласно исследованию Г. Грасса [1.24] можно считать, что α_w с достаточной точностью пропорционально также $1+c_0d/l$, где c_0 — эмпирическая константа. Если записать это выражение лишь в несколько видоизмененной форме $1+c_0d/(l+1)$, то при $c_0=0,85$ после интегрирования в соответствии с уравнением (20) получаем значения, количественно очень хорошо совпадающие с $1+(d/L)^{2/3}$.

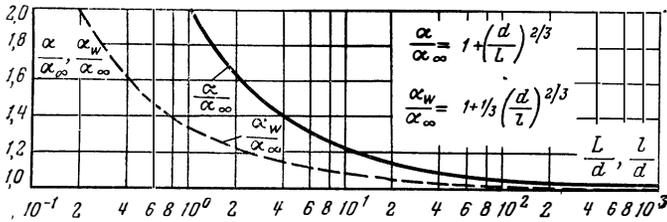


Рис. 7. Зависимость коэффициента теплоотдачи при турбулентном течении газа от длины трубы.

α — средний коэффициент теплоотдачи в трубе длиной L ; α_w — местный коэффициент теплоотдачи на расстоянии l от входа, α_∞ — коэффициент теплоотдачи на очень большом расстоянии от входа.

Уравнение (19) справедливо для газов, движущихся в гладких трубах или каналах. Напротив, при течении газов в шероховатых трубах и каналах следует ожидать несколько более высоких коэффициентов теплоотдачи. Этот случай будет рассмотрен в § 13.

В заключение следует указать на то, что уравнения (18) и (19), как и рассматриваемые далее соответствующие степенные уравнения для капельных жидкостей, при числе Re , меньших 10 000, дают завышенные по сравнению с большим числом экспериментальных результатов значения. Уравнение, которое лучше соответствует таким данным в области всех чисел Re вплоть до $Re=2320$, рассматривается ниже [уравнение (27)].

Коэффициент теплоотдачи при турбулентном течении капельных жидкостей. Коэффициенты теплоотдачи капельных жидкостей в среднем на порядок выше, чем газов. Помимо этого, жидкости отличаются от газов в первую очередь значительно более высокими значениями числа Прандтля [см. уравнение (8)]. В то время как газы под атмосферным давлением имеют числа P_r около 1, для воды значения числа P_r находятся между 2 и 10, для вязких масел достигают 300 и выше, а в некоторых случаях даже превышают 5000. Поэтому особенно важно, чтобы в уравнении теплоотдачи для капельных жидкостей была правильно отражена зависимость от числа Прандтля.

Другое существенное отличие состоит в том, что вязкость жидкостей η изменяется значительно сильнее, чем вязкость газов. В то время как вязкость газов сравнительно медленно растет с ростом температуры, для жидкостей с ростом температуры η резко падает (табл. 2).

Таблица 2. Вязкость воды и воздуха, кг/(м.с)

Среда	Температура, °С				
	0	20	60	100	200
Вода, $10^6 \eta$	1798	1003	462	278	133
Воздух, $10^6 \eta$	17,1	18,2	20,0	21,8	25,1

¹ Соотношение (20) точно справедливо лишь в том случае, если α_w зависит только от продольной координаты l .

Поэтому при турбулентном течении жидкостей толщина ламинарного подслоя (через который, как отмечалось в § 6, теплота передается путем теплопроводности) зависит от направления теплового потока. Действительно, при одинаковой средней температуре жидкости температура пограничного слоя, а следовательно, и его вязкость, имеют различные значения в зависимости от того, нагревается или охлаждается жидкость от стенки. В первом случае пограничный слой благодаря меньшей вязкости тоньше, чем во втором. Поэтому заметно различаются и коэффициенты теплоотдачи. В частности, при одинаковой средней температуре жидкости коэффициенты теплоотдачи при нагревании выше, чем при охлаждении.

Еще Нуссельт [1.61, 1.62] показал, что степенные формулы вида (12) могут быть применены и для жидкостей в широкой области изменения параметров. Позднее Крауссольд [1.48] в результате обработки всех известных к тому времени опытных данных, например [1.15, 1.83, 1.86, 1.88, 1.90], а также на основе собственных опытов на вязких маслах [1.46] получил следующие уравнения для теплоотдачи жидкостей в трубах:

при нагревании

$$Nu = 0,032 Re^{0,8} Pr^{0,37} (d/L)^{0,054}, \quad (21)$$

при охлаждении

$$Nu = 0,032 Re^{0,8} Pr^{0,3} (d/L)^{0,054}. \quad (22)$$

В этих уравнениях физические свойства, входящие в числа подобия, отнесены к средней температуре жидкости. В практически наиболее важной области, когда параметр L/d заключен между 100 и 400, величину $0,032 (d/L)^{0,054}$ в уравнениях (21) и (22) можно с достаточной точностью заменить на 0,024. Уравнения наиболее точны, когда разность температуры стенки трубы и средней температуры жидкости составляет примерно 30°C.

При $Pr=100$ уравнения Крауссольда в хорошем соответствии с опытом дают при нагревании коэффициенты теплоотдачи примерно на 38% выше, чем при охлаждении. Однако при очень малых разностях температур оба уравнения не переходят одно в другое, что противоречит теории. Для получения непрерывного перехода между коэффициентами теплоотдачи при нагревании и охлаждении были предложены по существу два различных пути.

Во-первых, согласно Кэю и Фэнэсу [1.42] можно воспользоваться поправкой, предложенной еще Эккертом [1.16]:

$$\frac{\alpha}{\alpha_{\text{изотерм}}} = \sqrt[4]{\frac{\nu_w}{\nu_{fl}}}, \quad (23)$$

где α — действительный коэффициент теплоотдачи при нагревании или охлаждении; $\alpha_{\text{изотерм}}$ — предельное значение α при изотермическом течении; ν_w, ν_{fl} — кинематическая вязкость жидкости соответственно при температуре стенки и средней температуре жидкости.

При этом предполагается, что все физические свойства, входящие в уравнение теплоотдачи, отнесены к средней температуре пограничного слоя¹, т. е. к среднеарифметическому значению между температурой стенки и средней температурой жидкости.

В отличие от этого, Зидер и Тэйт [1.85] предложили вводить поправку в виде отношения динамических вязкостей η_{fl} и η_w :

$$\frac{\alpha}{\alpha_{\text{изотерм}}} = \left(\frac{\eta_{fl}}{\eta_w} \right)^{0,14}, \quad (24)$$

¹ В области стабилизированного теплообмена температура жидкости меняется по всему сечению канала и понятие пограничного слоя здесь весьма условно. — *Прим. ред.*

причем теперь все физические свойства, входящие в уравнение теплоотдачи, кроме η_w , следует относить к средней температуре жидкости, что удобнее для расчетов. В соответствии с упомянутым предложением множители $Pr^{0,3}$ и $Pr^{0,37}$ в уравнениях Крауссольда следовало бы заменить на $0,68Pr^{0,42}(\eta_{fl}/\eta_w)^{0,11}$.

Дальнейшие возможности состоят не только в том, чтобы выбирать другие значения показателей степени в уравнениях (23) и (24), а в том, чтобы вместо отношения физических свойств использовать отношение соответствующих чисел Pr .

Опытные данные различных исследователей, например Малина и Спэрроу [1,54], свидетельствуют о том, что в случае $\eta_{fl} > \eta_w$, т. е. при нагревании жидкости, показатель степени в уравнении (24) должен быть меньше чем 0,14. Недавно Гнилински [1.20] предложил принять его равным 0,11. Напротив, при охлаждении жидкости влияние отношения вязкостей сильнее. Автор в работе [1.31] представил опытные данные Хакля и Грелля [1.25], полученные при $\eta_w > \eta_{fl}$, в виде следующего уравнения, справедливого до $\eta_w/\eta_{fl}=1000$:

$$\frac{Nu}{Nu_{изотерм}} = 0,645 \left(\frac{\eta_w}{\eta_{fl}} \right)^{-0,3} + 0,355. \quad (25)$$

Однако поскольку опытные данные различаются между собой, в дальнейшем сохраним множитель $(\eta_{fl}/\eta_w)^{0,14}$, имея в виду, что позже его, по всей вероятности, придется заменить более точным выражением.

Эккерт [В.3] подчеркивает, что по крайней мере для газов вообще можно обойтись без множителя $(\eta_{fl}/\eta_w)^{0,14}$ или другой заменяющей его функции, если относить все физические свойства не к средней температуре жидкости, а к средней температуре пограничного слоя и лишь скорость потока определять при средней температуре жидкости.

Влияние на коэффициент теплоотдачи числа Прандтля. Очень важная для капельных жидкостей зависимость теплоотдачи от числа Прандтля

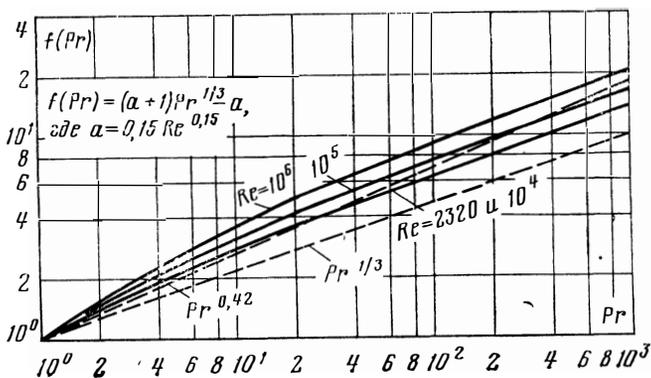


Рис. 8. Теплоотдача в трубах (зависимость числа Nu от Pr согласно уравнению Б. С. Петухова, а также в соответствии со степенными соотношениями $Pr^{1/3}$ и $Pr^{0,42}$).

в уравнениях (21) и (22) описана степенными выражениями $Pr^{0,37}$ и $Pr^{0,3}$, т. е. в среднем примерно $Pr^{1/3}$. Такая зависимость в логарифмических координатах на рис. 8 изображена прямой линией. В отличие от этого, в соответствии с обсуждаемыми в § 10 теориями Прандтля [1.71], Гофмана [1.34], Кармана [1.41], Рейхардта [1.73, 1.74] и другими теориями, основанными на аналогии между переносом теплоты и импульса, зависимость от Pr получается в виде слабо искривленных линий. Этот же вывод следует из основного на тех же соображениях нового уравнения Б. С. Петухова [1.68]. Построенные в соответствии с этим уравнением зависимости от Pr представлены на рис. 8. Слабое влияние числа Re , следующее из этого рисунка, пока экспериментально

не подтверждено. Более того, в результате анализа сравнительно старых и новых опытных данных, в частности [1.1, 1.15, 1.36, 1.37, 1.39, 1.47, 1.49, 1.92], полученных на газах и жидкостях, автор в работе [1.32] установил, что зависимость от Pr можно представить единой слабо изогнутой кривой, показанной на рис. 9, удовлетворяющей следующему эмпирическому уравнению:

$$f(Pr) = 1,8Pr^{0,3} - 0,8. \quad (26)$$

На рис. 8 и 9 в виде штриховой кривой изображена часто используемая в последнее время зависимость, пропорциональная $Pr^{0,42}$, предложенная Френдом и Метцнером [1.18] на основе их опытных данных. Можно видеть, что эта кривая близка к кривой Б. С. Петухова.

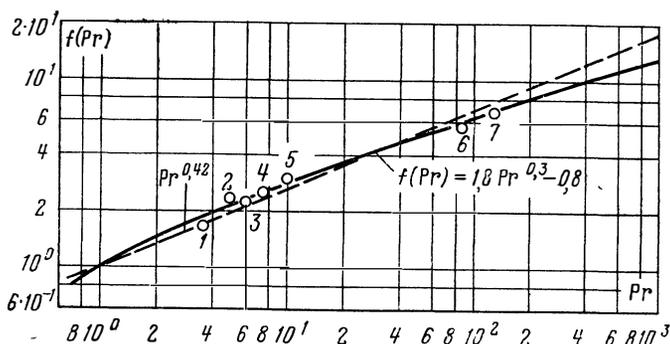


Рис. 9. Теплоотдача при турбулентном течении в трубах (зависимость от Pr).

1—7 — средние значения по опытным данным соответственно Хуфшмидта и Бурка, Игла и Фергюсона, Ивановского, Аллена и Эккерта, Стоуна, Крауссольда, Хуфшмидта и Бурка.

Уравнение для теплоотдачи при турбулентном течении, справедливое в очень широкой области чисел Re . Крауссольд указывал на то, что его уравнения (21) и (22) для жидкостей дают завышенные значения между минимальным критическим числом Рейнольдса $Re_{кр} = 2320$ и $Re = 10000$. Он показал это путем сравнения с опытными данными Кили и Мангсена [1.84] (рис. 2 в работе [1.48]). Более общее представление о соответствующих соотношениях можно получить из показанного на рис. 10 графика Зидера и Тэйта [1.85], на котором изображена зависимость параметра $Nu / [Pr^{1/3} (\eta_f / \eta_w)^{0,14}]$ от числа Re . Если отвлечься от небольшого расслоения кривых по L/d , то зависимость от числа Re , особенно в области между $Re = 2320$ и $Re = 10^4$, криволинейна, тогда как в соответствии с уравнениями Нуссельта (18) или (19) и Крауссольда (21) и (22) в тех же логарифмических координатах она прямолинейна.

Еще в 1943 г. автор показал [1.26], что криволинейную зависимость можно описать выражением вида

$$Re^m = K,$$

где m и K — эмпирические константы.

В то время как первоначальным значениям Зидера и Тэйта лучше всего соответствует $m = 2/3$ [1.26], а пересчитанным в дальнейшем с множителем $Pr^{0,42}$ значениям этих авторов $m = 0,75$, более новые опытные данные, особенно полученные в диапазоне чисел Re между 10^5 и 10^6 данные Хуфшмидта и Бурка [1.36, 1.37], свидетельствуют о том, что значение m следует повысить до 0,8. Несмотря на то, что это значение принято уже в уравнениях Нуссельта (19) и Крауссольда (21), на это

вновь обратил внимание Гнилински [1.20]. В результате обобщения возможно большего объема опытных данных, в том числе и самых новых, и учитывая зависимость от числа Pr согласно уравнению (26), автор предложил следующее уравнение для расчета теплоотдачи, справедливое для газов и жидкостей [1.32]:

$$Nu = 0,0235(Re^{0,8} - 230)(1,8Pr^{0,3} - 0,8) \left[1 + \left(\frac{d}{L} \right)^{2/3} \right] \left(\frac{\eta_f l}{\eta_w} \right)^{0,14}. \quad (27)$$

Уравнение (27) учитывает, что при $Re < 10^4$ с уменьшением чисел Re числа Nu резко падают, это подтверждено многочисленными опытными данными. Однако некоторые серии опытов, прежде всего на газах, дают более высокие числа Nu , которые лучше описываются уравнением

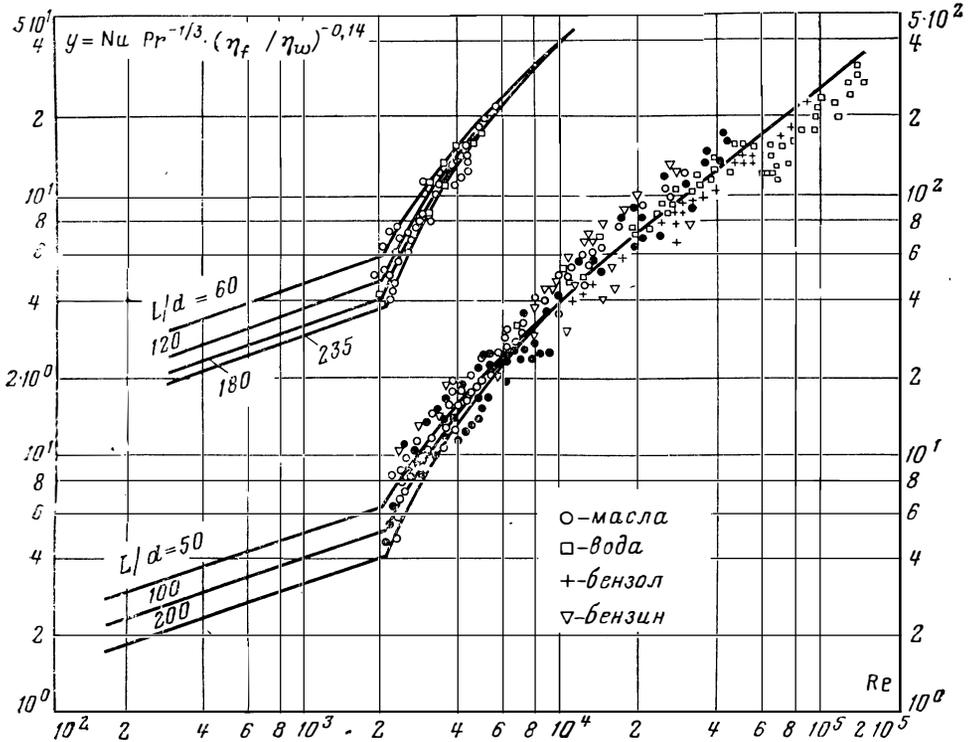


Рис 10. Зависимость коэффициента теплоотдачи от числа Re по Зидеру и Тэйту.

Нуссельта. Причина того, что опытные данные в области чисел Re между 2320 и 10^4 не полностью согласуются, по-видимому, состоит в том, что эта область чисел Re является переходной между ламинарным и турбулентным режимом течения. Поэтому гидродинамика потока может существенно изменяться в зависимости от условий на входе, шероховатости трубы и физических свойств движущейся среды.

Поскольку для жидкостей вследствие их большей вязкости переход к турбулентному режиму течения затруднен, кривизна графика зависимости теплоотдачи от числа Re сохраняется в более широкой области, чем для газа. Для большей надежности лучше проводить расчет по уравнению (27), в отдельных случаях дающему, возможно, несколько заниженные значения чисел Nu , чем без достаточных оснований принимать более высокие значения.

При малых значениях числа Re , лишь незначительно превышающих 2320, возникает та трудность, что α , рассчитанные по уравнению теплоотдачи для ламинарного режима течения, в исключительных случаях могут быть больше, чем результаты расчета по уравнению (27) для турбулентного течения. Эта трудность была известна уже Зидеру и Тэйту [1.85]. Они пытались преодолеть ее путем расслоения кривых по d/L в области чисел Re между 2320 и 10^4 (см. рис. 10). Как показал автор в [1.27], это расслоение можно учесть, если заменить константу 125 в уравнении, предложенном им в 1943 г. [1.26] или соответствующую константу 230 в уравнении (27) простой функцией d/L . На эту трудность недавно вновь указали Шлюндер [1.78] и Гнилински [1.20]. Они показали, что согласно уравнению Польшаузена и Кружилина [1.70] для ламинарного течения

$$Nu = 0,664 Pr^{1/3} (Re d/L)^{1/2} \quad (28)$$

при числах Re , превышающих 2320, иногда получаются более высокие значения чисел Nu , чем при расчете по уравнению для турбулентного течения [1.30], а следовательно, и по уравнению (27). Однако это верно лишь для коротких труб с $L/d < 10$. Столь короткие трубы редко применяются в теплообменниках. Поэтому изменять уравнение (27), в общем, не имеет смысла. Противоречие с уравнением (28) можно было бы устранить, заменив константу —230 в уравнении (27) на $-266 + 510 \sqrt{d/L}$. Таким образом, следует иметь в виду, что в отдельных случаях, для очень коротких труб, уравнение (27) несправедливо. В частности, оно несправедливо тогда, когда по уравнению (28) получаются более высокие значения чисел Nu , чем по (27).

Согласно неопубликованной учебной работе, проведенной Рейнке в 1970 г. в Институте термодинамики Ганноверского технического университета (преимущественно с газами), множитель $(\eta_{fl}/\eta_w)^{0,14}$ в уравнении (27) и соответствующий более ранних уравнениях следует сохранить и для газов, либо даже использовать соответствующий множитель в более высокой степени, например 0,25. Так как динамическая вязкость газов в отличие от жидкостей увеличивается с ростом температуры, множитель, содержащий (η_{fl}/η_w) , оказывает на них противоположное влияние на теплоотдачу. При заданной средней температуре коэффициент теплоотдачи при нагревании газа ниже, чем при охлаждении. Правда, для газов эта разница невелика.

Как уже упоминалось, Эккерт [В.3] указал на то, что применения множителя $(\eta_{fl}/\eta_w)^{0,14}$ можно было бы вообще избежать (и прежде всего для газов), если бы все физические свойства относить к средней температуре пограничного слоя и только скорость потока определять при средней температуре жидкости или газа. В упомянутой учебной работе Рейнке проверил это утверждение и установил, что имеющийся сильный разброс опытные данные Хэмбле и др. [1.38], а также Дейслера [1.12] очень близки между собой и хорошо согласуются с результатами расчета по уравнению, предложенному автором в [1.30], а следовательно, и с уравнением (27), если все физические свойства отнести к средней температуре пограничного слоя или, точнее говоря, к среднему значению между средней температурой жидкости и температурой стенки.

10. Теоретически обоснованные формулы для теплоотдачи при турбулентном течении

Обсуждавшиеся до сих пор степенные соотношения оказались, как уже упоминалось, удовлетворительными, однако, несмотря на использование теории подобия, все они по существу чисто эмпирические. Поэтому для более глубокого понимания физических взаимосвязей представляет интерес приближенное теоретическое решение для теплоотдачи при турбулентном течении в трубах, полученное Прандтлем [1.71]. Правда, еще значительно раньше Рейнольдс [1.75] высказал мысль, что механизм турбулентного переноса теплоты по существу тот же, что и механизм переноса импульса, оказывающий существенное влияние на распределение скоростей по поперечному сечению трубы и падение давления в направлении течения. Но лишь Прандтлю удалось успешно применить эту идею благодаря тому, что он принял рассмотренную в § 6 модель, согласно которой непосредственно на стенке в тонком подслое течение чисто ламинарное, а в остальной области, обычно называемой ядром потока, преобладает турбулентное движение с интен-

сивным перемешиванием. Исходя из этих представлений, он получил уравнение

$$\text{Nu} = \frac{0,0395\text{Re}^{3/4} \text{Pr}}{1 + \varphi(\text{Pr} - 1)}, \quad (29)$$

где φ — отношение скорости на границе между пограничным слоем и ядром потока к средней скорости во всем поперечном сечении трубы. Приняв подтвержденное в дальнейшем экспериментально допущение о том, что скорость в ядре потока пропорциональна корню седьмой степени из расстояния от стенки трубы и что температурное поле подобно полю скорости, Прандтль получил для φ следующее соотношение [1.72]:

$$\varphi = 2,26 (\text{Re}/2)^{-1/8}. \quad (30)$$

Посредством выбора несколько другого выражения для φ Тен Бошу, Гофману и др. [1.50] удалось для жидкостей добиться довольно удовлетворительного соответствия уравнения Прандтля с опытными данными при турбулентном течении. Гофман [1.34] принял, что

$$\varphi = 1,5\text{Re}^{-1/8}\text{Pr}^{-1/6}, \quad (31)$$

и дал выражение для единой определяющей температуры ϑ_* , при которой следует выбирать значения физических свойств, входящие в числа подобия уравнений (29) и (31). Эта температура вычисляется по средней температуре жидкости ϑ_m и температуре поверхности стенки трубы ϑ_0 согласно следующему эмпирическому соотношению:

$$\vartheta_* = \vartheta_m - \frac{0,1\text{Pr} + 40}{\text{Pr} + 72} (\vartheta_m - \vartheta_0); \quad (32)$$

при этом уравнения (29) и (31) справедливы равным образом для нагревания и охлаждения. С помощью этих формул Гофману удалось вполне удовлетворительно описать большинство полученных до 1973 г. опытных значений коэффициентов теплоотдачи при течении жидкостей в трубах.

В более поздних теоретических работах, среди которых следует отметить работы Кармана [1.41], Гофмана [1.35], Рейхардта [1.73] и Б. С. Петухова [1.66—1.68], получил дальнейшее развитие путь, начатый Прандтлем. При этом прежде всего стали принимать во внимание, что переход от ламинарного течения в непосредственной близости от стенки к выраженному турбулентному течению в ядре потока в действительности происходит постепенно. Это учли путем введения между ламинарным подслоем и турбулентным ядром промежуточного (буферного) слоя. Такие уточненные расчеты позволили получить лучшее соответствие с опытными данными, чем расчеты по более ранним формулам.

В дополнение к рассмотренным выше соотношениям, использующим аналогию процессов переноса, следует еще упомянуть, что Штаймле [1.89], исходя из соображений о толщине гидродинамического и теплового пограничного слоя и используя эмпирические соотношения для переноса теплоты и распределения скоростей по поперечному сечению, получил зависимость между теплоотдачей и гидравлическим сопротивлением при стабилизированном турбулентном течении. Используя количество жидкости, проходящее в единицу времени через трубу или

канал \dot{m} , температуропроводность a и длину трубы или канала L , Штаймле образовал следующее новое число подобия:

$$\text{Nu}_m = \frac{\alpha}{\lambda} \frac{\dot{m}}{\eta} \quad (33)$$

и гидродинамическое число подобия

$$\text{SK} = \frac{\Delta p}{L} \frac{\dot{m}^3}{a\eta^4} \quad (34)$$

Упомянутая *зависимость* выражается простым уравнением

$$\text{Nu}_m = \text{const} (\text{SK})^{0,37}, \quad (35)$$

причем константа имеет различное значение для разных случаев течения. Путем сравнения с многочисленными опытными данными Штаймле удалось показать, что уравнение (35) с хорошим приближением справедливо не только для прямых труб, но и для труб с турбулизаторами, змеевиков, а также для расчета теплоотдачи и падения давления на поперечно обтекаемых пучках гладких и оребренных труб и в насадках регенераторов.

11. Коэффициенты теплоотдачи при ламинарном течении газов и жидкостей¹

Ламинарное течение у жидкостей встречается значительно чаще, чем у газов. Это происходит потому, что при одинаковой скорости в потоке жидкости вследствие ее большей плотности возникает большее падение давления. Поэтому жидкости должны двигаться значительно медленнее. А учитывая, что кинематическая вязкость $\nu = \eta/\rho$ у жидкостей и газов одного порядка, из уравнения (8) получается, что числа Re для жидкостей должны быть меньше. При этом они нередко становятся меньше $\text{Re}_{\text{кр}}$ ($\text{Re}_{\text{кр}} \geq 2320$).

Как уже упоминалось в § 6, для стабилизированного ламинарного течения в прямой трубе круглого поперечного сечения удалось рассчитать коэффициенты теплоотдачи жидкостей и газов чисто теоретически. Этот режим течения с параболическим распределением скорости по поперечному сечению трубы устанавливается лишь на определенном расстоянии от входа после формирования ламинарного профиля скорости на начальном участке (см. § 21). Для случая, когда перед входом в обогреваемый или охлаждаемый участок трубы жидкость (или газ) уже прошла гидродинамический начальный участок, Гретц [1.23], а позднее независимо от него Нуссельт [1.59] нашли точное решение дифференциального уравнения переноса теплоты. Их теория была дополнена анализом Левека [1.51] и расчетами Гребера [В.2] (1-е издание 1921 г.). В этих работах при упомянутых допущениях определены как действительный (местный) коэффициент теплоотдачи α_w на различных расстояниях от входа в обогреваемую или охлаждаемую трубу, так и среднее значение α в трубе длиной L . Графики обоих коэффициентов теплоотдачи проходят подобно друг другу так же, как это было показано на рис. 7 для турбулентного течения.

¹ Подробно теплоотдача при ламинарном течении газов и жидкостей в трубах и каналах рассмотрена в монографиях: Петухов Б. С. Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах.— М.: Энергия, 1967; Жукаускас А. А., Жюгжда И. И. Теплоотдача в ламинарном потоке жидкости — Вильнюс: Минтис, 1969.—Прим. ред.

На рис. 11 показана зависимость числа Nu , построенного по среднему коэффициенту теплоотдачи α , от комплекса $L/(Pe d)$, где L — длина трубы; Pe — число Пекле, определенное согласно уравнению (9). Нижняя линия графика очень близко согласуется с результатами теории Нуссельта. Она рассчитана по следующему предложенному автором эмпирическому уравнению для стабилизированного ламинарного течения [1.26]:

$$Nu = \left[3,66 + \frac{0,0668 Pe \frac{d}{L}}{1 + 0,045 \left(Pe \frac{d}{L} \right)^{2/3}} \right] \left(\frac{\eta_{fl}}{\eta_w} \right)^{0,14}, \quad (36)$$

причем при построении графика принято, что $\eta_{fl}/\eta_w = 1$. Множитель $(\eta_{fl}/\eta_w)^{0,14}$ позволяет учесть различие между нагреванием и охлаждением в соответствии с упомянутым выше предложением Зидера и Тэйта [1.85]. В уравнении (36) все физические свойства за исключением η_w отнесены к средней температуре жидкости, а η_w — к температуре стенки.

Константа 3,66 в уравнении (36) определяет предельное значение, к которому стремится число Nu в очень длинных трубах. Практически оно достигается в редких случаях. Это значение справедливо лишь при постоянной температуре стенки. Если же изменение температуры стенки в направлении течения линейно, то предельное значение числа Nu согласно Иглу и Фергюсону [1.15] составляет 4,36*.

Для очень коротких труб согласно работе [1.30] путем небольшого изменения константы и показателя степени в уравнении (36) можно достигнуть еще лучшего соответствия с теоретическим соотношением Левека, однако за счет ухудшения соответствия в практически важной области длин труб. Простое приближенное уравнение, дающее почти те же значения, что и уравнение (36), предложили Бэр и Хикен — уравнения (2) и (28) из [1.2].

Существуют также многочисленные опытные данные по теплоотдаче при ламинарном течении капельных жидкостей. Некоторые из этих данных, например, [1.5, 1.6, 1.46, 1.49], полученные при исследовании теплоотдачи на касторовом масле и гликоле, достаточно хорошо подтверждают теорию Нуссельта, а тем самым и уравнение (36). Однако боль-

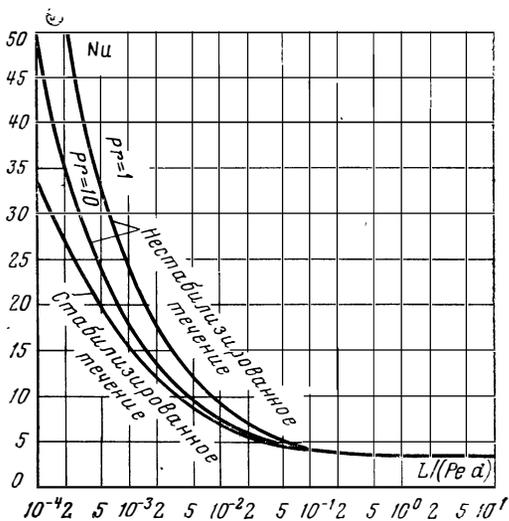


Рис. 11. Теплоотдача при ламинарном течении в трубах.

Нижняя кривая: число Nu для гидродинамически стабилизированного течения согласно уравнению (36); верхние кривые: число Nu для течения в гидродинамическом начальном участке согласно уравнению (37).

* О предельном значении числа Nu в других случаях см. [B.2].

шинство опытных данных, например [1.14, 1.85], лежит выше. Очевидно, это объясняется в первую очередь тем, что в большей части опытов течение на входе в обогреваемую трубу еще не было гидродинамически стабилизировано и движущаяся среда находилась одновременно в термическом и гидродинамическом начальном участке.

Теплоотдачу в этом наиболее распространенном случае теоретически исследовал Стефан [1.91]. Сначала он возможно более точно рассчитал распределение скоростей в последовательных поперечных сечениях начального участка, а затем зависящие от них распределения температур. Полученные по этим данным значения среднего коэффициента теплоотдачи α , хорошо согласующиеся с новыми опытными данными, могут быть представлены в виде следующего эмпирического уравнения:

$$\text{Nu} = 3,66 + \frac{0,0677 (\text{Pr Re } d/L)^{1,33}}{1 + 0,1 \text{Pr} (\text{Re } d/L)^{0,83}}. \quad (37)$$

В этом уравнении в отличие от (36) число Nu зависит не только от $\text{Re } d/L = \text{Pr Re } d/L$, но и непосредственно, правда, довольно слабо, от числа Pr. Упомянутое уравнение Польшаузена (28) было получено на 38 лет раньше уравнения (37).

На рис. 11 двумя верхними линиями представлены числа Nu при $\text{Pr}=1$ и $\text{Pr}=10$, рассчитанные по уравнению (37). Различие между этими кривыми и уже рассмотренной нижней кривой для стабилизированного течения практически незначительное, проявляется только на коротком участке трубы и быстро затухает, поэтому, как отмечается в [1.91], при $\text{Pr}=10$ этим различием можно пренебречь.

12. Влияние свободной конвекции на теплоотдачу

При ламинарном течении и в переходной области между ламинарным и турбулентным режимами течения часто вследствие наложения свободной конвекции теплоотдача значительно интенсифицируется. Поэтому следует кратко рассмотреть свободную конвекцию и ее влияние на теплоотдачу при вынужденной конвекции.

Свободная конвекция (без вынужденного течения), развивающаяся прежде всего на вертикальных нагретых стенках или на наружной стороне горячих горизонтальных труб, представляет собой обычно подъемное течение, обусловленное подъемной силой, действующей на нагретые на поверхности слои газа или жидкости. Соответственно на холодной стенке устанавливается опускное течение. В качестве безразмерного критерия подобия для свободной конвекции на горизонтальной трубе используется число Грасгофа

$$\text{Gr} = d^3 g \beta (\Theta_0 - \vartheta) / \nu^2, \quad (38)$$

где d — наружный диаметр трубы; g — ускорение свободного падения; β — коэффициент объемного расширения газа или жидкости; Θ_0 — температура наружной поверхности трубы; ϑ — температура газа или жидкости вне узкой области свободноконвективного движения; ν — кинематическая вязкость газа или жидкости.

Критерий Грасгофа определяет также свободную конвекцию на вертикальной стенке. Однако в этом случае в уравнении (38), а также в приведенных ниже уравнениях (40) — (42) для вычисления чисел Nu вместо d подставляют высоту стенки.

В английской литературе при рассмотрении свободной конвекции широко употребляется число Рэлея

$$Ra = Gr Pr. \quad (39)$$

Теория подобия дает для теплоотдачи при свободной конвекции соотношение вида

$$Nu = f(Gr, Pr). \quad (40)$$

Теплоотдачу при свободной конвекции от нагретой горизонтальной трубы или нагретой вертикальной стенки к покоящемуся газу или жидкости можно рассчитать по уравнению

$$Nu = 0,53 \sqrt[4]{Gr Pr}. \quad (41)$$

Коэффициент 0,53, выбранный Мак-Адамсом [В.7], достаточно точен, если критерий $Gr Pr$ заключен между 10^3 и 10^9 , т. е. в большинстве практических случаев.

На рис. 12 показаны результаты многочисленных измерений теплоотдачи при свободной конвекции в очень широкой области $GrPr$. При $GrPr$, превышающем 10^9 , свободноконвективный пограничный слой становится турбулентным, в связи с чем соответствующие опытные точки поднимаются. Штриховая линия на рис. 12 соответствует уравнению (41). В области чисел $GrPr$ между 10^{-7} и 10^{12} с хорошим приближением справедливо соотношение [1.30]

$$Nu = 0,11 (GrPr)^{1/3} + (GrPr)^{0,1}, \quad (42)$$

показанное на рис. 12 сплошной линией.

Совместная свободная и вынужденная конвекция в трубах. С возможностью наложения свободной конвекции на ламинарное или слабое турбулентное течение в трубах следует считаться главным образом тогда, когда внутренний диаметр трубы больше примерно 2 см, а между стенкой и движущейся средой существуют большие разности температур. Связанное с этим часто значительное повышение коэффициента теплоотдачи отражено в приведенном ниже эмпирическом уравнении, в которое наряду с числом Re входит также число Gr . Во всех числах подобия, включая Gr , в качестве характерного размера используется внутренний диаметр трубы d .

Для теплоотдачи в *вертикальных трубах* при совпадении направленный вынужденного и свободного течения в диапазоне чисел Re 1600—

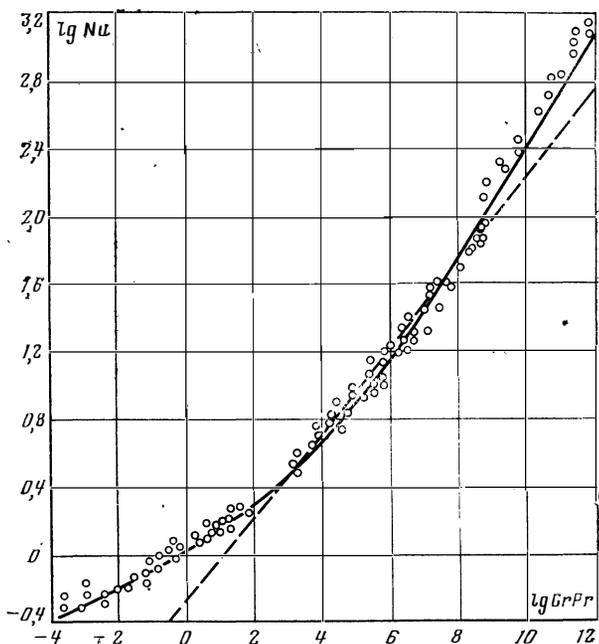


Рис. 12. Теплоотдача при свободной конвекции.

— — — — по уравнению (41); ————— по уравнению (42);
○ — опытные данные.

4600 справедливо следующее уравнение, полученное Ватцингером и Джонсоном [1.93]:

$$Nu=0,255Gr^{0,25}Re^{0,07}Pr^{0,37}. \quad (43)$$

При числах Re, превышающих 4600, влияние свободной конвекции пренебрежимо мало.

На основании опытных данных Колберна и Хоугена [1.10] для вертикальных труб и Нуссельта [1.58] для *горизонтальных труб* Колберн [1.11] получил уравнение, которое Мак-Адамс [В.7] привел в следующей несколько измененной форме:

$$Nu=1,62(RePr d/L)^{1/3}(\eta_{fl}/\eta_w)^{1/3}(1+0,015Gr^{1/3}). \quad (44)$$

Для *горизонтальных труб* в результате дальнейших экспериментальных исследований были получены следующие уравнения: уравнение Керна и Отмера [1.43], справедливое при больших разностях температур между стенкой трубы и движущейся средой

$$Nu = 1,86(RePr d/L)^{1/3}(\eta_{fl}/\eta_w)^{0,14} \cdot 2,25(1 + 0,010Gr^{1/3})/lg Re \quad (45)$$

и уравнение Мета [1.55], полученное на основе опытных данных по нагреванию или охлаждению воды в трубе внутренним диаметром 50 мм в диапазоне чисел Re 500—2500:

$$Nu = 1,345 Re^{0,34}Pr^{0,32}(Pr_{fl}/Pr_w)^{0,188}Gr^{0,06}. \quad (46)$$

Кроме того, для *вертикальных труб* Киршбаум [1.44] получил уравнение

$$Nu=0,032[Re+f(Gr/Re)]^{0,8}Pr^{0,37}(L/d)^{-0,054}. \quad (47)$$

Функцию $f(Gr/Re)$, которая различается для подъемного и опускного течения, можно определить только по диаграмме [В. 2].

13. Теплоотдача в шероховатых и изогнутых трубах

Теплоотдача в шероховатых трубах. Все приведенные до сих пор уравнения для теплоотдачи справедливы прежде всего для газов и жидкостей, движущихся в технически гладких трубах.

Имеется ряд опытных данных, относящихся главным образом к турбулентному режиму течения, о *влиянии шероховатости стенок трубы или канала на теплоотдачу*. Согласно опытным данным Бёма [1.4] и работе Шефелса [1.77] о теплоотдаче газов в каналах кирпичной кладки с ростом шероховатости коэффициент теплоотдачи увеличивается. При естественной шероховатости кирпичной кладки с тщательно заглаженными швами коэффициент теплоотдачи примерно на 10% выше, чем при совершенно гладких стенках канала. Бём установил, что при искусственном увеличении шероховатости с помощью выступов коэффициенты теплоотдачи продолжают возрастать и увеличиваются примерно на 60% при ламинарном и на 100% при турбулентном течении.

В противоположность этому Поль [1.69], проводивший опыты на жидкостях, движущихся в металлических трубах с различной шероховатостью, наблюдал уменьшение коэффициента теплоотдачи с ростом шероховатости. Однако согласно более старым опытам, например, Стантона [1.88] и Лоренца [1.53], для жидкостей наблюдается слабое увеличение коэффициента теплоотдачи с ростом шероховатости стенки трубы.

Нуннер установил [1.57], что в трубах с искусственной шероховатостью с ростом шероховатости коэффициенты теплоотдачи увеличиваются до значений, в 3 раза превышающих соответствующие значения в гладких трубах. Многочисленные последующие работы [1.7, 1.13, 1.45, 1.81, 1.82 и др.] также свидетельствуют об интенсифицирующем влиянии шероховатости на теплоотдачу.

Основной результат сравнительно новых экспериментальных исследований представлен на рис. 13, заимствованном из работы Диппрея и Саберского [1.13]. Подобного же рода график имеется в [1.81, 1.82]. На рисунке изображена зависимость числа $St = Nu/RePr$ от Re . Нижняя линия соответствует теплоотдаче в гладкой трубе. Можно видеть,

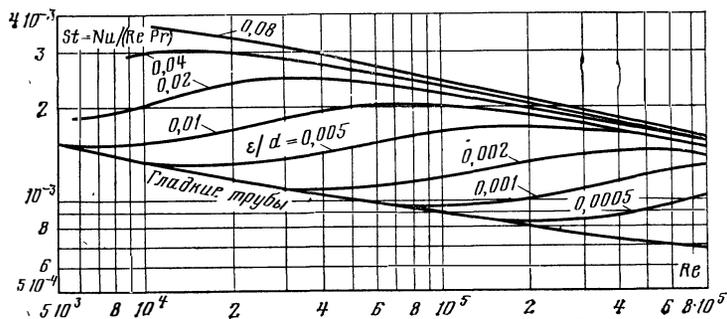


Рис. 13. Теплоотдача в шероховатых трубах.

что при малых числах Re числа St , а значит, и числа Nu для шероховатых и гладких труб совпадают. Но чем больше отношение средней высоты выступов шероховатости ϵ к внутреннему диаметру трубы d , тем при меньшем значении Re кривая теплоотдачи для шероховатой трубы начинает отклоняться вверх от соответствующей кривой для гладкой трубы. После того как кривая теплоотдачи для шероховатой трубы проходит через максимум, она переходит в другую почти прямую линию. Коэффициент теплоотдачи повышается вследствие влияния шероховатости во столько же раз, во сколько возрастает число St , а следовательно, и число Nu , по сравнению с соответствующими значениями для гладкой трубы.

Существует взаимосвязь этих данных с данными Никурадзе [1.206] по коэффициенту гидравлического сопротивления ψ в шероховатых трубах (см. рис. 47). Все кривые зависимости ψ от Re с различными значениями ϵ/d имеют S-образную форму. Вправо от минимума каждая кривая переходит в горизонтальную прямую, соответствующую режиму с полным проявлением шероховатости. При заданном значении ϵ/d согласно обоим рисункам (для St и для ψ) S-образный переход соответствует одной и той же области чисел Re .

Результаты Диппрея и Саберского, изображенные на рис. 13, начиная от точки максимума соответствующей кривой, могут быть приближенно описаны с помощью следующего еще не опубликованного уравнения автора:

$$Nu_{\text{шерох}} = Nu_{\text{гладк}} [1,87 + 0,54 \lg(1000\epsilon/d)]. \quad (48)$$

Теплоотдача в изогнутых трубах. Как будет более подробно показано ниже, в разделе о гидравлическом сопротивлении при течении в трубах, в поперечных сечениях изогнутой трубы образуются спаренные вихри

(см. рис. 50). Поскольку эти вихри уменьшают толщину пограничного слоя, теплоотдача в изогнутой трубе повышается по сравнению с прямой. Следует ожидать, что с ростом числа Re это влияние относительно будет ослабевать, поскольку преобладающей становится интенсификация теплоотдачи вследствие повышения степени турбулентности.

Влияние кривизны трубы на теплоотдачу исследовалось неоднократно. Причина довольно значительного расхождения опытных данных помимо различной шероховатости труб объясняется, по-видимому, еще и тем, что при изгибании трубы не всегда удается сохранить первоначально круглое поперечное сечение; часто на поверхности трубы, расположенной со стороны центра кривизны, образуются даже небольшие складки. Несмотря на это, из результатов опытов вырисовывается довольно ясная картина.

Ешке [1.40] на основании опытов с газами, движущимися в изогнутых трубах, получил следующее уравнение, справедливое при числах Re , превышающих 10^5 :

$$\alpha_{\text{изог}} = (1 + 3,54 d/D) \alpha_{\text{прям}}, \quad (49)$$

где D — диаметр кривизны; $\alpha_{\text{прям}}$, $\alpha_{\text{изог}}$ — средние коэффициенты теплоотдачи в прямой и изогнутой трубах с одинаковым внутренним диаметром d .

Согласно уравнению (49) коэффициент теплоотдачи в изогнутой трубе при $D=50d$ на 7%, а при $D=20d$ на 18% больше, чем в прямой трубе. Новые опытные данные [1.76] в основном подтвердили это уравнение.

Напротив, лучшего соответствия с опытными данными [1.80], полученными при низких числах Re и имеющими большой разброс, можно было бы достигнуть, если бы константу в уравнении (49) повысить с 3,5 до 5—6. Согласно теоретическим исследованиям Мори и Накаяма [1.56] эту константу следовало бы повысить даже до 8—10. Наконец, опытные данные [1.94] показали, что с уменьшением числа Re до $Re_{кр}$ численное значение константы в уравнении (49) увеличивается.

Как установил, но еще не опубликовал автор, опытные данные во всей турбулентной области в среднем могут быть описаны следующим уравнением:

$$\alpha_{\text{изог}} = [1 + (21/Re^{0,14}) (d/D)] \alpha_{\text{прям}}. \quad (50)$$

При числах Re , превышающих 10^5 , это уравнение хорошо согласуется с уравнением Ешке [49]. Напротив, при числах Re , близких к $Re_{кр}$, выражение $21/Re^{0,14}$ становится равным примерно 6.

Значения этого же порядка величины получили Шмидт [1.79], а также Сринивасан, Нандапуркар и Холланд [1.87], сопоставившие по существу большое число литературных данных. Приведенные в обеих работах значения лучше описываются уравнениями вида (49) или (50), если заменить в них d/D на $(d/D)^n$, где n лежит между 0,5 и 0,75. В частности, Шмидт обнаружил большее влияние кривизны на теплоотдачу, чем авторы последней работы.

При ламинарном течении, которое здесь не рассматривается, влияние кривизны на теплоотдачу значительно больше [1.80, 1.94].

Следует также отметить, что критическое число Рейнольдса для изогнутых труб выше, чем для прямых.

14. Теплоотдача при поперечном обтекании трубных пучков

В перекрестноточных теплообменниках имеется, как правило, трубный пучок, трубы которого обтекаются снаружи перпендикулярным или почти перпендикулярным к ним потоком газа. При одинаковой скорости такой тип течения обеспечивает большую турбулизацию потока, чем при продольном омывании труб газом. Поэтому естественно, что и коэффициент теплоотдачи на внешней поверхности труб при поперечном обтекании выше, чем при продольном.

Теплоотдача при поперечном обтекании труб потоком газа. Интенсификацию теплоотдачи при поперечном обтекании по сравнению с продольным впервые экспериментально обнаружили на воздухе и других газах Ричель [1.123], Тома [1.126] и Райер [1.121, 1.122]. Из их исследований, проведенных большей частью на поперечно обтекаемых трубных пучках, следует, что при прочих одинаковых условиях при шахматном расположении труб передается большее количество теплоты, чем при коридорном (рис. 14 и 15). Однако, как будет показано в § 24, падение давления в шахматных пучках также выше, чем в коридорных.

Позднее более широкие экспериментальные исследования теплоотдачи при поперечном обтекании трубных пучков воздухом провели Пирсон [1.118] и Хьюдж [1.110]. Наряду с изменением скорости потока эти авторы в широких пределах изменяли также расстояния между трубами и изучали их влияние на теплоотдачу. Результаты этих исследований обобщил Гримисон [1.103], представив их в виде уравнения

$$Nu = K Re^m, \quad (51)$$

где константы K и m зависят, как будет показано ниже, от расстояний между трубами в пучке.

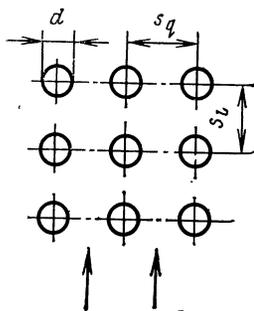


Рис. 14. Поперечное обтекание труб в коридорном пучке.

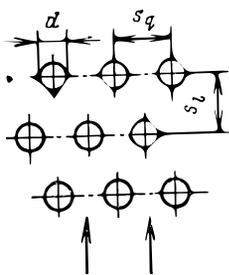


Рис. 15. Поперечное обтекание труб в шахматном пучке.

В качестве характерного размера в числа Nu и Re входит наружный диаметр трубы d , а в качестве характерной скорости w — наибольшая средняя скорость в направлении основного потока, т. е. скорость в наиболее узком проходном сечении между трубами одного ряда. Скорость и плотность относят к средней температуре потока газа, а теплопроводность и вязкость — к среднему значению между температурой стенки трубы и средней температурой газа. Влияние межтрубных расстояний согласно Гримисону выражается через относительные шаги a и b , представляющие собой отношение расстояния

Таблица 3. Константы уравнения теплоотдачи при поперечном обтекании трубных пучков (51) [представлены Гримисоном по опытным данным Пирсона и Хьюджа]

b	a							
	1,25		1,5		2		3	
	K	m	K	m	K	m	K	m
<i>Коридорный пучок</i>								
1,25	0,348	0,592	0,75	0,608	0,100	0,704	0,0633	0,752
1,5	0,367	0,586	0,250	0,620	0,101	0,702	0,0678	0,744
2	0,418	0,570	0,99	0,602	0,29	0,632	0,198	0,648
3	0,290	0,601	0,357	0,584	0,374	0,581	0,286	0,608
<i>Шахматный пучок</i>								
0,6	—	—	—	—	—	—	0,213	0,636
0,9	—	—	—	—	0,446	0,571	0,401	0,581
1,0	—	—	0,497	0,558	—	—	—	—
1,25	0,518	0,556	0,505	0,554	0,519	0,556	0,522	0,562
1,5	0,451	0,568	0,460	0,562	0,452	0,568	0,488	0,568
2	0,404	0,572	0,416	0,568	0,482	0,556	0,449	0,570
3	0,310	0,592	0,356	0,580	0,440	0,562	0,421	0,574

между центрами двух соседних труб s к наружному диаметру трубы d . При этом $a = s_q/d$ — это относительный поперечный шаг в трубном ряду в направлении, перпендикулярном к направлению основного потока, а $b = s_l/d$ — относительный продольный шаг по ходу потока (рис. 14 и 15). В табл. 3 приведены значения констант K и m для коридорного и шахматного расположения труб в пучках с различными a и b . Эти значения справедливы для трубных пучков из 10 или более рядов (в направлении потока). Представление о том, каких изменений коэффициента теплоотдачи следует ожидать с уменьшением числа трубных рядов при прочих равных условиях, дает табл. 4, составленная по опытным данным Райера [1.121] и Шольца [1.125].

Таблица 4. Отношение коэффициента теплоотдачи для трубных пучков с малым числом рядов к коэффициенту теплоотдачи в десятирядном пучке (средние значения)

Число рядов труб	Коридорный пучок			Шахматный пучок		
	по Райеру	по Шольцу		по Райеру	по Шольцу	
		Re < 10 ⁵	Re > 10 ⁵		Re < 10 ⁵	Re > 10 ⁵
2	0,91	1,05	0,87	0,68	0,80	0,69
5	0,97	1,0	1,0	0,90	1,05	1,06

Гримисон обобщил также опытные данные Пирсона и Хьюджа в другой форме

$$Nu = 0,32 f_a Re^{0,61} Pr^{0,31} \quad (52)$$

и представил графически зависимость коэффициента f_a , определяемого расположением труб в пучке, от a и b при различных числах Re. Эти кривые, интерполяция между которыми весьма затруднительна, путем незначительного видоизменения уравнения (52) можно представить в виде следующих соотношений [1.107]:

для коридорного пучка

$$Nu = 0,34 f_a Re^{0,60} Pr^{0,31}, \quad (53)$$

где

$$f_a = 1 + \left(a + \frac{7,17}{a} - 6,52 \right) \left(\frac{0,266}{(b-0,8)^2} - 0,12 \right) \sqrt{\frac{1000}{Re}}; \quad (54)$$

для шахматного пучка

$$Nu = 0,35 f_a Re^{0,57} Pr^{0,31}, \quad (55)$$

где

$$f_a = 1 + 0,1 a + 0,34/b. \quad (56)$$

В выражениях для f_a — уравнениях (54) и (56) — предполагается, что значения a и b заключены между 1,25 и 3. Следует, однако, обратить внимание на то, что для коридорных пучков с $a=1,25$ нужно использовать те же значения f_a , которые получаются из уравнения (54) при $a=1,5$. Вместо уравнений (53) и (54) для коридорных пучков можно использовать более простое, но несколько менее точное соотношение

$$Nu = \left[0,34 Re^{0,60} + \left(a + \frac{7,17}{a} - 6,52 \right) \left(\frac{5,75}{b-1,12} - 4,77 \right) \right] Pr^{0,31}. \quad (57)$$

Это уравнение дает отклонение от результатов расчета по (53) и (54) максимум $\pm 3\%$ и для большинства встречающихся на практике случаев является достаточно точным.

Почти одновременно с Пирсоном и Хьюджем Глязер [1.102] исследовал теплоотдачу при поперечном обтекании помещенного в регенератор многослойного вигого коридорного пучка, изготовленного из 7-миллиметрового стального прутка, и получил очень хорошее соответствие с результатами этих авторов. Это можно видеть на рис. 16, из которого одновременно следует, что в рассматриваемом случае коэффициент теплоотдачи при поперечном обтекании в 2—3 раза больше, чем при продольном. О методе экспериментального исследования теплоотдачи в регенераторах см. § 94.

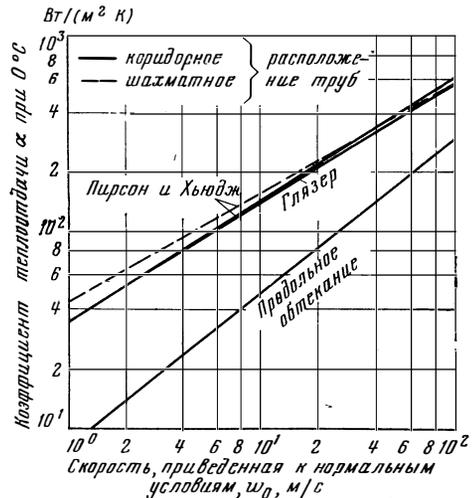


Рис. 16. Теплоотдача при поперечном и продольном обтекании труб.

Опытные данные Бресслера [1.99] лежат на 10% ниже, а данные Хаммеке, Хайнеке и Шольца [1.106] примерно на столько же выше данных Пирсона и Хьюджа, а следовательно, и Гримисона. Вероятно, что различие объясняется разной степенью турбулентности обтекающей трубы воздушного потока, неодинаковой шероховатостью поверхности труб и небольшими отклонениями в геометрических размерах. Опытные данные Бенке [1.96] показывают, что уравнения (53), (54) и (57) для коридорного расположения труб справедливы в более широкой области, чем область, охваченная соотношениями Гримисона, а именно, до $a=5$ и $b=22$. При a и b , превышающих 3, эти уравнения можно использовать и для шахматных пучков, поскольку в этих случаях различие в теплоотдаче между коридорными и шахматными пучками исчезает. В области шагов a и b , меньших 3, уравнения (53)—(57) могут использоваться до чисел $Re \approx 200\ 000$ без существенного увеличения ошибки.

Согласно упомянутым выше опытным данным Хаммеке, Хайнеке и Шольца [1.106] при числе $Re > 200\,000$ коэффициент теплоотдачи возрастает с увеличением Re быстрее, чем при меньших значениях Re . Для коридорных пучков при $Re > 200\,000$ число Nu пропорционально $Re^{0,82}$, для шахматных пучков — $Re^{0,96}$ и, наконец, для перекрестно-коридорных пучков, в которых трубы одного ряда расположены перпендикулярно к трубам предшествующего ряда — пропорционально $Re^{0,85}$. Для последнего решетчатого типа дучков существует наиболее благоприятное соотношение между теплоотдачей и потерями давления. К этому выводу пришел Брауэр [1.98] на основании собственных опытных данных и данных других авторов.

Грэн и Шольц [1.104] исследовали теплоотдачу на трубном пучке витого перекрестно-противоточного теплообменника (см. § 46), в котором трубки последовательных слоев имеют право- и левостороннюю навивку. В согласии с результатом Глазера (см. рис. 16) они установили, что полученные на пучках из прямых труб значения коэффициентов теплоотдачи и потерь давления могут быть без изменения перенесены на витые трубные пучки рассматриваемого типа.

Согласно [1.105] с помощью небольших выступов высотой лишь 0,5—1 мм, нанесенных на наружной поверхности поперечно-обтекаемой трубы, удастся существенно (максимум примерно на 50%) интенсифицировать теплоотдачу.

Из многочисленных дальнейших исследований теплоотдачи на поперечно-обтекаемых трубных пучках следует прежде всего отметить работу Гиршберга [1.108], который на основании полученных им опытных данных разработал заслуживающий внимания метод расчета.

Новые исследования теплоотдачи и потерь давления при поперечном обтекании труб и трубных пучков провел Ниггешмидт [1.117]. Результаты экспериментального исследования коэффициентов теплоотдачи он представил в форме приведенных ниже эмпирических уравнений. При этом в качестве характерной скорости в числе Re он использовал не скорость в наиболее узком проходном сечении между соседними трубами, а скорость набегающего потока w_0 . Соответствующее число Рейнольдса, в которое входит эта скорость, он обозначил Re_0 . Опытные данные Ниггешмидта для поперечного обтекания одиночной трубы согласуются со следующим уравнением, предложенным Брандтом [1.97]:

$$Nu = (1,506 + 0,158 Re_0^{0,4})^2. \quad (58)$$

Согласно Ниггешмидту для трубного ряда справедливо это же уравнение, если его правую часть умножить на коэффициент, зависящий только от относительного поперечного шага a . В результате для отдельного трубного ряда имеем:

$$Nu = (1,506 + 0,158 Re_0^{0,4})^2 \frac{a - \pi/8}{a - \pi/4}. \quad (59)$$

Напротив, для трубных пучков Ниггешмидт предложил следующие новые уравнения:

для коридорного пучка

$$Nu = (1,517 + 0,205 Re_0^{0,33})^2 \frac{a}{a - \pi/4}; \quad (60)$$

для шахматного пучка

$$Nu = (1,878 + 0,256 Re_0^{0,36})^2 \frac{a}{a - \pi/4}. \quad (61)$$

Опытные данные Ниггешмидта хорошо согласуются с упомянутыми результатами Бресслера. Кроме того, Ниггешмидт [1.117] исследовал теплоотдачу в пучках со смешанной компоновкой труб. Интересно отметить, что согласно только что рассмотренным новым опытным данным не наблюдается сильной зависимости теплоотдачи от относительных шагов a и b , такой как в уравнениях Гримисона (54) и (56). Отмечается лишь небольшое изменение коэффициента теплоотдачи

с изменением a , выраженное последними множителями в правых частях уравнений (59) — (61).

Теплоотдача при поперечном обтекании труб капельными жидкостями. Теплоотдачу при поперечном обтекании жидкостью одиночной трубы исследовал Ульзамер [1.127]. Результаты своих опытов с воздухом, водой, парафином и трансформаторным маслом он обобщил уравнением

$$Nu = 0,6 Re^{0,5} Pr^{0,31}. \quad (62)$$

Теплоотдачу при поперечном обтекании труб в пучке капельной жидкостью благодаря теории подобия можно рассчитать по эмпирическим соотношениям (53) — (57) или (58) — (61), если учесть зависимость Nu от числа Pr с помощью подходящего степенного выражения.

15. Теплоотдача оребренных труб

Повышение коэффициента теплоотдачи на наружной стороне трубы за счет поперечного обтекания ее потоком имеет большое значение прежде всего при высоком коэффициенте теплоотдачи внутри трубы (продольное омывание стенки) и низком коэффициенте теплоотдачи на наружной поверхности. Такое различие коэффициентов теплоотда-

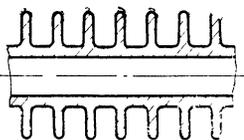


Рис. 17. Труба с плоскими ребрами.

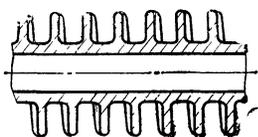


Рис. 18. Труба с винтообразно навитым ребром.

чи обусловлено различными режимами течения, разницей давлений и температур, но прежде всего физических свойств движущихся сред. Например, коэффициент теплоотдачи при течении в канале газа под высоким давлением в 2—3 раза выше, чем при продольном обтекании того же канала газом низкого давления. С помощью перекрестноточной, а лучше перекрестно-противоточной (§ 46) схем движения теплоносителей коэффициенты теплоотдачи на внутренней и наружной сторонах труб удается примерно выравнять.

Однако коэффициенты теплоотдачи различаются значительно сильнее, если по трубе течет жидкость, а снаружи трубу омывает газ. В этом случае применение только перекрестноточной или перекрестно-противоточной схем движения теплоносителей уже недостаточно для выравнивания обоих коэффициентов теплоотдачи. Но **передаваемый** трубой тепловой поток можно заметно повысить, если наряду с использованием поперечного обтекания применить оребрение трубы, т. е. искусственное увеличение ее наружной поверхности.

Как правило, ребра представляют собой плоские круглые диски, укрепленные на одинаковых расстояниях друг от друга на наружной поверхности трубы (рис. 17). На трубах из чугуна или литой стали ребра отлиты заодно с телом трубы. Часто оребрение изготавливается из стальной ленты, навитой на трубу таким образом, что ребра оказываются расположенными перпендикулярно к стенке трубы (рис. 18)*.

* Трубы с таким оребрением часто ошибочно называют спирально-оребрёнными, тогда как их следовало бы называть трубами с винтовым оребрением.

Иногда продольными ребрами оребряют и внутреннюю поверхность труб. Ребра устанавливают также на плоских поверхностях, в частности, на наружной поверхности вертикальных стенок охлаждаемых воздухом сосудов и в отопительных радиаторах. В настоящем параграфе, однако, рассматриваются только трубы, оребренные с наружной стороны.

Теплота, которую ребро отдает окружающему газу, должна сначала быть передана от стенки трубы через основание внутрь ребра (при теплоотдаче от газа к оребренной трубе направление переноса теплоты обратное). При этом в ребре устанавливается радиальный градиент температуры. Вследствие этого температурный напор между поверхностью ребра и газом в среднем ниже, чем между основанием ребра или поверхностью трубы и газом. Поэтому теплопередача через оребренную наружную поверхность не возрастает во столько же раз, во сколько увеличивается площадь поверхности за счет оребрения.

Отношение среднего по поверхности ребра температурного напора к температурному напору в основании ребра называется коэффициентом полезного действия (КПД) ребра η_R , который можно рассчитать теоретически, если предположить, что температура газа постоянна, а коэффициент теплоотдачи α_R одинаков по всей поверхности ребра. Такие расчеты подробнее рассматриваются в § 47. По приведенным в нем рисункам можно определить КПД ребер прямоугольного и треугольного профиля¹ различных размеров при различных значениях коэффициента теплоотдачи.

Если принять, что коэффициент теплоотдачи на поверхности несущей трубы между ребрами также равен α_R , то количество теплоты, передаваемой оребренной трубой в единицу времени окружающему ее газу, можно рассчитать по следующему уравнению:

$$\dot{Q} = \alpha_R (F_{\text{трубы}} + \eta_R F_{\text{ребра}}) (\Theta_0 - \vartheta_a), \quad (63)$$

где $\Theta_0 - \vartheta_a$ — разность температур между наружной поверхностью стенки трубы и газом; Θ_0 — одновременно температура поверхности ребра в основании.

В дальнейшем будет показано, как можно просто определить коэффициент теплоотдачи по данным измерений. Однако прежде всего следует отметить, что, при турбулентном режиме течения, который, как правило, существует при обтекании оребренных труб, коэффициент теплоотдачи по поверхности ребра отнюдь не постоянен, а увеличивается в 2—3 раза от основания ребра к вершине. Это объясняется в основном тем, что на несущей трубе и в основании ребра пограничный слой толще, чем у вершины ребра. Как распределяется коэффициент теплоотдачи по поверхности ребра, показывает, например, рис. 19, на котором приведены данные измерений Крюкельса и Коттке [1.114].

Несмотря на эти различия в коэффициентах теплоотдачи, для практических расчетов желательно знать среднее значение α_R , которое можно непосредственно подставлять в уравнение (63). Для определения этого среднего значения Т. Шмидт [1.124] предложил следующее эмпирическое уравнение, полученное на основе обработки данных

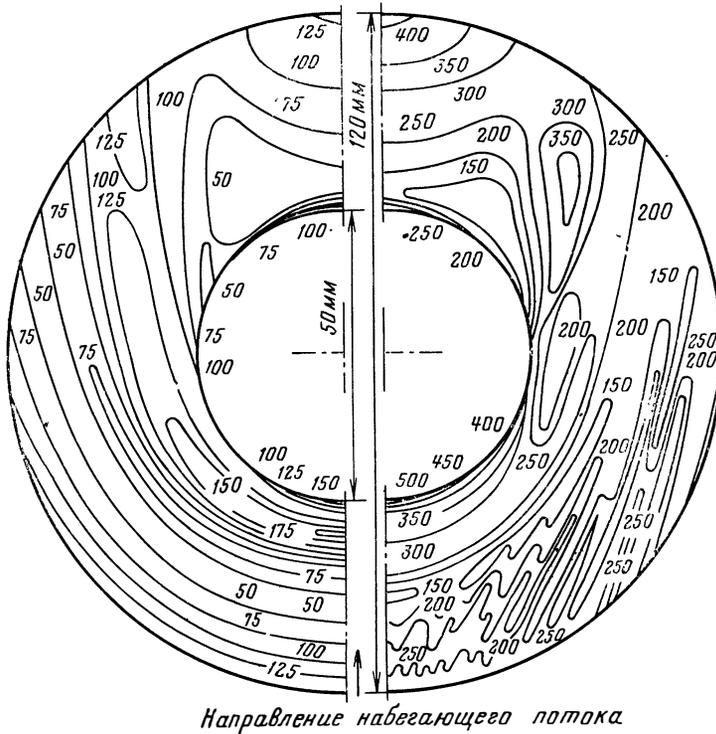
¹ В оригинале «поперечного сечения», однако в современной литературе по оребренным поверхностям это сечение принято называть профильным, а поперечными называют сечения, перпендикулярные высоте ребра и параллельные несущей оребренной поверхности. — *Прим. пер.*

восьми различных экспериментаторов по теплоотдаче на трубных пучках:

$$\text{Nu}_d = C (\text{Re}_d)^{0,625} (F/F_0)^{-0,375} \text{Pr}^{1/3}, \quad (64)$$

где $C=0,30$ и $0,45$ соответственно для коридорных и шахматных пучков.

Индекс d означает, что в качестве характерной длины в числах Nu и Re используется наружный диаметр трубы d . В качестве характерной скорости в числе Re используется скорость в наименьшем поперечном



Направление набегающего потока

Рис. 19. Распределение коэффициента теплоотдачи α по поверхности одиночного кольцевого ребра [скорость набегающего потока: слева 2 м/с, справа 10 м/с, α — в ккал/(м²·ч·К), значения в Вт/(м²·К) на 16,3% выше].

сечении трубного ряда. F — полная наружная поверхность оребренной трубы, а F_0 — поверхность гладкой (неоребреной) трубы того же наружного диаметра d и длины. Уравнение (64) в среднем хорошо соответствует опытным данным; его правильность подтверждена в результате применения к практическим расчетам¹.

16. Теплоотдача в насадках

В технике насадки используются в форме неподвижного (плотного) и псевдооживленного слоев. В псевдооживленном слое, называемом также кипящим, благодаря интенсивному движению небольших твердых частиц с большой скоростью протекают прежде всего химические процессы и процесс сушки. Хотя в псевдооживленных слоях условия переноса теплоты также необычно благоприятны, для чисто техниче-

¹ Согласно частному сообщению проф., д-ра К. Стефана, Штутгарт.

ской теплопередачи они вряд ли играют роль. Напротив, плотные слои используются в различных процессах теплопередачи и прежде всего в качестве насадок регенераторов. В этой роли они используются для предварительного нагрева воздуха, подаваемого в доменные, мартеновские и стекловаренные печи, в регенеративных теплообменниках газотурбинных установок, а также для охлаждения воздуха и других газов в криогенной технике. В самой же доменной печи теплота передается от поднимающегося потока коксового газа к медленно опускающейся массе, состоящей из раздробленной руды, кокса и присадок.

Работа регенераторов и их расчет подробно рассматриваются в третьей части настоящей книги. В то же время типы насадок, применяемых в регенераторах, и коэффициенты теплоотдачи, определяющие теплообмен между насадкой и проходящим через нее потоком газа, рассматриваются в настоящем параграфе.

Типы насадок регенераторов.

Насадка регенератора может иметь самые различные формы (рис. 20 и 21). Простейшей формой

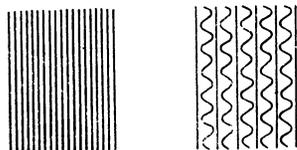
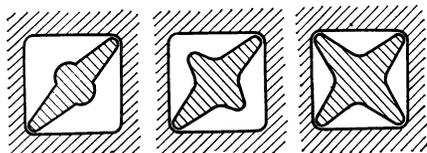
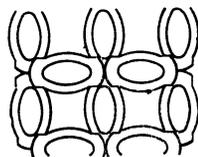
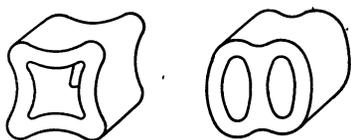
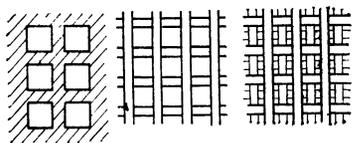


Рис. 20. Элементы кирпичной насадки.

Рис. 21. Формы поперечного сечения насадки регенераторов.

являются гладкие выложенные из кирпича шахты. При этом поперечное сечение шахты часто загромождается полым, спиральным или другим фасонным кирпичом, что приводит как к повышению скорости потока, так и к увеличению поверхности нагрева и теплоемкости насадки (рис. 20). Путем постепенного изменения размера или формы этих элементов насадки можно при постоянном поперечном сечении шахты увеличить проходное сечение потока в направлении роста температуры. Это желательно, поскольку с увеличением температуры быстро возрастает роль теплового излучения. Из простых кирпичей в форме прямоугольного параллелепипеда можно выложить также решетчатые насадки (рис. 21, сверху) коридорного или шахматного типов. С помощью фасонного кирпича форму решетчатой насадки можно изменять различным образом (рис. 21, в центре). В этом случае можно также применять кирпич различной толщины, чтобы увеличивать поперечное сечение потока в направлении снизу вверх.

При умеренных и низких температурах в качестве элементов насадки часто используют шары, кольца Рашига, гравий и другие зернистые материалы. Каналы очень малых размеров и вследствие этого особенно

благоприятные условия для теплопередачи при низком гидравлическом сопротивлении имеют насадки, изготавливаемые из тонкого металлического листа (рис. 21, внизу). Такие листы могут быть установлены параллельно на небольших расстояниях один от другого. Однако часто их (иногда частично) для повышения жесткости, а также интенсификации теплоотдачи изготавливают волнистыми, как например, в воздухоподогревателях Юнгстрема (см. рис. 125) или криогенных регенераторах (см. рис. 123 и 22). Предложенная М. Френклем [1.100] и долгие годы успешно применяемая в криогенной технике форма насадки показана на рис. 22. Она изготовлена из наклонно гофрированных тонколистовых лент из алюминия или алюминированной стали, причем гофры на последовательно навиваемых друг на друга лентах направлены в противоположные стороны. Насадка регенератора состоит примерно из 200 галет высотой по 2 см каждая, изготовленных из гофрированной ленты. Насадки с очень малыми и разветвленными каналами начали изготавливать недавно из высокопрочных стеклокерамических материалов. На рис. 23 в качестве примера изображена такая насадка вращающегося регенератора газотурбинной установки¹. Хотя ширина каналов этой насадки составляет 1 мм и меньше, она может, по данным изготовителя, выдерживать температуры до 1100°C. Исключительно малые размеры имеют регенераторы газовых холодиль-

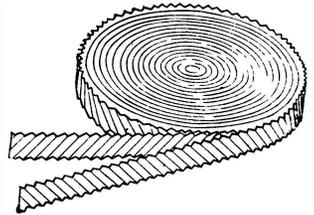


Рис. 22. Насадка низкотемпературных регенераторов из гофрированных металлических лент («галета») по Френклю.

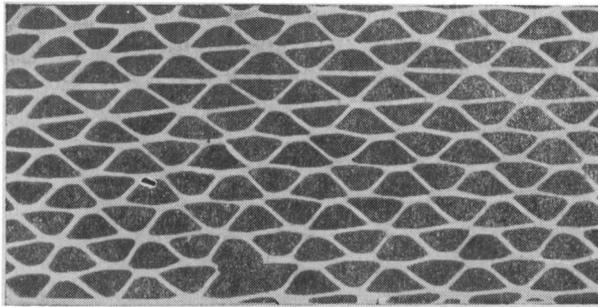


Рис. 23. Керамическая высокотемпературная насадка.

ных машин «Филипс», разработанных для получения очень низких температур. Насадка таких регенераторов изготовлена из тонкой скрученной медной проволоки.

Экспериментальное исследование теплоотдачи в насадках. Теплоотдача между насадками различных типов и продуваемыми через них газами исследовалась во многих работах. Если насадка представляет собой гладкую шахту постоянного поперечного сечения, теплоотдачу в ней можно рассчитать по приведенным в § 9 уравнениям для труб и каналов. Это же справедливо и в случае, когда поперечное сечение

¹ Снимок любезно предоставлен фирмой Motoren- und Turbinen-Union GmbH из Мюнхена.

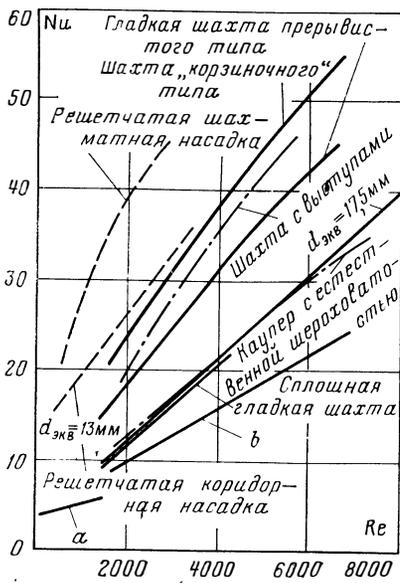


Рис. 24. Теплоотдача в различных насадках регенераторов.

Сравнение опытных данных Язисизаде (—) с данными Бёма (— · — · —) и Лянганса (— —); a , b — теплоотдача в трубах при ламинарном и турбулентном течении.

коэффициент теплоотдачи \bar{a} , который согласно уравнению (521) отнесен к средней температуре насадки. В отличие от этого, в данные других авторов входит действительный коэффициент теплоотдачи a . В качестве характерного размера в числах Nu и Re , а также в опытных данных, приведенных на рис. 25, используется эквивалентный диаметр,

шахты загромождено упорядочно уложенными кирпичами (рис. 20), поскольку по крайней мере на отдельных участках поперечное сечение не изменяется или изменяется лишь незначительно. Теплоотдачу в выложенных кирпичом прямоугольных шахтах с различной шероховатостью поверхности исследовал Бём [1.4], а в модельных шахтах — Язисизаде [1.129]. Последний исследовал, кроме того, шахты прерывистого типа, а также так называемого «корзиночного» типа. Эти шахты отличаются от простых тем, что в их стенках имеются упорядоченно расположенные отверстия. Результаты Язисизаде представлены на рис. 24 в виде сплошных линий. Для сравнения на этом же рисунке штрихпунктирными линиями изображены опытные данные Бёма, а штриховыми линиями — данные Лянганса [1.115], перенесенные с рис. 25. В числе Nu по Язисизаде входит не действительный коэффициент теплоотдачи a , а примерно на 10—20% меньший

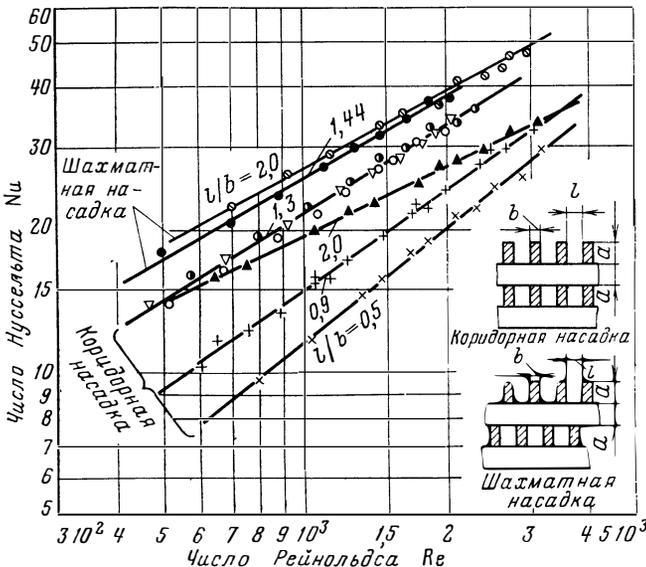


Рис. 25. Теплоотдача в насадках решетчатого типа по опытным данным Лянганса.

определяемый согласно уравнению (14) из соотношения

$$\alpha_{\text{кв}} = 4V/F, \quad (65)$$

где V — свободный объем между отдельными элементами насадки в заданном объеме, занимаемом насадкой; F — омываемая газом поверхность насадки.

Теплоотдачу в решетчатых насадках регенераторов экспериментально исследовал Кистнер [1.112]. Позднее Лянганс [1.115] провел измерения на таких насадках в небольшом экспериментальном регене-

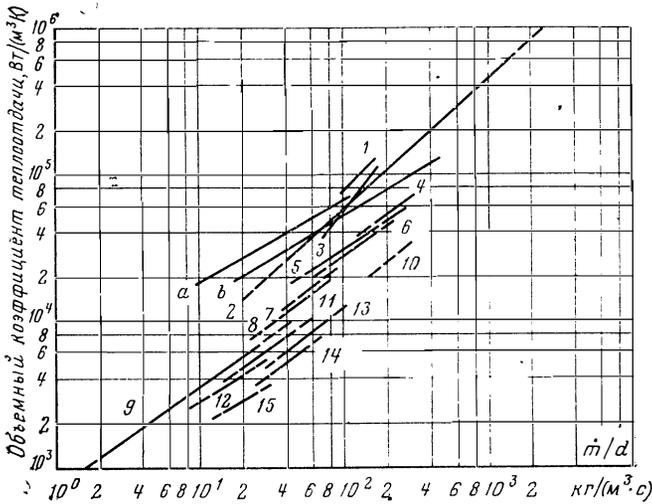


Рис. 26. Теплоотдача в различных засыпках согласно данным, собранным Вайсхауптом.

1 — базальт 10 мм; 2 — шары диаметром 1,6–6,3 мм; 3 — галька 10 мм; 4 — железная руда 8 мм; 5 — железная руда 11 мм; 6 — стальные шары 19 мм; 7 — стальные шары 32 мм; 8 — железная руда 38 мм; 9 — гравий 8–33 мм; 10 — кокс 8 мм; 11 — известняк 19 мм; 12 — известняк 41 мм; 13 — кокс 19 мм; 14 — кокс 45 мм; 15 — кокс 70 мм; а — кварцитовый щебень 11,5 мм; б — кварцитовый щебень 9,1 мм

раторе. Полученные им результаты, хорошо согласующиеся с данными Кистнера, представлены на рис. 25. Лянганс относил скорость течения к поперечному сечению в свету, если смотреть на расположенные один над другим два слоя кирпичей в направлении штока. В число Nu в данном случае входит действительный коэффициент теплоотдачи α .

Первые измерения теплоотдачи в неупорядоченных засыпках, преимущественно из раздробленного материала, провел Фёнас [1.101]. Большое число опытных данных такого рода, собранных Вайсхауптом [1.128], представлено на рис. 26. На этом же рисунке в виде кривых a и b изображены опытные данные Язисизаде [1.129], полученные на засыпках из гравия. Данные представлены в виде зависимости количества теплоты, передаваемой за 1 с в 1 м³ засыпки при разности температур в 1 К, Дж/(м³·с·К), от \dot{m}/d , где \dot{m} — количество газа, продуваемого за 1 с через 1 м² площади полного поперечного сечения насадки, кг/(м²·с), а d — средний диаметр частиц, м.

Польте [1.119, 1.120] исследовал теплоотдачу на одном обогреваемом шаре, расположенном в засыпке из необогреваемых шаров одинакового диаметра. В дальнейшем были проведены многочисленные экспериментальные исследования теплоотдачи в шаровых засыпках.

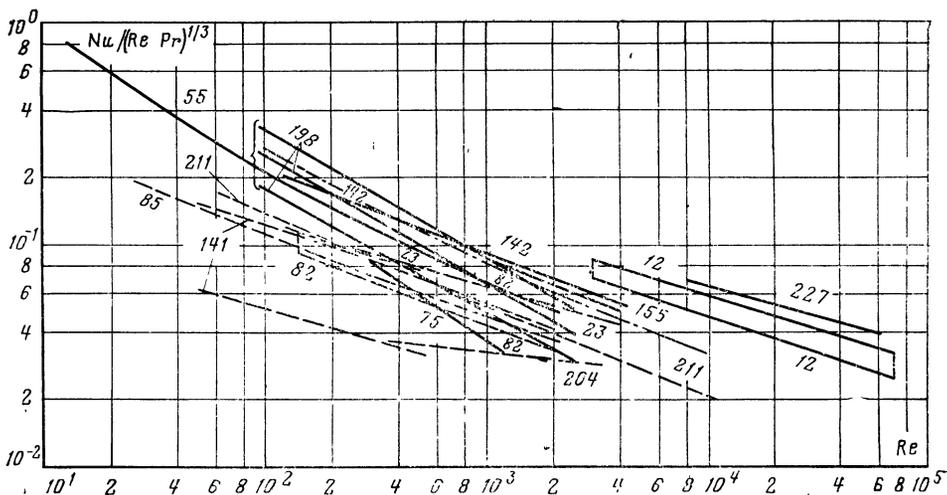


Рис. 27. Теплоотдача в насадках регенераторов.

— шары, преимущественно в упорядоченной укладке; - - - насадочные элементы другой формы; - · - · - опытные данные Маллинга и Тодоса.

Номера относятся к таблице и списку литературы из статьи Баркера [1.95]

Номер	Форма элемента насадки	Размер, мм	Область температур, °С	
12	Шар	49	116	
55		16	12—25	
75		17	21	
142		38	18—60	
155		10	25—42	
198		16	Близкая к комнатной	
227		100		
23		Цилиндр	4—6	21
82			5—9	
85		Кольца Рашига	5—17	27—100
	5—8			
141	Шар	6—10	21—50	
		6—10		
		8—33		
204	Гравий	2—6	38—121	
		13—30	38(?)	
211	Гранулят	56	17—42	
		13—30		
		6—13		
	Седловидная насадка Берля			

Результаты 244 таких исследований обобщил Баркер [1.95]. На рис. 27 и 28, заимствованных из его статьи, представлена зависимость комплекса $Nu/(Re Pr)^{1/3}$ от числа Re . В качестве характерного размера в числа подобия используется средний диаметр частиц d , а в качестве характерной скорости — скорость w в пустом (свободном от насадки) канале. В общем и целом в такой обработке получается семейство кривых, расположенных сравнительно близко одна от другой. Отдельные кривые на рис. 28, лежащие значительно ниже остальных, получены в опытах, имеющих низкую точность, проведенных при высоких температурах и неустановившемся состоянии. В них измерялась только изменяющаяся во времени температура газа на выходе из предварительно нагретой насадки (см. § 66 и рис. 158). Напротив, по остальным кривым можно для многих случаев оценить ожидаемый коэффициент теплоотдачи. Опытные данные, появившиеся после публикации статьи Баркера, хорошо укладываются в группы кривых, приведенных

на рис. 27 и 28. В качестве примера на рис. 27 штрихпунктирными линиями изображены опытные данные Маллинга и Тодоса [1.116].

Теплоотдачу и падение давления в насадках, разработанных для регенераторов криогенных установок (рис. 22), исследовал Глязер [1.102]. Он использовал экспериментальный регенератор, продуваемый воздухом или азотом. Метод измерений, примененный в опытах Глязера, а также в упомянутых выше опытах Лянганса [1.115] и Язиси-заде [1.129], будет рассматриваться в § 94. Опытные данные Глязера по теплоотдаче представлены на рис. 29. В верхней части рисунка приведены непосредственно опытные точки для лент с мелкими и крупными гофрами, а в нижней части — сглаженные кривые для ленты шириной $b=25$ мм при различных значениях эквивалентного диаметра $d_{\text{экв}}$, подсчитанного по уравнению (65). Данные представлены в виде зависимости коэффициента теплоотдачи α от приведенной к нормальным условиям (температуре 0°C и давлению $0,1$ МПа) скорости ω_0 . При этом скорость ω_0 определяется путем отнесения расхода газа, движущегося вдоль регенератора, к свободному поперечному сечению, определяемому путем вычитания сечения, занимаемого металлом насадки, из полного поперечного сечения регенератора. Несмотря на малые скорости течения, лежащие в ламинарной области, α имеет сравнительно высокие значения. Кроме того, α тем больше, чем меньше $b/d_{\text{экв}}$ или чем больше эквивалентный диаметр гофров, поскольку шири-

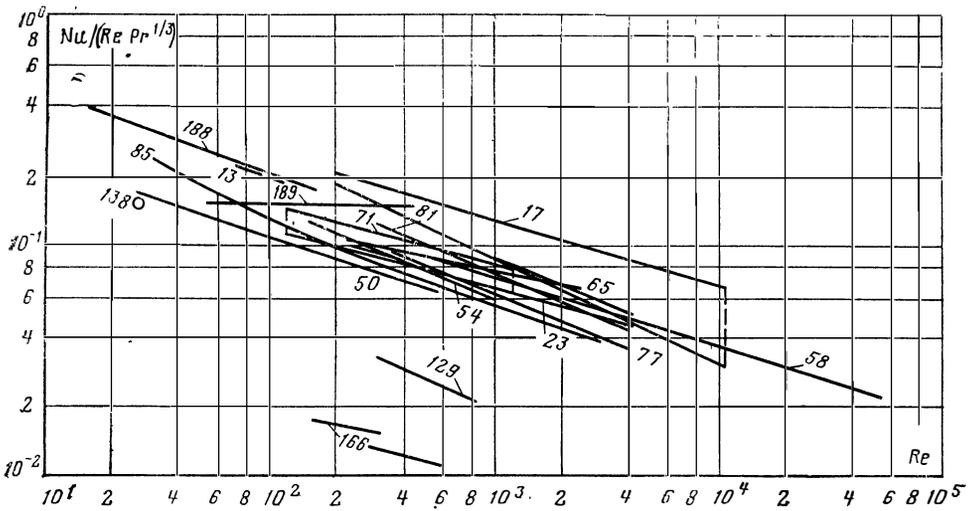


Рис. 28. Теплоотдача в неупорядоченных засыпках из шаров. Номера относятся к таблице и списку литературы из статьи Баркера [1.95]

Номер	Диаметр, мм	Область температур, $^\circ\text{C}$	Номер	Диаметр, мм	Область температур, $^\circ\text{C}$
13	4	60—93	77	2,3—12	15—71
17	3, 4 и 6	32—150	81	10—52	27—93(?)
23	5	21	85	5, 6, 8	21—65
50	2,1	21—32	129	11	1200
54	3—6	27—50	138	0,7	38
58	—	—	166	8 и 13	38—1150
65	9	21—93	188	5	38—480
71	19, 32, 49	38—710	189	1,6; 3,6	16—100

на ленты b во всех опытах оставалась почти постоянной. Оба явления объясняются тем, что вследствие малой длины отдельных каналов газ набегает на все новые торцы гофрированных лент и на ламинарное течение постоянно накладываются вихреобразные возмущения, значительно интенсифицирующие теплоотдачу. В более широких каналах эти возмущения затухают медленнее, чем в узких, что и обуславливает повышение α с увеличением $d_{\text{экрв}}$.

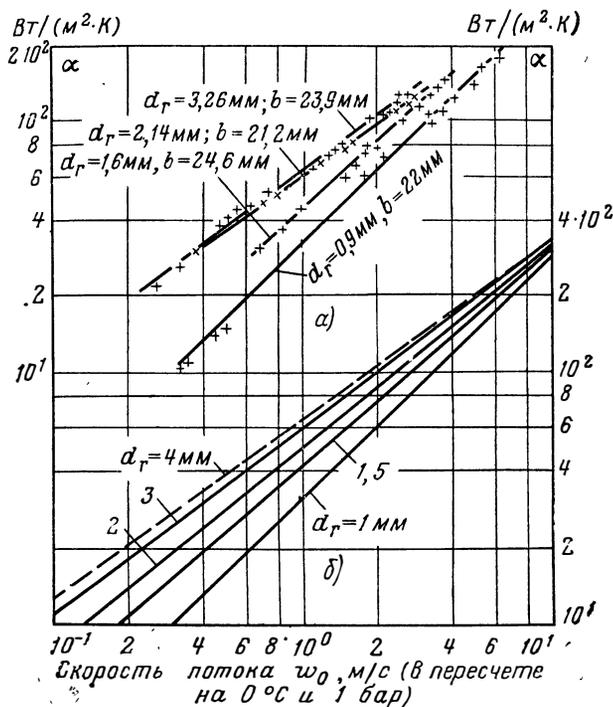


Рис. 29. Теплоотдача в насадке из гофрированной ленты (см. рис. 22) по опытным данным Глязера.

a — кривые, построенные по опытным точкам; b — сглаженные кривые для лент шириной $b=25$ мм; $d_r = 4 \frac{\text{свободный объем, занятый газом}}{\text{площадь поверхности нагрева}}$ — гидравлический диаметр [практически $d_r = (1, 3, \dots, 1,5)$ ($a - \delta$), где $(a - \delta)$ — глубина гофра в свету].

Уравнения для теплоотдачи в шаровых засыпках. Ешар [1.111] обобщил собственные опытные данные по теплоотдаче в шаровых засыпках и некоторые данные других исследователей следующим уравнением:

$$Nu' = 1,25 + Re'^{0,5} + 0,005 Re', \quad (66)$$

где

$$Re' = \frac{1}{1-\varepsilon} \frac{\omega d}{\nu} = \frac{1}{1-\varepsilon} Re; \quad (67)$$

$$Nu' = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} \frac{\alpha d}{\lambda} = \frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} Nu; \quad (68)$$

ε — относительный объем пустот; ω — скорость потока, которая установилась бы в пустом (свободном от насадки) канале; d — диаметр шаров¹.

На рис. 30 представлена построенная по этим уравнениям зависимость комплекса $Nu/(Re Pr^{1/3})$ от числа Re . Она аналогична зависимостям, приведенным на рис. 27 и 28. Из рис. 30 можно видеть, сколь значительное влияние оказывает относительный объем пустот, чем, по-видимому, отчасти и можно объяснить сильный разброс опытных данных, приведенных на графиках Баркера.

Для пояснения формы уравнений (67) и (68) отметим, что действительная скорость газа в объеме «пустот» составляет ω/ε , а эквивалентный диаметр при диаметре шаров d согласно уравнению (65) равен $(2/3) [\varepsilon/(1-\varepsilon)]d$. Подставив эти выражения в обычные уравнения, определяющие числа Re и Nu , и пре-небрегая множителем $2/3$, получим выражения (67) и (68).

На основе собственных опытных данных Ешар обобщил выражение, первоначально стоявшее на месте первого члена в правой части уравнения (66), так что уравнение стало пригодно для расчета теплоотдачи в засыпках различного фракционного состава. По данным тех же измерений Ешар пришел к заключению, что с точки зрения теплоотдачи в доменной печи безразлично, помещаются ли кокс и руда послойно друг над другом или же в смешанном виде.

17. Теплоотдача при фазовых превращениях, в частности при конденсации и кипении

Когда один из теплоносителей конденсируется или кипит, коэффициенты теплоотдачи, как правило, во много раз выше, чем при теплообмене без изменения агрегатного состояния.

В последние годы выполнено очень большое число работ по теплоотдаче при конденсации и кипении. Поэтому в дальнейшем рассматриваются лишь наиболее важные из них.

Теплоотдача при конденсации. При пленочной конденсации, когда конденсат стекает по стенке в виде тонкой ламинарной пленки жидкости, коэффициент теплоотдачи можно рассчитать по теоретическим уравнениям, полученным Нуссельтом [1.147]. Уравнение Нуссельта для среднего коэффициента теплоотдачи при конденсации чистого неподвижного насыщенного пара на вертикальной плоской стенке высотой h имеет вид:

$$\alpha = 0,943 \sqrt[4]{\frac{gr\rho^2\lambda^3}{\eta h (\vartheta_s - \vartheta_0)}}, \quad (69)$$

¹ В письме автору Ешар сообщил, что теперь он предпочитает в уравнении (66) использовать константу 1,25 вместо первоначально применявшегося выражения $2\varepsilon/(1-\varepsilon)$. Сам Ешар использовал выражения Re' и Nu' для обозначения величин, обратных приведенным в уравнениях (66) — (68).

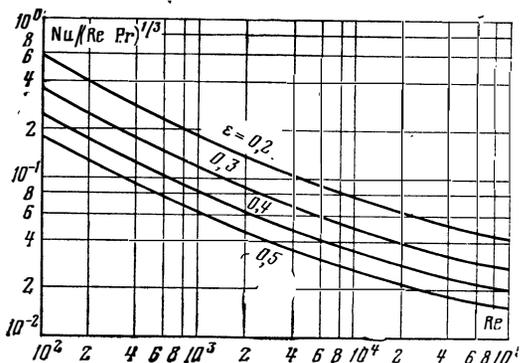


Рис. 30. Теплоотдача в шаровых засыпках по уравнению Ешара при $Pr=0,73$; ε — относительный объем пустот.

где r — теплота парообразования; ρ , λ и η — плотность, теплопроводность и вязкость жидкости; ϑ_s — температура насыщенного пара; Θ_0 — температура поверхности стенки.

Уравнение (69) с достаточной точностью справедливо для внутренней и наружной поверхностей стенки вертикальной трубы не очень малого диаметра. Для случая конденсации пара на горизонтальной трубе наружным диаметром d Нуссельт получил соответственно следующее соотношение:

$$\alpha = 0,725 \sqrt[4]{\frac{g\rho^2\lambda^3}{\eta d (\vartheta_s - \Theta_0)}} \quad (70)$$

Для водяного пара по этим уравнениям получаются коэффициенты теплоотдачи около 5000—10 000 Вт/(м²·К). Измеренные значения коэффициентов теплоотдачи при конденсации водяного пара и паров органических веществ в среднем превышают значения, рассчитанные по уравнениям (69) и (70). В то же время опытные данные имеют большой разброс, так что следует учитывать возможность их отклонений от расчетных значений от —10 до +20%.

При повышенных количествах образующегося конденсата, что происходит, например, при больших разностях температур или большой высоте стенок, пленка жидкости может стать турбулентной. При этом согласно расчетам Григулля [1.138] и опытным данным Ши и Крейза [1.150] коэффициент теплоотдачи повышается на 25—40%. Турбулизации пленки следует ожидать, если критерий

$$\frac{\alpha (\vartheta_s - \Theta_0) h}{\eta r}, \quad (71)$$

в котором α вычислено по уравнению (69), превысит примерно 300.

Для представления теоретических и экспериментальных результатов при турбулентном течении пленки конденсата Григуль предложил [1.138, 1.139] соотношение

$$\alpha = 0,003 \sqrt[4]{\frac{g\rho^2\lambda^3 (\vartheta_s - \Theta_0) h}{\eta^3 r}}. \quad (72)$$

Еще более высокие коэффициенты теплоотдачи [до 80 000 Вт/(м²·К) и выше] получают при капельной конденсации, когда конденсат образуется на поверхности в виде множества мелких капель. Возникновение капельной конденсации зависит в первую очередь от состояния поверхности и материала стенки. Несмотря на многочисленные попытки создать благоприятные предпосылки для протекания капельной конденсации и с помощью различных добавок к конденсирующемуся пару обеспечить ее возникновение, пока не удалось надежно и длительно поддерживать этот тип конденсации. Поэтому рекомендуется всегда вести расчеты, используя в них коэффициенты теплоотдачи при пленочной конденсации.

При конденсации паров других, отличных от воды, жидкостей, как правило, происходит только пленочная конденсация. Если пленка ламинарная, то и в этих случаях с указанной точностью можно использовать уравнения (69) и (70). Более точное соотношение для расчета теплоотдачи при конденсации, полученное на основании собственных опытных данных, предложили недавно Грегори, Керн и Турек [1.137].

Отдельно рассмотрим практически важное явление, упомянутое еще в предисловии. Нередко в теплообменниках с газообразными теплоно-

сителями некоторые составляющие газовой смеси конденсируются или же, наоборот, жидкости испаряются в газовую фазу. В таких случаях передаваемый в теплообменниках тепловой поток определяет не только нагрев и охлаждение газов, но и фазовые переходы — конденсацию и парообразование. После ранних, главным образом теоретических, работ [1.142, 1.147], посвященных исследованию происходящих при этом процессов, Ярошек [1.141] экспериментально измерил коэффициенты теплоотдачи при конденсации водяного пара в присутствии воздуха, а Людер [1.145] — коэффициенты теплоотдачи при конденсации водяного пара, аммиака и метана в присутствии водорода. На рис. 31 представлены коэффициенты теплоотдачи при конденсации смесей водяного пара с воздухом, приближенно рассчитанные по опытным данным Ярошека [1.141]. В принципе аналогичная зависимость коэффициента теплоотдачи от состава получается и из опытных данных Людера [1.145].

Кроме того, значения, приведенные на рис. 31, хорошо согласуются с опытными данными Ренкера [1.148] при конденсации пара, движущегося в трубе со скоростью около 5 м/с. С увеличением скорости пара коэффициент теплоотдачи α увеличивается. Согласно данным Ренкера при молярной доле воздуха 50% и скорости 25 м/с α увеличивается примерно в 4 раза. Коэффициенты теплоотдачи в среднем такого же порядка, как показаны на рис. 31, получили Киршбаум и Ветъен [1.143], а также Стюарт и др. [1.153] по измерениям в кольцевом канале. Данные Шрадера [1.149], полученные по измерениям в кожухотрубчатом конденсаторе, лежат несколько ниже.

Из рис. 31 видно, как резко уменьшается коэффициент теплоотдачи при увеличении содержания воздуха. Все измерения подтверждают точку зрения Нуссельта [1.147] и Аккермана [1.130, 1.131], что при конденсации в присутствии неконденсирующегося газа пар, прежде чем конденсироваться на стенке, должен диффундировать через лежащий под ним слой воздуха или другого газа.

Теплоотдача при кипении. При кипении теплоперенос, а следовательно, и коэффициент теплоотдачи, сильнее, чем при других процессах, зависит от разности температур поверхности стенки и кипящей жидкости $\Delta\vartheta = \vartheta_0 - \vartheta_f$. На рис. 32 представлена зависимость от этой разности температур плотности теплового потока \dot{q} , которую в технике часто называют тепловой нагрузкой поверхности нагрева и которая равна количеству теплоты, отводимой в единицу времени с единицы поверхности стенки. На рис. 32 различают четыре области. Между точками *A* и *B* теплота передается в основном путем свободной или вынужденной конвекции.

Наибольшее техническое значение имеет область пузырькового кипения, заключенная между точками *B* и *C*. При этом режиме кипения

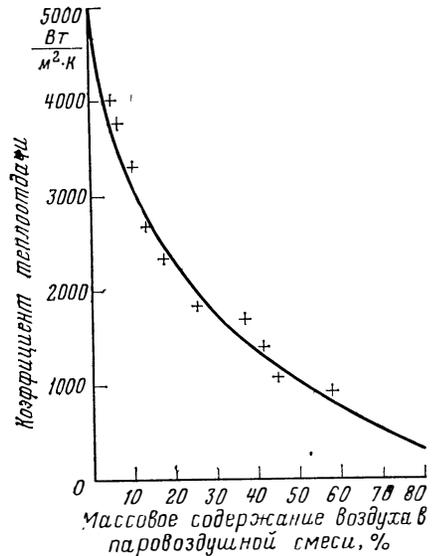


Рис. 31. Коэффициент теплоотдачи при охлаждении насыщенных смесей водяного пара с воздухом.

в определенных наиболее благоприятных местах поверхности возникают паровые пузыри, которые быстро растут и поднимаются через слой жидкости. С увеличением разности температур $\Delta\vartheta$ число паровых пузырей также увеличивается, что вызывает более интенсивное перемешивание жидкости и значительную интенсификацию теплоотдачи.

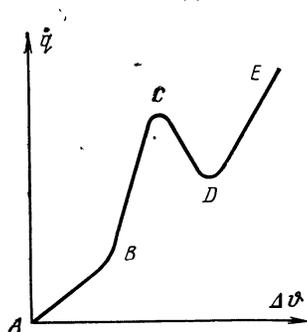


Рис. 32. Зависимость плотности теплового потока \dot{q} при кипении жидкостей от разности температур $\Delta\vartheta$ поверхности стенки и кипящей жидкости.

От точки C до точки E (через точку D) расположены области пленочного кипения¹, в которых между поверхностью нагрева и жидкостью возникают паровые прослойки, постепенно сливающиеся в сплошную паровую пленку. Если температура поверхности нагрева принудительно не поддерживается постоянной, состояния между C и D становятся неустойчивыми и, например, при $\dot{q} = \text{const}$ может произойти самопроизвольный переход на правую ветвь кривой в точку, лежащую между D и E . Такой переход, особенно переход из точки C , вызывает резкое возрастание температуры поверхности нагрева, зачастую вызывающее ее расплавление или прогорание. Поэтому состояние в точке C в американской литературе называется *burn out* (пережог). Точку D обычно называют точкой Лейденфроста.

Теплоотдача в области пузырькового кипения исследована особенно подробно. Обзор результатов наиболее важных работ, опубликованных до 1963 г., содержится в статье В. Фрица [1.136]. Согласно этому обзору коэффициенты теплоотдачи, измеренные на плоских пластинах, в сосудах, а также на наружной стороне горизонтальных и вертикальных труб в пределах области разброса опытных данных, составляющей обычно около 20%, совпадают.

Попытки обобщить результаты экспериментального определения коэффициентов теплоотдачи при кипении различных жидкостей с помощью соотношений, полученных методами теории подобия, привели к заслуживающим внимания формулам, хотя еще и не дали полностью удовлетворительных результатов.

Стефан [1.152] определил существенные для процесса кипения критерии и посредством обработки собственных опытных данных и данных других исследователей для различных кипящих жидкостей получил следующее соотношение, справедливое для низких давлений:

$$\frac{\alpha d}{\lambda} = c \left[\frac{\dot{q} d}{\lambda T_s} \right]^{n_1} \left[\frac{dT_s \lambda}{\nu \sigma} \right]^{n_2} \left[\frac{R_p \rho_a r}{d \rho_f (f \cdot I)^2} \right]^{0,133}, \quad (73)$$

где \dot{q} — плотность теплового потока; T_s — температура кипения; λ , ρ_f и ν — теплопроводность, плотность и кинематическая вязкость жидкости; ρ_a — плотность пара; r — теплота парообразования; σ — поверхностное натяжение; R_p — средняя высота выступов шероховатости согласно DIN 4762; d , f — отрывной диаметр и частота образования пузырей.

¹ Область между C и D называется областью переходного режима кипения. — Прим. пер.

Константы в уравнении (73) имеют следующие значения:
при кипении на горизонтальных плоских пластинах

$$c=0,013, n_1=0,8 \text{ и } n_2=0,4;$$

при кипении на горизонтальных трубах

$$c=0,071, n_1=0,7 \text{ и } n_2=0,5.$$

С помощью уравнения (73) при значениях постоянных $c=10^{-5}$ $n_1=0,7$ и $n_2=0,8$ Феддерсу [1.135] удалось достаточно хорошо представить зависимость теплоотдачи при кипении воды на трубах от давления вплоть до давлений, близких к критическому. Однако точность аппроксимации уравнением опытных данных при атмосферном давлении при этом уменьшилась. Эта рассчитываемая согласно Феддерсу зависимость теплоотдачи от давления подтверждена опытными данными Бира, Горенфло и Викенхойзера [1.133] также и для других жидкостей. Другие соотношения, полученные с помощью теории подобия, предложили Мюллер [1.146], Ваингер и Кауфман [1.155], а также другие авторы.

Практическое применение подобных уравнений часто затруднительно, поскольку нелегко определить некоторые из входящих в них величин, например R_p , d и f , особенно для слабо изученных жидкостей.

Таблица 5. Константа A в уравнении (74) для различных кипящих жидкостей

Жидкость	$\left(\frac{\alpha}{\alpha_{\text{воды}}}\right)_q$	A , Вт/(м ² ·К)
<i>Вода</i>	1,0	1,95
<i>Водные растворы</i>		
24% NaCl	0,61	1,18
10% Na ₂ SO ₄	0,94	1,83
20% сахара	0,80*	1,56*
40% сахара	0,53*	1,03*
60% сахара	0,37—0,42*	0,7—0,82*
26% глицерина	0,83	1,62
55% глицерина	0,75	1,46
<i>Неорганические жидкости</i>		
Аммиак	1,15	2,24
Двуокись серы	0,78	1,52
<i>Органические жидкости</i> (в том числе хладагенты)		
Парафин	0,5—0,7	0,9—1,4
Пропан	0,55	1,07
<i>n</i> -Бутан	1,07	2,10
Метиловый спирт	0,72	1,40
Этиловый спирт	0,63	1,24
Изопропанол	0,70	1,36
Высшие спирты	0,5—0,8	0,9—1,6
Ацетон	0,69	1,35
Бензол	0,47	0,92
Толуол	0,41	0,80
Четыреххлористый углерод	0,43	0,85
Метилхлорид	0,94	1,82
Метиленхлорид	0,62	1,19
R11 (фреон-11)	0,88	1,72
R12 (фреон-12)	0,58	1,13

* Значения согласно работе Аверина и Кружилина [1.132]. Данные прозеденного, но еще не опубликованного экспериментального исследования Ф. Майннгера и Е. Холлборна для 60%-ного раствора сахара, позволяют ожидать тех же значений.

Поэтому для нужд практики желательно иметь более простые уравнения, даже если они и менее точны. С этой точки зрения кажется удачным следующее простое уравнение, предложенное Фрицем [1.136] в 1963 г. для обобщения опытных данных по теплоотдаче к кипящей воде при низких давлениях:

$$\alpha = A \left(\frac{\dot{q}}{\dot{q}_0} \right)^{0,72} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{0,24}, \quad (74)$$

где для воды $A=1,95$ Вт/(м²·К); \dot{q} — тепловая нагрузка поверхности нагрева, p — давление ($\dot{q}_0=1$ Вт/м² и $p_0=0,1$ МПа — опорные значения этих величин).

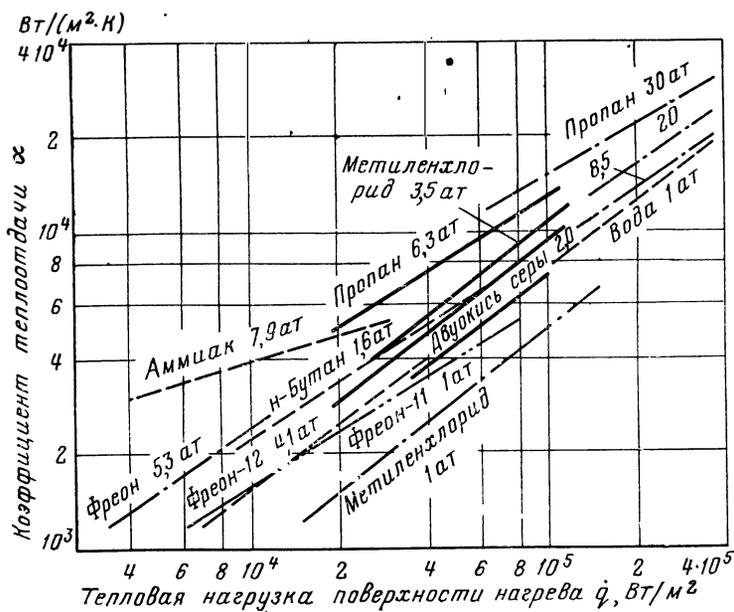


Рис. 33. Теплоотдача при пузырьковом кипении различных жидкостей, главным образом хладагентов.

Уравнение (74) дает хорошие результаты и для других жидкостей, если определять значение A по табл. 5 [1.140].

Большинство приведенных в табл. 5 значений заимствовано с графиков из работы Фрица [1.136]. Один из таких графиков, на котором представлены преимущественно коэффициенты теплоотдачи при пузырьковом кипении хладагентов, показан на рис. 33.

Коэффициенты теплоотдачи при кипении жидких металлов, которые приобрели большое значение применительно к охлаждению ядерных реакторов, также по порядку величины согласуются со значениями, рассчитываемыми по уравнению (74). Однако зависимости коэффициента теплоотдачи α от тепловой нагрузки \dot{q} для отдельных металлов имеют самый различный характер, как можно видеть из рис. 34, заимствованного из той же работы Фрица [1.136].

При кипении смесей коэффициент теплоотдачи меньше, чем при кипении чистых жидкостей. Его значение следует в каждом конкретном случае определять экспериментально. На рис. 35 представлена зависимость коэффициента теплоотдачи при кипении смесей этанол — вода от процентного объемного содержания спирта в смеси [1.136].

Для криогенных жидкостей в [1.156] показано, что нанесение на поверхность нагрева тонкого пористого слоя позволяет значительно повысить коэффициент теплоотдачи при кипении¹.

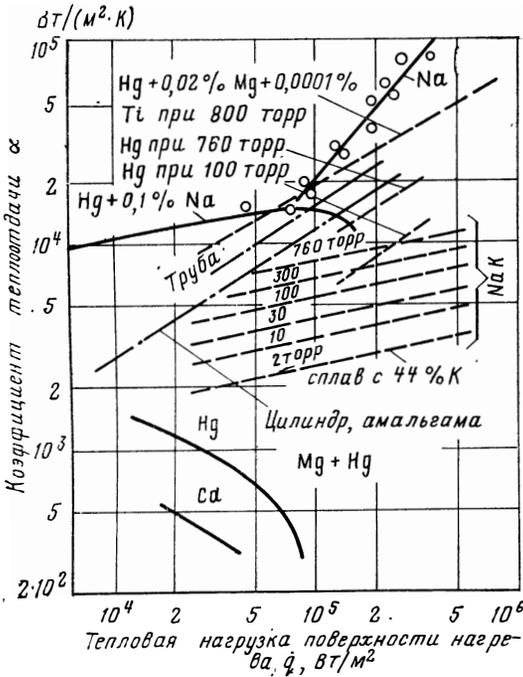


Рис. 34. Теплоотдача при пузырьковом кипении жидких металлов.

Опытные данные: — — Лайон, Фауст и Катц; — — — Кутателадзе, Боришанский, Новиков и Федынский; — — — — — Мадсен и Бонилла; — — — — — Бонилла, Буш, Шталдер, Шейхмахмуд и Рамачандран.

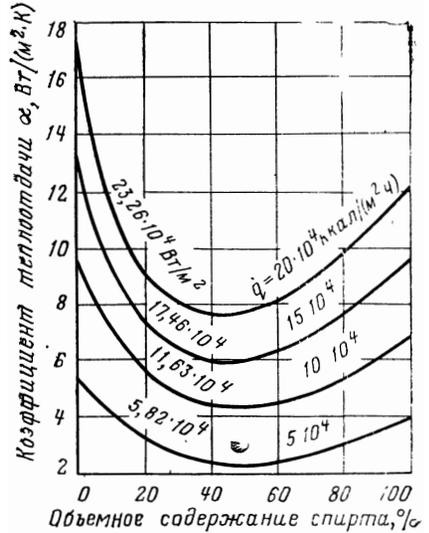


Рис. 35. Теплоотдача при кипении смесей этанол — вода.

Зависимость коэффициента теплоотдачи при пузырьковом кипении от давления. Уравнение (73) с константами Феддерса хорошо согласуется с опытными данными для кипящей воды до давления 15 МПа. Напротив, уравнение (74), представленное нижней сплошной линией на рис. 36, справедливо только до давлений, равных примерно одной десятой критического $p_{кр}$. При более высоких давлениях, примерно до $0,9p_{кр}$, согласно [1.140] можно использовать следующее дополненное уравнение:

$$\alpha = A \left[\left(\frac{q}{q_0} \right)^{0,72} \left(\frac{p}{p_0} \right)^{0,24} + f \left(\frac{p}{p_{кр}} \right) \right], \quad (75)$$

где

$$f \left(\frac{p}{p_{кр}} \right) = 33\,200 \frac{p}{p_{кр}} + \frac{4 \cdot 60}{0,36 + p/p_{кр}} - 11\,850. \quad (76)$$

¹ Согласно данным опубликованных в последние годы работ пористые покрытия поверхности позволяют повысить коэффициенты теплоотдачи и обычных жидкостей (воды, хладагентов и др.) при низких температурных напорах. — *Прим. пер.*

При плотности теплового потока \dot{q} около 40 000 Вт/м² это уравнение, представленное на рис. 36 штриховыми кривыми для бензола, пентана и этанола, хорошо соответствует опытным данным.

Функцию $f(p/p_{кр})$ можно рассчитать по более простому и для большинства случаев достаточно точному уравнению

$$f\left(\frac{p}{p_{кр}}\right) = 25\,500 \left(\frac{p}{p_{кр}} - 0,1\right), \quad (77)$$

справедливого при $p/p_{кр} > 0,1$. При давлениях между $p=0$ и $p=0,1p_{кр}$ следует считать, что $f(p/p_{кр})=0$. Приведенные уравнения справедливы для технически гладких поверхностей. Влияние повышенной шероховатости, обычно интенсифицирующей теплоотдачу, изучал ряд исследователей, в частности Стефан [1.152], а также Данилова и Бельский [1.134]. Согласно уравнению (73) α пропорционально $R_p^{0,133}$ (R_p — средняя высота выступов шероховатости).

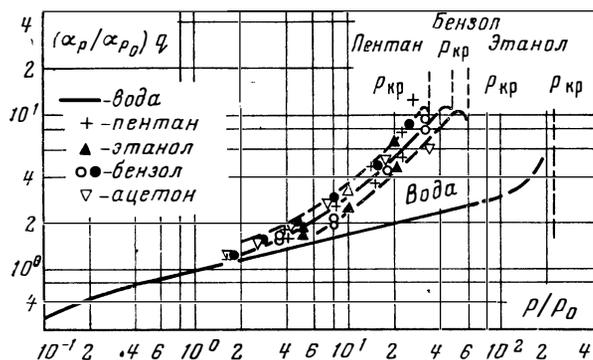


Рис 36. Зависимость коэффициента теплоотдачи при кипении воды и органических жидкостей от давления.

температура стенки, а следовательно, и разность температур стенки и кипящей жидкости $\Delta\theta$, изменяется по длине канала. Поэтому плотность теплового потока \dot{q} и коэффициент теплоотдачи также зависят от координаты вдоль стенки. Как рассчитать среднюю эффективную разность температур и переданный тепловой поток в случае, когда коэффициент теплоотдачи зависит от координаты, будет показано в § 36. Во втором издании «Теплотехнического атласа VDI» соответствующая поправка к средней логарифмической разности температур представлена на графиках (лист A25).

Из обзора Слипцевича [1.151], посвященного кипению фреонов, следует, что при одинаковой температуре кипения фреонов и плотности теплового потока коэффициенты теплоотдачи на горизонтальном трубном пучке выше, чем на одиночных горизонтальных трубах. При этом коэффициенты теплоотдачи в пучке увеличиваются от нижнего трубного ряда к верхнему; но даже для нижнего ряда они заметно выше, чем для одиночной трубы. Это явление объясняется свободной конвекцией в кипящей жидкости. В среднем при этом можно ожидать повышения коэффициента теплоотдачи примерно от 20 до 60% и более, причем он увеличивается тем значительнее, чем ниже температура кипения жидкости.

Максимальная тепловая нагрузка поверхности нагрева. Вследствие большого значения, которое имеет максимальная нагрузка поверхности нагрева \dot{q}_{\max} (в точке С на рис. 32) при охлаждении ядерных реакторов, она была экспериментально исследована для большого числа жидкостей. Представление о порядке \dot{q}_{\max} дает табл. 6, также заимствованная из [1.136].

Таблица 6. Максимальная тепловая нагрузка поверхности нагрева q_{\max} при кипении различных жидкостей (в точке «пережога»)

Жидкость	Давление, МПа	q_{\max} , Вт/м ²	Жидкость	Давление, МПа	q_{\max} , Вт/м ²
Вода	0,1	70—140	Этиловый спирт	0,1	60
	0,1	115	Бутиловый спирт	0,1	45
	1	185	Пропиловый спирт	0,1	45
	3	290	Этиленгликоль	0,1	70
	5	395	Пентан	0,2	40
	10	370	Гептан	1,2	60
Бензол	0,1	185	Гептан	0,1	35
Метиловый спирт	0,1	45—70	Ацетон	0,1	45
	0,1	50			

Для расчета максимальной тепловой нагрузки q_{\max} Кутателадзе [1.144] предложил уравнение

$$q_{\max} = \sqrt{K} r \sqrt{\rho_d} \sqrt{\sigma (\rho_f - \rho_d) g}, \quad (78)$$

где \sqrt{K} — эмпирически определяемая константа, равная 0,13—0,19 (в среднем обычно 0,14); r — теплота парообразования; ρ_d и ρ_f — плотности пара и жидкости; σ — поверхностное натяжение; g — ускорение свободного падения.

С этим уравнением достаточно хорошо согласуется уравнение Зубера [1.157], также полученное в основном теоретически:

$$q_{\max} = \frac{\pi}{24} \sqrt{\frac{\rho_f}{\rho_f + \rho_d}} r \sqrt{\rho_d} \sqrt{\sigma (\rho_f - \rho_d) g}. \quad (79)$$

Краткое обоснование этих уравнений можно найти в [1.154].

Более подробно вопросы теплоотдачи при кипении и конденсации мы не рассматриваем. Приведенных в настоящей книге соотношений для коэффициентов теплоотдачи достаточно чтобы рассчитать также испарители и конденсаторы. Такой расчет часто (если не учитывать нагревания или охлаждения пара или жидкости) даже проще, чем расчет чисто газовых теплообменников, поскольку температура кипящей жидкости или конденсирующегося пара практически не изменяется или изменяется очень слабо. Правда, во многих случаях, как, например, при расчете теплопередачи в паровых котлах, следует учитывать влияние излучения газов (см. § 18 и следующие).

Глава вторая

ВЛИЯНИЕ ТЕПЛООВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА ТЕПЛООБМЕН

18. Поглощение и испускание излучения

В приведенных до сих пор уравнениях учитывался только перенос теплоты теплопроводностью и конвекцией. Между тем при очень высоких температурах, характерных, например, для металлургии или котельных установок, тепловое излучение газового потока и ограничивающих его стенок вносит значительный вклад в теплопере-

нос. Влиянием излучения газов на теплообмен после первых работ Нернста [1.168], Нуссельта [1.169], Шака [1.173] и других исследователей занимались прежде всего Шмидт [1.174], Хоттель и Мангельсдорф [1.163], а также Эккерт [1.158].

Теплообмен излучением газового потока связан с тем, что водяной пар и двуокись углерода, почти всегда присутствующие в горячих газах, интенсивно испускают и поглощают излучение. Напротив, одно- и двухатомные газы, такие как кислород, азот, водород и т. д., не излучают и почти полностью прозрачны для излучения; следовательно, эти газы не принимают участия в лучистом теплообмене. Правда, излучают и другие многоатомные газы, например углеводороды. Однако в технических топочных устройствах при высоких температурах они сгорают столь полно, что не могут внести заметного вклада в лучистый теплообмен.

Излучение газообразных продуктов сгорания можно значительно усилить также за счет излучения очень мелких раскаленных частиц сажи, появляющихся в потоке при неполном сгорании. В этом случае говорят о светящемся пламени — явлении, которое можно вызвать искусственно с помощью добавления углеводородов к горючим газам (так называемое «карбюрирование»). Этот вид излучения, называемый также излучением факела, имеет очень большое значение в топках паровых котлов и промышленных печей. Однако в теплообменниках он не играет роли, поскольку в них обычно сжигание не производится. Поэтому излучение факела в настоящей книге не рассматривается. Если же в отдельных случаях необходимо и в теплообменниках учесть этот вид излучения, следует обратиться к соответствующей литературе¹.

В теплообменниках излучение, испускаемое потоками газов, поглощается твердыми стенками каналов, по которым они движутся. В свою очередь стенки каналов участвуют в теплообмене посредством собственного излучения. В дальнейшем сначала рассмотрим законы излучения твердых тел, а затем более сложные законы излучения газов.

Излучение поверхностей твердых тел. Количество теплоты, излучаемое через единицу ограничивающей поверхности твердого тела или газа в единицу времени, называется излучательной способностью².

Тело, которое при данной температуре излучает максимальную возможную энергию и полностью поглощает всю падающую на него энергию излучения, называют абсолютно черным. Согласно закону Стефана—Больцмана энергия, излучаемая единицей поверхности абсолютно черного тела в единицу времени, составляет:

$$E_s = C_s (T/100)^4, \quad (80)$$

где T — абсолютная температура; C_s — коэффициент излучения абсолютно черного тела.

Если E_s измеряется в Вт/м², C_s равно 5,77*. Энергия E_s , рассчиты-

¹ Прежде всего нужно упомянуть соответствующие разделы книг Шака [В.5] и Эккерта [В.3], содержащие также ссылки на многочисленные дополнительные работы.

² В сборнике «Теория теплообмена» (М.: Наука, 1971) рекомендуется термин «поверхностная плотность потока излучения», который и будет употребляться в дальнейшем. — *Прим. пер.*

* Единица коэффициента $C_s = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \left(\frac{100}{\text{К}} \right)^4$. Умножая ее на $(T/100)^4 = [(K/100)^4]$, получаем правильную единицу энергии E_s . — *Прим. автора.*
Теоретическое значение $C_s = 5,67 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \left(\frac{100}{\text{К}} \right)^4$. — *Прим. пер.*

заемая по уравнению (80), представляет собой плотность потока излучения абсолютно черного тела и определяет суммарное излучение поверхности тела по всем направлениям полупространства. Энергия, излучаемая в направлении, перпендикулярном к поверхности и отнесенная к единичному телесному углу, равна E_s/π .

Излучение черного тела состоит из электромагнитных волн самой различной длины λ . Если энергию этого излучения распределить по различным интервалам длин волн, то получаемое так называемое спектральное распределение энергии черного излучения определяется законом Планка:

$$dE_s = E_{s\lambda} d\lambda = 0,374 \cdot 10^{-15} \frac{\lambda^{-5}}{\exp \frac{0,01438}{\lambda T} - 1} d\lambda, \quad (81)$$

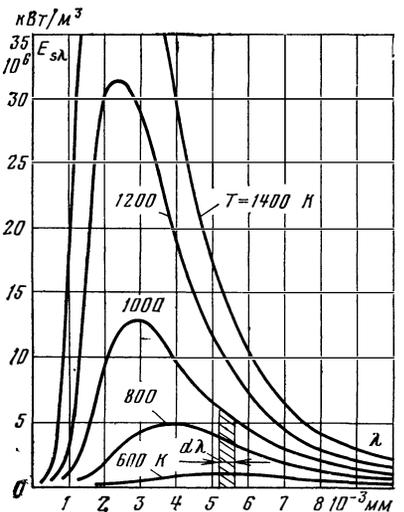


Рис. 37. Распределение энергии излучения абсолютно черного тела.

где dE_s — энергия, излучаемая при температуре черного тела с единицы поверхности в единицу времени в малом интервале длин волн между λ и $\lambda + d\lambda$, Вт/м², при λ , м.

Энергия dE_s относится к неполяризованному излучению, испускаемому по всем направлениям полупространства.

На рис. 37 показано соответствующее уравнению (81) спектральное распределение энергии излучения, построенное в виде зависимости $E_{s\lambda}^*$ от λ при различных температурах T . Можно видеть, что с повышением температуры не только сильно увеличиваются абсолютные значения энергии излучения, но и изменяется относительное распределение энергии по длинам волн. С ростом температуры энергия излучения в области малых длин волн увеличивается значительно быстрее, чем в области больших длин волн. Поэтому с увеличением температуры максимум спектральной плотности энергии излучения сдвигается в сторону более коротких волн. Для длины волны λ_m , соответствующей максимуму $E_{s\lambda}$, справедлив закон смещения Вина: $\lambda_m T = 0,002896$ м · К.

Произвольное не черное тело поглощает только определенную долю падающего на него излучения. Если не рассматривать случаи, когда тело пропускает часть падающего излучения, то не поглощенная телом энергия полностью отражается. Отношение ε поглощенной энергии излучения к падающей называется *поглощательной способностью* **, которая зависит от рода излучающего тела и состояния его поверхности. Только абсолютно черное тело имеет поглощательную способность, равную 1. Чем меньше тело способно к поглощению излучения, тем

* В отечественной литературе $E_{s\lambda}$ называют спектральной плотностью потока излучения. — Прим. ред.

** В отечественной литературе поглощательная способность обозначается буквой A . — Прим. ред.

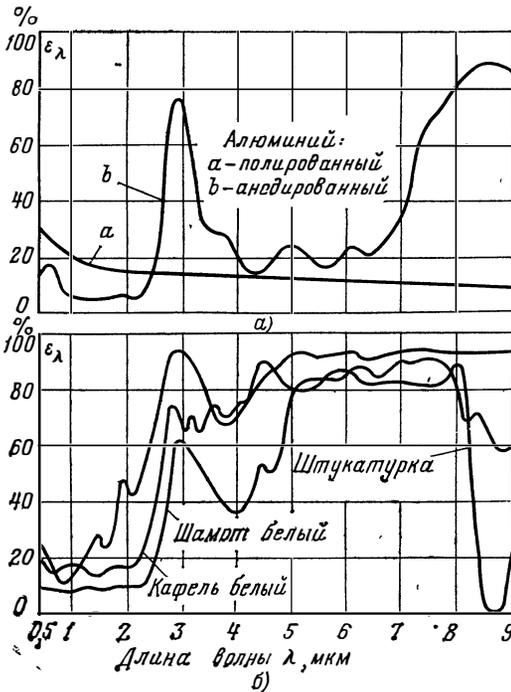


Рис. 38. Зависимость спектральной поглощательной способности ϵ_λ различных твердых поверхностей от длины волны λ .
 а — алюминий полированный и анодированный; б — неметаллические поверхности.

способности ϵ различных твердых веществ.

При расчете теплообменников обычно можно принимать поглощательную способность ϵ не зависящей от длины волны, т. е. считать поглощающее или излучающее тело «серым». Если же ϵ , как почти всегда и бывает в действительности, зависит от длины волны, его поверхность называют «цветной». Насколько сильно ϵ может отклоняться от постоянного среднего значения, показывают приведенные в качестве примера на рис. 38, а и б данные для алюминия, белого шамота, белого кафеля и штукатурки.

Энергия излучения, рассчитываемая по уравнениям (82) или (83), испускается во все находящееся над рассматриваемой поверхностью полупространство. Распределение этой энергии по различным направлениям приблизительно устанавливается законом косинусов Ламберта. Если поверхность излучает в единицу времени в направлении нормали в телесный угол $d\Omega$ энергию $E_n d\Omega$, то согласно этому закону она излучает под углом φ к нормали энергию

$$E_\varphi = E_n \cos \varphi d\Omega. \quad (84)$$

И от этого закона наблюдаются отклонения, особенно для лучей, проходящих в направлениях, близких к поверхности (так называемых

меньше оно может и испускать лучистой энергии. Этот факт составляет содержание закона Кирхгофа, согласно которому при заданной температуре плотность потока излучения E любого тела равна произведению его поглощательной способности и плотности потока излучения E_s абсолютно черного тела. Поэтому ϵ называют также степенью черноты*.

В соответствии с этим произвольное тело излучает в единицу времени с единицы поверхности с учетом уравнения (80) количество теплоты

$$E = \epsilon E_s = \epsilon C_s (T/100)^4. \quad (82)$$

Если коэффициент излучения нечетного тела обозначить $C = \epsilon C_s$, то вместо уравнения (82) можно записать:

$$E = C (T/100)^4. \quad (83)$$

Приведенная ниже табл. 7 содержит коэффициенты излучения C поглощательные спо-

* Равенство поглощательной способности и степени черноты для любого тела имеет место лишь для равновесного теплового излучения. Для серых тел это равенство справедливо и при неравновесном излучении. — Прим. ред.

Таблица 7. Поглощательная способность ϵ и коэффициент излучения $C = \epsilon C_s$ твердых веществ

Материал и состояние поверхности	$t, ^\circ\text{C}$	$\epsilon, \%$	$C, \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \left(\frac{100}{\text{К}}\right)^4$
Абсолютно черное тело	—	100	5,67
Алюминий полированный	37,8	4,5	0,26
	538	7,8	0,45
Алюминий окисленный	37,8	8—20	0,46—1,15
	538	18—33	1,04—1,10
Медь полированная	37,8	4	0,23
	538	4	0,23
Латунь полированная	37,8	7	0,40
	260	10	0,58
Латунь окисленная	37,8	46	2,65
	538	67	3,87
Железо, зачищенное наждачной бумагой	20	24	1,38
Железо с прокатной окалиной	20	77	4,44
Железо, слиток	37,8	81	4,67
Железо слегка ржавое	37,8	69	3,98
Железо сильно ржавое	20	85	4,90
Никель окисленный	37,8	5	0,28
	538	10	0,58
Цинк	37,8	46—66	2,65—3,81
	538	2	0,12
Песчаник	37,8	4	0,23
	538	83	4,79
Керамические материалы	37,8	83	4,79
	538	90	5,19
Огнеупорные материалы	260	59	3,40
	538	36	2,08
Древесина	538	63—84	3,64—4,85
	1093	77—91	4,44—5,25
Бумага	70	91	5,25
	37,8	93	5,37
	538	76	4,39

«настильных» лучей). В этих направлениях металлы излучают обычно значительно больше, а неметаллы, такие как дерево, стекло и бумага, меньше, чем в соответствии с законом Ламберта. На рис. 39 это иллюстрируется двумя примерами. На этом рисунке изображена зависимость отношения интегрального излучения в различных направлениях к излучению абсолютно черного тела, т. е. зависимость угловой поглощательной способности или угловой степени черноты ϵ_φ^{\int} от угла φ между данным направлением и направлением нормали к поверхности. Если бы закон косинусов Ламберта выполнялся точно, то при постоянстве угловой степени черноты зависимость ϵ_φ от φ представляла бы собой полуокружность. В технических расчетах, как правило, принимают, что закон Ламберта выполняется.

Излучение водяного пара и двуокси углерода. Основная отличительная особенность газов по сравнению с твердыми телами состоит в том, что они могут поглощать падающее и проникающее в них излучение толь-

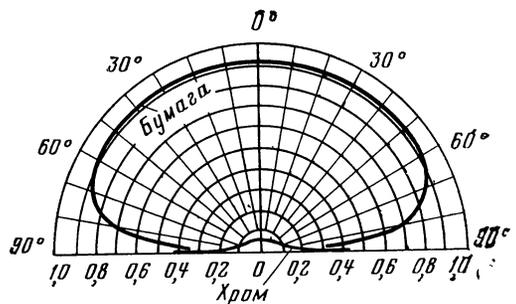


Рис. 39. Угловое распределение теплового излучения непроводника (бумаги) и металла (хрома).

ко в определенных интервалах длин волн. Во всех других интервалах длин волн газы почти полностью прозрачны для излучения. Рассмотрим, например, излучение в очень узком интервале длин волн между λ и $\lambda + d\lambda$, проникающее в объем, заполненный водяным паром или двуокисью углерода. Из этого лучистого потока часть поглощается газом, а остальная часть проходит через газовый объем и покидает

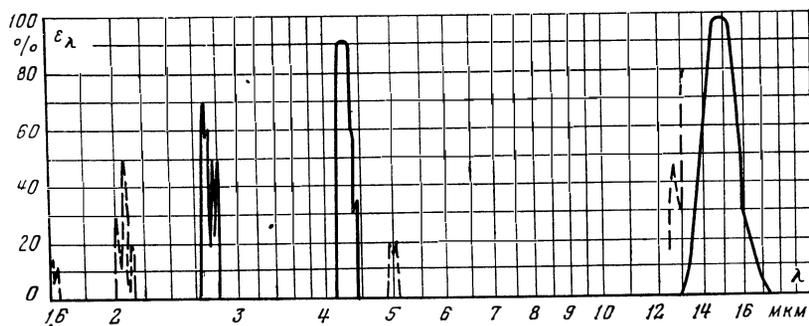


Рис. 40. Спектр поглощения двуокиси углерода.

его. Отношение энергии, поглощенной газом, к энергии падающего излучения, выражаемое в виде правильной дроби, называется поглощательной способностью газа ϵ_λ при длине волны λ . Поглощательная способность ϵ_λ имеет конечное значение только внутри определенных интервалов длин волн, в которых газ поглощает излучение; вне этих интервалов ϵ_λ исчезающе мала. На рис. 40 и 41, на которых изображены зависимости ϵ_λ от λ , можно видеть интервалы поглощения, называемые также полосами поглощения, двуокиси углерода и водяного пара. Ради ясности рисунков некоторые тонкие детали на них не приведены. Двуокись углерода имеет три главные полосы поглощения: в интервалах длин волн 2,65—2,8; 4,15—4,45 и 13—17 мкм. Инфракрасный спектр водяного пара имеет четыре главные полосы: в интервалах длин волн примерно 1,7—2; 2,3—3,4; 4,4—8,5 и 12—30 мкм. Более мелкие полосы поглощения изображены на рис. 40 штриховыми линиями.

Представленные на рис. 40 и 41 зависимости для спектральной поглощательной способности ϵ_λ справедливы только для определенного давления газа и для определенной толщины слоя газа. С ростом давления или парциального давления поглощающего газа p , а также с увеличением толщины слоя газа s спектральная поглощательная способность ϵ_λ увеличивается. Согласно закону Бера ϵ_λ при заданных T и λ зависит только от произведения давления и толщины слоя ps . Если, например, парциальное давление двуокиси углерода уменьшается в 2 раза, то согласно этому закону то же количество лучистой энергии, что и при исходном парциальном давлении, поглощается в слое в 2 раза большей толщины. Этот закон относится только к пронизываемому излучением количеству поглощающего газа. При неизменном полном давлении закон Бера довольно хорошо выполняется для двуокиси углерода, но не для водяного пара или во всяком случае не для смесей водяного пара и азота. При повышении полного давления и для двуокиси углерода наблюдаются отклонения от закона Бера [1.167].

Если справедлив закон Бера, то излучение с длиной волны λ и начальной энергией J_{λ_0} после прохождения через слой газа толщиной s ослабляется вследствие поглощения в соответствии с соотношением

$$J_{\lambda} = J_{\lambda_0} \exp(-\alpha_{\lambda} ps), \quad (85)$$

где α_{λ} называется коэффициентом ослабления.

В предположении справедливости упомянутого закона α_{λ} зависит только от λ и не зависит от p и s . Однако уравнение (85) можно применять во всех случаях, например при расчете поглощения смесей во-

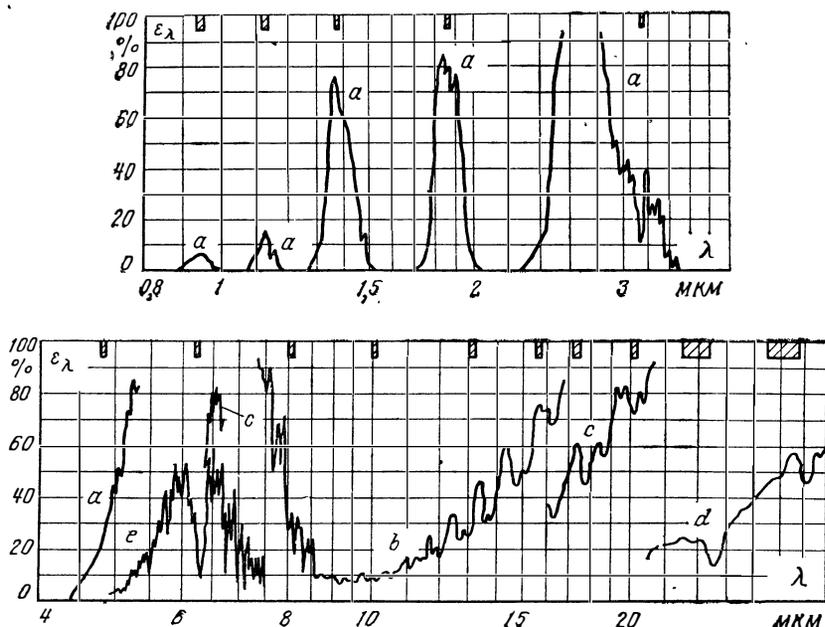


Рис. 41. Спектр поглощения водяного пара.

a, b, c, d, e относятся к слоям водяного пара различной толщины или имеющим различные температуры.

дяного пара с азотом, если считать, что α_{λ} зависит от p (или s). Поскольку согласно уравнению (85) величина $J_{\lambda_0} - J_{\lambda}$ поглощается, для спектральной поглощательной способности получается соотношение

$$\epsilon_{\lambda} = \frac{J_{\lambda_0} - J_{\lambda}}{J_{\lambda_0}} = 1 - \exp(-\alpha_{\lambda} ps). \quad (86)$$

Для определения полной энергии излучения, поглощенной в слое газа, нужно знать интегральную поглощательную способность газа к попавшему в слой излучению всех длин волн. Эту поглощательную способность, называемую также степенью черноты, можно рассчитать, если проинтегрировать спектральную поглощательную способность и отнести значение интеграла к энергии падающего излучения. Шак продел такие расчеты [1.173] и впервые определил теоретическим путем приближенные значения ϵ .

19. Измерения полного излучения двуокиси углерода и водяного пара

Еще до упомянутых расчетов Шака Нуссельт [1.169, 1.170] измерил полное излучение газообразных продуктов сгорания, состоящих в основном из равных количеств CO_2 и CO , вплоть до температуры 2250°C . Но для того чтобы можно было определить теплоперенос излучением и для любых других газовых смесей, Шмидт [1.174] и Эккерт [1.158, 1.176] в Германии, Хоттель и Мангельсдорф [1.163], а также Мак-Кэйг [1.167] в Америке экспериментально исследовали полное излучение водяного пара и двуокиси углерода, а также их смесей с азотом или

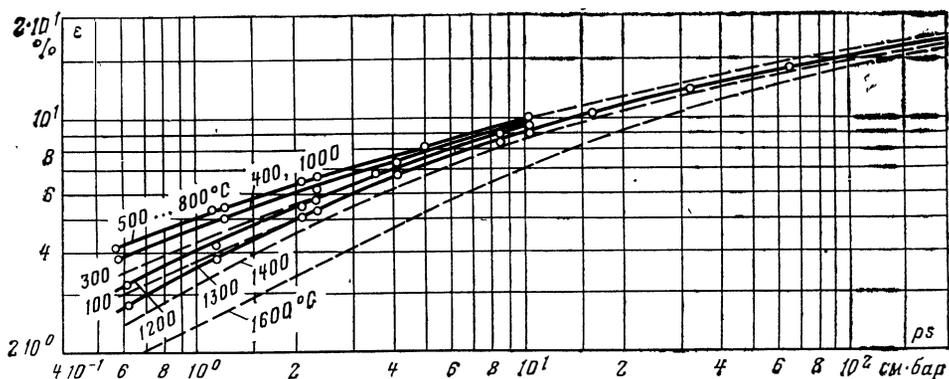


Рис. 42. Зависимость степени черноты двуокиси углерода от произведения ps и температуры газа (по данным Эккерта).

воздухом в широкой области температур до 1300°C при различных толщинах слоев и парциальных давлениях. Хоттель и Мангельсдорф в некоторых случаях получили несколько отличающиеся значения плотности потока излучения, однако в основном они пришли к тем же результатам, что и Шмидт и Эккерт [1.176]*. Поэтому результаты немецких и американских исследователей могут быть совместно представлены на рис. 42 и 43. На этих рисунках по оси абсцисс отложено произведение ps (полного или парциального давления излучающего газа p и длины пути излучения s , см·бар), а по оси ординат — степень черноты ϵ при различных температурах.

Поскольку для двуокиси углерода закон Бера выполняется, рис. 42 справедлив и для смесей двуокиси углерода с другими неизлучающими газами. В этом случае под p подразумевают парциальное давление CO_2 в смеси. Напротив, кривые на основном поле рис. 43 относятся только к излучению чистого водяного пара. В смесях с азотом излучение водяного пара меньше, чем в соответствии с законом Бера. Поэтому для смесей нужно значения ϵ с основного поля рис. 43 умножить на поправочный коэффициент f . Этот коэффициент приведен в правой нижней части рис. 43 в зависимости от ps для различных отношений парциального давления водяного пара p к полному давлению P . При построении этих кривых, проведенных по опытным данным Хоттеля и Мангельс-

* Хоттель и Мангельсдорф проводили измерения на смесях с воздухом, тогда как в измерениях Эккерта использовались смеси с чистым азотом. Возможно, различие результатов отчасти объясняется тем, что кислород воздуха влияет на излучение двуокиси углерода и водяного пара иначе, чем азот. Расхождения между различными измерениями обсуждались также Хоттелем и Эгбертом [1.164].

дорфа [1.163], а также Эккерта, не учитывалась слабая зависимость f от температуры, установленная Эккертом [1.158]. Рисунки 42 и 43 справедливы для полного давления, близкого к атмосферному. При более высоких давлениях следует ожидать усиления излучения.

Излучение смесей двуокиси углерода и водяного пара. Если в газовой смеси одновременно содержатся двуокись углерода и водяной пар, их степени черноты ϵ_{CO_2} и $\epsilon_{\text{H}_2\text{O}}$, строго говоря, нельзя просто складывать. Степень черноты или поглощательная способность смеси $\epsilon_{\text{CO}_2+\text{H}_2\text{O}}$ несколько меньше, чем сумма ϵ_{CO_2} и $\epsilon_{\text{H}_2\text{O}}$, потому что их полосы

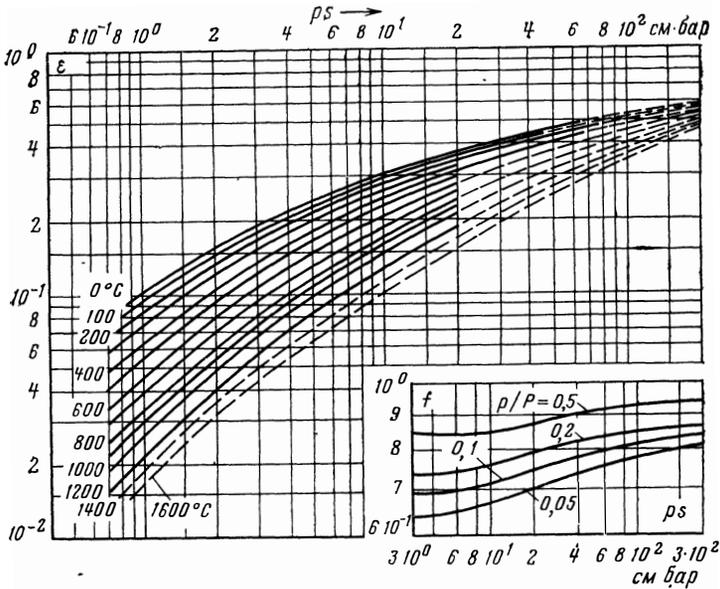


Рис. 43. Зависимость степени черноты водяного пара от произведения ps , температуры и парциального давления, по данным Э. Шмидта, Хоттеля и Эккерта.
 p — парциальное давление водяного пара; P — полное давление; s — толщина слоя; f — поправочный коэффициент.

поглощения частично перекрываются и каждая из излучающих компонент смеси вследствие поглощения ослабляет излучение другой. Однако это ослабление столь мало, что Эккерт во втором издании своей книги [В. 3] его больше не рассматривает, а Шак [В. 5] считает, что соответствующей поправкой можно пренебречь.

Влияние формы излучающей массы газа. Для того чтобы по рис. 42 и 43 найти ϵ , необходимо знать соответствующую толщину слоя s . Ее можно легко определить, если слой газа для всех направлений распространения излучения имеет одинаковую толщину. Если рассматривать очень малый излучающий элемент поверхности dF , это возможно лишь в том случае, ког-

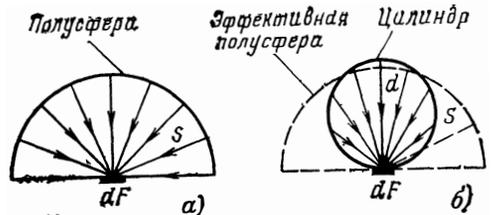


Рис. 44. Излучение газового объема на элемент поверхности dF .
 a — излучение газовой полусферы радиусом s ; b — излучение газового цилиндра диаметром D .

да масса газа имеет форму полусферы, в центре основания которой находится рассматриваемый излучающий элемент (рис. 44,а). При других формах газового объема, например показанных на рис. 44,б, можно мысленно заменить рассматриваемый объем эквивалентной полусферой. Газ, находящийся в такой полусфере, излучает в единицу времени на рассматриваемый элемент поверхности ту же энергию, что и действительный газовый объем. Радиус этой полусферы и представляет собой характерную толщину слоя газа. Нуссельт [1.170], Якоб [1.166], Э. Шмидт [1.175], Хоттель [1.165] и Эккерт [В.3], исходя из этих представлений, путем интегрирования по всем направлениям распространения излучения рассчитали s для различных случаев. Важнейшие из них приведены ниже:

Характерная толщина слоя s при излучении газа

Каналы:	
круглый диаметром d	$s=0,95 d$
плоский зазор шириной a	$s=1,8 a$
трубный пучок с трубами наружным диаметром d и расстояниями между трубами в свету a :	
размещение труб в углах треугольника	$a=d, s=3,0 a$
	$a=2d, s=3,8 a$
	$a=d, s=3,5 a$
размещение труб в углах квадрата	
Объемы газа, размеры которых во всех направлениях одного порядка:	
шар диаметром d	$s=0,65 d$
куб с длиной стороны a	$s=0,66 a$
круговой цилиндр, закрытый с торцов, высотой h , равной диаметру d	$s=0,77 d$

В общем случае согласно Порту [1.171] и Хаузену [1.161] s можно приближенно определить по эквивалентному диаметру $d_{\text{ЭКВ}}$. Если площадь и периметр поперечного сечения канала равны соответственно F_q и u_q , а объем и площадь поверхности заполненного газом пространства V и F , то

для каналов при $d_{\text{ЭКВ}} = \frac{4F_q}{u_q}$ в среднем $s = 0,9d_{\text{ЭКВ}}$;

для газовых объемов при $d_{\text{ЭКВ}} = \frac{4V}{F}$ в среднем $s = d_{\text{ЭКВ}}$.

После определения описанным методом характерной толщины слоя s можно по рис. 42 и 43 найти степень черноты и поглощательную способность двуокиси углерода и водяного пара при любых парциальных давлениях и температурах. При этом для определения характерных температур нужно учитывать следующее.

Зависимость поглощательной способности и степени черноты газов от температуры. При рассмотрении полного излучения двуокиси углерода и водяного пара предполагалось, что поглощательная способность газа равна его степени черноты, т. е. что для газов также справедлив закон Кирхгофа. Между тем это строго справедливо только тогда, когда твердое тело, на которое излучает газ и которое само излучает в газ, имеет ту же температуру, что и газ. В этом случае закон Кирхгофа должен выполняться, потому что при отсутствии внешних воздействий газ и твердое тело могут находиться в тепловом равновесии, только если газ получает от твердого тела столько же лучистой энергии, сколько он сам излучает на него. Таким образом, помимо ρ_s степень черноты газа определяется его температурой T_g и должна обозначаться поэтому ϵ_g . Значения ϵ_g для температуры газа T_g можно определять непосредственно по рис. 42 и 43.

Следует, однако, отметить, что если T_g не равна температуре стенки T_w , то поглощательная способность газа лишь сравнительно слабо зависит от T_g , но сильно — от T_w . Слабая зависимость от T_g соответствует показанной на рис. 40 и 41 слабой температурной зависимости полос поглощения. Сильная зависимость от T_w объясняется тем, что спектральное распределение энергии излучения, испускаемого твердой стенкой в газ, сильно изменяется с температурой T_w , как это уже было показано для черного излучения на рис. 37. Поэтому доля излучаемой стенкой энергии, приходящейся непосредственно на те интервалы длин волн, в которых газ поглощает излучение, в зависимости от температуры стенки различна. Следовательно, и соотношение между поглощенной в различных интервалах длин волн энергией изменяется с изменением T_w .

Поясним это на примере. На заштрихованный на рис. 37 интервал длин волн при температуре 600 К приходится округленно 10%, а при 1000 К — лишь 5% энергии черного излучения. Если поглощательная способность газа в этом интервале длин волн равна, например, 60%, то поглощенная доля полной энергии излучения в первом случае составляет 6%, а во втором — 3%. Это же справедливо и для других полос поглощения. Чтобы подчеркнуть, что поглощательная способность газа помимо T_g сильно зависит от T_w , ее обозначают ϵ_{gw} .

Влияние обеих температур T_g и T_w на поглощательную способность ϵ_{gw} экспериментально исследовали Хоттель и Мангельсдорф [1.163], а также Хоттель и Эгберт [1.164]. Согласно их данным влиянием T_g можно пренебречь, если $T_w < T_g$ или T_w лишь немного выше, чем T_g . В этих случаях поглощательная способность газа зависит только от температуры стенки T_w и вместо ϵ_{gw} ее можно обозначать ϵ_w . Поглощательную способность ϵ_w можно определять непосредственно по рис. 42 или 43 при температуре стенки T_w .

Для случая, когда T_w значительно больше, чем T_g , авторы [1.163, 1.164] представили свои результаты в виде приведенных ниже уравнений. Пусть ϵ^*_w — степень черноты газа при температуре стенки T_w , но при плотности, которую имел бы газ при температуре T_g и действительном парциальном давлении p_g . При температуре T_w газ будет иметь такую плотность при парциальном давлении

$$p_w = p_g \frac{T_w}{T_g}. \quad (87)$$

Согласно [1.163, 1.164], после того как по рис. 42 и 43 найдено значение ϵ^*_w при этом парциальном давлении и температуре T_w , поглощательная способность ϵ_{gw} вычисляется по формулам:

для двуокси углерода

$$\epsilon_{gw} = \epsilon^*_w \left(\frac{T_g}{T_w} \right)^{0,65}; \quad (88)$$

для водяного пара

$$\epsilon_{gw} = \epsilon^*_w \left(\frac{T_g}{T_w} \right)^{0,45}. \quad (89)$$

Однако, как подчеркивалось выше, эти уравнения используются только в тех довольно редких случаях, когда T_w значительно больше, чем T_g .

20. Теплообмен излучением между газом и твердой стенкой

Теплообмен излучением с черной стенкой. Пусть рассматриваемый газ с температурой T_g заключен в замкнутую оболочку с черными стенками, имеющими температуру T_w . При локально постоянных температурах T_g и T_w и известных степени черноты ε_g и поглощательной способности ε_{gw} можно следующим образом рассчитать теплообмен излучением между газом и стенкой. Согласно уравнению (82) газ излучает в единицу времени на единицу поверхности стенки энергию

$$E_g = \varepsilon_g C_s \left(\frac{T_g}{100} \right)^4. \quad (90)$$

Поглощает же газ из черного излучения, испускаемого единицей поверхности стенки, энергию

$$E_w = \varepsilon_{gw} C_s \left(\frac{T_w}{100} \right)^4; \quad (91)$$

следовательно, между газом и всей окружающей его поверхностью стенки F в единицу времени передается лучистая энергия

$$Q_s = F(E_g - E_w) = FC_s \left[\varepsilon_g \left(\frac{T_g}{100} \right)^4 - \varepsilon_{gw} \left(\frac{T_w}{100} \right)^4 \right], \quad (92)$$

где, как уже упоминалось, ε_{gw} обычно можно заменить на ε_w .

Теплообмен излучением газа и серой стенки, имеющей произвольную поглощательную способность. Если поглощательная способность стенки $\varepsilon_{ст}$ отличается от поглощательной способности черной стенки не очень сильно, максимум на 20%, то лучистый теплообмен можно приближенно рассчитать следующим образом. Стенка поглощает из падающего на нее излучения от газа только долю, равную $\varepsilon_{ст}$, а испускает обратно в газ энергию, меньшую в $1/\varepsilon_{ст}$ раз. Следовательно, обе энергии, рассчитанные по уравнениям (90) и (91), также уменьшаются в $1/\varepsilon_{ст}$ раз. В результате теплообмен газа с серой стенкой, имеющей поглощательную способность $\varepsilon_{ст} > 0,8$, можно приближенно рассчитать по уравнению

$$Q_s = F \varepsilon_{ст} C_s \left[\varepsilon_g \left(\frac{T_g}{100} \right)^4 - \varepsilon_{gw} \left(\frac{T_w}{100} \right)^4 \right]. \quad (93)$$

Если же стремятся выполнить расчет с большей точностью или $\varepsilon_{ст} < 0,8$, то нельзя пренебречь отраженным от стенки излучением и остаточным излучением стенки, не поглощенным газом. Ведь эти составляющие принимают участие в лучистом теплообмене, поскольку часть отраженного излучения поглощается газом, а не поглощенное газом излучение частично поглощается, а частично отражается другими местами стенки. Поскольку и при этом обычно остается непоглощенное излучение, процесс повторяется со все уменьшающейся энергией, так что полная энергия, переданная путем излучения, может быть представлена в виде бесконечного ряда.

Элгети [1.159] точно просуммировал этот ряд. На основе полученных результатов он разработал следующие два приближенных метода решения, с помощью которых можно быстро и достаточно точно рассчитать лучистый теплообмен. Как и ранее Эккерт [1.158], он предложил для расчета лучистого теплообмена с серой стенкой вместо (92) соотношения

$$Q_s = FC_s \left[\varepsilon_g \left(\frac{T_g}{100} \right)^4 - \varepsilon_{gw} \left(\frac{T_w}{100} \right)^4 \right], \quad (94)$$

причем вместо ϵ_g и ϵ_{gw} или соответственно ϵ_w , входящих в уравнение (92), здесь использованы $\bar{\epsilon}_g$ и $\bar{\epsilon}_{gw}$. Последние в отличие от ϵ_g и ϵ_{gw} учитывают влияние дополнительных отражений и поглощений. Поскольку предполагается производить пересчет ϵ_{gw} или ϵ_w в $\bar{\epsilon}_{gw}$ или $\bar{\epsilon}_w$, а также ϵ_g в $\bar{\epsilon}_g$, опустим для упрощения индексы g и w . Для смесей из CO_2 и H_2O пусть $\epsilon_{\text{CO}_2+\text{H}_2\text{O}}$ определяется простым сложением ϵ_{CO_2} и $\epsilon_{\text{H}_2\text{O}}$.

Согласно первому способу пересчета, предложенному Элгети, значение ϵ , полученное по рис. 42 или 43 или по обоим рисункам, относят к ϵ_∞ — поглощательной способности бесконечно толстого слоя. Согласно [1.159] можно принять следующие значения ϵ_∞ :

Для CO_2	$\epsilon_\infty=0,23$
Для H_2O	$\epsilon_\infty=0,90$
Для $\text{CO}_2+\text{H}_2\text{O}$	$\epsilon_\infty=0,98$

Тогда при известной поглощательной способности стенки $\epsilon_{\text{ст}}$ отношение $\bar{\epsilon}/\epsilon_\infty$ можно определить по графику, приведенному на рис. 45. Умножая его на ϵ_∞ , получаем искомое значение ϵ , т. е. $\bar{\epsilon}_g$, $\bar{\epsilon}_{gw}$ или $\bar{\epsilon}_w$.

Еще проще, но несколько менее точно, можно выразить интенсификацию лучистого теплообмена, обусловленную отражениями и дополнительными поглощениями, с помощью эквивалентной увеличенной толщины слоя s^* . Зная действительную толщину слоя s и поглощательную способность стенки $\epsilon_{\text{ст}}$, легко рассчитать s^* по уравнению

$$s^* = s / \epsilon_{\text{ст}}^{0,85}; \quad (95)$$

затем по рис. 42 или 43 для данной температуры T_g или T_w и произведения ps^* находим степень черноты или поглощательную способность ϵ^* и окончательно получаем:

$$\bar{\epsilon} = \epsilon_{\text{ст}} \epsilon^*. \quad (96)$$

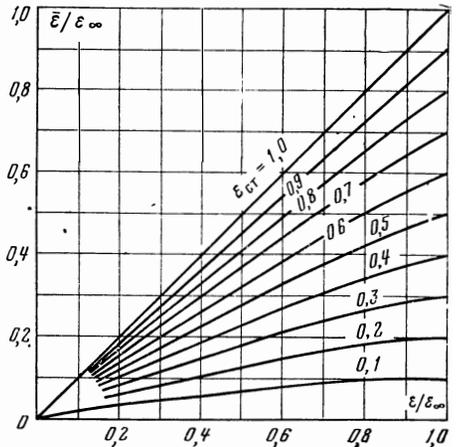


Рис. 45. Диаграмма для определения значений ϵ в уравнении (94) по ϵ и ϵ_∞ при известной степени черноты стенки $\epsilon_{\text{ст}}$.

При одновременном излучении двуоксида углерода и водяного пара ϵ^* равна сумме $\epsilon_{\text{CO}_2}^*$ и $\epsilon_{\text{H}_2\text{O}}^*$. Элгети показал [1.159], что и этот способ почти всегда достаточно точен, прежде всего потому, что степень неопределенности построенных на основе опытных данных кривых (рис. 42 и 43) довольно высока.

Локально изменяющиеся температуры газа и стенки. В теплообменниках температура газа T_g , а в большинстве случаев и температура стенки изменяются от места к месту, например по длине трубы. Поэтому и плотность потока излучения сильно изменяется по поверхности трубы. В таких случаях полную переданную энергию излучения находят путем интегрирования или суммирования энергии, переданной с коротких участков трубы. Хаузен и Биндер [1.162] с помощью квадратурной формулы Гаусса [1.160] показали, что в большинстве случаев достаточно рассчитать переданное излучением количество теплоты лишь

в двух соответствующим образом выбранных сечениях. Если газ охлаждается в теплообменнике от T_{g1} до T_{g2} , то эти сечения должны определяться из условия, чтобы температуры газа в них были следующими:

$$T^*_{g1} = T_{g1} - 0,2(T_{g1} - T_{g2}); \quad (97)$$

$$T^*_{g2} = T_{g2} + 0,2(T_{g1} - T_{g2}). \quad (98)$$

Лучистые тепловые потоки на единицу площади поверхности в этих сечениях \dot{q}_{s1} и \dot{q}_{s2} рассчитывают по уравнению (94). Среднее значение \dot{q}_{sm} для всей поверхности вычисляют по уравнению

$$\frac{2}{\dot{q}_{sm}} = \frac{1}{\dot{q}_{s1}} + \frac{1}{\dot{q}_{s2}}. \quad (99)$$

Окончательно для полного количества теплоты, передаваемой в единицу времени путем излучения, получают:

$$\dot{Q}_s = F \dot{q}_{sm}. \quad (100)$$

Таким способом значение \dot{Q}_s определяется обычно с точностью около 2%.

В уравнениях (97) и (98) умышленно поставлен численный множитель 0,2 вместо значения 0,2113 из квадратурной формулы Гаусса, поскольку по сравнению с точным расчетом энергию теплового излучения можно выразить в среднем точнее, если использовать множитель 0,2. Причина состоит в том, что тепловое излучение точно или приближенно пропорционально четвертой степени абсолютной температуры, в то время как согласно формуле Гаусса с двумя опорными точками интеграл точно аппроксимируется функцией второй степени.

Рётцель [1.172] предложил пределять температуры T^*_{g1} и T^*_{g2} , необходимые для интегрирования по формуле Гаусса, с помощью следующих логарифмических уравнений:

$$\lg(T^*_{g1} - T_w) = \lg(T_{g1} - T_w) - 0,211 [\lg(T_{g1} - T_w) - \lg(T_{g2} - T_w)]; \quad (101)$$

$$\lg(T^*_{g2} - T_w) = \lg(T_{g2} - T_w) + 0,211 [\lg(T_{g1} - T_w) - \lg(T_{g2} - T_w)], \quad (102)$$

где T_w — температура стенки, которая предполагается постоянной.

При изменяющейся по длине теплообменника температуре стенки следует подставлять значения T_w в упомянутых сечениях. После того как при определенных таким образом температурах вычислены количества теплоты, передаваемой излучением, полный тепловой поток излучения вновь определяют по уравнениям (99) и (100). В предельном случае чистого теплового излучения, подчиняющегося закону Стефана — Больцмана, при $T_{g1} = 1300$ К, $T_{g2} = 400$ К и постоянной температуре стенки $T_w = 300$ К Рётцелю удалось по своим уравнениям провести расчет значительно точнее, чем по уравнениям (97) и (98).

Уравнения (97) — (99) или (101) и (102) можно использовать для расчета и в том случае, если наряду с излучением происходит и конвективный теплоперенос. Нужно только заменить \dot{q}^*_{s1} и \dot{q}^*_{s2} на полные переданные в данных сечениях количества теплоты \dot{q}^*_1 и \dot{q}^*_2 . Соответствующим образом можно рассчитать и полный переданный тепловой поток.

Определение доли излучения в коэффициенте теплоотдачи. Сильное влияние теплового излучения на теплоотдачу при высоких температурах можно учесть в расчете, если ввести коэффициент теплоотдачи излучением α_s и прибавлять его значение к конвективному коэффициенту теплоотдачи. С помощью α_s количество теплоты, передаваемой путем излу-

чения единицей поверхности в единицу времени между газом и стенкой, можно выразить в виде

$$\dot{q}_s = Q_s/F = \alpha_s (T_g - T_w). \quad (103)$$

Сравнив это соотношение с уравнением (94), получим:

$$\alpha_s = \frac{C_s}{T_g - T_w} \left[\bar{\varepsilon}_g \left(\frac{T_g}{100} \right)^4 - \bar{\varepsilon}_w \left(\frac{T_w}{100} \right)^4 \right]. \quad (104)$$

При малых разностях температур $T_g - T_w$ можно считать, что $\bar{\varepsilon}_w = \bar{\varepsilon}_g$, и при $T_m = (T_g + T_w)/2$ приближенно полагать

$$\frac{T_g^4 - T_w^4}{T_g - T_w} = \left(\frac{dT^4}{dT} \right)_{T_m} = 4T_m^3.$$

При этом уравнение (104) переходит в соотношение

$$\alpha_s = \frac{4C_s}{100} \bar{\varepsilon}_g \left(\frac{T_m}{100} \right)^3. \quad (105)$$

Если коэффициент теплоотдачи путем конвекции и теплопроводности обозначить через α_h , то полный коэффициент теплоотдачи рассчитывается по формуле

$$\alpha = \alpha_h + \alpha_s. \quad (106)$$

Чтобы представить порядок величины α_s/α , рассмотрим излучение газа, содержащего 70% азота, 15% двуокиси углерода и 15% водяного пара. Этот газ движется под атмосферным давлением в трубе диаметром 100 мм. Поглощательная способность стенки трубы $\varepsilon_{ст} = 0,9$. В пересчете на 0°C скорость газа $w_0 = 2,5$ м/с. Тогда, если температуры газа и стенки различаются не очень сильно, по приведенным выше соотношениям можно рассчитать, что доля теплового излучения в полной теплоотдаче составляет 6% при 0°C, 39% при 400°C и 81% при 1200°C.

Глава третья

ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПРИ ТЕЧЕНИИ В ТРУБАХ И КАНАЛАХ

21. Основные процессы при течении в трубах и каналах

Скорости газов или жидкостей в теплообменниках нельзя поднимать выше определенного предела, поскольку рост вследствие этого падения давления означает увеличение потерь энергии, которые, как правило, не могут превышать определенного максимального значения, диктуемого экономическими или эксплуатационными соображениями. Поэтому наряду с передаваемым количеством теплоты важно уметь рассчитывать и падение давления в теплообменнике.

Из закономерностей гидравлического сопротивления будут рассмотрены только самые важные. Для ознакомления с более подробными сведениями по отдельным вопросам будут даны ссылки на учебники по гидромеханике и другие работы на эту тему, например на «Теплотехнический атлас VDI» [B.1, листы La1—Lm2].

* Ошибка этого уравнения при $T_g/T_w = 0,9 \div 1,1$ меньше чем 1%. Такую же ошибку имеет и уравнение (105), если различие между ε_g и ε_w не обуславливает большего расхождения.

Законы гидравлического сопротивления в трубах и каналах, как и законы теплоотдачи, различаются в зависимости от того, ламинарное течение или турбулентное (см. § 6).

Переход от ламинарного течения к турбулентному. Как уже упоминалось в § 6, число Рейнольдса, при котором ламинарное течение переходит в турбулентное, называется критическим числом Рейнольдса $Re_{кр}$ ¹. При значительных возмущениях жидкости или газа на входе в трубу критическое число Рейнольдса, в которое согласно уравнению (8) в качестве характерного размера входит диаметр трубы d , равно 2320. При спокойном входе, например при скругленном входном патрубке, $Re_{кр}$ может быть значительно выше. При тщательном устранении всех возмущений $Re_{кр}$ может достигать значений, превышающих 50 000. В технических устройствах $Re_{кр} = 3000 - 4000$.

Вопросу о том, какие физические причины вызывают переход к турбулентному течению, посвящено множество теоретических и экспериментальных работ. Прандтлю [1.207] и Титенсу [1.221] удалось показать, что роста малых возмущений следует ожидать тогда, когда профиль скорости имеет точки перегиба. Такие точки перегиба могут возникать, например, вследствие наложения вихрей на ламинарное движение. Дальнейший вклад в развитие теории в этой области внесли Гейзенберг [1.194], Толлмин [1.222], Кюхеман [1.201] и др. [1.207—1.209].

Мейснеру и Шуберту [1.205] в результате совместного гидродинамического и термодинамического анализа удалось рассчитать энтропию при ламинарном и турбулентном течении газа, причем при числах Re , меньших 1900, она была выше для ламинарного, а при больших числах Re — для турбулентного течения. Поэтому согласно второму закону термодинамики при числах Re , превышающих 1900, следует ожидать перехода к турбулентному течению.

Основополагающий экспериментальный вклад в вопрос возникновения турбулентности внесли Шиллер с сотрудниками [1.218]. Эти исследователи наблюдали характер движения воды непосредственно после входа в трубу. Как известно, при острой входной кромке поток жидкости сразу после входа сужается (возникает пережатие струи). Шиллер с сотрудниками доказали, что в месте сужения образуется круговой вихрь, который движется вниз по потоку вдоль стенки. Такие вихри образуются уже при сравнительно низких скоростях потока, значительно меньших скорости, соответствующей критическому числу Рейнольдса. Однако если рассматриваемая ниже безразмерная циркуляция этих вихрей не превышает 2340, их энергия вследствие внутреннего трения затухает, не приводя к дальнейшему возмущению ламинарного течения.

Под циркуляцией вихря условно подразумевают образованное для произвольного поперечного сечения вихря произведение периметра вихря на окружную скорость вдоль этого периметра². Безразмерная циркуляция Z/v равна сумме циркуляций всех вихрей, находящихся в среднем (по времени) на отрезке трубы длиной, равной диаметру d , деленной на кинематическую вязкость ν .

Как только при повышении скорости безразмерная циркуляция достигает критического значения 2340, течение становится неустойчивым и возникает турбулентное движение с перемешиванием. Кроме того, авторы [1.218] показали, что при всех исследованных видах входа в трубу это критическое значение циркуляции достигается именно при критическом числе Рейнольдса, независимо от того, чему равно значение $Re_{кр}$. Только когда $Re_{кр}$ лишь немного превышает 2320, для перехода к турбулентному течению необходимы значительно большие, чем 2340, значения Z/v , что объясняется большой устойчивостью существовавшего до этого ламинарного течения. Но если не учитывать этот особый случай, критическое значение Z/v всегда равно 2340; это позволяет понять гидродинамику потока при скругленном входном участке и плавном входе жидкости в трубу. В этом случае вихри с интенсивной циркуляцией возникают лишь при значительно более высоких скоростях, чем при входе с острой кромкой, так что и значение $Z/v = 2340$ достигается лишь при больших числах Рейнольдса.

Обычно с ростом скорости переход от ламинарного течения к турбулентному происходит не мгновенно. Существует по крайней мере не-

¹ Согласно Рейнольдсу [1.211].

² Строго циркуляция определяется как интеграл по замкнутому контуру $\oint w ds$ (w — скорость, ds — элемент пути интегрирования, оба рассматриваемые как векторы).

большая промежуточная область, в которой ламинарное и турбулентное течение почти периодически перемежаются. При этом переход от одного режима течения к другому обычно происходит чаще, чем раз в секунду.

Гидродинамический начальный участок и стабилизированное течение. Как при ламинарном, так и при турбулентном течении различают гидродинамический начальный участок и стабилизированное течение, устанавливающееся лишь на определенном расстоянии от входа. Как правило, движущаяся среда входит в трубу или канал с одинаковой по всему поперечному сечению скоростью. Затем она проходит через начальный участок, на котором пристенные частицы жидкости под действием трения все больше и больше затормаживаются. Напротив, в средней части поперечного сечения трубы скорость увеличивается, поскольку, если считать, что плотность и площадь поперечного сечения не изменяются, средняя скорость должна оставаться неизменной. Поэтому радиальный профиль скорости вдоль начального участка стремится к предельной форме, соответствующей гидродинамически стабилизированному течению. При ламинарном течении такое предельное радиальное распределение скоростей представляет собой параболу (рис. 46, слева). Напротив, при турбулентном течении вследствие выравнивающего действия турбулентного перемешивания в средней части трубы профиль скорости очень плоский, тогда как у стенки, т. е. преимущественно в ламинарном подслое, скорость круто падает (рис. 46, справа).

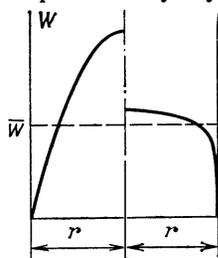


Рис. 46. Распределение скоростей по поперечному сечению трубы.

Слева — стабилизированное ламинарное течение; справа — турбулентное течение; \bar{w} — средняя скорость потока.

Переход к этим предельным распределениям скоростей происходит асимптотически. Практически, однако, говорят о стабилизированном течении (ламинарном или турбулентном), если действительная скорость на оси трубы отличается от ее асимптотического значения на 1%. Расстояние сечения, для которого выполняется это условие, от входа называется длиной гидродинамического начального участка. Потери давления на начальном участке рассматриваются в § 22.

22. Гидравлическое сопротивление гладких труб или каналов

Падение давления в трубопроводе можно рассчитать чисто теоретически только в случае стабилизированного ламинарного течения. Для ламинарного и турбулентного начального участка известны приближенные решения. Однако обычно наши знания о потерях давления, как и о коэффициентах теплоотдачи, почти целиком основаны на опытных данных. В рассматриваемом случае, как и в процессах теплообмена, широко используется теория подобия в форме эмпирических уравнений, обобщающих опытные данные.

Анализ с помощью теории подобия задачи о гидравлическом сопротивлении при стабилизированном ламинарном или турбулентном течении. Поскольку скорость потока w , плотность среды ρ , ее вязкость η и диаметр трубы d оказывают существенное влияние на гидравлическое сопротивление, то в этом случае, как и при теплоотдаче, основную роль играет число Рейнольдса (8):

$$\frac{\rho w d}{\eta} = \frac{w d}{\nu},$$

где $\nu = \eta / \rho$.

Другой безразмерный комплекс получают, разделив падение давления Δp на отнесенную к единице объема кинетическую энергию движущейся среды $\rho\omega^2/2$, равную давлению торможения. Одну вторую этого комплекса называют числом Эйлера Eu^* . В качестве безразмерного параметра используется также отношение длины трубы к диаметру L/d . Согласно § 8 соотношение для гидравлического сопротивления, полученное с помощью теории подобия, имеет вид:

$$2Eu = \frac{\Delta p}{\rho\omega^2} = \Phi \left(Re, \frac{L}{d} \right), \quad (107)$$

где Φ — первоначально произвольная функция.

Учитывая, что Δp пропорционально длине трубы, получаем функцию ψ , зависящую только от числа Re :

$$\Delta p = \psi(Re) \frac{\rho\omega^2}{2} \frac{L}{d}. \quad (108)$$

В технике $\psi = \psi(Re)$ называют коэффициентом гидравлического сопротивления¹. В определении его зависимости от числа Re состоит основная задача всех опытных исследований гидравлического сопротивления.

Если поперечное сечение канала не круглое, то обычно в число Re в последний множитель уравнения (108) вместо внутреннего диаметра трубы d подставляют эквивалентный (гидравлический) диаметр $d_{экрв}$, определяемый согласно уравнению (14).

Зависимость коэффициента гидравлического сопротивления от числа Рейнольдса. На рис. 47 представлена зависимость $\psi(Re)$ для стабилизированного ламинарного и турбулентного течения в прямых трубах круглого поперечного сечения, полученная на основе известных опытных данных, например, [1.179, 1.195, 1.206, 1.209]. Левая ветвь до $Re = 2320$ или несколько выше относится к ламинарному режиму течения, а остальные кривые в правой части графика — к турбулентному.

В области стабилизированного ламинарного течения для гладких труб и каналов справедливо, как можно доказать и теоретически, соотношение

$$\psi(Re) = \text{const}/Re. \quad (109)$$

Константа в этом уравнении зависит от формы поперечного сечения канала. Для круглых труб она равна 64. Именно с этим значением рассчитана левая падающая ветвь кривой на рис. 47. Для квадратного поперечного сечения со стороной a эта константа равна 56,9, а при течениях между параллельными плоскими пластинами, расположенными на расстоянии a друг от друга, 96. При этом согласно уравнению (14) в число Re и в уравнение (108) нужно подставлять следующий эквивалентный диаметр: для каналов квадратного поперечного сечения $d = d_{экрв} = a$, для течения между плоскими пластинами $d = d_{экрв} = 2a$; см., например, [1.193].

Из уравнений (108), (109) и (8) с учетом того, что $\nu\rho = \eta$, следует:

$$\Delta p = \frac{\text{const}}{2} \eta\omega \frac{L}{a^2}.$$

* В современной технической литературе общепринятым обозначением числа Эйлера является $Eu = \Delta p / \left(\frac{1}{2} \rho\omega^2 \right)$. — Прим. ред.

¹ В отечественной литературе функцию $\psi(Re)$ называют коэффициентом сопротивления трения. — Прим. ред.

Таким образом, для стабилизированного ламинарного течения падение давления пропорционально вязкости η и скорости w .

Когда число Re превысит критическое значение, которое, как уже упоминалось, в технических устройствах составляет обычно 3000—4000, возникает турбулентное движение и функция $\psi(Re)$ резко возрастает.

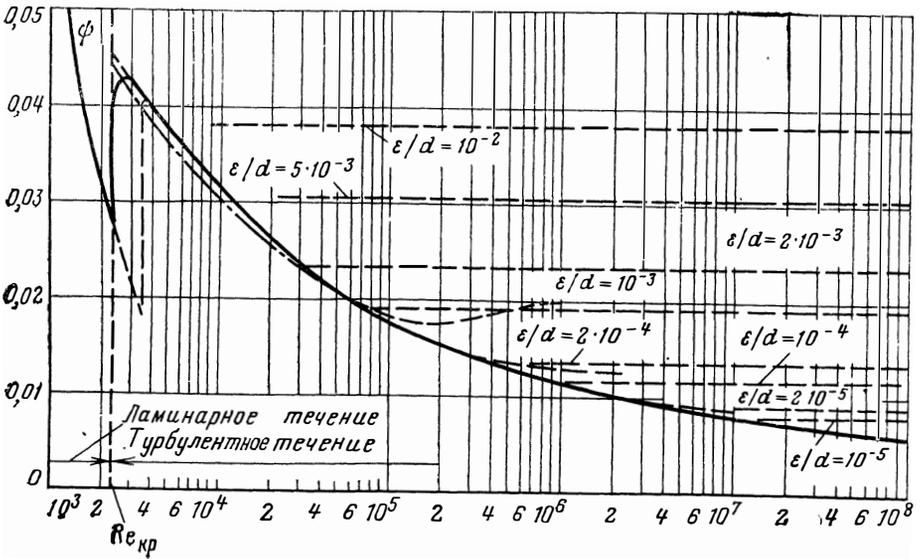


Рис. 47. Коэффициент гидравлического сопротивления ψ в гладких и шероховатых трубах.
 — — — гладкие трубы; - - - - шероховатые трубы (с полным проявлением шероховатости).

(вертикальная линия на рис. 47). При дальнейшем увеличении числа Re коэффициент гидравлического сопротивления $\psi(Re)$ в турбулентной области вновь уменьшается, но медленнее, чем в ламинарной. Для гладких труб это можно видеть по нижней сплошной кривой на рис. 47. В области между $Re_{кр}$ и $Re \approx 10^5$ зависимость $\psi(Re)$ для гладких труб с хорошим приближением описывается законом, установленным Блазиусом [1.181]:

$$\psi(Re) = \frac{0,3164}{\sqrt[4]{Re}}. \tag{110}$$

При больших числах Re зависимость $\psi(Re)$ уменьшается еще медленнее, чем в соответствии с уравнением (110). До $Re = 2 \cdot 10^6$ для гладких труб с высокой точностью справедливо уравнение [1.195]

$$\psi = 0,00540 + 0,3964 Re^{-0,3}. \tag{111}$$

Для всей турбулентной области гидравлическое сопротивление гладких труб можно рассчитать по формуле, предложенной Прандтлем [1.209]:

$$\frac{1}{\sqrt{\psi}} = 2 \lg (Re \sqrt{\psi}) - 0,8 = 2 \lg \frac{Re \sqrt{\psi}}{2,51}. \tag{112}$$

Для того чтобы рассчитать падение давления в гладких трубах с помощью приведенных соотношений, нужно после определения числа Re найти значение ϕ по изображенной на рис. 47 сплошной кривой или по уравнениям (109) — (112), а затем подставить его в уравнение (108).

Гидравлическое сопротивление прямых труб с учетом гидродинамического начального участка. Согласно теоретическим расчетам [1.184] длина гидродинамического начального участка при ламинарном течении

$$l_a = 0,065d Re, \quad (113)$$

что хорошо согласуется с опытными данными. При турбулентном течении начальный участок чаще всего короче и его длина не зависит или зависит очень слабо от числа Re . Согласно опытным данным [1.206] l_a при турбулентном течении равно примерно 50—80 внутренним диаметрам трубы d .

Как расчетные, так и опытные данные свидетельствуют о том, что падение давления на начальном участке всегда выше, чем при стабилизированном течении [1.52]. Теоретически это можно обосновать следующим образом, если считать, то процессы на входе в канал уже учтены. Поскольку скорость жидкости непосредственно после входа в трубу обычно выше, чем в прилегающем к трубе объеме перед входом, на входе происходит ускорение потока. Если пренебречь обычно малой кинетической энергией среды перед входом в трубу, то необходимая для этого работа ускорения, отнесенная к единице объема, составляет $\rho\omega^2/2$. Кроме того, в частности, для ламинарного режима, кинетическая энергия стабилизированного, течения больше, чем энергия на входе с однородным по поперечному сечению профилем скорости. Поэтому на начальном участке должна подводиться работа ускорения потока. Помимо этого, на начальном участке требуется работа для преодоления сопротивления трения, обуславливающего торможение пристенных слоев. И, наконец, при острой кромке на входе в трубу к ним добавляются, как правило, потери на сжатие, вызванные упомянутым в § 21 сужением потока сразу после входа. Согласно расчетам Шиллера [1.216] для полной потери давления, обусловленной описанными выше процессами на входе и на начальном участке, получаются следующие соотношения: при ламинарном течении и скругленном входе

$$\Delta p_{\text{нач}} = 2,16\rho\omega^2/2;$$

при турбулентном течении и входе с острой кромкой

$$\Delta p_{\text{нач}} = 1,4\rho\omega^2/2.$$

Если вместо скругленного используется вход с острой кромкой, то при ламинарном течении согласно опубликованным еще в 1839 г., но надежным опытным данным Гагена дополнительные потери давления составят $2,7\rho\omega^2/2$. Различие по сравнению со случаем скругленного входа связано с упомянутым сжатием потока при входе с острой кромкой.

Если в соответствии с вышеизложенным хотя учесть дополнительные потери давления на входе и начальном участке, то уравнение (108) для полного падения давления при входе с острой кромкой нужно модифицировать следующим образом:

при ламинарном течении

$$\Delta p = \left[\phi(Re) \frac{L}{d} + 2,7 \right] \frac{\rho\omega^2}{2}; \quad (114)$$

при турбулентном течении

$$\Delta p = \left[\psi (\text{Re}) \frac{L}{d} + 1,4 \right] \frac{\rho \omega^2}{2}. \quad (115)$$

Числовые значения дополнительных членов 2,7 и 1,4 с хорошим приближением подтверждены и результатами более поздних экспериментальных исследований. Грегори [2.15] приводит значения 2,66 и 1,56. При хорошо скругленном входе эти значения уменьшаются примерно на 0,44. Однако поправки, учитывающие входные эффекты и ускорение потока, играют заметную роль только в сравнительно коротких трубах или в том особом случае, когда при ламинарном течении путем тщательного скругления входного отверстия и устранения всех прочих возмущений на входе удается поднять число Re до значений, немного превышающих 2320, без перехода к турбулентному течению. С другой стороны, в уравнениях (114) и (115) предполагается, что в трубах, по крайней мере приближенно, имеется весь начальный участок, т. е. они не очень короткие. Для теплообменников часто вполне достаточно рассчитывать падение давления по упрощенному уравнению (108) с определением коэффициента гидравлического сопротивления ψ по рис. 47 или 49 либо с помощью уравнений (109) — (112).

При сравнении значений падения давления, рассчитанных по уравнениям (108), (114) или (115), с фактическими значениями, измеренными в теплообменниках, оказывается, что опытные значения часто выше. Отчасти это объясняется тем, что в расчете учитывается только гидравлическое сопротивление труб теплообменника, тогда как в опытах обычно измеряются суммарные потери давления в трубах, коллекторах, подводных и отводящих штуцерах. Падение давления во входной и выходной камерах кожухотрубчатых теплообменников исследовал Линке [1.203], а влияние зависимости теплофизических свойств от температуры — Рётцель [1.212].

Другая причина более высокого падения давления состоит в том, что трубы являются не гладкими, а шероховатыми. О падении давления в шероховатых и изогнутых трубах речь пойдет в следующем параграфе.

23. Гидравлическое сопротивление шероховатых и изогнутых труб

Гидравлическое сопротивление шероховатых труб. Казалось бы, шероховатость стенки трубы должна способствовать возникновению турбулентности. Однако и в шероховатых трубах критическое число Рейнольдса не бывает ниже 2320. Переход к турбулентному режиму течения в шероховатых трубах обычно происходит при том же числе Re , что и в гладких, если только условия на входе одинаковы [1.214]. Однако падение давления при турбулентном течении в шероховатых трубах всегда выше, чем в гладких, и эта разница тем больше, чем выше число Re .

Согласно опытным данным [1.197], [1.190], [1.217] следует различать в основном два типа шероховатости:

коротковолновые выступы шероховатости, кратко называемые поверхностью шероховатостью (показаны на рис. 48 вверху и в середине так, как они выглядят в действительности и в идеализированной форме);

мягко скругленная длинноволновая шероховатость, кратко называемая волнистостью поверхности (рис. 48, внизу).

Согласно этой классификации при поверхностной шероховатости отдельные элементы шероховатости расположены близко друг от друга, а при волнистости — далеко по сравнению с высотой выступов шероховатости.

В общем случае коэффициент гидравлического сопротивления в шероховатых трубах зависит не только от числа Re , но и от относительной шероховатости ϵ/d , где ϵ — средняя высота выступов шероховатости; d — внутренний диаметр трубы.

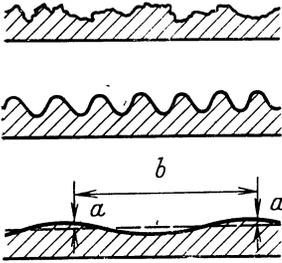


Рис. 48. Два типа шероховатости стенок каналов.

Вверху и в середине — коротковолновая шероховатость; внизу — длинноволновая шероховатость.

При чисто поверхностной шероховатости и турбулентном течении зависимость коэффициента гидравлического сопротивления ψ от числа Re для определенного значения ϵ/d при малых Re проходит лишь незначительно выше соответствующей кривой для гладкой трубы. Начиная с определенного числа Re , которое тем больше, чем меньше ϵ/d , зависимость $\psi(Re)$ для труб с поверхностной шероховатостью довольно быстро становится практически горизонтальной. В некоторых случаях перед этим наблюдается слабый минимум¹. Такие горизонтальные линии, изображенные на рис. 47 для различных значений d/ϵ , а следовательно, и для различных относительных шероховатостей ϵ/d , рассчитаны по уравнению Никурадзе [1.206а]

$$\psi = \frac{1}{(1,74 + 2 \lg d/2\epsilon)^2} \quad \text{или} \quad \frac{1}{\sqrt{\psi}} = 2 \lg \frac{3,72d}{\epsilon}. \quad (116)$$

В этой области ψ является функцией только ϵ/d . Следовательно, согласно уравнению (108) для определенного значения ϵ/d в этой области наблюдается чисто квадратичный закон сопротивления, т. е. падение давления прямо пропорционально квадрату скорости. Влияние числа Re , а с ним и вязкости, исчезает, потому что в этом случае силы трения очень малы по сравнению с силами инерции турбулентного потока.

Горизонтальные линии на рис. 47 можно использовать и для приближенного расчета гидравлического сопротивления коммерческих цельнотянутых медных труб, если иметь в виду, что значение ϵ для таких труб равно примерно 0,01 мм. Однако полученные таким образом коэффициенты гидравлического сопротивления ψ ненадежны, поскольку для меди шероховатость не является чисто поверхностной.

Напротив, при волнистости поверхности зависимость $\psi(Re)$ для определенного значения относительной шероховатости ϵ/d во всей турбулентной области проходит подобно соответствующей зависимости для гладких труб, только для шероховатых труб кривых $\psi(Re)$ лежат тем выше, чем больше ϵ/d .

Между этими двумя предельными случаями должны находиться все возможные промежуточные типы шероховатости. Как при этом проходят кривые $\psi(Re)$, исследователи Коулбрук и Уайт [1.185] на различ-

¹ Такой минимум, по опытным данным Никурадзе, для песочной шероховатости имеет изображенная на рис. 47 тонкая штриховая кривая, которая при $\psi=0,02$ выходит из сплошной кривой для гладких труб.

ных поверхностях с искусственной шероховатостью, имеющей четко определенные параметры. Свои опытные данные эти исследователи обобщили соотношением, полученным посредством объединения уравнений Прандтля (112) и Никурадзе (116)

$$\frac{1}{\sqrt{\phi}} = -2 \lg \left[\frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\phi}} + \frac{\epsilon}{3,7 \cdot d} \right]. \quad (117)$$

Графики, построенные в соответствии с этой зависимостью, называемой уравнением Прандтля — Коулбрука, можно найти в [1.210]. Еще более общим является уравнение Галавича [1.191, 1.210]. Большинство применяемых в технике труб имеют смешанный тип шероховатости.

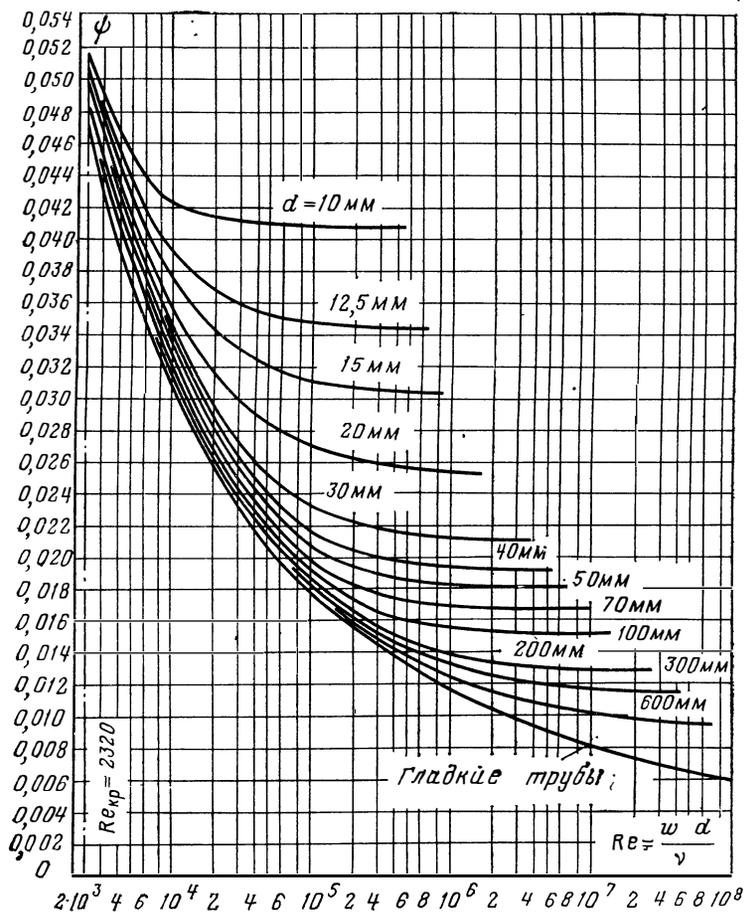


Рис. 49. Коэффициент гидравлического сопротивления цельнотянутых стальных труб.

В какой мере свойства их внутренних поверхностей приближаются к предельным случаям поверхностной шероховатости или поверхностной волнистости, зависит главным образом от материала и способа обработки поверхности. К предельному случаю полного проявления шероховатости приближаются, например, трубы из заржавевшего железа или чугуна, тогда как стенки каналов из строганого дерева или покрытого битумом листового железа приближаются к другому предельному случаю.

Мы рассмотрим здесь как практически наиболее важную зависимость $\psi(Re)$ для цельнотянутых стальных труб, обработка поверхности которых соответствует шероховатости смешанного типа, однако более близкой к волнистости. На рис. 49 представлена зависимость $\psi(Re)$ для прямых стальных труб различных внутренних диаметров по опытным данным Фриче [1.188], Циммермана [1.227], Вушковича [1.223], а также Камнера¹. Опытные данные сглажены таким образом, что в среднем хорошо соответствуют результатам названных авторов. Правда, опытные данные Фриче, полученные, очевидно, на более шероховатых трубах, лежат несколько выше показанных на рис. 49 кривых—для труб диаметром 26 мм примерно на 10%, а для труб диаметром 39 мм приблизительно на 3%. Напротив, опытные данные Камнера для труб диаметром 10 мм лежат примерно на 7% ниже соответствующей кривой на рис. 49.

Из рис. 49 видно, что для прямых стальных труб кривые для ψ , уже начиная с критического числа Рейнольдса, лежат несколько выше, чем для гладких труб, и что, как и в случае волнистости поверхности, их кривизна изменяется довольно плавно. Как изменится ход этих кривых при очень высоких числах Re , по данным проведенных до сих пор опытов надежно предсказать невозможно. На рис. 49 принято, что они постепенно переходят в горизонтальные линии, соответствующие режиму с полным проявлением поверхностной шероховатости. Напротив, согласно Циммерману кривые после пологого минимума вновь начинают возрастать. По-видимому, при этом подготавливается переход к горизонтальной линии в виде пологой s-образной кривой.

Гидравлическое сопротивление изогнутых труб. Критическое число Рейнольдса, при котором происходит переход ламинарного течения в турбулентное, для изогнутых труб выше, чем для прямых. Если D — диаметр кривизны, а d , как и раньше — внутренний диаметр трубы, то согласно Уайту [1.224] при $D/d=50$ критическое число Рейнольдса составляет примерно 6000, а при $D/d=15$ — около 9000 по сравнению с 2320—4000 для прямых труб. Значения $Re_{кр}$, измеренные Тэйлором [1.220], Адлером [1.178] и Вошни [1.94], хорошо согласуются с результатами Уайта. Согласно Шмидту [1.219] эти зависимости можно с достаточной точностью представить в виде уравнения

$$Re_{кр} = 2300[1 + 8,6(d/D)^{0,45}]. \quad (118)$$

Это, на первый взгляд, удивительное повышение $Re_{кр}$ объясняется, по-видимому, тем, что в изогнутых трубах уже при ламинарном течении возникает поперечное движение в виде двух сцепленных вихрей (рис. 50). Эти вихри образуются потому, что частицы жидкости, движущиеся с наибольшими скоростями в центральной части трубы, отбрасываются под действием центробежной силы, возникающей в искривленной трубе и направленной в сторону, противоположную центру кривизны трубы. По-видимому, такие поперечные движения поглощают часть энергии возмущений, накладывающихся на течение, и поэтому затрудняют переход к турбулентному режиму. Вероятно, эти спаренные вихри являются основной причиной повышения потерь давления в изогнутых трубах по сравнению с прямыми.

¹ В. Камнер еще до 1950 г. в лаборатории фирмы «Линде» измерил падение давления при течении азота в стальной трубе с диаметром в свету 100 мм в диапазоне чисел $Re = 2300 \div 20\,000$. Его результаты не опубликованы.

Уайт [1.224] и др. измерили коэффициенты гидравлического сопротивления при ламинарном течении в изогнутых трубах и представили свои данные в виде эмпирического уравнения.

Для турбулентного течения в изогнутых трубах имеются многочисленные опытные данные при угле поворота трубы 90° , а также некоторые данные для меньших и больших углов [1.189, 1.196, 1.224, 1.226]. Поскольку разница с потерями давления в прямых трубах обычно мала и, кроме того, сильно зависит от точности изготовления и шероховатости трубы, точно измерить ее довольно трудно. Поэтому опытные данные имеют большой разброс и дают различные зависимости сопротивления от относительной кривизны D/d . Обозначив дополнительные потери давления вследствие изгиба трубы через

$$\Delta p_u = \zeta_u \frac{\rho \omega^2}{2} = \psi_u \frac{\rho \omega^2}{2} \frac{L}{d}, \quad (119)$$

получим, что для угла поворота 90° в гладких трубах коэффициент ζ_u в среднем равен примерно 0,1. Для шероховатых труб с тем же углом поворота $\zeta_u = 0,1 \div 0,4$, т. е. в среднем равен примерно 0,25. При угле поворота 45° $\zeta_u \approx 0,6$, а при угле поворота 180° он приблизительно в 1,4—1,5 раз больше приведенных значений. Из этого видно, что, как установили прежде всего Фриче и Рихтер [1.189], первые по ходу потока части изогнутой трубы вносят сравнительно больший вклад в дополнительные потери давления, чем последующие. Это можно объяснить тем, что, для того чтобы вызвать рассмотренное поперечное движение (рис. 50), необходимо больше энергии, чем для его поддержания. Кроме того, значение ζ_u учитывает, что в прилегающих к изгибу участках прямых труб потери давления также повышенные, поскольку на этих участках происходит затухание поперечного движения. Ясно, что и эти потери при малых углах поворота имеют сравнительно большее значение, чем при больших. Поэтому можно ожидать, что в витках змеевиках с большим числом витков потери давления, приходящиеся на один поворот, равный примерно 90° , в среднем меньше, чем для единственного поворота на 90° . Это подтвердили опыты Ешке [1.40], который обобщил результаты своих измерений на змеевиках из цельнотянутых стальных труб при числах Re , превышающих 110 000, уравнением

$$\psi_{из} = 0,0238 + 0,0891d/D = 0,0238(1 + 3,74d/D), \quad (120)$$

где $\psi_{из}$ — полный коэффициент гидравлического сопротивления изогнутой трубы; D — диаметр кривизны.

Можно легко доказать, что рассчитанный согласно уравнению (120) коэффициент сопротивления $\psi_{из}$ в соответствии с изложенным меньше, чем полученный экспериментально для одиночного 90° -ного поворота. В частности, полагая, что константа 0,0238 представляет собой коэффициент гидравлического сопротивления прямой трубы ψ , из уравнения (120) с учетом (119) при числе витков n имеем:

$$\zeta_u = \psi_u \frac{L}{d} = (\psi_{из} - \psi) \frac{L}{d} = 0,0891 \frac{d}{D} \frac{\pi D}{d} n = 0,0891 \pi n.$$

Отсюда для угла поворота 90° , т. е. для $n=1/4$, следует, что $\zeta_u=0,07$. Но это значение меньше, чем $1/3$ среднего значения, измеренного в шероховатой трубе с углом поворота 90° .

Вонши [1.94] на основе более поздних опытных данных подтвердил, что уравнение (120) справедливо с хорошим приближением.

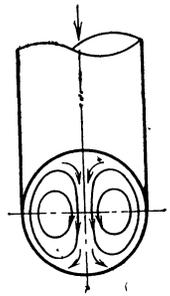


Рис. 50. Два сцепленных вихря в изогнутой трубе.

Согласно опытам Ешке при $Re < 110\,000$ и уменьшении числа Re коэффициент гидравлического сопротивления $\psi_{из}$ возрастает вследствие изгиба трубы значительно сильнее, чем это следует из уравнения (120). Так, согласно Ешке $\psi_{из} - \psi$ при $Re = 20\,000$ округленно в 7 раз, при $Re = 40\,000$ в 4 раза и при $Re = 80\,000$ в 1,5 раза больше, чем по уравнению (120). Подобное, правда, несколько меньшее возрастание $\psi_{из} - \psi$ обнаружили Шмидт [1.219], а также Сринивасан, Нандапуркар и Холланд [1.87]. Согласно Шмидту влияние кривизны трубы можно еще лучше описать уравнением вида (120), если d/D заменить на $(d/D)^{0,62}$, соответственно изменив константу перед этим членом. К этому же выводу можно прийти и на основании работы упомянутых выше авторов [1.87].

Вошни исследовал, кроме того, влияние обогрева потока на гидравлическое сопротивление и теплоотдачу. Он обнаружил, что это влияние лучше описывается множителем $(\eta_{fi}/\eta_w)^{0,27}$ или $(\eta_{fi}/\eta_w)^{0,3}$ вместо обычно используемого $(\eta_{fi}/\eta_w)^{0,14}$.

При ламинарном течении, по данным многих авторов, влияние кривизны на гидравлическое сопротивление значительно больше, чем при турбулентном.

24. Гидравлическое сопротивление при поперечном обтекании труб и течении через насадки

Гидравлическое сопротивление при поперечном обтекании трубных пучков. Большинство исследователей, изучавших теплоотдачу при поперечном обтекании трубных пучков (см. § 14), измеряли также гидравлическое сопротивление пучков. Результаты опытов они обрабатывали в виде

$$\Delta p = n\psi \frac{\rho w^2}{2}, \quad (121)$$

где n — число рядов труб в направлении течения; ψ — безразмерная величина, зависящая в первую очередь от числа Re , а также от относительных шагов, т. е. от отношений расстояний между центрами трубок наружному диаметру трубы; a — это относительный поперечный шаг (как и в § 14); b — относительный продольный шаг.

В качестве скорости w в уравнение (121), а также в число Re , как и в соответствующих уравнениях для теплоотдачи, входит наибольшая скорость между трубами, а в качестве d — наружный диаметр трубы.

Якоб [1.198] представил опытные данные по гидравлическому сопротивлению трубных пучков, полученные Пирсоном [1.118] и Хьюджем [1.110], в виде следующих уравнений:

для коридорного пучка

$$\psi = Re^{-0,15} \left[0,176 + \frac{0,32b}{(a-1)^{0,43 + \frac{1,13}{b}}} \right]; \quad (122)$$

для шахматного пучка

$$\psi = Re^{-0,16} \left[1 + \frac{0,47}{(a-1)^{1,08}} \right]. \quad (123)$$

При этом если разность температур между стенкой трубы и потоком достаточно велика, физические свойства, входящие в число Re , а также в уравнение (121), следует выбирать при определяющей температуре

Φ_* . Последняя рассчитывается по средней температуре движущейся среды ϑ_m и температуре поверхности стенки Θ_0 по формулам:

для коридорного пучка $\Phi_* = \vartheta_m - 0,1(\vartheta_m - \Theta_0)$;

для шахматного пучка $\Phi_* = \vartheta_m - 0,2(\vartheta_m - \Theta_0)$.

Уравнения (122) и (123) справедливы для трубных пучков из десяти и более рядов. Если пучок состоит только из четырех рядов, значения ψ примерно на 8% больше¹.

С опытными данными Пирсона и Хьюджа и построенными по ним формулами (122) и (123) в общем согласуются результаты измерений Яуэрника [1.199] на воде, однако последние дают несколько более высокие значения.

С уравнениями (122) и (123) хорошо согласуются опытные данные Райера [1.121] для коридорного пучка, в то время как данные этого же автора для шахматного пучка выше на 50% и более. Опытные данные Глязера [1.102] для коридорного пучка лежат на 40—50% выше. Напротив, Тер Линден [1.202] и Брандт [1.182] получили более низкие значения гидравлического сопротивления, чем Пирсон и Хьюдж. Данные Тер Линдена лишь незначительно ниже, чем Пирсона и Хьюджа, а данные Брандта ниже примерно на 50%.

Более поздние опытные данные [1.180, 1.200, 1.186, 1.99, 1.106, 1.125, 1.192, 1.177, 1.204, 1.179, 1.113, 1.213 и др.] отклоняются от приведенных средних значений на $\pm 30\%$. Во втором издании «Теплотехнического атласа VDI» [B.1] В. Каст, представил довольно сложную зависимость коэффициента гидравлического сопротивления от числа Re и относительных шагов a и b на двух диаграммах ($Ld2$ и $Ld3$) для коридорного и шахматного пучков.

При обтекании шероховатых труб следует учитывать более высокие потери давления. Например, Винер [1.225] измерил при обтекании сильно корродировавших стальных труб падение давления, в 1,22 раза превышающее соответствующую величину для гладких труб.

Гидравлическое сопротивление насадок. Формы элементов насадок и шероховатость их поверхности в общем настолько разнообразны, что сильно различаются и потери давления в продуваемом через насадку газе. Поэтому следует ожидать, что определенное уравнение для гидравлического сопротивления, обладающие хорошей точностью, может быть получено только для одинаковых или подобных насадочных элементов.

Брауэр [1.183], продолживший исследование Эргуна [1.187], получил уравнение для коэффициента гидравлического сопротивления насадок из шаров или тел шаровидной формы:

$$\psi = \frac{160}{Re'} + \frac{3,1}{(Re')^{0,1}}. \quad (124)$$

При высоте слоя насадки H падение давления в нем рассчитывается из соотношения

$$\Delta p = \psi \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon^3} \rho \omega^2 \frac{H}{d}. \quad (125)$$

В формулах (124), (125) ε — относительный объем пустот; ω — скорость течения в пустом канале; d — диаметр шара или средний диаметр частицы;

$$Re' = \frac{1}{1-\varepsilon} \frac{\omega d}{\nu}.$$

¹ Другие уравнения подобного рода дал Гофман [1.109].

ЧАСТЬ ВТОРАЯ

РЕКУПЕРАТОРЫ

Глава первая

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУР И ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ПРИ ПРЯМОТОКЕ И ПРОТИВОТОКЕ

Предварительное замечание. Во второй и третьей частях настоящей книги будет подробно изложена теория рекуператоров и регенераторов. При этом, как уже упоминалось во введении, под рекуператорами понимаются теплообменники, через которые осуществляется непрерывное движение участвующих в теплообмене сред, а тепло передается, как правило, через разделительные стенки. Иногда вместо разделительных стенок могут использоваться поверхности раздела несмешивающихся сред, например, взаимно нерастворимых жидкостей. В отличие от рекуператоров регенераторы имеют теплоаккумулирующую массу (насадку) и через определенные промежутки времени переключаются (если не рассматриваются регенераторы с вращающейся насадкой).

В соответствии с отмеченным в предисловии назначением книги основное внимание при обсуждении различных теорий уделяется физическому объяснению происходящих в теплообменниках процессов и способам их математического описания. Но одновременно цель анализа состоит в разработке методов простого и быстрого практического расчета теплообменников.

Настоящая, вторая часть книги посвящена рекуператорам. Сначала рассматривается большая и очень важная группа рекуператоров, в которых участвующие в теплообмене среды движутся *параллельно* друг другу. При этом в зависимости от того, движутся ли потоки в одном или противоположных направлениях, различают прямоток и противоток. На практике в большинстве случаев применяют противоток, поскольку, как будет показано в дальнейшем, он в принципе превосходит прямоток по величине передаваемого теплового потока.

Для того чтобы сделать вывод расчетных соотношений для прямотока и противотока возможно более наглядным, опишем прежде всего некоторые характерные конструкции рекуператоров с параллельным током теплоносителей.

25. Основные конструкции прямо- и противоточных теплообменников¹

Конструкции прямо- и противоточных рекуператоров в основном одинаковы. Различие между этими двумя типами взаимного движения потоков теплоносителей проявляется в основном только в размерах теплопередающей поверхности (см. § 37 и следующие) или величине передаваемого теплового потока. Поэтому если в дальнейшем речь будет идти, главным образом, о противоточных рекуператорах, можно быть уверенным, что рассматриваемые конструкции применимы также и к прямотоку.

¹ О конструкциях теплообменников см. также: [2.32, 2.33, 2.41].

Первый толчок к сооружению особых устройств для теплообмена дала, вероятно, практика эксплуатации технологических печей. Идея противотока, по-видимому, впервые была реализована на печах для обжига керамических изделий, таких как кирпич, гончарные изделия и т. п. Назначение противоточного теплообмена в этом случае состоит в том, чтобы предварительно подогреть и высушить еще не обожженную массу отходящими из зоны горения горячими газами. И в настоящее время широко применяется способ, при котором уложенные в вагоны керамические изделия медленно движутся по длинной туннельной печи в зону обжига противотоком к обтекающим их горячим газам. После обжига эти изделия движутся обычно опять противотоком к подаваемому в печь свежему воздуху, используемому для сжигания топлива, благодаря чему не только охлаждаются керамические изделия, но и одновременно предварительно подогревается воздух. В обоих случаях теплота передается через поверхность керамических изделий. Об аппаратах, которые предназначены только для теплообмена между двумя потоками, здесь еще речь не идет.

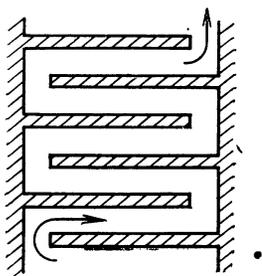


Рис. 51. Кирпичный рекуператор с зигзагообразным каналом для газового потока.

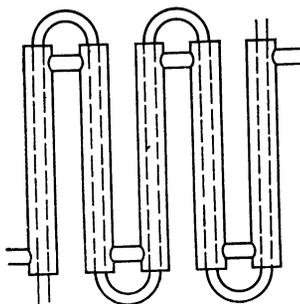


Рис. 52. Двухтрубный теплообменник (типа «труба в трубе»).

Первый настоящий теплообменник появился в результате идеи передавать теплоту, содержащуюся в отходящих газах, через *кирпичные стенки* свежему воздуху или другим газам. Очень старое устройство такого типа представляет собой разделенные стенкой гладкие шахты, по которым пропускаются отходящие газы и воздух и которые легко сложить из простых кирпичей (см. рис. 75, сверху). Рекуператоры такого типа часто применяются и в настоящее время в технологических печах, например для отжига или предварительного нагрева металлических блоков (методические печи, нагревательные колодцы и т. п.). Часто горизонтальные или вертикальные шахты конструируют таким образом, что газы движутся в них зигзагообразно, как показано на рис. 51. Спереди и сзади от показанного ряда каналов находятся аналогичные ряды шахт попеременно для одного и другого газов. Если шахты для различных газов расположены параллельно, то между ними можно осуществить как прямоток, так и противоток. Однако соседние шахты могут располагаться и под углом друг к другу. В этом случае реализуется перекрестный ток или более сложная так называемая смешанная схема (см. § 46). Другие возможности конструктивного исполнения рабочих трактов кирпичных рекуператоров обсуждаются в § 40.

Теплообменники из металла, главным образом из стали, широко применяются как для газов, так и для жидкостей при не очень высоких

температурах, не превышающих допустимых для данного металла. Большинство металлических рекуператоров изготавливают из труб. Иногда это двухтрубные теплообменники (типа труба в трубе), а в подавляющем числе случаев — кожухотрубчатые теплообменники.

В двухтрубном теплообменнике (рис. 52) каждый прямой участок изогнутой в плоский змеевик внутренней трубы окружен наружной трубой, которая соединена со следующей наружной трубой штуцером. Вместо одной внутренней трубы в общей наружной трубе может быть расположено также несколько внутренних труб. Такие теплообменники применяются прежде всего для не очень больших расходов жидкостей или для газов под высоким давлением, для которых вследствие высоких коэффициентов теплоотдачи достаточны сравнительно небольшие поверхности нагрева. Напротив, при больших расходах жидкостей,

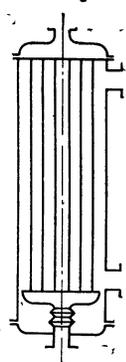


Рис. 53.

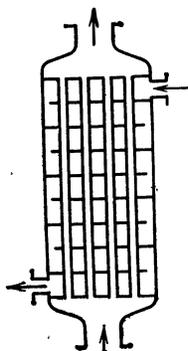


Рис. 54.

Рис. 53. Кожухотрубчатый теплообменник (нижняя трубная решетка при термическом расширении пучка перемещается свободно).

Рис. 54. Кожухотрубчатый теплообменник с перегородками, обеспечивающими перекрестно-противоточное движение потоков.

а особенно при больших расходах газов низкого давления используется параллельное включение большого числа труб. Таким образом, приходят к схеме кожухотрубчатого теплообменника (рис. 53). Трубы вверху и внизу укреплены в трубных решетках и по всей длине окружены общей трубой — кожухом, служащей каналом для движущегося в ней газа, который обтекает трубный пучок снаружи. Для предотвращения повреждений вследствие неодинакового теплового расширения трубного пучка и кожуха нижняя трубная решетка может свободно перемещаться относительно кожуха. Примыкающий к этой решетке коллектор должен либо иметь сильфон, снимающий напряжения, либо выводиться из кожуха наружу через уплотнение. Часто на трубном пучке устанавливаются перегородки (рис. 54), позволяющие осуществлять перекрестно-противоточное движение потоков.

Помимо труб теплопередающие поверхности можно изготавливать из гладких или волнистых металлических листов (рис. 55). Теплообменники, изготовленные из таких листов, чаще всего бывают перекрестно-точного типа. Следует отметить еще особую конструкцию, в которой тонкие листы согнуты и соединены между собой таким образом, что образуют множество шестиугольных параллельных каналов (сотовая

конструкция). Через такой рекуператор можно одновременно пропускать более двух газов, часть из которых движется в одном, а другая часть — в противоположном направлениях. Другим конструктивным решением пластинчатого рекуператора является спиральный теплообменник, теплопередающие стенки которого изготовлены из тонкого металлического листа, согнутого по спирали с малым шагом (рис. 56). Спиральные теплообменники могут работать в режимах как прямо-, так и противотока. Они очень хорошо зарекомендовали себя при теплообмене между капельными жидкостями и обладают тем преимуществом, что после съема передней и задней стенок легко подвергаются чистке.

Нортон [2.47] и др. описали высокотемпературные теплообменники, в которых движущийся вниз поток гравия нагревается поднимающимся потоком отходящих газов или других газов, имеющих очень высокую температуру. Затем нагретый гравий попадает во вторую камеру, где в противотоке отдает теплоту нагреваемому газу или жидкости. Охлажденный гравий вновь поднимается в первую камеру, так что образуется замкнутый контур. Такой теплообменник, сходен с описанной выше печью для обжига керамических изделий¹.

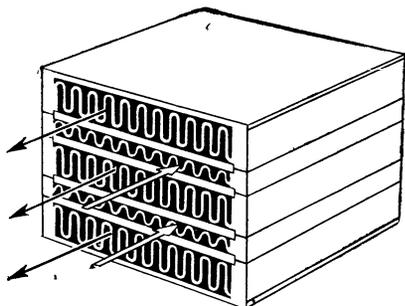


Рис. 55. Рекуператор, изготовленный из гладких и волнистых металлических листов (часто используется в криогенной технике в качестве реверсивного теплообменника).

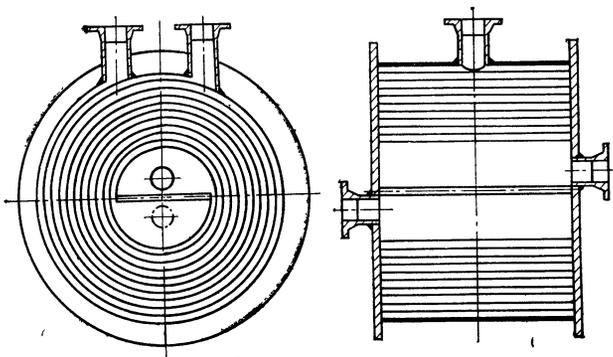


Рис. 56. Спиральный теплообменник (в ФРГ изготавливается фирмой «Альфа — Лаваль-Рока» в Дюрене).

Заслуживают внимания теплообменники, разработанные для установок синтеза под высоким давлением и работающие при температуре 200—500°C и выше и давлении до 100 МПа. Более старые довольно

¹ Речь идет о двух последовательно включенных противоточных теплообменниках, в которых одна из движущихся сред твердая, что позволяет избавиться от разделительной стенки. В этих *pebble heaters* (галечных нагревателях) протекают в основном те же процессы, что и в рекуператорах. Поэтому и рассчитывают их так же [2.11, 3.10]. И все же иногда эти аппараты не вполне правильно причисляют к регенераторам. Между тем, имеются более сложные устройства, по принципу действия стоящие значительно ближе к регенераторам.

сложные конструкции таких теплообменников описаны, например, Клемптом [2.31]. В настоящее время для химических реакторов предпочитают более простые конструкции кожухотрубчатого типа [2.41, рис. 7 и 8]. Часто катализатор, обеспечивающий протекание химических реакций, находится вместе с реагентами в межтрубном пространстве теплообменника.

Особенно эффективные противоточные теплообменники разработаны в *криогенной технике*. Такие теплообменники работают при температурах до -200°C , а нередко и значительно более низких. Они служат для того, чтобы передавать холод, содержащийся в холодных газах, например кислороде или азоте, к сжатым газам, в частности к воздуху. Раньше такие аппараты выпускались кожухотрубчатого типа и с некоторыми видоизменениями соответствовали теплообменнику, изображенному на рис. 53. В настоящее время широко применяются перекрестноточные витые теплообменники, в которых поток газа движется почти перпендикулярно к пучку навитых в несколько слоев труб. Преимуществом таких теплообменников, подробно рассматриваемых в § 46, является более интенсивная теплоотдача, обусловленная поперечным обтеканием труб.

Кроме того, за последние 30 лет для не слишком высоких давлений большое значение приобрели реверсивные теплообменники. В этих теплообменниках через одинаковые промежутки времени производится переключение каналов. После такого переключения воздух движется по каналу, по которому в предшествующий цикл пропускался азот, и наоборот. Как правило, эти теплообменники изготавливаются из гладких и волнистых листов и имеют вид, показанный на рис. 55. Наряду с рассматриваемыми в третьей части настоящей книги регенераторами реверсивные теплообменники обладают тем преимуществом, что не требуют предварительной очистки охлаждаемого газа, обычно воздуха, от водяного пара и двуокиси углерода. Осаждающиеся примеси после переключения выносятся из теплообменника. Подробнее этот процесс будет рассмотрен в § 96 и 98 на примере расчета регенератора.

26. Теплопередача через плоские и искривленные стенки

Ниже будут выведены соотношения для расчета распределения температур и передаваемого теплового потока в рекуператорах с параллельным течением газов или жидкостей. Тем самым будут заложены основы для полного теплового расчета рекуператоров.

Для упрощения терминологии мы обычно будем говорить не вообще о теплоносителях, а о газах, поскольку газовые теплообменники имеют самые большие размеры и применяются чаще всего (если не рассматривать, как мы условились ранее, испарители и конденсаторы). Однако соотношения, которые мы получим, без всяких изменений справедливы также для расчета теплопередачи между двумя жидкостями или жидкостью и газом.

Предположим, кроме того, что коэффициенты теплоотдачи α и α' для обоих газов уже определены по уравнениям, рассмотренным в первой части книги. Если не учитывать тепловое излучение, то обычно с достаточной точностью можно принять, что эти коэффициенты теплоотдачи постоянны по всей теплопередающей поверхности рекуператора. Кроме того, заданы теплопроводность материала λ_s и толщина теплопередающей стенки.

С этими допущениями мы можем, как уже отмечалось в § 5, проанализировать сначала теплопередачу на отдельном участке теплообменника.

В качестве простейшего примера такого рода там была рассмотрена теплопередача через плоскую стенку от более теплого газа к холодному. Согласно § 5 через плоскую стенку площадью F в единицу времени передается количество теплоты

$$\dot{Q} = kF(\vartheta - \vartheta'), \quad (126)$$

где k — коэффициент теплопередачи; $\vartheta - \vartheta'$ — разность температур обоих газов.

При этом коэффициент теплопередачи вычисляется по уравнению

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha} + \frac{\delta}{\lambda_s} + \frac{1}{\alpha'}. \quad (127)$$

Однако в большинстве рекуператоров теплообмен осуществляется через искривленные стенки, в основном через стенки труб. Поэтому вместо уравнения (127), справедливого только для плоских стенок, выведем выражение для расчета теплопередачи через стенки труб круглого поперечного сечения. Рассмотрим пучок из z одинаковых труб. Обозначим через α коэффициент теплоотдачи на внутренней стороне трубы, а через α' — на внешней. Пусть d_i и d_a — внутренний и наружный диаметры трубы; r_i и r_a — соответствующие радиусы; L — длина трубы. Тогда площадь внутренних поверхностей теплопередающих стенок труб

$$F_i = z d_i \pi L, \quad (128)$$

а площадь наружных поверхностей

$$F_a = z d_a \pi L. \quad (129)$$

Пусть газ, движущийся по трубам, имеет температуру ϑ , а поток, обтекающий трубы снаружи — температуру ϑ' . Вначале будем считать эти температуры неизменными. Тогда количество теплоты, отдаваемой в единицу времени от первого газа к внутренним поверхностям труб [см. также уравнения (1) и (2)], составляет

$$\dot{Q} = \alpha F_i (\vartheta - \Theta_0) \quad (130)$$

и соответственно на наружной стороне труб

$$\dot{Q} = \alpha' F_a (\Theta'_0 - \vartheta'), \quad (131)$$

где Θ_0 и Θ'_0 — температуры внутренних и наружных поверхностей стенок труб (см. § 5).

Чтобы определить тепловой поток через стенки труб, представим себе цилиндрическую поверхность радиусом r в стенке одной из труб, коаксиальную обоим поверхностям трубы (рис. 57).

Площадь этой поверхности для всей длины трубы L составляет $2\pi rL$. Если предположить, что тепловой поток и распределение температуры в стенке трубы обладают осевой (цилиндрической) симметрией, то на всей выделенной поверхности будет одинаковая температура Θ , а в радиальном направлении — одинаковый градиент температуры — $d\Theta/dr$. Этот градиент температуры и определяет радиальный тепловой поток. Из полного количества теплоты \dot{Q} , передаваемой в единицу времени через все z труб, через рассматриваемую поверх-

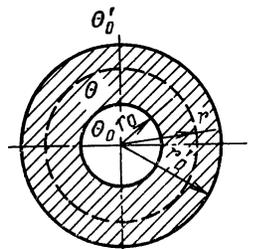


Рис. 57. Падение температуры в стенке трубы.

ность одной трубы площадью $2\pi rL$ передается

$$\frac{\dot{Q}}{z} = -\lambda_s \frac{d\theta}{dr} 2\pi rL, \quad (132)$$

где λ_s — теплопроводность материала трубы.

Но в установившемся состоянии это же количество теплоты проходит и через все прочие коаксиальные поверхности, расположенные в стенке трубы и имеющие различные радиусы r . Поэтому решая уравнение (132) относительно dr/r и интегрируя его от r_i до r_a при $\dot{Q}/z = \text{const}$, получаем:

$$\ln \frac{r_a}{r_i} = \frac{\lambda_s z}{\dot{Q}} 2\pi L (\theta_0 - \theta'_0). \quad (133)$$

Решая затем уравнение (133) относительно $\theta_0 - \theta'_0$, уравнение (130) относительно $\theta - \theta_0$, уравнение (131) относительно $\theta'_0 - \theta'$ и складывая полученные выражения, находим:

$$\theta - \theta' = \dot{Q} \left(\frac{1}{\alpha F_i} + \frac{1}{2\pi z L \lambda_s} \ln \frac{r_a}{r_i} + \frac{1}{\alpha' F_a} \right). \quad (134)$$

Введем теперь поверхность отнесения, площадь которой F может быть произвольно выбрана между значениями F_i и F_a , определяемыми уравнениями (128) и (129). Можно представить, что такая поверхность, подобно изображенной на рис. 57, расположена внутри стенок всех труб и соответствует диаметру d , заключенному между d_i и d_a . Для такой поверхности отнесения мы можем записать выражение, аналогичное уравнению (126) для плоской стенки

$$\dot{Q} = kF(\theta - \theta'), \quad (135)$$

где k — коэффициент теплопередачи.

Подставляя в последнее соотношение уравнение (134) и учитывая, что $r_a/r_i = F_a/F_i$, получаем:

$$\frac{1}{kF} = \frac{1}{\alpha F_i} + \frac{1}{2\pi z L \lambda_s} \ln \frac{F_a}{F_i} + \frac{1}{\alpha' F_a}. \quad (136)$$

Это уравнение и представляет собой искомое соотношение для коэффициента теплопередачи k через стенки круглых труб. Из него непосредственно определяют значение kF , необходимое для решения уравнения (135). Однако нельзя получить определенного значения k , предварительно не указав, к какой поверхности F относится это значение. Часто в качестве F выбирают F_i или F_a , причем, как правило, выбирают площадь той поверхности, на которой сопротивление теплоотдачи¹ выше. Если, например, $F = F_i$, то уравнение (136) с учетом (128) и (129) переходит в уравнение Фурье для теплопередачи через стенку трубы

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha} + \frac{d_i}{2\lambda_s} \ln \frac{d_a}{d_i} + \frac{1}{\alpha'} \frac{d_i}{d_a}. \quad (137)$$

Для некоторых целей это соотношение удобнее, чем уравнение (136). Однако и (136) можно успешно применять, особенно для металлических труб, поскольку членом уравнения с λ_s вследствие высокой теплопро-

¹ В отечественной литературе используют термин «внешнее термическое сопротивление», см. сборник «Теория теплообмена». — М.: Наука, 1971. — Прим. ред.

водности металлов можно пренебречь. В этом случае (136) принимает простую форму

$$kF = \frac{\alpha F_i \cdot \alpha' F_a}{\alpha F_i + \alpha' F_a}. \quad (138)$$

Заменяв F , F_i и F_a на пропорциональные им диаметры, уравнение (136) можно записать также в виде

$$\frac{1}{kd} = \frac{1}{\alpha d_i} + \frac{1}{2\lambda_s} \ln \frac{d_a}{d_i} + \frac{1}{\alpha' d_a}. \quad (139)$$

Введя затем предложенный Эккертом [2.8] среднелогарифмический диаметр

$$d_m = \frac{d_a - d_i}{\ln(d_a/d_i)} = \frac{2\delta}{\ln(d_a/d_i)}. \quad (140)$$

где δ — толщина стенки, получим соотношение, формально подобное уравнению (6),

$$\frac{1}{kd} = \frac{1}{\alpha d_i} + \frac{\delta}{\lambda_s d_m} + \frac{1}{\alpha' d_a}. \quad (141)$$

Если ввести соответствующую среднелогарифмическую площадь поверхности (для цилиндрических стенок)

$$F_m = \frac{F_a - F_i}{\ln(F_a/F_i)} = z\pi L d_m, \quad (142)$$

то уравнение (136) можно преобразовать к широко распространенной и часто применяемой форме [2.21]

$$\frac{1}{kF} = \frac{1}{\alpha F_i} + \frac{\delta}{\lambda_s F_m} + \frac{1}{\alpha' F_a}. \quad (143)$$

Это уравнение справедливо также для сферической стенки, если для F_m подставлять среднее геометрическое значение

$$F_m = \sqrt{F_i F_a} = \pi d_i d_a. \quad (144)$$

Уравнение (143) можно использовать также для стенок произвольной кривизны, поскольку во всех случаях на основе уравнений (142) и (144) легко оценить подходящее среднее значение F_m .

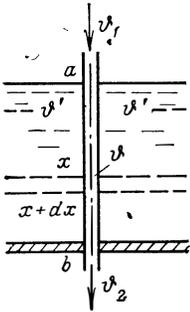
Применение полученных соотношений к расчету теплообменников. Определив выражение для k или kF , мы можем в самом общем виде рассматривать уравнение (135) как *основное уравнение теплопередачи*. Однако при использовании его для расчета теплообменников следует обратить внимание на то, что температуры газов ϑ и ϑ' , а следовательно, и разность температур $\vartheta - \vartheta'$, в общем случае изменяются вдоль поверхности теплообменника. Как уже отмечалось, полученные соотношения справедливы только для очень малых участков рекуператора. Чтобы получить уравнение теплопередачи для всего теплообменника, уравнение (135) нужно проинтегрировать по всей теплопередающей поверхности. Однако форму уравнения (135) можно сохранить и для рекуператора в целом, если ввести среднюю разность температур между теплоносителями $\Delta\vartheta_M = (\vartheta - \vartheta')_M$. Тогда вместо (135) запишем

$$\dot{Q} = kF \Delta\vartheta_M. \quad (145)$$

Средняя разность температур, определяемая по (145), играет в последующем анализе основную роль. Поэтому были разработаны методы ее расчета и в результате анализа распределения температур вдоль поверхности рекуператора получены соответствующие расчетные уравнения.

27. Распределение температуры и теплопередачи в рекуператоре при неизменной температуре одного из теплоносителей

Расчет распределения температуры теплоносителя и средней разности температур становится особенно простым, если температура одного из теплоносителей остается неизменной. К теплообменникам такого типа принадлежат прежде всего испарители и конденсаторы,



в которых с одной стороны теплопередающей стенки кипит жидкость или конденсируется пар. Если пренебречь обычно очень малыми изменениями давления, то температура теплоносителя при этих фазовых превращениях остается постоянной. Почти такой же случай реализуется, когда по змеевику, погруженному в сосуд с проточной охлаждающей водой, пропускается теплый воздух. Если непрерывно перемешивать воду в сосуде, например, с помощью мешалки, то в установившемся состоянии температура воды остается практически постоянной.

Для того чтобы провести анализ рассматриваемого примера возможно более просто, мысленно заменим змеевик прямой вертикальной трубкой, погруженной между точками a и b (рис. 58) в воду с неизменной температурой ϑ' . Воздух с начальной температурой ϑ_1 входит в трубу сверху. Если $\vartheta_1 > \vartheta'$, то двигаясь вниз, воздух охлаждается, отдавая теплоту воде.

Поскольку мы предполагаем, что помимо ϑ' неизменен и коэффициент теплопередачи k , то с уменьшением температуры воздуха ϑ вниз по трубе снижается не только разность температур $\vartheta - \vartheta'$, но согласно уравнению (135) и количество теплоты, передаваемой на единицу поверхности стенок канала. Поэтому охлаждение воздуха происходит все медленнее и распределение его температуры ϑ вдоль канала изображается падающей криволинейной зависимостью (рис. 59).

Изменение температуры воздуха и средней разности температур можно рассчитать следующим образом. Рассмотрим сначала поперечное сечение канала (см. рис. 58), расположенное на расстоянии x вниз от поверхности воды. Температура воздуха в этом сечении равна ϑ . Площадь теплопередающей поверхности трубы между сечениями a и x равна f , а между сечениями x и $x + dx$ соответственно df , причем можно считать, что f и df составляют часть поверхности отнесенная, рассмотренной в § 26. Если k — это отнесенный к этой поверхности коэффициент теплопередачи, то согласно уравнению (135) количество теплоты, передаваемой через поверхность df в единицу времени, составляет

$$dq = kdf(\vartheta - \vartheta'). \quad (146)$$

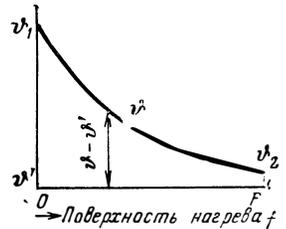


Рис. 59. Распределение температуры в воздухоохладителе, показанном на рис. 58.

Это количество теплоты отводится от воздуха. Поэтому если теплоемкость массового расхода воздуха, проходящего через канал, обозначить через C^* , а уменьшение температуры воздуха между сечениями x и $x+dx$ — через $-d\vartheta$, то

$$d\dot{q} = -Cd\vartheta. \quad (147)$$

Из двух последних соотношений ясно, что процессы в теплообменниках определяются уравнением теплопередачи вида (146) и уравнением энергии потока теплоносителя вида (147). Еще отчетливее это проявляется в рассматриваемых ниже более общих соотношениях. Приравнявая оба выражения для $d\dot{q}$ — уравнения (146) и (147), и интегрируя полученное соотношение в пределах от a до x^{**} в предположении, что k и C неизменны, получаем:

$$\int_a^x \frac{d\vartheta}{\vartheta - \vartheta'} = \ln \frac{\vartheta - \vartheta'}{\vartheta_1 - \vartheta'} = -\frac{kf}{C}. \quad (148)$$

или

$$\vartheta = \vartheta' + (\vartheta_1 - \vartheta') \exp\left(-\frac{kf}{C}\right). \quad (149)$$

На рис. 59 показано рассчитанное по этому уравнению распределение температуры воздуха вдоль поверхности теплообменника f .

Среднюю разность температур $\Delta\vartheta_M$ находим, проводя в уравнении (148) интегрирование в пределах не от a до x , а от a до b , т. е. по всей охлаждаемой длине трубы. При этом получаем:

$$\int_a^b \frac{d\vartheta}{\vartheta - \vartheta'} = \ln \frac{\vartheta_2 - \vartheta'}{\vartheta_1 - \vartheta'} = -\frac{kF}{C}, \quad (150)$$

где F — полная поверхность нагрева между сечениями a и b , к которой отнесен коэффициент теплопередачи; ϑ_2 — температура воздуха на выходе из трубы (в сечении b).

Согласно уравнению (147) полное количество теплоты, отводимой от воздуха в единицу времени

$$\dot{Q} = C(\vartheta_1 - \vartheta_2). \quad (151)$$

Мы хотим определить $\Delta\vartheta_M$ таким образом, чтобы выполнялось уравнение (145). Приравнявая (145) и (151), находим:

$$kF = C \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\Delta\vartheta_M}.$$

Подставив в это соотношение kF , найденное из уравнения (150), получим:

$$\Delta\vartheta_M = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\ln \frac{\vartheta_1 - \vartheta'}{\vartheta_2 - \vartheta'}}. \quad (152)$$

* В принципе имело бы смысл отнесенные к единице времени теплоемкости газов C и C' обозначать точкой сверху, как \dot{Q} , \dot{q} и \dot{m} . Однако от этого пришлось отказаться из-за усложнения записи в громоздких уравнениях.

** Левая часть уравнений (148), (150) и последующих аналогичных уравнений интегрируется в соответствующих координатам a и x (a и b) температурных пределах от ϑ_1 до ϑ (от ϑ_1 до ϑ_2). — Прим. ред.

Это уравнение для средней разности температур является лишь частным случаем более общего соотношения, которое будет выведено ниже. Но уже из уравнения (152) видно, что в простых случаях $\Delta\theta_m$ можно определить только по температурам теплоносителей, а знать k и F для этого не требуется.

28. Распределение температур при прямотоке и противотоке согласно уравнению теплового баланса (C и C' неизменны)

Если, как это и бывает в большинстве случаев, изменяются температуры *обоих теплоносителей*, то распределения температур сильно различаются в зависимости от того, какова схема взаимного движения теплоносителей — прямоточная или противоточная. Это различие можно пояснить уже на основе следующих простых соображений.

Поскольку при прямотоке газы движутся через теплообменник в одном и том же направлении, наибольшая разность температур, зависящая от начальных температур газов, будет на входе в теплообменник. При движении через теплообменник в одном направлении более горячий газ охлаждается, а более холодный нагревается. При этом температуры обоих газов постепенно приближаются к общему среднему значению. В соответствии с уравнением (146) постоянное уменьшение разности температур между газами приводит к тому, что через единицу поверхности теплообмена передается все меньше теплоты. Отсюда следует, и ниже это будет подтверждено расчетом, что изменение температур газов происходит все медленнее, а графики распределения температур по длине теплообменника криволинейны.

Если же газы движутся через теплообменник в противоположных направлениях, то более горячий газ входит в теплообменник там, где из него выходит более холодный газ, который в результате теплообмена уже достиг своей максимальной температуры. На другом же конце теплообменника, где в него входит холодный газ, горячий поток имеет наименьшую температуру. Таким образом, в этом случае при благоприятных условиях разности температур на обоих концах теплообменника могут быть очень малыми. Соответственно и во всех других сечениях теплообменника можно ожидать малых разностей температур. Если, например, разности температур во всех сечениях теплообменника одинаковы, то при прочих равных условиях в них передаются одинаковые количества теплоты. Но тогда и температуры газов, если их теплоемкости неизменны, во всех сечениях теплообменника изменятся с одинаковой быстротой. В результате распределение температур по длине рекуператора будет линейным. В этом случае при соответствующем увеличении размеров теплообменника конечная температура каждого из газов в принципе может сколь угодно приближаться к входной температуре другого газа.

Рассмотренная разница в распределении температур при прямотоке и противотоке количественно следует уже из уравнения теплового баланса, которое гласит, что в установившемся состоянии на любом участке теплообменника нагреваемый газ воспринимает столько же теплоты, сколько отдает охлаждаемый газ. При этом сначала мы будем считать, что тепловые потери в окружающую среду отсутствуют, а количество теплоты, передаваемой по стенкам теплообменника в продольном направлении путем теплопроводности, пренебрежимо мало¹.

¹ Влияние обусловленных этим потерь будет отдельно рассмотрено в § 42 и 43.

Для вывода уравнения теплового баланса рассмотрим теплообменник, показанный на рис. 60. Он состоит из пучка прямых параллельных труб, окруженного наружной трубой. Пусть по трубам в единицу времени сверху вниз проходит количество газа \dot{m} с изменяющейся температурой ϑ , а в межтрубном пространстве соответственно количество \dot{m}' другого газа с изменяющейся температурой ϑ' . Если поток второго газа направлен вверх (сплошные стрелки), теплообменник является противоточным, а если он направлен вниз (штриховые стрелки) — то прямоточным.

Пусть между двумя бесконечно близкими сечениями, прилегающими к сечению с координатой x , один газ охлаждается на $d\vartheta$, а другой нагревается на $d\vartheta'$. Теплоемкости проходящих через теплообменник в единицу времени газов обозначим через C и C' . Сначала будем считать эти теплоемкости неизменными. Учитывая, кроме того, что $d\vartheta$ отрицательно, получим выражение для количества теплоты, передаваемой в единицу времени между этими сечениями¹

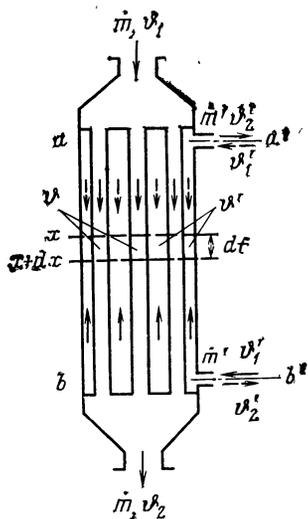


Рис. 60. Кожухотрубчатый теплообменник.

$$dq = -Cd\vartheta = C'd\vartheta'. \quad (153)$$

Интегрируя в направлении течения газа между верхним граничным сечением a и рассматриваемым сечением x , находим полное количество теплоты, передаваемой между a и x в единицу времени:

$$\left. \begin{array}{l} \text{при прямотоке} \\ \dot{q} = C(\vartheta_1 - \vartheta) = C'(\vartheta' - \vartheta'_1); \\ \text{при противотоке} \\ \dot{q} = C(\vartheta_1 - \vartheta) = C'(\vartheta'_2 - \vartheta'), \end{array} \right\} \quad (154)$$

где ϑ и ϑ' — температуры газов в сечении x ; ϑ_1 и ϑ'_1 — температуры газов на входе; ϑ'_2 — температура газа на выходе.

Считая координату x , а следовательно, и \dot{q} , переменными, из уравнения (154) температуры ϑ и ϑ' можно выразить в зависимости от \dot{q} . На рис. 61 и 62 эти зависимости изображены для случая $C=C'$. Можно видеть, что в соответствии с предыдущим параграфом при прямотоке разность температур на входе максимальна, а затем уменьшается, тогда как при противотоке и при условии, что $C=C'$, по всей длине теплообменника сохраняется одинаковая небольшая разность температур. Если поверхность теплообмена достаточно велика, то при одинаковых начальных температурах при противотоке передается пример-

¹ Выражение (153) записано для прямотока. В случае противотока имеем $dq = -Cd\vartheta = -C'd\vartheta'$. — Прим. ред.

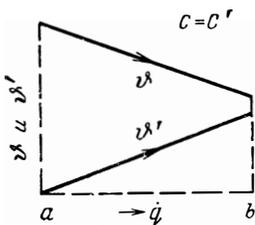


Рис. 61. Зависимость температур ϑ и ϑ' в поперечном сечении x от передаваемого теплового потока \dot{q} при прямотоке и $C=C'$.

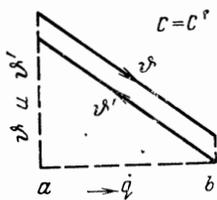


Рис. 62. Зависимость ϑ и ϑ' от \dot{q} при противотоке и $C=C'$.

но вдвое больше теплоты, чем при прямотоке. Соответственно достигаются и вдвое большие изменения температур газов.

На рис. 63 и 64 показаны соответствующие распределения температур при $C=1,1C'$. Газ с более высокой теплоемкостью охлаждается в этом случае меньше, чем нагревается другой газ. Поэтому и при противотоке разность температур не остается неизменной, а постепенно увеличивается к холодному концу теплообменника.

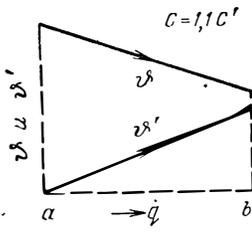


Рис. 63. Зависимость ϑ и ϑ' от \dot{q} при прямотоке и $C=1,1C'$.

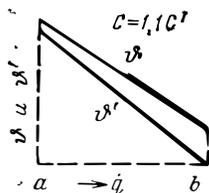


Рис. 64. Зависимость ϑ и ϑ' от \dot{q} при противотоке и $C=1,1C'$.

Из уравнения (154) можно сделать также следующее важное заключение. Независимо от \dot{q} , только на основании уравнения теплового баланса, существует однозначная зависимость между ϑ и ϑ' , если заданы теплоемкости массовых расходов обоих газов, а также температуры газов в сечении a или в любом другом сечении теплообменника. Эта зависимость различна для прямотока и противотока.

Прибавляя к среднему и правому членам уравнения (154) выражение $\pm C'(\vartheta_1 - \vartheta)$ и решая полученное выражение относительно разности температур $\vartheta - \vartheta'$, находим:

при прямотоке

$$\vartheta - \vartheta' = \vartheta_1 - \vartheta'_1 - \frac{C' + C}{C'} (\vartheta_1 - \vartheta);$$

при противотоке

$$\vartheta - \vartheta' = \vartheta_1 - \vartheta'_2 - \frac{C' - C}{C'} (\vartheta_1 - \vartheta).$$

(155)

Таким образом, из уравнения теплового баланса установлена однозначная зависимость разности температур между обоими газами от температуры ϑ одного из газов. Аналогично можно определить также зависимость $\vartheta - \vartheta'$ от ϑ' . И, наконец, применяя уравнение (154) к поперечному сечению на выходе из рекуператора (самое нижнее сечение на рис. 60), получаем количество теплоты, передаваемой в единицу времени во всем теплообменнике:

$$Q = C(\vartheta_1 - \vartheta_2) = C'(\vartheta'_2 - \vartheta'_1). \quad (156)$$

29. Распределение температур вдоль поверхности теплообменника при прямотоке и противотоке [C, C' и коэффициент теплопередачи k неизменны]

Ниже будет определено распределение температур вдоль теплообменника, т. е. зависимость температур от продольной координаты x . Часто удобнее вместо x ввести поверхность нагрева f между начальным a и рассматриваемым x сечениями теплообменника (рис. 58 и 60). Как правило, f пропорциональна расстоянию между этими сечениями. Например, в трубном пучке из z труб одинакового поперечного сечения (рис. 60)

$$f = zdx,$$

где d — произвольно выбранный диаметр, заключенный между d_i и d_a , к которому отнесена поверхность нагрева (см. § 26). Поэтому, зная зависимость температур от f , легко найти их зависимость от x .

Согласно уравнению теплопередачи (146) через элемент поверхности нагрева df , прилегающий к сечению x , в единицу времени передается количество теплоты

$$d\dot{q} = kdf(\vartheta - \vartheta'). \quad (157)$$

Разделив обе части уравнения (157) на $\vartheta - \vartheta'$ и проинтегрировав от сечения a до сечения x , найдем сначала очень общее соотношение

$$\int_a^x \frac{d\dot{q}}{\vartheta - \vartheta'} = kf. \quad (158)$$

Из этого уравнения можно определить распределение температур в зависимости от f при прямотоке и противотоке при самых различных условиях. В настоящем параграфе мы покажем это для всех случаев, при которых C, C' и k неизменны.

Частный случай: $C = C'$ при противотоке. Простейшим, но особенно важным является случай равных теплоемкостей массовых расходов обоих газов ($C = C'$) при противотоке. При $C = C'$ из второго уравнения (155) следует, что

$$\vartheta - \vartheta' = \vartheta_1 - \vartheta'_2, \quad (159)$$

т. е. разность температур во всех сечениях рекуператора имеет одинаковое значение $\vartheta_1 - \vartheta'_2$, такое же, как в сечении a (рис. 60). С помощью (159) и уравнения $d\dot{q} = -Cd\vartheta$ [см. (153)] мы получаем следующее соотношение для левой части уравнения (158):

$$\int_a^x \frac{d\dot{q}}{\vartheta - \vartheta'} = -C \int_a^x \frac{d\vartheta}{\vartheta_1 - \vartheta'_2} = C \frac{\vartheta_1 - \vartheta}{\vartheta_1 - \vartheta'_2}.$$

Подставив это соотношение в уравнение (158), находим следующую зависимость для распределения температуры:

$$\vartheta_1 - \vartheta = (\vartheta_1 - \vartheta'_2) \frac{kf}{C}. \quad (160)$$

Согласно этому уравнению температура горячего газа ϑ , как уже отмечалось, падает линейно по f . При $C = C'$ из уравнения (160) и второго уравнения (154) получаем также линейное распределение температуры холодного газа

$$\vartheta'_2 - \vartheta' = (\vartheta_1 - \vartheta'_2) \frac{kf}{C} \quad (161)$$

Это распределение показано сплошными линиями на рис. 65.

В уравнениях (160) и (161) предполагается, что температура холодного газа на выходе ϑ'_2 известна. Однако часто бывают заданы только температуры теплоносителей на входе ϑ_1 и ϑ'_1 . Чтобы определить в этом случае ϑ'_2 , применим сначала уравнения (160) и (161) ко всему рекуператору, заменив f на полную поверхность нагрева F . В результате получим:

$$\vartheta_1 - \vartheta_2 = (\vartheta_1 - \vartheta'_2) \frac{kF}{C} \quad (162)$$

и

$$\vartheta'_2 - \vartheta'_1 = (\vartheta_1 - \vartheta'_2) \frac{kF}{C}. \quad (163)$$

Прибавляя и вычитая из левой части уравнения (163) ϑ_1 , преобразуем это уравнение к виду

$$\vartheta_1 - \vartheta'_2 = \frac{\vartheta_1 - \vartheta'_1}{1 + \frac{kF}{C}}. \quad (164)$$

Вычислив по этому уравнению $\vartheta_1 - \vartheta'_2$, а следовательно, и ϑ'_2 , можно с помощью уравнений (160) и (161) рассчитать распределение температур в рекуператоре.

Подставляя уравнение (164) в (162), получим соотношение, позволяющее непосредственно определить температуру горячего газа на выходе

$$\vartheta_1 - \vartheta_2 = (\vartheta_1 - \vartheta'_1) \frac{\frac{kF}{C}}{1 + \frac{kF}{C}}. \quad (165)$$

Прямоток и более общие случаи противотока. При *прямотоке*, а также *более общих случаях противотока*, когда $C \neq C'$, распределение температур можно рассчитать на основе тех же соображений, что и для только что рассмотренного простейшего случая. При этом целесообразно рассматривать прямоток и противоток совместно, поскольку получаемые в обоих случаях соотношения различаются только знаком и заменой температуры одного из газов на входе и выходе.

Дифференцируя уравнения (155) и подставляя результат в первое выражение для $d\dot{q}$ из (153), получаем:

при прямотоке

$$\left. \begin{aligned} d\dot{q} &= -Cd\vartheta = -\frac{CC'}{C-C'} d(\vartheta - \vartheta'); \\ \text{при противотоке} \\ d\dot{q} &= -Cd\vartheta = +\frac{CC'}{C-C'} d(\vartheta - \vartheta'). \end{aligned} \right\} \quad (166)$$

Интегрируя эти выражения для $d\dot{q}$ в соответствии с уравнением (158), получим:

$$\left. \begin{aligned} &\text{при прямотоке} \\ &\vartheta - \vartheta' = (\vartheta_1 - \vartheta'_1) \exp \left[- \left(\frac{1}{C'} + \frac{1}{C} \right) kf \right]; \\ &\text{при противотоке} \\ &\vartheta - \vartheta' = (\vartheta_1 - \vartheta'_2) \exp \left[\left(\frac{1}{C'} - \frac{1}{C} \right) kf \right]. \end{aligned} \right\} \quad (167)$$

Тем самым определена зависимость разности температур $\vartheta - \vartheta'$ от f , а значит, и от продольной координаты x . И, наконец, подставляя эти соотношения в уравнения (155), находим:

$$\left. \begin{aligned} &\text{при прямотоке} \\ &\vartheta_1 - \vartheta = (\vartheta_1 - \vartheta'_1) \frac{C}{C' + C} \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{1}{C'} + \frac{1}{C} \right) kf \right] \right\}; \\ &\text{при противотоке} \\ &\vartheta_1 - \vartheta = (\vartheta_1 - \vartheta'_2) \frac{C}{C' - C} \left\{ 1 - \exp \left[\left(\frac{1}{C'} - \frac{1}{C} \right) kf \right] \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (168)$$

Из уравнения (154) определяем соответствующие соотношения для второго газа:

$$\left. \begin{aligned} &\text{при прямотоке} \\ &\vartheta' - \vartheta'_1 = (\vartheta_1 - \vartheta'_1) \frac{C}{C' + C} \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{1}{C'} + \frac{1}{C} \right) kf \right] \right\}; \\ &\text{при противотоке} \\ &\vartheta'_2 - \vartheta' = (\vartheta_1 - \vartheta'_2) \frac{C}{C' - C} \left\{ 1 - \exp \left[\left(\frac{1}{C'} - \frac{1}{C} \right) kf \right] \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (169)$$

С помощью уравнений (168) и (169) можно рассчитать *распределение температур обоих газов ϑ и ϑ' в зависимости от площади поверхности нагрева f , а следовательно, и от продольной координаты x* , если известны температуры ϑ_1 и ϑ'_1 или соответственно ϑ_1 и ϑ'_2 в сечении a (рис. 60).

Но если заданы только температуры газов на входе, то для применения полученных уравнений при противотоке необходимо определить по крайней мере одну из двух *температур на выходе ϑ_2 или ϑ'_2* . Для расчета этих температур заменим в уравнениях (168) и (169) f на полную поверхность нагрева F . В результате получим следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} &\text{при прямотоке} \\ &\vartheta_1 - \vartheta_2 = (\vartheta_1 - \vartheta'_1) \frac{C'}{C' + C} \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{1}{C'} + \frac{1}{C} \right) kF \right] \right\}; \\ &\text{при противотоке} \\ &\vartheta_1 - \vartheta_2 = (\vartheta_1 - \vartheta'_2) \frac{C'}{C' - C} \left\{ 1 - \exp \left[\left(\frac{1}{C'} - \frac{1}{C} \right) kF \right] \right\}; \end{aligned} \right\} \quad (170)$$

$$\left. \begin{aligned} &\text{при прямотоке} \\ &\vartheta'_2 - \vartheta'_1 = (\vartheta_1 - \vartheta'_1) \frac{C}{C' + C} \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{1}{C'} + \frac{1}{C} \right) kF \right] \right\}; \\ &\text{при противотоке} \\ &\vartheta'_2 - \vartheta'_1 = (\vartheta_1 - \vartheta'_2) \frac{C}{C' - C} \left\{ 1 - \exp \left[\left(\frac{1}{C'} - \frac{1}{C} \right) kF \right] \right\}; \end{aligned} \right\} \quad (171)$$

При противотоке температуру на выходе ϑ'_2 можно определить из уравнения (171), если преобразовать его следующим образом:

$$\vartheta_1 - \vartheta'_2 = (\vartheta_1 - \vartheta'_1) \frac{1 - \frac{C}{C'}}{1 - \frac{C}{C'} \exp \left[\left(\frac{1}{C'} - \frac{1}{C} \right) kF \right]} \quad (172)$$

Вычислив ϑ'_2 , с помощью уравнений (168) и (169) определим распределение температур в теплообменнике. Зная ϑ'_2 , с помощью уравнений (170) или (156) можно определить также конечную температуру горячего газа ϑ_2 . Но ϑ_2 можно рассчитать и непосредственно, если подставить уравнение (172) в (170). При этом для противотока получим следующее соотношение:

$$\vartheta_1 - \vartheta_2 = (\vartheta_1 - \vartheta'_1) \frac{1 - \exp \left[\left(\frac{1}{C'} - \frac{1}{C} \right) kF \right]}{1 - \frac{C}{C'} \exp \left[\left(\frac{1}{C'} - \frac{1}{C} \right) kF \right]} \quad (173)$$

Необходимость определения ϑ'_2 или ϑ_2 для расчета распределения температур при противотоке обусловлена тем, что при заданных значениях ϑ_1 , ϑ'_1 , C и C' распределение температур при прямотоке зависит только от k , а при противотоке — также и от полной поверхности нагрева F . Эту зависимость можно видеть из уравнения (172), в котором F находится в знаменателе.

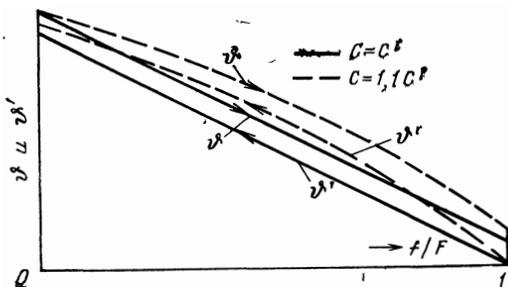


Рис. 65. Распределение температур в рекуператоре при противотоке.

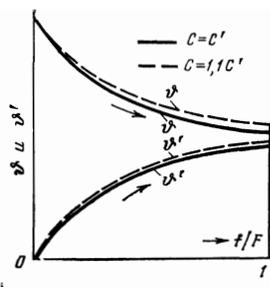


Рис. 66. Распределение температур в рекуператоре при прямотоке.

На рис. 65 и 66 показаны распределения температур в зависимости от f/F для противотока и прямотока. Эти распределения рассчитаны по уравнениям (168)—(173), а также (160)—(165). Как и на рис. 61—64, показаны оба случая $C=C'$ и $C=1,1C'$. Из рис. 65 видно, как сильно искривляется график распределения температур при противотоке даже при небольшом отклонении от условия $C/C'=1$, если разности температур $\vartheta - \vartheta'$ малы. Это искривление объясняется тем, что $\vartheta - \vartheta'$ с ростом f увеличивается довольно быстро, а согласно уравнению (157) так же быстро увеличивается передаваемый тепловой поток и изменение температур газов.

Предельный переход к случаю $C=C'$ при противотоке. Полученные выше для частного случая $C=C'$ при противотоке соотношения (160)—(165) должны получаться также из общих уравнений для противотока (168)—(173), если в эти уравнения подставить $C=C'$. Однако при непосредственной подстановке вначале получаются неопределенности типа $0/0$, поскольку экспонента в уравнениях (168)—(173) становится бесконечно малой. Если входящие в эти уравнения экспоненциальные функции разложить

в степенные ряды и ограничиться двумя первыми членами, то, принимая $\lim C=C'$, получаем:

$$1 - \exp \left[\left(\frac{1}{C'} - \frac{1}{C} \right) kf \right] = - \left(\frac{1}{C'} - \frac{1}{C} \right) kf = \frac{C' - C}{CC'} kf.$$

Таким образом, уравнения (168)—(173) легко переходят в (160)—(165).

30. Распределение температуры в теплопередающих стенках

Если распределение температур газов ϑ и ϑ' вдоль теплообменника известно [уравнения (168) и (169)], то из простых соображений можно найти также распределение температур в теплопередающих стенках. При этом, как и прежде, не будем учитывать перенос теплоты теплопроводностью по стенке вдоль рекуператора. Используя уравнения (135), (130) и (131) и обозначая малые элементы внутренней и наружной поверхностей $df_i = \frac{F_i}{F} df$ и $df_a = \frac{F_a}{F} df$, получаем следующие

соотношения для количества теплоты, передаваемой в единицу времени через элемент поверхности:

$$\left. \begin{aligned} d\dot{q} &= k(\vartheta - \vartheta') df; \\ d\dot{q} &= \alpha \frac{F_i}{F} (\vartheta - \theta_0) df; \\ d\dot{q} &= \alpha' \frac{F_a}{F} (\theta'_0 - \vartheta') df. \end{aligned} \right\} \quad (174)$$

Из первого и второго, а также из первого и последнего уравнений (174) находим температуры поверхностей стенки:

$$\theta_0 = \vartheta - \frac{kF}{\alpha F_i} (\vartheta - \vartheta'); \quad (175)$$

$$\theta'_0 = \vartheta' + \frac{kF}{\alpha' F_a} (\vartheta - \vartheta'). \quad (176)$$

Отсюда средняя температура стенки $\theta_m = (\theta_0 + \theta'_0)/2$

$$\theta_m = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{kF}{\alpha F_i} + \frac{kF}{\alpha' F_a} \right) \vartheta + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{kF}{\alpha' F_a} + \frac{kF}{\alpha F_i} \right) \vartheta'. \quad (177)$$

Полученные соотношения для температур стенки θ_0 , θ'_0 и θ_m справедливы как для прямого тока, так и для противотока.

Согласно уравнению (177) температура стенки лежит ближе к ϑ , если $\alpha F_i > \alpha' F_a$, и ближе к ϑ' , если $\alpha F_i < \alpha' F_a$. При $\alpha F_i = \alpha' F_a$ температура θ_m располагается точно посередине между ϑ и ϑ' . В этом случае распределение θ_m можно легко себе представить, если, например, на рис. 65 и 66 мысленно провести кривые посередине между ϑ и ϑ' . При этом оказывается, что при прямом токе температура стенки θ_m не изменяется или изменяется очень слабо. Напротив, при противотоке температура стенки изменяется почти столь же сильно, как и температуры газов. Следовательно, при прямом токе перенос теплоты теплопроводностью вдоль стенки отсутствует или очень незначителен. В то же время при противотоке продольный теплоперенос по стенке в зависимости от условий может быть значительным и приводить к потерям, которые, как уже упоминалось, будут подробнее рассмотрены в § 43. Вследствие почти неизменной температуры стенки θ_m при прямом токе эту схему течения в некоторых случаях предпочитают проти-

вотому, во всех остальных отношениях превосходящему прямоток. Например, при прямотоке легко добиться, чтобы температура конструкционных материалов теплообменника не превысила определенного максимального значения, при превышении которого их прочность упадет бы до недопустимых пределов и сильно возросла опасность коррозии (см. § 41). Наоборот, при охлаждении влажных газов нежелательно, чтобы температура стенки становилась ниже 0°C, поскольку нельзя допускать образования на стенках слоя льда.

31. Средняя разность температур $\Delta\vartheta_M$ при прямотоке и противотоке (C , C' и k неизменны)

Чтобы найти общее выражение для $\Delta\vartheta_M$, проинтегрируем сначала уравнение (157) от начального сечения a до конечного сечения b (рис. 60). В соответствии с уравнением (158) при $k = \text{const}$ получим:

$$\int_a^b \frac{d\dot{q}}{\vartheta - \vartheta'} = kF. \quad (178)$$

Сравнивая это выражение с уравнением (145), в котором через \dot{Q} обозначено полное количество теплоты, передаваемой в теплообменнике в единицу времени, находим общее *определяющее уравнение* для $\Delta\vartheta_M$:

$$\frac{\dot{Q}}{\Delta\vartheta_M} = \int_a^b \frac{d\dot{q}}{\vartheta - \vartheta'}. \quad (179)$$

Чтобы вычислить из этого уравнения $\Delta\vartheta_M$, необходимо еще под интегралом выразить $d\dot{q}$ через температуры. Это можно сделать с помощью уравнения теплового баланса (153) или выводимых из него соотношений.

При *постоянных теплоемкостях* массовых расходов газов C и C' уравнение (179) с учетом уравнений теплового баланса (153) и (156) можно преобразовать к виду

$$\frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\Delta\vartheta_M} = \int_a^b \frac{d\vartheta}{\vartheta - \vartheta'}. \quad (180)$$

Подставим под интеграл этого уравнения $\vartheta - \vartheta'$ из уравнения (155), заменив входящее в (155) отношение C/C' его выражением из уравнения (156). После интегрирования окончательно получаем:

$$\Delta\vartheta_M = \frac{\Delta\vartheta_a - \Delta\vartheta_b}{\ln \frac{\Delta\vartheta_a}{\Delta\vartheta_b}}, \quad (181)$$

где $\Delta\vartheta_a$ и $\Delta\vartheta_b$ — разности температур $\vartheta - \vartheta'$ в начальном и конечном сечениях теплообменника (a и b на рис. 60). Согласно этому рисунку при прямотоке

$$\Delta\vartheta_a = \vartheta_1 - \vartheta'_1 \text{ и } \Delta\vartheta_b = \vartheta_2 - \vartheta'_2;$$

при противотоке

$$\Delta\vartheta_a = \vartheta_1 - \vartheta'_2 \text{ и } \Delta\vartheta_b = \vartheta_2 - \vartheta'_1.$$

Полученная зависимость для расчета средней разности температур — уравнение (181) — справедлива как при прямотоке, так и при противотоке для неизменных значений C и C' . Выведенное ранее для

более простого случая уравнение (152) согласуется с уравнением (181). Если кроме температур газов на входе заданы также их температуры на выходе, а значит, известны и разности температур $\Delta\theta_a$ и $\Delta\theta_b$ на концах теплообменника, то по уравнению (181) можно очень просто вычислить $\Delta\theta_M$.

Если $\Delta\theta_a$ и $\Delta\theta_b$ мало различаются, то для расчета $\Delta\theta_M$ вместо выражения (181) можно с хорошим приближением использовать среднеарифметическое значение

$$\Delta\theta_M = \frac{\Delta\theta_a + \Delta\theta_b}{2}. \quad (182)$$

Это уравнение можно получить из (181) путем предельного перехода $\lim \Delta\theta_a = \Delta\theta_b$ с использованием соотношения $\lim \ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2}$. Уравнение (182) справедливо с тем большей точностью, чем меньше разница между $\Delta\theta_a$ и $\Delta\theta_b$. При $\Delta\theta_a = 2\Delta\theta_b$ или $\Delta\theta_b = 2\Delta\theta_a$ значение $\Delta\theta_M$, рассчитанное по уравнению (182), завышено примерно на 4%.

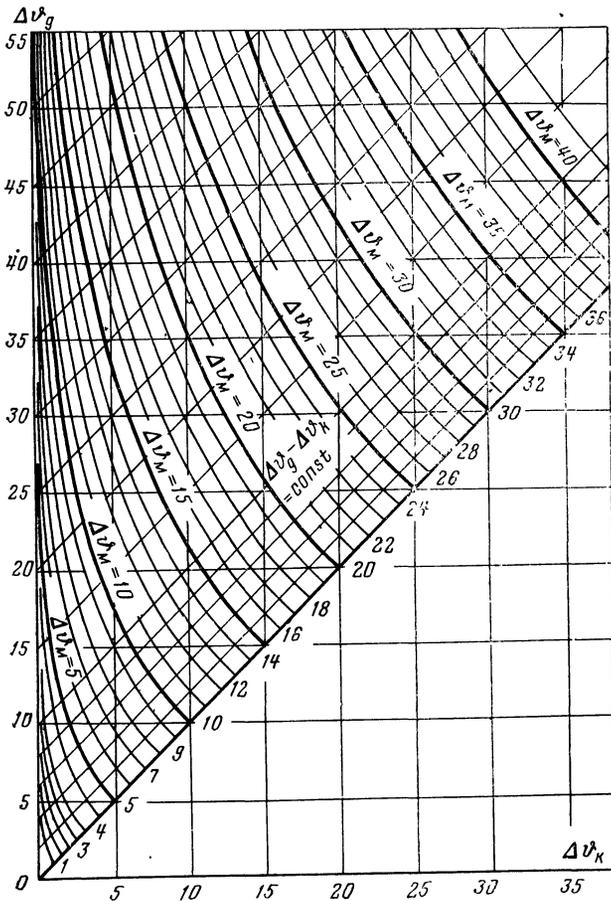


Рис. 67. Диаграмма для определения средней разности температур $\Delta\theta_M$ при прямотоке и противотоке по значениям большей и меньшей разностей температур $\Delta\theta_g$ и $\Delta\theta_k$ на концах теплообменника.

Из уравнений (181) и (182) можно сделать также важный вывод, что противоток превосходит прямоток даже при одинаковых конечных температурах теплоносителей. Действительно, при одинаковых начальных и конечных температурах потоков средняя разность температур $\Delta\theta_M$ при противотоке всегда больше, чем при прямотоке, как показывает следующий пример. Пусть начальные температуры обоих газов $\theta_1=100$, $\theta'_1=0^\circ\text{C}$, конечные температуры $\theta_2=52$, $\theta'_2=48^\circ\text{C}$. Тогда при прямотоке $\Delta\theta_a=100^\circ\text{C}$, $\Delta\theta_b=4^\circ\text{C}$ и согласно уравнению (181) $\Delta\theta_M=29,8^\circ\text{C}$. При противотоке $\Delta\theta_a=\Delta\theta_b=\Delta\theta_M=52^\circ\text{C}$. Тогда в соответствии с уравнением (145) при противотоке заданный тепловой поток

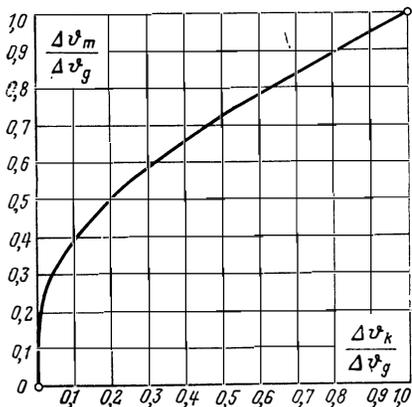


Рис. 68. Кривая для определения $\Delta\theta_M$ по отношению разностей температур $\Delta\theta_k$ и $\Delta\theta_g$.

может быть передан при значительно меньшей поверхности нагрева F или при значительно меньшем коэффициенте теплопередачи k , чем при прямотоке.

Диаграммы для определения средней разности температур. Расчет средней разности температур $\Delta\theta_M$ по уравнению (181) настолько прост, что для его проведения вряд ли, особенно в век ЭВМ, потребуется какое-либо вспомогательное средство. Но поскольку раньше для этой цели были разработаны различные диаграммы, кратко рассмотрим хотя бы две из них.

Простая диаграмма для определения $\Delta\theta_M$ в соответствии с уравнением (181) показана на рис. 67. По осям координат отложены разности температур на концах рекуператора $\Delta\theta_a$ и $\Delta\theta_b$, причем бóльшая из этих разностей обозначена $\Delta\theta_g$, а меньшая $\Delta\theta_k$. Искомое значение $\Delta\theta_M$ находим путем интерполяции между кривыми для постоянных значений параметра $\Delta\theta_M$. Разновидностью этой диаграммы является диаграмма, на которой $\Delta\theta_a$ и $\Delta\theta_b$ представлены в логарифмических координатах. Такая диаграмма обладает тем преимуществом, что позволяет охватить на одном графике широкие диапазоны изменения $\Delta\theta_a$, $\Delta\theta_b$ и $\Delta\theta_M$, определяемых везде с почти одинаковой точностью.

И, наконец, уравнение (181) можно представить единственной кривой, если изобразить зависимость $\Delta\theta_M/\Delta\theta_a$ или $\Delta\theta_M/\Delta\theta_b$ от $\Delta\theta_a/\Delta\theta_b$. Эта кривая приведена на рис. 68. По оси абсцисс отложены значения $\Delta\theta_k/\Delta\theta_g$, по оси ординат $\Delta\theta_M/\Delta\theta_g$, где опять через $\Delta\theta_k$ обозначена меньшая, а через $\Delta\theta_g$ — бóльшая из двух разностей температур $\Delta\theta_a$ и $\Delta\theta_b$. С помощью этой диаграммы искомое значение $\Delta\theta_M$ можно определить даже точнее, чем по рис. 67, поскольку при этом не требуется интерполяция. Однако экономия времени вычислений по сравнению с непосредственным использованием уравнения (181) незначительна.

Смысл интеграла в уравнении (180). Интеграл в уравнении (180) соответствует известному в технике ректификации интегралу $\int dy/(y-y^*)$, где y — действительный состав поднимающегося пара в рассматриваемом поперечном сечении ректификационной колонны, а y^* — состав пара, равновесный со стекающей жидкостью в том же поперечном сечении. Отклонение действительного состава от равновесного $y=y^*$ соответствует разности температур $\theta-\theta'$ в теплообменнике. При ректификации упомянутый

интеграл, равный приближенно числу теоретических тарелок, называют числом единиц переноса. Аналогично и интеграл в уравнении (180) можно рассматривать как число единиц переноса теплоты при теплопередаче. Одна единица переноса теплоты представляет собой такой участок теплообменника, для которого упомянутый интеграл равен 1, т. е. изменение температуры рассматриваемого газа равно среднему значению разности температур $\theta - \theta'$ на этом участке.

Если C — постоянна, то из уравнений (145) и (156) следует, что интеграл в уравнении (180) также можно считать равным kF/C . Поэтому и kF/C можно рассматривать как число единиц переноса теплоты. Но поскольку для второго газа обычно получают другое число единиц переноса теплоты kF/C' и этот анализ справедлив только при постоянных значениях C и C' , сомнительно, следует ли рекомендовать вводить такие названия для kF/C и kF/C' , в которых по существу нет необходимости.

О применении этих соображений к процессу ректификации см. работы [2.17] и [2.30]

32. Две основные задачи расчета теплообменника

Согласно изложенному выше среднюю разность температур $\Delta\theta_M$ можно рассчитать только по температурам теплоносителей на входе и выходе. Как будет показано в § 46, это справедливо и при перекрестном токе. Даже в тех случаях, когда теплоемкости C и C' зависят от температур θ и θ' , в соответствии с § 35 $\Delta\theta_M$ можно вычислить только по этим теплоемкостям и указанным температурам. Поскольку и количество теплоты Q , которое должно быть передано в единицу времени, зависит только от этих величин, отношение $Q/\Delta\theta_M$ также выражается только через них. Согласно уравнению (145) это выражение имеет вид:

$$Q/\Delta\theta_M = kF. \quad (183)$$

(характеристика предъявляемых к теплообменнику требований) (мера фактически передаваемого теплого потока)

Левую часть этого уравнения можно интерпретировать как совокупность предъявляемых к теплообменнику требований, которые, как правило, заключаются в том, чтобы при заданных начальных температурах достигнуть определенных конечных температур и передать при этом требуемое количество теплоты Q . В отличие от этого правую часть можно рассматривать как меру действительно передаваемого данным теплообменником теплого потока, поскольку она зависит только от коэффициента теплопередачи k и от поверхности нагрева F . Сама величина kF , как следует из предшествующего рассмотрения, а в дальнейшем будет показано еще более детально, определяется в основном размерами теплообменника и скоростями движения газов.

Для определенного теплого потока, который требуется передать в теплообменнике, уравнение (183) одновременно характеризует обе основные задачи теплого расчета теплообменника. По заданным температурам и теплоемкостям газов прежде всего определяют Q и $\Delta\theta_M$, а значит, и $Q/\Delta\theta_M$. Согласно уравнению (183), таким образом, становится известно и требуемое значение kF . Затем нужно решать вторую основную задачу — выбор конструкции теплообменника и режима работы, которые позволяют достигнуть этого значения kF (см. § 37 и следующие).

Если же спрашивается, какое количество теплоты можно передать в единицу времени в данном теплообменнике и каковы конечные температуры газов, то расчет ведется в обратной последовательности. В этом случае сначала по размерам теплообменника и скоростям газов рассчитывают kF . На второй стадии расчета по найденному из урав-

нения (183) значению $\dot{Q}/\Delta\vartheta_M$ определяют переданный тепловой поток \dot{Q} и температуры газов на выходе¹.

Поскольку kF является мерой передаваемого теплообменником теплового потока, ее можно использовать для оценки и сравнения различных теплообменников. Поэтому Кюне [2.35, 2.36] и предложил использовать kF в качестве существенной для сравнения величины как при приемочных испытаниях, так и при нормализации размеров теплообменников в зависимости от передаваемого теплового потока.

33. Расчет двух из четырех температур на входе и выходе

Как уже неоднократно отмечалось, часто при заданных значениях kF , C и C' необходимо найти две из четырех температур на входе и на выходе. Возможность определения именно двух температур математи-

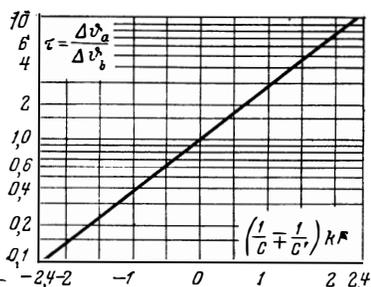


Рис. 69. Отношение разностей температур на концах теплообменника $\tau = \Delta\vartheta_a/\Delta\vartheta_b$ в зависимости от $\left(\frac{1}{C} - \frac{1}{C'}\right)kF$ при противотоке и от $\left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C'}\right)kF$ при прямотоке.

чески обосновывается тем, что все рассмотренные до сих пор соотношения выведены из двух основных уравнений, а именно, теплового баланса и теплопередачи.

Поскольку, как и делалось до сих пор, C и C' , а также k и F можно считать постоянными, искомые конечные температуры ϑ_2 и ϑ'_2 при прямотоке рассчитывают по уравнениям (170) и (171), а при противотоке — по уравнениям (172) и (173). Если для противотока использовать также уравнения (170) и (171), то можно определить любую пару неизвестных значений из четырех температур на входе и на выходе. При этом получается всего шесть различных случаев.

Другой простой путь определения двух неизвестных температур состоит в том, что прежде всего по известным значениям k , F , C и C' вычисляется отношение разностей температур на обоих концах рекуператора² $\tau = \Delta\vartheta_a/\Delta\vartheta_b$. По определению это отношение равно:

при прямотоке

$$\tau = \frac{\vartheta_1 - \vartheta'_1}{\vartheta_2 - \vartheta'_2}; \quad (184)$$

при противотоке

$$\tau = \frac{\vartheta_1 - \vartheta'_2}{\vartheta_2 - \vartheta'_1}. \quad (185)$$

Согласно уравнению (167)

$$\ln \tau = \left(\frac{1}{C} \pm \frac{1}{C'}\right) kF \quad (186)$$

или

$$\lg \tau = 0,4343 \left(\frac{1}{C} \pm \frac{1}{C'}\right) kF, \quad (187)$$

¹ Обе указанные задачи называются соответственно проектным (конструкторским) и поверочным расчетами теплообменника. — Прим. ред.

² Метод автора, опубликованный в первом издании настоящей книги.

причем знак «плюс» относится к прямотоку, а «минус» к противотоку. Значение τ легко вычислить непосредственно по одному из этих уравнений. Его можно определить также по рис. 69, что, возможно, несколько удобнее, но менее точно.

И, наконец, искомые температуры определяются по значению τ и уравнению теплового баланса (156). При противотоке в результате решения уравнений (185) и (156) получаются следующие соотношения для шести возможных постановок задачи:

Случай 1. Искомые температуры ϑ_2 и ϑ'_2 .

$$\text{Решение: } \vartheta_2 = \vartheta'_1 + \frac{\frac{C'}{C} - 1}{\tau \frac{C'}{C} - 1} (\vartheta'_1 - \vartheta'_1); \quad \vartheta'_2 = \vartheta'_1 + \frac{C}{C'} (\vartheta_1 - \vartheta_2).$$

Случай 2. Искомые температуры ϑ_1 и ϑ'_1 .

$$\text{Решение: } \vartheta_1 = \vartheta'_2 + \tau \frac{\frac{C'}{C} - 1}{\frac{C'}{C} - \tau} (\vartheta_2 - \vartheta'_2); \quad \vartheta'_1 = \vartheta'_2 - \frac{C}{C'} (\vartheta_1 - \vartheta_2).$$

Случай 3. Искомые температуры ϑ_1 и ϑ'_2 .

$$\text{Решение: } \vartheta_1 = \vartheta'_1 + \tau \frac{\frac{C'}{C} - 1}{\frac{C'}{C} - 1} (\vartheta_2 - \vartheta'_1); \quad \vartheta'_2 = \vartheta'_1 + \frac{C}{C'} (\vartheta_1 - \vartheta_2).$$

Случай 4. Искомые температуры ϑ_2 и ϑ'_1 .

$$\text{Решение: } \vartheta_2 = \vartheta'_2 + \frac{1}{\tau} \frac{\frac{C'}{C} - \tau}{\frac{C'}{C} - 1} (\vartheta_1 - \vartheta'_2); \quad \vartheta'_1 = \vartheta'_2 - \frac{C}{C'} (\vartheta_1 - \vartheta_2).$$

Случай 5. Искомые температуры ϑ_1 и ϑ_2 .

$$\text{Решение: } \vartheta_1 = \vartheta'_1 + \frac{\tau \frac{C'}{C} - 1}{\tau - 1} (\vartheta'_2 - \vartheta'_1); \quad \vartheta_2 = \vartheta_1 - \frac{C'}{C} (\vartheta'_2 - \vartheta'_1).$$

Случай 6. Искомые температуры ϑ'_1 и ϑ'_2 .

$$\text{Решение: } \vartheta'_1 = \vartheta_1 - \frac{\tau - \frac{C}{C'}}{\tau - 1} (\vartheta_1 - \vartheta_2); \quad \vartheta'_2 = \vartheta'_1 + \frac{C}{C'} (\vartheta_1 - \vartheta_2).$$

При выводе приведенных соотношений первую из искомых температур всегда находили путем исключения второй температуры из уравнений (156) и (185), а вторую определяли из уравнения теплового баланса (156). Однако и вторую температуру можно найти путем исключения первой. При этом, например, для случая 1 получим:

$$\vartheta'_2 = \vartheta'_1 + \frac{\tau - 1}{\tau \frac{C'}{C} - 1} (\vartheta_1 - \vartheta'_1).$$

Такое решение предпочтительнее, когда нужно знать только одну эту температуру. Для прямотока таким же путем получаются несколько другие уравнения. Поскольку их используют редко, они здесь не приводятся.

В следующем параграфе будет показано, что неизвестные температуры можно определить также по КПД теплообменника, подобно тому как выше они находились по значению τ .

34. Коэффициент полезного действия теплообменника при прямотоке и противотоке (C , C' и k неизменны)

Коэффициент полезного действия теплообменника можно определять разными способами, но иногда возникает вопрос, целесообразно ли вообще вводить это понятие. Некоторые соображения о целесообразности его применения будут высказаны после того, как будет установлено, что можно выразить с помощью понятия КПД и чего нельзя.

Рассмотрим сначала подробнее такое определение КПД, которое лучше всего подходит для расчета теплообменников на основе выведенных до сих пор уравнений. При определении КПД стремятся, чтобы оно по возможности совпадало с обычным определением КПД парового котла. Как известно, КПД парового котла равен отношению количества теплоты, действительно переданной через поверхности нагрева котла, к полному количеству теплоты, содержащейся в газообразных продуктах сгорания непосредственно после сжигания топлива. Если бы не было потерь, то это количество теплоты передавалось в паровом котле полностью. В соответствии с этим КПД теплообменника определяется как отношение действительно переданного количества теплоты к количеству теплоты, которая была бы передана в рассматриваемом ниже совершенном теплообменнике. Если как и до сих пор, пренебречь тепловыми потерями в окружающую среду, то согласно уравнению (156) количество теплоты, действительно переданной в единицу времени, составляет:

$$\dot{Q} = C(\vartheta_1 - \vartheta_2) = C'(\vartheta'_2 - \vartheta'_1). \quad (188)$$

Совершенный теплообменник характеризуется тем, что он работает по схеме противотока и что для него $kF = \infty$. При этом можно считать бесконечно большим либо k , либо F , либо обе эти величины одновременно. Но и в таком теплообменнике в единицу времени может быть передано только конечное количество теплоты, поскольку через него проходят лишь конечные количества газов с конечными температурами на входе. Согласно уравнению (145) при $kF = \infty$ средняя разность температур $\Delta\vartheta_M$ становится бесконечно малой. Но это возможно лишь в том случае, если по крайней мере в одном сечении теплообменника разность температур $\vartheta - \vartheta'$ между обоими газами бесконечно мала. Согласно уравнению (181) при постоянных значениях C и C' и при противотоке $\Delta\vartheta_M = 0$, если $\Delta\vartheta_a = \vartheta_1 - \vartheta'_2 = 0$ или $\Delta\vartheta_b = \vartheta_2 - \vartheta'_1 = 0$, т. е. если разность температур на одном из концов теплообменника становится равной нулю. Это означает, что в совершенном теплообменнике газ с меньшей теплоемкостью можно нагреть или охладить непосредственно до начальной температуры другого газа. Количество теплоты, передаваемой в совершенном теплообменнике в единицу времени, составляет:

$$\text{при } C \leq C'$$

$$\dot{Q}_{\text{макс}} = C(\vartheta_1 - \vartheta'_1); \quad (189)$$

$$\text{при } C \geq C'$$

$$\dot{Q}_{\text{макс}} = C'(\vartheta_1 - \vartheta'_1). \quad (190)$$

С помощью этих соотношений и уравнения (156) получим следующие выражения для КПД теплообменника:

при $C \leq C'$

$$\eta_w = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\vartheta_1 - \vartheta'_1}; \quad (191)$$

при $C \geq C'$

$$\eta_w = \frac{C}{C'} \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\vartheta_1 - \vartheta'_1}. \quad (192)$$

Следует отметить, что в соответствии с этими уравнениями КПД теплообменника η_w описывается различными соотношениями в зависимости от того, больше C , чем C' , или меньше.

Однако η_w можно описать и единой зависимостью

$$\eta^* = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\vartheta_1 - \vartheta'_1}, \quad (193)$$

которую назовем функцией КПД.

Тогда согласно уравнениям (191) и (192)

при $C \leq C'$

$$\eta_w = \eta^*; \quad (194)$$

при $C \geq C'$

$$\eta_w = \frac{C}{C'} \eta^*. \quad (195)$$

Функция η^* уже определена уравнениями (170), (165) или (173).

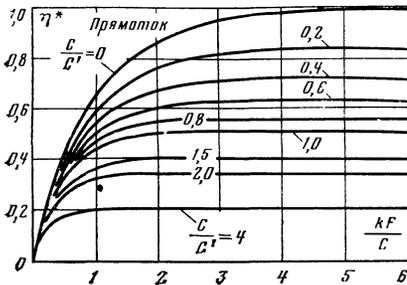


Рис. 70. Функция КПД η^* при прямом токе.

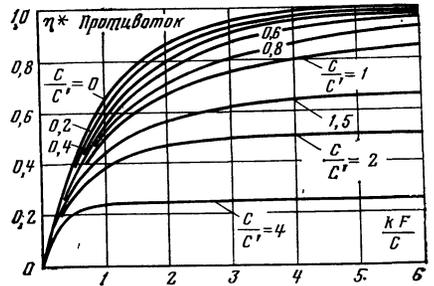


Рис. 71. Функция КПД η^* при противотоке.

На рис. 70 и 71 представлена зависимость функции КПД η^* от kF/C при различных отношениях C/C' для прямого течения и противотока. Согласно уравнениям (191), (193) и (194) из этих рисунков получают непосредственно значения КПД, если изменение температуры $\vartheta_1 - \vartheta_2$ относят к газу с меньшей теплоемкостью, т. е. к газу с $C < C'$. Из рис. 70 видно, что при прямом токе функция η^* с ростом kF/C стремится к предельному значению, меньшему 1. Согласно уравнению (156) $\lim \eta^* = C'/(C+C')$, поскольку $\lim \vartheta'_2 = \vartheta_2$. При $C = C'$ $\lim \eta^* = 0,5$, так что в этом случае максимально достижимый КПД равен 50%. При противотоке согласно рис. 71 для любого отношения C/C' функция η^* стремится к пределу, равному 1, когда $C \leq C'$, и равному C'/C , когда $C > C'$. Однако согласно уравнению (195) КПД и при $C > C'$ стремится к пределу $\eta'_w = 1$. Уже неоднократно отмечавшееся преимущество про-

тивотока над прямотоком проявляется также в значительно более высоких КПД. Только при очень малых kF/C , т. е. для очень небольших теплообменников, разница между прямотоком и противотоком мала.

Рисунки 70 и 71 можно использовать также непосредственно для расчета определяющего теплопередачу значения kF . Например, если кроме C и C' заданы как температуры на входе ϑ_1 и ϑ'_1 , так и температуры на выходе ϑ_2 и ϑ'_2 , то по уравнению (193) сначала вычисляем η^* . По полученному η^* и заданному отношению C/C' на соответствующей диаграмме зависимости η^* от kF/C находим значение абсциссы kF/C , а тем самым определяем и kF .

Если же, наоборот, помимо C , C' и kF заданы только две температуры, а требуется найти две другие, то сначала по заданным kF/C и C/C' по графику находим значение η^* . Затем, решая уравнения (156) и (193) относительно двух неизвестных температур, находим эти температуры.

Бошнякович [2.3] систематически развил такие методы расчета рекуператоров, причем вместо функции КПД он ввел наименование «рабочая характеристика». На построенных им диаграммах типа рис. 70 и 71 он наряду с кривыми, характеризуемыми параметром C'/C , нанес также вторую группу кривых с параметром kF/C' , что еще больше облегчает некоторые расчеты. Кроме того, Бошнякович разработал соответствующие диаграммы для более сложных схем теплообменников, в том числе рассматриваемых ниже перекрестноточных и многоходовых рекуператоров. Его метод расчета теплообменников принят в [В. 1].

Коэффициент полезного действия, определенный энергетически с помощью уравнений (191) и (193), имеет для каждого рекуператора при заданных условиях работы только одно значение, поскольку всегда реализуется только один из случаев $C \geq C'$ или $C \leq C'$. Но значительно более употребительно рассматривать уравнения (191) и (192) только как отношения разностей температур.

Если преобразовать (192), еще раз учитывая уравнение (156), то для этих отношений можно получить следующие выражения:

$$\eta_w = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\vartheta_1 - \vartheta'_1}; \quad (196)$$

$$\eta'_w = \frac{\vartheta'_2 - \vartheta'_1}{\vartheta_1 - \vartheta'_1}. \quad (197)$$

Эти отношения предложено называть «отношение повышений температуры» или «отношение подогревов». Поскольку при таком способе рассмотрения имеют в виду только температуры, а не передачу теплоты, значительно более правильно вообще избегать употребления термина КПД.

Что касается роли КПД или отношений изменений температур, то следует отметить, что η_w или η'_w могут служить в качестве сравнительного масштаба для действительного теплового потока, передаваемого в теплообменнике, лишь в том случае, если их значения сравнивают при одном и том же отношении C/C' . Поэтому для определения КПД, который можно было бы использовать в качестве общего сравнительного масштаба, рекомендуется уже найденное значение η_w или η'_w пересчитать на отношение $C/C' = 1$. При этом целесообразно, чтобы сумма теплоемкостей массовых расходов обоих газов осталась неизменной. Это выполняется, если в сравниваемом случае каждый из потоков имеет теплоемкость массового расхода $0,5(C+C')$. В то же время изменение расходов должно быть настолько мало, чтобы вследствие него коэффициенты теплопередачи k , а следовательно, и kF значительно не изменялись. Однако это выполняется, если C и C' , а также α и α' с самого начала мало различаются. Тогда при

известное kF КПД $\eta_w = \eta^*$ определяют по рис. 70 и 71, откладывая по оси абсцисс значение $2kF/(C+C')$ и находя соответствующее значение η^* по кривой с параметром $C/C'=1$. Для проточного это значение можно найти и чисто аналитически из следующего соотношения, получаемого с помощью уравнения (165) с учетом (193):

$$\eta^* = \frac{2kF/(C+C')}{1+2kF/(C+C')} = \frac{1}{1+\frac{C+C'}{kF}} \quad (198)$$

Эти же соображения можно использовать и в тех случаях, когда kF неизвестно, но при заданных значениях C и C' в теплообменнике измерены температуры газов на входе и выходе. По этим температурам с помощью уравнения (171) рассчитывают соответствующее значение kF . Дальнейший расчет для определения сравнительного КПД проводится так же, как описано выше.

Если при пересчете значение kF нельзя с достаточной точностью считать неизменным, то по измененным в отношении $0,5(C+C')$ к C или соответственно к C' скоростям потоков вычисляются новые значения α и α' , а следовательно, и новое значение kF . Таким образом, уже описанным методом находят сравнительный КПД по рис. 70 или 71 либо по уравнению (198) *.

Другие определения КПД. В заключение укажем еще на другие возможные определения КПД. Можно, например, определить КПД таким образом, чтобы использовать его в качестве меры потерь теплообменника в окружающую среду (см. § 42). Эти потери приводят к тому, что более холодный газ воспринимает меньше теплоты, чем отдает более теплый газ. Поэтому отношение воспринятой теплоты к отданной можно считать за КПД теплообменника. Часто это отношение называют степенью преобразования или коэффициентом использования [2.51].

Наиболее близкое к обычно применяемому понятию КПД получают, когда относят количество переданной в единицу времени теплоты Q к работе, затрачиваемой за то же время на преодоление гидравлического сопротивления (как правило, в виде работы сжатия в компрессоре). Однако определение такого КПД не просто, поскольку необходимо учитывать соответствующие отношения с обеих сторон разделительной стенки теплообменника. Чтобы продвинуться в этом направлении, Грассман [2.12] рассмотрел сначала процессы только с одной стороны разделительной стенки и получил соотношение между коэффициентом теплоотдачи и работой, затрачиваемой на преодоление гидравлического сопротивления. При этом он исходил из обычных степенных соотношений для теплоотдачи и потерь давления (19) или (21) в § 9, а также (108) и (110) в § 22. Грассман показал, что при турбулентном течении коэффициент теплоотдачи α пропорционален $(A/F)^{0,291}$, где A — работа, затрачиваемая на преодоление гидравлического сопротивления, F — площадь поверхности нагрева. При этом физические свойства теплоносителя, а также диаметр трубы принимались постоянными.

В [2.13] Грассман сравнивает коэффициент теплоотдачи, рассчитанный по его соотношению для гладкой трубы, с тем же коэффициентом, измеренным в произвольном теплообменнике при одинаковом отношении A/F . Последний обычно меньше, так как при одинаковых потерях давления скорость в шероховатых трубах ниже, чем в гладких, что и приводит к уменьшению α . Возможные отложения на стенках труб могут привести к еще большему снижению коэффициента теплоотдачи. Отношение измеренного коэффициента теплоотдачи к коэффициенту теплоотдачи, рассчитанному для гладкой трубы, Грассман назвал коэффициентом эффективности (*Güteziffer*). Он отметил также, что можно получить соответствующий коэффициент эффективности по замеренному и рассчитанному коэффициентам теплопередачи k .

Кроме того, Грассман [2.13] дает термодинамическое определение КПД с помощью понятия эксергии $E = H - H_0 - T_0(S - S_0)$, где энтальпия H и энтропия S относятся к действительному состоянию рассматриваемого вещества, а H_0 и S_0 — к неизменному конечному состоянию при температуре окружающей среды T_0 . В результате теплообмена с другим теплоносителем H , S , а следовательно, и E изменяются таким образом, что эксергия нагреваемого теплоносителя увеличивается, а охлаждаемого уменьшается. Это отношение увеличения к уменьшению эксергии и называют по Грассману КПД. Однако ему самому такое определение представляется мало подходящим для практического применения.

Глязер [2.10] предложил ввести коэффициент мощности, который получают путем деления удельного количества передаваемой теплоты $Q/\Delta\Phi_m$, т. е. количества теплоты, передаваемой на единицу средней разности температур, на работу, затраченную на преодоление гидравлического сопротивления. Он рассчитал этот коэффициент для различных расположений труб при параллельном и перекрестном токе, а также для труб с турбулизаторами и показал, что его можно применять для оценки и сравнения теплообменников. Т. Шмидт [2.64] считает более целесообразным в качестве параметра

* Подобного рода анализ провел также Кюне [2.36].

для сравнения выбрать коэффициент потерь $\omega = A/Q$. В результате деления коэффициента потерь для идеального случая ламинарного течения $\omega_{ид}$ на коэффициент потерь для рассматриваемого теплообменника он получает «эффективность», которая близка к эффективности по Грассману, но имеет несколько другие значения.

Такое множество предложений связано с тем, что теплообменники применяются для весьма различных целей и в зависимости от области их применения сильно различаются требования к теплообмену, к экономии работы, затрачиваемой на преодоление гидравлического сопротивления, к цене, эксплуатационным расходам и надежности. Поэтому в одном случае предпочтительнее одно определение, в другом — другое и ни одно из них не имеет бесспорных преимуществ над другими. В результате Глязер [2.11] приходит к выводу, что вряд ли можно определить КПД или эффективность без рассмотрения всего рабочего процесса, в который включен данный теплообменник. Поэтому он предлагает, например, в случае газотурбинного процесса определить сначала КПД всего процесса с теплообменником без потерь, а затем с учетом всех потерь этого теплообменника и их отношение рассматривать как эффективность теплообменника.

Упомянутых трудностей, в определенной мере мешающих рациональному определению КПД, можно избежать, если рассматривать заданный тепловой поток и допустимые потери давления как две независимые величины, которым должен одновременно удовлетворять теплообменник. Если эти величины заданы достаточно точно, то, как будет подробнее показано в § 37, можно просчитать и сравнить различные варианты конструкций и без использования понятия КПД или эффективности.

35. Распределение температур, средняя разность температур и КПД (C и C' зависят от температуры)

Нередко теплоемкости газов настолько сильно зависят от температуры, что описанный метод расчета распределения температур, средней разности температур $\Delta\theta_M$ и КПД по уравнению (191) становится неточным. Например, при низких температурах сильно изменяется удельная теплоемкость сжатою воздуха. Чтобы учесть эти изменения в интегралах уравнений (178) и (180), вводят удельные энтальпии газов h и h' в соответствии с соотношениями $Cd\theta = \dot{m}dh$ и $C'd\theta' = \dot{m}'dh'$, где \dot{m} и \dot{m}' — количества газов, проходящих через теплообменник в единицу времени. Тогда уравнения (153), (154) и (156) можно записать в виде

$$d\dot{q} = -\dot{m}dh = \dot{m}'dh', \quad (199)$$

при прямотоке

$$\dot{q} = \dot{m}(h_1 - h) = \dot{m}'(h' - h'_1), \quad (200)$$

при противотоке

$$\dot{q} = \dot{m}(h_1 - h) = \dot{m}'(h'_2 - h'); \quad (201)$$

$$Q = \dot{m}(h_1 - h_2) = \dot{m}'(h'_2 - h'_1), \quad (202)$$

где h_1, h_2, h'_1, h'_2 — удельные энтальпии соответственно при температурах $\theta_1, \theta_2, \theta'_1, \theta'_2$. С учетом (199) уравнение (158) принимает вид:

$$\dot{m} \int_x^a \frac{dh}{\theta - \theta'} = kf, \quad (203)$$

где k , как и прежде, предполагается постоянным.

С помощью (199) и (202) уравнение (179) для средней разности температур преобразуется к виду [2.16]

$$\frac{h_1 - h_2}{\Delta\theta_M} = \int_b^a \frac{dh}{\theta - \theta'}. \quad (204)$$

Таким образом, распределение температур в теплообменнике можно рассчитать по уравнению (203); а среднюю разность температур $\Delta\theta_M$ — по уравнению (204), если вычислить в них интегралы от $dh/(\theta - \theta')$. Как правило, это можно сделать лишь приближенно.

Метод конечных разностей. Метод состоит в следующем. Переходим от дифференциалов к конечным разностям и приближенно считаем, что

$$\int_x^a \frac{dh}{\theta - \theta'} = \sum_x^a \frac{\Delta h}{\theta - \theta'}; \quad \int_b^a \frac{dh}{\theta - \theta'} = \sum_b^a \frac{\Delta h}{\theta - \theta'}. \quad (205)$$

Предполагается, что зависимости h от θ и h' от θ' известны из диаграмм состояния рассматриваемых газов. Кроме температур газов на входе θ_1 и θ'_1 , заданы также их температуры на выходе θ_2 и θ'_2 и соответствующие значения h_2 и h'_2 . Затем можно графически определить суммы в уравнении (205), как показано на рис. 72 для случая *противотока*. Пусть зависимость h

от θ для первого газа представлена сплошной кривой. Тогда преобразованную кривую зависимости h' от θ' (штрихпунктирная линия) строим следующим образом (причем для θ' используем тот же масштаб по оси абсцисс, что и для θ). Сначала на вертикали с координатой θ'_2 откладываем исходное значение h'_2 той же высоты, что и h_1 . Последующие точки для произвольных состояний θ' , h' второго газа определяем, откладывая вниз от h'_2 значение $(\dot{m}'/\dot{m})(h'_2 - h')$ и находя точку пересечения этой горизонтали с вертикалью для соответствующей температуры θ' . Согласно уравнению (202), конечная точка θ'_1 , h'_1 кривой для второго газа должна находиться на той же высоте, что и точка θ_2 , h_2 первого газа. С помощью такого построения всегда получается, что состояния обоих газов в любом поперечном сечении теплообменника описываются лежащими на одной высоте точками обеих кривых. Как можно видеть из рис. 72, для таких точек выполняется уравнение теплового баланса (201). Расстояние между этими точками по горизонтали соответствует разности температур $\theta - \theta'$ в поперечном сечении теплообменника. Построение кривой для второго газа упрощается, если его удельная теплоемкость c'_p постоянна. Как показал М. Рабес [2.52], в этом случае нужно найти только конечные точки штрихпунктирной линии, а затем соединить их прямой.

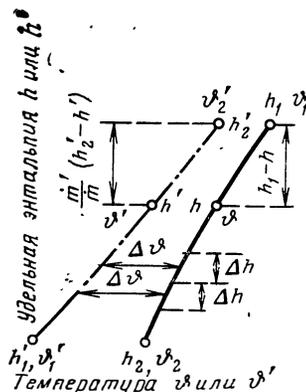


Рис. 72. Определение средней разности температур при противотоке в общем случае путем приближенного вычисления интеграла

$$\int \frac{dh}{\Delta\theta} = \sum \frac{\Delta h}{\Delta\theta}.$$

Для вычисления сумм в уравнении (205) показанную на рис. 72 кривую энтальпии первого газа делим на произвольные отрезки высотой Δh и в середине каждого отрезка определяем расстояние до другой кривой, т. е. значение $\theta - \theta'$. Таким образом, для каждого шага находим значение $\Delta h/(\theta - \theta')$. Выбирая шаг по h так, чтобы разность $\theta - \theta'$ в процентном отношении мало изменялась, от шага к шагу, путем суммирования всех членов вида $\Delta h/(\theta - \theta')$ с большой точностью находим значение искомого интеграла в уравнении (205). Тем самым мы описали также общий способ расчета распределения температур и средней разности температур $\Delta\theta_M$ в соответствии с уравнениями (203) и (204).

При сохранении той же точности размер шага можно значительно увеличить, если по рис. 72 найти разности температур на обоих концах ступени, а по ним с помощью уравнения (181) вычислить среднелогарифмическую разность температур для этой ступени¹. Затем эту разность температур следует подставить в суммы уравнения (205).

Наконец, вместо вычисления методом конечных разностей интегралы в уравнениях (203) и (204) можно найти путем планиметрирования² зависимости $1/(\vartheta - \vartheta')$ от h , где $\vartheta - \vartheta'$ определяют по рис. 72.

Расчет kF . После определения $\Delta\vartheta_M$ по уравнению (204) и Q по уравнению (202) можно сразу же по уравнению (145) или (183) найти kF . Однако для некоторых расчетов полезно знать, как определить kF , не вычисляя $\Delta\vartheta_M$. Для этого вполне достаточно вычислить, например методом конечных разностей, интеграл в правой части уравнения (204), как показано на рис. 72. Действительно, записывая уравнение (203) для всей поверхности нагрева рекуператора F , непосредственно получим:

$$kF = m \int_b^a \frac{dh}{\vartheta - \vartheta'}. \quad (206)$$

Диаграмма для определения $\Delta\vartheta_M$ при параболическом распределении разности температур $\vartheta - \vartheta'$. Если разность температур $\vartheta - \vartheta'$ может быть

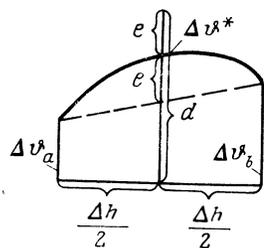


Рис. 73. К определению средней разности температур $\Delta\vartheta_M$ при параболическом распределении $\Delta\vartheta = \vartheta - \vartheta'$.

представлена как квадратичная функция удельной энтальпии в виде $\vartheta - \vartheta' = a + bh + ch^2$, то можно получить точное замкнутое уравнение для $\Delta\vartheta_M$. Это означает что график зависимости $\vartheta - \vartheta'$ от h или h' может быть представлен в виде дуги параболы (рис. 73). Но и в других случаях часто предполагают что с помощью параболического распределения $\vartheta - \vartheta'$ можно с достаточной точностью учесть температурную зависимость C и C' .

Как и ранее, $\Delta\vartheta_a$ и $\Delta\vartheta_b$ на рис. 73 представляют значения $\vartheta - \vartheta'$ в концевых сечениях теплообменника, где энтальпия одного из газов равна соответственно h_a и h_b . Предположим, что в среднем сечении $(1/2)(h_a + h_b)$ разность температур $\vartheta - \vartheta'$ равна $\Delta\vartheta^*$. Определим теперь отрезок

$$d = 2\Delta\vartheta^* - \frac{1}{2}(\Delta\vartheta_a + \Delta\vartheta_b). \quad (207)$$

Его проще всего найти графически. Для этого, как показано на рис. 73, отрезок e между кривой и хордой, соединяющий точки $\Delta\vartheta_a$ и $\Delta\vartheta_b$, продлеваем на такое же расстояние вверх. Тогда уравнение показанной на рис. 73 параболы, выраженное через d , имеет вид:

$$\vartheta - \vartheta' = \Delta\vartheta_a + 2(d - \Delta\vartheta_a) \frac{h - h_a}{h_b - h_a} + (\Delta\vartheta_a + \Delta\vartheta_b - 2d) \left(\frac{h - h_a}{h_b - h_a} \right)^2.$$

¹ В соответствии с предложением Иоханнеса Вуксерера.

² Этот метод расчета аналогичен методу, впервые описанному Альтенкирхом [2.1].

Подставляя это выражение в уравнение (204), получаем следующие соотношения¹ для $\Delta\vartheta_M$:

при $d^2 > \Delta\vartheta_a \Delta\vartheta_b$

$$\frac{\Delta\vartheta_M}{d} = \frac{2 \sqrt{1 - \frac{\Delta\vartheta_a \Delta\vartheta_b}{d^2}}}{\ln \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{\Delta\vartheta_a \Delta\vartheta_b}{d^2}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{\Delta\vartheta_a \Delta\vartheta_b}{d^2}}}}; \quad (208)$$

при $d^2 < \Delta\vartheta_a \Delta\vartheta_b$

$$\frac{\Delta\vartheta_M}{d} = \frac{\sqrt{\frac{\Delta\vartheta_a \Delta\vartheta_b}{d^2} - 1}}{\operatorname{arctg} \sqrt{\frac{\Delta\vartheta_a \Delta\vartheta_b}{d^2} - 1}}. \quad (209)$$

Согласно этим уравнениям $\Delta\vartheta_M/d$ зависит только от $\Delta\vartheta_a \Delta\vartheta_b/d^2$. Поэтому $\Delta\vartheta_M$ можно легко определить по рис. 74, на котором изображена зависимость $\Delta\vartheta_M/d$ от $\Delta\vartheta_a \Delta\vartheta_b/d^2$, построенная в соответствии с уравнениями (208) и (209).

Для пользования этим графиком нужно указанным способом вычислить d , а также $\Delta\vartheta_a \Delta\vartheta_b/d^2$, а затем непосредственно по диаграмме найти $\Delta\vartheta_M/d$. После умножения этой величины на d получаем $\Delta\vartheta_M$. Для повышения точности масштаб по горизонтальной оси на рис. 74 после каждого десятичного порядка сдвигается вправо и отсчет начинается слева заново.

Если в рассматриваемом теплообменнике разность температур во всей области ее изменения не может быть с достаточной точностью аппроксимирована параболой, теплообменник делится на несколько участков, для каждого из которых используется описанный метод расчета. Независимо от того, требуется или не требуется такое деление на участки, преимущество описанного способа является то, что при этом используются и разности температур на обоих концах теплообменника. Если же их значе-

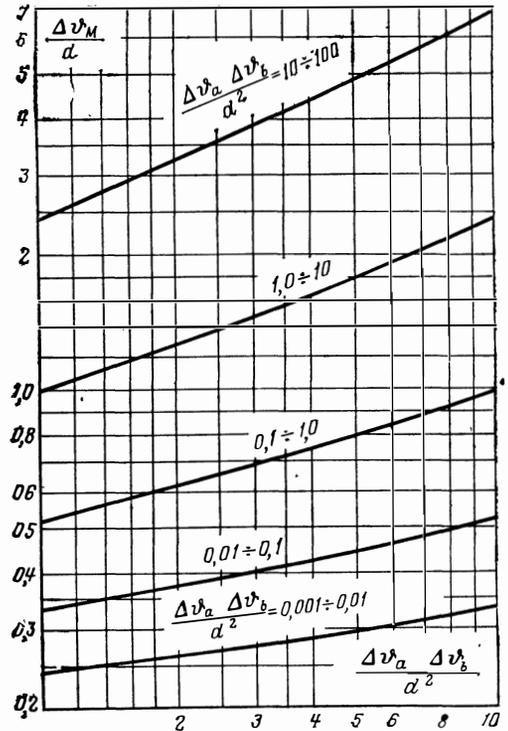


Рис. 74. Диаграмма для определения средней разности температур $\Delta\vartheta_M$ при параболическом распределении $\Delta\vartheta = \vartheta - \vartheta'$.

¹ Их первоначальный вывод можно найти в [2.19].

* Знаменатель правой части уравнения (209) получаем сначала в форме $\operatorname{arctg} a - \operatorname{arctg} b$. Но после подстановки $a = \operatorname{tg} \alpha$ и $b = \operatorname{tg} \beta$ с помощью известного соотношения $\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$ приходим к выражению $\operatorname{arctg} a - \operatorname{arctg} b = \operatorname{arctg} \frac{a - b}{1 + ab}$ и после некоторых преобразований — к уравнению (209).

ния не заданы, рекомендуется применять уже рассмотренную при анализе теплового излучения квадратурную формулу Гаусса, которая при одинаковом числе участков обеспечивает более высокую точность расчета (см. § 20).

Определение двух искоемых температур. До сих пор при рассмотрении теплопередачи между газами с зависящими от температуры теплоемкостями всегда предполагалось, что температуры газов на входе и выходе известны. Если же, наоборот, при заданном kF требуется найти две из этих температур, то в общем случае это можно сделать только методом последовательных приближений. Для этого сначала задают искоемые температуры произвольно с учетом уравнения (202) и рассмотренным выше способом вычисляют по ним интеграл в уравнении (206). В зависимости от результата повторяют этот расчет с изменением принимаемых значений температур до тех пор, пока уравнение (206) не будет выполняться с достаточной точностью.

Результат может быть получен быстрее, если использовать рис. 74 или интегрирование приближенным методом Гаусса. В этом случае по принятым температурам определяют $\Delta\theta$ и проверяют, насколько удовлетворяется уравнение (145) или (183).

Коэффициент полезного действия. Коэффициент полезного действия теплообменника $\eta_w = Q/Q_{\max}$ можно вычислить и при изменяющейся теплоемкости газов. В этом случае Q определяется по уравнению (202), а Q_{\max} из условия, что в совершенном противоточном теплообменнике разность температур $\theta - \theta'$ должна быть бесконечно малой, по крайней мере в одном сечении. Если везде $C < C'$ или $C > C'$, то условие $\theta - \theta' = 0$ осуществляется на одном из концов теплообменника. Тогда Q_{\max} определяется по уравнениям $Q_{\max} = \dot{m}(h_1 - h_{\min})$ либо $Q_{\max} = \dot{m}(h'_{\max} - h'_1)$, где h_{\min} — это значение h при $\theta = \theta'_1$, а h'_{\max} — значение h' при $\theta' = \theta_1$. Здесь, как и прежде, θ_1 и θ'_1 — температуры газов на входе.

Отсюда получаются следующие соотношения для КПД: при $C < C'$

$$\eta_w = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{\min}}; \quad (210)$$

при $C > C'$

$$\eta'_w = \frac{h'_2 - h'_1}{h'_{\max} - h'_1}. \quad (11)$$

Но если, например, в более теплых частях противоточного теплообменника $C < C'$, а в более холодных $C > C'$, то условие $\theta - \theta' = 0$ может реализоваться не на концах, а во внутренних сечениях совершенного теплообменника. В этом случае Q_{\max} обычно можно определить только методом последовательных приближений.

Поэтому при зависящих от температуры теплоемкостях газов определение КПД может стать довольно затруднительным. В таких случаях введение КПД вместо сред-

ней разности температур $\Delta\theta_M$ или интеграла $\int_a^b \frac{dh}{\theta - \theta_1}$ не дает для расчета тепло-

обменника никаких преимуществ.

36. Распределение и средняя разность температур при изменяющемся коэффициенте теплопередачи k

Все рассмотренные до сих пор методы расчета распределения температур, средней разности температур $\Delta\theta_M$ и т. д. после рационального обобщения могут быть применены и в тех случаях, когда коэффициент теплопередачи k изменяется вдоль поверхности рекуператора.

Наиболее просто решение, когда коэффициент теплопередачи задан как функция продольной координаты x или f . Этот случай осуществля-

ется, когда поперечные сечения каналов, а следовательно, и скорости теплоносителей, изменяются вдоль рекуператора. Тогда по уравнениям теплоотдачи, приведенным в § 9, можно найти соответствующие зависимости коэффициентов теплоотдачи α и α' от x или f . Если пренебречь возможной зависимостью α и α' от температуры, то с помощью уравнений (127) или (136)—(143) можно найти зависимость k только от x или f . В этом случае уравнение (157) можно проинтегрировать следующим образом:

$$\int_a^x \frac{dq}{\vartheta - \vartheta'} = \int_0^f k df \quad (212)$$

и

$$\int_a^b \frac{dq}{\vartheta - \vartheta'} = \int_{0'}^F k df. \quad (213)$$

Из этих уравнений, которые при переменном k определяют распределение температур и передаваемый тепловой поток вместо уравнений (158) и (178), следует, что все рассмотренные до сих пор способы расчета остаются в силе, если всюду заменить kf на $\int_0^f k df$, а kF на $\int_0^F k df$.

Эти интегралы нужно ввести также в уравнения (167)—(173), определяющие распределение температур при постоянных теплоемкостях C и C' , а также в обобщенные уравнения (203) и (206). Вычисление интеграла $\int k df$ в принципе не представляет трудностей. Часто в первом приближении достаточно принять линейную зависимость k от f .

Однако значительно чаще k зависит только от температуры. Такая зависимость наблюдается при больших изменениях температур газов в теплообменниках с неизменным по длине поперечным сечением рабочих каналов. При этом коэффициенты теплоотдачи α и α' , если они определяются только теплопроводностью и конвекцией, зависят, как показано на рис. 4, от температур газов ϑ и ϑ' . Если же на теплоотдачу существенное влияние оказывает тепловое излучение, то эта зависимость оказывается еще сильнее [см., например, уравнение (104) или (105)].

В таких случаях k с самого начала является функцией температур *обоих* газов ϑ и ϑ' . Если же предположить, что температуры газов на входе и выходе известны, то ϑ' однозначно зависит от ϑ , например, в соответствии с уравнением (154). Поэтому мы будем считать k функцией только температуры ϑ . Поскольку в соответствии с уравнением (155) это же относится и к $\vartheta - \vartheta'$, уравнение (157) можно проинтегрировать в виде.

$$\int_a^x \frac{dq}{k(\vartheta - \vartheta')} = f \quad (214)$$

и

$$\int_a^b \frac{dq}{k(\vartheta - \vartheta')} = F. \quad (215)$$

Соответственно уравнения (203) и (206) принимают следующую обобщенную форму:

$$m \int_x^a \frac{dh}{k(\vartheta - \vartheta')} = f \quad (216)$$

и

$$m \int_b^a \frac{dh}{k(\vartheta - \vartheta')} = F. \quad (217)$$

При этом уравнения (214) или (216) определяют распределение температур, а уравнения (215) или (217) — теплопередачу во всем рекуператоре. В большинстве случаев интегралы в этих уравнениях можно вычислить приближенно. Наиболее подходящим для этого является рассмотренный на рис. 72 метод конечных разностей, который видоизменяется только в том отношении, что вместо $\sum \frac{\Delta h}{\vartheta - \vartheta'}$ используется

$$\sum \frac{\Delta h}{k(\vartheta - \vartheta')}^*$$

Средняя разность температур $\Delta\vartheta_M$ и в этом обобщенном случае сохраняет свой смысл и может быть определена по приведенному выше методу поскольку по существу она не зависит от k . Однако для расчета теплообменника при зависящем от температуры коэффициенте теплопередачи k целесообразнее вместо $\Delta\vartheta_M$ ввести среднее значение произведения $[k(\vartheta - \vartheta')]_M$, определяемое уравнением

$$\frac{Q}{[k(\vartheta - \vartheta')]_M} = \int_a^b \frac{dq}{k(\vartheta - \vartheta')} \quad (218)$$

или же

$$\frac{h_1 - h_2}{[k(\vartheta - \vartheta')]_M} = \int_a^b \frac{dh}{k(\vartheta - \vartheta')} \quad (219)$$

Как видно из сравнения уравнений (215) и (218), количество теплоты, передаваемой в рекуператоре в единицу времени, составляет:

$$Q = F [k(\vartheta - \vartheta')]_M. \quad (220)$$

Расчет существенно упрощается, если функцию $k(\vartheta - \vartheta')$ от h можно с достаточной точностью аппроксимировать параболической зависимостью. Тогда, как видно из сравнения уравнений (219) и (204), среднее значение $[k(\vartheta - \vartheta')]_M$ можно определить методом, показанным на рис. 73 и 74, если применять его к значениям $k(\vartheta - \vartheta')$, а не к $\vartheta - \vartheta'$.

Но и в этом случае точность расчета можно повысить, если использовать рассмотренный в § 20 метод приближенного интегрирования по Гауссу. Если зависимость $1/k(\vartheta - \vartheta')$ от h достаточно точно описывается параболой, то в сечениях теплообменника, определяемых соотношениями

$$h^*_{1} = h_1 - 0,2(h_1 - h_2)$$

* На этом же основан метод, предложенный Альтенкирхом [2.1] еще в 1914 г.

и

$$h^*_2 = h_2 + 0,2(h_1 - h_2),$$

можно точно рассчитать плотности тепловых потоков $[k(\vartheta - \vartheta')]^*_1$ и $[k(\vartheta - \vartheta')]^*_2$.

Тогда средняя плотность теплового потока находится из соотношения

$$\frac{q}{[k(\vartheta - \vartheta')]_M} = \frac{1}{[k(\vartheta - \vartheta')]^*_1} + \frac{1}{[k(\vartheta - \vartheta')]^*_2}. \quad (221)$$

Наконец, полное количество теплоты, передаваемой в единицу времени, определяется по уравнению (220). Если же отклонения от параболической зависимости слишком велики, желаемую точность можно получить, применяя описанный способ к двум или большему числу участков теплообменника. Вместо такого разбиения на участки можно было бы использовать более общую квадратурную формулу Гаусса, в которой используются три или более опорных точки [В.25].

Наиболее общий случай, когда k зависит как от f , так и от ϑ и ϑ' , реализуется когда изменяются не только поперечные сечения каналов, но и температуры газов. Обычно k зависит от f слабее, чем от ϑ и ϑ' . Как правило, k с достаточной точностью можно рассматривать в виде произведения двух коэффициентов k_T и k_f , из которых k_T зависит только от температур, а k_f — только от продольной координаты. Тогда уравнение (157) можно проинтегрировать следующим образом:

$$\int_a^x \frac{dq}{k_T(\vartheta - \vartheta')} = \int_0^f k_f df; \quad (222)$$

$$\int_a^b \frac{dq}{k_T(\vartheta - \vartheta')} = \int_0^F k_f df. \quad (223)$$

Если в соответствии с уравнением (199) ввести в эти соотношения удельные энтальпии h , то можно получить уравнения, соответствующие уравнениям (216) и (217) и определяющие распределение температур и полное количество переданной теплоты. Интегралы в левой части уравнений (222) и (223) можно определить способом, уже описанным применительно к уравнениям (214) и (215).

Если же требуется найти площадь поверхности F , необходимую для теплопередачи, ее нужно определять методом последовательных приближений. Сначала произвольно или на основании оценок принимают значение F , служащее верхним пределом интегрирования в уравнении (223), а затем уточняют его до тех пор, пока интегралы в правой и левой частях этого уравнения не станут равными.

Несколько иной способ учета изменения коэффициентов теплоотдачи и физических свойств теплоносителей разработали недавно Петерс [2.50] и Рётцель [2.56, 2.58].

Глава вторая

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗМЕРОВ И КОНСТРУКЦИИ ПРЯМОТОЧНЫХ И ПРОТИВОТОЧНЫХ РЕКУПЕРАТОРОВ

Предварительное значение. Ниже по отдельным наиболее важным этапам будет рассмотрен полный тепловой расчет рекуператора, работающего в режиме прямотока или противотока.

В § 32 было показано [уравнение (183)], что тепловой поток, который требуется передать в теплообменнике, наиболее просто и коротко можно выразить с помощью уравнения

$$\dot{Q}/\Delta\theta_M = kF \quad (224)$$

или в общем случае — через соответствующий интеграл $\int k df$. Здесь \dot{Q} — количество теплоты, передаваемой в единицу времени; $\Delta\theta_M$ — средняя разность температур между обоими газами; k — коэффициент теплопередачи; F — площадь всей теплопередающей поверхности; f — текущая площадь поверхности нагрева от начала теплообменника до определенного поперечного сечения.

После определения требуемого теплового потока возникает следующий вопрос, как сконструировать теплообменник и какие выбрать размеры, чтобы обеспечить передачу этого теплового потока. Именно эта задача, которая в § 32 названа второй основной задачей расчета теплообменника, подробно рассматривается в настоящей главе. Эту задачу можно решить многими способами, поскольку один и тот же тепловой поток можно передать в теплообменниках самой различной конструкции и размеров. Например, рекуператор, изготовленный из прямых параллельных труб (как на рис. 60), можно выполнить из небольшого числа очень длинных труб или из большого числа коротких. Но возможны и многие другие конструкции, например, перекрестный ток или перекрестно-противоточная схема или эти же варианты с оребренными трубами (см. § 46 и 47). Кроме того, можно задать вопрос, не предпочтительнее ли в определенных случаях применять переключающиеся через одинаковые промежутки времени регенераторы (см. третью часть этой книги), чем непрерывно работающие рекуператоры.

Ввиду многочисленности возможных решений общий метод определения размеров теплообменников состоит в том, что для заданной конструкции теплообменника размеры выбираются сначала оценочно с использованием имеющегося опыта, а затем производится расчетная проверка, позволяющая установить, получается ли при этом требуемое значение kF .

Этого метода проб можно избежать, если при выборе размеров один из них, например длину труб, не задавать и производить вначале расчет для труб единичной длины 1. При этом получаем kF/L . Искомую длину теплообменника затем легко определить, разделив требуемое значение kF на найденное kF/L . Поэтому сначала будет показано, как по заданным или принятым размерам теплообменника и скоростям газов определить kF .

Кроме того, на определение размеров и выбор конструкционных материалов оказывает влияние ряд практических требований, зависящих отчасти от целевого назначения аппарата, но прежде всего — от диапазона рабочих температур и давлений. Температура и давление оказывают основное влияние на выбор конструкционных материалов, а тем самым в определенных границах определяют также конструкцию и порядок величины поперечного сечения каналов. Следует еще учитывать прочностные свойства конструкционных материалов, опасность коррозии и другие обстоятельства.

37. Определение передаваемого теплового потока либо размеров прямоточного или противоточного рекуператора

Пусть известны как размеры теплообменника, так и количество газов \dot{m} и \dot{m}' , проходящих через него в единицу времени. По этим дан-

ным нужно рассчитать значение kF или $\int k' df$, характеризующее передаваемый теплообменником тепловой поток. Наиболее важные данные для этого расчета могут быть заимствованы из ранее проведенного анализа.

Теплопередающая поверхность. В качестве примера рассмотрим рекуператор из прямых параллельных труб (см. рис. 60), работающий при противотоке или прямотоке. Если, как и прежде (§ 26), обозначать через z число труб, d_i и d_a — их внутренний и наружный диаметры, L — участвующую в теплообмене длину трубы, то согласно уравнениям (128) и (129) площади внутренних и наружных теплопередающих поверхностей труб составляют:

$$F_i = z d_i \pi L; \quad (225)$$

$$F_a = z d_a \pi L. \quad (226)$$

В вопросе, какой отрезок L принимать в качестве эффективной длины трубы, содержится некоторая неопределенность. Возле концевых сечений теплообменника a и b , где трубы укреплены в трубных решетках или других соответствующим образом сконструированных узлах теплообменного аппарата, наружные поверхности труб, вероятно, не полностью омываются потоком газа. Поэтому при практических расчетах в качестве эффективной длины L принимают расстояния между осями входного и выходного штуцеров (отрезок между точками a' и b' на рис. 60). Можно, однако, защищать ту точку зрения, что L равно полному расстоянию между a и b . Ведь на участках у входа и выхода трубы омываются отчасти перекрестно, а при таком обтекании согласно § 14 следует ожидать более высоких коэффициентов теплоотдачи, чем при продольном. Не исключено, что благодаря этому рассмотренные неблагоприятные эффекты вследствие неполного омывания труб у концов в основном устраняются. Кроме того, газ, движущийся внутри труб, обтекает их по всей длине. Однако использование в качестве L расстояния между осями входного и выходного штуцеров повышает надежность расчета.

Скорости газов. Согласно уравнениям (136) или (138) важнейшими величинами, определяющими kF , наряду с F_i и F_a являются также коэффициенты теплоотдачи газов, движущихся внутри и снаружи труб, α и α' . Для их расчета необходимо знать скорости потоков w и w' , которые можно легко определить следующим образом. Если трубный пучок, состоящий из z труб, окружен наружной трубой внутренним диаметром D_i , то площадь поперечного сечения внутритрубного пространства

$$F_q = z d_i^2 \frac{\pi}{4}, \quad (227)$$

а площадь поперечного сечения наружного (межтрубного) пространства

$$F'_q = (D_i^2 - z d_a^2) \frac{\pi}{4}. \quad (228)$$

Пусть, кроме того, ρ и ρ' — плотности обоих газов при температурах θ и θ' и соответствующих давлениях. Тогда по количествам газов \dot{m} и \dot{m}' , проходящих через теплообменник в единицу времени, можно рас-

считать средние скорости потоков:

$$\omega = \frac{\dot{m}}{\rho F_q}; \quad (229)$$

$$\omega' = \frac{\dot{m}'}{\rho' F'_q}, \quad (230)$$

где F_q и F'_q определяются по уравнениям (227) и (228).

Если например, \dot{m} и \dot{m}' выражены в кг/с, F — в м², а ρ и ρ' — в кг/м³, то ω и ω' в соответствии с уравнениями (229) и (230) выражаются в м/с.

Определение коэффициентов теплоотдачи α и α' . Для расчета коэффициентов теплоотдачи α и α' наряду со скоростями потоков и их плотностями ρ и ρ' необходимы значения теплопроводности λ , вязкости η и удельной теплоемкости c_p теплоносителей. Эти физические свойства, по которым определяют также кинематическую вязкость $\nu = \eta/\rho$ и температуропроводность $a = \lambda/\rho c_p$, находят по справочникам физических величин [В.20], [В.1]¹.

В качестве диаметра d , входящего в числа подобия и уравнения для коэффициентов теплоотдачи, для потока газа, движущегося в трубах, используется внутренний диаметр теплопередающей трубы d_i , а для потока в межтрубном пространстве — эквивалентный диаметр $d_{\text{ЭКВ}}$ в соответствии с уравнением (14)

$$d_{\text{ЭКВ}} = 4F'_q/U', \quad (231)$$

где F'_q — площадь поперечного сечения потока согласно уравнению (228); U' — полный смоченный периметр поперечного сечения потока.

Для рассмотренного трубчатого рекуператора (см. рис. 60)

$$U' = (zd_a + D_i)\pi, \quad (232)$$

где D_i — внутренний диаметр кожуха.

Однако в некоторых случаях вместо $d_{\text{ЭКВ}}$ рекомендуется применять термический диаметр d_T , определяемый согласно уравнению (15). При его определении учитывается только участвующая в теплообмене часть U смоченного периметра. Еще лучше выбирать зависящее от числа Re промежуточное значение, которое приближенно определено уравнением (16).

В качестве длины трубы L , как правило, берется полная длина, омываемая соответствующим газом. При этом очень точного определения L не требуется, так как влияние параметра L/d на коэффициент теплоотдачи обычно довольно слабое.

После этой подготовки известны все величины, с помощью которых по уравнениям, приведенным в § 9 и следующих параграфах, можно рассчитать коэффициенты теплоотдачи α и α' на внутренней и наружной поверхностях трубы.

Следует обратить внимание на то, чтобы выбирать входящие в числа подобия физические свойства при правильной определяющей температуре. В большинстве случаев эта определяющая температура находится по уравнениям, приведенным в § 9 и следующих параграфах. Кроме того, необходимо учитывать различие между нагреванием и охлаждением. Как правило, безразмерное уравнение теплоотдачи позво-

¹ В СССР широко известны «Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей» Н. Б. Варгафтика. — М.: Наука, 1972, и книга В. С. Чиркина «Теплофизические свойства веществ». — М.: Физматгиз, 1959. — Прим. ред.

ляет вычислить значение числа Nu . Окончательное выражение для коэффициента теплоотдачи получают, решая уравнение (8) относительно α .

Коэффициенты теплоотдачи α и α' , найденные описанным выше способом, учитывают только перенос теплоты теплопроводностью и конвекцией. Если же существенно и влияние теплового излучения, то к ним согласно уравнениям (103)—(106) § 20 следует добавить еще соответствующие лучистые составляющие α_s и α'_s .

Расчет kF . После того как F_i , F_a , α и α' определены, а теплопроводность материала стенок труб или каналов найдена по соответствующим таблицам, значение kF для трубчатого рекуператора можно сразу же рассчитать по уравнению (143) или (136), либо по другому уравнению, приведенному в § 26.

Если рекуператор изготовлен из плоских или лишь слабо изогнутых параллельных пластин, или листов одинаковой толщины δ , то для вычисления k можно использовать уравнение (127), справедливое только для плоских стенок.

Как следует вести расчет, если α и α' , а также C и C' зависят от температуры или по другим причинам изменяются вдоль рекуператора, подробно рассмотрено в § 36. При этом вследствие переменности k можно указать только среднее значение kF , от определения которого удастся отказаться при применении метода расчета, рассмотренного в § 36. Если это значение все же хотят определить, например, для расчета передаваемого в теплообменнике теплового потока, то среднее значение k получают путем деления параметра $[k(\vartheta - \vartheta')]_M$, рассчитанного по уравнениям (218), (219) или соответствующим приближенным методом, на $\Delta\vartheta_M$. Само значение $\Delta\vartheta_M$ в общем случае определяют по уравнению (204) или тоже приближенным методом.

Расчет двух неизвестных температур газов. Согласно вышеизложенному можно решить также следующую задачу. Пусть заданы размеры рекуператора и массовые расходы проходящих через него газов. Кроме того, известны две из четырех температур газов на входе и выходе. Спрашивается, чему равны две другие температуры и какое количество теплоты передается в таком рекуператоре в единицу времени. Сначала по размерам рекуператора и найденным по ним скоростям потоков описанным выше методом рассчитывают значение kF . Если полные теплоемкости массовых расходов газов, проходящих через теплообменник, C и C' — постоянны, неизвестные температуры можно найти, решив уравнения (170)—(173) и (156). Например, при противотоке таким способом получают обе температуры на выходе. Сначала по уравнению (173) рассчитывают температуру ϑ_2 , а затем по уравнению (156) — температуру ϑ'_2 . Но эту же задачу можно решить и с помощью отношения разностей температур на обоих концах теплообменника τ по уравнению (185) или с помощью функции КПД η^* — по уравнению (193). Соответствующие способы расчета уже обсуждались в § 33 и 34.

Зная все четыре температуры потоков на входе и выходе, по уравнению (156) определяют количество теплоты Q , передаваемой в рекуператоре в единицу времени.

38. Влияние потерь давления на выбор размеров теплообменника и скоростей теплоносителей

Часто при тепловом расчете рекуператора нужно еще проверить, не слишком ли велики ожидаемые потери давления в потоках газов.

Ведь, как уже пояснялось в § 21 и 22, всякое падение давления означает потерю энергии. Поэтому из различных конструкций, дающих одинаковые значения kF , предпочтение отдается тем, которые обеспечивают наименьшие потери давления, если эти конструкции не слишком дорогостоящие.

Уравнения для расчета гидравлического сопротивления были приведены еще в § 22—24. Поскольку ход расчета подобен соответствующему расчету при определении коэффициентов теплоотдачи и даже проще последнего, нет необходимости еще раз подробно на нем останавливаться.

Ниже рассматриваются основные точки зрения на роль и влияние гидравлического сопротивления при конструировании теплообменников. При этом ограничимся потерями давления в самих трубах и не будем рассматривать дополнительные потери давления при входе газов в трубы и выходе из них.

Следует прежде всего отметить, что гидравлическое сопротивление в потоках газов при повышенных давлениях играет меньшую роль, чем при более низких давлениях. Это объясняется следующими причинами. Если предположить, что течение турбулентное, то основное влияние на сопротивление оказывает в первую очередь член $\rho\omega^2/2$ в уравнении (108) из § 22. Так как плотность ρ пропорциональна давлению, а скорость ω при постоянном количестве газа (измеренном в массовых единицах или молях), проходящем в единицу времени через канал постоянного поперечного сечения, обратно пропорциональна давлению, то $\rho\omega^2$, а следовательно, и падение давления, будет тем меньше, чем выше давление. Но, с другой стороны, именно при повышенных давлениях обычно допустимы более высокие потери давления, поскольку одно и то же падение давления при более высоких давлениях соответствует меньшим потерям энергии, чем при более низких давлениях. Так, например, работа, затрачиваемая на обратимое изотермическое сжатие идеального газа, пропорциональна логарифму отношения начального и конечного давлений. Следовательно, работа, которую теоретически необходимо затратить для сжатия газа на 0,1 МПа и которая теряется при падении давления в трубе на тот же 0,1 МПа, с ростом абсолютного давления становится все меньше. Поэтому при высоких давлениях выбирают меньшие поперечные сечения каналов, чем при низких¹.

Кроме того, при неизменных массовом расходе и поперечном сечении канала гидравлическое сопротивление сильно зависит от температуры, так как с ростом температуры возрастает скорость потока, а с ней при прочих равных условиях и потери давления. Но поскольку давление, используемое при высоких температурах, обычно ниже, а массовые расходы значительно выше, чем при низких температурах, именно при высоких температурах стремятся обеспечить особенно низкие потери давления. В этом состоит одна из причин того (другие причины будут рассмотрены в § 40), почему поперечные сечения, как правило, выбираются тем больше, чем выше температура.

Взаимное влияние теплообмена и гидравлического сопротивления.

При расчете гидравлического сопротивления часто оказывается, что меры, интенсифицирующие теплообмен, приводят одновременно к увеличению потерь давления. Если, например, повысить скорости потоков ω и ω' при сохранении постоянными массовых расходов, а также ну-

¹ Это отвечает также требованиям необходимой механической прочности аппарата. — Прим. ред.

тренного и наружного диаметров труб d_i и d_a путем уменьшения числа труб и внутреннего диаметра кожуха, то в соответствии с уравнениями, приведенными в § 9 и 22, возрастают не только коэффициенты теплоотдачи α и α' , но и потери давления Δp . Из этого можно сделать прежде всего следующий вывод. При увеличении α и α' и соответствующем возрастании k требуемое значение kF достигается при меньшей площади поверхности нагрева F . Это приводит к уменьшению затрат на конструкционные материалы, а следовательно, и капитальных затрат. Поэтому, как правило, капитальные затраты на теплообменник определенной конструкции, который должен передавать заданный тепловой поток, тем меньше, чем более высокие потери давления в нем можно допустить.

Эту взаимосвязь между теплообменом и гидравлическим сопротивлением следует учитывать прежде всего, когда задают определенные максимально допустимые потери давления для одного или обоих потоков газов. Кюне [2.38] разработал метод расчета теплообменников, согласно которому помимо требуемых изменений температур задают также максимально допустимые потери давления в потоках. Он использует при этом диаграмму, на которой изображена зависимость между термическими сопротивлениями теплоотдачи и площадью теплопередающей поверхности, а в качестве параметра кривых служит выражение, в которое входят заданные значения объемных расходов, температур потоков на входе, а также потерь давления. Э. Шмидт [2.63] показал, как при заданных тепловом потоке, передаваемом теплообменником, и потерях энергии вследствие падения давления рассчитать размеры теплообменника таким образом, чтобы обеспечить либо наименьшую массу теплопередающих труб, либо наименьший объем теплообменника. Такие расчеты имеют большое значение в тех случаях, когда необходимо изготовить теплообменники с возможно меньшими затратами конструкционных материалов, а следовательно, и с минимальной стоимостью, либо теплообменники возможно меньшего объема, например бортовые авиационные.

Поскольку подобные методы основаны на довольно сложных выводах и их необходимо еще освоить, часто предпочитают рассчитывать теплопередачу и гидравлические сопротивления раздельно, как это было описано выше. Правда в этом случае заданным значениям передаваемого теплового потока и гидравлических сопротивлений можно удовлетворить лишь методом последовательных приближений. При этом сначала на основании предварительных оценок принимают определенные размеры аппарата и по ним рассчитывают как kF , так и ожидаемые значения Δp . Затем следует изменять принятые размеры до тех пор, пока не будут одновременно получены с достаточной точностью оба заданных значения. Для того чтобы облегчить расчеты довольно кропотливым и требующим значительных затрат времени методом последовательных приближений, в дальнейшем будет показано, какое влияние оказывает изменение размеров на коэффициенты теплоотдачи и потери давления (если не учитывать тепловое излучение) [2.59].

В качестве примера еще раз рассмотрим кожухотрубчатый теплообменник. Для простоты предположим, что отношение наружного диаметра труб к внутреннему d_a/d_i , определяемое требованиями прочности стенки трубы, неизменно. Рассмотрим сначала только случай, когда площадь проходного сечения потока, омывающего трубы снаружи, F'_g изменяется во столько же раз, во сколько изменяется поперечное сечение труб F_g , так что отношение скоростей этих потоков остается неизменным. Если, кроме того, предположить, что число труб z достаточно велико,

как это и бывает в крупных рекуператорах, то можно, не делая большой ошибки, считать, что эквивалентный диаметр наружного проходного сечения $d_{\text{экв}}$ пропорционален диаметрам труб d_a и d_i . При этом согласно уравнению (232) пренебрегают только малым влиянием D_i на смоченный периметр U' . Величины d_i , d_a и $d_{\text{экв}}$, отношение которых всегда остается неизменным, в дальнейшем будем обозначать просто буквой d . При *неизменных массовых расходах газов* скорости w и w' должны изменяться обратно пропорционально zd^2 , тогда как поверхности нагрева F_i и F_a , а следовательно, и F — прямо пропорциональны zdL . Далее согласно уравнению (18) при развитии турбулентном течении газов коэффициенты теплоотдачи α и α' пропорциональны обратной величине от $L^{0,054}d^{1,732}z^{0,786}$. Если в уравнениях (127) или (136) для k пренебречь членом с λ_s , то найденная пропорциональность справедлива и для коэффициента теплопередачи k . В результате получим

$$kF = \text{const} \frac{L^{0,846} z^{0,214}}{d^{0,732}}. \quad (233)$$

Покажем теперь при тех же допущениях, как Δp зависит от L , d и z . Как следует из рис. 47, потери давления Δp в не очень широкой области чисел Re можно представить в виде произведения или частного чисто степенных функций от w и d с постоянными показателями степени. Чтобы оценить их влияние, используем приближенное уравнение

$$\Delta p = \text{const} \frac{w^{1,8} L}{d^{1,2}}, \quad (234)$$

справедливое с достаточной точностью для гладких труб при средних значениях числа Re и удовлетворяющее также соотношению подобия — уравнению (108). Учитывая вновь, что скорость w обратно пропорциональна $d^2 z$, из уравнения (234) получаем:

$$\Delta p = \text{const} \frac{L}{d^{4,8} z^{1,8}}. \quad (235)$$

Согласно уравнению (233) для того чтобы повысить kF , можно использовать только следующие способы, одновременно приводящие в соответствии с уравнением (235) к определенному изменению Δp :

1. **Увеличение длины трубы L при неизменных значениях z и d .** При этом kF увеличивается приблизительно пропорционально L . Одновременно и потери давления увеличиваются пропорционально L .

2. **Увеличение числа труб z при неизменных значениях L и d .** В этом случае kF возрастает очень медленно, тогда как Δp падает очень резко. Следовательно, увеличение числа труб является средством для значительного снижения гидравлического сопротивления без существенного изменения kF . Удвоение числа труб снижает Δp до 0,287 от первоначального значения, тогда как kF увеличивается только в 1,16 раза.

3. **Уменьшение диаметра труб d при неизменных значениях L и z .** При уменьшении d в 2 раза, значение kF повышается в 1,66 раза, тогда как Δp вследствие возрастания скорости в 4 раза увеличивается в 27,8 раз. Следовательно, этот метод повышения kF требует непропорционально сильного увеличения Δp . Его можно рассматривать только в тех случаях, когда первоначальные значения Δp очень малы или когда потери давления играют подчиненную роль, например при высоких давлениях.

Однако часто нужно повысить или уменьшить kF без одновременно го изменения падения давления. Необходимые для этого условия на-

ходим, полагая Δp в уравнении (235) постоянным, а затем исключая из уравнений (233) и (235) одну из трех величин L , d или z . Например, таким образом удается доказать, что при $\Delta p = \text{const}$ удвоения kF можно достигнуть тремя способами:

- 1) при $d = \text{const}$ следует увеличить L в 1,9 раза, а z — в 1,4 раза;
- 2) при $L = \text{const}$ следует уменьшить d в 1,67 раза, а z увеличить в 4,1 раза;
- 3) при $z = \text{const}$ следует увеличить L в 2,4 раза, а d — в 1,2 раза.

Какой из этих трех случаев является наиболее благоприятным, зависит от ряда обстоятельств, например от максимально допустимого объема аппарата или длины выпускаемых промышленностью труб, определяющих допустимое увеличение длины теплообменника. Зачастую определяющими являются затраты на конструкционные материалы. Если, как принято выше, считать отношение d_i/d_a неизменным, то масса конструкционного материала пропорциональна zLd^2 . Тогда затраты на конструкционные материалы возрастут в рассмотренных случаях следующим образом:

- 1) в 2,7 (2,7) раза;
- 2) в 1,5 (2,4) раза;
- 3) в 3,4 (2,9) раза.

Следовательно, наиболее благоприятным является случай 2 с неизменной длиной труб L . Эти соотношения изменяются незначительно, если, как это часто делается при тонкостенных трубах, считается неизменным не отношение диаметров, а толщина стенки трубы. В этом случае вместо приведенных получают численные значения изменения затрат, заключенные в скобках.

Влияние изменения проходного поперечного сечения внешнего потока. До сих пор предполагалось, что неизменным остается не только отношение диаметров d_i , d_a и $d_{\text{экв}}$, но и отношение проходных поперечных сечений внутреннего и внешнего потоков. Для того чтобы оценить влияние отказа от последнего условия, нужно еще изучить, как изменяются теплообмен и потери давления при изменении только площади проходного поперечного сечения внешнего потока F'_q , а следовательно, и $d_{\text{экв}}$. Значения z , d_i , d_a и L при этом остаются неизменными. Если, как и раньше, мы будем считать, что число труб z велико, то по рассмотренным выше причинам в соответствии с уравнением (232) можно принять, что $U' = zd_a\pi$. Следовательно, и U' считается постоянным, так что согласно уравнению (231) $d_{\text{экв}} = \text{const } F'_q$. Тогда по уравнению (230) получаем $w' = \text{const}/d_{\text{экв}}$. Согласно уравнению (18) из § 9 при этом коэффициент теплоотдачи α' обратно пропорционален $d_{\text{экв}}^{0,946}$. Поскольку, кроме того, поверхность F_a остается неизменной, имеем:

$$\alpha' F_a = \text{const}/d_{\text{экв}}^{0,946} = \text{const}/F_q^{0,946} \quad (.36)$$

Соответственно для Δp согласно уравнению (234) получаем:

$$\Delta p = \text{const}/d_{\text{экв}}^3 = \text{const}/F_q^3 \quad (237)$$

Например, если увеличить площадь проходного поперечного сечения внешнего потока F'_q , а значит, и эквивалентный диаметр $d_{\text{экв}}$, вдвое, то согласно уравнениям (236) и (237) $\alpha' F$ уменьшается в 1,93 раза, Δp — в 8 раз. Как это изменение сказывается на значении kF , зависит в основном от отношения αF_i к $\alpha' F_a$. Согласно уравнению (136) при $\alpha F_i = \text{const}$ значение kF изменяется почти вдвое слабее, чем $\alpha' F_a$, если αF_i и $\alpha' F_a$ примерно одинаковы. Но и в других случаях влияние изменения F'_q на kF всегда меньше, чем на $\alpha' F_a$. Поэтому потери давления во внешнем потоке можно резко уменьшить путем сравнительно небольшого увеличения площади его проходного поперечного сечения; при этом kF уменьшается незначительно. Такой способ уменьшения потерь давления имеет значение прежде всего тогда, когда в трубах газ находится под высоким давлением, а в межтрубном пространстве — под низким. Ведь в этом случае, как уже отмечалось, при обычных скоростях падение давления в межтрубном пространстве значительно выше, чем в трубах. Поэтому важно снизить именно гидравлическое сопротивление межтрубного пространства. Аналогичный случай имеет место, когда в трубах движется жидкость, а в межтрубном пространстве — газ.

39. Ухудшение теплопередачи и повышение гидравлического сопротивления вследствие жидких или твердых отложений на теплопередающей поверхности

При определенных условиях теплообмен, а в особенности гидравлическое сопротивление, существенно изменяются, если содержащиеся в газовых потоках вещества откладываются в жидкой или твердой фазе на стенках труб. Нередко такие отложения желательны, особенно в тех случаях, когда теплообменник предназначен для отделения определенных составляющих из газового потока путем его охлаждения. В частности, это относится к осушке газов путем вымораживания. Однако в большинстве случаев подобные отложения представляют собой нежелательное побочное явление, поскольку они оказывают неблагоприятное влияние на теплопередачу и особенно на гидравлическое сопротивление. С нежелательными отложениями сталкиваются прежде всего в криогенной технике, поскольку воздух и другие газы, которые должны быть охлаждены до очень низких температур (около -200°C), почти всегда содержат в больших или меньших количествах водяной пар и двуокись углерода. Если не касаться конденсации пара в виде жидкости при температурах выше 0°C , то на стенках криогенных противоточных теплообменников происходит отложение в твердой фазе не только воды, но и двуокиси углерода [2.7, 2.23, 2.40, 2.55]. Правда, при применении непрерывно работающих рекуператоров газы, как правило, подвергаются предварительной очистке от водяных паров и двуокиси углерода. Однако при длительной эксплуатации и в этом случае не удастся полностью устранить опасность забивки каналов теплообменников, поскольку даже после очистных аппаратов в газах остаются небольшие количества водяных паров и двуокиси углерода.

Особенно часто твердые отложения появляются при выпаривании жидкостей, следствием чего является, например, крустификация выпарных установок в сахарной и других отраслях промышленности [2.28]. В принципе твердые вещества могут также с самого начала содержаться в газах, в частности, при высоких температурах — в виде летучей золы или пыли. Однако в газах, используемых в настоящее время в теплообменниках, значительные количества пыли содержатся очень редко, поскольку на крупных промышленных установках обычно имеются электростатические обеспыливающие устройства.

Отрицательное воздействие описанных отложений на теплопередачу объясняется тем, что на стенках образуется рыхлый слой с малой теплопроводностью, создающий дополнительное термическое сопротивление проходящему через стенку, тепловому потоку. Например, если на одной стороне плоской стенки толщиной δ имеется отложение толщиной δ_0 с теплопроводностью λ_0 , то коэффициент теплопередачи k уменьшается по сравнению с рассчитанным по уравнению (127) для чистой стенки и находится из следующего соотношения:

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha} + \frac{\delta_0}{\lambda_0} + \frac{\delta}{\lambda_s} + \frac{1}{\alpha'}. \quad (238)$$

Соответственно для стенок труб с отложением толщиной δ_0 на внутренней поверхности вместо уравнения (143) получаем:

$$\frac{1}{kF} = \frac{1}{\alpha_i F_i} + \frac{\delta_0}{\lambda_0 F_i} + \frac{\delta}{\lambda_s F_m} + \frac{1}{\alpha' F_a}. \quad (239)$$

При этом предполагается, что площадь поверхности F_i изменяется за счет отложения незначительно. При отложении на наружной поверхности трубы в уравнение (239) нужно вместо $\delta_0/(\lambda_0 F_i)$ подставить $\delta_0/(\lambda_0 F_a)$. Следовательно, с помощью уравнений (238) и (239) можно определить влияние твердых или жидких отложений на kF и тем самым учесть это влияние при выборе размеров рекуператора. При этом иногда нужно учитывать, что вследствие уменьшения проходного сечения скорость потока, а следовательно, и подставляемый в уравнение коэффициент теплоотдачи несколько повышаются.

Однако в большинстве случаев отложения значительно сильнее влияют на гидравлическое сопротивление, чем на теплообмен. В частности, если вследствие непрерывного отложения твердых веществ толщина слоя растет или часть отделившихся от стенки слоев снега скапливается в одном месте, то существует опасность, что проходное сечение будет все больше сужаться. При этом не только возрастает гидравлическое сопротивление, но через определенное время в одном или нескольких местах может произойти закупорка проходного сечения. В этом случае теплообменник нужно отключить и произвести чистку его от отложений.

40. Выбор конструкционных материалов и их влияние на конструкцию теплообменников

Следует еще раз отметить, что размеры теплообменника определяются не только расчетным путем. При одинаковом передаваемом тепловом потоке и допустимом гидравлическом сопротивлении имеется много возможных вариантов конструкций и размеров, выбор между которыми осуществляется на основе практических соображений и опыта. Ниже обсуждаются наиболее важные аспекты этого вопроса.

Покажем сначала, как зависит выбор конструкционных материалов от области температур и давлений, в которой должен работать теплообменник, и как этот выбор влияет на конструкцию теплообменника.

Различают три основные области температур. Область средних температур простирается примерно от -50 до $+500^\circ\text{C}$. Она включает нагревание и охлаждение жидкостей и газов до умеренно высоких или умеренно низких температур. Сюда относится, например, использование теплоты отходящих газов котельных установок для подогрева питательной воды или нагрева поддерживающего горение воздуха, а также охлаждение воздуха в холодильниках. С одной стороны, к этой области примыкает область очень высоких температур, которая, например в доменном или сталелитейном производстве, простирается до температур, превышающих 1500°C . С другой стороны, к ней примыкает область криогенной техники, в которой в промышленных масштабах получают температуры значительно ниже -200°C .

Обычно при высоких температурах используются значительно меньшие давления, чем при низких. Например, в теплообменниках в металлургической промышленности редко применяются избыточные давления свыше $0,1-0,2$ МПа, тогда как в криогенной технике обычными являются давления 5 МПа и выше. В то же время в химической промышленности реакции зачастую протекают при высоких давлениях и температурах. Поэтому применяемые там теплообменники должны одновременно выдерживать высокие температуры и высокие давления. Однако за исключением таких случаев можно утверждать, что при очень высоких температурах в первую очередь требуется высокая

жаростойкость конструкционных материалов при умеренных механических нагрузках, тогда как в криогенной технике основное внимание должно уделяться прочности материалов при высоких давлениях.

Это различие в условиях работы по температуре и давлению следующим образом сказывается на выборе конструкционных материалов. Для упомянутой вначале средней области температур (примерно между -50 и $+500^{\circ}\text{C}$) конструкционные материалы обычно удовлетворяют

всем предъявляемым к ним требованиям по механической прочности и жаростойкости. Поэтому здесь существует большая свобода в выборе конструкционных материалов. Наряду с кирпичом здесь широко применяются металлы, в частности, чугун и сталь. При температурах ниже 0°C в качестве конструкционных материалов обычно применяются только металлы.

Высоким температурам, например таким, какие используются в металлургической промышленности (до 1500°C и выше), и в настоящее время лучше всего противостоит огнеупорный кирпич. Поэтому при температурах выше примерно 500°C широко используются огнеупорный кирпич и керамические материалы, хотя до температур около 1200°C предпринимаются попытки использовать специальные жаростойкие стали [2.25]. В конце настоящего параграфа свойства жаростойких конструкционных материалов рассматриваются более подробно.

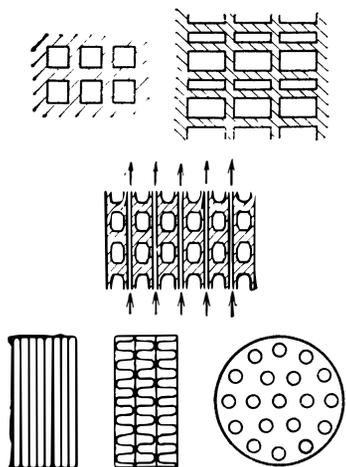


Рис. 75. Различные формы поперечного сечения рекуператоров.

Напротив, в криогенной технике в качестве конструкционных материалов практически применяются только металлы. Причина этого заключается прежде всего в высоких давлениях сжатых газов (обычно $0,5-5$ МПа). Такие давления достаточно надежно могут выдерживать лишь металлы. Кроме того, из металлов можно изготавливать каналы меньшего поперечного сечения, что в сочетании с высокой теплопроводностью металлов обеспечивает более интенсивную теплопередачу. Если бы в этой области температур использовали кирпич или керамические материалы, то существовала бы опасность разрушения аппаратов при замерзании влаги, находящейся в порах и зазорах. Поэтому в качестве конструкционного материала в этих случаях используют низко- и высоколегированные стали. Большое распространение получил алюминий, который почти полностью вытеснил широко применяющуюся раньше медь, а также бронзу и латунь.

Как влияет выбор материала на конструкцию проходного поперечного сечения теплообменника, видно из рис. 75. Из обычных кирпичей в форме прямоугольного параллелепипеда выкладывают квадратные или прямоугольные каналы (рис. 75, сверху). С помощью фасонного кирпича можно изготовить каналы восьмиугольной, круглой, эллиптической или другой формы поперечного сечения; из кирпичей легко изготовить также рекуператоры с перекрестным движением газов (рис. 75, в середине).

Теплообменники из металла, как отмечалось уже в § 25, имеют совершенно другие формы поперечного сечения (рис. 75, внизу). Рекупе-

раторы могут быть изготовлены, например, из тонких плоских или изогнутых пластин, расположенных близко одна от другой так, что поперечные сечения имеют узкую удлиненную форму. При этом по первому, третьему, пятому и т. д. каналам продувается горячий, а по каналам, расположенным между ними — холодный газ.

К этой же группе рекуператоров относятся и теплообменники, изготовленные из гофрированных различным образом листов или из гофрированных и плоских листов, соединенных с помощью пайки (рис. 75, внизу). Через образовавшееся сечение сотообразной формы из множества узких каналов можно одновременно пропускать несколько потоков. Как уже отмечалось в § 25, такие аппараты приобрели большое значение в криогенной технике в качестве реверсивных теплообменников (см. рис. 55).

Широко распространен также уже неоднократно упоминавшийся рекуператор из металлических труб¹ (см. рис. 53 и 54). Разнообразием металлических труб как конструкционного элемента теплообменника являются оребренные трубы, которые, как будет подробно показано в § 47, особенно эффективны, когда по трубам течет жидкость, а снаружи их обтекает газ. Обычно оребренные трубы применяются только в области средних температур от -50 до $+500^{\circ}\text{C}$. Изготавливают их практически только из металлов. Однако встречаются отдельные конструкции из керамических материалов, используемые, например, в качестве водонагревателей.

Однако от применяемого материала зависит не только форма, но и размер поперечного сечения каналов. Тонкостенные каналы малого поперечного сечения, естественно, легче изготовить из металла, чем из кирпича. При высоких температурах, особенно в металлургической промышленности, выбор больших поперечных сечений, чем при низких температурах, объясняется, однако, не только материалом, но и более низкими, чем в криогенной технике, давлениями, а следовательно, и меньшими допустимыми потерями давления и скоростями потоков. Кроме того, большие объемы при высоких температурах благоприятствуют теплообмену излучением.

Механическая прочность, жаростойкость и коррозионная стойкость конструкционных материалов. Поскольку теплообменник работает под давлением, требуется, чтобы большинство или все его узлы обладали механической прочностью. Действительно, теплопередающие стенки, кожух и другие элементы теплообменника должны выдерживать разность давлений между обоими газами, а также некоторую разность давлений между газом в межтрубном пространстве и окружающей средой. Часто к этому прибавляется дополнительная нагрузка вследствие термического расширения, которая наиболее сильно проявляется при пуске теплообменника, поскольку его внутренние элементы нагреваются или охлаждаются быстрее, чем, например, кожух [2.26]. Поэтому правильный выбор размеров теплообменника требует проведения *расчетов на прочность*. Предполагается, однако, что методы таких расчетов известны, и они здесь не рассматриваются. С помощью особых конструкторских приемов необходимо также позаботиться о том, чтобы хорошо уплотнить различные узлы теплообменника и прежде всего места соединений.

¹ Для специальных целей в химической промышленности были предложены трубы из графита или подобных ему материалов [2.22, 2.32, 2.33]. Кроме того, изготавливаются теплообменники из фарфора [2.29].

При *очень высоких температурах* обеспечение достаточной прочности сопряжено обычно с большими трудностями, чем при очень низких температурах. Это объясняется тем, что при высоких температурах прочность почти всех конструкционных материалов очень мала. Ведь, как уже отмечалось, с ростом температуры предел прочности на растяжение и на сжатие уменьшается.

Наконец, конструкционные материалы должны быть достаточно устойчивы против *коррозии* и других вредных химических воздействий. От коррозии можно защититься, применяя либо коррозионностойкие материалы, например специальные стали, либо трубы с защитным покрытием, в частности, стальные оцинкованные или освинцованные трубы [2.27]. Где это возможно, следует препятствовать коррозии или по крайней мере уменьшать ее до практически безопасного уровня посредством очистки или предварительной химической обработки газов и жидкостей.

Верхняя граница допустимых температур при применении жаростойких высоколегированных сталей часто определяется образованием окалины, возникающей вследствие окисления поверхности металла. Некоторые хромоникелевые стали особенно стойки к окалинообразованию, так как на их поверхности под действием кислорода образуется защитная оксидная пленка.

В заключение следует указать на возможность *механического разрушения конструкционных материалов*. К повреждениям, обусловленным повышенными давлениями, могут добавляться еще удары и другие вредные воздействия при транспортировке и монтаже. Определенные места стенок могут повреждаться также вследствие истирающего механического воздействия на них твердых частиц (пыли, золы, мелких кусочков железа, движущихся в потоках газа).

Глава третья

ПОТЕРИ РЕКУПЕРАТОРАМИ ТЕПЛОТЫ И ХОЛОДА

41. Защита теплообменника от тепловых потерь

При точном расчете рекуператора следует отдавать себе отчет и о том влиянии, которое оказывают потери теплоты или холода на распределение температур, а также на требуемые размеры теплообменника. В дальнейшем, правда, будет показано, что это влияние часто настолько мало, что им без большой ошибки можно вообще пренебречь. При достаточно больших разностях температур с окружающей средой последнее справедливо, только если теплообменник покрыт изоляцией. Поэтому расчету потерь предшествует краткое рассмотрение изоляции теплообменников. Подробности можно найти в литературе: по теплоизоляции при высоких и низких температурах.

Как на вопрос о том, когда следует теплоизолировать теплообменник, так и на вопрос о выборе теплоизоляционных материалов, вряд ли можно дать ответ, правильный во всех случаях. Действительно, наряду с потерями, которые увеличиваются с ростом разности температур с окружающей средой, существенное значение имеют параметры теплообменника, режимы его эксплуатации, обратное воздействие теплообменника на другие части аппаратуры, соотношения между затратами на изоляцию и достигаемой экономией теплоты или холода и другие факторы.

Для оценки качества теплоизоляционного материала важное значение имеет то обстоятельство, что его теплопроводность λ_w почти всегда увеличивается с ростом объемной плотности материала, т. е. плотности, измеренной с учетом пор. Поэтому рыхлые теплоизоляционные материалы с низкой объемной плотностью имеют лучшие теплоизоляционные свойства! Однако чем ниже объемная плотность, тем, как правило, менее термостойкими являются теплоизоляционные материалы. Поэтому при высоких температурах необходимо применять сравнительно плотные изоляционные материалы. При этом теплоизоляцион-

Таблица 8. Теплоизоляционные материалы, применяемые для температур примерно до 120°C

Теплоизоляционный материал	Объемная плотность ρ , кг/м ³	λ_w при 20°C, Вт/(м·К)
Пластины из пробки, торфа или войлока	150	0,042
	300	0,058
	450	0,076
Торфяной муль: сильно гигроскопичный сухой нормальной влажности	190	0,041
	190	0,060

ный слой должен быть достаточно толстым, иначе его теплоизоляционные свойства будут неудовлетворительными. Это еще в большей степени относится к материалам, теплопроводность которых увеличивается с ростом температуры.

Общее представление об изоляционных свойствах некоторых теплоизоляционных материалов, работающих в области высоких и низких температур, дают табл. 8—11, в которых приведена теплопроводность материалов, Вт/(м·К), с различными объемными плотностями ρ . Обыч-

Таблица 9. Теплоизоляционные материалы, применяемые для температур примерно до 600°C

Теплоизоляционный материал	ρ , кг/м ³	λ_w , Вт/(м·К), при температуре, °C		
		100	300	500
Порошкообразный кизельгур	300	0,067	0,085	0,103
Обожженные диатомовые кирпичи (пластины, обложки, фасонный кирпич)	300	0,087	0,118	0,145
	400	0,097	0,127	0,157
	600	0,128	0,157	0,186
Шлаковата	250	0,050	0,079	0,125
Стекловолокно, уложенное свободно в виде пластин и в виде стеклоткани (в среднем)	175	0,048	0,107	—

но представлены средние значения из результатов различных измерений, от которых возможны существенные отклонения отдельных измерений¹.

Данные для торфяного муля в табл. 8 указывают на сильное влияние влажности. Влажность повышает теплопроводность и тем самым ухудшает изоляционные свойства материала. Согласно [2.5] теплопроводность органических конструктивных и изоляционных материалов независимо от объемной плотности увеличивается примерно на 1,25%,

Таблица 10. Теплоизоляционные материалы, применяемые для высоких температур (вплоть до температур, превышающих 1000 °C)

Теплоизоляционный материал	λ_w , Вт/(м·К), при 500 °C и объемной плотности ρ , кг/м ³			
	700	1300	1900	2500
Силикатный кирпич	0,35	0,70	1,40	2,20
Шамотный кирпич	0,43	0,55	1,05	2,05

¹ Подробные данные можно найти в [2.39, В.1].

Таблица 11. Изоляционные материалы, применяемые в холодильной технике [2.41]

Изоляционный материал	ρ , кг/м ³	λ_w , Вт/(м·К), при		
		-200 °С	-100 °С	0 °С
Шелк	100	0,022	0,032	0,043
Шлаковата	95	0,010	0,020	0,031
Пробковые опилки, свободно засыпанные, с размером зерен около 3 мм	37	0,010	0,021	0,033
Пенополистирол (стиропор)	15	—	0,022	0,035
Молтопен (полиуретан)	40	—	0,022	0,032
Пластины из стекловолкна, связанного искусственной смолой	100	—	0,023	0,033

когда влагосодержание, отнесенное к плотности изоляции, повышается примерно на 1%. Такое отрицательное воздействие влажности на изоляцию проявляется прежде всего на теплоизоляции холодильных установок. В этом случае влага из воздуха может конденсироваться на наиболее холодных участках изоляции [2.53, 2.54, 2.43]. Эту опасность можно существенно уменьшить, если хорошо уплотнить поверхность изоляции от попадания на нее наружного воздуха. Для изоляции из пенополистирола и молтопена (полиуретана) таких мер не требуется, так как эти материалы имеют закрытые поры, создающие очень высокое сопротивление диффузии водяных паров.

Таблица 11 содержит данные о теплопроводности в сухом воздухе некоторых теплоизоляционных материалов, используемых в холодильной технике [2.39, 2.42, 2.53].

Число изоляционных материалов настолько велико, что здесь могли быть названы лишь немногие: Стоит упомянуть еще альфоль [2.62] — теплоизоляцию, состоящую из нескольких слоев алюминиевой фольги, расположенных на расстоянии около 1 см друг от друга параллельно изолируемой поверхности. Эквивалентная теплопроводность альфоля λ при 20°C равна 0,03 Вт/(м·К), при 200°C — примерно 0,05 Вт/(м·К). Изолирующее действие альфоля основано на малой теплопроводности расположенных последовательно по ходу теплового потока слоев неподвижного воздуха, а также, особенно при высоких температурах, на уменьшении теплообмена излучением с помощью промежуточных «экранов» из алюминиевой фольги с малым коэффициентом излучения. Вместо гладких параллельных листов фольги используют также гофрированную фольгу, высота гофров которой обеспечивает необходимое среднее расстояние между слоями.

Поскольку кожух теплообменника обычно цилиндрический, теплоизоляция, как правило, выполняется в форме цилиндрического слоя на кожухе. Поэтому тепловой поток, передаваемый через изоляционный слой, следует рассчитывать по уравнениям (136) или (137) для цилиндрической трубы. Теплоизоляцию на торцах теплообменника можно с достаточной точностью рассчитать по уравнению (143), в котором значение F_m следует принимать между среднелогарифмическим и среднегеометрическим из площадей внутренней и наружной поверхности рассматриваемой части изоляции. Полученное таким образом значение kF для всей изоляции теплообменника мы в дальнейшем будем обозначать $k_u F_u$, поскольку рассматриваемое количество теплоты передается в окружающую среду (*Umgebung*). Если, кроме того, обозна-

чить среднюю разность температур между движущимся в межтрубном пространстве газом и окружающей средой через Φ_u , то по уравнению (145) можно рассчитать количество теплоты или холода Q_u , которое теряется через изоляцию теплообменника в окружающую среду в единицу времени. Соответствующим образом можно получить значение Q_u и для неизолированного теплообменника.

Влияние рассчитанных потерь теплоты или холода Q_u на распределение температур в теплообменнике и на передаваемый тепловой поток будет рассмотрено в следующем параграфе.

42. Влияние на теплообмен потерь теплоты или холода в окружающую среду

В теплообменниках встречаются в основном три вида тепловых потерь. Во-первых, по сравнению с совершенным теплообменником имеются потери, обусловленные неполнотой теплообмена между потоками, т. е. ни один из газов не нагревается или охлаждается до входной температуры другого газа¹. При этом часть теплоты или холода, которая теоретически могла бы быть передана, покидает теплообменник неиспользованной вместе с газом, в котором первоначально содержалась. В металлургической промышленности и топочной технике такие потери называют потерями с уходящими газами. Они определяются разностью температур между обоими газами на холодном конце теплообменника. Напротив, в криогенной технике эти потери определяются разностью температур на теплом конце теплообменника.

Во всех выводах глав 1 и 2 этой части книги потери вследствие неполноты теплообмена уже учитывались либо путем задания температур газов на входе и выходе, либо определялись по значению kF путем вычисления температур на выходе методом, рассмотренным в § 33.

В предшествующих параграфах уже упоминалось, что еще один вид потерь представляют собой тепловые потери через кожух и торцевые участки теплообменника в окружающую среду. Эти потери часто называют потерями от лучеиспускания, а в холодильной технике иногда потерями от лучепоглощения. Однако поскольку, особенно в теплоизолированных теплообменниках, теплота теряется главным образом путем теплопроводности, частично, возможно, путем конвекции и лишь в очень небольшой степени путем излучения, такие названия не отражают сути дела.

Третий вид потерь вызывается переносом теплоты путем теплопроводности по конструкционным материалам вдоль теплообменника.

Математическое исследование влияния двух последних видов потерь на теплообмен требует довольно сложного анализа. Однако в качестве конечного результата такого анализа удалось разработать сравнительно простой метод расчета².

Точный расчет влияния тепловых потерь в окружающую среду по Нессельману

Нессельман [2.46] вывел уравнения, с помощью которых можно точно рассчитать, как влияют тепловые *потери в окружающую среду*

¹ Их обычно называют потерями от недорекуперации. — *Прим. пер.*

² Метод автора, впервые опубликованный в первом издании настоящей книги.

на теплопередачу в рекуператорах. Его соотношения справедливы для прямо- и противоточных рекуператоров и получены в предположении неизменности теплоемкостей массовых расходов обоих газов C и C' .

Основную идею анализа Нессельмана кратко рассмотрим для случая противотока и в предположении, что температура газов выше, чем температура окружающей среды.

Обозначим через F_u среднюю площадь поверхности внутри изоляции, через которую теплота передается к окружающей среде с температурой ϑ_u , а через df_u — бесконечно малый элемент F_u между двумя соседними поперечными сечениями рекуператора с координатами x и $x+dx$ (см. рис. 60). Через k_u обозначим определяющий тепловые потери коэффициент теплопередачи через теплоизоляцию к окружающей среде. Тепловые потери с торцов либо считаем пренебрежимо малыми, либо учитываем, выбирая F_u несколько больше, чем действительная наружная поверхность кожуха. Кроме того, мы полагаем, что элемент df_u всегда пропорционален элементу df поверхности F (см. § 26), лежащему между теми же поперечными сечениями и определяющему полезный теплообмен между газами. Следовательно, всегда $df_u = (F_u/F)df$. Тогда количество теплоты, передаваемой в единицу времени через площадку df_u к окружающей среде,

$$d\dot{Q}_u = k_u F_u (\vartheta' - \vartheta_u) \frac{df}{F}, \quad (240)$$

причем, как и ранее, предполагается, что газ с температурой ϑ' движется в межтрубном пространстве (кожухе).

Влияние тепловых потерь на теплопередачу можно учесть следующим образом. Согласно уравнениям (153) и (157) газ, движущийся в трубах, отдает через поверхность df к межтрубному потоку в единицу времени количество теплоты

$$-Cd\vartheta = k(\vartheta - \vartheta')df; \quad (241)$$

но поскольку согласно уравнению (240) этот второй газ теряет в окружающую среду количество теплоты $d\dot{Q}_u$, на его собственный нагрев остается только

$$-C'd\vartheta' = k(\vartheta - \vartheta')df - \frac{k_u F_u}{F}(\vartheta' - \vartheta_u)df. \quad (242)$$

С помощью знака минус в левой части этого уравнения учитывается, что согласно рис. 60 при противотоке с увеличением f температура ϑ' уменьшается. Из уравнений (241) и (242) получаем следующие соотношения для неизвестных разностей температур:

$$\frac{d^2(\vartheta - \vartheta_u)}{df^2} + \left[\frac{k}{C} - \frac{k}{C'} - \frac{k_u F_u}{C'F} \right] \frac{d(\vartheta - \vartheta_u)}{df} - \frac{k}{C} \frac{k_u F_u}{C'F} (\vartheta' - \vartheta_u) = 0; \quad (243)$$

$$\frac{d^2(\vartheta' - \vartheta_u)}{df^2} + \left[\frac{k}{C} - \frac{k}{C'} - \frac{k_u F_u}{C'F} \right] \frac{d(\vartheta' - \vartheta_u)}{df} - \frac{k}{C} \frac{k_u F_u}{C'F} (\vartheta' - \vartheta_u) = 0. \quad (244)$$

Эти дифференциальные уравнения определяют распределение температур в теплообменнике с учетом тепловых потерь.

Общее решение этих уравнений имеет вид:

$$\vartheta - \vartheta_u = B \exp(\beta f) + G \exp(\gamma f); \quad (245)$$

$$\vartheta' - \vartheta_u = B' \exp(\beta f) + G' \exp(\gamma f), \quad (246)$$

где B , G , B' , G' — постоянные интегрирования, которые должны еще быть определены.

Величины β и γ находятся из соотношений

$$\beta F = -\frac{1}{2} \left(\frac{kF}{C} - \frac{kF}{C'} - \frac{k_u F u}{C'} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{kF}{C} - \frac{kF}{C'} - \frac{k_u F u}{C'} \right)^2 + \frac{kF}{C} \frac{k_u F u}{C'}}; \quad (247)$$

$$\gamma F = -\frac{1}{2} \left(\frac{kF}{C} - \frac{kF}{C'} - \frac{k_u F u}{C'} \right) - \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{kF}{C} - \frac{kF}{C'} - \frac{k_u F u}{C'} \right)^2 + \frac{kF}{C} \frac{k_u F u}{C'}}. \quad (248)$$

Подставляя уравнения (245) и (246) в (241) и (242) при $f=0$ и используя граничные условия $\vartheta = \vartheta_1$ при $f=0$ и $\vartheta' = \vartheta'_1$ при $f=F$ (см. рис. 60), получим соотношения для постоянных интегрирования:

$$B = \frac{(\vartheta_1 - \vartheta_u) \exp(\gamma F) \left(\beta F + \frac{kF}{C} \right) - (\vartheta'_1 - \vartheta_u) \frac{kF}{C}}{\exp(\gamma F) \left(\gamma F + \frac{kF}{C} \right) - \exp(\beta F) \left(\beta F + \frac{kF}{C} \right)}; \quad (249)$$

$$G = -\frac{(\vartheta_1 - \vartheta_u) \exp(\beta F) \left(\beta F + \frac{kF}{C} \right) - (\vartheta'_1 - \vartheta_u) \frac{kF}{C}}{\exp(\gamma F) \left(\gamma F + \frac{kF}{C} \right) - \exp(\beta F) \left(\beta F + \frac{kF}{C} \right)}; \quad (250)$$

$$B' = \frac{(\vartheta_1 - \vartheta_u) \exp(\gamma F) \frac{kF}{C} + (\vartheta'_1 - \vartheta_u) \left(\gamma F - \frac{kF}{C'} - \frac{k_u F u}{C'} \right)}{\exp(\beta F) \left(\gamma F - \frac{kF}{C'} - \frac{k_u F u}{C'} \right) - \exp(\gamma F) \left(\beta F - \frac{kF}{C'} - \frac{k_u F u}{C'} \right)}; \quad (251)$$

$$G' = -\frac{(\vartheta_1 - \vartheta_u) \exp(\beta F) \frac{kF}{C} + (\vartheta'_1 - \vartheta_u) \left(\beta F - \frac{kF}{C'} - \frac{k_u F u}{C'} \right)}{\exp(\beta F) \left(\gamma F - \frac{kF}{C'} - \frac{k_u F u}{C'} \right) - \exp(\gamma F) \left(\beta F - \frac{kF}{C'} - \frac{k_u F u}{C'} \right)}. \quad (252)$$

В этих уравнениях безразмерная величина $k_u F u / C'$ учитывает влияние потерь теплоты или холода в окружающую среду.

На рис. 76 показан пример, рассчитанный Нессельманом по вышеприведенным уравнениям, где принято, что $C=C'$, $kF/C=10$, $k_u F u / C'=0,172$, $\vartheta_1=100^\circ\text{C}$, $\vartheta'_1=25^\circ\text{C}$, $\vartheta_u=10^\circ\text{C}$. Штриховыми линиями показано распределение температур, которое установилось бы при отсутствии тепловых потерь, а сплошными линиями — распределение температур с учетом тепловых потерь. Тепловые потери обуславливают изгиб кривых. Кроме того, теплый газ охлаждается сильнее и отдаваемый им тепловой поток возрастает, а холодный газ нагревается слабее и воспринимаемый им тепловой поток уменьшается. Возникающая при этом разница между отдаваемым и воспри-

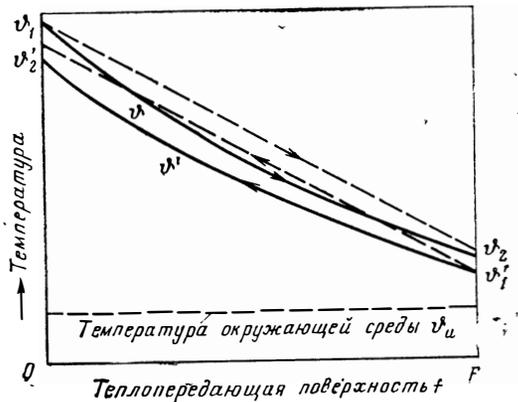


Рис. 76. Распределение температур в противоточном теплообменнике с тепловыми потерями в окружающую среду.

$C=C'$; $kF/C=10$; $k_u F u / C'=0,172$; - - - - без учета тепловых потерь; — — — с учетом тепловых потерь.

нимаемым тепловыми потоками равна тепловым потерям Q_u . Изменение температур теплоносителей на выходе ϑ_2 и ϑ'_2 приводит к тому, что разность температур между газами на теплом конце теплообменника увеличивается, а на холодном конце уменьшается.

Упрощенный метод расчета. Практически тепловые потери обычно меньше, чем в примере, приведенном на рис. 76, так как если существует опасность больших потерь, то теплообменник, как правило, изолируют. Для кауперов доменных печей значение безразмерного комплекса $k_u F_u / C'$ обычно около 0,03 или ниже. Для крупных противоточных криогенных теплообменников, помещенных в общий теплоизолированный кожух воздухоразделительных аппаратов, $k_u F_u / C'$ обычно меньше, чем 0,01. Для таких случаев из уравнений Нессельмана можно получить значительно более простой способ учета влияния потерь в окружающую среду. При этом необходимо определить, какие изменения $\Delta\vartheta_2$ и $\Delta\vartheta'_2$ * претерпевают температуры потоков на выходе вследствие тепловых потерь при фиксированных температурах на входе ϑ_1 и ϑ'_1 .

При малых значениях $k_u F_u / C'$ можно с достаточной точностью считать, что

$$\Delta\vartheta_2 = \left(\frac{d\vartheta_2}{d \frac{k_u F_u}{C'}} \right)_0 \frac{k_u F_u}{C'}; \quad \Delta\vartheta'_2 = \left(\frac{d\vartheta'_2}{d \frac{k_u F_u}{C'}} \right)_0 \frac{k_u F_u}{C'}, \quad (253)$$

где использованы производные для предельного случая $k_u F_u / C' = 0$. Для этих производных из уравнений (245)–(252) получаем:

$$\left(\frac{d\vartheta_2}{d \frac{k_u F_u}{C'}} \right)_0 = -a(\vartheta_1 - \vartheta_u) - b(\vartheta'_1 - \vartheta_u); \quad (254)$$

$$\left(\frac{d\vartheta'_2}{d \frac{k_u F_u}{C'}} \right)_0 = -a'(\vartheta_1 - \vartheta_u) - b'(\vartheta'_1 - \vartheta_u). \quad (255)$$

Постоянные a , b , a' и b' определяются из следующих уравнений:

$$a = \frac{2 \left\{ 1 - \exp \left[\left(\frac{C}{C'} - 1 \right) \frac{kF}{C} \right] \right\} + \left(\frac{C}{C'} - 1 \right) \frac{kF}{C} \left\{ 1 + \exp \left[\left(\frac{C}{C'} - 1 \right) \frac{kF}{C} \right] \right\}}{\frac{kF}{C} \left(\frac{C}{C'} - 1 \right) \left\{ \frac{C}{C'} \exp \left[\left(\frac{C}{C'} - 1 \right) \frac{kF}{C} \right] - 1 \right\}^2} \times$$

$$\times \frac{C}{C'} \exp \left[\left(\frac{C}{C'} - 1 \right) \frac{kF}{C} \right]; \quad (256)$$

$$b = \frac{\frac{C}{C'} \exp \left[2 \left(\frac{C}{C'} - 1 \right) \frac{kF}{C} \right] - 1 - \left(\frac{C}{C'} - 1 \right) \left[1 + \left(\frac{C}{C'} + 1 \right) \frac{kF}{C} \right]}{\frac{kF}{C} \left(\frac{C}{C'} - 1 \right) \left\{ \frac{C}{C'} \times \right.}$$

$$\times \exp \left[\left(\frac{C}{C'} - 1 \right) \frac{kF}{C} \right]$$

$$\left. \times \exp \left[\left(\frac{C}{C'} - 1 \right) \frac{kF}{C} \right] - 1 \right\}^2}; \quad (257)$$

$$a' = \frac{\frac{C}{C'} \exp \left[2 \left(\frac{C}{C'} - 1 \right) \frac{kF}{C} \right] - \left(\frac{C}{C'} - 1 \right) \left[\left(\frac{C}{C'} + 1 \right) \frac{kF}{C} + 1 \right]}{\frac{kF}{C} \left(\frac{C}{C'} - 1 \right) \left\{ \frac{C}{C'} \times \right.}$$

* $\Delta\vartheta_2 = (\vartheta_2)_{\dot{Q}_u=0} - \vartheta_2$; $\Delta\vartheta'_2 = (\vartheta'_2)_{\dot{Q}_u=0} - \vartheta'_2$. — Прим. ред.

$$\rightarrow \frac{\times \exp \left[\left(\frac{C}{C'} - 1 \right) \frac{kF}{C} \right] - 1}{\times \exp \left[\left(\frac{C}{C'} - 1 \right) \frac{kF}{C} \right] - 1} \frac{C}{C'}; \quad (258)$$

$$b' = \frac{\frac{C}{C_1} \left[\left(\frac{C}{C'} - 1 \right) \frac{C}{C'} \frac{kF}{C} - 2 \right] \exp \left[\left(\frac{C}{C'} - 1 \right) \frac{kF}{C} \right] +}{\frac{kF}{C} \left(\frac{C}{C'} - 1 \right) \left\{ \frac{C}{C'} \times \right.} \rightarrow \frac{\left. + \left(\frac{C}{C'} - 1 \right) \frac{kF}{C} + 2 \frac{C}{C'} \right\}}{\times \exp \left[\left(\frac{C}{C'} - 1 \right) \frac{kF}{C} \right] - 1} \quad (259)$$

Согласно этим уравнениям a , b , a' и b' зависят только от kF/C и C/C' .

Соотношения для a , b , a' и b' представляются поначалу довольно сложными. Чтобы упростить вычисление этих величин, введем среднюю температуру газа, движущегося в межтрубном пространстве рекуператора,

$$\vartheta'_M = \frac{1}{F} \int_0^F \vartheta' df. \quad (260)$$

Для распределения температур в теплообменнике без тепловых потерь ее можно рассчитать путем интегрирования второго уравнения (169):

$$\vartheta'_2 - \vartheta'_M = (\vartheta_1 - \vartheta'_2) \frac{C}{C' - C} \left[1 - \frac{\exp \left[\left(\frac{1}{C'} - \frac{1}{C} \right) kF \right] - 1}{\left(\frac{1}{C'} - \frac{1}{C} \right) kF} \right].$$

Для того чтобы еще несколько преобразовать это уравнение, используем отношение τ разностей температур $\Delta\vartheta_a$ и $\Delta\vartheta_b$ на концах теплообменника. Тогда согласно уравнению (167)

$$\tau = \frac{\Delta\vartheta_a}{\Delta\vartheta_b} = \frac{\vartheta_1 - \vartheta'_2}{\vartheta_2 - \vartheta'_1} = \exp \left[- \left(\frac{1}{C'} - \frac{1}{C} \right) kF \right]. \quad (261)$$

Поскольку $C'/C = (\vartheta_1 - \vartheta_2) / (\vartheta'_2 - \vartheta'_1)$, последнее уравнение для ϑ'_M можно преобразовать к простому виду:

$$\frac{\vartheta'_M - \vartheta'_1}{\vartheta'_2 - \vartheta'_1} = \frac{1}{\ln \tau} - \frac{1}{\tau - 1}. \quad (262)$$

Из этого соотношения легко определить $(\vartheta'_M - \vartheta'_1) / (\vartheta'_2 - \vartheta'_1)$, а следовательно, и ϑ'_M . С той же целью можно использовать и рассматриваемый ниже график (верхняя кривая на рис. 77).

С помощью ϑ'_M определяются тепловые потери в единицу времени для всего теплообменника

$$Q_u = k_u F_u (\vartheta'_M - \vartheta_u). \quad (263)$$

С учетом этого соотношения из уравнений (253)–(255) для малых значений $k_u F_u / C'$ получаем:

$$\frac{-C \Delta\vartheta_2}{Q_u} = \frac{C}{C'} \left[a \frac{\vartheta_1 - \vartheta_u}{\vartheta'_M - \vartheta_u} + b \frac{\vartheta'_1 - \vartheta_u}{\vartheta'_M - \vartheta_u} \right]; \quad (264)$$

$$\frac{-C' \Delta\vartheta'_2}{Q_u} = a' \frac{\vartheta_1 - \vartheta_u}{\vartheta'_M - \vartheta_u} + b' \frac{\vartheta'_1 - \vartheta_u}{\vartheta'_M - \vartheta_u}. \quad (265)$$

Уравнение (264) можно представить также в виде

$$\frac{-C' \Delta\vartheta_2}{Q_u} = \frac{\vartheta'_2 - \vartheta'_1}{\vartheta_1 - \vartheta'_1} \left[\frac{C}{C'} (\eta + b) \frac{\vartheta_1 - \vartheta'_1}{\vartheta'_2 - \vartheta'_1} - E \frac{\vartheta'_2 - \vartheta'_1}{\vartheta'_M - \vartheta_u} \right], \quad (266)$$

$$E = \frac{\vartheta_1 - \vartheta'_1}{\vartheta'_2 - \vartheta'_1} \left[\frac{C}{C'} b \frac{\vartheta'_M - \vartheta'_1}{\vartheta'_2 - \vartheta'_1} - \frac{C}{C'} a \left(\frac{\vartheta_1 - \vartheta'_1}{\vartheta'_2 - \vartheta'_1} - \frac{\vartheta'_M - \vartheta'_1}{\vartheta'_2 - \vartheta'_1} \right) \right]. \quad (267)$$

Так как согласно уравнениям (171) и (261)

$$\frac{\vartheta'_2 - \vartheta'_1}{\vartheta_1 - \vartheta'_1} = \frac{\tau - 1}{\frac{C'}{C} \tau - 1}, \quad (268)$$

то из соотношений (256)—(259) с учетом (261) и (262) получаем:

$$\frac{C}{C'} (a + b) \frac{\vartheta_1 - \vartheta'_1}{\vartheta'_2 - \vartheta'_1} = \frac{1}{\ln \tau} - \frac{1}{\tau - 1} = \frac{\vartheta'_M - \vartheta'_1}{\vartheta'_2 - \vartheta'_1} \quad (269)$$

$$E = \frac{1}{(\ln \tau)^2} - \frac{\tau}{(\tau - 1)^2}. \quad (270)$$

Используя (269), можно вместо уравнения (266) окончательно записать:

$$\frac{-C\Delta\vartheta_2}{\dot{Q}_u} = \frac{\vartheta'_2 - \vartheta'_1}{\vartheta_1 - \vartheta'_1} \left[\frac{\vartheta'_M - \vartheta'_1}{\vartheta'_2 - \vartheta'_1} - E \frac{\vartheta'_2 - \vartheta'_1}{\vartheta'_M - \vartheta'_1} \right]; \quad (271)$$

соответствующим образом можно преобразовать и уравнение (265), в результате чего получим:

$$\frac{-C'\Delta\vartheta'_2}{\dot{Q}_u} = 1 - \frac{-C\Delta\vartheta_2}{\dot{Q}_u}. \quad (272)$$

Последнее соотношение получается также, если учесть, что $-C\Delta\vartheta_2$ и $-C'\Delta\vartheta'_2$ — это две части, на которые распадается тепловые потери \dot{Q}_u . Действительно, $-C\Delta\vartheta_2$, представляет собой дополнительное количество теплоты, отдаваемой более теплым газом, а $-C'\Delta\vartheta'_2$ — уменьшение количества теплоты, воспринятой более холодным газом, вследствие тепловых потерь в окружающую среду.

Применение упрощенного метода расчета. Если попытаться еще раз кратко сформулировать смысл и цель предыдущего вывода, то можно сказать следующее. Согласно рис. 76 следствием тепловых потерь в окружающую среду является искривление графиков распределения температур газов по сравнению с теплообменником без потерь. Кроме того, разность температур между обоими газами на теплом конце теплообменника увеличивается, а на холодном — уменьшается. Это эквивалентно уменьшению температур обоих газов на выходе ϑ_2 и ϑ'_2 соответственно на $\Delta\vartheta_2$ и $\Delta\vartheta'_2$. Предполагается, что температуры на входе ϑ_1 и ϑ'_1 остаются неизменными.

Почти во всех встречающихся на практике случаях достаточно определить упомянутые изменения температур на выходе $\Delta\vartheta_2$ и $\Delta\vartheta'_2$ в предположении, что тепловые потери в окружающую среду малы. Эти потери можно рассчитать по полученным выше уравнениям (262), (263), (270), (271) и (272) следующим образом. Пусть кроме входных температур ϑ_1 и ϑ'_1 известны температуры газов на выходе ϑ_2 и ϑ'_2 , рассчитанные для рекуператора без потерь. Газ с температурой ϑ' движется в межтрубном пространстве рекуператора. Сначала определяем среднюю температуру этого газа и тепловые потери в единицу времени \dot{Q}_u . Для этого находим отношение разностей температур на концах рекуператора $\tau = \Delta\vartheta_a / \Delta\vartheta_b$, где $\Delta\vartheta_a = \vartheta_1 - \vartheta'_2$, а $\Delta\vartheta_b = \vartheta_2 - \vartheta'_1$. Затем по найденному значению τ с помощью уравнения (262) определяем отношение $(\vartheta'_M - \vartheta'_1) / (\vartheta'_2 - \vartheta'_1)$, откуда находим ϑ'_M . Количество теплоты \dot{Q}_u , отводимое в окружающую среду в единицу времени, расчи-

тываем затем по уравнению (263), в котором ϑ_u — температура окружающей среды, F_u — средняя площадь поверхности изоляции, через которую отводятся тепловые потери \dot{Q}_u , и k_u — коэффициент теплопередачи через изоляцию. Определив, наконец, по уравнению (270) с помощью τ величину E , представляющую собой сокращенное обозначение громоздкого выражения, по уравнениям (271) и (272) рассчитываем искомые значения $\Delta\vartheta_2$ и $\Delta\vartheta'_2$.

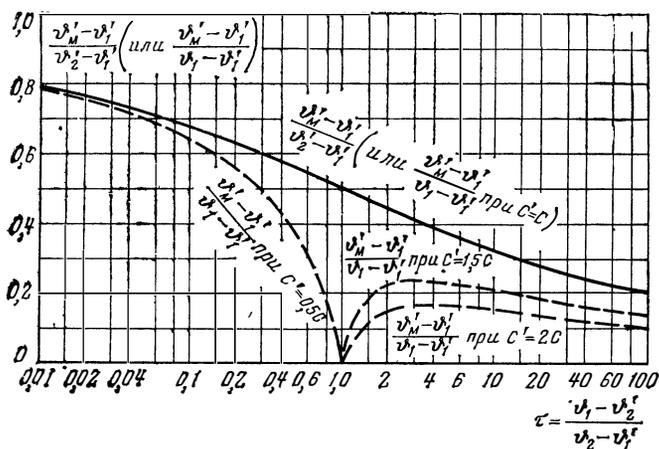


Рис. 77. Диаграмма для определения средней температуры ϑ'_M газа, движущегося в межтрубном пространстве теплообменника.

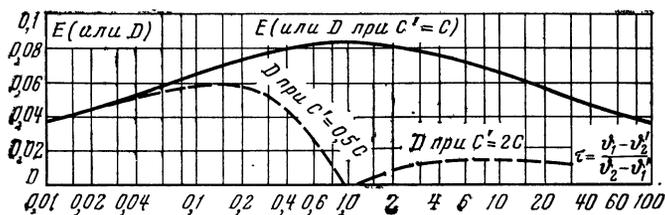


Рис. 78. Вспомогательные величины E или D для определения распределения температуры в теплообменнике с учетом тепловых потерь в окружающую среду.

Описанный расчет можно еще более сократить, если находить $(\vartheta'_M - \vartheta'_1) / (\vartheta'_2 - \vartheta'_1)$ и E по рис. 77 и 78, на которых эти величины представлены верхними линиями в зависимости от τ . Если, как это бывает в большинстве случаев, значение τ лежит между 0,1 и 10, первое из этих выражений можно рассчитать по простому уравнению

$$\frac{\vartheta'_M - \vartheta'_1}{\vartheta'_2 - \vartheta'_1} = 0,5 - 0,18 \lg \tau.$$

Вместо уравнений (271) и (272) можно использовать также следующие соотношения. Если обозначить

$$E \left(\frac{\vartheta_2 - \vartheta'_1}{\vartheta_1 - \vartheta'_1} \right)^2 = D, \quad (273)$$

то уравнения (271) и (272) преобразуются к виду

$$\frac{-C\Delta\vartheta_2}{\dot{Q}_u} = \frac{\vartheta'_M - \vartheta'_1}{\vartheta_1 - \vartheta'_1} - D \frac{\vartheta_1 - \vartheta'_1}{\vartheta'_M - \vartheta_u}; \quad (274)$$

$$\frac{-C'\Delta\vartheta'_2}{\dot{Q}_u} = 1 - \frac{\vartheta'_M - \vartheta'_1}{\vartheta_1 - \vartheta'_1} + D \frac{\vartheta_1 - \vartheta'_1}{\vartheta'_M - \vartheta_u}. \quad (275)$$

По этим уравнениям расчет $\Delta\vartheta_2$ и $\Delta\vartheta'_2$ еще проще, чем по уравнениям (271) и (272), поскольку имеются графики зависимости $(\vartheta'_M - \vartheta'_1)/(\vartheta_1 - \vartheta'_1)$ и D от τ . Недостатком этих графиков, однако, является то, что в качестве параметра входит еще C/C' , так что они вместо описанных выше простых линий содержат семейства кривых. Только для случая $C=C'$ справедливы прежние кривые, т. е. сплошные линии на рис. 77 и 78. Чтобы получить представление о полных графиках для $(\vartheta'_M - \vartheta'_1)/(\vartheta_1 - \vartheta'_1)$, и D на рис. 77 и 78 показаны еще кривые для $C'=2C$ и $C'=0,5C$, а также кривая для $C'=1,5C$ (штриховые линии).

Применяя описанные методы расчета, например, к современному кауперу, получаем $\Delta\vartheta_2$ и $\Delta\vartheta'_2$ примерно 10°C . В отличие от этого

в криогенной технике как на регенераторах, так и на достаточно крупных противоточных трубчатых теплообменниках при толщине изоляции примерно 30 см температура обратного потока на теплом конце теплообменника вследствие потерь холода повышается менее чем на $0,1^\circ\text{C}$. При этих расчетах использовались приведенные выше значения $k_u F_u / C'$ (соответственно 0,03 и 0,01). Таким образом, определение изменения ϑ_2 и ϑ'_2 часто находится в пределах точности, с которой может быть рассчитан теплообмен. Поэтому часто можно вообще отказаться от учета потерь в окружающую среду. Когда влиянием потерь пренебречь

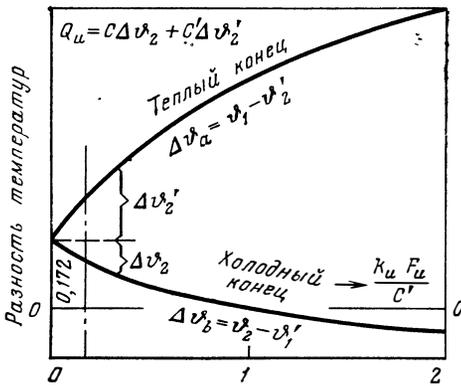


Рис. 79. Разности температур на концах противоточного теплообменника $\Delta\vartheta_a$ и $\Delta\vartheta_b$ в зависимости от комплекса $k_u F_u / C'$, определяющего тепловые потери в окружающую среду.

нельзя, их можно достаточно точно учесть с помощью уравнений (262), (263) и (270) — (272), а также рис. 77 и 78. Это видно и из рис. 79, на котором сплошными линиями показана рассчитанная по точным уравнениям Нессельмана зависимость разностей температур на концах теплообменника $\Delta\vartheta_a = \vartheta_1 - \vartheta'_2$ и $\Delta\vartheta_b = \vartheta_2 - \vartheta'_1$ от параметра $k_u F_u / C'$. Расчеты приведены для тех же значений независимых переменных, что и на рис. 76, только в отличие от этого рисунка комплекс $k_u F_u / C'$ считается переменным и отложен по оси абсцисс. Изменения температур на выходе $\Delta\vartheta_2$ и $\Delta\vartheta'_2$ равны разностям между ординатами при рассматриваемом значении $k_u F_u / C'$ и $k_u F_u / C' = 0$. Из рисунка видно, что точные сплошные кривые до значений $k_u F_u / C' = 0,1$ можно достаточно хорошо аппроксимировать касательными к ним в начальной точке ($k_u F_u / C' = 0$), что и лежит в основе рассмотренного приближенного метода.

Применение упрощенного метода расчета в более общих случаях

Очевидно, что только что описанные уравнения и диаграммы можно с достаточной точностью применять и при зависящих от температуры

теплоемкостях газов, если выбрать подходящие средние значения для C и C' . Упрощенный метод расчета, как и точный, справедлив не только для трубчатых рекуператоров с продольным омыванием труб, но для всех типов противоточных теплообменников, в частности, для рассматриваемых ниже перекрестно-противоточных аппаратов (см. следующую главу) и регенераторов (см. часть 3).

Влияние тепловых потерь в окружающую среду слабо зависит от того, какой газ — горячий или холодный — движется в межтрубном пространстве. Если в межтрубном пространстве движется более теплый газ, то тепловые потери Q_u несколько больше, чем в рассмотренном случае, вследствие большей разницы между средней температурой этого газа ϑ_M и температурой окружающей среды ϑ_u . Однако их влияние на теплообмен, напротив, уменьшается, поскольку количество теплоты Q_u не передается в виде дополнительного теплового потока через поверхность нагрева F к другому газу, а отводится непосредственно к окружающей среде. Поэтому различие в общем столь мало, что описанный выше метод расчета можно с достаточной точностью применять и в том случае, когда в межтрубном пространстве движется более теплый газ. При этом распределение температур остается почти таким же, как показано на рис. 76.

Все рассмотренные соображения и метод расчета без труда могут быть перенесены на теплообменники, работающие при температурах ниже температуры окружающей среды.

Оценка распределения температур в противоточном рекуператоре с учетом влияния тепловых потерь в окружающую среду. Распределение температур в противоточном рекуператоре с учетом влияния тепловых потерь в окружающую среду Q_u можно точно рассчитать по уравнениям (245) — (252). Однако это распределение получается проще и быстрее, если рассчитывать $\Delta\vartheta_2$ и $\Delta\vartheta'_2$ следующим оценочным методом.

Как уже упоминалось, вследствие тепловых потерь более теплый газ охлаждается несколько сильнее, а более холодный газ нагревается несколько меньше, чем в случае без потерь (рис. 76). Но такого же изменения температур на выходе можно достигнуть в теплообменнике без потерь, если соответственно увеличить отношение теплоемкостей обоих газов C'/C . Какое значение C'/C нужно для этого принять, можно найти из уравнения (156), если подставить в это уравнение температуры на выходе ϑ_2 и ϑ'_2 , рассчитанные с учетом тепловых потерь описанным выше методом.

Напрашивается предположение, что распределение температур в рекуператоре с тепловыми потерями Q_u почти такое же, как и в теплообменнике без потерь, но с увеличенным отношением C'/C . Поэтому искомое распределение температур можно рассчитать при этом значении C'/C по уравнениям (168) и (169) из § 29. Легко доказать, что почти во всех встречающихся на практике случаях этот метод достаточно точен, если применить его, например, для значений параметров, приведенных на рис. 76. Найденное таким способом распределение температур лишь незначительно отличается от кривых, рассчитанных по точным формулам и показанных на рис. 76.

Снижение теплового потока, передаваемого в рекуператоре, вследствие тепловых потерь в окружающую среду. В заключение рассмотрим еще вопрос, в какой мере количество теплоты Q_u , отводимой в единицу времени к окружающей среде, представляет собой *фактические потери* для целевого теплообмена. Если теплообменник работает при температурах, превышающих температуру окружающей среды, его назначение, как правило, состоит в нагревании более холодного газа до определенной конечной температуры ϑ'_2 . Если же вследствие теплоотдачи в окружающую среду достигается

лишь уменьшенная на $\Delta\theta'_2$ конечная температура, то фактические потери представляют собой невосприятное холодным потоком количество теплоты $-C'\Delta\theta'_2$. Но Q_u состоит из двух частей $-C'\Delta\theta'_2$ и $-C\Delta\theta_2$ [см., например, уравнение (271)]. Вторая часть обусловлена тем (рис. 79), что более теплый газ охлаждается на $C\Delta\theta_2$ сильнее, чем в случае теплообмена без потерь. Но $-C\Delta\theta_2$ фактически не являются потерями для целевого теплообмена.

43. Влияние на теплообмен переноса теплоты теплопроводностью по стенкам вдоль теплообменника

Как уже упоминалось, другой вид тепловых потерь определяется продольной теплопроводностью по разделительным стенкам и кожуху теплообменника. Для расчета этого количества теплоты Q_λ необходимо знать *продольный градиент температуры во всех сечениях теплопередающих стенок*. Поскольку потери вследствие продольной теплопроводности представляют собой лишь поправочную величину, для определения градиента температуры достаточно исходить из распределения температур без учета потерь. Вновь ограничимся рассмотрением лишь случая противотока. Это можно сделать с тем большим основанием, что при прямотоке вследствие почти одинаковой температуры стенок труб вдоль теплообменника потери, обусловленные продольной теплопроводностью по стенкам, пренебрежимо малы.

Согласно уравнению (177) из § 30 для средней температуры стенки $\Theta_m = (\Theta_0 + \Theta'_0)/2$, если пренебречь для простоты разницей между F_i , F_a и F , справедливо соотношение

$$\Theta_m = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{k}{\alpha} + \frac{k}{\alpha'} \right) \vartheta + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{k}{\alpha'} + \frac{k}{\alpha} \right) \vartheta'; \quad (276)$$

отсюда продольный градиент температуры

$$\frac{d\Theta_m}{dx} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{k}{\alpha} + \frac{k}{\alpha'} \right) \frac{d\vartheta}{df} \frac{df}{dx} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{k}{\alpha'} + \frac{k}{\alpha} \right) \frac{d\vartheta'}{df} \frac{df}{dx}, \quad (277)$$

где x — расстояние рассматриваемого сечения от входа для более теплого газа.

Изменения x и f считаются положительными в направлении уменьшения температур ϑ и ϑ' . Затем из уравнений (153) и (157) получаем:

$$\frac{d\vartheta}{df} = -\frac{k}{C} (\vartheta - \vartheta'); \quad (278)$$

$$\frac{d\vartheta'}{df} = -\frac{k}{C'} (\vartheta - \vartheta'). \quad (279)$$

Подставляя эти соотношения в уравнение (277), находим:

$$\frac{d\Theta_m}{dx} = -\frac{uk}{2} (\vartheta - \vartheta') \left[\frac{1}{C} + \frac{1}{C'} - \left(\frac{k}{\alpha} - \frac{k}{\alpha'} \right) \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{C'} \right) \right]. \quad (280)$$

Если, наконец, λ_s — теплопроводность материала труб, δ — толщина теплопередающих стенок, u — средний периметр труб, а $u\delta$ — площадь поперечного сечения стенок, то тепловой поток, передаваемый в продольном направлении, в сечении с координатой x составляет:

$$(\dot{Q}_\lambda)_w = -\lambda_s \frac{d\Theta_m}{dx} u\delta, \quad (281)$$

где $d\Theta_m/dx$ определяется по уравнению (280).

* Автор называет эти потери «потерями нагрева» (*Erwärmungsverlust*). — Прим. ред.

К этому прибавляется также тепловой поток, передаваемый вдоль кожуха теплообменника $(\dot{Q}_\lambda)_M$. Если кожух теплоизолирован, то для рекуператоров в первом приближении можно принять, что он имеет ту же температуру ϑ' , что и газ в межтрубном пространстве. Тогда продольный градиент температуры в кожухе можно определить по уравнению (279)

$$\frac{d\vartheta'}{dx} = \frac{d\vartheta'}{df} \frac{df}{dx} = -\frac{uk}{C'} (\vartheta - \vartheta'). \quad (282)$$

Если, наконец, λ_M — теплопроводность, u_M — средний периметр, а δ_M — толщина стенки трубы кожуха, то продольный тепловой поток, передаваемый по кожуху, составляет:

$$(\dot{Q}_\lambda)_M = -\lambda_M \frac{d\vartheta'}{dx} u_M \delta_M. \quad (283)$$

Тогда из уравнений (280) — (283) можно определить полный тепловой поток, передаваемый вдоль теплообменника по трубам и кожуху:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_\lambda = (\dot{Q}_\lambda)_W + (\dot{Q}_\lambda)_M = & \left\{ \lambda_s u \delta \frac{1}{2} \left[\frac{1}{C} + \frac{1}{C'} - \left(\frac{k}{\alpha} - \frac{k}{\alpha'} \right) \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{C'} \right) \right] + \right. \\ & \left. + \lambda_M u_M \delta_M \frac{1}{C'} \right\} uk (\vartheta - \vartheta'). \end{aligned} \quad (284)$$

Ради полноты мы выпишем здесь также соответствующее уравнение для регенераторов. Как следует из анализа, проводимого в третьей части книги, кожух хорошо изолированного регенератора имеет в среднем ту же температуру Θ_m , что и насадка. Поэтому в уравнении (283) $d\vartheta'/dx$ следует заменить на $d\Theta_m/dx$. Таким образом, для регенераторов получим:

$$\dot{Q}_\lambda = (\lambda_s u \delta + \lambda_M u_M \delta_M) \frac{1}{2} \left[\frac{1}{C} + \frac{1}{C'} - \left(\frac{k}{\alpha} - \frac{k}{\alpha'} \right) \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{C'} \right) \right] uk (\vartheta - \vartheta'). \quad (285)$$

Если насадка в продольном направлении прерывистая, как, например, в криогенных регенераторах, то продольные перегородки теплоты по ней малы. В уравнении (285) это можно учесть, выбирая λ_s очень малым или (в большинстве случаев с достаточной точностью) просто считать его равным нулю. Следует отметить, что согласно очень общим уравнениям (284) и (285) тепловой поток \dot{Q}_λ всегда пропорционален локальной разности температур $\vartheta - \vartheta'$ по длине теплообменника. Правда, если C , C' , α , α' , k , λ_s и т. д. — переменны, коэффициент пропорциональности зависит от координаты x или f . Однако обычно изменения этих параметров невелики.

Простое правило для расчета \dot{Q}_λ . Если упомянутые величины неизменны, так что в правой части уравнений (284) и (285) изменяются только ϑ и ϑ' , то для расчета \dot{Q}_λ можно вывести простое правило.

Если $(\Theta_m)_a$ и $(\Theta_m)_b$ — значения средней температуры стенки Θ_m при $x=0$ и $x=L$, т. е. согласно рис. 60 — на концах теплообменника, то из уравнения (177) при $F=F_i = F_a$ следует, что

$$\begin{aligned} \frac{(\Theta_m)_b - (\Theta_m)_a}{L} = & -\frac{F}{2L} \left[\left(1 - \frac{k}{\alpha} + \frac{k}{\alpha'} \right) \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{F} + \right. \\ & \left. + \left(1 - \frac{k}{\alpha'} + \frac{k}{\alpha} \right) \frac{\vartheta'_2 - \vartheta'_1}{F} \right]. \end{aligned} \quad (286)$$

Так как согласно уравнениям (145) и (156)

$$\frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{F} = \frac{k}{C} \Delta\vartheta_M \quad \text{и} \quad \frac{\vartheta'_2 - \vartheta'_1}{F} = \frac{k}{C'} \Delta\vartheta_M,$$

где $\Delta\vartheta_M$ — средняя разность температур между газами, и, кроме того, $F/L = df/dx = u$, то уравнение (286) переходит в соотношение

$$\frac{(\Theta_m)_b - (\Theta_m)_a}{L} = -\frac{uk}{2} \Delta\vartheta_M \left[\frac{1}{C} + \frac{1}{C'} - \left(\frac{k}{\alpha} - \frac{k}{\alpha'} \right) \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{C'} \right) \right]. \quad (287)$$

Если бы температура между $(\Theta_m)_a$ и $(\Theta_m)_b$ была распределена линейно, то тепловой поток, передаваемый вдоль теплопередающих стенок, составил

$$(\dot{Q}_\lambda)_{\text{лн}} = -\lambda_s \frac{(\Theta_m)_b - (\Theta_m)_a}{L} u \delta. \quad (288)$$

Тогда согласно уравнению (281) с учетом (280) и (287)

$$(\dot{Q}_\lambda)_{\text{в}} = (\dot{Q}_\lambda)_{\text{лн}} \frac{\vartheta - \vartheta'}{\Delta\vartheta_M}. \quad (289)$$

Поскольку такие же соображения справедливы и для теплового потока по кожуху и при этом как для рекуператоров, так и для регенераторов получается соотношение, соответствующее уравнению (289), то для полного теплового потока вдоль теплообменника справедливо выражение

$$\dot{Q}_\lambda = (\dot{Q}_\lambda)_{\text{лн}} \frac{\vartheta - \vartheta'}{\Delta\vartheta_M}. \quad (290)$$

Таким образом, для расчета \dot{Q}_λ удалось прийти к следующему простому *правилу*. Сначала нужно рассчитать тепловый поток $(\dot{Q}_\lambda)_{\text{лн}}$, который передавался бы при *линейном* распределении температур в теплопередающих стенках и кожухе. Действительный тепловой поток \dot{Q}_λ в произвольном сечении x получают, умножая $(\dot{Q}_\lambda)_{\text{лн}}$ на отношение разности температур $\vartheta - \vartheta'$ в рассматриваемом сечении к средней разности температур $\Delta\vartheta_M$. Хотя это правило, строго говоря, справедливо только при постоянных значениях C , C' , α , α' , k , λ_s и т. д., его с достаточной точностью можно применять и почти во всех других случаях.

Влияние продольной теплопроводности на распределение температур. Но влияние переноса теплоты теплопроводностью вдоль теплообменника выражается не только в величине переносимого в этом направлении теплового потока \dot{Q}_λ , но и в том, что изменяются распределения температур газов, а следовательно, и температуры газов на выходе ϑ_2 и ϑ'_2 . В частности, если предположить, что разность температур между газами $\vartheta - \vartheta'$ изменяется вдоль рекуператора, то согласно уравнению (290) изменяется и передаваемый вдоль стенок тепловой поток \dot{Q}_λ . Пусть, например \dot{Q}_λ с ростом f увеличивается. Тогда на малом участке теплообменника с теплопередающей поверхностью df небольшая часть отведенного от более теплого газа теплового потока $d\dot{q}$ служит для повышения \dot{Q}_λ , и только остаток $d\dot{q}' = d\dot{q} - d\dot{Q}_\lambda$ передается к холодному газу.

Если и в этом случае пренебречь разницей между F_i , F_a и F , то можно получить следующие соотношения:

$$d\dot{q} = \alpha(\vartheta - \Theta_0) df; \quad (291)$$

$$d\dot{q}' = \alpha'(\Theta'_0 - \vartheta') df. \quad (292)$$

Для поперечного теплового потока через стенку можно в среднем принять, что

$$\frac{1}{2} (d\dot{q} + d\dot{q}') = \frac{\lambda_s}{\delta} (\vartheta_0 - \vartheta'_0) df. \quad (293)$$

Решая эти уравнения относительно разностей температур $\vartheta - \vartheta_0$ и т. д. и складывая результаты, с учетом уравнения (127) получаем:

$$\vartheta - \vartheta' = \frac{1}{k} \frac{d\dot{q}}{df} + \left(\frac{1}{\alpha'} + \frac{\delta}{2\lambda_s} \right) \frac{d\dot{q}' - d\dot{q}}{df}. \quad (294)$$

Обозначая для сокращения выкладок

$$\frac{(\dot{Q}_\lambda)_{\text{лин}}}{\Delta\vartheta_M} = A, \quad (295)$$

согласно уравнению (290) имеем:

$$d\dot{q} - d\dot{q}' = d\dot{Q}_\lambda = Ad(\vartheta - \vartheta').$$

Тогда из уравнения (294) находим:

$$\frac{d\dot{q}}{\vartheta - \vartheta'} - \left(\frac{k}{\alpha'} + \frac{k\delta}{2\lambda_s} \right) A \frac{d(\vartheta - \vartheta')}{\vartheta - \vartheta'} = kdf. \quad (296)$$

Из уравнения теплового баланса

$$\begin{aligned} \dot{q} &= C(\vartheta_1 - \vartheta) = C'(\vartheta'_2 - \vartheta') + \dot{Q}_\lambda - \dot{Q}_{\lambda 0} = \\ &= C'(\vartheta'_2 - \vartheta') + A(\vartheta - \vartheta') - A(\vartheta_1 - \vartheta'_2) \end{aligned} \quad (297)$$

(где $\dot{Q}_{\lambda 0}$ — значение \dot{Q}_λ при $x = 0$) следует, что

$$\vartheta_1 - \vartheta = \frac{C' + A}{C - C'} [(\vartheta - \vartheta') - (\vartheta_1 - \vartheta'_2)]. \quad (298)$$

И, наконец, выражая из этого соотношения $d\dot{q} = Cd(\vartheta_1 - \vartheta)$, подставляя его в уравнение (296) и интегрируя последнее, получаем:

$$\vartheta - \vartheta' = (\vartheta_1 - \vartheta'_2) \exp \left[\frac{kf}{\frac{C}{C - C'} (C' + A) - \left(\frac{k}{\alpha'} + \frac{k\delta}{2\lambda_s} \right) A} \right]. \quad (299)$$

При этом уравнение (298) преобразуется к виду

$$\vartheta_1 - \vartheta = (\vartheta_1 - \vartheta'_2) \frac{C' + A}{C - C'} \left\{ \exp \left[\frac{kf}{\frac{C}{C - C'} (C' + A) - \left(\frac{k}{\alpha'} + \frac{k\delta}{2\lambda_s} \right) A} \right] - 1 \right\}. \quad (300)$$

Уравнения (299) и (300) описывают *распределение температур в теплообменнике с учетом продольного переноса теплоты теплопроводностью \dot{Q}_λ* для случаев, когда C , C' , α , α' , λ_s и k постоянны и заданы температуры на входе ϑ_1 и ϑ'_1 . Эти уравнения определяют также температуры газов на выходе ϑ_2 и ϑ'_2 с учетом влияния продольного переноса теплоты. Значение ϑ_2 получают непосредственно, используя

соотношение, следующее из уравнений (299) и (300) при $f=F$:

$$\vartheta_2 - \vartheta'_1 = (\vartheta_1 - \vartheta'_1) \frac{\exp\left[\frac{kF}{\frac{C}{C-C'}(C'+A) - \left(\frac{k}{\alpha'} + \frac{k\delta}{2\lambda_s}\right)A}\right]}{\frac{C+A}{C-C'} \exp\left[\frac{kF}{\frac{C}{C-C'}(C'+A) - \left(\frac{k}{\alpha'} + \frac{k\delta}{2\lambda_s}\right)A}\right]} - \frac{C'+A}{C-C'}. \quad (301)$$

Можно показать, что распределение температур, рассчитанное согласно уравнениям (299) и (300) с учетом влияния \dot{Q}_λ , точно соответствует распределению температур без учета потерь с постоянными, но несколько иными значениями C и C' . Действительно, уравнения (167) и (168) переходят в (299) и (300), если в (167) и (168) с учетом уравнения (127) заменить

$$\left. \begin{aligned} C \text{ на } C + \frac{C' - C}{C' + A} \left(\frac{k}{\alpha'} + \frac{k\delta}{2\lambda_s} \right) A \\ C' \text{ на } C' - \frac{C' - C}{C + A} \left(\frac{k}{\alpha'} + \frac{k\delta}{2\lambda_s} \right) A \end{aligned} \right\} \quad (302)$$

Отсюда видно, что в случае $C' > C$ теплоемкость массового расхода более теплого газа C вследствие влияния \dot{Q}_λ увеличивается, а тепло-

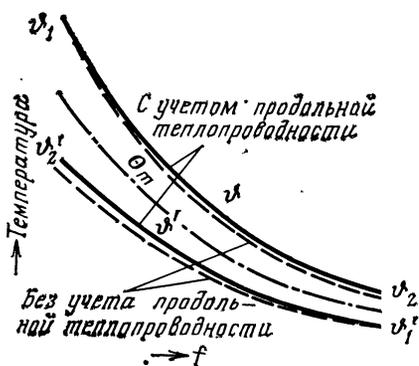


Рис. 80. Влияние продольной теплопроводности стенок на распределение температур в противоточном теплообменнике при $C' > C$.

емкость массового расхода более холодного газа C' соответственно уменьшается. Обусловленное этим изменение распределения ϑ и ϑ' представлено на рис. 80, на котором штриховыми линиями показано распределение температур без учета, а сплошными — с учетом \dot{Q}_λ . Можно видеть, что в рассматриваемом случае при неизменных температурах на входе ϑ_1 и ϑ'_1 температуры газов ϑ и ϑ' во всех остальных сечениях теплообменника повышаются. Соответственно возрастает и средняя температура разделительной стенки Θ_m (штрихпунктирная линия на рис. 80). Это явление можно объяснить следующим образом.

Примем, как мы это уже предполагали в предшествующих выводах, что продольный тепловой поток \dot{Q}_λ на концах теплообменника беспрепятственно подводится к стенке и отводится от нее. Тогда в рассматриваемом примере \dot{Q}_λ всегда падает с ростом f , так как градиент температуры — $d\Theta_m/dx$ на рис. 80 слева направо постоянно уменьшается. Поэтому при $f=0$ к теплообменнику подводится значительно больший тепловой поток $(\dot{Q}_\lambda)_0$, чем тепловой поток $(\dot{Q}_\lambda)_F$, отводимый от него при $f=F$.

Часть разницы $(\dot{Q}_\lambda)_0 - (\dot{Q}_\lambda)_F$ отводится к более холодному газу, который

поэтому нагревается больше, чем при отсутствии продольного теплового потока по стенкам¹. Другая часть определяет уменьшение теплового потока, отдаваемого более теплым газом, который в результате охлаждается меньше. В результате возрастания температур обоих газов несколько увеличивается также средняя температура теплопередающих стенок Θ_m .

Повышение тепловых потерь вследствие изменения температур газов. В какой степени описанные изменения температур соответствуют потерям, можно определить, если представить, что на рис. 80 левая часть теплообменника соединена с аппаратом, в котором какой-либо процесс, например химическая реакция, протекает при высокой температуре. Из этого аппарата в теплообменник и поступает продольный тепловой поток $(\dot{Q}_\lambda)_0$. Однако на холодном конце рекуператора путем теплопроводности непосредственно теряется лишь значительно меньший тепловой поток $(\dot{Q}_\lambda)_F$. К этому добавляются потери, обусловленные тем, что более теплый газ покидает теплообменник с повышенной температурой ϑ_2 , т. е. он уносит с собой больше теплоты, а значит, увеличиваются потери с уходящими газами. Если температура на выходе увеличивается на $\Delta_\lambda \vartheta_2$, то эти дополнительные потери составляют $C \Delta_\lambda \vartheta_2$.

Исключением является случай $C = C'$, при котором вследствие прямолинейности профиля температуры $\dot{Q}_\lambda = (\dot{Q}_\lambda)_0 = (\dot{Q}_\lambda)_F = \text{const}$. В этом случае тепловой поток \dot{Q}_λ распространяется вдоль разделительной стенки, не оказывая влияния на поперечный теплообмен между обоими газами. Температуры газов на выходе ϑ_2 и ϑ'_2 остаются неизменными, и $(\dot{Q}_\lambda)_F$ представляет собой полные потери вследствие теплопроводности в продольном направлении. Таким образом, дополнительные тепловые потери $C \Delta_\lambda \vartheta_2$ имеют место только при криволинейном распределении температуры стенки.

Анализ лишь незначительно изменится, если тепловые потери $(\dot{Q}_\lambda)_0$ и $(\dot{Q}_\lambda)_F$ не подводятся от внешнего источника и не отводятся к внешнему стоку. Если в предельном случае предположить, что теплопередающие стенки на торцах теплообменника полностью теплоизолированы, то кривые распределения температур остаются в основном такими же, как на рис. 80. Только график зависимости для Θ_m искривляется на кон-

¹ Этот вывод основан на рассмотрении суммарного теплового баланса стенки с подводом и отводом на концах аксиального теплового потока. Между тем для теплообменника с аксиальной теплопроводностью стенки, равной нулю, автор не предполагает подвода к стенке слева теплового потока (\dot{Q}_λ) . Это и приводит к неправильному заключению об увеличении температуры холодного теплоносителя на выходе при учете аксиального теплопереноса по разделительной стенке (см. также рис. 80). В действительности в этом случае *разности температур между теплоносителями увеличиваются на обоих концах теплообменника*. В результате при заданных температурах теплоносителей на входе в теплообменник температура горячего теплоносителя на выходе повышается, а температура холодного теплоносителя снижается в отличие от температуры холодного потока, показанной штриховой линией на рис. 80, и в полном соответствии с данными, приведенными в предпоследнем столбце табл. 12а (см. также примечание на с. 162). Подробный анализ влияния аксиальной теплопроводности стенки теплообменника на теплопередачу и тепловые потери проведен в книге В. М. Бродянского «Эксергетический метод термодинамического анализа». — М.: Энергия, 1973.—Прим. пер.

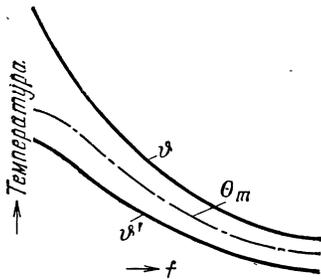


Рис. 81. Влияние продольной теплопроводности стенок на распределение температур в противоточном теплообменнике в случае, когда стенки труб на концах теплоизолированы.

ко снижается. Точного, довольно сложного расчета этих температурных распределений мы проводить не будем. Поскольку отклонения от распределения температур, показанного на рис. 80, обычно малы, следует ожидать, что общие потери вследствие продольной теплопроводности $(\dot{Q}_\lambda)_{\text{общ}}$ в обоих случаях примерно одинаковы.

Существует еще, правда, следующее различие. В первом из рассмотренных случаев (рис. 80) $(\dot{Q}_\lambda)_{\text{общ}}$ делится на $(\dot{Q}_\lambda)_F$ и $C\Delta_\lambda\vartheta_2$, а во втором случае (рис. 81) $(\dot{Q}_\lambda)_{\text{общ}}$ состоит только из прироста потерь с уходящими газами $C\Delta_\lambda\vartheta_2$, но при этом $\Delta_\lambda\vartheta_2$ соответственно больше.

Уравнения (290), (295) и (301) позволяют рассчитать для первого случая $(\dot{Q}_\lambda)_F$ и $\Delta_\lambda\vartheta_2$, а следовательно, и $(\dot{Q}_\lambda)_{\text{общ}} = (\dot{Q}_\lambda)_F + C\Delta_\lambda\vartheta_2$. При этом $\Delta_\lambda\vartheta_2$ получают, вычитая из значения ϑ_2 , рассчитанного по уравнению (301), соответствующее значение при $A=0$. Но поскольку почти во всех практических случаях потери, обусловленные продольной теплопроводностью, малы, $\Delta_\lambda\vartheta_2$, а тем самым и $(\dot{Q}_\lambda)_{\text{общ}}$, можно значительно проще найти рассматриваемым ниже методом.

Упрощенный расчет влияния продольной теплопроводности на температуру более теплого газа на выходе из теплообменника. Мы предполагаем, что тепловой поток \dot{Q}_λ , передаваемый теплопроводностью в продольном направлении, а следовательно, и $A = (\dot{Q}_\lambda)_{\text{лин}}/\Delta\vartheta_M$, малы, и исходим поэтому из предельного случая $A=0$. Дифференцируя уравнение (301) по A и переходя затем к пределу $A=0$, получаем:

$$\left(\frac{d\vartheta_2}{dA}\right)_{A=0} = (\vartheta_2 - \vartheta'_1) \frac{1 - \left\{ 1 + \left(\frac{1}{C'} - \frac{1}{C}\right) \left[1 + \frac{C' - C}{C} \left(\frac{k}{\alpha'} + \frac{k\delta}{2\lambda_s}\right) kF \right] \right\} \times}{C' \exp \left[-\left(\frac{1}{C'} - \frac{1}{C}\right) kF \right]} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\times \exp \left[-\left(\frac{1}{C} - \frac{1}{C'}\right) kF \right]}{-\frac{1}{C} kF] - C}. \quad (303)$$

Так как значения A — малы, эту производную можно считать равной $\Delta_\lambda\vartheta_2/A$. Кроме того, поскольку согласно уравнениям (290) и (295) $(\dot{Q}_\lambda)_F = A(\vartheta_2 - \vartheta'_1)$,

с учетом (261) получим:

$$\frac{C\Delta_\lambda\vartheta_2}{(\dot{Q}_\lambda)_F} = \frac{1 + \left\{ \left[1 + \frac{C' - C}{C} \left(\frac{k}{\alpha'} + \frac{k\delta}{2\lambda_s} \right) \right] \ln \tau - 1 \right\} \tau}{\frac{C'}{C} \tau + 1}. \quad (304)$$

Таким образом, общие потери, обусловленные переносом теплоты теплопроводностью вдоль стенок $(\dot{Q}_\lambda)_{\text{общ}} = (\dot{Q}_\lambda)_F + C\Delta_\lambda\vartheta_2$, составляют:

$$\begin{aligned} \frac{(\dot{Q}_\lambda)_{\text{общ}}}{(\dot{Q}_\lambda)_F} &= 1 + \frac{C\Delta_\lambda\vartheta_2}{(\dot{Q}_\lambda)_F} = \\ &= \frac{\tau \left\{ \left[1 + \frac{C' - C}{C} \left(\frac{k}{\alpha'} + \frac{k\delta}{2\lambda_s} \right) \right] \ln \tau + \frac{C' - C}{C} \right\}}{\frac{C'}{C} \tau - 1}. \end{aligned} \quad (305)$$

В частном случае $C=C'$ это уравнение с учетом (261) и (181) переходит в следующее весьма простое соотношение

$$\frac{(\dot{Q}_\lambda)_{\text{общ}}}{(\dot{Q}_\lambda)_F} = \frac{\tau \ln \tau}{\tau - 1} = \frac{\vartheta_1 - \vartheta'_2}{\Delta\vartheta_M}. \quad (306)$$

Кроме того, учитывая, что согласно уравнению (290)

$$(\dot{Q}_\lambda)_F = (\dot{Q}_\lambda)_{\text{лин}} \frac{\vartheta_2 - \vartheta'_1}{\Delta\vartheta_M} = (\dot{Q}_\lambda)_{\text{лин}} \frac{\ln \tau}{\tau - 1},$$

в качестве конечного результата из уравнений (305) и (306) получим:

$$\begin{aligned} \frac{(\dot{Q}_\lambda)_{\text{общ}}}{(\dot{Q}_\lambda)_{\text{лин}}} &= \frac{\tau \ln \tau}{(\tau - 1) \left(\frac{C'}{C} \tau - 1 \right)} \times \\ &\left\{ \left[1 + \frac{C' - C}{C} \left(\frac{k}{\alpha'} + \frac{k\delta}{2\lambda_s} \right) \right] \ln \tau + \frac{C' - C}{C} \right\} \end{aligned} \quad (307)$$

и в частном случае $C=C'$

$$\frac{(\dot{Q}_\lambda)_{\text{общ}}}{(\dot{Q}_\lambda)_{\text{лин}}} = \frac{(\vartheta_1 - \vartheta'_2)(\vartheta_2 - \vartheta'_1)}{(\Delta\vartheta_M)^2}. \quad (308)$$

При желании использовать уравнение (308) только для случая $C=C'$, следовало бы приравнять выражение в правой части к 1, поскольку в этом случае значение kF предполагается конечным и разности температур $\vartheta_1 - \vartheta'_2$, $\vartheta_2 - \vartheta'_1$ и $\Delta\vartheta_M$ равны. Это согласуется с установленным ранее положением, что при $C=C'$ потери вследствие изменения температуры газов отсутствуют, а значит $(\dot{Q}_\lambda)_{\text{общ}} = (\dot{Q}_\lambda)_F = (\dot{Q}_\lambda)_\varphi = (\dot{Q}_\lambda)_{\text{лин}}$. Однако ценность уравнения (308) определяется тем, что оно с достаточно высокой точностью справедливо и при $C \neq C'$.

Диаграмма и простое правило для определения общих потерь вследствие продольной теплопроводности. Результаты предшествующего рассмотрения мы можем резюмировать следующим образом. Общие тепловые потери $(\dot{Q}_\lambda)_{\text{общ}}$ в единицу времени, обусловленные переносом теплоты теплопроводностью вдоль теплопередающих стенок и кожуха, состоят не только из теплового потока $(\dot{Q}_\lambda)_F$, который выносятся из теплообменника непосредственно вследствие продольной теплопроводности. Продольная теплопроводность влияет, кроме того, на само распределение температур в рекуператоре. Вследствие этого могут

увеличиться также потери с уходящими газами, выражающиеся в том, что теплый газ, как показано, например, на рис. 80, выходит из рекуператора с более высокой температурой, чем выходил бы при отсутствии продольной теплопроводности по стенкам. Этот прирост потерь может, правда, стать и отрицательным, в частности, когда кривые распределения температур при $C' < C$ изогнуты в противоположную сторону по сравнению с кривыми, показанными на рис. 80. Поэтому при вычислении общих потерь $(\dot{Q}_\lambda)_{\text{общ}}$ эти дополнительные потери следует учитывать с соответствующим знаком.

Как уже было показано, $(\dot{Q}_\lambda)_{\text{общ}}$ можно наиболее просто рассчитать, если сначала определить тепловой поток $(\dot{Q}_\lambda)_{\text{лин}}$, который передавался бы вдоль стенок *при линейном распределении температур* между их действительными значениями, заданными на концах рекуператора. Тогда отношение $(\dot{Q}_\lambda)_{\text{общ}}/(\dot{Q}_\lambda)_{\text{лин}}$ определяется по уравнениям (307) или (308). Оно зависит по существу только от отношения разностей температур газов на концах теплообменника $\tau = \Delta\theta_a/\Delta\theta_b$ и отношения теплоемкостей массовых расходов обоих газов C'/C . Влияние же k , α' , δ и λ_s в уравнении (307) довольно слабое.

Быстро определить $(\dot{Q}_\lambda)_{\text{общ}}/(\dot{Q}_\lambda)_{\text{лин}}$ можно с помощью рис. 82, на котором в соответствии с уравнением (307) это отношение представлено в зависимости от τ для различных значений C'/C (сплошные кривые). При этом принято, что $\alpha = \alpha'$, а следовательно, $(k/\alpha') + (k\delta/2\lambda_s) = 1/2$. Предполагается также, что $\tau > 1$ и $C'/C > 1$. Для $\tau < 1$ и $C'/C < 1$ справедливы те же кривые, показанные на рис. 82, если по оси абсцисс отложены значения $1/\tau$, а в качестве параметра выбрано отношение C/C' . Следовательно, эти кривые справедливы только в том случае, если отношение абсциссы и параметра графика больше или равно 1. Из графика видно, что влияние параметра C'/C невелико. Поскольку при определении $(\dot{Q}_\lambda)_{\text{общ}}$ речь идет лишь о нахождении поправки, параметром C'/C можно пренебречь. Поэтому почти всегда $(\dot{Q}_\lambda)_{\text{общ}}/(\dot{Q}_\lambda)_{\text{лин}}$ можно приближенно рассчитать по простому уравнению (308), соответствующему самой верхней кривой на рис. 82. Согласно этому уравнению *для расчета общих потерь вследствие продольной теплопроводности $(\dot{Q}_\lambda)_{\text{общ}}$ справедливо следующее простое правило.* Сначала определяется тепловой поток $(\dot{Q}_\lambda)_{\text{лин}}$, соответствующий линейному распределению температур вдоль теплообменника. Полученное значение умножается на произведение разностей температур газов на концах теплообменника и делится на квадрат средней разности температур $\Delta\theta_m$.

Кроме того, на рис. 82 штриховыми линиями представлены зависимости $(\theta_2 - \theta'_1)/\Delta\theta_m$ и $\Delta\theta_m/(\theta_1 - \theta'_2)$ от τ . Первую из этих кривых согласно уравнению (290) можно использовать для быстрого определения тепловых потерь $(Q_\lambda)_F$, обусловленных непосредственно продольной теплопроводностью, а вторую — для определения средней разности температур $\Delta\theta_m$ по разностям температур на концах теплообменника $\Delta\theta_a$ и $\Delta\theta_b$ (см. также рис. 68). Частное от деления величин, представленных этими двумя кривыми, дает в свою очередь выражение правой части уравнения (308), которое, однако, проще найти непосредственно по верхней из рассмотренных выше сплошных кривых.

Потери в криогенной хнике. Чтобы получить представление о потерях при отводе теплоты или ходе к окружающей среде путем продольной теплопроводности, ниже приводятся некоторые значения, рассчитанные для противоточных теплообменников, применяемых в криогенной хнике. Как эти потери зависят от распределения температур, можно узнать, если представить, что кривые на рис. 76 и 80 зеркально отображены относительно горизонтали для температуры окружающей среды t_u , так что все температуры теперь располагаются ниже t_u *. Тогда согласно рис. 76 вследствие потерь холода в окружающую среду теплый газ охлаждается несколько меньше, а холодный нагревается несколько больше, чем при отсутствии этих потерь. Кроме того, согласно рис. 80 продольная теплопроводность обуславливает повышение разности температур между газами на теплом конце теплообменника, тем самым и потерь с уходящими газами.

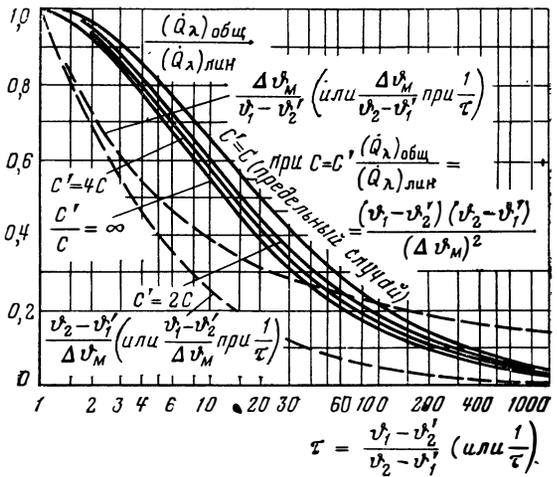


Рис. 82. Зависимость отношения $(\dot{Q}_\lambda)_{\text{общ}}/(\dot{Q}_\lambda)_{\text{чист}}$ от $\tau = \Delta t_a/\Delta t_b$ при $\alpha = \alpha'$.

Таблица 12. Потери холода криогенных противоточных теплообменников (потери в окружающую среду)

Тип теплообменника	Средний массовый расход газа, кг/ч	Критерий $k_u F u / C'$	Тепловой поток из окружающей среды \dot{Q}_u , Вт	Потери холода $C \Delta t_2$, Вт	Повышение выходной температуры на холодном конце Δt_2 , К
ожухотрубчатый с пучком прямых труб	6000	0,0016	200	86	0,06
то же	32	0,0053	33	15	0,23
регенератор	3400	0,0020	180	120	0,13
ороткий перекрестно-противоточный с толстостенной трубкой кожуха	360	0,0033	41	28	0,18

Приведенная выше табл. 12 содержит результаты проведенного уже довольно давно расчета потерь холода для четырех противоточных теплообменников, выбранных таким образом, чтобы они возможно больше отличались один от другого. Два теплообменника представляют собой экуператоры из пучков прямых труб (см. рис. 60), один — регенератор см. часть 3) и один — перекрестно-противоточный теплообменник (см. рис. 46). Последний аппарат изготовлен очень коротким и имеет толстостенный кожух, поскольку газ в межтрубном пространстве также находится под высоким давлением.

*В этом случае «теплый» газ становится «холодным», а «теплый» конец теплообменника — «холодным», и наоборот. — Прим. ред.

Третий столбец верхней части табл. 12 показывает, что критерий $k_u F_u / C'$, определяющий потери холода в окружающую среду, очень мал. Величина Q_u представляет собой количество теплоты, поступающей в теплообменник из окружающей среды в единицу времени. Однако в соответствии с вышеизложенным из этого количества только $C\Delta\theta_2$ представляет собой фактические потери холода, где C — теплоемкость массового расхода теплого газа; $\Delta\theta_2$ — повышение температуры этого газа на выходе, обусловленное притоком теплоты из окружающей среды. Во всех четырех случаях, несмотря на большие различия теплообменников, $\Delta\theta_2$ составляет 0,1—0,2°C и обычно увеличивается с уменьшением теплового потока, передаваемого в аппарате.

В табл. 12а для тех же теплообменников показано влияние потерь вследствие продольной теплопроводности. Во втором столбце приведен тепловой поток $(\dot{Q}_\lambda)_{\text{лин}}$, который распространялся бы в продольном направлении по теплопередающим стенкам и кожуху, если бы распределение температур было линейным. В кожухотрубчатом теплообменнике с пучком прямых труб и регенераторе тепловой поток $(\dot{Q}_\lambda)_{\text{лин}}$ при-

Таблица 12а. Потери холода криогенных противоточных теплообменников (потери вследствие продольной теплопроводности)

Тип теплообменника	$(\dot{Q}_\lambda)_{\text{лин}}$, Вт	Теплый конец теплообменника			
		$(\dot{Q}_\lambda)_0$, Вт	$(\dot{Q}_\lambda)_{\text{общ}}$, Вт	$\Delta\theta'_2$, К	$(\dot{Q}_\lambda)_{\text{общ}}/C'$, К
Кожухотрубчатый с пучком прямых труб	110	69	102	0,02	0,06
То же	0,49	0,14	0,31	0,004	0,007
Регенератор	35	35	35	0,00	0,04
Короткий перекрестно-противоточный с толстостенной трубкой кожуха	181	66	136	0,58	1,13

мерно пропорционален массовым расходам газов. Напротив, для перекрестно-противоточного теплообменника $(\dot{Q}_\lambda)_{\text{лин}}$ значительно больше, так как теплообменник короткий и имеет толстостенный цилиндрический кожух из меди. В следующем столбце $(\dot{Q}_\lambda)_0$ представляет собой действительный тепловой поток, подводимый на теплом конце теплообменника (при $f=0$) вследствие продольной теплопроводности. Но продольная теплопроводность вызывает, кроме того, снижение температуры холодного газа на выходе θ'_2 , в результате чего из теплообменника выносится дополнительный холод¹. В следующем столбце табл. 12а приведены значения общих потерь холода, обусловленных продольной теплопроводностью и состоящих из двух упомянутых частей. В предпоследнем столбце даны значения уменьшения температуры холодного газа на выходе $\Delta\theta'_2$. И, наконец, в последнем столбце общие потери $(\dot{Q}_\lambda)_{\text{общ}}$ пересчитаны в изменение температуры холодного газа на выходе.

При оценке влияния рассчитанных потерь следует учитывать, что общая разность температур на теплом конце рассматриваемых противоточных теплообменников составляет примерно от 2 до 5°C.

¹ В отличие от этого совершенно правильного заключения из рис. 80 и пояснений к нему можно сделать неверный вывод, что при учете продольной теплопроводности разделительной стенки температура холодного потока на выходе увеличивается. О причинах этого противоречия см. примечание на с. 157. — *Прим. пер.*

ПЕРЕКРЕСТНО-ТОЧНЫЕ РЕКУПЕРАТОРЫ¹

44. Различные схемы расположения поверхностей теплообмена при перекрестном токе

При перекрестном токе направления течения обоих газов пересекаются. Один газ движется, например, как показано на рис. 83, внутри труб, объединенных в пучок, другой — набегаёт на трубы, как правило, перпендикулярно или приблизительно перпендикулярно к их оси и обтекает их снаружи в этом направлении. Если трубы прямые, а газ, если не принимать во внимание небольших отклонений, обусловленных самими трубами, также движется прямолинейно, то мы имеем случай *чисто перекрестного тока*.

По такой схеме нередко работают подогреватели питательной воды в котельных установках, причем вода движется в вертикальных трубах, а дымовые газы обтекают их в горизонтальном направлении. Другая очень известная схема чисто перекрестного тока встречается в трубчатом автомобильном радиаторе (рис. 84). Здесь воздух движется по многочисленным параллельным горизонтальным трубкам, расширенным на концах, например путем дорнования и спаянных в сотобразную конструкцию. Через узкое межтрубное пространство сверху вниз движется охлаждаемая вода. Чисто перекрестный ток реализуется и в трубчатом охладителе воды, показанном на рис. 85. Вода здесь течет вертикально по гладким или зигзагообразно изогнутым трубкам, в то время как воздух продувается в межтрубном пространстве.

Чисто перекрестный ток можно осуществить также в пластинчатых конструкциях (см. рис. 75, внизу слева). В таких аппаратах газы дви-

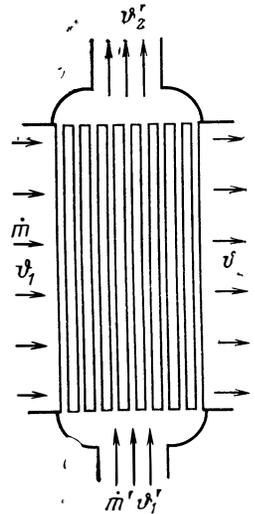


Рис. 83. Чисто перекрестный ток.

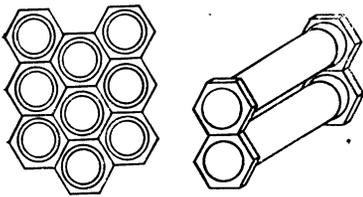


Рис. 84. Автомобильный радиатор с движением по трубкам воздуха (сотовый холодильник).

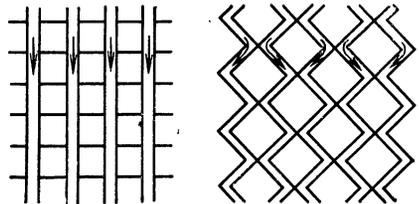


Рис. 85. Автомобильный радиатор с движением по трубкам воды.

жуются между параллельными пластинами в пересекающихся направлениях. При этом в первом, третьем, пятом и других нечетных каналах движется один газ, а во втором, четвертом, шестом и следующих четных каналах — другой. Чисто перекрестный ток можно осуществить также в таких конструкциях, которые показаны на рис. 75, внизу и в середине, и на рис. 55.

¹ Смотри также подробную работу Кюля [2.34].

Однако чаще *перекрестный ток* бывает объединен с *прямотоком* или *противотоком*. В результате возникают компоновки, известные обычно как *смешанные схемы*. Одну из таких схем получают, располагая несколько пластинчатых секций (см. рис. 75, внизу слева) одну над другой (рис. 86). В то время как каждый отдельный элемент, как и

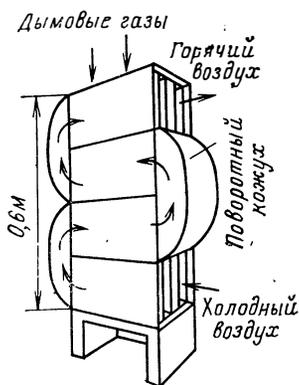


Рис. 86. Пластичатый воздухоподогреватель, включенный по смешанной схеме. Отдельные элементы состоят из параллельных плоских пластин.

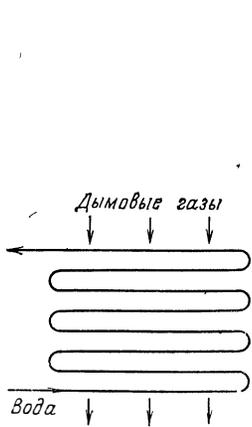


Рис. 87. Направление движения воды в подогревателе питательной воды.

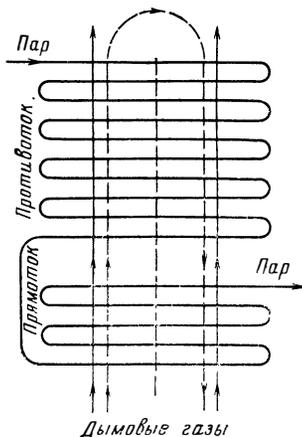


Рис. 88. Пароперегреватель с противоточным и прямоточным движением пара и дымовых газов с наложением перекрестного тока.

прежде, работает по схеме перекрестного тока, основное движение воздуха происходит снизу вверх, а дымовых газов — в противоположном направлении, так что в этом смысле осуществляется противоток. По аналогичной смешанной схеме работают пароперегреватели и подогреватели питательной воды в котельных установках (рис. 87). Пар или вода движется по множеству последовательно включенных плоских змеевиков, состоящих в основном из горизонтальных секций прямых труб. Дымовые газы натекают на трубы сверху под прямым углом и несмотря на это движутся противотоком или прямотоком параллельно основному направлению течения пара или воды. Часто применяют значительно более сложные схемы, как показано на рис. 88 на примере пароперегревателя. В верхней части перегревателя направление движения дымовых газов, показанное сплошными стрелками, противоположно основному направлению течения пара, а в нижней небольшой секции, в области максимальных температур, направлено в ту же сторону. С помощью прямотока удастся избежать слишком высоких температур стенок труб перегревателя, опасных для материала труб. Еще более сложной является схема, при которой

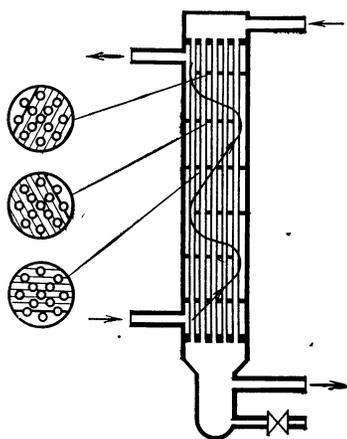


Рис. 89. Кожухотрубчатый перекрестно-противоточный теплообменник с направляющими перегородками.

межтрубное пространство делится вертикальной стенкой, так что дымовые газы движутся по траектории, изображенной на рис. 88 пунктирной линией.

Наконец, объединение перекрестного тока с противотоком используется в кожухотрубчатых теплообменниках с направляющими перегородками (рис. 89). С помощью перегородок газ, движущийся в межтрубном пространстве, пересекает трубный пучок из прямых труб, причем направление движения потока в межтрубном пространстве попеременно изменяется.

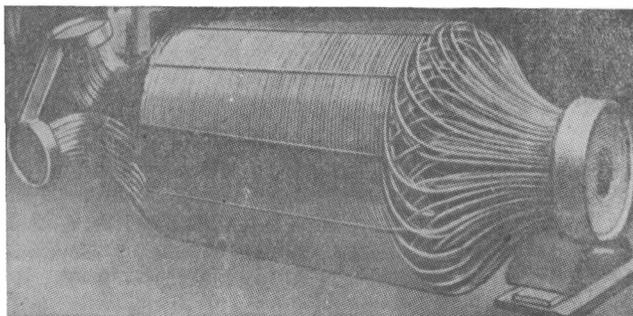


Рис. 90. Перекрестно-противоточный криогенный теплообменник при монтаже (производственная фотография компании «Линде АГ»).

По этому принципу сконструирован также каупер из стальных труб, служащий для нагрева воздуха, подаваемого в доменную печь, и разработанный Шаком [2.60, 2.25] взамен почти повсеместно используемого каупера с кирпичной насадкой.

Однако наиболее тесное объединение перекрестного тока и противотока осуществляется в перекрестно-противоточных теплообменниках, используемых в криогенной технике. Такой теплообменник, показанный на рис. 90 без кожуха, состоит из множества спирально навитых труб, образующих несколько расположенных один над другим слоев. Направление навивки от слоя к слою попеременно меняется. Поскольку с ростом диаметра слоя увеличивается и число труб, можно добиться, чтобы все трубы имели примерно одинаковую длину. Газ, движущийся в межтрубном пространстве вдоль оси теплообменника, обтекает трубы в приблизительно перпендикулярном к ним направлении.

Преимущество всех описанных перекрестно-точных трубчатых конструкций состоит в том, что при перекрестном токе коэффициент теплоотдачи на наружной стороне труб значительно выше, чем при чисто параллельном обтекании. При перекрестно-противоточных конструкциях, т. е. при смешанных схемах, это преимущество в сочетании с описанными ранее основными преимуществами противотока обеспечивает высокую эффективность теплообменных аппаратов (см. § 46).

Дальнейшая интенсификация теплопередачи на наружной стороне достигается применением *оребрённых труб* при поперечном обтекании каждой отдельной трубы. Оребренные трубы можно применять как при чисто перекрестном токе (см. рис. 83), так и при смешанных схемах (см. рис. 87 и 88).

45. Распределение температур и теплопередача при чисто перекрестном токе

Дифференциальные уравнения. Распределение температур газов при чисто перекрестном токе можно рассчитать согласно теории, впервые разработанной Нуссельтом [2.48]. Для вывода соответствующих дифференциальных уравнений примем, как показано на рис. 83, что более теплый газ движется в пространстве между вертикальными трубами перекрестного рекуператора слева направо, в то время как более холодный газ движется по трубам снизу вверх. Для упрощения решения представим себе, что все трубы разрезаны в продольном направлении и развернуты в плоскую пластину (рис. 91), площадь которой F равна суммарной поверхности нагрева всех труб. Пусть один газ движется перед пластиной слева направо, а другой — за пластиной снизу вверх, так что чисто перекрестная схема течения сохраняется. Пусть определенная точка пластины характеризуется координатами x и x' , а длины сторон пластины равны L и L' (рис. 91). Если ϑ и ϑ' — температуры газов в точке x, x' , то через прилегающий к этой точке элемент поверхности $df = dx dx'$ в единицу времени передается количество теплоты

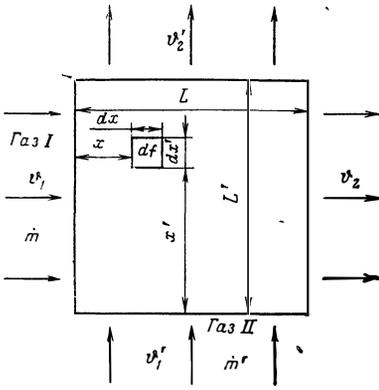


Рис. 91. Теплообмен при перекрестном токе на плоской пластине.

к этой точке элемент поверхности $df = dx dx'$ в единицу времени передается количество теплоты

$$d\dot{q} = k dx dx' (\vartheta - \vartheta').$$

Около элемента df в единицу времени проходит количество газа I , равное $\dot{m} dx' / L'$, и охлаждается при этом на $(\partial \vartheta / \partial x) dx$, а с другой стороны — количество газа II , равное $\dot{m}' dx / L$, которое нагревается на $(\partial \vartheta' / \partial x') dx'$. Если C и C' , как обычно — теплоемкости массовых расходов газов, то тепловой поток, передаваемый через элемент df , можно выразить в виде

$$d\dot{q} = -C \frac{dx'}{L'} \frac{\partial \vartheta}{\partial x} dx = C' \frac{dx}{L} \frac{\partial \vartheta'}{\partial x'} dx'.$$

Приравнивая это соотношение к предшествующему выражению для $d\dot{q}$, получаем дифференциальные уравнения:

$$\frac{C}{kL'} \frac{\partial \vartheta}{\partial x} = \vartheta' - \vartheta; \quad (309)$$

$$\frac{C'}{kL} \frac{\partial \vartheta'}{\partial x'} = \vartheta - \vartheta'. \quad (310)$$

Введем теперь вместо x и x' безразмерные переменные

$$\xi = \frac{kL'}{C} x \quad \text{и} \quad \xi' = \frac{kL}{C'} x'. \quad (311)$$

Тогда уравнения (309) и (310) преобразуются в соотношения

$$\partial \vartheta / \partial \xi = \vartheta' - \vartheta; \quad (312)$$

$$\partial \vartheta' / \partial \xi' = \vartheta - \vartheta', \quad (313)$$

представляющие собой искомые дифференциальные уравнения для чисто перекрестного тока.

Интересно отметить, что уравнения (312) и (313) совпадают с рассматриваемыми в третьей части книги дифференциальными уравнениями, описывающими распределение температур в регенераторах [уравнения (544) и (545)], если ϑ' используется вместо температуры насадки Θ , ξ' вместо вводимого там приведенного времени η [уравнение (542)]. Довольно сложное решение этих дифференциальных уравнений будет подробно рассмотрено в третьей части книги. Там же можно найти и метод их решения, пригодный для расчета чисто перекрестного тока в рекуператорах. В этом случае справедливо решение для первого нагрева насадки¹, которое будет получено в § 66 [уравнения (555)—(557)]. При выводе этих уравнений предполагается, что насадка первоначально находится при однородной температуре, а с определенного момента через нее начинают продувать газ с более высокой неизменной температурой на входе. Для решения дифференциальных уравнений (312) и (313), а следовательно, и для расчета распределения температур при чисто перекрестном токе может использоваться также приближенный метод, разработанный в § 79—86. Поэтому здесь нет необходимости более подробно останавливаться на решении уравнений (312) и (313).

Следует еще упомянуть о не рассматриваемом в дальнейшем решении Нуссельта [2.49], полученном с помощью интегрального уравнения и записанном ниже в несколько упрощенной форме:

$$\frac{\vartheta - \vartheta'_1}{\vartheta_1 - \vartheta'_1} = 1 - e^{-(\xi + \xi')} \left[\xi + \frac{\xi^2}{2!} (1 + \xi') + \frac{\xi^3}{3!} \left(1 + \xi' + \frac{\xi'^2}{2!} \right) + \dots + \frac{\xi^n}{n!} \left(1 + \xi' + \frac{\xi'^2}{2!} + \dots + \frac{\xi'^{n-1}}{(n-1)!} \right) + \dots \right]; \quad (314)$$

$$\frac{\vartheta' - \vartheta'_1}{\vartheta_1 - \vartheta'_1} = 1 - e^{-(\xi + \xi')} \left[1 + \xi (1 + \xi') + \frac{\xi^2}{2!} \left(1 + \xi' + \frac{\xi'^2}{2!} \right) + \dots + \frac{\xi^n}{n!} \left(1 + \xi' + \frac{\xi'^2}{2!} + \dots + \frac{\xi'^n}{n!} \right) + \dots \right]. \quad (315)$$

К этим рядам можно прийти значительно проще, если использовать метод Анцелиуса [3.3], который будет рассмотрен в § 66.

Отметим также, что, поскольку $LL' = F$, согласно уравнению (311) переменная ξ при $x=L$ переходит в kF/C , а переменная ξ' при $x'=L'$ — в kF/C' . Следовательно, размеры показанной на рис. 91 пластины, которой мы мысленно заменили стенки теплопередающих труб, в безразмерном виде определяются величинами kF/C и kF/C' . Но обе эти величины для любого перекрестно-точного рекуператора можно рассчитать непосредственно по его размерам и скоростям движения теплоносителей методом, рассмотренным в § 37, без перехода к анализу обтекания пластины. При этом, если речь идет о трубном пучке, нужно использовать коэффициенты теплоотдачи при поперечном обтекании пучка потоком в межтрубном пространстве. Их рассчитывают по уравнениям, приведенным в § 14.

Распределение температур и теплопередача при чисто перекрестном токе. На рис. 92 показано распределение температур при чисто пере-

¹ Часто говорят также «первоначальный разогрев насадки». — *Прим. пер.*

крестном токе, рассчитанное приближенным методом, который будет описан в § 84—86. Принималось, что теплоемкости массовых расходов обоих газов одинаковы ($C=C'$), а комплексы, определяющие теплопередачу, kF/C и kF/C' равны 10. Проще всего распределение температур можно себе представить, если считать, что газы с двух сторон обтекают пластину (рис. 91).

Безразмерная продольная координата ξ направлена слева направо, ξ' перпендикулярно ξ (вглубь чертежа), а температуры газов — вверх.

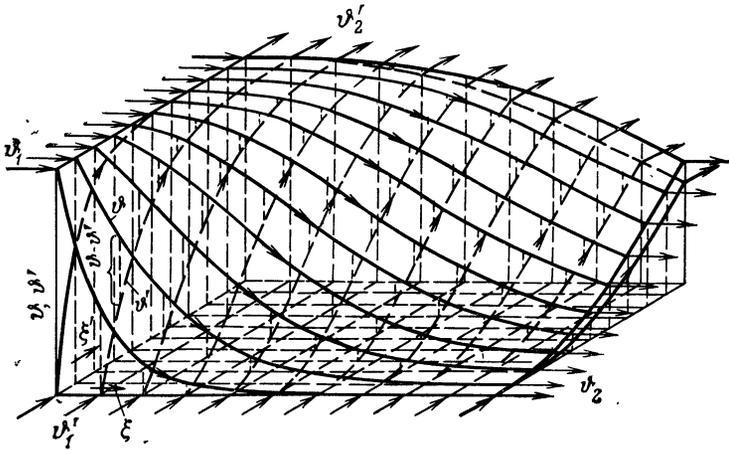


Рис. 92. Распределение температур при чисто перекрестном токе.

Каждая из помеченных стрелками линий представляет изменение температуры определенной частицы газа на ее пути через теплообменник. Стрелки указывают направления потоков. В частности, газ *I* движется слева направо, а газ *II* перпендикулярно ему (в глубь чертежа). Разности температур $\theta - \theta'$ изображены вертикальными пунктирными линиями. Из этого рисунка ясно видны физические особенности перекрестного тока, если только учесть следующее. Как известно, при прямотоке и противотоке все частицы газа, двигаясь параллельно вдоль теплообменника, претерпевают одинаковые изменения температуры. В отличие от этого рис. 92 показывает, что при перекрестном токе частицы газа *H*, расположенные в различных точках вдоль передней кромки разделительной стенки и движущиеся параллельно, взаимодействуют через стенку с частицами газа *I*, имеющими различные температуры, и поэтому нагреваются с различной скоростью до различных температур. Сильнее всего нагреваются частицы, движущиеся вдоль прямой $\xi=0$, так как они взаимодействуют с наиболее нагретым газом *I* с температурой на входе θ_1 . Наименьшее изменение температур происходит справа при $\xi=kF/C=10$. Столь же различные изменения температур, только при охлаждении, претерпевают отдельные частицы газа *I*.

Теплопередача и коэффициент полезного действия при перекрестном токе. Из рис. 92 видно, что в представленном случае передается больше теплоты, чем при прямотоке, поскольку большая часть газа *I* охлаждается ниже среднего значения из начальных температур $(\theta_1 + \theta'_1)/2$, а большая часть газа *II* нагревается выше этого среднего значения.

Если из температур на выходе всех частичных количеств газа I или II образовать средние значения согласно уравнениям

$$\vartheta_2 = \frac{C'}{kF} \int_0^{kF/C'} \vartheta d\xi' \quad \text{при} \quad \xi = \frac{kF}{C}$$

и

$$\vartheta'_2 = \frac{C}{kF} \int_0^{kF/C} \vartheta' d\xi \quad \text{при} \quad \xi' = \frac{kF}{C'}$$

то по (156) можно определить передаваемый тепловой поток \dot{Q} . Средние значения можно получить, просто проинтегрировав уравнения (314) или (315). Но если распределение температур (как на рис. 92) определено методом, описанным в § 79—86, то средние температуры газов на выходе можно получить только путем приближенного интегрирования, например, с помощью правила Симпсона.

Если, как было принято, C и C' неизменны, то для КПД теплообменника η_w при перекрестном токе справедливы соотношения (191) и (192), найденные для прямотока и противотока. Поэтому при перекрестном токе можно определить функцию КПД

$$\eta^* = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\vartheta_1 - \vartheta'_1}, \quad (316)$$

так что и в этом случае:

при $C \leq C'$

$$\eta_w = \eta^*; \quad (317)$$

при $C \geq C'$

$$\eta'_w = \frac{C}{C'} \eta^*. \quad (318)$$

На рис. 93 показана зависимость функции КПД η^* от kF/C при различных отношениях C/C' . Этот график можно использовать для расчета теплообменника точно так же, как уже пояснялось применительно к рис. 70 и 71 для случаев прямотока и противотока.

При чисто перекрестном токе также можно определить среднюю разность температур $\Delta\vartheta_M$ таким образом, что уравнение (145) остается справедливым:

$$\dot{Q} = kF \Delta\vartheta_M. \quad (319)$$

Однако в отличие от прямотока и противотока в этом случае $\Delta\vartheta_M$ вычисляется уже не только по $\Delta\vartheta_a$ и $\Delta\vartheta_b$ [см. уравнение (181)], поскольку при перекрестном токе $\Delta\vartheta_M$ зависит также от разности темпе-

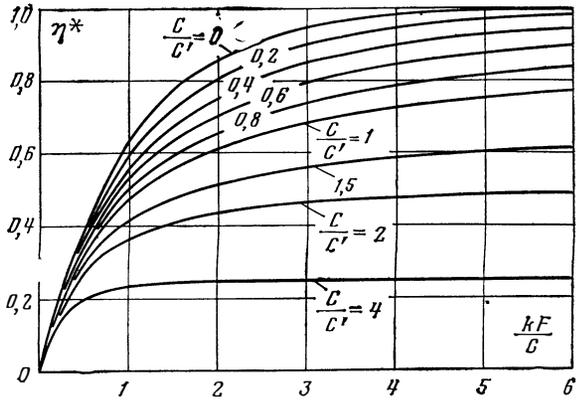


Рис. 93. Функция КПД η^* при чисто перекрестном токе.

ратур газов на входе $\vartheta_1 - \vartheta'_1$. Но так как в соответствии с уравнениями (319), (316) и (156) соотношение

$$\frac{\Delta\vartheta_M}{\vartheta_1 - \vartheta'_1} = \frac{\eta^*}{\frac{kF}{C}} \quad (320)$$

остаётся справедливым и для перекрестного тока, то рис. 93 можно использовать для определения средней разности температур при перекрестном токе $\Delta\vartheta_M$.

Диаграмму для непосредственного определения $\Delta\vartheta_M$ по температурам на входе и выходе разработал Кюне [2.35, 2.37]. На рис. 94 эта диаграмма

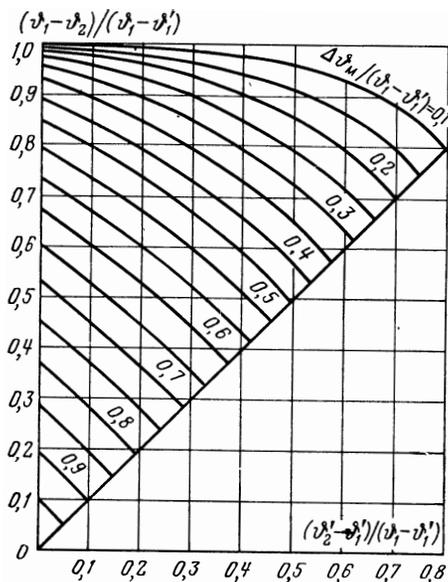


Рис. 94. Диаграмма Кюне для определения средней разности температур $\Delta\vartheta_M$ при чисто перекрестном токе (построена согласно уточненному расчету Рётцеля).

представлена в соответствии с уточненным расчетом Рётцеля [2.57]. По оси абсцисс отложены значения $(\vartheta'_2 - \vartheta'_1) / (\vartheta_1 - \vartheta'_1)$, по оси ординат $(\vartheta_1 - \vartheta_2) / (\vartheta_1 - \vartheta'_1)$, где ϑ_2 и ϑ'_2 — средние температуры газов на выходе из теплообменника. Принято также, что $C' \geq C$. По кривым можно найти $\Delta\vartheta_M / (\vartheta_1 - \vartheta'_1)$, откуда легко определить $\Delta\vartheta_M$.

Сравнение прямого, противотока и чисто перекрестного тока. Чтобы сравнить эффективность чисто перекрестного тока с прямотоком и противотоком, на рис. 95 представлена зависимость КПД $\eta_w (= \eta^*)$ при $C = C'$ от kF/C для этих трех схем течения. Можно видеть, что в полном соответствии с предыдущими пояснениями при заданном значении kF/C наиболее эффективная теплопередача обеспечивается при противотоке. Но и чисто перекрестный ток превосходит прямоток, поскольку с ростом kF/C КПД в этом случае также неограниченно приближается к 1, хотя и значительно медленнее, чем при противотоке. Несмотря на это, между перекрестным током и противотоком существует значительная разница. Например, согласно рис. 95, чтобы достигнуть КПД 90% при чисто перекрестном токе, требуются значения kF/C , примерно в 3 раза большие, чем при противотоке. Поэтому при заданных значениях k и C при перекрестном токе потребовалась бы вдвое большая теплопередающая поверхность F . Для реальных кожухотрубчатых теплообменников различие между этими схемами меньше, поскольку при пере-

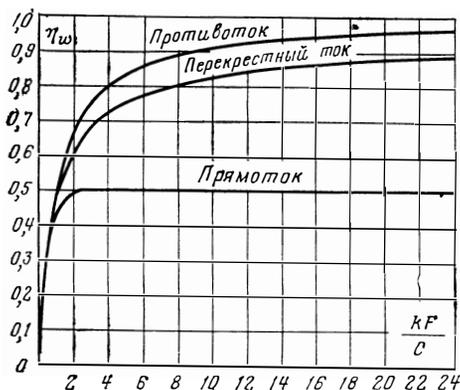


Рис. 95. Коэффициент полезного действия теплообменника η_w при противотоке, прямотоке и перекрестном токе при $C = C'$.

крестном токе, как уже упоминалось, коэффициенты теплоотдачи на наружной стороне труб выше, чем при параллельном течении теплоносителей.

46. Перекрестный ток в сочетании с параллельным током в перекрестно-противоточных теплообменниках¹

Как уже отмечалось в § 44, часто параллельный и перекрестный ток применяются одновременно. При этом либо перекрестный ток является основным процессом, а параллельный ток — вспомогательным, либо наоборот. На рис. 96 показано, что один газ движется по змеевику, состоящему в направлении главной оси теплообменника из участков прямых труб. В этом же направлении движется газ в межтрубном пространстве. Поскольку отдельные участки для газа, движущегося по змеевику, в сумме определяют движение потока слева направо, основное течение газа соответствует чисто перекрестному току. Однако в отдельных прямолинейных участках змеевика осуществляется параллельный ток — попеременно проток и противоток. Коэффициент полезного действия такого аппарата должен лежать между КПД для чисто перекрестного тока и притока. Такие теплообменники представляют предельный случай рассматриваемых в § 48 многоходовых рекуператоров с последовательными ходами. Поэтому и их теория будет изложена там (для предельного случая бесконечно большого числа ходов).

Перекрестно-противоточный теплообменник. Наиболее эффективно объединение перекрестного тока и противотока, когда основным процессом является противоток, а вспомогательным — перекрестный ток. Такой тип соединения характерен для большинства обсуждаемых в § 44 смешанных схем. Если такие теплообменники изготовлены из труб, то в них особенно благоприятно сказывается уже неоднократно упоминавшаяся интенсификация теплоотдачи на наружной стороне труб. Две характерные компоновки показаны на рис. 97. Газ, продуваемый внутри труб, например в змеевике, почти на всех участках вплоть до колен труб движется перпендикулярно или почти перпендикулярно к направлению потока газа в межтрубном пространстве. Хотя по существу на каждом отдельном участке осуществляется перекрестный ток, результирующее общее движение газа внутри труб направлено параллельно и в противоположную сторону по отношению к газу в межтрубном пространстве. Различие между обеими компоновками, показанными на рис. 97, а и б, объясняется следующим.

Противоположно и одинаково направленное движение теплоносителя в соседних витках змеевика. Если прямые участки змеевика расположены в одной плоскости, как показано на рис. 97, а, то газ, движущийся в змеевике, меняет направление движения от одного прямого участка к другому. При этом на соседних прямых участках газ в трубе движется в противоположных направлениях*. Эта же схема

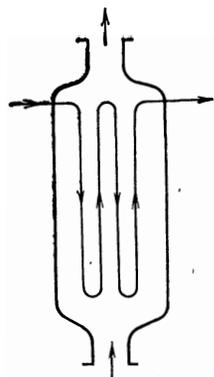


Рис. 96. Общий перекрестный ток с параллельным током как вспомогательным процессом.

¹ Соображения и расчеты автора, впервые опубликованные в первом издании этой книги.

* В отечественной литературе такая схема иногда называется поперечно-противоточный зигзаг. — *Прим. пер.*

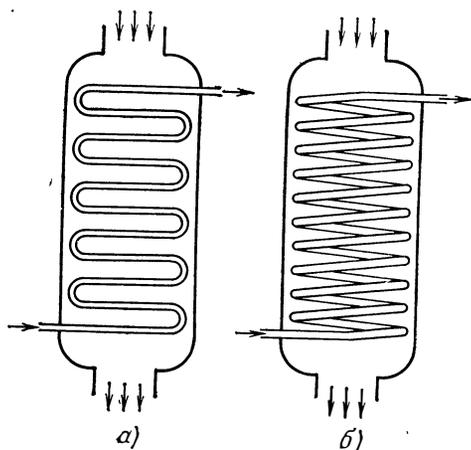


Рис. 97. Общий противоток с перекрестным током как вспомогательным процессом.

а — движение потока в противоположных направлениях на соседних прямых участках трубы (плоский змеевик); **б** — движение потока в одном направлении во всех витках (витой змеевик).

рим об однонаправленном движении в витом змеевике¹. Важнейшим и наиболее распространенным примером такой компоновки является витой низкотемпературный теплообменник (см. рис. 90).

Обсуждаемое различие между однонаправленным и противоположно направленным движением соответствует различию между аналогичными движениями жидкости при ректификации. Основным процессом в ректификационной колонне является противоточное движение, а вспомогательным — перекрестное движение жидкости и пара на тарелке [2.18].

Из дальнейшего будет ясно, что однонаправленное движение обычно эффективнее, чем противоположно направленное, однако чаще всего они различаются незначительно.

Перекрестно-противоточный теплообменник с большим числом витков. Если проследить за изменением температуры внешнего потока газа (см. рис. 97), который мы будем считать более холодным, то можно установить следующий характер процесса теплообмена. При каждом натекании внешнего потока на трубу разность между его температурой и температурой движущегося в трубе более теплого газа максимальна. Вследствие теплообмена эта разность температур уменьшается. Поэтому при обтекании трубы температура внешнего потока газа ϑ' увеличивается сначала быстро, а затем все медленнее. На коротком пути до следующего участка трубы температура ϑ' остается

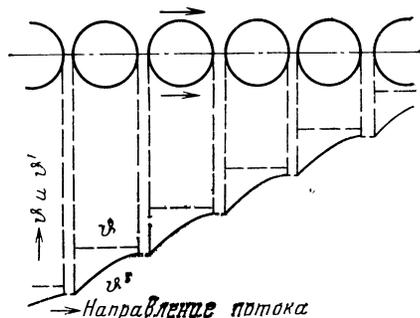


Рис. 98. Распределение температуры ϑ' газа, движущегося в межтрубном пространстве перекрестно-противоточного теплообменника.

¹ В отечественной литературе такая схема называется также поперечно-противоточная змейка. — Прим. пер.

неизменной. Напротив, температуру газа, движущегося внутри трубы, можно с достаточной точностью считать постоянной по поперечному сечению. В результате получается ступенчатое распределение температуры в направлении движения внешнего потока, схематически представленное на рис. 98.

Если число витков, на которые натекает внешний поток, велико, то отдельные ступени очень малы. Поэтому линии для ϑ' и ϑ на рис. 98 можно с достаточной точностью заменить гладкими кривыми, как при прямотоке или противотоке (см. рис. 65 и 66). В результате оказываются справедливыми практически те же соотношения, что и при чисто параллельном токе, а различие между одинаковым или противоположным направлением движения на расположенных один над другим участках змеевика отступает на задний план. Поэтому перекрестно-противоточный теплообменник с большим числом витков можно рассчитывать по существу теми же методами, которые рассматривались в гл. 1 и 2 этой части для чистого противотока. При этом нужно только использовать приведенные в § 14 и 24 соотношения для коэффициентов теплоотдачи и гидравлического сопротивления в межтрубном пространстве при поперечном обтекании труб.

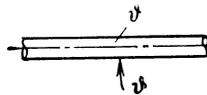


Рис. 99. Участок трубы перекрестно-противоточного теплообменника.

Перекрестно-противоточный теплообменник с малым числом витков. Когда число витков сравнительно мало, изменение температуры внешнего потока газа на одном витке может стать того же порядка, что и

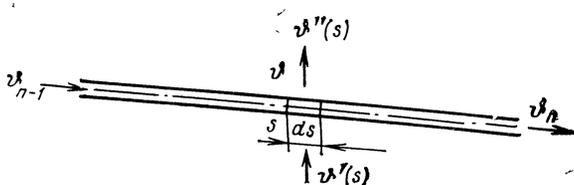


Рис. 100. Теплопередача в витке перекрестно-противоточного теплообменника.

начальная разность температур между обоими газами в рассматриваемом сечении витка. Пусть в указанном на рис. 99 стрелкой месте витка температура набегающего на трубу газа равна ϑ' . Если бы при обтекании трубы достигался совершенный теплообмен, то внешний поток принимал бы температуру газа, движущегося внутри трубы, ϑ . Следовательно, в теоретически наиболее благоприятном случае температура внешнего потока повышалась на $\vartheta - \vartheta'$. Однако такой теплообмен можно было бы осуществить либо при бесконечно большом коэффициенте теплопередачи k , либо при бесконечно большой поверхности нагрева каждого витка ΔF . Напротив, при чистом противотоке для такого же изменения температуры достаточно было бы иметь конечное значение $k\Delta F$. Поэтому в этом отношении перекрестно-противоточная схема тем больше уступает чистому противотоку, чем ближе изменение температуры внешнего потока газа на одном витке к разности температур $\vartheta - \vartheta'$.

Для того чтобы численно оценить различие между перекрестно-противоточной и чисто противоточной схемами, рассчитаем сначала распределение температур в витке перекрестно-противоточного теплообменника.

Распределение температур в витке перекрестно-противоточного теплообменника. На рис. 100 изображен развернутый на плоскость n -й, если считать сверху, виток теплообменника, показанного на рис. 97,б. В случае, когда рассматривается, как на рис. 97,а, прямой отрезок плоского зигзагообразного змеевика, для единообразия также будем говорить о витках. Более теплый газ входит в виток слева с температурой ϑ_{n-1} , а выходит справа с температурой ϑ_n . Рассмотрим теперь сечение витка, расположенное на расстоянии s , отсчитываемом вдоль витой трубы от ее верхнего конца, причем в качестве единицы измерения для s выбрана полная длина одного витка. Следовательно, на левом конце витка (рис. 100) s равна $n-1$, а на правом n . Температура внешнего газового потока ϑ' также зависит от s . Поэтому обозначим ее в рассматриваемом сечении витка через $\vartheta'(s)$.

Среднее значение всех температур $\vartheta'(s)$ под рассматриваемым витком равно средней температуре всей поднимающейся массы газа ниже этого витка. Обозначим эту среднюю температуру через ϑ'_n . Тогда

$$\int_{n-1}^n \vartheta'(s) ds = \vartheta'_n. \quad (321)$$

Если теплоемкость всего обтекающего виток в единицу времени количества газа равна C' , то теплоемкость количества газа, поднимающегося между сечениями s и $s+ds$, составляет $C'ds$. Это количество газа с начальной температурой $\vartheta'(s)$ по окончании теплообмена с витком принимает температуру $\vartheta''(s)$. При этом газ, движущийся внутри трубы, с теплоемкостью C охлаждается на $d\vartheta$. Следовательно, для теплового потока, передаваемого между сечениями s и $s+ds$, справедливо соотношение

$$C'ds[\vartheta''(s) - \vartheta'(s)] = -Cd\vartheta. \quad (322)$$

Если бы теплообмен был совершенным, внешний поток газа нагревался бы до температуры потока, движущегося по трубе, ϑ . Назовем отношение фактического изменения температуры к теоретически предельно возможному значению коэффициентом полезного действия процесса теплообмена

$$\varepsilon = \frac{\vartheta''(s) - \vartheta'(s)}{\vartheta - \vartheta'(s)}. \quad (323)$$

Значение ε можно считать неизменным для всех сечений трубы, поскольку каждый из коэффициентов теплоотдачи на внутренней и наружной поверхностях трубы α и α' имеет везде одинаковое значение. Если подставить $\vartheta''(s) - \vartheta'(s)$ из (323) в уравнение (322), то для температуры газа, движущегося в трубе, ϑ можно получить следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{d\vartheta}{ds} + \frac{C'}{C} \varepsilon [\vartheta - \vartheta'(s)] = 0. \quad (324)$$

Граничное условие. Дифференциальное уравнение (324) можно решить, если известна температура $\vartheta'(s)$ во всех сечениях s под рассматриваемым витком. Для самого нижнего витка $\vartheta'(s)$ везде равна ϑ'_1 — температуре внешнего потока газа на входе в теплообменник. В этом случае получаем следующее решение:

$$\vartheta(s) - \vartheta_2 = (\vartheta_2 - \vartheta'_1) \left\{ \exp \left[\varepsilon \frac{C'}{C} (n-s) \right] - 1 \right\}, \quad (325)$$

причем средняя температура поднимающегося внешнего потока газа ϑ'_n принята равной ϑ'_1 , а конечная температура потока, движущегося в трубе, ϑ_n — температуре на выходе ϑ_2 . В этом случае n — номер самого нижнего витка, равный общему числу всех витков N .

Напротив, для других витков $\vartheta'(s)$ вначале неизвестна и ее следует определять с помощью особого граничного условия. Оно заключается в том, что для каждого сечения витка конечная температура внешнего потока газа $\vartheta''(s)$ равна начальной температуре для следующего, расположенного выше витка. Получающееся из этого условия соотношение различно в зависимости от того, как движется внутренний поток газа в последовательных витках — в одном и том же или в противоположных направлениях.

Из рис. 101 и 102 можно видеть, что над сечением n -го витка с координатой s в первом случае расположено сечение с координатой $s-1$, а во втором случае — сечение с координатой $2(n-1)-s$. Если обозначить температуру, которую имеет внешний поток газа непосредственно перед набеганием на следующий, расположенный выше виток, соответственно $\vartheta'(s-1)$ и $\vartheta'(2(n-1)-s)$, то упомянутое граничное условие имеет вид:

$$\text{при движении внутреннего потока в соседних витках в одном направлении} \\ \vartheta''(s) = \vartheta'(s-1); \quad (326)$$

$$\text{при движении в противоположных направлениях} \\ \vartheta''(s) = \vartheta'(2(n-1)-s). \quad (327)$$

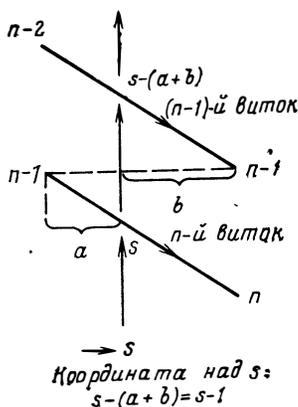


Рис. 101. Два расположенных один над другим витка с одинаковым направлением движения потока в них (витой змеевик).

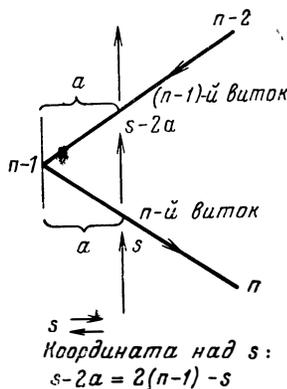


Рис. 102. Два расположенных один над другим витка с противоположным направлением движения потока в них (плоский змеевик).

С учетом уравнения (323) эти граничные условия можно свести к следующей форме:

$$\text{при движении в одном направлении} \\ \vartheta'(s-1) = \varepsilon \vartheta(s) + (1-\varepsilon) \vartheta'(s); \quad (328)$$

$$\text{при движении в противоположных направлениях} \\ \vartheta'(2(n-1)-s) = \varepsilon \vartheta(s) + (1-\varepsilon) \vartheta'(s). \quad (329)$$

Решения дифференциальных уравнений. Распределение температур в различных витках перекрестно-противоточного теплообменника можно рассчитать, отыскивая для каждого витка, начиная с самого нижнего, соответствующее решение дифференциального уравнения (324) и переходя затем с помощью условия (328) или (329) к следующему, расположенному выше витку. При этом оказывается, что не зависящая от s температура ϑ'_1 , которую имеет внешний поток газа под самым нижним витком, влияет на распределение температур в ближайших расположенных выше витках, однако это влияние быстро затухает. Поэтому уже после нескольких витков устанавливается определенное стабильное распределение температур, которое хотя и изменяется от витка к витку, но уже не зависит от распределения температур под самым нижним витком, т. е. от предыстории процесса. Это распределение температур, на которое не влияет входное распределение, можно с помощью условий (328) и (329) найти непосредственным решением дифференциального уравнения (324)*. В дальнейшем мы рассмотрим только это решение, поскольку оно характеризует почти весь перекрестно-противоточный теплообменник, а некоторым отличием температур самых нижних витков можно пренебречь как несущественным.

Если попытаться изобразить графически распределение температур в достаточно высоко расположенных витках при неизменных значениях C и C' , то можно прийти

* Вывод и полученные соотношения по существу те же, что и для ректификации при линейном возмущении равновесия [2.18].

к выводу, что процессы в последовательных витках подобны. Это означает, что отношение соответствующих разностей температур для каждой пары расположенных один над другим витков, неизменно. Поэтому для n -го и расположенного над ним $(n-1)$ -го витков мы предлагаем формулу

$$\frac{\vartheta'(s-1) - \vartheta'_{n-1}}{\vartheta'(s) - \vartheta'_n} = \frac{\vartheta_{n-1} - \vartheta'_{n-1}}{\vartheta_n - \vartheta'_n} = 1 + \lambda, \quad (330)$$

где численное значение параметра λ следует считать неизменным, а ϑ'_n и ϑ'_{n-1} вновь означают средние температуры внешнего потока газа под n -м и соответственно $(n-1)$ -м витками. Из (330) получаем:

$$\vartheta'(s-1) = \vartheta'_{n-1} + (1 + \lambda)(\vartheta'(s) - \vartheta'_n). \quad (331)$$

Учитывая, кроме того, уравнение теплового баланса для n -го витка

$$C'(\vartheta'_{n-1} - \vartheta'_n) = C(\vartheta_{n-1} - \vartheta_n), \quad (332)$$

с помощью граничных условий (328) и (329) и уравнений (331) и (332) следующим образом интегрируем дифференциальное уравнение (324).

1. Однонаправленное движение (витой змеевик). Сравнение уравнений (328) и (331) дает:

$$\vartheta'(s) = \frac{(1 + \lambda)\vartheta'_n - \vartheta'_{n-1} + \varepsilon\vartheta(s)}{\lambda + \varepsilon}. \quad (333)$$

Подставляя это соотношение в дифференциальное уравнение (324) и интегрируя его в пределах между s и n и соответственно между $\vartheta = \vartheta(s)$ и ϑ_n , получим решение

$$\vartheta - \vartheta_n = (\vartheta_n - \vartheta'_n) \frac{C'}{C' - C} \left\{ \exp \left[\frac{C'}{C} \frac{\lambda\varepsilon}{\lambda + \varepsilon} (n - s) \right] - 1 \right\}. \quad (334)$$

Значение λ можно определить, записывая это уравнение при $s = n - 1$ и соответственно $\vartheta = \vartheta_{n-1}$. С учетом второго соотношения (330) и уравнения (332) находим следующее уравнение для λ :

$$\frac{C'}{C} = \frac{\lambda + \varepsilon}{\lambda\varepsilon} \ln(1 + \lambda). \quad (335)$$

К этому уравнению можно также прийти, если уравнение (333) с учетом (334) подставить в (321). Тем самым подтверждается и правильность формулы (330). Из уравнения (335) методом последовательных приближений можно определить значение λ при заданных ε и C/C' . Зная λ , по уравнениям (334) и (333) находим распределение температур в самом n -м витке и непосредственно под ним.

2. Движение в противоположных направлениях (плоский змеевик). Заменяя в граничном условии (329) s на $2n - 1 - s$ и сравнивая с уравнением (331), получаем:

$$\varepsilon\vartheta(2n - 1 - s) + (1 - \varepsilon)\vartheta'(2n - 1 - s) = \vartheta'_{n-1} + (1 + \lambda)(\vartheta'(s) - \vartheta'_n).$$

Заменяя здесь еще раз s на $2n - 1 - s$ и исключая из последнего и вновь полученного уравнений $\vartheta'(2n - 1 - s)$, находим:

$$\begin{aligned} \vartheta'(s) = & \frac{\varepsilon\vartheta_n - \vartheta'_{n-1} + (1 + \lambda)\vartheta'_n}{\lambda + \varepsilon} + \frac{\varepsilon(1 - \varepsilon)}{(1 + \lambda)^2 - (1 - \varepsilon)^2} [\vartheta(s) - \vartheta_n] + \\ & + \frac{\varepsilon(1 + \lambda)}{(1 + \lambda)^2 - (1 - \varepsilon)^2} [\vartheta(2n - 1 - s) - \vartheta_n]. \end{aligned} \quad (336)$$

С учетом этой зависимости дифференциальное уравнение (324) переходит в следующее соотношение:

$$\begin{aligned} \frac{C}{C'} \frac{\lambda + \varepsilon}{\varepsilon} \frac{d(\vartheta(s) - \vartheta_n)}{ds} + \frac{C'\lambda}{C' - C} (\vartheta_n - \vartheta'_n) + \frac{(1 + \lambda)^2 - (1 - \varepsilon)}{2 + \lambda - \varepsilon} [\vartheta(s) - \vartheta_n] - \\ = \frac{(1 + \lambda)\varepsilon}{2 + \lambda - \varepsilon} [\vartheta(2n - 1 - s) - \vartheta_n] = 0. \end{aligned} \quad (337)$$

Решение этого уравнения имеет вид:

$$\vartheta(s) - \vartheta_n = A_1 \exp(rs) + A_2 \exp[r(2n - 1 - s)] + A_3,$$

где A_1 , A_2 , A_3 и r — постоянные.

После небольшого преобразования это уравнение можно записать в виде

$$\vartheta(s) - \vartheta_n = B_1 \operatorname{sh} \left[r \left(s - n + \frac{1}{2} \right) \right] + B_2 \operatorname{ch} \left[r \left(s - n + \frac{1}{2} \right) \right] + B_3,$$

где B_1, B_2, B_3 — другие постоянные.

В результате получаем следующее решение дифференциального уравнения (337):

$$\vartheta - \vartheta_n = (\vartheta_n - \vartheta'_n) \frac{C'}{C' - C} \times \left\{ \frac{\operatorname{sh} \left[r \left(s - n + \frac{1}{2} \right) \right] - \frac{\lambda + \varepsilon}{\lambda \varepsilon} \frac{C}{C'} r \operatorname{ch} \left[r \left(s - n + \frac{1}{2} \right) \right]}{\operatorname{sh} \frac{r}{2} - \frac{\lambda + \varepsilon}{\lambda \varepsilon} \frac{C}{C'} r \operatorname{ch} \frac{r}{2}} - 1 \right\}, \quad (338)$$

где

$$r = \pm \frac{C'}{C} \varepsilon \sqrt{\frac{(1 + \lambda)^2 - 1}{(1 + \lambda)^2 - (1 - \varepsilon)^2}}. \quad (339)$$

Постоянная интегрирования уже определена из условия, что при $s=n$ температура $\vartheta = \vartheta(s) = \vartheta_n$. Подставив затем $s=n-1$ и $\vartheta = \vartheta_{n-1}$ в уравнение (338), получим при $C'/C > 1$ ($\lambda > 0$) неявное уравнение для определения λ :

$$\frac{C'}{C} = \frac{\operatorname{arth} \left(\frac{\lambda + \varepsilon}{\lambda + 2} \sqrt{\frac{(1 + \lambda)^2 - 1}{(1 + \lambda)^2 - (1 - \varepsilon)^2}} \right)}{\frac{\varepsilon}{2} \sqrt{\frac{(1 + \lambda)^2 - 1}{(1 + \lambda)^2 - (1 - \varepsilon)^2}}}. \quad (340)$$

Это соотношение можно получить также из уравнения (321). Из (340) параметр λ можно определить, как и прежде, только методом последовательных приближений. После вычисления λ искомое распределение температур рассчитываем по (338) и (336).

При $C'/C < 1$ ($\lambda < 0$) справедливы те же соотношения, если заменить: в (339) и (340) мнимое значение корня — его абсолютным значением, в (338) sh и ch — на \sin и \cos , а в (340) arth — на arctg .

Частный случай $C=C'$. Если $C=C'$, то как при однонаправленном, так и при противоположном направленном движении теплоносителя в последовательных витках $\lambda=0$. В этом случае приведенные уравнения значительно упрощаются, как это лучше всего показывает особое решение дифференциального уравнения (324) для $\lambda=0$. При однонаправленном движении вместо (334) получаем:

$$\vartheta - \vartheta_n = (\vartheta_n - \vartheta'_n) \frac{2\varepsilon}{2 - \varepsilon} (n - s), \quad (341)$$

а при движении в противоположных направлениях вместо (338) имеем:

$$\vartheta - \vartheta_n = (\vartheta_n - \vartheta'_n) \frac{3}{2} \frac{\varepsilon}{1 + (1 - \varepsilon)(2 - \varepsilon)} [2(1 - \varepsilon)(n - s) + \varepsilon(n - s)^2]. \quad (342)$$

Соответствующие этим ϑ значения $\vartheta'(s)$ получаем из уравнений (333) и (336) при $\lambda=0$.

На рис. 103 для $C=C'$ и $\varepsilon=1$ представлено распределение температур в нескольких расположенных один над другим витках в зависимости от s при движении внутреннего потока в последовательных вит-

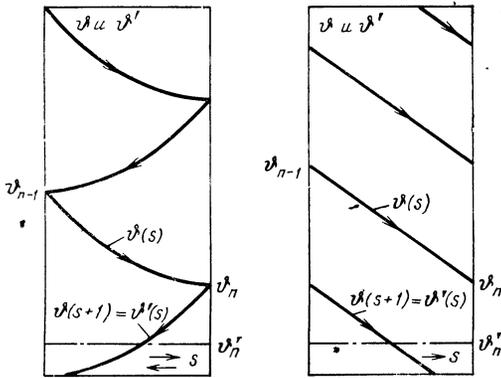


Рис. 103. Распределение температуры в перекрестно-противоточном теплообменнике при $C=C'$ и $\varepsilon=1$.

Слева — противоположно направленное движение потока в соседних витках (плоский змеевик); справа — однонаправленное движение потока во всех витках (витой змеевик).

газа претерпевает большее изменение, чем при движении в противоположных направлениях. Это преимущество однонаправленного движения объясняется в основном тем, что для него при $C=C'$ разность температур между двумя расположенными один над другим витками всюду одинакова, тогда как при движении в противоположных направлениях эта разность на части витка меньше, а на концах витков даже падает до нуля. Поэтому располагаемая разность температур в последнем случае в среднем меньше, чем при однонаправленном движении в последовательных витках.

Сравнение перекрестно-противоточной схемы с чистым противотоком. Мы уже указывали на то, что чистый противоток превосходит перекрестно-противоточную схему, так как при противотоке определенное количество теплоты ΔQ передается в единицу времени при меньшем значении $k\Delta F$, чем при перекрестно-противоточной схеме. Теперь мы докажем это численно с помощью полученных соотношений. Для этого вычислим значение $(k\Delta F)_K$ для одного витка перекрестно-противоточного теплообменника и сравним его со значением $(k\Delta F)_G$, при котором при чистом противотоке и прочих равных условиях можно передать то же количество теплоты:

Между сечениями s и $s+ds$ поперечно-обтекаемого витка (рис. 100), в единицу времени передается количество теплоты [см. также уравнение (322)]

$$C'ds[\theta''(s) - \theta'(s)] = (k\Delta F)_K ds \Delta\theta_M(s), \quad (343)$$

где $(k\Delta F)_K ds$ — произведение коэффициента теплопередачи и площади поверхности нагрева элемента ds витка; $\Delta\theta_M(s)$ — средняя разность температур между обоними газами на элементе ds в области температур от $\theta'(s)$ до $\theta''(s)$.

Поскольку начальная разность температур на рассматриваемом элементе поверхности равна $\theta - \theta'(s)$, а разность температур после завершения процесса теплообмена $\theta - \theta''(s)$, то средняя разность температур в сечении s согласно уравнению (181) составляет:

$$\Delta\theta_M(s) = \frac{\theta''(s) - \theta'(s)}{\ln \frac{\theta - \theta'(s)}{\theta - \theta''(s)}}. \quad (344)$$

ках в одном и том же и в противоположных направлениях. По оси ординат отложена не только температура θ потока, движущегося по змеевику, но и (так как $\varepsilon=1$) температура $\theta''(s)$, которую принимает внешний поток газа после завершения теплообмена с соответствующим витком. Следует обратить внимание на линейное распределение температур при однонаправленном движении и $C=C'$. Однако при $C \neq C'$ подобного же рода графики становятся уже криволинейными. Можно видеть, что при однонаправленном движении в последовательных витках температура как внутреннего, так и внешнего потоков

Учитывая уравнение (323), можно также записать

$$\Delta \vartheta_M (s) = \frac{\vartheta'' (s) - \vartheta' (s)}{-\ln (1 - \varepsilon)}.$$

В результате уравнение (343) переходит в соотношение

$$\frac{(k\Delta F)_K}{C'} = -\ln (1 - \varepsilon). \quad (345)$$

Следовательно, если значения ε , C и C' для перекрестно-противоточного теплообменника заданы, то по уравнению (345) можно определить $(k\Delta F)_K$.

Рассчитаем теперь значение $(k\Delta F)_G$ для чистого противотока при том же изменении температур $\vartheta'_{n-1} - \vartheta'_n$, что и для рассматриваемого поперечно-обтекаемого витка. Для теплопередачи при противотоке справедливо соотношение

$$C' (\vartheta'_{n-1} - \vartheta'_n) = (k\Delta F)_G (\Delta \vartheta_M)_n^{n-1}, \quad (346)$$

где $(\Delta \vartheta_M)_n^{n-1}$ — средняя разность температур обоих газов между температурами ϑ'_n и ϑ'_{n-1} . В то время как при перекрестном токе ϑ'_n и ϑ'_{n-1} в соответствии с уравнением (321) означают средние температуры, при противотоке они представляют температуры всего потока, так как в этом случае все частицы газа в одном и том же поперечном сечении имеют одинаковую температуру. Поскольку согласно уравнению (181)

$$(\Delta \vartheta_M)_n^{n-1} = \frac{(\vartheta_n - \vartheta'_n) - (\vartheta_{n-1} - \vartheta'_{n-1})}{\ln \frac{\vartheta_n - \vartheta'_n}{\vartheta_{n-1} - \vartheta'_{n-1}}}, \quad (347)$$

то из уравнения (346) с учетом (330) и (332) следует, что

$$\frac{(k\Delta F)_G}{C'} = \frac{\ln (1 + \lambda)}{\frac{C'}{C} - 1}. \quad (348)$$

С помощью этого соотношения определяется искомое значение $(k\Delta F)_G$. В частном случае $C = C'$, поскольку параметр λ становится бесконечно малым, уравнение (348) с повторным учетом (330) и (332) переходит в соотношение

$$\frac{(k\Delta F)_G}{C'} = \frac{\lambda}{\frac{C'}{C} - 1} = \frac{\vartheta_{n-1} - \vartheta_n}{\vartheta_n - \vartheta'_n}. \quad (349)$$

Если рассчитать отношение разностей температур в этом выражении по уравнениям (341) или (342), то из (349) получим:

при однонаправленном движении теплоносителя в последовательных витках (витой змеевик)

$$\frac{(k\Delta F)_G}{C'} = \frac{\varepsilon}{2 - \varepsilon}, \quad (350)$$

при движении в противоположных направлениях (плоский змеевик) и $C = C'$

$$\frac{(k\Delta F)_G}{C'} = \frac{3}{2} \frac{\varepsilon (2 - \varepsilon)}{1 + (1 - \varepsilon) (2 - \varepsilon)}. \quad (351)$$

Предельные случаи $\varepsilon = 0$ и $\varepsilon = 1$. При бесконечно малом ε уравнения (335) и (340) выполняются только в том случае, если параметр λ также становится бесконечно малым. При этом оба уравнения переходят в соотношение

$$\frac{C'}{C} = \frac{\lambda + \varepsilon}{\varepsilon},$$

откуда

$$\lambda = \varepsilon \left(\frac{C'}{C} - 1 \right).$$

Подставляя это выражение в уравнение (348) и учитывая, что при бесконечно малом $\epsilon \lim_{\lambda \rightarrow 0} \ln(1 + \lambda) = \lambda$, получаем:

$$\frac{(\Delta F)_G}{C'} = \epsilon. \quad (352)$$

Из уравнения (345) соответственно для бесконечно малого ϵ следует, что

$$\frac{(k\Delta F)_K}{C'} = \epsilon. \quad (353)$$

Таким образом, при очень малых значениях ϵ параметры $(k\Delta F)_G$ и $(k\Delta F)_K$ равны друг другу. Следовательно, перекрестно-противоточная и чисто противоточная схемы эквивалентны, поскольку в каждом сечении витка изменение температуры внешнего потока газа мало по сравнению с разностью температур между обоими газами, а число витков очень велико.

В предельном случае $\epsilon=1$ согласно уравнению (345) $(k\Delta F)_K$ становится бесконечно большим. Как уже упоминалось, физически это означает, что в витке перекрестно-противоточного теплообменника может быть достигнуто лишь конечное изменение температуры, даже в том случае, когда поверхность нагрева витка или коэффициент теплопередачи становятся бесконечно большими. Напротив, при противотоке такой же тепловой поток может быть передан при конечном значении $(k\Delta F)_G$.

Эффективность перекрестно-противоточного теплообменника. Чтобы оценить численно соотношение между перекрестно-противоточной и чисто противоточной схемами в более общих случаях, введем эффективность перекрестно-противоточного теплообменника

$$\eta_K = \frac{(k\Delta F)_G}{(k\Delta F)_K}. \quad (354)$$

Из этого уравнения совместно с уравнениями (345) и (348) прежде всего следует, что при неизменных значениях C , C' и ϵ , а следовательно, и λ эффективность всех витков одинакова, если равны коэффициенты теплопередачи k и поверхности нагрева ΔF_K . Поэтому ее можно относить не к ΔF_K и ΔF_G , а к полной поверхности нагрева перекрестно-противоточного и эквивалентного ему чисто противоточного теплообменников и соответственно записать

$$\eta_K = \frac{(kF)_G}{(kF)_K}. \quad (355)$$

Практическое значение эффективности η_K состоит в том, что, зная эту величину, перекрестно-противоточный теплообменник сначала можно рассчитывать как чисто противоточный и только в конце расчета для определения $(kF)_K$ разделить полученное значение $(kF)_G$ на η_K . Эффективность η_K можно выразить также в несколько иной форме, исходя из следующих соображений. Теплопередача в чисто противоточном теплообменнике описывается уравнением (145). Запишем теперь в этом уравнении для полной ясности среднюю разность температур для всего теплообменника в виде $(\Delta\vartheta_M)_G$ вместо $\Delta\vartheta_M$. Соответственно среднюю разность температур для перекрестно-противоточного теплообменника $(\Delta\vartheta_M)_K$ определим по формуле

$$\dot{Q} = (kF)_K (\Delta\vartheta_M)_K, \quad (356)$$

где \dot{Q} имеет то же значение, что и для чистого противотока.

Поэтому с учетом (145) и (356) из уравнения (355) получим:

$$\eta_K = \frac{(\Delta\vartheta_M)_K}{(\Delta\vartheta_M)_G}. \quad (357)$$

Таким образом, средняя разность температур в перекрестно-противоточном теплообменнике меньше, чем в чисто противоточном, в $1/\eta_K$ раз. Поэтому согласно уравнению (355) для компенсации меньшей средней разности температур для перекрестно-противоточного теплообменника необходимо большее значение $kF = (kF)_K$.

При вычислении эффективности η_K следует прежде всего обратить внимание на то, что согласно уравнению (354) и соотношениям для $(k\Delta F)_G$ и $(k\Delta F)_K$ — (345) и (348) η_K зависит от ε (или λ) и C'/C . Однако поскольку ε невозможно задать непосредственно, то введем вместо него параметр ψ , который можно легко определить по температурам газов на входе и выходе. Определим ψ как отношение изменения температуры внешнего потока газа на одном витке перекрестно-противоточного теплообменника $\vartheta'_{n-1} - \vartheta'_n$ к средней разности температур на этом витке $(\Delta\vartheta_M)_n^{n-1}$, причем эту разность температур, как и при противотоке, можно рассчитать по уравнению (347). Тогда

$$\psi = \frac{\vartheta'_{n-1} - \vartheta'_n}{(\Delta\vartheta_M)_n^{n-1}}. \quad (358)$$

Согласно уравнению (346)

$$\psi = \frac{(k\Delta F)_G}{C'}. \quad (359)$$

Однако это выражение необходимо еще преобразовать к удобной для расчета форме. Пусть число расположенных один над другим витков равно N (см. рис. 97). Поскольку принято, что для эквивалентного чисто противоточного теплообменника число витков такое же, т. е. $kF = (kF)_G = N(k\Delta F)_G$, то количество теплоты, передаваемой в единицу времени, согласно уравнениям (145) и (156) составляет:

$$\dot{Q} = C'(\vartheta'_2 - \vartheta'_1) = N(k\Delta F)_G(\Delta\vartheta_M)_G. \quad (360)$$

Тогда уравнение (359) переходит в соотношение

$$\psi = \frac{\vartheta'_2 - \vartheta'_1}{N(\Delta\vartheta_M)_G}. \quad (361)$$

Согласно этому уравнению ψ можно просто определить, если разделить полное изменение температуры внешнего потока газа $\vartheta'_2 - \vartheta'_1$ на среднюю разность температур для всего противоточного теплообменника $(\Delta\vartheta_M)_G$, рассчитываемую по уравнению (181), а также на число витков N перекрестно-противоточного аппарата.

Чтобы представить эффективность η_K перекрестно-противоточного теплообменника в зависимости от ψ и C'/C , заметим сначала, что согласно уравнениям (359) и (348) для ψ справедливо также следующее соотношение:

$$\psi = \frac{\ln(1 + \lambda)}{\frac{C'}{C} - 1}. \quad (362)$$

Заменив в соответствии с уравнением (359) $(k\Delta F)_G$ на $C'\psi$, из уравнения (354) с учетом (345) получим:

$$\eta_K = \frac{\psi}{\ln \frac{1}{1 - \varepsilon}}. \quad (363)$$

По уравнениям (362) и (363) можно для каждой пары значений ψ и C'/C рассчитать эффективность перекрестно-противоточного теплообменника. Для этого сначала решим уравнение (362) относительно λ , затем по уравнению (335) или (340) определим значение ε и, наконец, подставим его в уравнение (363).

При однонаправленном движении теплоносителя в последовательных витках (витой меевик) таким методом получаем следующее замкнутое выражение для эффектив-

ности η_K в зависимости от ψ и C'/C :

$$\frac{1}{\eta_K} = \frac{1}{\psi} \ln \frac{\frac{C'}{C} \exp \left[\left(\frac{C'}{C} - 1 \right) \psi \right] - \left(\frac{C'}{C} - 1 \right) \psi - \frac{C'}{C}}{\left| \frac{C'}{C} - \left(\frac{C'}{C} - 1 \right) \psi \right| \exp \left[\left(\frac{C'}{C} - 1 \right) \psi \right] - \frac{C'}{C}} \quad (364)$$

При движении теплоносителя в соседних витках в противоположных направлениях (плоский змеевик) за исключением частного случая $C=C'$ соответствующее замкнутое выражение для η_K получить невозможно, так как ϵ можно определить из уравнения (340) только методом последовательных приближений.

В частном случае $C=C'$, принимая во внимание уравнение (359), для ψ непосредственно справедливы выражения в правых частях уравнений (350) и (351). Решая эти соотношения относительно ϵ , получаем:

• При однонаправленном движении теплоносителя в соседних витках (витой змеевик) и $C=C'$

$$\frac{1}{\eta_K} = \frac{1}{\psi} \ln \frac{2 + \psi}{2 - \psi}; \quad (365)$$

при движении в противоположных направлениях (плоский змеевик) и $C=C'$

$$\frac{1}{\eta_K} = \frac{1}{\psi} \ln \frac{3 + 2\psi}{\sqrt{9 - 3\psi^2} - \psi} \quad (366)$$

Результат расчета. Сравнительно простой результат предыдущих выводов можно кратко резюмировать следующим образом. Если при заданных температурах газов необходимо передать тепловой поток \dot{Q} , то произведение $kF=(kF)_K$ для перекрестно-противоточного теплообменника следует выбирать в $1/\eta_K$ раз больше, чем для чисто противоточного теплообменника, передающего тот же тепловой поток, где η_K — эффективность перекрестно-противоточного теплообменника. Значения η_K различны для витого и плоского змеевиков. Кроме того, η_K зависит от отношения теплоемкостей массовых расходов внешнего и внутреннего потоков газа C'/C , а также от рассмотренного выше отношения температур ψ , определяемого по уравнению (361). Согласно этому уравнению значение ψ легко рассчитать, зная полное изменение температуры внешнего потока газа $\theta'_2 - \theta'_1$, число витков (для витого змеевика) или участков трубы (для плоского змеевика) N , расположенных последовательно в направлении его движения, и среднюю разность температур между обоими газами для чистого противотока $(\Delta\theta_M)_G$, определяемую по уравнению (181). Характер зависимости η_K от C'/C и ψ описывается полученными выше уравнениями (362) — (366), а также (335) и (340).

Рассчитанная по этим уравнениям зависимость η_K от ψ для различных значений C'/C представлена на рис. 104. Сплошные линии относятся к витым, а штрихпунктирные — к плоским змеевикам. Такой график позволяет в практических расчетах быстро определить эффективность теплообменника η_K .

При очень малых значениях ψ , что бывает прежде всего при большом числе витков N , эффективность согласно рис. 104 очень близка к 1. В этих часто встречающихся случаях перекрестно-противоточный теплообменник рассчитывается точно так же, как и чисто противоточный. При этом только следует иметь в виду, что коэффициенты теплоотдачи на наружной стороне труб — более высокие, чем при параллельном токе.

С ростом ψ эффективность η_K падает сначала медленно, а затем все более круто. До $\psi=1$ падение η_K для плоского змеевика примерно в 2 раза больше, чем для витого. Для расчета η_K при $\psi < 1$ можно

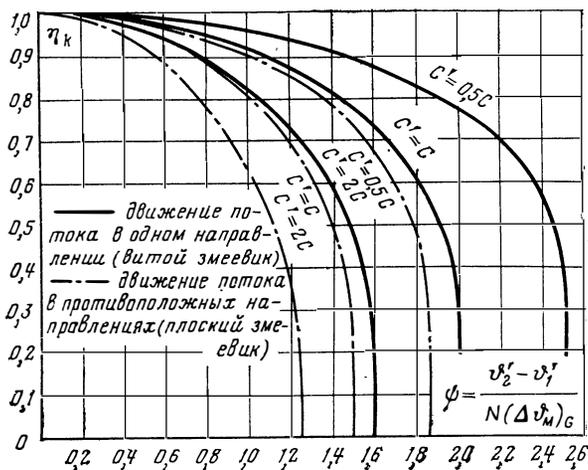


Рис. 104. Эффективность η_k перекрестно-противоточного теплообменника по сравнению с чисто противоточным при одинаково и противоположно направленном движении потока в соседних витках.

$t_2' - t_1'$ — полное изменение температуры внешнего потока газа; $(\Delta t_m)_c$ — средняя разность температур между обоими газами, рассчитанная как при чистом противотоке; N — число витков.

использовать также следующие найденные эмпирически приближенные уравнения:

для витого змеевика

$$\eta_k = 1 - \frac{C'}{C} \frac{\psi^2}{1.2}; \quad (367)$$

для плоского змеевика

$$\eta_k = 1 - \frac{C'}{C} \frac{\psi^2}{6}. \quad (368)$$

Согласно рис. 104 при $\psi=1$ и $C=C'$ для витого змеевика $\eta_k=0,91$, а для плоского змеевика $\eta_k=0,81$. Если учесть, что $\psi=1$ соответствует очень неблагоприятному, практически редко встречающемуся случаю, то следует признать, что ухудшение теплопередачи по сравнению с чистым противотоком сравнительно мало. Но следует учитывать, что коэффициенты теплопередачи на наружной стороне труб при перекрестном токе, как правило, в 2—3 раза выше, чем при параллельном. Обусловленное этим увеличение коэффициента теплопередачи k обычно значительно перевешивает уменьшение η_k .

47. Теплопередача через обретенные трубы

Часто коэффициент теплоотдачи с одной стороны теплопередающей стенки значительно меньше, чем с другой, например, если с первой из названных сторон движется газ, а с другой стороны — капельная жидкость. Это различие можно несколько выровнять, если с наружной стороны, как показано в § 14 и 45, обеспечить поперечное обтекание труб газом. Однако еще эффективнее установить с той стороны теплопередающей стенки, на которой теплоотдача хуже, ребра и тем самым значительно увеличить с этой стороны теплоотдающую поверхность. Прямые ребра применяются обычно на вертикальных поверхностях, например на охлаждаемых воздухом сосудах или в некоторых типах отопи-

гельных радиаторов. Значительно чаще применяются круглые ребра, устанавливаемые на одинаковых расстояниях друг от друга на наружной стороне труб.

Теплота, которую ребро воспринимает от окружающего газа, распространяется внутрь ребра и в конце концов через его основание передается стенке трубы. Если же температура стенки выше, чем температура окружающего газа, то направление теплопереноса будет обратным. Поскольку для такого переноса теплоты необходим градиент температуры по ребру, разность средней температуры поверхности ребра и окружающего газа меньше, чем разность температур поверхности и газа в основании ребра. Отношение этих разностей температур называют КПД ребра η_R .

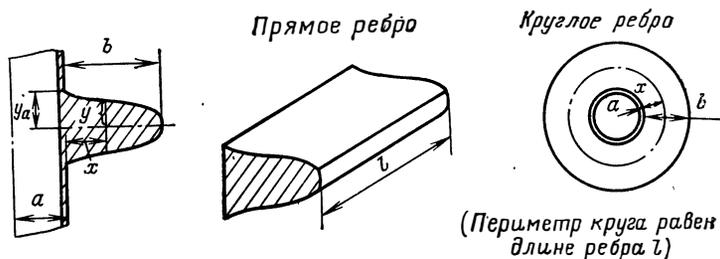


Рис. 105. Профильные сечения и общий вид ребер.

В дальнейшем будет показано, как рассчитать градиент температуры в ребре, а следовательно, и КПД ребра, если считать, что коэффициент теплоотдачи на поверхности ребра постоянен. В какой степени это допущение справедливо и каких значений коэффициента теплоотдачи можно ожидать, опираясь на результаты экспериментальных исследований, мы уже рассмотрели в § 15.

Дифференциальное уравнение, описывающее распределение температуры в ребре. Дифференциальное уравнение будет получено в столь общем виде, что оно окажется справедливым, как для круглых, так и для прямых ребер. Навитые на трубу ребра мы будем рассчитывать как круглые.

На рис. 105 слева представлено профильное сечение ребра, которое ради ясности изображено более широким, чем в действительности. Обозначим через x расстояние рассматриваемого поперечного сечения от основания ребра, а через y — полутолщину ребра в сечении x . Расстояние внешнего края ребра от основания обозначим буквой b , а наружный радиус трубы и, следовательно, расстояние основания ребра от оси трубы — буквой a . Под длиной прямого ребра l будем понимать его размер в направлении, перпендикулярном к рассматриваемому профильному сечению (см. рис. 105, в середине). Для круглых ребер l равна длине окружности, расположенной внутри ребра концентрично его оси на расстоянии x от основания ребра (она показана штриховой линией на рис. 105 справа). Следовательно, в этом случае

$$l = 2\pi(a + x), \quad (369)$$

т. е. для круглых ребер l зависит от x . Тогда согласно рис. 105 слева для круглых ребер цилиндрические поверхности площадью ly представляют собой половины перпендикулярных к направлению x поверхностей, через которые теплота распространяется по ребру преимущественно в радиальном направлении. Обозначим, кроме того, через λ_s теплопро-

водность материала ребра, а через Θ избыточную (по отношению к постоянной температуре окружающего газа) температуру ребра на расстоянии x от основания. Тогда через поверхность площадью ly передается в единицу времени количество теплоты

$$\dot{Q} = -\lambda_s ly \frac{d\Theta}{dx}. \quad (370)$$

Рассматриваемая половина ребра между координатами x и $x+dx$ соприкасается с газом приближенно по поверхности площадью ldx . Через эту поверхность к газу отдается тепловой поток

$$-d\dot{Q} = \alpha_R \Theta l dx, \quad (371)$$

где α_R — действительный коэффициент теплоотдачи от ребра к газу.

При расчете предполагается, что α_R не изменяется или зависит только от x .

Если мы продифференцируем уравнение (370) по x и подставим результат в уравнение (371), то с учетом (369) получим следующее дифференциальное уравнение для распределения температуры в ребре:

$$\frac{d^2\Theta}{dx^2} + \left(\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} + \frac{1}{a+x} \right) \frac{d\Theta}{dx} - \frac{\alpha_R}{\lambda_s y} \Theta = 0. \quad (372)$$

Для прямых ребер $a = \infty$ и, следовательно, $1/(a+x) = 0$. Дифференциальное уравнение для распределения температуры в ребрах впервые получил Э. Шмидт [2.61], однако, в отличие от уравнения (372), отдельно для прямых и круглых ребер.

Решение дифференциального уравнения согласно Э. Шмидту. Для наиболее важных частных случаев при $\alpha_R = \text{const}$ Шмидт [2.61] получил следующие замкнутые решения дифференциального уравнения теплопроводности. Пусть через y_a обозначена полутолщина ребра в основании, а через Θ_a — избыточная температура в основании. Кроме того, для круглых ребер через r обозначено расстояние рассматриваемого места ребра с координатой x от оси трубы, а через R — внешний радиус ребра, так что $r = a + x$ и $R = a + b$. Если ввести еще обозначение

$$i = \sqrt{\frac{\alpha_R}{\lambda_s y_a}}, \quad (373)$$

то решения Шмидта имеют вид:

1) для прямого ребра прямоугольного профиля ($y = y_a = \text{const}$, см. рис. 107)

$$\frac{\Theta}{\Theta_a} = \frac{\text{ch } i\mu(b-x)}{\text{ch } i\mu b}; \quad (374)$$

2) для прямого ребра треугольного профиля ($y = 0$ при $x = b$, см. рис. 107)

$$\frac{\Theta}{\Theta_a} = \frac{J_0 [i\mu \sqrt{b(b-x)}]}{J_0(2i\mu b)}; \quad (375)$$

3) для круглого ребра прямоугольного профиля (см. рис. 107, внизу)

$$\frac{\Theta}{\Theta_a} = \frac{J_0(i\mu r) H_1(i\mu R) + iH(i\mu r) iJ_1(i\mu R)}{J_0(i\mu a) H_1(i\mu R) + iH_0(i\mu a) iJ_1(i\mu R)}, \quad (376)$$

где J_0 , J_1 и H_0 , H_1 — функции Бесселя и Ханкеля нулевого и первого порядков.

* В последнее время вместо $i^{-n} J_n(ix)$ записывают также $I_n(x)$.

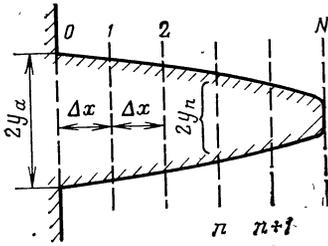


Рис. 106. Деление ребра на N участков одинаковой ширины Δx .

Если в эти уравнения подставить $x=b$ и соответственно $r=R$, то получим избыточную температуру у вершины ребра Θ_b .

С помощью следующего рассмотрения, несколько развивающего анализ Шмидта, удастся быстро проанализировать работу ребра заданных размеров [2.20]. Введем КПД ребра¹

$$\eta_R = Q/Q_a, \quad (377)$$

равный отношению действительно передаваемого половиной ребра в единицу времени количества теплоты Q к количеству теплоты Q_a , которое передавалось бы, если бы все ребро имело избыточную температуру Θ_a , равную температуре в основании. С помощью полученных Э. Шмидтом [2.61] уравнений для Θ/Θ_a находим следующие соотношения для КПД:

1) для прямого ребра прямоугольного профиля

$$\eta_R = \text{th}(\mu b) / \mu b; \quad (378)$$

2) для прямого ребра треугольного профиля

$$\eta_R = \frac{-iJ_1(2i\mu b)}{\mu b J_0'(2i\mu b)}; \quad (379)$$

3) для круглого ребра прямоугольного профиля

$$\eta_R = \frac{-2a}{i\mu(R^2 - a^2)} \frac{J_1(i\mu a) H_1(i\mu R) - H_1(i\mu a) J_1(i\mu R)}{J_0(i\mu a) H_1(i\mu R) - H_0(i\mu a) J_1(i\mu R)}. \quad (380)$$

Приближенный метод расчета ребер произвольного профиля. Для расчета распределения температуры в ребрах с произвольной формой профиля разработан следующий приближенный способ [2.20].

Разделим мысленно ребро в направлении x на произвольное число N отрезков одинаковой ширины Δx и перенумеруем линии раздела последовательно, начиная от основания и до вершины ребра $0, 1, 2, \dots, N$ (рис. 106). В сечении n с координатой $x=n\Delta x$ избыточная температура равна Θ_n , а в сечениях $n-1$ и $n+1$ соответственно Θ_{n-1} и Θ_{n+1} . Если для сечения n записать приближенно

$$\frac{d\Theta}{dx} = \frac{\Theta_{n+1} - \Theta_{n-1}}{2\Delta x}, \quad (381)$$

и

$$\frac{d^2\Theta}{dx^2} = \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{\Theta_{n+1} - \Theta_n}{\Delta x} - \frac{\Theta_n - \Theta_{n-1}}{\Delta x} \right) = \frac{\Theta_{n-1} - 2\Theta_n + \Theta_{n+1}}{(\Delta x)^2}, \quad (382)$$

то дифференциальное уравнение (37-) переходит в уравнение в конечных разностях

$$\frac{\Theta_{n-1}}{\Theta_b} = 2 \frac{\sigma + \frac{\alpha R n}{\Delta s n y_n} (\Delta x)^2}{2 - \left(\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} + \frac{1}{a+x} \right) \Delta x} \frac{\Theta_n}{\Theta_b} - \frac{\sigma + \left(\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} + \frac{1}{a+x} \right)_n \Delta x}{2 - \left(\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} + \frac{1}{a+x} \right) \Delta x} \frac{\Theta_{n+1}}{\Theta_b}, \quad (383)$$

¹ Иногда высказывают мнение, что в данном случае лучше говорить об эффективности, а не о КПД ребра.

в котором обе части разделены на избыточную температуру у вершины ребра Θ_b . Через α_{Rn} , λ_{sn} , y_n и $\left(\frac{1}{y} \frac{dy}{dx} + \frac{1}{a+x}\right)_n$ здесь обозначены α_R , λ_s и т. д. в сечении n . Принято, что они изменяются по координате x . С помощью уравнения (383) можно рассчитать Θ_{n-1}/Θ_b последовательно от узла к узлу в направлении от вершины к основанию ребра.

Только для самого внешнего участка, прилегающего к вершине ребра, с которого должен начинаться расчет при $\Theta_N/\Theta_b=1$, уравнение (383) нельзя применить непосредственно. Поэтому для избыточной температуры Θ на этом участке запишем следующую особую формулу:

$$\Theta = \Theta_b + \left(\frac{d\Theta}{dx}\right)_b (x-b) + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2\Theta}{dx^2}\right)_b (x-b)^2. \quad (384)$$

Согласно уравнению (372) при $x=b$

$$\left(\frac{d^2\Theta}{dx^2}\right)_b = \frac{\alpha_{Rb}}{\lambda_{sb}y_b} \Theta_b - \left[\frac{1}{y_b} \left(\frac{dy}{dx}\right)_b + \frac{1}{a+b}\right] \left(\frac{d\Theta}{dx}\right)_b \quad (385)$$

Следует только проводить различие между случаем $y_b=0$ (для треугольного ребра) и $y_b>0$. При $y_b=0$, умножая обе части уравнения (385) на y_b , получаем:

$$\left(\frac{d\Theta}{dx}\right)_b = \frac{\alpha_{Rb}}{\lambda_{sb}} \frac{\Theta_b}{\left(\frac{dy}{dx}\right)_b}. \quad (386)$$

Значение $(d^2\Theta/dx^2)_b$, которое при этом осталось неопределенным, можно с достаточной точностью принять равным нулю. Это возможно, потому что график распределения температуры в треугольном ребре, показанный штриховой линией на рассматриваемом ниже рис 107, почти прямолинейный. Тогда подставляя (386) в уравнение (384), для сечения $N-1$ при $y_b=0$ получаем:

$$\frac{\Theta_{N-1}}{\Theta_b} = 1 - \frac{\alpha_{Rb}}{\lambda_{sb}} \frac{\Delta x}{\left(\frac{dy}{dx}\right)_b} \quad (387)$$

Если же y_b отличается от нуля, то теплота передается и через узкий цилиндрический торец ребра. Однако поскольку это количество теплоты сравнительно мало, им можно, как это сделал и Шмидт [2.61], пренебречь и принять $(d\Theta/dx)_b=0$. Тогда в соответствии с уравнениями (384) и (385) для температуры в сечении $N-1$ при $y_b>0$ и $(d\Theta/dx)_b=0$ получаем:

$$\frac{\Theta_{N-1}}{\Theta_b} = 1 + \frac{\alpha_{Rb}}{\lambda_{sb}} \frac{(\Delta x)^2}{2y_b}. \quad (388)$$

По уравнению (387) или (388) теперь можно, не зная Θ_b , определить значение Θ_{N-1}/Θ_b . Остальные значения Θ_{N-2}/Θ_b и т. д. могут быть рассчитаны последовательно от узла к узлу по уравнению (383). Последним получаем значение Θ_a/Θ_b . Если температура в основании ребра Θ_a известна, то тем самым определяется температура у вершины ребра Θ_b , а с помощью последовательного пошагового расчета — и все распределение температуры вдоль ребра. Если толщина ребра $2y$ изменяется не очень сильно, то уже деление ребра на 4—5 участков дает достаточно точный результат.

Расчет КПД ребра методом конечных разностей. После того как найдено распределение температуры в ребре, можно просто рассчитать количество теплоты, передаваемой ребром, и с помощью уравнения (377) определить КПД ребра.

Поскольку избыточная температура ребра по отношению к потоку газа равна Θ , количество теплоты, отдаваемой в единицу времени через поверхность ребра, составляет:

$$\dot{Q} = \int_a \alpha_R \Theta l dx, \quad (389)$$

где l определяется по уравнению (369).

Если из предшествующего расчета известны значения Θ_a , Θ_1 , $\Theta_2 \dots$, Θ_b , то этот интеграл можно вычислить приближенно, например, по правилу Симпсона.

Количество теплоты \dot{Q}_a , которая была бы передана, если бы вся поверхность ребра имела избыточную температуру Θ_a , определяется из уравнения (389) после подстановки в него $\Theta = \Theta_a = \text{const}$. Например, если α_R не изменяется, то

$$\dot{Q}_a = \alpha_R (2a + b) b \pi \Theta_a. \quad (390)$$

Подставив значение \dot{Q} , рассчитанное по (389), и \dot{Q}_a из (390) в (377), найдем КПД ребра.

Расчет ребер при изменяющемся коэффициенте теплоотдачи. Для случая, когда коэффициент теплоотдачи зависит от расстояния до

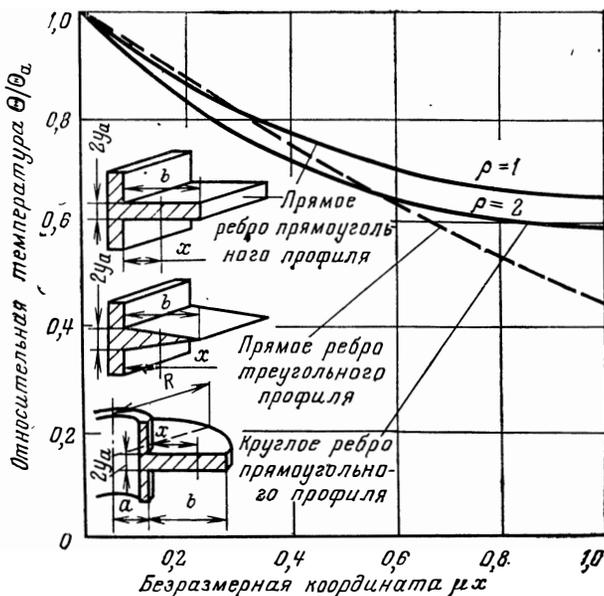


Рис. 107. Распределение температуры в ребрах при $\mu b = 1$, где $\mu = \sqrt{\alpha_R / (\lambda_s y_a)}$.

основания ребра x , описанный конечно-разностный метод расчета можно применять непосредственно. Правда, из рассмотренных в § 15 опытных данных (см. рис. 19) следует, что для круглых ребер α_R часто изменяется также в зависимости от угла между рассматриваемым радиусом ребра и направлением набегающего потока. В этом случае ребра можно разделить на секторы таким образом, что в пределах

каждого сектора угловой зависимости α_R без большой ошибки можно пренебречь. Расчет тогда проводят для каждого сектора в отдельности. Возможно, этот расчет можно было бы еще улучшить, если бы удалось разделить ребро не по радиусам, а по линиям теплового потока.

Результаты расчетов. На рис. 107—109 показаны результаты расчетов, проведенных в основном по уравнениям Э. Шмидта (374)—(376), а также по уравнениям (378)—(380). По оси абсцисс отложены безразмерные комплексы μ или μb , причем μ определяется уравнением (373) и, так же как и α_R и λ_s , считается неизменным.

На рис. 107 представлено распределение температур в ребрах такой ширины b , что параметр $\mu b = 1$. На графике показано отношение избыточных температур в сечении с координатой x и в основании ребра Θ/Θ_a в зависимости от параметра μx . Сплошные линии относятся к ребрам прямоугольного профиля. Верхняя из этих кривых относится к прямому ребру², нижняя кривая — к круглому ребру с отношением радиусов $\rho = R/a = 2$, т. е. внешний радиус ребра R вдвое больше, чем внешний радиус трубы a . Поскольку теплоотдача с узких цилиндрических торцевых поверхностей ребер пренебрежимо мала, обе кривые имеют у вершины ребра горизонтальные касательные. Штриховой линией показано распределение температуры для прямого ребра треугольного профиля. В этом случае наклон температурной кривой вплоть до вершины ребра изменяется очень слабо, поскольку вместе с уменьшением теплового потока по направлению к вершине ребра почти в той же степени уменьшается и поперечное сечение, через которое он проходит.

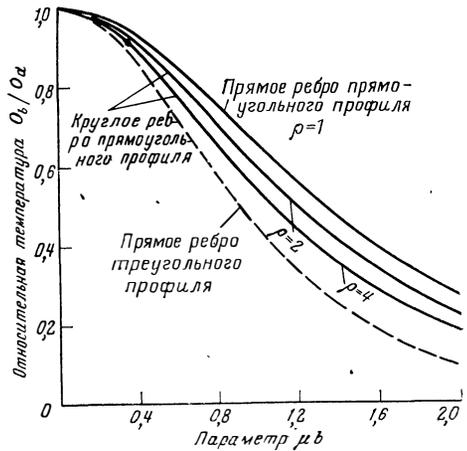


Рис. 108. Температура у вершины ребра Θ_t .

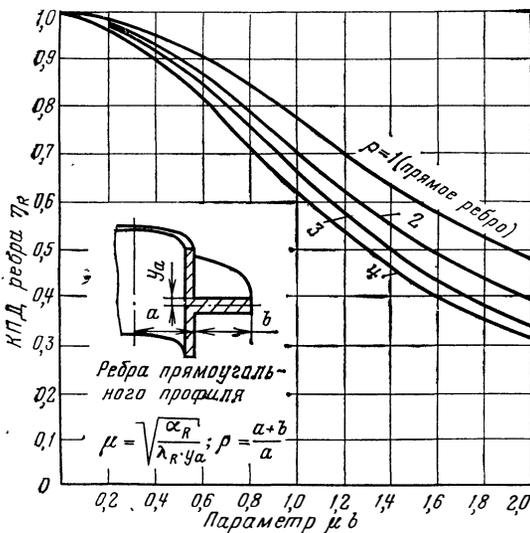


Рис. 109. Коэффициент полезного действия ребер прямоугольного профиля.

На рис. 108 показана зависимость отношения избыточных температур у вершины и в основании ребра Θ_t/Θ_a от параметра μb . Вновь сплош-

¹ Согласно принятой в настоящее время терминологии этот размер называют высотой ребра. — Прим. пер.

² Навитые ребра, гофрированные в основании, следуя Гофману [2.24], нужно рассчитывать как прямые ребра, поскольку как наружная поверхность, так и поперечные сечения, через которые передается тепловой поток, в обоих случаях одинаковы.

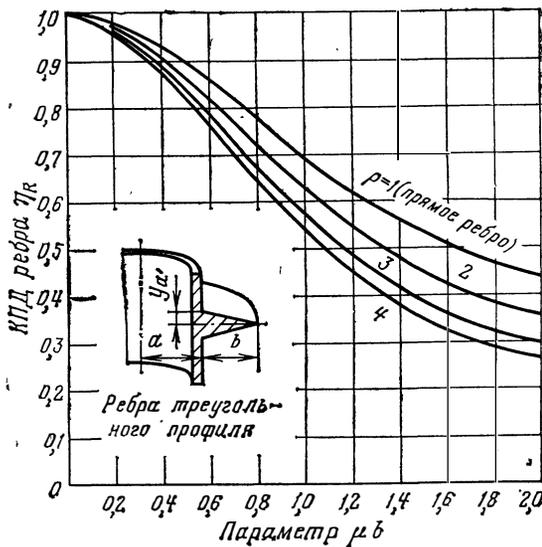


Рис 110. Коэффициент полезного действия ребер треугольного профиля.

Т. Шмидта, которые справедливы также для поверхности трубы между ребрами [см. уравнение (63)] получают отданный или воспринятый оребренной трубой тепловой поток.

Глава пятая

МНОГОХОДОВЫЕ РЕКУПЕРАТОРЫ

48. Теплообменники с последовательно включенными ходами

В трубчатых рекуператорах трубный пучок часто делят на несколько расположенных рядом групп труб, которые соединяют последовательно (рис. 111). При этом образуется общий тракт из внутренних ходов, по которому, многократно изменяя направление, движется один поток газа, в то время как другой поток продувается в межтрубном пространстве.

Такого рода аппараты назовем «многоходовыми теплообменниками»¹. Под ходом в дальнейшем, если не будет оговорено специально, будем подразумевать общее внутреннее пространство всех труб одной группы.

Многоходовые теплообменники применяют прежде всего в тех случаях, когда коэффициент теплоотдачи в межтрубном пространстве выше, чем в трубах. Более высокий коэффициент теплоотдачи может быть обусловлен тем, что в межтрубном пространстве движется капельная жидкость или конденсируется пар, а при внешнем газовом

ные кривые относятся к ребрам прямоугольного профиля, а штриховая линия — к ребру треугольного профиля.

На рис. 109 и 110 показана зависимость КПД ребра η_k от параметра μb для тех же ребер и еще для нескольких ребер треугольного профиля. Зная размеры ребра b , a и $\rho = R/a$ (см. рис. 105), а также значения α_R и λ_s , по рис. 109 и 110 можно быстро найти η_k . После этого расчет теплового потока, передаваемого ребром, становится очень простым, если можно принять, что коэффициент теплоотдачи α_R постоянен по всей поверхности ребра. Используя значения α_R , рассчитанные по уравнению (64) на основании данных

¹ В Америке такие теплообменники называют «multipass heat exchangers».

потоке используются сегментовидные перегородки (см. рис. 54), вызывающие перекрестное обтекание трубного пучка. Путем деления труб на несколько ходов повышается скорость потока в трубах, а тем самым и коэффициент теплоотдачи этого потока.

Если число ходов четное, например два или четыре, оба потока одинаковое число раз движутся прямотоком и противотоком. При нечетном числе ходов их целесообразно соединять так, чтобы противоточное движение осуществлялось на 1 раз больше, чем прямоточное. В качестве примера на рис. 111 показан трехходовый рекуператор с таким соединением ходов.

Иногда для еще большей интенсификации теплопередачи и межтрубное пространство делят перегородками, расположенными параллельно оси рекуператора. Как будет более подробно показано в дальнейшем, результат такого деления по существу тот же, что и при последовательном соединении нескольких отдельных рекуператоров с соответственно меньшим числом труб.

Расчет многоходового теплообменника. Метод расчета теплообменников рассмотренного типа разработали Дэвис [2.6], Нэйгл [2.45], Ундервуд [2.65], Боуман [2.4] и Фишер [2.9]*. Поскольку при разработке этого метода всегда предполагалось, что более теплый газ движется в межтрубном пространстве, мы в дальнейшем в отличие от принятого ранее будем обозначать температуру внешнего потока газа через ϑ , а внутреннего — через ϑ' , причем ϑ одинаково по поперечному сечению теплообменника.

Рассмотрим сначала случай, когда межтрубное пространство не разделено, а число последовательно соединенных внутренних ходов — четно. Для этого случая Дэвис [2.6] и Нэйгл [2.45] нашли, что при одинаковых поверхностях нагрева, коэффициентах теплоотдачи и т. д. всех групп труб передаваемый тепловой поток в первом приближении не зависит от того, чему равно число ходов — 2, 4, 6 или любому другому четному числу. Проще говоря, это означает, что при заданных температурах обоих потоков на входе ϑ_1 и ϑ'_1 и выходе ϑ_2 и ϑ'_2 определяемая при названных условиях по уравнению (145) средняя разность температур для всего рекуператора $\Delta\vartheta_M$ примерно одинакова независимо от числа ходов (принятого четным). Ясно, что значение этой средней разности температур находится между соответствующими значениями для прямотока и чистого противотока, поскольку для отдельных групп труб попеременно осуществляется противоток и прямоток.

В то время как Дэвис без подробного обоснования дал только кривые для определения $\Delta\vartheta_M$, а Нэйгл пришел к уравнениям, которые можно решить только методом последовательных приближений, Ундервуд [2.65] для *двух последовательно соединенных ходов* получил следующее замкнутое решение:

$$\Delta\vartheta_M = \frac{\sqrt{(\vartheta_1 - \vartheta_2)^2 + (\vartheta'_2 - \vartheta'_1)^2}}{\ln \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2 - \vartheta'_1 - \vartheta'_2 + \sqrt{(\vartheta_1 - \vartheta_2)^2 + (\vartheta'_2 - \vartheta'_1)^2}}{\vartheta_1 + \vartheta_2 - \vartheta'_1 - \vartheta'_2 - \sqrt{(\vartheta_1 - \vartheta_2)^2 + (\vartheta'_2 - \vartheta'_1)^2}}} \quad (391)$$

* Смотри также [B.1].

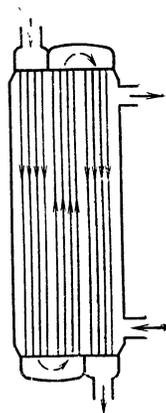


Рис. 111. Рекуператор с тремя последовательно включенными внутренними ходами.

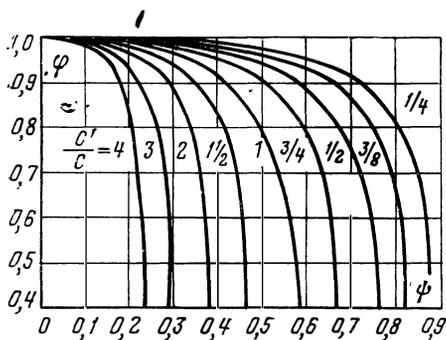


Рис. 112. Поправочный коэффициент для двух-, четырех-, шести- и многоходовых рекуператоров.

менника можно получить, если сравнить среднюю разность температур многоходового теплообменника $\Delta\vartheta_M$ со средней разностью температур чисто противоточного теплообменника $(\Delta\vartheta_M)_G$, рассчитанной по уравнению (181). Отношение

$$\varphi = \frac{\Delta\vartheta_M}{(\Delta\vartheta_M)_G} \quad (392)$$

представляет собой поправочный коэффициент¹, на который следует умножить $(\Delta\vartheta_M)_G$, чтобы получить действительную среднюю разность температур многоходового теплообменника $\Delta\vartheta_M$.

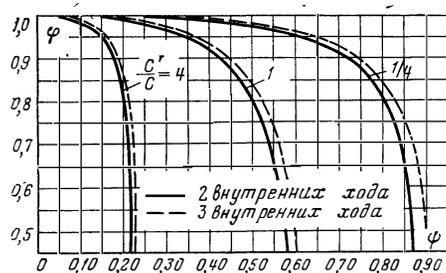


Рис. 113. Сравнение рекуператоров с двумя и тремя внутренними ходами.

На рис. 112 этот поправочный коэффициент показан для рекуператоров с двумя, четырьмя, шестью и т. д. ходами при различных отношениях теплоемкостей массовых расходов внутреннего и внешнего потоков C'/C . По оси абсцисс отложен безразмерный параметр

$$\psi = \frac{\vartheta'_2 - \vartheta'_1}{\vartheta_1 - \vartheta'_1}, \quad (393)$$

представляющий собой отношение повышения температуры внутреннего потока газа к разности между входными температурами обоих газов. При $C' \leq C$ параметр ψ согласно уравнениям (191) и (156) равен КПД теплообменника. Для расчета рис. 112 использованы уравнения (415) и (416), которые будут выведены позднее для двухходового

Это соотношение будет выведено в дальнейшем, чтобы не прерывать хода изложения основных результатов и применения теорин. Значительно более сложное уравнение, которое можно решить только методом последовательных приближений, Ундервуд [2.65] получил для теплообменника с четырьмя последовательно соединенными ходами. Соответствующий расчет для трехходового аппарата разработал Фишер [2.9].

Результаты расчета. Представление об эффективности теплооб-

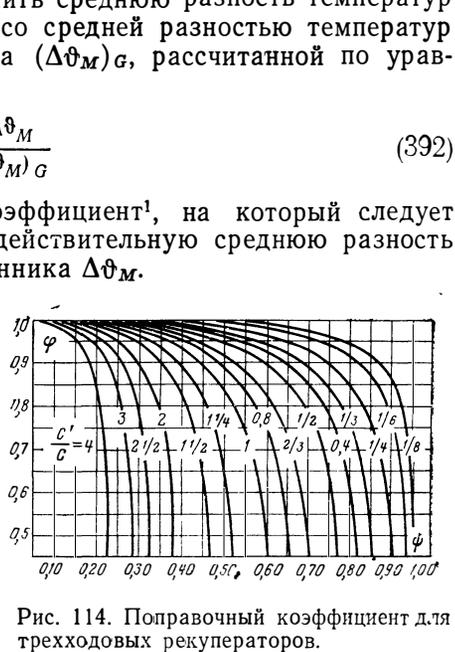


Рис. 114. Поправочный коэффициент для трехходовых рекуператоров.

* Этот поправочный коэффициент соответствует эффективности η_k перекрестно противоточного теплообменника [см. уравнение (357)].

аппарата. Но, как отмечалось выше, кривые на рис. 112 справедливы с достаточной точностью также и для четырех, шести и т. д. ходов.

У рекуператоров с тремя последовательно включенными ходами, из которых два работают в режиме противотока, а один — прямотока (рис. 113) вследствие большей близости к чистому противотоку, согласно расчетам Фишера разность температур $\Delta\theta_M$ оказывается выше, чем у теплообменников с четным числом ходов. Поэтому в этом случае, как показано на рис. 113 и 114, поправочный коэффициент ϕ при прочих равных условиях несколько больше.

Если температуры на входе и выходе $\theta_1, \theta'_1, \theta_2$ и θ'_2 , а также теплоемкости массовых расходов обоих газов C и C' заданы, то с помощью рис. 112 и 114 рассмотренным методом можно рассчитать многоходовой теплообменник столь же просто, как и чисто противоточный рекуператор. При этом сначала по заданным температурам определяют среднюю разность температур для чистого противотока $(\Delta\theta_M)_G$, а по уравнению (393) — безразмерный комплекс ψ . Определив по рис. 112 и 114 поправочный множитель, по уравнению (392) находят действительную среднюю разность температур многоходового рекуператора $\Delta\theta_M$.

Рекуператоры с несколькими внешними ходами. Нэйгл [2.45], Боуман [2.4] и Фишер [2.9] провели также анализ рекуператоров с несколькими ходами со стороны внешнего потока (рис. 115). При этом на каждый внешний ход приходится несколько, обычно 2 или 4, внутренних хода. Внешние ходы, как и все внутренние, соединены последовательно. Целью такого деления на несколько ходов является максимально возможное приближение к чистому противотоку и обеспечение тем самым более интенсивного теплообмена, чем в одноходовых теплообменниках. К тому же происходит повышение коэффициента теплоотдачи в межтрубном пространстве вследствие увеличения скорости внешнего потока¹.

В своих расчетах Нэйгл, Боуман и Фишер принимали, что на каждый внешний ход приходится одинаковая доля общей поверхности нагрева F , равная при N ходах F/N , и что коэффициент теплопередачи k для всех ходов одинаков. Поэтому они пришли к выводу, что поправочный коэффициент ϕ в этом случае для всех внешних ходов одинаков и совпадает с поправочным коэффициентом для теплообменника в целом. Довольно сложным путем эти авторы получили соответствующие уравнения. Однако к тому же результату можно прийти значительно проще на основании следующего рассмотрения².

Рисунки 112 и 114 справедливы не только для всего рекуператора, но и для каждого отдельного внешнего хода, если параметр ψ определять по температурам в начале и конце соответствующего хода. Но если известны только температуры на входе и выходе $\theta_1, \theta'_1, \theta_2$ и θ'_2 для теплообменника в целом, то ψ для отдельного хода можно найти путем следующего пересчета.

Проследим за изменением температуры внешнего потока газа в последовательных ходах (рис. 116). Газ входит в теплообменник с температурой θ_1 , температуру потока в конце первого хода обозначим θ_a , а в конце второго хода θ_b . В конце последнего

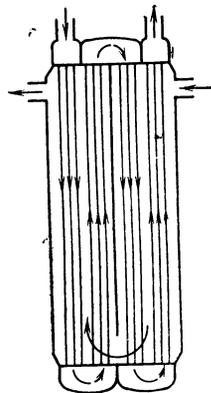


Рис. 115. Рекуператор с четырьмя внутренними и двумя внешними ходами.

¹ Увеличение коэффициента теплоотдачи происходит в этом случае также за счет дополнительных возмущений потока, вызванных его поворотами. — *Прим. ред.*

² Согласно работе автора, опубликованной в первом издании этой книги.

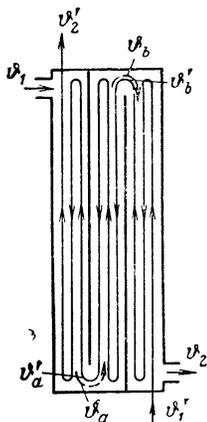


Рис. 116. Температуры в рекуператоре с несколькими внешними ходами.

хода газ достигает температуры на выходе из теплообменника ϑ_2 . Соответственно пусть внутритрубный поток газа при переходе от второго к первому из этих ходов имеет температуру ϑ'_a , при переходе от третьего ко второму ходу — температуру ϑ'_b и т. д. Если, кроме того, как это было принято, значения F/N , k , а также C'/C для всех внешних ходов одинаковы, то эти ходы эквивалентны друг другу в том смысле, что отношения разностей температур на их концах также одинаковы. Если на каждый внешний ход приходится только один внутренний, то это следует из второго уравнения (171), в которое вместо F нужно подставить F/N . Следовательно, справедливо следующее соотношение (рис. 116):

$$\frac{\vartheta_a - \vartheta'_a}{\vartheta_1 - \vartheta'_2} = \frac{\vartheta_b - \vartheta'_b}{\vartheta_a - \vartheta'_a} = \frac{\vartheta_c - \vartheta'_c}{\vartheta_b - \vartheta'_b} \text{ и т. д.}$$

Отсюда следует, что

$$\frac{\vartheta_b - \vartheta'_b}{\vartheta_1 - \vartheta'_2} = \left(\frac{\vartheta_a - \vartheta'_a}{\vartheta_1 - \vartheta'_2} \right)^2; \quad \frac{\vartheta_c - \vartheta'_c}{\vartheta_1 - \vartheta'_2} = \left(\frac{\vartheta_a - \vartheta'_a}{\vartheta_1 - \vartheta'_2} \right)^3$$

и соответственно с учетом всех N внешних ходов

$$\frac{\vartheta_2 - \vartheta'_1}{\vartheta_1 - \vartheta'_2} = \left(\frac{\vartheta_a - \vartheta'_a}{\vartheta_1 - \vartheta'_2} \right)^N$$

или

$$\frac{\vartheta_a - \vartheta'_a}{\vartheta_1 - \vartheta'_2} = \sqrt[N]{\frac{\vartheta_2 - \vartheta'_1}{\vartheta_1 - \vartheta'_2}}. \quad (394)$$

Если учесть уравнение теплового баланса для первого внешнего хода

$$C(\vartheta_1 - \vartheta_a) = C'(\vartheta'_2 - \vartheta'_a) \quad (395)$$

и подставить ϑ_a из уравнения (394) в (395), то будем иметь:

$$\vartheta'_2 - \vartheta'_a = (\vartheta_1 - \vartheta'_2) \frac{C}{C' - C} \left[1 - \sqrt[N]{\frac{\vartheta_2 - \vartheta'_1}{\vartheta_1 - \vartheta'_2}} \right]. \quad (396)$$

Применив определение ψ [уравнение (393)] к первому внешнему ходу, найдем, что

$$\psi = \frac{\vartheta'_2 - \vartheta'_a}{\vartheta_1 - \vartheta'_a}. \quad (397)$$

Подставив сюда ϑ'_a из уравнения (396), получим:

$$\psi = \frac{1 - \sqrt[N]{\frac{\vartheta_2 - \vartheta'_1}{\vartheta_1 - \vartheta'_2}}}{\frac{C'}{C} - \sqrt[N]{\frac{\vartheta_2 - \vartheta'_1}{\vartheta_1 - \vartheta'_2}}}. \quad (398)$$

Это и есть искомое соотношение для ψ , в которое, кроме C и C' , входят еще только температуры обоих газов на входе и выходе из теплообменника ϑ_1 , ϑ'_1 , ϑ_2 и ϑ'_2 . Как следует из упомянутой эквивалентности внешних ходов или из особого анализа для любого другого хода, уравнение (398) в равной мере справедливо для всех ходов. С помощью рассчитанного по уравнению (398) значения ψ можно по рис. 112 или 114 определить поправочный коэффициент ϕ для любого внешнего хода, а тем самым и для всего теплообменника.

Вывод уравнения (391) для двухходового теплообменника. Теперь вернемся к выводу уравнения (391), при этом будем следовать анализу Ундервуда. Как уже упоми-

налось, Ундервуд [2.65] получил уравнение (391) для теплообменника с двумя последовательно соединенными внутренними ходами с равным числом труб и, следовательно, одинаковыми поверхностями нагрева и с одним внешним ходом (рис. 117). Предполагается, что теплоемкости C , C' и коэффициент теплопередачи k постоянны. Предполагается также, что температура в рассматриваемом поперечном сечении межтрубного пространства одна и та же, что приближенно выполняется при наличии поперечных перегородок или при сильном перемешивании газа. Будем считать положительным направлением для продольной координаты f теплообменника направление уменьшения температуры внешнего газового потока. В частности, на рис. 117 — это направление сверху вниз. Пусть нагреваемый газ с температурой ϑ' в левой половине трубного пучка движется вверх, а в правой половине — вниз. Пусть в произвольно выбранном сечении AB этот газ имеет слева температуру ϑ'_l , а справа ϑ'_r . Через бесконечно малый элемент поверхности нагрева df , прилегающий к рассматриваемому сечению, в единицу времени передается количество теплоты

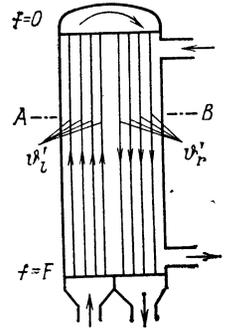


Рис. 117. Рекуператор с двумя внутренними ходами.

$$dq = -Cd\vartheta = -C'd\vartheta'_l + C'd\vartheta'_r. \quad (399)$$

Знак «минус» учитывает, что ϑ и ϑ'_l в направлении роста f уменьшаются. Для теплового потока, передаваемого в каждом из ходов с поверхностью нагрева $df/2$, имеем:

$$dq_l = -C'd\vartheta'_l = k \frac{df}{2} (\vartheta - \vartheta'_l); \quad (400)$$

$$dq_r = +C'd\vartheta'_r = k \frac{df}{2} (\vartheta - \vartheta'_r). \quad (401)$$

Таким образом, для распределения температур мы получим три сопряженных дифференциальных уравнения:

$$-C \frac{d\vartheta}{df} = C' \left(-\frac{d\vartheta'_l}{df} + \frac{d\vartheta'_r}{df} \right); \quad (402)$$

$$-\frac{d\vartheta'_l}{df} = \frac{k}{2C'} (\vartheta - \vartheta'_l); \quad (403)$$

$$+\frac{d\vartheta'_r}{df} = \frac{k}{2C'} (\vartheta - \vartheta'_r). \quad (404)$$

Эти уравнения имеют решения:

$$\vartheta = A + B \exp(\beta f) + D \exp(\gamma f); \quad (405)$$

$$\vartheta'_l = A + \frac{k}{k - 2C'\beta} B \exp(\beta f) + \frac{k}{k - 2C'\gamma} D \exp(\gamma f); \quad (406)$$

$$\vartheta'_r = A + \frac{k}{k + 2C'\beta} B \exp(\beta f) + \frac{k}{k + 2C'\gamma} D \exp(\gamma f), \quad (407)$$

где A , B и D — постоянные, подлежащие определению; β и γ находятся из соотношений:

$$\beta = \frac{k}{2C} \left[-1 + \sqrt{1 + \left(\frac{C}{C'}\right)^2} \right]; \quad (408)$$

$$\gamma = \frac{k}{2C} \left[-1 - \sqrt{1 + \left(\frac{C}{C'}\right)^2} \right]. \quad (409)$$

Из условия $\vartheta'_l = \vartheta'_r$, при $f=0$ (рис. 117, вверху) следует, что $D = -B$.

Это соотношение проще всего получить, если учесть, что β и γ , рассчитываемые по уравнениям (408) и (409), представляют собой оба корня уравнения

$$\frac{k}{k - 2C'x} - \frac{k}{k + 2C'x} = \frac{C}{C'}$$

с неизвестной x . Из других условий: $\vartheta = \vartheta_1$ при $f=0$ и $\vartheta = \vartheta_2$, $\vartheta' = \vartheta'_1$ и $\vartheta' = \vartheta'_2$ при $f=F$ получим

$$\vartheta_1 - \vartheta_2 = B[\exp(\gamma F) - \exp(\beta F)]$$

и

$$\vartheta_1 - \vartheta'_2 = B \left[\frac{k}{k + 2C'\gamma} \exp(\gamma F) - \frac{k}{k + 2C'\beta} \exp(\beta F) \right].$$

Исключая из двух последних уравнений B , после несложных преобразований получаем:

$$\exp[(\beta - \gamma)F] = \frac{(\vartheta_1 - \vartheta_2) \frac{k}{k + 2C'\gamma} - (\vartheta_1 - \vartheta'_2)}{(\vartheta_1 - \vartheta_2) \frac{k}{k + 2C'\beta} - (\vartheta_1 - \vartheta'_2)}.$$

С учетом уравнений (408) и (409) из этого соотношения следует, что

$$\frac{kF}{C} \sqrt{1 + \left(\frac{C}{C'}\right)^2} = \ln \frac{(\vartheta_1 - \vartheta_2) \left[1 - \frac{C'}{C} + \sqrt{1 + \left(\frac{C'}{C}\right)^2} \right] + 2 \frac{C'}{C} (\vartheta_1 - \vartheta'_2)}{(\vartheta_1 - \vartheta_2) \left[1 - \frac{C'}{C} - \sqrt{1 + \left(\frac{C'}{C}\right)^2} \right] + 2 \frac{C'}{C} (\vartheta_1 - \vartheta'_2)}. \quad (410)$$

Если, наконец, в это соотношение в соответствии с уравнениями (145) и (156) подставить

$$\frac{kF}{C} = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\Delta \vartheta_M}, \quad (411)$$

а в соответствии с уравнением (156)

$$\frac{C'}{C} = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\vartheta'_2 - \vartheta'_1}, \quad (412)$$

то оно преобразуется в искомое уравнение (391).

Ундервуд [2.65] доказал, что уравнение (391) остается неизменным, если в теплообменнике с двумя последовательно включенными внутренними ходами внутренний поток газа движется сначала прямооток и лишь затем противоток к внешнему потоку.

Чтобы получить зависимость φ от ψ (рис. 112—114), преобразуем еще уравнения (410) и (181) с помощью (411) и (393) следующим образом:

$$\frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\Delta \vartheta_M} \sqrt{1 + \left(\frac{C}{C'}\right)^2} = \ln \frac{2 - \psi \left[1 + \frac{C'}{C} - \sqrt{1 + \left(\frac{C'}{C}\right)^2} \right]}{2 - \psi \left[1 + \frac{C'}{C} + \sqrt{1 + \left(\frac{C'}{C}\right)^2} \right]}, \quad (413)$$

$$(\Delta \vartheta_M)_G = \frac{(\vartheta_1 - \vartheta_2) \left(1 - \frac{C}{C'}\right)}{\ln \frac{1 - \psi}{1 - \frac{C'}{C} \psi}}. \quad (414)$$

Тогда согласно уравнению (392) получим:

$$\varphi = \frac{\Delta\theta_M}{(\Delta\theta_M)_G} = \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{C'}{C}\right)^2}}{\frac{C'}{C} - 1} \frac{1.1 \frac{1 - \psi}{1 - \frac{C'}{C} \psi}}{\ln \frac{2 - \psi \left[1 + \frac{C'}{C} - \sqrt{1 + \left(\frac{C'}{C}\right)^2} \right]}{2 - \psi \left[1 + \frac{C'}{C} + \sqrt{1 + \left(\frac{C'}{C}\right)^2} \right]}}. \quad (415)$$

При $C = C'$ это уравнение упрощается путем перехода к пределу $\lim\left(\frac{C'}{C} - 1\right) = 0$:

$$\varphi = \frac{\psi}{1 - \psi} \frac{\sqrt{2}}{\ln \frac{2 - \psi(2 - \sqrt{2})}{2 - \psi(2 + \sqrt{2})}}. \quad (416)$$

Предельный случай бесконечно большого числа ходов. Разработанный Ундервудом [2.65] и другими авторами метод расчета теплообменников с числом внутренних ходов большим двух, как уже отмечалось, приводит к сложным соотношениям, разрешимым только методом последовательных приближений. Поэтому мы их здесь не приводим. Кроме того, поскольку было установлено, что различие между 2, 4, 6 или большим числом внутренних ходов лишь очень мало, достаточно рассмотреть только предельный случай бесконечно большого числа внутренних ходов, что можно сравнительно просто сделать на основе следующих соображений¹.

Рекуператор с бесконечно большим числом внутренних ходов соответствует схеме, изображенной на рис. 96, если предположить, что показанный на рисунке змеевик состоит из бесконечного числа вертикальных участков. Тогда изменение температуры внутреннего потока газа θ' в пределах одного хода или участка оказывается бесконечно малым. Поэтому температура этого газа изменяется медленно в зависимости от числа уже пройденных потоком ходов, т. е. на рис. 96 — только в горизонтальном направлении, и не зависит от направленной сверху вниз продольной координаты f . Процесс в целом соответствует чисто перекрестному току, как на рис. 83 или 91, но со следующим отличием. Если, как и для всех рассмотренных до сих пор многоходовых рекуператоров, предположить, что внешний поток газа в пределах каждого горизонтального поперечного сечения на рис. 96 имеет одинаковую температуру, то оказывается, что каждый из газов ведет себя так, как будто он не только движется перпендикулярно к направлению движения другого газа, но в каждом поперечном сечении, перпендикулярном направлению его собственного движения, он полностью перемешан. Этот случай может быть рассмотрен точно, если, так же как и в § 45, записать соответствующее дифференциальное уравнение и искать его решение.

Однако мы предпочитаем следующий более простой путь. Допустимо предположение, и его можно доказать с помощью точного расчета, что температура каждого из газов изменяется так, как будто другой газ имеет по всему теплообменнику одинаковую температуру и эта постоянная температура равна среднему значению θ_M или θ'_M из действительных температур соответствующего газа. Таким образом, мы рассмотрим сначала теплообмен внешнего потока газа с изменяющейся температурой θ с внутренним потоком газа с неизменной температурой θ'_M , а затем теплообмен внутреннего потока с изменяющейся температурой θ' с внешним потоком газа с неизменной температурой θ_M . При этом в соответствии с уравнением (152) получим для средней разности температур между обоими газами $\Delta\theta_M$, которую можно также принять равной $\theta_M - \theta'_M$, следующее соотношение²:

$$\Delta\theta_M = \frac{\theta_1 - \theta_2}{\ln \frac{\theta_1 - \theta'_M}{\theta_2 - \theta'_M}} = \frac{\theta'_2 - \theta'_1}{\ln \frac{\theta_M - \theta'_1}{\theta_M - \theta'_2}} = \theta_M - \theta'_M. \quad (417)$$

¹ Метод автора, опубликованный в первом издании этой книги.

² Уравнение (417) можно точно вывести из дифференциальных уравнений.

Если для краткости ввести обозначение

$$\chi = \frac{\vartheta_1 - \vartheta'_M}{\vartheta_2 - \vartheta'_M}, \quad (418)$$

то из первого и второго выражений уравнения (417) следует, что

$$\Delta\vartheta_M = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\ln \chi}. \quad (419)$$

Поэтому из (392) с учетом (414) получаем соотношение для φ :

$$\varphi = \frac{\Delta\vartheta_M}{(\Delta\vartheta_M)_G} = \frac{\ln \frac{1-\psi}{1-\frac{C'}{C}\psi}}{\left(1-\frac{C}{C'}\right) \ln \chi}. \quad (420)$$

Так как φ зависит только от ψ и C'/C (см. рис. 112—114), то в уравнении (420) следует избавиться еще от безразмерной величины χ . Чтобы найти связь между ψ , C'/C и χ , рассчитаем сначала $\vartheta_1 - \vartheta'_1$ следующим образом. Из второго и третьего выражений уравнения (417) с учетом (412) и (418) получаем:

$$\ln \frac{\vartheta_M - \vartheta'_1}{\vartheta_M - \vartheta'_2} = \ln \frac{\vartheta_M - \vartheta'_1}{(\vartheta_M - \vartheta'_1) - (\vartheta'_2 - \vartheta'_1)} = \frac{C}{C'} \ln \chi,$$

откуда

$$\vartheta_M - \vartheta'_1 = \frac{\vartheta'_2 - \vartheta'_1}{1 - \chi^{-C/C'}}. \quad (421)$$

Кроме того, из уравнений (418) и (412) следует, что

$$\vartheta_1 - \vartheta'_M = \frac{C'}{C} (\vartheta'_2 - \vartheta'_1) \frac{\chi}{\chi - 1}. \quad (422)$$

Наконец, уравнение (419) с учетом (412) и (417) можно записать в форме

$$\vartheta_M - \vartheta'_M = \frac{C'}{C} \frac{\vartheta'_2 - \vartheta'_1}{\ln \chi}. \quad (423)$$

Суммируя уравнения (421) и (422) и вычитая (423), получаем искомое выражение для $\vartheta_1 - \vartheta'_1$. В частности, согласно уравнению (393) с учетом выражения, полученного для $\vartheta_1 - \vartheta'_1$, имеем:

$$\frac{1}{\psi} = \frac{\vartheta_1 - \vartheta'_1}{\vartheta'_2 - \vartheta'_1} = \frac{\chi^{C/C'}}{\chi^{C/C'} - 1} + \frac{C'}{C} \left(\frac{\chi}{\chi - 1} - \frac{1}{\ln \chi} \right). \quad (424)$$

Уравнения (420) и (424) определяют искомую связь φ с ψ и C'/C . Правда, параметр χ невозможно исключить из этих уравнений с тем, чтобы получить соотношение, разрешенное относительно φ . Однако выбирая χ произвольно, при заданном C'/C из уравнений (420) и (424) получаем соответствующие друг другу значения φ и ψ . Поэтому для построения графика, аналогичного изображенному на рис. 112—114, наличие параметра вряд ли является недостатком. Но в каждом отдельном случае можно быстро получить приближенно правильные значения ψ и φ , поскольку, оценив ϑ'_M , с помощью уравнения (418) легко определить приближенное значение χ .

Для случая $C=C'$ уравнения (420) и (424) упрощаются и, как показывает переход $\lim (C'/C - 1) = 0$, преобразуются в соотношения:

$$\varphi = \frac{\psi}{(1-\psi) \ln \chi}; \quad (425)$$

$$\frac{1}{\psi} = 2 \frac{\chi}{\chi - 1} - \frac{1}{\ln \chi}. \quad (426)$$

Таким образом, найдены все уравнения, позволяющие вычислить поправочный множитель ϕ , определяемый согласно уравнению (392), для предельного случая бесконечно большого числа ходов.

Таблица 13. Зависимость поправочного коэффициента $\phi = \Delta\theta_M / (\Delta\theta_M)_G$ от параметра $\psi = (\theta'_2 - \theta'_1) / (\theta_1 - \theta'_1)$ при $C = C'$ для теплообменников с двумя и с бесконечным числом внутренних ходов и для чистого прямотока

ϕ	ϕ для теплообменников		
	С двумя ходами	С бесконечным числом ходов	Чистый прямоток
0,3	0,969	0,970	0,935
0,4	0,921	0,922	0,828
0,5	0,802	0,795	0,000
0,55	0,661	0,626	

В табл. 13, рассчитанной по уравнению (416), а также (425) и (426) для случая $C = C'$, показано, что, как и утверждалось выше, значения ϕ для теплообменников с двумя и с бесконечным числом ходов различаются слабо.

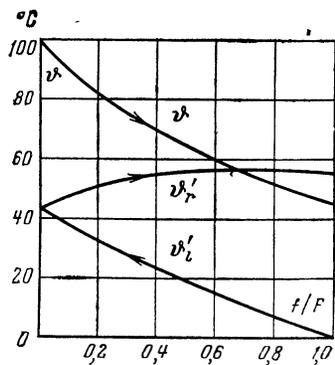


Рис. 118. Рекуператор с двумя внутренними ходами $\psi=0,55$; $\phi=0,661$ (первый ход противоточный, второй — прямоточный).

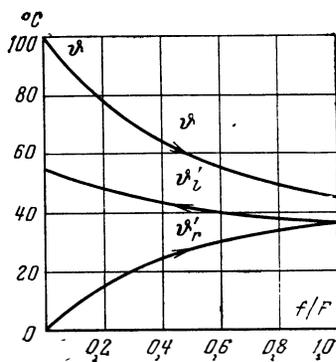


Рис. 119. Рекуператор с двумя внутренними ходами $\psi=0,55$; $\phi=0,661$ (первый ход — прямоточный, второй — противоточный).

При $\psi=0,3$ и $\psi=0,4$ значения ϕ с принятой в расчетах точностью для теплообменников с двумя ходами и с бесконечным числом ходов совпадают. При больших ψ значения ϕ для бесконечного числа ходов лишь немного меньше, чем для двух ходов. Примерно ту же картину получим, если проведем расчеты для других отношений C/C' , в частности, для таких предельных случаев, как $C'/C=4$ или $C'/C=1/4$.

Следует отметить, что ϕ не зависит от того, движется ли внутренний поток газа в противоположном направлении к внешнему потоку уже на первом ходу, как показано на рис. 117, или лишь на втором ходу. В последнем случае внутренний поток газа входит в теплообменник, как и внешний поток, сверху и после поворота у нижнего конца теплообменника покидает его также в верхней части. На рис. 118 и 119 представлены распределения температур для обоих случаев при $\theta_1 = 100^\circ\text{C}$, $\theta'_1 = 0^\circ\text{C}$, $\psi=0,55$, $\phi=0,661$ (последняя строка табл. 13), $C = C' = 300$ Вт/К и $k = 100$ Вт/($\text{м}^2 \cdot \text{К}$). В первом случае температура

внутреннего потока газа после прохождения пологого максимума перед выходом из рекуператора еще несколько уменьшается, что объясняется изменением знака разности температур между внутренним и внешним потоками.

Последний столбец табл. 13 дает возможность провести сравнение с чистым прямотоком. В этом случае под ϕ понимается отношение средних разностей температур при прямотоке и противотоке. Из сопоставления видны определенные преимущества двух- и многоходовых рекуператоров по сравнению с чисто прямоточными. Требуемая теплопередающая поверхность обратно пропорциональна ϕ .

49. Теплообмен между тремя потоками

Нередко один из потоков отдает теплоту или холод одновременно к двум или нескольким другим потокам. Например, теплота, содержащаяся в отходящих газах парового котла, может одновременно передаваться к питательной воде и воздуху, поступающему в топку.

Такой теплообмен между несколькими потоками можно осуществить в одном рекуператоре различными способами. На рис. 120 показана схема многопоточного кожухотрубчатого теплообменника. В качестве примера выбран противоточный криогенный теплообменник, служащий для предварительного охлаждения до очень низких температур направляемой на разделение газовой смеси. По одной группе труб движется, например, водород, по другой — метан, а по используемой в некоторых случаях третьей группе — окись углерода. Охлаждаемая смесь движется в межтрубном пространстве, заключенном в общий кожух. Трубный пучок состоит из прямых параллельных труб или — в перекрестно-противоточном теплообменнике (§ 46) — из витых змеевиков.

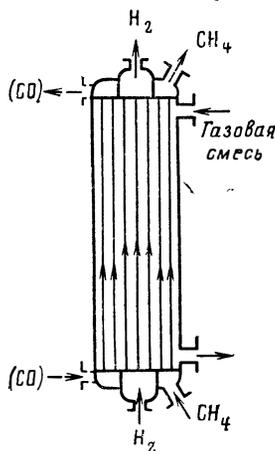


Рис. 120. Рекуператор для одновременной теплопередачи от газовой смеси к водороду и метану.

Часто совместно нагреваемые или охлаждаемые потоки претерпевают одинаковые изменения температуры. В этих случаях распределение температур незначительно отличается от того, какое было бы, если бы теплообмен с каждым из этих потоков происходил в отдельном параллельно включенном теплообменнике. Поэтому каждый из таких отдельных процессов теплообмена можно с достаточной точностью рассчитать уже рассмотренным методом.

Если же температуры потоков на входе и выходе существенно различаются или удельные теплоемкости газов различным образом зависят от температуры, то на теплообмен каждого из этих газов влияет одновременно протекающий теплообмен с другим газом. При этом распределение температур заметно отклоняется от соответствующего распределения в параллельно включенных теплообменниках и для его определения нужен специальный метод расчета.

Расчет распределения температур при не зависящих от температуры удельных теплоемкостях теплоносителей. Морли [2.44] рассчитал теплообмен одного потока с двумя другими для случая не зависящих от температуры удельных теплоемкостей. Его метод будет рассмотрен ниже в несколько видоизмененной форме.

Кроме удельных теплоемкостей принимаются постоянными коэффициенты теплоотдачи, а также теплопередающие поверхности на единицу длины рекуператора. Пусть газ с температурой ϑ охлаждается, а два других потока газа с температурами ϑ' и ϑ'' , движущиеся в противоположном направлении, нагреваются (рис. 121). Пусть полные теплоемкости массовых расходов газов, проходящих через теплообменник, равны C, C' и C'' . Полную теплопередающую поверхность рекуператора обозначим через F , причем теплообмен с газом, имеющим температуру ϑ' , осуществляется через поверхность F' , а с газом, имеющим температуру ϑ'' — через поверхность $F'' = F - F'$.

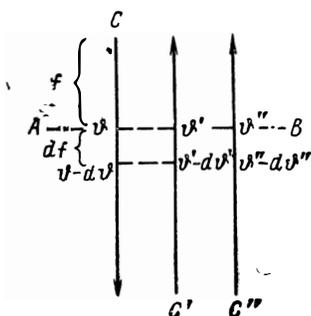


Рис. 121. Теплообмен между тремя потоками.

Соответствующие коэффициенты теплопередачи равны k' и k'' . Пусть рассматриваемое сечение рекуператора (сечение $A - B$ на рис. 121) определяется общей поверхностью нагрева f между этим сечением и местом входа более теплого газа (на рис. 120, вверху).

На бесконечно малом участке рекуператора с поверхностью нагрева df в единицу времени передается количество теплоты

$$d\dot{q} = -C d\vartheta = -(C' d\vartheta' + C'' d\vartheta''), \quad (427)$$

поскольку при положительном df приращения температур $d\vartheta, d\vartheta'$ и $d\vartheta''$ — отрицательны. Кроме того, для теплообмена с обоими нагреваемыми газами справедливы соотношения:

$$d\dot{q}' = -C' d\vartheta' = k' \frac{F'}{F} df (\vartheta - \vartheta'); \quad (428)$$

$$d\dot{q}'' = -C'' d\vartheta'' = k'' \frac{F''}{F} df (\vartheta - \vartheta''). \quad (429)$$

Таким образом, для распределения температур ϑ, ϑ' и ϑ'' в зависимости от f получаем три сопряженных дифференциальных уравнения

$$C \frac{d\vartheta}{df} = C' \frac{d\vartheta'}{df} + C'' \frac{d\vartheta''}{df}; \quad (430)$$

$$\frac{d\vartheta'}{df} = -K' (\vartheta - \vartheta'); \quad (431)$$

$$\frac{d\vartheta''}{df} = -K'' (\vartheta - \vartheta''), \quad (432)$$

где для краткости обозначено

$$\frac{k'F'}{C'F} = K' \quad \text{и} \quad \frac{k''F''}{C''F} = K''. \quad (433)$$

Эти дифференциальные уравнения имеют следующие решения:

$$\left. \begin{aligned} \vartheta &= A + B \exp(\beta f) + D \exp(\gamma f); \\ \vartheta' &= A + B' \exp(\beta f) + D' \exp(\gamma f); \\ \vartheta'' &= A + B'' \exp(\beta f) + D'' \exp(\gamma f). \end{aligned} \right\} \quad (434)$$

Подставляя эти выражения в дифференциальные уравнения (430)—(432) и учитывая, что коэффициенты при $e^{\beta f}$ и $e^{\gamma f}$ в обеих частях уравнений должны быть равны, получим следующие соотношения между постоянными:

$$\left. \begin{aligned} CB &= C'B' + C''B'', & CD &= C'D' + C''D''; \\ B'\beta &= -K'(B - B'), & D'\gamma &= -K'(D - D'); \\ B''\beta &= -K''(B - B''), & D''\gamma &= -K''(D - D''); \end{aligned} \right\} \quad (435)$$

из второго и третьего уравнений в левом столбце системы (435) следует, что

$$B' = \frac{K'}{K' - \beta} B; \quad B'' = \frac{K''}{K'' - \beta} B. \quad (436)$$

Подставляя эти соотношения в верхнее левое уравнение (435), имеем:

$$\beta^2 - \left[\left(1 - \frac{C'}{C}\right) K' + \left(1 - \frac{C''}{C}\right) K'' \right] \beta = \left(\frac{C' + C''}{C} - 1 \right) K' K''. \quad (437)$$

Поскольку такое же уравнение получается и для γ , параметры β и γ являются двумя корнями уравнения (437). В результате получаем:

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{C'}{C}\right) K' + \left(1 - \frac{C''}{C}\right) K'' \right] + \\ &+ \sqrt{\left(\frac{C' + C''}{C} - 1 \right) K' K'' + \frac{1}{4} \left[\left(1 - \frac{C'}{C}\right) K' + \left(1 - \frac{C''}{C}\right) K'' \right]^2}; \quad (438) \\ \gamma &= \frac{1}{2} \left[\left(1 - \frac{C'}{C}\right) K' + \left(1 - \frac{C''}{C}\right) K'' \right] - \\ &- \sqrt{\left(\frac{C' + C''}{C} - 1 \right) K' K'' + \frac{1}{4} \left[\left(1 - \frac{C'}{C}\right) K' + \left(1 - \frac{C''}{C}\right) K'' \right]^2}. \quad (439) \end{aligned}$$

Таким образом, с учетом (436) решения дифференциальных уравнений имеют вид:

$$\vartheta = A + B \exp(\beta f) + D \exp(\gamma f); \quad (440)$$

$$\vartheta' = A + \frac{K'}{K' - \beta} B \exp(\beta f) + \frac{K'}{K' - \gamma} D \exp(\gamma f); \quad (441)$$

$$\vartheta'' = A + \frac{K''}{K'' - \beta} B \exp(\beta f) + \frac{K''}{K'' - \gamma} D \exp(\gamma f). \quad (442)$$

Постоянные A , B и D в этих уравнениях пока остаются произвольными. Их можно определить из граничных условий, например по заданным температурам трех газов на одном конце теплообменника или по заданным температурам газов на входе.

Если при $f=0$ известны, например, температура на входе $\vartheta = \vartheta_1$ и температуры на выходе $\vartheta' = \vartheta'_2$ и $\vartheta'' = \vartheta''_2$, то, подставляя $f=0$ в уравнения (440)—(442), получаем:

$$B = \frac{(\gamma - K')(\vartheta_1 - \vartheta'_2) - (\gamma - K'')(\vartheta_1 - \vartheta''_2)}{\beta \left(\frac{\gamma - K'}{\beta - K'} - \frac{\gamma - K''}{\beta - K''} \right)}; \quad (443)$$

$$D = \frac{(\beta - K')(\vartheta_1 - \vartheta'_2) - (\beta - K'')(\vartheta_1 - \vartheta''_2)}{\gamma \left(\frac{\beta - K'}{\gamma - K'} - \frac{\beta - K''}{\gamma - K''} \right)}. \quad (444)$$

Если же заданы температуры всех газов на входе, т. е. ϑ_1 при $f=0$, а также ϑ'_1 и ϑ''_1 при $f=F$, то

$$B = \frac{\frac{\gamma - K'}{\gamma - K' [1 - \exp(\gamma F)]} (\vartheta_1 - \vartheta'_1) - \frac{\gamma - K''}{\gamma - K'' [1 - \exp(\gamma F)]} (\vartheta_1 - \vartheta''_1)}{\frac{\gamma - K'}{\beta - K' [1 - \exp(\beta F)]} - \frac{\gamma - K''}{\beta - K'' [1 - \exp(\beta F)]}}; \quad (445)$$

$$D = \frac{\frac{\beta - K'}{\beta - K' [1 - \exp(\beta F)]} (\vartheta_1 - \vartheta'_1) - \frac{\beta - K''}{\beta - K'' [1 - \exp(\beta F)]} (\vartheta_1 - \vartheta''_1)}{\frac{\beta - K' \gamma - K' [1 - \exp(\gamma F)]}{\gamma - K' \beta - K' [1 - \exp(\beta F)]} - \frac{\beta - K'' \gamma - K'' [1 - \exp(\gamma F)]}{\gamma - K'' \beta - K'' [1 - \exp(\beta F)]}}. \quad (446)$$

Для постоянной A из уравнения (440) при $f=0$ в обоих случаях получаем:

$$A = \vartheta_1 - (B + D). \quad (447)$$

После определения по этим уравнениям значений A , B и D с помощью решений (440) — (442) с учетом (433), (438) и (439) можно полностью рассчитать распределение температур в трех газах. Обратную же задачу, т. е. определение F' , F'' и $F = F' + F''$ по заданным температурам на входе и выходе, можно решить только методом последовательных приближений.

Приближенный метод расчета распределения температур при изменяющихся удельных теплоемкостях. Если теплоемкости потоков C , C' и C'' изменяются с температурой или коэффициенты теплопередачи k' и k'' не постоянны [а следовательно, в соответствии с уравнением (433) не постоянны и комплексы K' и K''], то часто, если эти изменения невелики, можно продолжать пользоваться приведенными выше уравнениями, выбрав для упомянутых величин подходящие средние значения. Часто даже при достаточно больших изменениях физических свойств теплоемкости, по крайней мере по участкам, можно считать неизменными. В этих случаях целесообразно рассматривать разность температур на одном конце рекуператора как заданную или предварительно принимать ее значение, а затем вести расчет последовательно для каждого участка по уравнениям (440) — (444).

Точнее изменение теплоемкостей можно учесть с помощью метода конечных разностей, к которому можно прийти, если заменить в уравнениях (427) — (429) температуры на соответствующие энтальпии. Такой метод был кратко описан в первом издании этой книги.

Глава шестая

УВЕЛИЧЕНИЕ ЭНТРОПИИ В ТЕПЛОБМЕННИКАХ *

50. Увеличение энтропии и повышение энергозатрат вследствие необратимости процесса теплопередачи

Процессы в теплообменниках в термодинамическом смысле *необратимы*. Действительно, в каждом сечении теплообменника теплота переходит от газа с большей температурой к газу с меньшей температурой; однако передача теплоты в обратном направлении физически невозможна. Поэтому согласно второму закону термодинамики в теплообменнике, даже если он не теряет теплоты в окружающую среду, должно происходить постоянное увеличение энтропии, которое можно определить следующим образом.

* Подробное изложение упомянутых в этой главе вопросов см. в книгах В. М. Бродянского «Эксергетический метод термодинамического анализа» (М.: Энергия, 1973) и В. М. Бродянского и А. М. Семенова «Термодинамические основы криогенной техники». (М.: Энергия, 1980). — *Прим. ред.*

Когда от тела с абсолютной температурой T передается к телу с более низкой температурой T' количество теплоты dq , энтропия первого тела уменьшается на dq/T , а энтропия второго тела увеличивается на dq/T'^* . Поэтому увеличение энтропии при таком теплообмене составляет $dq(1/T' - 1/T)$. Это же рассуждение мы можем применить к каждому отдельному сечению теплообменника, если под T и T' будем понимать абсолютные температуры обоих газов. Пусть $dq = \dot{d}q$ означает количество теплоты, передаваемой в единицу времени в рассматриваемом сечении через поверхность нагрева df . Если проинтегрировать приращения энтропии во всех сечениях, то получим следующее соотношение для полного увеличения энтропии в теплообменнике в единицу времени при $\dot{d}q = -\dot{m}dh = \dot{m}'dh'$:

$$\Delta S = \dot{m}' \int_{\delta'_1}^{\delta'_2} \frac{dh'}{T'} - \dot{m} \int_{\delta_1}^{\delta_2} \frac{dh}{T}. \quad (448)$$

При неизменных значениях C и C' с учетом того, что $\dot{m}dh = CdT$ и $\dot{m}'dh' = C'dT'$, из предыдущего уравнения следует:

$$\Delta S = C' \ln \frac{T'_2}{T'_1} - C \ln \frac{T_2}{T_1}, \quad (449)$$

где T_1 и T'_1 , T_2 и T'_2 — абсолютные температуры газов на входе и выходе.

Если же удельные теплоемкости газов, а следовательно C и C' , зависят от температуры, то ΔS проще всего определить, находя значения энтропии при температурах на входе и выходе (s_1, s'_1 и s_2, s'_2) по T, s или h, s -диаграммам для рассматриваемых веществ или по соответствующему уравнению состояния. Полное увеличение энтропии тогда составит:

$$\Delta S = \dot{m}'(s'_2 - s'_1) - \dot{m}(s_2 - s_1). \quad (450)$$

Вывод о том, что в теплообменнике происходит увеличение энтропии и это изменение можно рассчитать, представляет не только теоретический интерес. Согласно второму закону термодинамики всякое обусловленное необратимостью процесса увеличение энтропии $\Delta S_{\text{в}}$ представляет собой потери, которые практически проявляются как потери энергии или как повышенные затраты теплоты и работы.

Сравнительно просто это можно наблюдать в процессах, протекающих с затратой работы, при которых вещества — отвлекаясь от внутреннего взаимного теплообмена — участвуют во внешнем теплообмене

* При этом предполагается, что в процессе теплообмена каждое из этих тел претерпевает только обратимое изменение состояния, поскольку иначе нельзя было бы применять определение энтропии $ds = dq/T$, справедливое только для обратимых изменений состояния. Например, можно себе представить, что падение температуры происходит либо в очень тонком слое на поверхности раздела обоих тел (например, в пограничном слое при течении в трубах), либо в очень тонкой разделительной стенке с малой теплопроводностью, так что энтропией этого слоя или стенки в уравнении баланса энтропии можно пренебречь.

Для теплообменника, работающего в установившемся состоянии, при расчете увеличения энтропии не учитывается также падение температуры в толстых стенках с низкой теплопроводностью. Причина заключается в том, что в каждой точке внутри стенки температура, а следовательно, и термодинамическое состояние материала остаются неизменными. Поэтому и энтропия в этих точках стенки не может измениться. И хотя в таких случаях стенки и являются местом сосредоточения необратимости, в соответствии со сказанным выше учитываемое в расчете увеличение энтропии происходит только в потоках газов.

только с телами, имеющими температуру окружающей среды (например, с охлаждающей водой). В качестве примера рассмотрим процесс сжижения воздуха или низкотемпературного разделения газовой смеси. Оба процесса перед охлаждением требуют предварительного сжатия воздуха или направляемой на разделение газовой смеси. Выделяемая при этом теплота сжатия отводится охлаждающей водой. Но и потери холода в ожижительном или разделительном аппаратах в конечном счете означают теплоподвод из окружающей среды, так что фактически внешний теплообмен происходит только с окружающей средой. При таких процессах увеличение энтропии происходит вследствие неполной передачи холода в противоточных теплообменниках, а также в результате потерь давления и холода при дросселировании в вентилях и т. д. Это увеличение энтропии может быть компенсировано только с помощью затраты работы, т. е. сжатием воздуха или газа до соответственно более высокого давления.

При упомянутых условиях, когда теплообмен происходит только с окружающей средой, из второго закона термодинамики можно вывести простое соотношение между обусловленным необратимостью увеличением энтропии ΔS_n и минимальным приростом работы $\Delta A'$, необходимым для его компенсации. Это соотношение, которое в дальнейшем будет обосновано более подробно, имеет вид:

$$\Delta A' = T_u \Delta S_n, \quad (451)$$

где T_u — абсолютная температура окружающей среды.

С помощью этого уравнения можно определить обусловленное необратимостью увеличение работы сжатия для каждого отдельного процесса и для процесса в целом, как только определены соответствующие приращения энтропии ΔS_n .

Если уравнение (451) мы применим к теплообменнику, то расчет увеличения энтропии позволяет представить, в какой степени несовершенства теплообменника влияют на весь процесс, которому служит теплообменник. В частности, во многих случаях с помощью такого расчета удастся установить, в какой мере теплообмен обуславливает повышение энергетических затрат. Такое рассмотрение тесно связано с эксергией, на чем, однако, здесь не будем более подробно останавливаться.

Согласно предыдущему можно было бы предположить, что в совершенном теплообменнике, как мы определили его в § 34 (противоток при $kF = \infty$), не происходит увеличения энтропии и, следовательно, он не оказывает неблагоприятного воздействия на процесс в целом. Между тем полностью обратимая теплопередача и в совершенном теплообменнике возможна только тогда, когда во всех сечениях разности температур $\vartheta - \vartheta' = 0$. Но это предполагает, что теплоемкости массовых расходов обоих газов C и C' равны. Если же C и C' — различны, то, как уже отмечалось, даже в совершенном теплообменнике $\vartheta - \vartheta'$ становится бесконечно малой только в отдельных сечениях. Конечные разности температур во всех других сечениях обуславливают поэтому необратимость и в совершенном теплообменнике, а следовательно, и соответствующее увеличение энтропии ΔS_n .

Из этих рассуждений можно прийти к неверному выводу, что и в реальном противоточном теплообменнике с конечной средней разностью температур $\Delta \vartheta_M$ минимальное увеличение энтропии происходит при $C = C'$, т. е. когда разности температур $\vartheta - \vartheta'$ во всех сечениях одинаковы. Но, как показывает следующее рассмотрение, это верно в тем

меньшей степени, чем ниже абсолютная температура. В частности, поскольку при передаче малого количества теплоты dq энтропия увеличивается на $dS = dq/T' - dq/T = dq \frac{T - T'}{TT'}$, то dS при одинаковых dq и одинаковых $\theta - \theta' = T - T'$ тем больше, чем ниже температуры T и T' . Поэтому если в противоточном теплообменнике желают поддерживать приращение энтропии малым, следует выбирать разности температур в более холодных частях теплообменника меньшими, чем в более теплых.

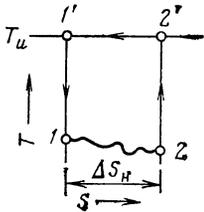


Рис. 122. Необратимое увеличение энтропии и обратимый переход в начальное состояние.

Затрата работы, требуемая для компенсации увеличения энтропии вследствие необратимости [обоснование уравнения (451)]. На показанной на рис. 122 T, S -диаграмме представлено увеличение энтропии вследствие необратимости между точками 1 и 2, происходящее при температуре ниже температуры окружающей среды T_u . Для того чтобы это увеличение энтропии произошло только вследствие необратимости, предположим, что к рабочему телу, которое может состоять из одного или нескольких тел, в течение процесса не подводится из окружающей среды и не отводится к ней ни теплота, ни работа. Такое увеличение энтропии может быть компенсировано следующими обратимыми процессами рабочего тела:

- 1) обратимое адиабатное сжатие от 2 до 2';
- 2) обратимое изотермическое сжатие от 2' до 1' с отводом количества теплоты Q к окружающей среде при температуре T_u ;
- 3) обратимое адиабатное расширение от 1' до 1.

Если к этому добавить еще необратимый процесс от 1 до 2, то образуется круговой процесс. Согласно первому закону термодинамики для этого кругового процесса справедливо соотношение

$$-Q = \Delta H + \Delta A = 0 + \Delta A = -\Delta A', \quad (452)$$

где $\Delta A'$ — подведенная к рабочему телу работа.

Изменение энтальпии рабочего тела ΔH равно нулю, так как в конце каждого кругового процесса восстанавливается начальное состояние, а следовательно, и исходное значение H . Согласно принятому предположению теплота Q , отбираемая из кругового процесса, отдается только окружающей среде. За счет этого отвода теплоты непосредственно компенсируется увеличение энтропии ΔS_H , так что $S'_1 - S'_2 = S_1 - S_2 = \Delta S_H$. Поскольку теплоотдача протекает обратимо, $S'_1 - S'_2 = -\Delta S_H = -Q/T_u$ или

$$Q = T_u \Delta S_H. \quad (453)$$

Но, как показано выше, согласно первому закону термодинамики $Q = \Delta A'$. Поэтому для *минимальной затраты работы*, которая необходима для компенсации увеличения энтропии вследствие необратимости, в соответствии с (451) получаем следующее соотношение:

$$\Delta A' = T_u \Delta S_H.$$

Против этих рассуждений можно было бы возразить, что обычно необратимое увеличение энтропии не происходит столь изолированно, как принято на рис. 122. Необратимое увеличение энтропии чаще всего накладывается на все части процесса, правда, в различной степени.

Но и в таких общих случаях уравнение (451) остается справедливым, что можно доказать путем сравнения необратимого кругового процесса с ведущим к тому же результату обратимым круговым процессом. Такое доказательство можно найти в [2.2]. Кроме того, там показано, что в процессах, протекающих при температурах выше температуры окружающей среды, необратимость вызывает потери работы, которые также можно рассчитать по уравнению (451).

Приведенный здесь вывод уравнения (451) особенно хорошо подходит к анализу процессов в теплообменниках, если не учитывать теплообмен с окружающей средой. Ведь рассмотренному необратимому изменению состояния не противоречат внутренняя теплопередача и потери давления в системе, приводящие к увеличению энтропии. Как в этом случае рассчитать прирост энтропии, было показано выше.

Но если уравнение (451) желательнее применить к теплообмену системы с окружающей средой, то можно включить в систему те тела окружающей среды, из которых черпается теплота, и применить предыдущие рассуждения к такой расширенной системе. Проще же исходить из того, что уравнение (451) справедливо во всех случаях. Оба пути приводят к следующему выводу.

Если из окружающей среды с температурой T_u к системе с температурой T подводится количество теплоты Q , то энтропия увеличивается на

$$\Delta S = Q \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_u} \right).$$

Поэтому согласно уравнению (451) дополнительная работа, затрачиваемая во всем процессе, составляет:

$$A' = Q \frac{T_u - T}{T}.$$

Но это в точности та же работа, которая необходима, чтобы в обратимом круговом цикле Карно возвратить количество теплоты Q обратно в окружающую среду.

О связи увеличения энтропии описанного типа с потерями технической работоспособности, в настоящее время называемой эксергией, см. статью Грассмана [2.14].

ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ

РЕГЕНЕРАТОРЫ

Глава первая

ОБЗОР ТЕОРИИ РЕГЕНЕРАТОРОВ

51. Принцип действия и конструкции регенераторов

Как уже многократно упоминалось, под регенераторами понимают переключающиеся теплообменники, через которые попеременно пропускаются газы, а передаваемая теплота временно аккумулируется в насадке с большой теплоемкостью. Для непрерывной работы необходимы по меньшей мере два регенератора, чтобы одновременно один газ охлаждался, а другой нагревался. Исключением являются регенераторы с вращающейся насадкой, в которых обеспечивается непрерывный процесс в одном аппарате.

В качестве однозначного критерия отличия регенератора от рекуператора можно использовать тот факт, что происходящие в регенераторах процессы зависят не только от места, но и от времени. При точном расчете теплопередачи эту временную зависимость следует учитывать в соответствии с теорией регенераторов. Упомянутый отличительный признак регенераторов относится также к каждому элементу вращающейся насадки.

Принцип действия регенераторов поясним на примере пары регенераторов (рис. 123). На кожухе обоих аппаратов, имеющих обычно цилиндрическую форму, находится проницаемая для газов, например пористая или пронизанная каналами, аккумулирующая масса (насадка). Предположим, что регенераторы, как практически всегда и бывает, работают в режиме противотока. Пусть сначала охлаждаемый газ

движется в правом регенераторе сверху вниз, а нагреваемый газ в левом регенераторе — снизу вверх. После переключения, наоборот, холодный газ направляется через правый регенератор снизу вверх, а теплый — через левый регенератор сверху вниз. Путем периодического переключения потоков насадка каждого регенератора попеременно омывается горячим и холодным газами. В результате температура во всех сечениях регенератора периодически колеблется (повышается и понижается). Поэтому в теплый период¹ насадка воспринимает передаваем-

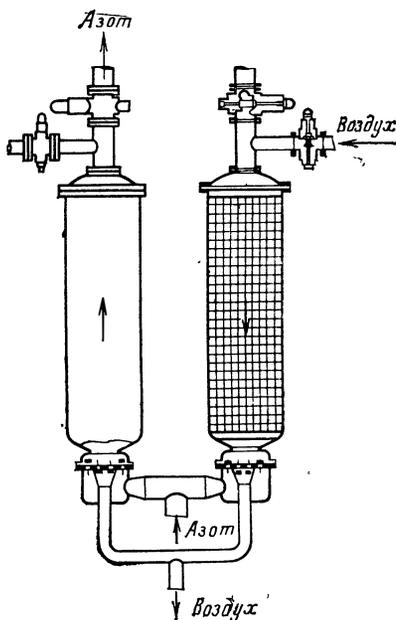


Рис. 123. Регенераторы.

¹ В отечественной литературе более употребительны термины «период нагрева» и «период охлаждения», которые мы и будем применять в дальнейшем. — Прим. пер.

мую теплоту от горячего газа, а в холодный отдает ее к холодному газу. В результате горячий газ выходит из регенератора с пониженной температурой, а холодный с более высокой температурой.

Образец регенератора дала нам природа в органах дыхания (нос, а также гортань и бронхи человека и высших животных). Зимой за счет того, что выдыхаемый воздух отдает теплоту к стенкам дыхательного тракта, не только предотвращается сильное охлаждение носа и бронхов, но и поступающий во время вдоха свежий воздух предварительно подогревается, отбирая теплоту от этих стенок. Такой регенеративный теплообмен между свежим и выдыхаемым воздухом использует определенную теплоаккумулирующую способность стенок дыхательного тракта. Правда, на это явление накладывается еще интенсивный непрерывный теплопровод с циркулирующей в носу и других органах дыхания кровью. Проблему переключения регенератора природа решила прямо-таки идеальным способом без вентиля и тому подобных устройств путем присоединения к периодическому процессу дыхания.

Высокотемпературные регенераторы, применяемые в технике. Из применяемых в технике регенераторов особенно примечательны конструкции аппаратов, работающих в областях очень высоких и очень низких температур. Даже в настоящее время *воздухонагреватели доменных печей (кауперы)* выделяются своими размерами и передаваемым тепловым потоком. Два или несколько совместно работающих каупера высотой до 50 и диаметром примерно до 11 м могут нагревать до 1000—1300°C около 500 000 м³/ч воздуха, называемого в металлургической промышленности дутьем.

Поскольку насадку воздухонагревателей обычно изготавливают из кирпича, эти аппараты работают исключительно как регенераторы с периодом переключения от 30 мин до 1 ч. На рис. 124 представлен продольный разрез каупера с кирпичной насадкой. Раньше наряду с решетчатой насадкой из огнеупорного кирпича воздухонагреватели включали еще, как правило, камеру горения (рис. 124 слева). В настоящее время камеру горения почти всегда располагают отдельно.

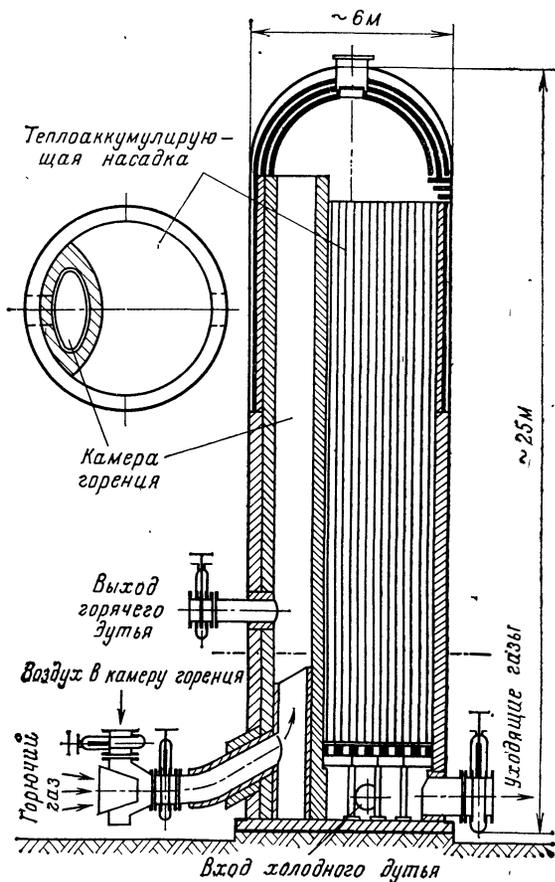


Рис. 124. Продольный и поперечный разрез воздухонагревателя доменной печи (каупера).

В этой камере с помощью сжигания коксового или другого горючего газа получают теплоту, которую нужно передать к нагреваемому воздуху. Газообразные продукты сгорания поступают в насадку воздухонагревателя сверху и, двигаясь вниз, нагревают ее, а сами при этом охлаждаются. После переключения нагреваемый воздух движется через решетчатую насадку в обратном направлении снизу вверх. Типичные формы поперечного сечения насадок уже рассматривались в § 16.

Другим примером высокотемпературного регенератора является *регенератор мартеновской печи*, в котором газообразное топливо и воздух предварительно нагреваются за счет теплоты отходящих газообразных продуктов сгорания. В этих регенераторах применяется в основном такая же насадка, как и в доменных воздухонагревателях. Однако в то время как воздухонагреватели доменных печей, как почти все другие регенераторы, переключаются через постоянные интервалы времени, промежутки времени между переключениями регенераторов мартеновских печей к концу рабочего периода становятся все меньше и меньше.

Причина того, что при очень высоких температурах вместо рекуператоров применяют регенераторы, объясняется в основном свойствами конструкционных материалов. Хотя в производстве жаростойких сталей и достигнуты заметные успехи [3.46], еще и в настоящее время огнеупорный кирпич, как правило, выдерживает высокие температуры лучше, чем металлы. Поэтому теплообменники, работающие при очень высоких температурах, обычно изготавливают из кирпича (см. § 40). Однако в рекуператорах разделительные стенки, сложенные из кирпича, лишь в ограниченной степени выдерживают разность давлений между горячим и холодным газом, достигающую у доменных воздухонагревателей примерно 0,1 МПа. Ведь такие стенки, особенно при очень высоких температурах, мало герметичны. Кроме того, не удается полностью избежать просачивания небольших количеств газов через различные неплотности. При использовании регенераторов эти трудности отпадают, поскольку в них практически отсутствует разность давлений на насадке. Правда, при переключениях регенераторов не удается полностью избежать некоторого смещения потоков, однако в большинстве случаев это не является большим недостатком.

Регенераторы для средних и низких температур. При не слишком высоких температурах насадкам из кирпича часто предпочитают металлические насадки. При низких температурах раньше использовались только металлические насадки. Как уже отмечалось в § 16, такие насадки изготавливают из тонких металлических листов. Насадку из плоских и гофрированных металлических листов имеет также показанный на рис. 125 в разрезе воздухонагреватель типа «Юнгстрем». В воздухонагревателе «Юнгстрем» насадка медленно вращается вокруг вертикального или горизонтального вала. Если, как показано на рис. 125, вал — вертикальный, то оба газа непрерывно движутся в вертикальном направлении противотоком или прямотоком через разделенные поперечные сечения насадки, причем процесс движения потоков является установившимся. В отличие от этого для каждого выделенного вертикальными плоскостями узкого элемента насадки процесс теплопередачи — неустановившийся, поскольку этот элемент почти мгновенно попадает из холодного потока в горячий, или наоборот. Поэтому температура каждого такого элемента изменяется так же, как и температура насадки обычного переключающегося регенератора. Действи-

тельно, в обоих случаях как в период нагрева, так и в период охлаждения температура газа, поступающего в каждый элемент насадки, остается неизменной. Отсюда следует, что рассматриваемая в дальнейшем теория для обычных регенераторов может быть без изменений применена к воздухонагревателям «Юнгстрем».

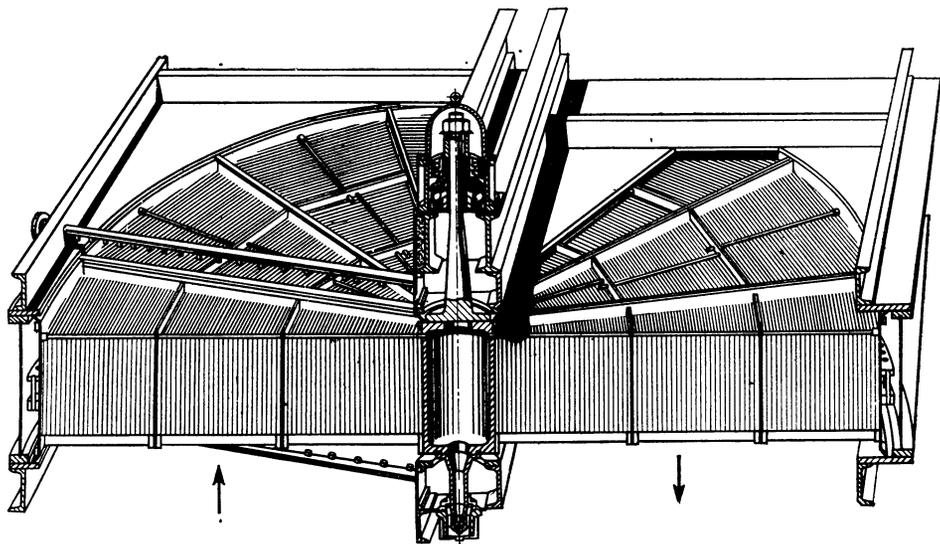


Рис. 125. Воздухонагреватель типа «Юнгстрем».

В криогенной технике, в которой примерно до 1930 г. применялись рекуператоры, в настоящее время получили распространение регенераторы при давлениях до 0,5, а иногда и до 1 МПа. Одной из важнейших причин, способствовавших их внедрению, является сравнительно небольшая разность давлений прямого и обратного потоков, между которыми осуществляется теплообмен. В то время как в рекуператорах механические нагрузки, обусловленные разностью давлений, в значительной степени определяют выбор трубчатых конструкций, металлическая насадка регенераторов, на которую действует лишь небольшая разность давлений, создает почти неограниченные возможности оптимального конструирования теплопередающих поверхностей. Форма металлической насадки, предложенная Френклем [3.8], рассматривалась в § 16. В настоящее время часто применяют насадки из гравия, базальтового щебня и т. п., что снижает капитальные затраты на регенераторы. В качестве примера на рассмотренном выше рис. 123 показана пара криорегенераторов, в которых азот охлаждает воздух, причем газовые потоки переключаются через каждые 2—3 мин. Большая теплопередающая поверхность и сам характер течения газа в узких и пересекающихся каналах или между мелкими камешками насадки даже при низкой скорости течения, а следовательно, и низких потерях давления обеспечивает очень высокую интенсивность теплоотдачи (см. § 16). Другое важное преимущество таких регенераторов состоит в том, что, как уже упоминалось, сжатый газ, например воздух, не нужно предварительно очищать от водяных паров и двуокиси углерода, поскольку эти компоненты в жидком или твердом виде конденсируются на поверхности насадки, а в следующий период испаряются или субли-

мируют и выносятся из насадки потоком расширенного газа (см. § 95—98).

Если сравнить криорегенераторы с воздухонагревателями доменных печей с кирпичной насадкой, то получается следующая картина. Толщина кирпичей в воздухонагревателях колеблется от 30 до 200 мм. В отличие от этого в криорегенераторах раньше применялась насадка из металлической ленты, толщина которой была меньше 1 мм, а средний диаметр частиц щебня или гравия в применяемых в настоящее время насадках составляет менее 10 мм. В результате поверхности нагрева, содержащаяся в 1 м³ насадки обычного воздухонагревателя, составляет примерно 20—30 м², тогда как в криорегенераторах 400—2000 м², т. е. в 20—50 раз больше. Вследствие очень малых размеров каналов в насадке криорегенераторов коэффициенты теплоотдачи в них значительно выше, хотя скорости потоков не больше, чем в воздухонагревателях. Все это приводит к тому, что термические КПД криорегенераторов высотой только 4 м достигает 98—99%, тогда как в доменных воздухонагревателях он составляет только 80—90%. Поэтому для теплопередачи в криогенной технике достаточно средняя разность температур между газами лишь 2—3°C, в то время как при высоких температурах требуется примерно в 100 раз большая разность температур.

52. Развитие теории регенераторов

Так как температура регенератора изменяется не только в пространстве, но и во времени, точный расчет регенераторов значительно сложнее, чем рекуператоров. Правда, некоторые из соотношений, полученных для рекуператоров, такие как уравнения теплового баланса, понятия средней разности температур и КПД, а также различие между прямотоком, противотоком и перекрестным током справедливы и для регенераторов. Но при точном анализе существует принципиальное различие в распределении температур вдоль регенератора по сравнению с рекуператором. При противотоке это различие становится заметным только вблизи концов регенератора. При прямотоке эти отклонения проявляются значительно сильнее.

В математическом анализе процессов в регенераторах прослеживаются по существу два главных направления. Одно направление, которое вначале имело особенный успех у представителей металлургической промышленности, исходит из стремления перенести метод расчета, разработанный для рекуператоров, по возможности без изменений на регенераторы и найти только соответственно измененное выражение для коэффициента теплопередачи. Основанием для этого является исследование распределения температур в поперечном сечении кирпича регенератора, используемого, особенно при высоких температурах, в качестве элемента насадки. К указанному направлению относятся, кроме более ранних публикаций [3.24], прежде всего работы Хайлигенштедта [3.23], Руммеля [3.38—3.40] и Шака [3.46], а также Хаузена [3.16, 3.17] и Штуке [3.54].

В этих работах, за исключением двух последних, предполагалось более или менее очевидным, что температуры вдоль регенератора изменяются так же, как и вдоль рекуператора. В противоположность этому подходу задачей второго основного теоретического направления является исследование отклонений от такого распределения температур, а также более детальный анализ его связи с изменением температур

во времени. Напротив, пространственную неоднородность температуры в поперечном сечении насадки сначала считают малосущественной или полностью ею пренебрегают. Для регенераторов с кирпичной насадкой это выражается в том, что рассматривают не локальные температуры кирпича, а только среднюю (по координате) температуру в каждом поперечном сечении. Если же насадка состоит из тонких металлических листов, то различие температур в поперечном сечении вообще незначительно. Исследования, относящиеся ко второй группе, первоначально были ориентированы главным образом на потребности криогенной техники и в сильной степени побуждались ими.

Как при только что упомянутых допущениях нагревается или охлаждается насадка, через которую непрерывно продувается лишь один газ, показали Анцелиус [3.3] и Нуссельт [3.36]. Точную теорию установившегося состояния¹ регенераторов, переключающихся через одинаковые интервалы времени, впервые разработал автор [3.12] в предположении, что неоднородностью температуры в поперечном сечении насадки можно пренебречь. При этом он сформулировал условие переключения регенераторов и описал процессы в регенераторах как процессы колебания температур. Используя то же самое условие переключения, Нуссельт описал установившееся состояние интегральным уравнением и получил решение в виде бесконечного ряда интегралов. Однако поскольку оба метода расчета очень трудоемки и требуют больших затрат времени, автор разработал также приближенный метод [3.13, 3.14], который при численных расчетах ведет к цели значительно проще и быстрее. Конечно-разностные методы аналогичного типа разработали, кроме того, Саундерс [3.42] и Аллен [3.2], позже Ламбертсон [3.27], а также Уиллмотт [3.57—3.61], который впервые рассчитал регенераторы с изменяющимся во времени расходом газов. В качестве приближенного метода решения интегрального уравнения наряду с рассматриваемым в § 79—81 методом тепловых полюсов, включая метод Илiffe [3.25], будут рассмотрены также более новые методы Нагаванди и Вайнштейна [3.35], а также Занднера [3.41].

Попытка объединения двух упомянутых направлений предпринята в работах Шмайдлера [3.49], Аккермана [3.1] и Лована [3.31]. Сюда же относится и более новая работа Модеста и Тьена [3.34]. С помощью объединения развитых автором настоящей книги теорий удалось разработать сравнительно простой метод расчета регенераторов с достаточной для практических целей точностью [3.17].

Влияние отложений конденсирующихся компонентов на распределение температур в регенераторах можно рассчитать с помощью метода конечных разностей, также разработанного автором [3.15].

53. Обзор процессов в регенераторах

Прежде чем излагать достаточно сложную теорию регенераторов, рассмотрим физические процессы, протекающие в регенераторах в установившемся состоянии.

Уравнения теплового баланса. Отправной точкой при анализе распределения температур в регенераторе являются уравнения теплового

¹ Под установившимся состоянием понимается периодически-стационарное состояние, наступающее при больших значениях времени. — *Прим. ред.*

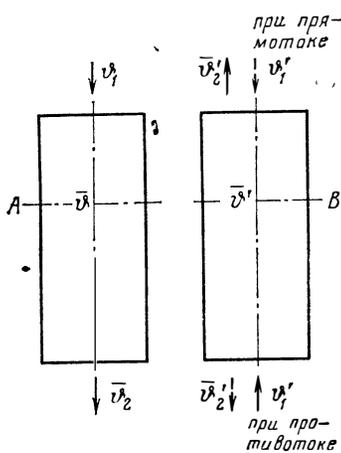


Рис. 126. Температуры газов в регенераторах.

баланса. В установившемся состоянии для регенераторов справедливы те же уравнения теплового баланса, которые были выведены в § 28 для рекуператоров. Однако для регенераторов эти уравнения следует относить к осредненным по времени значениям температур. Время T между двумя последовательными переключениями, в течение которого через регенератор движется более горячий газ, называется периодом нагрева, а время T' , в течение которого пропускается более холодный газ — периодом охлаждения. При эксплуатации доменных воздухонагревателей используют также термины «газовый период» и «дутьевой период». Обозначим через ϑ и ϑ' температуры горячего и холодного газов в произвольном поперечном сечении регенератора в произвольный момент времени.

С помощью этих в общем случае изменяющихся во времени температур образуем средние за периоды нагрева и охлаждения температуры газов $\bar{\vartheta}$ и $\bar{\vartheta}'$ в произвольном сечении AB (рис. 126). Горячий газ поступает в регенератор сверху с неизменной температурой ϑ_1 , а холодный газ с неизменной температурой ϑ'_1 подводится при прямотоке сверху, а при противотоке — снизу. Изменяющиеся во времени температуры на выходе обозначим ϑ_2 и ϑ'_2 , а их средние во времени значения $\bar{\vartheta}_2$ и $\bar{\vartheta}'_2$.

Теплоемкости массовых расходов обоих газов обозначим через C и C' . Для простоты будем считать, что C и C' не зависят от температуры. Тогда CT и $C'T'$ представляют собой полные теплоемкости массовых количеств газов, проходящих через регенератор за периоды нагрева и охлаждения. Уравнения теплового баланса составляются из условия, что в установившемся состоянии на любом участке регенератора горячий газ в период нагрева отдает насадке столько же теплоты, сколько воспринимает холодный газ в период охлаждения. Например, для участка регенератора, расположенного выше сечения AB (рис. 126), получаем следующие уравнения:

при прямотоке

$$\left. \begin{aligned} \text{при прямотоке} \quad CT(\vartheta_1 - \bar{\vartheta}) &= C'T'(\bar{\vartheta}' - \vartheta'_1); \\ \text{при противотоке} \quad CT(\vartheta_1 - \bar{\vartheta}) &= C'T'(\bar{\vartheta}'_2 - \bar{\vartheta}'). \end{aligned} \right\} \quad (454)$$

Эти соотношения совпадают с уравнениями теплового баланса (154), в которых ϑ и ϑ' заменены на $\bar{\vartheta}$ и $\bar{\vartheta}'$, а C и C' на CT и $C'T'$. Из (454) получаем выражение, соответствующее уравнению (155):

при прямотоке

$$\left. \begin{aligned} \bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}' &= \vartheta_1 - \vartheta'_1 - \frac{C'T' + CT}{C'T'}(\vartheta_1 - \bar{\vartheta}); \\ \text{при противотоке} \quad \bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}' &= \bar{\vartheta}'_2 - \vartheta'_2 - \frac{C'T' - CT}{C'T'}(\vartheta_1 - \bar{\vartheta}). \end{aligned} \right\} \quad (455)$$

Важная роль уравнений (454) и (455) заключается в следующем. Если в одном единственном сечении регенератора заданы средние во времени температуры обоих газов, например температуры $\bar{\theta}_1$ и $\bar{\theta}'_2$ на верхнем конце противоточного регенератора (см. рис. 126), то в соответствии с уравнением (454) для всего регенератора определяется однозначная зависимость средней температуры холодного газа $\bar{\theta}'$ от средней температуры горячего газа $\bar{\theta}$, и наоборот. Таким образом, согласно уравнению (455) определяется и зависимость средней во времени разности температур между обоими газами $\bar{\theta} - \bar{\theta}'$ от $\bar{\theta}$ или $\bar{\theta}'$. В частности, если при противотоке CT и $C'T'$ равны, то согласно уравнению (455) разность температур $\bar{\theta} - \bar{\theta}'$ во всех сечениях регенератора одинакова.

Поскольку уравнения теплового баланса для регенераторов и рекуператоров по существу одинаковы, то, по-видимому, целесообразно для регенератора в целом рассчиывать среднюю разность температур $\Delta\bar{\theta}_M$ так же, как и в рекуператоре, только в ранее полученных соотношениях [уравнение (181)] вместо θ_2 и θ'_2 нужно ввести средние во времени температуры газов на выходе $\bar{\theta}_2$ и $\bar{\theta}'_2$.

Уравнения (454) и (455) можно использовать также для того чтобы, как это делалось ранее для рекуператоров, найти распределение температур $\bar{\theta}$ и $\bar{\theta}'$ в зависимости от количества теплоты \dot{q} , передаваемой в регенераторе на участке произвольной длины в периоды нагрева или охлаждения. При таком анализе для регенераторов получают точно такое же распределение температур, как и в рекуператорах, так что для регенераторов без изменений справедливы соответствующие графики, ранее построенные для рекуператоров (см. рис. 61—64).

Но если рассматривать распределение температур в регенераторе в зависимости от продольной координаты, то, как уже отмечалось, в этом случае имеется принципиальное различие по сравнению с рекуператором. Это различие тесно связано с изменением температур газов и насадки во времени.

Изменение температуры кирпича регенератора во времени. Во всех последующих выкладках коэффициенты теплоотдачи, определяющие теплообмен между насадкой и потоками газов, предполагаются известными. Как показано в § 16, их можно определить по данным многочисленных экспериментальных исследований.

Для того чтобы найти изменение температуры в кирпиче регенератора, будем для простоты рассматривать кирпич как плоскую пластину, поверхности которой параллельны направлению движения потоков газов. Кроме того, предполагается, что осуществляется строго периодическое установившееся состояние и что отнесенные к продолжительности периодов T и T' теплоемкости обоих газов CT и $C'T'$ равны между собой. Принимаем, что поперечное сечение кирпича перпендикулярно направлению течения газов (рис. 127). Обозначим мгновенную температуру кирпича в произвольной точке этого сечения через θ^* . Поскольку поверхность кирпича попеременно омывается горячим и холодным газом, температура кирпича в установившемся состоянии периодически колеблется между двумя предельными значениями θ_{\max} и θ_{\min} (рис. 127). Вблизи поверхности кирпича эти колебания больше, чем в глубине.

* Использование буквы θ для температуры насадки в отличие от температур газов θ и θ' кажется автору нагляднее, чем их различение с помощью индексов. Кроме того, благодаря этому упрощается запись уравнений.

На рис. 128 показано охлаждение кирпича толщиной 40 мм в течение периода охлаждения*. Предполагается, что рассматриваемое поперечное сечение кирпича расположено в сравнительно длинном регенераторе вдали от его концов. Продолжительность периода охлаждения и следующего за ним периода нагрева принята равной 12,75 мин.

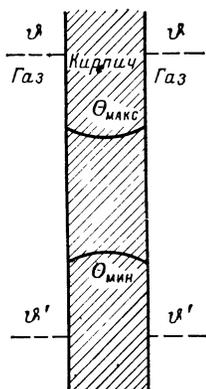


Рис. 127. Колебание температуры в поперечном сечении кирпича.

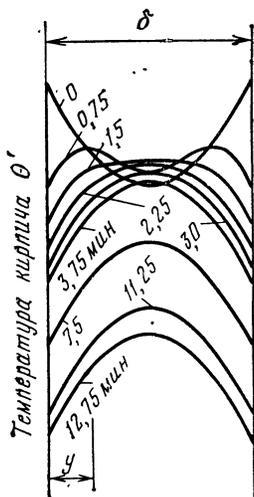


Рис. 128. Распределение температуры по толщине кирпича в различные моменты времени при изменяющейся во времени температуре газа ϑ' .

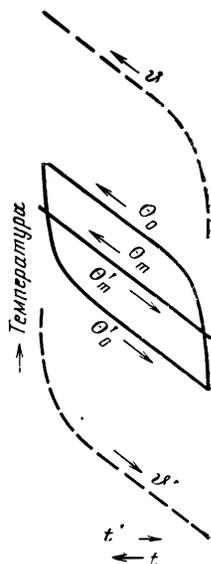


Рис. 129. Распределение температуры во времени в поперечном сечении регенератора.

В начале периода охлаждения распределение температур описывается изогнутой вниз параболой или подобной параболе кривой. Поскольку вначале внешние слои кирпича охлаждаются очень быстро, эта кривая деформируется и примерно через 3 мин принимает вид изогнутой вверх параболы, которая обычно представляет собой зеркальное отображение первоначальной. Начиная с этого момента, кривая без изменения формы смещается вниз с постоянной скоростью. В следующий период нагрева аналогичные изменения температуры протекают в обратном направлении.

Если показанное на рис. 128 распределение температур изобразить в зависимости от времени, причем направления временной координаты для периодов охлаждения и нагрева принять противоположными, получим картину, приведенную на рис. 129. Штриховыми линиями показаны температуры газов ϑ и ϑ' , а сплошной замкнутой кривой — температуры поверхности кирпича Θ_0 и Θ'_0 в периоды нагрева и охлаждения. Распределения температур Θ и Θ' в более глубоко расположенных слоях кирпича также образуют замкнутые кривые, но расстояния между противоположными ординатами на этих кривых меньше, чем между Θ_0 и Θ'_0 . Сразу после переключения все графики распределения темпера-

* Это распределение температур определено графически разностным методом Биндера — Шмидта [3.4, 3.5, 3.50, 3.51].

тур искривляются, однако постепенно изменение температур во времени становится линейным. Если для произвольного сечения регенератора образовать мгновенные *средние по толщине кирпича температуры насадки* Θ_m и Θ'_m , то можно прийти к выводу, что изменение этих средних температур во времени изображается *единой прямой*, показанной на рис. 129. Направления перемещения рабочей точки по этой прямой в периоды нагрева и охлаждения противоположны.

Если теплоемкости газовых потоков, проходящих через регенератор в периоды нагрева и охлаждения, различны, то прямые, описывающие изменение средних температур кирпича Θ_m и Θ'_m во времени, переходят в две слабо искривленные линии, которые почти совпадают друг с другом (см. § 62, рис. 151).

Совершенно по-другому изменяются температуры вблизи концов регенератора, что обусловлено неизменностью температур обоих газов на входе. В качестве примера на рис. 130 показано распределение температур на теплом конце регенератора. Направления временной координаты для периодов нагрева и охлаждения здесь также противоположны. Самой верхней линией $\vartheta = \vartheta_1$ изображена неизменная во времени температура горячего газа на входе. Двумя верхними сплошными линиями описывается изменение температуры поверхности Θ_0 и средней температуры кирпича Θ_m в период нагрева. ϑ'_1 , Θ'_0 и Θ'_m — соответствующие температуры в период охлаждения. Температура холодного газа на выходе $\vartheta' = \vartheta'_2$ изменяется во времени слабее, чем во внутренних частях регенератора. Следует прежде всего отметить, что в отличие от рис. 129 линии для Θ_m и Θ'_m искривлены и не совпадают.

Однако кривизна и среднее расстояние между этими линиями тем меньше, чем больше рассматриваемое сечение удалено от концов регенератора. Для сравнительно коротких регенераторов различие между Θ_m и Θ'_m полностью не исчезает даже в середине регенератора.

Распределение температур по длине регенератора. Описанное различие изменения температур во времени во внутренних частях регенератора и вблизи его концов непосредственно сказывается на распределении температур по длине регенератора. Для того чтобы показать это возможно более просто, предположим, что теплоемкости проходящих через регенератор за периоды нагрева и охлаждения массовых количеств газов ST и $C'T'$ не только равны между собой, но и не зависят от температуры. Кроме того, все остальные величины, такие как толщина кирпича, его температуропроводность, коэффициенты теплоотдачи и т. д., для всего регенератора имеют одинаковые значения. Если регенератор достаточно длинный, так что в большой его внутренней области температуры кирпича изменяются во времени так, как показано на рис. 128 и 129, то в этой области распределение температур газов и кирпича по длине регенератора линейно. Прямолинейное изменение во времени средних по поперечному сечению температур кирпича Θ_m и Θ'_m проявляется также в прямолинейном распределении температур вдоль регенераторов. Там же, где временные зависимости для Θ_m и Θ'_m искривлены и по мере приближения к концам регенератора все больше удалены друг от друга (рис. 130), графики распределения температур

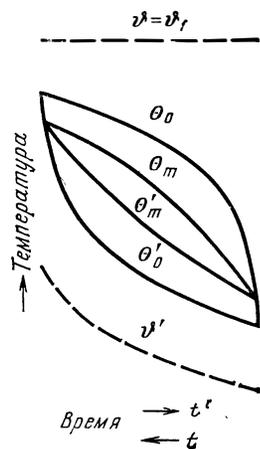


Рис. 130. Распределение температуры во времени на теплом конце регенератора.

по длине регенератора также изображаются искривленными линиями. Это можно видеть на рис. 132, внизу, а также на рис. 166, 194, 195 и 199.

Основное колебание температуры и высшие гармоники регенератора.

Рассмотренное различное поведение длинного регенератора во внутренних областях и на концах можно физически объяснить, если периодические изменения температур в установившемся состоянии рассматривать как вынужденное колебание температуры, а последнее подобно колебаниям струны разложить на основное колебание и высшие гармоники (см. § 68).

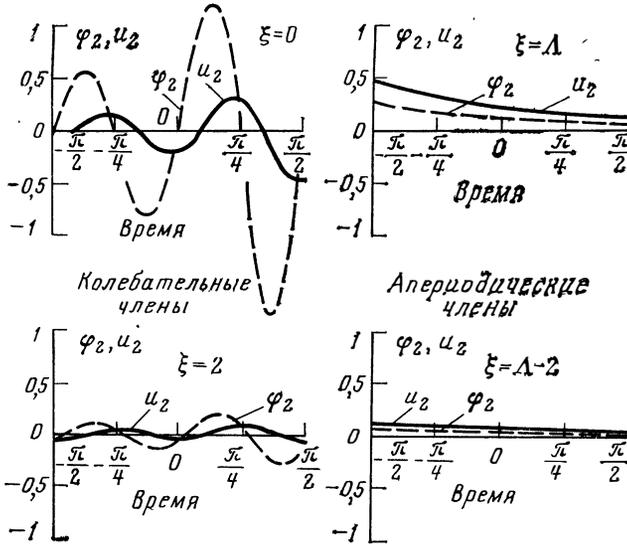


Рис. 131. Высшие гармоники колебаний температуры в регенераторе; собственные функции u_2 и φ_2 для $\kappa=2$.

При принятых выше допущениях, т. е. при $ST=C'T'$, неизменных коэффициентах теплоотдачи и т. д. основное колебание характеризуется линейным распределением, в двух смыслах — линейным распределением всех температур вдоль регенератора и линейным во времени распределением средних температур кирпича (рис. 132, вверху).

Для лучшего понимания появления высших гармоник колебаний температуры целесообразно предположить, что насадка имеет очень высокую теплопроводность, с тем чтобы не рассматривать распределение температуры по ее поперечному сечению. Тогда, если имеются высшие гармоники, следует представить себе, что в начальный момент температура регенератора всюду одинакова, а в каждый следующий период газ входит в регенератор со все более резко изменяющейся температурой. Следовательно, температура газа на входе имеет форму колебаний во времени с увеличивающейся амплитудой. Эти колебания показаны на рис. 131, на котором через ξ обозначено безразмерное расстояние рассматриваемого поперечного сечения регенератора от места входа газа, а через $\Lambda-\xi$ — расстояние этого же сечения от места выхода. Колебания температуры газа изображены штриховыми линиями, а насадки — сплошными. Разные гармоники различаются числом колебаний за период нагрева или охлаждения, которое может лежать между 1 и ∞ . Колебания температуры газа создают также соответствующие

щие колебания температуры насадки. Однако эти колебания слабее и к середине регенератора они затухают (рис. 131, внизу слева). Поэтому во внутренних частях длинного регенератора газ имеет практически ту же температуру, что и насадка. Однако когда газ достигает другого конца регенератора, его температура еще раз изменяется характерным для рассматриваемой высшей гармоники образом. Это объясняется тем, что здесь осталось возмущение распределения температуры насадки от происшедших в предыдущий период колебаний температуры, а движущийся газ стремится устранить это возмущение. При этом амплитуда колебаний температуры газа аperiodична во времени (рис. 131, справа), кроме того, она максимальна на выходе и падает к середине регенератора. Поэтому каждая гармоника состоит из двух членов, которые, как уже говорилось, максимальны на концах регенератора и экспоненциально затухают к середине.

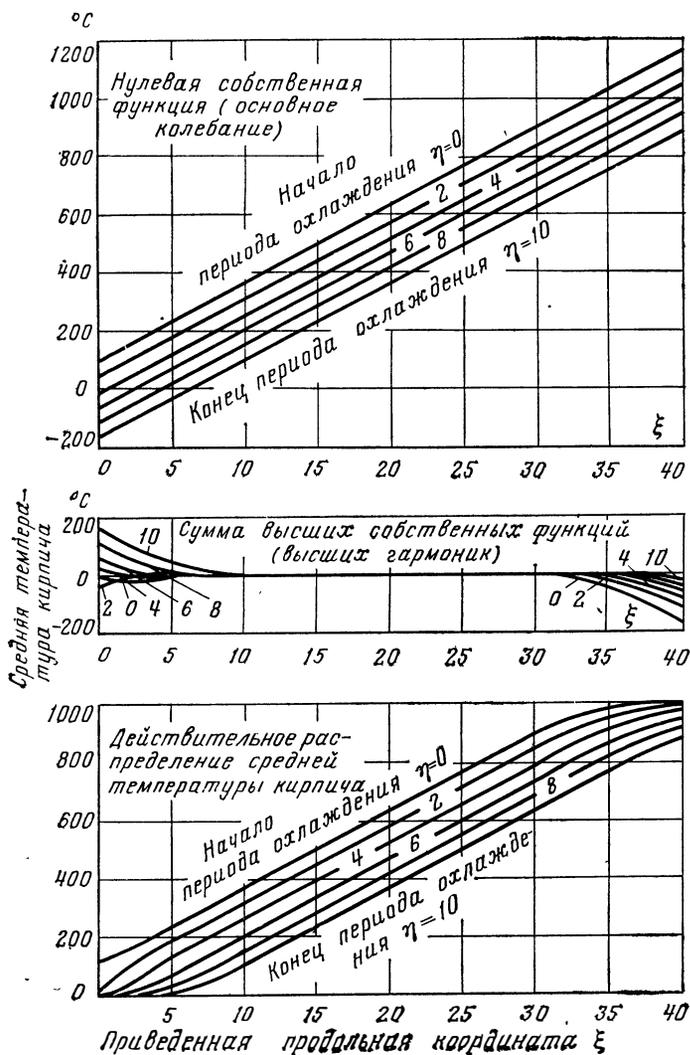


Рис. 132. Построение распределения температур вдоль регенератора по основному колебанию и высшим гармоникам.

Если к основному колебанию соответствующим образом прибавить высшие гармоники, то можно описать как неизменную температуру на входе потока газа, проходящего в рассматриваемый период через регенератор, так и весь ход изменения во времени температур на конце регенератора, схематически показанный на рис. 130. Напротив, с помощью только основного колебания было бы невозможно описать не изменяющуюся во времени температуру, так как в соответствии с основным колебанием температура газа изменяется во времени линейно (рис. 132, вверху, и рис. 164). Как добавление высших гармоник влияет на распределение температур *вдоль регенератора*, показано на примере, приведенном на рис. 132. Для ясности изображено только изменение средней температуры насадки Θ_m в течение периода охлаждения. Вверху показано распределение температуры, описываемое одним основным колебанием. Отдельные линии соответствуют различным моментам времени в период охлаждения, причем время представлено в приведенном масштабе η [см. уравнения (542) и (543)]. Можно видеть, что как распределение температур вдоль регенератора, так и уменьшение во времени средней температуры насадки — линейны. В средней части рис. 132 показана сумма всех высших гармоник, умноженных на надлежащие коэффициенты. В соответствии с описанными выше свойствами высших гармоник эта сумма максимальна на концах регенератора, тогда как в достаточно протяженной средней его области она исчезающе мала. В нижней части рис. 132 показано действительное распределение средней температуры насадки, получающееся при добавлении к основному колебанию высших гармоник.

Пример, рассмотренный на рис. 132, соответствует параметрам, характерным для криогенной техники. В отличие от этого в регенераторах, применяемых в металлургической промышленности, высшие гармоники часто проникают так далеко в глубь регенератора, что даже в середине регенератора кривые изменения Θ_m и Θ'_m во времени еще не соответствуют точно картине, изображенной на рис. 129 и 130.

Математически основное колебание и высшие гармоники представляют собой решения дифференциальных уравнений теплопереноса в регенераторе, которые будут рассмотрены в § 55 и 65. Эти решения, удовлетворяющие задаваемому в момент переключения крайнему условию, называются *собственными функциями* и различаются собственным значением κ , пробегающим ряд всех целых действительных чисел от 0 до ∞ . Нулевая собственная функция при $\kappa=0$ соответствует основному колебанию, а собственные функции более высокого порядка для $\kappa \geq 1$ — высшим гармоникам.

54. Коэффициент теплопередачи регенератора

Влияние искривления профиля температуры на концах регенератора на теплопередачу. Рассмотренное в предыдущем параграфе временное и пространственное распределение температуры следующим образом влияет на теплопередачу в различных сечениях регенератора. На рис. 130 показано, что на концах регенератора кривые для средних температур насадки Θ_m и Θ'_m не совпадают, а имеют вид петель гистерезиса. Такие петли гистерезиса образуются во всех сечениях регенератора, в которых высшие гармоники колебаний температуры вносят заметный вклад. Средняя высота петель гистерезиса $\bar{\Theta}_m - \bar{\Theta}'_m$ * макси-

* Величины с чертой сверху означают средние во времени значения в периоды нагрева или охлаждения. Индексы m или M означают осреднение по координате: m — по поперечному сечению; M — по длине регенератора.

мальна на концах и постепенно уменьшается в глубь регенератора подобно самим высшим гармоникам (рис. 133).

Эти петли гистерезиса очень существенно влияют на теплопередачу. В частности, количество теплоты, отдаваемое в каждом сечении регенератора в период нагрева при постоянном коэффициенте теплоотдачи, пропорционально среднему во времени значению разности между температурой газа и средней температурой кирпича $\bar{\vartheta} - \bar{\Theta}_m$ (см. § 63). Соответственно для теплоотдачи в период охлаждения существенно среднее во времени значение $\bar{\Theta}'_m - \bar{\vartheta}'$. Следовательно, теплопередача за полный период определяется выражением $(\bar{\vartheta} - \bar{\Theta}_m) + (\bar{\Theta}'_m - \bar{\vartheta}')$. Если мы рассчитаем это значение сначала для основного колебания, заметив, что для этого случая $\bar{\Theta}_m = \bar{\Theta}'_m$ (см. рис. 129), то получим:

$$(\bar{\vartheta} - \bar{\Theta}_m) + (\bar{\Theta}'_m - \bar{\vartheta}') = \bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}'.$$

Следовательно, для расчета теплопередачи при основном колебании используется полная средняя разность температур между обоими газами. Напротив, в тех сечениях, в которых существенны высшие гармоники, $(\bar{\vartheta} - \bar{\Theta}_m) + (\bar{\Theta}'_m - \bar{\vartheta}')$ меньше, чем $\bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}'$ именно на среднюю высоту петли гистерезиса $\bar{\Theta}_m - \bar{\Theta}'_m$. Поэтому в таких сечениях регенератора и теплопередача уменьшается в соответствующем отношении. Таким образом, *влияние высших гармоник*, а следовательно, и отклонения распределения температур на концах регенератора от **основного колебания** целиком *проявляется в ухудшении теплообмена*. В целом, правда, вклад этого ухудшения часто невелик, однако при точных расчетах им нельзя пренебрегать.

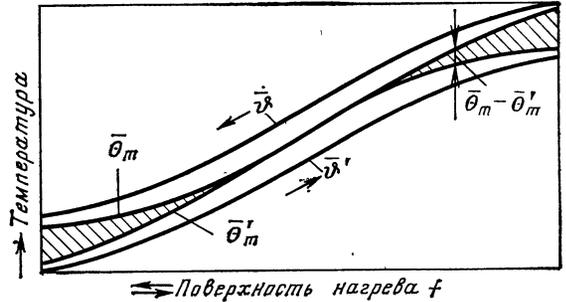


Рис. 133. Средние во времени значения температур в регенераторе.

Коэффициент теплопередачи.

Руммель [3.38] предложил следующее определение коэффициента теплопередачи k для установившегося состояния регенератора. Пусть опять через T и T' обозначена продолжительность периодов нагрева и охлаждения. Продолжительность двух последовательных периодов нагрева и охлаждения $T + T'$ назовем полным периодом. Тогда согласно Руммелю коэффициент теплопередачи k получим, разделив количество теплоты $Q_{\text{пер}}$, переданное в *одном* регенераторе за полный период, на поверхность нагрева регенератора F , среднюю разность температур между обоими газами и на продолжительность полного периода $T + T'$. Если $\Delta\vartheta_M = (\bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}')_M$ — среднее по времени и длине регенератора значение разности температур между газами, то количество теплоты, переданной в регенераторе за полный период:

$$Q_{\text{пер}} = kF(T + T')\Delta\vartheta_M. \quad (456)$$

Это количество теплоты в период нагрева поглощается насадкой регенератора; а в период охлаждения вновь отдается потоку газа. При этом предполагается, что средняя разность температур $\Delta\vartheta_M$ рассчитывается так же, как и для рекуператора по уравнению (181) с исполь-

зованием температур газов на входе ϑ_1 и ϑ'_1 и средних во времени температур газов на выходе $\bar{\vartheta}_2$ и $\bar{\vartheta}'_2$ или, если учитывается температурная зависимость C и C' , приближенным методом, рассмотренным в § 35.

Расчет коэффициента теплопередачи. Автор на основе теории регенератора, которая будет рассматриваться в § 59 и 68, разработал сравнительно простой метод расчета коэффициента теплопередачи k , справедливый с достаточно высокой точностью при постоянных физических свойствах и коэффициентах теплоотдачи [3.17]. Этот метод состоит из двух основных этапов, в которых раздельно учитывается влияние на теплопередачу основного колебания и высших гармоник. Мы хотим обсудить этот метод, используя уравнения и графики, уже сейчас, чтобы его можно было применять даже без проработки теории, на которой он основан.

Обозначим коэффициент теплопередачи, обусловленный только основным колебанием температуры, через k_0 , а через α и α' — коэффициенты теплоотдачи в периоды нагрева и охлаждения. Кроме того, через δ обозначим толщину плоского кирпича или диаметр цилиндрического или шарового элементов насадки, а через λ_s — теплопроводность кирпича. Тогда из теории можно получить следующее соотношение для k_0 , включающее рассматриваемую ниже функцию Φ

$$\frac{1}{k_0} = (T + T') \left[\frac{1}{\alpha T} + \frac{1}{\alpha' T'} + \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right) \frac{\delta}{\lambda_s} \Phi \right]. \quad (457)$$

Функция Φ отражает влияние очень быстрых изменений температуры, которые претерпевают газ и поверхность кирпича непосредственно после переключения (рис. 128 и 129). Значение Φ зависит от безразмерного комплекса $\frac{\delta^2}{2a} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right)$, где $a = \lambda_s / \rho c$ — температуропроводность;

ρ — плотность; c — удельная теплоемкость материала насадки. Рассчитав упомянутый комплекс, который при одинаковой продолжительности обоих периодов ($T = T'$) переходит в δ^2 / aT , можно найти значение Φ по рис. 134. На этом рисунке кривая I справедлива для плоских, II — для цилиндрических и III — для сферических кирпичей толщиной (диаметром) δ . Если форма элементов насадки отличается от этих трех видов, то легко оценить, к какому из них она наиболее близка. Тогда сначала определяют среднюю толщину пластины δ или средний диаметр δ , а также объем V и поверхность насадки F и вычисляют по этим данным эквивалентную толщину пластины $\delta_{\text{ЭКВ}} = \delta / 2 + V/F$. Это

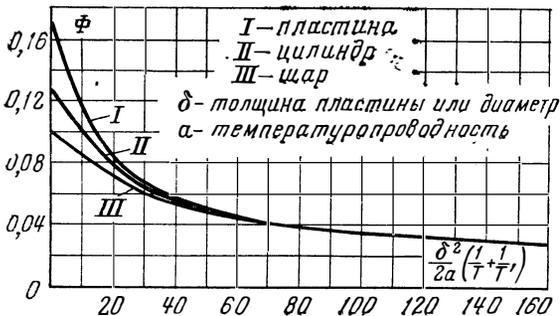


Рис. 134. Вспомогательная функция Φ для расчета коэффициента теплопередачи.

выражение основано на том, что для аккумулярования теплоты существенным является объем, а для теплопередачи — поверхность насадки, и поэтому $\delta_{\text{ЭКВ}}$ зависит не только от фактического диаметра, но и от отношения V/F . По эквивалентной толщине пластины $\delta = \delta_{\text{ЭКВ}}$ определяют абсциссу на рис. 134, по кривой I находят Φ и составляют $\delta = \delta_{\text{ЭКВ}}$ и Φ в уравнение

(457). Этот метод основан на том, что при использовании $\delta_{\text{ЭКВ}}$ удается достигнуть почти полного слияния кривых II и III с кривой I (см. § 61 и рис. 150).

Как уже упоминалось, высшие гармоники или высшие собственные функции уменьшают теплоперенос. Поэтому действительный коэффициент теплопередачи меньше, чем коэффициент теплопередачи, вычисленный согласно уравнению (457). Отношение k/k_0 зависит от двух безразмерных чисел:

$$\left. \begin{aligned} \Lambda &= 4 \frac{k_0 (T + T') F}{CT + C'T'} = 2 \frac{k_0 (T + T') F}{C_{\text{пер}}} \\ \text{и} \\ \text{II} &= 2 \frac{k_0 (T + T') F}{C_s} \end{aligned} \right\} \quad (458)$$

где $C_{\text{пер}} = \frac{1}{2} (CT + C'T')$ — среднее значение из полных теплоемкостей массовых количеств газов, проходящих через регенератор за периоды нагрева и охлаждения; C_s — полная теплоемкость материала насадки; F — теплопередающая поверхность насадки.

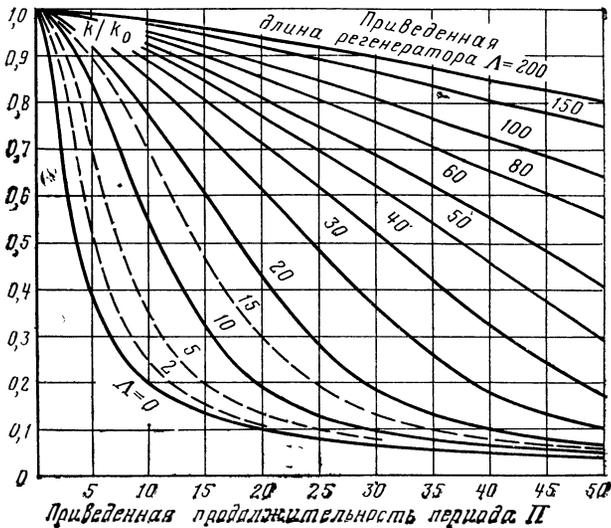


Рис. 135. Отношение действительного коэффициента теплопередачи k к коэффициенту теплопередачи k_0 , обусловленному основным колебанием.

Если k_0 , C , C' , а также F/C_s рассматривать как заданные величины, то значение Λ по существу пропорционально поверхности нагрева, а следовательно, и длине регенератора, тогда как II — пропорционально продолжительности периодов T и T' . Поэтому Λ называется приведенной длиной регенератора, а II — приведенной продолжительностью периода¹. После вычисления Λ и II по уравнению (458) по рис. 135 получают отношение k/k_0 . И, наконец, умножая значение k_0 , вычисленное по уравнению (457), на отношение k/k_0 , находят искомый действительный коэффициент теплопередачи.

¹ Смысл этих названий, кажущихся здесь, возможно, несколько искусственными, станет полностью понятен лишь при изучении гл. 3.

Пояснения и преобразования. Описанный метод расчета строго справедлив лишь в том случае, когда $\alpha, \alpha', C, C', \lambda_s, \rho$ и c не зависят от температуры, а $CT=C'T'$. Однако уравнения (458) для критериев Λ и Π составлены таким образом, что метод можно применять с достаточно высокой точностью и при $CT \neq C'T'$ (см. § 70). Если по объему V , плотности ρ и удельной теплоемкости насадки c для пластин, цилиндров и шаров рассчитать параметр $F/C_s = F/V\rho c$, то второе из уравнений (458) можно преобразовать к виду

$$\Pi = 4m \frac{k_0 (T + T')}{\rho c \delta} \begin{cases} \text{пластина } m = 1, \\ \text{цилиндр } m = 2, \\ \text{шар } m = 3. \end{cases} \quad (459)$$

В то же время уравнения (458) справедливы для насадок любой формы, что несомненно является их преимуществом.

Необходимость использования графиков для определения Φ и k/k_0 по вычисленным значениям Π и Λ , возможно, воспринимается как недостаток описанного метода. Правда, для расчета Φ известны точные уравнения (см. § 60 и 61), но они слишком сложны для практического применения. Однако почти во всех встречающихся на практике случаях Φ можно с достаточной точностью вычислять по следующим приближенным уравнениям:

пластина

$$\Phi = \frac{1}{6} - 0,00556 \frac{\delta^2}{2a} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right) \text{ для } \frac{\delta^2}{2a} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right) \leq 10;$$

цилиндр

$$\Phi = \frac{1}{8} - 0,00261 \frac{\delta^2}{2a} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right) \text{ для } \frac{\delta^2}{2a} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right) \leq 15; \quad (460)$$

шар

$$\Phi = \frac{1}{10} - 0,00143 \frac{\delta^2}{2a} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right) \text{ для } \frac{\delta^2}{2a} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right) \leq 20,$$

а для больших значений $\frac{\delta^2}{2a} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right)$ — из соотношения

$$\Phi = \frac{0,357}{\sqrt{\epsilon + \frac{\delta^2}{2a} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right)}}, \quad (461)$$

где $\epsilon = 0,3$ для пластины, $1,1$ — для цилиндра и 3 — для шара.

Значения k/k_0 (рис. 135) рассчитаны с наибольшей точностью на ЭВМ в 1971 и 1972 гг. согласно методу, описанному в § 83, 85, 86 и 76*. Однако точное замкнутое уравнение для k/k_0 до сих пор неизвестно, за исключением предельных случаев $\Lambda = \infty$ и $\Lambda = 0$, для которых (см. § 67)

$$\begin{cases} \frac{k}{k_0} = 1 \text{ при } \Lambda = \infty; \\ \frac{k}{k_0} = \frac{2}{\Pi} \operatorname{th} \frac{\Pi}{2} \text{ при } \Lambda = 0. \end{cases} \quad (462)$$

* Уиллмотт и Шеллман предоставили автору свои данные частным образом. Данные Ламбертсона и Занднера заимствованы из диссертации Занднера [3.41].

Тем не менее для расчета k/k_0 можно использовать эмпирическое уравнение

$$\frac{k}{k_0} = 1 - \frac{1}{\Lambda} [0,8\Pi - 3 \text{th}(0,2\Pi)], \quad (463)$$

справедливое при $\Pi/\Lambda = C_{\text{пер}}/C_s < 0,5$.

При не слишком высоких требованиях к точности расчет коэффициента теплопередачи можно значительно упростить, если учесть, что во многих областях применения безразмерные комплексы Π и Λ колеблются лишь в определенных границах. Например, в металлургической промышленности параметр $\Pi = \frac{\delta^2}{2\alpha} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right)$ часто близок к 4, значения Λ составляют 5—20, а отношение $\Pi/\Lambda = C_{\text{пер}}/C_s = 0,2—0,3$ [см. уравнение (458)]. В этих границах действительный коэффициент теплопередачи можно вычислять по уравнению¹

$$\frac{1}{k} = \left[1 + \frac{F}{400} \left(\frac{\alpha}{C} + \frac{\alpha'}{C'} \right) \right] (T + T') \left[\frac{1}{\alpha T} + \frac{1}{\alpha' T'} + \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right) \frac{\delta}{7\lambda_s} \right]. \quad (464)$$

В указанных областях изменения параметров это уравнение справедливо с точностью примерно 2%. Еще проще считать, что среднее значение $k/k_0 = 0,93$, однако в этом случае в границах указанной области ошибки могут достигать примерно 5%.

Зависимость коэффициента теплопередачи от продолжительности периода и толщины кирпича. На рис. 136 и 137 показано, как зависит коэффициент теплопередачи k от продолжительности периода и толщины плоского кирпича. Расчеты

проведены для $CT = C'T'$, $\lambda_s = 1,163$ Вт/(м·К), $\rho c = 2070$ кДж/(м³·К) и $\alpha = \alpha' = 23,26$ Вт/(м²·К). На рис. 136 принято, что толщина кирпича $\delta = 0,03$ м = 30 мм и приведена зависимость k от продолжительности периода $T = T'$, выраженной в часах, при различных значениях приведенной длины регенератора Λ . С увеличением продолжительности периода k падает тем быстрее, чем меньше Λ , т. е. чем короче регенератор. Самая верхняя кривая для $\Lambda = \infty$ одновременно представляет коэффициент теплопередачи k_0 , соответствующий

только основному колебанию. Начальное быстрое падение k_0 при очень малых продолжительностях периода объясняется тем, что согласно рис. 134 функция Φ в этой области возрастает от 0 до 1/6. Физически это связано с тем, что быстрые изменения температуры в начале каждого периода с ростом продолжительности периода играют относительно меньшую роль. Действительно, во время этих начальных изменений температуры, при которых тепловой поток сосредоточен лишь во внешних частях кирпича и не проникает вглубь, условия для теплопереноса благоприятнее, чем на более поздних стадиях процесса.

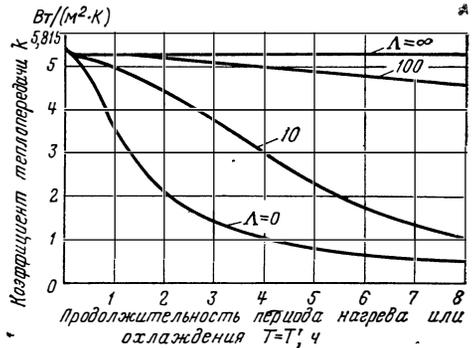


Рис. 136. Зависимость коэффициента теплопередачи k от продолжительности периода $T = T'$ для различных значений приведенной длины регенератора Λ . Толщина кирпича $\delta = 30$ мм.

¹ Краткое обоснование этого уравнения можно найти в первом издании настоящей книги.

На рис. 137 представлена зависимость коэффициента теплопередачи k от толщины кирпича δ для постоянной продолжительности периода $T=T'=1$ ч. Кривые построены для неизменных значений отношения $C_s/C_{\text{пер}}$, где, как и прежде, C_s — теплоемкость всей насадки регенератора, $C_{\text{пер}}$ — среднее значение из теплоемкостей массовых количеств газов, проходящих через регенератор в периоды нагрева и охлаждения. Поскольку согласно уравнению (458) $C_s/C_{\text{пер}}=\Lambda/\Pi$, то самая верхняя кривая для $C_s/C_{\text{пер}}=\infty$ справедлива либо при $\Lambda=\infty$, либо при $\Pi=0$, т. е. для бесконечно длинных регенераторов (точнее $aF=\infty$) или для бесконечно коротких периодов. Самая нижняя кривая соответствует

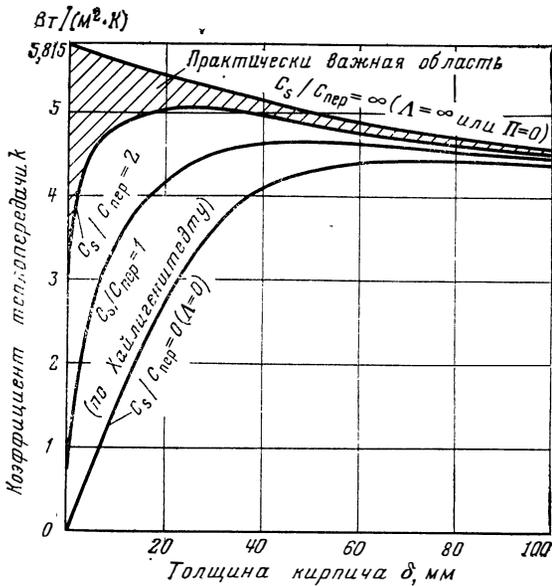


Рис. 137. Зависимость коэффициента теплопередачи k от толщины кирпича δ для продолжительности периода $T=T'=1$ ч.

предельному случаю бесконечно короткого регенератора, который рассматривал также Хайлигенштедт (см. § 56). При обычных рабочих условиях следует всегда принимать $C_s/C_{\text{пер}}>2$, поскольку иначе КПД регенераторов будет слишком низким. Поэтому заштрихованная поверхность между кривыми $C_s/C_{\text{пер}}=2$ и $C_s/C_{\text{пер}}=\infty$ соответствует практически важной области.

Кривые на рис. 137, за исключением кривой для $C_s/C_{\text{пер}}=\infty$, сначала растут, затем падают и наконец приближаются к предельному значению $k=4,4$ Вт/(м²·К), что можно объяснить следующим образом. Падение кривых, в том числе и самой верхней, связано с тем, что с ростом толщины кирпича его внутренние области все меньше участвуют в теплообмене (см. рис. 141 и 143).

Рост кривых, особенно при малых толщинах кирпича, объясняется петлями гистерезиса, которые описывают средние температуры насадки Θ_m и Θ'_m (см. рис. 130). Выше уже отмечалось, что отношению средней высоты этих петель гистерезиса к средней разности температур между газами служит мерой ухудшения теплопередачи по сравнению с теплопередачей, соответствующей основному колебанию. Но при неизменной продолжительности периода это отношение в среднем тем больше, чем тоньше кирпич и чем меньше отношение $C_s/C_{\text{пер}}$. Наоборот, с ростом δ и $C_s/C_{\text{пер}}$ передаваемое количество теплоты должно увеличиваться.

Расчет двух или нескольких совместно работающих регенераторов и сравнение с рекуператором. После того как коэффициент теплопередачи k найден, регенератор можно рассчитать почти так же, как и рекуператор, по соотношениям, которые выведены в § 28 и следующих параграфах. Однако в расчете этих двух видов теплообменников имеется и различие, поскольку в обоих случаях несколько различается определение коэффициента теплопередачи. В то время как у рекуператоров теплота передается через две поверхности нагрева, например через вну-

треннюю и наружную поверхности труб, для регенераторов согласно определению Руммеля, учитывают только теплоперенос через *одну* поверхность нагрева, а именно, через поверхность нагрева *одного* регенератора. Тепловой поток, эквивалентный тепловому потоку, передаваемому в одном рекуператоре, получают лишь в двух или нескольких совместно работающих регенераторах. Поэтому, если мы хотим найти коэффициент теплопередачи, полностью соответствующий таковому для рекуператора, следует исходить из общего теплового потока, передаваемого во всех этих регенераторах.

Пусть число совместно работающих регенераторов равно n . Обычно $n=2$ (см. рис. 123), но иногда (причем раньше чаще, чем в настоящее время) работают и с $n=3$ или $n=4$ с циклическим переключением регенераторов, например кауперов доменных печей. При трех совместно работающих регенераторах продолжительность периода нагрева можно выбрать вдвое большей, чем периода охлаждения. В этом случае горячий газ пропускается через два регенератора, а холодный — через один.

Количество теплоты, передаваемой в n одинаковых регенераторах за время $T+T'$, получают, умножая значение $Q_{\text{пер}}$, вычисленное по уравнению (456), на n . При точном расчете необходимо учитывать, что продолжительность полного периода $T_{\text{полн}}$ несколько больше, чем $T+T'$, так как в T и T' не включено время, необходимое для переключения регенераторов.

Рассмотрим для сравнения рекуператор, полная поверхность нагрева которого, например сумма внутренней и наружной поверхностей труб, равна полной поверхности нагрева n регенераторов, т. е. nF . Однако поскольку для рекуператоров принято относить коэффициент теплопередачи только к одной поверхности нагрева, например, к среднему значению из внутренней и наружной поверхностей, расчет следует вести в этом смысле с поверхностью нагрева рекуператора $(n/2)F$. Кроме того, в рекуператоре, с которым проводится сравнение, за время $T_{\text{полн}}$ должно передаваться то же количество теплоты $nQ_{\text{пер}}$, что и в n регенераторах. Поэтому для рекуператора с коэффициентом теплопередачи $k_{\text{рек}}$ и поверхностью нагрева $(n/2)F$ согласно уравнению (145) получаем:

$$nQ_{\text{пер}} = k_{\text{рек}} \frac{n}{2} FT_{\text{полн}} \Delta \vartheta_M. \quad (465)$$

Из сравнения с уравнением (456) следует, что

$$k_{\text{рек}} = 2k \frac{T+T'}{T_{\text{полн}}} (= k_{\text{рег}}), \quad (466)$$

или, если пренебречь различием между $T+T'$ и $T_{\text{полн}}$,

$$k_{\text{рек}} = 2k (= k_{\text{рег}}). \quad (467)$$

Таким образом, в результате сравнения находим, что n регенераторов, каждый из которых имеет поверхность нагрева F , эквивалентны одному рекуператору со средней поверхностью нагрева $nF/2$, если коэффициент теплопередачи рекуператора

$$k_{\text{рек}} = 2k \frac{T+T'}{T_{\text{полн}}} (= k_{\text{рег}}), \quad (468)$$

или приблизительно $k_{\text{рек}} = 2k$. Здесь k — коэффициент теплопередачи регенератора, определяемый по уравнению (456). Но $k_{\text{рек}}$ можно рассма-

тривать и в качестве коэффициента теплопередачи регенератора, который определен так же, как и коэффициент теплопередачи рекуператора. В этом смысле, как показано в скобках в уравнениях (466)—(468), вместо $k_{\text{рек}}$ можно писать также $k_{\text{рег}}$.

Следовательно, для того чтобы определить коэффициент теплопередачи для регенераторов так же, как и для рекуператоров, его нужно взять вдвое большим, чем по определению Руммеля, т. е. для n регенераторов его следует относить не к поверхности nF , а к поверхности $nF/2$. В принципе это определение можно применять столь же последовательно. Однако определение Руммеля проще и не нуждается в особом обосновании.

Глава вторая

РАСЧЕТ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУР И ТЕПЛОПЕРЕДАЧИ В ПРОТИВОТОЧНЫХ РЕГЕНЕРАТОРАХ ПО ИЗМЕНЕНИЮ ВО ВРЕМЕНИ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ КИРПИЧА

55. Дифференциальные уравнения и краевые условия¹

В этой главе рассматривается метод расчета, который исходит из исследования распределения температур в поперечном сечении насадки регенератора и конечной целью которого является получение уравнения для расчета коэффициента теплопередачи. Поэтому рассмотрим прежде всего дифференциальные уравнения и краевые условия, которым они должны удовлетворять.

Дифференциальные уравнения. Сначала представим себе насадку в виде плоских пластин, например кирпичей одинаковой толщины δ , между которыми продувается газ с однородной и одинаково направленной скоростью. Теплопроводность насадки может быть достаточно малой, например соответствовать теплопроводности огнеупорного кирпича. Переносом теплоты теплопроводностью в направлении течения, которая обычно не оказывает значительного влияния на распределение температур, будем пренебрегать².

Рассмотрим в поперечном сечении кирпича, перпендикулярном к направлению потока, точку, расположенную на расстоянии y от левой поверхности кирпича (см. рис. 128). Если Θ — температура в этой точке, то для поперечного сечения кирпича справедливо известное уравнение теплопроводности

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^2}, \quad (469)$$

где t — время; $a = \lambda_s / (\rho c)$ — температуропроводность материала кирпича.

¹ В подлиннике — «граничные условия», однако здесь к ним относятся и начальные условия — «условия переключения». Совокупность начальных и граничных условий в отечественной литературе принято называть «краевыми условиями». — *Прим пер.*

² Если необходимо, ее влияние можно учесть дополнительно с помощью особого расчета (см. § 43).

Другие дифференциальные уравнения получаются из теплового баланса для элементарного участка регенератора, прилегающего к рассматриваемому поперечному сечению. Пусть размер этого участка определяется поверхностью насадки df , а его положение в регенераторе характеризуется поверхностью насадки f между местом входа газа в регенератор и рассматриваемым поперечным сечением (рис. 138). Пусть газ движется в положительном направлении оси f (на рис. 138 — сверху вниз). Через C обозначим полную теплоемкость массового расхода газа, проходящего через регенератор. Газ входит на рассматриваемый элементарный участок регенератора в сечении f с температурой ϑ , а покидает его в сечении $f+df$ с температурой $\vartheta + (\partial\vartheta/\partial f)_t df$. В период нагрева, в который газ при движении через регенератор охлаждается, производная $(\partial\vartheta/\partial f)_t$ отрицательна. Поэтому газ отдает на рассматриваемом участке за время dt количество теплоты¹

$$dQ = -C dt \left(\frac{\partial\vartheta}{\partial f} \right)_t df.$$

Это количество теплоты передается насадке. Если α вновь означает коэффициент, теплоотдачи, а Θ_0 — температуру поверхности насадки, так что разность температур между газом и поверхностью равна $\vartheta - \Theta_0$, то количество теплоты, передаваемой через поверхность df ,

$$dQ = \alpha df (\vartheta - \Theta_0) dt. \quad (470)$$

Приравнявая оба выражения для dQ , получаем:

$$\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial f} \right)_t = \frac{\alpha}{C} (\Theta_0 - \vartheta). \quad (471)$$

Количество теплоты dQ нагревает насадку и тем самым увеличивает ее запас теплоты. Поэтому должно также выполняться уравнение

$$dQ = dC_s \left(\frac{\partial\Theta_m}{\partial t} \right)_f dt,$$

где dC_s — теплоемкость насадки на рассматриваемом элементарном участке регенератора; Θ_m — средняя по поперечной координате температура насадки в рассматриваемом поперечном сечении к моменту t (как и в § 53).

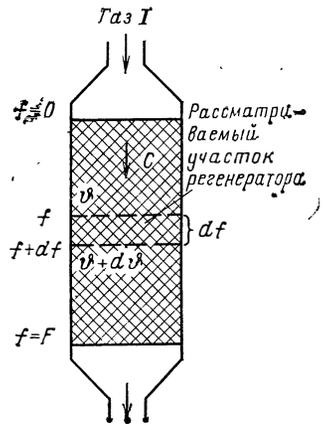


Рис. 138. Регенератор и участок регенератора с поверхностью нагрева df .

¹ Строго говоря, производную $\partial\vartheta/\partial f$ в выражении для dQ нельзя относить к $t = \text{const}$, поскольку $d\vartheta$ представляет собой изменение температуры определенной частицы газа при ее перемещении на расстояние df , но такое перемещение требует определенного очень малого времени. Кроме того, при точном расчете следует учитывать еще дополнительный малый расход теплоты, обусловленный тем, что на рассматриваемом участке регенератора к моменту $t+dt$ находится на $(\partial\vartheta/\partial t)dt$ более нагретый газ, чем в момент t . Если эти оба влияния учитываются [3.3, 3.12], то в приведенные в дальнейшем дифференциальные уравнения вместо t входит $t-t_0$, где t_0 — время, которое необходимо газу для перемещения от входа ($f=0$) до рассматриваемого сечения f . Однако, как правило, этим временем можно пренебречь. Процессы при переключении регенераторов исследовали Уиллмотт и Хинчклиф [3.65], правда, без учета выравнивания давления.

Приравнивая два последних выражения для dQ , получаем:

$$\left(\frac{\partial \Theta_m}{\partial t}\right)_f = \frac{\alpha df}{dC_s} (\vartheta - \Theta_0). \quad (472)$$

Ограничиваясь опять плоскими элементами насадки, находим, что объем элемента с поверхностью df равен $\delta df/2$, так что $dC_s = \rho c \delta df/2$. При этом уравнение (472) принимает вид:

$$\left(\frac{\partial \Theta_m}{\partial t}\right)_f = \frac{2\alpha}{\rho c \delta} (\vartheta - \Theta_0). \quad (473)$$

Уравнения (469), (471) и (472) являются искомыми дифференциальными уравнениями, которые совместно с двумя рассматриваемыми ниже крайними условиями полностью описывают распределение температур в регенераторе. Уравнения (471) и (472), выведенные только для периода нагрева, справедливы и для периода охлаждения, если α и C заменить соответствующими значениями для периода охлаждения α' и C' и учесть также, что и в период охлаждения значение f считается положительным в направлении движения газового потока, т. е. от холодного конца регенератора.

Крайевые условия. В установившемся состоянии важное крайнее условие состоит в том, что температура в каждом сечении насадки в конце периода охлаждения должна быть равна температуре в начале периода нагрева, и наоборот. Это крайнее условие называется *условием переключения*. Большинство уравнений, которые будут выведены в этой и частично в следующей главе, удовлетворяют прежде всего только этому условию.

Однако более точный и полный расчет процессов в регенераторах, который будет проведен в дальнейшем, должен удовлетворять и второму крайнему условию, которое гласит, что газы входят в регенератор с заданной и, как правило, неизменной температурой. Это условие называется *входным условием*. Кроме того, можно было бы записать еще условие для поверхности насадки¹

$$\alpha (\vartheta - \Theta_0) = -\lambda_s \left(\frac{\partial \Theta}{\partial y}\right)_{y=0}. \quad (474)$$

Это условие выражает, что количество теплоты, отдаваемой от газа к поверхности насадки за счет разности температур $\vartheta - \Theta_0$, вследствие соответствующего градиента температуры в насадке передается теплопроводностью в глубь насадки. Однако это условие уже удовлетворено с помощью уравнения (472) или (473). Действительно, уравнение (472) или (473) свидетельствует о том, что количество теплоты, отдаваемой за счет разности температур $\vartheta - \Theta_0$, подводится к насадке и увеличивает определяемый Θ_m запас теплоты насадки. Однако иногда мы будем с пользой применять и уравнение (474).

56. Метод расчета Хайлигенштедта²

Мы рассмотрим только основные положения методов Хайлигенштедта [3.22, 3.23] и Руммеля [3.38—3.40], которые раньше имели большое значение, поскольку изложенный в § 53 и 54 метод расчета, обоснованный подробно в следующих параграфах, дает намного более точные

¹ Граничное условие третьего рода. — *Прим. ред.*

² В отличие от [3.22] здесь и далее по тексту приводится общепринятое в настоящее время транскрибирование фамилии.

результаты, обладающие значительно большей общностью. Ограниченную область применения имеет и метод расчета Шака [3.45, 3.47], который дает достаточно приемлемые результаты при условиях, характерных для металлургической промышленности.

Метод Хайлигенштедта основан на следующих соображениях. Как уже упоминалось в § 53 и при записи краевых условий в § 55, оба газа, как правило, попеременно подводятся к противоположным концам регенератора с неизменными во времени температурами (см. рис. 130). В отличие от этого во всех других сечениях регенератора температуры газов зависят от времени (см. рис. 129). Однако для упрощения Хайлигенштедт принимает, что и во всех других поперечных сечениях регенератора температуры обоих газов ϑ и ϑ' неизменны во времени.

Для того чтобы при этом допущении рассчитать распределение температуры кирпича Θ в поперечном сечении, Хайлигенштедт использует следующее частное решение дифференциального уравнения (469):

$$\Theta = A + B \exp(-\beta^2 at) \cos \beta \left(y - \frac{\delta}{2} \right), \quad (475)$$

где t — время; A , B и β — произвольные постоянные.

В этом решении уже учтено, что распределение температур должно быть всегда симметрично относительно оси кирпича $y = \delta/2$. Если подставить это соотношение для Θ в граничное условие (474), то можно видеть, что допущение $\vartheta = \text{const}$ выполняется, только если $A = \vartheta$, а β удовлетворяет уравнению

$$\left(\beta \frac{\delta}{2} \right) \text{tg} \left(\beta \frac{\delta}{2} \right) = \frac{\alpha}{\lambda_s} \frac{\delta}{2}. \quad (476)$$

Из бесконечно большого числа корней этого уравнения будет использован только первый, который мы обозначим β_0 . Если записать также соответственно $B = B_0$, то уравнение (475) переходит в соотношение

$$\Theta = \vartheta + B_0 \exp(-\beta_0^2 at) \cos \beta_0 \left(y - \frac{\delta}{2} \right). \quad (477)$$

Это уравнение справедливо для периода нагрева. Аналогичным образом для периода охлаждения получают:

$$\Theta' = \vartheta' + B'_0 \exp(-\beta_0'^2 at') \cos \beta_0' \left(y - \frac{\delta}{2} \right). \quad (478)$$

Параметр β_0' представляет собой первый корень уравнения (476), в котором α заменено на α' . Хайлигенштедт составил таблицы, по которым можно быстро определить β_0 и β_0' . Время t и соответственно t' в уравнениях (477) и (478) отсчитывается заново с начала каждого периода нагрева и охлаждения.

Для того чтобы достигнуть установившегося состояния, Хайлигенштедту в принципе нужно бесконечно большое число последовательных периодов нагрева и охлаждения. Он начинает расчет при однородном распределении температуры в поперечном сечении кирпича и рассчитывает постоянные B_0 и B'_0 для каждого нового периода по распределению температур в конце предшествующего периода ($\Theta_{\text{макс}}$ или $\Theta_{\text{мин}}$ на рис. 127). С помощью простых уравнений (477) и (478) невозможно детально удовлетворить условию, что распределение температур в рассматриваемом поперечном сечении за счет самого переключения не изменяется и что, более того, в момент переключения везде $\Theta = \Theta'$. Поэто-

му Хайлигенштедт вычисляет новое значение B_0 или B'_0 в каждом отдельном случае так, чтобы Θ и Θ' возможно лучше согласовались, по крайней мере в среднем, в смысле метода наименьших квадратов.

Мы не будем приводить весьма сложные соотношения, которые получил таким способом Хайлигенштедт для расчета B_0 и B'_0 в установившемся состоянии. Более коротким путем удастся получить уравнения той же точности, но значительно более простого вида, если применить условие переключения только к средним температурам кирпича Θ_m и Θ'_m в начале и конце периодов. При этом требуется, чтобы в момент переключения оставалась неизменной лишь средняя температура кирпича.

Среднюю температуру кирпича в произвольный момент t периода нагрева находим из уравнения (477)

$$\Theta_m = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} \Theta dy = \vartheta + B_0 \exp(-\beta^2_0 at) \frac{\sin \beta_0 \frac{\delta}{2}}{\beta_0 \frac{\delta}{2}}. \quad (479)$$

Из уравнения (478) получаем соответствующее соотношение для периода охлаждения. С помощью полученных выражений вычисляем Θ_m и Θ'_m для начала и конца каждого периода.

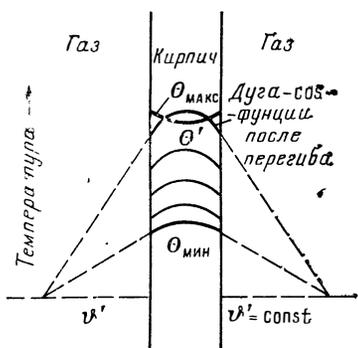
Приравнявая соответствующие выражения при переходе от периода нагрева к периоду охлаждения и от периода охлаждения к периоду нагрева, окончательно получаем два уравнения для определения B_0 и B'_0 .

После того как B_0 и B'_0 вычислены, по уравнениям (477) и (478) можно рассчитать распределение температур в рассматриваемом поперечном сечении кирпича в установившемся состоянии. Результат такого расчета для периода охлаждения показан на рис. 139. Распределение температуры в кирпиче в каждый момент времени описывается дугой косинусоидальной функции. При переходе от температуры $\Theta_{\text{макс}}$, достигаемой в конце периода нагрева, к началу периода охлаждения в соответствии с методом Хайлигенштедта описывающая распределение температуры первоначально изогнутая вниз дуга косинусоидальной функции мгновенно перегибается и превращается в изогнутую вверх дугу большей кривизны, лежащую на той же средней высоте. Затем согласно уравнению (478) ординаты этой дуги, отсчитываемые от ϑ' , экспоненциально затухают во времени, что на рис. 139 изображено кривыми, нанесенными через одинаковые промежутки времени.

Рис. 139. Распределение температуры кирпича в период дутья согласно Хайлигенштедту.

По рассчитанному им профилю температур и с помощью уравнения, в принципе такого же, как и уравнение (501), которое будет выведено в § 60, Хайлигенштедт впервые получил соотношение для теплообменного числа $K=k(T+T')$. Это полученное им соотношение также весьма сложно. Если же исходить из значений B_0 и B'_0 , полученных только что описанным способом, то с помощью уравнений (501) и (477) можно получить следующую значительно более простое соотношение для коэф-

фициента теплообмена K . Если же исходить из значений B_0 и B'_0 , полученных только что описанным способом, то с помощью уравнений (501) и (477) можно получить следующую значительно более простое соотношение для коэф-



коэффициента теплопередачи:

$$k = \frac{\rho c \delta}{2(T + T')} \frac{(1 - \psi)(1 - \psi')}{1 - \psi\psi'}, \quad (480)$$

где

$$\psi = \exp(-\beta_0^2 a T); \quad \psi' = \exp(-\beta_0'^2 a T'). \quad (480a)$$

Как будет показано в дальнейшем на основе анализа, проводимого в § 59 и 61, допущение Хайлигенштедта о том, что температура газа в каждый из периодов неизменна во времени, в общем случае несправедливо. Тем не менее основополагающее значение работы Хайлигенштедта сохраняется, поскольку он впервые показал, что в первом приближении рассчитать процессы в регенераторе чисто теоретически и определить теплообменное число, а следовательно, и коэффициент теплопередачи.

57. Метод расчета Руммеля

В 1931 г. в своей книге [3.22] Хайлигенштедт указал на то, что он принял допущение о неизменности во времени температур газов только ради упрощения расчета и что в действительности оно не справедливо. Для того чтобы учесть отклонения от этого допущения и найти более простое, чем у Хайлигенштедта, выражение для коэффициента теплопередачи, Руммель [3.38] предложил по существу эмпирический метод. Он искал выражение для коэффициента теплопередачи k , которое по виду было бы подобно простому уравнению теплопередачи для плоской стенки (6) и получил следующее соотношение:

$$\frac{1}{k} = (T + T') \left(\frac{1}{\alpha T} + \frac{1}{\alpha' T'} + \frac{2}{\zeta \eta \rho c \delta} \right), \quad (481)$$

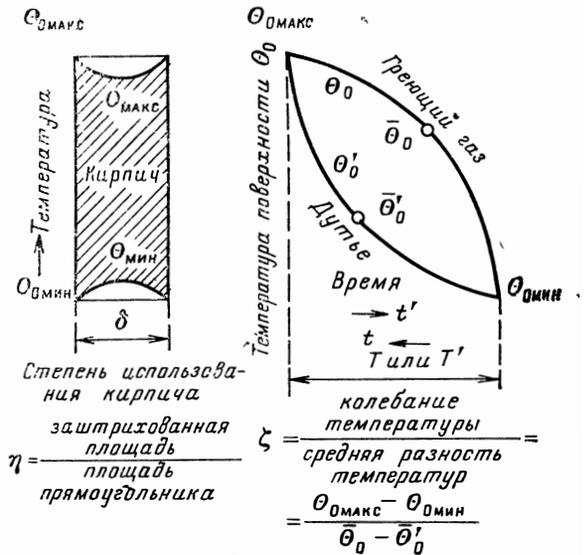


Рис. 140. К расчету доменных воздухонагревателей по Руммелю.

где η и ζ — рассматриваемые ниже функции.

Функция η представляет собой степень использования кирпича, т. е. отношение количества теплоты, действительно аккумулированного на участке регенератора, к количеству теплоты, которое могло бы быть аккумулировано при том же распределении температуры поверхности, если бы теплопроводность кирпича λ_s была бесконечно велика (рис. 140, слева). Руммель рассчитывал η по приближенному уравнению

$$\frac{1}{\eta} = 1 + \frac{\delta^2}{4a(T + T')}, \quad (482)$$

где $a = \lambda_s / (\rho c)$.

Отношение ζ определяется только распределением температуры поверхности, которое можно представить себе таким, как показано на рис. 140, справа. Средние во времени значения из этих температур в оба периода Θ_0 и Θ'_0 значительно отличаются. Наибольшее колебание температуры $\Theta_{0\text{макс}} - \Theta_{0\text{мин}}$ Руммель отнес к разности средних во времени значений $\bar{\Theta}_0 - \bar{\Theta}'_0$ и это отношение он обозначил через ζ , так что

$$\zeta = \frac{\Theta_{0\text{макс}} - \Theta_{0\text{мин}}}{\bar{\Theta}_0 - \bar{\Theta}'_0}. \quad (483)$$

Значение ζ Руммель определил из опытов; он нашел, что для доменных воздухонагревателей ζ мало изменяется и обычно составляет 2—3,5.

Если ζ и η известны, то по уравнению (481) легко вычислить k . Однако с теоретической точки зрения это уравнение недостаточно удовлетворительно, поскольку оно содержит коэффициент ζ , который нужно находить из опыта, и, кроме того, η можно определить только с невысокой точностью.

Следует отметить, что полученное автором уравнение (457) для k_0 , т. е. для коэффициента теплопередачи, рассчитанного только по основному колебанию температуры, имеет форму, подобную уравнению Руммеля (481).

58. Метод расчета Шака

Как уже упоминалось, Шак опубликовал приближенный метод расчета регенераторов [3.47], результаты которого хорошо согласуются с данными непосредственных измерений на доменных воздухонагревателях. Подобно Хайлигенштедту и отчасти также Руммелю Шак исходит из анализа распределения температуры в поперечном сечении кирпича и получает следующие эмпирические формулы для распределения во времени средней температуры кирпича Θ_m , температуры его поверхности Θ_0 и температуры газа ϑ в этом сечении (см. рис. 129):

$$\Theta_0 - \Theta_m = C_1 + C_2 \exp\left(n \frac{t}{T}\right); \quad (484)$$

$$\vartheta = C_3 + C_4 \exp\left(m \frac{t}{T}\right), \quad (485)$$

где $C_1 - C_4$, n и m — константы.

Значения C_1 и C_4 Шак определяет, используя соотношение Гребера для степени использования кирпича η (см. § 57 и [3.43]), а также из условия, что температуры кирпича Θ_0 и Θ_m при переключении могут изменяться непрерывно, и отчасти из приближенного анализа колебаний во времени температур газа $\Delta\vartheta$ и $\Delta\vartheta'$ в периоды нагрева и охлаждения. Затем путем сравнения с опытными данными Шак находит, что $n = -8$ и $m = 0,1$. После подстановки полученных выражений для $\Theta_0 - \Theta_m$ и ϑ в уравнение (472) получается дифференциальное уравнение, содержащее в качестве единственной неизвестной Θ_m , которое можно легко проинтегрировать. После некоторых промежуточных расчетов Шак приходит к довольно сложному уравнению для теплообменного числа $K = k(T + T')$, вычисление которого облегчается с помощью графика.

Метод Шака позволяет найти только местное теплообменное число K , а следовательно, и местный коэффициент теплопередачи k .

Если определить по этим данным средний коэффициент теплопередачи для всего регенератора и сравнить полученные значения со значениями, рассчитанными по описанному в § 54 точному методу, то приходим к следующему заключению. Для обычных в металлургической промышленности толщин кирпича и продолжительностей периодов метод Шака в общем является достаточно приемлемым, а в предельном случае очень короткого регенератора хорошо согласуется с теорией Хайлигенштедта и автора. Напротив, он становится не вполне надежным при очень большой приведенной длине регенератора Λ [см. уравнение (546)] и при очень тонкостенных элементах насадки, т. е. при параметрах, характерных прежде всего для регенераторов, используемых в криогенной технике.

59. Основное колебание температуры регенератора с плоской насадкой при одинаковых теплоемкостях массовых количеств обоих газов за период ($CT = C'T'$) [3.17]

Начиная с этого параграфа будет излагаться теория регенератора, практически свободная от произвольных допущений¹ и поэтому очень точно отражающая действительное поведение регенератора. Важнейшие положения этой теории уже были рассмотрены в § 53. Они заключаются в регенераторе рассматриваются как вынужденное колебание температуры, которое в свою очередь раскладывается на основное колебание и высшие гармоники. Для получения математических соотношений, описывающих основное колебание и высшие гармоники, мы ищем такие решения дифференциальных уравнений (469), (471) и (472), которые удовлетворяют условию переключения (см. § 55). Имеется бесконечно много решений такого рода. Согласно теории дифференциальных уравнений в частных производных они называются собственными функциями и различаются собственным значением κ , которое пробегает ряд всех целых действительных чисел от 0 до ∞ . Как уже упоминалось в § 53, собственная функция при $\kappa = 0$ представляет собой основное колебание, а собственные функции более высокого порядка — высшие гармоники.

Сначала получим нулевую собственную функцию для случая, когда теплоемкости обоих проходящих через регенератор газов не зависят от температуры и отнесенные к продолжительности периода нагрева и соответственно периода охлаждения равны друг другу. Если, как и выше, через C и C' обозначить теплоемкости массовых расходов газов, проходящих через регенератор, а через T и T' — продолжительность периодов нагрева и охлаждения, то это условие означает, что $CT = C'T'$. Кирпичи пока будем рассматривать как пластины одинаковой толщины δ .

Получение нулевой собственной функции. В большинстве ранних работ по расчету кирпичных регенераторов принималось как само собой разумеющееся, что в установившемся состоянии распределение температур вдоль регенератора такое же, как и в рекуператоре. При таком сравнении имели в виду распределение температур в определенный момент времени или в среднем за период. Среди упомянутых решений

¹ Только при расчете высших гармоник колебаний температуры допускается мелкая, практически малозначащая неточность, состоящая в том, что вводится коэффициент теплоотдачи α , отнесенный к средней температуре кирпича Θ_m (см. § 63).

дифференциальных уравнений можно всегда найти одно, которое дает это простейшее распределение температур в продольном направлении. Можно доказать, что это решение действительно является нулевой собственной функцией ($\kappa \neq 0$), соответствующей основному колебанию¹. Поэтому нулевую собственную функцию можно определить из того условия, что ей соответствует такое же продольное распределение температур, как и в рекуператоре.

Если $C=C'$, а α и α' — неизменны, то в рекуператоре устанавливается линейное распределение температур. Поэтому и нулевая собственная функция для $CT=C'T'$ должна в каждый момент времени давать линейное распределение температур вдоль регенератора. Поскольку в качестве продольной координаты регенератора выбрана поверхность нагрева до рассматриваемого сечения f , получаем, как для температуры газа θ , так и для температуры кирпича Θ при неизменном времени t , условие

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial f}\right)_t = \left(\frac{\partial \Theta}{\partial f}\right)_t = \left(\frac{\partial \Theta_m}{\partial f}\right)_t = \text{const.} \quad (486)$$

Если помимо α и C считать неизменными также λ_s , ρ , c и δ , то из уравнения (471) получается, что $\Theta - \theta = \text{const.}$ Следовательно, разность температур между поверхностью кирпича и газом в данный момент времени t одинакова во всех сечениях регенератора. Поэтому за заданный промежуток времени во всех сечениях должно передаваться одинаковое количество теплоты и температуры должны изменяться с одинаковой скоростью. Следовательно, прямые, описывающие распределение температур вдоль регенератора, должны сдвигаться параллельно. Поэтому константа в уравнении (486), а значит, и $\Theta_0 - \theta$, не зависят от времени. Таким образом, из уравнения (472) получаем, что

$$\left(\frac{\partial \Theta_m}{\partial t}\right)_f = \text{const.} \quad (487)$$

Из линейности распределения температур в продольном направлении следует также, что *средняя температура кирпича Θ_m в каждом поперечном сечении изменяется линейно во времени*. Это правило, которое раньше рассматривалось лишь как хорошее приближение², теперь доказано как *точная закономерность нулевой собственной функции при $CT=C'T'$* .

Согласно условию переключения средние температуры кирпича в периоды нагрева и охлаждения Θ_m и Θ'_m в моменты переключения должны быть равны, т. е. средняя температура кирпича в конце периода охлаждения должна иметь то же значение, что и в начале периода нагрева, и наоборот. Отсюда с учетом уравнения (487) следует, что для каждого поперечного сечения регенератора изменение Θ_m и Θ'_m во времени описывается *единой общей прямой*, если, как показано на рис. 129, откладывая время t и t' в периоды нагрева и охлаждения по оси абсцисс в противоположных направлениях и в таких масштабах, что T и T' изображаются равными отрезками. Если, кроме того, моменты времени обоих периодов t и t' , которым на рис. 129 соответствует одинаковое значение абсциссы, называть взаимно соответственными, то для таких моментов

$$\Theta_m = \Theta'_m. \quad (488)$$

¹ Доказательство будет приведено в § 68 и 70.

² См. [3.16].

Это уравнение также выражает важное свойство нулевой собственной функции.

В соответствии с этими результатами средние температуры кирпича Θ_m и Θ'_m имеют в последующем анализе основополагающее значение. Их распределение достаточно просто, так что они образуют остов, на котором строится значительно более сложное распределение местных температур кирпича Θ и Θ' и температур газов ϕ и ϕ' .

Рисунки 128 и 129 уже дают приближенное представление о характере распределения температур газов и кирпича в рамках нулевой собственной функции. Для точного расчета этого распределения температур при самых различных условиях используем следующее решение дифференциального уравнения (469):

$$\Theta = A + \left(\frac{\partial \Theta_m}{\partial t} \right)_f t - \frac{1}{2a} \left(\frac{\partial \Theta_m}{\partial t} \right)_f y (\delta - y) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \exp(-\beta_n^2 at) \cos \beta_n \left(y - \frac{\delta}{2} \right), \quad (489)$$

где A , B_n и β_n — произвольные постоянные, а производная $(\partial \Theta_m / \partial t)_f$ согласно уравнению (487) неизменна.

Пусть используемая первоначально лишь в качестве индекса буква n принимает значения положительных действительных целых чисел 0, 1, 2, 3 и т. д. Второй член соответствует линейному изменению Θ_m во времени. Третий член соответствует параболическому распределению температуры, к которому стремится температурное распределение в конце периода (рис. 128). И, наконец, ряд с косинусоидальными членами дает отклонения от параболического распределения, появляющиеся в основном непосредственно после переключения. Характер зависимости этих членов от y учитывает, что решение должно быть симметрично относительно оси кирпича¹ $y = \delta / 2$. При этом, как и на рис. 128, y — расстояние рассматриваемой точки внутри кирпича от одной из двух его поверхностей.

Чтобы несмотря на прибавление ряда по косинусам сохранить линейное изменение Θ_m во времени, определим значения β_n так, чтобы средние по толщине кирпича значения членов ряда обращались в нуль. Полагая поэтому, что

$$\frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} \cos \beta_n \left(y - \frac{\delta}{2} \right) dy = 0,$$

получаем:

$$\beta_n = \frac{2n\pi}{\delta}. \quad (490)$$

¹ Оба члена с $(\partial \Theta_m / \partial t)_f$ в (489) образуют частный интеграл уравнения (469) для случая

$$\left(\frac{\partial \Theta}{\partial t} \right)_f = \left(\frac{\partial \Theta_m}{\partial t} \right)_f = \text{const.}$$

Следует отметить, что математически оба эти члена можно рассматривать как нулевой член ряда по косинусам, который получается с помощью предельного перехода к $\beta_n = 0$ при B_n , стремящемся к бесконечности. Однако в (489) оба упомянутых члена выделены отдельно, поскольку при такой записи проще применять рассмотренные свойства средних температур кирпича.

Аналогично обращается в нуль и среднее значение параболического члена уравнения (489), если из $y(\delta - y)$ вычесть $\delta^2/6$. Так как мы можем еще произвольно выбирать знак B_n , то вместо уравнения (489) с учетом (473) и (490) можем записать:

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_m - \frac{\alpha}{\lambda_s \delta} (\vartheta - \theta_0) \left[y(\delta - y) - \frac{\delta^2}{6} \right] + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} B_n \exp \left[- \left(\frac{2n\pi}{\delta} \right)^2 at \right] \cos \left(2n\pi \frac{y}{\delta} \right). \end{aligned} \quad (491)$$

Если это уравнение отнести к периоду нагрева, то для периода охлаждения соответственно получим:

$$\begin{aligned} \theta' &= \theta'_m - \frac{\alpha'}{\lambda_s \delta} (\vartheta' - \theta'_0) \left[y(\delta - y) - \frac{\delta^2}{6} \right] + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} B'_n \exp \left[- \left(\frac{2n\pi}{\delta} \right)^2 at' \right] \cos \left(2n\pi \frac{y}{\delta} \right) \end{aligned} \quad (492)$$

Последнее уравнение можно еще несколько преобразовать, если учесть, что в установившемся состоянии количества теплоты $q_{\text{пер}}$, передаваемой через единицу поверхности в периоды охлаждения и нагрева, равны, т. е.

$$q_{\text{пер}} = \alpha' (\theta'_0 - \vartheta') T' = \alpha (\vartheta - \theta_0) T. \quad (493)$$

Тогда уравнение (492) преобразуется в следующее соотношение:

$$\begin{aligned} \theta' &= \theta'_m + \frac{\alpha}{\lambda_s \delta} (\vartheta - \theta_0) \frac{T}{T'} \left[y(\delta - y) - \frac{\delta^2}{6} \right] + \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} B'_n \exp \left[- \left(\frac{2n\pi}{\delta} \right)^2 at' \right] \cos \left(2n\pi \frac{y}{\delta} \right). \end{aligned} \quad (494)$$

Время t и t' должно для каждого периода отсчитываться заново, начиная с момента переключения.

Значения B_n и B'_n получаем из условия переключения. Согласно этому условию температура кирпича во всех точках рассматриваемого поперечного сечения в начале периода нагрева должна быть равна температуре в конце периода охлаждения, и наоборот. Определяя температуру θ в начале периода нагрева ($t=0$) из (491), а температуру θ' в конце периода охлаждения ($t'=T'$) из (494) и приравняв их, с учетом (488) получаем:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ B_n - B'_n \exp \left[- \left(\frac{2n\pi}{\delta} \right)^2 aT' \right] \right\} \cos \left(2n\pi \frac{y}{\delta} \right) &= \\ = \frac{\alpha}{\lambda_s \delta} (\vartheta - \theta_0) \left(1 + \frac{T}{T'} \right) \left[y(\delta - y) - \frac{\delta^2}{6} \right]. \end{aligned} \quad (495)$$

В левой части этого уравнения записан ряд Фурье с подлежащими определению коэффициентами

$$B_n - B'_n \exp \left[- \left(\frac{2n\pi}{\delta} \right)^2 aT' \right].$$

Обозначая правую часть (495) через $f(y)$, согласно известным уравнениям для определения коэффициентов ряда Фурье получаем:

$$B_n - B'_n \exp \left[- \left(\frac{2n\pi}{\delta} \right)^2 aT' \right] = \frac{2}{\delta} \int_0^{\delta} f(y) \cos \left(2n\pi \frac{y}{\delta} \right) dy$$

и после интегрирования

$$B_n - B'_n \exp \left[- \left(\frac{2n\pi}{\delta} \right)^2 aT' \right] = - \frac{1}{(n\pi)^2} \frac{\alpha\delta}{\lambda_s} (\vartheta - \theta_0) \frac{T+T'}{T'}. \quad (496)$$

Соответствующий анализ для конца периода нагрева и начала периода охлаждения дает:

$$B'_n - B_n \exp \left[- \left(\frac{2n\pi}{\delta} \right)^2 aT \right] = + \frac{1}{(n\pi)^2} \frac{\alpha\delta}{\lambda_s} (\vartheta - \theta_0) \frac{T+T'}{T'}. \quad (497)$$

Решая уравнения (496) и (497) относительно B_n и B'_n и подставляя получающееся для B_n выражение в уравнение (491), получаем следующее соотношение как наиболее общую форму нулевой собственной функции для $CT=C'T'$:

$$\begin{aligned} \theta = \theta_m - \frac{\alpha\delta}{\lambda_s} (\vartheta - \theta_0) \left\{ \frac{y}{\delta} \left(1 - \frac{y}{\delta} \right) - \frac{1}{6} + \right. \\ \left. + \frac{T+T'}{T'} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n\pi)^2} \frac{1 - \exp \left[- \left(\frac{2n\pi}{\delta} \right)^2 aT' \right]}{1 - \exp \left[- \left(\frac{2n\pi}{\delta} \right)^2 a(T+T') \right]} \times \right. \\ \left. \times \exp \left[- \left(\frac{2n\pi}{\delta} \right)^2 at \right] \cos \left(2n\pi \frac{y}{\delta} \right) \right\}, \quad (498) \end{aligned}$$

где температура θ_m с учетом уравнения (473) определяется по следующей формуле:

$$\theta_m = (\theta_m)_a + \left(\frac{\partial \theta_m}{\partial t} \right)_f t = (\theta_m)_a + \frac{2\alpha}{\rho c \delta} (\vartheta - \theta_0) t, \quad (499)$$

где $(\theta_m)_a$ — значение θ_m в начале периода.

По уравнениям (498) и (499) можно рассчитать полное распределение температур в рассматриваемый период, а при соответствующем их применении — и в последующие периоды. Температуру газа ϑ получают, вычисляя по уравнению (498) при $y=0$ температуру поверхности θ_0 и прибавляя к ней не изменяющееся во времени значение $\vartheta - \theta_0$.

Результаты расчета. На рис. 141 представлено распределение температуры в кирпиче толщиной 80 мм, рассчитанное по уравнениям (498) и (499) для $CT=C'T'$, причем продолжительность периода принята равной 1 ч ($T=T'=1$ ч), $\lambda_s=1,163$ Вт/(м·К), $\rho=2000$ кг/м³, $c=1,047$ кДж/(кг·К). Кривые в левой части рис. 141 дают распределение температуры во времени в определенном сечении кирпича, в частности, на его поверхности ($y=0$), на расстояниях 15 и 25 мм от поверхности и на оси кирпича ($y=\delta/2=40$ мм). Как и на рис. 129, непосредственно после переключения изменение температур во времени на всех расстояниях от поверхности кирпича изображается криволинейными зависимостями, которые постепенно переходят в линейные. Полностью прямолинейное распределение средних температур кирпича θ_m и θ'_m обозначено штрихпунктирной линией. Справа, как и на рис. 128, пока-

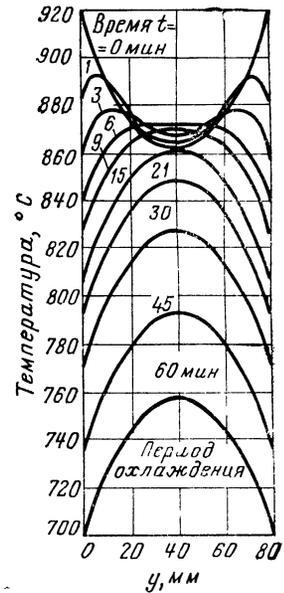
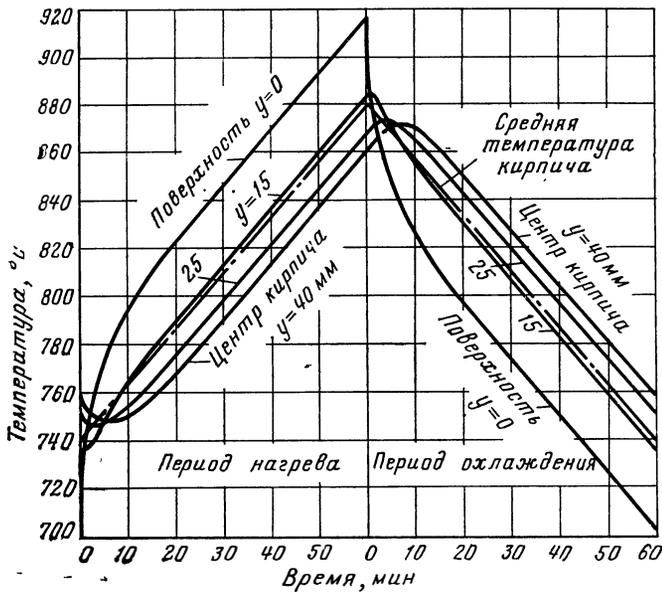


Рис. 141. Расчетное распределение температуры в кирпиче регенератора толщиной 80 мм.

зано распределение температур в поперечном сечении кирпича в различные моменты времени t . Для сравнения на рис. 142 приведены опытные данные Шумахера [3.52], полученные на экспериментальном воздухонагревателе при тех же условиях, что и на рис. 141. В пределах точности опытных данных согласие между расчетом и опытом оказалось очень хорошим.

При переходе к более толстому кирпичу или меньшей продолжительности периодов картина распределения температур изменяется. Чем

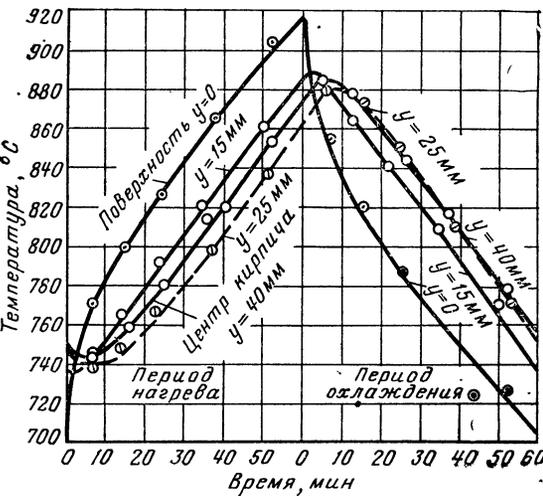


Рис. 142. Распределение во времени температуры в кирпиче насадки регенератора по опытным данным Шумахера.

толще кирпич, тем дольше длится показанный на рис. 128 и 141 (справа) переход параболической или подобной параболы кривой, изогнутой вниз, в перевернутое положение (парабола, изогнутая вверх). Для очень толстых кирпичей это может потребовать столько времени, что даже в конце периода полностью параболическое распределение не достигается. Отклонения от такого распределения остаются тем больше, чем короче периоды. На рис. 143 показан результат расчета для кирпича толщиной 200 мм при прочих тех же условиях, что и на рис. 141,

в частности, продолжительность периодов также принята равной 1 ч. Центр кирпича принимает сравнительно слабое участие в колебаниях температуры, а следовательно, и в теплопередаче. Если продолжительность периода остается неизменной, то, начиная с определенной толщины кирпича, колебания температур в центре кирпича практически пол-

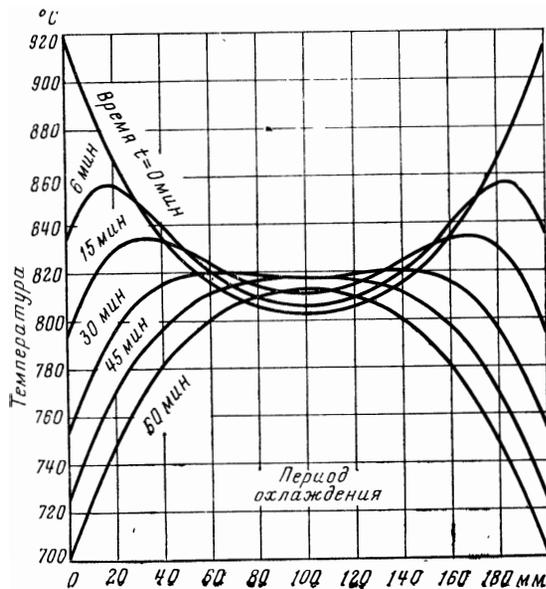
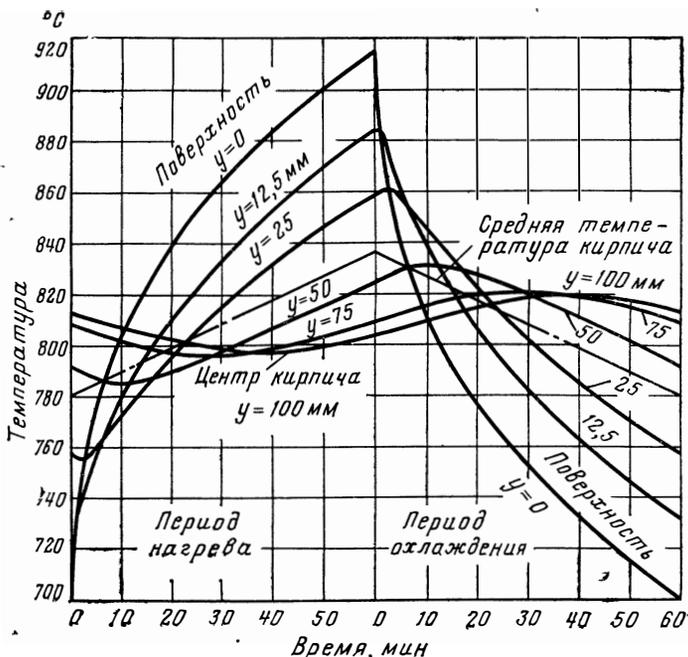


Рис. 143. Распределение температуры в кирпиче толщиной 200 мм.

60. Общие соотношения для коэффициента теплопередачи и применение для его расчета нулевой собственной функции (3.17)

Конечная цель расчетов распределения температур в регенераторе в пространстве и во времени состоит обычно в том, чтобы найти выражение для коэффициента теплопередачи k . Действительно, зная этот коэффициент, можно с помощью уравнения (456) рассчитать самые важные для конструирования и эксплуатации регенераторов данные столь же просто, как и для рекуператоров. Например, по этому уравнению можно определить передаваемые за каждый период количества теплоты $Q_{\text{пер}}$ или обе неизвестные средние температуры газов на выходе $\bar{\vartheta}_2$ и $\bar{\vartheta}'_2$.

Ниже сначала будут выведены два общих соотношения для коэффициента теплопередачи, а затем будет показано, как применять для его расчета полученную в предыдущем параграфе нулевую собственную функцию.

Согласно уравнению (470) количество теплоты, передаваемой в период нагрева через элемент поверхности df за время dt , составляет:

$$dQ = \alpha f dt (\vartheta - \Theta_0).$$

Если принять, что коэффициент теплоотдачи α для всего регенератора неизменен, а среднее по времени и продольной координате значение разности температур $\vartheta - \Theta_0$ обозначить через $(\bar{\vartheta} - \bar{\Theta}_0)_M$, то полное количество теплоты, передаваемой за период нагрева, составит:

$$Q_{\text{пер}} = \alpha FT (\bar{\vartheta} - \bar{\Theta}_0)_M.$$

Приравнявая это соотношение для $Q_{\text{пер}}$ к зависимости, описываемой уравнением (456), получим средний для всего регенератора коэффициент теплопередачи:

$$k = \frac{\alpha T}{T + T'} \frac{(\bar{\vartheta} - \bar{\Theta}_0)_M}{\Delta \vartheta_M}. \quad (500)$$

Таким образом, искомое общее соотношение для k найдено. Согласно этому соотношению расчет k сводится к расчету средних разностей температур $(\bar{\vartheta} - \bar{\Theta}_0)_M$ и $\Delta \vartheta_M$, которые можно определить из решений дифференциальных уравнений.

Коэффициент теплопередачи, рассчитанный по уравнению (500), представляет собой среднее значение для всего регенератора. Но по уравнению (500) можно определять и коэффициент теплопередачи k_ξ в произвольном сечении регенератора ξ . Для этого вместо $(\bar{\vartheta} - \bar{\Theta}_0)_M$ и $\Delta \vartheta_M$ нужно подставить только средние во времени значения $(\bar{\vartheta} - \bar{\Theta}_0)$ и $\bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}'$ для рассматриваемого сечения. При этом для произвольного поперечного сечения регенератора получаем:

$$k_\xi = \frac{\alpha T}{T + T'} \frac{\bar{\vartheta} - \bar{\Theta}_0}{\bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}'}. \quad (501)$$

Коэффициент теплопередачи k_ξ , определяемый уравнением (501), обычно изменяется вдоль регенератора даже тогда, когда α — одно и то же для всего регенератора. Действительно, вследствие отмеченного

в § 54 влияния петель гистерезиса, в особенности возле концов регенератора, отношение разностей температур в уравнении (501) изменяется от места к месту. Однако в настоящей и следующей главе, в которых рассматривается только основное колебание температуры регенератора, эту переменность нет необходимости учитывать. Тогда мы можем постоянно рассчитывать коэффициент теплопередачи по более простому уравнению (501) и тем не менее получать средний коэффициент теплопередачи k , поскольку для основного колебания уравнения (500) и (501) совпадают.

Коэффициент теплопередачи k_0 , соответствующий нулевой собственной функции. После того как по уравнениям (498) и (499) найдено распределение температур насадки, с помощью уравнения (501) можно рассчитать коэффициент теплопередачи k_0 , соответствующий нулевой собственной функции.

Подставляя в уравнение (498) $y=0$ и интегрируя по времени t от 0 до T , определяем сначала среднее во времени значение температуры поверхности $\bar{\Theta}_0$ в период нагрева:

$$\bar{\Theta}_0 - \bar{\Theta}_m = \frac{\alpha \delta}{\lambda_s} (\vartheta - \theta_0) \Phi, \quad (502)$$

где $\bar{\Theta}_m$ — среднее во времени значение θ_m , а

$$\Phi = \frac{1}{6} - \frac{\delta^2}{4a} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n\pi)^4} \times \\ \times \frac{\left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{2n\pi}{\delta} \right)^2 aT \right] \right\} \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{2n\pi}{\delta} \right)^2 aT' \right] \right\}}{1 - \exp \left[- \left(\frac{2n\pi}{\delta} \right)^2 a(T + T') \right]}. \quad (503)$$

Соответственно для периода охлаждения с учетом уравнения (493) получаем:

$$\bar{\Theta}'_m - \bar{\Theta}'_0 = \frac{\alpha \delta}{\lambda_s} (\vartheta - \theta_0) \frac{T}{T'} \Phi. \quad (504)$$

Среднее во времени значение разности температур газов $\bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}'$ вследствие того, что $\vartheta - \theta_0 = \text{const}$, $\vartheta'_0 - \vartheta' = \text{const}$ и $\bar{\Theta}_m = \bar{\Theta}'_m$ [в соответствии с уравнением (488)], определяется из соотношения

$$\bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}' = (\vartheta - \theta_0) + (\bar{\Theta}_0 - \bar{\Theta}_m) + (\bar{\Theta}'_m - \bar{\Theta}'_0) + (\bar{\Theta}'_0 - \vartheta'). \quad (505)$$

Подставляя уравнения (502) и (504) в (505), с учетом (493) получаем:

$$\bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}' = (\vartheta - \theta_0) \left[1 + \frac{\alpha T}{\alpha' T'} + \left(1 + \frac{T}{T'} \right) \frac{\alpha \delta}{\lambda_s} \Phi \right]. \quad (506)$$

Таким образом, учитывая, что $\vartheta - \theta_0 = \text{const}$, а следовательно, и $\bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}' = \text{const}$, согласно уравнению (501) получаем следующее соотношение для коэффициента теплопередачи k_0 :

$$\frac{1}{k_0} = (T + T') \left[\frac{1}{\alpha T} + \frac{1}{\alpha' T'} + \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right) \frac{\delta}{\lambda_s} \Phi \right]. \quad (507)$$

Это уравнение, уже упомянутое в § 54 как уравнение (457), справедливо для нулевой собственной функции при кирпичах любой толщины и при любой продолжительности периодов нагревания и охлаждения. Хотя оно получено в предположении, что $CT=C'T'$, но как будет показано в § 62, его с очень хорошим приближением можно применять и в других случаях.

Другие соотношения для функции Φ . Согласно уравнению (503) множитель Φ в последнем члене уравнения (507) содержит константу $1/6$, обусловленную параболическим распределением температуры. Ряд же отражает влияние очень быстрых начальных изменений температуры

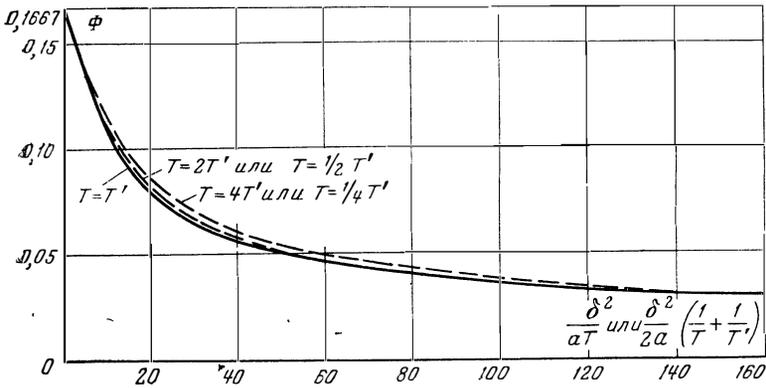


Рис. 146. Вспомогательная функция Φ для расчета коэффициента теплопередачи.

(см. рис. 129, 141, 143) непосредственно после переключения. Эта сложная функция заметно усложняет расчет k_0 по уравнению (507). Однако уравнение (503) можно заменить следующими приближенными соотношениями, справедливыми с очень высокой точностью.

Для $\frac{\delta^2}{2a} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right) \leq 10$

$$\Phi = \frac{1}{6} - \frac{1}{180} \frac{\delta^2}{2a} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right); \quad (508)$$

для $\frac{\delta^2}{2a} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right) \geq 10$

$$\Phi = \frac{0,357}{\sqrt{0,3 - \frac{\delta^2}{2a} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right)}}. \quad (509)$$

Еще проще находить функцию Φ по рис. 146, на котором в соответствии с уравнением (503) она изображена в зависимости от δ^2/aT (при $T=T'$) или в более общей форме — от $\frac{\delta^2}{2a} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right)$. Сплошная кривая справедлива для $T=T'$, а штриховые — для $T=2T'$ или $T=T'/2$ и для $T=4T'$ или $T=T'/4$. Штриховые линии показывают, что даже при $T=4T'$ или $T=T'/4$ отклонения от значений для $T=T'$ очень малы. По-

этому почти во всех практических случаях Φ можно находить по сплошной кривой (см. рис. 134) или рассчитывать по простым, очень близко соответствующим ей уравнениям (508) и (509). Все эти выводы справедливы в предположении, что $CT=C'T'$.

Для полноты изложения и в качестве основы для теоретических исследований приведем еще несколько строгих соотношений для Φ . Недостатком уравнения (503) является очень медленная сходимостъ входящего в него ряда. Поэтому целесообразно еще несколько преобразовать его путем прибавления и вычитания в каждом члене ряда под

знаком суммы величины $1/(n\pi)^4$. Поскольку $\sum_{n=1}^{\infty} 1/(n\pi)^4=1/90$, то вместо уравнения

(503) получаем:

$$\Phi = \frac{1}{6} - \frac{1}{90} \frac{\delta^2}{4a} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right) + \frac{1}{\pi^4} \frac{\delta^2}{4a} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} \times \\ \times \frac{\exp \left[- \left(\frac{2n\pi}{\delta} \right)^2 aT \right] + \exp \left[- \left(\frac{2n\pi}{\delta} \right)^2 aT' \right] - 2 \exp \left[- \left(\frac{2n\pi}{\delta} \right)^2 a(T+T') \right]}{1 - \exp \left[- \left(\frac{2n\pi}{\delta} \right)^2 a(T+T') \right]}. \quad (510)$$

Этот ряд сходится столь быстро, что его сумму в большинстве практических случаев можно либо вообще не учитывать [примерно до $\frac{\delta^2}{2a} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right) = 10$], либо учитывать только ее первый член. Если суммой вообще пренебречь, получается приближенное уравнение (508), которое тем самым становится теоретически обоснованным.

Для $T=T'$ уравнения (503) и (510) переходят в соотношения

$$\Phi = \frac{1}{6} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n\pi)^2} \frac{\text{th} \left[\left(\frac{n\pi}{\delta} \right)^2 2aT \right]}{\left(\frac{n\pi}{\delta} \right)^2 2aT}; \quad (511)$$

$$\Phi = \frac{1}{6} - \frac{1}{90} \frac{\delta^2}{2aT} + \frac{1}{\pi^4} \frac{\delta^2}{2aT} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} \left\{ 1 - \text{th} \left[\left(\frac{n\pi}{\delta} \right)^2 2aT \right] \right\}. \quad (512)$$

И здесь ряд в уравнении (512) сходится значительно быстрее, чем в (511).

Предельные случаи (очень тонкий и очень толстый кирпичи).

Для очень тонких кирпичей $\frac{\delta^2}{aT}$ или $\frac{\delta^2}{2a} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right)$ приближается к нулю.

Согласно приведенным уравнениям для Φ , а также рис. 146 при этом $\Phi=1/6$. Тем самым уравнение (507) принимает более простой вид. Поэтому это упрощенное соотношение справедливо в рамках нулевой собственной функции тем точнее, чем тоньше кирпич, но точнее всего оно для насадки, изготовленной из тонкого металлического листа.

Как из уравнения (509), так и из точного анализа предельных случаев [3.17] следует, что с ростом толщины кирпича уравнение (503) стремится к следующему выражению для очень толстого кирпича:

$$\Phi = \frac{0,357}{\delta} \sqrt{\frac{2a}{\frac{1}{T} + \frac{1}{T'}}}. \quad (513)$$

Отсюда уравнение (507) для очень толстого кирпича принимает вид:

$$\frac{1}{k_0} = (T + T') \left[\frac{1}{\alpha T} + \frac{1}{\alpha' T'} + \sqrt{\frac{1}{T} + \frac{1}{T'}} \frac{0,505}{\sqrt{\lambda_{scp}}} \right]. \quad (514)$$

В это уравнение толщина кирпича δ уже не входит. Тем самым выполняется упомянутое требование, что для очень толстых кирпичей k_0 не должно зависеть от толщины δ . Асимптотическое представление (513) оказывается столь хорошим, что уже начиная с $\frac{\delta^2}{2\alpha} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right) = 10$

и выше можно с достаточной точностью применять уравнение (514).

Сравнение уравнения теплопередачи для регенераторов с соответствующим уравнением для рекуператоров. Если рассмотреть два совместно работающих регенератора с одинаковой продолжительностью периодов нагрева и охлаждения $T = T'$ и продолжительностью полного периода $T_{полн} = T + T'$, то в рамках нулевой собственной функции по уравнениям (468) и (507) получим коэффициент теплопередачи, определенный, как и для рекуператоров, и отнесенный к поверхности обоих регенераторов:

$$\frac{1}{(k_0)_{рег}} = \frac{1}{2k_0} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'} + \frac{\delta_{рег}}{\lambda_s} \cdot \Phi. \quad (515)$$

Сравнивая это соотношение с уравнением (6) или (127) для рекуператора

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha'} + \frac{\delta_{рек}}{\lambda_s},$$

находим, что при заданных значениях α , α' и λ_s в паре регенераторов с толщиной кирпича $\delta_{рег}$ достигается такая же интенсивность теплообмена, как и в рекуператоре с толщиной кирпича $\delta_{рек} = 2\delta_{рег} \Phi \leq \delta_{рег}/3$, поскольку $\Phi \leq 1/6$. Поэтому кирпичная разделительная стенка в рекуператоре при одинаковой интенсивности теплопередачи должна составлять максимум 1/3 толщины плоских кирпичей из того же материала, что и в регенераторе. Таким образом, в этом отношении регенератор превосходит рекуператор, если анализ проводится только для нулевой собственной функции. Причина этого состоит в следующем.

Пусть для простоты толщина кирпича в обоих случаях будет одинаковой и сравнительно небольшой, так что согласно рис. 146 Φ можно принять равной 1/6. В то время как в рекуператоре теплота должна быть передана через полную толщину кирпича, в регенераторе она проникает вглубь с обеих сторон в среднем лишь на 1/4 толщины кирпича, а затем распространяется в обратном направлении. В результате максимальный путь, проходимый теллотой в регенераторе, составляет примерно половину толщины кирпича (рис. 147). К тому же тепловой поток по направлению к оси кирпича падает и поэтому основная тепловая нагрузка смещена в сторону поверхности кирпича. Кроме того, вследствие показанного на рис. 147 справа характерного пересечения температурных кривых Θ и Θ' градиент температуры уменьшается. Это объясняется тем, что согласно уравнению (488) в соответственные моменты обоих периодов нужно, чтобы $\Theta_m = \Theta'_m$. Так можно объяснить, что при заданной толщине кирпича определенное количество теплоты можно передать в насадке регенератора при падении температуры $\Theta_0 - \Theta'_0$, по крайней мере втрое меньше, чем через разделительную кирпичную стенку рекуператора. Это справедливо, однако, только если материал насадки регенератора и стенок рекуператора имеет одинаковую теплопроводность λ_s . Но стенки рекуператоров чаще, чем насадку регенераторов, изготавливают из металла, теплопроводность которого значительно выше, чем теплопроводность кирпича.

Влияние отложения пыли. Влияние отложения пыли, которое впервые определил Шак [3.44], можно рассчитать просто путем незначительного развития разработанной

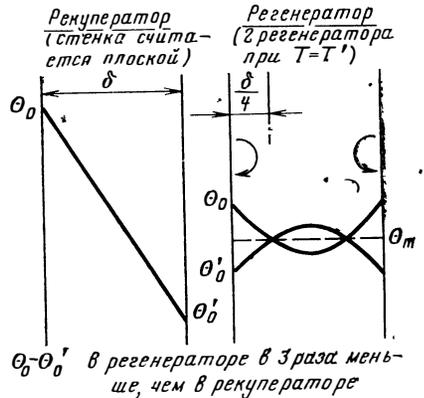


Рис. 147. Сравнение распределения температуры в кирпиче в рекуператоре и регенераторе.

ранее теории. Пусть с обеих сторон кирпича толщиной δ находится по слою пыли толщиной δ_0 с теплопроводностью λ_0 . Толщина δ_0 столь мала, что теплоемкостью слоя пыли по сравнению с теплоемкостью кирпича можно пренебречь. Следовательно, все количество теплоты, отдаваемой от газа к кирпичу, проходит через слой пыли. Таким образом, теплота, приходящая от газа к кирпичу, преодолевает не только сопротивляющиеся теплоотдачи, пропорциональные $1/\alpha$, но и термическое сопротивление слоя пыли, пропорциональное δ_0/λ_0 . Поэтому в полученных ранее уравнениях нужно заменить

$$\frac{1}{\alpha} \text{ на } \frac{1}{\alpha} + \frac{\delta_0}{\lambda_0}; \quad \frac{1}{\alpha'} \text{ на } \frac{1}{\alpha'} + \frac{\delta_0}{\lambda_0}.$$

Тогда уравнение (507) для коэффициента теплопередачи преобразуется к виду

$$\frac{1}{k_0} = (T + T') \left[\frac{1}{\alpha T} + \frac{1}{\alpha' T'} + \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right) \left(\frac{\delta}{\lambda_s} \Phi + \frac{\delta_0}{\lambda_0} \right) \right]. \quad (516)$$

В этом уравнении по сравнению с (507) влияние отложения пыли отражает только дополнительный член δ_0/λ_0 . В то же время следует иметь в виду, что коэффициенты теплоотдачи к слою пыли могут несколько отличаться от коэффициентов теплоотдачи к поверхности кирпича, свободной от пыли.

61. Основное колебание температуры регенератора с цилиндрическими или шаровыми элементами насадки при $CT = C'T'$

Для ответа на вопрос, как влияет форма элементов насадки на теплопередачу, Штуке [3.54] рассмотрел два случая, когда насадка выложена из цилиндрических и шаровых элементов диаметром δ . Он предположил также, что теплоемкости массовых количеств газов, проходящих через регенератор за периоды нагрева и охлаждения, одинаковы ($CT = C'T'$). Ход расчета в принципе тот же, что и указанный в § 59 для расчета плоских кирпичей. Различные получающиеся в этом случае выражений с приведенными там соотношениями связано с несколько иным видом дифференциальных уравнений.

Расчет изменения температуры во времени в поперечном сечении цилиндра или шара. Вместо уравнения (469) теплопроводность в кирпиче неплоской формы описывается следующими дифференциальными уравнениями¹:

в системе с цилиндрической¹ симметрией

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{a}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \Theta}{\partial r} \right); \quad (469a)$$

при сферической симметрии

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{a}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Theta}{\partial r} \right), \quad (469б)$$

где r — радиальная координата.

Уравнение (471) остается неизменным. Уравнение (473) приобретает следующую обобщенную форму:

$$\left(\frac{\partial \Theta_m}{\partial t} \right)_f = m \frac{2\alpha}{\rho c \delta} (\Theta - \Theta_0), \quad (473a)$$

где для пластины $m=1$, для цилиндра $m=2$ и для шара $m=3$.

В обоих рассмотренных Штуке случаях в рамках анализа, использующего только нулевую собственную функцию, при $CT = C'T'$ справедливо соотношение $(\partial \Theta_m / \partial t)_f = \text{const}$.

¹ За исключением добавления букв «а» или «б», последующие уравнения по возможности обозначались теми же номерами, что и соответствующие уравнения в § 59.

С учетом (473а) уравнения (469а) и (469б) имеют следующие решения:

для цилиндра

$$\theta = \theta_m + \frac{\alpha}{2\lambda_s R} (\vartheta - \theta_0) \left(r^2 - \frac{R^2}{2} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp(-\omega_n^2 at) J_0(\omega_n r); \quad (489a)$$

для шара

$$\theta = \theta_m + \frac{\alpha}{2\lambda_s R} (\vartheta - \theta_0) \left(r^2 - \frac{3}{5} R^2 \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n}{r} \exp(-\beta_n^2 at) \sin(\beta_n r), \quad (489б)$$

где R — радиус цилиндра или шара; J_0 — бesselева функция первого рода нулевого порядка; A_n , ω_n , B_n и β_n — постоянные, которые будут определены в дальнейшем.

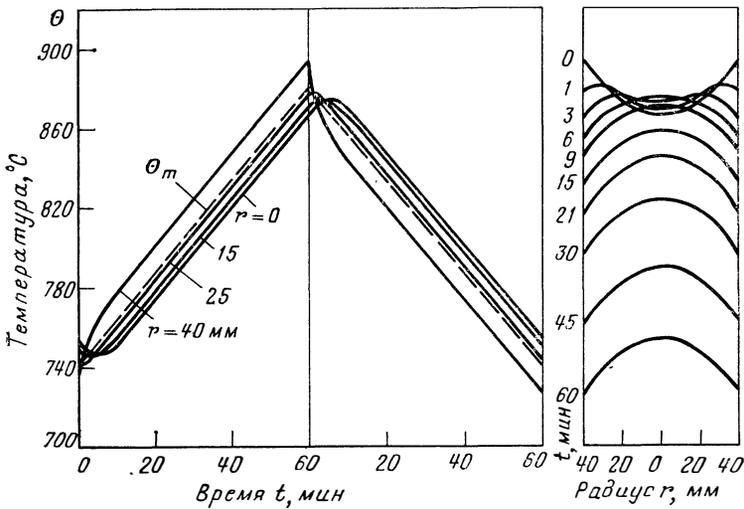


Рис. 148. Распределение температуры в цилиндрическом элементе насадки (диаметр цилиндра 80 мм).

Следует отметить, что, как и для плоского кирпича, член, следующий за θ_m в уравнениях (489а) и (489б), определяет параболическое распределение температуры. Константа в этом члене уже выбрана таким образом, чтобы его вклад в линейное изменение θ_m был равен нулю. Учитывая требование, что каждый из членов суммы также не должен вносить вклад в линейное изменение θ_m , получаем следующие уравнения для определения собственных значений:

для цилиндра

$$J_1(\omega_n R) = 0; \quad (490a)$$

для шара

$$\operatorname{tg}(\beta_n R) = \beta_n R, \quad (490б)$$

где J_1 — бesselева функция первого порядка.

Относя уравнения (489а) и (489б) к периоду нагрева и записывая соответствующие соотношения для периода охлаждения, из условия

переключения, получаем:

для цилиндра

$$A_n = - \frac{2\alpha}{\lambda_s R} \frac{\vartheta - \vartheta_0}{\omega_n^2 J_0(\omega_n R)} \frac{T + T'}{T'} \frac{1 - \exp(-\omega_n^2 a T')}{1 - \exp[-\omega_n^2 a (T + T')]} ; \quad (496a)$$

для шара

$$B_n = - \frac{2\alpha}{\lambda_s} \frac{\vartheta - \vartheta_0}{\beta_n^2 \sin(\beta_n R)} \frac{T + T'}{T'} \frac{1 - \exp(-\beta_n^2 a T')}{1 - \exp[-\beta_n^2 a (T + T')]} . \quad (496б)$$

С помощью уравнений (489а, б), (490а, б) и (496а, б) однозначно определяется изменение температуры во времени в кирпиче цилиндрической или сферической формы.

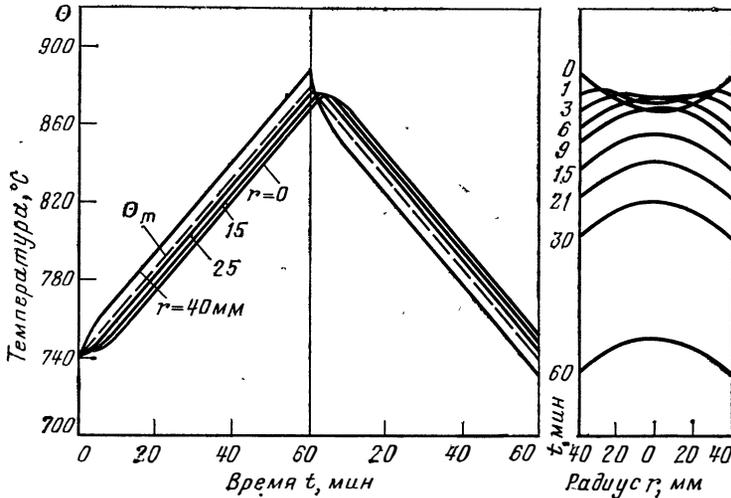


Рис. 149. Распределение температуры в шаровом элементе насадки (диаметр шара 80 мм).

На рис. 148 показано расчетное распределение температуры в поперечном сечении цилиндра, а на рис. 149 — в поперечном сечении шара. Диаметр цилиндра и шара, как и толщина плоского кирпича на рис. 141, принят 80 мм. Прочие условия также приняты такими же, как на рис. 141. В основных чертах во всех трех случаях получаются одинаковые графики изменения температур. Однако мгновенная разность температур между поверхностью и внутренними точками кирпича для цилиндра и особенно для шара меньше, чем для пластины. Следовательно, температура внутренней части цилиндра и в еще большей степени шара колеблется сильнее, чем температура внутренней части плоского кирпича. Это объясняется тем, что при одинаковом диаметре или толщине δ на единицу наружной поверхности у цилиндра приходится меньшая масса, чем у пластины, а у шара еще меньшая масса, чем у цилиндра. Поэтому нагреваться или охлаждаться в случае цилиндра и шара должны меньшие массы.

Расчет коэффициента теплопередачи k_0 . Как и в § 60, для коэффициента теплопередачи получается соотношение (507):

$$\frac{1}{k_0} = (T + T') \left[\frac{1}{\alpha T} + \frac{1}{\alpha' T'} + \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right) \frac{\delta}{\lambda_s} \Phi \right],$$

где функция Φ для цилиндра и шара имеет несколько другой вид, чем для плоской пластины. Полагая $\delta=2R$, получаем:

для цилиндра

$$\Phi = \frac{1}{8} - \frac{\delta^2}{4a} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[1 - \exp(-\omega_n^2 a T)] [1 - \exp(-\omega_n^2 a T')]}{\left(\omega_n \frac{\delta}{2} \right)^4 \{1 - \exp[-\omega_n^2 a (T + T')]\}}; \quad (503a)$$

для шара

$$\Phi = \frac{1}{10} - \frac{\delta^2}{4a} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{[1 - \exp(-\beta_n^2 a T)] [1 - \exp(-\beta_n^2 a T')]}{\left(\beta_n \frac{\delta}{2} \right)^4 \{1 - \exp[-\beta_n^2 a (T + T')]\}}. \quad (503б)$$

С этими выражениями для Φ можно проводить те же преобразования и предельные переходы, которые были описаны в § 60 для плоских кирпичей. При этом получаются уже приведенные в § 54 приближенные уравнения (460) и (461).

Зависимость функции Φ от параметра $\frac{\delta^2}{2a} \left(\frac{1}{T} + \frac{1}{T'} \right)$ для пластины

цилиндра и шара показана на рис. 134. Кривые строго справедливы

только для $T=T'$. Однако влияние даже сильных отклонений от условия $T=T'$ практически всегда пренебрежимо мало. Для цилиндрических и сферических кирпичей это влияние не больше, чем показано на рис. 146 для плоских кирпичей. Согласно рис. 150 все три кривые для Φ проходят очень близко одна от другой, если в уравнениях (503), (503а) и (503б) вместо диаметра использовать эквивалентную толщину пластины $\delta_{\text{экр}} = R + V/F$, где R — радиус; V — объем и F — наружная поверхность одного кирпича цилиндрической или сферической формы или большего числа таких кирпичей. Поэтому следует ожидать, что и для насадки из элементов любой другой формы при использовании эквивалентной толщины пластины значение Φ можно с достаточной точностью находить по рис. 150. В § 54 это обсуждалось более подробно.

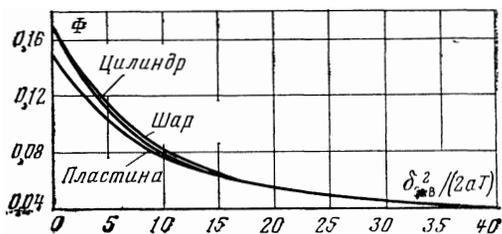


Рис. 150. Вспомогательная функция Φ в зависимости от эквивалентной толщины пластины $\delta'_{\text{экр}} = R + V/F = \delta/2 + V/F$.

62. Основное колебание температуры регенератора при неравных теплоемкостях массовых количеств обоих газов за период ($CT \neq C'T'$)

Уже неоднократно отмечалось, что приведенные до сих пор соотношения для k_0 , в частности уравнения (507) и (516), без заметных ошибок можно применять и в тех случаях, когда $CT \neq C'T'$. Чтобы доказать это, а также оценить возможные отклонения, автор в § 65 первого издания настоящей книги показал, как точно рассчитать нулевую собственную функцию для более общего случая $CT \neq C'T'$. При этом C , C' , а также a и a' , как и прежде, считались не зависящими от температуры.

Здесь будут рассмотрены только основные положения точного метода расчета.

Вновь исходим из того, что в приближении нулевой собственной функции температуры вдоль регенератора распределяются так же, как и в работающем при тех же условиях рекуператоре. В рекуператоре при $C \neq C'$ согласно уравнению (168) температуры стенки, как и температуры газов, определяются уравнениями вида

$$\Theta = D + A \exp(bf), \quad (517)$$

где A , b и D — константы, а f — текущая площадь поверхности нагрева, служащая продольной координатой.

Требование, чтобы и нулевая собственная функция регенератора зависела от f в соответствии с уравнением (517), выполняется следующим образом. Вместо уравнения (489) используется несколько более общее решение дифференциального уравнения (469)

$$\Theta = D + \sum_{n=0}^{\infty} B_n \exp(-\beta_n^2 at) \cos \beta_n \left(y - \frac{\delta}{2}\right), \quad (518)$$

где D и β_n — константы, а коэффициенты B_n зависят от f .

Уравнение (518) преобразуется к виду (517), если считать что

$$B_n = \text{const} \cdot \exp(bf).$$

Значения β_n определяются таким образом, чтобы уравнение (518) удовлетворяло также дифференциальным уравнениям (471) и (472).

Полагая уравнение (518) справедливым для периода нагрева и записывая соответствующее выражение для периода охлаждения, с помощью условия переключения находим значения B_n и B'_n для рассматриваемого поперечного сечения регенератора. Таким образом, получаются очень сложные выражения для температур кирпича Θ и Θ' , а следовательно, согласно уравнению (472) и для температур газов ϑ и ϑ' . С их помощью можно рассчитать весь ход изменения во времени температур в поперечном сечении кирпича. Подобное же сложное уравнение можно вывести и для коэффициента теплопередачи k_0 , соответствующего нулевой собственной функции при $CT = C'T'$.

На рис. 151 показан результат точного расчета для $C = 2C'$ и $T = T'$, т. е. для $CT = 2C'T'$. В остальном рассмотрен тот же случай, что и на рис. 141. Показана зависимость температур поверхности Θ_0 и Θ'_0 , а также средних температур кирпича Θ' и Θ'_m от времени, причем, как и прежде (см. рис. 129), время в периоды охлаждения и нагрева отложено в противоположных направлениях. По сравнению с рис. 141 температурные кривые слабо изогнуты вниз. Значения Θ_m и Θ'_m на рис. 151 не совпадают,

а образуют очень узкую петлю гистерезиса, причем соответствующие кривые пересекаются. Однако различие между Θ_m и Θ'_m настолько мало, что для того, чтобы отчетливо его увидеть, потребовалось изобразить его на рисунке в пятикратном масштабе. Кроме того, раз-

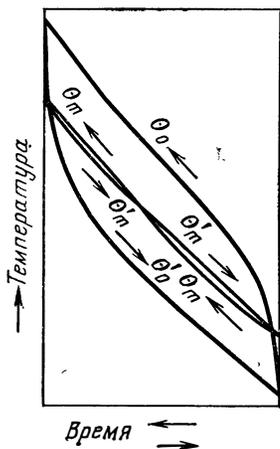


Рис. 151. Изменение температуры кирпича регенератора во времени при $CT = 2C'T'$.

ность температур $\Theta_m - \Theta'_m$ вследствие пересечения кривых меняет знак, так что ее среднее во времени значение практически равно нулю. В соответствии с рассматриваемой в § 67 упрощенной теорией нулевой собственной функции упомянутое искривление графиков описывается достаточно точно. В то же время очень узкая петля гистерезиса полностью исчезает (см. рис. 160).

Численное различие графиков изменения температур, представленных на рис. 151 и 141 для $CT=2C'T'$ и $CT=C'T'$, мало. С помощью расчета можно было бы доказать, что средние во времени разности температур $\vartheta - \Theta_0$, $\Theta_0 - \Theta_m$ и т. д. на рис. 141 и 151 почти точно равны. Поскольку эти разности температур существенны для теплопередачи, то и коэффициент теплопередачи k_0 в рассматриваемом на рис. 151 случае заметно не отличается от значения, рассчитанного по ранее полученным уравнениям (457) и (507) для случая $CT=C'T'$.

Глава третья

ТОЧНЫЙ РАСЧЕТ ПОЛНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУР ВПЛОТЬ ДО КОНЦОВ РЕГЕНЕРАТОРА С ВЫСОКОТЕПЛОПРОВОДНОЙ НАСАДКОЙ

63. Упрощенный анализ теплопередачи в регенераторе с высокотеплопроводной насадкой

Полученные в предыдущей главе соотношения для нулевой собственной функции позволяют рассчитать основное колебание температуры регенератора при противотоке. Они дают возможность найти изменения температур, происходящие в средней части длинных регенераторов. Однако, как отмечалось в § 53, распределение температур на концах регенератора значительно отличается от распределения в средней части вследствие влияния собственных функций высокого порядка (высших гармоник), рис. 130. Теперь покажем, как можно с достаточной точностью рассчитать и распределение температур на концах регенератора. От совершенно точного анализа мы отступим только в одном пункте, а именно, введем коэффициенты теплоотдачи, отнесенные к средней температуре кирпича. Это значительно облегчает расчет, но мало влияет на его результат.

Коэффициент теплоотдачи α , отнесенный к средней температуре кирпича. В предшествующем анализе в рамках нулевой собственной функции были точно рассчитаны локальные разности температур по поперечному сечению кирпича, а тем самым и разность между температурой газа и средней температурой кирпича $\vartheta - \Theta_m$. Отсюда можно легко определить среднее во времени значение $\bar{\vartheta} - \bar{\Theta}_m$ за период при $CT=C'T'$. Действительно, среднее во времени значение от $\Theta_0 - \Theta_m$ при нулевой собственной функции определяется уравнением (502). Кроме того, разность температур $\vartheta - \Theta_0$ неизменна. Поэтому, прибавив к обеим частям этого уравнения $\vartheta - \Theta_0 = \bar{\vartheta} - \bar{\Theta}_0$, получим:

$$\bar{\vartheta} - \bar{\Theta}_m = \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{\delta}{\lambda_s} \Phi \right) \alpha (\vartheta - \Theta_0). \quad (519)$$

В то же время $q_{\text{пер}} = \alpha (\vartheta - \Theta_0) T$ представляет собой количество теплоты, передаваемой за период через единицу поверхности. Учитывая пред-

шествующее уравнение, можно также записать

$$q_{\text{пер}} = \bar{\alpha} (\vartheta - \bar{\Theta}_m) T, \quad (520)$$

если для краткости обозначить

$$\frac{1}{\bar{\alpha}} = \frac{1}{\alpha} + \frac{\delta}{\lambda_s} \Phi. \quad (521)$$

Таким образом, мы можем рассматривать $\bar{\alpha}$ в уравнении (520) как коэффициент теплоотдачи, отнесенный к средней температуре кирпича.

Уравнения (520) и (521) точно справедливы в среднем по времени для нулевой собственной функции. Однако в дальнейшем всегда будем вести расчет с коэффициентом теплоотдачи $\bar{\alpha}$, отнесенным к $\bar{\Theta}_m$ ($\bar{\alpha}$ будет входить и в суммы собственных функций высшего порядка и, более того, использоваться при расчете мгновенных значений температур). Использование такого коэффициента теплоотдачи в дальнейшем будет обосновано. В соответствии с уравнением (520) запишем для количества теплоты, передаваемой через единицу поверхности за малый промежуток времени dt , соотношение

$$dq = \bar{\alpha} (\vartheta - \bar{\Theta}_m) dt. \quad (522)$$

Если $\bar{\alpha}$ определено по уравнению (521), то передаваемое количество теплоты можно рассчитать только по температуре газа ϑ и средней температуре кирпича $\bar{\Theta}_m$. Знать температуру поверхности кирпича Θ_0 для этого нет необходимости. При этом расчет ведется так, как будто в определенном поперечном сечении насадки в заданный момент времени установилась одинаковая температура $\Theta = \bar{\Theta}_m$, а соответственно на поверхности — определяющая теплоперенос разность температур $\vartheta - \bar{\Theta}_m$. Повсеместное введение $\bar{\alpha}$ существенно упрощает теоретический анализ, поскольку все случаи можно свести к предельному случаю $\Theta = \bar{\Theta}_m = \Theta_0$ и нужно подробно исследовать только один этот случай. На практике к этому предельному случаю приближаются тем ближе, чем тоньше элементы насадки и чем выше их теплопроводность в направлении, перпендикулярном к направлению движения газов.

Однако, как будет обосновано ниже, ведя расчет с использованием $\bar{\alpha}$, и для толстых кирпичей получают достаточно точные распределения средних температур насадки $\bar{\Theta}_m$ и $\bar{\Theta}'_m$ по продольной координате и во времени. В отличие от этого быстрые изменения во времени температур газов и поверхности насадки непосредственно после переключения (рис. 141, 143 и 144) правильно учитываются с помощью $\bar{\alpha}$ только в среднем по времени. Для точного расчета изменения этих температур во времени необходим дополнительный анализ, который будет проведен в § 64.

Коэффициент теплопередачи k , выраженный через $\bar{\alpha}$ и $\bar{\alpha}'$. Путем введения согласно уравнению (521) коэффициентов теплоотдачи $\bar{\alpha}$ и $\bar{\alpha}'$, отнесенных к $\bar{\Theta}_m$ и соответственно $\bar{\Theta}'_m$, уравнение теплопередачи (507), полученное в § 60 для нулевой собственной функции, преобразуется к простому виду

$$\frac{1}{k_s} = (T + T') \left[\frac{1}{\bar{\alpha} T} + \frac{1}{\bar{\alpha}' T'} \right]. \quad (523)$$

Ошибки при использовании коэффициента теплоотдачи $\bar{\alpha}$ согласно уравнению (521). Покажем теперь, что ошибки при расчете с помощью уравнений (521) и (522) средних температур кирпича $\bar{\Theta}_m$ и $\bar{\Theta}'_m$ и передаваемого количества теплоты очень

слабо влияют на конечный результат расчета. Благодаря параметру Φ , входящему в уравнение (521), влияние быстрых изменений температуры непосредственно после переключения распределяется почти равномерно на всю продолжительность периода. Однако для расчета коэффициента теплопередачи по уравнению (523) это несущественно. Правда, для отдельных собственных функций высших порядков появляются довольно заметные ошибки, поскольку распределения температур, соответствующие этим функциям, существенно отличаются от распределения, соответствующего нулевой собственной функции. Поэтому не приходится ожидать, что и для них будет всюду с хорошим приближением справедливо уравнение (522). Однако для точности конечного результата существенно только то, насколько велика ошибка при использовании образованной соответствующим образом и рассматриваемой в дальнейшем более подробно суммы собственных функций высших порядков (см. рис. 132 — середина). О том, что эта ошибка всегда мала, свидетельствует следующее.

Наибольшие отклонения от линейного изменения во времени средней температуры кирпича, характерного в соответствии с § 59 при противотоке для нулевой собственной функции, наблюдаются на концах регенератора в момент выпуска газа (рис. 130). Поскольку температура газа на входе $\vartheta = \vartheta_1$ принята неизменной во времени, то в соответствии с приводимым ниже уравнением (538) Θ_m должно изменяться экспоненциально. Рассчитаем для этого случая передаваемое количество теплоты один раз точно, а второй раз — с помощью $\bar{\alpha}$ и сравним результаты. При плоских кирпичах для точного определения Θ_0 , Θ_m и мгновенного значения количества передаваемой теплоты $dq = \alpha(\vartheta - \Theta_0) dt$ используются уравнения (476), (477) и (479), полученные Хайлигенштедтом. Решая для $\vartheta = \vartheta_1$ уравнение (477) при $y=0$ относительно $\vartheta_1 - \Theta_0$, уравнение (479) — относительно $\vartheta_1 - \Theta_m$, с учетом (476) сначала находим, что

$$\frac{\vartheta_1 - \Theta_m}{\vartheta_1 - \Theta_0} = \frac{2\alpha}{\beta_0^2 \lambda_s \delta},$$

поэтому из уравнения (477) получается точный результат:

$$dq = \alpha (\vartheta_1 - \Theta_0) dt = \beta_0^2 \lambda_s \frac{\delta}{2} (\vartheta_1 - \Theta_m) dt, \quad (524)$$

приближенный же расчет с помощью $\bar{\alpha}$ дает:

$$d\bar{q} = \bar{\alpha} (\vartheta_1 - \Theta_m) dt = \frac{\vartheta_1 - \Theta_m}{\frac{1}{\alpha} + \frac{\delta}{\lambda_s} \Phi} dt. \quad (525)$$

И при этом втором способе расчета, как и в уравнениях Хайлигенштедта, быстрые изменения температуры поверхности кирпича после переключения не учитываются. Тогда $\Phi = 1/6$, поскольку в этом случае в уравнении для Φ (503) все члены суммы исчезают. Поэтому для отношения приближенного значения $d\bar{q}$ к точному dq получаем:

$$\frac{d\bar{q}}{dq} = \frac{1}{\left(\frac{\delta}{\beta_0}\right)^2} \frac{\alpha}{\lambda_s} \frac{\delta}{2} \frac{1}{1 + \frac{1}{3} \frac{\alpha}{\lambda_s} \frac{\delta}{2}}. \quad (526)$$

С помощью этого уравнения можно рассчитать зависимость искомого отношения от $\alpha\delta/(2\lambda_s)$, принимая произвольно значения $\beta_0\delta/2$ и определяя $\alpha\delta/(2\lambda_s)$ по уравнению (476). На рис. 152 показан результат такого расчета. По оси абсцисс отложены параметр $\alpha\delta/(2\lambda_s)$, а по оси ординат — величина, показывающая, на сколько процентов завышено мгновенное количество передаваемой теплоты, рассчитанной по уравнению (522). Практически встречающиеся в металлургической промышленности значения $\alpha\delta/(2\lambda_s)$ составляют в среднем около 0,5 [например, $\alpha = 20$ Вт/(м²·К), $\delta = 0,05$ м и $\lambda_s = 1$ Вт/(м·К)], а в особенности неблагоприятных случаях приблизительно 3 ($\alpha = 60$, $\delta = 0,1$, $\lambda_s = 1$). Поэтому согласно рис. 152 ошибка составляет в среднем только 0,4% и лишь в исключительных случаях может достигать примерно 5—6%. Во столько же

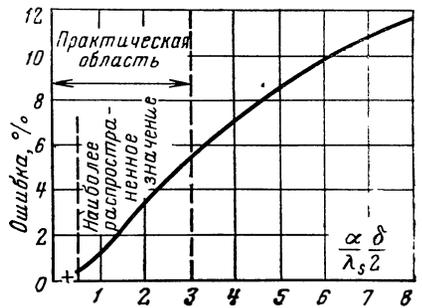


Рис. 152. Наибольшая ошибка при расчете количества теплоты, передаваемого при $\vartheta = \text{const}$, когда в качестве коэффициента теплоотдачи используется α , рассчитываемый по уравнению (521).

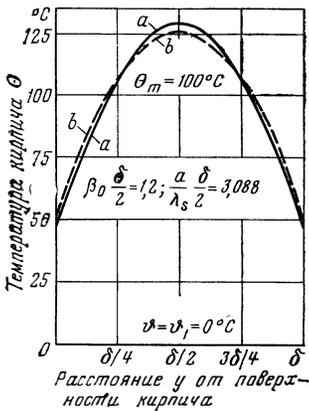


Рис. 153. Распределение температуры в насадке при экспоненциальном (а) и линейном (б) изменении Θ_m во времени.

вая *b* изображает при том же значении $\alpha\delta/(2\lambda_s)$ параболическое распределение температуры по толщине кирпича при линейной зависимости Θ_m от времени. И здесь почти во всех встречающихся на практике случаях следует ожидать значительно меньших различий, чем это показано на рис. 153.

64. Расчет температуры газа ϑ по изменению во времени средней температуры кирпича Θ_m

Как только что было показано, с помощью коэффициента теплоотдачи α , отнесенного к средней температуре кирпича $\Theta = \Theta_m$, можно достаточно точно рассчитать изменение Θ_m во времени в произвольном сечении регенератора. Соответствующий метод расчета будет изложен в § 68, 79, 80, 85, 86 и др. Если Θ_m известна, то, повторно используя α , по приведенным ниже уравнениям (538) или (539) можно определить и изменение во времени температуры газа. В результате получается зависимость температуры газа от времени (рис. 154, кривая *a*). Однако изменение ϑ во времени передается этой кривой правильно только в среднем. Она не учитывает быстрых изменений температуры газа непосредственно после переключения, таких, как показаны на рис. 144 и 154 (кривая *b*). Это уточненное изменение во времени температуры газа при известном изменении Θ_m можно рассчитать следующим образом, используя вместо α действительный коэффициент теплоотдачи α [3.20].

Предположим, что насадка состоит из плоских пластин толщиной δ , плотностью ρ и удельной теплоемкостью c . При этом допущении из уравнения (473) получаем следующее выражение для разности температур газа ϑ и поверхности насадки Θ_0 :

$$\vartheta - \Theta_0 = \frac{\rho c \delta}{2\alpha} \frac{d\Theta_m}{dt} \quad (527)$$

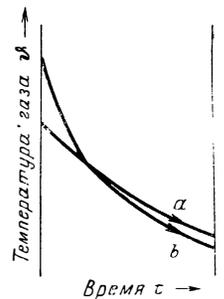


Рис. 154. Изменение во времени температуры газа в период охлаждения (схематический график). *a* — расчет по α ; *b* — расчет по α

Таким образом, эту разность можно вычислить по известной зависимости Θ_m от времени. Чтобы получить из этого соотношения температуру ϑ , нужно прежде всего определить зависимость Θ_m от времени. Важным исходным пунктом такого расчета является нулевая собственная функция. Действительно, при линейном изменении Θ_m из уравнения (498) при $y=0$ для поверхности кирпича получаем:

$$\Theta_0 = \Theta_m + \frac{\alpha\delta}{\lambda_s} (\vartheta - \Theta_0) \left(\frac{1}{6} - \psi \right), \quad (528)$$

где временная функция

$$\psi = \frac{T+T'}{T} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n\pi)^2} \frac{1 - \exp \left[-\left(\frac{2n\pi}{\delta} \right)^2 aT' \right]}{1 - \exp \left[-\left(\frac{2n\pi}{\delta} \right)^2 a(T+T') \right]} \exp \left[-\left(\frac{2n\pi}{\delta} \right)^2 at \right]. \quad (529)$$

Здесь λ_s и a — тепло- и температуропроводность материала насадки. С помощью двух последних уравнений при линейном изменении Θ_m можно рассчитать Θ_0 , а следовательно, и ϑ для каждого момента времени, так как $\vartheta - \Theta_0$ уже известна из предшествующего уравнения (527). Функция ψ , представленная в уравнении (529) в виде ряда, после умножения на $\frac{\alpha\delta}{\lambda_s} (\vartheta - \Theta_0)$ дает упомянутые быстрые изменения Θ_0

во времени в начале отдельных рассматриваемых периодов.

Уравнения (528) и (529) после лишь небольшой модификации можно с очень хорошим приближением применять и при нелинейном изменении Θ_m во времени. Это обусловлено прежде всего тем, что согласно уравнению (529) функция ψ , умноженная на произвольную константу, является точным частным решением дифференциального уравнения (469). Причем это решение не зависит от характера изменения Θ_m во времени.

Однако при криволинейной зависимости Θ_m от времени ψ не нужно умножать на $\frac{\alpha\delta}{\lambda_s} (\vartheta - \Theta_0)$, так как согласно уравнению (527) $\vartheta - \Theta_0$ теперь изменяется во времени. Поэтому выберем в качестве нового множителя первоначально произвольную константу ε .

Выражение $\frac{\alpha\delta}{6\lambda_s} (\vartheta - \Theta_0)$, стоящее в уравнении (528) перед ψ , обусловлено упомянутым параболическим распределением температуры по поперечному сечению кирпича, которое устанавливается к концу достаточно длинного периода (см. рис. 128 или 141). Когда зависимость Θ_m от времени перестает быть линейной, это распределение не остается чисто параболическим. Однако из рассмотренного выше рис. 153 следует, что в большинстве встречающихся на практике случаев отклонение от параболической формы пренебрежимо мало. Поэтому выражение $\frac{\alpha\delta}{6\lambda_s} (\vartheta - \Theta_0)$ в уравнении (528) можно с достаточной точностью сохранить и при нелинейной зависимости Θ_m от времени. Однако при этом изменение во времени $\vartheta - \Theta_0$ следует учитывать согласно уравнению (527). В результате в соответствии с уравнением (528) с уже упомяну-

тым множителем ε при любой временной зависимости Θ_m получаем:

$$\theta_0 = \theta_m + \frac{\alpha\delta}{6\lambda_s} (\vartheta - \theta_0) - \varepsilon\psi. \quad (530)$$

Предположим, что это уравнение справедливо для периода охлаждения. Соответственно для периода нагрева можно записать

$$\theta'_0 = \theta'_m + \frac{\alpha'\delta}{6\lambda_s} (\vartheta' - \theta'_0) - \varepsilon'\psi', \quad (531)$$

где ε' — константа; ψ' определяется из уравнения (529) путем взаимной замены T и T' , а также t и t' .

Значения констант ε и ε' получают из условия, что распределение температуры по поперечному сечению кирпича к началу периода должно быть тем же, что и в конце предшествующего периода. Как видно из рис. 153, это условие можно выполнить достаточно точно, если считать, что в момент переключения равны друг другу не только средние температуры ($\Theta_m = \Theta'_m$), но и температуры поверхности $\Theta_0 = \Theta'_0$. Обозначив начало периода индексом A , а конец — индексом E , в соответствии с упомянутыми условиями для начала периода охлаждения получим

$$\frac{\alpha\delta}{6\lambda_s} (\vartheta - \theta_0)_A - \varepsilon\psi_A = \frac{\alpha'\delta}{6\lambda_s} (\vartheta' - \theta'_0)_E - \varepsilon'\psi'_E, \quad (532)$$

а для начала периода нагрева

$$\frac{\alpha\delta}{6\lambda_s} (\vartheta - \theta_0)_E - \varepsilon\psi_E = \frac{\alpha'\delta}{6\lambda_s} (\vartheta' - \theta'_0)_A - \varepsilon'\psi'_A. \quad (533)$$

Обозначая для краткости

$$\left. \begin{aligned} \frac{\alpha\delta}{6\lambda_s} (\vartheta - \theta_0)_A &= A; & \frac{\alpha\delta}{6\lambda_s} (\vartheta - \theta_0)_E &= E; \\ \frac{\alpha'\delta}{6\lambda_s} (\vartheta' - \theta'_0)_A &= A'; & \frac{\alpha'\delta}{6\lambda_s} (\vartheta' - \theta'_0)_E &= E', \end{aligned} \right\} \quad (534)$$

в результате решения уравнений (532) и (533) находим:

$$\varepsilon = \frac{(A - E')\psi'_A + (A' - E)\psi'_E}{\psi_A\psi'_A - \psi_E\psi'_E}; \quad (535)$$

$$\varepsilon' = \frac{(A' - E)\psi_A + (A - E')\psi_E}{\psi_A\psi'_A - \psi_E\psi'_E}. \quad (536)$$

После определения констант ε и ε' можно по уравнениям (529) — (531) и (527) рассчитать изменение температуры газа во времени при любой временной зависимости Θ_m . При этом с достаточной для практики точностью учитываются и быстрые изменения температуры в начале каждого периода.

Если насадка изготовлена из цилиндрических или шаровых элементов, то расчет можно провести аналогичным образом, но с использованием уравнений (473а) и (489а) или (489б).

65. Дифференциальные уравнения в безразмерном виде

Если в дальнейшем детально не рассчитывать распределение температуры в поперечном сечении элемента насадки, а использовать лишь уравнения (521) и (522), то дифференциальные уравнения, выведенные в § 55, упрощаются следующим образом. Уравнение теплопроводности (469) вообще выпадает. Кроме того, поскольку передаваемое через единицу поверхности за время dt количество теплоты $dq = \alpha(\vartheta - \Theta_0) dt$ теперь выражается с помощью уравнения (522), мы должны заменить $\alpha(\vartheta - \Theta_0)$ на $\bar{\alpha}(\vartheta - \Theta_m)$. При этом дифференциальные уравнения (471) и (472) переходят в соотношения

$$\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial f}\right)_t = \frac{\bar{\alpha}}{C} (\Theta_m - \vartheta); \quad (537)$$

$$\left(\frac{\partial \Theta_m}{\partial t}\right)_f = \frac{2\bar{\alpha}}{\rho c \delta} (\vartheta - \Theta_m) \quad (538)$$

или для насадки из элементов любой формы

$$\left(\frac{\partial \Theta_m}{\partial t}\right)_f = \frac{\bar{\alpha} df}{dC_s} (\vartheta - \Theta_m). \quad (539)$$

Решение этих уравнений математически значительно проще, поскольку в них всюду вместо зависящей от координаты y температуры кирпича введена средняя температура Θ_m . Для упрощения записи в дальнейшем мы будем опускать индекс m в Θ_m . Однако мы всегда будем иметь в виду, что Θ представляет собой действительную температуру только для металлических насадок из тонкого листа, а в общем случае она является средней по поперечной координате температурой в рассматриваемом сечении регенератора.

Если коэффициенты теплоотдачи и физические свойства не зависят от температуры, то уравнения (537) и (538) можно привести к еще более простой форме. Для этого введем две безразмерные переменные ξ и η согласно следующим определяющим уравнениям:

$$d\xi = \frac{\bar{\alpha}}{C} df; \quad d\eta = \frac{2\bar{\alpha}}{\rho c \delta} dt, \quad (540)$$

или в более общем виде

$$d\eta = \frac{\bar{\alpha} df}{dC_s} dt = \frac{\bar{\alpha} F}{C_s} dt. \quad (541)$$

Если $\bar{\alpha}$, C и $\rho c \delta$ неизменны, то можно также записать:

$$\xi = \frac{\bar{\alpha}}{C} f^*; \quad \eta = \frac{2\bar{\alpha}}{\rho c \delta} t, \quad (542)$$

или в более общем виде

$$\eta = \frac{\bar{\alpha} df}{dC_s} t = \frac{\bar{\alpha} F}{C_s} t, \quad (543)$$

где df и dC_s — поверхность и теплоемкость малого элемента насадки. Поскольку в ξ входит используемая в качестве продольной координаты поверхность нагрева f , а в η — время t , назовем ξ приведенной продольной координатой, а η — приведенным временем. С учетом (540) или

* Заметим, что здесь ξ определяется несколько иначе, чем для рекуператоров, где в ξ вместо α входит k [см. § 45, уравнение (311)].

(542) дифференциальные уравнения (537) и (538), в которых Θ_m заменено на Θ , переходят в соотношения

$$\left(\frac{\partial\vartheta}{\partial\xi}\right)_\eta = \Theta - \vartheta; \quad (544)$$

$$\left(\frac{\partial\Theta}{\partial\eta}\right)_\xi = \vartheta - \Theta. \quad (545)$$

Благодаря этому преобразованию теперь в дифференциальные уравнения кроме ϑ и Θ вместо семи величин — α , C , ρ , c , δ , f и t входят только две независимые переменные ξ и η .

Если мы выразим полную поверхность нагрева F и продолжительность периода T , например периода нагрева, в приведенных величинах, то при $\alpha = \text{const}$, $C = \text{const}$ и $\rho c \delta = \text{const}$ согласно уравнению (542) получим приведенную длину регенератора:

$$\Lambda = \frac{\bar{\alpha}F}{C}, \quad (546)$$

и приведенную продолжительность периода

$$\Pi = \frac{2\bar{\alpha}T'}{\rho c \delta} = \frac{\bar{\alpha}F}{C_s} T. \quad (547)$$

При изменяющихся значениях $\bar{\alpha}$, C и $\rho c \delta$ параметры Λ и Π следует определять через соответствующие интегралы. В последующие периоды, например период охлаждения, приведенные длина регенератора и продолжительность периода обычно имеют другие значения Λ' и Π' , поскольку, как правило, $\bar{\alpha}'$, C' и T' отличаются от $\bar{\alpha}$, C и T .

Дифференциальные уравнения можно легко преобразовать таким образом, чтобы получить одно дифференциальное уравнение, содержащее только одно неизвестное, например Θ . Взяв частную производную от уравнения (545) по ξ и заменяя получающуюся производную $(\partial\vartheta/\partial\xi)$ с помощью уравнений (544) и (545) на $-(\partial\Theta/\partial\eta)_\xi$, находим следующее дифференциальное уравнение в частных производных для Θ :

$$\frac{\partial^2\Theta}{\partial\xi\partial\eta} + \left(\frac{\partial\Theta}{\partial\xi}\right)_\eta + \left(\frac{\partial\Theta}{\partial\eta}\right)_\xi = 0. \quad (548)$$

Такие же уравнения можно получить для ϑ или $\vartheta - \Theta$. Например, дифференцируя уравнение (544) по η , уравнение (545) по ξ и вычитая одно из другого, получаем следующее уравнение для $\vartheta - \Theta$:

$$\frac{\partial^2(\vartheta - \Theta)}{\partial\xi\partial\eta} + \frac{\partial(\vartheta - \Theta)}{\partial\xi} + \frac{\partial(\vartheta - \Theta)}{\partial\eta} = 0. \quad (549)$$

В следующих параграфах рассматриваются точные решения полученных дифференциальных уравнений. Кроме того, для облегчения вычислений в § 79 и следующих параграфах обсуждаются приближенные методы расчета, с помощью которых при достаточно большом числе шагов можно в принципе достигнуть столь же высокой точности. Эти методы обладают еще и тем преимуществом, что могут использоваться при переменных физических свойствах и коэффициентах теплоотдачи.

66. Решение дифференциального уравнения для первого нагрева или охлаждения насадки

Предположим, что в начальный момент, т. е. при $\eta=0$, насадка имеет всюду одинаковую температуру $\Theta_1 = \text{const}$. Пусть начиная с этого момента газ входит в регенератор при $\xi=0$ с неизменной во времени температурой ϑ_1 и движется через регенератор в положительном направлении оси ξ . К определенному моменту времени η температуры насадки Θ и газа ϑ распределяются по координате ξ приблизительно так, как показано на рис. 155. Требуется рассчитать это распределение температур при заданных значениях Θ_1 и ϑ_1 .

Впервые эту задачу решили Анцелиус [3.3¹] и независимо от него Нуссельт [3.36]*. Поясним основные положения метода Анцелиуса, но в несколько видоизмененной форме.

Если в качестве неизвестной рассмотреть функцию

$$\Delta = \{\exp(\xi + \eta)\} (\vartheta - \Theta), \quad (550)$$

то для нее можно сравнительно просто найти замкнутое решение. Дифференцируя уравнение (550) сначала по ξ , а затем еще раз по η , получаем:

$$\frac{\partial^2 \Delta}{\partial \xi \partial \eta} = \{\exp(\xi + \eta)\} \left[\frac{\partial^2 (\vartheta - \Theta)}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{\partial (\vartheta - \Theta)}{\partial \xi} + \frac{\partial (\vartheta - \Theta)}{\partial \eta} \right] + \{\exp(\xi + \eta)\} (\vartheta - \Theta).$$

Поскольку выражение в квадратных скобках в правой части последнего уравнения в соответствии с (549) равно нулю, то, учитывая уравнение (550), находим, что Δ должно удовлетворять дифференциальному уравнению

$$\frac{\partial^2 \Delta}{\partial \xi \partial \eta} = \Delta. \quad (551)$$

Ищем решение в виде¹

$$\Delta = a_0 + a_1 \xi \eta + a_2 (\xi \eta)^2 + a_3 (\xi \eta)^3 + \dots + a_n (\xi \eta)^n + \dots$$

Подставляя это выражение в (551) и сравнивая коэффициенты, находим:

$$a_1 = \frac{a_0}{1^2}, \quad a_2 = \frac{a_1}{2^2}, \quad \dots, \quad a_n = \frac{a_{n-1}}{n^2} \dots,$$

откуда

$$a_1 = \frac{a_0}{(1!)^2}, \quad a_2 = \frac{a_0}{(2!)^2}, \quad \dots, \quad a_n = \frac{a_0}{(n!)^2} \dots$$

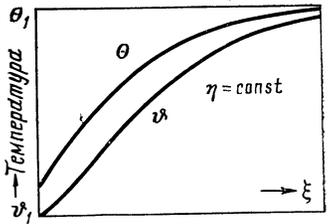


Рис. 155. Распределение температур в насадке к определенному моменту времени η при первом охлаждении (схематический график).

* Решение Нуссельта значительно более общее, чем у Анцелиуса, поскольку его можно применять при произвольном начальном распределении температуры (см. § 73).

¹ Вместо этого выражения можно найти решение путем интегрирования по Риману; см., например, Frank P., Mises R. Die Differential- und Integralgleichungen der Mechanik und Physik, I. Teil, Braunschweig: Vieweg 1925, S. 605.

В результате

$$\Delta = a_0 \sum_0^{\infty} \frac{(\xi\eta)^n}{(n!)^2}. \quad (552)$$

Произвольную постоянную a_0 определяем из условия, что при $\xi=0$ и $\eta=0$ согласно постановке задачи $\vartheta=\vartheta_1$ и $\Theta=\Theta_1$. Поэтому из уравнений (552) и (550) следует: $a_0=\vartheta_1-\Theta_1$. Поскольку бесселева функция первого рода нулевого порядка определяется уравнением

$$J_0(z) = \sum_0^{\infty} \frac{(-1)^n \left(\frac{z}{2}\right)^{2n}}{(n!)^2},$$

уравнение (552) можно записать также в форме¹

$$\Delta = (\vartheta_1 - \Theta_1) J_0(2i\sqrt{\xi\eta}). \quad (553)$$

В результате согласно уравнению (550) находим окончательное решение дифференциального уравнения (549):

$$\vartheta - \Theta = (\vartheta_1 - \Theta_1) \exp[-(\xi + \eta)] J_0(2i\sqrt{\xi\eta}). \quad (554)$$

С помощью этого решения можно путем интегрирования уравнений (544) и (545) определить также ϑ и Θ . Краевым условиям $\Theta=\Theta_1$ при $\eta=0$ и $\vartheta=\vartheta_1$ при $\xi=0$ можно удовлетворить, если проводить интегрирование следующим образом:

$$\vartheta = \vartheta_1 - \int_0^{\xi} (\vartheta - \Theta) d\xi; \quad \Theta = \Theta_1 + \int_0^{\eta} (\vartheta - \Theta) d\eta.$$

Подставляя $\vartheta-\Theta$ из уравнения (554) в эти выражения, получаем:

$$\vartheta = \vartheta_1 - (\vartheta_1 - \Theta_1) \int_0^{\xi} \exp[-(\xi + \eta)] J_0(2i\sqrt{\xi\eta}) d\xi; \quad (555)$$

$$\Theta = \Theta_1 + (\vartheta_1 - \Theta_1) \int_0^{\eta} \exp[-(\xi + \eta)] J_0(2i\sqrt{\xi\eta}) d\xi. \quad (556)$$

Эти соотношения получены Анцелиусом. Если же нужно рассчитать Θ при заданном η для различных значений ξ , то вместо (556) лучше использовать уравнение, которое получается в результате вычитания (554) из (555). Так как интеграл в уравнении (555) (с положительным знаком) при интегрировании по частям принимает вид

$$-\exp[-(\xi + \eta)] J_0(2i\sqrt{\xi\eta}) + \exp(-\eta) + \int_0^{\xi} \exp[-(\xi + \eta)] \frac{\partial J_0(2i\sqrt{\xi\eta})}{\partial \xi} d\xi,$$

¹ В последнее время вместо $J_0(ix)$, $i^{-1}J_1(ix)$ стали записывать $I_0(x)$, $I_1(x)$ и т. д. с тем, чтобы показать, что несмотря на мнимую форму речь идет о действительной функции от x . Однако математическая зависимость в этом случае уже не проявляется так отчетливо.

то, учитывая соотношение $\partial J_0(x)/\partial x = -J_1(x)$, получаем:

$$\theta = \vartheta_1 - (\vartheta_1 - \theta_1) \exp(-\eta) + (\vartheta_1 - \theta_1) \int_0^{\xi} \exp[-(\xi + \eta)] \sqrt{\frac{\eta}{\xi}} iJ_1(2i\sqrt{\xi\eta}) d\xi. \quad (557)$$

Входящие в эти решения интегралы в общем случае можно вычислить лишь приближенно, например по правилу Симпсона.

На рис. 156 и 157 показаны распределения температур газа и насадки, вычисленные по уравнениям (555) и (556) или (557) для случая, когда первоначально вся насадка имеет температуру $\theta_1 = 1$ и при $\xi = 0$ в регенератор входит газ с температурой $\vartheta_1 = 0$. По оси ординат на графиках отложены ϑ и θ , а по оси абсцисс в обоих случаях ξ . Отдельные кривые соответствуют распределению температуры в определенные моменты времени η . По мере того как насадка все больше охлаждается газом, сам газ нагревается все меньше. Значительно более точные, чем на рис. 156 и 157, распределения температур в графической форме представил Шуман [3.53].

В заключение укажем на то, что уравнения (555) и (556) или (557) при соответственно измененном смы-

сле переменных определяют также распределение температур в чисто перекрестно-точном рекуператоре (см. § 45). Это объясняется формальным совпадением полученных в § 45 для перекрестного тока дифференциальных уравнений (312) и (313) с только что рассмотренными дифференциальными уравнениями (544) и (545).

Уравнения Анцелиуса точно справедливы только для высокотеплопроводной насадки. Однако благодаря введению $\bar{\alpha}$ в соответствии с уравнением (521) результаты Анцелиуса, а следовательно, и кривые Шумана можно применять и в случае значительной неоднородности температуры по поперечному сечению кирпича. Правда, при этом значения Φ менее точны, чем в строго периодическом установившемся состоянии, для которого и была получена функция Φ . Чтобы выяснить различие в кривых изменения температуры газа во времени для высокотеплопроводной и низкотеплопроводной насадок, предположим, что действительный коэффициент теплоотдачи в обоих случаях одинаков. Тогда пусть в первом случае $\bar{\alpha} = \alpha$, а во втором случае $\bar{\alpha} = (2/3)\alpha$. Определим кривую изменения температуры газа во времени в сечении $\xi = a^2/C = 6$. Кривую для высокотеплопроводной насадки получаем непосредственно, находя значения ϑ при $\xi = 6$ для различных моментов времени η по рис. 156. Полученная таким образом кривая изображена на рис. 158 ($\bar{\alpha} = \alpha$).

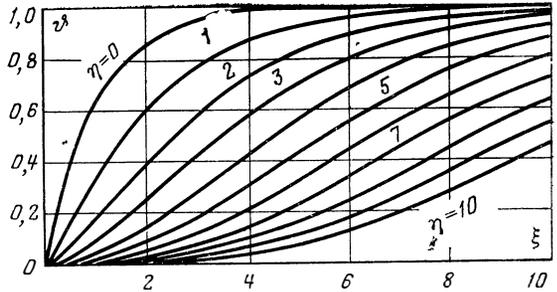


Рис. 156. Температура газа при первом охлаждении насадки.

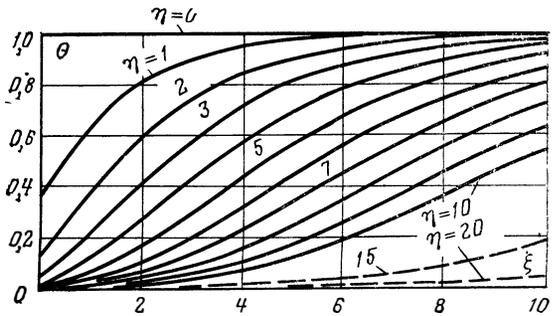


Рис. 157. Температура насадки при первом охлаждении.

Во втором случае, однако, согласно уравнению (542) координата $\xi = \bar{a}f/C$ должна составлять только $\bar{a}/\alpha = 2/3$ первоначальной, хотя речь идет о том же поперечном сечении регенератора. Поэтому и температуры газа следует определять по рис. 156 для различных значений η при $\xi = (2/3)6 = 4$. Однако поскольку во втором случае согласно уравнению (542) в отношении \bar{a}/α должно уменьшиться не только ξ , но и η , то для того, чтобы изобразить соответствующую зависимость в том же масштабе, как

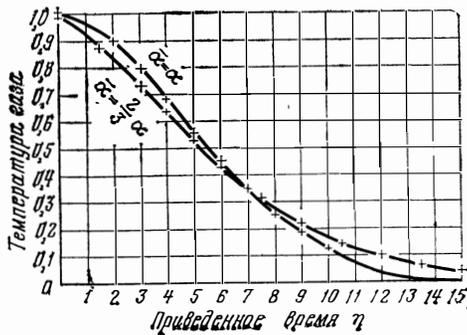


Рис. 158. Изменение температуры газа во времени в сечении $\xi = 6$ при постоянной начальной температуре насадки $\theta_1 = 1$, $\bar{a} = \alpha$ — высокотеплопроводная насадка; $\bar{a} = (2/3) \cdot \alpha$ — низкотеплопроводная насадка.

ном уравнения (503), в рассматриваемом случае примерно вдвое меньше. Поэтому в этом случае можно было бы получить более точное значение Φ , если бы в этом уравнении брать только половину значения второго члена.

Более точно кривую изменения температуры газа во времени для различных высокотеплопроводных насадок рассчитали методом конечных разностей Хэндли и Хеггс [3.11]. Этот метод достаточно точен и в случае заметной неоднородности температуры по поперечному сечению кирпича. Они установили также, что с уменьшением теплопроводности материала насадки кривая изменения температуры газа во времени становится более пологой (см. рис. 158). Они особо отмечают, что это явление затрудняет обработку данных опытов, в которых по изменению во времени температуры выходящего из регенератора газа определяют коэффициент теплоотдачи. Такая обработка производится путем сравнения наблюдаемого изменения температуры с кривыми Шумана (или Анцелиуса) и выборе такой кривой, которая лучше всего соответствует наблюдаемой. Из проведенного анализа ясно, что в результате такого сравнения можно определить только \bar{a} . Если же необходимо найти действительный коэффициент теплоотдачи, то полученное значение \bar{a} необходимо еще пересчитать с помощью уравнения (521). Но в этом случае правильное определение Φ затруднительно.

67. Простейший метод расчета для установившегося состояния при противотоке (анализ решения для бесконечно короткого регенератора и при нулевой собственной функции)

Оценочный метод Типлера и Траустеля. Для быстрой оценки теплопередачи в регенераторах Типлер [3.55] и Траустель [3.56] разработали весьма упрощенные теории, о которых здесь следует кратко упомянуть. Типлер принимает линейное распределение температуры газа по длине регенератора, причем наклон соответствующих прямых в пределах каждого периода уменьшается со временем. Количество передаваемой теплоты Типлер рассчитывает только по усредненным по всей длине регенератора температурам газа и насадки.

Траустель [3.56] при условии $CT = C'T'$ предложил принимать для средней температуры такой же линейный профиль, как и в рекуператоре, и рассчитывать регенератор по существу так же, как рекуператор.

Колебание температуры насадки во времени по Траустелю следует определять путем деления количества теплоты, переданной от газа к насадке за период, на теплоемкость насадки. Применение такого оценочного метода вряд ли проще, но безусловно менее точно, чем расчет k по уравнению (457) со средними значениями Φ и k/k_0 , например $\Phi = 1/7$ и $k/k_0 = 0,93$ [см. комментарий к уравнению (464)].

Простейшие решения дифференциальных уравнений¹. В рассматриваемых ниже решениях дифференциальных уравнений единственное упрощение состоит в том, что либо насадка считается бесконечно теплопроводной, либо расчет ведется с использованием коэффициента теплоотдачи α , определенного по уравнению (521) и отнесенного к средней температуре кирпича Θ_m . Посредством введения $\bar{\alpha}$ дифференциальные уравнения уже приведены к простейшей форме (544) и (545). Преимущества этих упрощенных дифференциальных уравнений выступают наиболее отчетливо, когда их применяют к случаям, для которых уже в предыдущих параграфах была разработана точная теория. Поэтому прежде чем мы перейдем к новым выводам, нам хотелось бы рассмотреть бесконечно короткий регенератор и еще раз нулевую собственную функцию при произвольном отношении $CT/C'T'$. В обоих случаях несмотря на значительное упрощение оказывается, что если речь не идет о деталях распределения температуры по поперечному сечению насадки, то достигаются результаты высокой точности.

Бесконечно короткий регенератор. Как следует из рис. 137, бесконечно короткий регенератор представляет интерес не только как теоретически предельный случай, но и потому, что Хайлигенштедт, правда, ограничившись этим случаем, впервые разработал точную теорию регенератора (§ 56). Бесконечно коротким назовем такой регенератор, приведенная длина которого Λ бесконечно мала. При конечных теплоемкостях C и C' массовых расходов газов, проходящих через регенератор, и конечных приведенных продолжительностях периодов Π и Π' в соответствии с уравнениями (546) и (547) это означает, что F и C_s бесконечно малы. Поскольку в таком регенераторе даже при сильных изменениях температур насадки за конечное время может быть передано только бесконечно малое количество теплоты, температуры газов, проходящих через регенератор, ϑ и ϑ' , изменяются бесконечно мало. Поэтому можно считать, что

$$\vartheta = \vartheta_1 = \text{const} \quad \text{и} \quad \vartheta' = \vartheta'_1 = \text{const},$$

где ϑ_1 и ϑ'_1 — температуры газов на входе, которые опять предполагаются не зависящими от времени. Используя эти значения и две константы D и D' , получаем следующее решение дифференциального уравнения (545):

для периода нагрева

$$\left. \begin{aligned} \vartheta &= \vartheta_1 + D \exp(-\eta); \\ \text{для периода охлаждения} \\ \vartheta' &= \vartheta'_1 + D' \exp(-\eta'). \end{aligned} \right\} \quad (558)$$

Предположим, кроме того, что Π и Π' равны, т. е. что период нагрева длится от $\eta=0$ до $\eta=\Pi$, а период охлаждения — от $\eta'=0$ до $\eta'=\Pi$. Тот факт, что средняя температура кирпича Θ и соответственно

¹ Метод расчета автора, впервые опубликованный в первом издании настоящей книги.

Θ' в момент переключения изменяются непрерывно, приводит к условиям переключения:

$$\Theta(\eta=0) = \Theta'(\eta'=\Pi);$$

$$\Theta(\eta=\Pi) = \Theta'(\eta'=0).$$

При этих условиях получается следующее выражение для постоянных в уравнении (558):

$$D = -D' = -(\vartheta_1 - \vartheta'_1) \frac{1 - \exp(-\Pi)}{1 - \exp(-2\Pi)} = -\frac{\vartheta_1 - \vartheta'_1}{1 + \exp(-2\Pi)}. \quad (559)$$

С помощью уравнений (558) и (559) находим приращение температуры насадки за период нагрева:

$$\Delta\theta = \theta(\Pi) - \theta(0) = (\vartheta_1 - \vartheta'_1) \frac{1 - \exp(-\Pi)}{1 + \exp(-2\Pi)} = (\vartheta_1 - \vartheta'_1) \operatorname{th} \frac{\Pi}{2}.$$

Так как для плоских кирпичей или металлических листов теплоемкость насадки составляет $C_s = (\rho c \delta / 2) F$, то количество теплоты, переданной за период, определяется из соотношения

$$Q_{\text{пер}} = \Delta\theta \frac{\rho c \delta}{2} F = \frac{\rho c \delta}{2} F (\vartheta_1 - \vartheta'_1) \operatorname{th} \frac{\Pi}{2}.$$

Сравнивая эту зависимость с уравнением (456) и учитывая, что для бесконечно короткого регенератора средняя разность температур $\Delta\theta_m$ равна разности температур на входе $\vartheta_1 - \vartheta'_1$, получаем следующее выражение для коэффициента теплопередачи бесконечно короткого регенератора ($\Lambda=0$):

$$k = \frac{\rho c \delta}{2(T + T')} \operatorname{th} \frac{\Pi}{2}. \quad (560)$$

Это уравнение фактически проще, чем приведенные в § 56 соотношения (480) и (481). Особенно наглядна его простота при сравнении с уравнением для k , полученным самим Хайлигеншtedтом [3.23] и приведенным в первом издании настоящей книги. Тем не менее в области применимости уравнения Хайлигеншtedта уравнение (560) обладает почти такой же точностью. Поэтому, например, для показанной на рис. 137 самой нижней кривой до $\delta=50$ мм на графике невозможно увидеть различие между значениями k , рассчитанными по обоим уравнениям. По уравнению (560) можно для бесконечно короткого регенератора легко рассчитать также отношение k/k_0 . Действительно, коэффициент теплопередачи k_0 , соответствующий нулевой собственной функции и, следовательно, основному колебанию температуры регенератора, определяется по уравнению (459) при $m=1$ или по уравнению (624):

$$k_0 = \frac{\rho c \delta}{2(T + T')} \frac{\Pi}{2}.$$

При этом уравнение (560), получаем:

$$\lim_{\Lambda=0} \frac{k}{k_0} = \frac{2}{\Pi} \operatorname{th} \frac{\Pi}{2}. \quad (561)$$

Это соотношение, приведенное ранее в уравнении (462), изображено на рис. 135 (самая нижняя кривая).

Простейшая форма нулевой собственной функции при $CT \neq C'T'$ и $CT = C'T'$. В § 65 первого издания настоящей книги было получено выражение для нулевой собственной функции при $CT \neq C'T'$, т. е. при неравных теплоемкостях массовых количеств газов, проходящих через

регенератор в периоды нагрева и охлаждения. Выражение получено при точном расчете профилей температуры в каждом поперечном сечении кирпича. В настоящем втором издании в § 62 были пояснены только основные идеи этого вывода. Полученные соотношения настолько сложны, что их трудно применять в практических расчетах. Напротив, если определить нулевую собственную функцию из дифференциальных уравнений (544) и (545) или (548), то получатся сравнительно простые уравнения.

Как и ранее, вновь исходим из того допущения, что при нулевой собственной функции температуры вдоль регенератора в данный момент времени распределены так же, как и в рекуператоре. Если C и C' — неизменны, но CT и $C'T'$ — различны, то распределение температуры насадки Θ вдоль регенератора, как и в § 62, описывается уравнением вида [см. уравнение (517)]

$$\Theta = D + A \exp(b\xi),$$

где D и b — константы; A зависит от приведенного времени η . Переменная ξ — это продольная координата, определяемая уравнением (540) или (542). Подставляя это выражение для Θ в дифференциальное уравнение (548), получаем:

$$A = B \exp\left(-\frac{b}{1+b}\eta\right),$$

где B — новая константа.

Тогда решение дифференциального уравнения (548) имеет вид:

$$\Theta = D + B \exp\left(b\xi - \frac{b}{1+b}\eta\right). \quad (562)$$

Поскольку в дальнейшем в основном рассматривается период охлаждения, будем считать, что это решение относится именно к этому периоду¹. Соответственно для периода нагрева

$$\Theta' = D' + B' \exp\left(b'\xi' - \frac{b'}{1+b'}\eta'\right). \quad (563)$$

Значения b и b' , а также соотношения между D и D' и между B и B' определяются с помощью условия переключения. Рассмотрим сечение регенератора, отстоящее на ξ от места входа холодного газа. Это же сечение в период нагрева определяется расстоянием ξ' от места входа горячего газа. Кроме того, ξ и ξ' измеряют расстояния в различном масштабе, а именно в отношении Λ к Λ' [см. уравнение (456)], которые в общем случае не равны. Поэтому для произвольного сечения регенератора справедливо соотношение

$$\frac{\xi}{\Lambda} = \frac{\Lambda' - \xi'}{\Lambda'}$$

или

$$\xi' = \Lambda' - \frac{\Lambda'}{\Lambda} \xi. \quad (564)$$

В отличие от анализа, описанного в § 56—62, теперь будем считать, что приведенное время η и η' равно нулю в середине периодов охлаждения и нагрева, так что период охлаждения η длится от $\Pi/2$ до

¹ В отличие от принятого ранее будем в дальнейшем полагать, что все нештрыхованные величины, такие как Θ , b и т. д., относятся к периоду охлаждения, а все штрыхованные величины Θ' , b' и т. п. — к периоду нагрева.

+ $\Pi/2$, а в период нагрева η' длится от $-\Pi'/2$ до $+\Pi'/2$. Тогда для начала периода охлаждения согласно уравнению (562)

$$\theta = \theta_a = D + B \exp\left(t\xi + \frac{b}{1+b} \frac{\Pi}{2}\right), \quad (565)$$

а для конца периода нагрева согласно уравнениям (563) и (564)

$$\theta' = \theta'_e = D' + B' \exp\left[b'\left(\Lambda' - \frac{\Lambda'}{\Lambda} \xi\right) - \frac{b'}{1+b'} \frac{\Pi'}{2}\right]. \quad (566)$$

Согласно условию переключения θ_a и θ'_e должны быть равны во всех сечениях регенератора ξ . Согласно уравнениям (565) и (566) это достигается, если принять

$$D = D'; \quad B = B' \exp(b'\Lambda');$$

$$b = -\frac{\Lambda'}{\Lambda} b'; \quad \frac{b}{1+b} \Pi = -\frac{b'}{1+b'} \Pi'.$$

При подстановке значений D' и B' из первых двух уравнений с учетом выражений для b и b' , полученных в результате решения двух последних уравнений, уравнения (562) и (563) преобразуются в соотношения

$$\theta = D + B \exp\left[\left(\frac{\Lambda'}{\Lambda} - \frac{\Pi'}{\Pi}\right)\left(\frac{\Pi}{\Pi + \Pi'} \xi - \frac{\Lambda}{\Lambda + \Lambda'} \eta\right)\right]; \quad (567)$$

$$\theta' = D + B \exp\left[\left(\frac{\Lambda'}{\Lambda} - \frac{\Pi'}{\Pi}\right)\left(\frac{\Pi}{\Pi + \Pi'} \xi + \frac{\Lambda}{\Lambda + \Lambda'} \frac{\Pi}{\Pi'} \eta'\right)\right]. \quad (568)$$

При этом для большей ясности в уравнение (568) вместо ξ' с помощью уравнения (564) введена координата ξ . Для температуры газа в период охлаждения из (567) и из дифференциального уравнения (545) получаем:

$$\vartheta = D + B \frac{\Lambda}{\Lambda + \Lambda'} \frac{\Pi + \Pi'}{\Pi} \exp\left[\left(\frac{\Lambda'}{\Lambda} - \frac{\Pi'}{\Pi}\right)\left(\frac{\Pi}{\Pi + \Pi'} \xi - \frac{\Lambda}{\Lambda + \Lambda'} \eta\right)\right]. \quad (569)$$

Соответственно для периода нагрева

$$\vartheta' = D + B \frac{\Lambda'}{\Lambda + \Lambda'} \frac{\Pi + \Pi'}{\Pi'} \exp\left[\left(\frac{\Lambda'}{\Lambda} - \frac{\Pi'}{\Pi}\right)\left(\frac{\Pi}{\Pi + \Pi'} \xi + \frac{\Lambda}{\Lambda + \Lambda'} \frac{\Pi}{\Pi'} \eta'\right)\right]. \quad (570)$$

Уравнения (567)—(570) и представляют собой искомую *нулевую собственную функцию*.

Рассчитываемое по этим уравнениям распределение температуры обладает примечательными свойствами, которые мы поясним с помощью рис. 159. В левой части рисунка изображена зависимость средней температуры насадки от ξ для различных моментов времени η периода охлаждения, рассчитанная по уравнению (567). Кривые для двух различных моментов времени получаются одна из другой путем сдвига в горизонтальном направлении на одинаковый отрезок $\Delta\xi$. Еще одну закономерность можно установить из графика, изображенного на правой стороне рис. 159, на котором показано изменение во времени θ и

Θ' , а также температур газов ϑ и ϑ' для произвольного сечения регенератора ξ . Временные координаты η и η' вновь направлены в противоположные стороны и изображены на оси абсцисс в масштабном отношении Π'/Π . Изменение Θ и Θ' изображено одной и той же кривой, по которой рабочая точка перемещается в противоположных направлениях. Поэтому их значения совпадают в соответственных моментах времени обоих периодов, которым на рисунке отвечают одни и те же вертикали. Существовавшая на рис. 151 очень узкая петля гистерезиса здесь полностью исчезает.

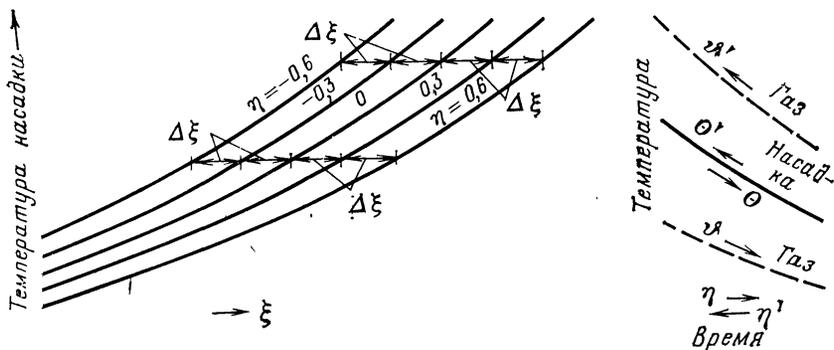


Рис. 159. Распределение температуры в насадке в соответствии с упрощенным методом нулевой собственной функции при $CT > C'T'$.

Упомянутые закономерности можно определить непосредственно из уравнений (567) и (568). Согласно (567) при приращении времени на $\Delta\eta$ температура Θ остается неизменной, если ξ увеличивается на $\Delta\xi = \frac{\Pi + \Pi'}{\Pi} \frac{\Lambda}{\Lambda + \Lambda'} \Delta\eta$. Поэтому изменению времени на $\Delta\eta$ при всех

фиксированных значениях Θ соответствует это приращение $\Delta\xi$. Для доказательства исчезновения петли гистерезиса убедимся сначала с помощью графика на рис. 159 (справа), что для соответственных моментов времени обоих периодов выполняется соотношение $\eta' = -\frac{\Pi'}{\Pi} \eta$. Под-

ставляя это соотношение в уравнение (563) и сравнивая с (567), получаем, что для соответственных моментов времени $\Theta = \Theta'$. Это совпадает с уравнением (488), выведенным только для случая $CT = C'T'$, если учесть, что теперь Θ и Θ' означают средние температуры кирпича.

Из уравнений (567) — (570) мы можем теперь рассчитать и коэффициент теплопередачи k_0 для нулевой собственной функции. Для соответственных моментов времени обоих периодов при $\eta' = -\frac{\Pi'}{\Pi} \eta$ из уравнений (567), (569) и (570) следует, что

$$\frac{\vartheta - \Theta}{\vartheta - \Theta'} = \frac{\frac{\Lambda}{\Pi} - \frac{\Lambda + \Lambda'}{\Pi + \Pi'}}{\frac{\Lambda}{\Pi} - \frac{\Lambda'}{\Pi'}}$$

Поскольку это отношение неизменно, ему должно быть равно и отношение средних во времени значений $\vartheta - \Theta$ и $\vartheta - \Theta'$. Тогда, если подставить Λ и Π , определяемые уравнениями (546) и (547), в правую

часть последнего уравнения, получим:

$$\frac{\vartheta - \Theta}{\vartheta - \vartheta'} = \frac{\bar{\vartheta} - \bar{\Theta}}{\bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}'} = \frac{\bar{\alpha}' T'}{\bar{\alpha} T + \bar{\alpha}' T'}. \quad (571)$$

Кроме того, учитывая, что количество теплоты, передаваемой через единицу поверхности в период охлаждения $q_{\text{пер}} = \alpha(\bar{\vartheta} - \bar{\Theta}_0)T$, можно выразить также с помощью уравнения (520) и что при $\Theta = \Theta_m$

$$\alpha(\bar{\vartheta} - \bar{\Theta}_0) = \bar{\alpha}(\bar{\vartheta} - \bar{\Theta}), \quad (572)$$

из уравнения (501) получаем:

$$k_0 = \frac{\bar{\alpha} T}{T + T'} \frac{\bar{\vartheta} - \bar{\Theta}}{\bar{\vartheta} - \vartheta'}.$$

Отсюда с учетом (571) окончательно находим выражение для коэффициента теплопередачи, соответствующего нулевой собственной функции:

$$\frac{1}{k_0} = (T + T') \left(\frac{1}{\bar{\alpha} T} + \frac{1}{\bar{\alpha}' T'} \right). \quad (573)$$

Это соотношение полностью совпадает с уравнением (523), а следовательно, и с уравнением (507). Однако этот результат особенно важен потому, что зависимость (573) в отличие от уравнений (523) и (507) выведена при совершенно произвольном отношении $CT/C'T'$. Таким образом, вновь доказано, что уравнение (507) или (457) всегда с хорошим приближением справедливо и при $CT \neq C'T'$.

С помощью (573) уравнения (567) — (570) для распределения температур можно преобразовать к другой форме. Подставляя выражения для Λ , Λ' , Π , Π' , а также ξ , η и η' из уравнений (542), (546) и (547), получаем:

$$\theta = D + B \exp \left[\left(\frac{1}{C'T'} - \frac{1}{CT} \right) (T + T') k_0 f - \frac{CT - C'T'}{\bar{\alpha} C' + \bar{\alpha}' C} \frac{2\bar{\alpha}\bar{\alpha}'}{\rho c \delta} \frac{t}{T} \right]; \quad (574)$$

$$\theta' = D + B \exp \left[\left(\frac{1}{C'T'} - \frac{1}{CT} \right) (T + T') k_0 f + \frac{CT - C'T'}{\bar{\alpha} C' + \bar{\alpha}' C} \frac{2\bar{\alpha}\bar{\alpha}'}{\rho c \delta} \frac{t}{T'} \right]; \quad (575)$$

$$\vartheta = D + B \frac{C'}{T} \frac{\bar{\alpha} T + \bar{\alpha}' T'}{\bar{\alpha} C' + \bar{\alpha}' C} \exp \left[\left(\frac{1}{C'T'} - \frac{1}{CT} \right) (T + T') k_0 f - \frac{CT - C'T'}{\bar{\alpha} C' + \bar{\alpha}' C} \frac{2\bar{\alpha}\bar{\alpha}'}{\rho c \delta} \frac{t}{T} \right]; \quad (576)$$

$$\vartheta' = D + B \frac{C}{T'} \frac{\bar{\alpha} T + \bar{\alpha}' T'}{\bar{\alpha} C' + \bar{\alpha}' C} \exp \left[\left(\frac{1}{C'T'} - \frac{1}{CT} \right) (T + T') k_0 f + \frac{CT - C'T'}{\bar{\alpha} C' + \bar{\alpha}' C} \frac{2\bar{\alpha}\bar{\alpha}'}{\rho c \delta} \frac{t}{T'} \right]. \quad (577)$$

Насколько эти соотношения¹ согласуются с рассмотренным в § 62

¹ Нуссельт [3.36] получил в принципе эти же уравнения, только без временного члена в экспонентах, поскольку он считал продолжительность периода бесконечно малой, т. е. с самого начала пренебрегал влиянием времени.

более точным методом расчета, точно учитывающим изменение температуры по поперечному сечению кирпича, показано на рис. 160. На этом рисунке, как и на рис. 151, представлены для нулевой собственной функции кривые изменения во времени температур кирпича $\Theta = \Theta_m$ и Θ_0 и температуры газа ϑ в периоды охлаждения и нагрева для $CT = 2CT'$. Сплошные кривые рассчитаны точным методом, а штриховые линии для ϑ и ϑ' — по уравнениям (576) и (577). Штриховые линии для температур поверхности Θ_0 и Θ'_0 получены с учетом того, что согласно уравнению (522) и для каждого момента времени должно быть справедливо соотношение

$$\alpha(\vartheta - \Theta_0) = \bar{\alpha}(\vartheta' - \Theta_m),$$

соответствующее уравнению (572). Применяя это соотношение к периоду охлаждения, можно при известных ϑ и Θ_m рассчитать значение Θ_0 . Для Θ_m и Θ'_m изображена единственная линия, поскольку и при точном методе расчета разность между ними настолько мала, что в выбранном масштабе ее невозможно представить. Правда, штриховые линии для ϑ , ϑ' , Θ_0 и Θ'_0 непосредственно не отражают быстрых изменений температур в начале периодов, однако они учитывают их, поскольку в среднем расположены почти точно на той же высоте, что и сплошные линии. Кроме того, после затухания быстрых изменений температуры обе группы линий практически совпадают.

Однако быстрые начальные изменения температур поверхности насадки и газов можно достаточно точно рассчитать, определяя по приведенным выше уравнениям (574) и (575) изменение во времени средней температуры насадки $\Theta = \Theta_m$, а затем применяя метод, рассмотренный в § 64.

Частный случай $CT = C'T'$. При $CT = C'T'$ экспоненты уравнений (574) — (577) становятся бесконечно малыми. Это же происходит и в уравнениях (567) — (570), так как при $CT = C'T'$ согласно уравнениям (546) и (547) выполняется равенство $\Lambda'/\Lambda = \Pi'/\Pi$. Кроме того, при этом $\Lambda/(\Lambda + \Lambda') = \Pi/(\Pi + \Pi')$. Поэтому экспоненциальную функцию в уравнении (567) мы разложим в степенной ряд, ограничившись двумя первыми членами, а константы D и B положим бесконечно большими. При этом уравнение (567) переходит в соотношение

$$\Theta = D - B(\xi - \eta), \quad (578)$$

где D и B — новые произвольные постоянные конечной величины.

Подставляя (578) в уравнение (545), получаем:

$$\vartheta = D - B(\xi - \eta - 1). \quad (579)$$

Соответствующие уравнения получим также для Θ' и ϑ' . Используя определения ξ и η согласно уравнению (542), можно представить урав-

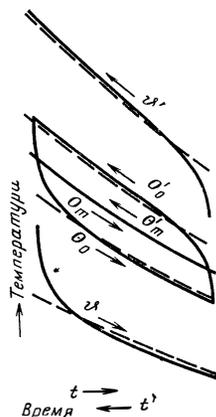


Рис. 160. Изменение температур насадки и газа во времени при $CT = 2C'T'$ в соответствии с точным расчетом (сплошные линии) и по упрощенному методу нулевой собственной функции (штриховые линии).

¹ Напомним, что среднюю температуру кирпича раньше мы обозначали Θ_m , а начиная с § 65 — просто Θ .

нения (578) и (579) в виде

$$\theta = D - B \left(\frac{\bar{\alpha}}{C} f - \frac{2\bar{\alpha}}{\rho c \delta} t \right); \quad (580)$$

$$\vartheta = D - B \left(\frac{\bar{\alpha}}{C} f - \frac{2\bar{\alpha}}{\rho c \delta} t - 1 \right). \quad (581)$$

Кроме того, если $t=0$ относить к середине периода, то уравнение (577) преобразуется в соотношение

$$\vartheta' = D - B \left(\frac{\bar{\alpha}}{C} f + \frac{2\bar{\alpha}}{\rho c \delta} \frac{C'}{C} t + \frac{\bar{\alpha}}{\alpha'} \frac{C'}{C} \right). \quad (582)$$

В соответствии с зависимостями, установленными в § 59, при $CT = C'T'$ средняя температура кирпича θ , рассчитанная по уравнениям (578) и (580) для нулевой собственной функции, линейна как по длине регенератора, так и во времени. Но в отличие от расчетов в § 59 согласно уравнению (579) или (581) и температура газа ϑ также изменяется линейно как по длине регенератора, так и во времени. Это объясняется тем, что в уравнении (581) быстрые изменения температуры непосредственно после переключения учитываются с помощью коэффициента теплоотдачи $\bar{\alpha}$ не точно, а лишь в среднем за период.

Уравнения (578)–(581) играют важную роль во все еще не приведенном строгом доказательстве того, что полученные до сих пор соотношения для нулевой собственной функции действительно представляют собой нулевую собственную функцию. Для уравнений (578)–(581) это доказательство будет приведено в следующем параграфе. Но нулевой собственной функции соответствуют и уравнения, полученные для случая $CT \neq C'T'$. Это следует из того, что все эти уравнения, если подставить в них $CT = C'T'$ и α в соответствии с (521), переходят в уравнения (578)–(581).

68. Основная и высшие гармоники колебаний температуры противоточного регенератора в установившемся состоянии при $CT = C'T'$ *

В § 53 уже было показано, что распределение температур в регенераторе в установившемся состоянии, включая явления на концах регенератора, можно полностью рассчитать лишь в том случае, если наряду с нулевой собственной функцией (основное колебание) учитывать также высшие собственные функции (высшие гармоники). Поэтому в дальнейшем будут выведены уравнения для таких собственных функций. Для того чтобы не получать слишком сложных соотношений, ограничимся случаем одинаковой продолжительности периодов нагрева и охлаждения $T = T'$, одинаковых теплоемкостей массовых расходов газов, проходящих через регенератор, $C = C'$ и равных коэффициентов теплоотдачи в оба периода $\alpha = \alpha'$. Тогда $CT = C'T'$ и согласно уравнениям (546) и (547) $\Lambda = \Lambda'$ и $\Pi = \Pi'$. Предположим, кроме того, что, как и при выводе дифференциальных уравнений (544) и (545), теплопроводность насадки в направлении течения пренебрежимо мала.

Преобразование условия переключения при противотоке. Искомые собственные функции представляют собой такие решения дифференциальных уравнений (544) и (545), которые удовлетворяют условию пере-

* Согласно Хаузену [3.12].

ключения. Как отмечалось в § 55, условие переключения гласит, что в каждом сечении регенератора температура насадки в конце периода охлаждения должна быть равна соответствующей температуре в начале периода нагрева, и наоборот. При $\Lambda=\Lambda'$, $\Pi=\Pi'$ и противотоке это условие можно привести к форме, более удобной для математических преобразований.

Как и до сих пор, продольная координата ξ и ξ' считается положительной от сечения входа газа в направлении его течения, так что при противотоке $\xi=0$ и $\xi'=0$ относятся к противоположным концам регенератора. За начало отсчета времени η и η' , как и во второй половине предыдущего параграфа, выбрана середина периодов нагрева и охлаждения. Поэтому один период длится от $\eta=-\Pi/2$ до $\eta=+\Pi/2$. В противоположность принятому ранее за начало отсчета температуры принимается среднее значение между температурами газов на входе θ_1 и θ'_1 *

Благодаря тому что $\Lambda=\Lambda'$ и $\Pi=\Pi'$, распределения температуры в установившемся состоянии в периоды нагрева и охлаждения (для одного периода в зависимости от ξ и η , а для другого в зависимости от ξ' и η'), если не учитывать знак, в точности одинаковы. Температуры θ и θ' , а

а также Θ и Θ' должны иметь противоположные знаки так как при выбранном начале отсчета $\theta_1=-\theta'_1$. Поэтому если рассмотреть два сечения ξ и ξ' , расположенные симметрично относительно середины регенератора, то для температур насадки в этих сечениях в конце обоих периодов справедливо соотношение

$$\Theta(\xi, \eta=+\Pi/2) = -\Theta'(\xi', \eta'=+\Pi/2). \quad (583)$$

Сечение ξ' идентично сечению $\Lambda-\xi$. Поскольку при переключении температура насадки не может измениться, температура в конце последнего из рассматриваемых периодов $\Theta'(\xi', \eta'=+\Pi/2)$ должна быть равна температуре в начале следующего периода $\Theta(\Lambda-\xi, \eta=-\Pi/2)$. С учетом предыдущего уравнения должно быть справедливо также следующее соотношение:

$$\Theta(\xi, +\Pi/2) = -\Theta(\Lambda-\xi, -\Pi/2). \quad (584)$$

Согласно этой формуле условие переключения гласит, что температуры насадки в начале и конце одного периода, изображенные в зависимости от ξ , дают кривые, точно-симметричные относительно середины регенератора и выбранного начала отсчета температуры (рис. 161).

Получение собственных функций. Будем искать частные решения дифференциальных уравнений, удовлетворяющие условию переключения. Если представить $\theta-\Theta$ в виде произведения двух функций, из которых первая зависит только от ξ , а вторая — только от η , то можно легко показать, что дифференциальное уравнение (549) имеет частные интегралы вида

$$\theta - \Theta = A \exp\left(-\frac{2\xi}{1+n} - \frac{2\eta}{1-n}\right), \quad (585)$$



Рис. 161. Точечная симметрия распределения температуры в насадке в начале и в конце одного периода при $\Lambda=\Lambda'$ и $\Pi=\Pi'$.

* Принимается такая координатная система, в которой начало отсчета температуры равно нулю, т. е. $(\theta_1 + \theta'_1)/2 = 0$. — Прим. ред.

где A — постоянная интегрирования; n — произвольное действительное или комплексное число.

Подставляя это соотношение в дифференциальные уравнения (544) и (545), после интегрирования получаем:

$$\vartheta = + \frac{1+n}{2} A \exp\left(-\frac{2\xi}{1+n} - \frac{2\eta}{1-n}\right); \quad (586)$$

$$\theta = - \frac{1-n}{2} A \exp\left(-\frac{2\xi}{1+n} - \frac{2\eta}{1-n}\right). \quad (587)$$

Поскольку n может принимать произвольные значения, имеется бесконечно много частных решений вида (586) и (587). Однако ни одно из этих решений (кроме $n=\infty$), взятое в отдельности, не удовлетворяет условию переключения (584).

Только с помощью искусственного приема — объединения двух таких частных решений удастся найти новые решения, удовлетворяющие условию переключения. Поэтому мы образуем в соответствии с уравнением (587) выражение

$$\theta = A_1 \exp\left(-\frac{2\xi}{1+n_1} - \frac{2\eta}{1-n_1}\right) + A_2 \exp\left(-\frac{2\xi}{1+n_2} - \frac{2\eta}{1-n_2}\right). \quad (588)$$

Это выражение удовлетворяет условию переключения (584), если при $i = \sqrt{-1}$ и при любом целом и действительном числе k , пробегающем ряд значений 0, 1, 2, 3 и т. д. вплоть до ∞ , принять:

$$n_1 = -1 + 2\sqrt{1 + i \frac{\pi}{k\pi}}; \quad (589)$$

$$n_2 = -1 - 2\sqrt{1 + i \frac{\pi}{k\pi}} \quad (590)$$

и

$$A_2 = -(-1)^k A_1. \quad (591)$$

Полученные таким способом решения дифференциальных уравнений являются комплексными. Для того чтобы получить действительные решения, прибавим к уравнению (588) еще раз так же образованное выражение, в котором, однако, k заменено на $-k$. Предположим, что соответствующим образом различаются и значения A_1 в обоих выражениях. Для этого существуют две возможности, на которых подробно не будем останавливаться. После довольно сложных промежуточных преобразований¹ получаем окончательно для температуры насадки θ следующие действительные решения или *собственные функции*, которые мы обозначим через u_x и v_x :

$$\begin{aligned} u_x = & \sqrt{\frac{d_x}{Q_x}} \left\{ e^{x \left(\frac{\eta}{2a_x} - c_x \xi \right)} \sin \left[(1 + a_x) \frac{\pi}{\Pi} \eta - d_x \xi - \arctg \frac{Q_x}{P_x} \right] - \right. \\ & - (-1)^k \exp \left[-\frac{\eta}{2a_x} - c_x (\Lambda - \xi) \right] \times \\ & \left. \times \sin \left[(1 - a_x) \frac{\pi}{\Pi} \eta - d_x (\Lambda - \xi) - \arctg \frac{Q_x}{P_x} \right] \right\}; \quad (592) \end{aligned}$$

¹ Подробный вывод см. в [3.12].

$$v_x = \sqrt{\frac{d_x}{Q_x}} \left\{ \exp \left(\frac{\eta}{2a_x} - c_x \xi \right) \cos \left[(1 + a_x) \frac{\kappa\pi}{\Pi} \eta - d_x \xi - \operatorname{arctg} \frac{Q_x}{P_x} \right] - (-1)^x \exp \left[-\frac{\eta}{2a_x} - c_x (\Lambda - \xi) \right] \times \right. \\ \left. \times \cos \left[(1 - a_x) \frac{\kappa\pi}{\Pi} \eta - d_x (\Lambda - \xi) - \operatorname{arctg} \frac{Q_x}{P_x} \right] \right\}, \quad (593)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a_x &= \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\Pi}{\kappa\pi} \right)^2} + 1 \right]}; \\ b_x &= \sqrt{\frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\Pi}{\kappa\pi} \right)^2} - 1 \right]}; \\ c_x &= \frac{a_x}{\sqrt{1 + \left(\frac{\Pi}{\kappa\pi} \right)^2}}; \quad d_x = \frac{b_x}{\sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{\kappa\pi} \right)^2}}; \\ P_x &= 1 + \frac{1}{2a_x}; \quad Q_x = (1 + a_x) \frac{\kappa\pi}{\Pi}. \end{aligned} \right\} \quad (594)$$

Соответственно из уравнения (545) получаются следующие *собственные функции для температуры газа* ϑ :

$$\varphi_x = \exp \left(\frac{\eta}{2a_x} - c_x \xi \right) \sin \left[(1 + a_x) \frac{\kappa\pi}{\Pi} \eta - d_x \xi \right] - \\ - (-1)^x \frac{b_x}{1 + a_x} \exp \left[-\frac{\eta}{2a_x} - c_x (\Lambda - \xi) \right] \times \\ \times \sin \left[(1 - a_x) \frac{\kappa\pi}{\Pi} \eta - d_x (\Lambda - \xi) - \operatorname{arctg} \frac{1}{b_x} \right]; \quad (595)$$

$$\psi_x = \exp \left(\frac{\eta}{2a_x} - c_x \xi \right) \cos \left[(1 + a_x) \frac{\kappa\pi}{\Pi} \eta - d_x \xi \right] - \\ - (-1)^x \frac{b_x}{1 + a_x} \exp \left[-\frac{\eta}{2a_x} - c_x (\Lambda - \xi) \right] \times \\ \times \cos \left[(1 - a_x) \frac{\kappa\pi}{\Pi} \eta - d_x (\Lambda - \xi) - \operatorname{arctg} \frac{1}{b_x} \right]. \quad (596)$$

Так как κ принимает все целые положительные и действительные значения между 0 и ∞ , то можно получить бесконечно много собственных функций вида (592) и (593) и соответственно (595) и (596).

Нулевая собственная функция ($\kappa=0$). С помощью предельного перехода для $\kappa=0$ можно показать, что v_0 и ψ_0 исчезают, а u_0 и φ_0 принимают следующую простую форму:

$$u_0 = \eta - \xi + \frac{\Lambda}{2}; \quad (597)$$

$$\varphi_0 = \eta - \xi + 1 + \frac{\Lambda}{2}. \quad (598)$$

Эти собственные функции определяются уже многократно упоминавшиеся линейные распределения температур по продольной координате и во времени при $CT \neq C'T'$. Более того, с точностью до постоянной уравнения (597) и (598) совпадают с ранее выведенными уравнениями (578) и (579). Тем самым с помощью уравнений (597) и (598) получено до сих пор отсутствовавшее доказательство, что все соотношения для Θ и ϑ , выведенные в § 59, 61 и во второй части § 67, представляют собой не что иное, как нулевые собственные функции.

Собственные функции для $\kappa > 0$. Свойства собственных функций для $\kappa > 0$ можно лучше всего рассмотреть, если учесть, что с ростом κ коэффициенты a_κ , b_κ , c_κ и т. д. стремятся к следующим предельным значениям:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{\kappa \rightarrow \infty} a_\kappa = \lim_{\kappa \rightarrow \infty} c_\kappa = 1; \quad \lim_{\kappa \rightarrow \infty} (1 - a_\kappa) &= -\frac{1}{8} \left(\frac{\Pi}{\kappa\pi} \right)^2; \\ \lim_{\kappa \rightarrow \infty} b_\kappa = \lim_{\kappa \rightarrow \infty} d_\kappa &= \frac{\Pi}{2\kappa\pi}; \\ \lim_{\kappa \rightarrow \infty} P_\kappa = 1,5; \quad \lim_{\kappa \rightarrow \infty} Q_\kappa &= \frac{2\kappa\pi}{\Pi}. \end{aligned} \right\} \quad (599)$$

Приближение к этим предельным значениям происходит тем быстрее, чем меньше Π . Так, при $\Pi = \pi = 3,1416$

$$a_1 = 1,0987; \quad a_5 = 1,0049 \quad (\text{вместо } \lim_{\kappa \rightarrow \infty} a_\kappa = 1).$$

Напрогив, при $\Pi = 5\pi$

$$a_1 = 1,7460; \quad a_5 = 1,0987.$$

Следовательно, поскольку даже при малых значениях κ приближение к найденным предельным значениям уже довольно хорошее, получим в принципе правильную картину собственных функций, если подставим эти предельные значения в уравнения (592), (593), (595) и (596). Таким образом, для больших значений κ находим:

$$\begin{aligned} u_\kappa &= \frac{\Pi}{2\kappa\pi} \left\{ \exp\left(\frac{\eta}{2} - \xi\right) \sin\left(\frac{2\kappa\pi}{\Pi} \eta - \frac{\Pi}{2\kappa\pi} \xi - \frac{\pi}{2}\right) - \right. \\ &\left. - (-1)^\kappa \exp\left[-\frac{\eta}{2} - (\Lambda - \xi)\right] \sin\left[-\frac{\Pi}{8\kappa\pi} \eta - \frac{\Pi}{2\kappa\pi} (\Lambda - \xi) - \frac{\pi}{2}\right] \right\}; \quad (600) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_\kappa &= \frac{\Pi}{2\kappa\pi} \left\{ \exp\left(\frac{\eta}{2} - \xi\right) \cos\left(\frac{2\kappa\pi}{\Pi} \eta - \frac{\Pi}{2\kappa\pi} \xi - \frac{\pi}{2}\right) - \right. \\ &\left. - (-1)^\kappa \exp\left[-\frac{\eta}{2} - (\Lambda - \xi)\right] \cos\left[-\frac{\Pi}{8\kappa\pi} \eta - \frac{\Pi}{2\kappa\pi} (\Lambda - \xi) - \frac{\pi}{2}\right] \right\}; \quad (601) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi_\kappa &= \exp\left(\frac{\eta}{2} - \xi\right) \sin\left(\frac{2\kappa\pi}{\Pi} \eta - \frac{\Pi}{2\kappa\pi} \xi\right) - \\ &- (-1)^\kappa \frac{\Pi}{4\kappa\pi} \exp\left[-\frac{\eta}{2} - (\Lambda - \xi)\right] \sin\left[-\frac{\Pi}{8\kappa\pi} \eta - \frac{\Pi}{2\kappa\pi} (\Lambda - \xi) - \frac{\pi}{2}\right]; \quad (602) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \psi_\kappa &= \exp\left(\frac{\eta}{2} - \xi\right) \cos\left(\frac{2\kappa\pi}{\Pi} \eta - \frac{\Pi}{2\kappa\pi} \xi\right) - \\ &- (-1)^\kappa \frac{\Pi}{4\kappa\pi} \exp\left[-\frac{\eta}{2} - (\Lambda - \xi)\right] \cos\left[-\frac{\Pi}{8\kappa\pi} \eta - \frac{\Pi}{2\kappa\pi} (\Lambda - \xi) - \frac{\pi}{2}\right]. \quad (603) \end{aligned}$$

Для определенного сечения регенератора $\xi = \text{const}$ первые члены этих уравнений, если не учитывать небольшой сдвиг по фазе с ростом ξ , принимают вид:

$$\text{const} \cdot \exp\left(\frac{\eta}{2}\right) \cdot \frac{\sin\left(\frac{2\kappa\pi}{\Pi} \eta\right)}{\cos\left(\frac{2\kappa\pi}{\Pi} \eta\right)}.$$

Поскольку в течение одного периода продолжительностью Π аргумент $2\kappa\pi/\Pi$ изменяется на $\kappa \cdot 2\pi$, первые члены представляют собой колебания с частотой κ периодов за один период регенератора. При этом с ростом η амплитуды колебаний увеличиваются пропорционально $\exp(\eta/2)$. Напротив, у вторых членов функции \sin и \cos при больших значениях κ почти не зависят от η и ξ . Поэтому второй член при постоянном ξ уменьшается по существу аperiодически пропорционально $\exp(-\eta/2)$.

Следует отметить характер зависимости обоих членов от ξ . Первый член имеет наибольшие значения при $\xi = 0$, т. е. на том конце регенератора, на котором в рассматриваемый период в него входит газ. По мере удаления от входного сечения (с ростом ξ) первый член быстро уменьшается. При $\xi = 6,9$ он составляет только 0,1% значения при $\xi = 0$, если κ велико. При малых значениях κ уменьшение происходит медленнее.

Напротив, второй аperiодический член зависит только от расстояния до противоположного конца регенератора $\Lambda - \xi$. На этом конце, на котором в регенератор входит второй газ, второй член имеет свое наибольшее значение. С ростом расстояния от этого сечения он уменьшается по тому же закону, что и первый член, по мере удаления от входа. В длинных регенераторах собственные функции для $\kappa > 0$ вносят заметный вклад только вблизи от концов, тогда как в большой области в середине аппарата они практически равны нулю. Тем самым найдено более глубокое обоснование того, что распределение температуры в средних частях регенераторов часто можно представить лишь с помощью

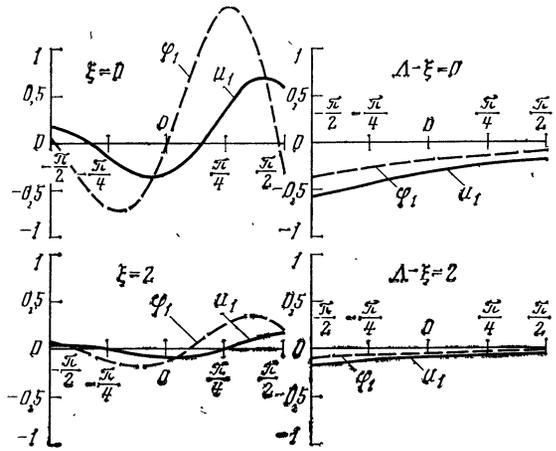


Рис. 162. Собственные функции u_1 и φ_1 для $\Pi = \pi$.

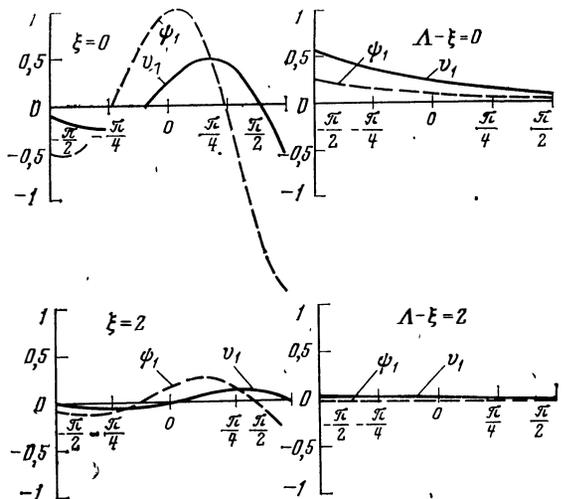


Рис. 163. Собственные функции v_1 и ψ_1 для $\Pi = \pi$.

одной нулевой собственной функции. Только для сравнительно коротких регенераторов оба члена собственных функций более высокого порядка существенны также и в середине регенератора и поэтому прибавляются здесь к нулевой собственной функции. Такие случаи бывают, например, в металлургической промышленности, где значения Λ составляют примерно 10—20, но обычно не наблюдаются в криогенной технике, где Λ почти всегда больше 100.

На рис. 162 и 163 представлены собственные функции для $\kappa=1$ при $\Pi=\pi=3,1416$, рассчитанные согласно точным уравнениям (592), (593), (595) и (596). Собственные функции u_x и v_x для $\kappa=2$ показаны на рис. 131, который уже обсуждался в § 53. На этих рисунках слева изображены колебательные члены для неизменных значений ξ , а справа — апериодические члены для неизменных значений $\Lambda-\xi$ как функции времени η . Штриховые линии соответствуют температуре газа, сплошные — температуре насадки. У колебательных членов температура насадки отстает относительно температуры газа на фазовый угол, возрастающий при достаточно высоких κ до предельного значения $\pi/2$ (90°).

Физический смысл этих высших собственных функций, которые, как уже многократно упоминалось, представляют собой высшие гармоники колебаний температуры регенератора, рассматривался еще в § 53. Согласно этому параграфу и в соответствии с нашим последним анализом первые члены этих собственных функций представляют собой колебания около начала отсчета температуры. Напротив, вторые члены отражают выравнивание отклонений от начала отсчета температуры, которые остались от колебаний в предшествующий период вблизи другого конца регенератора. Поэтому первые члены будем кратко называть «колебательными», а вторые — «выравнивательными».

69. Расчет полного распределения температур в регенераторе по основному колебанию и высшим гармоникам при неизменных температурах газов на входе

После того как стало возможно рассчитать собственные функции, а следовательно, основное колебание и высшие гармоники колебаний температуры, мы теперь в состоянии определить полное распределение температур в противоточном регенераторе. Для этого следует так объединить эти колебания по их интенсивности, чтобы удовлетворить условию неизменности температуры газа на входе за рассматриваемый период. Математически такое объединение собственных функций в принципе возможно, так как дифференциальные уравнения линейны, вследствие чего любая линейная комбинация найденных решений, которые представлены собственными функциями, также является решением дифференциального уравнения. Поэтому, применяя первоначально произвольные коэффициенты α_x и β_x , разложим температуры газа Φ и насадки Θ в следующие ряды по собственным функциям:

$$\begin{aligned} \Phi = & \alpha_0 \varphi_0 + \alpha_1 \varphi_1 + \alpha_2 \varphi_2 + \alpha_3 \varphi_3 + \dots + \alpha_x \varphi_x + \dots + \beta_1 \psi_1 + \\ & + \beta_2 \psi_2 + \beta_3 \psi_3 + \dots + \beta_x \psi_x + \dots; \end{aligned} \quad (604)$$

$$\begin{aligned} \Theta = & \alpha_0 u_0 + \alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 + \alpha_3 u_3 + \dots + \alpha_x u_x + \dots + \beta_1 v_1 + \\ & + \beta_2 v_2 + \beta_3 v_3 + \dots + \beta_x v_x + \dots \end{aligned} \quad (605)$$

Эти ряды удовлетворяют условию переключения, так как ему удовлетворяет каждый член ряда в отдельности. Теперь мы должны определить коэффициенты $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \beta_1, \beta_2$ и т. д. таким образом, чтобы ряд (604) при $\xi=0$ давал неизменное значение $\vartheta=\vartheta_1$. Эта задача осложняется еще и тем, что в рассматриваемом случае непосредственно неприменим обычный метод определения коэффициентов, используемый для рядов из гармонических функций, в частности рядов Фурье.

Причина этой трудности заключается в том, что собственные функции φ_x и ψ_x в области $-\Pi/2 < \eta < +\Pi/2$ не ортогональны, т. е. для $i \neq k$ так называемые внутренние произведения

$$\int_{-\Pi/2}^{+\Pi/2} \varphi_i \varphi_k d\eta; \quad \int_{-\Pi/2}^{+\Pi/2} \varphi_i \psi_k d\eta; \quad \int_{-\Pi/2}^{+\Pi/2} \psi_i \psi_k d\eta$$

не обращаются в нуль. Правда, известен метод, с помощью которого произвольную систему функций можно преобразовать в систему ортогональных функций, однако он столь сложен, что мы предпочитаем следующий способ, обеспечивающий только частичную ортогональность. Предположим, что Λ настолько велика, что при $\xi=0$ «выравнивательные» члены собственных функций можно считать пренебрежимо малыми. Тогда для очень больших значений x собственные функции φ_x и ψ_x при $\xi=0$ согласно уравнениям (602) и (603) принимают следующую форму:

$$\varphi_x = \exp\left(\frac{\eta}{2}\right) \sin\left(\frac{2x\pi}{\Pi} \eta\right); \quad \psi_x = \exp\left(-\frac{\eta}{2}\right) \cos\left(\frac{2x\pi}{\Pi} \eta\right).$$

Поскольку функции $\sin\left(\frac{2x\pi}{\Pi} \eta\right)$ и $\cos\left(\frac{2x\pi}{\Pi} \eta\right)$ в области от $-\frac{\Pi}{2}$ до $+\frac{\Pi}{2}$ ортогональны, функции $\Phi_x = \exp\left(-\frac{\eta}{2}\right) \varphi_x$ и $\Psi_x = \exp\left(-\frac{\eta}{2}\right) \psi_x$ с ростом x все более приближаются к ортогональным. Поэтому мы можем назвать их асимптотически ортогональными.

Если мы разделим уравнение (604) на $\exp\left(\frac{\eta}{2}\right)$, то для $\xi=0$ получим ряд

$$\begin{aligned} \exp\left(-\frac{\eta}{2}\right) \vartheta_1 = & \alpha_0 \Phi_0 + \alpha_1 \Phi_1 + \alpha_2 \Phi_2 + \alpha_3 \Phi_3 + \dots + \alpha_x \Phi_x + \dots + \beta_1 \Psi_1 + \beta_2 \Psi_2 + \\ & + \beta_3 \Psi_3 + \dots + \beta_x \Psi_x + \dots, \end{aligned} \quad (606)$$

где $\Phi_x = \exp\left(-\frac{\eta}{2}\right) \varphi_x$ и $\Psi_x = \exp\left(-\frac{\eta}{2}\right) \psi_x$ — значения этих функций в сечении $\xi=0$.

Положим правую часть этого уравнения равной S и определим коэффициенты α_x и β_x так, чтобы $\exp\left(-\frac{\eta}{2}\right) \vartheta_1$ при $\vartheta_1 = \text{const}$ приближался к S возможно ближе в смысле метода наименьших квадратов. Следовательно, если $\epsilon = \exp\left(-\frac{\eta}{2}\right) \vartheta_1 - S$, то $M =$

$$\begin{aligned} & \int_{-\Pi/2}^{+\Pi/2} \epsilon^2 d\eta \text{ должно стать минимальным. Поскольку для этого необходимо, чтобы } \frac{\partial M}{\partial \alpha_x} = \\ & = \int 2\epsilon \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha_x} d\eta = 0 \text{ и соответственно } \frac{\partial M}{\partial \beta_x} = \int 2\epsilon \frac{\partial \epsilon}{\partial \beta_x} d\eta = 0, \text{ то, подставляя выражение} \end{aligned}$$

для ϵ , определяемое с помощью уравнения [(606), в два последних интеграла, получаем:

$$\begin{aligned} & \alpha_0 \int \Phi_0 \Phi_x d\eta + \alpha_1 \int \Phi_1 \Phi_x d\eta + \dots + \alpha_x \int \Phi_x^2 d\eta + \dots \\ & \dots + \alpha_i \int \Phi_i \Phi_x d\eta + \dots + \beta_1 \int \Psi_1 \Phi_x d\eta + \dots + \beta \int \Psi_x \Phi_x d\eta + \dots \\ & \dots + \beta_i \int \Psi_i \Phi_x d\eta + \dots = \int \exp\left(-\frac{\eta}{2}\right) \vartheta_1 \Phi_x d\eta; \end{aligned} \quad (607)$$

$$\begin{aligned} & \alpha_0 \int \Phi_0 \Psi_x d\eta + \alpha_1 \int \Phi_1 \Psi_x d\eta + \dots + \alpha_x \int \Phi_x \Psi_x d\eta + \dots + \alpha_i \int \Phi_i \Psi_x d\eta + \dots \\ & \dots + \beta_1 \int \Psi_1 \Psi_x d\eta + \dots + \beta_x \int \Psi_x^2 d\eta + \dots \\ & \dots + \beta_i \int \Psi_i \Psi_x d\eta + \dots = \int \exp\left(-\frac{\eta}{2}\right) \vartheta_1 \Psi_x d\eta. \end{aligned} \quad (608)$$

Вследствие асимптотической ортогональности внутренние произведения $\int \Phi_i \Phi_x d\eta$, $\int \Psi_i \Phi_x d\eta$ и $\int \Psi_i \Psi_x d\eta$ (за исключением $\int \Phi_x^2 d\eta$ и $\int \Psi_x^2 d\eta$) с увеличением i и x становятся все меньше, так что начиная с определенного конечного члена ими можно пренебречь. Примем, что все внутренние произведения из неодинаковых собственных функций, если они не содержат Φ_0 , обращаются в нуль, когда i или x больше определенного K . Для $x=1, 2, 3, \dots, K$ уравнения (607) и (608) обрываются после α_K и β_K . Таким образом, получаем $2K$ уравнений с $2K+1$ неизвестными. Напротив, для $x=0$ уравнение (607) первоначально сохраняет форму бесконечного ряда, тогда как уравнение (608) для $x=0$ не существует. Однако, как будет показано в дальнейшем, и этот бесконечный ряд можно преобразовать в конечный.

Для $x > K$ с учетом принятого для внутренних произведений допущения из уравнений (607) и (608) следует:

$$\alpha_{K+v} = \frac{\int \exp\left(-\frac{\eta}{2}\right) \vartheta_1 \Phi_{K+v} d\eta - \alpha_0 \int \Phi_0 \Phi_{K+v} d\eta}{\int \Phi_{K+v}^2 d\eta}; \quad (609)$$

$$\beta_{K+v} = \frac{\int \exp\left(-\frac{\eta}{2}\right) \vartheta_1 \Psi_{K+v} d\eta - \alpha_0 \int \Phi_0 \Psi_{K+v} d\eta}{\int \Psi_{K+v}^2 d\eta}, \quad (610)$$

где v — положительное целое число, заключенное между 1 и ∞ .

Если подставить (609) и (610) в уравнение (607) для $x=0$, то в этом уравнении остается только $2K+1$ неизвестных $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_K, \beta_1, \dots, \beta_K$. Эти коэффициенты можно вычислить, если полученные $2K+1$ линейных уравнений решить известным методом, например с помощью определителя. Вышние коэффициенты получаются с помощью подстановки полученного значения α_0 в уравнения (609) и (610). Практически число линейных уравнений можно сделать меньше, чем $2K+1$, если заранее пренебречь частью внутренних произведений.

Для получения одинаковой точности расчета K следует выбирать тем большим, чем больше Π . До появления ЭВМ уже расчеты для $K > 2$ или 3 становились довольно трудоемкими. В настоящее время можно выбирать, значительно большие K . Иногда целесообразнее вместо того, чтобы повышать точность путем выбора более высоких значений K , повысить точность за счет того, что при выбранных сравнительно малых K повторять расчет следующим образом. Значения $\alpha_{K+1}, \alpha_{K+2}, \dots, \beta_{K+1}, \beta_{K+2}$ и т. д., полученные при первом расчете, подставляют в уравнения (607) и (608), в результате чего по крайней мере приближенно учитывается влияние тех внутренних произведений из неодинаковых собственных функций, которыми мы ранее пренебрегли. Для всех значений x между 0 и K , таким образом, опять получаются $2K+1$ линейных уравнений, решая которые, определяют улучшенные значения $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_K$ и β_1, \dots, β_K . Затем по уравнениям (609) и (610) находят новые значения $\alpha_{K+1}, \alpha_{K+2}, \dots, \beta_{K+1}$ и т. д.

Вместо того чтобы применять метод наименьших квадратов, можно было бы действовать следующим образом. Предположим, что ряд в уравнении (604) обрывается после определенного значения k , например $k=4$. Тогда необходимо определить $2k+1=9$ коэффициентов, а именно $\alpha_0, \dots, \alpha_4$ и β_1, \dots, β_4 . Предположим, что период T разделен на $2k$ одинаковых временных интервалов. Для каждой из $2k+1$ границ интервалов можно рассчитать значения $\varphi_0, \dots, \varphi_k$ и ψ_1, \dots, ψ_k и вместе с заданным значением $\vartheta=\vartheta_1$ подставить в уравнение (604). Таким образом получим $2k+1$ линейных уравнений. Решив их, определим соответствующие значения $\alpha_0, \dots, \alpha_k$ и β_1, \dots, β_k . Правда, при этом точное значение ϑ_1 достигается только на границах интервалов, однако ожидаемые отклонения внутри интервалов тем меньше, чем большее число членов ряда учитывается.

После определения α_x и β_x можно по уравнениям (604) и (605) рассчитать полное распределение температур в регенераторе. На рис. 164

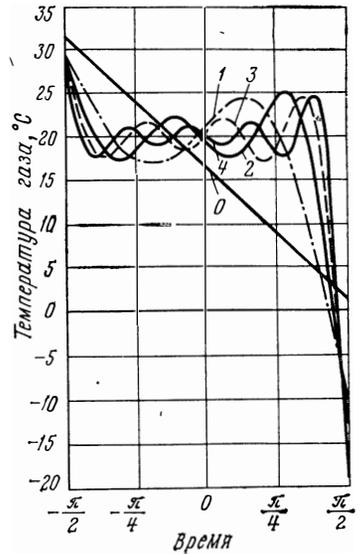


Рис. 164. Осциллирующее приближение к неизменной температуре на входе $\vartheta_1=20^\circ\text{C}$ при $\Lambda=10$ и $\Pi=\pi$.

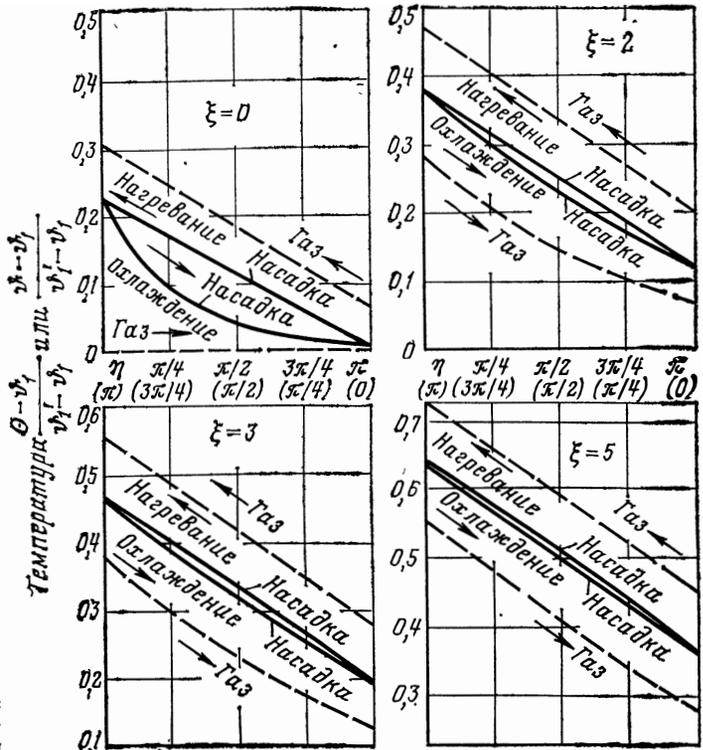


Рис. 165. Изменение температуры в регенераторе во времени при $\Lambda=10$ и $\Pi=\pi$.

показано пошаговое сложение умноженных на α_x и β_x собственных функций φ_x и ψ_x для температуры газа в сечении $\xi=0$. При этом $\Lambda=10$, $\Pi=\pi=3,1416$ и $\vartheta_1=20^\circ\text{C}$. По оси абсцисс отложено приведенное время η , изменяющееся от $-\pi/2$ до $+\pi/2$, а по оси ординат — температура газа. Прямая, обозначенная цифрой 0, соответствует выражению $\alpha_0\varphi_0$, кривая 1 — выражению $\alpha_0\varphi_0 + \alpha_1\varphi_1 + \beta_1\psi_1$, кривая 4 учитывает все собственные функции от $\kappa=0$

до $\kappa=4$. Можно видеть, что с увеличением числа собственных функций кривая постепенно приближается к постоянной температуре на входе $\vartheta_1=20^\circ\text{C}$.

Окончательный результат расчета изменения температур во времени и по длине регенератора для выбранного примера можно видеть на рис. 165 и 166. На рис. 165 показано изменение температур во времени в оба периода в сечениях $\xi=0, 2, 3$ и 5, причем $\xi=0$ соответствует холодному концу, а $\xi=5$ — середине регенератора, поскольку $\Lambda=10$. Петля гистерезиса для температуры насадки Θ максимальна у конца регенератора, становится меньше с ростом ξ и переходит в середине регенератора в общую для обоих периодов почти прямую линию. Причина того, что это не полностью прямая и что она не распространяется на более длинный участок регенератора, заключается в том, что в рассматриваемом примере регенератор относительно короткий и поэтому отклонения от нулевой собственной функции сравнительно велики даже в середине регенератора. На рис. 166 представлены распределения температур газа ϑ и насадки Θ по длине регенератора ξ для различных моментов времени в период охлаждения.

Рис. 166. Распределение температур насадки и газа вдоль регенератора при $\Lambda=10$ и $\Pi=\pi$.

Рассмотренный пример характерен для регенераторов, работающих в металлургической промышленности. Случай, типичный для криогенной техники, уже рассматривался в § 53 (см. рис. 132). Другие примеры содержатся в последующих разделах, в частности в § 93.

70. Коэффициент полезного действия противоточных регенераторов и действительный коэффициент теплопередачи

Поскольку КПД теплообменника однозначно определяется распределением температур в установившемся состоянии, КПД регенераторов также можно рассчитать из собственных функций с помощью только что рассмотренных коэффициентов α_x и β_x . Пусть, как и для рекуператоров (см. § 34), КПД регенератора определяется как отношение

действительно переданного количества теплоты к количеству теплоты, которое было бы передано в совершенном теплообменнике. В рассматриваемом случае, когда теплоемкости обоих газов за период приняты равными, т. е. $CT=C'T'$, газ, поступающий с температурой ϑ_1 , в совершенном теплообменнике мог бы охладиться или нагреться до входной температуры другого газа ϑ'_1 . Тогда с учетом того, что $\vartheta'_1 = -\vartheta_1$, количество теплоты, переданной в регенераторе за период, составило бы:

$$Q_{\text{ид}} = \pm CT(\vartheta_1 - \vartheta'_1) = \pm CT2\vartheta_1.$$

Пусть из реального регенератора газ в сечении $\xi = \Lambda$ в момент времени η выходит с температурой ϑ_2 . Тогда средняя за рассматриваемый период температура газа на выходе составляет $\bar{\vartheta}_2 = \frac{1}{\Pi} \int_{-\Pi/2}^{+\Pi/2} \vartheta_2 d\eta$. По-

этому за этот период газ обменивается с насадкой количеством теплоты

$$Q_{\text{пер}} = \pm CT(\vartheta_1 - \bar{\vartheta}_2). \quad (611)$$

Следовательно, КПД регенератора

$$\eta_{\text{рег}} = \frac{Q_{\text{пер}}}{Q_{\text{ид}}} = \frac{\vartheta_1 - \bar{\vartheta}_2}{\vartheta_1 - \vartheta'_1} = \frac{\vartheta_1 - \bar{\vartheta}_2}{2\vartheta_1}. \quad (612)$$

Предпоследнее выражение в этом уравнении справедливо обычно при $CT=C'T'$, а последнее — если, кроме того, $\Lambda = \Lambda'$, т. е. согласно уравнению (546) $\bar{\alpha}/C = \bar{\alpha}'/C'$.

Наконец, интегрируя ϑ из уравнения (604) по всей продолжительности периода, получаем $\bar{\vartheta}_2$, а следовательно, согласно уравнению (612) и КПД регенератора $\eta_{\text{рег}}$.

На рис. 167 показана рассчитанная таким методом¹ зависимость КПД $\eta_{\text{рег}}$ от приведенной длины Λ для различных значений продолжительности периода Π . При этом согласно принятому выше допущению $\Lambda = \Lambda'$ и $\Pi = \Pi'$. Можно видеть, что КПД увеличивается с ростом Λ , а при данном Λ — падает с увеличением продолжительности периода Π . Верхняя кривая на графике соответствует уравнению (613), которое будет получено ниже.

При бесконечно малой продолжительности периода $\Pi = 0$ для точного описания распределения температур достаточны собственные функции u_0 и φ_0 . В частности, пренебрегая всеми высшими собственными функциями, из уравнений (598)

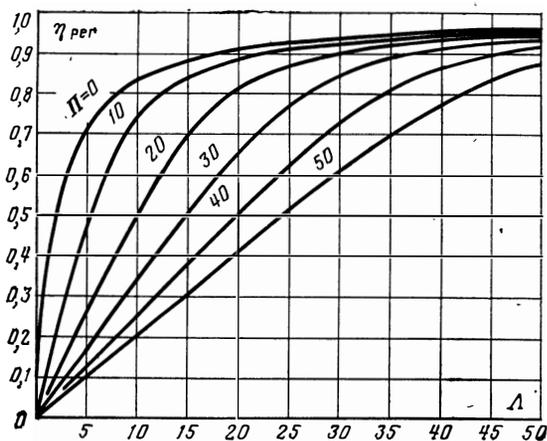


Рис. 167. Коэффициент полезного действия противоточных регенераторов при $C=C'$ и $T=T'$.

¹ В действительности Уиллмотт, Шеллман и Занднер проводили расчеты методом, описанным в § 85, 86, а также 76 и 83 с помощью ЭВМ, см. сноску на с. 224.

и (604) получаем:

$$\vartheta = \alpha_0 \left(\eta - \xi + 1 + \frac{\Lambda}{2} \right).$$

Так как при $\Pi=0$ также и $\eta=0$, то условие $\vartheta=\vartheta_1$ при $\eta=0$ можно выполнить, если считать, что $\alpha_0=2\vartheta_1/(2+\Lambda)$. При этом для $\Pi=0$ средняя температура газа на выходе находится из соотношения

$$\bar{\vartheta}_2 = \vartheta_2 = \vartheta_1 \frac{2-\Lambda}{2+\Lambda}.$$

Тогда из уравнения (612) следует, что

$$\lim_{\Pi=0} \eta_{\text{пер}} = \frac{\Lambda}{2+\Lambda}. \quad (613)$$

Этому уравнению соответствует верхняя кривая на рис. 167.

Уравнение (613) позволяет провести поучительное сравнение между регенераторами и рекуператорами. Полагая $\bar{\alpha}=\bar{\alpha}'$ и $T=T'$ и учитывая, что при $\Pi=0$ в соответствии с рис. 135 $k=k_0$, по уравнениям (523), (467) и (546) находим $\Lambda=2k_{\text{пер}}F/C$, где $k_{\text{пер}}=2k$ — коэффициент теплопередачи по меньшей мере двух совместно работающих регенераторов. Тогда вместо уравнения (613) можно также записать

$$\lim_{\Pi=0} \eta_{\text{пер}} = \frac{k_{\text{пер}}F/C}{1+k_{\text{пер}}F/C}. \quad (614)$$

Это соотношение совпадает с уравнениями (191) и (165) из § 34 и 29 для рекуператоров при $C=C'$, откуда следует, что

$$\eta_{\text{пер}} = \frac{kF/C}{1+kF/C},$$

где k — коэффициент теплопередачи рекуператора.

Таким образом, при бесконечно малой продолжительности периодов регенераторы имеют такой же КПД, как и рекуператоры, если безразмерные величины $k_{\text{пер}}F/C$ и kF/C в обоих случаях равны друг другу.

Соотношение между КПД регенератора $\eta_{\text{пер}}$ и коэффициентом теплопередачи. Определенный еще в § 54 действительный коэффициент теплопередачи всего регенератора k и местные коэффициенты теплопередачи k_x можно рассчитать с помощью собственных функций и их коэффициентов α_x и β_x по уравнениям (500) и (501).

Соотношение между k и КПД $\eta_{\text{пер}}$ при $CT=C'T'$ находят следующим образом. Поскольку $\vartheta-\vartheta'=\bar{\vartheta}_2-\vartheta'_1=\text{const}$, из уравнения (456) получают количество теплоты, передаваемой в рассматриваемый период:

$$Q_{\text{пер}} = k(T+T')F(\bar{\vartheta}_2 - \vartheta'_1) = CT(\vartheta_1 - \bar{\vartheta}_2). \quad (615)$$

(Отсюда с учетом уравнения (612) следует, что

$$k = \frac{C}{F} \frac{T}{T+T'} \frac{\eta_{\text{пер}}}{1-\eta_{\text{пер}}}. \quad (616)$$

Следовательно, из этого уравнения можно рассчитать коэффициент теплопередачи k при $CT=C'T'$, если известно значение $\eta_{\text{пер}}$, например из рис. 167.

Далее по КПД $\eta_{\text{пер}}$ можно рассчитать отношение действительного коэффициента теплопередачи k , учитывающего все собственные функ-

ции, к коэффициенту теплопередачи k_0 , соответствующему только нулевой собственной функции. Чтобы показать это, необходимо провести анализ, подобный рассмотренному выше только для нулевой собственной функции. Для этого следует использовать уравнения (578) и (579), которые являются более общими, чем уравнения (597) и (598), поскольку включают также случаи, когда Λ и Λ' различны.

Если $\bar{\vartheta}_{2,0}$ — конечная температура, которой достиг бы газ в рассматриваемый период с учетом только нулевой собственной функции, то для количества теплоты, передаваемой в этот период, согласно уравнению (615) находим:

$$Q_0 = k_0 (T + T') F (\bar{\vartheta}_{2,0} - \vartheta'_1) = CT (\vartheta_1 - \bar{\vartheta}_{2,0}), \quad (617)$$

причем строго говоря ϑ_1 и ϑ'_1 следует рассматривать как средние во времени значения. Поскольку регенератор расположен между координатами $\xi=0$ и $\xi=\Lambda$, из уравнения (579) получаем

$$\vartheta_1 - \bar{\vartheta}_{2,0} = B\Lambda \quad (618)$$

и соответственно для следующего периода

$$\vartheta'_1 - \bar{\vartheta}'_{2,0} = -(\vartheta_1 - \bar{\vartheta}_{2,0}) = B'\Lambda'.$$

Из двух последних уравнений следует, что

$$B' = -\frac{\Lambda}{\Lambda'} B. \quad (619)$$

Далее из уравнений (578) и (579) получаем:

$$\vartheta - \Theta = B; \quad \vartheta' - \Theta' = B'.$$

Поскольку, кроме того, для соответственных моментов времени обоих периодов при основном колебании $\Theta = \Theta'$, то согласно двум последним уравнениям

$$\vartheta - \vartheta' = \bar{\vartheta}_{2,0} - \vartheta'_1 = B - B'$$

или с учетом уравнения (619)

$$\bar{\vartheta}_{2,0} - \vartheta'_1 = B \left(1 + \frac{\Lambda}{\Lambda'} \right). \quad (620)$$

Подставляя (618) и (620) в уравнение (617), получаем

$$k_0 (T + T') F \left(\frac{1}{\Lambda} + \frac{1}{\Lambda'} \right) = CT \quad (621)$$

и согласно уравнению (616) окончательно имеем

$$\frac{k}{k_0} = \left(\frac{1}{\Lambda} + \frac{1}{\Lambda'} \right) \frac{\eta_{\text{рег}}}{1 - \eta_{\text{рег}}}. \quad (622)$$

Если мы вновь ограничимся случаем $\Lambda = \Lambda'$, то вместо уравнения (622) сможем записать

$$\frac{k}{k_0} = \frac{2}{\Lambda} \frac{\eta_{\text{рег}}}{1 - \eta_{\text{рег}}}. \quad (623)$$

С помощью этого уравнения можно очень просто рассчитать отношение k/k_0 по значениям КПД $\eta_{\text{рег}}$, найденным, например, из рис. 167. Полученные таким образом значения k/k_0 представлены на рис. 135.

Чтобы можно было применять график рис. 135 и при $CT \neq C'T'$, в § 54 для безразмерных комплексов Λ и Π вместо уравнений (546)

и (547) приведены более общие соотношения (458) и (459). К этим соотношениям мы приходим следующим образом. Исходим из подтверждаемого в дальнейшем посредством точных расчетов предположения, что с помощью рис. 135 можно получать достаточно точные значения k/k_0 и при $\Lambda' \neq \Lambda$ и $\Pi' \neq \Pi$, если образовать из этих комплексов подходящие средние значения и использовать их в качестве безразмерных переменных. При этом оказывается целесообразным образовать среднее гармоническое, т. е. среднее арифметическое из обратных значений величин, что для Λ и Λ' уже использовано в уравнении (622), а для Π и Π' будет сделано ниже, в уравнении (694). Таким образом, с помощью уравнений (546) и (547) для средних значений получаем:

$$\frac{1}{\Lambda_m} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\Lambda} + \frac{1}{\Lambda'} \right) = \frac{1}{2F} \left(\frac{CT}{\bar{\alpha}T} + \frac{C'T'}{\bar{\alpha}'T'} \right) \approx \frac{CT + C'T'}{4F} \left(\frac{1}{\bar{\alpha}T} + \frac{1}{\bar{\alpha}'T'} \right);$$

$$\frac{1}{\Pi_m} = \frac{\rho c \delta}{4} \left(\frac{1}{\bar{\alpha}T} + \frac{1}{\bar{\alpha}'T'} \right).$$

С учетом (523) эти выражения переходят в следующие зависимости:

$$\Lambda_m = 4 \frac{k_0 (T + T') F}{CT + C'T'}; \quad \Pi_m = 4 \frac{k_0 (T + T')}{\rho c \delta}. \quad (624)$$

Эти соотношения совпадают с упомянутыми уравнениями (458) и (459), только в последних для простоты для средних значений вместо Λ_m и Π_m взяты Λ и Π , а $\rho c \delta / 2$ заменено на более общее выражение C_s / F . Точный расчет k и k/k_0 при $CT \neq C'T'$ будет рассмотрен в § 81. Там же на примере обсуждается распределение k_ξ вдоль регенератора в соответствии с уравнением (501) (см. рис. 183).

Зависимость между петлей гистерезиса и коэффициентом теплопередачи регенератора. Основные положения, касающиеся зависимости между петлей гистерезиса и коэффициентом теплопередачи, были рассмотрены еще в § 54. Ниже покажем, что при $CT = C'T'$ эту зависимость можно выразить точно с помощью одного уравнения.

Согласно уравнению (522) количество теплоты, передаваемой через малый элемент поверхности df за рассматриваемый период продолжительностью T , составляет:

$$dQ_{\text{пер}} = \bar{\alpha} df \int_0^T (\vartheta - \theta) dt = \bar{\alpha} df T (\bar{\vartheta} - \bar{\theta}),$$

где $\bar{\vartheta}$ и $\bar{\theta}$ — средние во времени значения.

Соответственно для второго периода продолжительностью T'

$$dQ_{\text{пер}} = \bar{\alpha}' df T' (\bar{\theta}' - \bar{\vartheta}').$$

Решая оба уравнения относительно разностей температур, складывая результаты и используя уравнение (523), получаем:

$$dQ_{\text{пер}} = k_0 (T + T') df [(\bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}') - (\bar{\theta} - \bar{\theta}')].$$

В этом уравнении, как видно, например, из рис. 165, разность между средними во времени температурами насадки $\bar{\theta} - \bar{\theta}'$ равна средней высоте петли гистерезиса. Поскольку вследствие $CT = C'T'$ разность температур $\bar{\vartheta} - \bar{\vartheta}'$ неизменна, путем интегрирования по f получаем следующее выражение для полного количества теплоты, передаваемой в реге-

нераторе за время $T+T'$:

$$Q_{\text{пер}} = k_0 (T + T') F [(\bar{\theta} - \bar{\theta}') - H], \quad (625)$$

где $H = \frac{1}{F} \int_0^F (\bar{\theta} - \bar{\theta}') df$ можно рассматривать как общее среднее значение из высот всех петель гистерезиса.

На рис. 133 H равна средней высоте заштрихованных участков графика, отнесенной ко всей длине регенератора.

Приравнявая, наконец, полученное выражение для $Q_{\text{пер}}$ [уравнение (625)] к уравнению (456), приходим к следующему примечательному результату:

$$\frac{k}{k_0} = 1 - \frac{H}{\bar{\theta} - \bar{\theta}'}. \quad (626)$$

Отсюда видно, что среднее значение H из всех высот петель гистерезиса, отнесенное к средней разности температур между обоими газами $\bar{\theta} - \bar{\theta}'$, непосредственно определяет значение k/k_0 .

71. Распределение температур в прямоточном регенераторе

В случае прямотока точный расчет строго периодического установившегося состояния оказывается значительно проще, чем при противоположных направлениях движения газов.

По существу это связано с тем, что при прямотоке условие неизменности температур газов на входе в периоды нагрева и охлаждения относится к одному и тому же концу регенератора. Для расчета при этом несущественно, что в оба периода, продолжительность которых вновь предполагается одинаковой, через регенератор пропускаются различные газы. Более того, распределение температур останется тем же самым, если предположить, что один и тот же газ при $\xi=0$ попеременно входит в регенератор с неизменными температурами $\theta = \theta_1$ и $\theta = \theta'_1 = -\theta_1$. Таким образом, если один период длится от $\eta = -\Pi$ до $\eta = 0$, а другой — от $\eta = 0$ до $\eta = \Pi$, мы получаем для $\xi=0$ следующее граничное условие:

$$\theta = \theta_1 \text{ при } -\Pi < \eta < 0; \theta = -\theta_1 \text{ при } 0 < \eta < \Pi. \quad (627)$$

Для установившегося состояния при $\Lambda = \Lambda'$ и $\Pi = \Pi'$ этому граничному условию можно удовлетворить путем разложения температуры в ряд по собственным функциям, чисто периодическим относительно η и с целым числом периодов в основном интервале 2Π . Приведенные ранее решения (586) и (587) становятся чисто периодическими по η , если принять, что

$$\frac{2}{1-n} = i \frac{\kappa \pi}{\Pi}, \quad (628)$$

где i — мнимая единица; κ — действительное целое число.

После некоторых опущенных здесь промежуточных расчетов получают следующие действительные собственные функции для температуры насадки θ :

$$u_x = \sqrt{\frac{\Pi^2}{\Pi^2 + \kappa^2 \pi^2}} \exp\left(-\frac{\kappa^2 \pi^2}{\Pi^2 + \kappa^2 \pi^2} \xi\right) \sin\left\{\frac{\kappa \pi}{\Pi} \eta - \frac{\Pi \kappa \pi}{\Pi^2 + \kappa^2 \pi^2} \xi - \arctg \frac{\kappa \pi}{\Pi}\right\}; \quad (629)$$

$$v_x = \sqrt{\frac{\Pi^2}{\Pi^2 + \kappa^2 \pi^2}} \exp\left(-\frac{\kappa^2 \pi^2}{\Pi^2 + \kappa^2 \pi^2} \xi\right) \cos\left\{\frac{\kappa \pi}{\Pi} \eta - \frac{\Pi \kappa \pi}{\Pi^2 + \kappa^2 \pi^2} \xi - \arctg \frac{\kappa \pi}{\Pi}\right\} \quad (630)$$

и соответственно для температуры газа

$$v_x = \exp\left(-\frac{\kappa^2 \pi^2}{\Pi^2 + \kappa^2 \pi^2} \xi\right) \sin\left\{\frac{\kappa \pi}{\Pi} \eta - \frac{\Pi \kappa \pi}{\Pi^2 + \kappa^2 \pi^2} \xi\right\}; \quad (631)$$

$$\psi_x = \exp\left(-\frac{\kappa^2 \pi^2}{\Pi^2 + \kappa^2 \pi^2} \xi\right) \cos\left\{\frac{\kappa \pi}{\Pi} \eta - \frac{\Pi \kappa \pi}{\Pi^2 + \kappa^2 \pi^2} \xi\right\}. \quad (632)$$

Для $\kappa=0$

$$u_0 = \varphi_0 = 0 \text{ и } v_0 = \psi_0 = 1. \quad (633)$$

Таким образом, температуры насадки и газа Θ и ϑ можно, как и в уравнениях (604) и (605), представить в виде рядов по собственным функциям. Поскольку в отличие от случая противотока собственные функции (629)—(632) ортогональны, коэффициенты $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \beta_1$ и т. д. с помощью обычного метода Фурье¹ легко определить так, чтобы выполнялось граничное условие (627). Искомое решение тогда имеет вид:

$$\vartheta = -\frac{4}{\pi} \vartheta_1 \left[\varphi_1 + \frac{1}{3} \varphi_3 + \frac{1}{5} \varphi_5 + \frac{1}{7} \varphi_7 + \dots \right]; \quad (634)$$

$$\Theta = -\frac{4}{\pi} \Theta_1 \left[u_1 + \frac{1}{3} u_3 + \frac{1}{5} u_5 + \frac{1}{7} u_7 + \dots \right]. \quad (635)$$

Для КПД, как и в случае противотока, справедливо уравнение (612). Входящую в это уравнение среднюю температуру газа на выходе ϑ_2 при прямотоке получают, интегрируя уравнение (634) по η в пределах от 0 до Π при $\xi = \Lambda$ с учетом уравнения (631).

Следующие рисунки, на которых представлены результаты различных расчетов прямоточного регенератора для установившегося состояния при $\Lambda = \Lambda'$ и $\Pi = \Pi'$, показывают, что колебательный характер периодических изменений температур при прямотоке проявляется значи-

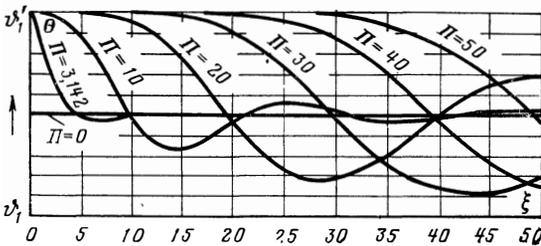


Рис. 168. Температура насадки в начале периода охлаждения при прямотоке в установившемся состоянии.

тельно отчетливее, чем при противотоке. Например, согласно рис. 168 распределение температуры насадки в начале периода охлаждения характеризуется затухающим с ростом ξ колебанием температуры около среднего значения $\Theta = 0$. Лишь при бесконечно малой продолжительности периода ($\Pi = 0$) амплитуда колебаний настолько мала, что распределение температуры полностью совпадает с горизонталью $\Theta = 0$. Зеркально отражая все кривые относительно этой горизонтали, получаем для каждого из приведенных значений Π распределение температуры в конце периода охлаждения. В отличие от противоточного регенератора распределение температуры при прямотоке не зависит от Λ , т. е. распределение температуры при $\Lambda = 20$ получаем, обрывая кривые на рис. 168 при $\xi = 20$.

На рис. 169 и 170 показаны распределения температур насадки и газа при $\Lambda = 10$ и $\Pi = \pi$ для различных моментов периода охлаждения. Следует отметить, что газ, двигаясь через регенератор, сначала нагревается выше средней температуры $\vartheta = 0$, а затем вновь несколько охлаждается. Во время этого охлаждения газ переносит теплоту, воспринятую от насадки, в направлении движения. Поэтому при $\xi = \Lambda$ газ чаще всего выходит из регенератора с температурой несколько большей, чем $(1/2)(\vartheta_1 + \vartheta'_1)$. Наиболее отчетливо это видно, когда $\Lambda = 5$, т. е. регенератор обрывается уже при $\xi = 5$. Отсюда следует, что при некоторых условиях КПД прямоточного регенератора больше, чем КПД рекуператора, который при рассматриваемых условиях не может быть выше 50%.

¹ Hütte, Bd I, 28, Aufl., 1955, S. 107.

На рис. 171 показана зависимость КПД регенератора от Λ для различных значений Π . При бесконечно малой продолжительности периода ($\Pi = 0$) КПД регенератора такой же, как и рекуператора; в этом случае с ростом Λ он асимптотически приближается к 0,5 — значению, которое практически достигается при $\Lambda \approx 5$. При больших Π кривые имеют форму затухающего колебания около $\eta_{\text{рег}} \approx 0,5$. Каждая из этих кривых имеет выраженный максимум, значительно превосходящий КПД рекуператора и при $\Pi = 40$ составляющий свыше 80%. Как видно из рисунка, место максимума характеризуется тем, что в нем приближенно $\Pi = \Lambda$, т. е. согласно уравнению (458) теплоемкость массы газа, проходящего через регенератор за период нагрева или охлаждения $C_{\text{пер}}$ равна полной теплоемкости насадки C_s .

Для сравнения на рис. 171 показаны также значения КПД для противоточного регенератора при $\Pi = \Lambda$ и $\Pi = 0$. Видно, что при $\Pi = \Lambda$ различие между прямо- и противотоком не очень велико, однако при заданном Λ КПД противоточного регенератора можно еще заметно повысить путем уменьшения Π . Поэтому с чисто теплотехнической точки зрения противоток всегда превосходит прямоток. Это превосходство видно, например, из того, что согласно рис. 171 КПД в 83% при прямотоке можно достигнуть лишь в регенераторе, имеющем по крайней мере втрое большую длину ($\Lambda = 40$), чем при противотоке ($\Lambda \approx 12$ при $\Pi = 4$).

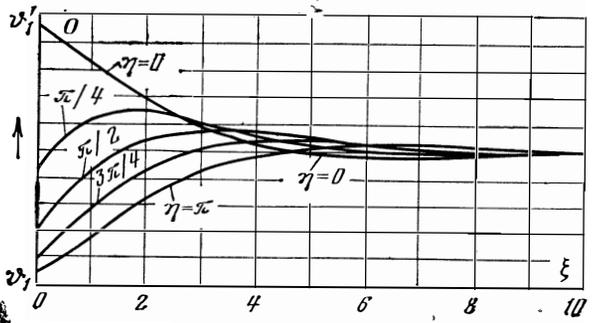


Рис. 169. Распределение температуры насадки Θ в течение периода охлаждения при прямотоке и $\Pi = \pi$.

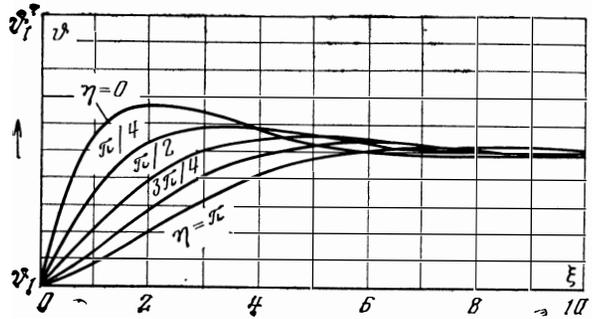


Рис. 170. Распределение температуры газа в течение периода охлаждения при прямотоке.

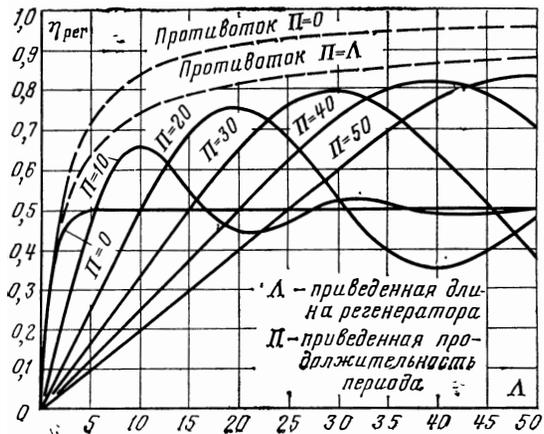


Рис. 171. Коэффициент полезного действия прямоточного регенератора.

72. Первое нагревание или охлаждение насадки и установившееся состояние прямоточных регенераторов согласно теории Лована

Лован [3.31] разработал теорию для расчета изменения температуры в регенераторе, точно учитывающую распределение температуры в поперечном сечении насадки. Форму насадки Лован, однако, принимает не плоской, а *цилиндрической*. Предполагается, что газ движется в аксиальном направлении вдоль поверхности массивного цилиндра с неизменным коэффициентом теплоотдачи α или α' . Сначала Лован рассматривает *первое нагревание или охлаждение насадки*, имеющей первоначально однородную температуру, и анализирует изменения температуры в случае прамотока и переключения потоков через одинаковые интервалы времени. В качестве конечного результата Лован получает распределение температур в прамоточном регенераторе в установившемся состоянии.

В первом издании настоящей книги кратко рассматривались основные положения метода Лована. Его теория довольно сложна и осложняется еще и тем, что использует неортогональные функции. Поскольку для полного понимания его идей необходимо изучить оригинальную работу, ограничимся здесь лишь ссылкой на нее.

Глава четвертая

МЕТОДЫ РАСЧЕТА УСТАНОВИВШЕГОСЯ СОСТОЯНИЯ, ОСНОВАННЫЕ НА РЕШЕНИИ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Установившееся состояние противоточного регенератора при равных теплоемкостях обоих газов за период ($CT = C'T'$) рассчитано в § 68 и 69 с помощью собственных функций, которые могут быть истолкованы как основное колебание температуры и высшие гармоники. Однако распределение температур в установившемся состоянии можно определить также из интегрального уравнения, которое почти одновременно, но независимо друг от друга получили Нуссельт [3.37] и автор [3.12]¹.

В части представленных ниже работ рассматривается решение этого интегрального уравнения для случая насадки с очень высокой теплопроводностью в направлении, перпендикулярном к направлению движения потоков. К этой категории принадлежат работы самого Нуссельта, Нагаванди и Вайнштейна, а также Занднера. К ним же можно отнести и недавно предложенное автором решение с помощью квадратурной формулы Гаусса. Шмайдлер и Аккерман получили и пытались решить более общее интегральное уравнение, точно учитывающее все подробности изменения температуры в поперечном сечении кирпича.

Обсуждаемый затем метод тепловых полюсов, особенно в его уточненной форме, можно рассматривать как приближенное решение интегрального уравнения для случая высокотеплопроводной насадки.

73. Метод Нуссельта для установившегося состояния регенератора с высокотеплопроводной насадкой при $C = C'$ и $T = T'$

Полученное Нуссельтом [3.37] решение интегрального уравнения будет рассмотрено ниже в несколько видоизмененной и отчасти более

¹ Решение, найденное автором, которое, как и решение Нуссельта, состоит из бесконечного ряда интегралов, но более сложное, не было опубликовано.

простой форме. При этом вновь предполагается, что теплопроводность насадки в направлении, перпендикулярном к направлению движения газов, бесконечно велика. Однако путем введения с помощью уравнения (521) коэффициента теплоотдачи $\bar{\alpha}$, отнесенного к средней температуре кирпича, результаты этой теории с очень хорошим приближением могут быть перенесены и на регенераторы с низкотеплопроводной насадкой.

Сначала мы не учитываем переключения и принимаем, что начиная с момента $\eta=0$ газ входит в регенератор в сечении $\xi=0$ с неизменной температурой $\vartheta=\vartheta_1$. Пусть к моменту $\eta=0$ температура насадки является произвольно заданной функцией координаты ξ , а именно $\Theta=\vartheta_1+f(\xi)$, где $f(\xi)$ — начальная избыточная температура насадки относительно температуры газа на входе. Впервые этот случай точно проанализировал Нуссельт [3.36]. Как будет более подробно обосновано в § 81 (а также путем непосредственной подстановки решений в дифференциальные уравнения), в этом случае дифференциальные уравнения (544) и (545) имеют следующее решение:

$$\vartheta = \vartheta_1 + \int_0^{\xi} f(\varepsilon) \exp[-(\xi - \varepsilon + \eta)] J_0(2i \sqrt{(\xi - \varepsilon)\eta}) d\varepsilon; \quad (636)$$

$$\Theta = \vartheta_1 + f(\xi) \exp(-\eta) - \int_0^{\xi} f(\varepsilon) \exp[-(\xi - \varepsilon + \eta)] \sqrt{\frac{\eta}{\xi - \varepsilon}} \times \\ \times iJ_1(2i \sqrt{(\xi - \varepsilon)\eta}) d\varepsilon, \quad (637)$$

в котором J_0 и J_1 — функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядка.

Легко видеть, что это решение удовлетворяет упомянутым условиям $\vartheta=\vartheta_1$ при $\xi=0$ и $\Theta=\vartheta_1+f(\xi)$ при $\eta=0^*$.

Для того чтобы применить уравнения (636) и (637) к *установившемуся* противоточному регенератору, переключаемого через одинаковые промежутки времени, будем рассматривать $\vartheta_1+f(\xi)$ как распределение температуры насадки в начале рассматриваемого периода ($\eta=0$). Пусть Θ_e — температура насадки в конце этого периода ($\eta=\Pi$). Тогда мы можем записать условие переключения (584) для $\Lambda=\Lambda'$ и $\Pi=\Pi'$ при произвольной нулевой точке шкалы температуры также в форме

$$\Theta_e(\xi) = -f(\Lambda - \xi) + \vartheta'_1. \quad (638)$$

Если мы подставим в это уравнение для Θ_e выражение, получающееся из (637) при $\eta=\Pi$, то получим следующее интегральное уравнение:

$$f(\xi) \exp(-\Pi) + f(\Lambda - \xi) - \int_0^{\xi} f(\varepsilon) \exp[-(\xi - \varepsilon + \Pi)] \sqrt{\frac{\Pi}{\xi - \varepsilon}} \times \\ \times iJ_1(2i \sqrt{(\xi - \varepsilon)\Pi}) d\varepsilon - (\vartheta'_1 - \vartheta_1) = 0. \quad (639)$$

С помощью этого интегрального уравнения определяется распределение температуры насадки в начале периода.

* Уравнения, полученные в цитированных работах Нуссельтом путем интегрирования по Риману, содержат наряду с интегралами по ξ также интегралы по η .

Для того чтобы решить интегральное уравнение относительно $f(\xi)$, введем сначала обозначение¹

$$-\exp[-(\xi - \varepsilon + \Pi)] \sqrt{\frac{\Pi}{\xi - \varepsilon}} iJ_1(2i\sqrt{(\xi - \varepsilon)\Pi}) = K(\xi - \varepsilon). \quad (640)$$

Введя, кроме того, множитель λ , который в дальнейшем примем равным 1, преобразуем уравнение (639) к виду

$$f(\xi) \exp(-\Pi) + f(\Lambda - \xi) + \lambda \int_0^\xi f(\varepsilon) K(\xi - \varepsilon) d\varepsilon = \vartheta'_1 - \vartheta_1. \quad (641)$$

Нуссельт предложил следующую зависимость для $f(\xi)$:

$$f(\xi) = f_0(\xi) + \lambda f_1(\xi) + \lambda^2 f_2(\xi) + \lambda^3 f_3(\xi) + \dots \quad (642)$$

Если подставить этот бесконечный ряд в интегральное уравнение (641), то ему можно удовлетворить, приравняв к нулю суммы всех членов с одинаковыми степенями при λ . При этом получаем:

$$\left. \begin{aligned} f_0(\xi) \exp(-\Pi) + f_0(\Lambda - \xi) &= \vartheta'_1 - \vartheta_1; \\ f_1(\xi) \exp(-\Pi) + f_1(\Lambda - \xi) &= -\Phi_0(\xi); \\ f_2(\xi) \exp(-\Pi) + f_2(\Lambda - \xi) &= -\Phi_1(\xi); \\ f_n(\xi) \exp(-\Pi) + f_n(\Lambda - \xi) &= -\Phi_{n-1}(\xi), \end{aligned} \right\} \quad (643)$$

где для сокращения записи использованы дополнительные обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \int_0^\xi f_0(\varepsilon) K(\xi - \varepsilon) d\varepsilon &= \Phi_0(\xi); \\ \int_0^\xi f_1(\varepsilon) K(\xi - \varepsilon) d\varepsilon &= \Phi_1(\xi); \\ \int_0^\xi f_{n-1}(\varepsilon) K(\xi - \varepsilon) d\varepsilon &= \Phi_{n-1}(\xi). \end{aligned} \right\} \quad (644)$$

Если в уравнениях (643) записать $\Lambda - \xi$ вместо ξ , то после умножения на $\exp(\Pi)$ они принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} f_0(\Lambda - \xi) + f_0(\xi) \exp(\Pi) &= (\vartheta'_1 - \vartheta_1) \exp(\Pi); \\ f_1(\Lambda - \xi) + f_1(\xi) \exp(\Pi) &= -\Phi_0(\Lambda - \xi) \exp(\Pi); \\ f_2(\Lambda - \xi) + f_2(\xi) \exp(\Pi) &= -\Phi_1(\Lambda - \xi) \exp(\Pi); \\ f_n(\Lambda - \xi) + f_n(\xi) \exp(\Pi) &= -\Phi_{n-1}(\Lambda - \xi) \exp(\Pi). \end{aligned} \right\} \quad (645)$$

Из уравнений (643) и (645) можно легко исключить $f_0(\Lambda - \xi)$, $f_1(\Lambda - \xi)$ и т. д. В результате окончательно получаем:

$$\left. \begin{aligned} f_0(\xi) &= \frac{1 - \exp(-\Pi)}{1 - \exp(-2\Pi)} (\vartheta'_1 - \vartheta_1); \\ f_1(\xi) &= \frac{\exp(-\Pi) \Phi_0(\xi) - \Phi_0(\Lambda - \xi)}{1 - \exp(-2\Pi)}; \\ f_2(\xi) &= \frac{\exp(-\Pi) \Phi_1(\xi) - \Phi_1(\Lambda - \xi)}{1 - \exp(-2\Pi)}; \\ f_n(\xi) &= \frac{\exp(-\Pi) \Phi_{n-1}(\xi) - \Phi_{n-1}(\Lambda - \xi)}{1 - \exp(-2\Pi)}. \end{aligned} \right\} \quad (646)$$

¹ Для практического расчета $K(\xi - \varepsilon)$ рекомендуется приближенное уравнение (679).

С помощью этих последних уравнений можно последовательно вычислить $f_0(\xi)$, $f_1(\xi)$ и т. д., так как согласно уравнениям (644) после определения $f_0(\xi)$ известно также $\Phi_0(\xi)$, а следовательно, и $\Phi_0(\Lambda - \xi)$; после определения $f_1(\xi)$ известны соответственно $\Phi_1(\xi)$ и $\Phi_1(\Lambda - \xi)$ и т. д. Следовательно, решение интегрального уравнения найдено в виде зависимости (642). Если в уравнении (642) положить $\lambda = 1$, то оно принимает вид:

$$f(\xi) = f_0(\xi) + f_1(\xi) + f_2(\xi) + f_3(\xi) + \dots \quad (647)$$

Это с теоретической точки зрения заслуживающее внимания решение для практических расчетов обладает, к сожалению, тем недостатком, что за исключением $f_0(\xi)$ каждый член этого ряда согласно уравнениям (644) и (646) содержит интегралы, которые в общем случае не интегрируются в замкнутой форме, а вычисляются лишь приближенными методами, например по правилу Симпсона или с помощью квадратурной формулы Гаусса. Кроме того, для их вычисления подходит описываемый в § 79 и 80 метод тепловых полюсов, который математически можно рассматривать как приближенный метод вычисления интегралов вида $\int_0^{\xi} f(\varepsilon)K(\xi - \varepsilon)d\varepsilon$. Правда, метод тепловых полюсов

обычно значительно проще применять непосредственно для расчета установившегося состояния. Как это делать, будет подробно описано в дальнейшем.

После того как функция $f(\xi)$ определена методом Нуссельта для установившегося состояния, с помощью проводимого ниже (§ 81) анализа можно рассчитать КПД регенератора, а тем самым по уравнению (623) и k/k_0 .

74. Метод решения интегрального уравнения, предложенный Нагаванди и Вайнштейном

Другой метод решения интегрального уравнения (639) или (641), справедливого для установившегося состояния при $CT = C'T'$, предложили Нагаванди и Вайнштейн [3.35]. Они приняли, что искомая избыточная температура $\Theta - \theta_1 = f(\xi)$ в начале периода охлаждения

может быть записана в виде

$$f(\xi) = \sum_{n=0}^N a_n \xi^n \text{ и соответственно } f(\varepsilon) = \sum_{n=0}^N a_n \varepsilon^n. \quad (648)$$

Для определения $N+1$ коэффициентов a_n этих полиномов авторы предложили следующий путь. Полиномы (648) для $f(\xi)$ и $f(\varepsilon)$ подставляют в интегральное уравнение. Для определенных значений ξ таким образом получается уравнение, которое наряду с неизвестными коэффициентами a_n содержит только выражения, которые можно вычислить предварительно. Выбирая произвольно $N+1$ значений ξ между $\xi = 0$ и $\xi = \Lambda$ и проводя для каждого из этих значений ξ указанный расчет, получают $N+1$ линейных уравнений для определения коэффициентов a_n .

Между прочим, Нагаванди и Вайнштейн не указывают, как они вычисляют входящий в интегральное уравнение интеграл для различ-

ных значений ξ . Очевидно, они сначала для определенного значения n вычисляют интеграл

$$I = \int_0^{\xi} \varepsilon^n K(\xi - \varepsilon) d\varepsilon \quad (649)$$

приближенно, так что интеграл

$$\int_0^{\xi} f(\varepsilon) K(\xi - \varepsilon) d\varepsilon = \sum_0^N a_n \int_0^{\xi} \varepsilon^n K(\xi - \varepsilon) d\varepsilon$$

получается путем сложения отдельных интегралов, умноженных на a_n . Поскольку для каждого значения ξ этот расчет нужно провести отдельно, в общей сложности требуется вычислить $N(N+1)$ интегралов вида (649).

При этом следует учитывать, что среди выбранных значений ξ должно находиться также значение $\xi=0$ и для этого случая все $N+1$ интегралов вида (649) исчезают.

Насколько эффективно использование метода Нагаванди и Вайнштейна в практических расчетах, исследовали Уиллмотт и Даггэн [3.62, 3.63]¹ в области до $\Lambda=10$ и $\Pi=10$. Ценным является их указание на

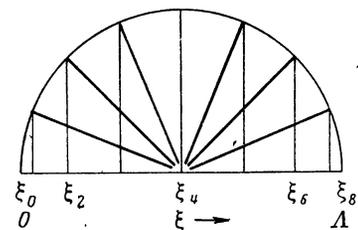


Рис. 172. Чебышевское распределение.

то, что точность расчетов можно повысить, если сечения ξ выбирать не равномерно, а более часто на концах и реже в средней части регенератора. Для этого они рекомендуют использовать чебышевское распределение, определяемое уравнением

$$\xi_i = \frac{\Lambda}{2} \left[1 - \cos \frac{i\pi}{N} \right] \text{ для } i=0, 1, 2, 3, \dots, N.$$

Для $N=8$ это распределение показано на рис. 172.

Трудности, которые возникают согласно Уиллмотту и Даггэну при использовании метода Нагаванди и Вайнштейна и в еще большей степени — рассматриваемого в дальнейшем метода тепловых полюсов, будут обсуждаться в § 81. Следует еще упомянуть, что Нагаванди и Вайнштейн вывели интегральное уравнение с помощью преобразования Лапласа.

75. Формула Х. Хаузена для решения интегрального уравнения [еще не опубликованная]

В только что рассмотренном решении Нагаванди и Вайнштейна число подлежащих определению постоянных возрастает тем больше, чем больше значение Λ . Связанное с этим быстрое увеличение времени счета можно в принципе значительно уменьшить за счет того, что выбирается формула для распределения температуры $f(\xi)$ в начале периода охлаждения в установившемся состоянии, с самого начала лучше описывающая действительное распределение температуры регенератора, чем полином. Как видно, например, из рис. 132 (внизу), отклонения от прямолинейного графика нулевой собственной функции для начала рассматриваемого периода можно хорошо описать отрезком

¹ См. также [Д. 14]. — Прим. пер.

гиперболы. Поэтому предложение автора состоит в том, чтобы при $CT=C'T'$ принять

$$f(\xi) = a + \frac{b}{c + \xi} + d[(\xi - e) - \sqrt{f + (\xi - e)^2}], \quad (650)$$

где a, b, c, d, e и f — константы.

Член $b/(c + \xi)$, соответствующий уравнению гиперболы, описывает отклонение от нулевой собственной функции вблизи входа газа в регенератор, а следующий член — нулевую собственную функцию и отклонение от нее вблизи выхода газа из регенератора. Таким образом, второе выражение в (650) представляет собой гиперболу, которая в качестве асимптот с одной стороны имеет нулевую собственную функцию, а с другой стороны — горизонталь, расположенную на высоте a . Эта горизонталь близко совпадает с изотермой $\vartheta = \vartheta'_1$, т. е. a примерно равно $\vartheta'_1 - \vartheta_1$. Постоянная e представляет собой то значение ξ , при котором упомянутые асимптоты пересекаются. Начиная от этой точки пересечения с уменьшением ξ второе выражение постепенно переходит в нулевую собственную функцию. Следовательно, оно включает в себя нулевую собственную функцию.

Преимущество этой формулы заключается в том, что независимо от величины Λ она содержит только шесть постоянных. Их можно определить, подставляя соотношение (650) для шести различных значений ξ в интегральное уравнение. Однако затруднения связаны с тем, что получающиеся шесть определяющих уравнений — нелинейны. Можно было бы, используя уже рассчитанные подобные случаи, оценочно определить приближенные значения c, e и f , а затем линеаризовать упомянутые определяющие уравнения, взяв от них частные производные по этим трем параметрам. Тогда эти уравнения кроме a, b и d будут содержать только предварительно задаваемые изменения $\Delta c, \Delta e$ и Δf . Если улучшенные значения c, e и f еще недостаточно точно удовлетворяют первоначальным определяющим уравнениям, то указанный расчет нужно повторить один или несколько раз.

Детали этого метода расчета следовало бы еще доработать, поскольку получающиеся интегралы требуют дополнительного анализа. Лишь после этого можно судить о том, обладает ли он преимуществами по сравнению с другими методами¹.

76. Метод Занднера

Подобно Нагаванди и Вайнштейну Занднер [3.41], используя преобразование Лапласа, получил уравнения, по существу совпадающие с уравнениями (636) и (637), но которые он, вновь применив преобразование Лапласа, дополнительно видоизменил. Из полной длины регенератора он выбрал эквидистантные сечения $\xi = 0, \xi = \Delta\epsilon, \xi = 2\Delta\epsilon$ и т. д., в которых начальная избыточная температура насадки по отношению к температуре газа на входе составляет $f(0), f(\Delta\epsilon), f(2\Delta\epsilon)$ и т. д. Для температур насадки Θ и газа ϑ в сечении ξ в последующие

¹ Следует поблагодарить д-ра Шеллмана [3.48] и д-ра Мюллера из Леверкузена за то, что они провели некоторые расчеты по формуле (650) в области $\Lambda = 5 \div 40$ и $\Pi = 5 \div 20$. Шеллман сообщил автору, что установившееся состояние описывается этим методом с хорошей точностью, но что константы в уравнении (650) определить нелегко; они использовали для этого метод наименьших квадратов.

моменты времени η он получил следующие соотношения:

$$\Theta(\xi, \eta) = \vartheta'_1 - R_0(\xi, \eta) [(\vartheta'_1 - \vartheta_1) - f(0)] + \frac{R_1(\xi, \eta)}{\Delta\varepsilon} [f(\Delta\varepsilon) - f(0)] + \\ + \frac{1}{\Delta\varepsilon} \sum_{n=1}^{N-1} R_n(\xi - n\Delta\varepsilon, \eta) [f([n+1]\Delta\varepsilon) - 2f(n\Delta\varepsilon) + f([n-1]\Delta\varepsilon)]; \quad (651)$$

$$\vartheta(\xi, \eta) = \vartheta'_1 - R^*_0(\xi, \eta) [(\vartheta'_1 - \vartheta_1) - f(0)] + R^*_1(\xi, \eta) [f(\Delta\varepsilon) - f(0)] + \\ + \frac{1}{\Delta\varepsilon} \sum_{n=1}^{N-1} R^*_n(\xi - n\Delta\varepsilon, \eta) [f([n+1]\Delta\varepsilon) - 2f(n\Delta\varepsilon) - f([n-1]\Delta\varepsilon)], \quad (652)$$

где

$$R_0(\xi, \eta) = \exp[-(\xi + \eta)] J_0(2i\sqrt{\xi\eta}) + \exp(-\eta) \int_0^\xi \exp(-\xi') J_0(2i\sqrt{\xi'\eta}) d\xi', \quad (653)$$

или

$$R_0(\xi, \eta) = 1 - \exp(-\xi) \int_0^\eta \exp(-\eta') J_0(2i\sqrt{\xi\eta'}) d\eta' \quad (654)^*$$

— температура насадки $\Theta(\xi, \eta)$ в сечении ξ в момент времени η в предположении, что при $\eta=0$ насадка имеет постоянную температуру $\Theta(\xi, 0) = \vartheta_1 + f(\xi) = \vartheta_1 + 1$, так что R_0 представляет собой одну из кривых на рис. 157; $R_1(\xi, \eta) = \int_0^\xi R_0(\xi', \eta) d\xi'$ — это интеграл от R_0 , равный

площади под упомянутой кривой на рис. 157; $R_0^*(\xi, \eta)$ и $R_1^*(\xi, \eta)$ — соответствующие выражения для температуры газа ϑ , так что R_0^* представляет собой одну из кривых на рис. 156; R_1^* — площадь под ней.

Для того чтобы определить распределение температур в регенераторе в момент η , Занднер попытался в широкой области возможно более точно аппроксимировать приближенными соотношениями определяемые через интегралы функции R_0 , R_1 , R^*_0 и R^*_1 . Эти приближенные соотношения являются асимптотическими и их точность увеличивается с ростом ξ и η . Однако и при самых малых встречающихся на практике значениях ξ или η они уже достаточно точны.

Сначала Занднер ввел следующие вспомогательные функции:

$$T_1 = 1 - \frac{1}{2} [\operatorname{erf}(\sqrt{\eta} - \sqrt{\xi}) + \operatorname{erf}(\sqrt{\eta} + \sqrt{\xi})]; \quad (655)$$

$$T_2 = \exp[-(\xi + \eta)] J_0(2i\sqrt{\xi\eta}); \quad (656)$$

$$T_3 = \frac{1}{\sqrt{\pi\eta}} \exp[-(\xi + \eta)] \operatorname{ch}(2\sqrt{\xi\eta}); \quad (657)$$

$$T_4 = \frac{1}{\sqrt{\pi\xi}} \exp[-(\xi + \eta)] \operatorname{sh}(2\sqrt{\xi\eta}), \quad (658)$$

где $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt$ — функция ошибок.

* Занднер использует модифицированные функции Бесселя $I_0(x)$ вместо $J_0(ix)$ и соответственно $I_1(x)$ вместо $-iJ_1^*(ix)$.

С помощью этих функций Занднер получил очень хорошие приближенные уравнения:

$$R_0(\xi, \eta) = T_1 + \frac{1}{2} T_2 - \frac{1}{8} T_3 + \frac{1}{8} T_4; \quad (659)$$

$$R_0^*(\xi, \eta) = T_1 - \frac{1}{2} T_2 - \frac{1}{8} T_3 + \frac{1}{8} T_4; \quad (660)$$

$$R_1(\xi, \eta) = (\xi - \eta) T_1 - \frac{1}{4} T_2 + \left(\eta + \frac{1}{16}\right) T_3 + \left(\xi + \frac{1}{16}\right) T_4; \quad (661)$$

$$R_1^*(\xi, \eta) = (\xi - \eta - 1) T_1 + \frac{1}{4} T_2 + \left(\eta + \frac{3}{16}\right) T_3 + \left(\xi - \frac{1}{16}\right) T_4. \quad (662)$$

Используя эти уравнения, можно рассчитать распределение температур в последующие моменты времени η , если задано произвольное распределение температур $f(\xi)$ в момент $\eta=0$, а именно, заданы температуры в сечениях $\xi=0, \Delta\epsilon, 2\Delta\epsilon$ и т. д. вплоть до $N\Delta\epsilon$. Для того чтобы еще повысить точность, Занднер предложил проводить такого рода расчет только для сечений $\xi=0, 2\Delta\epsilon, 4\Delta\epsilon$ и т. д. Напротив, для промежуточных сечений $\xi=\Delta\epsilon, 3\Delta\epsilon$ и т. д. он видоизменил метод так, чтобы возможно более точно учесть количество теплоты, аккумулированное в регенераторе между двумя соседними сечениями $\xi=n\Delta\epsilon$ и $(n+2)\Delta\epsilon$, для которых расчет уже проведен. Для этого он образовал

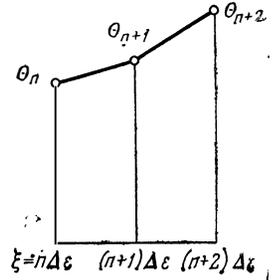


Рис. 173. Пояснение метода расчета Занднера.

интеграл $\int_{n\Delta\epsilon}^{(n+2)\Delta\epsilon} \theta d\xi'$ и на основании правила Симпсона принял его

равным $\frac{\Delta\epsilon}{2} (\theta_n + \theta_{n+2} + 2\theta_{n+1})$, т. е. площади под обеими прямыми на рис. 173. При этом температура насадки в промежуточном сечении $\xi=(n+1)\Delta\epsilon$ определяется из соотношения

$$\theta_{n+1} = \frac{1}{\Delta\epsilon} \int_{n\Delta\epsilon}^{(n+2)\Delta\epsilon} \theta d\xi' - \frac{1}{2} (\theta_n + \theta_{n+2}) = \frac{1}{\Delta\epsilon} \left[\int_0^{(n+2)\Delta\epsilon} \theta d\xi' - \int_0^{n\Delta\epsilon} \theta d\xi' \right] - \frac{1}{2} (\theta_n + \theta_{n+2}). \quad (663)$$

Для входящих в это уравнение интегралов $\int_0^{\xi} \theta d\xi'$ при $\xi=(n+2)\Delta\epsilon$ или $\xi=n\Delta\epsilon$ Занднер нашел соотношение

$$\int_0^{\xi} \theta d\xi' = \int_0^{\xi} \theta(\xi', \eta) d\xi' = \xi(\vartheta'_1 - \vartheta_1) - R_1(\xi, \eta) [(\vartheta'_1 - \vartheta_1) - f(0)] +$$

$$+ \frac{1}{\Delta \varepsilon} R_2(\xi, \eta) [f(\Delta \varepsilon) - f(0)] + \frac{1}{\Delta \varepsilon} \sum_{n=1}^{N-1} R_2(\xi - n\Delta \varepsilon) [f([n+1]\Delta \varepsilon) - 2f(n\Delta \varepsilon) + f([n-1]\Delta \varepsilon)], \quad (664)$$

причем для $R_2(\xi, \eta) = \int_0^\xi R_1(\xi', \eta) d\xi'$ справедливо следующее приближенное соотношение:

$$R_2(\xi, \eta) = \left[\frac{\xi^2}{2} + \frac{\eta^2}{2} - \xi\eta + \eta \right] T_1 + \frac{1}{8} T_2 + \frac{1}{2} \left[\xi\eta - \eta^2 - \frac{3}{2} \eta - \frac{1}{16} \right] T_3 + \frac{1}{2} \left[\xi^2 - \xi\eta - \frac{\xi}{2} - \frac{1}{16} \right] T_4. \quad (665)$$

Следовательно, распределение температур в насадке в момент времени η рассчитывается таким образом, что температуры $\Theta_0, \Theta_2, \Theta_4, \dots, \Theta_n, \Theta_{n+2}$ и т. д. определяются по уравнению (651), а промежуточные температуры $\Theta_1, \Theta_3, \dots, \Theta_{n+1}$ по уравнениям (663) — (665).

Установившееся состояние регенератора получают, проводя при еще не определенных значениях $f(0), f(\Delta \varepsilon), f(2\Delta \varepsilon)$ и т. д. расчет для конца периода $\eta = \Pi$, а затем применяя условие переключения (638) к выбранным значениям ξ , т. е. к $\xi=0, \xi=\Delta \varepsilon, \xi=2\Delta \varepsilon$ и т. д. вплоть до $\xi=\Lambda$. При этом получают $N+1$ уравнений для определения $f(0), f(\Delta \varepsilon), f(2\Delta \varepsilon)$ и т. д. вплоть до $f(\Lambda)$. Решив их, находят распределение температур $f(\xi)$ в установившемся состоянии в начале периода. В более общем случае, когда $\Lambda \neq \Lambda'$ и $\Pi \neq \Pi'$, установившееся состояние находят путем расчета большого числа последовательных периодов.

Метод Занднера значительно сложнее, чем рассматриваемые в дальнейшем приближенные методы, например метод тепловых полюсов (см. § 79). Но, как подчеркивает сам Занднер, «асимптотические» приближенные уравнения для $T_1 \dots T_4$, а значит, и для $R_0 \dots R_2$ и $R^*_0 \dots R^*_2$ столь точно соответствуют действительным температурным распределениям, что расчет нужно проводить только для небольшого числа опорных сечений $\xi=0, \xi=\Delta \varepsilon, \xi=2\Delta \varepsilon$ и т. д. Так, для определения КПД регенератора с точностью не хуже одной тысячной достаточно 16 сечений при $\Lambda=200$ и 32 сечений при $\Lambda=1000$.

77. Расчет регенераторов с помощью квадратурной формулы Гаусса

В дальнейшем будет показано, что квадратурная формула Гаусса дает возможность рассчитать температуру насадки Θ по уравнению (637) и, в частности, определить установившееся состояние по интегральному уравнению (639) или (641). При этом, правда, как будет показано, не удастся избежать дополнительного усложнения. Однако следует ожидать, что этот метод может дать результаты высокой точности [3.21].

Квадратурная формула Гаусса. Пусть требуется проинтегрировать функцию $y(\varepsilon)$ в заданной области $\Delta \varepsilon$ независимой переменной ε . Согласно Гауссу для получения значения интеграла с высокой точностью достаточно знать значения функции в нескольких выделенных точках этой области. В дальнейшем будут

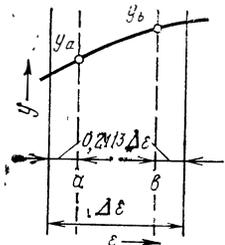


Рис. 174. Пояснение квадратурной формулы Гаусса.

использованы только два таких значения функции y_a и y_b . Точки a и b , в которых заданы значения функции внутри области $\Delta\varepsilon$, должны находиться на расстоянии $0,2113\Delta\varepsilon$ от границ интервала (рис. 174). Тогда значение интеграла получается из простого соотношения

$$\int_{\xi}^{\xi+\Delta\varepsilon} y(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{\Delta\varepsilon}{2} (y_a + y_b). \quad (666)$$

Вычисление интегралов в уравнениях (637), (639) или (641) методом Гаусса. Пусть начальная избыточная температура насадки по отношению к температуре холодного газа на входе ϑ_1 будет $f(\xi)$ и для интегрирования обозначается как $f(\varepsilon)$. Для вычисления интегралов в уравнениях (637), (639) или (641) нужно проинтегрировать функцию $f(\varepsilon) \cdot K(\xi - \varepsilon)$, причем для установившегося состояния $K(\xi - \varepsilon)$ определяется с помощью уравнения (640). Если же, как в уравнении (637), ищется температура насадки в произвольный момент времени η , то Π в уравнении (640) нужно заменить на η .



Рис. 175. Деление регенератора на N полос равной ширины.

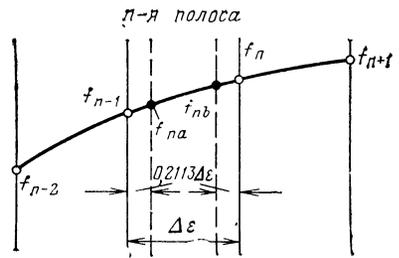


Рис. 176. Применение квадратурной формулы Гаусса к n -й полосе.

Для применения квадратурной формулы Гаусса представим себе, что график, на котором изображена зависимость $f(\varepsilon)$, по всей длине регенератора Λ разделен на N полос равной ширины $\Delta\varepsilon$ (рис. 175). Применим формулу Гаусса отдельно для каждой из этих полос. Пусть здесь, как и на рис. 174, выделенные точки a и b определяются тем, что они отстоят от границ рассматриваемой полосы на расстоянии $0,2113\Delta\varepsilon$. Обозначим начальные температуры в этих точках на n -й полосе через f_{na} и f_{nb} , а соответствующие значения функции $K(\varepsilon)$ — через K_{na} и K_{nb} (рис. 176). Соответствующие обозначения вводятся и для каждой из остальных полос. Если, как в уравнениях (637), (639) или (641), нужно провести интегрирование по n полосам от $\xi=0$ до $\xi=n\Delta\varepsilon$, то, применяя соответственно уравнение (666), получаем:

$$\int_0^{\xi=n\Delta\varepsilon} f(\varepsilon) K(\xi - \varepsilon) d\varepsilon = \frac{\Delta\varepsilon}{2} [(f_{1a}K_{nb} + f_{1b}K_{na}) + (f_{2a}K_{n-1,b} + f_{2b}K_{n-1,a}) + \dots + (f_{n-1,a}K_{2b} + f_{n-1,b}K_{2a}) + (f_{na}K_{1b} + f_{nb}K_{1a})]. \quad (667)$$

Такое уравнение справедливо для каждого верхнего предела интегрирования $\xi=n\Delta\varepsilon$ при $n=1, 2, 3$ и т. д., тогда как при $n=0$ значение интеграла равно нулю. Таким образом, при заданном начальном распределении температур, а следовательно, и известных значениях $f_{1a}, f_{1b}, f_{2a}, f_{2b}, f_{3a}$ и т. д. с помощью уравнения (667) можно рассчитать конечные температуры $\Theta(\xi)$ в последующие моменты времени η на границах интервалов $\xi=n\Delta\varepsilon$.

Для определения *установившегося состояния* необходим дополнительный анализ. Первая трудность обусловлена тем, что согласно уравнению (667) в интеграл входят только температуры в выделенных точках внутри полос, а в двух первых выражениях уравнения (641) содержатся температуры $f(\xi)$ и $f(\Lambda - \xi)$ на границах интервалов. Число всех этих температур, которые до определения установившегося состояния неизвестны, примерно в 3 раза больше числа определяющих уравнений, которые описанным способом могут быть получены из уравнения (641) с учетом зависимости (667). Эту трудность можно преодолеть, только выразив температуры, расположенные внутри интервалов, f_{1a} , f_{1b} , f_{2a} и т. д. через температуры на границах интервалов f_0 , f_1 , f_2 и т. д. Это можно осуществить с очень хорошим приближением с помощью интерполяционного уравнения 3-й степени следующим образом.

Пусть требуется определить температуры f_{na} и f_{nb} на n -й полосе (рис. 176) по температурам на границах интервалов f_{n-2} , f_{n-1} , f_n и f_{n+1} . Выбрав константы уравнения 3-й степени вида

$$f\left(\frac{\varepsilon}{\Delta\varepsilon}\right) = a + b \frac{\varepsilon}{\Delta\varepsilon} + c \left(\frac{\varepsilon}{\Delta\varepsilon}\right)^2 + d \left(\frac{\varepsilon}{\Delta\varepsilon}\right)^3$$

таким образом, чтобы кривая, описываемая им, проходила через точки f_{n-2} , f_{n-1} , f_n и f_{n+1} (рис. 176), из этого уравнения можно рассчитать также f_{na} и f_{nb} . При этом целесообразно расположить нулевую точку в середине n -й полосы. В результате получают:

$$f_{na} = -0,0497 f_{n-2} + 0,8544 f_{n-1} + 0,2289 f_n - 0,0336 f_{n+1}; \quad (668)$$

$$f_{nb} = -0,0336 f_{n-2} + 0,2289 f_{n-1} + 0,8544 f_n - 0,0497 f_{n+1}. \quad (669)$$

Для первой и последней полос, прилегающих к концам регенератора, метод целесообразно видоизменить следующим образом. Чтобы определить f_{1a} и f_{1b} , проводят кривую 3-й степени через четыре точки f_0 , f_1 , f_2 и f_3 . Отсюда для первой полосы получают:

$$f_{1a} = 0,6557 f_0 + 0,5270 f_1 - 0,2324 f_2 + 0,0497 f_3; \quad (670)$$

$$f_{1b} = 0,0943 f_0 + 1,0562 f_1 - 0,1842 f_2 + 0,0337 f_3. \quad (671)$$

Соответственно для последней N -й полосы

$$f_{Na} = 0,0337 f_{N-3} - 0,1842 f_{N-2} + 1,0562 f_{N-1} + 0,0943 f_N; \quad (672)$$

$$f_{Nb} = 0,0497 f_{N-3} - 0,2324 f_{N-2} + 0,5270 f_{N-1} + 0,6557 f_N. \quad (673)$$

И, наконец, подставляя соотношения (668) — (673) в уравнение (667) для интеграла, из (641) получают $N+1$ уравнений для определения неизвестных температур f_0 , f_1 , f_2 , ..., f_N в установившемся состоянии.

Окончательно получающиеся соотношения довольно сложны. В то же время вследствие высокой эффективности гауссовского метода интегрирования следует ожидать, что можно достигнуть высокой точности уже при сравнительно небольшом числе интервалов $\Delta\varepsilon$.

78. Более общие интегральные соотношения Шмайdlера и Аккермана. Теория Ларсена

В рассмотренных до сих пор интегральных уравнениях локальная неоднородность температуры в поперечных сечениях кирпичей регенератора, изображенная на рис. 128 и 141, учитывалась только суммарно с помощью введения согласно уравнению (521) коэффициента тепло-

отдачи $\bar{\alpha}$, отнесенного к средней температуре кирпича $\Theta = \Theta_m$. В § 63 было показано, что для противоточных регенераторов при этом практически во всех случаях достигается достаточная точность расчета. Тем не менее для решения принципиальных вопросов и проверки результатов, использующих $\bar{\alpha}$, важно, что Шмайдлеру [3.49] и Аккерману [3.1] удалось учесть все тонкости распределения локальных температур в поперечных сечениях вплоть до концов регенератора и точно описать их в более полных интегральных уравнениях или в уравнениях, содержащих интегралы.

Основные идеи математических выводов Шмайдлера и Аккермана, а также форма полученных ими интегральных уравнений рассматривались в первом издании настоящей книги. Учитывая стремление во втором издании к краткости, коротко обсудим здесь только условия, при которых эти выводы справедливы, и вид найденных решений. Едва ли это следует рассматривать как недостаток, поскольку без изучения оригинальной литературы невозможно понять эти довольно сложные соотношения.

Интегральные уравнения Шмайдлера для установившегося состояния. Шмайдлер [3.49] вывел два интегральных уравнения для установившегося состояния при $C = C'$, $T = T'$ и $\alpha = \alpha'$. Его анализ справедлив для произвольной, но одинаковой по длине регенератора формы поперечного сечения насадки. Поэтому он ведет расчет с двумя пространственными координатами в поперечном сечении кирпича. Полученные интегральные уравнения Шмайдлер представляет в такой форме, что в качестве неизвестных выступают температуры обоих газов в установившемся состоянии. В результате решения интегральных уравнений в принципе можно определить распределение этих температур по координатам и во времени. Однако Шмайдлер дает только приближенное решение для средних во времени температур газов, причем еще должны быть оценены некоторые соотношения.

Метод Аккермана. Метод расчета Аккермана [3.1] — столь же общий, как и интегральные уравнения Шмайдлера, если не принимать во внимание незначительного различия, состоящего в том, что Аккерман рассматривал насадку как плоскую пластину всюду одинаковой толщины. Метод Аккермана также учитывает все тонкости распределения температуры в поперечных сечениях насадки. Принимается только допущение о распределении температур в начале периода, так что установившееся состояние можно, как правило, определить лишь после проведения большого числа расчетов для последовательных периодов. Его содержащее интегральное уравнение для расчета распределения температуры насадки Θ можно рассматривать как обобщение уравнения (637). Решение, полученное Аккерманом в форме ряда, является совершенно точным. Поэтому для встречающихся на практике случаев его можно рассчитать численно с любой точностью, хотя такие расчеты довольно трудоемки. В качестве примера Аккерман рассчитал для установившегося состояния регенератор с $\Lambda = 20$, $\Pi = 4$, $\Lambda' = 10$, $\Pi' = 2$. При этом в большинстве случаев он мог прерывать вычисление ряда уже после пятого члена.

При расчете установившегося состояния значение метода Аккермана состоит прежде всего в том, что с его помощью можно проверить точность, которую удается достигнуть методом, рассмотренным в § 59—69, а также приближенным методом, который будет рассматриваться в § 79. Если необходимо, эту точность можно и повысить. При этом перед применением метода Аккермана всегда целесообразно

сначала найти распределение температуры в насадке в начале или в конце периода одним из упомянутых более простых методов. Если исходя из этого распределения температуры дальнейший расчет проводится по методу Аккермана, то, как правило, уже после просчета лишь нескольких периодов достигается очень высокая точность и создается впечатление, что в большинстве случаев ошибки предварительно использованного метода, по-видимому, невелики.

Теория Лована. В § 72 упоминалось, что теорию подобной же степени общности разработал и Лован, однако применительно лишь к прямоточным регенераторам.

Теория Ларсена. Кроме того, следует отметить теорию Ларсена [3.28], который показал, как рассчитать распределение температур в регенераторе не только при произвольном начальном распределении температуры насадки, но и при произвольном изменении температуры газа на входе.

Глава пятая

РАСЧЕТ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ НАСАДКИ РЕГЕНЕРАТОРА МЕТОДОМ ТЕПЛОВЫХ ПОЛЮСОВ¹

79. Простой метод тепловых полюсов

В начале предшествующей главы уже отмечалось, что для получения приближенного решения интегрального уравнения (639) или (641) в установившемся состоянии регенератора можно применять также метод тепловых полюсов, особенно в его уточненной форме.

Однако для практического расчета регенераторов в большинстве случаев предпочитают использовать конечно-разностные методы, которые будут рассмотрены в гл. 6. Но как видно из дальнейшего, метод тепловых полюсов также имеет свои преимущества.

Пусть исходя из заданного распределения температуры вдоль регенератора необходимо вычислить соответствующее распределение температуры, которое установится в значительно более поздний момент времени. С помощью разностных методов это конечное распределение температуры можно определить, только разделив весь интервал времени на временные шаги $\Delta\eta$ и просчитав температурные распределения для достаточно большого числа промежуточных моментов времени. Зачастую такого рода расчет даже желателен, поскольку конечно-разностными методами удается получить полную зависимость температуры от ξ и η в широкой области их изменения.

В отличие от конечно-разностных методов с помощью метода тепловых полюсов распределение температуры в любой последующий момент времени получается непосредственно, т. е. без расчета промежуточных температурных распределений. Но самое главное — можно сразу же рассчитать распределение температуры в установившемся состоянии, не просчитывая, как при использовании конечно-разностных методов, большого числа последовательных периодов.

¹ Под «тепловым полюсом» подразумевается единичный пространственный импульс температуры конечной ширины $\Delta\xi$ в начальный момент времени. Классификацию импульсов в теории теплопроводности смотри в книге Ф. М. Камья. Импульсная теория теплопроводности. — М.: Энергия, 1972. Метод тепловых полюсов тесно связан с методом источников (функций Грина). — *Прим. пер.*

При применении метода тепловых полюсов, а также большинства других методов предполагается, что в поперечном направлении, перпендикулярном к направлению движения потоков теплоносителей, насадка бесконечно теплопроводна. Однако, как и ранее, с помощью коэффициента теплоотдачи $\bar{\alpha}$, отнесенного к средней температуре кирпича Θ_m , в дальнейшем результат анализа можно будет с достаточной точностью переносить и на регенераторы с низкотеплопроводной насадкой.

Простой метод тепловых полюсов основан на следующем принципе. Поскольку дифференциальное уравнение (548) линейно, его частные решения можно суммировать произвольным образом. Поэтому кривую начального распределения температуры делят на ряд участков, для каждого из этих участков отдельно определяют конечную температуру, результаты суммируют и таким образом находят конечное распределение.

Деление на участки проведем следующим образом. На графике зависимости температуры насадки от безразмерной продольной координаты ξ (рис. 177) мысленно разделим всю длину регенератора Λ на произвольное число N равных частей, т. е. разделим график на N полос одинаковой ширины $\Delta \varepsilon$.

Рассмотрим, например, период охлаждения. При этом целесообразно вести расчет, используя избыточную температуру насадки относительно температуры газа на входе в регенератор ϕ_1 . Пусть средние значения начальной избыточной температуры насадки на первой, второй, третьей и последующих полосах составляют $f_1, f_2, f_3, \dots, f_N$. Отдельную полосу высотой 1, соответствующей начальной избыточной температуре



Рис. 177. Деление регенератора на участки одинаковой ширины $\Delta \varepsilon$ со средними температурами $f_1, f_2 \dots$ и $\theta_1, \theta_2 \dots$ и т. д.

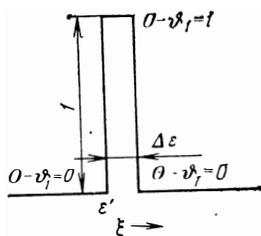


Рис. 178. Тепловой полюс.

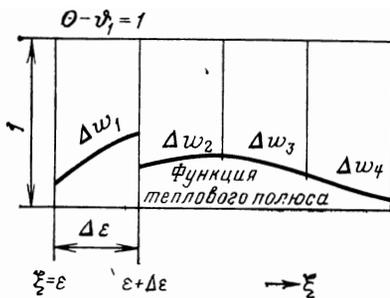


Рис. 179. Функция теплового полюса (изображена схематически).

$\Theta - \phi_1 = 1$, и шириной $\Delta \varepsilon$ между сечениями $\xi = \varepsilon$ и $\xi = \varepsilon + \Delta \varepsilon$ назовем тепловым полюсом (рис. 178). Таким образом, под тепловым полюсом понимают сосредоточение теплоты на узком участке, тогда как вне этого участка избыточная температура $\Theta - \phi_1 = 0$.

Если теперь через регенератор с показанным на рис. 178 распределением температуры продувается слева направо газ с температурой на входе ϕ_1 , то участок с тепловым полюсом постепенно охлаждается и теплота, ранее воспринятая им от газа, передается к расположенной

справа массе насадки регенератора. По прошествии определенного времени η в насадке устанавливается некоторое распределение температуры, примерно такое, как показано на рис. 179. Это распределение избыточной температуры, расчет которого будет проведен позднее, назовем функцией теплового полюса $\Delta\omega$ в момент времени η . Функция $\Delta\omega$ зависит от ширины полюса $\Delta\epsilon$, расстояния ξ — ϵ рассматриваемого сечения ξ от теплового полюса и от времени η . Пусть $\Delta\omega_1, \dots, \Delta\omega_N$ представляют собой средние значения этой функции на полосах $1, \dots, N^*$. В дальнейшем будем вести расчет только с этими средними значениями, определенными с возможно большей точностью, а не с графиком функции теплового полюса внутри каждой отдельной полосы.

Зная среднее значение функции теплового полюса, можно легко определить, какое влияние оказывает каждая полоса, показанная на рис. 177, на конечное распределение температуры. Например, поскольку среднюю начальную избыточную температуру на первой полосе f_1 получают, умножая расположенный там тепловой полюс на f_1 , то влияние этой первой полосы на конечную температуру насадки на N полосах выражается в виде

$$f_1\Delta\omega_1; f_1\Delta\omega_2; f_1\Delta\omega_3; \dots; f_1\Delta\omega_N.$$

Соответственно влияние второй полосы со средней температурой f_2 на конечную температуру на N полосах

$$0; f_2\Delta\omega_1; f_2\Delta\omega_2; \dots; f_2\Delta\omega_{N-1}.$$

Определяя таким же способом влияние остальных полос и суммируя все влияния, получают следующие искомые избыточные температуры к моменту времени η :

на 1-й полосе

$$\theta_1 - \vartheta_1 = f_1\Delta\omega_1;$$

на 2-й полосе

$$\theta_2 - \vartheta_1 = f_1\Delta\omega_2 + f_2\Delta\omega_1;$$

на 3-й полосе

$$\theta_3 - \vartheta_1 = f_1\Delta\omega_3 + f_2\Delta\omega_2 + f_3\Delta\omega_1;$$

на N -й полосе

$$\theta_N - \vartheta_1 = f_1\Delta\omega_N + f_2\Delta\omega_{N-1} + f_3\Delta\omega_{N-2} + \dots + f_N\Delta\omega_1.$$

(674)

Таким образом, с помощью функции теплового полюса $\Delta\omega$ можно по уравнению (674) для любого начального распределения температуры довольно быстро рассчитать конечное распределение температуры в момент времени η . В результате получаем средние значения конечной температуры для отдельных полос (θ_1, θ_2 и т. д.). Увеличивая число тепловых полюсов в принципе можно сколь угодно повысить точность расчета.

Таким же способом можно рассчитать и распределение температуры газа, если заложить соответствующую функцию теплового полюса для температуры газа ϑ . Однако проще методом тепловых полюсов определять только θ , а затем находить ϑ по рис. 186 с помощью описываемого ниже графического метода или соответствующего ему расчета методом конечных разностей — по уравнению (707).

* Функция $\Delta\omega$ (кроме $\Delta\omega_1$) для $\Delta\epsilon=0$ бесконечно мала. Предел $\lim (\Delta\omega/\Delta\epsilon)$ представляет собой используемую в теории дифференциальных уравнений в частных производных функцию влияния (функцию Грина).

Расчет функции теплового полюса. В принципе функцию теплового полюса можно определить по начальному распределению температуры теплового полюса (рис. 178) с помощью одного из конечно-разностных методов, описываемых в § 85 и 86. При этом получаем зависимость $\Delta\omega$ от $\xi - \epsilon$ для различных моментов времени η . Эта зависимость показана на рис. 180 для $\Delta\epsilon = 1$.

Однако $\Delta\omega$ проще определить по рис. 157 (причем целесообразно принять, что $\vartheta_1 = 0$). Тепловой полюс между сечениями $\xi = \epsilon = 0$ и $\xi = \Delta\epsilon$ возникает, если от неизменной начальной температуры $\Theta - \vartheta = 1$, имеющей место при $\xi \geq 0$, вычсть ту же самую начальную темпера-

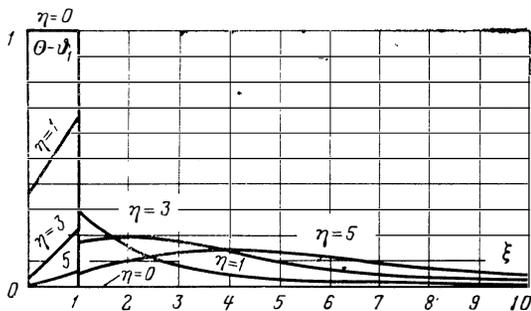


Рис. 180. Функция теплового полюса $\Delta\omega$ для теплового полюса шириной $\Delta\epsilon = 1$.

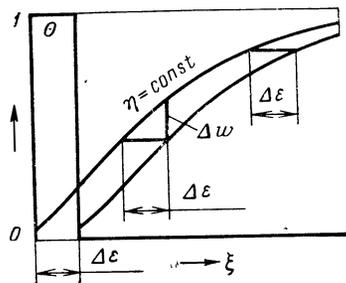


Рис. 181. Получение функции теплового полюса путем сдвига изображенной на рис. 155 кривой для момента времени η на расстояние $\Delta\epsilon$.

туру, сдвинутую на расстояние $\Delta\epsilon$ вправо. Последняя при ξ меньших, чем $\Delta\epsilon$, равна нулю, а начиная с $\xi = \Delta\epsilon$ — единице. Поэтому и функцию теплового полюса для последующего момента времени η получают, вычитая на рис. 157 из температурной кривой для момента η эту же кривую, сдвинутую вправо на $\Delta\epsilon$ (рис. 181). Точность, с которой описанным способом получается функция теплового полюса, зависит от того, насколько точно определены кривые на рис. 157. Для этой цели можно рекомендовать прежде всего очень точные кривые Шумана [3.53].

Однако функцию теплового полюса можно определить и чисто аналитически, вычитая в уравнении (557) из интеграла с верхним пределом ξ тот же интеграл с верхним пределом $\xi - \Delta\epsilon$. И, наконец, из полученного таким образом графика функции теплового полюса можно, как и при использовании рис. 157, образовать средние значения $\Delta\omega_n$ для отдельных полос¹.

Расчет распределения температуры в установившемся состоянии.

Метод тепловых полюсов особенно подходит для расчета распределения температуры насадки в начале периода в установившемся состоянии. Сначала это будет показано для периодов охлаждения при $C = C'$ и $T = T'$. При этом если в отличие от уравнения (584) нулевую точку температурной шкалы выбирать произвольно, то условие переключения для противотока запишется следующим образом:

$$\theta\left(\xi, \frac{\Pi}{2}\right) - \vartheta_1 = \vartheta_1' - \theta\left(\Lambda - \xi, -\frac{\Pi}{2}\right).$$

¹ Дополнительные данные такого рода об определении функции теплового полюса можно найти в [3.14].

Если начальную избыточную относительно θ_1 температуру насадки обозначить $f(\xi)$, а избыточную температуру в конце периода $g(\xi)$ [см. уравнение (638)], то можно записать

$$g(\xi) = \theta'_1 - \theta_1 - f(\Lambda - \xi). \quad (675)$$

Кроме того, если вместо действительных температур мы введем средние значения на отдельных полосах, то условие переключения переходит в N уравнений:

$$\left. \begin{aligned} g_1 &= \theta'_1 - \theta_1 - f_N; \\ g_2 &= \theta'_1 - \theta_1 - f_{N-1}; \\ &\vdots \\ g_N &= \theta'_1 - \theta_1 - f_1. \end{aligned} \right\} \quad (676)$$

Подставляя в эти уравнения $g_1 = \Theta_1 - \theta_1, \dots, g_N = \Theta_N - \theta_1$ из уравнений (674), в которых $\Delta\omega_1$ и т. д. должны относиться к концу периода охлаждения, получаем:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\omega_1 f_1 &+ f_N = \theta'_1 - \theta_1; \\ \Delta\omega_2 f_1 + \Delta\omega_1 f_2 &+ f_{N-1} = \theta'_1 - \theta_1; \\ \Delta\omega_3 f_1 + \Delta\omega_2 f_2 + \Delta\omega_1 f_3 &+ f_{N-2} = \theta'_1 - \theta_1; \\ &\vdots \\ \Delta\omega_N f_1 + \Delta\omega_{N-1} f_2 + \dots + \Delta\omega_1 f_N + f_1 &= \theta'_1 - \theta_1. \end{aligned} \right\} \quad (677)$$

Решение этих уравнений дает искомые избыточные температуры f_1, f_2, \dots, f_N в начале периода. Решение целесообразно начинать с подстановки f_N, f_{N-1} и т. д. из первой половины уравнений (677) в остальные уравнения, в результате чего число уравнений сравнительно быстро уменьшается наполовину. Описанный метод можно перенести и на *прямоток*.

Метод тепловых полюсов можно применять для расчета установившегося состояния и в тех случаях, когда значения Λ и Λ' , а также Π и Π' в периоды нагрева и охлаждения различны. Представим себе, что уравнения (674) с еще не определенными начальными значениями f_1, f_2 и т. д. вновь относятся к периоду охлаждения. Получающиеся при этом выражения для конечных температур в период охлаждения рассматриваем как начальные температуры для периода нагрева. Затем применяем уравнения (674) еще раз, однако при этом вследствие другой продолжительности периода нагрева выбираем соответственно измененные значения функции теплового полюса. При различных значениях Λ и Λ' в периоды нагрева и охлаждения нужно также выбирать различную ширину полос $\Delta\epsilon$, поскольку анализ можно провести без затруднений только при неизменном числе полос. Кроме того, полосы всегда следует нумеровать в направлении движения потока. Поэтому в начале каждого нового периода их нужно нумеровать в обратном порядке. И, наконец, приравнивая выражения для конечных температур в период нагрева к начальным температурам в период охлаждения, получим определяющие уравнения для установившегося состояния, по которым можно рассчитать неизвестные значения f_1, f_2, \dots, f_N .

С помощью метода тепловых полюсов можно очень просто рассчитать также весь ход изменения начальной температуры от периода к периоду *до достижения установившегося состояния*. При этом исходят из распределения температуры насадки в момент пуска и попеременно применяют уравнения (674) к периодам нагрева и охлаждения. После просчета достаточно большого числа периодов и таким путем в конце концов определяют значения, соответствующие установившемуся состоянию.

80. Уточнение метода тепловых полюсов на основе его связи с интегральным уравнением ¹

Как уже отмечалось выше, расчет начальной температуры в установившемся состоянии по уравнениям (677) можно рассматривать в качестве приближенного метода решения интегрального уравнения. Это уравнение получают путем перехода к бесконечно узким тепловым полюсам следующим образом.

Мы уже упоминали, что для теплового полюса, расположенного между $\xi=0$ и $\xi=\Delta\varepsilon$ (см. рис. 181), функцию теплового полюса можно рассчитать по рис. 157, если сдвинуть кривую для рассматриваемого момента времени η вправо на расстояние, равное ширине полосы, $\Delta\varepsilon$ и полученные таким образом значения вычтуть из исходных для несдвинутой кривой. Если мы обозначим на рис. 157 температуру для момента времени η через $\Theta^*(\xi)$, то значение функции теплового полюса для любого сечения $\xi > \Delta\varepsilon$ составит:

$$\Delta\omega = \Theta^*(\xi) - \Theta^*(\xi - \Delta\varepsilon).$$

Напротив, для $\xi < \Delta\varepsilon$, т. е. первой полосы (см. рис. 177), для которой вычитание производить не нужно,

$$\Delta\omega_1 = \Theta^*(\xi).$$

Для теплового полюса, расположенного между ε и $\varepsilon + \Delta\varepsilon$, соответственно получаем:

$$\begin{aligned} \Delta\omega &= \Theta^*(\xi - \varepsilon) - \Theta^*(\xi - \varepsilon - \Delta\varepsilon) \text{ для } \xi > \varepsilon + \Delta\varepsilon; \\ \Delta\omega_1 &= \Theta^*(\xi - \varepsilon) \text{ для } \varepsilon \leq \xi < \varepsilon + \Delta\varepsilon. \end{aligned}$$

Если ширина теплового полюса $\Delta\varepsilon$ становится бесконечно малой, выражения для функции теплового полюса переходят в следующие соотношения:

$$\begin{aligned} d\omega &= \frac{\partial \Theta^*(\xi - \varepsilon)}{\partial(\xi - \varepsilon)} d\varepsilon^* \text{ для } \xi > \varepsilon; \\ \Delta\omega_1 &= \Theta^*(0) \text{ для } \xi = \varepsilon. \end{aligned}$$

Для краткости в предпоследнем уравнении введем обозначение $\partial \Theta^*(\xi - \varepsilon) / \partial(\xi - \varepsilon) = K(\xi - \varepsilon)$. Это выражение можно рассчитать, если взять частную производную по ξ от уравнения (554) с учетом уравнения (544). Полагая при этом, что $\Theta_1 = 1$, $\Theta_1 = 0$ и заменяя ξ на $\xi - \varepsilon$, получаем:

$$K(\xi - \varepsilon) = \frac{\partial \Theta^*(\xi - \varepsilon)}{\partial(\xi - \varepsilon)} = -\exp[-(\xi - \varepsilon + \eta)] \sqrt{\frac{\eta}{\xi - \varepsilon}} i J_1(2i \sqrt{(\xi - \varepsilon)\eta}), \quad (678)$$

где i — мнимая единица; J_1 — функция Бесселя первого порядка.

¹ Метод автора, разработанный в 1945 или 1946 г., но опубликованный только в первом издании этой книги. Лишь во время работы над корректурой первого издания автору стала известна основанная на совершенно аналогичных соображениях работа Илiffe [3.25].

* Строго говоря, в этом выражении вместо $d\varepsilon$ должно стоять $d(\xi - \varepsilon)$, причем тогда интегрирование в приведенных ниже уравнениях (680) и (681) должно было бы производиться в направлении увеличения $\xi - \varepsilon$. Однако ради большей наглядности и в соответствии с предшествующим анализом будем писать $d\varepsilon$. При этом к правильному результату можно прийти также, если в уравнениях (680) и (681) интегрировать в направлении возрастания ε .

Учитывая, что для больших значений $(\xi - \varepsilon)\eta$ функцию J_1 можно разложить в ряд

$$\lim_{x \rightarrow \infty} J_1(ix) = i \frac{\exp(x)}{\sqrt{2\pi x}} \left[1 - \frac{3}{1!8x} - \frac{3 \cdot 5}{2!(8x)^2} \dots \right],$$

можно также записать:

$$K(\xi - \varepsilon) = \exp \left[-(\sqrt{\xi - \varepsilon} - \sqrt{\eta})^2 \right] \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \times \\ \times \sqrt[4]{\frac{\eta}{(\xi - \varepsilon)^3}} \left[1 - \frac{0,188}{\sqrt{(\xi - \varepsilon)\eta}} - \frac{0,0293}{(\xi - \varepsilon)\eta} \right]. \quad (679)$$

При $\sqrt{(\xi - \varepsilon)\eta} = 2$ ошибка этого уравнения составляет менее 0,2% и быстро уменьшается с ростом $(\xi - \varepsilon)\eta$.

Для $\Theta^*(0)$ путем интегрирования дифференциального уравнения (545) при $\xi=0$ и подстановки $\vartheta = \vartheta_1 = 0$ и $\Theta_1 = 1$ находим:

$$\Theta^*(0) = \exp(-\eta).$$

Таким образом, в результате получаем:

$$dw = K(\xi - \varepsilon) d\varepsilon \quad \text{для } \xi > \varepsilon; \\ \Delta w_1 = \exp(-\eta) \quad \text{для } \xi = \varepsilon.$$

Если теперь $f(\xi)$ представляет собой начальную избыточную температуру насадки в сечении ξ , а $f(\varepsilon)$ — в сечении ε , то при переходе к бесконечно большому числу бесконечно узких тепловых полюсов из уравнения (674) получим:

$$\Theta(\xi) - \vartheta_1 = \int_0^{\xi} f(\varepsilon) dw + f(\xi) \Delta w_1,$$

ли с учетом только что найденных выражений для dw и Δw_1

$$\Theta(\xi) - \vartheta_1 = f(\xi) \exp(-\eta) + \int_0^{\xi} f(\varepsilon) K(\xi - \varepsilon) d\varepsilon. \quad (680)$$

Вместо $K(\xi - \varepsilon)$ в это уравнение можно подставить его выражение из уравнения (678) или (679).

Рассмотрим теперь установившееся состояние в случае $\Lambda = \Lambda'$ и $\Pi = \Pi'$. Из справедливого при этом условия переключения (675) и из уравнения (680) при $\eta = \Pi$ с помощью исключения $g(\xi) = \Theta(\xi) - \vartheta_1$ получаем следующее интегральное уравнение:

$$f(\xi) e^{-\Pi} + f(\Lambda - \xi) + \int_0^{\xi} f(\varepsilon) K(\xi - \varepsilon)_{\eta = \Pi} d\varepsilon = \vartheta'_1 - \vartheta_1. \quad (681)$$

Это интегральное уравнение, решив которое, можно рассчитать распределение температуры $f(\xi)$ в начале периода в установившемся состоянии, полностью соответствует уравнениям в виде сумм (677). С учетом (678) оно совпадает также с интегральным уравнением (639), найденным в § 73. Из способа, с помощью которого мы нашли уравнения (680) и (681), следует также, что в действительности, как и утверждалось выше, *метод тепловых полюсов можно рассматривать в качестве приближенного метода решения интегрального уравнения (639) или (681)*. При практических расчетах метод тепловых полюсов всегда ведет к цели проще и быстрее, чем рассмотренное в § 73 точное решение интегрального уравнения, предложенное Нуссельтом. С другой стороны, мы можем использовать интегральные зависимости (680) и (681) для уточнения метода тепловых полюсов, за счет чего при почти неизменной затрате времени на вычисления можно достигнуть существенного повышения точности расчета.

Предположим опять, что вся длина регенератора Λ разделена на N одинаковых участков $\Delta\epsilon$, так что мы вновь получим полосы равной ширины $\Delta\epsilon$, показанные на рис. 177. Но теперь мы рассмотрим не средние значения температур на этих полосах, а их значения в точках деления $\epsilon=0, \epsilon=\Delta\epsilon, \epsilon=2\Delta\epsilon, \dots, \epsilon=N\Delta\epsilon=\Lambda$. Пусть начальная температура насадки в этих сечениях равна $f_0, f_1, f_2, \dots, f_N$. Допустим, что сечение ξ , в котором ищется конечная температура $\Theta(\xi)$ по уравнению (680) или начальная температура $f(\xi)$ по уравнению (681), лежит между n -й и $n+1$ -й полосами, так что $\xi=n\Delta\epsilon$, а следовательно, $\Theta(\xi)=\Theta_n$ и $f(\xi)=f_n$. Обозначим значения $K(\xi-\epsilon)$ для $\xi-\epsilon=0, \xi-\epsilon=\Delta\epsilon, \xi-\epsilon=2\Delta\epsilon, \dots, \xi-\epsilon=n\Delta\epsilon$ через $K_0, K_1, K_2, \dots, K_n$. Поскольку по уравнениям (678) или (679) эти значения можно рассчитать точно, при известных значениях f_0, f_1, \dots, f_N для всех точек деления можно точно указать также значения произведений $f(\epsilon) \cdot K(\xi-\epsilon)$.

Следовательно, основная идея описываемого уточнения метода тепловых полюсов состоит в том, чтобы исходя из этих значений c *помощью приближенного метода возможно более точно вычислить интеграл в уравнении (680) или (681)*. Для этого подходит правило Симпсона¹, которое основано на проведении дуги параболы через три соседние точки интегрируемой кривой. Тем самым в первом приближении учитывается и кривизна графика, а следовательно, при использовании сравнительно небольшого числа отдельных значений функции достигается высокая точность.

Если число полос n от нуля до ξ четное, то согласно правилу Симпсона непосредственно получаем:

$$\int_0^{\xi} f(\epsilon) K(\xi-\epsilon) d\epsilon = \frac{\Delta\epsilon}{3} [f_0 K_n + 4f_1 K_{n-1} + 2f_2 K_{n-2} + 4f_3 K_{n-3} + 2f_4 K_{n-4} + \dots \\ \dots + 2f_{n-2} K_2 + 4f_{n-1} K_1 + f_n K_0]. \quad (682)$$

Если, наоборот, n — нечетное, то для интеграла между $\epsilon=0$ и $\epsilon=(n-1)\Delta\epsilon=\xi-\Delta\epsilon$ можно записать:

$$\int_0^{\xi-\Delta\epsilon} f(\epsilon) K(\xi-\epsilon) d\epsilon = \frac{\Delta\epsilon}{3} [f_0 K_n + 4f_1 K_{n-1} + 2f_2 K_{n-2} + \dots + 2f_{n-3} K_3 + \\ + 4f_{n-2} K_2 + f_{n-1} K_1].$$

Для того чтобы по возможности более точно определить также остаток интеграла, представим себе, что между $\epsilon=(n-2)\Delta\epsilon=\xi-2\Delta\epsilon$ и $\epsilon=n\Delta\epsilon=\xi$ квадратичная функция $y=a+b\epsilon+c\epsilon^2$ определена таким образом, что в сечениях $(n-2)\Delta\epsilon, (n-1)\Delta\epsilon$ и $n\Delta\epsilon$ она точно совпадает со значениями $f(\epsilon)K(\xi-\epsilon)$. Интегрируя затем по y в пределах между $\epsilon=(n-1)\Delta\epsilon$ и $\epsilon=n\Delta\epsilon$ и приравнявая получающееся при этом значение к искомому остатку интеграла, имеем:

$$\int_{\xi-\Delta\epsilon}^{\xi} f(\epsilon) K(\xi-\epsilon) d\epsilon = \frac{\Delta\epsilon}{12} [-f_{n-2} K_2 + 8f_{n-1} K_1 + 5f_n K_0].$$

Складывая два последних уравнения, находим выражение для всего интеграла при нечетных n :

$$\int_0^{\xi} f(\epsilon) K(\xi-\epsilon) d\epsilon = \frac{\Delta\epsilon}{3} [f_0 K_n + 4f_1 K_{n-1} + 2f_2 K_{n-2} + 4f_3 K_{n-3} + 2f_4 K_{n-4} + \dots \\ \dots + f_{n-3} K_3 + 3,75f_{n-2} K_2 + 3f_{n-1} K_1 + 1,25f_n K_0]. \quad (683)$$

При этом следует обратить внимание на то, что для $\xi=\Delta\epsilon$, т. е. для $n=1$, значение $f_{n-2}=f_{-1}$ как таковое не существует. При этом целесообразно выбрать $f_{n-2}=f_{-1}$ так, чтобы оно лежало на параболы, проходящей через f_0, f_1 и f_2 . Следовательно, если

¹ Смотри, например, Hütte. Des Ingenieurs Taschenbuch, Bd I, 28 Aufl., 1955, S. 213 или [3.67], а также И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. — М.: Наука, 1964, с. 391. — *Прим. пер.*

принять, что $f_{-1} = 3f_0 - 3f_1 + f_2$, то уравнения (682) и (683), в частности для $n=1, 2$ и т. д., будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned}
 \int_0^{\xi=\Delta\epsilon} f(\epsilon) K(\xi - \epsilon) d\epsilon &= \frac{\Delta\epsilon}{12} [f_0(8K_1 - 3K_2) + f_1(5K_0 + 3K_2) - f_2K_2]; \\
 \int_0^{\xi=2\Delta\epsilon} f(\epsilon) K(\xi - \epsilon) d\epsilon &= \frac{\Delta\epsilon}{3} [f_0K_2 + 4f_1K_1 + f_2K_0]; \\
 \int_0^{\xi=3\Delta\epsilon} f(\epsilon) K(\xi - \epsilon) d\epsilon &= \frac{\Delta\epsilon}{3} [f_0K_3 + 3,75f_1K_2 + 3f_2K_1 + 1,25f_3K_0]; \\
 \int_0^{\xi=4\Delta\epsilon} f(\epsilon) K(\xi - \epsilon) d\epsilon &= \frac{\Delta\epsilon}{3} [f_0K_4 + 4f_1K_3 + 2f_2K_2 + 4f_3K_1 + f_4K_0]; \\
 \int_0^{\xi=5\Delta\epsilon} f(\epsilon) K(\xi - \epsilon) d\epsilon &= \frac{\Delta\epsilon}{3} [f_0K_5 + 4f_1K_4 + 2f_2K_3 + 3,75f_3K_2 + \\
 &+ 3f_4K_1 + 1,25f_5K_0].
 \end{aligned} \right\} (684)$$

Последовательно подставляя эти выражения вместо интеграла в уравнение (680), получаем уравнения для определения конечных температур $\Theta_0, \Theta_1, \dots, \Theta_N$ во всех точках деления. Аналогично с помощью подстановки в уравнение (681) получим $(N+1)$ линейных уравнений, из которых можно рассчитать неизвестные начальные температуры f_0, f_1, \dots, f_N в установившемся состоянии регенератора. В обоих случаях нужно обратить внимание на то, что $f(\xi) = f_n$ и соответственно $f(\Lambda - \xi) = f_{N-n}$. Полученные уравнения по существу соответствуют уравнениям (674) и (677), найденным простым методом тепловых полюсов. Если один раз вычислены значения K_0, K_1 и т. д., то уточненные уравнения получаются столь же просто, как и эти последние уравнения, и расчеты производятся таким же образом.

Илиффе [3.25], который, как уже упоминалось, независимо от автора нашел тот же метод решения интегрального уравнения (681), выдвинул заслуживающее внимания предложение вычислять интеграл по первому интервалу между $\xi=0$ и $\xi=\Delta\epsilon$ не с f_{-1} , а со значения $f_{1/2}$ в центре интервала. Используя правило Симпсона, он получил вместо первого из уравнений (684) следующее соотношение:

$$\int_0^{\xi=\Delta\epsilon} f(\epsilon) K(\xi - \epsilon) d\epsilon = \frac{\Delta\epsilon}{6} [f_0K_1 + 4f_{1/2}K_{1/2} + f_1K_0], \quad (685)$$

причем $K_{1/2}$ вычисляется по уравнению (678) для $\xi - \epsilon = 1/2$. Но для того чтобы при расчете установившегося состояния не вводить $f_{1/2}$ как дополнительную неизвестную, Илиффе выразил $f_{1/2}$ через f_0, f_1, f_2 и f_3 , введя полином 3-й степени, удовлетворяющий этим четырем значениям. В результате он получил соотношение

$$f_{1/2} = \frac{1}{16} [5f_0 + 15f_1 - 5f_2 + f_3]. \quad (686)$$

Поскольку, однако, как следует из рис. 194—206, в установившемся состоянии вблизи от входного сечения кривые для температуры насадки в начале периода искривлены лишь незначительно, в большинстве случаев было бы достаточно исходить из полинома 2-й степени. При этом

$$f_{1/2} = \frac{1}{8} [3f_0 + 6f_1 - f_2]. \quad (687)$$

С помощью подстановки предпоследнего или последнего соотношения в уравнение (685) находят значение интеграла между $\xi=0$ и $\xi=\Delta\epsilon$.

Недавно Уиллмott и Даггэн [3.62] провели практические расчеты как описанным в § 74 методом Нагаванди и Вайнштейна, так и уточненным методом тепловых полюсов в форме, предложенной Илиффе. В результате они подтвердили пригодность обоих методов в области до $\Lambda=10$ и $\Pi=10$. С другой стороны, они указали на то, что при определении начальных значений температуры для установившегося состояния (f_0, f_1, \dots, f_N) могут возникнуть трудности, поскольку детерминант коэффициентов определяющих линейных уравнений очень мал. Для уточненного метода тепловых полюсов такие трудности следует ожидать даже прежде, чем для метода Нагаванди и Вайнштейна (см. также самую новую публикацию по этому вопросу Уиллмotta и Томаса [3.63]).

81. Расчет КПД и коэффициента теплопередачи методом тепловых полюсов

Расчет простым методом тепловых полюсов. Пусть с помощью метода тепловых полюсов для установившегося состояния рассчитаны как средние значения начальных избыточных температур f_1, f_2, \dots, f_N , так и избыточные температуры в конце периода g_1, g_2, \dots, g_N [см. уравнение (676)]. Тогда КПД регенератора можно просто определить следующим образом. Если F — поверхность нагрева всего регенератора, то поверхность нагрева участка регенератора, соответствующая одной полосе, будет F/N , а ее теплоемкость — $(F/N)\rho c \delta/2$, где δ — толщина элемента насадки, который считается плоским. Следовательно, в период охлаждения n -я полоса насадки отдает следующее количество теплоты:

$$\Delta Q_{\text{пер}} = \frac{F \rho c \delta}{2N} (f_n - g_n).$$

Тогда полное количество теплоты, передаваемое во всем регенераторе за период, составляет:

$$Q_{\text{пер}} = \frac{F \rho c \delta}{2N} \sum_{n=1}^N (f_n - g_n). \quad (688)$$

В идеальном случае совершенного теплообмена при $CT \leq C'T'$ газ нагрелся бы в регенераторе от ϑ_1 до ϑ'_1 , а количество переданной теплоты составило бы

$$Q_{\text{ид}} = CT (\vartheta'_1 - \vartheta_1).$$

Следовательно, с учетом уравнений (546) и (547) КПД регенератора находится из соотношения

$$\eta_{\text{рег}} = \frac{Q_{\text{пер}}}{Q_{\text{ид}}} = \frac{\Lambda}{\Pi N} \sum_{n=1}^N \frac{f_n - g_n}{\vartheta'_1 - \vartheta_1}. \quad (689)$$

Это уравнение справедливо не только при противотоке, но и при прямотоке для $CT \leq C'T'$. Напротив, при $CT > C'T'$ выражение (689) представляет собой функцию КПД, определяемую уравнением (193).

При $CT = C'T'$ уравнение (689) можно дополнительно преобразовать, выразив с помощью условия переключения (676) g_n через f_{N-n+1} . В результате при $CT = C'T'$ получаем:

$$\eta_{\text{рег}} = \frac{\Lambda}{\Pi} \left[\frac{2}{N} \sum_{n=1}^N \frac{f_n}{\vartheta'_1 - \vartheta_1} - 1 \right]. \quad (690)$$

Расчет уточненным методом тепловых полюсов. Поскольку $\Lambda/N = \Delta \epsilon = \Delta \xi$ представляет собой ширину теплового полюса, полученное для

КПД уравнение (689) при переходе к бесконечно узким тепловым полюсам принимает вид:

$$\eta_{\text{пер}} = \frac{1}{\Pi(\vartheta'_1 - \vartheta_1)} \int_0^{\Lambda} [f(\xi) - g(\xi)] d\xi. \quad (691)$$

После того как для установившегося состояния уточненным методом тепловых полюсов рассчитаны f_0, f_1, \dots, f_N и g_0, g_1, \dots, g_N на границах полос, значение интеграла получают, например, по правилу Симпсона. Затем по уравнению (691) определяют КПД регенератора.

Расчет коэффициента теплопередачи методом тепловых полюсов при $CT=C'T'$. Если по уравнениям (689), (690) или (691) определен КПД регенератора, то с помощью уравнения (623) можно сразу же рассчитать отношение действительного коэффициента теплопередачи k к коэффициенту теплопередачи k_0 , соответствующему нулевой собственной функции. Согласно условию вывода уравнения (623) этот метод расчета справедлив для $CT=C'T'$.

Для случая $CT \neq C'T'$ в первом издании настоящей книги выведены и проанализированы значительно более сложные уравнения для k/k_0 . Однако поскольку k/k_0 слабо зависит от отношения $CT/C'T'$ и, кроме того, с помощью безразмерных комплексов Λ и Π и уравнения (458) значения, полученные при $CT=C'T'$, можно с достаточной точностью переносить на более общий случай $CT \neq C'T'$, этот обобщенный анализ здесь не приводится.

Местный коэффициент теплопередачи регенератора. Обычно для расчета теплообмена в регенераторе используют только средний коэффициент теплопередачи k . Однако, как указывалось еще в § 60, в отдельных случаях желательно знать также местные коэффициенты теплопередачи k_ξ в произвольных сечениях регенератора.

Если, например, по методу тепловых полюсов рассчитано распределение температур $f(\xi)$ в начале и $g(\xi)$ в конце периода в установившемся состоянии, то уравнение для отношения k_ξ/k_0 получают следующим образом. На бесконечно узком участке регенератора, прилегающем к сечению ξ , с поверхностью нагрева df за период передается количество теплоты

$$dQ_{\text{пер}} = k_\xi (T + T') (\bar{\vartheta}' - \bar{\vartheta}) df = \frac{\rho c \delta}{2} df [f(\xi) - g(\xi)].$$

Из этого соотношения прежде всего следует, что

$$k_\xi = \frac{\rho c \delta}{2(T + T')} \frac{f(\xi) - g(\xi)}{\bar{\vartheta}' - \bar{\vartheta}}. \quad (692)$$

С другой стороны, согласно уравнению (523) для коэффициента теплопередачи k_0 , соответствующего нулевой собственной функции, имеем:

$$\frac{1}{k_0} = (T + T') \left[\frac{1}{\alpha T} + \frac{1}{\alpha' T'} \right].$$

Перемножая два последние уравнения, получаем:

$$\frac{k_\xi}{k_0} = \frac{\rho c \delta}{2} \left[\frac{1}{\alpha T} + \frac{1}{\alpha' T'} \right] \frac{f(\xi) - g(\xi)}{\bar{\vartheta}' - \bar{\vartheta}}. \quad (693)$$

Наконец, с помощью уравнения (547) это соотношение можно привести к следующему виду:

$$\frac{k_{\xi}}{k_0} = \left(\frac{1}{\Pi} + \frac{1}{\Pi'} \right) \frac{f(\xi) - g(\xi)}{\bar{\theta}' - \bar{\theta}}. \quad (694)$$

В первом издании книги и это уравнение с помощью преобразований было приведено к форме, справедливой в общем случае ($CT \neq C'T'$). Здесь же будет рассмотрен только случай, когда $CT = C'T'$. Для этого случая из уравнения (694) можно получить соотношение, весьма полезное, если предварительно определены $\eta_{\text{рег}}$ или k/k_0 . Поскольку при $CT = C'T'$ значение $\bar{\theta}' - \bar{\theta}$ во всех сечениях регенератора одинаково, справедлива также следующая зависимость:

$$\bar{\theta}' - \bar{\theta} = \theta'_1 - \bar{\theta}_2 = (\theta'_1 - \theta_1) (1 - \eta_{\text{рег}}). \quad (695)$$

Поэтому при известном $\eta_{\text{рег}}$ отношение k_{ξ}/k_0 легко рассчитать по уравнению (694).

Наконец, выражая с помощью уравнения (623) $\eta_{\text{рег}}$ через k/k_0 и подставляя уравнение (695) в (694), при $\Pi = \Pi'$ и $CT = C'T'$ получаем:

$$\frac{k_{\xi}}{k_0} = \frac{1}{\Pi} \left(2 + \Lambda \frac{k}{k_0} \right) \frac{f(\xi) - g(\xi)}{\theta'_1 - \theta_1}. \quad (696)$$

Это уравнение может оказаться наиболее подходящим для практических расчетов k_{ξ}/k_0 , поскольку k/k_0 можно найти по рис. 135. По-видимому, уравнение (696) можно с хорошим приближением использовать и при $CT \neq C'T'$, после того как по уравнениям (458) или (459) рассчитаны Λ и Π .

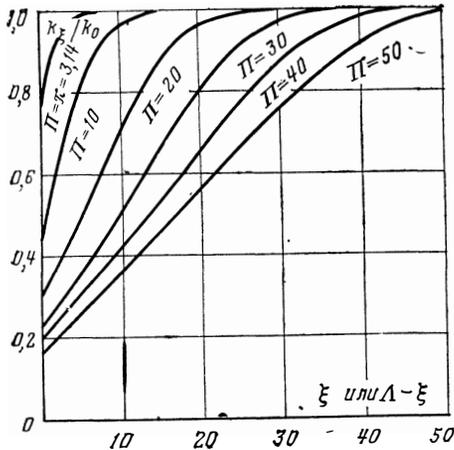


Рис. 182. Коэффициент теплопередачи k_{ξ} в произвольном сечении регенератора ξ или $\Lambda - \xi$ при различной приведенной продолжительности периода Π .
 k_0 — коэффициент теплопередачи, соответствующий нулевой собственной функции.

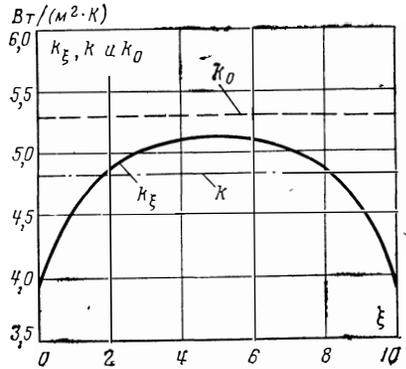


Рис. 183. Зависимость k_{ξ} от ξ при $\Lambda = \Lambda' = 10$ и $\Pi = \Pi' = \pi$.

k — средний коэффициент теплопередачи; k_0 — то же, что и на рис. 182.

Согласно уравнению (696), а также предшествующим уравнениям k_{ξ}/k_0 в общем случае зависит не только от ξ , но и от Λ . Однако если рассматривают достаточно длинные регенераторы, в средней части которых справедлива одна нулевая собственная функция, то оказывается, что отношение k_{ξ}/k_0 , по крайней мере при $CT = C'T'$, не зависит от Λ . Поэтому можно изобразить зависимость k_{ξ}/k_0 от ξ или $\Lambda - \xi$, как это сделано на рис. 182, графики которых построены на основе расчетов по уравнению (696), проведенных лишь с умеренной точностью.

На рис. 183 показана зависимость k_{ξ} от ξ для короткого регенератора, у которого как и на рис. 165 и 166, принято, что $\Lambda = \Lambda' = 10$, $\Pi = \Pi' = \pi = 3,14$ и, кроме того, $\bar{\alpha} =$

$=\bar{\alpha}=23,3 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$, $\rho c=2070 \text{ кДж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К})$, $\lambda_s=1,163 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ и $\delta=0,03 \text{ м}$. Можно видеть, что в этом случае даже в средней части регенератора k_{ξ} полностью не достигает значения k_0 . Как следует из предшествующего рассмотрения, это объясняется тем, что даже в середине регенератора еще не полностью затухло влияние высших собственных функций (высших гармоник).

Глава шестая

РАСЧЕТ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУР В РЕГЕНЕРАТОРАХ КОНЕЧНО-РАЗНОСТНЫМИ МЕТОДАМИ

82. Основные соображения относительно применения конечно-разностных методов

Рассмотренные в § 78 методы расчета, которые точно учитывают все подробности распределения температуры в поперечном сечении кирпича регенератора, при практическом применении оказываются весьма трудоемкими и требуют больших затрат времени. Значительно быстрее ведут к цели уже рассмотренные приближенные методы, в частности метод тепловых полюсов, в которых изменение температуры поперек кирпича учитывается путем введения коэффициента теплоотдачи α , отнесенного к средней температуре кирпича Θ_m . По-видимому, еще проще конечно-разностные методы, которые основаны на исчислении конечных разностей и с помощью которых при достаточно большом числе шагов можно достигнуть довольно высокой точности расчета.

Уже более 25 лет назад представлялось желательным с помощью исчисления конечных разностей развивать графические методы расчета. В настоящее время, когда электронные цифровые вычислительные машины достигли неожиданно высокого уровня развития, для численного расчета представляют интерес выражения в основном наиболее общего вида, которые также получены разностными методами. С помощью таких выражений можно очень точно рассчитать процессы на каждом шаге и в тех случаях, когда коэффициенты теплоотдачи и физические свойства зависят от температуры или количества проходящих через регенератор газов изменяются во времени.

Однако и при переходе к таким общим выражениям один вывод остается неизменным, а именно тот, из которого следует, что с помощью разностных методов при разумном числе шагов можно лишь в том случае достигнуть высокой точности, если для всех входящих в разностные уравнения переменных величин в пределах каждого шага используется среднее значение. Поэтому и отношения конечных разностей следует образовывать таким образом, чтобы они хорошо аппроксимировали средние значения производных.

В большей части рассматриваемых ниже конечно-разностных методов для простоты расчеты ведутся со средней температурой кирпича $\Theta=\Theta_m$ и отнесенным к ней коэффициентом теплоотдачи α . Тем самым при достаточно большом числе шагов получаем распределение средней температуры кирпича с довольно высокой точностью, примерно такой же, как и при использовании метода тепловых полюсов. Однако следует подчеркнуть, что распределение температуры газа при этом описывается правильно только в среднем во времени. В то же время в § 64 уже было показано, как, зная Θ_m , можно достаточно точно найти распреде-

ление температуры газа, включая и ее быстрые изменения после переключения.

В заключение будут рассмотрены более сложные конечно-разностные методы, точно учитывающие неоднородность температуры по поперечному сечению кирпича.

Начальные условия. Во всех конечно-разностных методах исходят из известного или заранее принятого распределения температуры насадки. Обозначим это начальное распределение температуры, как и в методе тепловых полюсов, через $\Theta = \vartheta_1 + f(\xi)$, где $f(\xi)$ — избыточная температура по отношению к постоянной температуре газа на входе ϑ_1 .

Пусть во входном сечении $\xi=0$ или $f=0$ насадка имеет начальную избыточную температуру $f(0)$. Поскольку $\vartheta_1 = \text{const}$, изменение температуры насадки во времени в этом сечении можно рассчитать по уравнению (545):

$$\Theta = \vartheta_1 + f(0) \exp(-\eta) = \vartheta_1 + f(0) \exp\left(-\frac{\bar{a}df}{dC_s} t\right). \quad (697)$$

Поэтому расчет температуры насадки для произвольного момента времени η или t можно начинать с известного значения Θ при $\xi=0$ или $f=0$.

Расчет установившегося состояния. С помощью конечно-разностных методов установившееся состояние можно рассчитать следующим образом. Исходят обычно из произвольного распределения температуры насадки, которое, однако, целесообразно путем оценок выбирать возможно более близким к распределению температуры в установившемся состоянии. Затем конечно-разностным методом просчитывают достаточно большое число последовательных периодов. Достигаемое при этом распределение температур в конце каждого периода служит в качестве начального распределения для следующего периода. Такого рода расчет ведут до тех пор, пока распределение температур, получаемое в конце каждого следующего полного периода, заметно не изменяется. Этот расчет можно сократить. После того как несколько периодов просчитано, получаемое в конце каждого полного периода распределение температуры уточняется таким образом, что сходимость к установившемуся состоянию ускоряется. Способ ведения таких поправок зависит от характера изменения конечного температурного распределения от периода к периоду в предшествующих расчетах. Об одном основанном на этом принципе методе ускорения расчета сообщили недавно Уиллмотт и Кулаковски [3.64].

В случае $\Lambda = \Lambda'$ и $\Pi = \Pi'$ такую поправку можно вводить уже с самого начала расчета после каждого периода нагрева и охлаждения. Для этого полученное при расчете периода конечное распределение температур сравнивают с температурной кривой $g(\xi)$, которую согласно условию переключения (675) следует ожидать, исходя из предшествующего начального распределения температуры $f(\xi)$. При отсутствии других способов введения поправок рекомендуется образовывать среднее значение из рассчитанного конечного распределения и из $g(\xi)$ и, исходя из этого среднего распределения, начинать расчет нового периода. Вскоре станет ясно, как следует лучше всего вводить поправку. Так, например, уточненное распределение температуры можно образовывать из $2/3$ рассчитанного конечного распределения и $(1/3) g(\xi)$.

Оценка распределения температуры в установившемся состоянии. Для того чтобы оценить распределение температуры в установившемся состоянии еще до начала расчета конечно-разностным методом, можно исходить из нулевой собственной функции следующим образом. Сначала с помощью значения k/k_0 , найденного по рис. 135, и действительной поверхности нагрева регенератора F определяют поверхность нагрева $F_0 = (k/k_0)F$. В области F_0 следует использовать нулевую собственную

функцию согласно уравнениям (574) — (577) или (580) — (582) для времени $t=0$, причем $t=0$ соответствует середине периода нагрева или охлаждения. Константы D и B в этих уравнениях должны быть определены из условий, что $\theta=\theta_1$ при $f=0$ (начало поверхности нагрева F_0) и $\theta'=\theta'_1$ при $f=F_0$. В случае $CT=C'T'$ для θ получается прямая линия, показанная на рис. 184. Для того чтобы сохранить значения температуры на концах θ_1 и θ'_1 прямую к концам искривляют, как показано на рисунке.

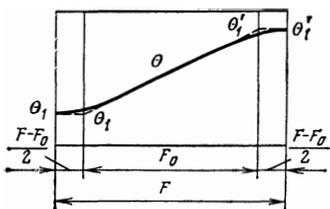


Рис. 184. Приближенное распределение температуры насадки в середине периода нагрева или охлаждения при $CT=C'T'$.

Полученную таким способом кривую можно лишь в первом приближении рассматривать в качестве распределения температуры насадки в середине периода нагрева или охлаждения. Поэтому, исходя из этого распределения, можно начинать применять конечно-разностный метод с расчета второй половины периода нагрева или охлаждения.

Учет температурной зависимости коэффициентов теплоотдачи и физических свойств. Если коэффициенты теплоотдачи и физические свойства не зависят от температуры, при применении конечно-разностных методов также рекомендуется вести расчет с безразмерными переменными, т. е. с приведенными независимыми переменными ξ и η , определяемыми уравнениями (542) и (543). Однако в дальнейшем конечно-разностные методы будут представлены в столь общем виде, что их можно будет легко применять даже при условии, что упомянутые величины изменяются с температурой. В частности, при высоких температурах коэффициенты теплоотдачи вследствие влияния излучения сильно зависят как от температуры газа, так и от температуры насадки. Но поскольку в рассматриваемом случае разности температуры между газом и насадкой можно оценить заранее, всегда удастся с достаточной точностью представить коэффициенты теплоотдачи как функцию одной температуры насадки. Кроме того, температурная зависимость коэффициентов теплоотдачи ослабляется за счет того, что они, как правило, появляются в форме \bar{a}/C или $\bar{a}df/dC_s$, т. е. делятся на величины, которые сами увеличиваются с температурой. Поэтому вполне достаточно на каждом шаге расчета использовать средние значения этих выражений, которые от шага к шагу изменяются лишь незначительно. Аналогично можно учесть и временную зависимость коэффициентов теплоотдачи, возникающую, например, вследствие изменения во времени массового расхода.

83. Метод Ламбертсона

Особенно простым является метод Ламбертсона [3.27]. Пусть через указанный на рис. 185 элемент насадки, имеющий поверхность Δf и теплоемкость ΔC_s , в течение интервала времени Δt движется поток газа с полной теплоемкостью $C\Delta t$. Газ входит в элемент насадки со средней температурой θ_1 и после нагревания покидает его со средней температурой θ_2 (рис. 185). Необходимое для этого количество теплоты отби-

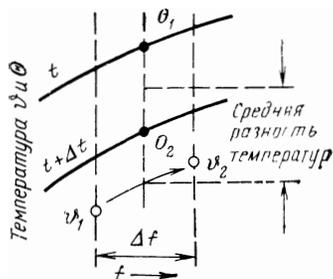


Рис. 185. Пояснение метода Ламбертсона.

рается от элемента насадки, который при этом охлаждается от средней начальной температуры Θ_1 до температуры Θ_2 . При этом для простоты вместо Θ_{m1} записано Θ_1 , а вместо Θ_{m2} — просто Θ_2 . Обе начальные температуры ϑ_1 и Θ_1 считаются заданными. Требуется найти конечные температуры ϑ_2 и Θ_2 .

В этом процессе газ воспринимает количество теплоты

$$\Delta Q = C \Delta t (\vartheta_2 - \vartheta_1). \quad (698)$$

Это же количество теплоты отбирается от насадки

$$\Delta Q = \Delta C_s (\Theta_1 - \Theta_2). \quad (699)$$

Перенос теплоты обусловлен средней разностью температур между насадкой и газом

$$\frac{\Theta_1 + \Theta_2}{2} - \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2}.$$

Поэтому для количества передаваемой теплоты справедливо также следующее соотношение:

$$\Delta Q = \frac{\alpha}{2} [(\Theta_1 + \Theta_2) - (\vartheta_1 + \vartheta_2)] \Delta f \Delta t. \quad (700)$$

Поскольку все выражения для ΔQ — (698) — (700) должны быть равны друг другу, получаем два уравнения, из которых определяются конечные температуры ϑ_1 и Θ_2 . В результате решения этих уравнений находим:

$$\vartheta_2 = \vartheta_1 + \frac{\Theta_1 - \vartheta_1}{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{C \Delta t}{\Delta C_s} \right) + \frac{C}{\alpha \Delta f}}; \quad (701)$$

$$\Theta_2 = \Theta_1 - \frac{C \Delta t}{\Delta C_s} \frac{\Theta_1 - \vartheta_1}{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{C \Delta t}{\Delta C_s} \right) - \frac{C}{\alpha \Delta f}}. \quad (702)$$

Путем последовательного пошагового применения уравнений (701) и (702) можно рассчитать полное распределение температур в регенераторе в течение периода охлаждения и соответственно периода нагрева. Нужно лишь задать или оценочно принять распределение температуры насадки в какой-либо момент времени. Должна быть также известна температура газа на входе в регенератор. При этом целесообразно сначала провести расчет для фиксированных моментов времени t и $t + \Delta t$ по всей длине регенератора и лишь затем переходить к следующему интервалу времени.

Занднер [3.41] показал, что с помощью метода Ламбертсона при достаточно большом числе соответственно малых шагов можно достигнуть высокой точности.

84. Преобразование дифференциальных уравнений в разностные и соответствующий графический метод расчета

Другие конечно-разностные методы, в частности графический метод и метод Уиллмотта (§ 85), основаны на том, что дифференциальные уравнения преобразуются в разностные и ищутся численные решения последних. Для упрощения записи обозначим среднюю температуру насадки через Θ вместо Θ_m , как и при рассмотрении метода Ламберт-

сона (§ 83). Тогда дифференциальные уравнения (537) и (539) принимают вид:

$$\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial f}\right)_t = \frac{\bar{\alpha}}{C} (\Theta - \vartheta); \quad (703)$$

$$\left(\frac{\partial \Theta}{\partial t}\right)_f = \frac{\bar{adf}}{dC_s} (\vartheta - \Theta). \quad (704)$$

Путем замены дифференциалов на конечные разности эти дифференциальные уравнения можно преобразовать в следующие разностные уравнения:

$$\frac{\Delta \vartheta}{\Delta f} = \frac{\bar{\alpha}}{C} (\Theta^* - \vartheta^*); \quad (705)$$

$$\frac{\Delta \Theta}{\Delta t} = \frac{\bar{adf}}{dC_s} (\vartheta^* - \Theta^*), \quad (706)$$

где Θ^* и ϑ^* — средние значения Θ и ϑ в интервале Δf и соответственно Δt .

Соответствующее преобразование дифференциального уравнения, содержащего только температуру насадки, будет рассмотрено в § 86.

Графический метод расчета. Автор [3.14] на основе разностных уравнений (705) и (706) разработал графический метод расчета ϑ и Θ . Хотя в настоящее время графические методы едва ли играют важную роль, все же кратко рассмотрим графическое определение ϑ по уравнению (705), поскольку это облегчит понимание рассматриваемых ниже численных методов.

Пусть распределение температуры насадки Θ к рассматриваемому моменту времени t известно. На рис. 186 оно изображено в зависимости от f сплошной линией. В отличие от этого пусть температура газа ϑ , показанная на рисунке штриховой линией, задана только вплоть до сечения $f=f_1$, в котором ее значение равно ϑ_1 . Требуется найти температуру газа ϑ_2 в сечении $f_2=f_1+\Delta f$. Чтобы найти ϑ_2 , определим сначала путем деления Δf пополам среднюю температуру насадки Θ^* . Через полученную таким образом точку проводим горизонтальную прямую на расстояние $C/\bar{\alpha}$ и найденную точку A соединяем с ϑ_1 . Точка пересечения этой соединительной прямой с вертикалью в сечении f_2 дает искомую температуру ϑ_2 . То, что полученная в результате построения схема удовлетворяет уравнению (705), следует из подобия заштрихованных по контуру треугольников.

Для расчета конечной температуры насадки также можно разработать соответствующий рис. 186 метод, который удовлетворяет уравнению (706). Применяя надлежащим образом то этот, то ранее рассмотренный метод, в принципе можно изобразить полное распределение температуры насадки и газа вплоть до любого момента времени t , если заданы начальная температура насадки и температура газа на входе. Однако при графическом способе расчета все же невозможно избежать применения метода последовательных приближений, как это описано в работе [3.14].

85. Метод Уиллмотта

Численный метод Уиллмотта создан по тому же принципу, что и рассмотренный выше графический метод [3.58]. Согласно этому методу неизвестные температуры газа и насадки можно рассчитать по уравнениям (705) и (706) без применения последовательных приближений.

Пусть на представленном на рис. 187 участке поверхности известны температуры кирпича и газа Θ_1, ϑ_1 и Θ_2, ϑ_2 для момента времени t , тогда как для момента $t + \Delta t$ известны только температуры Θ_3 и ϑ_3 в сечении f_1 . Температуры газа на рис. 187 не показаны. Требуется найти температуры Θ_4 и ϑ_4 в сечении $f_2 = f_1 + \Delta f$ и в момент времени $t + \Delta t$.

В соответствии с рис. 186 для температур ϑ_3 и ϑ_4 в момент $t + \Delta t$ можно принять:

$$\Delta\vartheta = \vartheta_4 - \vartheta_3;$$

$$\Theta^* = \frac{1}{2}(\Theta_3 + \Theta_4); \quad \vartheta^* = \frac{1}{2}(\vartheta_3 + \vartheta_4).$$

Подставляя эти соотношения в уравнение (705), получаем:

$$\vartheta_4 = \vartheta_3 + \frac{\Theta_3 + \Theta_4 - 2\Theta_3}{\frac{2C}{\alpha\Delta f} + 1}. \quad (707)$$

Аналогично если для сечения f_2 и интервала времени Δt положим

$$\Delta\Theta = \Theta_4 - \Theta_3; \quad \vartheta^* = \frac{1}{2}(\vartheta_3 + \vartheta_4); \quad \Theta^* = \frac{1}{2}(\Theta_3 + \Theta_4),$$

то из уравнения (706) получим:

$$\Theta_4 = \Theta_3 + \frac{\vartheta_3 + \vartheta_4 - 2\vartheta_3}{\frac{2}{\alpha\Delta t} \frac{dC_s}{df} + 1}. \quad (708)$$

Согласно Уиллмотту уравнения (707) и (708) определяют неизвестные температуры ϑ_4 и Θ_4 . Исключая из них ϑ_4 , получим для Θ_4 соотношение

$$\Theta_4 = \frac{\left(\frac{2C}{\alpha\Delta f} + 1\right) \left[\vartheta_3 + \left(\frac{2}{\alpha\Delta t} \frac{dC_s}{df} - 1\right) \Theta_3 \right] + \left(\frac{2C}{\alpha\Delta f} - 1\right) \vartheta_3 + \Theta_3}{\left(\frac{2C}{\alpha\Delta f} + 1\right) \left(\frac{2}{\alpha\Delta t} \frac{dC_s}{df} + 1\right) - 1}. \quad (709)$$

Как только по этому уравнению будет рассчитана температура кирпича Θ_4 для рассматриваемого шага, по уравнению (707) можно получить соответствующее значение температуры газа ϑ_4 . Для этого метода характерно, что на каждом шаге нужно определять обе эти температуры.

Дальнейшее развитие метода Уиллмотта¹. Еще одна особенность метода Уиллмотта состоит в том, что оба шага расчета согласно уравнениям (707) и (708) относятся

¹ Еще не опубликованный анализ автора.

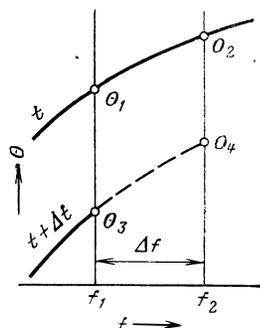


Рис. 187. К расчетному определению температур газа и насадки. Температуры газа не показаны.

к нижней и правой границам контура интервала, показанного на рис. 187. Средние значения температур и их производных, используемые при выводе уравнений, также относятся к этим частям контура. При этом влияние температур ϑ_1 и Θ_1 в точке (f, t) на рис. 187 не учитывается. Следует ожидать, что точность метода можно повысить за счет образования в пределах поверхности интервала по возможности наилучших средних значений всех величин. Средние значения по всем четырем угловым точкам интервала:

$$\Theta^* = \frac{1}{4} (\Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3 + \Theta_4); \quad \vartheta^* = \frac{1}{4} (\vartheta_1 + \vartheta_2 + \vartheta_3 + \vartheta_4).$$

Кроме того, в направлении координаты f

$$\Delta\vartheta = \frac{1}{2} [(\vartheta_2 + \vartheta_4) - (\vartheta_1 + \vartheta_3)],$$

а в направлении координаты t

$$\Delta\Theta = \frac{1}{2} [(\Theta_3 + \Theta_4) - (\Theta_1 + \Theta_2)].$$

Подставляя эти значения в уравнения (705) и (706) и обозначая для сокращения записи

$$\frac{\bar{\alpha}}{C} \Delta f = \Delta\xi \quad \text{и} \quad \frac{\bar{\alpha} df}{dC_s} \Delta t = \Delta\eta \quad [\text{см. уравнения (542) и (543)}], \quad \text{получаем:}$$

$$\vartheta_4 = \frac{\Delta\xi}{2 + \Delta\xi} (\Theta_1 + \Theta_2 + \Theta_3 + \Theta_4) + \frac{2 - \Delta\xi}{2 + \Delta\xi} (\vartheta_1 + \vartheta_3) - \vartheta_2; \quad (707a)$$

$$\Theta_4 = \frac{\Delta\eta}{2 + \Delta\eta} (\vartheta_1 + \vartheta_2 + \vartheta_3 + \vartheta_4) + \frac{2 - \Delta\eta}{2 + \Delta\eta} (\Theta_1 + \Theta_2) - \Theta_3. \quad (708a)$$

Таким образом, оба эти уравнения могут применяться вместо уравнений (707) и (708). По ним, как и по уравнениям (707) и (708), можно непосредственно вычислить ϑ_4 и Θ_4 . Но можно и исключить ϑ_4 из обоих уравнений, в результате чего получим:

$$\Theta_4 = \frac{\frac{4}{2 + \Delta\xi} \frac{\Delta\eta}{2 + \Delta\eta} (\vartheta_1 + \vartheta_3) + \left[\frac{2 - \Delta\eta}{2 + \Delta\eta} + \frac{\Delta\xi}{2 + \Delta\xi} \frac{\Delta\eta}{2 + \Delta\eta} \right] (\Theta_1 + \Theta_2)}{1 - \frac{\Delta\xi}{2 + \Delta\xi} \frac{\Delta\eta}{2 + \Delta\eta}} - \Theta_3. \quad (709a)$$

Значительно более простые уравнения, лишь с немного меньшей точностью, получаются, если средние температуры насадки и газа во всем интервале определять по формулам

$$\Theta^* = \frac{1}{2} (\Theta_2 + \Theta_3); \quad \vartheta^* = \frac{1}{2} (\vartheta_2 + \vartheta_3).$$

Если эти зависимости совместно с только что полученными выражениями для $\Delta\vartheta$ и $\Delta\Theta$ подставить в разностные уравнения (705) и (706), то получатся соотношения

$$\vartheta_4 = \vartheta_1 - (1 + \Delta\xi)\vartheta_2 + (1 - \Delta\xi)\vartheta_3 + \Delta\xi(\Theta_2 - \Theta_3); \quad (707b)$$

$$\Theta_4 = \Theta_1 + (1 - \Delta\eta)\Theta_2 - (1 + \Delta\eta)\Theta_3 + \Delta\eta(\vartheta_2 + \vartheta_3). \quad (708b)$$

С помощью уравнений (707) и (708) Уиллмоттом и Бернсом [3.66] исследована реакция регенераторов на внезапное изменение температуры одного из газов на входе

86. Определение только средней температуры насадки

Часто и прежде всего при определении установившегося состояния путем просчета сравнительно большого числа последовательных периодов достаточно сначала найти только распределение температуры насадки. Для этого можно использовать рассматриваемый ниже метод [3.14], который, как показывает опыт автора, значительно эффектив-

нее, чем графический метод с использованием рис. 186, или метод Уиллмотта. Метод автора, рассмотренный ниже, позволяет при той же точности выбирать значительно большие шаги. Температуру газа определяют дополнительно по рис. 186 или уравнению (707) лишь в том случае, если ее требуется найти по условию задачи.

В рассматриваемом конечно-разностном методе исходят из дифференциального уравнения (548), содержащего только температуру насадки. В размерной форме это уравнение можно записать в виде

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial f \partial t} + \bar{\alpha} \frac{df}{dC_s} \frac{\partial \Theta}{\partial f} + \frac{\bar{\alpha}}{C} \frac{\partial \Theta}{\partial t} = 0, \quad (710)$$

что следует также из уравнений (537) и (538).

В уравнении (710) $\Theta = \Theta_m$ — средняя по поперечному сечению температура кирпича.

Для рассматриваемого шага, как и на рис. 187, в момент t известны температуры Θ_1 и Θ_2 , а в момент $t + \Delta t$ — температура Θ_3 . Требуется найти температуру насадки Θ_4 в сечении f_2 в момент $t + \Delta t$. Для определения Θ_4 преобразуем дифференциальное уравнение (710) в разностное. Примем, что

$$\frac{\partial \Theta}{\partial f} = \frac{1}{2} \left(\frac{\Theta_2 - \Theta_1}{\Delta f} + \frac{\Theta_4 - \Theta_3}{\Delta f} \right); \quad (711)$$

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t} = \frac{1}{2} \left(\frac{\Theta_3 - \Theta_1}{\Delta t} + \frac{\Theta_4 - \Theta_2}{\Delta t} \right); \quad (712)$$

$$\frac{\partial^2 \Theta}{\partial f \partial t} = \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{\Theta_4 - \Theta_3}{\Delta f} - \frac{\Theta_2 - \Theta_1}{\Delta f} \right). \quad (713)$$

Подставив эти выражения в уравнение (710), получим:

$$\Theta_4 = \Theta_1 + \frac{(\Theta_2 + \Theta_3 - 2\Theta_1) + \frac{\bar{\alpha}}{2} \left[\frac{\Delta f}{C} - \frac{df}{dC_s} \Delta t \right] (\Theta_2 - \Theta_3)}{1 + \frac{\bar{\alpha}}{2} \left[\frac{\Delta f}{C} + \frac{df}{dC_s} \Delta t \right]}. \quad (714)$$

Это уравнение определяет искомую температуру Θ_4 . Шаги Δf и Δt можно выбирать произвольно, однако рекомендуется значения как Δf , так и Δt принимать одинаковыми. Только вблизи от входного сечения, т. е. от $\xi = 0$ до примерно $\xi = \bar{\alpha} f / C = 5$ целесообразно выбирать половинные шаги, поскольку в этой области графики распределения температуры имеют наибольшую кривизну.

Уравнение (714) можно с хорошим приближением применять и тогда, когда $\bar{\alpha}/C$ и $\bar{\alpha} df/dC_s$ зависят от температуры, а при известных условиях и от времени. В этих случаях для отдельных интервалов выбирают подходящие средние значения, которые в пределах интервала считаются постоянными, а изменяются лишь от интервала к интервалу. Обычно в качестве средних хорошо использовать значения $\bar{\alpha}/C$ и $\bar{\alpha} df/dC_s$ при температуре Θ_1 (рис. 187), так как Θ_1 и Θ_4 обычно различаются незначительно. В сомнительных случаях получают, по-видимому, еще лучшие средние значения, если выбирать их при температуре $(1/2)(\Theta_2 + \Theta_3)$.

В случае постоянных коэффициентов теплоотдачи и физических свойств, когда удобно вести расчет с безразмерными независимыми пе-

ременными ξ и η , можно, записав уравнения (542) и (543) в форме

$$\frac{\bar{\alpha}}{C} \Delta f = \Delta \xi \quad \text{и} \quad \frac{\bar{\alpha} df}{dC_s} \Delta t = \Delta \eta, \quad (715)$$

привести уравнение (714) к виду

$$\theta_4 = \theta_1 + \frac{2(\theta_2 + \theta_3 - 2\theta_1) + (\Delta \xi - \Delta \eta)(\theta_2 - \theta_3)}{2 + \Delta \xi + \Delta \eta}. \quad (716)$$

Общий метод расчета, основанный на уравнении (714), можно еще более упростить, если принять, что

$$\Delta t = \frac{dC_s}{Cd\bar{f}} \Delta f. \quad (717)$$

Тогда уравнение (714) переходит в соотношение

$$\theta_4 = \theta_1 + \frac{\theta_2 + \theta_3 - 2\theta_1}{1 + \frac{\bar{\alpha}}{C} \Delta f}. \quad (718)$$

Это уравнение можно решить не только численно, но и *графически*, как это будет показано на рис. 209 для специального случая «влажного» регенератора. Для представления уравнения (718) этим графиком следует принять только, что $\varepsilon=1$, $d\varphi''/d\theta=0$ (см. § 95) и учесть значение $\Delta \xi$ в соответствии с уравнением (542).

В безразмерном представлении уравнение (717) равносильно соотношению $\Delta \xi = \Delta \eta$. Это условие автор ввел еще в 1931 г. [3.14] для того, чтобы осуществить упомянутый графический метод расчета в соответствии с рис. 209. Отмена этого условия сразу же ведет к уравнению (714) или (716) [3.19]. Соотношение, по существу идентичное с уравнением (716), получили также Саундерс и Смоленич [3.42] и Аллен [3.2].

Точность метода конечных разностей, описываемого уравнениями (714) и (718). Содержащееся в начале этого параграфа утверждение, что метод конечных разностей, описываемый уравнениями (714) и (718), даже при сравнительно больших шагах позволяет достаточно точно определить температуру насадки, можно подтвердить на основании следующих соображений. Распределение температуры насадки θ в безразмерных координатах определяется дифференциальным уравнением (548). Наиболее общее решение этого дифференциального уравнения, содержащее квадраты аргументов и произвольные постоянные a , b и c , имеет вид:

$$\theta = c + a\xi + b\eta + \frac{a+b}{2} (\xi + \eta)^2. \quad (719)$$

То, что это уравнение действительно является наиболее общим решением такого рода, можно легко показать, подставив выражение

$$\theta = c + a\xi + b\eta + d\xi^2 + e\xi\eta + f\eta^2$$

в дифференциальное уравнение (548).

Уравнение (719) позволяет проверить точность различных конечно-разностных методов. При этом лучшим следует признать такой метод, который при заданной величине шага позволяет получить с наименьшим отклонением распределение температур, описываемое уравнением (719). Тем самым определенный конечно-разностный метод можно оценить, если исходя из произвольно задаваемых температур θ_1 , θ_2 и θ_3 рассчитать искомую температуру θ_4 сначала этим методом, а затем — по уравнению (719). При этом шаги как $\Delta \xi$, так и $\Delta \eta$ при расчете должны быть одинаковыми.

Для упрощения расчета расположим начало системы координат $\xi=0$ и $\eta=C$ в точке (f_1, t) с температурой θ_1 (рис. 187). Тогда согласно уравнению (719) получаем следующие зависимости для θ_1 , θ_2 и θ_3 :

$$\theta_1 = c;$$

$$\theta_2 = c + a\Delta \xi + \frac{a+b}{2} (\Delta \xi)^2; \quad \theta_3 = c + b\Delta \eta + \frac{a+b}{2} (\Delta \eta)^2.$$

Подставив эти выражения в уравнение (716), получим конечно-разностное соотношение для θ_4 . Но и уравнение (719) также дает соотношение для θ_4 при $\xi = \Delta \xi$ и $\eta = C - \Delta \eta$, т. е. для конечной точки $(f_2, t + \Delta t)$ рассматриваемого интервала. Сравнение показывает, что оба эти соотношения полностью совпадают. Таким образом, решение

дифференциального уравнения в виде полинома второй степени может быть точно получено с помощью только что описанного конечно-разностного метода независимо от размера шагов $\Delta\xi$ и $\Delta\eta$.

Если ограничиться рассмотрением очень часто встречающегося и значительно более простого для анализа случая $\Delta\xi = \Delta\eta$, то согласно недавнему исследованию, которое еще предполагается опубликовать, оказывается, что и описанный в § 85 конечно-разностный метод Уиллмотта точно соответствует упомянутому решению в виде полинома второй степени. Для противоточного регенератора большая часть графиков распределения температуры, показанных на рис. 166 для периода охлаждения в установившемся состоянии, соответствует решению в виде полинома второй степени. Только вблизи от места входа холодного газа при $\xi = 0$ в начале периода охлаждения наблюдаются отклонения от этого решения, а следовательно, и погрешности, которые для метода Хаузена примерно вдвое больше, чем для метода Уиллмотта. Их можно выровнять, если вблизи от этого места выбирать при использовании метода Хаузена размер шага меньше, чем при больших значениях ξ и η . Однако время счета по методу Хаузена меньше, так как уравнение (718) проще, чем оба уравнения Уиллмотта (707) и (709), при $\Delta\xi = \Delta\eta$, и, кроме того, не нужно вычислять температуру газа.

87. Точный расчет температуры кирпича методом конечных разностей

Уиллмотт [3.61] и Шеллман [3.48], а позднее Манрик и Карденас [3.32] независимо друг от друга разработали методы, позволяющие рассчитать не только температуру газа и среднюю температуру кирпича, но одновременно и локальное распределение температуры по поперечному сечению кирпича. В отличие от рис. 128, 141, 143, 148 и 149, на которых показано это распределение температуры для нулевой собственной функции, конечно-разностные методы Уиллмотта и Шеллмана справедливы вплоть до концов регенератора, где весьма существенное влияние оказывают высшие собственные функции. Тем самым и распределение температуры газа во времени правильно для любого момента времени в продолжение периода.

Коэффициенты теплоотдачи α и α' и физические свойства будем считать не зависящими от температуры, а массовые расходы газов постоянными. Поэтому независимо от самих температур расчет можно вести в безразмерных величинах. В качестве безразмерных величин в соответствии с уравнением (542) вновь используем приведенную продольную координату ξ в направлении течения и приведенное время η , однако вместо $\bar{\alpha}$ используем действительный коэффициент теплоотдачи α . Пусть насадка изготовлена из параллельных плоских пластин толщиной δ . Расстояние точки в поперечном сечении кирпича от его поверхности в направлении, перпендикулярном к направлению потока газа, обозначим через z . Соответствующее безразмерное расстояние введем согласно соотношению

$$\zeta = \sqrt{\frac{\alpha}{a} \frac{df}{dC_s}} z = \sqrt{\frac{\gamma\alpha}{\lambda_s \delta}} z, \quad (720)$$

где a — температуропроводность; λ_s — теплопроводность материала насадки.

Используя эти безразмерные величины, получаем следующие дифференциальные уравнения и краевые условия.

Дифференциальное уравнение теплопроводности для кирпича

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \quad (721)$$

переходит в соотношение

$$\frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2}. \quad (722)$$

Для оси кирпича при $z=\delta/2$ из условия симметрии следует, что

$$\frac{\partial \theta}{\partial \zeta} = 0 \text{ при } \zeta = \sqrt{\frac{\alpha \delta}{2\lambda_s}}. \quad (723)$$

На поверхности кирпича ($\zeta=0$) с температурой θ_0 должно выполняться граничное условие

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{\alpha}{\lambda_s} (\theta_0 - \vartheta) \text{ при } z=0, \quad (724)$$

которое в безразмерной форме имеет вид:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \zeta} = \sqrt{\frac{\alpha \delta}{2\lambda_s}} (\theta_0 - \vartheta) \text{ при } \zeta=0. \quad (725)$$

Температура газа ϑ в направлении течения изменяется в соответствии с соотношением

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial \xi} = \theta_0 - \vartheta. \quad (726)$$

Для простоты предположим, что в периоды нагрева и охлаждения газы входят в регенератор со следующими температурами:

$$\vartheta(\xi=0, \eta)=1 \text{ при } 0 \leq \eta \leq \Pi; \quad (727)$$

$$\vartheta'(\xi'=0, \eta')=-1 \text{ при } 0 \leq \eta' \leq \Pi'. \quad (728)$$

Штрихованные значения относятся к периоду охлаждения.

Если величины выбранных шагов обозначить через $\Delta \zeta$, $\Delta \xi$ и $\Delta \eta$, то произвольная точка в трехмерном пространстве определяется координатами $\zeta=i\Delta \zeta$; $\xi=j\Delta \xi$ и $\eta=k\Delta \eta$. В дальнейшем для простоты будем обозначать эту точку через i, j, k . Пусть в момент $\eta=k\Delta \eta$ известны все температуры насадки и газа, а в момент $\eta+\Delta \eta=(k+1)\Delta \eta$ — только температуры до поперечного сечения $\xi=j\Delta \xi$. В результате расчета требуется определить все температуры в сечении $j+1$ в момент $k+1$. Поскольку за исключением особо оговариваемых случаев все температуры относятся к сечению $j+1$, индекс $j+1$ будем опускать.

Для того чтобы преобразовать дифференциальное уравнение теплопроводности (722) в разностное уравнение, положим:

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta}\right)_{i, k+1/2} = \frac{\Delta \theta}{\Delta \eta} = \frac{1}{\Delta \eta} (\theta_{i, k+1} - \theta_{i, k}); \quad (729)$$

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial \zeta}\right)_{i+1/2, k} = \frac{1}{\Delta \zeta} (\theta_{i+1, k} - \theta_{i, k});$$

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial \zeta}\right)_{i-1/2, k} = \frac{1}{\Delta \zeta} (\theta_{i, k} - \theta_{i-1, k})$$

и, следовательно,

$$\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2}\right)_{i, k} = \frac{1}{\Delta \zeta^2} (\theta_{i+1, k} + \theta_{i-1, k} - 2\theta_{i, k}).$$

Соответствующее выражение получаем и для момента $k+1$. Образовав из этих выражений среднее, находим:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial \zeta^2}\right)_{i, k+1/2} &= \frac{1}{2\Delta \zeta^2} [\theta_{i+1, k+1} + \theta_{i-1, k+1} - 2\theta_{i, k+1} + \\ &+ \theta_{i+1, k} + \theta_{i-1, k} - 2\theta_{i, k}]. \end{aligned} \quad (730)$$

Согласно дифференциальному уравнению (722) уравнение (730) нужно приравнять к выражению (729) для $(\partial\Theta/\partial\eta)_{i,k+1/2}$. Тогда, обозначив $p=\Delta\eta/\Delta\xi^2$, получим:

$$\begin{aligned} p\Theta_{i+1, k+1} - (2p+2)\Theta_{i, k+1} + p\Theta_{i-1, k+1} + \\ + p\Theta_{i+1, k} - (2p-2)\Theta_{i, k} + p\Theta_{i-1, k} = 0. \end{aligned} \quad (731)$$

Это уравнение вывели независимо друг от друга Уиллмott и Шеллман. Одновременно они указали на то, что его еще в 1947 г. получили Кранк и Никольсон [3.7]. Кроме того, Уиллмott упоминает работу Митчела и Пирса [3.33], согласно которой лишь с помощью сравнительно небольшого изменения последнего уравнения по крайней мере в одном специальном случае можно достигнуть очень высокой точности. Однако из этого же численного примера следует, что точность метода Кранка—Никольсона тоже очень высока и вполне достаточна во всех практических случаях.

Заменой приведенных в дифференциальной форме уравнений (725) и (726) соответствующими разностными уравнениями получаем следующие соотношения.

Пусть расстояние от поверхности до оси кирпича ($z=\delta/2$) разделено на m интервалов шириной $\Delta\xi$. Тогда уравнение (723) можно представить в виде

$$\Theta_{m+1, k+1} = \Theta_{m-1, k+1}. \quad (732)$$

Уравнение (725) переходит в соотношение

$$\frac{\Theta_{1, k+1} - \Theta_{-1, k+1}}{\Delta\xi} = \sqrt{\frac{\alpha}{\lambda_s}} \frac{\delta}{2} (\Theta_{0, k+1} - \vartheta_{k+1}), \quad (733)$$

а уравнение (726), для которого, как уже отмечалось, рассматривается и сечение $\xi=j\Delta\xi$, переходит в зависимость

$$\frac{\vartheta_{j+1, k+1} - \vartheta_{j, k+1}}{\Delta\xi} = \frac{1}{2} [(\Theta_0)_{j+1, k+1} + (\Theta_0)_{j, k+1} - \vartheta_{j+1, k+1} - \vartheta_{j, k+1}]. \quad (734)$$

Приведенные линейные уравнения (731)—(734) определяют в сечении $\xi=(j+1)\Delta\xi$ в момент времени $\eta=(k+1)\Delta\eta$ $m+3$ неизвестные температуры насадки от $\Theta_{-1, k+1}$ до $\Theta_{m+1, k+1}$ и неизвестную температуру газа $\vartheta_{j+1, k+1}$, т. е. всего $m+4$ неизвестных. Столько же имеется и уравнений. Действительно, уравнения (731) можно записать для всех значений от $i=0$ до $i=m$, в результате получим $m+1$ уравнений. К ним присоединяются еще три уравнения (732)—(734). Эту систему линейных уравнений можно решить известными методами. Однако Уиллмott показал, как ее целесообразно предварительно несколько преобразовать.

Если полученные результаты хотя бы сравнить с результатами упрощенного расчета с использованием α и α' , следует обратить внимание на то, что в соответствии с только что описанным методом при $f=F$ и $t=T$ получаются выражения $\alpha F/C$ и $2\alpha T/\rho c \delta$, которые не равны $\Lambda = \alpha F/C$ и $\Pi = 2\alpha T/\rho c \delta$, определяемым уравнениями (546) и (547). Для того чтобы получить приведенную длину Λ и приведенную продолжительность периода Π , нужно еще полученные выражения умножить на $\bar{\alpha}/\alpha$.

Сравнительные расчеты, приведенные прежде всего Шеллманом, показали, что с помощью простого метода, изложенного в § 86, удается

достаточно точно рассчитать распределение средней температуры кирпича в зависимости от ξ и η . Как на основе этих результатов с очень хорошим приближением найти также изменение температуры газа во времени, уже было показано в § 64.

88. Регенераторы с изменяющимся массовым расходом теплоносителя

При обычной работе регенераторов газ выходит из регенератора в течение каждого периода с изменяющейся во времени температурой. Однако в некоторых случаях, например, при их работе в доменных печах, желательно иметь практически постоянную температуру нагретого в регенераторе воздуха или другого газа.

На современных установках колебания температуры поступающего в доменную печь нагретого воздуха удается уменьшить почти наполовину за счет так называемого «ступенчатого дутья» с двумя парами воздухонагревателей. При этом переключение обеих пар регенераторов смещено относительно друг друга на половину дутьевого периода и выходящий из них воздух после смешения поступает в доменную печь.

Согласно другому, обычно применяющемуся в настоящее время методу условие постоянства температуры дутья пытаются выполнить за счет того, что к выходящему из воздухонагревателя горячему воздуху подмешивают переменное количество холодного воздуха. Соответствующим регулированием мгновенного количества воздуха, проходящего через воздухонагреватель, и подмешиваемого холодного воздуха можно добиться того, что в доменную печь непрерывно поступает дутье с постоянным массовым расходом и постоянной температурой. Ниже будет показано, как рассчитать процессы в регенераторе при таком характере изменения массового расхода.

Определение требуемого изменения расхода во времени будет рассмотрено лишь в следующем параграфе. Сначала будем полагать, что изменение во времени проходящего через регенератор количества воздуха известно. При применении конечно-разностного метода расчета, рассмотренного в § 86, в котором используется коэффициент теплоотдачи $\bar{\alpha}$, отнесенный к средней температуре кирпича, изменение расхода можно учесть, используя для каждого интервала времени среднее значение расхода. Это значение изменяется от одного интервала времени к другому. Поэтому в зависимости от скорости потока в уравнение (714) нужно подставлять изменяющиеся значения $\bar{\alpha}$ и C .

Аналогичные изменения можно внести и в метод Уиллмотта (§ 85), который в этом случае следовало бы соответственно развить. Однако Уиллмонт разработал с этой целью особый метод [3.59, 3.60], который все же исходит из основных принципов его метода, рассмотренного в § 85. Он ведет расчет уже не со средними значениями $\bar{\alpha}$ и C , а с точными значениями этих величин в показанных на рис. 187 точках (f_2, t) , $(f_1, t + \Delta t)$ и $(f_2, t + \Delta t)$ при соответствующих скоростях и физических свойствах в этих точках. Если обозначить выражения, относящиеся к указанным точкам, индексами 2, 3 и 4, то уравнения (537) и (539) можно преобразовать в следующие разностные уравнения:

$$\vartheta_4 = \vartheta_3 + \frac{\Delta f}{2} \left[\left(\frac{\bar{\alpha}}{C} \right)_3 (\vartheta_3 - \vartheta_3) + \left(\frac{\bar{\alpha}}{C} \right)_4 (\vartheta_4 - \vartheta_4) \right]; \quad (735)$$

$$\theta_4 = \theta_2 + \frac{\Delta t}{2} \left[\left(\frac{\bar{\alpha} df}{dC_s} \right)_2 (\vartheta_2 - \theta_2) + \left(\frac{\bar{\alpha} df}{dC_s} \right)_4 (\vartheta_4 - \theta_4) \right]. \quad (736)$$

С учетом обозначений

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta f}{2} \left(\frac{\bar{\alpha}'}{C} \right)_3 &= A_3; & \frac{\Delta f}{2} \left(\frac{\bar{\alpha}}{C} \right)_4 &= A_4; \\ \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\bar{\alpha} df}{dC_s} \right)_2 &= B_2; & \frac{\Delta t}{2} \left(\frac{\bar{\alpha} df}{dC_s} \right)_4 &= B_4 \end{aligned} \right\} \quad (737)$$

уравнения (735) и (736) принимают вид:

$$\vartheta_4 = \vartheta_3 + A_3(\Theta_3 - \vartheta_3) + A_4(\Theta_4 - \vartheta_4); \quad (738)$$

$$\Theta_4 = \Theta_2 + B_2(\vartheta_2 - \Theta_2) + B_4(\vartheta_4 - \Theta_4). \quad (739)$$

Решая уравнение (738) относительно ϑ_4 , а уравнение (739) относительно Θ_4 , находим:

$$\vartheta_4 = \frac{(1 - A_3)\vartheta_3 + A_3\Theta_3 + A_4\Theta_4}{1 + A_4}; \quad (740)$$

$$\Theta_4 = \frac{(1 - B_2)\Theta_2 + B_2\vartheta_2 + B_4\vartheta_4}{1 + B_4}. \quad (741)$$

И, наконец, подставив уравнение (740) в (741), окончательно получим:

$$\Theta_4 = \frac{(1 + A_4)[(1 - B_2)\Theta_2 + B_2\vartheta_2] + B_4[(1 - A_3)\vartheta_3 + A_3\Theta_3]}{1 + A_4 + B_4}. \quad (742)$$

Величины A_3 и B_2 можно рассчитать заранее по уравнениям (737). В отличие от этого для определения A_4 и B_4 нужно сначала принять оценочные значения Θ_4 и ϑ_4 , например, положить эти температуры равными Θ_1 и ϑ_1 или лучше равными $(1/2)(\Theta_2 + \Theta_3)$ и $(1/2)(\vartheta_2 + \vartheta_3)$. В качестве первого приближения можно было бы использовать значения $A_4 = (1/2)(A_2 + A_3)$ и $B_4 = (1/2)(B_2 + B_3)$. Тогда для рассматриваемого шага Θ_4 определяют по уравнению (742), а ϑ_4 — по уравнению (740), если принятые предварительно значения A_4 и B_4 не нужно дополнительно корректировать.

Уиллмотт, который вывел эти уравнения в довольно сложной форме, предложил вместо оценочного задания Θ_4 и ϑ_4 следующий путь. Сначала упрощенным конечно-разностным методом просчитывается ряд периодов при постоянном расходе, по возможности более близком к среднему значению от действительного переменного расхода, до тех пор, пока с достаточной точностью не достигается строго периодическое установившееся состояние. Найденное таким способом распределение температуры может быть использовано в качестве исходного для расчета процесса при переменном расходе по уравнениям (742) и (740). С помощью этого распределения находят значения A_3 , A_4 , B_2 и B_4 для каждого шага, которые используются для расчета первого из последующих периодов. Для каждого следующего периода получается измененное распределение температуры с новыми значениями A_3 , ..., B_4 , используемыми для расчета следующего периода. В результате такого расчета для достаточно большого числа периодов окончательно получают искомое распределение температуры в установившемся состоянии при заданном переменном расходе.

Определение временной зависимости переменного расхода. При практическом применении только что описанного метода почти всегда возникает еще одна трудность, заключающаяся в том, что заранее неизвестно, как изменятся расход во времени. Более того, часто требуется, чтобы к выходящему из регенератора потоку воздуха с переменной тем-

пературой ϑ_2 в каждый момент времени подмешивалось такое количество холодного воздуха, чтобы получался постоянный массовый расход \dot{m}^* с постоянной температурой ϑ^* . Как правило, нагреваемый в регенераторе воздух (расход \dot{m}) и подмешиваемый к нему воздух (расход $\dot{m}^* - \dot{m}$) поступают из одного и того же источника и поэтому вначале имеют одинаковую температуру ϑ_1 . Следовательно, упомянутое требование при не зависящей от температуры теплоемкости воздуха можно выразить в виде следующего уравнения:

$$\dot{m}(\vartheta_2 - \vartheta_1) = \dot{m}^*(\vartheta^* - \vartheta_1). \quad (743)$$

Таким образом, расчет регенератора следует вести так, чтобы в каждый момент выполнялось это уравнение. Кроме того, для надежности в конце периода температура ϑ_2 должна оставаться еще несколько выше, чем ϑ^* . Для определения конечного значения ϑ_2 можно, например, принять, что в конце периода должно подмешиваться холодного воздуха еще 5% общего потока \dot{m}^* , т. е. что $(\dot{m})_{\text{кон}} = 0,95\dot{m}^*$, а следовательно, $0,95(\vartheta_2 - \vartheta_1) = \vartheta^* - \vartheta_1$.

Определение изменения расхода во времени согласно Уиллмотту [3.60] нужно вести следующим образом. После просчета нескольких периодов упрощенным методом для постоянного расхода начинают уточненный расчет, вводя предположение о характере изменения расхода во времени, например, принимают, что в течение периода охлаждения \dot{m} увеличивается линейно от $0,75\dot{m}^*$ до $0,95\dot{m}^*$. В результате расчета периода получают определенное изменение во времени температуры газа на выходе ϑ_2 . Тогда согласно уравнению (743) можно сразу же найти несколько другой график изменения расхода \dot{m} . С его помощью просчитывается следующий период. Двигаясь таким образом от периода к периоду, после каждого периода получают уточненное определение не только температуры, но и расхода газа. Расчет заканчивается, когда различие распределений температур в конце двух последовательных периодов становится пренебрежимо малым.

89. Упрощенное определение временной зависимости переменного расхода

С помощью описанного в § 88 метода можно с высокой точностью определить кривую изменения во времени переменного расхода в установившемся состоянии регенератора. Однако Хаузен показал (3.20), что изменение во времени массового расхода и температуры на выходе ϑ_2 можно определить значительно проще и быстрее и в то же время достаточно точно путем соответствующего пересчета полученного изменения температуры воздуха на выходе при постоянном его расходе. Это подтверждается расчетом ошибок, который будет приведен после описания этого способа. Но даже если в каком-то случае точность недостаточна, результат пересчета по крайней мере является хорошим исходным пунктом для уточненного расчета методом, рассмотренным в § 88.

Описываемый способ пересчета исходит из приближенно справедливого соотношения между временным изменением расхода и изменением коэффициента теплоотдачи. Пусть вновь α — это коэффициент теплоотдачи, отнесенный к средней температуре кирпича Θ , а $\dot{m} = dm/dt$ — мгновенный массовый расход через регенератор. Кроме того, пусть $(\Theta - \vartheta)_M$ представляет собой среднее по всей длине регенератора значение $\Theta - \vartheta$, устанавливающееся к определенному времени. Тогда за очень

короткий отрезок времени в регенераторе передается количество теплоты

$$dQ = \bar{\alpha} F (\theta - \vartheta)_M dt = \bar{m} c_p (\vartheta_2 - \vartheta_1) dt. \quad (744)$$

Из этого уравнения видно, что отношение передаваемого количества теплоты dQ к количеству проходящего через регенератор газа $\bar{m} dt$ при заданных температурах определяется отношением $\bar{\alpha}/\bar{m}$.

Насколько сильно может изменяться сам расход \bar{m} , следует из сообщения Кессельса [3.26] о результатах измерений на большом числе воздухонагревателей и численных примеров Уиллмотта [3.59, 3.60]. Согласно их данным ожидаемые отклонения расхода воздуха в начале и конце дутьевого периода от среднего значения M составляют максимум $\pm 25\%$, а обычно они меньше 10% . Коэффициент теплоотдачи пропорционален скорости потока, а следовательно, и расходу в степени примерно от 0,7 до 0,8. Если вести расчет с показателем степени 0,75, то $\bar{\alpha}/\bar{m}$ изменяется пропорционально $(\bar{m})^{-0,25}$. Следовательно, за счет отклонения расхода от его среднего значения на 25% $\bar{\alpha}/\bar{m}$ изменяется примерно на 6—7%. Отклонение расхода на 10% обуславливает изменение $\bar{\alpha}/\bar{m}$ на 2,5%.

Таким образом, мы не совершим большой ошибки, если будем считать $\bar{\alpha}/\bar{m}$ постоянной величиной. При этом следует учитывать, что в течение большей части времени отклонения меньше, чем в начале и конце периода, и, кроме того, во второй половине периода они имеют противоположный по сравнению с первой половиной знак. Этот анализ строго справедлив также для действительного коэффициента теплоотдачи α , тогда как $\bar{\alpha}$ зависит от \bar{m} еще слабее.

Допущение, что $\bar{\alpha}/\bar{m} = \text{const}$, приводит к следующему выводу. Если расход меньше, чем средний за период, то при $\bar{\alpha}/\bar{m} = \text{const}$ и коэффициент теплоотдачи меньше во столько же раз. Поэтому отношение передаваемого количества теплоты к расходу остается неизменным. Однако для протекания процесса нужно больше времени, поскольку скорость потока и теплоперенос замедляются. Несмотря на это, данному частичному расходу газа через регенератор соответствует такое же изменение количества передаваемой теплоты, а значит, и одинаковое изменение ϑ_2 . Таким образом, ϑ_2 является однозначной функцией количества газа m , проходящего через регенератор от начала периода до рассматриваемого момента времени. Эта функция не зависит от того, изменяется ли расход во времени или нет. Если она известна для постоянного расхода, то ее можно без изменения переносить также на случай, когда расход изменяется во времени.

Переход от постоянного к изменяющемуся во времени расходу. Для установившегося состояния при *постоянном* расходе, равном среднему значению M от переменного расхода, изменение во времени температуры ϑ_2 должно быть уже известно. Соответствующую зависимость ϑ_2 от времени t можно представить уравнением вида

$$\vartheta_2 - \vartheta_1 = f(t). \quad (745)$$

Отсчитывая t и количество проходящего газа m от начала периода, можно при постоянном массовом расходе для каждого момента времени положить

$$t = m/M, \quad (746)$$

поскольку в этом случае \dot{M} равно количеству газа, проходящего через регенератор в единицу времени. Следовательно, из уравнения (745) получается зависимость

$$\vartheta_2 - \vartheta_1 = f(m/\dot{M}). \quad (747)$$

Согласно приведенным выше соображениям это уравнение справедливо и при изменяющемся во времени расходе, хотя уравнения (745) и (746) при этом уже не выполняются.

Как отмечалось выше, поток воздуха с переменным расходом \dot{m} , прошедший через регенератор, следует смешивать с потоком холодного воздуха с температурой ϑ_1 , таким образом, чтобы получить поток с постоянным расходом \dot{m}^* и заданной постоянной температурой ϑ^* . Для этого ранее уже было сформулировано условие

$$\dot{m}(\vartheta_2 - \vartheta_1) = \dot{m}^*(\vartheta^* - \vartheta_1). \quad (748)$$

Подставив уравнение (747) в (748), получим:

$$\dot{m}f(m/\dot{M}) = \dot{m}^*(\vartheta^* - \vartheta_1),$$

а так как $\dot{m} = dm/dt$, то, интегрируя предыдущее соотношение соответственно от 0 до m и от 0 до t , находим:

$$\int_0^m f\left(\frac{m}{\dot{M}}\right) dm = \dot{m}^*(\vartheta^* - \vartheta_1)t$$

или

$$t = \frac{\dot{M}}{\dot{m}^*(\vartheta^* - \vartheta_1)} \int_0^m f\left(\frac{m}{\dot{M}}\right) d\left(\frac{m}{\dot{M}}\right). \quad (749)$$

С помощью этих уравнений можно рассчитать зависимость $\vartheta_2 - \vartheta_1$ и \dot{m} от t . Для этого задаются значениями m/\dot{M} и рассчитывают $\vartheta_2 - \vartheta_1$ по уравнению (747), \dot{m} — по уравнению (748) и t — по уравнению (749). С помощью такого расчета, как показывает приводимая ниже оценка ошибки, искомое изменение во времени расхода \dot{m} определяется для практических случаев достаточно точно.

* Если теплоемкость газа зависит от температуры, то расчет в принципе можно проводить аналогичным образом, только вместо температур ϑ_1 , ϑ_2 и ϑ^* нужно использовать соответствующие значения энтальпий.

Оценка ошибки, обусловленной пересчетом. Рассмотрим произвольный момент времени, для которого в соответствии с описанным методом пересчета известны \dot{m} и ϑ_2 , а благодаря принятому допущению, что $\bar{\alpha}/\dot{m} = \text{const}$, известно также и $\bar{\alpha}$. С помощью изложенного ранее метода расчета при постоянном расходе и при пересчете определенные также соответствующие температуры насадки Θ_1 и Θ_2 . Тогда ошибки в определении \dot{m} и ϑ_2 можно оценить следующим образом.

Если для упрощения принять среднюю разность температур $(\Theta - \vartheta)_M$ в уравнении (744) равной среднему арифметическому из разностей температур на обоих концах регенератора, то это уравнение переходит в соотношение

$$\bar{\alpha}F[(\Theta_2 - \vartheta_2) + (\Theta_1 - \vartheta_1)] = 2\dot{m}c_p(\vartheta_2 - \vartheta_1). \quad (750)$$

После того как путем пересчета найдено \dot{m} , можно согласно уравнению теплоотдачи в соответствии с измененной скоростью потока рассчитать уточненное значение $\bar{\alpha}$, которое мы обозначим $\bar{\alpha} + \Delta\bar{\alpha}$. Соответственно получается измененное значение температуры газа на выходе $\vartheta_2 + \Delta\vartheta_2$. Чтобы определить его приближенно, подставим в уравнение (750) $\bar{\alpha} + \Delta\bar{\alpha}$ вместо $\bar{\alpha}$ и $\vartheta_2 + \Delta\vartheta_2$ вместо ϑ_2 . Исключая из полученного уравнения

и первоначального уравнения (750) выражение $F/(2\dot{m}c_p)$, находим:

$$\Delta\vartheta_2 = \frac{\frac{\Delta\bar{\alpha}}{\alpha} (\vartheta_2 + \vartheta_1 - \vartheta_2 - \vartheta_1)}{\frac{\Delta\bar{\alpha}}{\alpha} + \frac{\vartheta_2 + \vartheta_1 - 2\vartheta_1}{\vartheta_2 - \vartheta_1}} \quad (751)$$

С помощью этого уравнения можно рассчитать $\Delta\vartheta_2$ для различных моментов времени. Тем самым удается оценить ошибку, связанную с пересчетом, а также внести поправку к значениям ϑ_2 , прибавляя к ним $\Delta\vartheta_2$. По этим скорректированным значениям и уравнению (748) можно найти также уточненные значения \dot{m} .

В качестве примера использования уравнения (751) примем, что в начале дутьевого периода $\vartheta_2=980^\circ\text{C}$, $\vartheta_2=900^\circ\text{C}$, $\vartheta_1=110^\circ\text{C}$, $\vartheta_1=50^\circ\text{C}$ и что, как и в рассмотренном выше наиболее неблагоприятном случае, $\Delta\bar{\alpha}$ составляет 7% $\bar{\alpha}$. Тогда с помощью уравнения (751) находим, что $\Delta\vartheta_2=7,9^\circ$. При этом согласно уравнению (748) значение \dot{m} уменьшается только приблизительно на 1%. В среднем ошибки по упомянутым причинам значительно ниже. Из этого видно, что с помощью описанного простого пересчета можно во всех встречающихся на практике случаях получить достаточно точную кривую изменения \dot{m} во времени.

Использование в уравнении (750) среднеарифметического температурного напора вместо среднелогарифмического не приводит к заметной ошибке в уравнении (751). Действительно, при подстановке в уравнение (750) уточненных значений ($\bar{\alpha} + \Delta\bar{\alpha}$ и $\vartheta_2 + \Delta\vartheta_2$) появляется почти такая же ошибка, как и для исходных значений ($\bar{\alpha}$ и ϑ_2). Поэтому в результате вычитания первоначального выражения из уточненного ошибка в конце концов практически исчезает. С изменением ϑ_2 несколько изменяются также ϑ_1 и ϑ_2 , однако в соответствии с уравнением (751) эти изменения слабо влияют на значение $\Delta\vartheta_2$.

90. Оценка изменения во времени температуры газа на выходе ϑ_2 и расхода \dot{m} , если известно только среднее значение температуры газа на выходе

Описанный метод пересчета для определения временной зависимости расхода предполагает, что предварительно рассчитано установившееся состояние регенератора при постоянном расходе. Этот предварительный расчет требует много времени, так как при использовании, например, методов конечных разностей нужно просчитывать большое число периодов. Поэтому часто желательно иметь возможность просто и быстро оценивать кривую изменения ϑ_2 во времени при постоянном расходе. Такая возможность [3.20] рассматривается ниже.

В § 54 было показано, как можно просто рассчитать коэффициент теплопередачи регенератора k и его КПД $\eta_{\text{рег}}$. С помощью такого расчета согласно определению КПД находится также среднее во времени значение температуры газа на выходе $\bar{\vartheta}_2$. Но тем самым можно определить и изменение во времени всех температур на теплом конце регенератора. Общий характер их изменения показан на рис. 188. По оси абсцисс отложено приведенное время η или η' , отсчитываемое согласно уравнению (542) слева направо для периода охлаждения и справа налево для периода нагрева. Если необходимо, η и η' изображают в разном масштабе так, чтобы приведенные продолжительности обоих периодов Π и Π' были представлены отрезками одинаковой длины. На рис. 188 ϑ'_1 — постоянная температу-

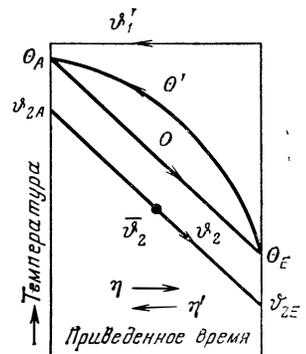


Рис. 188. Оценка изменения во времени температур на теплом конце регенератора, когда кроме температуры горячего газа на входе ϑ'_1 известна только средняя температура другого газа на выходе $\bar{\vartheta}_2$.

ра газа на входе, Θ' — температура кирпича в период нагрева, а Θ и ϑ_2 — температуры насадки и газа в период охлаждения.

Определим сначала отношение σ разностей температур $\vartheta'_1 - \Theta_E$ и $\vartheta'_1 - \Theta_A$, где согласно рис. 188 Θ_A и Θ_E — это температуры кирпича в моменты переключения, т. е. в начале и конце периода охлаждения. При $\vartheta'_1 = \text{const}$ решение дифференциального уравнения (545) для периода нагрева имеет вид:

$$\vartheta'_1 - \Theta' = (\vartheta'_1 - \Theta_E) \exp(-\eta').$$

Тогда для конца периода нагрева при $\eta' = \Pi'$ получаем:

$$\sigma = \frac{\vartheta'_1 - \Theta_E}{\vartheta'_1 - \Theta_A} = \exp(+\Pi'). \quad (752)$$

Следовательно, для дальнейшего анализа значение σ можно считать известным.

Результаты проведенных ранее расчетов (см., например, рис. 165) показали, что при обычных для доменных воздухонагревателей и других регенераторов условиях при постоянном расходе изменение температур Θ и ϑ_2 на теплом конце регенератора во времени в период охлаждения почти прямолинейно. На рис. 188 оно изображено в виде слабо искривленной линии. Для простоты мы будем пренебрегать кривизной и поэтому положим, что

$$\vartheta'_1 - \vartheta_2 = (\vartheta'_1 - \vartheta_{2A}) \left(1 + \beta \frac{\eta}{\Pi}\right), \quad (753)$$

где β — подлежащая определению константа.

Для соответствующей зависимости температуры насадки Θ от времени с помощью уравнения (545) получаем:

$$\vartheta'_1 - \Theta = (\vartheta'_1 - \vartheta_{2A}) \left(1 + \beta \frac{\eta - 1}{\Pi}\right). \quad (754)$$

Из этого уравнения при $\eta = 0$ получается выражение для $\vartheta'_1 - \Theta_A$, а при $\eta = \Pi$ — для $\vartheta'_1 - \Theta_E$. Подставляя оба эти выражения в уравнение (752) и решая его относительно β , находим, что

$$\beta = \frac{\sigma - 1}{1 + \frac{\sigma - 1}{\Pi}}. \quad (755)$$

Для проведения расчета изменения температуры газа на выходе ϑ_2 по уравнению (753) теперь недостает только начальной температуры ϑ_{2A} . Ее легко определить, поскольку средняя температура газа на выходе ϑ_2 предполагается известной. Благодаря линейному изменению ϑ_2 температура ϑ_2 равна значению ϑ_2 в середине периода, т. е. при $\eta = \Pi/2$. Тогда согласно уравнению (753)

$$\vartheta'_1 - \vartheta_{2A} = \frac{\vartheta'_1 - \bar{\vartheta}_2}{1 + \frac{\beta}{2}}. \quad (756)$$

Рассчитав значения β и ϑ_{2A} с помощью уравнений (755) и (756), находят изменение во времени температуры нагретого в регенераторе воздуха на выходе ϑ_2 при условии, что расход воздуха постоянен. С помощью рассмотренного в § 89 способа пересчета можно сразу же найти

изменение θ_2 во времени при переменном расходе, а также кривую изменения самого расхода.

В оригинальной работе [3.20], основанной на аналогичной идее, расчет проведен с учетом кривизны графика изменения θ_2 во времени. Там также показано, как исходя из теоретических соображений и практического опыта, можно приближенно определить эту кривизну.

Глава седьмая

УПРОЩЕНИЕ РАСЧЕТА РЕГЕНЕРАТОРА С ПОМОЩЬЮ НУЛЕВОЙ СОБСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ

91. Расчет установившегося состояния длинных регенераторов с использованием нулевой собственной функции¹

При расчете установившегося состояния длинных регенераторов возможно упрощение, связанное с тем, что распределение температур в средних частях таких регенераторов можно выразить через нулевую собственную функцию. Тогда один из ранее описанных методов, требующих обычно кропотливых расчетов, применяют только

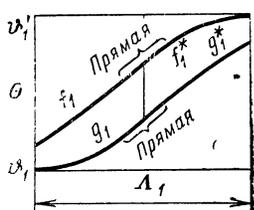


Рис. 189. Короткий регенератор при $C=C'$ и $T=T'$.

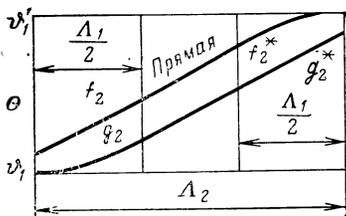


Рис. 190. Длинный регенератор при $C=C'$ и $T=T'$ (по сравнению с рис. 189 в середине вставлен прямолинейный участок).

на концах регенератора, т. е. в тех его частях, где распределение температур отклоняется от нулевой собственной функции. Поэтому расчет вначале проводят для короткого регенератора, средняя часть которого, где справедлива одна нулевая собственная функция, мала. Как будет показано ниже, по результату расчета для короткого регенератора с помощью нулевой собственной функции можно найти распределение температуры в длинном регенераторе.

Рассмотрим сначала случай $\Lambda=\Lambda'$, $\Pi=\Pi'$ и, кроме того, $CT=C'T'$. На рис. 189 показано при этих условиях распределение температур в коротком регенераторе длиной Λ_1 . Пусть это распределение рассчитано для той же продолжительности периода Π , что и искомое распределение температур в длинном регенераторе. Пусть на показанном на рис. 189 графике распределения температуры прямолинейным является лишь небольшой участок в середине регенератора. Как правило, это имеет место, если выбрать Λ_1 в 3—4 раза большим, чем Π . В левой половине короткого регенератора f_1 представляет собой распределение

¹ Метод автора, опубликованный в первом издании настоящей книги. Применимость этого метода лишь недавно исследовали и подтвердили Уиллмотт и Томас [3.63].

избыточной температуры насадки в начале периода относительно температуры газа на входе ϑ_1 , а g_1 — то же в конце периода. В правой половине регенератора соответствующие избыточные температуры обозначены через f_1^* и g_1^* . На рис. 190 показано искомое распределение температур f_2 и g_2 в длинном регенераторе длиной Λ_2 . Это распределение можно определить следующим образом. Распределение температур на внешних участках (длиной $\Lambda_1/2$) находится путем умножения распределения температуры для короткого регенератора на подлежащий определению коэффициент A , а в средней части между ними встраиваются линейные участки графиков распределения температур, описываемые нулевой собственной функцией.

Следовательно, мы принимаем, что между левым концом длинного регенератора и сечением $\xi = \Lambda_1/2$

$$\left. \begin{aligned} f_2 &= Af_1; \\ g_2 &= Ag_1. \end{aligned} \right\} \quad (757)$$

Напротив, в средней части регенератора справедлива нулевая собственная функция согласно уравнению (578):

$$\Theta = \frac{\vartheta'_1 - \vartheta_1}{2} + B \left(\xi - \eta - \frac{\Lambda_2 - \Pi}{2} \right), \quad (758)$$

где B — произвольная постоянная.

Постоянная D в уравнении (578) определена из условия, что в середине длинного регенератора ($\xi = \Lambda_2/2$) и в середине рассматриваемого периода ($\eta = \Pi/2$) температура Θ лежит точно посередине между обеими входными температурами ϑ_1 и ϑ'_1 . Постоянные A и B в уравнениях (757) и (758) находим из условия, что в сечении $\xi = \Lambda_1/2$ избыточные температуры f_2 и g_2 , определяемые уравнением (757), должны быть равны значениям Θ_0 , рассчитанным по уравнению (758) при $\eta = 0$ и $\eta = \Pi$. Решая получающиеся уравнения и учитывая, что $f_1 + g_1 = \vartheta'_1 - \vartheta_1$ при $\xi = \Lambda_1/2$, находим:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{\Pi (\vartheta'_1 - \vartheta_1)}{\Pi (\vartheta'_1 - \vartheta_1) + (\Lambda_2 - \Lambda_1) (f_1 - g_1)}; \\ B &= \frac{(f_1 - g_1) (\vartheta'_1 - \vartheta_1)}{\Pi (\vartheta'_1 - \vartheta_1) + (\Lambda_2 - \Lambda_1) (f_1 - g_1)} \end{aligned} \right\} \quad (759)$$

причем значения f_1 и g_1 нужно брать в сечении $\xi = \Lambda_1/2$. Рассчитав по уравнению (759) постоянные A и B , легко найти распределение температур на левом конце и в средней части регенератора. Распределение температур на правом конце регенератора получают так же, умножая соответствующие температуры в правой половине короткого регенератора на A . Однако в этом случае нужно вести расчет с избыточными температурами относительно температуры газа, поступающего в регенератор справа, ϑ'_1 . Тогда для правого конца регенератора справедливы соотношения

$$\left. \begin{aligned} (\vartheta'_1 - \vartheta_1) - f_2^* &= A [(\vartheta'_1 - \vartheta_1) - f_1^*]; \\ (\vartheta'_1 - \vartheta_1) - g_2^* &= A [(\vartheta'_1 - \vartheta_1) - g_1^*]. \end{aligned} \right\} \quad (760)$$

Аналогичный метод можно использовать и в том случае, если приведенные длины Λ и Λ' , а также Π и Π' различны. Расчет, однако, усложняется, поскольку исчезает преимущество точечно-симметричного распределения температур, такого, как показано на рис. 189 и 190, и приходится определять уже четыре постоянные. На рис. 191 вновь

показан короткий регенератор длиной Λ_1 , в середине которого лишь на коротком участке распределение температуры описывается одной нулевой собственной функцией. На рис. 192, на котором показано искомое распределение температур в длинном регенераторе, нулевая собственная функция справедлива по крайней мере на участке между сечениями $\xi = \Lambda_1/2$ и $\xi = \Lambda_2 - \Lambda_1/2$. На внешних участках длинного регенератора мы полагаем, как и выше, что

$$f_2 = Af_1; \quad (\vartheta'_1 - \vartheta_1) - f^*_2 = A'[(\vartheta'_1 - \vartheta_1) - f^*_1];$$

$$g_2 = Ag_1; \quad (\vartheta'_1 - \vartheta_1) - g^*_2 = A'[(\vartheta'_1 - \vartheta_1) - g^*_1],$$

где A и A' — две подлежащие определению постоянные.

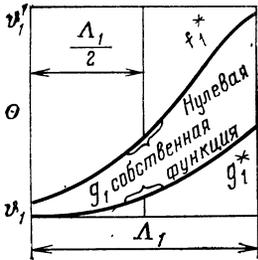


Рис. 191. Короткий регенератор при $CT > C'T'$.

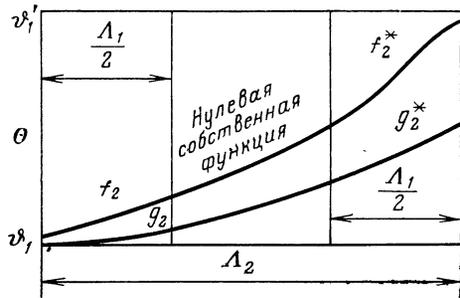


Рис. 192. Длинный регенератор при $CT > C'T'$ (по сравнению с рис. 191 здесь в середине вставлен участок, соответствующий нулевой собственной функции).

Нулевая собственная функция, справедливая в средней части регенератора, согласно уравнению (562) имеет вид:

$$\Theta = D + B \exp\left(b\xi - \frac{b}{1+b}\eta\right), \quad (761)$$

где B и D — произвольные постоянные; $b = \left(\frac{\Lambda'_2}{\Lambda_2} - \frac{\Pi'}{\Pi}\right) \frac{\Pi}{\Pi + \Pi'}$ в соответствии с уравнением (567).

Поскольку в сечениях $\xi = \Lambda_1/2$ и $\xi = \Lambda_2 - \Lambda_1/2$ при $\eta = 0$ и $\eta = \Pi$ значения $\Theta - \vartheta_1$ по уравнению (761) должны быть равны значениям f_2, g_2 и соответственно f_2^*, g_2^* , определенным по предыдущим уравнениям, получаются четыре уравнения для определения A, A', B и D .

Коэффициент полезного действия длинного регенератора. Если в случае $CT = C'T'$ известен КПД короткого регенератора $(\eta_{\text{пер}})_{\Lambda_1}$ и по уравнению (759) рассчитана постоянная A , то можно очень просто определить и КПД длинного регенератора $(\eta_{\text{пер}})_{\Lambda_2}$. Пусть на левом конце короткого регенератора горячий газ выходит со средней во времени температурой $(\bar{\vartheta}'_2)_{\Lambda_1}$, а на левом конце длинного регенератора — с температурой $(\bar{\vartheta}'_2)_{\Lambda_2}$. Тогда согласно уравнению (612) справедливы следующие выражения для КПД:

$$(\eta_{\text{пер}})_{\Lambda_1} = 1 - \frac{(\bar{\vartheta}'_2)_{\Lambda_1} - \vartheta_1}{\vartheta'_1 - \vartheta_1}; \quad (762)$$

$$(\eta_{\text{пер}})_{\Lambda_2} = 1 - \frac{(\bar{\vartheta}'_2)_{\Lambda_2} - \vartheta_1}{\vartheta'_1 - \vartheta_1}. \quad (763)$$

Так как при переходе от короткого регенератора к длинному все избыточные относительно ϑ_1 температуры в левой части регенератора уменьшаются в $1/A$ раз, это относится и к избыточной температуре выходящего из регенератора горячего газа. Поэтому

$$(\bar{\vartheta}'_2)_{\Delta_2} - \vartheta_1 = A [(\bar{\vartheta}'_2)_{\Delta_1} - \vartheta_1]. \quad (764)$$

Подставляя это соотношение в уравнение (763) и исключая отношение температур с помощью уравнения (762), окончательно получаем:

$$1 - (\eta_{\text{рег}})_{\Delta_2} = A [1 - (\eta_{\text{рег}})_{\Delta_1}]. \quad (765)$$

По найденному таким образом значению $(\eta_{\text{рег}})_{\Delta_2}$ с помощью уравнения (623) определяется также k/k_0 для длинного регенератора.

Обобщенный способ расчета КПД по нулевой собственной функции. В заключение покажем, что если при $CT=C'T'$ распределение температуры во внутренних частях регенератора определяется только нулевой собственной функцией, то можно в общем виде очень просто рассчитать КПД регенератора.

Согласно уравнениям (581) и (582) средняя разность температур между обоими газами составляет:

$$\bar{\vartheta}' - \bar{\vartheta} = B \left(1 + \frac{\bar{\alpha}}{\alpha'} \frac{C'}{C} \right), \quad (766)$$

где для упрощения знак минус перед B опущен.

Поскольку согласно уравнению теплового баланса (455) средняя разность температур при $CT=C'T'$ и на концах регенератора имеет то же значение, каждый из газов претерпевает в среднем во времени изменение температуры

$$\vartheta'_1 - \vartheta_1 = B \left(1 + \frac{\bar{\alpha}}{\alpha'} \frac{C'}{C} \right).$$

Так как изменение температуры в совершенном регенераторе составляет $\vartheta'_1 - \vartheta_1$, а передаваемые за период количества теплоты пропорциональны изменениям температур газов, получаем следующее выражение для КПД регенератора:

$$\eta_{\text{рег}} = 1 - \frac{B}{\vartheta'_1 - \vartheta_1} \left(1 + \frac{\bar{\alpha}}{\alpha'} \frac{C'}{C} \right). \quad (767)$$

В смысле простоты это уравнение не оставляет желать большего. Однако при очень точных расчетах следует отдать предпочтение ранее полученным соотношениям, например уравнению (691).

92. Дополнительные соображения об упрощении расчета при большой продолжительности периодов

В первом издании настоящей книги подробно рассматривалось, как упростить расчет установившегося состояния, особенно для случаев очень большой продолжительности периодов, с помощью описываемого ниже правила *параллельного сдвига температурных кривых*. Причем

это правило применялось совместно с нулевой собственной функцией и уточненным методом тепловых полюсов (§ 80). Кроме того, можно было рассчитать распределение температуры в коротких регенераторах, применяя результаты более подробно рассмотренного расчета длинных регенераторов. Поскольку разработанный в связи с этим метод расчета в настоящее время не представляет большого интереса, здесь его не будем рассматривать. Однако две полезные идеи, связанные с этим расчетом, мы кратко обсудим, в частности упомянутое правило параллельного сдвига и более широкую область применения нулевой собственной функции при очень большой продолжительности периодов.

Правило параллельного сдвига приближенно справедливо в большей части регенератора, примерно от $\xi=5$ до выходного конца регенератора, если приведенная продолжительность периода больше приблизительно 10. Согласно этому правилу в областях, в которых графики распределения температур не искривлены или искривлены слабо, распределение температуры в момент $\eta=0$ точно или с хорошим приближением путем сдвига каждой точки кривой параллельно оси ξ в направлении потока на расстояние $\Delta\xi=\eta$. Для нулевой собственной функции это точно следует из проведенного ранее анализа (см. рис. 132 — вверху и рис. 159). А то, что и в других сечениях регенератора, в которых график распределения температуры слабо искривлен, эта закономерность параллельного сдвига выполняется с очень хорошим приближением, объясняется следующим. При малой кривизне графика распределения температуры очень малым значением производной $\partial^2\theta/\partial\xi\partial\eta$ в уравнении (548) можно пренебречь, в результате чего это уравнение переходит в соотношение

$$\frac{\partial\theta}{\partial\xi} = -\frac{\partial\theta}{\partial\eta}.$$

Поэтому для $\theta = \text{const}$ получаем

$$d\theta = \frac{\partial\theta}{\partial\xi} d\xi + \frac{\partial\theta}{\partial\eta} d\eta = \frac{\partial\theta}{\partial\xi} (d\xi - d\eta) = 0,$$

откуда

$$d(\xi - \eta) = 0 \text{ или } \xi = \text{const} + \eta.$$

Доказанное таким образом правило параллельного сдвига, как показывает расчетная практика, справедливо тем точнее, чем больше Π и Λ .

Если в длинных регенераторах продолжительность периодов очень велика, например $\Pi > 50$, то в установившемся состоянии можно применять нулевую собственную функцию в несколько более широком объеме. Пусть опять $\Lambda = \Lambda'$ и $\Pi = \Pi'$, так что на большой центральной части регенератора распределение температуры линейно по длине регенератора и во времени. При очень большой продолжительности периодов согласно накопленному опыту температура в конце периода изменяется почти прямолинейно вплоть до выходного конца регенератора. Это можно объяснить следующим образом. Отклонение от линейности графика распределения температуры насадки возле упомянутого конца регенератора описывается выравнительными членами собственных функций высшего порядка (см. § 68 и рис. 132). Но, как показывают

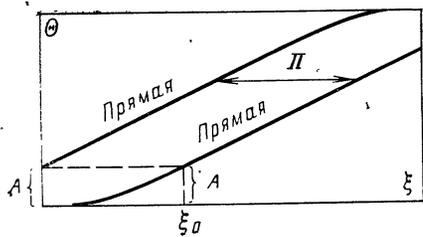


Рис. 193. Регенератор с очень большой продолжительностью периода Π .

да совпадает с соответствующим распределением в начале следующего периода, соответственно в начале периода температура насадки должна изменяться прямолинейно, начиная от входного конца регенератора (сечения входа газа). В результате получается распределение температуры, показанное на рис. 193.

Глава восьмая

СЛЕДСТВИЯ, ВЫТЕКАЮЩИЕ ИЗ ПРОВЕДЕННОГО АНАЛИЗА

93. Результаты расчетов приближенным методом

Рисунки 156 и 157, а также 168—171, служащие для пояснения точной теории, были уже рассчитаны одним из конечно-разностных методов (§ 86) или методом тепловых полюсов (§ 79 и 80). Дальнейшие результаты подобных приближенных расчетов для противоточных регенераторов обсудим ниже.

На рис. 194 и 195 показано распределение температуры насадки в установившемся состоянии при $\Lambda = \Lambda' = 10$ и $\Lambda = \Lambda' = 40$ для различных значений приведенной продолжительности периода $\Pi = \Pi'$. На рис. 196 представлено распределение температуры при неодинаковой продолжительности периодов нагрева и охлаждения: при этом $\Lambda = \Lambda' = 10$, продолжительность периода охлаждения $\Pi = 5$, периода нагрева $\Pi' = \pi = 3,1416$. Кривые описывают распределение температуры насадки в начале и конце периода охлаждения.

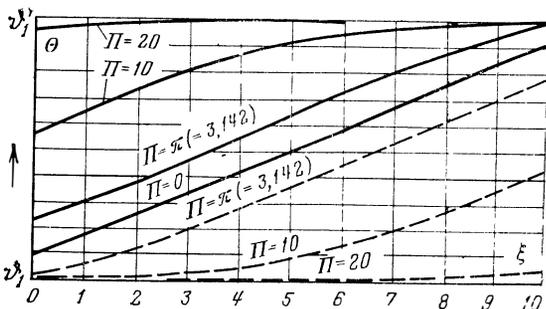


Рис. 194. Распределение температуры насадки противоточного регенератора в установившемся состоянии при $\Lambda = \Lambda' = 10$ и $\Pi = \Pi'$.

На следующих рисунках представлены соответствующие характеристики криогенных регенераторов, приведенная длина которых всегда очень велика. Однако при этих расчетах не учитывалось, что в воздухе содержатся пары воды, влияние которых, как будет видно из анализа, проводимого в следующей главе, значительно. Поэтому эти рисунки справедливы только для редко встречающегося случая абсолютно сухого воздуха.

На рис. 197—200 принято, что $\Lambda = \Lambda' = 120$ и $\Pi = \Pi' = 10$. С момента включения регенератора через него попеременно проходят одинаковые количества воздуха и азота (переключение производится каждые 2 мин). Температура воздуха на входе составляет 20°C , температура азота на входе — 180°C . Первоначально вся насадка имеет однородную

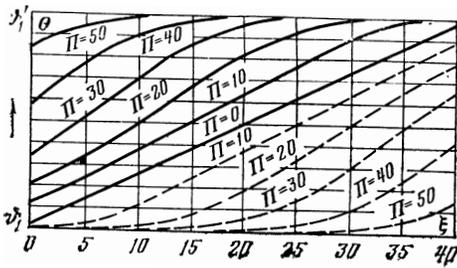


Рис. 195. Распределение температуры насадки регенератора в установившемся состоянии при $\Lambda = \Lambda' = 40$ и $\Pi = \Pi'$.

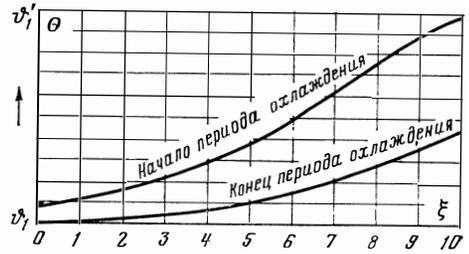


Рис. 196. Установившееся состояние регенератора при $\Lambda = \Lambda' = 10$, $\Pi = 5$ и $\Pi' = \pi$.

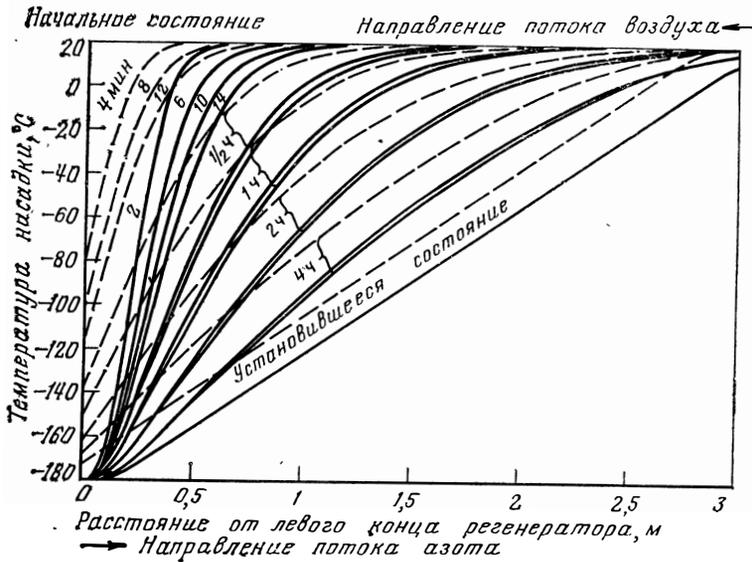


Рис. 197. Пуск «криогенного» регенератора при периодическом переключении через каждые 2 мин.

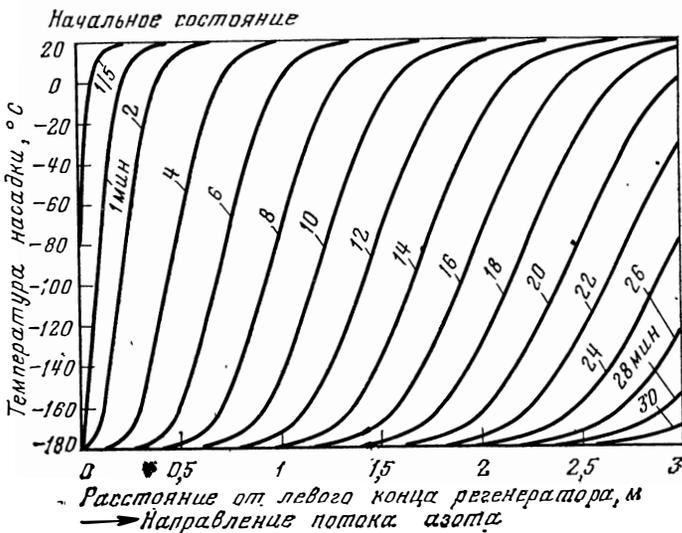


Рис. 198. Охлаждение насадки регенератора без переключения.

температуру 20°C. Из рис. 197 видно, как постепенно охлаждается насадка после большого числа переключений. Но даже через 4 ч после начала работы установившееся состояние еще не достигается. Напротив, если, начиная с того же исходного состояния, длительно продувать через регенератор холодный азот и не производить переключений, то насадка охлаждается так, как в принципе было показано еще на рис. 157, а для рассматриваемого случая более точно изображено на рис. 198. Распределение температуры, которое достигается в установив-

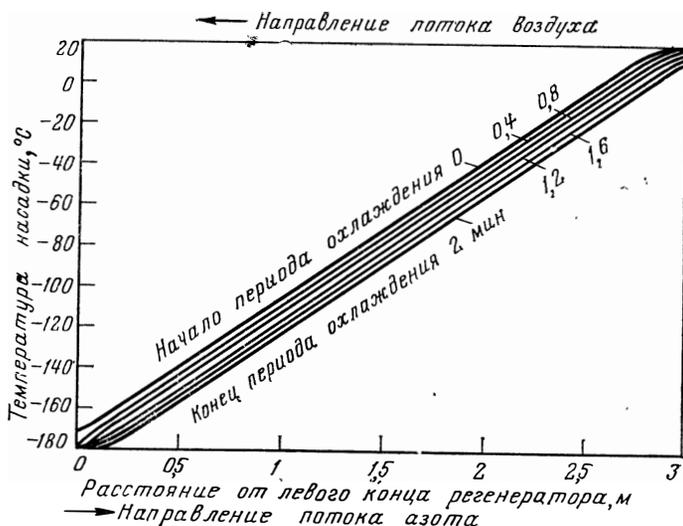


Рис. 199. Установившееся состояние криогенного регенератора без отклонений влаги и двуокси углерода (сравнить с рис. 210—215).

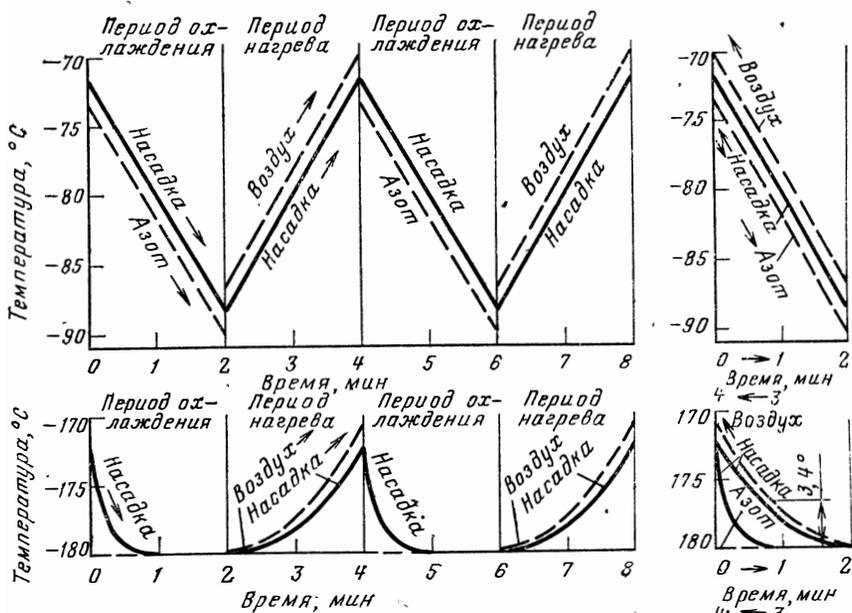


Рис. 200. Изменение температур насадки и газов во времени в установившемся состоянии в середине и на холодном конце регенератора.

шемся состоянии при периодическом переключении (см. рис. 196), на рис. 199 изображено в зависимости от продольной координаты, а на рис. 200 для середины и холодного конца регенератора — в зависимости от времени. Из рис. 201 видно, как изменяется распределение температуры в установившемся состоянии, если теплоемкость массового расхо-

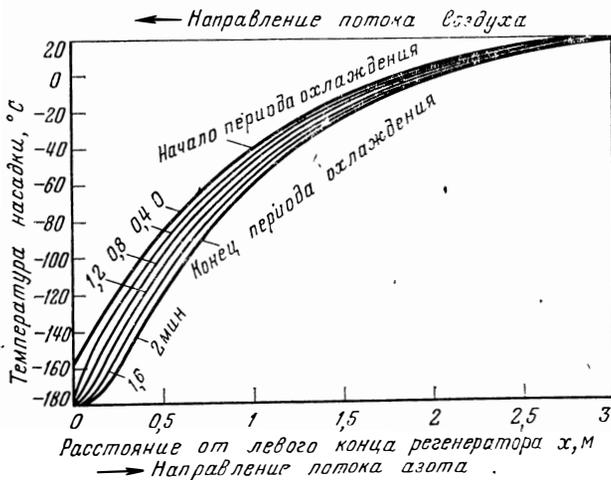


Рис. 201. Установившееся состояние регенератора при неодинаковой теплоемкости проходящих через него газов.

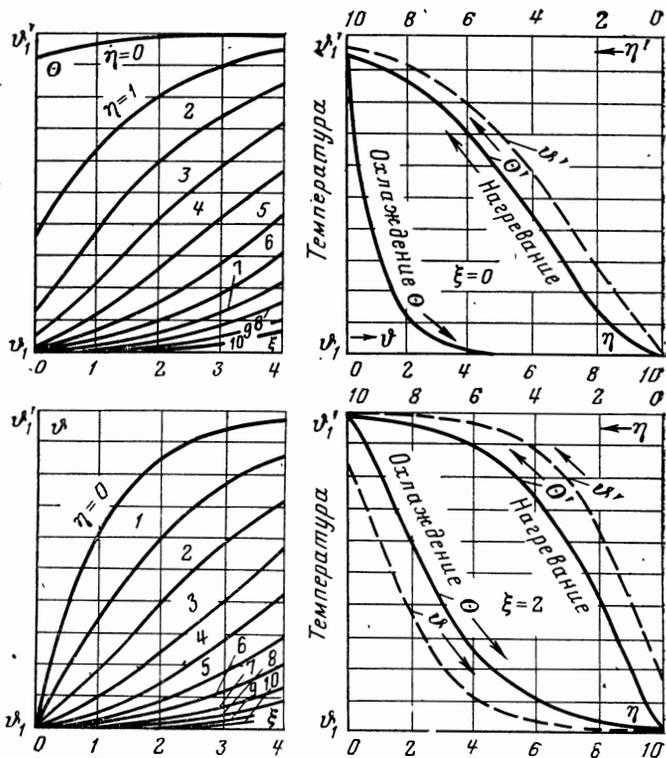


Рис. 202. Установившееся состояние очень короткого регенератора ($\Lambda = \Lambda' = 4$, $\Pi = \Pi' = 10$).

да воздуха выбрать на 5% больше, чем теплоемкость азота. На рис. 199 и 201 распределение температуры насадки рассчитывалось методом тепловых полюсов только для областей, прилегающих к концам регенераторов. Для большого центрального участка регенератора оно получено, как описано в § 91, с помощью нулевой собственной функции и встроено между концевыми участками.

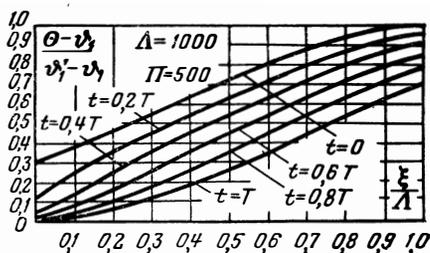


Рис. 203. Распределение температуры насадки при $\Lambda=10$ и $\Pi=5$.

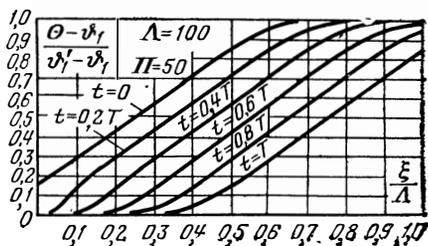


Рис. 204. Распределение температуры насадки при $\Lambda=100$ и $\Pi=50$.

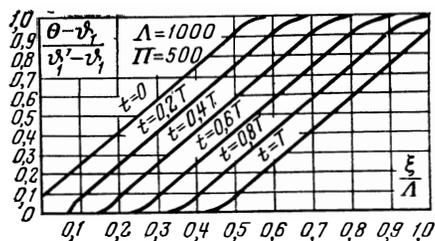


Рис. 205. Распределение температуры насадки при $\Lambda=1000$ и $\Pi=500$.

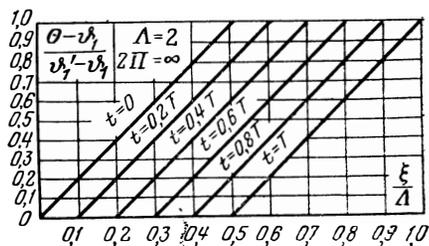


Рис. 206. Распределение температуры насадки при $\Lambda=2$ $\Pi=\infty$, т. е. при бесконечно большом коэффициенте теплоотдачи или бесконечно большой поверхности нагрева.

В качестве случая, противоположного криогенным регенераторам, на рис. 202 показано распределение температур в установившемся состоянии для очень короткого регенератора с $\Lambda=\Lambda'=4$ при $\Pi=\Pi'=10$. На обоих рисунках слева показано распределение температур насадки и газа в период охлаждения для различных моментов времени η в зависимости от продольной координаты ξ . В этом случае прямолинейное распределение температур, соответствующее нулевой собственной функции, полностью «подавлено» сильным влиянием высших собственных функций, которые даже в середине регенератора имеют еще большие численные значения. Это видно также по большим петлям гистерезиса, образованным средней температурой насадки Θ и Θ' , из которых одна (справа сверху) изображена для холодного конца, а другая (справа внизу) — для середины регенератора. Сильному преобладанию высших собственных функций соответствует также то обстоятельство, что в рассматриваемом случае отношение коэффициентов теплопередачи k/k_0 согласно рис. 135 составляет только 0,31.

В заключение рассмотрим еще вопрос о том, как изменится распределение температур, если при прочих неизменных условиях увеличивать только коэффициенты теплоотдачи α и α' или же $\bar{\alpha}$ и $\bar{\alpha}'$. Предположим также, что $\Lambda=\Lambda'$, $\Pi=\Pi'$ и $\bar{\alpha}=\bar{\alpha}'$. Из уравнений (546) и (547) следует,

что отношение Λ/Π остается неизменным и что Λ и Π всегда пропорциональны значению α . На рис. 203 показано распределение безразмерной температуры насадки при $\Lambda=10$, $\Pi=5$, на рис. 204 — при $\Lambda=100$, $\Pi=50$ и на рис. 205 — при $\Lambda=1000$, $\Pi=500$. В последнем случае коэффициент теплоотдачи в 100 раз больше, чем в первом. Согласно рис. 203 при малых коэффициентах теплоотдачи графики распределения температуры всюду искривлены довольно равномерно. Напротив, при очень больших коэффициентах теплоотдачи они получают по существу путем параллельного сдвига одной прямой. Однако на концах регенератора эти прямые искривляются тем сильнее, чем больше α . При бесконечно большом коэффициенте теплоотдачи между температурами θ_1 и θ'_1 остается только сдвигаемая параллельно самой себе прямая (рис. 206).

94. Нулевая собственная функция как основа метода экспериментального исследования теплоотдачи в насадках регенераторов

Автор этой книги предложил использовать простой характер нулевой собственной функции для экспериментального исследования теплоотдачи между движущимися через регенератор газами и насадкой. Как многократно отмечалось, график этой функции при $\Lambda=\Lambda'$ и $\Pi=\Pi'$ линеен по координате и во времени. Исходя из этого свойства, Глязер [3.9] предложил метод измерения, наиболее подходящий, когда насадка изготовлена из тонких металлических элементов. Теплопроводность этих элементов в поперечном к потоку направлении очень высока, тогда как в продольном направлении вследствие разрывов между элементами она практически равна нулю. Глязер так выбрал размеры насадки двух небольших опытных регенераторов и продолжительность периодов, что в их средних частях устанавливалось упомянутое линейное распределение температуры. В течение этих периодов через регенератор пропускался один и тот же газ, практически воздух, в равных количествах, но в противоположных направлениях. Глязер обнаружил, что при этом достаточно измерять изменение температуры газа малоинерционным термометром, например термометром сопротивления из тонкой платиновой нити, только в одном месте в середине регенератора. Поскольку это изменение полностью линейно во времени, по нему непосредственно можно определить среднюю разность температур между теплым и холодным газами $\Delta\theta$, а также изменение во времени температуры газа в периоды нагрева и охлаждения. Это изменение температуры газа равно также колебанию температуры насадки $\theta_2 - \theta_1$ за период.

Коэффициенты теплоотдачи рассчитывают по этим измеренным величинам следующим образом. Количество теплоты, передаваемой через поверхность ΔF части насадки с теплоемкостью ΔC_s в течение одного периода продолжительностью T при $\alpha=\alpha'$, составляет:

$$\Delta C_s (\theta_2 - \theta_1) = \alpha \Delta F (\vartheta - \theta) T = \alpha \Delta F \frac{\Delta \vartheta}{2} T,$$

откуда искомым коэффициентом теплоотдачи

$$\alpha = \frac{2}{T} \frac{\Delta C_s}{\Delta F} \frac{\theta_2 - \theta_1}{\Delta \vartheta}. \quad (768)$$

Глязер впервые использовал этот метод для определения теплоотдачи к насадкам в виде галет из тонкой гофрированной металлической

ленты (см. рис. 22), предложенным Френклем [3.8] для криогенных регенераторов. Из рис. 145 следует, что наблюдаемое при этом изменение температуры насадки во времени было полностью линейным.

Таким же образом Глязер исследовал и теплоотдачу к трубам многослойного второго теплообменника, встроенного в регенератор. При этом практически осуществлялось перекрестное движение газа по отношению к трубному пучку. Результаты этого и других исследований Глязера рассмотрены в § 14.

Лянгханс [1.115] распространил этот метод на элементы насадки большей толщины с меньшей теплопроводностью. При этом размеры насадки и продолжительность периодов должны выбираться такими, чтобы не только распределение температур во внутренних частях регенератора описывалось нулевой собственной функцией, но и чтобы несмотря на быстрое изменение температуры после переключения хотя бы часть наблюдаемых кривых изменения температуры газа во времени оставалась линейной. Тогда в тех же координатах, что и на рис. 129, получаем график, изображенный на рис. 207. Для вычисления коэффициента теплоотдачи Лянгханс продлил прямолинейные участки кривых до начала соответствующего периода.

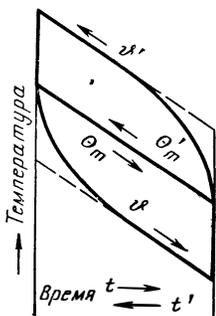


Рис. 207. К изменению теплоотдачи в насадке с низкой теплопроводностью.

Из полученного таким образом полностью прямолинейного графика, как и выше, с помощью уравнения (768) получается коэффициент теплоотдачи, только не действительное значение α , а коэффициент теплоотдачи $\bar{\alpha}$, отнесенный к средней температуре кирпича Θ_m . Действительный коэффициент теплоотдачи α получается отсюда с помощью уравнения (521), причем предполагается, что $\Phi = 1/6$, поскольку быстрые изменения температуры в начале периодов при оценочном расчете не учитываются.

Язисизаде [1.129] при исследовании насадок канального типа наблюдал быстрые колебания температуры, которые накладывались на показанные на рис. 207 гладкие кривые и существенно уменьшали точность расчета коэффициента теплоотдачи. В этом и подобных случаях он сумел повысить точность, проведя измерения в двух сечениях регенератора.

Для оценки интенсивности теплоотдачи к насадкам из кирпичей в форме параллелепипедов в различных встречающихся на практике укладках Лянгханс и Язисизаде помещали в опытные регенераторы геометрически подобные уменьшенные модели из гетинакса. С помощью теории подобия полученные на них опытные данные в безразмерном представлении можно переносить на натуральный объект.

Глава девятая

«ВЛАЖНЫЕ» КРИОГЕННЫЕ РЕГЕНЕРАТОРЫ

95. Численный и графический методы расчета распределения температур¹

Как уже неоднократно упоминалось, особое преимущество регенераторов, применяемых в криогенной технике, над противоточными трубчатыми теплообменниками состоит в том, что сжатый воздух или другой

¹ Согласно Хаузену [3 15].

подлежащий охлаждению газ перед поступлением в регенератор не нужно освобождать от водяных паров и двуокиси углерода. Эти компоненты воздуха, сжатого обычно от 2 до 6 бар $[(2-6) \cdot 10^5 \text{ Па}]$, в период нагрева откладываются на насадке в результате конденсации или вымораживания, а в период охлаждения в результате испарения или сублимации вновь выносятся обратным потоком газа, находящимся под давлением, близким к атмосферному. Правда, в настоящее время благодаря развитию сорбционных методов осушки это явление уже не имеет, как прежде, решающего значения. Однако оно продолжает оставаться важным доводом в пользу применения регенераторов. Поэтому следует рассмотреть его влияние на распределение температур. Это следует сделать еще и потому, что аналогичный анализ имеет значение для расчета реверсивных теплообменников (см. рис. 55).

Хотя количества влаги и углекислоты, откладывающиеся за период, малы, они существенно влияют на распределение температур в регенераторе, как будет более подробно показано в § 98 на примере рис. 210—214. Это влияние объясняется в первую очередь тем, что вследствие значительно больших объемов газа низкого давления вода и двуокись углерода испаряются или сублимируют значительно быстрее, чем они откладываются в период нагрева. Поэтому насадка, которая должна отдавать теплоту испарения или сублимации, в начале периода охлаждения быстро охлаждается. В результате временные петли гистерезиса возникают даже на довольно значительном расстоянии от теплового конца регенератора. Такая петля схематически показана на рис. 208. На рисунке для определенного сечения регенератора изображено изменение температуры насадки Θ в зависимости от времени, причем направление временной координаты для обоих периодов противоположно. В период нагрева насадка нагревается от Θ_1 до Θ_2 ; во «влажную» часть периода охлаждения она сначала быстро охлаждается от Θ_2 до Θ_3 , а затем в «сухую» часть периода охлаждения медленно охлаждается от Θ_3 до Θ_1 . Образующаяся петля гистерезиса уменьшает определяющие теплообмен эффективные разности температур между газом и насадкой, за счет чего в области конденсации и испарения существенно снижается градиент температуры вдоль регенератора.

Для оценки этих изменений температуры обсудим численный и графический конечно-разностные методы расчета, причем оба развивают соответствующий метод, рассмотренный в § 86 для сухого регенератора. Анализ будет проведен на примере смеси воздуха с водяным паром, однако его без всяких изменений можно использовать и для газов, содержащих CO_2 или другие конденсирующиеся компоненты. При этом предполагается, что теплопроводность насадки в поперечном к потоку направлении очень высока.

Для упрощения описания в дальнейшем будем вести расчет с использованием безразмерных продольной координаты ξ и времени η , определяемых уравнением (542). При этом предполагается, что коэффициент теплоотдачи и теплофизические свойства не зависят от температуры. Но от этого ограничения можно в любой момент освободиться, вводя в получающиеся соотношения переменные f и t в соответствии с урав-

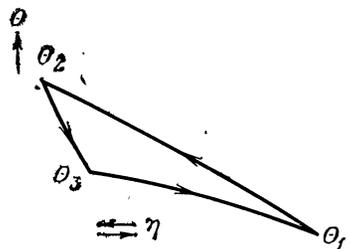


Рис. 208. Изменение температуры насадки во времени во «влажном» регенераторе.

нением (542). Тогда температурную зависимость упомянутых величин можно учесть, проводя расчет на каждом шаге с несколько различающимися средними значениями этих величин.

Дифференциальные уравнения «влажного» регенератора. Поскольку в криогенных регенераторах толщина выпадающего на насадку слоя воды или льда редко бывает больше 0,01 мм, можно с хорошим приближением принять температуру этого слоя равной температуре насадки Θ , а его теплоемкостью по сравнению с теплоемкостью насадки пренебречь. Аналогично для упрощения не учитывается теплоемкость содержащегося в газе водяного пара. Помимо ранее использованных вводятся также следующие обозначения: x — действительное массовое содержание водяного пара в газе (влажность), кг/кг газа; x'' — влагосодержание газа, насыщенного при температуре Θ , кг/кг газа; r — теплота испарения (или теплота сублимации), кДж/кг; σ — коэффициент испарения, кг/(м²·с); t — время после последнего переключения, с; m_w — количество воды, испаряющейся с единицы поверхности насадки в момент t , кг/м².

Если принять, что для рассматриваемой смеси справедливы законы идеального газа, то для влагосодержания x выполняется соотношение

$$x = \frac{M}{M_G} \frac{p}{P - p}, \quad (769)$$

где M и p — молярная масса и парциальное давление водяного пара; M_G — молярная масса газа; P — полное давление.

Дифференциальные уравнения для распределения температур во «влажном» регенераторе, насадка которого изготовлена, например, из металлической ленты постоянной толщины, получают следующим образом.

Поскольку теплота, отдаваемая насадкой в период охлаждения, расходуется на испарение воды и на повышение температуры газа, для участка регенератора с поверхностью насадки df и теплоемкостью dC_s за время dt справедливо соотношение

$$dC_s \left(\frac{\partial \Theta}{\partial t} \right)_f dt + r \left(\frac{\partial m_w}{\partial t} \right)_f df dt + Cdt \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial f} \right)_t df = 0. \quad (770)$$

* Для теплообмена между газом и насадкой имеем¹:

$$Cdt \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial f} \right)_t df = \alpha df (\Theta - \vartheta) dt, \quad (771)$$

а для испарения воды (см., например, [3.6])

$$\left(\frac{\partial m_w}{\partial t} \right)_f df dt = \sigma df (x'' - x) dt. \quad (772)$$

Количество содержащегося в газе водяного пара увеличивается настолько же, сколько воды испаряется с насадки. Поэтому с учетом того, что C/c_p — это количество газа, проходящее через регенератор в единицу времени, получаем:

$$\frac{C}{c_p} dt \left(\frac{\partial x}{\partial f} \right)_t df = \left(\frac{\partial m_w}{\partial t} \right)_f df dt. \quad (773)$$

¹ В уравнении (771) предполагается, что испарение воды не требует дополнительной поверхности нагрева, хотя при этом и отбирается теплота от насадки. Следовательно, для процесса испарения принимается, что $\alpha \rightarrow \infty$. Это с хорошим приближением учитывает, что коэффициент теплоотдачи при испарении несоизмеримо больше, чем при теплоотдаче к газу.

Из уравнения (771) следует, что

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial f}\right)_t = \frac{\alpha}{C} (\theta - \vartheta), \quad (774)$$

из (772) и (773)

$$\left(\frac{\partial x}{\partial f}\right)_t = \frac{\sigma c_p}{C} (x'' - x). \quad (775)$$

С учетом (771) и (772) из уравнения (770) получается соотношение

$$\frac{dC_s}{df} \left(\frac{\partial \theta}{\partial t}\right)_f + \alpha (\theta - \vartheta) + \sigma r (x'' - x) = 0. \quad (776)$$

Выразим теперь σ через безразмерное число ε

$$\sigma = \frac{1}{\varepsilon} \frac{\alpha}{c_p} \quad (777)$$

и введем «приведенное» влагосодержание воздуха

$$\varphi = \frac{r}{c_p} x. \quad (778)$$

Тогда с учетом (540) или (542), в которых в данном случае $\bar{\alpha} = \alpha$, уравнения (774) — (776) переходят в соотношения

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial \xi}\right)_\eta = \theta - \vartheta; \quad (779)$$

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \xi}\right)_\eta = \frac{1}{\varepsilon} (\varphi'' - \varphi); \quad (780)$$

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta}\right)_\xi = - \left[\theta - \vartheta + \frac{1}{\varepsilon} (\varphi'' - \varphi) \right]. \quad (781)$$

Эти три дифференциальных уравнения совместно с рассматриваемыми ниже краевыми условиями определяют распределение температур во «влажном» регенераторе.

Для того чтобы получить дифференциальное уравнение только для θ , исключим ϑ и φ из уравнений (779) — (781). Используя следующее из этих уравнений соотношение

$$\left[\frac{\partial (\vartheta + \varphi)}{\partial \xi}\right]_\eta = - \left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta}\right)_\xi$$

и дифференцируя уравнение (781) по ξ , получаем:

$$\varepsilon \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi \partial \eta} = - \left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta}\right)_\xi + (\varepsilon - 1) \left(\frac{\partial \theta}{\partial \xi}\right)_\eta - \frac{d(\varepsilon \theta + \varphi'')}{d\theta} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \xi}\right)_\eta. \quad (782)$$

Ограничиваясь случаями больших коэффициентов теплоотдачи α и, следовательно, малой разницей между θ и ϑ или малыми значениями $\varepsilon - 1$, в уравнении (782) без большой ошибки можно принять, что¹

$$(\varepsilon - 1) \left(\frac{\partial \theta}{\partial \xi}\right)_\eta = (\varepsilon - 1) \left(\frac{\partial \theta}{\partial \xi}\right)_\eta.$$

При этом уравнение (782) переходит в соотношение

$$\varepsilon \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi \partial \eta} + \left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta}\right)_\xi + \left(1 + \frac{d\varphi''}{d\theta}\right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial \xi}\right)_\eta = 0. \quad (783)$$

¹ Если бы мы исключили из уравнений (779) — (781) ϑ без этих допущений, то вместо уравнения (783) получилось бы дифференциальное уравнение 3-го порядка, которое было бы очень неудобно для вывода конечно-разностных соотношений.

Это дифференциальное уравнение в качестве неизвестной переменной содержит только Θ . Действительно, $d\varphi''/d\Theta$ можно рассчитать как функцию Θ с помощью уравнений (778) и (769) по кривой давления водяных паров, если учесть, что φ'' и x'' соответствуют состоянию насыщения при температуре Θ .

Число $\varepsilon = a/(\sigma c_p)$, определяемое уравнением (777) и входящее в дифференциальное уравнение (783), представляет собой *отношение скорости теплопереноса к скорости массопереноса*. Значение ε зависит как от режима течения, так и от веществ, принимающих участие в массопереносе. Если предположить, что при тепло- и массопереносе нужно преодолеть, по существу, только сопротивление ламинарного пограничного слоя, то ясно, что ε с хорошим приближением можно считать равным отношению коэффициента температуропроводности $a = \lambda/(\rho c_p)$ к коэффициенту диффузии D . При диффузии водяного пара, двуокиси углерода и бензола в воздухе (водороде) отношение a/D соответственно равно 0,853; 1,32; 2,41 (1,79; 2,28; 4,42). Эти значения $\varepsilon = a/D$ относятся главным образом к ламинарному течению. С повышением степени турбулентности, когда массообмен определяется уже не только диффузией, но в значительной степени конвекцией, ε , по-видимому, приближается к 1. Предельный случай $\varepsilon = 1$ достигался бы, следовательно, при чисто турбулентном переносе; он соответствует закону Льюиса [3.29], согласно которому $a = \sigma c_p$. Практически при турбулентном течении можно вести расчет примерно при среднем значении между приведенными выше значениями a/D и $\varepsilon = 1$ [3.18].

Определение температуры насадки численным методом. Уравнение (783) можно достаточно точно решить с помощью описываемого ниже конечно-разностного метода. Пусть в момент времени η температура задана для всего регенератора или по крайней мере вплоть до координаты $\xi + \Delta\xi$, тогда как в момент $\eta + \Delta\eta$ — только до координаты ξ , так что вновь, как и на рис. 187, известны три точки с температурами Θ_1 , Θ_2 и Θ_3 . Требуется найти температуру Θ_4 в сечении $\xi + \Delta\xi$ в момент $\eta + \Delta\eta$. Заменим производные в уравнении (783) на выражения (711) — (713). В результате получается соотношение

$$\Theta_4^* = \Theta_1 + \frac{2\varepsilon [\Theta_2 + \Theta_3 - 2\Theta_1] + \left[\Delta\xi - \left(1 + \frac{d\varphi''}{d\Theta} \right) \Delta\eta \right] (\Theta_2 - \Theta_3)}{2\varepsilon + \Delta\xi = \left(1 + \frac{d\varphi''}{d\Theta} \right) \Delta\eta} \quad (784)$$

С помощью этого уравнения можно методом конечных разностей рассчитать распределение температуры насадки Θ во «влажную» часть периода охлаждения и в период нагрева. При этом на каждом шаге следует использовать среднее значение $d\varphi''/d\Theta$. Для этого рекомендуется выбирать значение $d\varphi''/d\Theta$ при температуре Θ_1 или $(1/2)(\Theta_2 + \Theta_3)$.

Графическое определение температуры насадки. Вместо уравнения (784) можно разработать графический метод определения Θ , если произвольно принять, что

$$\Delta\xi = \left(1 + \frac{d\varphi''}{d\Theta} \right) \Delta\eta. \quad (785)$$

Если вновь считать, что производная $d\varphi''/d\Theta$ в пределах шага с достаточной точностью неизменна, то (783) переходит в разностное уравнение

$$\Theta_4 - \frac{1}{2}(\Theta_2 + \Theta_3) = \frac{\Delta\xi - \varepsilon}{\Delta\xi + \varepsilon} \left[\Theta_1 - \frac{1}{2}(\Theta_2 + \Theta_3) \right]. \quad (786)$$

в любом сечении регенератора в период охлаждения, равно количеству водяного пара, сконденсированного в предыдущий период нагрева. Это справедливо и тогда, когда установившееся состояние еще не достигнуто или когда продолжительности периодов II и II' различны. Покажем, как при расчете регенераторов выполнить это условие, которое мы назовем *условием незамерзаемости*¹.

Количество воды, испаряющейся или сублимирующей на единице поверхности в сечении регенератора ξ за малый промежуток времени dt ,

$$dm_w = \frac{C}{c_p} dt \left(\frac{\partial x}{\partial f} \right)_\eta, \quad (787)$$

где C/c_p — массовый расход газа, проходящего через регенератор в течение периода охлаждения, кг/с; x — влагосодержание газа.

Интегрируя уравнение (787) по продолжительности «влажной» части периода охлаждения, с учетом уравнений (540) и (778) получаем общее количество воды, испарившейся или сублимировавшей с единицы поверхности:

$$m_w = \frac{C}{c_p} \int_{\theta_2}^{\theta_3} \left(\frac{\partial x}{\partial f} \right)_\eta dt = \frac{1}{r} \frac{dC_s}{df} \int_{\theta_2}^{\theta_3} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \right)_\eta d\eta. \quad (788)$$

С помощью аналогичного анализа для периода нагрева находим:

$$m'_w = \frac{1}{r} \frac{dC_s}{df} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \right)_\eta d\eta. \quad (789)$$

Поскольку в период нагрева приведенное влагосодержание φ , как и θ , уменьшается с ростом ξ , т. е. в направлении течения, $\partial\varphi/\partial\xi$, а согласно уравнению (789) и m'_w — отрицательны. Этим учитывается то обстоятельство, что количество воды m'_w не испаряется или сублимирует, а конденсируется. Поэтому упомянутое условие о том, что количество испаряющейся воды или сублимирующего льда должно быть равно количеству конденсирующегося пара, можно выразить в виде равенства $m'_w = -m_w$, откуда с учетом уравнений (788) и (789) следует, что

$$\int_{\theta_2}^{\theta_3} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \right)_\eta d\eta + \int_{\theta_1}^{\theta_2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \right)_\eta d\eta = 0. \quad (790)$$

Это условие незамерзаемости можно было бы использовать непосредственно при расчете распределения температур во «влажном» регенераторе для определения продолжительности «влажной» части периода охлаждения в произвольном сечении регенератора. Для этого сначала нужно было бы рассчитать φ для различных значений η способом, указанным в конце § 95, и начертить его график в зависимости от ξ , затем по наклону полученной кривой в сечении ξ определить $(\partial\varphi/\partial\xi)_\eta$ и, наконец, приближенно вычислить интегралы, входящие в уравнение (790). Сложнее определить эти интегралы чисто расчетным путем.

Однако такие методы были бы весьма трудоемки. Поэтому еще раз

¹ В оригинале Niederschlagbedingung, т. е. условие отложения (конденсации), однако в отечественной литературе используется приведенный термин. — Прим. пер.

преобразуем уравнение (790) с учетом того, что согласно уравнениям (780) и (781)

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial \xi}\right)_{\eta} = -\left(\frac{\partial \theta}{\partial \eta}\right)_{\xi} - (\theta - \vartheta).$$

Тогда получим следующее условие незамерзаемости:

$$\theta_3 - \theta_1 + \int_{\theta_3}^{\theta_2} (\theta - \vartheta) d\eta = \int_{\theta_1}^{\theta_2} (\vartheta - \theta) d\eta. \quad (791)$$

С помощью уравнения (791) рассчитывается температура θ_3 в каждом сечении регенератора в конце «влажной» части периода охлаждения, а также продолжительность этой части Π^* , если из расчета предыдущего периода нагрева известны θ_1 и θ_2 . Расчет θ_3 и Π^* проводится следующим образом. По известным θ с помощью уравнения (707) находят значения ϑ . Затем приближенно вычисляют интеграл в правой части уравнения (791) для периода нагрева. Интегрирование продолжают для периода охлаждения до тех пор, пока полученное значение θ_3 не удовлетворит уравнению (791). Продолжительность «влажной» части периода охлаждения Π^* в общем случае различна от сечения к сечению.

Р. Шлаттерер¹ показал, что для $\xi > 5$ условие незамерзаемости (791) можно упрощенно найти следующим образом. Вводя для сокращения записи обозначения

для периода нагрева

$$1 + \frac{d\varphi''}{d\theta} = w(\theta); \quad (792)$$

для «влажной» части периода охлаждения

$$1 + \frac{d\varphi''}{d\theta} = k(\theta) \quad (793)$$

и опуская некоторые промежуточные выкладки, можно преобразовать уравнение (791) к виду (при $\xi > 5$)

$$\theta_3 - \theta_1 + \int_{\theta_3}^{\theta_2} \frac{d\theta}{k(\theta)_{\xi-\varepsilon}} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{d\theta}{w(\theta)_{\xi-\varepsilon}}. \quad (794)$$

Следовательно, $k(\theta)$ и $w(\theta)$ в интегралах этого уравнения нужно всегда определять для значений θ в сечении $\xi - \varepsilon$, тогда как $d\theta$ и пределы интегрирования θ_1 , θ_2 и θ_3 относятся к самому сечению ξ . Эти интегралы можно легко вычислить, если с достаточно высокой точностью принять, что

$$\int_{\theta_3}^{\theta_2} \frac{d\theta}{k(\theta)_{\xi-\varepsilon}} = \frac{(\theta_2 - \theta_3)_{\xi}}{(\theta_2 - \theta_3)_{\xi-\varepsilon}} \int_{\theta_3(\xi-\varepsilon)}^{\theta_2(\xi-\varepsilon)} \frac{d\theta}{k(\theta)} \quad (795)$$

и

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{d\theta}{w(\theta)_{\xi-\varepsilon}} = \frac{(\theta_2 - \theta_1)_{\xi}}{(\theta_2 - \theta_1)_{\xi-\varepsilon}} \int_{\theta_1(\xi-\varepsilon)}^{\theta_2(\xi-\varepsilon)} \frac{d\theta}{w(\theta)}. \quad (796)$$

¹ См. сноску на с. 352.

Пределы вновь полученных интегралов определяются значениями Θ_1 , Θ_2 и Θ_3 в сечениях $\xi - \varepsilon$, расположенных всегда вверх по потоку на расстоянии ε от сечения ξ .

С помощью уравнений (795) и (796) можно просто определить условие незамерзаемости (794). Действительно, интегралы $\int_0^{\Theta} d\theta/k(\theta)$ и $\int_0^{\Theta} d\theta/w(\theta)$, определяемые кривой давления паров и соответствующим давлением газа, можно вычислить приближенно и изобразить графически в виде зависимости от Θ . Из полученных кривых легко получаем интегралы, входящие в уравнения (795) и (796) как разность двух значений, которые находятся по этим кривым. Соответствующим образом эти интегралы можно определить и чисто расчетным путем.

97. Приближенный расчет установившегося состояния¹ «влажных» регенераторов

В принципе установившееся состояние «влажного» регенератора можно рассчитать следующим образом. Задаемся начальным распределением температуры насадки и проводим расчет для достаточного числа последовательных периодов нагрева и охлаждения с помощью одного из рассмотренных выше конечно-разностных методов с использованием условия незамерзаемости. Расчет ведем до тех пор, пока не будет заметных расхождений в распределении температуры от периода к периоду. Для того чтобы число периодов, для которых нужно производить расчет, не было слишком большим, желательно уметь предварительно оценивать распределение температуры. Это позволяет сделать соотношение, с помощью которого при $CT = C'T'$ можно в первом приближении рассчитать зависимость средней во времени температуры насадки $\bar{\theta}'$ в период нагрева от ξ' .

С помощью уравнения (760) в первом издании настоящей книги сначала было приближенно установлена зависимость средней во времени температуры газа $\bar{\theta}'$ от ξ' . Это приближенное соотношение, вывод которого мы здесь не повторяем, гласит, что при $CT = C'T'$

$$\xi' = \text{const} - \left(1 + \frac{\Pi'}{\Pi}\right) \frac{\bar{\theta}'}{\Delta\bar{\theta}} = \frac{\Pi'}{2\Delta\bar{\theta}} \frac{P' - P}{P'} \varphi'', \quad (797)$$

где ξ' , Π' и P' относятся к периоду нагрева; P' и P — давления в периоды нагрева и охлаждения; $\Delta\bar{\theta}$ — однородная по координате и средняя во времени разность температур между газами.

В уравнении (797) $\bar{\theta}'$ можно принять равной $\bar{\theta}'$, поскольку, как видно из рис. 214, справа, между этими температурами не следует ожидать заметного различия. Применяя затем это соотношение к температуре горячего газа на входе $\bar{\theta}' = \bar{\theta}'_1$ при $\xi' = 0$ ($\xi = \Lambda$) и вычитая полу-

¹ Этот подробно обоснованный в первом издании настоящей книги метод был после некоторой предварительной проработки автора развит Шлаттерером.

ченное уравнение из первоначального, получаем:

$$\xi' = \left(1 + \frac{\Pi'}{\Pi}\right) \frac{\vartheta'_{1} - \bar{\vartheta}'}{\Delta\vartheta} + \frac{\Pi'}{2\Delta\vartheta} \frac{P' - P}{P'} [\varphi''(\vartheta'_{1}) - \varphi''(\bar{\vartheta}')]. \quad (798)$$

В рамках точности этого приближенного уравнения можно рассматривать определяемую по нему среднюю температуру насадки $\bar{\vartheta}'$ как температуру в середине периода нагрева и, исходя из этого, начинать уточненный расчет по уравнению (784).

Однако обычно предпочтительнее в качестве отправного пункта для уточненного расчета выбирать начало периода нагрева прежде всего потому, что в этом случае к концу периода нагрева получают количество сконденсированной воды, которое в свою очередь определяет продолжительность «влажной» части периода охлаждения.

Оценочное распределение температуры насадки в начале периода нагрева находят из уравнения (798), изменяя при каждом значении $\vartheta' = \text{const}$ координату ξ' на величину $\Delta\xi'$, соответствующую половине продолжительности периода $\Delta\eta' = -\Pi'/2$. Согласно уравнению (785) требуемый сдвиг ξ' составляет:

$$\Delta\xi' = - \left(1 + \frac{d\varphi''}{d\vartheta'}\right) \frac{\Pi'}{2}. \quad (799)$$

Поэтому из уравнения (798) получаем:

$$\xi' = \xi'_{A} = \left(1 + \frac{\Pi'}{\Pi}\right) \frac{\vartheta'_{1} - \vartheta'_{A}}{\Delta\vartheta} + \frac{\Pi'}{2} \left\{ \frac{1}{\Delta\vartheta} \frac{P' - P}{P'} [\varphi''(\vartheta'_{1}) - \varphi''(\vartheta'_{A})] - \left(1 + \frac{d\varphi''}{d\vartheta'}\right)_{A} \right\}, \quad (800)$$

где индексом A обозначаются значения параметров в начале периода нагрева.

Тем самым в первом приближении установлено и распределение температуры насадки в начале периода нагрева $\vartheta' = \vartheta'_{A}$.

98. Результаты расчета

Распределение температуры, рассчитанное описанным методом, поясним на примере из криогенной техники¹. При этом опять сначала рассмотрим только конденсацию водяного пара, а не углекислоты или каких-либо других компонентов. Пусть безразмерная длина регенератора $\Lambda = \Lambda' = 250$, а безразмерная продолжительность периода $\Pi = \Pi' = 50$. Эти значения Λ и Π соответствуют, например, случаю, когда каждый из двух совместно работающих регенераторов имеет насадку с теплоемкостью 420 кДж/К и теплопередающей поверхностью 1200 м², а коэффициент теплоотдачи $\alpha = 58$ Вт/(м²·К). При этом через регенератор за 1 ч проходит примерно 1000 кг воздуха и количество азота равной теплоемкости ($C' = C = \text{const}$), а переключение происходит каждые 5 мин. Воздух, насыщенный водяным паром, поступает в регенераторы с температурой +35°C, а совершенно сухой азот — с температурой —180°C. Примем, что абсолютное давление воздуха равно 5 бар (0,5 МПа), а азота 1,1 бар (0,11 МПа).

На рис. 210 показано распределение температуры насадки в течение периода охлаждения, когда через регенератор проходят только сухие

¹ По Хаузену [3.15].

газы. Отдельные кривые соответствуют различным моментам времени η . В области линейного распределения температура насадки колеблется в пределах 50°C .

Если через регенератор, работавший на сухих газах, начать пропускать воздух, насыщенный при абсолютном давлении 5 бар и температуре 35°C водяным паром, то распределение температуры внезапно изменится так, как показано на рис. 211. На рисунке показан первый период нагрева при работе на влажном воздухе. Воздух входит в реге-

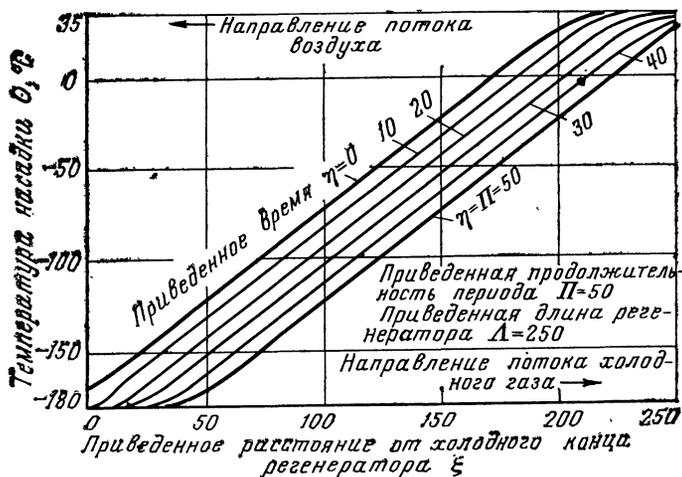


Рис. 210. Распределение температуры насадки в регенераторе, работающем на сухих газах (период охлаждения, установившееся состояние).

натор справа и охлаждается при конденсации водяного пара. В результате освобождения при этом теплоты испарения или сублимации в области превращения водяного пара в воду или лед, как показывает изгиб температурных кривых вверх, насадка нагревается значительно быстрее, чем если бы на ней охлаждался сухой воздух.

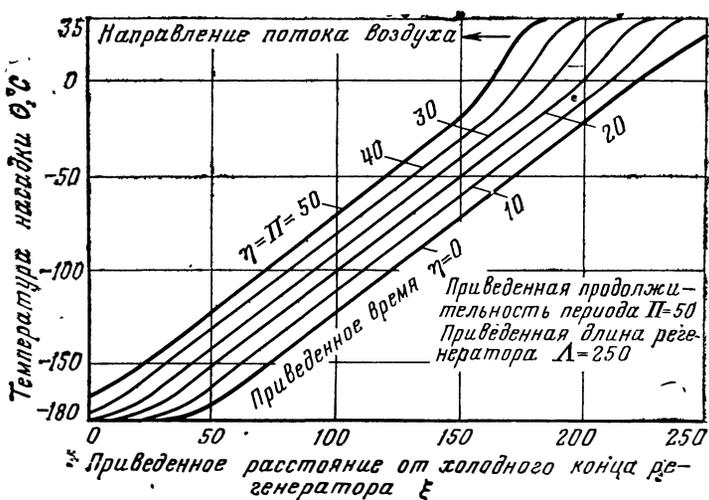


Рис. 211. Перевод регенератора с сухого на влажный воздух (первый «влажный» период нагрева; давление в период нагрева 5 бар, в период охлаждения 1,1 бар).

Однако это распределение температуры не может сохраняться, так как при этом не выполняется определяемое уравнением (455) условие, гласящее, что при $\Lambda=\Lambda'$, $\Pi=\Pi'$ и, кроме того, при $CT=C'T'$ в установившемся состоянии средняя разность температур между газами $\Delta\theta$ должна быть всюду одинаковой. Установившееся состояние регенератора, работающего на влажном воздухе, показано на рис. 212 и 213. В холодных частях регенератора (слева) там, где конденсация влаги незначительна, распределение температур еще почти линейно, но заметно круче, чем на рис. 210 и 211. Колебание температур достигает здесь 50—80°C. Напротив, область конденсации водяных паров сильно вытянута в длину. Именно в этой области значительно уменьшается колебание температуры, которое на рис. 211 было особенно большим. Из

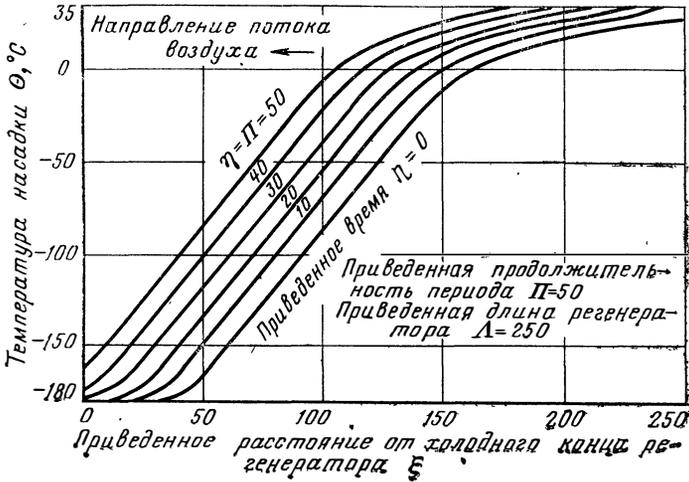


Рис. 212. Работа регенератора на влажном воздухе с температурой насыщения 35°C (период нагрева, установившееся состояние).

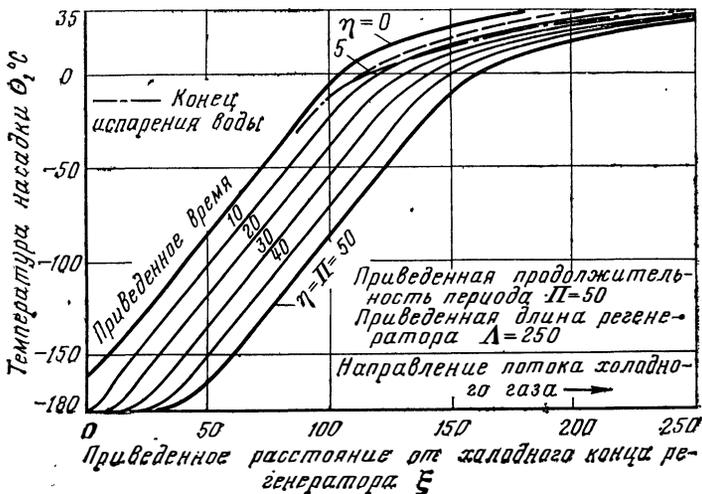


Рис. 213. Работа регенератора на влажном воздухе с температурой насыщения 35°C (период охлаждения, установившееся состояние).

правой части рис. 212 можно видеть, что искажение линейного распределения температуры, обусловленное неизменностью температуры воздуха на входе, распространяется значительно дальше внутрь регенератора, чем при работе на сухом воздухе. На рис. 213, на котором представлено распределение температуры насадки в период охлаждения, штрихпунктирная линия указывает, при какой температуре (Θ_3) в каждом сечении регенератора заканчивается испарение воды. По расстоянию по вертикали между сплошными кривыми, особенно между коорди-

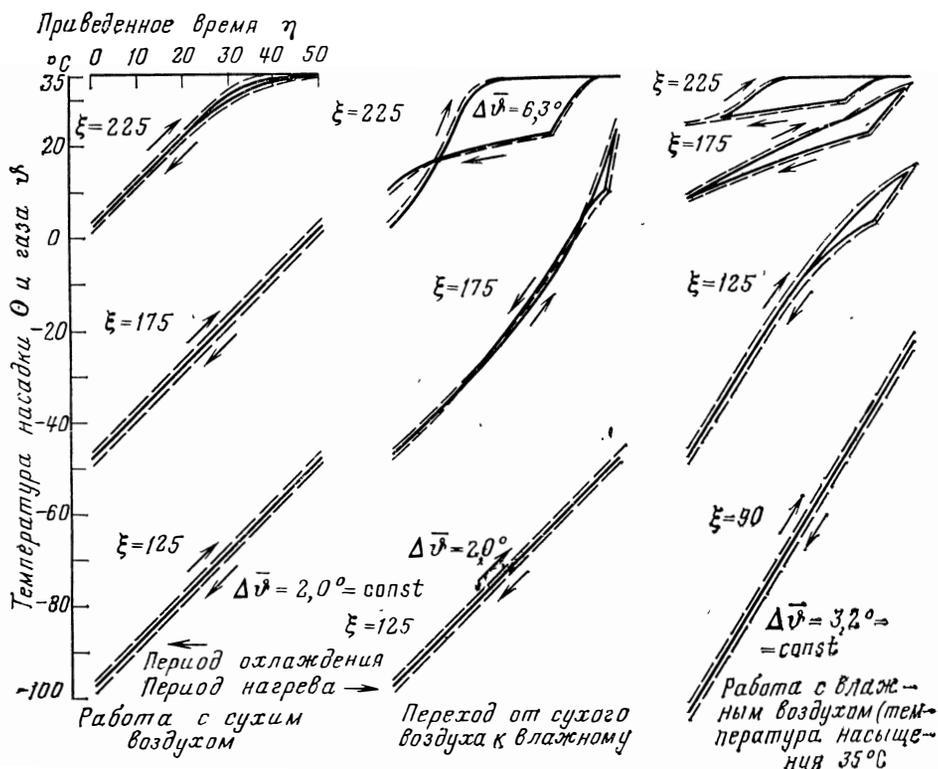


Рис. 214. Изменение температур насадки и газов во времени в различных сечениях регенератора при работе на сухом и влажном воздухе.

— температура насадки; — — — температура воздуха и азота.

натами $\xi = 120$ и $\xi = 180$, видно, что температура насадки во «влажную» часть периода охлаждения падает значительно быстрее, чем в «сухую» часть этого периода. Испарение воды в этой области заканчивается уже по прошествии примерно одной пятой периода охлаждения. При $\xi < 120$ испарение или сублимация протекает еще быстрее. Напротив, при $\xi > 180$ время начала испарения обычно несколько сдвигается, в результате чего испарение и заканчивается позже. Испарение здесь начинается не сразу в начале периода охлаждения, поскольку в первый момент этого периода насадка обтекается потоком азота, уже предварительно нагретого до максимальной температуры в 35°C и поэтому насыщенного водяным паром.

Рассмотренные процессы можно проанализировать еще детальнее с помощью рис. 214, на котором показаны кривые изменения температур во времени в разных сечениях регенератора. По горизонтали отложено приведенное время η , причем оно отложено в противоположных

направлениях для периодов нагрева и охлаждения, а по вертикали — температуры насадки Θ (сплошные линии) и газа ϕ (штриховые линии). На левой стороне рисунка можно видеть известные кривые изменения во времени температур в «сухом» регенераторе. Здесь во всех сечениях регенератора средняя разность температур между газами $\Delta\bar{\theta}=2^{\circ}\text{C}$. В середине рис. 214 показано изменение температур во времени в первые периоды нагрева и охлаждения непосредственно после перехода с работы на сухом воздухе к влажному (сравните с рис. 211). В правой части рис. 214 показано изменение температур насадки и газа во времени в установившемся состоянии. И в этом случае $\Delta\bar{\theta}$ везде одинаково, но на 60% больше, чем в «сухом» регенераторе. Из рассмо-

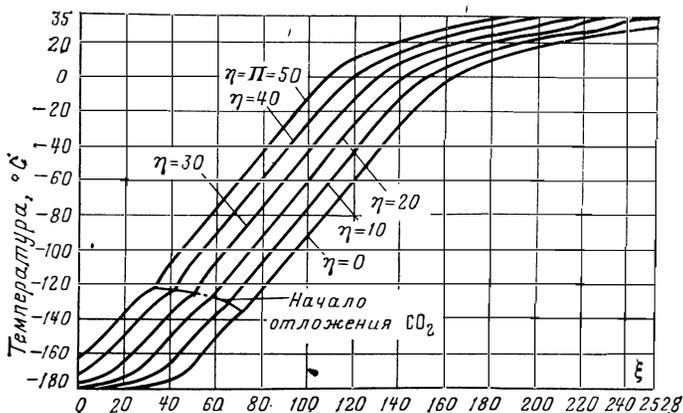


Рис. 215. «Влажный» регенератор с отложением двуоксида углерода; период нагрева.

тренных температурных распределений видна большая приспособляемость регенератора к изменению режима работы. Если бы распределение температур вдоль регенератора при работе на влажном воздухе оставалось таким же, как и на сухом воздухе (см. рис. 210 и 211), то вследствие увеличенных колебаний температуры при конденсации и испарении и обусловленной этим большой петли гистерезиса нагреваемый газ выходил бы из регенератора относительно очень холодным. При этом потери от недорекуперации были бы нежелательно высоки. Однако за счет искривления графика распределения температуры (см. рис. 212 и 213) регенератор сам предоставляет больше поверхности насадки там, где она дополнительно необходима для конденсации и повторного испарения. Наоборот, в холодных частях регенератора за счет более крутого распределения температуры обмен теплотой и холодом возрастает. Все это приводит к тому, что обусловленная влажностью воздуха повышенная нагрузка регенератора равномерно распределяется по всей его длине. В результате КПД теплообмена ухудшается сравнительно мало.

На рис. 215 для рассмотренного выше примера показано распределение температуры с дополнительным учетом влияния отложения и сублимации двуоксида углерода. При очень низких температурах график распределения температуры также искривлен довольно слабо, подобно тому, как в области более высоких температур он искривлен вследствие влияния влагосодержания воздуха.

В заключение укажем еще на следующее. В рассмотренных примерах теплоемкость газов, проходящих через регенератор в периоды на-

грева и охлаждения, принималась одинаковой. Однако на практике через регенераторы, например, кислородных установок калорически проходит на 2—3% больше азота, чем воздуха. В результате на холодном конце регенератора реализуются очень малые разности температур, настолько благоприятствующие сублимации, что в конце периода насадка совсем свободна от двуокиси углерода, но разность температур на теплом конце регенератора при этом увеличивается. Этого можно избежать, если выбрать избыток холодного газа еще большим, но примерно в середине регенератора отводить его из аппарата. Правда, в результате разность температур в середине регенератора несколько возрастает, однако на теплом и холодном концах она будет малой. Эта идея, появившаяся еще при разработке первых низкотемпературных регенераторов, но вначале не осуществленная, была позднее реализована в Америке и стала известна как unbalance system¹ [3.30]. Такое устройство соответствует показанному на рис. 55 «реверсивному теплообменнику». Здесь примерно 11% воздуха, охлажденного до самой низкой температуры в отдельном канале, вновь возвращается приблизительно в среднюю часть теплообменника.

¹ Небалансирующая система, или система с небалансирующимся потоком; последний часто называют петлевым. — *Прим. пер.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ¹

Литература к введению

- B.1. VDI-Wärmeatlas. Düsseldorf: VDI-Verlag 1953; Ergänzungen 1956—1963; 2. Auflage 1974.
- B.2. Гребер Г., Эрк С., Григуль У. Основы учения о теплообмене. — М.: Изд-во иностр. лит., 1958.
- B.3. Eckert E. Einführung in den Wärme- und Stoffaustausch. 1. Aufl. 1949; 3. Aufl. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1966.
- B.4. Эккерт Э. Р., Дрейк Р. М. Теория тепло- и массообмена. — М.: Госэнергоиздат, 1961.
- B.5. Шак А. Промышленная теплопередача. — М.: Metallurgizdat, 1961.
- B.6. Якоб М. Вопросы теплопередачи. — М.: Изд-во иностр. лит., 1960.
- B.7. Мак-Адамс В. Х. Теплопередача. — М.: Metallurgizdat, 1961.
- B.8. Fishenden M., Saunders O. An Introduction to Heat Transfer. Oxford: Clarendon Press, 1950.
- B.9. Giedt W. H. Heat Transfer. Toronto, New York, London: Nordstrand Comp., 1958.
- B.10. Берд Р., Стьюарт В., Лайтфут Е. Явления переноса. — М.: Химия, 1974.
- B.11. Петухов Б. С. Опытное изучение процессов теплопередачи. — М.: Госэнергоиздат, 1952.
- B.12. Charman A. J. Heat Transfer, 2 Ed. New York: The Macmillan Comp., 1967.
- B.13. Лыков А. В., Михайлов Ю. А. Теория переноса энергии и вещества. — Минск: Изд-во АН БССР, 1959.
- B.14. Ibele W. Editor Modern Developments in Heat Transfer. New York, London: Academic Press, 1963.
- B.15. Хаазе Р. Термодинамика необратимых процессов. — М.: Мир, 1967.
- B.16. Кайс В. М. Конвективный тепло- и массообмен. — М.: Энергия, 1972.
- B.17. Eckert E. R. G., Irvine T. (Editors) Progress in Heat and Mass Transfer. Oxford, London, Edinburgh, New York, Paris, Frankfurt: Pergamon, 1971.
- B.18. Rohsenow W. M., Hartnett J. P. Handbook of Heat Transfer. New York: McGraw-Hill, 1973.
- B.19. Dwyer O. E. (Editor) Progress in Heat and Mass Transfer Oxford: Pergamon, 1973.
- B.20. Landolt-Bornstein Zahlenwerte und Funktionen aus Physik, Chemie, Astronomie, Geophysik und Technik, 6. Auflage. Berlin, Göttingen, Heidelberg; insbes. Bd. II, 5a, 1969 (Viscosität) und Bd. IV, 4: Wärmetechnik, Teil a, 1967: Thermodynamische Zustandsgrößen (einschließlich Dichte); Teil b, 1972 Transportgrößen (Wärmeleitfähigkeit) und Wärmeübertragung.
- B.21. Schmidt E. Einführung in die technische Thermodynamik. 9. Aufl. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer, 1962, S. 347—408.

¹ Из обширного списка литературы оригинала, включающего более 1000 названий, здесь приведены только те источники, на которые имеются непосредственные ссылки. — *Прим. пер.*

B.22. **Hesselmann K.** Angewandte Thermodynamik. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer, 1950, S. 254—301.

B.23. **Hofmann E.** Wärme- und Stoffübertragung. Handbuch der Kältetechnik herausgegeben von R. Plank, Bd. III. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer, 1959, S. 187—463.

B.24. **Grassmann P.** Physikalische Grundlagen der Chemie-Ingenieur-Technik. Aarau und Frankfurt: Verlag Sauerländer, 1961, Kap. 9, S. 593—698: Impuls-, Wärme- und Stoffaustausch.

B.25. **Hütte.** Des Ingenieurs Taschenbuch. Bd. I, 28. Aufl. Berlin: Ernst u. Sohn, 1955, S. 491—506.

B.26. **Haselden G. G.** Cryogenic Fundamentals. London, New York, 1971, p. 17—197.

Литература к части первой

1.1. **Allen R. W., Eckert E. R. G.** Friction and Heat-Transfer-Measurements to Turbulent Pipe Flow of Water (Pr-7 and 8) at Uniform Wall Heat Flux. — Trans. ASME, Ser. C. J. Heat Transfer, 1964, v. 86, № 3, p. 301—310.

1.2. **Bachr H. D., Hicken E.** Neue Kennzahlen und Gleichungen für den Wärmeübergang in Laminar durchströmten Kanälen. Klimatisierung 1969, Bd 21, № 2, S. 34—38.

1.3. **Blasius H.** Das Ähnlichkeitsgesetz bei Reibungsvorgängen in Flüssigkeiten. — Phys. Z., 1911, Bd 12, S. 1175; oder Forschungsarbeit Ing.-Wes., 1913, Heft 131.

1.4. **Böhm H.** Versuche zur Ermittlung der konvektiven Wärmeübergangszahlen an gemauerten engen Kanälen. — Arch. Eisenhüttenwes., 1932/33, Bd. 6, S. 423—431.

1.5. **Böhm J.** Messungen des Wärmeübergangs im laminaren Strömungsgebiet mit Rizinusöl. — Wärme, 1943, Bd. 66, S. 144—152.

1.6. **Böhm J.** Der Wärmeübergang im Übergangsgebiet von laminar zu turbulenter Strömung (Messungen an Äthylen-Glykol, Äthylenglykol-Wasser-Gemischen und Chlor-kalzium-Wasser-Gemischen). — Wärme, 1944, Bd. 67, S. 3—11.

1.7. **Brauer H.** Strömungswiderstand und Wärmeübergang bei Ringspalten mit rauhen Kernrohren. — Atomkernenergie, 1961, Bd. 6, S. 152—161 u. 207—211.

1.8. **Bridgman P. W., Holl H.** Theorie der physikalischen Dimensionen. Leipzig u. Berlin: B. G. Taubner, 1932.

1.9. **Colburn A. P., Drew T. B., Worthington H.** — Ind. Eng. Chem., 1947, v. 39, p. 958.

1.10. **Colburn A. P., Hougan O. A.** Studies in Heat Transmission III (Flow of Fluids at Low Velocities). — Ind. Eng. Chem., 1930, v. 22, p. 534—539.

1.11. **Colburn A. P.** A Method of Correlating Forced Convection Heat Transfer Data and a Comparison with Fluid Friction. — Trans. Amer. Inst. Chem. Engrs, 1933, v. 29, p. 174—218.

1.12. **Deissler R. G., Eian G. C.** Analytical and Experimental Investigation of Heat Transfer with Variable Fluid Properties, NACA TN 2629, 1952.

1.13. **Dipprey D. F., Sabersky R. H.** Heat and Momentum Transfer in Smooth and Rough Tubes at Various Prandtl Numbers. — Int. J. Heat. Mass Transfer, 1963, v. 6, № 5, p. 329—353.

1.14. **Dittus F. W., Boelter L. M. K.** Heat Transfer in Automobile Radiators of the Tubular Type. — Univ. Cal. Publ. Engrg, 1930, v. 2, p. 443—461.

1.15. **Eagle A., Ferguson R. M.** On the Coefficient of Heat Transfer from the Internal Surface of Tube Walls. — Proc. Roy. Soc. A, 1930, v. 127, p. 540—566.

1.16. **Eckert E.** Der Wärmeübergang bei Kühlen und Heizen. — Z. VDI, 1936, Bd. 80, S. 137, 138.

1.17. **Eckert E.** Technische Strahlungsaustauschrechnungen. Berlin: VDI-Verlag, 1937.

1.18. **Friend W. L., Metzner A. B.** Turbulent Heat Transfer inside Tubes. — J. Amer. Inst. Chem. Engrs, 1958, v. 4, p. 393—402.

1.19. **Glaser H.** Regeneratozen mit bewegter Speichermasse. — *Forsch. Ing.-Wes.*, 1951, № 1, S. 9—15.

1.20. **Gnielinski V.** Eine Weiterentwicklung der Gleichung von H. Hausen für den Wärmeübergang im turbulent durchströmten Rohr unter Berücksichtigung neuerer Meßwerte bei hohen Reynolds-Zahlen. Vortrag in Bad Mergentheim am 2. IV. 1973 bei der Sitzung des Ausschusses «Wärme- u. Stoffübertragung» der Verfahrenstechnischen Gesellschaft (VDI). Veröffentlicht unter dem Titel: Neue Gleichungen für den Wärme- und Stoffübergang in turbulent durchströmten Rohren und Kanälen. — *Forschung Ingenieurwesen*, 1975, Bd 41, № 1.

1.21. **Gowen R. A., Smith J. W.** The Effect of the Prandtl Number on Temperature Profiles for Heat Transfer in Turbulent Pipe Flow. — *Chem. Eng. Sci.*, 1967, v. 22, № 12, p. 1701—1711.

1.22. **Gowen R. A., Smith J. W.** Turbulent Heat Mass Transfer from Smooth and Rough Surfaces. — *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1968, v. 11, p. 1657—1674.

1.23. **Grätz L.** Über die Wärmeleitfähigkeit von Flüssigkeiten. — *Ann. Physik (N. F.)*, 1883, Bd. 18, S. 79—94; 1885, Bd. 25, S. 337—357.

1.24. **Grass G.** Wärmeübergang an turbulent strömende Gase im Rohreinlauf. — *Allgemeine Wärmetechnik*, 1956, Bd. 7, S. 58—64.

1.25. **Hackl A., Gröll W.** Zum Wärmeverhalten zähflüssiger Öle. — *Verfahrenstechnik*, 1969, Bd. 3, S. 141—145.

1.26. **Hausen H.** Darstellung des Wärmeübergangs in Rohren durch verallgemeinerte Potenzbeziehungen. — *Z. VDI. Beihefte «Verfahrenstechnik»*, 1943, Heft 4, S. 91—98.

1.27. **Hausen H.** Wärmeübertragung im Gegenstrom, Gleichstrom und Kreuzstrom. Berlin, Göttingen, Heidelberg, München: Springer u. Bergman 1. Aufl. 1950.

1.28. **Hausen H.** Zur Frage nach dem gleichwertigen Durchmesser bei der Wärmeübertragung in einseitig beheizten Spalten. *Abhandlungen der Braunschweigischen Wissenschaftlichen Gesellschaft X*, 1958, S. 150—158.

1.29. **Hausen H., Düwel L.** Zur Frage nach dem gleichwertigen Durchmesser bei der Wärmeübertragung in einseitig beheizten Spalten. — *Kältetech.*, 1959, Bd. 11, S. 242—249.

1.30. **Hausen H.** Neue Gleichungen für die Wärmeübertragung bei freier und erzgenerer Strömung. — *Allgem. Wärmetechnik*, 1959, Bd. 9, S. 75—79.

1.31. **Hausen H.** Bemerkungen zur Veröffentlichung von A. Hackl und W. Gröll: Zum Wärmeverhalten zähflüssiger Öle (vol. [1.25]). — *Verfahrenstechnik*, 1969, Bd. 3, № 8, S. 355 und № 11, S. 480.

1.32. **Hausen H.** Erweiterte Gleichung für den Wärmeübergang bei turbulenter Strömung. — *Wärme- und Stoffübertragung*, 1974, Bd. 7, S. 222—225.

1.33. **Helmholz H.** Über ein Theorem, geometrisch ähnliche Bewegungen flüssiger Körper betreffend, nebst Anwendung auf das Problem, Luftballons zu lenken. *Monatsber. d. K. Akad. d. Wissensch. zu Berlin* vom 26. Juni 1873, S. 501—514.

1.34. **Hofmann E.** Der Wärmeübergang bei der Strömung in Rohr. — *Z. ges. Kälte-Ind.*, 1937, Bd. 44, S. 99—107.

1.35. **Hofmann E.** Über die Gesetzmäßigkeiten der Wärme- und Stoffübertragung auf Grund des Strömungsvorganges im Rohr. — *Forsch. Ing.-Wes.*, 1940, Bd 11, S. 159—169.

1.36. **Hufschmidt W., Burck E., Riebold W.** Die Bestimmung örtlicher und mittlerer Wärmeübergangszahlen in Rohren bei hohen Wärmestromdichten. — *Int. J. Heat. Mass Transfer*, 1966, v. 9, p. 539.

1.37. **Hufschmidt W., Burck E.** Der Einfluß temperaturabhängiger Stoffwerte auf den Wärmeübergang bei turbulenter Strömung von Flüssigkeiten in Rohren bei hohen Wärmestromdichten und Prandtl-Zahlen. — *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1968, v. 11, № 6, p. 1041—1048.

1.38. **Humble L. V., Lowdermilk W. H., Desmon L. G.** Measurements of Averag Heat Transfer and Friction Coefficients for Subsonic Flow of Air in Smooth Tubes a High Surface and Fluid Temperatures. NACA Report 1020, 1951.

1.39. **Ивановский М. Н.** Скоростной метод измерения среднего коэффициента теплоотдачи в трубе. — В кн.: Вопросы теплообмена. — М.: Изд-во АН СССР, 1959 с. 100—112.

1.40. **Jeschke H.** Wärmeübergang und Druckverlust in Rohrschlangen. Beiheft «Technische Mechanik» zu Z. VDI, 1925, Bd. 69, S. 24—28.

1.41. **Kármán Th.** Analogy between Fluid Friction and Heat Transfer. — Trans. Amer. Soc. mech. Engrs, 1939, v. 61, p. 705, 710; Engineering, 1939, v. 148, p. 210—213.

1.42. **Kaye W. A., Fúrnas C. C.** Heat Transfer Involving Turbulent Fluids. — Ind. Eng. Chem., 1934, v. 26, p. 783—786.

1.43. **Kern D. Q., Othmer D. F.** Effect of Free Convection on Viscous Heat Transfer in Horizontal Tubes. — Trans. Amer. Inst. Chem. Engrs, 1943, v. 39, p. 517—535.

1.44. **Kirschbaum E.** Neues zum Wärmeübergang mit und ohne Änderung des Aggregatzustandes. — Chem. Ing. Tech., 1952, Bd. 24, S. 393—400.

1.45. **Kolar V.** Heat Transfer in Turbulent Flow of Fluids through Smooth and Rough Tubes. — Int. J. Heat. Mass Transfer, 1965, v. 8, p. 639—653.

1.46. **Kraußold H.** Die Wärmeübertragung bei zähen Flüssigkeiten in Rohren. — VDI-Forschungsheft 351, 1931.

1.47. **Kraußold H.** Neue amerikanische Untersuchungen über den Wärmeübergang in Flüssigkeiten bei laminarer Strömung. — Forschung, 1932, Bd. 3, S. 21—24.

1.48. **Kraußold H.** Die Wärmeübertragung an Flüssigkeiten in Rohren bei turbulenter Strömung. — Forschung Ing.-Wes., 1933, Bd. 4, S. 39—44.

1.49. **Kraußold H.** Der konvektive Wärmeübergang. — Die Technik, 1948, Bd. 3, S. 205—213 u. 257—261.

1.50. **Kuprianoff J.** Neue Formen der Prandtlischen Gleichung für den Wärmeübergang. — Z. tech. Phys., 1935, Bd. 16, S. 13.

1.51. **Lévêque M. A.** Les lois de la transmission de la chaleur par convection. Ann. mines (12), 1928, 13, p. 201, 205, 381.

1.52. **Linke W., Kunze H.** Druckverlust und Wärmeübergang im Anlauf der turbulenten Rohrströmung. — Allgemeine Wärmetechnik, 1953, Bd. 4, S. 73—79.

1.53. **Lorenz H.** Wärmeabgabe und Widerstand von Kühler-elementen. Abhandl. Aerodyn. Inst. Aachen, 1933, Heft 13, S. 12; vgl. auch H. Lorenz, Beitrag zum Problem des Wärmeüberganges in turbulenter Strömung. — Z. techn. Phys., 1934, Bd. 15, S. 155—162, 201—206.

1.54. **Malina I. A., Sparrow E. M.** Variable-Property, Constant Property and Entrance-Region Heat Transfer Results for Turbulent Flow of Water and Oil in a Circular Pipe. — Chem. Engg. Sc., 1964, v. 19, p. 953—962.

1.55. **Métais B.** Wärmeübergang bei strömenden Flüssigkeiten im waagerechten Rohr mit Eigenkonvektion. — Chem. Ing. Tech., 1960, Bd. 32, S. 535—539.

1.56. **Mori Y., Nakayama W.** Study on Forced Convective Heat Transfer in Curved Pipes. — Int. J. Heat Mass Transfer, 1967, v. 10, № 1, p. 37—59; № 5, p. 681—695.

1.57. **Nunner W.** Wärmeübergang und Druckablauf in rauhen Röhren. — VDI-Forschungsheft 455, 1956, S. 5—39.

1.58. **Nußelt W.** Der Wärmeübergang in Rohrleitungen. Forsch. Arb. Ing. Wes. Heft 89, Berlin, 1909. Habilitationsschrift; vgl. auch Z. VDI, 1909, Bd. 63, S. 1750—1755 u. 1808—1812.

1.59. **Nußelt W.** Abhängigkeit der Wärmeübergangszahl von der Rohrlänge. — Z. VDI, 1910, Bd. 54, S. 1154—1158.

1.60. **Nußelt W.** Das Grundgesetz des Wärmeüberganges. — Gesundh. Ing., 1915, Bd. 38, S. 477—482 u. 490—496.

1.61. **Nußelt W.** Der Wärmeübergang in Rohr. — Z. VDI, 1917, Bd. 61, S. 685—689.

- 1.62. **Nußelt W.** Die Wärmeübertragung an Wasser im Rohr, Festschrift zur Hundertjahrfeier der Techn. Hochschule Karlsruhe, 1925.
- 1.63. **Nußelt W.** Der Einfluß der Gastemperatur auf den Wärmeübergang im Rohr.— Techn. Mech. und Thermodynamik, 1930, Bd. 1, S. 227—290.
- 1.64. **Nußelt W.** Wärmeübergang, Diffusion und Verdunstung.— Z. ang. Math. Mech., 1930, Bd. 10, S. 105—121.
- 1.65. **Nußelt W.** Der Wärmeaustausch zwischen Wand und Wasser im Rohr.— Forsch. Ing. Wes., 1931, Bd. 2, S. 309—313.
- 1.66. **Петухов Б. С., Попов В. Н.** Теоретический расчет теплообмена и сопротивления трения при турбулентном течении в трубах несжимаемой жидкости с переменными физическими свойствами.— ТВТ, 1963, т. 1, № 1, с. 85—101.
- 1.67. Экспериментальное исследование влияния температурного фактора на теплообмен при турбулентном течении газа в трубах/ Б. С. Петухов, В. В. Кириллов, Цзюй Цзы-сян, В. Н. Майданик.— ТВТ, 1965, т. 3, № 1, с. 102—108.
- 1.68. **Petukhov B. S.** Heat Transfer and Friction in Turbulent Pipe Flow with Variable Properties. Advances in Heat Transfer, v. 6, New York, 1970.
- 1.69. **Pohl W.** Einfluß der Wandrauhigkeit auf den Wärmeübergang an Wasser.— Forsch. Ing. Wes., 1933, Bd. 4, S. 230—237. Diskussionsbemerkung hierzu von L. Prandtl: Forsch. Ing. Wes., 1934, Bd. 5, S. 5.
- 1.70. **Pohlhausen E.** Der Wärmeaustausch zwischen festen Körpern. und Flüssigkeiten mit kleiner Reibung und Wärmeleitung.— Z. ang. Math. Mech., 1921, Bd. 1, S. 115—121.
- 1.71. **Prandtl L.** Eine Beziehung zwischen Wärmeaustausch und Strömungswiderstand der Flüssigkeiten.— Phys. Zeitschrift, 1910, Bd. 11, S. 1072—1078.
См. также Прандтль Л. Гидроаэромеханика.— М.: Изд-во иностр. лит., 1951.
- 1.72. **Prandtl L.** Bemerkungen über den Wärmeübergang im Rohr.— Phys. Zeitschrift, 1928, Bd. 29, S. 487.
- 1.73. **Reichardt H.** Die Wärmeübertragung in turbulenten Reibungsschichten.— Z. and. Math., Mech., 1940, Bd. 20, S. 297—328 (besprochen von Eckert E. in Z. VDI, 1941, Bd. 85, S. 581—583).
- 1.74. **Reichardt H.** Der Einfluß der wandnahen Strömung auf den turbulenten Wärmeübergang. Mitt. Max-Planck-Inst. Strömungsforschung № 3, Göttingen, 1950.— Die Grundlagen des turbulenten Wärmeüberganges.— Arch. ges. Wärmetech., 1951, Bd. 2, S. 129—142.
- 1.75. **Reynolds O.** An Experimental Investigation of the Circumstances which Determine whether the Motion of Water Shall be Direct or Sinuous, and of the Law of Resistance in Parallel Channels. Phil. Trans. Roy. Soc. London, 1883 oder Scient. Papert v. 11, p. 51. Siehe aush Proc. Manchester Lit. a phil. Soc., 1874, v. 8, p. 9.
- 1.76. **Rogers G. F. C., Mayhew Y. R.** Heat Transfer and Pressure Loss in Helically Coiled Tubes with Turbulent Flow.— Int. J. Heat Mass Transfer, 1964, v. 7, p. 1207—1216.
- 1.77. **Schefels G.** Reibungsverluste in gemauerten Kanälen und ihre Bedeutung für die Zusammenhänge zwischen Wärmeübergang und Druckverlust in Winderhitzern.— Arch., Eisenhüttenwes., 1932/33, Bd. 6, S. 477—486.
- 1.78. **Schlünder E. U.** Über eine zusammenfassende Darstellung der Grundgesetze des konvektiven Wärmeüberganges. Verfahrenstechnik, 1970, Bd 4, S. 11—16.
- 1.79. **Schmidt E. F.** Wärmeübergang und nicht-isothermer Druckverlust bei erzwingener Strömung in schraubenförmig gekrümmten Rohren.— Diss. TH Braunschweig, 1966.
- 1.80. **Seban R. A., McLaughlin E. F.** Heat Transfer in Tube Coils with Laminar and Turbulent Flow.— Int. J. Heat Mass Transfer, 1963, v. 7, p. 387—395.
- 1.81. **Sheriff N., Gumley P., France J.** Heat Transfer Characteristics of Roughened Surfaces.— Chem. Process Engng, 1964, v. 45, p. 624—629.

1.82. **Sheriff N., Gumley P.** Heat Transfer and Friction Properties of Surfaces with Discrete Roughnesses. — *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1966, v. 9, p. 1297—1320.

1.83. **Sherwood T. K., Petrie J. M.** Heat Transmission to Liquids Flowing in Pipes. — *Ind. Eng. Chem.*, 1932, v. 24, p. 736—745.

1.84. **Sherwood T. K., Kiley D. D., Mangsen G. E.** Heat Transmission to Oil Flowing in Pipes. — *Ind. Eng. Chem.*, 1932, v. 24, p. 273—277.

1.85. **Sieder E. N., Tate C. E.** Heat Transfer and Pressure Drop of Liquids in Tubes. *Ind. Eng. Chem.*, 1936, v. 28, p. 1429—1435.

1.86. **Soenecken A.** Der Wärmeübergang von Rohrwänden an strömendes Wasser. VDI-Forschungsheft 109, 1911.

1.87. **Srinivasan P. S., Nandapurkar S. S., Holland F. A.** Pressure Drop and Heat Transfer in Coils. — *Trans. Instn. Chem. Engrs*, 1968, v. 218, p. CE113—CE119.

1.88. **Stanton T. E.** On the Passage of Heat between Metal Surfaces and Liquids in Contact with them. — *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A*, 1897, v. 190, p. 67. См. также T. E. Stanton: *Friction*. London; Longmans, 1923.

1.89. **Steimle F.** Zusammenhang zwischen Wärmeübergang und Druckabfall turbulenter Strömungen. — *Kältetech.-Klimatisierung*, 1971, Bd. 23, S. 126—128; ausführlicher in: *Abhandlungen des Deutschen Kältetechnischen Vereins № 20*, Karlsruhe, 1970.

1.90. **Stender W.** Der Wärmeübergang an strömendes Wasser in vertikalen Rohren. Berlin, 1924.

1.91. **Stephan K.** Wärmeübergang und Druckabfall bei nicht ausgebildeter Laminarströmung in Rohren und in ebenen Spalten. — *Chem. Ing. Tech.*, 1959, Bd. 31, S. 773—778.

1.92. **Stone J. P., Ewing C. T., Miller P. R.** Heat Transfer Studies on some Stable Organic Fluids in a Forced Convection Loop. — *J. Chem. Engng Data*, 1962, v. 7, № 4, p. 519—525.

1.93. **Watzinger A., Johnson D. G.** Wärmeübertragung von Wasser an Rohrwand bei senkrechter Strömung im Übergangsbereich zwischen laminarer und turbulenter Strömung. — *Forschg. Ing.-Wes.*, 1938, Bd. 9, S. 182—196; 1939, Bd. 10, S. 182—196.

1.94. **Woschni G.** Untersuchung des Wärmeüberganges und des Druckverlustes in gekrümmten Rohren. Diss. Dresden, 1959.

1.95. **Barker J. J.** Heat Transfer in Packed Beds. — *Ind. Engng. Chem.*, 1965, v. 57, p. 43—51.

1.96. **Benke R.** Wärmeübergang von Rohrelementen an Luft im Kreuzstrom bei größeren Abstandsverhältnissen. — *Arch. Wärmewirtschaft*, 1938, Bd. 19, S. 287—291.

1.97. **Brandt F.**: veröffentlicht in Schumacher A., Waldmann H. *Wärme- und Strömungstechnik im Dampferzeugerbau. Grundlagen und Berechnungsverfahren*. Essen: Vulkan-Verlag, 1972, S. 32—39. Siehe auch [1-117] S. 98.

1.98. **Brauer H.** Strömungswiderstand und Wärmeübergang bei quer angeströmten Wärmeaustauschern mit kreuzgitterförmig angeordneten glatten und berippten Rohren (Vortr. a. d. Jahrestreffen d. Verfahreningenieure, 6.—8.10. 1963, Hannover.) — *Chem. Ing. Tech.*, 1964, Bd. 36, № 3, S. 247—260.

1.99. **Bressler R.** Wärmeübergang und Druckverlust bei Rohrbündel — Wärmeübertragen. Diss. München, 1956. Auszug in *Forschung Ing. Wes.*, 1958, Bd. 24, S. 90—103.

1.100. **Fränkl M.** DRP 490878 und 492431.

1.101. **Furnas C. C.** Heat Transfer from a Gas Stream to a Bed of Broken Solids. — *Ind. Engng. Chem.*, 1930, v. 22, p. 26.

1.102. **Glaser H.** Wärmeübergang in Regeneratozen. — *Z. VDI*, Beiheft «Verfahrenstechnik», 1938, № 4, S. 112—125.

1.103. **Grimison E. D.** Correlation and Utilization of New Data on flow Resistance and Heat Transfer for Cross Flow of Gases over Tube Banks. — *Trans. Amer. Soc. mech. Eng.*, 1937, v. 59, p. 583—594.

1.104. **Groehn H. G., Scholz F.** Änderung von Wärmeübergang und Strömungswi-

derstand in querangeströmten Rohrbündeln unter dem Einfluß verschiedener Rauigkeiten sowie Anmerkungen zur Wahl der Stoffwertbezugstemperaturen. Vortrag auf der 4. Int. Heat Transfer Conference in Versailles, 1970.

1.105. **Groehn H. G., Scholz F.** Vorteile von Stolperrippenrohren in Wärmeaustauschern mit quer durchströmten Rohrbündeln. Brennstoff-Wärme-Kraft, 1971, Bd. 23, S. 5, 6

1.106. **Hammeke K., Heinecke E., Scholz F.** Wärmeübergangs- und Druckverlustmessungen an quer angeströmten Glattrohrbündeln, insbesondere bei hohen Reynolds-Zahlen. — Int. J. Heat Mass Transfer, 1967, v. 10, p. 427—446.

1.107. **Hausen H.** Gleichungen zur Berechnung des Wärmeübergangs im Kreuzstrom an Rohrbündeln. — Kältetechnik-Klimatisierung, 1971, Bd. 23, № 3, S. 86—89. Berichtigung hierzu 6. 196.

1.108. **Hirschberg H. G.** Wärmeübergang und Druckverlust an quer angeströmten Rohrbündeln. Abh. Deutsch. Kältetechn. Verein № 16, Karlsruhe: F. C. Müller, 1961.

1.109. **Hofmann E.** Wärmeübergang und Druckverlust bei Querströmung durch Rohrbündel. — Z. VDI, 1940, Bd. 84, S. 97—101.

1.110. **Huge E. C.** Experimental Investigation of Heat Transfer and Flow Resistance in Cross Flow of Gases over Tube Banks. — Trans. Amer. Soc. mech. Eng., 1937, v. 59, p. 573—582.

1.111. **Jeschar R.** Wärmeübergang in Mehrkornschüttungen aus Kugeln. Arch. Eisenhüttenw. 1964, Bd. 35, № 6, S. 517—526.

1.112. **Kistner** Bestimmung der Wärmeübergangszahlen und Druckverluste bei doppelt versetzter und nicht versetzter Rostpackung. — Arch. Eisenhüttenwes. 1929/30, Bd. 3, S. 751—768.

1.113. **Klier R.** Wärmeübergang und Druckverlust bei quer angeströmten, geketzten Rohrgittern. — Int. J. Heat. Mass Transfer, 1964, v. 7, № 7, p. 783—799.

1.114. **Krückels W., Kottke V.** Untersuchung über die Verteilung des Wärmeübergangs an Rippen und Rippenrohr-Modellen. — Chem. Ing. Tech., 1970, Bd. 42, № 6, S. 355—362.

1.115. **Langhans W. U.** Wärmeübertragung und Druckverlust in Regeneratoren mit rostgitterartiger Speichermasse. — Arch. Eisenhüttenwes., 1962, Bd. 33, S. 347—353 u. 441—451.

1.116. **Malling G. F., Thodos G.** Analogue between Mass and Heat Transfer in Beds of Spheres. — Int. J. Heat Mass Transfer, 1967, v. 10, p. 489—498.

1.117. **Niggeschmidt W.** Druckverlust und Wärmeübergang bei fluchtenden, versetzten und teilversetzten querangeströmten Rohrbündeln. Dissertation Darmstadt, 1975.

1.118. **Pierson O. L.** Experimentelle Untersuchung über den Einfluß der Rohranordnung auf den Konvektionsübergang und den Strömungswiderstand bei Strömung von Gasen senkrecht zu Röhrenbündeln (Babcock u. Wilcox Co., New York). — Trans. Amer. Soc. mech. Eng., 1937, v. 59, № 7, p. 563—572.

1.119. **Polthier K.** Druckverlust und Wärmeübergang in gleichmäßig durchströmten Schüttsäulen aus unregelmäßigen Teilchen. — Arch. Eisenhüttenwes. 1966, Bd. 37, № 5, S. 365—374.

1.120. **Polthier K.** Strömung und Wärmeübergang in Schüttungen mit rotationssymmetrischen Oberflächenprofilen und Kornverteilungen. — Arch. Eisenhüttenwes. 1966, Bd. 37, № 6, S. 453—462.

1.121. **Reiher H.** Wärmeübergang von strömender Luft an Rohre und Rohrbündel im Kreuzstrom, Forschungsarb. Ing.-Wes., № 269. Berlin VDI-Verlag. 1925.

1.122. **Reiher H., Neidhardt G.** Temperaturen und Wärmeaustausch an einem gußeisernen Wärmeaustauscher. — Arch. Wärmewirtsch., 1926, Bd. 7, S. 153—157.

1.123. **Rietschel H.** Untersuchungen über Wärmeabgabe, Druckhöhenverlust und Oberflächentemperatur bei Heizkörpern unter Anwendung großer Luftgeschwindigkeiten. Mitt. Prüf-Anst. f. Heizungs- u. Lüftungseinr. d TH Berlin, 19, Heft 3.

- 1.124. **Schmidt Th. E.** Der Wärmeübergang an Rippenrohre und die Berechnung von Rohrbündel-Wärmeaustauschern. — Kältetechn., 1963, Bd. 15, S. 98—102 u. 370—378.
- 1.125. **Scholz F.** Einfluß der Rohrreihenzahl auf den Druckverlust und Wärmeübergang von Rohrbündeln bei hohen Reynolds-Zahlen. — Chem. Ing. Tech., 1968, Bd. 40, № 20, S. 988—995.
- 1.126. **Thoma H.** Hochleistungskessel. Berlin: Springer, 1921.
- 1.127. **Ulsamer J.** Die Wärmeabgabe eines Drahtes oder Rohres an einen senkrecht zur Achse strömenden Gas- oder Flüssigkeitsstrom. — Forsch. — Ing.-Wes., 1932, Bd. 3, S. 94—98.
- 1.128. **Weishaupt J.** Messungen an Regeneratoren von Groß — Sauerstoff — Anlagen. — Kältetechnik, 1953, Bd. 5, S. 99—103.
- 1.129. **Yazicizade A. Y.** Untersuchungen der Wärmeübertragung und des Druckabfalls in Regeneratoren mit körniger oder schachtartig aufgebauter Speichermasse. Diss. Hannover, 1965. Glastechnische Berichte, 1966, Bd. 39, S. 203—217.
- 1.130. **Ackermann D.** Beitrag zur Berechnung des Wärmeübergangs bei Kondensation in Anwesenheit von Inertgas. — Wärme- und Stoffübertragung, 1968, Bd. 1, № 4, S. 246—250.
- 1.131. **Ackermann D.** Wärme- und Stoffübergang bei der Kondensation eines turbulent strömenden Dampfes in Anwesenheit von Inertgas. Diss. Stuttgart, 1972.
- 1.132. **Аверин Е. К., Кружилин Г. Н.** Влияние поверхностного натяжения и вязкости на условия теплообмена при кипении воды. — Изв. АН СССР, ОТН, 1965, № 10, с. 131—137.
- 1.133. **Bier K., Gorenflo D., Wickenhäuser G.** Zum Wärmeübergang beim Blasen-sieden in einem weiteren Druckbereich. — Chem. Ing. Tech., 1973, Bd. 45, S. 935—942.
- 1.134. **Данилова Г. Н., Бельский В. К.** Исследование теплоотдачи при кипении фреона-113 и 12 на трубах различной шероховатости. — Холодильная техника, 1965, т. 42, № 4, с. 24—28.
- 1.135. **Fedders H.** Messung des Wärmeüberganges beim Blasen-sieden von Wasser an metallischen Rohren. Diss. Tech. Un. Berlin. Bericht Kernforschungsanlage Jülich № 740—RB, 1971.
- 1.136. **Fritz W.** Grundlagen der Wärmeübertragung beim Verdampfen von Flüssigkeiten. — Chem. Ing. Tech., 1963, Bd. 35, № 11, S. 753—764.
- 1.137. **Gregorig R., Kern J., Turek K.** Improved Correlation of Film Condensation Data Based on a more Rigorous Application of Similarity Parameters. — Wärme- und Stoffübertragung, 1974, Bd. 7, S. 1—13.
- 1.138. **Grigull U.** Wärmeübergang bei der Kondensation mit turbulenter Wasserhaut. — Forsch. Ing.-Wes., 1942, Bd. 13, S. 49—57; Z. VDI, 1942, Bd. 86, S. 444—445.
- 1.139. **Grigull U.** Wärmeübergang bei Filmkondensation. — Forsch.-Ing.-Wes., 1952, Bd. 18, S. 10—12.
- 1.140. **Hausen H.** Näherungsgleichung zur Berechnung der Wärmeübertragung bei Blasenverdampfung bis in die Nähe des kritischen Punktes. — Wärme- und Stoffübertragung, 1970, Bd. 3, S. 41—43.
- 1.141. **Jaroschek K.** Einfluß des Luftgehaltes im Heißdampf auf den Wärmeübergang in Wärmeaustaschern. — Z. VDI Beiheft «Verfahrenstechnik», 1939, № 5, S. 135—140.
- 1.142. **Josse E.** Versuche über Oberflächenkondensation, insbesondere für Dampfturbinen. — Z. VDI, 1909, Bd. 53, S. 322—330, 376—383 u. 406—412.
- 1.143. **Kirschbaum E., Wetjen K.** Wärmeübergang bei Filmkondensation strömenden lufthaltigen Wasserdampfes am senkrechten Rohr. — Chem. Ing. Tech., 1959, Bd. 25, S. 565—568.
- 1.144. **Кутателадзе С. С.** Теплопередача при конденсации и кипении. — М. — Л.: Машгиз, 1952.
- 1.145. **Lüder H.** Wärmeübergang bei der Kondensation von Dämpfen aus Gasdamp-

fgemischen. Vortrag auf der VDI-Hauptversammlung in Dresden, 1939 (Vorbericht Z. VDI, 1939, Bd. 83, S. 596).

1.146. **Müller F.** Wärmeübergang bei der Verdampfung unter hohen Drücken. VDI-Forschungsheft 522, Dusseldorf, 1967.

1.147. **Nußelt W.** Die Oberflächenkondensation des Wasserdampfes. — Z. VDI, 1916, Bd. 60, S. 541—546; 569—575.

1.148. **Renker W.** Der Wärmeübergang bei der Kondensation von Dämpfen in Anwesenheit nicht kondensierender Gase. — Chem. Technik, 1955, Bd. 7, S. 451—461.

1.149. **Schrader H.** Einfluß von Inertgasen auf den Wärmeübergang bei der Kondensation von Dämpfen. — Chem. Ing. Tech., 1966, Bd. 38, S. 1091—1094.

1.150. **Shea F. L., Krase N. W.** Dropwise and Film Condensation of Steam. — Trans. Amer. Inst. Chem. Engrs, 1940, v. 36, p. 463—490.

1.151. **Slipcevic B.** Wärmeübertragung bei der Verdampfung von Frigenen. — Verfahrenstechnik, 1971, Bd. 5, S. 29—35.

1.152. **Stephan K.** Mechanismus und Modellgesetz des Wärmeübergangs bei der Blasenverdampfung. — Chem. Ing. Tech., 1963, Bd. 35, № 11, S. 775—784.

1.153. **Stewart P., Clayton J., Loya B., Hurd S.** Condensing Heat Transfer in Steam-Air Mixtures in Turbulent Flow. — Ind. Engng. Chem., Proc. Design and Develop., 1964, v. 3, p. 48—54.

1.154. **Тонг Л.** Теплоотдача при кипении и двухфазное течение. — М.: Мир, 1969.

1.155. **Weihinger D., Kaufmann W. D.** Zum Druckeinfluß auf den Wärmeübergang bei ausgebildeter Blasenverdampfung. — Chem. Ing. Tech., 1972, Bd. 44, S. 921—927.

1.156. **Wett T.** High-Flux Heat Exchange Surface Allows Area to be Cut by over 80%. — The Oil and Gas Journ., 1971, v. 27, p. 118—120.

1.157. **Zuber N.** Hydrodynamic Aspects of Boiling Heat Transfer. — Trans. ASME, 1958, v. 80, p. 711—720.

1.158. **Eckert E.** Messung der Gesamtstrahlung von Wasserdampf und Kohlensäure in Mischung mit nichtstrahlenden Gasen bei Temperaturen bis zu 1300°C. — VDI-Forschungsheft 387, Berlin, 1937.

1.159. **Elgeti K.** Ein neues Verfahren zur Berechnung des Strahlungsaustausches zwischen einem Gas und einer grauen Wand. — Brennstoff-Wärme-Kraft, 1962, Bd. 14, S. 1—6.

1.160. **Gaußsches** Integrationsverfahren, siehe z. B., Hütte. Des Ingenieurs Taschenbuch, Bd. I, 28. Aufl, 1955, S. 502—504.

1.161. **Hausen H.** Briefliche Mitteilung an Professor Eckert. Vgl. Eckert E.: Einführung in den Wärme- und Stoffaustausch, 3. Aufl Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer, 1966, S. 239.

1.162. **Hausen H., Binder J. A.** Vereinfachte Berechnung der Wärmeübertragung durch Strahlung von einem Gas an eine Wand. Int. J. Heat Mass. Transfer, 1962, vol. 5, p. 317—327.

1.163. **Hottel H. C., Mangelsdorf G.** Heat Transmission by Radiation from Non-luminous Gases II. Experimental Study of Carbon Dioxide and Water. — Trans. Amer. Inst. Chem. Engrs, 1935, v. 31, p. 517—549.

1.164. **Hottel H. C., Egbert R. B.** — Trans. Amer. Soc. mech. Engrs, 1941, v. 63, p. 293—307.

1.165. **Hottel H. C., Egbert R. B.** Radiant Heat Transmission from Water Vapor. — Trans. Amer. Inst. Chem. Engrs, 1942, v. 38, p. 531—568.

1.166. **Jakob M.** In A. Eucken, M. Jakob. Der Chemie-Ingenieur: Bd. I, Teil 1, Leipzig, 1933, S. 300—303.

1.167. **McCaig M.** Ultraabsorption von Wasserdampf und Kohlensäure. London, Edinburgh, Dublin, Phil. Mag. J. Sci., 1943, v. 34(7), p. 321—342.

1.168. **Nernst W.** Beitrag zur Strahlung der Gase. — Phys. Zeitschr., 1904, S. 777.

- 1.169. **Nußelt W.** Der Wärmeübergang in der Verbrennungskraftmaschine. — VDI-Forschungsheft 264, 1923 u. Z. VDI, 1923, Bd. 67, S. 692—708.
- 1.170. **Nußelt W.** Die Gasstrahlung bei der Strömung im Rohr. — Z. VDI, 1926, Bd. 70, S. 763—765.
- 1.171. **Port F. J.** Heat Transfer by Radiation from Gases. Sci. D. Thesis, Massachusetts Inst of Techn., 1939.
- 1.172. **Roetzel W.** Berücksichtigung veränderlicher Wärmeübergangskoeffizienten und Wärmekapazitäten bei der Bemessung der Wärmeaustauscher. — Wärme- und Stoffübertragung, 1969, Bd. 2, S. 163—170.
- 1.173. **Schack A.** Über die Strahlung der Feuergase und ihre praktische Berechnung. — Z. techn. Phys., 1924, Bd. 5, S. 267—278. Vgl. auch [B. 5].
- 1.174. **Schmidt E.** Messung der Gesamtstrahlung des Wasserdampfes bei Temperaturen bis 1000°C. — Forschung, 1932, Bd. 3, S. 57—70.
- 1.175. **Schmidt E.** Die Berechnung der Strahlung von Gasräumen. — Z. VDI, 1933, Bd. 77, S. 1162—1164.
- 1.176. **Schmidt E., Eckert E.** Die Wärmestrahlung von Wasserdampf in Mischung mit nichtstrahlenden Gasen. — Forsch. Ing.-Wes., 1937, Bd. 8, S. 87—90.
- 1.177. **Achenbach E.** Influence of Surface Roughness on the Flow through a Staggered Tube Bank. — Wärme- und Stoffübertragung, 1971, Bd. 4, S. 120—126. Vgl. auch, 1969, Bd. 2, S. 47—52.
- 1.178. **Adler M.** Strömung in gekrümmten Rohren. — Z. angew. Math. Mech., 1934, Bd. 14, S. 257—275.
- 1.179. **Bauer B., Galavics F.** Experimentelle und theoretische Untersuchungen über die Rohrreibung. Zürich, 1936.
- 1.180. **Bergelin P. O., Brown G. A., Doberstein S. C.** — Trans. ASME, 1952, v. 74, p. 953—960.
- 1.181. **Blasius H.** Das Ähnlichkeitsgesetz bei Reibungsvorgängen in Flüssigkeiten. — Phys. Z., 1911, Bd. 12, S. 1175, oder Forschungsarbeit Ing. Wes., 1913, Heft 131.
- 1.182. **Brandt H., Dingler J.** — Wärme, 1936, Bd. 59, S. 1—8; Brandt H. Über Druckverlust und Wärmeübertragung in Wärmeaustauschern. Diss. Techn. Hochschule Hannover, 1934.
- 1.183. **Brauer H.** Druckverlust in Füllkörpersäulen bei Einphasenströmung. — Chem Ing. Tech., 1957, Bd. 29, S. 795—790.
- 1.184. **Boussinesq J.** Comptes rendus, 1891, 113, № 9, p. 49.
- 1.185. **Colebroock C. F., White C. M.** Experiments with Fluid Friction in Roughened Pipes. — Proc. Roy. Soc. A, 1937, v. 161, p. 367.
- 1.186. **Dwyer O. E., Shehau T. V., Weismann J., Horn F. L., Schomer R. T.** — Ind. Eng. Chem., 1956, v. 48, p. 1836—1846.
- 1.187. **Ergun S.** Fluid Flow through Packed Columns. — Chem. Engng. Progr., 1952, v. 48, p. 89—94.
- 1.188. **Fritzsche O.** Untersuchungen über den Strömungswiderstand der Gase in geraden zylindrischen Rohrleitungen. — VDI-Forschungsheft, 60, 1908.
- 1.189. **Fritzsche O., Richter H.** Beitrag zur Kenntnis des Strömungswiderstandes gekrümmter rauher Rohrleitungen. — Forschung, 1933, Bd. 4, S. 307—314.
- 1.190. **Fromm K.** Strömungswiderstand in rauhen Rohren. — Z. ang. Math. Mech., 1923, Bd. 3, S. 339.
191. **Galavics F.** Die... Rauigkeitscharakteristik zur Ermittlung der Rohrreibung... — Schweiz. Arch. angew. Wiss. Tech., 1939, Bd. 55, S. 337—354. Vgl. Feuerungstech., 1940, Bd. 28, № 6.
- 1.192. **Groehn H. G., Neinecke E., Scholz F.** — Atomwirtschaft, 1969, Bd. 14, S. 581—583.
- 1.193. **Hahnemann H., Ehret L.** Der Druckverlust der laminaren Strömung in der Anlaufstrecke von geraden ebenen Spalten. — Jahrbuch der deutschen Luftfahrtforschung, 1941, Bd. 1, S. 21—32; 1942, S. 186—207.

- 1.194. **Heisenberg W.** Über Stabilität und Turbulenz von Flüssigkeitsströmen. — Ann. Phys. (IV), 1924, Bd. 74, S. 597.
- 1.195. **Hermann R., Burbach Th.** Strömungswiderstand und Wärmeübergang in Rohren. Leipzig, 1930.
- 1.196. **Hofmann A.** Der Druckverlust in 90°-Krümmern bei gleichbleibendem Kreisquerschnitt. — Mitt. d. Hydr. Instituts der Techn. Hochschule München, 1929, Heft 3, S. 45—67.
- 1.197. **Hopf L.** Die Messung der hydraulischen Rauigkeit. — Z. ang. Math. Mech., 1923, Bd. 3, S. 329.
- 1.198. **Jakob M.** Flow Resistance in Cross Flow of Gases over Tube Banks. — Trans. Amer. Soc. Mech. Eng., 1938, v. 60, p. 384—386.
- 1.199. **Jauernick R.** Über den örtlichen Widerstandsbeiwert und die Wärmeübergangszahlen in Rohrbündeln bei hohen Reynoldsschen Zahlen. — Die Wärme, 1938, Bd. 61, S. 738—743 u. 751—756.
- 1.200. **Kays W. M., London A. L., Lo R. K.** Heat Transfer and Flow Friction Characteristics for Gas Flow Normal to Tube Banks—Use of Transient Test Technique. — Trans. ASME, 1954, v. 76, № 3, p. 387—396.
- 1.201. **Küchemann D.** Störungsbewegungen in einer Gasströmung mit Grenzschicht. — Z. angew. Math. Mech., 1938, Bd. 18, S. 207—222.
- 1.202. **Ter Linden A. J.** Der Strömungswiderstand eines Rohrbündels — Wärme, 1939, Bd. 62, S. 319—323 (vgl. auch A. Schack: Arch. Eisenhüttenwes, 1939, Bd. 13, S. 169).
- 1.203. **Linke W., Dia T.** Die Bemessung der Zu- und Ablußhauben von Wärmeaustauschern. — Kältetechnik, 1963, Bd. 15, S. 85—91.
- 1.204. **London A. L., Mitchell J. W., Sutherland W. A.** Heat Transfer and Flow-friction Characteristics of Crossed-rod Matrices. — Trans. ASME Ser. 1960, v. 82, № 3, p. 199—213.
- 1.205. **Meissner W., Schubert G. U.** Kritische Reynoldssche Zahl und Entropieprinzip. — Ann. Phys., 1948, Bd. 6, Folge 3, S. 163—182.
- 1.206. **Nikuradse J.** Gesetzmäßigkeiten der turbulenten Strömung in glatten Rohren. — VDI-Forschungsheft, 356, 1932.
- 1.206a. **Nikuradse J.** Strömungsgesetze in rauhen Rohren. — VDI-Forschungsheft, 361, 1933.
- 1.207. **Prandtl L.** Bemerkungen über die Entstehung der Turbulenz. — Z. angew. Math. Mech., 1924, Bd. 1, S. 431—436.
- 1.208. **Прандтль Л., Титъенс О.** Гидро- и аэромеханика. Т. II. — М.: ГТТИ, 1935.
- 1.209. **Prandtl L.** Neuere Ergebnisse der Turbulenzforschung. — Z. VDI, 1933, Bd. 77, S. 104—114.
- 1.210. **Richter H.** Rohrdynamik. 5. Aufl. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1971.
- 1.211. **Reynolds O.** An Experimental Investigation of the Circumstances with Determine whether the Motion of Water Shall be Direct or Sinuous, and of the Law of Resistance in Parallel Channels. — Phil. Trans. Roy. Soc. London, 1883 oder Scient. Papers v. II, p. 51.
- 1.212. **Roetzel W.** Calculation of Single Phase Pressure Drop in Heat Exchanges Considering the Change of Fluid Properties along the Flow Path. — Wärme- u. Stoffübertragung, 1973, Bd. 6, S. 3—13.
- 1.213. **Теплоотдача и сопротивление сжатых пучков труб в потоке воды/ П. С. Самошка, В. И. Макарявичюс, А. А. Шланчяускас, И. И. Жюжда, А. А. Жукаускас.** — Труды АН Литовской ССР, 1967, сер. Б, т. 3 (50), с. 105—113.
- 1.214. **Schiller L.** Rauigkeit und kritische Zahl. Ein experimenteller Beitrag zum Turbulenzproblem. — Z. Phys., 1920, Bd. 3, S. 412.
- 1.215. **Schiller L.** Experimentelle Untersuchungen zum Turbulenzproblem. — Z. an-

gew. Math. Mech., 1921, Bd. 1, S. 436—444.

1.216. Schiller L. Die Entwicklung der laminaren Geschwindigkeit und ihre Bedeutung für die Zähigkeitsmessungen. — Z. angew. Math. Mech., 1922, Bd. 2. S. 96—106.

1.217. Schiller L. Über den Strömungswiderstand von Rohren verschiedener Querschnitte und Rauigkeitsgrades. — Z. angew. Math. Mech., 1923, Bd. 3, S. 2.

1.218. Schiller L. Strömungsbilder zur Entstehung der turbulenten Rohrströmung. Verh. 3. Intern. Kongr. f. techn. Mech., Teil I. Stockholm, 1931, S. 226.

1.219. Schmidt E. F. Wärmeübergang und nicht isothermer Druckverlust bei erzwungener Strömung in schraubenförmig gekrümmten Rohren. — Diss. TH Braunschweig, 1966. 100 S.

1.220. Taylor C. J. The Criterion for Turbulence in Curved Pipes. — Proc. Roy. Soc. A, 1929, v. 124, p. 243—249.

1.221. Tietjens O. Beiträge zur Entstehung der Turbulenz. — Z. angew. Math. Mech., 1925, Bd. 5, S. 200—217; O. Tietjens: Ein allgemeines Kriterium der Instabilität laminarer Geschwindigkeitsverteilungen. Göttinger Nachrichten, Math.-Phys. Kl. I. 1935, Bd 1, S. 79.

1.222. Tollmien W. Über die Entstehung der Turbulenz. I. Mitt. Göttinger Nachrichten. — Math. phys. Klasse, 1929, S. 21, ferner Z. Math. Mech., 1947, Bd. 25/27, S. 33, 70.

1.223. Vuscovic J. Der Strömungswiderstand von geraden Gasrohren. Mitt. d. Hydr. Instituts d. Techn. Hochschule München, 1939, Heft 9, S. 35—50.

1.224. White C. M. Streamline Flow through Curved Pipes. — Proc. Roy. Soc. A, 1929, v. 123, p. 645.

1.225. Wiener P. Untersuchungen über den Zugwiderstand von Wasserrohrkesseln. Diss. Techn. Hochschule Aachen, 1937.

1.226. Zimmermann E. Der Druckabfall in 90° — Stahlrohrbögen. — Arch. Wärmewirtschaft, 1938, Bd. 19, S. 265.

1.227. Zimmermann E. Neue Ergebnisse der Druckabfallberechnungen für gerade Stahlrohrleitungen. — Arch. Wärmewirtschaft, 1940, Bd. 21, № 6, S. 133—138.

Литература к части второй

2.1. Altenkirch E. Graphische Ermittlung von Heiz- und Kühlflächen bei ungleichmäßiger Wärmeaufnahmefähigkeit der Wärmeträger. — Z. ges. Kälte-Ind., 1914 S. 189—193.

2.2. Бошнякович Ф. Техническая термодинамика. — М.—Л.: Госэнергоиздат, ч. I, 1955.

2.3. Bosnjakovic F., Vilicic M., Slipcevic B. Einheitliche Berechnung von Rekupe-
ratoren. — VDI-Forschungsheft № 432.

2.4. Bowman R. A. Mean Temperature Difference Correction in multipass Exchangers. — Ind. Eng. Chem., 1936, v. 28, p. 541—544; R. Bowman, A. C. Mueller, W. M. Nagle. Mean Temperature Difference in Design. — Trans. Amer. Soc. Mech. Engrs., 1940, v. 62, p. 283—294.

2.5. Cammerer I. S. Die Berechnung des praktischen Wärmeschutzes der Baustoffe aus ihrer Wichte. — Heizung und Lüftung, 1943, S. 75—81. I. S. Cammerer. Der Wassergehalt organischer Dämmstoffe in Abhängigkeit von der Luftfeuchtigkeit. — Z. ges. Kältindustrie, 1944, Bd. 51, S. 88—91.

2.6. Davis K. F. Ross Heater and Mjg. Co. Bull., 1931, v. 350, p. 72.

2.7. Dibbern D. Reif- und Schnee-
bildung beim Abkühlen von Gas — Dampf — Gemischen in Gegenstrom-Wärmeaustauschern. Abh. d. Deutsch. Kältetechnischen. Vereins, 1963.

2.8. Eckert E. R. G. Einführung in den Wärme- und Stoffaustausch. 1. Aufl. 1949, S. 16, 17; 3. Aufl. 1966, S. 27.

2.9. Fischer K. F. Mean Temperature Difference Correction in Multipass Exchangers. — Ind. Eng. Chem., 1938, v. 30, S. 377.

- 2.10. **Glaser H.** Bewertung von Wärmeaustauschsystemen mit Hilfe einer Leistungszahl. — *Angew. Chemie B*, 1948, Bd. 20, S. 129—133.
- 2.11. **Glaser H.** Der Gütegrad von Wärmeaustauschern. — *Chem. Ing.-Tech.* 1949, Bd. 21, S. 95—99.
- 2.12. **Graßmann P.** Über den Wirkungsgrad von Wärmeaustauschern. — *Ann. Physik*, 5 Folge, 1942, Bd. 42, S. 203—210.
- 2.13. **Graßmann P.** Bewertung von Wärmeübergang und Druckverlust in Wärmeaustauschapparaten. — *Angew. Chemie B*, 1948, Bd. 20, S. 289—292.
- 2.14. **Grassman P.** Zur allgemeinen Definition des Wirkungsgrades. — *Chem. Ing. Tech.*, 1950, Bd. 22, S. 77—96.
- 2.15. **Gregorig R.** Wärmeaustausch und Wärmeaustauscher. 2. Aufl. Aarau u. Frankfurt: Sauerländer, 1973.
- 2.16. **Hausen H.** Über die Berechnung von Luftverflüssigungsanlagen auf Grund neuer Messungen des Thomson-Joule-Effekts. — *Z. Ges. Kälte-Ind.*, 1925, Bd. 32, S. 93—98 u. 114—122.
- 2.17. **Hausen H.** Materialtrennung durch Destillation und Rektifikation, in: A. Eucken, M. Jakob: *Der Chemie-Ingenieur*. Leipzig Bd. I, 3. Teil, 1933, S. 70—169.
- 2.18. **Hausen H.** Die Wirkung des Austausches von Rektifikationsböden. — *Z. angew. Math. Mech.*, 1937, Bd. 17, S. 25—37.
- 2.19. **Hausen H.** Graphisches Verfahren zur Berechnung der Wirkung von Rektifikationsböden. — *Z. ges. Kälte-Ind.*, 1937, Bd. 44, S. 59—65.
- 2.20. **Hausen H.** Wärmeübertragung durch Rippenrohre. — *Z. VDI-Beiheft «Verfahrenstechnik»*, 1940, № 2, S. 55—57.
- 2.21. **Hausen H.** Ein allgemeiner Ausdruck für den Wärmedurchgang durch ebene, zylindrische und kugelförmige Wände. — *Archiv gesamte Wärmetechnik*, 1951, Bd. 2, S. 123, 124.
- 2.22. **Hatfield M. R., Ford C. E.** Development of «Karbate» Materials and their Applications. — *Trans. Amer. Inst. chem. Engrs*, 1946, v. 42, p. 121.
- 2.23. **Hilz R.** Verschiedene Arten des Ausfrierens einer Komponente aus binären strömenden Gasgemischen. — *Z. ges. Kälteind.*, 1940, Bd. 47, S. 34—76, 88.
- 2.24. **Hofmann E.** Wärmedurchgangszahlen von Rippenrohren bei erzyngener Strömung. — *Z. ges. Kälte-Ind.*, 1944, Bd. 51, S. 84—88.
- 2.25. **Johannsen L. O., Holschuh A.** Stahlwinderhitzer für Hochöfen. — *Stahl und Eisen*, 1937, Bd. 57, S. 1142.
- 2.26. **Kirschbaum E.** Beanspruchungen infolge Wärmedehnung in Wärmeaustauschapparaten. — *Z. VDI-Beihefte «Verfahrenstechnik»*, 1940, № 6, S. 167—170.
- 2.27. **Kirschbaum E.** Wärmedurchgang durch Rohre mit Schutzschichten. — *Z. VDI*, 1942, Bd. 86, S. 337, 338.
- 2.28. **Kirschbaum E., Wachendorff W.** Verkrustung der Heizflächen in Verdampfapparaten. — *Verfahrenstechnik*, 1942, № 3, S. 61—71.
- 2.29. **Kirschbaum E.** Wärmeübertragung und Druckverlust in Wärmeaustauschern aus Porzellan. — *Z. VDI Beihefte «Verfahrenstechnik»*, 1944, № 1, S. 6—12.
- 2.30. **Kirschbaum E.** Destillier- und Rektifiziertchnik. 4. Aufl. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1969, S. 185, 456.
- 2.31. **Klemp W.** Kontaktöfen und Kontaktapparate in der chemischen Industrie. — *Z. VDI-Beihefte «Verfahrenstechnik»*, 1939, S. 122—127.
- 2.32. **Kraußbold H.** Wärmeaustauscher, ein Überblick über die Entwicklung der letzten Jahre. — *Verfahrenstechnik*, 1968, Bd. 2, S. 203—209.
- 2.33. **Kraußbold H.** Wärmeaustauscher. Lueger, Lexikon der Verfahrenstechnik. Stuttgart: 1970, S. 562—566.
- 2.34. **Kühl H.** Probleme des Kreuzstrom-Wärmeaustauschers. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer, 1959.
- 2.35. **Kühne H.** Beitrag zur Frage der Aufstellung von Leistungsregeln für Wär-

- meaustauscher. — Z. VDI-Beiheft «Verfahrenstechnik», 1943, № 2, S. 37—46, Abb. 9.
- 2.36. **Kühne H.** Wirkungsgrad und Wirtschaftlichkeit von Wärmeaustauschern. — Z. VDI-Beiheft «Verfahrenstechnik», 1944, № 2, S. 47—53.
- 2.37. **Kühne H.** Schaubilder zur Ermittlung der Temperaturen von Kreuzstromwärmeaustauschern. — Haustechnische Rundschau, 1944, Bd. 49, № 17/18, S. 161—164.
- 2.38. **Kühne H.** Die Grundlagen der Berechnung von Oberflächen — Wärmeaustauschern. Göttingen, 1949, Tafel 32, S. 192.
- 2.39. **Landot-Börnstein.** Zahlenwerte und Funktionen. Bd. IV 4 b. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1972, S. 417—433 u. 454—481 (Wärme- und Kälteschutz).
- 2.40. **Linde H.** Über Das Ausfrieren von Dämpfen aus Gas — Dampf — Gemischen bei atmosphärischen Druck. — Z. angew. Physik, 1950, Bd. 2, S. 49—59.
- 2.41. **Lueger.** Lexikon der Verfahrenstechnik, Stuttgart, 1970. Stichwort Wärmeaustauscher, S. 562—566; Stichwort Reaktionsapparate, S. 388—391.
- 2.42. **Meißner W., Immler R.** Über die Temperaturabhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit einiger Baumaterialien zwischen —15 un +30°C. — Wärme- und Kältetechnik, 1937, № 10, S. 1.
- 2.43. **Meißner W., Immler R.** Einfluß des Wassergehaltes auf die Wärmeleitfähigkeit von Isolierstoffen. — Wärme- und Kältetechnik, 1938, Bd. 40, № 9, S. 129; vgl. auch Wärme- und Kältetechnik, 1937, Bd. 39, № 10, S. 1.
- 2.44. **Morley T. B.** Exchange of Heat between Three Fluids. — The Engineer, 1933, v. 155, p. 134.
- 2.45. **Nagle W. M.** Mean Temperature Differences in Multipass Heat Exchangers. — Ind. Eng. Chem., 1933, v. 25, p. 604—609.
- 2.46. **Nesselmann K.** Der Einfluß der Wärmeverluste auf Doppelrohrwärmeaustauscher. — Z. ges. Kälte-Ind., 1928, Bd. 35, S. 62 или Wiss. Veröffentlichungen a. d. Siemens-Konzern, 1928, Bd. 6, S. 174.
- 2.47. **Norton C. L.** Pebble Heaters Chem. Eng., 1946, vol. 53, p. 116.
- 2.48. **Nußelt W.** Der Wärmeübergang im Kreuzstrom. — Z. VDI, 1911, Bd. 55, S. 2021—2024.
- 2.49. **Nußelt W.** Ein neue Formel für den Wärmedurchgang im Kreuzstrom. — Techn. Mech. u. Therm., 1930, Bd. 1, S. 417—422.
- 2.50. **Peters D. L.** Heat Exchanger Design with Transfer Coefficients Varying with Temperature or Length of Flow Path. — Wärme- und Stoffübertragung, 1970, Bd. 3, S. 220—226.
- 2.51. **Poßner L.** Die Gestaltung und Berechnung von Rauchgasvorwärmern. Berlin: Springer, 1929.
- 2.52. **Rabes M.** Theorie der Luftverflüssigung. — Z. ges. Kälteind., 1930, Bd. 37, S. 7—12, 26—29, 48—54.
- 2.53. **Raisch E., Weyh W.** Die Wärmeleitfähigkeit von Isolierstoffen bei tiefen Temperaturen. — Z. ges. Kälteind., 1932, Bd. 39, S. 123.
- 2.54. **Reisch E.** Untersuchungen der Wärmeleitfähigkeit von Vollwänden in Abhängigkeit von Temperatur und Feuchtigkeit. — Z. VDI, 1936, Bd. 80, S. 1551.
- 2.55. **Rische E. A.** Untersuchungen über das Ausfrieren von Dämpfen aus Gas-Dampf-Gemischen. Diss. Hannover, 1957. Chem. Ing. Tech., 1957, Bd. 29, S. 603—614.
- 2.56. **Roetzel W.** Berücksichtigung veränderlicher Wärmeübergangskoeffizienten und Wärmekapazitäten bei der Bemessung von Wärmeaustauschern. — Wärme- u. Stoffübertragung, 1969, Bd. 2, S. 163—170.
- 2.57. **Roetzel W.** Mittlere Temperaturdifferenz bei Kreuzstrom in einem Rohrbündel-Wärmeaustauscher. — Brennstoff-Wärme-Kraft, 1969, Bd. 21, S. 246—250.
- 2.58. **Roetzel W.** Heat Exchanger Design with Variable Transfer Coefficients for Crossflow and Mixed Flow Arrangements. — Int. J. Heat Mass Transfer, 1974, v. 17, p. 1037—1049.
- 2.59. **Schack A.** Der physikalische und wirtschaftliche Zusammenhang von Wärmeübertragung und Druckverlust. — Arch. Eisenhüttenw., 1928/29, Bd. 2, S. 613—624.

260. **Schack A.** Die Gas- und Luftvorwärmung durch Stahltrekräpoperatoren in der Großindustrie. — Z. kompr. u. flussige Gase, 1941, Bd. 36, S. 101.

261. **Schmidt E.** Die Wärmeübertragung durch Rippen. — Z. VDI, 1926, Bd. 70, S. 885—889, 947—951.

262. **Schmidt E.** Wärmeschutz durh Aluminiumfolie. — Z. VDI, 1927, Bd. 71, S. 1395.

263. **Schmidt E.** The Design of Contra-Flow Heat Exchangers. — Proc. Inst. Mech. Engrs. 1948, v. 159, p. 351—356.

264. **Schmidt Th. E.** Vergleichszahlen zur Bewertung von Wärmeaustauschern. — Kältetechnik, 1949, Bd. 1, S. 81—86.

265. **Underwood A. J. V.** — J. Inst. Petroleum Tech., 1934, Bd. 20, S. 145.

Литература к части третьей

3.1. **Ackermann G.** Die Theorie der Wärmeaustauscher mit Wärmespeicherung. — Z. angew. Math. Mech., 1931, Bd. 11, S. 192.

3.2. **Allen D. N. de G.** The Calculation of the Efficiency of Heat Regenerators. Quarterly J. Mech. Appl. Math., 1952, v. 5, p. 455—461.

3.3. **Anzelius A.** Über Erwärmung vermittels durchströmender Medien. — Z. angew. Math. Mech., 1926, Bd. 6, S. 291.

3.4. **Binder L.** Außere Wärmeleitung und Erwärmungelektrischer Maschinen. Diss München, 1911.

3.5. **Binder L.** Über Wärmeübergang auf ruhige und bewegte Luft sowie Lüftung und Kühlung elektrischer Maschinen. Halle: W. Knapp, 1912.

3.6. **Бошнякович Ф.** Техническая термодинамика. — М. — Л.: Госэнергоиздат, ч. II, 1956.

3.7. **Crank J., Nicolson P.** A Practical Method for Numerical Evaluation of Solutions of Partial Differential Equations of the Heat Conduction Type. — Proc. Camb. Phil. Soc., 1947, v. 34, p. 50—76.

3.8. **Fränkl M.** DRP 490878 und 492431.

3.9. **Glaser H.** Der Wärmeübergang in Regeneratoren. — Z. VDI-Beiheft «Verfahrenstechnik», 1938, № 4, S. 112—125.

3.10. **Glaser H.** Regeneratoren mit bewegter Speichermasse. — Forsch. Ing.-Wes., 1951, № 1, S. 9—15.

3.11. **Hardley D., Heggs P. J.** The Effect of Thermal Conductivity of the Packing Material on Transient Heat Transfer in a Fixed Bed. — Int. J. Heat. Mass Transfer, 1969, v. 12, p. 549—570.

3.12. **Hausen H.** Über die Theorie des Wärmeaustausches in Regeneratoren, Habilitationsschrift vom 21.2.1927 (erster Referent Prof. Nußelt), veröffentlicht in Z. angew. Math. Mech., 1929, Bd. 9, S. 173—200; vgl. auch Hausen H.: Wärmeaustausch in Regeneratoren. — Z. VDI, 1929, Bd. 73, S. 431—433.

3.13. **Hausen H.** Über den Wärmeaustausch in Regeneratoren. — Techn. Mech. Thermodyn., 1930, Bd. 1, E. 219, 250.

3.14. **Hausen H.** Näherungsverfahren zur Berechnung des Wärmeaustausches in Regeneratoren. — Z. angew. Math. Mech., 1931, Bd 11, S. 105—114.

3.15. **Hausen H.** Feuchtigkeitsablagerung in Regeneratoren. — Z. VDI Beiheft «Verfahrenstechnik», 1937, № 2, S. 62—67.

3.16. **Hausen H.** Berechnung der Steintemperatur in Winderhitzern. — Arch. Eisenhüttenw., 1938/39, Bd. 12, S. 473—480.

3.17. **Hausen H.** Vervollständigte Berechnung des Wärmeaustausches in Regeneratoren. — VDL-Beiheft «Verfahrenstechnik», 1942. № 2, S. 31—43.

3.18. **Hausen H.** Einfluß des Lewisschen Koeffizienten auf das Ausfrieren von Dämpfen aus Gas-Dampf-Gemischen. — Angew. Chemie B, 1948, Bd. 20, S. 177—182.

3.19. **Hausen H.** Berechnung der Wärmeübertragung in Regeneratoren bei temperaturabhängigen Stoffwerten und Wärmeübergangszahlen. — Int. J. Heat Mass Trans-

fer, 1964, v. 7, p. 112—123.

3.20. **Hausen H.** Berechnung der Wärmeübertragung in Regeneratoren bei zeitlich veränderlichen Mengenstrom. — *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1970, v. 13, p. 1753—1766.

3.21. **Hausen H.** Berechnung von Regeneratoren nach der Gaußschen Integrationsmethode. — *Int. J. Heat. Mass Transfer*, 1974, v. 17, p. 1111—1113.

3.22. **Хейлигенштедт В.** Регенераторы, рекуператоры и воздухонагреватели. — М.: Металлургиздат, 1933.

3.23. **Heinligenstaedt W.** Die Berechnung von Wärmespeichern. — *Arch. Eisenhüttenw.*, 1928/29, Bd. 2, S. 217—222; vgl. auch W. Heiligenstaedt: *Wärmetechnische Rechnungen für Industrieöfen*. 2. Aufl. Düsseldorf: Stahleisen, 1941.

3.24. **Herzog E.** Der heutige Stand unserer Kenntnisse von Siemens-Martin-Ofen. Bericht № 120 d. Ver. deutsch. Eisenhüttenl. Düsseldorf: Stahleisen, 1927, S. 12f.

3.25. **Hilfe C. E.** Thermal Analysis of the Contra-Flow Regenerative Heat Exchanger. — *Proc. Inst. Mech. Engrs*, 1948, v. 159, p. 363—371.

3.26. **Kessels K.** Ergebnisse der Untersuchung von Hochofenwinderhitzern. — *Stahl u. Eisen*, 1955, Bd. 75, S. 958—1119.

ГАВРИЛИНА набор 1241 18

3.27. **Lambertson T. J.** Performance Factors of a Periodic-Flow Heat Exchanger. — *Trans. Amer. Soc. Mech. Eng. A*, 1958, v. 80, p. 586—592.

3.28. **Larsen W. F.** Rapid Calculation of Temperature in a Regenerative Heat Exchanger Having Arbitrary Initial Solid and Entering Fluid Temperatures. — *Int. J. Heat. Mass Transfer*, 1967, v. 10, p. 149—168.

3.29. **Lewis W. K.** The Evaporation of a Liquid into a Gas. *Mech. Engineering*, 1922, v. 44, p. 445. Vgl. auch. Fr. Merkel: Verdunstungskühlung. VDI-Forschungsheft, 275, 1925.

3.30. **Lobo W. E., Skaperdas G. T.** — *Chem. Eng. Progress*, 1947, v. 43, p. 69.

3.31. **Lowan A. N.** On the Problem of Heat Recuperator. — *Phil. Mag.* 1934, v. 17, № 7, p. 914—933. (*Phys. Ber.*, 1934, Bd. 15, № 2, S. 1289).

3.32. **Manrique J. A., Cardenas R. S.** Digital Simulation of a Regenerator. 5 Int. Heat Transfer Conference, Tokyo, Sept. 1974. Preprints v. V, p. 190—194.

3.33. **Mitchell A. R., Pearce R. P.** High Accuracy Difference Formulae for the Numerical Solution of the Heat Conduction Equation. — *Computer J.*, 1962, v. 5, p. 142—146.

3.34. **Modest M. F., Tien C. L.** Thermal Analysis of Cyclic Cryogenic Regenerators. — *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1974, v. 17, p. 37—49.

3.35. **Nahavandi A. H., Weinstein A. S.** A Solution to the Periodic Flow Regenerative Heat Exchanger Problem. — *Appl. Sci. Res. A*, 1961, v. 10, p. 335—348.

3.36. **Nußelt W.** Die Theorie des Winderhitzers. — *Z. VDI*, 1927, Bd. 71, S. 85.

3.37. **Nußelt W.** Der Beharrungszustand im Winderhitzer. — *Z. VDI*, 1928, Bd. 72, S. 1052—1054.

3.38. **Rummel K.** Die Berechnung der Wärmespeicher auf Grund der Wärmedurchgangszahl. — *Stahl u. Eisen*, 1928, Bd. 48, S. 1712—1715.

3.39. **Rummel K., Schack A.** Die Berechnung von Regeneratoren. — *Stahl u. Eisen*, 1929, Bd 49, S. 1300; *Arch. Eisenhüttenwes*, 1928/29, Bd. 2, S. 473.

3.40. **Rummel K.** Berechnung der Wärmespeicher. — *Arch. Eisenhüttenw.*, 1930/31, Bd. 4, S. 367.

3.41. **Sandner H.** Beitrag zur linearen Theorie des Regenerators. Diss. Techn. Univ. München, 1971.

3.42. **Saunders O. A., Smoleniec S.** Heat Regenerators. VII Int. Congr. Appl. Mech., 1948, v. 3, p. 91—105.

3.43. **Schack A.** Praktische Berechnung zeitlich veränderlicher Wärmeströmungen. — *Arch. Eisenhüttenw.*, 1927/28, Bd. 1, S. 357.

3.44. **Schack A.** Über den Einfluß des Staubbelages auf den Wirkungsgrad von

Regeneratoren. — Z. techn. Physik, 1928, Bd. 9, S. 390—398; Arch. Eisenhüttenw., 1928/29, Bd. 2, S. 287—292.

3.45. Schack A. Die zeitliche Temperaturänderung im Regenerator. — Arch. Eisenhüttenw., 1928/29, Bd. 2, S. 481.

3.46. Schack A. Die Gas- und Luftvorwärmung durch Stahlreuperatoren in der Großindustrie. — Z. kompr. u. flüssige Gase, 1941, v. 36, p. 101.

3.47. Schack A. Die Berechnung der Regeneratoren. — Arch. Eisenhüttenw., 1943/44, Bd. 17, S. 101—118.

3.48. Schellmann E. Näherungsverfahren zur Berechnung der Wärmeübertragung in Regeneratoren unter Berücksichtigung der Wärmeverluste. Chem. Ing. Tech., 1970, Bd. 42, № 22, S. 1358—1363.

3.49. Schmeidler W. Mathematische Theorie der Wärmespeicherung. — Z. angew. Math. Mech., 1928, Bd. 8, S. 385—393.

3.50. Schmidt E. Über die Anwendung der Differenzenrechnung auf technische Anheiz- und Abkühlungsprobleme. Beiträge zur technischen Mechanik und technischen Physik. Festschrift August Föppl zum 70. Geburtstag. Berlin: Springer, 1924, S. 179—189.

3.51. Schmidt E. Das Differenzenverfahren zur Lösung von Differentialgleichungen der nicht stationären Wärmeleitung. Diffusion und Impulsausbreitung. — Forschung Ing. Wes., 1942, Bd. 13, S. 177—185.

3.52. Schumacher K. Großversuche an einer zu Studienzwecken gebauten Regenerativkammer. — Arch. Eisenhüttenw., 1930/31, Bd. 4, S. 63—74.

3.53. Schumann T. E. W. Heat Transfer: A Liquid Flowing through a Porous Prism. — J. Franklin Inst., 1929, v. 208, p. 405.

3.54. Stuke B. Berechnung des Wärmeaustausches in Regeneratoren mit zylindrischen oder kugelförmigem Füllmaterial. — Angew. Chemie B, 1948, Bd. 20, S. 262—268.

3.55. Tipler W. A. Simple Theory of the Heat Regenerator. — Schell Technical Report ICT 14, 1974; Proc. 7th Int. Congr. Appl. Mech. Section III, p. 196, London, 1948.

3.56. Traustel S. Auslegung von Regeneratoren. — Brennstoff — Wärme — Kraft, 1972, Bd. 24, S. 14—16.

3.57. Willmott A. J., Voice E. W. Development of Theoretical Methods for Calculating the Thermal Performance of the Hot Blast Stove. Trisièmes Journées Internationales de Sidérurgie, Luxemburg, 1962, p. 473—482.

3.58. Willmott A. J. Digital Computer Simulation of a Thermal Regenerator. — Int. J. Heat Mass Transfer, 1964, v. 7, p. 1291—1302.

3.59. Willmott A. J. Operation of Cowper-Stoves under Conditions of Variable Flow. — J. Iron Steel Inst., 1968, v. 206, p. 33—38.

3.60. Willmott A. J. Simulation of a Thermal Regenerator under Conditions of Variable Mass Flow. — Int. J. Heat Mass Transfer, 1968, v. 11, № 7, p. 1105—1116.

3.61. Willmott A. J. The Regenerative Heat Exchanger Computer Representation. — Int. J. Heat Mass Transfer, 1969, v. 12, p. 997—1014.

3.62. Willmott A. J., Duggan R. C. Numerical Solutions to the Contra-Flow Thermal Problem. Рукопись получена частным образом. Содержащиеся в ней результаты опубликованы в [3.63].

3.63. Willmott A. J., Thomas R. J. Analysis of the Long Contra-Flow Regenerative Heat Exchanger. — J. Inst. Maths. Applies, 1974, v. 14, p. 267—280.

3.64. Willmott A. J., Kulakowski B. Numerical Acceleration of a Thermal Regenerator Simulations. — Int. J. for Numerical Methods in Engineering, 1977, v. 11, p. 533—551.

3.65. Willmott A. J., Hinchcliffe C. The Effect of Gas Heat Storage upon the Performance of the Thermal Regenerators. — Int. J. Heat Mass Transfer, 1976, v. 19, p. 821—826.

3.66. Willmott A. J., Burns A. The Transient Response of Periodic Flow Regenerators. — Int. J. Heat Mass Transfer, 1977, v. 20, p. 753—761.

3.67. **Zurmühl R.** *Praktische Mathematik.* Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1965.

Дополнительная литература

Д.1. **Маньковский О. Н., Толчинский А. Р., Александров М. В.** Теплообменная аппаратура химических производств. — Л.: Химия, 1976.

Д.2. **Теория** тепломассообмена/Под ред. А. И. Леонтьева. — М.: Высшая школа, 1979.

Д.3. **Мигай В. К.** Повышение эффективности современных теплообменников. — Л.: Энергия, 1980.

Д.4. **Телегин А. С., Швыдкий В. С., Ярошенко Ю. Г.** Термодинамика и тепломассообмен. — М.: Металлургия, 1980.

Д.5. **Heat Exchanger: Design and Theory Sourcebook.** N. H. Afgan and E. U. Schlünder Ed. Mc. Graw Hill Book Company, N. Y., 1974.

Д.6. 6th Int. Heat Transfer Conf. Toronto, 1978, vol. 4, Ottawa, 1978.

Д.7. **Житомирский И. С.** К теории криогенного регенератора. Физ.-техн. ин-т низких т-р АН УССР. Препр. 1977, № 25.

Д.8. **Vortmeyer D., Le Mong S.** Anwendung des Äquivalenzprinzips zwischen Ein- und Zweiphasenmodellen auf die Lösung der Regeneratorgleichungen. — Wärme- und Stoffübertrag., 1976, Bd 9, № 1, 29—37.

Д.9. **Razelos P., Benjamin M. K.** Computer model of thermal regenerators with variable mass flow rates. — Int. J. of Heat and Mass Transfer, 1978, vol. 21, № 6, 735—744.

Д.10. **Burns A., Willmott A. J.** Transient performance of periodic flow regenerators. Int. J. of Heat and Mass Transfer, 1978, vol. 21, № 5, 623—627.

Д.11. **Burns A.** Heat Transfer coefficient correlations for thermal regenerator calculations-transient response Int. J. of Heat and Mass Transfer 1979, vol. 22, № 6, 969—973.

Д.12. **Холмберг.** Одновременный тепло- и массообмен в регенераторах с гигроскопичными насадками. — Теплопередача, 1979, № 2, с. 18—

Д.13. **Ромье.** Периодическое аккумулирование тепловой энергии. Регенератор. — Теплопередача, 1979, № 4, 189—196.

Д.14. **Willmott A. J., Duggan R. C.** Refined closed methods for the contra-flow thermal regenerator problem. — Int. J. of Heat and Mass Transfer 1980, 23, № 5, 655—662.

Д.15. **Heggs P. J., Bansal L. S., Bond R. S., Vasakas V.** Thermal regenerator design charts including intraconduction effects. — Trans. Inst. Chem., Eng., 1980, vol. 58, № 4, 265—270.

Д.16. **Saastamoinen J.** Heat transfer in unidirectional regenerators. — Acta polytechn. scand. Mech. Eng. Ser., 1980, № 78, 80 p.p.

Д.17. **London A. L., Seban R. A.** A generalization of the methods of heat exchanger analysis. — Int. J. of Heat and Mass Transfer, 1980, vol. 23, № 1, 5—16.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Абсолютно черное тело 66
Алюминиевая фольга, альфоль 142
- Бера закон** 71
- Вина закон смещения** 67
Волнистость поверхности 86
Вход в канал 84
— скругленный или с острой кромкой 84
- Гаусса квадратурная формула, метод интегрирования** 78, 124, 298
Гидравлическое сопротивление 79
- Диаметр термический** 24
— эквивалентный гидравлический 24
Доменный воздухонагреватель каупер 209
- Излучение** 65
— водяного пара и двуокиси углерода 69
— испускание и поглощение 65
— твердых тел 66
Измерение коэффициентов теплоотдачи 19
Испарение сконденсированных воды и льда 345, 349
- Кипение** 59
Кирхгофа закон 68
Конвекция 18
Конденсация 57
— водяного пара 57, 345, 354
— двуокиси углерода 345, 357
— теплоотдача 57
Конструкционные материалы 93, 137
влияние температуры и давления на выбор 137
керамические 138
кирпич 50, 93
огнеупорный 138
металлы 51, 93
прочность, жаростойкость и коррозионная стойкость 139
Контактная печь 96
Коэффициент гидравлического сопротивления 82
— излучения 68
— ослабления 71
— полезного действия (КПД) ребер 186
— — регенераторов 282, 284, 289, 311, 335
— — рекуператоров 116, 120
— потерь 120
— теплоотдачи 16, 96
- Коэффициент теплоотдачи в изогнутых и шероховатых трубах 40
— — в насадках 49
— — — отнесенный к средней температуре кирпича в регенераторе 253
— — доля излучения 78
— — на ребрах 47
— — — конденсации и кипении 57
— — — ламинарном течении 36
— — — перекрестном токе 43
— — — свободной конвекции 38
— — — турбулентном течении 25
— теплопередачи в регенераторах 220—228, 254, 266, 284, 311
— — в рекуператорах 17, 97
— эффективности 119
Критерии подобия 21, 23, 38, см. также Числа подобия
Критическая скорость течения 19
Критическое число Рейнольдса 19, 36, 80, 88
расчет 98, 99, 113, 122, 131
— при перекрестном токе 178
- Ламберта закон** 68
Ламинарное течение 18, 36, 80
Льюиса закон 348
- Мартеновская печь** 210
Методическая печь 93
Многоходовые рекуператоры 190
- Направляющие перегородки** 94, 164
Начальный участок гидродинамический 36, 84
— — термический 38
Нулевая собственная функция (основное колебание температур регенератора) 220, 235, 251, 266
- Определяющая температура** 26, 28, 30, 34, 35, 43
Отложение влаги и двуокиси углерода в регенераторе 345
Отношение подогревов потоков 118
- Падение давления в гладких трубах или каналах** 81, см. также Потери давления и Гидравлическое сопротивление
— — в змеевиках 88
— — в насадках 91
— — в трубных пучках 90
— — в цельнотянутых стальных трубах 87
— — в шероховатых и изогнутых трубах 85
— — связь с теплоотдачей 35, 132

- Пароперегреватель 164
 Перекрестно-противоточная схема 171
 — движение теплоносителя в соседних витках в противоположных направлениях (плоский змеевик) 171
 — — — — — Иллиффе 213, 311
 — — — — — Ламбертсона 316
 — — — — — Ларсена 302
 — — — — — Лована 290, 302
 — — — — — Нагаванди и Вайнштейна 293
 — — — — — Нуссельта 290
 — — — — — Руммеля 233
 — — — — — Уиллмотта 283, 315, 319, 320, 323, 326, 333
 — — — — — Хайлигенштедта 230
 — — — — — Хаузена 222, 235, 251, 256, 265, 272, 287, 294, 302, 307, 320, 328, 333, 344
 — — — — — Шака 234
 — — — — — Шеллмана 323
 — — — — — Шмайдлера 300, 301
 первый нагрев или охлаждение насадки 261, 290
 петля гистерезиса 220, 282, 342, 345
 приближенные методы расчета 302, 307, 314, 328, 333
 — — — — метод конечных разностей 314, 319, 320, 323, 326, 348
 — — — — тепловых полюсов 302, 307
 приведенные продольная координата и время, в том числе длина регенератора и продолжительность периода 259, 260
 прямоточный 287
 распределение температур в случае высокотеплопроводной насадки 219, 266, 272, 281, 338
 результаты расчета 338, 353
 собственные функции 220, 235, 278
 — — — — высшие собственные функции (высшие гармоники колебаний температуры) 218, 272, 277
 — — — — нулевая собственная функция (основное колебание температуры) 235, 251, 266, 272
 средняя температура кирпича 253
 точный расчет температуры газа 256
 условие переключения 213, 230, 267, 272
 установившееся состояние 213, 218, 221, 230, 235, 264, 272
 Рекуператор 92
 выбор размеров и конструкции 127
 многоходовой 190
 передаваемый тепловой поток 113
 перекрестно-противоточный 165, 171
 перекрестный ток 163, 166
 потери теплоты или холода 143, 161, 162
 противоток и прямоток 102, 105, 110
 распределение температур 100, 102, 109, 120, 124
 с оребренными трубами 165, 183
 Размеры теплообменника 128
 Распределение температур, см. Регенератор и Рекуператор
 Ребра, оребренные трубы 165, 183
 Реверсивные теплообменники 95, 345
 Регенератор 208
 «влажный» 344
 дифференциальные уравнения 228, 259
 интегральное уравнение 290, 291, 300, 307, 308
 колебания температуры, см. Собственные функции
 коэффициент полезного действия (КПД) 282, 284, 289, 311, 335
 — теплоотдачи, отнесенный к средней температуре кирпича 253
 — теплопередачи 220, 244, 254, 266, 284, 311
 краевые условия 228, 230, 272, 279, 323
 метод расчета и анализ Аккермана 301
 — — — — — Анцелиуса 261
 — — — — — Занднера 295
 — — — — — Иллиффе 213, 311
 — — — — — Ламбертсона 316
 — — — — — Ларсена 302
 — — — — — Лована 290, 302
 — — — — — Нагаванди и Вайнштейна 293
 — — — — — Нуссельта 290
 — — — — — Руммеля 233
 — — — — — Уиллмотта 283, 315, 319, 320, 323, 326, 333
 — — — — — Хайлигенштедта 230
 — — — — — Хаузена 222, 235, 251, 256, 265, 272, 287, 294, 302, 307, 320, 328, 333, 344
 — — — — — Шака 234
 — — — — — Шеллмана 323
 — — — — — Шмайдлера 300, 301
 первый нагрев или охлаждение насадки 261, 290
 петля гистерезиса 220, 282, 342, 345
 приближенные методы расчета 302, 307, 314, 328, 333
 — — — — метод конечных разностей 314, 319, 320, 323, 326, 348
 — — — — тепловых полюсов 302, 307
 приведенные продольная координата и время, в том числе длина регенератора и продолжительность периода 259, 260
 прямоточный 287
 распределение температур в случае высокотеплопроводной насадки 219, 266, 272, 281, 338
 результаты расчета 338, 353
 собственные функции 220, 235, 278
 — — — — высшие собственные функции (высшие гармоники колебаний температуры) 218, 272, 277
 — — — — нулевая собственная функция (основное колебание температуры) 235, 251, 266, 272
 средняя температура кирпича 253
 точный расчет температуры газа 256
 условие переключения 213, 230, 267, 272
 установившееся состояние 213, 218, 221, 230, 235, 264, 272
 Рекуператор 92
 выбор размеров и конструкции 127
 многоходовой 190
 передаваемый тепловой поток 113
 перекрестно-противоточный 165, 171
 перекрестный ток 163, 166
 потери теплоты или холода 143, 161, 162
 противоток и прямоток 102, 105, 110
 распределение температур 100, 102, 109, 120, 124
 с оребренными трубами 165, 183
 Смешанная схема 164
 Средняя разность температур 101, 110, 122, 124, 221

Стабилизированное ламинарное течение 36, 37, 83
Степень черноты 68
— — водяного пара 73
— — двуокиси углерода 72
Стефана—Больцмана закон 66
Тело, абсолютно черное 66, 67
— серое 68
Теория подобия 20
Тепловая нагрузка поверхности нагрева (плотность теплового потока) 59
Тепловой полюс 302, 303
— поток, передаваемый в рекуператоре 113
Тепловые потери 140
— — в окружающую среду 143
— — вследствие продольной теплопроводности 143, 152
— — от недорекуперации 143
Теплоизоляционные материалы 140
— — применение для изоляции низкотемпературных установок 142
Теплообмен излучением 65
— между тремя потоками 200
Теплообменник, см. Рекуператор или Регенератор
Теплопередача через искривленную стенку 96
— — плоскую стенку 16, 96
Терминология 15
Течение ламинарное 36, 80
— турбулентное 25, 80

Толщина излучающего слоя газа 74
Требования к теплообменнику 113
Увеличение энтропии в теплообменниках 203
Уравнения теплового баланса 102, 104, 213
Фасонный кирпич 50
Функция КПД 117
Числа подобия 21, 23, 38, см. также Критерии подобия
Число Грасгофа 38
— Нуссельта 23
— Пекле 23
— Прандтля 23
— Рейнольдса 23
— — критическое 19, 36, 80, 88
Шероховатость стенки 85
— — волнистость 86
— — поверхностная 85, 86
Эквивалентный (гидравлический) диаметр 24
Элементы насадки 50, 52
Эффективность перекрестно-противоточного теплообменника 180
Юнгстрем, воздухоподогреватель 210, 211

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Предисловие автора к русскому изданию	8
Предисловие автора ко второму изданию	8
Список принятых обозначений	10
Введение	12
1. Назначение и роль теплообменников в технике	12
2. Классификация и принцип работы теплообменников	12
3. Основы расчета и конструирования теплообменников	14
4. Терминология	15

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

ТЕПЛОТДАЧА И ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ В ТРУБАХ И КАНАЛАХ

Глава первая. Теплоперенос путем теплопроводности и конвекции, а также при конденсации и кипении	16
5. Понятие и значение коэффициента теплоотдачи	16
6. Основные процессы теплопереноса в трубах и каналах	18
7. Измерение коэффициентов теплоотдачи	19
8. Теория подобия и ее применение к теплоотдаче	20
9. Уравнения для расчета теплоотдачи при турбулентном течении в трубах и каналах	25
10. Теоретически обоснованные формулы для теплоотдачи при турбулентном течении	34
11. Коэффициенты теплоотдачи при ламинарном течении газов и жидкостей	36
12. Влияние свободной конвекции на теплоотдачу	38
13. Теплоотдача в шероховатых и изогнутых трубах	40
14. Теплоотдача при поперечном обтекании трубных пучков	43
15. Теплоотдача оребренных труб	47
16. Теплоотдача в насадках	49
17. Теплоотдача при фазовых превращениях, в частности при конденсации и кипении	57
Глава вторая. Влияние теплового излучения на теплообмен	65
18. Поглощение и испускание излучения	65
19. Измерения полного излучения двуокиси углерода и водяного пара	72
20. Теплообмен излучением между газом и твердой стенкой	76
Глава третья. Гидравлическое сопротивление при течении в трубах и каналах	79
21. Основные процессы при течении в трубах и каналах	79
22. Гидравлическое сопротивление гладких труб или каналов	81
23. Гидравлическое сопротивление шероховатых и изогнутых труб	85
24. Гидравлическое сопротивление при поперечном обтекании труб и течениях через насадки	90

ЧАСТЬ ВТОРАЯ РЕКУПЕРАТОРЫ

Глава первая. Распределение температур и теплопередача при прямо- и противотоке	92
25. Основные конструкции прямо- и противоточных теплообменников	92
26. Теплопередача через плоские и искривленные стенки	96
27. Распределение температуры и теплопередача в рекуператоре при неизменной температуре одного из теплоносителей	100

28. Распределение температур при прямотоке и противотоке согласно уравнению теплового баланса (C и C' неизменны)	102
29. Распределение температур вдоль поверхности теплообменника при прямотоке и противотоке (C , C' и коэффициент теплопередачи k неизменны)	105
30. Распределение температуры в теплопередающих стенках	109
31. Средняя разность температур $\Delta\theta_m$ при прямотоке и противотоке (C , C' и k неизменны)	110
32. Две основные задачи расчета теплообменника	113
33. Расчет двух из четырех температур на входе и выходе	114
34. Коэффициент полезного действия теплообменника при прямотоке и противотоке (C , C' и k неизменны)	116
35. Распределение температур, средняя разность температур и КПД (C и C' зависят от температуры)	120
36. Распределение и средняя разность температур при изменяющемся коэффициенте теплопередачи k	124
Глава вторая. Определение размеров и конструкции прямоточных и противоточных рекуператоров	127
37. Определение передаваемого теплового потока либо размеров прямоточного или противоточного рекуператора	128
38. Влияние потерь давления на выбор размеров теплообменника и скоростей теплоносителей	131
39. Ухудшение теплопередачи и повышение гидравлического сопротивления вследствие жидких или твердых отложений на теплопередающей поверхности	136
40. Выбор конструкционных материалов и их влияние на конструкцию теплообменников	137
Глава третья. Потери рекуператорами теплоты и холода	140
41. Защита теплообменника от тепловых потерь	140
42. Влияние на теплообмен потерь теплоты или холода в окружающую среду	143
43. Влияние на теплообмен переноса теплоты теплопроводностью по стенкам вдоль теплообменника	152
Глава четвертая. Перекрестно-точные рекуператоры	163
44. Различные схемы расположения поверхностей теплообмена при перекрестном токе	163
45. Распределение температур и теплопередача при чисто перекрестном токе	166
46. Перекрестный ток в сочетании с параллельным током в перекрестно-противоточных теплообменниках	171
47. Теплопередача через оребренные трубы	183
Глава пятая. Многоходовые рекуператоры	190
48. Теплообменники с последовательно включенными ходами	190
49. Теплообмен между тремя потоками	200
Глава шестая. Увеличение энтропии в теплообменниках	203
50. Увеличение энтропии и повышение энергозатрат вследствие необратимости процесса теплопередачи	203

ЧАСТЬ ТРЕТЬЯ

РЕГЕНЕРАТОРЫ

Глава первая. Обзор теории регенераторов	208
51. Принцип действия и конструкции регенераторов	208
52. Развитие теории регенераторов	212
53. Обзор процессов в регенераторах	213
54. Коэффициент теплопередачи регенератора	220
Глава вторая. Расчет распределения температур и теплопередачи в противоточных регенераторах по изменению во времени температуры в поперечном сечении кирпича	228
55. Дифференциальные уравнения и краевые условия	228
56. Метод расчета Хайлигенштедта	230
57. Метод расчета Руммеля	233
58. Метод расчета Шака	234
59. Основное колебание температуры регенератора с плоской насадкой при одинаковых теплоемкостях массовых количеств обоих газов за период ($CT=C'T'$) [3.17]	235

60. Общие соотношения для коэффициента теплопередачи и применение для его расчета нулевой собственной функции [3.17]	243
61. Основное колебание температуры регенератора с цилиндрическими или шаровыми элементами насадки при $CT=C'T'$	248
62. Основное колебание температуры регенератора при неравных теплоемкостях массовых количеств обоих газов за период ($CT \neq C'T'$)	251
Глава третья. Точный расчет полного распределения температур вплоть до концов регенератора с высокотеплопроводной насадкой	253
63. Упрощенный анализ теплопередачи в регенераторе с высокотеплопроводной насадкой	253
64. Расчет температуры газа ϑ по изменению во времени средней температуры кирпича Θ_m	256
65. Дифференциальные уравнения в безразмерном виде	259
66. Решение дифференциального уравнения для первого нагрева или охлаждения насадки	261
67. Простейший метод расчета для установившегося состояния при противотоке (анализ решения для бесконечно короткого регенератора и при нулевой собственной функции)	264
68. Основная и высшие гармоники колебаний температуры противоточного регенератора в установившемся состоянии при $CT=C'T'$	272
69. Расчет полного распределения температур в регенераторе по основному колебанию и высшим гармоникам при неизменных температурах газов на входе	278
70. Коэффициент полезного действия противоточных регенераторов и действительный коэффициент теплопередачи	282
71. Распределение температур в прямоточном регенераторе	287
72. Первое нагревание или охлаждение насадки и установившееся состояние прямоточных регенераторов согласно теории Лована	290
Глава четвертая. Методы расчета установившегося состояния, основанные на решении интегрального уравнения	290
73. Метод Нуссельта для установившегося состояния регенератора с высокотеплопроводной насадкой при $C=C'$ и $T=T'$	290
74. Метод решения интегрального уравнения, предложенный Нагаванди и Вайнштейном	293
75. Формула Х. Хаузена для решения интегрального уравнения (еще не опубликованная)	294
76. Метод Занднера	295
77. Расчет регенераторов с помощью квадратурной формулы Гаусса	298
78. Более общие интегральные соотношения Шмайдлера и Аккермана. Теория Ларсена	300
Глава пятая. Расчет распределения температуры насадки регенератора методом тепловых полюсов	302
79. Простой метод тепловых полюсов	302
80. Уточнение метода тепловых полюсов на основе его связи с интегральным уравнением	306
81. Расчет КПД и коэффициента теплопередачи методом тепловых полюсов	311
Глава шестая. Расчет распределения температур в регенераторах конечно-разностными методами	314
82. Основные соображения относительно применения конечно-разностных методов	314
83. Метод Ламбертсона	316
84. Преобразование дифференциальных уравнений в разностные и соответствующий графический метод расчета	317
85. Метод Уиллмотта	319
86. Определение только средней температуры насадки	320
87. Точный расчет температуры кирпича методом конечных разностей	323
88. Регенераторы с изменяющимся массовым расходом теплоносителя	326
89. Упрощенное определение временной зависимости переменного расхода	328
90. Оценка изменения во времени температуры газа на выходе ϑ_2 и расхода \dot{m} , если известно только среднее значение температуры газа на выходе	331
Глава седьмая. Упрощение расчета регенератора с помощью нулевой собственной функции	333
91. Расчет установившегося состояния длинных регенераторов с использованием нулевой собственной функции	333

92. Дополнительные соображения об упрощении расчета при большой продолжительности периодов	336
Глава восьмая. Следствия, вытекающие из проведенного анализа	338
93. Результаты расчетов приближенным методом	338
94. Нулевая собственная функция как основа метода экспериментального исследования теплоотдачи в насадках регенераторов	343
Глава девятая. «Влажные» криогенные регенераторы	344
95. Численный и графический методы расчета распределения температур	344
96. Продолжительность повторного испарения и сублимации воды и льда, сконденсированных на насадке	349
97. Приближенный расчет установившегося состояния «влажных» регенераторов	352
98. Результаты расчета	352
Список литературы	359
Предметный указатель	377

ХЕЛЬМУТ ХАУЗЕН
ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ПРИ ПРОТИВОТОКЕ,
ПРЯМОТОКЕ И ПЕРЕКРЕСТНОМ ТОКЕ

Редактор **В. И. Величко**
Редактор издательства **Т. И. Мушинска**
Переплет художника **В. Я. Батищева**
Технические редакторы: **О. Н. Адаскина, Н. А. Власова**
Корректор **Г. А. Полонская**
ИБ № 2835 («Энергия»)

Сдано в набор 07.08.81	Подписано в печать 25.09.81	
Формат 70×100 ¹ / ₁₆	Бумага типографская № 3	
Гарн. шрифта литературная	Печать высокая	
Усл. печ. л. 31,2	Уч. -изд. л. 31,62	Тираж 6000 экз.
Заказ 1241		Цена 2 р. 30 к.

Энергоиздат, 113114, Москва, М-114,
Шлюзовая наб., 10

Московская типография № 10 Союзполиграфпрома при
Государственном комитете СССР по делам издательств,
полиграфии и книжной торговли. 113114, Москва, М-114,
Шлюзовая наб., 10

2 р. 30 к.

ЭНЕРГОИЗДАТ