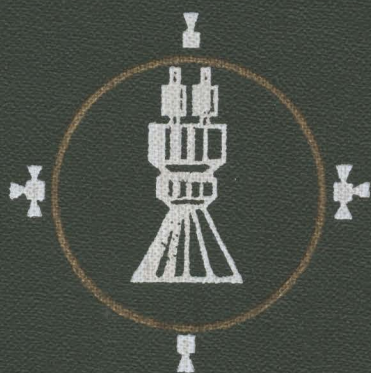


Н.М.Беляев, Н.П.Белик, Е.И.Уваров

---

РЕАКТИВНЫЕ  
СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ  
КОСМИЧЕСКИХ  
ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ



Н. М. Беляев, Н. П. Белик, Е. И. Уваров

---

# РЕАКТИВНЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

*Под редакцией д-ра техн. наук  
проф. Н. М. БЕЛЯЕВА*



Москва МАШИНОСТРОЕНИЕ 1979

ББК 39.62  
Б43  
УДК 629.78.001.2

Рецензент д-р техн. наук *С. Д. Гришин*

**Беляев Н. М. и др.**

**Б43** Реактивные системы управления космических летательных аппаратов/ Н. М. Беляев, Н. П. Белик, Е. И. Уваров. — М.: Машиностроение, 1979.— 232 с., ил.

В пер.: 1 р. 20 к.

В книге изложены вопросы теории расчета и конструирования реактивных систем управления движением космических летательных аппаратов. Рассмотрены принципиальные схемы и конструктивные особенности реактивных систем, область их применения, а также элементы автоматики.

Книга рассчитана на инженерно-технических работников, занимающихся ракетно-космической техникой.

Б  $\frac{31904-169}{038(01)-79}$  169—79 3607000000

ББК 39.62  
6Т6

© Издательство «Машиностроение», 1979 г.

Одна из важнейших задач проектирования космического летательного аппарата — обеспечение управления его движением в пространстве. От успешного решения ее зависят эффективность летательного аппарата и выполнение программы полета.

Для управления движением космического аппарата в пространстве, в частности, для выполнения таких операций, как ориентация, стабилизация, коррекция орбиты, маневр и др., широко используются реактивные системы управления, представляющие собой двигательные установки с несколькими реактивными микродвигателями, установленными в различных каналах управления, и общей системой питания.

К таким двигательным установкам предъявляются чрезвычайно жесткие требования, важнейшими из которых являются многократные (более  $10^4$  раз) запуски в условиях космического вакуума и невесомости и импульсный режим работы. В связи с этим работа таких систем осуществляется в основном в переходных режимах и влияние динамических факторов на основные характеристики систем чрезвычайно велико.

В настоящее время для управления космическими аппаратами применяются реактивные системы, в которых в качестве рабочего тела используются сжатые газы и продукты реакций одно- и двухкомпонентного топлива. Такие системы установлены, например, на советских и американских автоматических межпланетных станциях, советских космических кораблях «Союз», орбитальных станциях «Салют», американских космических кораблях «Аполлон» и орбитальной станции «Скайлэб».

При проектировании космического аппарата необходимо выбрать оптимальный вариант системы и определить ее основные характеристики, учитывая при этом динамические процессы, происходящие в системе и ее элементах. Для этого надо создать необходимые математические модели системы и разработать инженерные методы расчета переходных процессов. Это позволит правильно определить основные характеристики системы и учесть влияние динамических факторов.

Предлагаемая книга посвящена дальнейшей разработке вопросов расчета и проектирования реактивных систем управления, изложенных в книге [18]. В частности, здесь рассматриваются во-

просы, связанные с динамикой реактивных систем управления и прежде всего с динамическими процессами, происходящими в пневмогидравлических системах питания микродвигателей.

На основе анализа имеющихся в литературе данных, обобщения и систематизации опыта создания реактивных систем для космических аппаратов, накопленного при исследовании динамических процессов в пневмо- и гидросистемах, а также в реактивных двигателях, разработаны инженерные методы расчета динамических процессов в реактивных системах управления космических аппаратов.

Вследствие быстрого развития ракетно-космической техники в книге не могут быть освещены все последние достижения в рассматриваемой области. Однако изложенный материал достаточен для того, чтобы дать читателю представление о динамических процессах, происходящих в реактивных системах управления, а также учесть влияние динамических факторов при проектировании и отработке систем.

Авторы выражают благодарность д-ру техн. наук, проф. С. Д. Гришину за ценные замечания, сделанные при рецензировании рукописи.

Отзывы и предложения направлять по адресу: Москва, ГСП-6, 1-й Басманный пер., д. 3, издательство «Машиностроение».

## ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ УПРАВЛЕНИИ ДВИЖЕНИЕМ КОСМИЧЕСКИХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

### 1.1. СПОСОБЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА В ПРОСТРАНСТВЕ

К космическим аппаратам относятся искусственные спутники Земли, космические корабли, орбитальные и межпланетные автоматические и пилотируемые станции.

Решением Международной авиационной федерации (ФАИ) принято считать полет космическим, если высота его не менее 100 км и он совершается по орбитам спутников. Движением аппарата в таких условиях управляют практически при полном отсутствии аэродинамических сил, так как давление окружающей среды уже на высоте 100 км составляет около  $10^{-2}$  Н/м<sup>2</sup>, а плотность воздуха — около  $10^{-6}$  кг/м<sup>3</sup>. Поэтому в космическом полете демпфирующий и восстанавливающий моменты пренебрежимо малы, а любое возмущение, действующее на аппарат, вызывает его вращение до тех пор, пока к нему не будет приложен вращающий момент, противоположный по направлению. В связи с этим для компенсации даже ничтожно малых возмущающих моментов к аппарату должны быть приложены соответствующие управляющие моменты.

Максимальный управляющий момент определяется необходимым при маневрировании угловым ускорением и максимальным возмущающим моментом. Источником возмущающих моментов, нарушающих угловое положение аппарата в пространстве, являются моменты от вращающихся масс внутри аппарата (до 10 Н·м) аэродинамические и гравитационные моменты (до  $10^{-3}$  Н·м), моменты от сил давления солнечного света, моменты от взаимодействия токонесущих контуров бортовых систем с внешним магнитным полем и т. д.

Условия космического полета (вакуум, невесомость, большая длительность полета) определяют особенности, присущие только системам управления космическими летательными аппаратами. Все это привело к созданию принципиально новых устройств управления угловым движением и движением центра масс летательного аппарата.

Движение космического летательного аппарата может иметь различный характер в зависимости от участка траектории, на котором он находится, и от программы полета. Различают два вида движения:

— движение с выключенными двигателями (орбитальное движение, которое занимает большее время полета);

— движение при работающих двигателях (выведение на орбиту, посадка, коррекция траектории и другие операции, занимающие значительно меньшее время полета).

Главная особенность движения первого вида — практически независимость движения центра масс летательного аппарата и его угловых поворотов вокруг центра масс. Однако независимость движения космического аппарата по траектории от его поворота вокруг центра масс вовсе не означает, что он не нуждается в управлении угловым положением. В большинстве случаев при выполнении полета космический аппарат должен быть определенным образом ориентирован в пространстве. Определенное угловое положение придается аппарату относительно небесных тел, силовых линий магнитного и гравитационного полей или иных заданных направлений в пространстве. Так, в зависимости от назначения аппарата он ориентируется на соответствующие небесные тела при астрономических наблюдениях, на земные пункты для связанных спутников Земли, имеющих направленные антенны, на Солнце для аппаратов, снабженных солнечными батареями (ориентация рабочих поверхностей батарей), взаимная ориентация при сближении кораблей и т. д.

Управление угловым движением космического аппарата на участках свободного полета, т. е. придание его осям определенного положения относительно заданных направлений называют ориентацией. Системы, выполняющие эту задачу, называются системами ориентации. Они работают в условиях малых возмущающих моментов, действующих на летательный аппарат, что позволяет использовать в них ряд принципов и устройств, не применимых в других системах управления.

Движение второго вида также требует управления угловым положением летательного аппарата, ибо от этого зависит направление вектора тяги двигателя или аэродинамических сил, т. е. сил, определяющих траекторию движения центра масс аппарата. В этом случае при поворотах вокруг центра масс изменяется движение самого центра масс, т. е. траектория полета. Управление угловым положением аппарата вокруг центра масс на участках полета со значительным ускорением (при работе двигателей, торможении и т. д.) называется угловой стабилизацией, а система управления — системой стабилизации.

При ориентации угловое движение аппарата вокруг центра масс не влияет на траекторию движения его центра масс и представляет собой самостоятельную задачу. При стабилизации управление угловым положением является вспомогательным, необходимым для управления движением центра масс аппарата (поддержания должного направления вектора тяги или подъемной силы).

Системы ориентации и стабилизации часто взаимодействуют, а иногда совмещаются либо целиком, либо по отдельным агрегатам. Так, при сближении двух космических аппаратов с большого расстояния производятся многократные и кратковременные включения двигателей с длительными перерывами между ними, и весь

процесс сближения состоит из чередующихся режимов ориентации и стабилизации.

Другая задача управления движением центра масс — ориентация вектора тяги двигателя с последующей коррекцией траектории полета. Системы угловой стабилизации работают при сравнительно больших возмущающих моментах, поэтому для создания управляющих моментов при стабилизации используются более мощные управляющие устройства, чем в системах ориентации.

По способу получения управляющих моментов для ориентации все системы можно разделить на активные, пассивные и комбинированные. В активных системах для создания управляющих моментов приходится либо затрачивать энергию из бортовых источников, либо расходовать бортовые запасы рабочего тела. В пассивных системах ориентация осуществляется с помощью моментов, возникающих при взаимодействии летательного аппарата с внешней средой (магнитным полем, гравитационным полем и т. д.) без каких-либо затрат бортовой энергии или расхода бортовых запасов рабочего тела. Существуют гравитационные системы ориентации, возможны также системы, в которых используется давление солнечного света, силы взаимодействия магнитных масс аппарата с внешним магнитным полем. Главное достоинство пассивных систем — полное отсутствие потребления энергии и массы и практически неограниченный срок службы. Однако все они имеют малую устойчивость по отношению к возмущающим моментам, поскольку силовые эффекты, создаваемые с помощью таких систем, незначительны.

В комбинированных системах содержатся элементы тех и других систем. Наибольшее распространение получили активные системы. Пассивные и комбинированные системы используются значительно реже активных.

Рассмотрим построение активной системы ориентации. Информацию о положении космического аппарата относительно осей ориентации и о характере его углового движения система ориентации получает от чувствительных элементов (датчиков), представляющих собой, например, электронно-оптические приборы, в которых в качестве опорных ориентиров используются небесные светила — Солнце, Земля, Луна, звезды. В качестве таких приборов применяются: инфракрасная вертикаль, фотоследящие измерители направления на Солнце, различные астрономические приборы и т. д. Под действием излучения этих светил датчики вырабатывают электрические сигналы, изменяющиеся при отклонении оси датчика от направления на опорный ориентир. Датчиками могут служить также гироскопические приборы, которые практически не чувствительны к помехам и безотказны в работе. Оптические датчики, например, могут быть «ослеплены» факелом работающих двигателей.

Сигналы датчиков сравниваются между собой и после соответствующего преобразования поступают к так называемым исполнительным органам. Исполнительные органы системы управления



представляют собой устройства, которые непосредственно вырабатывают управляющие воздействия (управляющие усилия и управляющие моменты), приложенные к летательному аппарату.

Исполнительными органами управляют чувствительные элементы системы управления при помощи преобразующих устройств, называемых также логическим преобразующим блоком. Этот блок выполняет следующие задачи: усиление, сопоставление и преобразование сигналов датчиков в управляющие сигналы для включения и выключения исполнительных устройств и логические операции, необходимые для правильного функционирования системы ориентации. Например, при поступлении сигнала об отклонении летательного аппарата по крену исполнительный элемент, управляющий движением крена, включается не сразу, а сигнал отклонения по крену сравнивается с сигналом, идущим от соответствующего датчика угловой скорости. Если окажется, что угловая скорость направлена в сторону увеличения угла крена, то соответствующий исполнительный элемент включается; если же в сторону уменьшения угла крена, то аппарат и без включения исполнительного элемента вернется к нужному положению.

Сигналы датчиков, преобразованные в блоке логики, поступают к исполнительным органам, которые могут быть двух типов:

— устройства, создающие управляющие усилия за счет взаимодействия с внешней средой. К ним относятся токнесущие контуры, электромагниты и постоянные магниты, создающие управляющие моменты за счет взаимодействия их собственного магнитного поля с внешним магнитным полем, в котором находится летательный аппарат. Они эффективны только в сильном магнитном поле. Их преимущество заключается в том, что работа не связана с расходом рабочего тела, запасенного на борту аппарата;

— реактивные устройства, действующие независимо от окружающей среды, что является их главным преимуществом (рис. 1.1). К ним относятся инерционные устройства (гиросиловые стабилизаторы и реактивные маховики) и реактивные двигатели.

Инерционные устройства создают управляющие моменты за счет сил реакции подвижных твердых и жидких масс, принудительно перемещаемых внутри летательного аппарата. Обычно применяются подвижные твердые массы (гиросиловые стабилизаторы, реактивные маховые массы), преимущество которых в том, что работа их не связана с затратой рабочего тела, которое надо запастись на борту летательного аппарата. Однако способность их противодействовать внешним возмущающим моментам, приложенным к аппарату, ограничена, поэтому в длительно функционирующих системах ориентации они комбинируются с другими типами исполнительных устройств (например, с электромагнитными или реактивными). Реактивные маховые массы выполняются обычно в виде маховиков (гироскопов) с регулируемой скоростью вращения. При изменении скорости вращения, разгоне или торможении маховиков развиваются моменты реакции, которые используются как управляющие моменты, воздействующие на летательный аппарат. Применяют

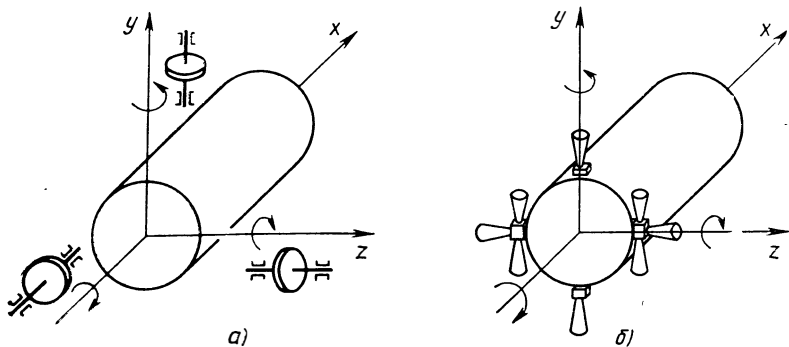


Рис. 1. 1. Расположение реактивных исполнительных устройств систем ориентации на космическом летательном аппарате:

а—инерционные устройства; б—реактивные сопла

обычно три реактивные маховые массы, создающие моменты относительно каждой из трех осей аппарата. Такие реактивные массы (двигатели-маховики) целесообразно применять при больших импульсах и при управляющих моментах небольшой длительности. К существенным недостаткам двигателей-маховиков относится явление «насыщения», возникающее при создании длительного управляющего момента в одном направлении, когда маховик достигает максимальной допустимой скорости вращения. Максимальный управляющий момент, который может быть создан двигателем-маховиком прежде, чем наступит насыщение, определяется его размерами и массой. Импульс, соответствующий насыщению, равен величине момента вращения, создаваемого маховиком при максимальной скорости вращения.

Получение управляющих моментов в плоскостях стабилизации аппарата с помощью реактивных двигателей основано на использовании реакции отбрасываемой из сопла с большой скоростью массы (запасенной на борту обычно либо в виде сжатого газа, либо в виде жидкого топлива), за счет чего создается управляющее усилие и момент управления. Главный недостаток реактивных двигателей заключается в расходе рабочего тела, запасы которого в полете невосполнимы. Для вращения маховиков нужна лишь электроэнергия, бортовые запасы которой пополняются, например, с помощью солнечных батарей. Однако маховики не способны противодействовать внешнему возмущению в течение длительного времени, ибо маховик, постепенно раскручиваясь и противодействуя возмущающему моменту, достигает максимального числа оборотов, которое далее не может быть увеличено. Следовательно, маховик далее уже не может создавать управляющий момент, поэтому реактивные маховики обычно комбинируют с другими типами исполнительных устройств.

Для ориентации большое значение имеет экономичность всей системы, которая должна потреблять минимум электроэнергии и,

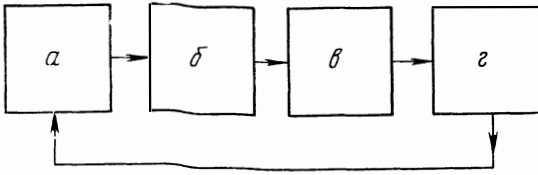


Рис. 1. 2. Функциональная схема системы управления космическим летательным аппаратом:

$a$ —объект управления (космический аппарат);  $б$ —измерительные устройства (чувствительные элементы);  $в$ —усилительно-преобразующее устройство;  $г$ —управляющие исполнительные устройства

что важнее всего, минимум рабочего тела. Слабые возмущения должны компенсироваться и слабыми управляющими моментами. Однако, например, в реактивных двигателях, применяемых как исполнительные устройства, управляющее усилие постоянно и не регулируется из-за сложности организации регулирования тяги, поэтому независимо от характера возмущений двигателя при включении развивают одну и ту же тягу и один и тот же управляющий момент. Вследствие этого при больших возмущениях двигатели работают в непрерывном режиме, а при малых — включаются периодически на доли секунды с большими паузами, что в среднем может быть эквивалентно многократному уменьшению тяги и, следовательно, расходу рабочего тела. Таким образом, блок логики должен формировать как непрерывные, так и импульсные сигналы на включение двигателей в зависимости от сигналов, поступающих от датчиков ориентации.

Управление движением центра масс аппарата и ориентацией в известной мере объединяется при маневре аппарата, так как перед сообщением ему необходимого для изменения орбиты импульса (направление и время действия импульса определяется заранее) осуществляется нужная ориентация и в заданное время включается двигатель, причем подобная операция может повторяться несколько раз.

Система управления космического аппарата по принципу построения — замкнутая система автоматического управления, поэтому в ее функциональную схему входят (рис. 1. 2):

- объект управления (космический аппарат);
- измерительные устройства, выдающие информацию о параметрах движения объекта;
- усилительно-преобразующее устройство, формирующее требуемый закон управления движением объекта;
- управляющие исполнительные устройства, создающие необходимые силы и моменты.

Вопросы ориентации и стабилизации космического аппарата на траектории полета охватывают такие области науки, как теория автоматического регулирования, приборостроение, электронные и механические системы, аэродинамика и, наконец, двигательные установки. Общее требование к системам ориентации и стабилизации — установление и поддержание необходимого углового положения летательного аппарата. Частные требования и система управления в значительной мере определяются требованиями программы полета. Большое значение управляющих моментов приводит к не-

обходимости применять активную систему управления ориентацией. Во многих случаях для создания управляющих моментов применяют реактивные двигатели, так как с их помощью может быть решен широкий круг задач по управлению движением космического летательного аппарата. В частности, с их помощью решаются следующие задачи:

- компенсация возмущений, возникающих при отделении космического аппарата от ракеты-носителя, и предварительное его успокоение;

- ориентация аппарата в пространстве для обеспечения заданного положения;

- программные развороты аппарата в положение, необходимое для выполнения поставленных задач;

- компенсация возмущающих моментов от вращающихся масс, аэродинамических, гравитационных и других сил для стабилизации заданного положения в пространстве;

- коррекция скорости и траектории полета;

- угловые и линейные перемещения аппарата во время маневра (например, при стыковке и отстыковке);

- торможение при спусках аппарата.

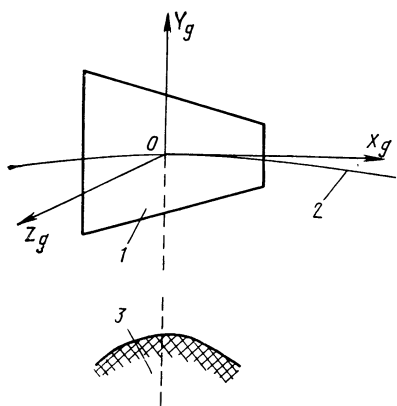
Кроме задач управления положением летательного аппарата в пространстве, реактивные двигатели применяют также для закрутки аппарата вокруг какой-нибудь оси, регулирования скорости вращения, разгрузки маховичных систем управления, а также для создания перегрузок и обеспечения при запуске маршевого жидкостного ракетного двигателя подачи топлива из баков к двигателю без газовых включений в условиях невесомости, перемещения космонавтов в открытом космосе и др.

Для выполнения перечисленных задач в состав системы управления входят обычно группы двигателей, различающихся как по номинальному значению управляющего усилия, так и по другим характеристикам. Диапазон управляющих усилий таких двигателей  $10^{-3}$ — $10^3$  Н, что значительно меньше усилий, создаваемых ракетными двигателями, предназначенными для выведения аппарата на заданную траекторию полета, поэтому такие двигатели получили название двигателей малой тяги или микродвигателей.

Для обеспечения работы микродвигателей необходима специальная система питания, включающая агрегаты автоматики (клапаны, регуляторы, пусковые устройства и т. д.) баки и баллоны для размещения топлива и газа. Таким образом, микродвигатели вместе с системой питания можно рассматривать как автономную систему, служащую для получения управляющего усилия за счет реакции истечения массы газа из сопел двигателей. Такие системы получили название реактивных систем управления.

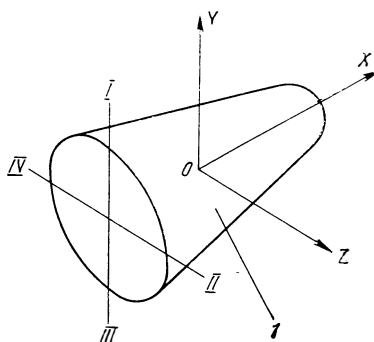
## 1.2. УПРАВЛЕНИЕ УГЛОВЫМ ДВИЖЕНИЕМ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ПОМОЩЬЮ РЕАКТИВНЫХ СОПЕЛ

Управление угловым движением летательного аппарата необходимо для придания аппарату любого заданного положения в про-



**Рис. 1. 3. Нормальная система координат:**

1—космический летательный аппарат; 2—траектория полета; 3—Земля



**Рис. 1. 4. Связанная система координат:**

1—космический летательный аппарат

странстве и стабилизации этого положения при действии различных возмущающих моментов. Заданное положение аппарата определяется в некоторой системе координат, направление осей которой в пространстве заранее известно. Такую систему координат называют базовой системой отсчета. Оси базовой системы отсчета задаются на борту аппарата специальными устройствами и приборами.

Система отсчета получается наиболее простой для аппаратов, стабилизированных вращением, так как в этом случае в пространстве ориентируется лишь одна ось.

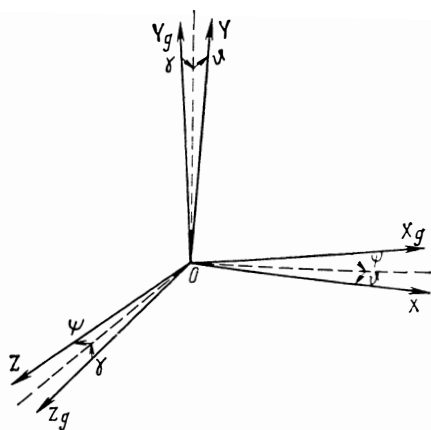
Для других аппаратов используется так называемая нормальная система координат с началом в центре масс летательного аппарата, у которой одна ось совпадает с местной вертикалью и направлена вверх, другая расположена в плоскости орбиты и направлена в сторону движения, а третья перпендикулярна плоскости орбиты и дополняет первые две оси до правой системы координат (рис. 1. 3).

Для определения углового отклонения летательного аппарата от базовой системы отсчета вводят систему координат, жестко связанную с аппаратом. Оси связанной системы координат совпадают с главными осями инерции космического аппарата и ориентированы так, что одна ось направлена по продольной оси аппарата, две другие лежат в плоскостях I—III и II—IV, которые определяются плоскостями рулей ракеты-носителя и при орбитальном полете носят условный характер (рис. 1. 4).

Угловое положение космического аппарата в нормальной системе координат определяется тремя углами: углом тангажа  $\theta$ , углом рыскания  $\psi$  и углом крена  $\gamma$ . Эти углы определяются при

Рис. 1. 5. Положение связанной системы координат  $OXYZ$  относительно нормальной  $Ox_gY_gZ_g$ :

$\theta$ —угол тангажа;  $\psi$ —угол рыскания;  $\gamma$ —угол крена



трех последовательных поворотах связанной системы координат  $OXYZ$  относительно нормальной  $Ox_gY_gZ_g$  (рис. 1. 5). Угол тангажа  $\theta$  характеризует отклонение проекции продольной оси  $OX$  на плоскость орбиты относительно оси  $Ox_g$ , угол рыскания  $\psi$  — отклонение продольной оси относительно плоскости орбиты и угол крена  $\gamma$  — поворот аппарата относительно продольной оси.

Так как полет в условиях космического пространства характеризуется практически отсутствием какой-либо демпфирующей среды, это приводит к неустойчивому равновесию аппарата относительно центра масс. Достаточно малейшего возмущения, чтобы аппарат отклонился от первоначального положения. Поэтому в условиях космоса учету подлежат даже самые незначительные возмущающие моменты: гравитационные, магнитные, образующиеся за счет взаимодействия магнитного поля Земли с летательным аппаратом, аэродинамические, проявляющиеся даже на значительных высотах, возмущения, обусловленные потоком солнечной радиации, а также возмущения, вызванные движением отдельных частей космического аппарата или экипажа, эксцентриситетом, несоосностью тяги корректирующих и тормозных двигательных установок и т. д.

Управляющие моменты  $M_y$  системы угловой стабилизации должны быть заведомо больше максимальных возмущающих моментов  $M_b$ .

Наиболее распространен способ создания управляющих моментов с помощью реактивных сопел. Сжатый газ или продукты реакции топлива истекают через сопла, установленные по каждому каналу стабилизации. Возникающие при этом реактивные силы создают относительно центра масс космического аппарата управляющие моменты требуемого направления, величина которых обычно постоянна по модулю. Включение сопел, продолжительность действия и направление тяги определяются законом управления замкнутой системой автоматического регулирования. Исходной информацией для системы, обеспечивающей формирование требуемого закона управления, являются показания чувствительных элементов. Реактивные сопла управляются электромагнитными клапанами, к которым подводится рабочее тело от системы питания.

Системы угловой стабилизации обеспечивают нормальное функционирование систем управления движением центра масс аппарата при различных маневрах космического аппарата, а также нормальную работу других систем. В режиме орбитального полета они удерживают заданную ориентацию осей связанной системы координат относительно нормальной. По длительности работы этот режим основной.

В условиях космического пространства возникает еще одна очень важная проблема — демпфирование колебаний. Например, перед включением корректирующей установки система угловой стабилизации должна обеспечить требуемую ориентацию вектора тяги этой установки и удерживать аппарат в этом положении в течение всего времени действия корректирующего импульса. Аналогичная проблема возникает, когда аппарату необходимо сообщить тормозной импульс при строгой ориентации его осей в пространстве.

Таким образом, назначение системы управления угловым положением заключается в обеспечении устойчивого углового движения аппарата при наличии различных возмущающих воздействий.

В основу построения каждого из трех каналов активной системы стабилизации положен известный принцип автоматики — регулирование по отклонению. Сущность этого принципа заключается в том, что текущее значение регулируемой величины, получаемое при помощи измерительного устройства, сравнивается с программным значением этой величины, задаваемым программным устройством. В зависимости от результата сравнения в усилителе-преобразователе формируется сигнал, поступающий на исполнительный орган и направленный на уменьшение ошибки рассогласования.

Системы с реактивными соплами можно строить по линейному (пропорциональное регулирование) и нелинейному (релейному) законам. Однако использование линейных законов управления в подобных системах приводит к недопустимо большому расходу рабочего тела, поэтому в космических условиях системы с пропорциональным управлением не применяются.

Действительно, так как на космический аппарат действуют всевозможные внешние и внутренние возмущения, которые могут быть ничтожно малы, то при линейных статических характеристиках измерительных элементов и в силу инерционности аппарата сопла будут постоянно находиться во включенном положении. Это приведет к тому, что система с линейным законом управления будет иметь недопустимо большой расход рабочего тела вследствие непрерывного включения и выключения сопел, а это влечет снижение срока активного существования космического аппарата.

Для устранения указанного недостатка системы строят по линейному принципу, а измерительные устройства проектируют с нелинейными статическими характеристиками и обязательным наличием зоны нечувствительности (рис. 1. 6).

Очевидно, в зоне нечувствительности сопла будут выключены, а стабилизируемая ось может занимать неопределенное положение

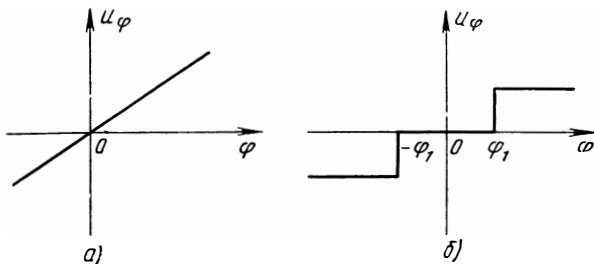


Рис. 1. 6. Статические характеристики чувствительных элементов:

*a*—линейные; *б*—нелинейные;  $\Phi$ —угол отклонения оси связанной системы координат относительно орбитальной;  $u_{\Phi}$ —напряжение измерительного устройства, соответствующее углу отклонения  $\Phi$ ;  $(-\Phi_1; \Phi_1)$ —зона нечувствительности

на отрезке  $(-\Phi_1; \Phi_1)$ . Как только эта ось пройдет указанную зону, сопла включатся и вернут ее в состояние неопределенного положения.

Таким образом, для нелинейного закона управления сопла включаются лишь эпизодически. Частота включения сопел зависит от характера возмущающего воздействия и других характеристик системы.

Точность нелинейных систем определяется величиной зоны нечувствительности измерителя углового положения. Здесь проявляется противоречие между экономичностью и точностью системы стабилизации: чем шире зона нечувствительности, тем меньше расход рабочего тела, но зато существенно снижается точность системы.

В рассмотренном законе управления не фигурирует угловая скорость  $\dot{\varphi}$ , что равносильно не критичности системы к величине возмущающих моментов. Действительно, при постоянном возмущающем моменте  $M_{\text{в}}$  стабилизируемая ось будет удерживаться в области значения  $|\varphi| = |\Phi_1|$  и сопла будут периодически включаться с частотой, зависящей от его величины. С увеличением величины возмущающего момента частота включения возрастет. Когда  $M_{\text{в}} \leq M_{\text{в}}$ , сопла будут включены непрерывно до полного расхода рабочего тела.

Точность системы стабилизации, в первую очередь, определяет точность командно-измерительных приборов, измеряющих угловое положение и угловые скорости аппарата по трем осям связанной системы координат. Для нормальной работы системы в режиме орбитального полета необходимо иметь измерители углов тангажа, рыскания и крена, а также измерители угловых скоростей по соответствующим каналам.

В качестве измерителей углов широко применяются гироскопические и оптические приборы. Гироскопические измерители, построенные по принципу свободного гироскопа, основаны на его свойстве сохранять неизменным положение оси собственного вращения.



Для измерения углового отклонения используют трехстепенные гироскопы, причем для измерения трех углов необходимо иметь на борту не менее двух трехстепенных гироскопов. Такой блок гироскопов образует на борту в течение некоторого времени инерциальную систему координат. Угловые скорости аппарата относительно связанных осей измеряют датчики угловой скорости, представляющие собой двухстепенные гироскопы, оси прецессии которых связаны через упругий элемент с корпусом аппарата.

В орбитальном полете для измерения углов тангажа и крена используют инфракрасную вертикаль.

Солнечные датчики используют для измерения направления на Солнце при необходимости такой ориентации одной из осей аппарата, например, перед включением тормозной двигательной установки.

Гироскопические элементы существенно ограничивают ресурс космического аппарата, поэтому ведутся работы, связанные с заменой гироскопов акселерометрами, что в ряде случаев может оказаться вполне оправданным.

Схема трехканальной системы угловой стабилизации с реактивными соплами приведена на рис. 1. 7. Так как одним соплом можно создать реактивную тягу только в одном направлении, то на каждый канал системы необходимо предусмотреть как минимум два сопла.

Системы угловой стабилизации строят на принципах релейных систем, которые наиболее просты и надежны в эксплуатации и имеют наименьшее число элементов. Кроме того, в релейной системе реактивные сопла работают в течение сравнительно небольших промежутков времени, необходимых для устранения отклонений аппарата от заданного положения. Установившийся режим работы релейных систем — режим автоколебаний. Поэтому соответствующим выбором величины тяги и моментов включения и выключения сопел с учетом параметров угловых движений аппарата и характеристик системы управления можно получить минимальный расход рабочего тела.

Параметры предельного цикла прежде всего зависят от характеристик чувствительных элементов, а также от возмущений, действующих на аппарат. Расход рабочего тела непосредственно зависит от параметров автоколебаний и режима работы сопел.

Обычно в качестве чувствительных элементов релейных систем используются датчики углового положения и гироскопические датчики угловой скорости. Так как при большом сроке активного существования использование датчиков угловой скорости нежелательно из-за большого энергопотребления и малого ресурса их работы, возможны различные варианты систем без датчиков угловой скорости, что позволяет принципиально упростить систему управления и повысить ее надежность. Например, использование датчика углового положения, имеющего релейную характеристику с гистерезисом (рис. 1. 8), позволяет обеспечить демпфирование коле-

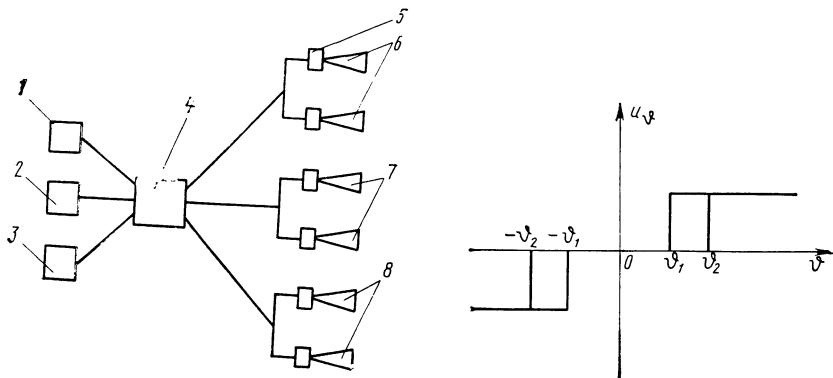


Рис. 1.7. Схема трехканальной системы угловой стабилизации с реактивными соплами: 1—инфракрасная вертикаль; 2—гиросезорбитант; 3—датчики угловых скоростей; 4—усилитель-преобразователь; 5—электроклапан; 6—сопла управления по тангажу; 7—сопла управления по рысканию; 8—сопла управления по крену

Рис. 1.2. Характеристики датчика углового положения в канале тангажа

баний аппарата в течение переходного процесса и поддержание устойчивой ориентации в установившемся режиме.

В релейных системах расход рабочего тела в предельном цикле пропорционален создаваемому ускорению, которое, в свою очередь, пропорционально тяге. Если сопла рассчитываются по максимуму тяги, наблюдается перерасход рабочего тела. Для уменьшения расхода рабочего тела можно использовать каскадную систему сопел с различными уровнями тяги. Еще проще уменьшить расход рабочего тела импульсным включением сопел. При этом оказывается, что техническая реализация системы с модуляцией тяги лишь незначительно сложнее, чем обычной релейной системы.

При импульсном включении сопел среднее значение управляющего момента  $M_{y, \text{cp}}$  может изменяться увеличением или уменьшением паузы между включениями сопел (рис. 1.9).

Основные задачи исследования релейных систем управления с реактивными соплами состоят в определении амплитуды и частоты автоколебаний космического аппарата, а также их зависимости от параметров системы и в выборе параметров системы, обеспечивающих приемлемые автоколебания и минимум расхода рабочего тела.

Рассмотрим работу системы с реактивными соплами на примере канала тангажа.

Пусть в качестве чувствительных элементов системы использованы инфракрасная вертикаль и датчик угловой скорости с релейными характеристиками (см. рис. 1.6).

Будем считать, что реактивные сопла работают без запаздывания, а возмущающие моменты отсутствуют. В соответствии с законом управления [40]

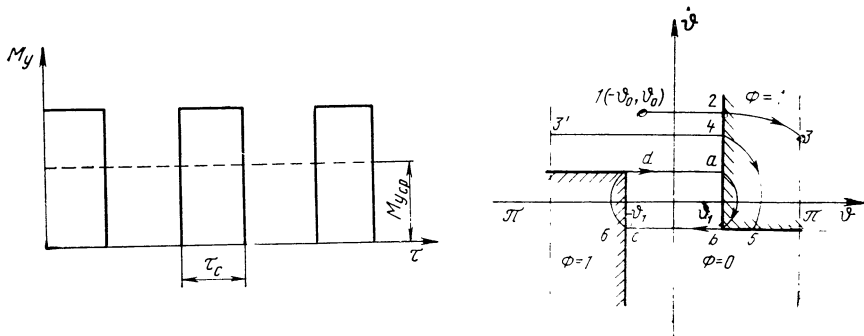


Рис. 1. 9. График импульсного включения сопел:

$M_{y\text{cp}}$ —среднее значение управляющего момента;  $\tau_c$ —длительность импульса

Рис. 1. 10. Фазовое изображение системы при релейных характеристиках чувствительных элементов

$$\Phi(\vartheta, \dot{\vartheta}) = \begin{cases} -1 & \text{при } \vartheta > \vartheta_1; \dot{\vartheta} > -\dot{\vartheta}_1; \\ 0 & \text{при } |\vartheta| < \vartheta_1; |\dot{\vartheta}| < |\dot{\vartheta}_1|; \\ 1 & \text{при } \vartheta < -\vartheta_1; \dot{\vartheta} < \dot{\vartheta}_1 \end{cases}$$

и статическими характеристиками чувствительных элементов построим линии переключения сопел (рис. 1. 10).

Система управления должна погасить первоначальное возмущенное движение, начало которого на фазовой плоскости определяется точкой 1 ( $-\vartheta_0, \dot{\vartheta}_0$ ), а затем ввести аппарат в режим предельного цикла (режим автоколебаний).

Изображающая точка на отрезке 1—2 будет двигаться по прямой линии, параллельно оси абсцисс, а в точке 2 сопла включатся на гашение угловой скорости  $\dot{\vartheta}_0$  и движение до точки 3 будет происходить по параболе

$$\dot{\vartheta}^2 - \dot{\vartheta}_0^2 = -2W_y(\vartheta - \vartheta_1),$$

где  $W_y = \frac{M_y}{J_z}$ ,  $J_z$  — момент инерции аппарата относительно оси  $\vartheta$ .

Точка 3 зеркально отобразится в точку 3', что соответствует переходу аппарата из положения  $\vartheta = \pi$  в положение  $\vartheta = -\pi$ . Начиная с точки 3', аппарат продолжит равномерное вращение в направлении линии переключения до точки 4. В точке 4 сопла включатся, и угловая скорость аппарата вновь будет уменьшаться. Если датчик угловой скорости не имел бы зоны нечувствительности, то сопла включались бы в момент встречи изображающей точки с осью абсцисс. Наличие зоны нечувствительности приводит к тому, что сопла выключаются в точке 5, т. е. при отрицательном значении  $\dot{\vartheta} = -\dot{\vartheta}_1$ . Далее аппарат со скоростью  $-\dot{\vartheta}_1$  будет совершать

Рис. 1.11. Автоколебательный цикл при запаздывании

равномерное вращение в противоположном направлении, что на фазовой плоскости соответствует отрезку 5—6.

Таким образом, устанавливается автоколебательный процесс, показанный на фазовом портрете замкнутым контуром  $abcd$ , который соответствует установившемуся процессу, а отрезки фазовой траектории 1—5 определяют переходный процесс, который непродолжителен по времени в сравнении с установившимся процессом.

В связи с этим при исследовании релейных систем основное внимание уделяется автоколебательному режиму.

Определим период автоколебаний для данного идеализированного случая. Линейным отрезком автоколебательного цикла соответствует уравнение движения  $\ddot{\vartheta} = 0$ , а отрезкам парабол  $\ddot{\vartheta} = \pm W_y$ .

Интегрируя эти уравнения при начальных условиях  $\vartheta = \vartheta_1$ ,  $\dot{\vartheta} = \dot{\vartheta}_1$ , получим для всего контура  $4\vartheta_1 = \dot{\vartheta}_1 t_{\text{выкл}}$  и  $4\dot{\vartheta}_1 = W_y t_{\text{вкл}}$ , где  $t_{\text{выкл}}$ ,  $t_{\text{вкл}}$  — соответственно время выключенной и включенной тяги.

Период автоколебаний  $t_a = t_{\text{выкл}} + t_{\text{вкл}}$ .

Так как  $t_{\text{выкл}} = 4 \frac{\dot{\vartheta}_1}{\ddot{\vartheta}_1}$  и  $t_{\text{вкл}} = 4 \frac{\dot{\vartheta}_1}{W_y}$ , то  $t_a = 4 \left( \frac{\dot{\vartheta}_1}{\ddot{\vartheta}_1} + \frac{\dot{\vartheta}_1}{W_y} \right)$ .

Нарастание и спад тяги реактивного сопла не происходит мгновенно, а имеет место некоторое запаздывание, при котором идеальный автоколебательный цикл, показанный на рис. 1.11 пунктирными линиями, несколько деформируется.

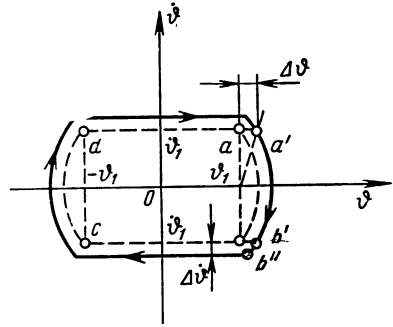
Действительно, при включении сопла в точке  $a$  управляющий момент возникает не при значении угла  $\vartheta = \vartheta_1$ , а с некоторым опозданием в точке  $a'$  ( $\vartheta_1 + \Delta\vartheta_1$ ;  $\dot{\vartheta}_1$ ), где  $\Delta\vartheta_1$  — угол, зависящий от времени запаздывания  $\tau_1$ .

Чем больше зона нечувствительности  $\dot{\vartheta}_1$ , тем, очевидно, на больший угол  $\Delta\vartheta$  отклонится аппарат за время  $\tau_1$ .

При  $\tau_1 = 0$  параболический отрезок фазовой траектории соответствует уравнению  $\ddot{\vartheta} - \dot{\vartheta}_1^2 = -2W_y(\vartheta - \vartheta_1)$ , а при  $\tau_1 \neq 0$   $\ddot{\vartheta} - \dot{\vartheta}_1^2 = -2W_y(\vartheta - \vartheta_1 - \Delta\vartheta)$ .

Координаты вершин парабол будут соответственно равны  $[(\vartheta_1 + \dot{\vartheta}_1^2/2W_y); 0]$   $[(\vartheta_1 + \Delta\vartheta + \dot{\vartheta}_1^2/2W_y); 0]$ .

Таким образом, запаздывание при включении сопел приводит к понижению точности системы.



В точке  $b'$ , также смещенной относительно точки  $b$  на величину  $\Delta\dot{\vartheta}$ , должно выключиться сопло. Однако запаздывание сопел при выключении приведет к тому, что функция  $\Phi(\vartheta, \dot{\vartheta})$  примет нулевое значение в некоторой точке  $b''$ . За время  $\tau_2$  угловая скорость аппарата возрастет на величину  $\Delta\dot{\vartheta} = W_y \tau_2$ . Таким образом, запаздывание  $\tau_2$  приводит как бы к расширению зоны нечувствительности датчика угловой скорости на величину  $\Delta\dot{\vartheta}$ .

Совместное влияние величин  $\tau_1$  и  $\tau_2$  увеличивает период автоколебаний, который с учетом запаздывания может быть определен из выражения

$$t_a = 4 \left( \frac{\dot{\vartheta}_1}{\dot{\vartheta}_1} + \frac{\dot{\vartheta}_1}{W_y} \right) + 2 \left( \frac{\Delta\dot{\vartheta}}{\dot{\vartheta}_1 + \Delta\dot{\vartheta}} + \frac{\Delta\dot{\vartheta}}{W_y} \right).$$

Если учесть, что  $\dot{\vartheta}_1 \gg \Delta\dot{\vartheta}$ , а  $\Delta\dot{\vartheta} = \dot{\vartheta}_1 \tau_1$ , то приближенное значение периода автоколебаний

$$t_a = 4 \left( \frac{\dot{\vartheta}_1}{\dot{\vartheta}_1} + \frac{\dot{\vartheta}_1}{W_y} \right) + 2(\tau_1 + \tau_2).$$

При действии на космический аппарат момента внешних сил  $M_z = \text{const}$  уравнение его движения (без учета запаздывания срабатывания сопел) можно представить в виде

$$\dot{\vartheta} d\dot{\vartheta} = [W_y \Phi(\vartheta, \dot{\vartheta}) + W_z] d\vartheta,$$

где

$$W_z = \frac{M_z}{J_z}.$$

Интегрируя это уравнение при начальных условиях, соответствующих точке 1 ( $-\vartheta_0; \dot{\vartheta}_0$ ), находим (рис. 1.12).

$$\dot{\vartheta}^2 - \dot{\vartheta}_0^2 = 2W_z(\vartheta + \vartheta_0).$$

Следовательно, под действием момента  $M_z$  аппарат будет приближаться к линии переключения  $\vartheta = \vartheta_1$  по параболе. В точке 2 произойдет включение сопел и изображающая точка будет двигаться по траектории, описываемой уравнением  $\dot{\vartheta}^2 - \dot{\vartheta}_2^2 = 2(W_y - W_z)(\vartheta - \vartheta_1)$ .

Вершина этой параболы удалена от начала координат на величину  $\vartheta_1 + \dot{\vartheta}_2^2 / 2(W_y - W_z)$ .

В точке 3 сопла выключатся и изображающая точка будет приближаться к вертикальной линии переключения. Так как  $M_z \neq 0$ , то при сделанном допущении об отсутствии запаздывания сопел изображающая точка будет совершать это движение по периодическому закону с бесконечно малой амплитудой и бесконечно большой частотой. С учетом запаздывания такое движение на фазовой плоскости можно было бы изобразить пилообразным отрезком, равным по длине отрезку 3—4.

Для точки 4 уравнение фазовой траектории имеет вид параболы  $\dot{\vartheta}^2 - \dot{\vartheta}_1^2 = 2W_z(\vartheta - \vartheta_1)$  с вершиной  $[(\vartheta_1 - \dot{\vartheta}_1^2 / 2W_z)]$ .

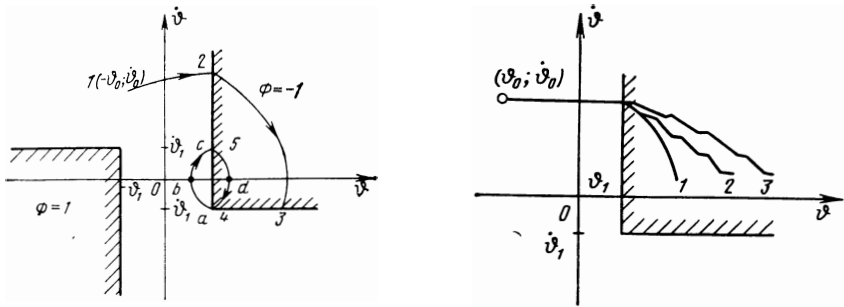


Рис. 1.12. Фазовый портрет системы при наличии возмущающего момента

Рис. 1.13. Вид фазовых траекторий системы в зависимости от режима работы сопел:

1—сопла включены на постоянную тягу; 2—сопла работают в импульсном режиме со скажностью импульсов  $\gamma_1$ ; 3—сопла работают в импульсном режиме со скажностью импульсов  $\gamma_2 < \gamma_1$

Таким образом, момент внешних сил в зависимости от его знака смещает несимметричный автоколебательный цикл к одной из вертикальных линий переключения. При этом вершины парабол, образующих предельный цикл, удалены от точки пересечения линии переключения с осью  $\vartheta$  на различные расстояния:

$$\vartheta_b = -\frac{\dot{\vartheta}_1^2}{2W_z}; \quad \vartheta_a = \frac{\dot{\vartheta}_c^2}{2(W_y - W_z)}.$$

Период автоколебаний можно определить (рис. 1.12) из выражения

$$t_a = 2 \left( \frac{\dot{\vartheta}_1^2}{W_z} + \frac{\dot{\vartheta}_c}{W_y - W_z} \right).$$

Так как  $\dot{\vartheta}_c = \dot{\vartheta}_1$ , то  $t_a = \frac{2W_y \dot{\vartheta}_1}{W_z(W_y - W_z)}$ .

Если учесть, что  $W_y \gg W_z$ , то  $t_a = \frac{2 - \dot{\vartheta}_1}{W_z}$ .

Как уже говорилось, наиболее оптimalен с точки зрения минимального расхода рабочего тела импульсный режим включения сопел. На рис. 1.13 изображены отрезки фазовых траекторий для различных режимов работы сопел. При импульсном режиме работы фазовые траектории имеют ступенчатый характер. Горизонтальные отрезки прямых соответствуют паузам импульсного режима, а наклонные отрезки парабол соответствуют импульсам управляющего момента.

Рассмотрим зависимость между расходом рабочего тела и точностью стабилизации, обеспечиваемой системой.

Сила тяги, создаваемая реактивными соплами, пропорциональна расходу  $G$  массы рабочего тела в единицу времени [5]. За

период автоколебаний средний расход рабочего тела  $G_{\text{ср}}$  в единицу времени определим из выражения

$$G_{\text{ср}} = \frac{t_{\text{вкл}}}{t_a} G. \quad (1.1)$$

Для идеального автоколебательного цикла ранее нашли

$$t_{\text{вкл}} = 4 \frac{\dot{\vartheta}_1}{W_y}. \quad (1.2)$$

Так как при создании релейных систем стремятся к тому, чтобы в автоколебательном режиме сопла большую часть периода  $t_a$  были выключены, то приближенно можно считать, что

$$t_a \approx 4 \frac{\dot{\vartheta}_1}{\vartheta_1}. \quad (1.3)$$

Подставив выражения (1.2) и (1.3) в уравнение (1.1), найдем

$$G_{\text{ср}} = \frac{\dot{\vartheta}_1^2}{W_y \vartheta_1} G. \quad (1.4)$$

Так как  $W_y = \frac{M_z}{J_z}$  и  $M_z = LR$ ,

где  $R$  — тяга сопел и  $L$  — плечо приложения тяги, то, подставив указанные выражения в уравнение (1.4), получим

$$G_{\text{ср}} = \frac{J_z \dot{\vartheta}_1^2}{RL \vartheta_1} G. \quad (1.5)$$

Как видно из полученного выражения, расход рабочего тела существенно зависит от зон нечувствительности датчика угловой скорости и датчика углового положения. Для уменьшения расхода рабочего тела следует уменьшать зону нечувствительности  $\dot{\vartheta}_1$  датчика угловой скорости и увеличивать зону нечувствительности  $\vartheta_1$  датчика углового положения. Однако последнее требование находится в противоречии с требованием повышения точности системы угловой стабилизации.

При действии на космический аппарат постоянного возмущающего момента  $M_z$  время, в течение которого сопла включены, можно найти из выражения

$$t_{\text{вкл}} = \frac{2\dot{\vartheta}_1}{W_y - W_z}, \quad (1.6)$$

а период автоколебаний — из выражения

$$t_a \approx \frac{2\dot{\vartheta}_1}{W_z}. \quad (1.7)$$

После подстановки выражений (1.6) и (1.7) в выражение (1.1) получаем

$$G_{\text{ср}} = \frac{W_z}{W_y - W_z} G \quad \text{и} \quad G_{\text{ср}} = \frac{M_z}{M_y - M_z} G.$$

В данном случае расход рабочего тела зависит только от величины постоянно действующего момента  $M_z$ . При  $M_y \gg M_z$  можно пользоваться приближенной формулой

$$G_{\text{ср}} = \frac{M_z}{M_y} G. \quad (1.8)$$

Найденные выражения для определения среднего расхода рабочего тела в единицу времени можно использовать и при импульсном режиме включения сопел, если в них ввести безразмерный коэффициент  $k = 1 - \gamma$ , где  $\gamma$  — скважность ( $0 < \gamma \leq 1$ ).

Таким образом, наиболее существенное влияние на расход рабочего тела и точность нелинейных систем с реактивными соплами оказывает зона нечувствительности датчика угловой скорости.

### 1.3. СТАБИЛИЗАЦИЯ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА ВРАЩЕНИЕМ

Стабилизация космических аппаратов вращением имеет определенные преимущества при создании космических станций с искусственной гравитацией, а также выгодна с энергетической точки зрения. Такие аппараты, обладая гироскопической устойчивостью, в состоянии длительное время сохранять заданную ориентацию в пространстве.

При вращении космический аппарат равномерно освещается Солнцем, что создает лучшие условия для работы солнечных батарей и более умеренный тепловой режим.

Стабилизация вращением выгодна также в тех случаях, когда последняя ступень ракеты-носителя сама стабилизирована вращением, которое она может передать космическому аппарату.

При стабилизации вращением аппарат закручивается относительно оси с максимальным моментом инерции. Однако с течением времени под влиянием различных возмущений первоначальная ориентация оси вращения теряется. Кроме того, магнитное поле Земли и другие тормозящие факторы приводят к тому, что скорость вращения аппарата уменьшается. В связи с этим возникают две проблемы управления вращающимися космическими аппаратами: проблема ориентации оси вращения и проблема стабилизации угловой скорости собственного вращения.

Для решения первой проблемы к вращающемуся аппарату, как к свободному гироскопу, прикладывают корректирующие моменты для стабилизации оси вращения относительно заданного направления.

Для решения второй проблемы с целью поддержания постоянства угловой скорости собственного вращения аппарата периодически создают импульсы момента относительно оси вращения.

Таким образом, управление вращающимся аппаратом связано с энергетическими затратами. Однако энергетические расходы, связанные с этим управлением, меньше, чем на управление невращающимся аппаратом.



Действительно, пусть надо развернуть сравниваемые летательные аппараты на один и тот же угол  $\psi_0$ .

Аппарат, вращающийся по углу рыскания, можно развернуть, прикладывая управляющий момент  $M_\gamma$  по оси крена, считая, что ось собственного вращения направлена по нормали к орбите. Угол разворота определяем из выражения [40]

$$\psi_0 = \frac{M_\gamma}{H} t_0, \quad (1.9)$$

где  $t_0$  — время действия момента  $M_\gamma$ ;  $H = J_z \Omega$  — кинетический момент вращающегося аппарата;  $J_z$  — момент его инерции относительно оси вращения;  $\Omega$  — угловая скорость собственного вращения аппарата.

Угол отклонения невращающегося аппарата при действии управляющего момента  $M_\psi$  в течение того же времени  $t_0$  находим из выражения

$$\psi_0 = \frac{M_\psi}{J_y} t_0^2. \quad (1.10)$$

Приравнивая правые части выражений (1.9) и (1.10), получаем

$$\frac{M_\psi}{M_\gamma} = \frac{J_y}{H t_0}. \quad (1.11)$$

Время действия корректирующего момента  $M_\gamma$  ограничено и может быть определено, если задаться углом  $\alpha$  поворота аппарата относительно оси вращения, при котором корректирующий момент наиболее эффективен.

Если допустить, что  $J_z \gg J_y$  и учесть, что  $t_0 = \frac{\alpha}{\Omega}$ , то из выражения (1.11) получаем  $\frac{M_\psi}{M_\gamma} = \frac{1}{\alpha}$ .

Так как угол  $\alpha$  достаточно мал, то  $M_\psi > M_\gamma$ , а это означает, что для разворота на один и тот же угол в течение одного и того же времени к вращающемуся аппарату должен быть приложен меньший управляющий момент, чем к невращающемуся.

Так как после разворота невращающегося аппарата необходимо еще и погасить появившуюся угловую скорость, а после разворота вращающегося — только нутационные колебания, то расходы энергии на управление невращающимся аппаратом еще более возрастут, так как для первого необходимо создание противомомента, а для второго достаточно использовать лишь пассивные демпфирующие устройства. Физически это можно объяснить тем, что вращающийся спутник отдает часть кинетической энергии на собственную коррекцию, т. е. в данном случае имеет место так называемый принцип усиления управляющего момента.

Таким образом, с энергетической точки зрения управлять вращающимся космическим аппаратом выгоднее.

Вызвать прецессию оси вращения аппарата можно приложением момента, перпендикулярного к этой оси, с помощью реактивных сопел. Аналогично можно создать ускорение, перпендикулярное оси вращения. При этом сопла необходимо включать только на некотором секторе каждого оборота, положение которого фиксируется относительно опорного направления. Направление прецессии или ускорения можно изменять, меняя положение сектора работы сопла. Такие принципы управления были использованы на американских спутниках «Синком».

В целях предотвращения разрушения космического аппарата центробежными силами при случайной команде на увеличение скорости вращения на аппарате может быть установлен специальный центробежный регулятор (выключатель).

Примером аппарата, стабилизированного вращением, может служить американский спутник «Тирос-9», ось вращения которого после расцепки с ракетой-носителем направляется по касательной к орбите, а затем при помощи управляющих моментов прецессирует до тех пор, пока не станет перпендикулярной к плоскости орбиты. С этого момента спутник кажется катящимся по орбите вокруг Земли, что послужило причиной для его названия «спутник-колесо». Режим колеса имеет большие преимущества для спутника, на котором установлены телевизионные камеры, передающие снимки облачного покрова Земли. В процессе каждого оборота спутника оптические оси камер, расположенные перпендикулярно оси вращения, направляются на Землю, что позволяет при условии синхронизации вращения спутника относительно земной поверхности постоянно производить серию снимков в направлении местной вертикали.

Угловое положение аппарата, стабилизированного вращением, можно определить двумя углами. Так, если при отделении от ракеты-носителя аппарат закручивается относительно оси тангажа с угловой скоростью  $\dot{\theta}$ , то положение этой оси в подвижной орбитальной системе координат может быть задано углом рыскания  $\psi$  и углом крена  $\gamma$ .

При действии на тело, вращающееся относительно центра масс, постоянного момента, не совпадающего с осью собственного вращения, возникают два вида движения: прецессионное и нутационное. Прецессия характеризуется равномерным вращением, на которое накладываются нутационные колебания. Угловая скорость прецессии постоянна во времени и пропорциональна величине приложенного момента. Амплитуда и частота нутационных колебаний зависят от параметров тела и от внешних моментов.

В процессе полета на космический аппарат, стабилизированный вращением, действуют различные возмущения, поэтому его главная ось с течением времени будет уходить от первоначально заданного направления. В связи с этим на аппарате должна быть установлена система угловой стабилизации, задача которой изменить угловое положение оси вращения в пространстве. Для стабилизации и

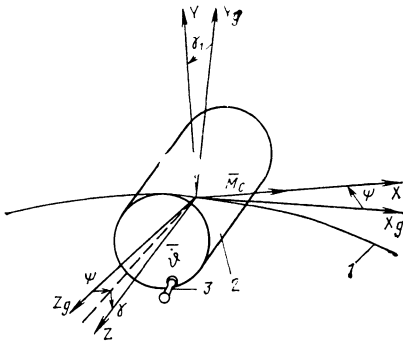


Рис. 1.14. Стабилизация космического аппарата вращением:

1—траектория полета; 2—космический аппарат; 3—сопло для управления ориентацией оси вращения

управления необходимо создавать такие моменты, которые вызвали бы прецессию аппарата в требуемом направлении.

Нутационные колебания во всех случаях нежелательны, так как затрудняют управление аппаратом, поэтому на аппарате, стабилизированном вращением, устанавливаются специальные уст-

ройства для демпфирования этих колебаний.

Для изменения пространственного положения оси вращения аппарата устанавливается реактивное сопло (рис. 1.14), при помощи которого относительно осей  $X$  и  $Y$  создаются кратковременно действующие управляющие моменты  $M_c$ .

Известно, что при действии на гироскоп импульсного момента типа удара его главная ось смещается на некоторый угол в направлении, перпендикулярном линии действия ударного импульса.

Один мгновенный импульс тяги реактивного сопла вызовет смещение аппарата относительно оси  $Y$  на угол [38]

$$\Delta\psi = \frac{M_c}{H}. \quad (1.11)$$

Если на космическом аппарате установлено одно сопло, а скорость его вращения  $\dot{\varphi}$ , то следующий импульс момента может быть приложен только через один оборот, т. е. через интервал времени  $2\pi/\dot{\varphi}$ . Поэтому, чтобы развернуть аппарат на угол  $\psi$ , потребуется приложить  $\frac{\psi}{\Delta\psi}$  управляющих импульсов и затратить на это время

$$t = 2\pi \frac{1}{\dot{\varphi}} \frac{\psi}{\Delta\psi}. \quad (1.12)$$

Подставив выражение (1.11) в выражение (1.12), после преобразований получим

$$t = 2\pi \frac{I_z}{L} \frac{\psi}{R}. \quad (1.13)$$

При раздельном управлении по каждому каналу очень важно синхронизировать моменты включения и выключения сопла в зависимости от его положения в плоскости  $OXY$ . Если допустить, что вычислительное устройство, определяющее момент включения и выключения сопла, работает идеально, а сопла безынерционные, то результирующая составляющая управляющего момента на ось  $Y$  будет равна нулю. Однако в действительности имеются запаздывания, поэтому от каждого импульса момента, действующего относительно оси  $OX$ , будет появляться составляющая момента  $\Delta M_y$ , направленная по оси  $Y$ .

При помощи одного сопла имеется принципиальная возможность управлять положением вращающегося космического аппарата сразу относительно двух осей. Для этого необходимо по показаниям датчиков углового положения так определить фазу, длительность и величину импульса момента, чтобы составляющие этого момента на оси  $X$  и  $Y$  вызвали прецессию аппарата в требуемом направлении.

Примером космического аппарата, стабилизированного вращением и управляемого при помощи реактивных сопел, может служить американский стационарный спутник связи «Синком». Ориентация оси вращения его изменяется импульсным включением реактивного сопла, работа которого вызывает прецессию оси вращения в требуемом направлении. К соплу подводится сжатый азот, который хранится на борту в двух титановых сферических баллонах, общий запас его около 12 кг. Вектор тяги, создаваемой соплом, параллелен оси собственного вращения спутника, а само сопло смещено относительно оси вращения на максимально возможное расстояние — 330 мм (диаметр спутника 710 мм). Импульсы тяги синхронизированы с угловой скоростью собственного вращения спутника, номинальная величина которой  $17,2$   $1/c$ , вследствие чего создается средний корректирующий момент с неизменным направлением в пространстве.

Для управления движением центра масс опутника также используется импульсное реактивное сопло, при этом вектор тяги, создаваемой этим соплом, нормален к оси вращения спутника и проходит через его центр масс. При синхронизации импульсов тяги с угловой скоростью вращения спутника ему сообщается ускорение в соответствующем направлении. Когда ось собственного вращения спутника занимает положение, нормальное к плоскости орбиты, сопло обеспечивает управление орбитальной скоростью спутника, т. е. периодом его обращения.

При импульсном включении сопла создается управляющий момент, который имеет постоянную составляющую, гармонику с частотой, равной частоте собственного вращения спутника, и ряд гармоник с частотами, кратными частоте собственного вращения. Установлено, что импульсное включение сопел не приводит к возрастанию амплитуды нутационных колебаний.

Для демпфирования нутационных колебаний на спутнике «Синком» установлен жидкостной демпфер, представляющий собой трубку диаметром 9,5 мм и длиной 178 мм, заполненную ртутью примерно на 30%, ось ее параллельна оси собственного вращения спутника. Масса демпфера 0,5 кг.

#### **1.4. КЛАССИФИКАЦИЯ, ОБЛАСТЬ ПРИМЕНЕНИЯ И ТРЕБОВАНИЯ, ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫЕ К РЕАКТИВНЫМ СИСТЕМАМ**

Исходная энергия, которая может быть использована в ракетных микродвигателях: энергия сжатого газа; химическая, ядерная, солнечная.

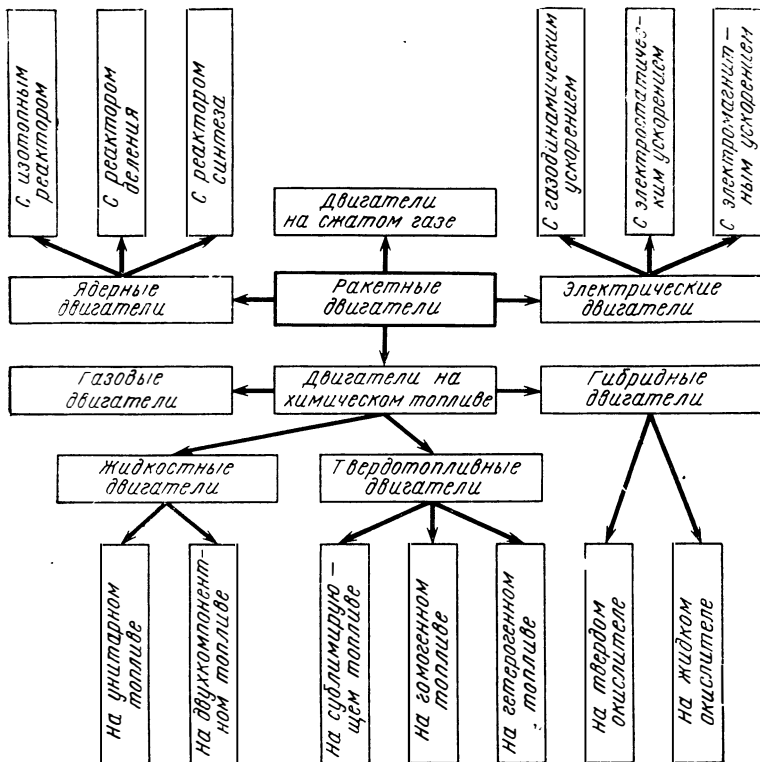


Рис. 1.15. Классификация космических ракетных двигателей систем управления

Источник энергии сжатого газа — сам сжатый газ, находящийся в емкости (баке или баллоне); химической энергии — химические ракетные топлива — вещества, способные выделять тепло в результате химических реакций; ядерной энергии — ядерные ракетные топлива — вещества, способные выделять энергию в результате деления ядер тяжелых элементов, синтеза ядер легких элементов или радиоактивного распада; солнечной энергии — излучение Солнца.

Учитывая, что тип ракетного микродвигателя определяется прежде всего типом источника энергии, а затем агрегатным состоянием применяемого топлива, в основу классификации ракетных микродвигателей, применяемых для управления движением космических летательных аппаратов, целесообразно положить указанные признаки (рис. 1.15).

Как отмечалось ранее, реактивная система управления состоит из двигателей и системы питания. Система питания служит для подачи топлива (рабочего тела) к двигателям. Система питания состоит из емкостей для размещения топлива (рабочего тела) и при необходимости газа наддува для вытеснения топлива, а так-

же агрегатов автоматики, обеспечивающих подготовку системы к работе. е функционирование, отключение и т. д.

Микродвигатели служат для создания реактивной тяги и состоят из управляемого клапана с приводом (обычно электромагнитным), открывающего или перекрывающего доступ топлива (рабочего тела) в камеру двигателя, где подготавливается рабочее тело, и реактивного сопла, в котором запасенная энергия рабочего тела преобразуется в кинетическую энергию реактивной струи.

Простейшими из всех ракетных микродвигателей являются двигатели на сжатом газе. В газореактивных системах сжатый газ, размещенный в баллонах, с помощью агрегатов автоматики подается к двигателям, в соплах которых при обычной температуре в процессе расширения потенциальная энергия сжатого газа превращается в кинетическую энергию реактивной струи. Эти двигатели чрезвычайно просты и надежны, однако они имеют невысокую экономичность (удельная тяга составляет 700 м/с) и применяются на небольших космических аппаратах при непродолжительном времени полета.

В ракетных микродвигателях на жидком топливе, которые в настоящее время являются основными двигателями, применяемыми в системах управления космических аппаратов, в зависимости от типа экзотермической реакции происходит либо сгорание (для двухкомпонентного топлива), либо разложение топлива (для унитарного топлива) с выделением тепла и образованием продуктов реакции — рабочего тела, которое затем расширяется в сопле. Экономичность жидкостных двигателей значительно выше, чем у двигателей на сжатом газе (удельная тяга достигает 3000 м/с). Жидкостные двигатели применяют почти на всех типах космических летательных аппаратов. Однако жидкостно-реактивные системы значительно сложнее газореактивных.

В последнее время появились также химические двигатели на двухкомпонентном газовом топливе для получения малых управляющих усилий. Принцип их устройства аналогичен устройству жидкостных двигателей.

Характерная особенность твердотопливных двигателей состоит в том, что топливо обычно размещается в камере двигателя в виде зарядов определенной формы. Воспламеняется заряд специальным воспламенителем, а горение происходит по поверхности, не защищенной бронирующим покрытием. Твердое топливо может быть либо гомогенным, т. е. представлять собой твердый раствор компонентов, один из которых нитроцеллюлоза, а другой — растворитель типа нитроглицерина и других веществ, либо гетерогенным (смесевым), т. е. механической смесью элементов окислителя и горючего. Микродвигатели на твердом топливе более просты, но менее экономичны (удельная тяга до 2500 м/с), чем жидкостные и значительно труднее поддаются регулировке. Возможен вариант размещения твердотопливного заряда в специальном аккумуляторе, откуда образовавшиеся продукты сгорания с помощью агрегатов автоматики подводятся к двигателям, устройство которых в этом

случае аналогично устройству двигателей на сжатом газе с той лишь разницей, что они работают не на «холодном» газе, а на высокотемпературных продуктах сгорания.

К твердотопливным двигателям условно можно отнести и двигатели, в которых используется так называемое сублимирующее топливо, которое при нагревании до сравнительно небольших температур (до  $1000^{\circ}\text{C}$ ) образует газообразное рабочее тело непосредственно из твердой фазы. В качестве таких топлив могут быть использованы, например, такие вещества как карбонат, сульфат и бисульфат аммония, метилкарбонат и др. К недостаткам таких двигателей относится невозможность получения с их помощью сравнительно больших уровней тяг и малая экономичность.

Гибридные двигатели сочетают элементы жидкостных и твердотопливных двигателей, причем возможны два варианта выполнения гибридного двигателя в зависимости от того, применяется ли горючее или окислитель в твердом виде. Другой компонент в этом случае применяется в жидком виде. При создании гибридных двигателей исходят из того, что во многих случаях наилучшие энергетические и массовые характеристики могут быть получены при использовании компонентов топлива, находящихся в различных агрегатных состояниях.

Если однокомпонентное рабочее тело нагревать, можно значительно увеличить эффективность двигателя. Такой нагрев можно осуществить, например, с помощью ядерных реакторов деления тяжелых элементов. За счет подогрева рабочего тела в реакторе возможно резкое повышение экономичности двигателя (удельная тяга  $10\,000$ — $25\,000$  м/с). Нагревать рабочее тело можно и в радиоизотопном реакторе.

Если ускорение рабочего тела проводить не газодинамически, а с применением электрического и магнитного поля, можно после предварительной ионизации рабочего тела разгонять одноименно заряженные частицы или нейтральную плазму до очень высоких скоростей и, следовательно, получать высокую экономичность двигателя (удельная тяга до  $100\,000$ — $200\,000$  м/с). При этом в зависимости от типа устройства для разгона рабочего тела электрические двигатели подразделяются на электротермические (с газодинамическим ускорением), электростатические и электромагнитные. В электротермических микродвигателях рабочее тело нагревается стабилизированной электрической дугой, а в качестве рабочего тела используются обычно легкие вещества с малой молекулярной массой (водород, гелий и др.). В электростатических ракетных микродвигателях рабочее тело, в качестве которого обычно используются щелочные металлы — цезий, рубидий и др., а также такие вещества как ртуть, аргон и др., с начала подвергается ионизации, а затем образовавшиеся ионы ускоряются в сильном электростатическом поле до скоростей в десятки и сотни километров в секунду. Для того чтобы реактивная струя была нейтральной, предусматривается устройство для нейтрализации пучка ионов электронами. В электромагнитном (плазменном) двигателе рабо-

чее тело находится в состоянии плазмы и разгоняется с помощью воздействующего на него электромагнитного поля до таких скоростей, как и в электростатических двигателях.

Основные требования к реактивным системам управления вытекают из условий их работы и определяются в основном величинами возмущающих сил и моментов, действующих на летательный аппарат: массой аппарата, его моментом инерции, назначением двигателей, а также требуемой точностью управления.

Однако, несмотря на различия в этих требованиях для каждой отдельной системы и для каждого отдельного аппарата, основные требования для всех реактивных систем одинаковы и сводятся к следующим.

Реактивные микродвигатели должны сохранять свою работоспособность после воздействия линейных и вибрационных перегрузок, действующих на участке выведения космического аппарата на орбиту.

На конструкцию действуют вибрационные перегрузки от работы маршевого двигателя, которые изменяются в широком спектре частот от нескольких единиц до нескольких тысяч колебаний в секунду и действуют в различных направлениях. Таким образом, основные нагрузки действуют на конструкцию системы во время работы двигателя первой ступени, когда аэродинамические нагрузки достигают максимальной величины. Двигатели и системы должны работать с чрезвычайно высокой надежностью в условиях космического вакуума, невесомости, широкого диапазона температур от высоких вследствие непосредственного нагрева солнечной радиацией до низких при потере тепла за счет излучения в космос;

- потоков метеорных частиц и космических излучений;
- воздействия агрессивных компонентов топлива на конструктивные материалы в течение длительного времени.

Двигатели и системы должны обеспечивать:

- работу в непрерывном режиме с заданным ресурсом и заданной величиной управляющего усилия;

- работу в импульсном режиме с заданным ресурсом и заданными величинами отдельных импульсов, характеристики которого как по частоте, так и по продолжительности включения двигателей могут сильно различаться;

- высокое быстродействие для получения малых значений угловых скоростей и точного управления движением летательного аппарата;

- высокую экономичность для минимального расхода отбрасываемой двигателями массы;

- минимальное энергопотребление при работе двигателей и системы;

- стабильность перечисленных параметров двигателей или так называемую воспроизводимость параметров;

- высокую герметичность всех подвижных и неподвижных соединений для исключения дополнительных возмущений движения летательного аппарата и потерь рабочего тела;



— высокую надежность работы, ибо при отказе реактивной системы управления летательный аппарат, как правило, не может выполнять возложенные на него функции;

— минимальные габариты и массу, причем масса системы является определяющим критерием при выборе того или иного типа системы;

— простоту и удобство в эксплуатации при хранении и подготовке к пуску;

— низкую стоимость изготовления и эксплуатации.

Тот или иной тип реактивной системы управления при проектировании космического летательного аппарата выбирается сравнением характеристик различных систем и полетных требований, определяемых назначением летательного аппарата.

В качестве общих критериев для выбора типа системы можно предложить следующие:

1. Состояние разработки и степень отработанности.

2. Стоимость разработки и изготовления.

3. Возможность серийного изготовления и наличие сырьевой базы.

4. Минимально возможная величина единичных импульсов тяги.

5. Надежность.

6. Минимальная полная масса.

При равноценности первых четырех критериев систему выбирают сравнением двух последних критериев: надежности и полной массы системы.

Для определения областей целесообразного применения систем можно воспользоваться изображением этих областей в координатах полный импульс — тяга. При этом границы между областями предпочтительного использования различного типа систем представляют собой линии равной массы систем при постоянных величинах полного импульса и тяги.

На рис. 1.16 показаны области рационального применения реактивных систем управления в зависимости от тяги микродвигателей и полного импульса при использовании различных топлив. Из рисунка видно, что системы с использованием сублимирующего топлива целесообразно применять при весьма малых значениях тяги (менее 0,5 Н) и полного импульса (менее 5000 Н·с). До тяги 5 Н и полного импульса 10000 Н·с более рациональны системы на сжатом газе.

При значительно больших величинах полного импульса (100 000 Н·с и более) и том же уровне тяги более выгодны системы с электрореактивными двигателями.

При тяге более 5 Н и значениях полного импульса более 10 000 предпочтительнее системы на жидком топливе. В частности, при полном импульсе до 50 000 Н·с — системы на жидком монотопливе, а при больших значениях полного импульса — системы на жидком двухкомпонентном топливе.

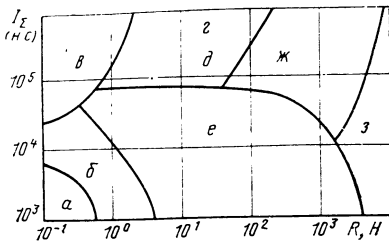


Рис. 1.16. Области рационального применения реактивных систем управления космических летательных аппаратов в зависимости от тяги  $R$  и суммарного импульса  $I_{\Sigma}$  при использовании различных топлив [88]:

$a$ —сублимирующие вещества;  $б$ —сжатые газы;  $в$ —электрореактивные двигатели;  $г$ ,  $з$ —жидкое топливо  $H_2+O_2$ ;  $д$ —жидкое топливо  $A=50+N_2H_4$ ;  $е$ —жидкое монотопливо  $N_2H_4$ ;  $ж$ —жидкое топливо  $H_2+F_2$

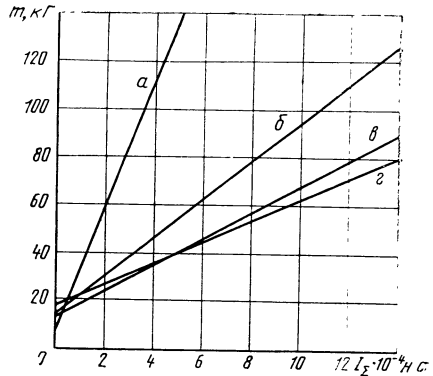


Рис. 1.17. Зависимость массы реактивной системы управления от суммарного импульса  $I_{\Sigma}$  при использовании различных топлив [88]:

$а$ —сжатый газ  $N_2$  ( $R_{уд.п.}=695$  м/с);  $б$ —жидкое монотопливо  $H_2O_2$  ( $R_{уд.п.}=1540$  м/с);  $в$ —жидкое монотопливо  $N_2H_4$  ( $R_{уд.п.}=2160$  м/с); жидкое двухкомпонентное топливо  $N_2O_4+N_2H_4$  (или ММГ, НДМГ,  $A=50$ )  $R_{уд.п.}=2740$  м/с)

На рис. 1.17 показано изменение массы реактивной системы управления от полного импульса тяги при использовании различных топлив. Из рисунка видно, что при полном импульсе более 5000 Н·с масса систем на сжатом газе превышает массу систем на жидком топливе, что объясняется более высокими энергетическими характеристиками жидких топлив.

В настоящее время широкое применение получили лишь реактивные системы на сжатом газе, жидком одно- и двухкомпонентном топливе и отчасти на твердом топливе. Системы с использованием ядерной и электрической энергии до сих пор еще не нашли широкого применения в связи со значительно худшими массовыми характеристиками (большая масса ядерного реактора и источника электрической энергии). Твердотопливные микродвигатели получили значительно меньшее распространение в качестве двигателей систем управления из-за трудности обеспечения многократного запуска двигателя.

При выборе типа реактивной системы управления, кроме перечисленных факторов, следует учитывать, что наряду с требованиями реализации достаточно высоких значений полного и удельного импульсов тяги, частоты включений, возможности многократного и воспроизводимого запуска, ракетные микродвигатели являются прежде всего исполнительными органами системы управления и функционируют в соответствии с логикой ее работы.

Поэтому наибольшая экономичность системы может быть достигнута по разному в зависимости от двух принципиально различных режимов ее работы.

1. На режиме непрерывной тяги для получения минимального расхода рабочего тела необходимо обеспечить максимальные значения удельной тяги  $R_{уд}$  и коэффициентов  $\varphi_{рк}$ ,  $\varphi_{ул}$ .

2. На режиме импульсных включений сопел (при работе по предельному автоколебательному циклу) для получения минимального расхода рабочего тела необходимо прежде всего обеспечить максимальное быстродействие и минимальную величину единичных импульсов тяги  $I$ , ибо зависимость расхода рабочего тела от единичных импульсов тяги носит здесь квадратичный характер

$$G \sim \frac{I^2}{R_{уд}}.$$

Таким образом, высокие удельные параметры системы и применяемого рабочего тела сами по себе не всегда определяют ее эффективность и при оценке следует обращать внимание на отыскание таких режимов работы, при которых возможности системы и применяемого рабочего тела использовались бы наиболее полно.

### 1.5. ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МИКРОДВИГАТЕЛЕЙ

Режим работы микродвигателей в системе ориентации и стабилизации с постоянной тягой характеризуется как переменной длительностью, так и частотой следования импульсов, которая может изменяться от нескольких импульсов в секунду до одного импульса за несколько минут и часов. Такой режим работы называют режимом импульсной модуляции.

Для выполнения различных функций микродвигатели реактивных систем управления должны обеспечивать тысячи и десятки тысяч повторных включений. Большинство этих включений представляют собой результат работы системы по предельному циклу, когда заданное положение аппарата в пространстве поддерживается в определенных пределах, обусловленных «зоной нечувствительности» системы управления.

Параметры переходных процессов, характеризующих динамику микродвигателей в импульсном режиме работы, чрезвычайно важны. К динамическим характеристикам системы относятся:

- приемистость или быстродействие микродвигателя;
- полоса пропускания командных сигналов, характеризующаяся частотой и скважностью пропускаемых сигналов;
- величина и стабильность минимального импульса тяги.

Идеальный микродвигатель должен выдавать импульсы тяги прямоугольной формы, равные по длительности электрическим командам от системы управления. При уменьшении длительности командного сигнала величина импульса тяги должна стремиться к нулю. Однако реальный импульс тяги значительно отличается от идеального.

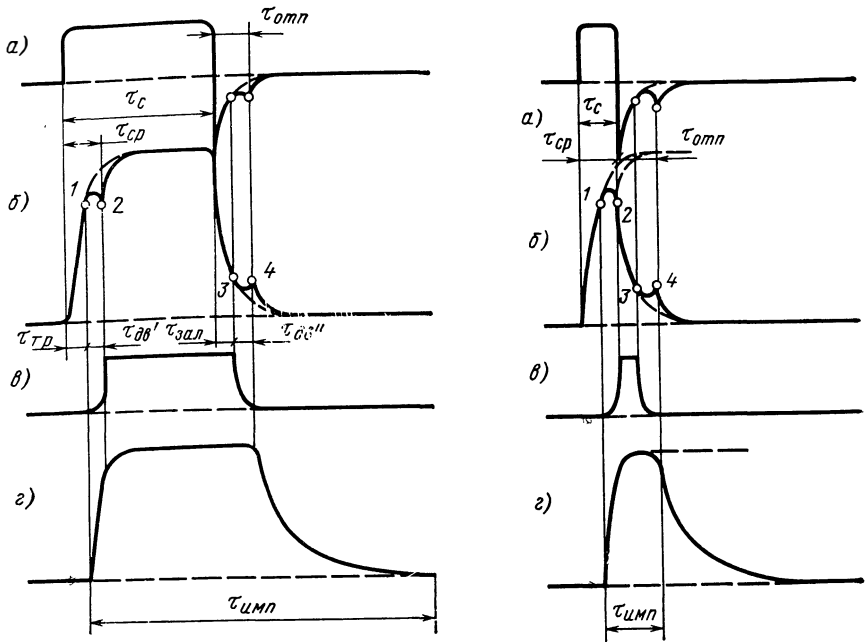


Рис. 1.18. Временные диаграммы изменения параметров ракетного микродвигателя при  $\tau_c > \tau_{ср}$ :

$a - u = u(\tau)$ ;  $б - i = i(\tau)$ ;  $в - x = x(\tau)$ ;  $г - R = R(\tau)$ ;

1, 3—начало движения якоря; 2, 4—посадка якоря на стоп (седло);  $\tau_{тр}$ —время трогания якоря;  $\tau_{дв}'$ —время движения якоря при срабатывании;  $\tau_{ср}$ —время срабатывания;  $\tau_c$ —время командного сигнала;  $\tau_{зад}$ —время залипания якоря;  $\tau_{дв}''$ —время движения якоря при отпуске;  $\tau_{отп}$ —время отпуская;  $\tau_{имп}$ —время импульса тяги

Рис. 1.19. Временные диаграммы изменения параметров ракетного микродвигателя при  $\tau_c = \tau_{ср}$ :

$a - u = u(\tau)$ ;  $б - i = i(\tau)$ ;  $в - x = x(\tau)$ ;  $г - R = R(\tau)$ ; 1, 3—начало движения якоря; 2, 4—посадка якоря на стоп (седло)

На рис. 1.18 показаны реальные временные диаграммы изменения основных параметров микродвигателя при пуске, работе на стационарном режиме и останове. Из рисунка видно, что при подаче команды на электроклапан двигателя в виде электрического импульса напряжением длительностью  $\tau_c$  (рис. 1.18, а) ток в обмотке электромагнита постепенно нарастает, пока не будет равен току трогания (рис. 1.18, б). Далее при движении якоря-клапана ток несколько падает до момента посадки якоря на стоп, а затем вновь возрастает до стационарного значения. Интервал времени, отмеченный точками 1 и 2, соответствует времени движения якоря-клапана (рис. 1.18, в). В этом интервале начинается рост давления в камере и создание тяги (рис. 1.18, г). В момент снятия электрического напряжения с клапана возникает противо-ЭДС, которая характеризуется временем отпуская клапана  $\tau_{отп}$  (рис. 1.18, а). В связи с этим и ток в обмотке электромагнита не исче-

зает мгновенно (рис. 1. 18, б), а движение клапана начинается лишь после достижения некоторой величины тока, при котором усилия электромагнита уже недостаточно для удержания клапана в открытом положении. В интервале времени, отмеченном точками 3 и 4, происходит движение и закрытие якоря-клапана (рис. 1. 18, в). В связи с задержкой закрытия клапана давление в камере двигателя также уменьшается с некоторым запаздыванием (рис. 1. 18, г).

При уменьшении длительности командного сигнала импульс тяги уменьшается. На рис. 1. 19 показаны временные диаграммы изменения тех же параметров ракетного микродвигателя, что и на рис. 1. 18, но при уменьшенной длительности командного сигнала. Из рисунка видно, что характер изменения параметров не изменился. Однако значение тока в обмотке электромагнита уже не достигает стационарной величины, а горизонтальный участок на кривой изменения тяги почти отсутствует. Тем не менее клапан двигателя полностью открывается.

На рис. 1. 20 показаны временные диаграммы изменения тех же параметров ракетного микродвигателя, но при значительно меньшей длительности командного сигнала по сравнению с рис. 1. 18 и 1. 19. Из рисунка видно, что в этом случае клапан двигателя уже не успевает открыться на полное сечение, в связи с чем происходит дросселирование газа или жидкости, подаваемых в камеру, и режим номинальной тяги не достигается.

Для исследования динамических характеристик двигателя достаточно рассмотреть изменение во времени командного электрического напряжения  $U(\tau)$ , тока в обмотке электропривода  $i(\tau)$ , хода клапанов двигателя  $x(\tau)$  и, наконец, тяги  $R(\tau)$  (или давления в камере).

Основные величины, характеризующие запаздывания в срабатывании электромагнитного привода, определяются из временных графиков изменения командного напряжения и тока в электромагнитном приводе двигателя. Импульс напряжения соответствует командному сигналу от системы управления, а кривая изменения тока связана с изменением рабочего зазора электромагнита, т. е. с ходом якоря и поэтому может быть использована для оценки процесса движения клапанов двигателя. Основной же динамической зависимостью является зависимость тяги (давления в камере) от времени.

В соответствии с переходной характеристикой аperiodического звена 1-го порядка изменения тяги по времени и реальном импульсе на участках пуска и останова двигателя с достаточной для практики точностью можно описать с помощью следующих выражений:

$$R_{\text{пуск}} = R_{\text{ном}} \left( 1 - e^{-\frac{\tau}{T_1}} \right); \quad R_{\text{ост}} = R_{\text{ном}} e^{-\frac{\tau}{T_2}},$$

где  $\tau$  — текущее время нарастания (спада) тяги с момента начала изменения тяги, с;  $T_1$  — постоянная времени двигателя при пуске, с;  $T_2$  — постоянная времени двигателя при останове, с.

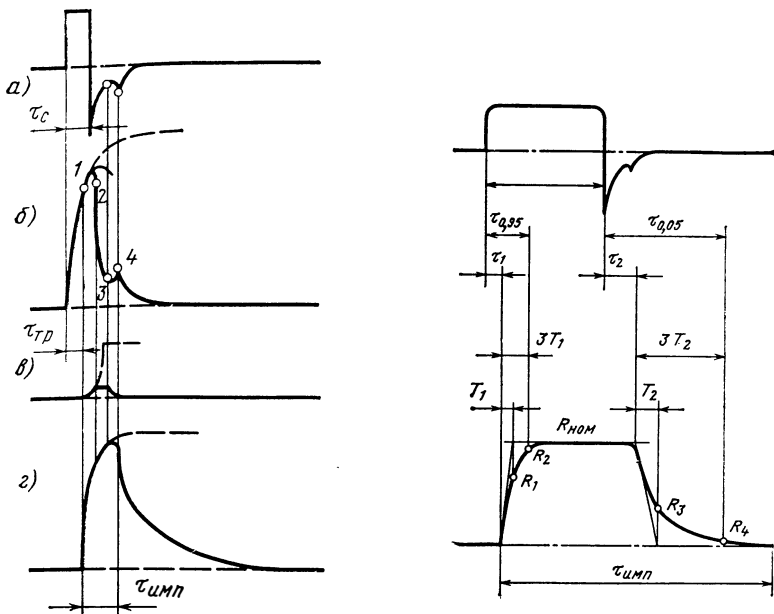


Рис. 1. 20. Временные диаграммы изменения параметров ракетного микродвигателя при  $\tau_{\text{ТР}} < \tau_c < \tau_{\text{ср}}$ :

$a - u = u(\tau)$ ;  $b - i = i(\tau)$ ;  $в - x = x(\tau)$ ;  $г - R = R(\tau)$ ; 1, 3—начало движения якоря; 2—конец движения якоря; 4—посадка клапана на седло

Рис. 1. 21. Командный сигнал и импульс тяги ракетного микродвигателя:  
 $R_2 = 0,95R_{\text{НОМ}}$ ;  $R_3 = 0,37R_{\text{НОМ}}$ ;  $R = 0,05R_{\text{НОМ}}$

Величины  $T_1$  и  $T_2$  определяются проекциями касательных к кривой изменения тяги на линию установившегося значения тяги  $R_{\text{НОМ}}$ . Имея экспериментальные кривые (осциллограммы) изменения  $R(\tau)$  или  $p(\tau)$ , величины  $T_1$  и  $T_2$  можно определить графически (рис. 1. 21). Постоянные времена, очевидно, характеризуют скорость набора тяги при включении и спада тяги при выключении двигателя. Их величины зависят от заклапанного объема и площади критического сечения сопла двигателя.

Длительность переходных процессов нарастания и спада тяги определяем из соотношения  $\tau_{\text{п}} \approx 3T$ , что соответствует на основании выражений для  $R_{\text{пуск}}$  и  $R_{\text{ост}}$  при пуске выходу на режим 95%-ного номинала тяги, а при останове — спаду до 5%-ного номинала тяги. Эти уровни тяг можно использовать как границы для определения неуправляемых участков импульса.

На рис. 1. 21 показано изменение во времени командного сигнала, подаваемого на электромагнит клапана двигателя, и тяги.

Как следует из рисунка, реальный импульс тяги сдвинут по отношению к командному сигналу. Время  $\tau_1$  и  $\tau_2$  характеризует неуправляемые участки импульса, которые оказывают вредное влияние на процесс управления. Время  $\tau_1$  и  $\tau_2$ , характеризующее указанный сдвиг, называется временем чистого запаздывания кла-

пана соответственно на открытие и закрытие. Время  $\tau_1$  соответствует времени с момента подачи электрической команды на включение двигателя до момента трогания якоря и определяется из уравнения изменения тока в обмотке электромагнитного привода клапана  $i = i_0 \left(1 - e^{-\frac{\tau}{T_k}}\right)$ , где  $i_0 = \frac{U_0}{R_0}$  — установившееся значение силы тока в цепи катушки электромагнита, А;  $U_0$  — установившееся значение напряжения питания, В;  $R_0$  — номинальное сопротивление обмотки катушки электромагнита, Ом;  $T_k = \frac{L}{R_0}$  — постоянная катушки электромагнита, с;  $L_0$  — начальное значение индуктивности катушки электромагнита, Гн.

Движение якоря начинается при определенном токе срабатывания  $i = i_1$ , который находим из выражения

$$F_э = -\frac{i^2}{2} \frac{dL}{d\delta},$$

где  $F_э$  — усилие электромагнита, Н;  $L$  — индуктивность катушки, определяемая из выражения

$$L = \frac{\mu_0 S_я \omega^2}{\delta},$$

где  $\mu_0$  — магнитная проницаемость вакуума, Гн/Н;  $S_я$  — площадь якоря электромагнита;  $m^2$ ;  $\omega$  — число витков катушки электромагнита;  $\delta$  — текущий зазор между якорем и стопом электромагнита, м.

Дифференцируя последнее выражение и подставляя полученный результат в уравнение для  $F_э$ , находим  $F_э = \frac{i^2}{2} \frac{L}{\delta}$ . В момент трогания якоря имеют место следующие равенства:

$$i = i_1, \quad L = L_0, \quad \delta = \delta_0, \quad F_э = F_0 + \frac{\pi d_{кл}^2 p_0}{4},$$

где  $F_0$  — начальное усилие возвратной пружины клапана, Н.

Из последнего выражения после подстановки значений параметров находим  $i_1 = \sqrt{2 \frac{\delta_0}{L_0} \left(F_0 + \frac{\pi d_{кл}^2 p_0}{4}\right)}$ .

Подставляя полученное выражение в уравнение изменения силы тока в электромагнитном приводе, после преобразований определяем

$$\tau_1 = \frac{L_0}{R_0} \ln \frac{1}{1 - \frac{R_0}{U_0} \sqrt{2 \frac{\delta_0}{L_0} \left(F_0 + \frac{\pi d_{кл}^2 p_0}{4}\right)}}.$$

Время  $\tau_2$  соответствует времени с момента снятия электрической команды с двигателя до момента трогания (отпускания) якоря и зависит от быстроты прекращения тока после разрыва цепи.

При размыкании ток в цепи электромагнитного привода изменяется в соответствии с уравнением  $-L \frac{di}{dt} = i(R_0 + R_{ш})$ ,

где  $R_{ш}$  — шунтирующее сопротивление, включенное параллельно катушке электромагнита, Ом.

Интегрируя последнее уравнение, получим

$$i = i_0 e^{-\frac{t}{T_p}}, \quad T_p = \frac{L_k}{R_0 + R_{ш}},$$

где  $T_p$  — постоянная релаксации при падении тока в обмотке электромагнита, с;  $L_k$  — индуктивность катушки при полностью открытом клапане, Г.

Движение якоря начинается при определенном токе отпускания  $i = i_2$ , который определяется из выражения

$$F_3 = \frac{i^2}{2} \frac{L}{\delta}.$$

Учитывая, что в момент трогания (отпускания) имеют место следующие равенства:

$$i = i_2, \quad L = L_k, \quad \delta = \delta_k, \quad F_3 = F_0 + C(\delta_0 - \delta_k),$$

где  $C$  — жесткость возвратной пружины клапана в Н/м, получаем

$$i_2 = \sqrt{2 \frac{\delta_k}{L_k} [F_0 + C(\delta_0 - \delta_k)]}.$$

Подставляя последнее выражение в уравнение изменения тока, окончательно находим

$$\tau_2 = \frac{L_k}{R_0 + R_{ш}} \ln \frac{\sqrt{2 \frac{\delta_k}{L_k} [F_0 + C(\delta_0 - \delta_k)]}}{\frac{U_0}{R_0}}.$$

Очевидно, что для улучшения динамических качеств электромагнитного привода клапана время чистого запаздывания  $\tau_1$  и  $\tau_2$  должно быть минимальным и стабильным. Время  $\tau_1$  зависит от отношения усилий электромагнита и механизма привода двигателя. Оно пропорционально противодействующей силе, начальному зазору между упором и стопом электромагнита и обратно пропорционально подводимой электрической мощности [61]. Время  $\tau_2$  зависит от величины немагнитного зазора при притянутом якоре и от натяжения возвратной пружины. Подбором этих величин можно получить минимальное время отпускания. Время  $\tau_1$  и  $\tau_2$  связано между собой так, что при увеличении усилия возвратной пружины время отпускания уменьшается, а время трогания увеличивается. При этом  $\tau_1 + \tau_2 \approx \text{const}$ .

Кроме перечисленных факторов, на величину времени  $\tau_1$  и  $\tau_2$  влияют масса и количество движущихся частей в конструкции электромагнитного привода двигателя, сопротивление и емкость элект-



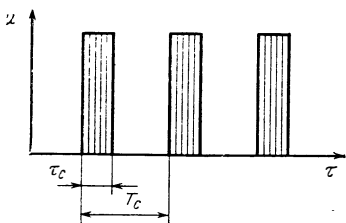


Рис. 1.22. График подачи командных сигналов на двигатель

трических коммуникаций от источника питания до электромагнитного привода, а также условия коммутации, в зависимости от которых меняются электрические параметры цепи.

Приемистость или быстродействие двигателя обычно определяются временем  $\tau_{0,95}$  набора 95%-ной номинальной тяги с момента подачи командного сигнала на двигатель, а также временем  $\tau_{0,05}$  спада тяги от номинального значения до 5%-ной номинальной величины с момента снятия командного сигнала с двигателя. При этом под номинальной тягой  $R_{\text{ном}}$  понимается тяга двигателя на установившемся режиме работы.

Очевидно, что  $\tau_{0,95} = \tau_1 + 3T_1$ ,  $\tau_{0,05} = \tau_2 + 3T_2$ .

Вместо 95 и 5%-ных уровней тяги часто пользуются соответственно 90 и 10%-ными уровнями, тогда время набора и спада тяги обозначают соответственно  $\tau_{0,9}$  и  $\tau_{0,1}$ .

На рис. 1.22 изображен типовой график включения микродвигателя, который характеризуется длительностью командного сигнала  $\tau_c$ , периодом включения микродвигателя  $T_c$ , частотой  $f = \frac{1}{T_c}$

и скважностью  $\gamma = \frac{\tau_c}{T_c}$ .

Единичный импульс тяги (см. рис. 1.21) определяется выражением

$$I_{\text{ед}} = \int_0^{\tau_{\text{имп}}} R d\tau.$$

Часть единичного импульса с момента выключения двигателя (снятия напряжения с электропривода) называется импульсом последействия.

Величина импульса последействия определяется из выражения  $I_{\text{пл}} = \int_0^{\tau_{\text{пл}}} R d\tau$ , где  $\tau_{\text{пл}}$  — время последействия (с момента выключения двигателя до достижения нулевого или некоторого достаточно малого уровня тяги).

Так как двигатели реактивных систем управления работают в основном в импульсном режиме, необходимо оценивать эффективность использования топлива, подаваемого в двигатель за одно

включение. Число включений двигателя в процессе работы измеряется десятками тысяч, поэтому может иметь место неэкономичное использование топлива за счет многократных пусков и остановов двигателя (особенно при работе минимальными единичными импульсами), а это приведет к необходимости увеличения запасов топлива на борту летательного аппарата и в конечном счете к увеличению массы реактивной системы управления.

Особенно отрицательное влияние на экономичность системы оказывает импульс последействия, величину и разброс которого важно точно определить. Импульс последействия является в основном функцией характеристик конструкции: быстродействия клапанов, величины заклапанных объемов, заполненных топливом, и количества непрореагировавших компонентов топлива и продуктов реакции в камере в момент подачи командного сигнала на выключение двигателя.

Соответственно разброс импульса последействия зависит от изменения указанных параметров, а также от рассогласования времени закрытия клапанов после подачи сигнала на выключение двигателя.

Так как импульс последействия является составной частью единичного импульса, то все высказанные соображения относительно него целиком относятся и к единичному импульсу тяги.

Требования высокого быстродействия, получения минимальных значений единичного импульса тяги и импульса последействия вытекают также и из необходимости обеспечения малых значений угловых скоростей аппарата. Для обеспечения достаточно малых величин единичных импульсов тяги приходится назначать двигателям малую тягу, однако это лимитируется эффективностью управляющих органов. Для того, чтобы, с одной стороны, обеспечить необходимую эффективность управления аппаратом, а с другой — требуемую точность управления — стремятся к обеспечению максимальных значений частоты включений двигателя и минимальных значений величин  $\tau_{0,1}$ ,  $\tau_{0,9}$ ,  $\gamma$ ,  $\tau_c$ ,  $I_{ед}$  и  $I_{пд}$ , а кроме того, обеспечить стабильные значения величин  $\tau_{0,1}$ ,  $\tau_{0,9}$ ,  $I_{ед}$ ,  $I_{пд}$ .

---

# ПРИНЦИПИАЛЬНЫЕ СХЕМЫ И ОСОБЕННОСТИ КОНСТРУКЦИИ РЕАКТИВНЫХ СИСТЕМ

## 2.1. ГАЗОРЕАКТИВНЫЕ СИСТЕМЫ

Реактивные системы с использованием в качестве рабочего тела сжатого газа — самые простые и надежные из всех известных реактивных систем управления, в связи с чем они широко применяются на различных типах космических аппаратов. Их отличительные особенности:

- простота конструкции;
- высокое быстродействие;
- возможность получения весьма малых значений тяги и единичных импульсов тяги при их высокой стабильности;
- высокая надежность;
- возможность создания системы с длительным сроком работы в связи с неагрессивностью и стабильностью применяемых рабочих тел;
- простота эксплуатации;
- низкая стоимость изготовления и отработки.

Основной недостаток, ограничивающий применение реактивных систем управления на сжатом газе, — сравнительно невысокая экономичность (малая удельная тяга), что при больших значениях полного импульса тяги приводит к резкому ухудшению массовых характеристик. Другим недостатком таких систем является ограниченный уровень достижимых тяг газореактивных микродвигателей.

Простота конструкции и высокая надежность предопределили применение реактивных систем управления на сжатом газе для космических аппаратов малых и средних размеров с целью предварительного успокоения, ориентации и стабилизации, а также разгрузки маховичных систем ориентации и выполнения программных разворотов.

Для микродвигателей космических аппаратов, работающих по предельному циклу, реактивные системы на сжатом газе обладают несомненными преимуществами, так как в камере газореактивных двигателей отсутствуют процессы горения и разложения топлива, а изменение тяги по времени почти полностью соответствует изменению командного электрического сигнала.

Системы, в которых в качестве рабочего тела используется запасенный на борту космического аппарата сжатый газ, получили название газореактивных систем. Их называют еще так же систе-

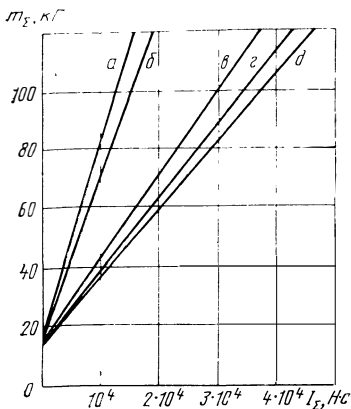


Рис. 2.1. Зависимость массы реактивной системы с двенадцатью двигателями от полного импульса тяги при использовании в качестве рабочего тела сжатого газа: Параметры системы:  $p_{б.н} = 21,0 \text{ МН/м}^2$ ;  $p_{г} = 0,35\text{--}1,4 \text{ МН/м}^2$ ;  $R = 4,5\text{--}45 \text{ Н } 183$ ,

а—водород; б—гелий; в—воздух; г—азот; д—метан

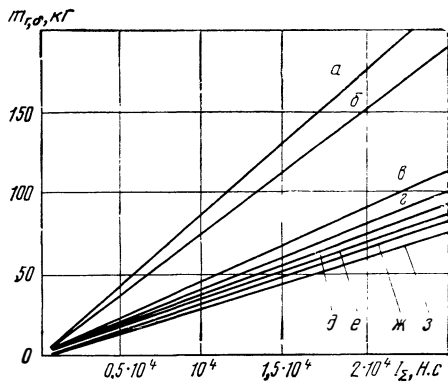


Рис. 2.2. Зависимость массы газа с баллонами от полного импульса тяги при использовании в качестве рабочего тела сжатого газа. Параметры системы: начальное давление газа в баллонах  $24,5 \text{ МН/м}^2$ ; материал баллонов — титан; коэффициент запаса прочности 2,2 [79]

а—водород; б—гелий; в—неон; г—ксенон; д—аргон; е—азот; ж—фреон; з—метан

мами на «холодном» газе, чем подчеркивается использование энергии сжатого газа без предварительного его подогрева (cold gas attitude control systems). В качестве рабочего тела в подобных системах применяют такие газы, как воздух, азот, аргон, аммиак, фреон и др.

Из рис. 2.1 видно, что азот и воздух обеспечивают получение наилучших энерго-массовых характеристик газореактивной системы. Эти рабочие тела обладают удовлетворительными эксплуатационными свойствами, широко используются в промышленности и имеют низкую стоимость.

Водород, гелий, неон, хотя и дают возможность получить высокую удельную тягу, не нашли практического применения в реактивных системах из-за их малой плотности, так как с увеличением требуемого полного импульса тяги размеры и масса баллонов для размещения газа возрастают.

Из рис. 2.2 и 2.3 видно, что при использовании водорода, гелия и неона для обеспечения необходимого заданного импульса тяги уменьшается масса рабочего тела, а масса газореактивной системы в целом получается значительно большей, чем при использовании воздуха и азота.

Для газореактивных систем большое значение имеет обеспечение герметичности всех подвижных и неподвижных соединений, чтобы исключить дополнительные возмущения движения летательного аппарата и потери рабочего тела.

Для наглядного представления о последовательности работы реактивной системы управления, о назначении и взаимодействии

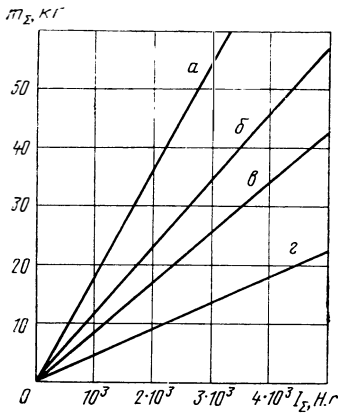


Рис. 2. 3. Зависимость массы рабочего тела от полного импульса тяги при использовании в качестве рабочего тела сжатого газа. Параметры системы:

$$p_{0 \text{ н}} = 21,0 \text{ МН/м}^2; p_{\text{к}} = 0,7 \text{ МН/м}^2;$$

а—воздух или азот; б—метан; в—гелий; г—водород

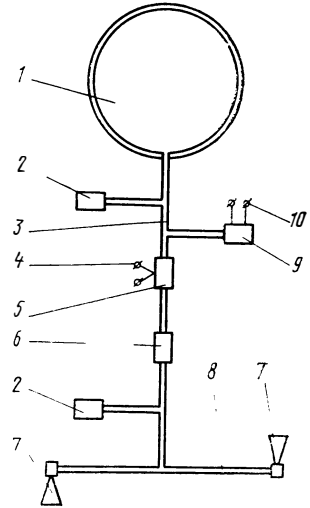


Рис. 2. 4. Принципиальная схема реактивной системы стабилизации путем вращения, в которой в качестве рабочего тела используется сжатый газ:

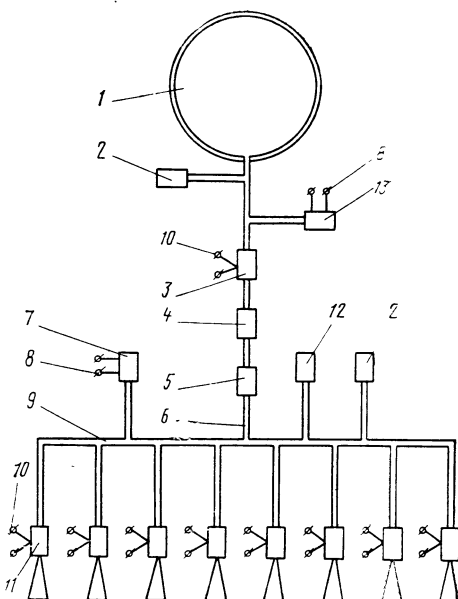
1—баллон со сжатым газом; 2—заправочно-дренажный клапан; 3—трубопровод; 4—клеммы подвода электрического питания к клапану; 5—пуско-отсечный клапан; 6—фильтр; 7—управляющее сопло; 8—коллектор; 9—датчик давления газа в баллоне; 10—клеммы подвода электрического питания к датчику [18]

ее элементов в процессе полного цикла эксплуатации при включении и выключении системы прибегают к упрощенному графическому изображению системы. Такое упрощенное графическое изображение взаимодействия элементов реактивной системы управления называется ее принципиальной схемой. Принципиальная схема определяет основные и вспомогательные магистрали, по которым проходит топливо и газ, взаимное расположение элементов автомагики и т. д.

На рис. 2. 4 приведена принципиальная схема реактивной системы для стабилизации космического аппарата вращением, в которой в качестве рабочего тела используется сжатый газ. Сжатый газ хранится на борту аппарата в специальном баллоне 1, заправляется в систему через заправочно-дренажный клапан 2, через который при необходимости осуществляется дренаж газа из баллона, а также операции, связанные с проверкой герметичности системы. Система включается в работу подачей электрической команды на клеммы 4 пуско-отсечного клапана 5, который в период хранения герметично перекрывает доступ газа в систему. После срабатывания пуско-отсечного клапана 5 газ высокого давления через фильтр 6, который устанавливается, чтобы предотвратить проник-

**Рис. 2.5.** Схема реактивной системы управления, в которой в качестве рабочего тела используется сжатый газ:

1—баллон со сжатым газом; 2—заправочно-дренажный клапан; 3—пуско-отсечной клапан; 4—Фильтр; 5—регулятор давления газа; 6—трубопровод; 7—датчик низкого давления газа в коллекторе; 8—клеммы подвода электрического питания к датчикам; 9—коллектор газа низкого давления; 10—клеммы подвода электрического питания к клапанам; 11—ракетный микродвигатель, работающий на сжатом газе; 12—предохранительный клапан с безмоментным выходом; 13—датчик высокого давления газа в баллоне [18]



новение в магистраль случайных посторонних частиц, поступает в коллектор 8 и подводится к управляющим соплам 7. Сопла для повышения эффективности управления обычно разнесены на соответствующих плечах и направлены в разные стороны.

При истечении газа из сопел создаются управляющие усилия, которые образуют пару сил, действующих на аппарат и сообщающих ему вращательное движение вокруг заданной оси. Давление газа в баллоне контролируется с помощью датчика давления 9, с клемм которого снимается соответствующее электрическое напряжение. Истечение газа через сопла происходит до полного опорожнения баллона 1. При этом, очевидно, давление в баллоне, как и давление перед соплами, все время уменьшается. В связи с этим тяга сопел также непрерывно уменьшается по мере расхода рабочего тела. Таким образом, подобная система не обеспечивает работу сопла с постоянной тягой и не может быть применена в системах ориентации при многократных включениях управляющих сопел.

На рис. 2.5 приведена газореактивная система, которая обеспечивает постоянное управляющее усилие при многократных включениях системы. Как и в предыдущей системе, сжатый газ хранится на борту в баллоне 1. Через заправочно-дренажный клапан 2 происходит заправка газа и дренаж, а также необходимые проверочные операции. Предварительно система включается в работу подачей электрической команды на клеммы 10 пуско-отсечного клапана 3, который в период хранения герметично закрывает доступ газа в систему. После срабатывания пуско-отсечного клапана 3 газ высокого давления через фильтр 4 поступает к регулятору давления газа 5. Назначение регулятора давления заключается в редуцировании высокого давления до заданной величины и в поддержании этой величины в определенных пределах. Как будет видно из дальнейшего, поддержание постоянного давления

газа после регулятора обеспечивает получение постоянной величины управляющего усилия в системе. Редуцированный газ низкого давления по трубопроводу 6 поступает к коллектору низкого давления 9, а оттуда подводится к газореактивным микродвигателям 11, установленным в соответствующих каналах стабилизации. Двигатели включаются в работу при подаче электрической команды от системы управления на клеммы 10 питания электромагнитного привода клапана двигателя, при этом клапан двигателя открывается, и газ поступает в сопло двигателя. При истечении газа из сопла создается постоянное по величине управляющее усилие, а при многократном включении двигателя импульсы тяги почти повторяют по форме командные электрические сигналы от системы управления. В результате на аппарат действуют определенные управляющие моменты, которые управляют положением аппарата в пространстве. Предохранительный клапан 12 предназначен для исключения аварийной ситуации при временном повышении давления газа в коллекторе 9, например, из-за выхода из строя регулятора давления 5. Чтобы предотвратить в этом случае возникновение возмущений при срабатывании предохранительного клапана за счет истечения из него сжатого газа, организуется безсментный выход газа из предохранительного клапана, т. е. истечение газа в противоположные стороны через одинаковые проходные сечения. Низкое давление газа в коллекторе 9 и, следовательно, тяга микродвигателей 11 контролируется с помощью датчика низкого давления 7 снятием с его клемм 8 определенного электрического напряжения. Высокое давление газа в баллоне 1 и тем самым герметичность системы контролируется с помощью датчика высокого давления 13 снятием с его клемм 3 определенного электрического напряжения.

На рис. 2.6 видно, что при подогреве рабочего тела удельная тяга двигателей может быть увеличена в несколько раз. Однако подогрев газа связан с затратой значительного количества энергии (рис. 2.7) и необходимостью иметь на борту специальный источник тепла.

На рис. 2.8 приведена принципиальная схема газореактивной системы с подогревом газа в специальном теплообменнике. Эта схема аналогична описанной (см. рис. 2.5) и отличается только введением подогревателя 6. Газ после регулятора давления попадает в подогреватель, где и нагревается до заданной температуры. Нагревается газ либо с помощью электронагревательного элемента, запитываемого от специального источника энергии, либо с помощью радиоизотопного источника энергии. Недостатком данной схемы является то, что микродвигатели 12 работают на горячем газе, в связи с чем значительно ухудшаются условия работы клапанной пары и электромагнитного привода клапана. Кроме того, при применении электронагревательного элемента значительно увеличивается потребление энергии.

Для улучшения энерго-массовых характеристик систем на газовом топливе, а также для повышения их герметичности американ-

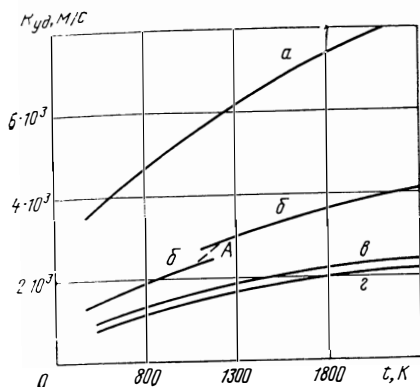


Рис. 2. 6. Теоретический удельный импульс различных рабочих тел в зависимости от температуры их подогрева:

*a*—водород; *б*—аммиак; *в*—азот; *г*—углекислый газ; *z*—увеличение удельного импульса за счет разложения аммиака [79]

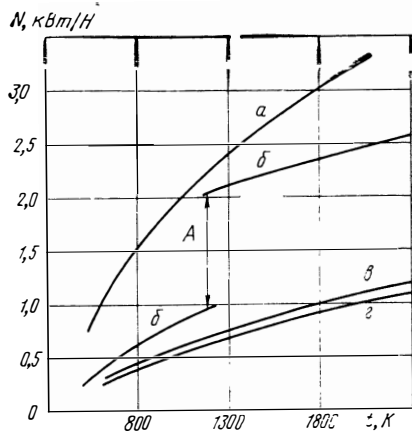


Рис. 2. 7. Потребляемая мощность на единицу тяги двигателя в зависимости от температуры подогрева рабочего тела для различных рабочих тел:

*a*—водород; *б*—аммиак; *в*—углекислый газ; *г*—азот; *A*—энергия, необходимая для разложения аммиака [79]

ской фирмой TRV созданы системы, в которых газовое топливо запасается на борту в сжиженном состоянии, а затем газифицируется при подводе к рабочему телу тепловой энергии от электрического или радиоизотопного нагревателя. Американской фирмой «Филко» создана система, в которой рабочее тело — водород хранится в связанном виде в гидридах металлов (титан, цирконий, литий). Под воздействием теплового излучения гидрид металла разлагается и освобожденный водород истекает через сопла. При истечении водорода обеспечивается удельная тяга порядка  $R_{уд} = 5000$  м/с.

Несмотря на отмеченные преимущества реактивные системы с подогревом рабочего тела получили ограниченное применение главным образом из-за отсутствия, как правило, на борту космического летательного аппарата достаточно мощных источников энергии.

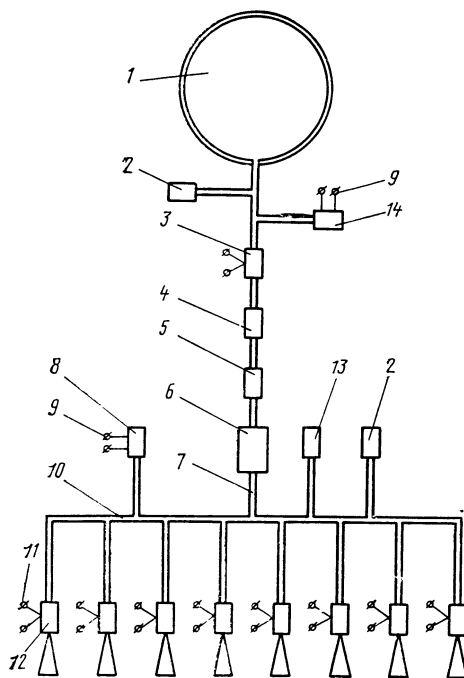
Таким образом, газореактивные системы можно разделить на системы на «холодном газе» и системы с радиоизотопным или с электроподогревом рабочего тела.

В системах на «холодном» газе в качестве рабочего тела используют азот, аммиак, аргон, фреон и др. При этом система обеспечивает тягу  $R = 2 \cdot 10^{-2} - 45$  Н, удельную тягу  $R_{уд} = 500 - 700$  м/с и полный импульс тяги  $I_{\Sigma} \leq 5850$  Н·с при времени запаздывания системы  $\tau_{0,9} = 0,005 - 0,008$  с и  $\tau_{0,1} = 0,01 - 0,02$  с.



Рис. 2. 8. Схема реактивной системы управления, в которой в качестве рабочего тела используется сжатый газ с предварительным подогревом:

1—баллон со сжатым газом; 2—заправочно-дренажный клапан; 3—пускотсечной клапан; 4—фильтр; 5—регулятор давления газа; 6—подогреватель; 7—трубопровод; 8—датчик низкого давления; 9—клеммы подвода электрического питания к датчикам; 10—коллектор газа низкого давления; 11—клеммы подвода электрического питания к клапанам; 12—ракетный микродвигатель, работающий на сжатом газе; 13—предохранительный клапан с безмоментным выходом; 14—датчик высокого давления газа в баллоне [18]



В системах с радиоизотопным или электроподогревом рабочего тела используются сжиженные газы (аммиак, водород). Эти системы обеспечивают тягу  $R = 4,5 \cdot 10^{-6} - 4,54 \text{ Н}$  и удельную тягу  $R_{уд} = 950 \div 5750 \text{ м/с}$ .

Реактивные системы управления на сжатом газе обладают лучшими динамическими и эксплуатационными характеристиками, низкой стоимостью и имеют более высокую надежность по сравнению с системами, в которых используются другие рабочие тела. Однако при больших значениях полного импульса тяги энерго-массовые характеристики газореактивных систем ухудшаются. Для определения области рационального применения реактивных систем на сжатом газе в работе [31] проведен анализ их энерго-массовых характеристик.

В результате анализа получено следующее выражение для полной массы газореактивной системы:

$$m_{\Sigma} = A_1 + z_1 I_{\Sigma}, \quad (2.1)$$

где  $m_{\Sigma}$  — полная масса системы, кг;

$$A_1 = m_{дв} + m_{агр}, \text{ кг};$$

$m_{дв}$  — масса двигателей, кг;  $m_{агр}$  — масса агрегатов автоматики системы питания, кг;

$$z_1 = \frac{1}{R_{уд.ср}} \left( 1 + \frac{1}{\frac{p_{б.н}}{p_{б.к}} \frac{T_{б.к}}{T_{б.н}} - 1} \right) \left( 1 + \frac{3}{2} \frac{\gamma_M}{\sigma_M} \frac{k_{\sigma}}{k_{с.ш}} R_{\Gamma} T_{б.н} \right), \text{ с/м};$$

здесь  $R_{уд.ср}$  — средняя удельная тяга, м/с;  $p_{б.н}$ ,  $p_{б.к}$  — давление газа в баллонах соответственно в начале и конце работы системы, Н/м<sup>2</sup>;  $\gamma_M$  — плотность материала баллонов, кг/м<sup>3</sup>;  $T_{б.н}$ ,  $T_{б.к}$  — температура

газа в баллонах соответственно в начале и конце работы системы,  $K$ ;  $\sigma_m$  — предел прочности материала баллонов, Н/м<sup>2</sup>;  $k_c$  — запас прочности конструкции;  $k_{c.ш}$  — коэффициент, учитывающий ослабление по сварному шву;  $R_r$  — газовая постоянная Дж/кг·град;  $I_z$  — полный импульс тяги системы, Н·с.

Массовые характеристики газореактивной системы при больших значениях полного импульса тяги определяются прежде всего запасом рабочего тела и предельной прочностью материала баллонов, а также совершенством конструкции системы.

Для газореактивных систем, в которых используется воздух или азот,

$$A_1 = 10,0 - 14,0 \text{ кг}; z_1 = 0,0025 - 0,0035 \text{ с/м.}$$

Используя выражение (2.1) и значения параметров  $A_1$  и  $z_1$ , можно по заданной величине полного импульса тяги определить массу реактивной системы на сжатом газе.

В области больших значений полных импульсов масса газореактивной системы определяется в основном массой баллонов с рабочим телом, которая в зависимости от тяги и полного импульса может составлять до 90% массы системы. Поэтому при разработке систем на сжатом газе выбор рабочего тела для получения наилучших энерго-массовых характеристик имеет первостепенное значение.

В работе [18] показано, что для получения наилучших энерго-массовых характеристик системы следует выбрать газ, для которого выполняется соотношение

$$(R_r T_k)_{\text{опт}} = \frac{2}{3} \frac{\sigma_m}{\gamma_m} \frac{k_{c.ш}}{k_c}, \quad (2.2)$$

где  $T_k = T_{б.н} = T_{б.к}$ .

Из уравнения (2.2) следует, что величина  $(R_r T_k)_{\text{опт}}$  зависит от удельной прочности материала баллонов и запаса прочности конструкции. Например, для баллонов из титанового сплава при средней эксплуатационной температуре 20° С, приняв  $\sigma_m = 110 \times 10^7$  Н/м<sup>2</sup>;  $\gamma_m = 4,6 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>;  $k_{c.ш} = 0,9$ ;  $k_c = 2,4$  из уравнения (2.2) находим параметры оптимального газа — газовую постоянную и молекулярную массу:  $R_r = 30,6$  Дж/кг К;  $\mu_r = 27,8$ .

Таким образом, воздух и азот имеют параметры, близкие к оптимальным.

Кроме указанных требований к газам, применяемым в качестве рабочего тела реактивной системы, предъявляется еще ряд дополнительных:

— удовлетворительные эксплуатационные свойства (нетоксичность, неагрессивность, широкое применение и т. д.);

— достаточно низкая точка росы, так как при дросселировании газа в клапанах, регуляторах давления и узких отверстиях может конденсироваться и замерзнуть влага. Последнее может привести к закупорке отверстий или нарушению работы агрегатов системы.

При применении других конструкционных материалов и выборе иных запасов прочности, а также при другой эксплуатационной

температуре оптимальные параметры рабочего тела будут несколько отличаться от определенных.

В табл. 2.1 приведены теплофизические свойства некоторых газов, которые могут быть использованы в качестве рабочего тела газореактивной системы [23].

Таблица 2.1

Теплофизические свойства некоторых газов [18]

| Название газа                   | Химическая формула            | Молекулярная масса | Показатель адиабаты | Кригическая температура, °С | Температура кипения, °С | Температура плавления, °С |
|---------------------------------|-------------------------------|--------------------|---------------------|-----------------------------|-------------------------|---------------------------|
| Азот                            | N <sub>2</sub>                | 28,0               | 1,40                | -147                        | -196                    | -210                      |
| Аргон                           | Ar                            | 39,9               | 1,67                | -122                        | -186                    | -189                      |
| Ацетилен                        | C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> | 26,0               | 1,29                | 36                          | Возгоняется             | -81                       |
| Аммиак                          | NH <sub>3</sub>               | 17,0               | 1,29                | 132                         | -33                     | -78                       |
| Воздух                          |                               | 29,0               | 1,40                | -141                        | -192                    | -213                      |
| Водородистый кремний            | SiH <sub>4</sub>              | 32,1               | 1,29                | -4                          | -112                    | -185                      |
| Закись азота                    | N <sub>2</sub> O              | 44,0               | 1,29                | 36                          | -88                     | -91                       |
| Кислород                        | O <sub>2</sub>                | 32,0               | 1,40                | -119                        | -183                    | -218                      |
| Криптон                         | Kr                            | 83,8               | 1,67                | -63                         | -152                    | -157                      |
| Метан                           | CH <sub>4</sub>               | 16,0               | 1,29                | -82                         | -161                    | -182                      |
| Окись азота                     | NO                            | 30,0               | 1,40                | -94                         | -152                    | -164                      |
| Озон                            | O <sub>3</sub>                | 48,0               | 1,29                | -5                          | -112                    | -252                      |
| Окись углерода                  | CO                            | 28,0               | 1,40                | -139                        | -192                    | -205                      |
| Пропан                          | C <sub>3</sub> H <sub>8</sub> | 44,1               | 1,29                | 97                          | -42                     | -188                      |
| Пропилен                        | C <sub>3</sub> H <sub>6</sub> | 42,1               | 1,29                | 92                          | -48                     | -188                      |
| Сероводород                     | H <sub>2</sub> S              | 34,1               | 1,29                | 100                         | -61                     | -86                       |
| Углекислый газ                  | CO <sub>2</sub>               | 44,0               | 1,29                | 31                          | Возгоняется             | -57                       |
| Этан                            | C <sub>2</sub> H <sub>6</sub> | 30,1               | 1,29                | 32                          | -89                     | -183                      |
| Этилен                          | C <sub>2</sub> H <sub>4</sub> | 28,0               | 1,25                | 10                          | -104                    | -169                      |
| Фреон 11 (монофтортрихлорметан) | CFCl <sub>3</sub>             | 137,4              | 1,25                | 198                         | 24                      | 111                       |

Как показано в работе [18], относительный импульс газореактивной системы определяется из выражения

$$\bar{I} = \frac{R_{y, \text{л.ср}}}{1 + m}, \quad (2.3)$$

где

$$m = \frac{3}{2} \frac{\gamma_M}{\sigma_M} \frac{k_\sigma}{k_{c, \text{ш}}} R_\Gamma T_{6, \text{к}}$$

## 2.2. ЖИДКОСТНО-РЕАКТИВНЫЕ СИСТЕМЫ НА ОДНОКОМПОНЕНТНОМ ТОПЛИВЕ

Реактивные системы на однокомпонентном жидком топливе — наиболее простые из всех жидкостных систем управления, в связи с чем они нашли широкое применение на многих типах космических летательных аппаратов.

Реактивные системы на однокомпонентном жидком топливе имеют ряд преимуществ: для работы микродвигателя требуется только один бак с одним питающим устройством и соответственно меньшее количество агрегатов автоматики. В связи с этим значительно упрощается система подачи и впрыска топлива, а также конструкция баковых устройств.

Жидкостные реактивные микродвигатели на однокомпонентном топливе значительно проще двухкомпонентных, так как функция форсуночной головки у них сводится лишь к подаче одного компонента в камеру двигателя, а функция смешения компонентов полностью отпадает. Кроме того, отпадает необходимость в устройствах для поддержания требуемого соотношения компонентов топлива, от которых зависит качество процессов в двигателе, а также эффективность его работы.

Работа двигателя на однокомпонентном топливе менее чувствительна к изменению температуры окружающей среды. Для двухкомпонентных топлив температура по-разному влияет на изменение плотности горючего и окислителя. Для данного объема впрыскиваемой жидкости изменение плотности влияет на рабочее соотношение компонентов топлива. В результате этого один бак опорожняется раньше другого.

Процесс генерации рабочего тела в микродвигателях на однокомпонентном топливе чрезвычайно прост и происходит обычно при контакте топлива с катализатором разложения. Относительно низкая температура рабочего тела ( $t_k < 1200^\circ \text{C}$ ) исключает необходимость в специальной системе охлаждения камеры, что также повышает надежность работы двигателя.

Получение «чистых» продуктов разложения топлива, не содержащих углерода, играет существенную роль особенно при установке на борту космического аппарата оптических устройств, очень чувствительных к загрязнению.

Несмотря на очевидные преимущества, системы на однокомпонентном жидком топливе имеют и ряд существенных недостатков, которые ограничивают их применение. Основные из них следующие:

- ухудшение динамических характеристик и экономичности двигателей при работе с малой частотой и длительностью включений;
- трудность создания достаточно надежного катализатора разложения топлива, не требующего для работы предварительного подогрева, который выдерживал бы большую расходунапряженность и значительный ресурс;
- высокая стоимость катализатора разложения топлива.

К жидким однокомпонентным ракетным топливам предъявляются, как известно, следующие основные требования:

- обеспечение высокой удельной тяги;
- достаточная химическая и термическая стабильность;
- взрывобезопасность в условиях эксплуатации;
- совместимость с конструкционными материалами;
- большая плотность;
- минимальная токсичность;
- обеспеченность сырьевыми ресурсами.

Таблица 2.2

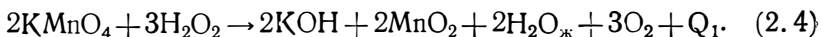
Теплофизические свойства некоторых однокомпонентных жидких топлив [4]

| Характеристики топлива   | Топливо   |                                     |   |  |
|--|---|-------------------------------------|---|--|
|  | $\text{H}_2\text{O}_2$ 90%  | $\text{H}_2\text{O}_2$ 98%          | $\text{N}_2\text{H}_4$ 100%   | $\text{N}_2\text{H}_4$ 75%<br>$\text{N}_2\text{H}_5\text{NO}_3$ 24%<br>$\text{H}_2\text{O}$ 1% |
| Плотность при температуре 25° С, г/см <sup>3</sup>   | 1,357   | 1,443                               | 0,997   | 1,11   |
| Температура замерзания, °С   | -11   | -0,25                               | 1,6   | -20  |
| Температура кипения, °С  | 142   | 148                                 | 113   | —  |
| Удельная теплоемкость, Дж  | 2,76  | 1,53                                | 3,14  | —  |
| г·град   |   |                                     |   |  |
| Температура, до которой сохраняется термостабильность, °С  | —   | 110                                 | 260   | 218  |
| Теоретическая удельная тяга в вакууме, м/с   | 1770  | 1900                                | 2430  | 2580   |
| Температура газа в камере ( $p_k = 1,0 \text{ МН/м}^2$ ), °С   | 875   | 966                                 | 1073  | 1340   |
| Катализаторы, применяемые для разложения топлива   | а) таблетированный перманганат калия<br><br>б) сетчатый каркас из посеребрянной нержавеющей проволоки |                                     | а) Н-7, НА-3 на основе Fe, Ni, Co, осажденных на $\text{Al}_2\text{O}_3$ с подогревом<br>б) Shell-405 на основе Jv, нанесенного на пористую $\text{Al}_2\text{O}_3$<br>в) каталитически активный материал, осажденный на пенопластовый носитель, покрытый керамикой |  |
| Продукты разложения топлива $\text{N}_2$ , $\text{H}_2$ , $\text{H}_2\text{O}$ , $\text{NO}$ , $\text{NH}_3$ | $\text{H}_2\text{O}$ ; $\text{O}_2$   | $\text{H}_2\text{O}$ ; $\text{O}_2$ | $\text{N}_2\text{H}_2$ ; $\text{NH}_3$ , $\text{N}_2$   |  |

Из однокомпонентных жидких топлив наиболее полно этим требованиям отвечают такие топлива как высококонцентрированная перекись водорода  $\text{H}_2\text{O}_2$  и гидразин  $\text{N}_2\text{H}_4$ . В табл. 2.2 приведены теплофизические свойства некоторых однокомпонентных топлив, применяемых в микродвигателях реактивных систем управления.

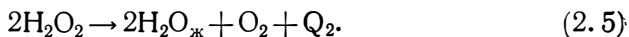
Гидразин и перекись водорода разлагаются в присутствии соответствующих катализаторов с выделением тепла и образованием высокотемпературного чистого рабочего тела, не содержащего твердых частиц, углерода и т. д.

Для разложения перекиси водорода применяют перманганат калия. Каталитические воздействия на перекись водорода оказывает не сам перманганат, а перекись марганца  $\text{MnO}_2$ . При 100%-ной концентрации  $\text{H}_2\text{O}_2$  и перманганата калия реакция образования  $\text{MnO}_2$  выглядит так:



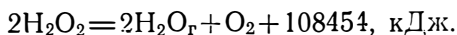
Перекись марганца сохраняется на поверхности пакета катализатора. Количество и активность  $\text{MnO}_2$  достаточны для разложения значительного количества  $\text{H}_2\text{O}_2$ , непрерывно омывающей поверхность пакета.

После выделения активной  $\text{MnO}_2$  протекает вторая реакция — разложение перекиси водорода:



Удельный вес реакции (2.4) по сравнению с основной реакцией (2.5) невелик [4].

Количество тепла, выделяющееся в химической реакции (2.5), идет на испарение воды и нагревание парогазовой смеси, состоящей из водяного пара и кислорода. С учетом затрат тепла на испарение воды реакцию разложения  $\text{H}_2\text{O}_2$  можно представить так:



При разложении 1 кг перекиси водорода образуется примерно  $3,8 \text{ м}^3$  газа температурой  $\sim 966 \text{ К}$ .

Термодинамические расчеты показывают, что 98%-ная  $\text{H}_2\text{O}_2$  дает температуру  $1250 \text{ К}$  и удельный импульс  $1900 \text{ м/с}$  в вакууме при давлении в камере  $1,0 \text{ МН/м}^2$ .

Перекись водорода имеет, однако, существенный недостаток, связанный с ее недостаточной химической стабильностью. В присутствии незначительных количеств каталитических загрязнений (медь, серебро, окислы железа) начинается ее разложение с выделением тепла и повышением давления.

На рис. 2.9 приведены теоретические зависимости по изменению удельной тяги в зависимости от степени расширения газа в сопле при давлении в камере  $1,0 \text{ МН/м}^2$  для однокомпонентных топлив, приведенных в табл. 2.2. Из рисунка видно, что из-за сравнительно низкой удельной тяги микродвигатели на перекиси водорода не могут конкурировать с двигателями на гидразине.

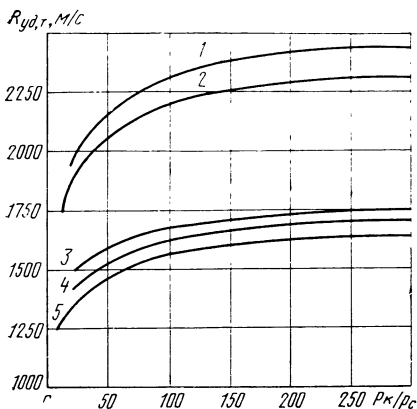


Рис. 2. 9. Зависимость теоретической удельной тяги от степени расширения газа в сопле при  $p_k=1,0 \text{ МН/м}^2$  для однокомпонентных жидких топлив:

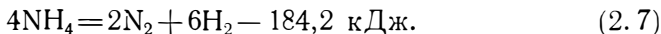
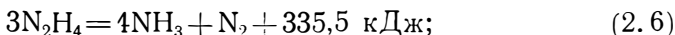
1—смесь гидразина и гидразиннитрата (76%  $\text{N}_2\text{H}_4+24\% \text{N}_2\text{H}_5\text{NO}_3$ ); 2—гидразин (100%  $\text{N}_2\text{H}_4$ ) при доле разложившегося аммиака  $x=0,4$  при замороженном истечении; 3—перекись водорода 100%-ной концентрации; 4—перекись водорода 90%-ной концентрации; 5—перекись водорода 80%-ной концентрации [75]

Гидразин в присутствии катализаторов разлагается с выделением тепла и образованием газообразных продуктов, в которые входят аммиак, азот и водород. Так, из 1 кг гидразина образуется 2,9 м<sup>3</sup> чистого неконденсированного газа температурой примерно

1380° С, который создает удельную тягу около 2400 м/с.

Характер процесса каталитического разложения гидразина довольно сложен и зависит от геометрической формы и размеров камеры разложения, природы и характеристик катализатора, времени разложения и других факторов.

Термическое разложение гидразина  $\text{N}_2\text{H}_4$  происходит по двум последовательным реакциям



В табл. 2.3 приведена равновесная диссоциация  $x$  — доли  $\text{NH}_3$ , в функции от температуры при давлении 2,0 МН/м<sup>2</sup> [158].

Таблица 2.3

Равновесная доля диссоциированного  $\text{NH}_3$  как функция температуры (общее давление 2,0 МН/м<sup>2</sup>)

| Температура, К                       | 400  | 500  | 600  | 700  | 800  |
|--------------------------------------|------|------|------|------|------|
| Доля диссоциированного $\text{NH}_3$ | 0,05 | 0,25 | 0,60 | 0,88 | 0,96 |

Из табл. 2.3 видно, что при температуре ниже 400 К  $\text{NH}_3$  диссоциирует незначительно и продукты разложения  $\text{N}_2\text{H}_4$  состоят лишь из газа  $\text{NH}_3$  и  $\text{N}_2$  согласно реакции, представленной уравнением (2.6). При температуре выше 400 К происходит термическое разложение по уравнению (2.7). Из табл. 2.3 видно, что равновесное разложение заканчивается при температуре 800 К.

Расчеты показывают, что при адиабатическом разложении  $\text{N}_2\text{H}_4$  по уравнению (2.6) выделяющегося количества тепла достаточно для нагревания газов  $\text{NH}_3$  и  $\text{N}_2$  до температуры 1649 К. Одна-

ко, если предположить, что равновесная диссоциация  $\text{NH}_3$  идет по уравнению (2.7), то температура газов достигает лишь 867 К.

Равновесная концентрация  $\text{NH}_3$  при температуре 867 К пренебрежимо мала, поэтому если гидразин раз-

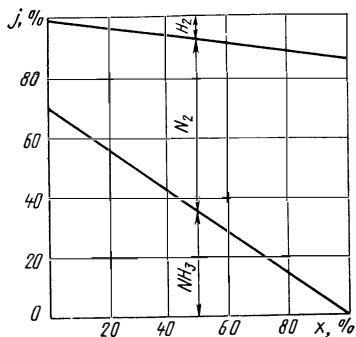


Рис. 2. 10. Зависимость состава рабочего тела  $j$  при разложении гидразина от степени диссоциации аммиака в смеси

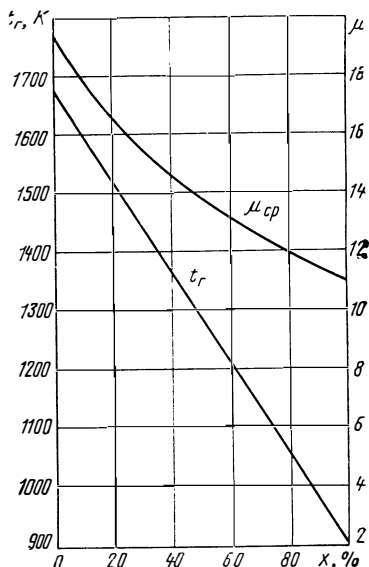
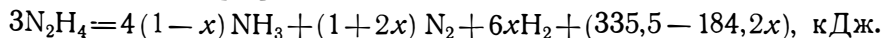


Рис. 2. 11. Зависимость температуры продуктов разложения гидразина  $t_r$  и средней молекулярной массы рабочего тела  $\mu_{cp}$  от степени диссоциации аммиака в рабочем теле [18]

лагается адиабатически и достигает равновесия, в состав продуктов разложения в основном входят газы  $\text{N}_2$  и  $\text{H}_2$  и лишь следы  $\text{NH}_3$ .

В работе [18] показано, что химическая реакция (2.7) более медленная, чем реакция уравнения (2.6). Время пребывания в камере микродвигателя может составлять несколько миллисекунд, поэтому естественно ожидать, что только часть  $\text{NH}_3$  разложится по уравнению (2.5).

Если реакция уравнения (2.6) протекает полностью, а реакция (2.7) не полностью, то общая реакция разложения гидразина может быть представлена в зависимости от мольной доли разложившегося  $\text{NH}_3$  [18]:



Характеристики гидразина, применяемого в качестве жидкого топлива в микродвигателях, зависят от количества диссоциированного  $\text{NH}_3$ .

На рис. 2. 10 приведен массовый состав рабочего тела при разложении гидразина в зависимости от степени диссоциации аммиака.

На рис. 2. 11 в качестве примера приведены значения температуры и молекулярной массы продуктов разложения гидразина в зависимости от степени диссоциации аммиака. Из рисунка видно, что при разложении гидразина на аммиак и азот по уравнению (2.6) величины  $T_K$  и  $\mu_{cp}$  принимают максимальные значения.



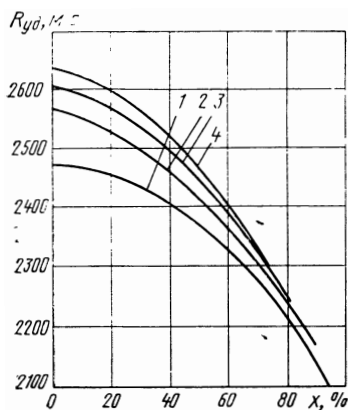


Рис. 2. 12. Зависимость удельной тяги двигателя на гидразине от степени диссоциации аммиака в рабочем теле при  $p_{кр} = 1,0 \text{ МН/м}^2$  [18]:

$$1 - \frac{F_c}{F_{кр}} = 20; \quad 2 - \frac{F_c}{F_{кр}} = 40; \quad 3 - \frac{F_c}{F_{кр}} = 60; \quad 4 - \frac{F_c}{F_{кр}} = 80$$

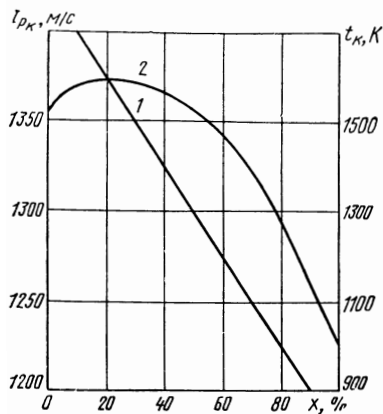


Рис. 2. 13. Зависимость температуры продуктов разложения гидразина  $t_{кр}$  и удельного импульса давления в камере  $I_{кр}$  от степени диссоциации аммиака  $x$  при  $p_{кр} = 1,0 \text{ МН/м}^2$  [18]:

$$1 - t_{кр} = f_1(x); \quad 2 - I_{кр} = f_2(x)$$

Расчетные данные, показывающие изменения удельной тяги, удельного импульса давления и температуры продуктов разложения в зависимости от степени диссоциации аммиака, представлены на рис. 2.12 и 2.13. Из рис. 2.13 видно, что удельный импульс давления остается практически постоянным в пределах  $0 < x < 0,5$ , даже если температура в камере непрерывно уменьшается. Последнее объясняется тем фактом, что при разложении  $\text{NH}_3$  выделяется  $\text{H}_2$  и средняя молекулярная масса уменьшается с той же скоростью, с какой происходит уменьшение  $T_{кр}$ . Удельный импульс давления имеет максимальное значение при  $x \approx 0,3$ .

Из рис. 2. 12 видно, что максимальная удельная тяга с увеличением степени расширения газа в сопле смещается в сторону увеличения содержания аммиака в продуктах разложения.

Состав продуктов разложения и их температура изменяются с изменением времени пребывания в каталитическом пакете. Время пребывания гидразина в каталитическом пакете зависит от длины, давления и расходонапряженности пакета.

На рис. 2. 14 приведена степень диссоциации аммиака в зависимости от времени пребывания гидразина в каталитической камере. Из рисунка видно, что время пребывания и расходонапряженность каталитического пакета оказывают существенное влияние на степень диссоциации  $\text{NH}_3$ .

Таким образом, выбором длины камеры разложения и времени пребывания топлива в каталитическом пакете можно регулировать

процесс разложения аммиака и изменять температуру рабочего тела в пределах 600—1200°С, а добавляя к гидразину воду, можно снизить температуру газа до 100°С. При температуре гидразина и катализа-

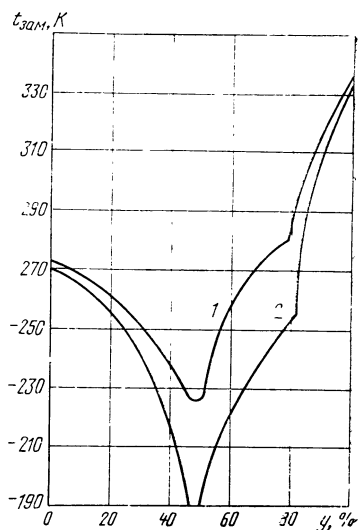
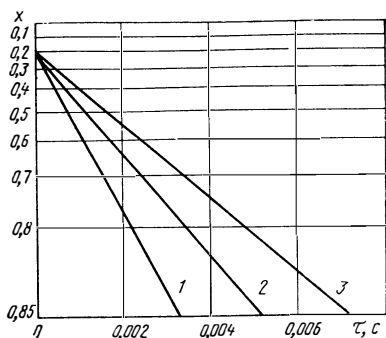


Рис. 2.14. Степень диссоциации аммиака в зависимости от времени пребывания продуктов разложения в камере двигателя тягой  $R=22,3 \text{ Н}$  при давлении  $p_{\text{к}}=1,55 \text{ МН/м}^2$  и расходонапряженности:

1—3,17 г/(см<sup>2</sup>·с); 2—1,48 г/(см<sup>2</sup>·с); 3—0,704 г/(см<sup>2</sup>·с) [18]

Рис. 2.15. Зависимость температуры замерзания  $t_{\text{зам}}$  смеси гидразина-гидразин-нитрата ( $\text{N}_2\text{H}_4\text{—N}_2\text{H}_5\text{NO}_3$ ) от содержания гидразин-нитрата ( $y$ ) 67:

1—безводный гидразин; 2—технически чистый гидразин

тора 21°С — катализатор Shell-405 начинает разлагать гидразин лишь после соприкосновения с ним в течение 0,01—0,1 с.

Добавкой к гидразину воды можно снизить его температуру замерзания. Однако для улучшения характеристик в него добавляют гидразин-нитрат  $\text{N}_2\text{H}_5\text{NO}_3$ .

На рис. 2.15 показано изменение температуры замерзания гидразина в зависимости от массового содержания гидразин-нитрата в смеси. Из рисунка видно, что добавка гидразин-нитрата снижает температуру замерзания гидразина.

На рис. 2.16 приведены данные по изменению теоретической удельной тяги в зависимости от степени расширения газа в сопле для гидразина и смеси гидразина и гидразин-нитрата. Из рисунка видно, что добавка гидразин-нитрата к гидразину позволяет увеличить удельную тягу.

В качестве катализатора разложения гидразина широко применяется катализатор Shell-405, состоящий из таблетированной окиси алюминия  $\text{Al}_2\text{O}_3$  с большой площадью поверхности (160 м<sup>3</sup>/г), пропитанный иридием (33% иридия и 67% окиси алюминия), и размером частиц 0,8—1,2 мм. Этот катализатор обладает высокой эффективностью. Основным недостатком катализатора Shell-405 является высокая стоимость (цена его равна

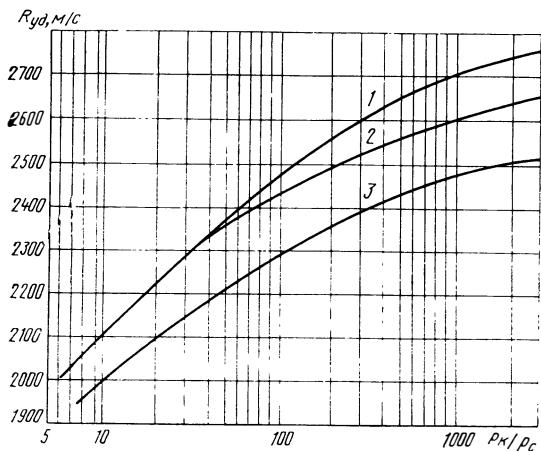


Рис. 2. 16. Зависимость удельной тяги от степени расширения газа в сопле для жидкого однокомпонентного топлива:

1—смесь гидразина, гидразин-нитрата и воды (69%  $N_2H_4$ , 30%  $N_2H_5NO_3$ ; 1%  $H_2O$ ); 2—смесь гидразина и гидразин-нитрата (76%  $N_2H_4$ , 24%  $N_2H_5NO_3$ ); 3—гидразин (100%  $N_2H_4$ ) [82]

4500 долларов за 1 кг). Поэтому наряду с катализатором Shell-405 за рубежом применяются катализаторы Н-7 и НА-3 на основе железа, никеля и кобальта, осажденных на подложку из окиси алюминия. По эффективности эти катализаторы не уступают катализатору Shell-405, но значительно дешевле его (стоимость 13 дол. за 1 кг). Однако они для своей работы требуют предварительного нагрева до температуры 300—500°С и, следовательно, дополнительного расхода энергии. Гидразин имеет ряд преимуществ по сравнению с перекисью водорода: более стабилен при хранении и обеспечивает удельную тягу порядка 2300 м/с.

На рис. 2. 17 и 2. 18 для однокомпонентных топлив приведены значения массы рабочего тела  $m_{p,r}$  и реактивной системы  $m_z$  в зависимости от полного импульса тяги. Из рис. 2. 18 видно, что реактивные системы на гидразине имеют лучшие массовые характеристики, чем реактивные системы на перекиси водорода. Французское объединение SEP разработало ряд микродвигателей на гидразине тягой от  $10^{-3}$  до 10 Н и удельной тягой до 2100 м/с, предназначенных для систем ориентации космических аппаратов с длительностью полета до 10 лет. Электроклапаны этих двигателей имеют уплотнение «металл по металлу» и дают суммарную утечку 0,5 см<sup>3</sup> за 75 000 срабатываний.

На рис. 2. 19 приведена простейшая принципиальная схема реактивной системы управления на однокомпонентном жидком топливе. Однокомпонентное топливо хранится в баке 1. Заправочно-сливной клапан 3 служит для заправки и слива топлива из системы для проведения испытания на герметичность. Эластичный вытеснительный мешок 2 служит разделителем между топливом, размещенным в мешке, и газом наддува, находящимся в полости между разделителем и стенками бака 1. Газ наддува заправляется в бак 1 через клапан 4. Датчики 5 и 6 используются соответственно для телеметрического контроля за давлением и температурой

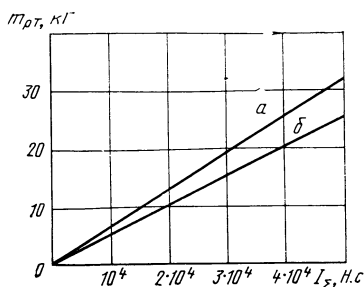


Рис. 2. 17. Зависимость массы рабочего тела от полного импульса тяги при использовании в качестве рабочего тела продуктов разложения однокомпонентного жидкого топлива:

*a*—перекись водорода; *б*—гидразин [18]

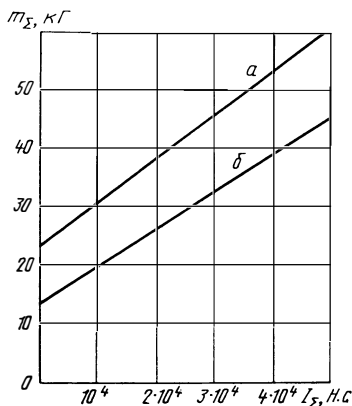


Рис. 2. 18. Зависимость массы реактивной системы с двенадцатью двигателями от полного импульса тяги при использовании в качестве рабочего тела продуктов разложения однокомпонентного жидкого топлива. Параметры системы:

$p_{б.н}=21.0 \text{ МН/м}^2$ ;  $p_{к}=0,35-1,4 \text{ МН/м}^2$ ; *a*—перекись водорода; *б*—гидразин [83]

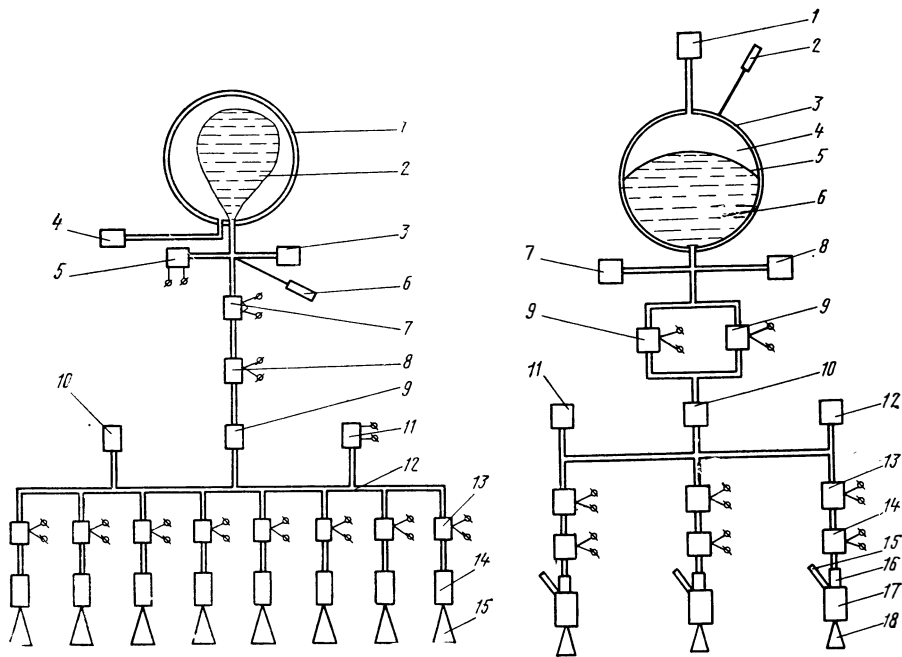
топлива в баке. Электронагреватель 7 служит для поддержания температуры топлива в заданном диапазоне перед подачей его к двигателям. Система включается в работу подачей электрической команды на клеммы пускового клапана 8, который в период хранения герметично перекрывает доступ топлива в систему. После срабатывания пускового клапана 8 топливо через фильтр 9 под действием газа наддува вытесняется из мешка 2 в коллектор 12, а из коллектора подводится к управляющим электроклапанам 13. При подаче электрической команды от системы управления электроклапаны 13 открываются и топливо поступает в камеры 14 двигателей. В камере двигателя размещается катализатор разложения. При контакте однокомпонентного топлива с катализатором происходит процесс генерации высокотемпературного газа за счет разложения топлива. Из камеры двигателя высокотемпературный газ поступает в сопла 15 двигателей. Датчик давления 11 используется для контроля давления топлива в коллекторе. Клапан 10 служит для проверки герметичности управляющих клапанов 13 и коллектора 12.

В процессе вытеснения однокомпонентного топлива из бака происходит падение давления газа наддува, т. е. давление топлива на входе в двигатели падает в процессе работы системы.

Для наддува бака используют сжатые газы: азот, гелий и др.

По описанной схеме построена реактивная система для коррекции орбиты спутника.

На рис. 2. 20 приведена принципиальная схема реактивной системы спутника ERTS. На спутнике установлены три двигателя



**Рис. 2. 19. Схема реактивной системы на жидком однокомпонентном топливе:**

1—топливный бак; 2—эластичный вытеснительный мешок; 3—заправочно-сливной клапан; 4, 10—клапаны проверки герметичности; 5, 11—датчики давления топлива; 6—датчик температуры; 7—электронагреватель; 8—пусковой клапан; 9—фильтр; 12—коллектор; 13—управляющий электроклапан; 14—камера разложения с катализатором; 15—сопло

**Рис. 2. 20. Схема реактивной системы на однокомпонентном жидком топливе для коррекции орбиты американского спутника ERTS [76]:**

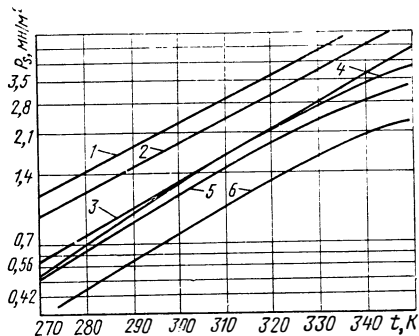
1—заправочный клапан азота; 2—датчик температуры; 3—топливный бак; 4—полость для размещения рабочего тела наддува — азота; 5—эластичный разделитель; 6—полость для размещения топлива — гидразина; 7, 11—датчики давления топлива; 8—заправочный клапан топлива; 9—пироклапан; 10—фильтр; 12—клапан проверки герметичности; 13, 14—сдублированные клапаны двигателя; 15—датчик температуры; 16—нагреватель; 17—камера с катализатором разложения; 18—сопло

тягой 5 Н, причем вектор тяги проходит через центр массы аппарата с отклонением не более 2,5 мм от номинального положения. Запас гидразина рассчитан на 18 мин непрерывной работы двигателей.

В одной из американских реактивных систем управления на гидразине топливный бак изготовлен из титанового сплава (6% алюминия, 4% ванадия). Гидразин размещается в мешке из бутилового или этиленпропиленового каучука, содержащего в качестве наполнителя двуокись кремния (наиболее стойкий материал, обеспечивает хранение гидразина в течение нескольких лет без существенного разложения). Полностью исключить разложение гидразина и образование в нем газовых пузырей, однако, не удастся, поэтому забор гидразина из мешка организован через специальное капиллярное устройство. В управляющих клапанах двигателей при-

Рис. 2. 21. Зависимость давления насыщенных паров от температуры рабочего тела:

1—азеотропная смесь 48,2%  $\text{CH}_2\text{F}_2$  + 51,8%  $\text{CF}_3\text{CF}_2\text{C}$  (генетрон 115); 2— $\text{CH}_2\text{F}_2$  (генетрон 32); 3— $\text{CHClF}_2$  (фреон 22); 4— $\text{NH}_3$  (аммиак); 5— $\text{CF}_3\text{CF}_2\text{Cl}$ ; 6— $\text{CCl}_2\text{F}_2$  (фреон 12)



менены два типа седел: мягкие — из этиленпропиленового или бутилового каучука и жесткие — из отшлифованного карбида вольфрама. Преимуществом седел является высокая герметичность даже при попадании небольших твердых частиц. Однако в результате поглощения гидразина такие седла разбухают и деформируются. Жесткие седла, хотя и лишены этого недостатка, при попадании твердых частиц дают повышенную утечку и, кроме того, при изготовлении требуют тщательной механической обработки. Для уменьшения утечки применяют конструкцию клапана с двумя последовательно расположенными клапанами и двухмикронные фильтры.

Для улучшения характеристик систем наддува и повышения их надежности (улучшения герметичности) в последнее время ведутся интенсивные работы по созданию более эффективных систем наддува, в частности, с использованием летучих жидкостей. В процессе перехода из жидкого состояния в газообразное в ограниченном объеме происходит повышение давления, которое и используется для вытеснения топлива из бака. Постоянное давление наддува в такой системе может поддерживаться стабилизацией температуры летучего вещества (фреона, аммиака и др.), так как каждой температуре соответствует вполне определенное давление насыщенных паров (рис. 2. 21). Другими важнейшими характеристиками летучих жидкостей, кроме зависимости давления насыщенных паров от температуры, является плотность паров, совместимость с топливом (при проницаемости разделителей) и скрытая теплота испарения (табл. 2. 4). Для вытеснения топлива из бака в одной из американских систем [18] применен герметичный сильфон, заправляемый летучим веществом — фтористым метиленом (генетрон-32). Бак покрыт снаружи теплоизоляционным экраном толщиной 12,7 мм, состоящим из стекловолокна субмикронной толщины и алюминиевой фольги. Коэффициент теплопроводности такого экрана в вакууме  $5,2 \cdot 10^{-5}$  Вт/м К. Для обеспечения непрерывной работы двигателя тягой 100 Н требуется подводить к телу наддува 306 Вт энергии, а для вытеснения всего топлива из четырех баков по 49,2 дм<sup>3</sup> необходима затрата энергии 2000 кДж. Для этого используется свинцово-цинковая батарея массой 5 кг, электронагреватель поверхностного типа массой 1,8 кг и теплоизоляция баков массой 4,1 кг.

Теплофизические свойства некоторых летучих жидкостей, используемых в системах наддува при давлении насыщенных паров  $p_s = 1,4 \text{ МН/м}^2$  [18]

| Наименование    | Химическая формула             | Молекулярная масса | Плотность, кг/м <sup>3</sup> | Температура, °С | Теплота испарения, кДж/кг |
|-----------------|--------------------------------|--------------------|------------------------------|-----------------|---------------------------|
| Аммиак          | NH <sub>3</sub>                | 17,03              | 10,6                         | 35,5            | 1035                      |
| Этилен          | C <sub>2</sub> H <sub>4</sub>  | 28,05              | 25,0                         | -41,7           | 370                       |
| Этан            | C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>  | 30,06              | 25,1                         | -21,1           | 368                       |
| Пропан          | C <sub>3</sub> H <sub>8</sub>  | 44,09              | 28,9                         | 40,5            | 310                       |
| Хлористый метил | CH <sub>3</sub> Cl             | 50,49              | 30,6                         | 59,9            | 330                       |
| Углекислый газ  | CO <sub>2</sub>                | 44,01              | 35,5                         | -31,1           | 305                       |
| Изобутан        | C <sub>4</sub> H <sub>10</sub> | 58,09              | 35,9                         | 80              | 228                       |
| Закись азота    | N <sub>2</sub> O               | 44,02              | 37,0                         | -29,4           | 308                       |
| Фреон-22        | CHClF <sub>2</sub>             | 86,55              | 59,2                         | 35,5            | 170                       |
| Фреон-12        | CClF <sub>2</sub>              | 120,93             | 80,3                         | 55,5            | 118                       |
| Фреон-13        | CClF <sub>3</sub>              | 104,47             | 88,4                         | -13,3           | 105                       |

В рассмотренной схеме реактивной системы управления используют двигатели на жидком топливе. Для уменьшения величины управляющего усилия, создаваемого двигателем, топливо может подаваться к нему в газифицированном виде. В этом случае расход топлива через двигатель может быть уменьшен без значительного уменьшения форсуночных отверстий.

На рис. 2.22 приведена принципиальная схема реактивной системы управления на однокомпонентном жидком топливе с предварительной газификацией топлива. Эта схема аналогична схеме, приведенной на рис. 2.19 и отличается от нее лишь наличием общего газогенератора 10. В газогенераторе топливо при контакте с катализатором разлагается и газифицируется. Продукты разложения из газогенератора поступают в газосборник-ресивер 11, из которого горячий газ разводится к двигателям системы. Электроклапаны 15 двигателей работают на горячем газе, поступающем к ним из ресивера 11.

Для расширения функций реактивной системы управления и повышения гибкости управления в ее состав могут быть включены двигатели так называемой жесткой стабилизации (большой тяги) и мягкой стабилизации и ориентации (малой тяги), как это сделано, например, в двигательном блоке системы управления американского космического аппарата «Вояджер». Двигатели жесткой стабилизации работают на жидком топливе, а двигатели мягкой стабилизации и ориентации — на предварительно газифицированном топливе.

На рис. 2.23 приведена принципиальная схема такой системы, представляющая собой комбинацию схем, приведенных на рис.

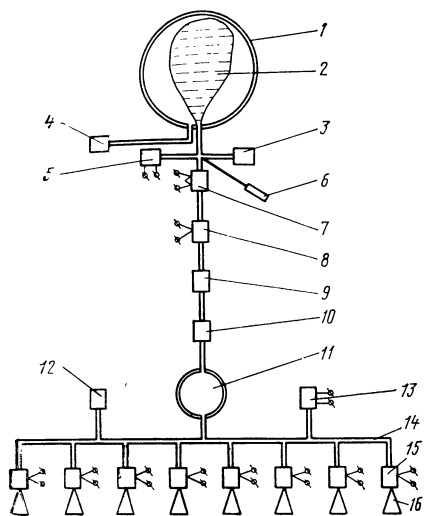


Рис. 2. 22. Схема реактивной системы на жидком однокомпонентном топливе с предварительной газификацией топлива:

1—топливный бак; 2—эластичный вытеснительный мешок; 3—заправочно-сливной клапан; 4, 12—клапаны проверки герметичности; 5, 13—датчики давления топлива; 6—датчик температуры топлива; 7—электронагреватель; 8—пусковой клапан; 9—фильтр; 10—газогенератор; 11—резонатор; 14—коллектор; 15—электроклапан; 16—сопло

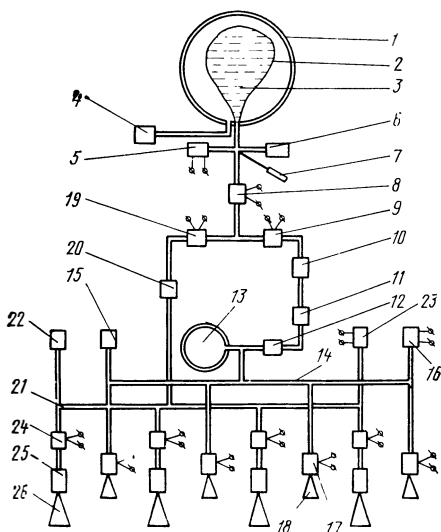


Рис. 2. 23. Схема реактивной системы на однокомпонентном жидком топливе с двигателями жесткой и мягкой стабилизации:

1—топливный бак; 2—эластичный мешок; 3—топливо; 4—клапан заправки тела наддува; 5, 16, 23—датчики давления топлива; 6—заправочно-сливной клапан; 7—датчик температуры; 8—нагреватель; 9, 19—пусковые клапаны; 10, 20—фильтры; 11—обратный клапан; 12—газогенератор; 13—резонатор; 14, 21—коллекторы; 15, 22—проверочные клапаны; 17, 24—электроклапаны двигателей; 18, 26—сопла; 25—камера разложения

2. 19 и 2. 22. Обратный клапан 11 служит для устранения перетекания газа из резонатора 13 в топливный бак.

На рис. 2. 24 и рис. 2. 25 приведены принципиальные схемы реактивных систем с газобаллонной системой наддува. Принцип работы систем ясен из рисунков.

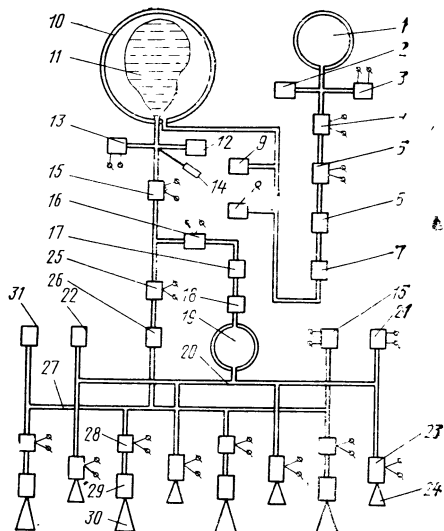
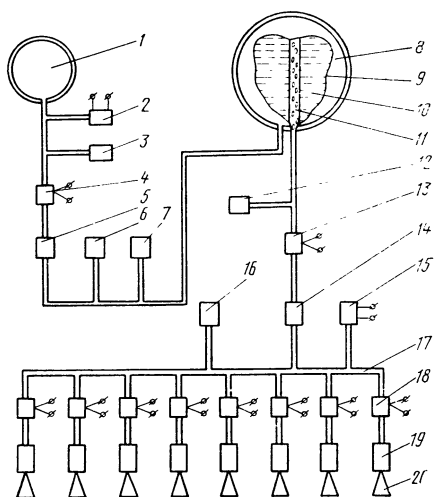
Регулятор давления обеспечивает постоянное давление топлива на входе в двигатели и, следовательно, постоянную тягу двигателей.

На рис. 2. 26 приведена принципиальная схема корректирующей двигательной установки космического аппарата «Маринер» с регулятором давления газа, в которой используется газобаллонная система наддува. Для обеспечения четырехкратного запуска и останова двигателя установлены четыре пары пусковых клапанов 5 и четыре пары отсечных клапанов 6. Для разложения гидразина используют катализатор Shell-405.

В зависимости от способа газификации рабочего тела различают микродвигатели на продуктах:

— каталитического разложения однокомпонентного топлива;



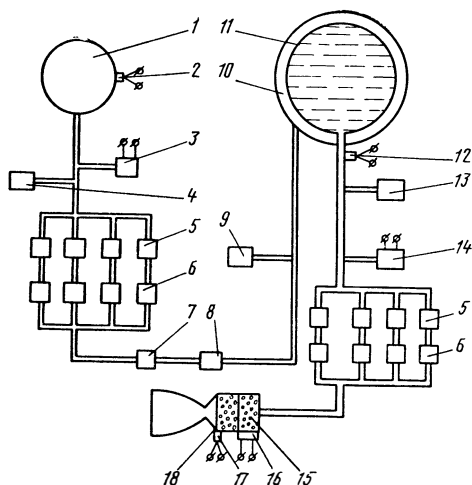


**Рис. 2. 24.** Схема реактивной системы на однокомпонентном жидком топливе с постоянной тягой управляющих двигателей:

1—баллон со сжатым газом; 2, 15—датчики давления; 3—зарядный клапан; 4, 13—пусковые клапаны; 5—регулятор давления; 6—предохранительный клапан; 7, 16—клапаны проверки герметичности; 8—топливный бак; 9—разделительный мешок; 10—топливо; 11—заборное устройство; 12—заправочно-сливной клапан; 14—фильтр; 17—коллектор; 18—управляющий электроклапан; 19—камера разложения; 20—солло

**Рис. 2. 25.** Схема реактивной системы на однокомпонентном жидком топливе с двигателями жесткой и мягкой стабилизации постоянной тяги:

1—баллон со сжатым газом; 2—заправочный клапан; 3, 13, 15, 21—датчики давления; 4, 15—нагреватели; 5, 16, 25—пусковые клапаны; 7—регулятор давления; 8—предохранительный клапан; 9, 22, 31—клапаны проверки герметичности; 10—топливный бак; 11—разделительный мешок; 14—датчик температуры; 17—обратный клапан; 18—газогенератор; 19—ресивер; 20, 27—коллекторы; 23, 28—управляющие электроклапаны; 29—камера разложения; 24, 30—сспла



**Рис. 2. 26.** Схема корректирующей двигательной установки на однокомпонентном жидком топливе — гидразине американского космического аппарата «Маринер»:

1—баллон со сжатым газом; 2—датчик температуры газа в баллоне; 3—датчик давления газа; 4—заправочный клапан; 5—пусковой клапан; 6—отсечной клапан; 7—фильтр; 8—регулятор давления газа; 9—проверочный клапан; 10—бак с гидразином; 11—эластичная емкость; 12—датчик температуры топлива; 13—заправочный клапан топлива; 14—датчик давления топлива; 15—ракетный двигатель; 16—датчик давления газа в камере двигателя; 17—датчик температуры; 18—катализатор

— термического разложения однокомпонентного топлива;  
 — термокаталитического разложения однокомпонентного топлива (двухкамерные).

Диапазоны тяг, развиваемых двигателями, работающими на гидразине  $10^{-3}$ — $10^3$  Н. Нижний предел тяги таких двигателей с расходом топлива в жидкой фазе составляет 0,1 Н. При меньшем уровне тяги применяют двигатели с расходом топлива в газовой фазе. Для большого уровня тяги (примерно 1950 Н и более) обычная конструкция двигателя нерациональна и дорога, поэтому применяют управляющую предкамеру с каталитическим разложением гидразина (5—15% основного расхода) и основную камеру, в которой остальная часть гидразина разлагается термически.

Двигатели с каталитическим разложением гидразина охватывают следующий диапазон параметров [77]:

$$R = 0,09 - 1400 \text{ Н}; R_{\text{уд}} = 2200 \div 2400 \text{ м/с}; \tau = 18000 \text{ с}; \\ \tau_{1,0} = 10^6; I_{\Sigma} = 182000 \text{ Н} \cdot \text{с}; \tau_{0,9} = 0,017 \div 0,025 \text{ с}; \tau_{0,1} = 0,020 - 0,025 \text{ с}.$$

При тяге двигателей  $R > 1500$  Н необходимо использовать двигатели с термокаталитическим разложением гидразина.

В работе [18] приведен анализ энерго-массовых характеристик реактивных систем управления на однокомпонентных жидких топливах.

В результате анализа получено следующее выражение для полной массы системы:

$$m_{\Sigma} = A_2 + z_2 I_{\Sigma}, \quad A_2 = m_{\text{дв}} + m_{\text{гр}}, \quad \text{кг}, \\ z_2 = \frac{1 + v}{R_{\text{уд.с}}} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1 - q}{\frac{1}{p_{\text{б.к}}} - \frac{1}{p_{\text{б.н}}}} \frac{1}{n \gamma_{\text{г}} R_{\text{г}} T_{\text{б.н}}}} \times \\ \times \left[ 1 + \frac{3}{2} \frac{k_{\Sigma}}{k_{\text{сш}}} \frac{1 + q}{n \gamma_{\text{г}}} \left( k_{\text{м}} \frac{\gamma_{\text{м.бак}}}{\sigma_{\text{м.бак}}} p_{\text{б.к}} + \frac{\gamma_{\text{м.б}}}{\sigma_{\text{м.б}}} \frac{1}{\frac{1}{p_{\text{б.к}}} - \frac{1}{p_{\text{б.н}}}} \right) \right], \quad (2.9)$$

$v$  — эмпирический коэффициент, определяемый особенностями и конструктивным совершенством топливных баков и подводимых магистралей, а также зависящий от объема баков;  $q$  — эмпирический коэффициент, определяемый конструктивной схемой бака, совершенством технологии его изготовления, а также зависящий от его объема  $n = \frac{p_{\text{б.к}}}{p_{266\text{к}}}$ ;  $p_{\text{бак}}$  — давление в топливном баке, Н/м<sup>2</sup>;

$\gamma_{\text{т}}$  — плотность топлива, кг/м<sup>3</sup>;  $k_{\text{м}}$  — эмпирический коэффициент, учитывающий увеличение массы топливных баков за счет установки разделителей для обеспечения многократного запуска двигателей в условиях невесомости;  $\gamma_{\text{м.бак}}$ ,  $\gamma_{\text{м.б}}$  — плотность соответственно материала баков и баллонов, кг/м<sup>3</sup>;  $\sigma_{\text{м.бак}}$ ,  $\sigma_{\text{м.б}}$  — предел прочности соответственно материала баков и баллонов, Н/м<sup>2</sup>.

При больших значениях полного импульса тяги массовые характеристики жидкостно-реактивных систем на однокомпонентном

топливе определяются видом и запасом топлива, удельной прочностью материала баков и баллонов, а также конструктивным совершенством системы.

Для систем, в которых в качестве топлива используются перекись водорода и гидразин,  $A_2=14 \div 23$  кг,  $z_2=0,0006 \div 0,0008$  с/м.

Таким образом, используя выражение (2.9) и значения параметров  $A_2$  и  $z_2$ , по заданной величине полного импульса тяги  $I_\Sigma$ , можно оценить массу реактивной системы на однокомпонентном жидком топливе. Меньшие величины параметра  $z_2$  относятся к гидразину, большие — к перекиси водорода.

Относительный импульс системы на однокомпонентном жидком топливе определяется из выражения [18]

$$\bar{I} = \frac{R_{y\kappa}}{1 + m},$$

$$\text{где } m = \frac{3}{2} \frac{k_\sigma}{k_{c.ш}} \frac{1 + q}{n \gamma_T} \left( k_M \frac{\gamma_{м.бак}}{\sigma_{м.бак}} p_{б.к\Gamma} \frac{\gamma_{м.б}}{\sigma_{м.б}} \frac{1}{\frac{1}{p_{б.к}} - \frac{1}{p_{б.н}}} \right). \quad (2.10)$$

### 2.3. ЖИДКОСТНО-РЕАКТИВНЫЕ СИСТЕМЫ НА ДВУХКОМПОНЕНТНОМ ТОПЛИВЕ

Реактивные системы с использованием в качестве рабочего тела продуктов сгорания двухкомпонентного жидкого топлива получили в настоящее время наиболее широкое распространение. Это объясняется: высокой энергетикой микродвигателей; хорошими динамическими свойствами; малым энергопотреблением; малой массой; малыми размерами; большим сроком службы. Микродвигатели на двухкомпонентном топливе позволяют достаточно просто осуществлять работу двигателей в импульсном режиме, а верхний уровень тяги двигателей практически не ограничен.

Реактивные системы управления на двухкомпонентном топливе отличаются высокой надежностью, которая достигается, с одной стороны, повышением надежности отдельных функциональных узлов, с другой стороны, — их дублированием.

По сравнению с реактивными системами на однокомпонентном жидком топливе реактивные системы на двухкомпонентном топливе более экономичны, имеют лучшие динамические характеристики и обладают лучшими эксплуатационными свойствами. С помощью двухкомпонентных двигателей возможно решение широкого круга задач по управлению космическим летательным аппаратом и, следовательно, создание многофункциональных двигательных установок.

В табл. 2.5 приведены свойства некоторых горючих и окислителей, широко применяемых в микродвигателях.

Двигательные установки космических аппаратов находятся длительное время в условиях космического пространства, поэтому стабильность топлива в процессе длительного хранения позволяет избежать значительных его потерь.

Свойства некоторых горючих и окислителей [4]

| Характеристики компонентов топлива                         | Четырех-кисл. азота $N_2O_4$ | Гидразин $N_2H_4$ | Монометилгидразин $CH_3N_2H_3$ | Диметилгидразин $(CH_3)_2N_2H_2$ | Аэрозин-50 $50\% - N_2H_4$<br>$50\% (CH_3)_2N_2H_2$ |
|--|------------------------------|-------------------|--------------------------------|----------------------------------|---|
| Плотность при температуре $25^\circ C$ , г/см <sup>3</sup> | 1,450                        | 1,064             | 0,874                          | 0,784                            | 0,899   |
| Температура замерзания, К                                  | 261,9                        | 274,7             | 220,8                          | 215,9                            | 265,7   |
| Температура кипения, К                                     | 294,3                        | 386,7             | 360,7                          | 336,1                            | 343   |
| Молекулярная масса   | 92,016                       | 32,048            | 46,075                         | 60,102                           | 45,584  |
| Теплота испарения, кДж/кг                                  | 115                          | 1335              | 877                            | 583                              | —   |
| Теоретическая удельная тяга (с $N_2O_4$ ), м/с             | —                            | 3480              | —                              | 3310                             | 3070  |
| Температура продуктов сгорания в камере, К                 | —                            | 3247              | —                              | 3415                             | 3353  |
| Массовое соотношение компонентов топлива                   | —                            | 1,33              | —                              | 2,57                             | 2,25  |

Горючие: гидразин, диметилгидразин несимметричный, монометилгидразин, аэрозин-50 и окислитель  $N_2O_4$  стабильные, обладают хорошими физическими свойствами, пригодны для длительного хранения и имеют высокие энергетические характеристики. Смесь, состоящая из 50% НДМГ и 50%  $N_2O_4$ , называется аэрозин-50 (А-50).

Топливо  $N_2O_4$  + аэрозин-50 применялись в двигателе космического корабля «Аполлон», предназначенном для посадки человека на Луну. Важное достоинство этого топлива — самовоспламеняемость.

В последнее время в США и ФРГ ведутся работы по внедрению высокоэффективных криогенных топлив (водород, кислород, фтор) для реактивных систем управления.

Первый американский микродвигатель на двухкомпонентном топливе тягой  $R=100$  Н для системы управления связным искусственным спутником Земли был разработан фирмой Марквардт в 1961 году.

В дальнейшем фирмой Ризкшн Моторс был разработан верньерный двигатель ТД-339 с регулируемой тягой  $R=136—472$  Н для космического аппарата «Сервейер» для мягкой посадки на Луну.

Фирма Рокитдайн разработала целую серию двигателей типа SE с тягой  $R=113—450$  Н для управления пилотируемыми космическими кораблями «Джемини» и «Аполлон», а также для системы ориентации ступени «Транстейдж» ракеты-носителя «Титан-III».

Ведущей фирмой США по разработке микродвигателей на двухкомпонентном топливе остается фирма Марквардт, разработавшая целую серию двигателей, из которых наиболее распро-

странен двигатель R-4D тягой  $R=450$  Н, устанавливаемый на космическом аппарате «Аполлон».

На рис. 2.27 приведена простейшая принципиальная схема реактивной системы управления на двухкомпонентном жидком топливе. Горючее и окислитель хранятся на борту аппарата соответственно в баках 8 и 25. Заправочно-сливные клапаны 11 и 22 используют для заправки и слива топлива из системы, а также для проведения испытаний, связанных с проверкой герметичности системы. Эластичные мешки 9 и 24 являются разделителями между компонентами топлива и рабочим телом наддува. Газ в баллон 1 заправляют через клапан 2.

Предварительно система включается в работу подачей электрической команды на клеммы пускового клапана 4, который в период хранения герметично перекрывает доступ газа в систему. Регулятор давления 5 обеспечивает постоянное давление в баках 8 и 25. Обратные клапаны 6 и 26 служат для предотвращения проникновения паров компонентов топлива в общий трубопровод наддува в случае аварийного травления разделителей. Предохранительные клапаны 10, 23 и 27 предназначены для защиты топливных баков от разрушения при отказе регулятора давления и аварийного повышения давления.

После подачи электрической команды на топливные клапаны 12 и 21 топливо из баков 8 и 25 под действием давления газа наддува поступает в коллекторы 15 и 28, а оттуда к управляющим клапанам двигателей 16, установленным в соответствующих каналах стабилизации.

Двигатели включаются в работу при подаче электрической команды от системы управления на клеммы питания электромагнитных приводов клапанов. При этом клапаны открываются и топливо поступает в камеры двигателей через форсуночные отверстия в головке камеры. Продукты сгорания истекают из сопла и создают управляющее усилие. В результате на аппарат действуют управляющие моменты, с помощью которых управляют положением аппарата в пространстве. Телеметрический контроль за давлением газа в баллоне и давлением топлива в коллекторах осуществляется с помощью датчиков давления 3, 14 и 18. Клапаны 7, 17, 19 используют для проверки герметичности топливных баков, управляющих клапанов и коллекторов.

В реактивных системах управления космического корабля «Аполлон» использовались 44 управляющих ракетных микродвигателя. Отсеки космического корабля «Аполлон» функционируют самостоятельно. Реактивные системы служебного и лунного отсеков имеют по 16 управляющих двигателей R-4D, работающих на топливе  $N_2O_4$  + монометилгидразин или  $N_2O_4$  + аэрозин-50 с коэффициентом весового соотношения компонентов  $\lambda=2$ . В реактивную систему отсека экипажа входят 12 управляющих двигателей SE-8, работающих на топливе  $N_2O_4$  + момометилгидразин.

Реактивная система управления служебного отсека управляет всем космическим кораблем «Аполлон» и состоит из четырех иден-

тичных функционально независимых, диаметрально расположенных систем А, В, С и D, каждая из которых состоит из четырех перпендикулярно смонтированных двигателей, топливных баков и арматуры [87]. Такое

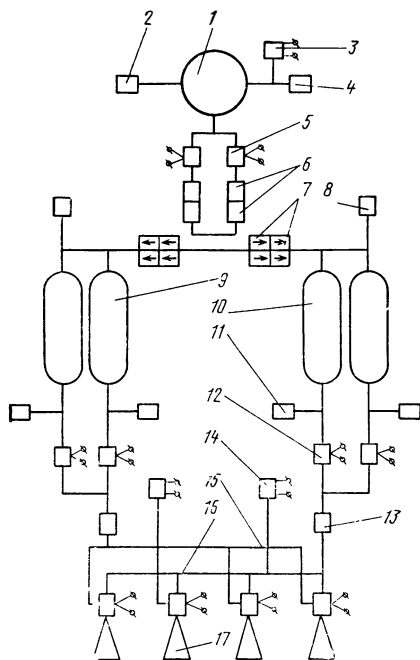
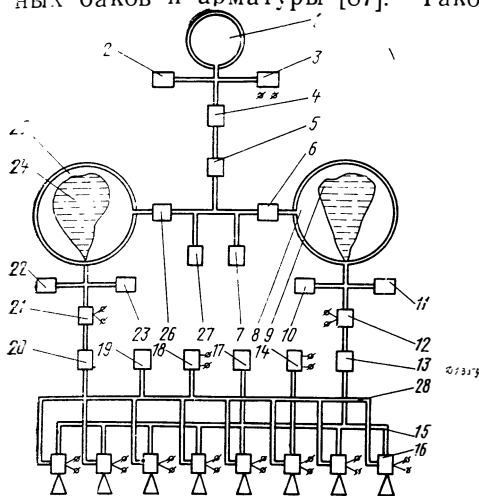


Рис. 2.27. Принципиальная схема реактивной системы управления на двухкомпонентном жидком топливе:

1—баллон со сжатым газом; 2—заправочный клапан; 3—датчик давления; 4—пусковой клапан наддува; 5—регулятор давления; 6, 26—обратные клапаны; 7, 17, 19—проверочные клапаны; 8—бак горючего; 9, 24—выснительные мешки; 10, 23, 27—предохранительные клапаны; 11, 22—заправочно-сливные клапаны; 12, 21—отсечные топливные клапаны; 13, 20—топливные фильтры; 15, 28—коллекторы; 16—микродвигатель; 25—бак окислителя

Рис. 2.28. Функциональная схема реактивной системы управления служебного отсека космического корабля «Аполлон»:

1—баллон с гелием; 2—зарядный клапан; 3—датчик давления газа; 4—предохранительный клапан; 5—отсечной клапан; 6—блок регуляторов давления; 7—блок обратных клапанов; 8—предохранительные клапаны; 9—баки горючего; 10—баки окислителя; 11—заправочно-сливные топливные клапаны; 12—топливные клапаны; 13—фильтры; 14—датчики давления топлива; 15—коллектор горючего; 16—коллектор окислителя; 17—двигатель

расположение реактивной системы управления способствует повышению надежности и позволяет решать все задачи управления: стабилизацию, ориентацию и маневрирование в пространстве по всем трем осям. При полном импульсе тяги  $I_{\Sigma} = 223000 \text{ Н} \cdot \text{с}$  двигателя обеспечивают получение минимальных единичных импульсов тяги величиной  $I_{\text{ед}} = 1,8 \text{ Н} \cdot \text{с}$ .

Каждая из четырех систем А, В, С и D (рис. 2.28) имеет сферический баллон 1 из титанового сплава, в котором под давлением  $28,0 \text{ МН/м}^2$  находится гелий. Гелий через отсечные двухпозиционные электроклапаны 5 поступает к четырем регуляторам давления 6, объединенным в два блока по последовательно-параллельной схеме. Такое соединение элементов автоматики обеспечивает надежное функционирование системы наддува топливных баков

даже при выходе из строя какого-либо регулятора. Если один из регуляторов не открывается, начинает работать регулятор в параллельном блоке, а если не закрывается — последовательно включенный регулятор того же блока. Из регуляторов давления 6 гелий поступает в блоки обратных клапанов 7, также соединенных по последовательно-параллельной схеме.

Перепускные предохранительные клапаны 8 предотвращают аварийное повышение давления в топливных баках системы. Топливо находится в вытеснительных тефлоновых мешках, внутри которых помещается перфорированная трубка, по которой топливо поступает в магистральный трубопровод при обжати тефлонового мешка газом наддува. Запас топлива в баках каждой системы составляет  $m_T = 148$  кг, причем имеются основные и дополнительные баки, которые обычно функционируют одновременно.

К управляющим двигателям 17 топливо подается с помощью отсечных двухпозиционных электроклапанов 12, которые закрываются только при заправке и проведении контрольных операций, а в остальное время (перед запуском, в полете и т. д.) нормально открыты.

Реактивная система управления лунного отсека монтируется на его взлетной ступени и предназначена для:

- отделения лунного отсека от космического корабля «Аполлон»;

- ориентации и стабилизации лунного отсека во время самостоятельного полета;

- маневрирования лунного отсека над поверхностью Луны перед посадкой;

- обеспечения встречи и стыковки с космическим кораблем «Аполлон» после взлета с Луны;

- обеспечения необходимого приращения скорости, если двигатель взлетной ступени отключится ранее расчетного времени.

Реактивная система лунного отсека (рис. 2. 29) состоит из двух идентичных систем А и В по восьми управляющих двигателям  $R-4D$  в каждой, объединенных в блоки по четыре двигателя. Каждая система имеет свои топливные баки, элементы автоматики и функционирует автономно. Два двигателя в блоке снабжаются топливом от системы А, два других от системы В. Хотя обе системы функционируют совместно, однако любая система самостоятельно способна обеспечить управление лунным отсеком. Блоки двигателей конструктивно отделены от корпуса лунного отсека и монтируются на штангах. Емкость топливных баков 270 кг.

Реактивная система управления отсека экипажа предназначена для ориентации и стабилизации отсека экипажа перед входом в атмосферу и при движении в плотных слоях атмосферы до момента раскрытия парашютов. К системе предъявляются специфические требования, связанные с воздействием высоких тепловых и инерционных нагрузок при полете в плотных слоях атмосферы.

Реактивная система управления отсека экипажа (рис. 2. 30) состоит из двух автономных систем А и В. Каждая система состо-

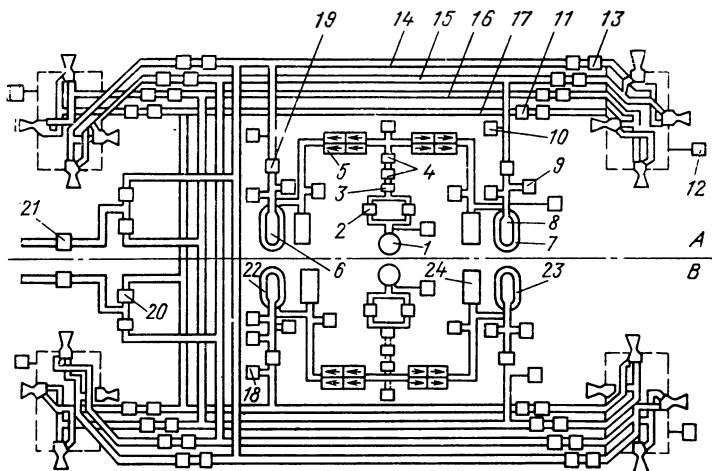


Рис. 2. 29. Функциональная схема реактивной системы управления лунного отсека (системы А и В) [75]:

1—баллон со сжатым гелием; 2—пусковой клапан; 3—фильтр; 4—регуляторы давления; 5—блок обратных клапанов; 6—бак окислителя системы А; 7—бак горячего системы А; 8—термоновый мешок; 9—заправочно-сливной вентиль; 10—датчик давления; 11—отсечной клапан; 12—датчик температуры; 13—фильтр; 14—магистраль окислителя системы А; 15—магистраль горючего системы А; 16—магистраль окислителя системы В; 17—магистраль горючего системы В; 18—датчик давления; 19—магистральный отсечной клапан; 20—клапаны подачи топлива из баков подъемного двигателя; 21—перепускной клапан; 22—бак горючего системы В; 23—бак окислителя системы В; 24—предохранительный клапан

ит из шести управляющих двигателей SE-8, размещенных в корпусе отсека. В нормальном режиме обе системы работают параллельно, однако каждая из них может работать и самостоятельно, выполняя все возложенные на нее функции. Двигатель SE-8 тягой  $R=450$  Н имеет абляционное охлаждение. Самым напряженным режимом работы является импульсный режим при отношении суммарного времени импульсов к общему времени работы, примерно равном 0,05—0,10 (рис. 2. 31), так как в этом случае создаются наиболее тяжелые условия работы для материала абляционного вкладыша.

На рис. 2. 32 приведена реактивная система управления космического аппарата «Сервейер», предназначенная для коррекции траектории полета и мягкой посадки аппарата на Луну. Система состоит из трех двигателей ТД-339, трех баков горючего и трех баков окислителя, системы вытеснительной подачи топлива к двигателям и автоматики [77]. Тяга двигателей  $R=133\div 462$  Н, удельная тяга  $R_{уд}=2680\div 2820$  м/с. Двигатели рассчитаны на работу в условиях глубокого вакуума, виброперегрузок до 20 ед., тормозных перегрузок до 12 ед., ударных перегрузок до 30 ед. в температурном диапазоне от  $-74$  до  $74^\circ\text{C}$ . Топливо из баков подается к двигателям под давлением сжатого гелия  $0,5$  МН/м<sup>2</sup>.

На рис. 2. 33 приведена принципиальная схема реактивной системы управления космическим аппаратом «Лунар Орбитер». Реактивная система предназначена для управления скоростью дви-



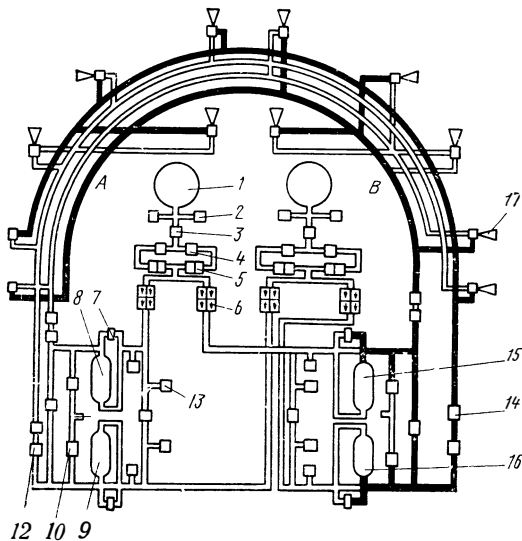


Рис. 2.30. Функциональная схема реактивной системы управления отсека экипажа космического корабля «Аполлон» (системы А и В) [75]:

- 1—баллоны со сжатым гелием;
- 2—зарядный клапан;
- 3—пусковой клапан гелия;
- 4—отсечные клапаны гелия;
- 5—регуляторы давления;
- 6—блок обратных клапанов;
- 7—перепускной клапан;
- 8—бак горючего системы А;
- 9—бак горючего системы В;
- 10—сливные клапаны;
- 12—разрывная диафрагма и фильтр;
- 13—перепускные предохранительные клапаны;
- 14—топливные отсечные клапаны;
- 15—бак окислителя системы А;
- 16—бак окислителя системы В;
- 17—двигатели

жения аппарата, обеспечивает его трехосную стабилизацию и маневрирование. Тяга двигателя  $R=450$  Н, топливо  $N_2O_4 + \text{«аэрозин-50»}$ , общая масса системы 147 кг. Двигатель R-4D закреплен на кардановом подвесе, позволяющем управлять вектором тяги по тангажу и рысканию. Управление по крену обеспечивается с помощью двигателей на сжатом азоте.

Компоненты топлива размещаются в двух баках, симметрично расположенных относительно продольной оси аппарата, чтобы уменьшить смещение центра масс аппарата при выработке топлива. Система монтируется на отдельной платформе самостоятельным узлом, что позволяет испытывать и проверять ее до установки на аппарат, а также заменять при необходимости отдельные агрегаты системы.

Все соединения системы выполнены пайкой твердым припоем, за исключением соединения с азотным баллоном и с гибкими топливными шлангами, которые присоединяются к двигателям на резьбе.

Азот хранится в баллоне под давлением  $24,5$  МН/м<sup>2</sup>. Перед включением системы открываются клапаны двигателя 23 для дренажирования газа из топливных магистралей, чтобы обеспечить в последующем одновременно поступление компонентов топлива к двигателю при первом за-

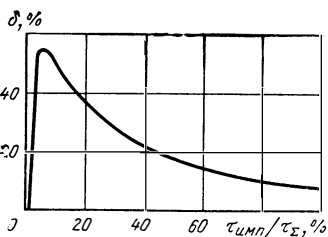


Рис. 2.31. Зависимость относительной толщины абляционного вкладыша двигателя SE-8 от режима работы [87]

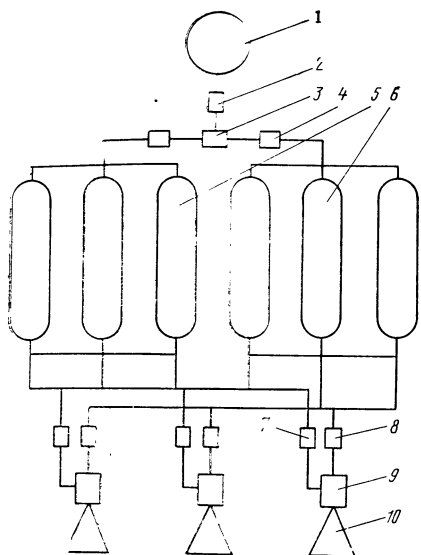


Рис. 2. 32. Функциональная схема реактивной системы управления космического аппарата «Сервейер» [72]:

1—баллон с гелием; 2—пусковой клапан; 3—регулятор давления; 4—перепускные клапаны; 5—баки с горючим; 6—баки с окислителем; 7—топливный клапан горючего; 8—топливный клапан окислителя; 9—камера; 10—сопло

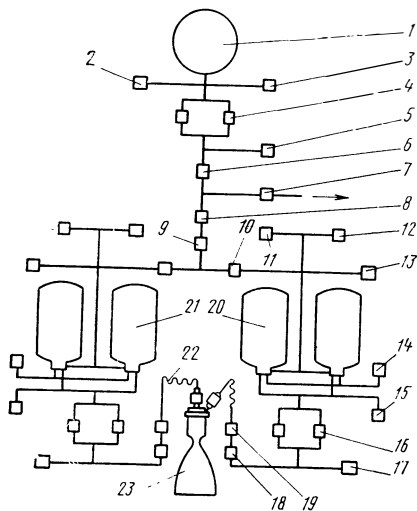


Рис. 2. 33. Функциональная схема реактивной системы управления вектором скорости космического аппарата «Лунар Орбитер» [84]:

1—баллон со сжатым азотом; 2—зарядный клапан; 3, 12—датчики давления; 4—пусковой пироклапан; 5, 13, 14, 17—проверочные клапаны; 6—фильтр; 7—регулятор давления для двигателей на сжатом азоте  $p_p=0,13$  МН/м<sup>2</sup>; 8—отсечной клапан; 9—регулятор давления  $p_p=1,3$  МН/м<sup>2</sup>; 10—обратные клапаны; 11—предохранительный клапан; 15—заправочно-сливной клапан; 16—топливные пироклапаны; 18—топливный фильтр; 19—жиклер; 20—баки горючего; 21—баки окислителя; 22—гибкие топливные шланги; 23—двигатель

пуске. После закрытия клапанов двигателя открываются отсечные топливные клапаны 16 и топливо подводится к двигателю. Система подготовлена к работе. Двигатель в дальнейшем включается по команде программного устройства, а прекращает работу по достижении необходимого приращения скорости по сигналу бортового интегрирующего акселерометра.

В табл. 2. 6 приведены массовые характеристики элементов реактивной системы космического аппарата «Лунар Орбитер». Реактивная система управления космического аппарата «Маринер» имеет блочную конструкцию. Топливо размещается в двух титановых баках внутри тефлоновых мешков под давлением  $p_{бак}=1,6$  МН/м<sup>2</sup>. Газ-азот хранится в двух титановых баллонах под давлением 25,7 МН/м<sup>2</sup>. Двигатель RS-2101 имеет тягу  $R=1330$  Н. Камера сгорания изготовлена из бериллиевого сплава и имеет пленочную систему охлаждения.

В последнее время за рубежом уделяется также большое внимание исследованию реактивных систем управления, в которых используются в качестве топлива жидкие водород и кислород. Впрыскивать топливо в камеру двигателя предполагается в газообраз-

ном виде в связи с тем, что при впрыске жидкого водорода и кислорода при небольших расходах значительная часть его находится в парообразном состоянии, что вызывает исключительную нестабильность в связи с двухфазным впрыском.

Т а б л и ц а 2.6

**Массовые характеристики элементов реактивной системы космического аппарата «Лунар Орбитер»**

| Наименование элементов                          | Масса, кг |
|---|-----------|
| Бак окислителя                                  | 4,90      |
| Бак горючего                                    | 3,22      |
| Регулятор давления $p_p = 1,32 \text{ МН/м}^2$  | 0,70      |
| Проверочный клапан азота                        | 0,18      |
| Регулятор давления $p_p = 0,132 \text{ МН/м}^2$ | 0,42      |
| Топливный фильтр                                | 0,41      |
| Газовый фильтр                                  | 0,17      |
| Топливный пироклапан                            | 0,33      |
| Отсечный пироклапан                             | 0,12      |
| Предохранительный клапан                        | 0,36      |
| Пироклапан азота                                | 0,36      |
| Заправочно-сливной клапан топлива               | 0,16      |
| Двигатель                                       | 2,30      |
| Проверочный клапан топлива                      | 0,10      |
| Топливная магистраль                            | 0,28      |
| Привод системы регулирования вектора скорости   | 1,70      |

Впрыск газообразного водородно-кислородного топлива в камеру двигателя приводит к значительному усложнению системы, так как для газификации жидкого топлива требуются дополнительные устройства: газогенераторы, теплообменники, аккумуляторы и т. д.

Фирмы Марквардт и Эллис Чалмерс разработали систему, состоящую из установки — электролизера для получения газообразного водорода и кислорода электрохимическим разложением воды, которая в качестве топлива запасается на борту летательного аппарата [18]. Энергопотребление установки составляет  $\sim 7 \text{ В}$ , а источником ее могут быть обычные солнечные батареи. Тяга двигательной системы  $R = 4,5 \text{ Н}$  при удельной тяге  $R_{уд} = 3320 \text{ м/с}$ .

На рис. 2.34 приведена зависимость составляющих полной массы системы от суммарного импульса тяги [18]. Из рисунков видно, что относительная масса конструкции системы с увеличением суммарного импульса уменьшается.

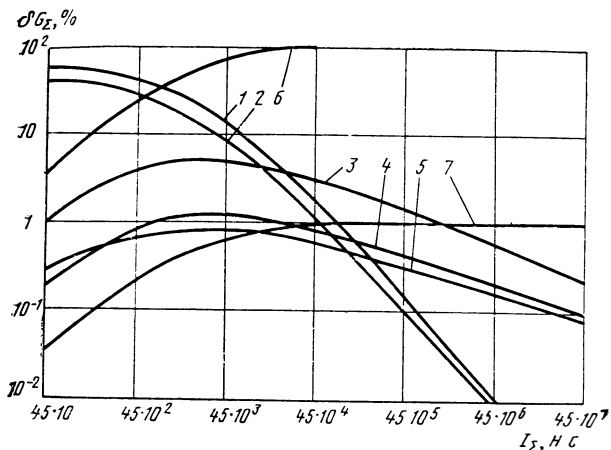


Рис. 2. 34. Зависимость составляющих полной массы системы на двухкомпонентном топливе  $N_2O_4 + A-50$  от суммарного импульса тяги при двух микродвигателях  $R=225$  Н ( $\rho_K = 0,35$  МН/м<sup>2</sup>,  $\frac{G_0}{G_T} = 2$ , камера сгорания с радиационным охлаждением  $q^{-1}(\lambda)=50$ ); газ наддува  $N_2$  (хранится в баллонах из титанового сплава  $\rho_{б.н}=31$  МН/м<sup>2</sup>):

1—микродвигатели; 2—агрегаты автоматики и трубопроводы; 3—баки; 4—эластичные разделители; 5—баллоны; 6—топливо; 7—газ наддува

Характеристики реальных жидкостно-реактивных систем на двухкомпонентном топливе на основе гидразинового горючего и окислов азота следующие:

$R=4,5 \div 10000$  Н;  $R_{уд}^{непр} = 2600 \div 3000$  м/с;  $R_{уд}^{имп} = 1320 \div 1420$  м/с при  $\tau_c = 0,01$  с;  $\kappa = 1,5 \div 2,3$ ;  $I_{\Sigma} \leq 2\ 230\ 000$  Н · с;  $\tau_{\Sigma} \leq 5\ 760\ 000$  с;  $n \leq 10^5$ ;  $\tau_{0,9} = 0,005 - 0,02$  с,  $\tau_{0,1} = 0,007 - 0,03$  с.

Анализ энерго-массовых характеристик подобных систем дает следующее выражение для их полной массы [18]:

$$m_{\Sigma} = A_3 + z_3 I_{\Sigma}; \quad (2.11)$$

где

$$A_3 = m_{дв} + m_{арр}, \text{ кг};$$

$$z_3 = \frac{1 + \nu}{R_{уд.ср}} \frac{1}{1 - \frac{1+q}{1+\kappa} \frac{1/\gamma_r + (1/\gamma_0)\kappa}{\frac{1}{\rho_{б.к}} - \frac{1}{\rho_{б.н}}} \frac{1}{n R_f T_{б.н}}} \times \left[ 1 + \frac{3}{2} \frac{k_6}{k_{с.ш}} \frac{1+q}{1+\kappa} \frac{\frac{i}{\gamma_r} + \frac{1}{\gamma_0} \kappa}{n} \times \left( k_M \frac{\gamma_{м.бак}}{\sigma_{м.бак}} \rho_{бак} + \frac{\gamma_{м.б}}{\sigma_{м.б}} \frac{1}{\frac{1}{\rho_{м.к}} - \frac{1}{\rho_{б.н}}} \right) \right], \text{ с'м};$$

$$\kappa = \frac{m_{т.о}}{m_{т.г}};$$

$m_{т.о}$ ,  $m_{т.г}$  — соответственно масса окислителя и горючего, кг;  $\gamma_0$ ,  $\gamma_r$  — соответственно плотность окислителя и горючего, кг/м<sup>3</sup>.

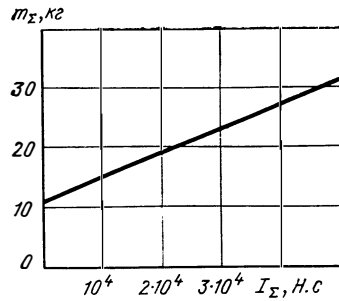
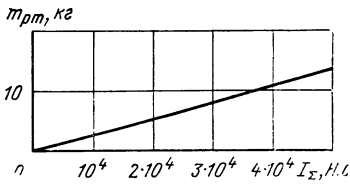


Рис. 2. 35. Зависимость массы рабочего тела от полного импульса тяги при использовании в качестве рабочего тела продуктов сгорания двухкомпонентного жидкого топлива

Рис. 2. 36. Зависимость массы реактивной системы с двенадцатью двигателями в зависимости от полного импульса тяги при использовании в качестве рабочего тела продуктов сгорания двухкомпонентного жидкого топлива

При большом полном импульсе тяги массовые характеристики системы на двухкомпонентном топливе определяются прежде всего видом и запасом топлива и удельной прочностью материала баков и баллонов, а также конструктивным совершенством системы (рис. 2. 35 и 2. 36). Для систем, в которых в качестве топливной пары используется окислитель — азотный тетроксид, горючее — гидразин, монометилгидразин, несимметричный диметилгидразин и аэрозин-50, параметры уравнения (2. 11) имеют приблизительно следующие значения:  $A_3 \approx 12$  кг;  $z_3 \approx 0,0004$  с/м.

Таким образом, с помощью выражения (2. 11), используя значения параметров  $A_3$  и  $z_3$ , можно оценить массу реактивной системы на двухкомпонентном жидком топливе:  $N_2O_4$  + горючее на основе гидразина.

Относительный импульс системы можно определить из выражения [18]

$$\bar{J} = \frac{R_{уд.ср}}{1 + m},$$

где

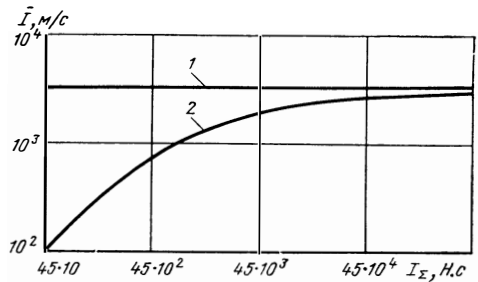
$$m = \frac{2}{3} \frac{k_{\sigma}}{k_{с.ш}} \frac{1 + q}{1 + z} \frac{\frac{1}{\gamma_r} + \frac{1}{\gamma_0} z}{n} \times \left( K_m \frac{\gamma_{м.б}}{\sigma_{м.б}} p_{б.к} + \frac{\gamma_{м.б}}{\sigma_{м.б}} \frac{1}{\frac{1}{p_{б.к}} - \frac{1}{p_{б.н}}} \right). \quad (2. 12)$$

На рис. 2. 37 приведена зависимость относительного импульса системы на двухкомпонентном топливе от суммарного импульса тяги [86]. Из рисунка видно, что с увеличением полного импульса тяги значение относительного импульса приближается к значению удельной тяги топлива.

Рис. 2. 37. Зависимость относительного импульса системы на двухкомпонентном топливе  $N_2O_4 + A-50$  от суммарного импульса тяги при двух микродвигателях  $R=225 \text{ Н}$  ( $p_{\text{н}}=0,35 \text{ МН/м}^2$ ,

$\frac{c_{\text{н}}}{\sigma_{\text{г}}} = 2$ , камера сгорания с радиационным охлаждением,  $q-1(i)=50$ ), газ наддува  $N_2$  (хранится в баллонах из титанового сплава,  $p_{\text{бн}}=31 \text{ МН/м}^2$ ):

1—удельная тяга топлива; 2—относительный импульс системы



## 2.4. ТВЕРДОТОПЛИВНЫЕ РЕАКТИВНЫЕ СИСТЕМЫ

В настоящее время двигатели на твердом топливе широко используют для управления космическими летательными аппаратами. В качестве твердого топлива используется топливо, содержащее в своем составе горючее и окислитель (унитарное твердое топливо) или сублимирующее твердое топливо, т. е. существует два основных вида микродвигателей, использующих в качестве рабочего тела:

- продукты сгорания твердого топлива;
- продукты сублимации твердого топлива.

Основные особенности микродвигателей, работающих на твердом топливе:

- простота конструкции;
- постоянная готовность к запуску;
- высокая надежность;
- простота эксплуатации;
- широкая промышленная и сырьевая базы;
- высокие технико-экономические показатели.

Микродвигатели на твердом топливе обычно не имеют баков, трубопроводов, клапанов, форсунок или систем подачи топлива. Все топливо находится непосредственно в камере сгорания.

Двигатели на твердом топливе используют на космических летательных аппаратах для:

- изменения параметров орбиты искусственных спутников Земли;
- коррекции траектории полета автоматических станций;
- перевода аппарата с одной траектории на другую;
- торможения при сходе аппарата с орбиты и посадке;
- компенсации аэродинамического торможения искусственных спутников Земли;
- стабилизации аппарата вокруг какой-либо оси.

Широкое использование двигателей на твердом топливе в качестве бортовых двигательных установок космических летательных аппаратов стало возможным в результате больших работ, выполненных по улучшению характеристик микродвигателей и, в частности, термостабильности, удельной тяги, механических свойств заряда, массовых параметров конструкций, многократности

включений. Большие исследования в этом направлении ведутся зарубежными фирмами Атлантик Ресера, Сиокол Кэмикал, Эйроспейс, лабораторией реактивного движения Калифорнийского технологического института (США), фирмами SEP, SNIAS (Франция) и др.

Применение микродвигателей на твердом топливе в качестве космических двигательных установок, т. е. в качестве реактивных систем стабилизации, ориентации и коррекции возможно лишь при выполнении определенных требований, основными из которых являются:

- высокая надежность запуска и стабильность рабочих характеристик;

- достаточно высокий удельный импульс (не менее 2800—3000 м/с);

- низкое отношение массы конструкции к начальной массе твердого топлива (массовый коэффициент 0,06—0,08);

- работоспособность после длительного нахождения в условиях космического пространства (глубокий вакуум, колебания температуры, жесткие излучения и т. д.);

- термостабильность заряда и конструкции, обеспечивающая неизменность характеристик последующих запасов двигателя и его рабочих параметров;

- надежный многоразовый запуск, трудность технической реализации которого осложняется тем, что он происходит в условиях одновременного воздействия низких температур и сверхглубокого вакуума;

- минимальная и стабильная величина единичного импульса тяги, а также удовлетворительные частотные характеристики.

Ракетные двигатели, работающие на продуктах сгорания твердого топлива, обладают рядом особенностей, основные из них заключаются в том, что:

- горение твердотопливного заряда обычно продолжается до полного выгорания заряда;

- закон изменения тяги двигателя по времени определен заранее и не поддается регулированию;

- при быстром падении давления в камере прекращается горение заряда, благодаря чему можно повторно запустить двигатель.

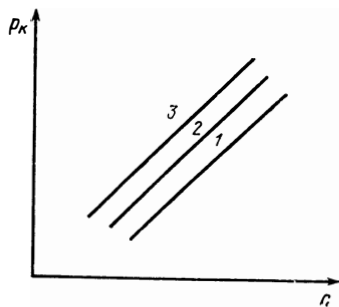
В качестве твердого топлива применяется либо смесевое, либо гомогенное топливо. Последнее не нашло широкого применения в связи с тем, что гомогенное топливо склонно к детонации. Смесевые твердые топлива представляют собой смесь окислителя и горючего.

В качестве окислителя твердого ракетного топлива применяют перхлорат аммония  $\text{NH}_4\text{ClO}_4$ , который в сочетании с поливинилхлоридом развивает удельный импульс  $R_{\text{уд}} = 2200 \div 2500$  м/с.

В качестве связующего вещества применяют: полисульфид, полибутадиен и полиуретан. В зависимости от природы связую-

Рис. 2. 38. Зависимость давления в камере двигателя на твердом топливе от отношения площадей горения и критического сечения сопла и от начальной температуры заряда:

1—при температуре  $t_1$ ; 2—при температуре  $t_1$ ; 3—при температуре  $t_3$ ;  $t_1 > t_2 > t_3$



щего вещества физические свойства твердого топлива могут изменяться в широком диапазоне, от твердого до эластичного.

К твердому топливу предъявляются следующие основные требования:

- механические свойства топлива должны обеспечить возможность создания заряда необходимой конфигурации, достижения стабильности его характеристик в процессе эксплуатации, воспламенения и горения;

- физические свойства топлива должны сохраняться во всем температурном диапазоне эксплуатации и не изменяться в течение срока эксплуатации реактивной системы,

- изменение скорости горения топлива в зависимости от давления и температуры заряда, а также от скорости потока газа вдоль поверхности горения должно быть наименьшим;

- обеспечение высокой эффективности двигательной установки.

Основные параметры микродвигателя на твердом топливе — тяга и время работы — определяются главным образом формой и размерами заряда. Заряды твердого топлива могут иметь различные геометрические формы. Наиболее эффективно топливо используется при постоянной тяге двигателя. За счет организации постоянной площади поверхности горения заряда в камере сгорания микродвигателя создается постоянное давление.

Приближенно давление в камере сгорания можно представить как функцию отношения площади поверхности горения к площади критического сечения

$$p_k \approx \left( \frac{F_r}{F_{кр}} \right)^{\frac{1}{n-1}} = c^{\frac{1}{n-1}},$$

где  $F_r$  — площадь горения твердого заряда;  $F_{кр}$  — площадь критического сечения сопла.

На рис. 2. 38 приведены зависимости по влиянию начальной температуры заряда и коэффициента  $c$  на величину давления газа в камере сгорания.

При проектировании топливных зарядов площадь проходных сечений для газа в заряде должна быть достаточной для того, чтобы истечение газов из камеры происходило с небольшой скоростью. Для исключения эрозийного горения заряда и повышения давления в камере принимают

$$\frac{F_k}{F_{кр}} \geq 2,$$



где  $F_k$  — площадь камеры,  $m^2$ ;  $F_{кр}$  — площадь критического сечения сопла,  $m^2$ .

Заряд торцового горения прост по устройству с коэффициентом заполнения камеры сгорания топливом, близким к единице. Заряд изготавливается в виде цилиндрической шашки без канала, бронированной по всей поверхности за исключением торца, обращенного к соплу.

Заряды трубчатой формы могут быть с постоянной поверхностью горения, когда горение происходит по наружной и внутренней поверхностям, а торцы заряда имеют бронировку, и с переменной поверхностью горения, когда наружная поверхность бронирована, а горение происходит по внутренней поверхности или по внутренней поверхности и с торцов. Горение такого заряда происходит линейно-прогрессивно, так как поверхность горения увеличивается. С другой стороны, здесь отпадают вопросы теплоизоляции стенок камеры.

В качестве твердого ракетного топлива для двигателей космических аппаратов фирмой Атлантик Ресерч используются, например, смесевые твердые топлива на основе перхлората аммония (60—80%) и поливинилхлоридного связующего (8—11%), пластификатора (10—12%) и порошкообразного алюминия.

Фирма Локхид Пропалши разработала двигатель на твердом топливе для коррекции орбиты искусственного спутника Земли, применив смесевое топливо на основе перхлората аммония и сополимера бутадиена и акриловой кислоты, которое обладает удовлетворительными механическими характеристиками и может быть использовано при температуре 60—80° С [18].

Смесевые твердые топлива, содержащие перхлорат аммония, полиуретановое связующее и присадку алюминия, обеспечивают реальный удельный импульс  $R_{уд} = 2720 \div 2730$  м/с, а введение в состав топлива бериллия и его соединений увеличивает удельный импульс до 3190—3240 м/с. Недостаток последних — чрезвычайно высокая токсичность продуктов сгорания.

Одним из высокоэнергетических компонентов твердого топлива является бисборингидразин  $(BH_3)_2N_2H_4$ . Фирма ESSO провела исследование твердых топлив, содержащих бисборингидразин, который по существу является твердым монотопливом, так как при взаимодействии бора и азота выделяется тепло, нагревающее рабочее тело — водород. Характерная особенность этого топлива — низкая температура продуктов сгорания и высокое значение удельного импульса тяги ( $R_{уд} = 2780$  м/с при  $\frac{p_k}{p_c} = 70$ ), а недостаток топлива — высокая химическая активность и гигроскопичность бисборингидразина [18].

При многократном включении двигателя на твердом топливе должны быть предусмотрены средства для:

- гашения заряда;
- предотвращения его последующего самопроизвольного воспламенения от воздействия нагретых элементов конструкции;

-- повторного запуска по команде.

Наиболее распространенные методы гашения заряда:

— резкий сброс давления в камере двигателя через специальный клапан (наиболее универсальный метод);

— применение секционированной конструкции заряда, когда заряд выполняется из отдельных секций, разделенных теплоизолирующими прокладками («вафельный» заряд).

Гашение секционного заряда происходит лишь после полного выгорания очередной секции. Каждая секция имеет автономный воспламенитель, срабатывающий по команде. Основной недостаток секционного заряда — потеря части рабочего тела, возникающей, когда потребность в работе двигателя отпадает, а очередная секция заряда еще не выгорела до конца.

Многосекционный заряд, разработанный фирмой Тиокол Кэмикал, состоит, например, из отдельных секций твердого топлива, бронированных снаружи тремя слоями нейлона с пропиткой эпоксидной смолой. Толщина бронировющего покрытия  $\sim 3$  мм. Секции включаются в стаканы с боковыми стенками и дном толщиной соответственно 6 и 3 мм, изготовленными из углеводородного полимера с асбестовым наполнителем. Параметры 6-ти секционного заряда: диаметр 315 мм, длина 30,5 мм, масса 23 кг, время горения 12,5 с, давление в камере  $p_k = 4,0$  МН/м<sup>2</sup>. Состав твердого топлива — 43,5% перхлората аммония, 55% — полиэфирного связующего и твердого охладителя и 3,5% отвердителя.

Принципиально новое направление в развитии реактивных систем управления на твердом топливе — разработка систем на сублимирующем твердом топливе.

На рис. 2.39 приведена принципиальная схема системы для синхронного искусственного спутника Земли АТС-II. В качестве рабочего тела используют продукты сублимации твердого кристаллического вещества 7 (Sublex), которое хранится в тонкостенном баке 5. Давление паров этого вещества определяется равновесием системы: кристаллическое вещество-пар.

При подаче электрической команды на электроклапан 2 пары сублимата твердого вещества, проходя через терморегулируемый дроссель 4 и коллектор с фильтрами 3, выбрасываются из сопла 1, создавая тягу. Израсходованный объем пара компенсируется сублимацией твердой фазы топлива до достижения равновесного давления в баке. На рисунке видно, что давление паров сублимата твердого топлива перед соплами поддерживается с помощью дросселя. Термочувствительный расширяющийся элемент 8 используется для управления работой терморегулируемого дросселя. Микродвигатель обеспечивает тягу  $R = 2,45 \cdot 10^{-3}$  Н в течение 20 ч непрерывной работы. Расчетная продолжительность полета более 2,5 лет.

В качестве топлива описанной системы применяется топливо Sublex А или Sublex В. На рис. 2.40 приведена зависимость давления паров сублимата от температуры топлива.

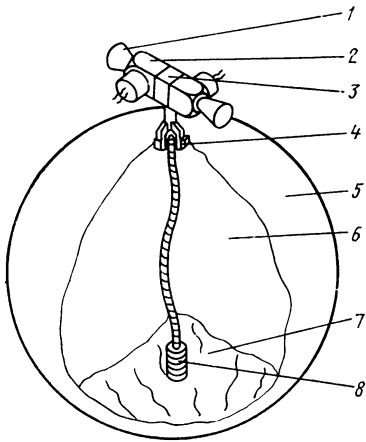


Рис. 2.39. Конструкция реактивной системы управления на твердом сублимирующем топливе фирмы «Рокит Рисеч» [18]:

1—сопло; 2—электроклапан; 3—коллектор с фильтрами; 4—терморегулируемый дроссель; 5—топливный бак; 6—полость с азотом; 7—сублимирующее твердое топливо; 8—термочувствительный расширяющийся элемент

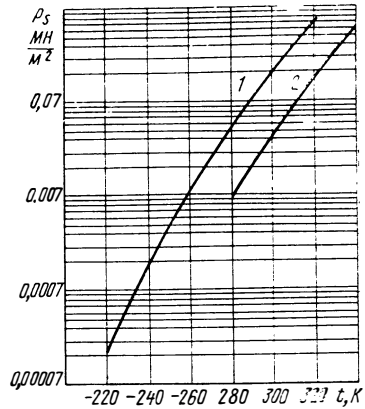


Рис. 2.40. Изменение давления паров сублимата от температуры топлива [18]:

1—Sublex A; 2—Sublex B

Реактивные системы на сублимирующем твердом топливе могут применяться для малых уровней тяг. Реактивные системы управления на твердом сублимирующем топливе имеют ряд преимуществ по сравнению с системами на сжатых газах, а именно:

— малую массу, так как относительная масса топливного бака для систем на сублимирующем топливе составляет 0,1, тогда как для систем на сжатом газе она превышает 1;

— значительно меньшее давление рабочего тела ( $0,05 \text{ MN/m}^2$  вместо  $20\text{—}30 \text{ MN/m}^2$ ), что значительно облегчает решение вопросов герметичности;

— произвольная форма топливных баков (благодаря малому рабочему давлению) позволяет размещать их в свободных полостях космического аппарата;

— меньший объем топлива, так как оно хранится в твердом кристаллическом состоянии, чем обеспечивается большая плотность заполнения топливного бака.

Оптимальное давление пара конкретной системы обеспечивается выбором соответствующего твердого топлива и его рабочей температуры.

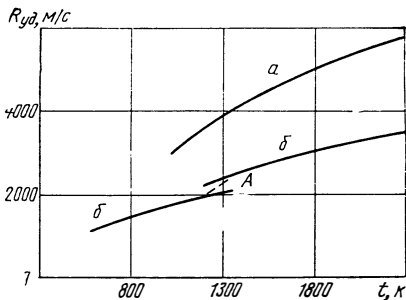
По данным работы [219] для топлива Sublex и уровня тяги  $R < 4,5 \text{ Н}$  давление пара должно быть  $\sim 0,07 \text{ MN/m}^2$ , а для тяги  $R < 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$  — до  $0,007 \text{ MN/m}^2$ .

К сублимирующим твердым топливам предъявляются следующие требования:

— не должны медленно диссоциировать, так как при этом увеличивается давление пара в баке;

Рис. 2. 41. Зависимость теоретического удельного импульса различных рабочих тел от температуры их подогрева:

$\alpha$ —гибрид лития;  $\beta$ —гидросульфид аммония;  $A$ —увеличение удельного импульса за счет разложения аммиака [18]



— не должны полимеризоваться и уменьшать летучесть паров с течением времени;

— должно поддерживаться стабильное давление паров во времени;

— должна обеспечиваться взрывобезопасность, нечувствительность к воздействию воздуха и влаги, совместимость с конструкционными материалами;

— достаточно высокая скорость сублимации топлива, обеспечивающая поддержание равновесного давления пара при значительном расходе рабочего тела.

Сублимирующее топливо Sublex химически инертно и взрывобезопасно, однако при продолжительном воздействии воздуха оно впитывает влагу, поэтому топливный бак наддувается обезвоженным азотом.

Твердое сублимирующее топливо используется либо в виде сплошной кристаллической массы, либо в виде спрессованного или гранулированного порошка.

Для сублимации твердого топлива используется специальное устройство для подогрева топлива. Так, например, для поддержания тяги  $4,5 \cdot 10^{-3}$  Н требуется приток тепла  $\sim 10$  Вт, причем требуемый теплоподвод пропорционален уровню тяги.

На рис. 2. 41 приведена зависимость удельной тяги от температуры подогрева для сублимирующих веществ гибрида лития и гидросульфита аммония. Из рисунка видно, гидрид лития и гидросульфит аммония как сублимирующие твердые топлива при значительном подводе тепла позволяют получить большую удельную тягу.

## 2.5. ЭЛЕКТРОРЕАКТИВНЫЕ СИСТЕМЫ

В рассматриваемых ранее реактивных системах управления космическими аппаратами использовался принцип газодинамического ускорения потока в сопле, при этом источник энергии и источник рабочего тела, как правило, были объединены. Существует и другая возможность ускорения рабочего тела, при которой используют электрические и магнитные поля. В этом случае возможно значительно увеличить скорость истечения рабочего тела и, следовательно, удельную тягу микродвигателей. Однако для этого рабочее тело предварительно должно быть переведено в такое состояние, когда на него может воздействовать электрическое или магнитное поле. Для этого источник энергии и устройство для подвода энергии к рабочему телу должны быть разъединены. Это позволяет

достичь весьма высоких значений скоростей истечения рабочего тела, значительно превышающих скорости истечения в микродвигателях других типов систем. Однако существенное увеличение скорости истечения и удельной тяги электрореактивных систем сопровождается одновременно уменьшением абсолютных значений величин тяги.

Так как для создания электрических и электромагнитных полей расходуется электрическая энергия, источник этой энергии в виде ядерной энергоустановки или фотоэлектрического преобразователя солнечной энергии должен размещаться на борту космического аппарата. В обоих случаях масса энергоустановок на единицу вырабатываемой энергии пока еще очень велика, поэтому велика и масса энергоустановки в целом.

Разделение источников энергии и рабочего тела в электрореактивных системах и использование принципа ускорения с помощью электрического или магнитного полей позволяют значительно повысить экономичность реактивных систем и значительно уменьшить запас рабочего тела на борту космического аппарата. В связи с этим электрореактивные системы имеют несомненные преимущества и рассматриваются как перспективные для длительных и энергосемких космических полетов. Например, при полетах к Марсу использование таких систем позволит в 2—3 раза уменьшить начальную стартовую массу космического аппарата на околоземной орбите, а при полетах к Юпитеру и другим планетам использование электрореактивных систем позволит уменьшить продолжительность полета в несколько раз.

Интенсивное исследование электрореактивных систем началось в шестидесятих годах нашего столетия, причем изучались первоначально ионные микродвигатели, электротермические и импульсные плазменные.

Впервые в реальных условиях на советской автоматической межпланетной станции «Зонд-2» были испытаны плазменные микродвигатели системы ориентации. Плазменно-ионный двигатель с газоразрядным источником был испытан на автоматической ионосферной лаборатории «Янтарь». На метеорологическом спутнике «Метеор» был испытан плазменный ускоритель с замкнутым дрейфом электронов. В США электронагревные микродвигатели испытывались на спутниках серии ATS. Ионные микродвигатели с объемной и с поверхностной ионизацией испытывались на спутниках LES. Для ориентации американского связного геосинхронного спутника SERT-II использовался импульсный микродвигатель. В последнее время в США ведутся работы по созданию многоцелевой системы мощностью около 20 кВт с солнечными батареями и ионными микродвигателями.

Несмотря на очевидные преимущества электрореактивных систем, они до настоящего времени не нашли широкого применения в связи с отсутствием достаточно мощного и в то же время легкого источника электрической энергии, который можно было бы уста-

новить на борту космического аппарата. К тому же тяга электрических микродвигателей сравнительно невысока.

Как известно, экономичность системы характеризуется использованием массы рабочего тела для создания тяги и определяется величиной эффективной скорости истечения  $V_{\text{эф}}$  рабочего тела. Чем больше эффективная скорость истечения, тем меньше рабочего тела расходуется на создание заданной тяги. Ведется непрерывный поиск схем реактивных систем управления и методов ускорения рабочего тела, позволяющих существенно повысить эффективную скорость истечения рабочего тела в микродвигателях. Для реактивных систем управления космических аппаратов экономичное использование рабочего тела имеет особо важное значение, так как современные ракеты-носители на химических топливах могут выводить на низкие околоземные орбиты массу, составляющую лишь около 5% от начальной массы ракеты [31]. Еще более жесткие требования предъявляются к системам при длительных космических полетах.

Возможные значения эффективной скорости истечения в микродвигателях на химическом топливе ограничены как сравнительно малой энергией химических связей, так и высокой молекулярной массой продуктов реакции. Поэтому достижимые эффективные скорости истечения в микродвигателях на химическом топливе не могут превышать  $5 \cdot 10^3$  м/с. Разделение в электрических реактивных системах источников рабочего тела и использование ядерной и солнечной энергии позволяют преодолеть ограничения, характерные для реактивных систем на химическом топливе.

Независимые источники рабочего тела и энергии позволяют выбрать рабочее тело с наилучшими теплофизическими свойствами и повысить его выходную кинетическую энергию до значений, совершенно недостижимых в системах на химическом топливе.

В электрических реактивных системах первичная энергия (ядерная, солнечная) преобразуется в электрическую, которая далее используется как в электрических реактивных микродвигателях, так и в других бортовых системах космического аппарата.

Принципиальное отличие электрореактивных систем от других типов реактивных систем заключается в том, что в них вместо тепловых ускорителей рабочего тела используются значительно более эффективные плазменные ускорители или электростатические ускорители одноименно заряженных частиц. В плазменных и электростатических ускорителях рабочее тело может быть разогнано до скоростей десятки и сотни километров в секунду, что совершенно исключается в тепловых ускорителях.

Для электрореактивных систем существует оптимальное значение эффективной скорости истечения, при котором обеспечивается минимальная начальная масса системы и бортовой энергоустановки [31]. Действительно, начальная масса  $M$  реактивной системы и бортовой энергоустановки определяется выражением

$$M = M_{p,\tau} + M_k, \quad (2.13)$$

где  $M_{p,\tau}$  — масса рабочего тела;  $M_k$  — масса конструкции электро-реактивной системы и бортовой энергоустановки, которая определяется в основном массой энергоустановки.

Требуемый запас рабочего тела при средней тяге микродвигателей  $R$  и времени их работы  $\tau$  определяется из выражения

$$M_{p,\tau} = \frac{R\tau}{V_{эф}}. \quad (2.14)$$

Масса конструкции бортовой энергоустановки приближенно пропорциональна вырабатываемой электрической мощности  $N$ :  $M_k = \gamma_k N$ , где  $\gamma_k$  — удельная масса конструкции бортовой энергоустановки. Если коэффициент полезного действия бортовой энергоустановки  $\eta$ , то реактивная мощность струи  $N_p$  связана с  $N$  следующими соотношениями:

$$N_p = \eta N = \frac{\dot{m}V_{эф}^2}{2} = \frac{RV_{эф}}{2}.$$

где  $\dot{m}$  — массовый расход рабочего тела,

откуда 
$$N = \frac{RV_{эф}}{2\eta}$$

и 
$$M_k = \gamma_k \frac{RV_{эф}}{2\eta}. \quad (2.15)$$

Таким образом, по мере возрастания эффективной скорости истечения масса бортовой энергоустановки возрастает, а масса рабочего тела уменьшается. Поэтому имеется некоторое оптимальное значение скорости истечения рабочего тела, при котором достигается минимальная величина суммарной массы электрореактивной системы и бортовой энергоустановки. Подставляя выражения (2.14), (2.15) в выражение (2.13) и дифференцируя полученное выражение по  $V_{эф}$ , находим, что минимальное значение массы достигается при значении эффективной скорости истечения

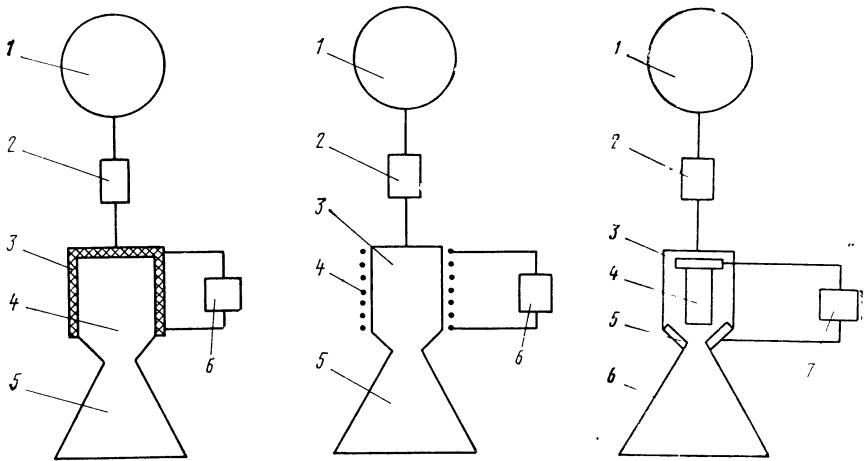
$$V_{эф} = \sqrt{\frac{2\eta\tau}{\gamma_k}}.$$

При удельной массе  $\gamma_k = 10^{-2}$  кг/Вт, времени работы  $\tau = 3,6 \cdot 10^7$  с и коэффициенте полезного действия  $\eta = 0,6$  оптимальное значение эффективной скорости истечения составляет около 65000 м/с.

Основные преимущества электрореактивных систем: высокая удельная тяга, большой ресурс работы, возможность большого числа включений (до  $10^6$ — $10^8$  и выше для импульсных плазменных микродвигателей), предельно малый единичный импульс (до  $10^{-4}$  Н·с).

Следует отметить, что достигнутый в настоящее время уровень характеристик электрореактивных систем не предел возможного.

По типу устройства для ускорения рабочего тела все электрореактивные системы в зависимости от типа микродвигателей, которые в них используются, можно разделить на три большие груп-



**Рис. 2. 42. Схема электронагревного микродвигателя резисторного типа:**

1—бак с рабочей жидкостью; 2—пусковой клапан; 3—пористый нагревательный элемент; 4—камера; 5—сопло; 6—источник электроэнергии

**Рис. 2. 43. Схема электронагревного микродвигателя с индукционным нагревом рабочего тела:**

1—бак с рабочим телом; 2—пусковой клапан; 3—камера; 4—индукционная катушка; 5—сопло; 6—высокочастотный электрогенератор

**Рис. 2. 44. Схема электродугового микродвигателя:**

1—бак с рабочим телом; 2—пусковой клапан; 3—камера; 4—катод; 5—анод; 6—камера; 7—источник электроэнергии

пы: электротермические, электростатические, электромагнитные плазменные.

Электротермические микродвигатели — переходный тип микродвигателей, хотя источник энергии и механизм ускорения здесь разделены, в качестве последнего используется газодинамическое сопло. В таких микродвигателях рабочее тело разогревается с помощью электрической энергии в теплообменнике с последующим газодинамическим ускорением, однако уровень используемой здесь электроэнергии недостаточен для ионизации рабочего тела.

В зависимости от способа нагрева рабочего тела различают электронагревные, электродуговые и электроабляционные микродвигатели. В электронагревных микродвигателях рабочее тело разогревается методом конвекции и лучеиспускания от электрических элементов сопротивления, поэтому такие микродвигатели называют еще и резисторными. Электропитание от источника энергии поступает к нагревателю, который одновременно является стенкой камеры (рис. 2. 42). Здесь происходит выделение джоулева тепла и разогревание рабочего тела. При использовании в качестве него водорода можно получить удельную тягу до  $10^4$  м/с. Разновидностью такого микродвигателя является двигатель, у которого тепло



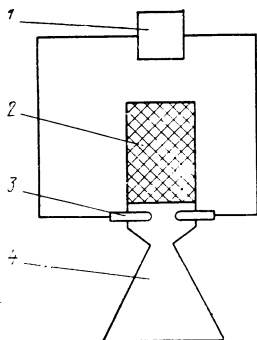


Рис. 2. 45. Схема электроабляционного микродвигателя:

1—источник электропитания; 2—камера с возгорающимся твердым рабочим телом; 3—электроды; 4—сопло

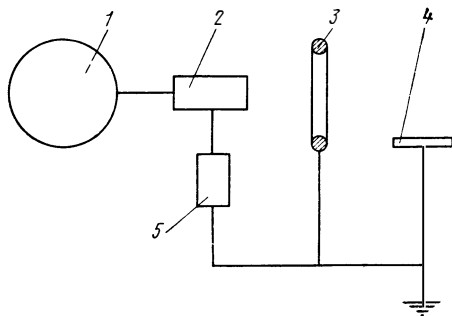


Рис. 2. 46. Схема ионного микродвигателя:

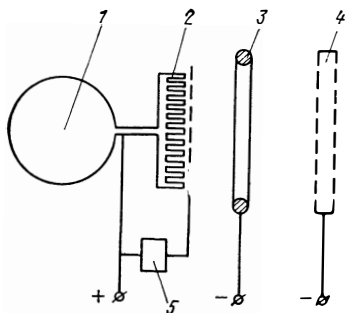
1—емкость с рабочим телом; 2—источник заряженных частиц (ионов); 3—ускоритель частиц; 4—нейтрализатор; 5—источник электроэнергии

подводится к рабочему телу при помощи высокочастотного электрического поля (рис. 2. 43).

В рассмотренных типах микродвигателей величина удельной тяги ограничена термостойкостью материала нагревателя. Этот недостаток устраняется в электродуговых микродвигателях, в которых энергия передается непосредственно рабочему телу с помощью электрической дуги (рис. 2. 44). Недостаток этих микродвигателей связан с необходимостью надежного охлаждения его элементов, а также эрозией электродов. Удельная тяга таких микродвигателей около  $3 \cdot 10^4$  м/с. Разновидностью электродугового микродвигателя является электроабляционный микродвигатель (рис. 2. 45), в котором вместо жидкого рабочего тела используется твердое (нафталин, аммоний и т. д.), которое при подводе тепла сублимирует, переходя в газообразное состояние. Удельная тяга таких микродвигателей около  $10^4$  м/с.

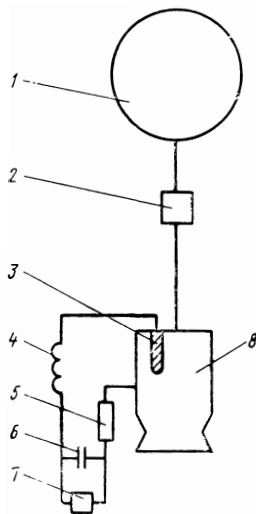
Если в предыдущем типе микродвигателей предполагается превращение электрической энергии в тепловую, а затем в кинетическую энергию истекающих газов, то в электростатических микродвигателях ускорение потока основано на взаимодействии положительно заряженных частиц с электрическим полем. Такой микродвигатель состоит из источника ионов или других заряженных частиц, ускоряющей системы, создающей электрическое поле, нейтрализатора, добавляющего в истекающую положительно заряженную струю электроны, которые нейтрализуют ее. По типу используемых заряженных частиц различают ионные микродвигатели (рис. 2. 46), работающие на атомарных ионах, и коллоидные микродвигатели (рис. 2. 47), в которых происходит ускорение более крупных частиц (объединений атомов и молекул, капелек, коллоидных частиц и т. д.).

В качестве рабочего тела ионных микродвигателей используются щелочные металлы — цезий, калий и т. д. В известных образцах ионных микродвигателей применяются газоразрядные и контактные ионные источники. Удельная тяга таких микродвигателей около  $10^5$  м/с.



**Рис. 2. 47. Схема коллоидного микродвигателя:**

1—емкость с рабочей жидкостью; 2—капиллярное устройство; 3—ускоряющий электрод; 4—нейтрализатор; 5—источник электроэнергии



**Рис. 2. 48. Схема импульсного плазменного микродвигателя:**

1—емкость с рабочим телом; 2—пусковой клапан; 3—электрод; 4—индуктивность; 5—сопротивление; 6—конденсатор; 7—источник электроэнергии; 8—камера-электрод

В коллоидных микродвигателях ускоряются уже не ионы, а сравнительно крупные частицы (примерно в тысячу раз больше по массе). Рабочая жидкость поступает в камеру микродвигателя по капиллярным трубкам. Электрическое поле у выходного сечения капилляров приводит к неустойчивости жидкой струи и ее распаду на заряженные многомолекулярные капельки. Создаваемое же электростатическое поле ускоряет эти частицы, а нейтрализатор создает нейтральную реактивную струю. Рабочим телом коллоидных микродвигателей служат жидкие металлы, органические жидкости и т. д. Удельная тяга таких устройств составляет около  $10^4$  м/с.

В настоящее время наиболее разработаны ионные микродвигатели, которые отличаются сравнительно простой конструкцией.

В электромагнитных плазменных микродвигателях рабочее тело находится в состоянии квазинейтральной плазмы, т. е. электроны и ионы одновременно ускоряются вместе за счет взаимодействия магнитных и электрических полей. В связи с этим в таких микродвигателях отсутствует нейтрализатор по сравнению с ионными микродвигателями, что является существенным преимуществом. Другое преимущество плазменных микродвигателей — значительно меньшее требуемое напряжение, что позволяет использовать низковольтные источники тока. Эти микродвигатели можно разделить на сильноточные, плазменные, магнитогидродинамические и радиационные, а по способу создания разрядного тока — на стацио-

нарные, в которых ток и напряжение постоянны во времени, и импульсные, с чередованием рабочих импульсов разрядного тока и пауз между ними (рис. 2.48).

Сильноточные плазменные микродвигатели — комбинация электротермических и электромагнитных микродвигателей. Величина удельной тяги в таких устройствах достигает  $5 \cdot 10^4$  м/с.

В магнетогидродинамических микродвигателях плазма ускоряется за счет сил, возникающих при взаимодействии магнитных и электрических полей.

При импульсном режиме питания к ускорителю можно подвести большую энергию, не вызывая при этом разрушения его конструкции (пиковая мощность достигает  $10^2$ — $10^4$  Вт). В то же время средняя потребляемая мощность может быть и небольшой. Продолжительность рабочего цикла (от микросекунд до миллисекунд) может меняться в широких пределах, а выбор рабочего тела неограничен. Постоянная готовность к работе, малая инерционность и практически полное отсутствие импульса последствия, а также возможность строгой дозировки единичных импульсов — преимущество импульсных плазменных микродвигателей.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ  
НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ  
ЖИДКОСТИ И ГАЗА В ТРУБОПРОВОДАХ  
РЕАКТИВНЫХ СИСТЕМ

3.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Математическому описанию неустновившегося движения жидкости в трубах, начиная с основополагающей работы Н. Е. Жуковского о гидравлическом ударе [34], посвящено значительное количество работ, основные из которых приведены в обзоре [51]. Полученные Н. Е. Жуковским уравнения на определенном этапе достаточно полно удовлетворяли запросам практики, а поэтому усилия исследователей были направлены на разработку методов их интегрирования. С развитием ракетно-космической техники и гидроавтоматики возникла необходимость учета более тонких эффектов, связанных с гипотезой о характере вязкого трения, влиянием инерционности стенок, условий закрепления трубопроводов и т. п.

Реактивные системы управления КЛА, как правило, функционируют в импульсном режиме. Примерная длительность отдельных процессов, происходящих при запуске и остановке ракетного микродвигателя на жидком топливе [18]:

1. При подаче командного электрического сигнала и включении двигателя

|  |          |
|--|----------|
| открытие клапана . . . . .   | 0,005 с; |
| заполнение заклапанной полости . . . . .   | 0,030 с; |
| физико-химические процессы, связанные с возрастанием давления в камере до 10% от номинального значения . . . . . | 0,005 с; |
| повышение давления в камере от 10 до 90% от номинального значения . . . . .                                      | 0,01 с   |

2. При снятии командного электрического сигнала и выключении двигателя:

|   |                |
|---|----------------|
| закрытие клапана и прекращение подачи топлива . . . . . | 0,005—0,010 с. |
|---|----------------|

При математическом описании динамических процессов такой длительности трубопроводы необходимо рассматривать как системы с распределенными параметрами.

В пневмогидравлических системах микродвигателей часто используются трубчатые теплообменные устройства для подогрева газа или газификации жидкого компонента, поэтому в системе могут быть участки с двухфазным течением. Двухфазные течения могут возникать также при выделении из жидкого компонента растворенного газа в результате понижения давления при включении микродвигателя.

При течении двухфазных жидкостей и газов в трубах существенное влияние на качественную и количественную картину движения могут оказывать неравновесные (релаксационные) процессы. Последние, как известно, приводят к диссипации механической энергии, а в некоторых случаях — к возбуждению колебаний в системе [52].

Таким образом, основная проблема связана с построением математической модели неустановившегося движения жидкости и газа в сложных трубопроводах. Эта модель, с одной стороны, должна быть предельно простой в математическом отношении, а с другой стороны, — достаточно полно описывать неустановившееся течение жидкости и газа в трубах. Для решения этой проблемы необходимо выяснить влияние и роль релаксационных процессов, экспериментально проверить выполнимость условий непрерывности расхода и давления в местах стыка и узлах разветвления трубопроводов; решить вопрос, касающийся учета местных потерь в математической модели сложных трубопроводов.

### 3.2. ДИНАМИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ

Начиная с работ Н. Е. Жуковского, при математическом описании неустановившегося движения жидкости и газа в трубах господствующее положение занимает подход, при котором основное внимание уделяется установлению законов деформации среды. Иными словами, система уравнений, описывающая движение жидкости или газа, включает уравнение количества движения, неразрывности и уравнения состояния вида

$$p = f(q), \quad (3.1)$$

где  $p$  — давление;  $q$  — плотность.

Такой вид уравнение состояния имеет только при замороженном или равновесном законах сжатия (расширения) жидкости или газа. Промежуточные состояния не могут быть описаны уравнением (3.1), так как оно не учитывает кинетику внутренних процессов, определяющих темп установления равновесия в газожидкостной среде.

При описании промежуточных состояний может быть два подхода: газодинамический [48] или акустический [58].

В первом случае для описания движущейся среды используют уравнения количества движения, неразрывности, энергии, термическое уравнение состояния и релаксационное уравнение; во втором — уравнения количества движения, неразрывности и динамическое уравнение состояния.

Ясно, что акустический метод описания неустановившегося движения жидкости и газа в трубах предпочтительнее газодинамического не только в силу сложившейся традиции, но и в силу его математической простоты и наглядности. Но в этом случае возрастают требования к динамическому уравнению состояния как с точки зрения точности описания реального процесса, так и простоты его математической формулировки. Основная задача состоит в

том, чтобы представить динамическое уравнение состояния в форме, позволяющей, с одной стороны, расширить круг охватываемых им физических процессов и, с другой стороны, позволяющей математически проанализировать эти явления в линейном приближении.

Как известно [58], используемое в физической акустике динамическое уравнение состояния позволяет описывать релаксационные процессы, протекающие во времени по экспоненциальному закону. Однако такой закон установления равновесия в среде не всегда наблюдается в действительности, так как кинетика многих явлений не всегда может быть описана в рамках простейшего представления о релаксационном процессе. При учете членов второго порядка малости, отбрасываемых при разложении исходных уравнений в ряд Тейлора, приходят к нелинейному динамическому уравнению состояния [57], использование которого сопряжено с существенными трудностями.

Рассмотрим некоторые варианты представления динамического уравнения состояния, существующие в литературе [57] и предложенные нами для некоторых специальных случаев в работах [8, 10].

С точки зрения термодинамики, состояние любой среды (твердой, жидкой, газообразной) может быть охарактеризовано «внешними» переменными как, например, объем, деформация, напряженность электрического или магнитного полей и т. д. При внезапном изменении «внешних» переменных может оказаться, что существуют другие переменные, которые не успевают «следить» за изменением первых. Следовательно, их новые равновесные значения, соответствующие измененным внешним условиям, устанавливаются с некоторым запаздыванием. Запаздывание в установлении равновесия в среде обусловлено тем, что внешние переменные связаны между собой через внутренние параметры среды, скорость изменения которых является конечной. В силу этого исследование релаксационных процессов идет по пути выяснения влияния кинетики внутренних переходов в среде на внешние переменные. При таком подходе можно изучать процессы, которые непосредственно не наблюдаются.

Пусть уравнение состояния среды имеет вид

$$p = p(S, q, E), \quad (3.2)$$

где  $S$  — энтропия;  $E$  — внутренний параметр, характеризующий степень отклонения термодинамической системы от состояния равновесия. Так, например, для химических реакций параметр  $E$  характеризует степень завершенности реакции, для двухфазных жидкостей — концентрацию паровой или газовой фазы, для газов — энергию соответствующих степеней свободы и т. п.

При движении жидкости или газа в непрерывном потоке, т. е. в трубах, уравнение состояния имеет вид (3.2) [6]. При этом энтропия  $S$  определяет интенсивность тепломассопотока к движущейся среде, а также внутренние диссипативные эффекты. Поэтому при движении однородных жидких или газообразных сред в тру-

бах уравнение (3.2) описывает не только неравновесные, но и нестационарные (в термодинамическом смысле) процессы.

При отсутствии внешних возмущений в среде устанавливается равновесие, уровень которого определяется равновесными значениями параметров  $E_0$ ,  $p_0$ ,  $q_0$ ,  $S_0$ . Если равновесное состояние нарушено, то термодинамическая система будет стремиться к новому состоянию со скоростью  $\frac{dE}{dt} = f(E, p, q, S)$ , или в соответствии с выражением (3.2)

$$\frac{dE}{dt} = \psi(S, q, E). \quad (3.3)$$

Уравнение (3.3) является так называемым релаксационным уравнением, которое в простейшем случае имеет вид  $\frac{dE}{dt} = -\frac{E - E_0}{\tau}$ , где  $\tau$  — время релаксации.

Разложим (3.2) и (3.3) в окрестности равновесного состояния в ряд Тейлора и отбросим члены второго порядка малости и выше. Получим

$$p - p_0 = A_1(S - S_0) + A_2(q - q_0) + A_3(E - E_0);$$

$$\frac{dE}{dt} = B_1(S - S_0) + B_2(q - q_0) + B_3(E - E_0),$$

где

$$A_1 = \left( \frac{\partial p}{\partial S} \right)_{qE}; \quad A_2 = \left( \frac{\partial p}{\partial q} \right)_{SE}; \quad A_3 = \left( \frac{\partial p}{\partial E} \right)_{qS};$$

$$B_1 = \left( \frac{\partial \psi}{\partial S} \right)_{qE}; \quad B_2 = \left( \frac{\partial \psi}{\partial q} \right)_{SE}; \quad B_3 = \left( \frac{\partial \psi}{\partial E} \right)_{qS}.$$

Исключая в приведенных уравнениях  $E$ , находим

$$\frac{dp}{dt} - A_1 \frac{dS}{dt} - A_2 \frac{dq}{dt} = B_3(p - p_0) + (B_1 A_3 - B_3 A_1)(S - S_0) + (B_2 A_3 - B_3 A_2)(q - q_0). \quad (3.4)$$

Определим физическое содержание констант, входящих в это уравнение. Для этого проделаем следующий эксперимент. Пусть  $S = S_0$ ,  $q = q_0$ . Тогда  $\frac{1}{B_3} \frac{dp}{dt} = p - p_0$  и ясно, что время релаксации

$$\tau_{qS} = -\frac{1}{B_3} = -\frac{1}{\left( \frac{\partial \psi}{\partial E} \right)_{qS}}. \quad (3.5)$$

Аналогичный эксперимент, проведенный для  $S$  и  $q$ , дает

$$\tau_{pQ} = \frac{A_1}{B_1 A_3 - A_1 B_3} = \frac{\left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_{qE}}{\left( \frac{\partial \psi}{\partial S} \right)_{EQ} \left( \frac{\partial p}{\partial E} \right)_{qS} - \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_{qE} \left( \frac{\partial \psi}{\partial E} \right)_{qS}}; \quad (3.6)$$

$$\tau_{pS} = \frac{A_2}{B_2 A_3 - B_3 A_2} = \frac{\left( \frac{\partial p}{\partial Q} \right)_{SE}}{\left( \frac{\partial \psi}{\partial Q} \right)_{SE} \left( \frac{\partial p}{\partial E} \right)_{qS} - \left( \frac{\partial p}{\partial Q} \right)_{SE} \left( \frac{\partial \psi}{\partial E} \right)_{qS}}.$$

Поскольку энтропия изменяется слабее других параметров состояния, то обычно считают [58], что  $S \approx S_0$  и тогда динамическое уравнение состояния (3.4) принимает вид

$$\frac{dp}{dt} + \frac{1}{\tau_{qS}} (p - p_0) = A_2 \frac{dq}{dt} + \frac{A_2}{\tau_{pS}} (q - q_0).$$

В полученном уравнении

$$A_2 = \left( \frac{\partial p}{\partial q} \right)_{SE} = a_\infty^2, \quad (3.7)$$

где  $a_\infty$  — замороженная скорость звука, т. е. скорость звука при  $S = \text{const}$  и  $E = \text{const}$ . При равновесных законах деформации среды можно считать, что  $\tau_{pS} = \tau_{qS} \sim 0$ . Тогда из (3.7) имеем

$$p - p_0 = A_2 \frac{\tau_{qS}}{\tau_{pS}} (q - q_0). \quad \text{Следовательно, равновесная скорость}$$

звука  $a_0$  определяется соотношением

$$a_0^2 = \frac{A_2 \tau_{qS}}{\tau_{pS}} = \frac{\tau_{qS}}{\tau_{pS}} \left( \frac{\partial p}{\partial q} \right)_{SE} = a_\infty^2 \frac{\tau_{qS}}{\tau_{pS}}. \quad (3.7a)$$

Таким образом, динамическое уравнение состояния примет вид

$$\frac{dp}{dt} + \frac{1}{\tau_{qS}} (p - p_0) = a_\infty^2 \frac{dq}{dt} + a_0^2 \frac{1}{\tau_{qS}} (q - q_0). \quad (3.8)$$

Обозначая возмущения плотности  $\tilde{q} = q - q_0$  и давления  $\tilde{p} = p - p_0$  окончательно получим

$$\left( 1 + \tau_{qS} \frac{d}{dt} \right) \tilde{p} = \left( a_\infty^2 + a_0^2 \tau_{qS} \frac{d}{dt} \right) \tilde{q}. \quad (3.9)$$

Полученное уравнение широко используется в физической акустике при исследовании закономерностей распространения ультразвуковых и звуковых волн в релаксирующих средах.

В теории неустановившегося движения жидкости и газа в трубах уравнение (3.9) не получило должного применения. Это объясняется, по-видимому, тем, что уравнение (3.9) считают пригодным для описания релаксационных процессов на молекулярно-атомарном уровне. В действительности же уравнение (3.9) довольно универсально и описывает релаксационные (неравновесные) процессы как микроскопического, так и макроскопического характера, имеющие относительно большое время релаксации.

Уравнение (3.9) получено исходя из самых общих предпосылок о калорическом уравнении состояния (3.2) и релаксационном уравнении (3.3). В этом и заключаются основные преимущества термодинамического подхода при описании деформации среды, показывающего, что независимо от того, какие физические процессы протекают в среде между плотностью и давлением существует динамическая связь, которая может быть охарактеризована тремя основными параметрами: временем релаксации  $\tau_{qS}$ , замороженной  $a_\infty$  и равновесной  $a_0$  скоростями звука. Причем, если известны уравнения (3.2) и (3.3), то время релаксации  $\tau_{qS}$ , скорости звука  $a_\infty$  и  $a_0$  могут быть определены по формулам (3.5), (3.7) и (3.7a).



Если указанные параметры невозможно определить теоретически, то их можно определить экспериментально методами, разработанными в акустике [58].

Используем уравнение (3.9) для выяснения закономерности течения релаксационного процесса при мгновенном (ступенчатом) изменении состояния среды.

Пусть при  $t \leq 0$ ,  $\tilde{q} = 0$ ; в момент времени  $t \geq 0$ ,  $\tilde{q} = 1$ . Тогда из уравнения (3.9) находим

$$\tilde{p} = C_1 e^{-t/\tau_{qs}} + a_0^2. \quad (3.10)$$

Поскольку при  $t=0$  происходит «замороженное» сжатие среды, т.е.  $\tilde{p} = a_\infty^2 \tilde{q}$  и из уравнения (3.10) следует, что произвольная постоянная  $C_1 = a_\infty^2 - a_0^2$ . Кривая установления равновесия при  $q = \text{const}$  приведена на рис. 3.1, а. Аналогично, полагая  $p=0$  при  $t \leq 0$  и  $p=1$  при  $t \geq 0$ , из (3.9) находим

$$\tilde{q} = C_2 e^{-t/\tau_{ps}} + \frac{1}{a_0^2}, \quad (3.11)$$

где

$$C_2 = \frac{1}{a_\infty^2} - \frac{1}{a_0^2}.$$

Кривая установления равновесия при  $p = \text{const}$  приведена на рис. 3.1.

Из рис. 3.1, а видно, что при мгновенном изменении давления плотность среды достигает равновесного значения примерно через время релаксации  $\tau_{qs}$ . Следовательно, при периодических движениях среды между давлением и плотностью будет наблюдаться сдвиг по фазе. В самом деле, пусть

$$\tilde{q} = A \sin \omega t. \quad (3.12)$$

Тогда для установившихся колебаний из уравнения (3.9) получим

$$\tilde{p} = B \sin(\omega t + \varphi),$$

где

$$B = A \sqrt{\frac{a_0^4 + (a_\infty^2 \tau \omega)^2}{1 + (\omega \tau)^2}}; \quad (3.13)$$

$$\text{tg } \varphi = \frac{(a_\infty^2 - a_0^2) \omega \tau}{a_0^2 + a_\infty^2 (\omega \tau)^2}. \quad (3.14)$$

Из уравнения (3.14) следует, что между давлением и плотностью среды имеется сдвиг фаз  $0 \leq \varphi \leq \pi/2$ . Причем, при  $\omega \tau \rightarrow \frac{a_0}{a_\infty}$  сдвиг фаз достигает максимума. При  $\omega \tau \rightarrow 0$  и  $\omega \tau \rightarrow \infty$  угол  $\varphi$  стремится к нулю, что соответствует равновесным и «замороженным» деформациям среды. Из уравнений (3.12) и (3.13) нетрудно найти связь между  $\tilde{p}$  и  $\tilde{q}$ :

$$\tilde{p}^2 - \frac{2B \cos \varphi}{A} \tilde{p} \tilde{q} + \frac{B^2}{A^2} \tilde{p}^2 = B^2 \sin^2 \varphi.$$

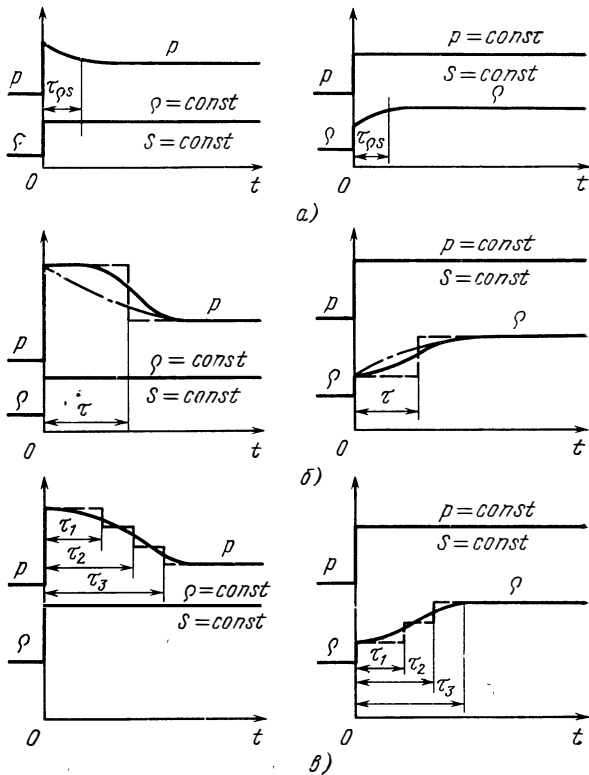


Рис. 3. 1. Изменение давления и плотности в течение релаксационного процесса

Это уравнение эллипса. Следовательно, на диаграмме  $\tilde{p} - \tilde{q}$  описываются циклы с конечной площадью (рис. 3. 2, а). Работа цикла  $z = \oint pd \left( \frac{1}{\rho} \right)$ . С учетом соотношений (3. 12) и (3. 13) находим

$$z = - \frac{B}{A} \int_0^{2\pi/\omega} \sin(\omega t + \varphi) \frac{\cos \omega t}{\sin^2 \omega t} dt = - \frac{2\pi B \sin \varphi}{A\omega}. \quad (3. 15)$$

Так как  $B/A > 0$ ,  $\sin \varphi > 0$ , то  $z < 0$  и, следовательно, деформация среды при колебаниях сопровождается диссипацией механической энергии.

Уравнение (3.9) достаточно точно описывает реальную картину установления равновесия в среде для однорелаксационного процесса, когда скорость установления равновесия пропорциональна степени отклонения системы от равновесия. Реальные релаксационные процессы протекают по законам, часто отличным от однорелаксационной линейной модели (см. рис. 3. 1, б, в). Это отличие существенно для многорелаксационных процессов, а также процессов, в которых равновесие в среде определяется, например, явлениями тепло- и массопереноса.

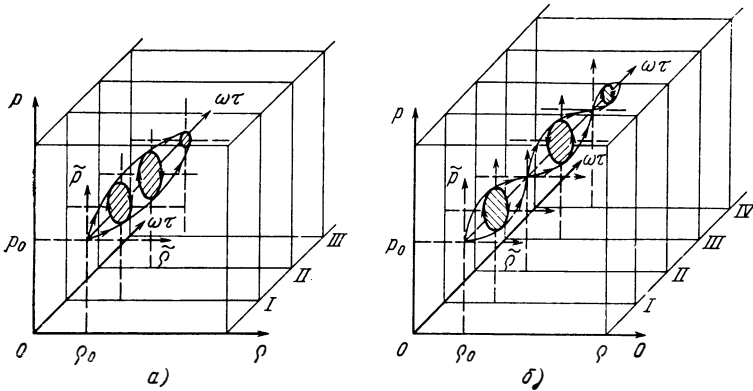


Рис. 3.2. Диаграммы  $p$ - $q$  при экспоненциальном и ступенчатом законах установления термодинамического равновесия

Однорелаксационная линейная модель довольно грубая, однако основные закономерности, вытекающие из нее, могут быть использованы для выяснения путей построения более общего динамического уравнения состояния. Для этого найдем интеграл уравнения (3.9). После соответствующих преобразований получим

$$\tilde{p} = a_\infty^2 \tilde{q} + f(\tilde{q}, \tilde{t}), \text{ где } f(\tilde{q}, \tilde{t}) = -(a_\infty^2 - a_0^2) e^{-t/\tau_0 S} \left[ \int \tilde{q}(\theta) e^{t/\tau_0 S} d\theta + C \right];$$

$C$  — произвольная постоянная.

В работе [57] получено динамическое уравнение состояния с учетом величин второго порядка малости, отброшенных нами при разложении в ряд Тейлора уравнений (3.2) и (3.3). Это уравнение в наших обозначениях имеет вид

$$\tilde{p} = a_\infty^2 \tilde{q} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial q^2} \right)_{SE} \tilde{q}^2 + f(\tilde{q}, \tilde{t}), \quad (3.16)$$

где 
$$f(\tilde{q}, \tilde{t}) = - \frac{(a_\infty^2 - a_0^2)}{\tau_0 S} \int_0^{\tilde{t}} \tilde{q}(\theta) e^{-(\tilde{t}-\theta)/\tau_0 S} d\theta.$$

Здесь слагаемое  $\frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial q^2} \right)$  учитывает зависимость замороженной скорости звука  $a_\infty$  от плотности  $\tilde{q}$ .

В уравнении (3.16) слагаемое  $a_\infty^2 \tilde{q} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial q^2} \right)_{SE}$  описывает замороженные состояния, а функция  $f(\tilde{q}, \tilde{t})$  — неравновесные состояния. Поскольку неравновесные состояния приводят к запаздыванию изменения давления по отношению к плотности, то представляется естественным учесть это запаздывание путем введения в динамическое уравнение состояния соответствующего аргумента. Поэтому в работе [8] (правда, на базе феноменологического анализа релаксационных процессов, а не с помощью анализа соотно-

шения (3.16)) предложено динамическое уравнение состояния в форме

$$p(t) = p_1 [q(t)] - p_2 [q(t - \tau)]. \quad (3.17)$$

Здесь первое слагаемое описывает «замороженные» состояния; второе — отклонение от «замороженности» и запаздывание при установлении равновесия. В общем случае, когда запаздывающий аргумент  $\tau = \varphi(t)$ , уравнение состояния (3.17) описывает как однорелаксационные, так и многорелаксационные нелинейные процессы, протекающие в сжимаемой среде. При таком представлении уравнения состояния роль функции  $f(q, t)$  играет  $p_2 [q(t - \tau)]$ .

Рассмотрим, какие преимущества получаем при представлении динамического уравнения состояния в форме (3.17).

Найдем линейное приближение уравнения (3.17) и разложим его в ряд Тейлора в окрестности равновесных параметров  $p_0, q_0$ . Получим

$$\bar{p} = C_1 \tilde{q}(t) + C_2 \tilde{q}(t - \tau), \quad (3.18)$$

где

$$C_1 = \left( \frac{\partial p_1}{\partial q} \right)_{q=q_0}; \quad C_2 = \left( \frac{\partial p_2}{\partial q} \right)_{q=q_0}.$$

Определим физическое содержание произвольных постоянных  $C_1$  и  $C_2$ . При  $\tau = 0$  уравнение (3.17) описывает равновесные состояния. Из него следует

$$\left( \frac{\partial p}{\partial q} \right)_{q=q_0} = \left( \frac{\partial p_1}{\partial q} \right)_{q=q_0} + \left( \frac{\partial p_2}{\partial q} \right)_{q=q_0} = a_0^2. \quad (3.19)$$

Поскольку первое слагаемое уравнения (3.17) описывает «замороженные» состояния, то

$$\left( \frac{\partial p_1}{\partial q} \right)_{q=q_0} = a_\infty^2.$$

Из приведенных соотношений находим  $C_1 = a_\infty^2, C_2 = (a_0^2 - a_\infty^2)$ . Окончательно, опуская черточки над  $p$  и  $q$ , уравнение состояния (1.18) запишем в виде

$$p = a_\infty^2 q(t) - (a_\infty^2 - a_0^2) q(t - \tau). \quad (3.20)$$

Приведенное уравнение при  $\tau = f(t)$  формально может охватывать любой релаксационный процесс. Однако трудности, связанные с определением вида функции  $f(t)$  более существенны, чем облегчения, обусловленные формальной простотой уравнения (3.20).

При  $\tau = \text{const}$  реальный релаксационный процесс заменяется ступенчатым переходом (см. рис. 3.1, б) и параметр  $\tau$  соответствует времени релаксации  $\tau_{0s}$ . Поэтому при  $\tau = \text{const}$  применение уравнения состояния в форме (3.20) оправдано в тех случаях, когда реальный релаксационный процесс протекает по закону, более близкому к ступенчатому, чем экспоненциальному, описываемому уравнением (3.9).

Область применения уравнения (3.20) значительно шире, чем (3.9). В самом деле, уравнение (3.9) получено в предположении однорелаксационного процесса отбрасыванием нелинейных членов как в уравнении состояния (3.2), так и в релаксационном уравнении (3.3). Для уравнения (3.20) (при известном  $\tau=f(t)$ ) несущественно однорелаксационный или многорелаксационный процесс протекает в среде.

Нетрудно показать, что из уравнения (3.20) (при  $\tau=\text{const}$ ) вытекает как линейное приближение уравнение (3.9). Представим уравнение (3.20) в виде

$$p(t+\tau) = a_{\infty}^2 q(t+\tau) - (a_{\infty}^2 - a_0^2) q.$$

Разложим функции  $p(t+\tau)$  и  $q(t+\tau)$  в ряд Тейлора и, отбросив члены второго порядка малости, получим

$$\left(1 + \tau \frac{d}{dt}\right) p = \left(a_0^2 + \tau a_{\infty}^2 \frac{d}{dt}\right) q. \quad (3.21)$$

Видно, что при  $\tau=\tau_{0S}$  полученное уравнение совпадает с уравнением (3.9).

Наибольший практический интерес представляет случай, когда  $\tau=\text{const}$ . Тогда уравнение (3.20) имеет довольно простой вид, что значительно упрощает проблему получения исходных данных ( $a_{\infty}$ ,  $a_0$ ,  $\tau$ ) и решения целого круга задач неустановившегося движения жидкостей и газов в трубах. Но, как отмечалось ранее, случай  $\tau=\text{const}$  не всегда может быть реализован. Тогда имеет смысл заменить реальный непрерывный релаксационный переход многоступенчатым (см. рис. 3.1, в), а динамическое уравнение состояния представить в виде [10]

$$p = a_{\infty}^2 q - \sum_{m=1}^M a_m^2 q(t - \tau_m). \quad (3.22)$$

Коэффициенты  $a_m$  и времена  $\tau_m$  в этом уравнении являются постоянными величинами, которые могут быть определены теоретически при известном законе течения релаксационного процесса или экспериментально в результате расшифровки кривых поглощения и дисперсии звука в релаксирующих средах.

При  $\tau_m=0$  уравнение (3.22) описывает равновесные состояния. Следовательно,

$$a_0^2 = a_{\infty}^2 - \sum_{m=1}^M a_m^2.$$

Рассмотрим основные следствия, вытекающие из уравнения (3.22).

Как указывалось ранее, релаксационные процессы приводят к сдвигу фаз между плотностью и давлением в среде. Полагая

$$q = A \sin(\omega t), \quad (3.23)$$

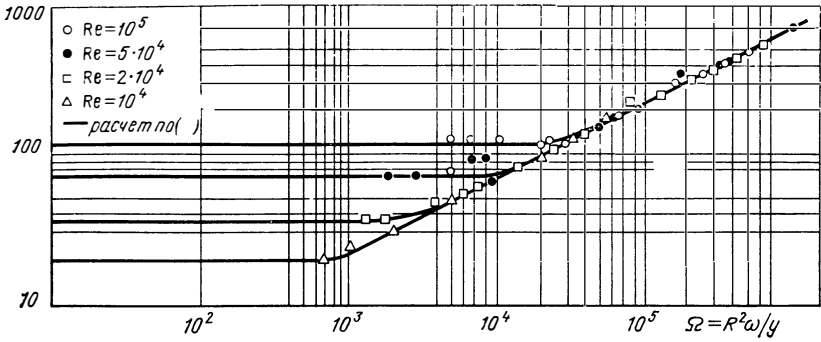


Рис. 3.3. Зависимость пространственного коэффициента затухания колебаний  $B$  от частоты  $f$

из выражения (3.22) получим

$$p = B \sin(\omega t + \varphi), \quad (3.24)$$

где

$$B = A \sqrt{a_\infty^2 - \left( \sum_{m=1}^M d_m^2 \cos \omega \tau_m \right)^2 + \left( \sum_{m=1}^M d_m^2 \sin \omega \tau_m \right)^2}; \quad (3.25)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sum_{m=1}^M d_m^2 \sin \omega \tau_m}{a_\infty^2 - \sum_{m=1}^M d_m^2 \cos \omega \tau_m}. \quad (3.26)$$

В отличие от рассмотренного экспоненциального закона установления равновесия в данном случае  $\operatorname{tg} \varphi$  может принимать как положительные, так и отрицательные значения. Поэтому согласно (3.15) работа цикла также может иметь отрицательные и положительные значения, а в пространстве параметров  $\tilde{p}, \tilde{q}, \omega \tau$  будут описываться замкнутые объемы, имеющие в плоскостях  $p - q$  циклы с конечными площадями разного направления обхода (см. рис. 3.2, б). Так, например, для одноступенчатого релаксационного процесса, т. е. при  $M=1$ , имеем

$$B = A \sqrt{(a_\infty^2 - d^2 \cos \omega \tau)^2 + (d^2 \sin \omega \tau)^2}; \quad (3.27)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{d^2 \sin \omega \tau}{a_\infty^2 - d^2 \cos \omega \tau},$$

где

$$d^2 = a_\infty^2 - a_0^2.$$

Из выражения (3.27) следует, что  $B/A > 0$ , а  $\operatorname{tg} \varphi < 0$  при  $\sin \omega \tau < 0$  (рис. 3.3 и 3.4). Следовательно, для такого идеализированного закона установления равновесия как ступенчатый, всегда существуют значения параметров  $\omega \tau$ , при которых в плоскости параметров  $p - q$  описываются циклы с положительной работой. Нетруд-

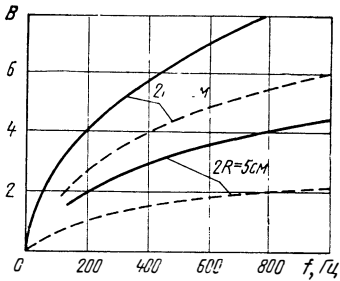


Рис. 3. 4. Зависимость коэффициента  $B$  от частоты:  
 — эксперимент; — — расчет по формуле (3.77)

но отметить, что работа цикла всегда будет положительной, когда

$$\sum_{m=1}^M d_m^2 \sin \omega \tau_m < 0. \quad (3.28)$$

Это условие выполнимо только при некоторых законах течения релаксационного процесса. Однако наличие цикла с положительной работой свидетельствует о том, что при некоторых условиях неравновесные, а в трубопроводных системах и нестационарные (в термодинамическом смысле) процессы могут приводить не только к диссипации механической энергии, но и к самовозбуждению колебаний в системе. Такой же точки зрения придерживается М. С. Натанзон [52]. Хотя мы не согласны с методологией доказательства этого положения, предложенной М. С. Натанзоном, однако это, пожалуй, единственная работа наряду с [8], в которой высказывается мысль, что при определенных условиях неравновесные процессы могут приводить к самовозбуждению колебаний в газожидкостных потоках.

Вопрос о том, какие термодинамические процессы приводят к образованию положительной обратной связи, динамическое уравнение состояния (3.22) не раскрывает. Однако, как показано в гл. 5, с помощью уравнения (3.22) иногда удается вскрыть механизм обратной связи, а в некоторых случаях при неизвестном механизме указать пути динамического воздействия на колебательную систему.

Итак, мы располагаем тремя модификациями динамического уравнения состояния.

Уравнение (3.9), являясь линейным приближением «точного» уравнения, достаточно хорошо описывает однорелаксационные процессы, протекающие по экспоненциальному закону. Для много-релаксационных процессов (а такие в основном и встречаются в природе) необходимо привлекать системы сопряженных уравнений типа (3.9) (см. [58]), что существенно затрудняет исследования. Тогда целесообразно применять уравнение типа (3.22).

Уравнения (3.20) (при  $\tau = \text{const}$ ) и (3.9) описывают два предельных релаксационных перехода; действительный переход будет находиться в промежутке между ними. Поэтому при качественных оценках влияния релаксационных процессов иногда имеет смысл пользоваться как уравнением (3.9), так и (3.20).

Следует отметить, что в теории гидроприводов используется несколько другая форма динамического уравнения состояния [2]. Авторы работы [2] предлагают закон Гука сохранить неизменным, а релаксационные свойства жидкости учитывать с помощью модуля упругости, зависящего от частоты. Ясно, что такое уравнение сос-

тояния может быть применимо только при гармонических колебаниях жидкости в трубопроводах.

Как известно, жидкость имеет два модуля упругости: изотермический  $E_{и}$  (при медленных деформациях) и адиабатический  $E_a$  (при быстрых деформациях). Они связаны между собой соотношением [2]

$$E_a = \frac{E_{и}}{1 - \frac{T\alpha^2}{\varrho C_p} E_{и}}, \quad (3.29)$$

где  $C_p$  — теплоемкость при постоянном давлении;  $T$  — абсолютная температура;  $\alpha$  — коэффициент объемного расширения жидкости, определяемый зависимостью  $\alpha = \Delta V / (V\Delta T)$ ; (здесь  $\Delta V$  и  $\Delta T$  — приращение объема и температуры).

В работе [2] приведены зависимости модулей  $E_a$  и  $E_{и}$  от температуры и давления. Видно, что между адиабатическим и изотермическими модулями упругости наблюдается ощутимая разница. Следовательно, имеем очень отличающиеся равновесную (изотермическую) и замороженную (адиабатическую) скорости звука.

При пузырьковом и дисперсном течении двухфазных жидкостей скорость звука определяется следующей приближенной формулой [62]:

$$a \approx \frac{a_2}{[\alpha(1-\alpha)\varrho_{ж}/\varrho_{г}]^{1/2}}, \quad (3.30)$$

где  $a_2$  — скорость звука в газовой фазе;  $\alpha$  — концентрация газовой фазы.

Более точные формулы для скорости звука, учитывающие особенности двухфазного течения в трубах, приведены в работе [2].

Из-за нестационарности тепловых эффектов, сопутствующих деформации двухфазной среды, не всегда ясно, какой процесс следует выбрать при расчете величины скорости звука для газовой фазы. При быстром сжатии и расширении можно ожидать, что процесс протекает адиабатически  $a_2^2 = \gamma RT$ . При медленном изменении параметров наиболее вероятен изотермический процесс, т. е.  $a_2^2 = RT$ . Поэтому можно считать, что

$$a_{\infty} \approx \frac{\gamma RT}{[\alpha(1-\alpha)\varrho_{ж}/\varrho_{г}]}, \quad a_0 \approx \frac{RT}{[\alpha(1-\alpha)\varrho_{ж}/\varrho_{г}]},$$

и при высоких частотах процесс деформации среды должен приближаться к адиабатическому, а при низких — к изотермическому.

При дисперсном течении время термической релаксации определяется временем установления теплового равновесия между жидкой (твердой) каплей и газом. В работе [62] предлагается релаксационное уравнение вида

$$\tau \frac{dT_0}{dt} = T_0 - T, \quad (3.31)$$

где  $\tau = \frac{d_0^2 \varrho_0 C_0}{12\alpha_{г}}$  — время релаксации;  $d_0$ ,  $\varrho_0$ ,  $C_0$  — диаметр, плот-



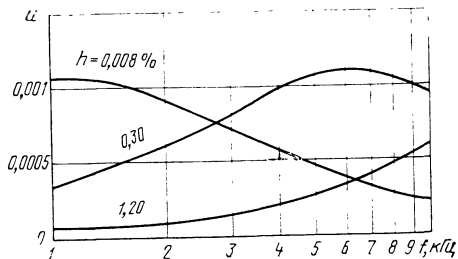


Рис. 3. 5. Зависимость коэффициента поглощения в воздухе от частоты  $f$  при различных влажностях

ность и удельная теплоемкость капли, взвешенной в газе;  $\alpha_r$  — коэффициент теплоотдачи;  $T_0$  — температура поверхности капли.

Стационарных тепловых процессах в форме Ньютона довольно условно. При нестационарном теплообмене коэффициент теплоотдачи является функцией времени и изменяется от бесконечности до его значений на стационарном режиме. По данным работы [44] в области  $50 < Re < 3200$  имеет место зависимость

$$\alpha_r = \alpha_{0r} \left( 1 + \frac{5,6 P_r^{1/3}}{H_0} \right), \quad (3.32)$$

где  $\alpha_{0r}$  — коэффициент теплоотдачи на стационарном режиме;  $P_r = \frac{d_0 \lambda_r}{C_r \varrho_r}$  — критерий Прандтля;  $H_0 = \frac{V_r t}{d_0}$  — критерий гидродинамической гомохронности.

(В приведенных формулах  $\lambda_r$ ,  $C_r$ ,  $\varrho_r$  — коэффициент теплопроводности, удельная теплоемкость и плотность газа). Из формулы (3.32) следует, что на теплообмен при нестационарном движении оказывает влияние процесс становления гидродинамического слоя, определяемый критериями Рейнольдса и гомохронности.

Поскольку коэффициент теплоотдачи  $\alpha_r$  при нестационарном теплообмене является функцией времени, то формула (3.32) может быть использована только для качественной оценки зависимости времени релаксации от соответствующих физических параметров газовой среды и взвешенной капли. При точной постановке необходимо решать краевую задачу теплопроводности для капли при граничных условиях четвертого рода [47]. Это довольно сложно. Однако если следовать [37], то для оценки величины времени термической релаксации можно получить формулу

$$\tau = \frac{d_0^2}{4\beta^2} \frac{C_0 \varrho_0}{\lambda_0}, \quad (3.33)$$

где  $\lambda_0$  — коэффициент теплопроводности капли.

Постоянная  $\beta$  зависит от критерия Био. При  $\alpha_r \rightarrow \infty$ ,  $B_i \rightarrow \infty$ , а поэтому для шаровой капли [47]  $\beta = 2,405$ , и минимальное время релаксации определяется по формуле

$$\tau_{\min} \approx 0,044 \frac{d_0^2 C_0 \varrho_0}{\lambda_0}. \quad (3.34)$$

Наряду с процессами теплообмена в двухфазных жидкостях протекают процессы массопереноса, характеризующиеся так называемой массообменной релаксацией.

При дисперсном течении однокомпонентной двухфазной жидкости уравнение кинетики процесса установления равновесной степени сухости пара имеет вид [32]  $\frac{dx}{d\tau} = \frac{1}{\tau} (x_0 - x)$ , где  $x_0$  — степень сухости в равновесном состоянии.

По работе [32] в условиях свободно-молекулярного течения время релаксации  $\tau = \frac{2}{3} \frac{x_0}{1 - x_0} \frac{d}{\alpha_{\text{ж}} c} \frac{\rho_{\text{ж}}}{\rho_{\text{п}}}$ , где  $\alpha_{\text{ж}}$  — коэффициент конденсации;  $c$  — средняя скорость теплового движения молекул;  $\rho_{\text{ж}}$ ,  $\rho_{\text{п}}$  — плотность жидкости и пара;  $d_0$  — диаметр капли.

Если массоперенос подчиняется микроскопическим законам, то

$$\tau = \frac{x_0 d_0^2 \rho_{\text{ж}} r}{12 (1 - x_0) \lambda_{\text{п}} (T_{\text{ж}} - T_{\text{п}})}, \quad (3.35)$$

где  $\lambda_{\text{п}}$  — коэффициент теплопроводности паровой фазы;  $r$  — скрытая теплота фазового перехода;  $T_{\text{ж}}$ ,  $T_{\text{п}}$  — температура жидкости и пара.

При пузырьковом течении время релаксации установления равновесной концентрации пара (газа) в пузырьке, как и при термической релаксации, определяется процессами диффузии. Поэтому при известном коэффициенте диффузии  $D$  пара (газа) в жидкую фазу время релаксации с точностью до произвольной постоянной определяется по формуле

$$\tau_{\text{min}} = \text{const} \frac{d_0^2}{D}. \quad (3.36)$$

Рассуждая, как и при выводе формулы (3.34), можно показать, что минимальное время релаксации  $\tau_{\text{min}} = 0,044 \frac{d_0^2}{D}$ .

Как отмечается в работе [60], скорость насыщения и выделения воздуха из жидкости зависит от величины поверхности пузырька, приходящейся на единицу его объема и от условий течения. При спокойном течении процесс установления равновесного состояния может длиться несколько часов, при интенсивном взбалтывании очень быстро. Как показывают опыты, в этом случае время массообменной релаксации имеет порядок 0,01 с.

Как следует из проведенного краткого анализа, явления тепло-массообменной релаксации не могут быть описаны в рамках однорелаксационной модели. В точной постановке эти процессы описываются нелинейными уравнениями в частных производных (нестационарная теплопроводность и диффузия). Поэтому для тепло-массообменной релаксации использование динамического уравнения состояния (3.21) возможно только в частных случаях. В общем же случае необходимо пользоваться уравнением (3.22).

Точное описание кинетики тепломассообменного релаксационного процесса в двухфазных жидкостях — пока сложная задача. По-видимому, как и для релаксационных процессов в газах, точную информацию о кинетике релаксационного процесса в двухфазных жидкостях можно получить экспериментальным путем, методами, приведенными, например, в работе [58].

И, наконец, для тепломассообменной релаксации замороженная и равновесная скорости звука, а также и время релаксации могут изменяться в достаточно широком диапазоне [2, 62], поэтому неучет релаксационных процессов в математической модели среды может привести к неправильным качественным и количественным результатам.

При течении двухфазных жидкостей и газов в трубах имеет место термическая релаксация, связанная с установлением теплового равновесия между движущейся средой и стенкой трубы. С физической точки зрения эта релаксация не отличается от рассмотренной термической.

Тепло можно подводить к жидкостям и газам, движущимся по трубам, как за счет внутренних процессов энергообмена (химических реакций, фазовых превращений), так и за счет теплоотдачи от стенок трубы. В первом случае релаксационные явления обусловлены конечной скоростью течения процессов энергопревращений в движущейся среде; во втором — тепловой емкостью стенок трубы и явлениями тепломассопереноса. Но в обоих случаях они могут быть охарактеризованы временем релаксации  $\tau$ , равновесной и замороженной скоростями звука  $a_\infty$  и  $a_0$ , а в общем случае параметрами  $d_m$  и  $\tau_m$ .

Проблема определения времени релаксации  $\tau$ , скоростей звука  $a_\infty$  и  $a_0$  представляет самостоятельную задачу, как правило, решаемую экспериментальным путем.

Специфической особенностью релаксационных процессов при движении в трубах газов и двухфазных жидкостей является то, что на кинетику установления равновесия существенное влияние могут оказывать перенос массы и тепла от стенок трубы.

Эти явления не всегда могут быть описаны в рамках классической модели релаксационных процессов, так как в рассматриваемом случае скорость установления равновесия в среде часто не зависит от степени неравновесного состояния системы. Иными словами, при установлении равновесия будет наблюдаться «чистое» (транспортное) запаздывание, обусловленное процессами тепломассопереноса, поэтому для трубопроводных систем уравнение состояния в форме (3.22) наиболее удобно, так как его структура выгодно приспособлена к учету «чистого» запаздывания в установлении равновесия.

В заключение следует отметить, что рассмотренные примеры не исчерпывают многообразие релаксационных процессов, протекающих в жидкостях и газах. Как известно [46], в газах протекают релаксационные процессы, связанные с установлением равновесия по поступательным и вращательным степеням свободы; в чистых

жидкостях наблюдается термическая, структурная и другие виды релаксаций. Однако время релаксации и дисперсия скорости звука в этих случаях настолько малы, что наблюдаемые релаксационные явления практически не играют существенной роли в области звуковых частот, представляющих наибольший интерес для технических трубопроводных систем. При решении задач установившегося течения жидкостей и газов в пневмогидравлических системах следует учитывать в основном уже рассмотренные релаксационные процессы.

В силу отмеченных специфических особенностей релаксационных процессов в трубопроводных системах оказалось невозможным использовать без изменений результаты, полученные в физической акустике при исследовании релаксационных процессов на атомарно-молекулярном уровне. Однако методологический подход, используемый в акустике, оказался чрезвычайно полезным при получении обобщенного динамического уравнения состояния, учитывающего многообразие и специфику релаксационных процессов, протекающих в пневмогидравлических системах. Полученное уравнение выгодно отличается от существующих тем, что не приводит к повышению порядка волнового уравнения, являющегося основой при решении целого круга задач неустановившегося течения жидкостей и газов в трубах.

### 3.3. ДИССИПАЦИЯ ЭНЕРГИИ ПРИ НЕУСТАНОВИВШЕМСЯ ДВИЖЕНИИ ЖИДКОСТИ И ГАЗА В ТРУБАХ

В последнее время в научно-технической литературе все большее внимание уделяется выяснению механизма гидравлических потерь и их учету в одномерной модели неустановившегося течения жидкости в трубах. Для релаксирующих жидкостей и газов эта проблема приобретает принципиальное значение в силу того, что релаксационные процессы приводят к дополнительной диссипации, а поэтому необходимо знать их вклад в суммарную диссипацию механической энергии.

Существующие в литературе точки зрения на механизм вязкого трения при неустановившемся течении часто различны и противоречивы. Однозначное решение этого вопроса, хотя бы в акустическом приближении, позволило бы обоснованно представить математическую модель неустановившегося (волнового) движения релаксирующей жидкости в простом трубопроводе.

В настоящее время при исследовании нестационарных явлений в трубопроводных системах используется квазистационарная гипотеза потерь давления на вязкое трение. При использовании этой гипотезы одномерное уравнение количества движения жидкости (газа) имеет вид (при отсутствии массовых сил) [50]

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{1}{F} \frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\xi_n |W|}{2d_3 F} G + \frac{\partial(GW)}{\partial x}, \quad (3.61)$$

где  $F$ ,  $d_3$  — площадь и эквивалентный диаметр поперечного сече-

ния трубы;  $G$ ,  $W$  — расход и среднеинтегральная скорость жидкости;  $\xi_{\text{н}}$  — коэффициент потерь при неустановившемся течении.

Существует несколько методов экспериментального определения коэффициента потерь  $\xi_{\text{н}}$ .

В случае несжимаемой жидкости и при  $F = \text{const}$  из уравнения неразрывности

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\frac{1}{F} \frac{\partial G}{\partial x} \quad (3.62)$$

следует, что  $\frac{\partial G}{\partial x} = 0$ , а поэтому из уравнения (3.61), переходя к конечным разностям, находим

$$\xi_{\text{н}} = \frac{2 \left( \frac{\Delta p}{\Delta x} - \frac{1}{F} \frac{dG}{dt} \right) d_3 F^2 Q}{G^2}. \quad (3.63)$$

Используя это соотношение, можно по опытным данным для  $\frac{\Delta p}{\Delta x}$  и  $G = f(t)$  определить коэффициент потерь  $\xi_{\text{н}}$ . Ясно, что при определении  $\xi_{\text{н}}$  таким методом возникают повышенные требования к точности измерения расхода жидкости  $G$  как функции времени и перепада давления  $\Delta p$  на участке трубы длиной  $\Delta x$ . Однако точное измерение нестационарных расходов — достаточно сложная проблема. Кроме того, при некоторых значениях  $\Delta x$  жидкость в трубе нельзя рассматривать как несжимаемую. Вследствие этого в формуле (3.63) необходимо учитывать изменение расхода жидкости  $G$  вдоль трубопровода, поэтому этот метод определения  $\xi_{\text{н}}$  требует детального обоснования точности и возможности применения его в каждом конкретном случае.

Существуют и другие способы исследования диссипации энергии, базирующиеся на определении пространственного или временного коэффициентов затухания колебаний в трубопроводе.

В самом деле, при скоростях течения жидкости  $W$ , намного меньших скорости звука, в уравнении (3.61) можно пренебречь членом  $\frac{\partial(GW)}{\partial x}$ . Тогда, обозначая  $2b = \frac{\xi_{\text{н}} |W|}{2d_3}$ , уравнение (3.61) запишется в виде

$$-F \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial G}{\partial t} + 2bG. \quad (3.64)$$

Здесь  $b$  — временной коэффициент затухания колебаний, который с требуемой точностью можно определить в результате обработки осциллограмм переходного процесса в трубопроводе. Этот метод определения диссипативных явлений в трубопроводных системах наиболее точен и физически обоснован.

Для ламинарных режимов движения определенный интерес представляет проблема, связанная с построением одномерной математической модели. В работе [64] показано, что эта задача

вполне разрешима, если уравнение количества движения представить в форме

$$-F \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial G}{\partial t} + 2bG + b \int_0^t \frac{\partial G(x, \theta)}{\partial \theta} W(t - \theta) d\theta, \quad (3.65)$$

где  $b = \frac{8\nu}{2d}$ ;  $\nu$  — коэффициент кинематической вязкости;  $W(t)$  — весовая функция.

Сравнивая формулы (3.64) и (3.65) видим, что квазистационарная гипотеза, вообще говоря, неверна, так как касательные напряжения на стенке трубы зависят не только от величины средней скорости, но и от всей предыстории изменения средней скорости.

Если задача о вязких эффектах для неустановившегося ламинарного течения решается удовлетворительно, то в отношении неустановившегося турбулентного течения вплоть до последнего времени сделано очень мало.

К настоящему времени выполнен ряд экспериментальных работ, посвященных изучению влияния нестационарности на коэффициент сопротивления в трубах [22, 34, 41, 46, 55, 63, 70].

В работе [33] проанализированы экспериментальные данные различных авторов, из которых следует, что для неустановившегося турбулентного течения отклонение коэффициента  $\xi_n$  от его значения при установившемся течении составляет около 25%. Причем имеются отклонения как в одну, так и в другую сторону. Там же показано, что при малых числах Рейнольдса коэффициент  $\xi_n$  для неустановившегося течения имеет тенденцию к возрастанию по сравнению с его значением для установившегося течения.

В последнее время имеются определенные достижения в построении физической и математической моделей неустановившегося турбулентного движения вязкой жидкости в трубах.

В работе [27] предложена двухслойная модель течения с ламинарным подслоем и турбулентным ядром. Предполагается, что потери на вязкое трение имеются лишь в пограничном ламинарном слое, толщина которого сохраняется постоянной. Считается, что в турбулентном ядре скорость движения в радиальном направлении постоянна, потери энергии внутри ядра, как и для стационарного течения, отсутствуют. Такая модель, по-видимому, наиболее точно отражает действительную картину течения процесса. Расчеты и экспериментальные данные показывают [27], что отклонение от квазистационарной гипотезы вязкого трения уменьшается при увеличении начального числа Рейнольдса. Однако в этой работе не сделана попытка определить условия, при которых квазистановившаяся теория оказывается приемлемой.

Дальнейшее развитие двухслойная модель получила в работе [63]. Из этой работы следует, что двухслойная модель (по крайней мере, для гармонических колебаний жидкости в трубе) дает хорошее количественное объяснение известных экспериментальным

фактам. Причем показано, что для неустановившегося турбулентного движения квазистационарная гипотеза вязкого трения может быть использована при  $\frac{\omega \Delta}{\nu} \leq 2,7$ , где  $\omega$  — круговая частота колебаний;  $\Delta = \frac{8d}{\xi \text{Re}}$  — толщина ламинарного пограничного слоя при установившемся режиме течения.

При  $\frac{\omega \Delta}{\nu} > 2,7$  наблюдается существенное расхождение между коэффициентом затухания колебаний  $b$ , вычисляемым по квазистационарной теории и получаемым экспериментально (см. рис. 3.3).

Если квазистационарная гипотеза вязкого трения допустима, то возникает проблема аппроксимации квадратичного закона трения линейным.

И. А. Чарный предложил метод линеаризации, при котором коэффициент  $b$ , входящий в уравнение (3.64), вычисляется по формуле [64]

$$b = \frac{\xi (W_1^2 + W_1 W_0 - 2W_0^2)}{6d_3 (W_1 - W_0)}, \quad (3.66a)$$

где  $W_0, W_1$  — соответственно минимальное и максимальное значение скоростей движения жидкости в трубе.

В работе [42] предложена несколько другая формула для вычисления  $b$ :

$$b = \frac{3\xi (W_0^2 + W_1^2) (W_0 + W_1)}{16 (W_0^2 + W_0 W_1 + W_1^2) d_3}. \quad (3.66b)$$

Отмечается в работе [40], что формула (3.66 б) дает более точный результат, чем формула (3.66 а).

Выясним теперь, какой вклад вносят релаксационные процессы в суммарную диссипацию энергии при неустановившемся движении жидкости и газа в трубах.

Как отмечалось ранее, релаксационные процессы в жидкостях и газах при определенных условиях приводят к дополнительной диссипации кинетической энергии потока, часто превосходящей диссипацию, обусловленную вязкостью.

Насколько нам известно, применительно к трубопроводам этот вопрос рассматривается впервые. Имеющиеся в литературе сведения [26] относятся к так называемой сдвиговой релаксации, играющей существенную роль при течении полимерных растворов. Нас же будут интересовать объемные релаксационные процессы. Эти процессы охватывают более широкий круг явлений и могут существенно влиять на механизм диссипации энергии, особенно при течении в трубах двухфазных жидкостей и газов.

Одномерное неустановившееся течение релаксирующих жидкостей и газов в трубе может быть описано уравнениями количества

движения (3.64), неразрывности (3.62) и состояния (3.22):

$$\begin{aligned} -F \frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial G}{\partial t} + 2bG; \\ -F \frac{\partial q}{\partial t} &= \frac{\partial G}{\partial x}; \\ p &= a_\infty^2 q - \sum_{m=1}^M d_m q(t - \tau_m). \end{aligned} \quad (3.67)$$

Исключая в полученной системе уравнений  $p$  и  $q$ , находим

$$\frac{\partial^2 G}{\partial t^2} + 2b \frac{\partial G}{\partial t} = a_\infty^2 \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} - \sum_{m=1}^M d_m^2 \frac{\partial^2 G(t - \tau_m)}{\partial x^2}. \quad (3.68)$$

Оценим, насколько существенно влияют релаксационные процессы на коэффициент затухания колебаний жидкости или газа в трубе по интенсивности затухания установившихся гармонических колебаний. В связи с этим найдем периодическое решение уравнения (3.68), т. е.

$$G(x, t) = X(x) e^{i\omega t}. \quad (3.69)$$

Подставим уравнение (3.69) в выражение (3.68). После несложных преобразований находим

$$G(x, t) = G_0 e^{-Bx} \sin(Dx + \varphi) e^{i\omega t}, \quad (3.70)$$

где

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{\frac{\sqrt{\left(\omega^2 a_\infty^2 - \omega^2 \sum_{m=1}^M d_m^2 \cos \omega \tau_m + 2b\omega \sum_{m=1}^M d_m^2 \sin \omega \tau_m\right)^2 + \left(a_\infty^2 - \sum_{m=1}^M d_m^2 \cos \omega \tau_m\right)^2}}{\sqrt{\left(2b\omega \sum_{m=1}^M d_m^2 \cos \omega \tau_m - 2ba_\infty^2 \omega - \omega^2 \sum_{m=1}^M d_m^2 \sin \omega \tau_m\right)^2 + \left(\sum_{m=1}^M d_m^2 \sin \omega \tau_m\right)^2}}}} \\ &\quad \sqrt{-\left(\omega^2 a_\infty^2 - \omega^2 \sum_{m=1}^M d_m^2 \cos \omega \tau_m + 2b\omega \sum_{m=1}^M d_m^2 \sin \omega \tau_m\right)^2}; \\ D &= \sqrt{\frac{\sqrt{\left(\omega^2 a_\infty^2 \sum_{m=1}^M d_m^2 \cos \omega \tau_m + 2b\omega \sum_{m=1}^M d_m^2 \sin \omega \tau_m\right)^2 + \left(a_\infty^2 - \sum_{m=1}^M d_m^2 \cos \omega \tau_m\right)^2}}{\sqrt{\left(\omega^2 a_\infty^2 \sum_{m=1}^M d_m^2 \cos \omega \tau_m + 2b\omega \sum_{m=1}^M d_m^2 \sin \omega \tau_m\right)^2 + \left(a_\infty^2 - \sum_{m=1}^M d_m^2 \cos \omega \tau_m\right)^2}}}} \end{aligned} \quad (3.71)$$



$$\begin{aligned} & + \frac{\left( 2b\omega \sum_{m=1}^M d_m^2 \cos \omega\tau_m - 2ba_\infty^2 \omega - \omega^2 \sum_{m=1}^M d_m^2 \sin \omega\tau_m \right)^2}{\left( \sum_{m=1}^M a_m^2 \sin \omega\tau_m \right)^2} + \\ & + \frac{\left( \omega^2 a_\infty^2 - \omega^2 \sum_{m=1}^M d_m^2 \cos \omega\tau_m + 2b\omega \sum_{m=1}^M d_m^2 \sin \omega\tau_m \right)^2}{\dots} \end{aligned} \quad (3.72)$$

$G_0$  — амплитуда колебаний расхода в сечении  $x=0$ ;  $B$  — пространственный коэффициент затухания колебаний;  $D$  — длина волны.

Хотя полученные соотношения и охватывают всевозможные релаксационные процессы, однако они сложны для качественной оценки. Рассмотрим случай, когда релаксационные процессы описываются простейшим динамическим уравнением состояния (3.21). Тогда волновое уравнение принимает вид

$$\tau \frac{\partial^3 G}{\partial t^3} + \frac{\partial^2 G}{\partial t^2} + 2b \frac{\partial G}{\partial t} = a_\infty^2 \tau \frac{\partial^3 G}{\partial x^2 \partial t} + a_0^2 \frac{\partial^2 G}{\partial x^2}, \quad (3.73)$$

а для параметров  $B$  и  $D$  нетрудно получить соотношения

$$\begin{aligned} B &= \frac{\omega}{a_0} \times \\ & \times \sqrt{\frac{\sqrt{(1 + \omega^2 \tau^2 H^2 - 2bH^2 \tau)^2 + (\omega\tau - 2b(\omega - \omega\tau H))^2 - (1 + \omega^2 \tau^2 H^2 - 2bH^2 \tau)}}{2(1 + (\omega\tau)^2 H^4)}} \end{aligned} \quad (3.74)$$

$$\begin{aligned} D &= \\ & = \sqrt{\frac{\sqrt{(1 + \omega^2 \tau^2 H^2 - 2bH^2 \tau)^2 + (\omega\tau - 2b(\omega - \omega\tau H))^2 + (1 + \omega^2 \tau^2 H^2 - 2bH^2 \tau)}}{2(1 + (\omega\tau)^2 H^4)}}, \end{aligned} \quad (3.75)$$

где

$$H = \frac{a_\infty^2}{a_0^2}.$$

При  $H \approx 1$  и  $b/\omega \ll 1$  из выражения (3.74) имеем

$$B = \frac{\omega}{2a_0} \frac{\omega\tau(H^2 - 1) + 2b/\omega}{\sqrt{(1 + \omega^2 \tau^2 H^2)(1 + \omega^2 \tau^2 H^4)}}. \quad (3.76)$$

Из выражения (3.74) и (3.76) следует, что релаксационные процессы приводят к дополнительной диссипации, величина которой определяется отношением скоростей звука  $\frac{a_\infty}{a_0}$ . Так, например,

при пузырьковом течении двухфазных жидкостей  $a_\infty$  и  $a_0$  — соответственно адиабатная и изотермическая скорости звука. Поскольку в этом случае  $\frac{a_\infty}{a_0} \approx 1,1 - 1,3$ , то коэффициент затухания за счет релаксации (см. формулу (3.76)) может достигать величины

$B \approx (0,7-1,7) \frac{\omega}{2a_0}$ . В то же время за счет вязкости коэффициент затухания достигает величины  $B \approx \frac{b}{a_0}$ . Так как коэффициент  $b$  редко достигает величины порядка единицы, то становится ясным, что для двухфазных жидкостей, а также жидкостей с ощутимо отличающимися скоростями звука  $a_\infty$ ,  $a_0$ , определяющей является диссипация, обусловленная релаксационными процессами.

В жидкостях, используемых в гидравлических системах, как правило, имеется растворенный воздух или другой газ. Критическое давление, при котором газ начинает выделяться из жидкости, определяется формулой  $p_k = \sqrt{2\alpha}(p_x - p_s) + p_s$ , где  $\alpha = \frac{V_r}{V_{ж}}$ ;  $p_x$  — давление, при котором произведено полное насыщение жидкости;  $p_s$  — давление насыщенных паров;  $V_r$  — объем, занимаемый растворенным воздухом при 760 мм рт. ст.;  $V_{ж}$  — объем жидкости.

Согласно работе [59]  $\alpha = cp$ , где  $c$  — коэффициент растворимости газа в жидкости (для масла АМГ-10  $c = 9,6 \cdot 10^{-7}$ ). Например в насыщенном при атмосферном давлении масле  $\alpha \approx 0,1$ , тогда  $p_k \approx 0,6p_x$ . Следовательно, газовыделение (псевдокавитация) в жидкости наступает очень рано, а поэтому течение жидкости может быть двухфазным с существенным проявлением диссипативных эффектов, вызванных термической и массообменной релаксациями.

При неустановившемся движении газа в трубах малого диаметра и капиллярах также будет наблюдаться сильная диссипация за счет термической релаксации. (Здесь замороженная (адиабатная) скорость звука  $a_\infty = \sqrt{\gamma RT}$ , а равновесная (изотермная)  $a_0 = \sqrt{RT}$ ).

Поэтому, например, для воздуха  $\gamma = 1,4$  и  $\frac{a_\infty}{a_0} = 1,18$ .

Ощутимый вклад в суммарные диссипативные потери при распространении звуковых волн в газах может вносить колебательная релаксация.

В работе [69] были проведены экспериментальные исследования по определению пространственного коэффициента затухания колебаний в трубах, заполненных воздухом. Эти исследования показали, что между значениями коэффициентов  $B$ , полученных теоретически и экспериментально, имеются расхождения, примерно в 1,5 раза. Как указывается в этой работе «... разность коэффициентов  $B_{\text{эксп}}$  и  $B_{\text{теор}}$  остается до сих пор нерешенной проблемой». Покажем, что указанное несоответствие между теорией и экспериментом может быть устранено в результате учета колебательной релаксации в воздухе. Согласно классической теории [69]

$$B_{\text{кл}} = \frac{\omega}{2a_0} \frac{2}{r_0} \sqrt{\frac{\nu}{2\omega}} \left/ \left( 1 + \frac{2}{r_0} \sqrt{\frac{\nu}{2\omega}} \right) \right. \approx \frac{\omega}{a_0 r_0} \sqrt{\frac{\nu}{2\omega}}, \quad (3.77)$$

где  $r_0$  — радиус трубы. Тогда, сравнивая выражения (3.76) и (3.77), находим

$$B = \frac{1}{r_0} \sqrt{\frac{v\omega}{2}};$$

$$B = \frac{\omega}{2a_0} \frac{\omega\tau(H^2 - 1) + \sqrt{\frac{2v}{r_0^2\omega}}}{\sqrt{(1 + \omega^2\tau^2H^2)(1 + \omega^2\tau^2H^4)}}. \quad (3.78)$$

Из приведенных на рис. 3.4 расчетных и экспериментальных данных [69] для  $B_{\text{к.л}}$  и  $B_{\text{экс}}$  следует, что для согласования теории с экспериментом необходимо, чтобы отношение  $B/B_{\text{к.л}} \geq 1,5$ . Поскольку в работе [70] не приведены данные о температуре и влажности воздуха, то точно рассчитать отношение  $B/B_{\text{к.л}}$  не представляется возможным. Однако оценить величину вклада колебательной релаксации в диссипацию — можно.

На рис. 3.5 приведена зависимость коэффициента поглощения на единицу длины волны  $\mu = B \frac{a_0}{\omega}$  без учета классического поглощения, взятая из работы [58]. Видно, что коэффициент зависит от частоты и влажности воздуха. Максимальное значение  $\mu_{\text{max}} \approx 10^{-3}$ . Учитывая, что для воздуха параметр  $H^2 \approx 1$ , а  $\mu$  достигает максимума при  $\omega\tau = 1$ , с помощью формулы

$$\mu = \frac{\omega\tau(H^2 - 1)}{\sqrt{(1 + \omega^2\tau^2H^2)(1 + \omega^2\tau^2H^4)}}$$

находим, что  $H^2 - 1 \approx 4 \cdot 10^{-3}$ . Тогда вклад в диссипацию за счет релаксации будет определяться соотношением  $B_1 = \omega\tau(H^2 - 1)$ , а вклад за счет вязкости воздуха соотношением  $B_2 = \sqrt{\frac{2v}{r_0^2\omega}}$ . Для воз-

духа  $B_1 \leq 4 \cdot 10^{-3}$ , а  $4,9 \cdot 10^{-3} \leq B_2 \leq 7 \cdot 10^{-3}$  (для труб  $10^{-2} \text{ м} \leq r_0 \leq 3,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$  при  $f = 10^3 \text{ Гц}$ ). Таким образом видно, что расхождение между опытными и теоретическими данными (см. рис. 3.4) может быть объяснено в рамках релаксационной модели волновых процессов в трубах.

Мы не приводим здесь кривой, полученной с помощью соотношения (3.78), так как у нас отсутствуют данные о температуре и влажности воздуха, при которых была получена экспериментальная кривая, а также не известен вклад тепломассообменной релаксации. Однако приведенных оценочных данных достаточно, чтобы показать, что несоответствие между опытными и экспериментальными данными может быть скомпенсировано учетом релаксационных процессов в расчетных зависимостях.

Следует отметить, что предлагаемая математическая модель неустановившегося течения жидкости в трубах позволяет учесть диссипацию, вызванную не только объемной релаксацией, но и другими причинами гидродинамического характера. Дело в том, что эти процессы приводят к дисперсии пространственного коэффициента затухания  $B$  и, независимо от их природы, проявляются интегрально. Поэтому с формальных позиций как объемная релаксация, так и диссипативные эффекты гидродинамического характе-

ра могут быть учтены с помощью  $\sum_{m=1}^M d_m^2 \frac{\partial^2 G(t - \tau_m)}{\partial x^2}$ . Последний можно представить в виде двух слагаемых

$$\sum_{m=1}^M d_m^2 \frac{\partial^2 G(t - \tau_m)}{\partial x^2} = \sum_{m=1}^M d_{1m}^2 \frac{\partial^2 G(t - \tau_m)}{\partial x^2} + \sum_{m=1}^M d_{2m}^2 \frac{\partial^2 G(t - \tau_m)}{\partial x^2},$$

из которых первое учитывает эффекты объемной релаксации, а второе — отклонение от квазистационарной гипотезы вязкого трения.

Тогда уравнение количества движения имеет вид

$$-F \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial G}{\partial t} + 2bG + \int_0^t \sum_{m=1}^M d_{2m}^2 \frac{\partial^2 G(t - \tau_m)}{\partial x^2} dt. \quad (3.79)$$

Постоянные  $d_{2m}$  и  $\tau_m$  определяются из условия минимума отклонения теоретической (формула 3.71) и экспериментальной (см. рис. 3.3) частотных характеристик для пространственного коэффициента затухания колебаний  $B$ .

### 3.4. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ И ГАЗА В СЛОЖНЫХ ТРУБОПРОВОДАХ

Рассмотрим особенности, имеющие место при математическом описании неустановившегося течения жидкости и газа в трубопроводных системах.

Реальная трубопроводная система в общем случае может состоять из трубопроводов различного проходного сечения, с различными упругими характеристиками, а также включать разного рода сосредоточенные элементы типа емкостей, дроссельных шайб и т. п. Наличие в трубопроводных системах сосредоточенных неоднородностей и распределенных участков с непрерывно или дискретно изменяющимися характеристиками приводит к значительным трудностям при выборе расчетной схемы.

В литературе известно несколько подходов при решении указанной задачи.

1. Сложную трубопроводную систему представляют в виде одноточечных трубопроводов с непрерывно изменяющимися по длине площадью проходного сечения и упругими характеристиками. Тогда неустановившееся движение жидкости (газа) в каждом одноточечном трубопроводе описывается дифференциальными уравнениями с коэффициентами, зависящими от координаты. Ясно, что при таком подходе возникают теоретически несущественные, но практически ощутимые затруднения, связанные с аппроксимацией сосредоточенных неоднородностей непрерывными функциями, которые бы достаточно полно отражали свойства реальной системы.

При наличии в системе ответвлений трубопроводов задача сводится к интегрированию систем дифференциальных уравнений вто-

рого порядка в частных производных с переменными коэффициентами. Аналитическое решение такой задачи возможно только в некоторых частных случаях. Примером такого подхода является решение задачи о гидравлическом ударе в одностороннем сложном трубопроводе, полученное И. П. Гинзбургом и А. А. Грибом [28].

2. Трубопроводную систему представляют в виде распределенных участков простых труб и сосредоточенных неоднородностей (емкостей, дроссельных шайб и т. п.), которые описываются с помощью обыкновенных дифференциальных уравнений. Такая расчетная схема удобна при решении сравнительно простых задач [64]. Для сложных трубопроводных систем возникают известные трудности при совместном интегрировании дифференциальных уравнений в частных и обыкновенных производных.

3. Широко (особенно в ракетной технике [50]) применяется расчетная схема, базирующаяся на представлении распределенных участков труб их сосредоточенным аналогом (трубопровод замещается цепочкой последовательно соединенных упругих емкостей и абсолютно жестких трубопроводов). В этом случае уравнения в частных производных заменяются системой обыкновенных дифференциальных уравнений, решение которых на ЦВМ достаточно хорошо освоено. Существенный недостаток такой расчетной схемы заключается в том, что в настоящее время отсутствуют надежные и теоретически обоснованные критерии, обеспечивающие разумное (в смысле количества степеней свободы) и достаточно точное представление распределенной системы сосредоточенной.

В некоторых работах [45, 65] предлагается в качестве критерия эквивалентности расчетных схем использовать условие равенства спектра собственных частот колебаний жидкости в распределенной и сосредоточенной трубопроводных системах. При этом возникают определенные трудности, связанные с определением граничных условий в концевых сечениях и вычислением спектра собственных частот в указанных системах. Можно показать, что для консервативных систем эти трудности не являются непреодолимыми.

В самом деле, спектр собственных частот колебаний жидкости в сложных распределенных трубопроводах можно определить с помощью уравнений, полученных в работах [9, 14, 50]. Из этих уравнений вытекает, что частный случай — соотношения для расчета спектра собственных частот колебаний жидкости в трубопроводных системах с сосредоточенными параметрами. Следовательно, зная спектр собственных частот колебаний жидкости в системе с распределенными параметрами, можно с помощью соответствующих уравнений определить величину приведенных емкостей трубопроводной системы с сосредоточенными параметрами.

4. Наиболее удачной расчетной схемой сложной трубопроводной системы считается схема, получаемая в результате следующих упрощений реальной системы.

Разбиваем трубопроводную систему (рис. 3.6) на участки простых трубопроводов, т. е. трубопроводов с однородной жидкостью, имеющих постоянные по длине площадь проходного сечения, упру-

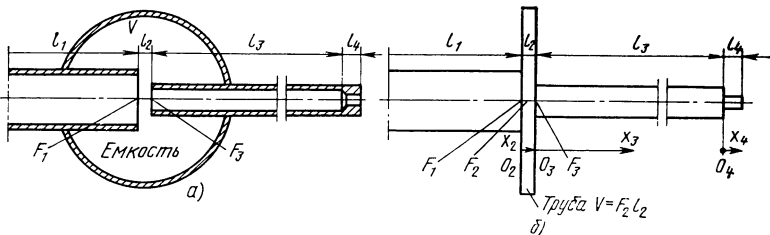


Рис. 3. 6. Расчетная схема сложных трубопроводов:  
а — трубопроводная система; б — ее расчетная схема

гию и физическую характеристики. Сосредоточенные неоднородности (емкости, дроссельные шайбы и т. п.) представляем в виде простых (распределенных) трубопроводов.

Для каждого простого трубопровода выбираем свою автономную координатную систему. Тогда решение задачи неустановившегося движения жидкости в сложной трубопроводной системе сведется к интегрированию системы уравнений

$$\frac{\partial^2 G_{ji}}{\partial t^2} + 2b_{ji} \frac{\partial G_{ji}}{\partial t} = a_{\infty ji}^2 \frac{\partial^2 G_{ji}}{\partial x_{ji}^2} - \sum_{m=1}^M d_{mji}^2 \frac{\partial^2 G_{ji}(t - \tau_{mji})}{\partial x_{ji}^2} \quad (3.80)$$

или

$$\frac{\partial^2 p_{ji}}{\partial t^2} + 2b_{ji} \frac{\partial p_{ji}}{\partial t} = a_{\infty ji}^2 \frac{\partial^2 p_{ji}}{\partial x_{ji}^2} - \sum_{m=1}^M d_{mji}^2 \frac{\partial^2 p_{ji}(t - \tau_{mji})}{\partial x_{ji}^2}, \quad (3.81)$$

$$j = 1, 2, 3, \dots, N;$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, n_j,$$

где  $j$  — номер ответвления;  $i$  — номер простого трубопровода;  $n_j$  — количество простых трубопроводов, входящих в  $j$ -е ответвление;  $N$  — количество ответвлений.

К системе уравнений (3.80) или (3.81) необходимо добавить начальные и граничные условия, а также условия сопряжения в сечениях стыка и узлах разветвления трубопроводов.

### Начальные условия

Начальные условия определяют распределение расхода (давления) жидкости в начальный момент времени в каждом простом трубопроводе, т. е.

$$G_{ji}(0, x_{ji}) = \Phi_{ji}(x_{ji}), \quad \frac{\partial G_{ji}(0, x_{ji})}{\partial t} = \Phi'_{ji}(x_{ji}) \quad (3.82)$$

$$\text{или} \quad p_{ji}(0, x_{ji}) = \Omega_{ji}(x_{ji}), \quad \frac{\partial p_{ji}(0, x_{ji})}{\partial t} = \Omega'_{ji}(x_{ji}). \quad (3.83)$$

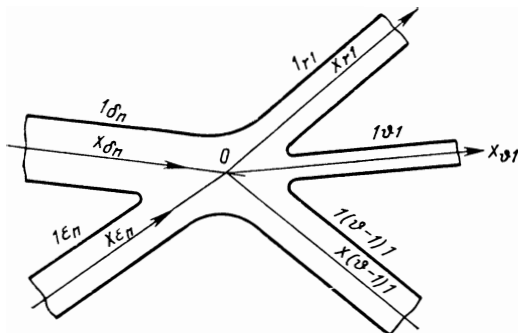


Рис. 3. 7. Узел разветвления

Часто в качестве начальных условий используют известные  $G_{ji}(x_{ji})$  и  $v_{ji}(x_{ji})$  на стационарном режиме, или же их значения, полученные в результате решения системы уравнений (3.80) и (3.81) в предыдущий момент времени.

### Граничные условия на стыке простых трубопроводов (условия сопряжения)

Рассмотрим два смежных простых трубопровода сложной трубопроводной системы, имеющих различные упругие характеристики и площади проходного сечения. Будем считать, что в сечении стыка простых трубопроводов выполняется условие непрерывности расхода и давления, т. е.

$$\begin{aligned} p_{ji}(l_{ji}, t) &= p_{ji+1}(0, t), \\ G_{ji}(l_{ji}, t) &= G_{ji+1}(0, t). \end{aligned} \quad (3.84)$$

Рассмотрим теперь граничное условие в узле разветвления (рис. 3.7). Пренебрегая объемом, имеющимся в узле разветвления, условия непрерывности давления и расхода запишутся в виде

$$\sum_{j=\varepsilon}^{j=\delta} G_{jn}(l_{jn}, t) = \sum_{j=V}^{j=\eta} G_{j1}(0, t); \quad (3.85)$$

$$p_{\varepsilon n_{\varepsilon}}(l_{\varepsilon n_{\varepsilon}}, t) = \dots = p_{\delta n_{\delta}}(l_{\delta n_{\delta}}, t) = p_{V1}(0, t) = \dots = p_{\eta 1}(0, t).$$

### Граничные условия в конечных сечениях трубопроводной системы

Для решения системы уравнений (3.80) или (3.81), кроме начальных условий и условий сопряжения, необходимо знать закон изменения параметров (в данном случае расхода или давления) в конечных сечениях трубопроводной системы.

Рассмотрим некоторые частные, но практически важные случаи, для которых граничные условия могут быть заданы в виде простых соотношений.

1. Трубопровод открыт в сечении  $x_{jn_j} = l_{jn_j}$ , а давление окружающей среды поддерживается постоянным. Тогда

$$p_{jn_j}(l_{jn_j}, t) = \text{const.} \quad (3.86)$$

2. Трубопровод закрыт. В этом случае в конечном сечении трубопровода скорость жидкости равна нулю, следовательно,

$$G_{jn_j}(l_{jn_j}, t) = 0. \quad (3.87)$$

3. Давление или расход в сечении  $x_{jn_j} = l_{jn_j}$  являются функцией времени:

$$p_{jn_j}(l_{jn_j}, t) = f_{jn_j}(t); \quad (3.88)$$

$$G_{jn_j}(l_{jn_j}, t) = \Phi_{jn_j}(t). \quad (3.89)$$

4. К конечному сечению трубопровода подсоединен газовый компенсатор. Тогда, как показано в работе [50], граничное условие имеет вид

$$\beta_{jn_j} \frac{\partial G_{jn_j}(l_{jn_j}, t)}{\partial x_{jn_j}} + G_{jn_j}(l_{jn_j}, t) = 0, \quad (3.90)$$

где

$$\beta_{jn_j} = \frac{V_0 \rho_{jn_j} a_{jn_j}^2}{p_0 F_{jn_j}}.$$

Здесь  $V_0$ ,  $p_0$  — объем и давление газа в компенсаторе;  $\rho_{jn_j}$ ,  $a_{jn_j}$  — плотность жидкости и скорость звука в трубопроводе, подсоединенном к компенсатору;  $F_{jn_j}$  — площадь проходного сечения трубопровода.

Если в гидравлическую систему невозможно поставить газовый компенсатор, то применяется компенсатор с упругими стенками, которые, деформируясь, увеличивают объем, занимаемый жидкостью. Упругим компенсатором может быть подпружиненный поршень, мембрана или сильфон. В этом случае граничное условие имеет вид (3.90), но коэффициент  $\beta_{jn_j}$  определяется по формуле

$$\beta_{jn_j} = \frac{\rho_{jn_j} a_{jn_j}^2 V_0}{F_{jn_j} E_{\text{нр}}},$$

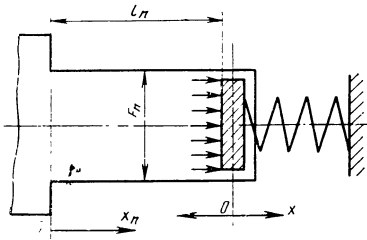
где  $E_{\text{нр}}$  — приведенный модуль объемного сжатия жидкости. В более общей постановке граничные условия могут быть заданы в виде

$$\alpha_{jn_j} \frac{\partial G_{jn_j}(l_{jn_j}, t)}{\partial t} + \beta_{jn_j} \frac{\partial G_{jn_j}(l_{jn_j}, t)}{\partial x_{jn_j}} + G_{jn_j}(l_{jn_j}, t) = f_{jn_j}(t). \quad (3.91)$$

При  $\beta_{jn_j} = 0$  и  $f_{jn_j}(t) = 0$  граничное условие (3.91) соответствует случаю, когда в конечном сечении трубопровода расположено сосредоточенное «активное» сопротивление.



Рис. 3.8. Расчетная схема упруго-инерционного элемента



Значительный практический интерес представляет случай, когда на конце сложного трубопровода имеются упруго-инерционные элементы (сильфоны, мембраны, тарелки пружинных или пневматических клапанов и т. д.).

Упругий элемент можно представить в виде массы  $m_0$  и пружины жесткости  $c$  (рис. 3.8). Под действием давления жидкости и силы пружины поршень упругого элемента при стационарном режиме находится в равновесии. После приложения возмущения поршень и жидкость в трубопроводе совершают колебательные движения вокруг положения равновесия.

Уравнение движения поршня имеет вид

$$m\ddot{x} + cx = \Delta p_n F_0, \quad (3.92)$$

где  $\Delta p_n$  — отклонение давления от его стационарного значения;  $x$  — перемещение поршня;  $m_0$  — масса поршня;  $F_0$  — рабочая площадь поршня.

Так как скорость движения поршня равна скорости движения жидкости в сечении  $x_{jn_j} = l_{jn_j}$ , то

$$\dot{x} = \dot{l}_{jn_j}(l_{jn_j}, t), \quad (3.93)$$

где

$$l_{jn_j} = \frac{1}{F_{jn_j} \rho_{jn_j}} G_{jn_j}(l_{jn_j}, t). \quad (3.94)$$

Предположим, что плотность жидкости изменяется незначительно. (Это справедливо для капельной жидкости. Что касается газа, то подобное допущение приемлемо в том случае, когда амплитуда колебаний давления намного меньше среднего давления в трубопроводе). Тогда, учитывая соотношения (3.93) и (3.94), уравнению (3.92) можно придать вид

$$m_0 \frac{\partial^2 G_{jn_j}(l_{jn_j}, t)}{\partial t^2} + c G_{jn_j}(l_{jn_j}, t) = \frac{F_{jn_j} F_0}{m} \rho_{0jn_j} \frac{\partial \Delta p_{jn_j}}{\partial t}, \quad (3.95)$$

где  $\rho_{0jn_j}$  — средняя плотность жидкости в сечении.

Из уравнений (3.62), (3.22) следует, что

$$-\frac{\partial p(x, t)}{\partial t} = \frac{1}{F} \left( a_\infty^2 \frac{\partial G(x, t)}{\partial x} + \sum_{m=1}^M a_m^2 \frac{\partial G(x, t - \tau_m)}{\partial x} \right). \quad (3.96)$$

Далее, поскольку  $\frac{\partial \Delta p}{\partial t} = \frac{\partial p(l, t)}{\partial t}$ , то, подставляя (3.96) в (3.95), находим

$$m_0 \frac{\partial^2 G_{jn_j}(l_{jn_j}, t)}{\partial t^2} + c G_{jn_j}(l_{jn_j}, t) = \rho_{0jn_j} F_0 \times$$

$$\times \left[ a_{\infty jn_j}^2 \frac{\partial G_{jn_j}(l_{jn_j}, t)}{\partial x_{jn_j}} + \sum_{m=1}^M a_{mjn_j}^2 \frac{\partial G_{jn_j}(x_{jn_j}, t - \tau_{mjn_j})}{\partial x_{jn_j}} \right]. \quad (3.97)$$

Приведенные примеры задания граничных условий в концевых сечениях гидравлической системы, естественно, не исчерпывают весь круг задач, встречающихся в практике. В зависимости от особенностей исследуемой гидравлической схемы граничные условия могут являться функцией времени, которая определяется протеканием динамического процесса в агрегате, подсоединенном к трубопроводу. В этом случае граничные условия будут иметь вид

$$\Phi(t, y, y', y'', \dots, y^{(m)}, p_n(l_n, t), G_n(l_n, t)) = 0,$$

где  $y$  — параметр, определяющий состояние агрегатов.

Рассматриваемая математическая модель сложной трубопроводной системы приводит к увеличению числа исходных уравнений (3.80). Однако мы выигрываем в том, что поставленная задача сводится к интегрированию системы однотипных линейных дифференциальных уравнений в частных производных, методы решения которых хорошо изучены. Кроме того, при интегрировании такой системы легко просматриваются общие закономерности, которые в виде рекуррентных соотношений могут быть распространены на любую по сложности трубопроводную систему.

Уравнения типа (3.80) являются линейными уравнениями с постоянными коэффициентами, поэтому методы их интегрирования (особенно, при  $\tau_{ji} = 0$ ) хорошо изучены.

При интегрировании классического волнового уравнения широкое распространение получили метод характеристик и метод конечных разностей. Из аналитических методов применяют метод разделения переменных и метод интегральных преобразований (операционный и контурного интегрирования).

Применение аналитических методов при решении системы уравнений (3.80) представляет несомненный интерес в силу их наглядности и эффективности при использовании ЦВМ. Кроме того, существуют задачи, при которых применение численных методов интегрирования нецелесообразно (определение собственных частот, амплитуд вынужденных колебаний жидкости и газа в трубах).

Наиболее прост, хотя иногда и громоздок, метод разделения переменных — метод Фурье. Он позволяет сравнительно просто получить решения в тех случаях, когда система фундаментальных функций, из которых составляется решение, ортогональна. Последнее зависит от вида граничных условий, которые в этом случае должны быть однородными. Если же граничные условия неоднородны, то решение задачи значительно усложняется. Можно избежать указанных трудностей, используя известные приемы, разработанные в математической физике.

Использование метода разделения переменных особенно предпочтительно при исследовании устойчивости решений волнового уравнения с отклоняющимся аргументом, так как в этом случае задача сводится к анализу решения временной функции.

При построении математической модели сложных трубопроводов предполагалось, что в местах стыка и узлах разветвления трубопроводов выполняются условия непрерывности расхода и давления. Насколько такое предположение оправдано, можно определить только экспериментально.

Поскольку в принятой математической модели предлагается представлять различного рода местные неоднородности в виде простых распределенных трубопроводов, то возникает необходимость в определении эквивалентного коэффициента удельного гидравлического сопротивления  $b$  и эквивалентной длины трубопровода.

Перепад давлений на местном сопротивлении

$$p_1 - p_2 = \frac{\xi_m \rho W^2}{2} + \frac{m_{np}}{F} \frac{dW}{dt}, \quad (3.98)$$

где  $\xi_m$  — коэффициент гидравлического сопротивления;  $W$  — скорость жидкости;  $m_{np}$  — приведенная масса жидкости;  $F$  — площадь проходного сечения.

Учитывая, что местное сопротивление эквивалентно распределенному трубопроводу малой длины, для которого  $\frac{p_1 - p_2}{\Delta l} \approx -\frac{\partial p}{\partial x}$ ,

$$\frac{dW}{dt} \approx \frac{\partial W}{\partial t} = \frac{1}{\rho F} \frac{\partial G}{\partial t},$$

уравнению (3.98) можно придать вид

$$-F \frac{\partial p}{\partial x} = 2bG + \frac{m_{np}}{F \rho \Delta l} \frac{\partial G}{\partial t}, \quad (3.99)$$

где 
$$b = \frac{\xi_m W_{cp}}{4 \Delta l}; \quad (3.100)$$

$\rho$  — плотность жидкости;  $W_{cp}$  — средняя скорость жидкости;  $\Delta l$  — эквивалентная длина сопротивления.

Уравнение (3.99) будет эквивалентно уравнению (3.64), когда

$$\Delta l = \frac{m_{np}}{F \rho}. \quad (3.101)$$

Таким образом, формулы (3.100) и (3.101) определяют коэффициент удельного гидравлического сопротивления и длину эквивалентного трубопровода.

Так, например, для шайбы [39]

$$m_{np} = \frac{\rho F^2}{df(d/D)},$$

где  $F = \frac{\pi d^2}{4}$ ;  $d$  — диаметр отверстия шайбы;  $D$  — диаметр входного (выходного) трубопроводов.

$$\text{Функция Фока } f(d/D) = \frac{1}{1 - 1,47d/D + 0,47d^3/D^3}.$$

Формулы, определяющие  $m_{np}$  сетки и внезапного сужения трубы, приведены в работе [39].

---

## ДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В СИСТЕМАХ ПИТАНИЯ ЖИДКОСТНЫХ МИКРОДВИГАТЕЛЕЙ

### 4.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Как указывалось ранее, жидкостные микродвигатели, как правило, функционируют в импульсном режиме. Переходные процессы в системе имеют временные масштабы, составляющие сотые и тысячные доли секунды. Поэтому при проектировании реактивных систем управления КЛА вопросами первостепенной важности являются вопросы, связанные с определением основных динамических характеристик этих систем, а именно:

— определение собственных частот и декрементов колебаний топлива в системе;

— определение амплитудно-частотных характеристик гидросистемы;

— выяснение влияния волн давления, возникающих при срабатывании одного микродвигателя, на динамические характеристики другого;

— определение давлений на входе в микродвигатели при их запуске и останове;

— расчет геометрических и упругих характеристик компенсаторов гидравлического удара.

В силу того, что системы питания микродвигателя представляют собой сложные гидравлические трубопроводные системы, при решении перечисленных вопросов на первый план выступают проблемы методического характера, связанные с разработкой методик расчета динамических процессов в таких системах.

### 4.2. СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ТОПЛИВА В СИСТЕМАХ ПИТАНИЯ

Исследование совместного действия вынужденных и свободных колебаний топлива в системах питания микродвигателей интересно в том отношении, что эти колебания могут находиться в условиях резонанса и служить причиной интенсивных вибраций, которые нежелательны с точки зрения прочности и надежности работы пневмогидравлической системы. С другой стороны, спектр собственных частот совпадает со спектром собственных чисел, знание которых позволяет решать ряд общих задач неустановившегося течения жидкости в трубах.

Вопросу расчета собственных частот колебания жидкости в сложных трубопроводных системах посвящено несколько работ, ос-

новные результаты которых изложены в [24, 29, 64]. Следует отметить также работы [53, 54, 56], в которых рассматриваются частные задачи расчета собственных частот применительно к трубопроводным системам специального назначения.

В теории трубопроводных систем не получили должного распространения методы начального параметра, последовательных приближений, конечных разностей, теории возмущений и другие, широко применяемые в теории упругих колебаний стержневых систем (см., например, [25, 38]).

В работе [9] получены расчетные уравнения, позволяющие определять собственные частоты колебаний жидкости и газа в сложных трубопроводных системах. Исходные предпосылки, положенные в основу этой работы, примерно такие же, как и в методе начальных параметров, но промежуточные вычисления исключены, что позволило получить точное решение и свести задачу определения собственных частот к нахождению корней характеристической системы уравнений [9, 14, 50]. Основные результаты, полученные в этих работах и обобщенные применительно к релаксирующим жидкостям, приведены в настоящей главе.

Учет релаксационных явлений при расчете свободных колебаний жидкости и газа в трубопроводах вызван не только чисто теоретическими соображениями. Как показано в гл. 3, релаксационные процессы могут приводить к значительной дисперсии скорости звука и дополнительной диссипации энергии, часто превышающей классическую (вязкостную) диссипацию. Поэтому учет релаксационных явлений в математической модели может привести к неточному определению частот и коэффициентов затухания колебаний жидкого топлива в пневмогидравлической системе.

Рассмотрим гидравлическую систему, состоящую в общем случае из  $N$  одниточных трубопроводов. Каждый одниточный трубопровод состоит из  $n_j$  простых. Обозначим простой трубопровод индексом  $ji$ , где  $j=1, 2, 3, \dots, \lambda$ ;  $N$  — номера ответвлений ( $\lambda$  — номера конечных ответвлений)  $i=1, 2, \dots, n_j$  — номер простого трубопровода, входящего в  $j$ -е ответвление. Структурная схема такой трубопроводной системы приведена на рис. 4.1.

Как указывалось в гл. 3, при выбранной нами расчетной схеме сосредоточенные неоднородности типа емкостей и дроссельных шайб представляются в виде простых распределенных трубопроводов. В сечениях стыка и узлах разветвления принимается условие непрерывности расхода и давления.

В такой постановке для решения рассматриваемого вопроса необходимо провести исследование следующей краевой задачи (см. гл. 3):

$$\frac{\partial^2 G_{ji}}{\partial t^2} + 2b_{ji} \frac{\partial G_{ji}}{\partial t} = a_{ji}^2 \frac{\partial^2 G_{ji}}{\partial x_{ji}^2} - \sum_{m=1}^M d_{mji}^2 \frac{\partial^2 G_{ji}(t - \tau_{mji})}{\partial x_{ji}^2}; \quad (4.1)$$

$$G_{ji}(x_{ji}, 0) = \Phi_{ji}(x_{ji}); \quad (4.2)$$

$$\partial G_{ji}(x_{ji}, 0) = \Phi'_{ji}(x_{ji});$$

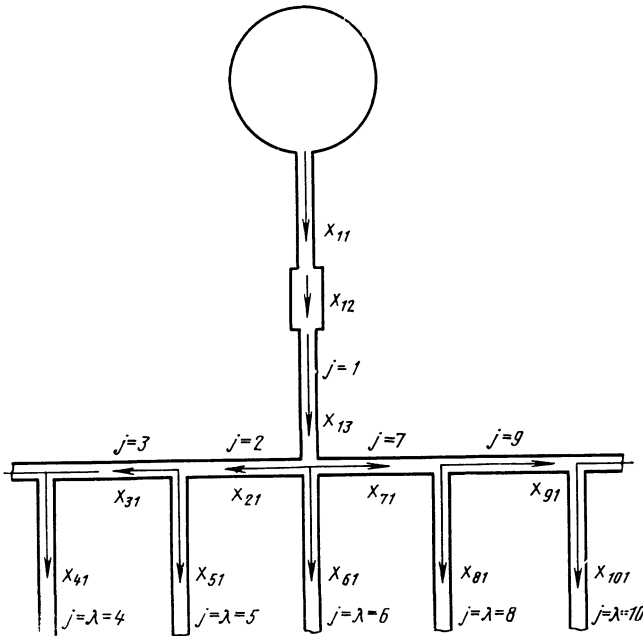


Рис. 4. 1. Расчетная схема системы питания жидкостных микродвигателей

$$(j=1, 2, \dots, \lambda, \dots, N, \quad i=1, 2, \dots, n_j);$$

$$G_{ji}(l_{ji}, t) = G_{j(i+1)}(0, t); \quad (4.3)$$

$$p_{ji}(l_{ji}, t) = p_{j(i+1)}(0, t); \quad (4.4)$$

$$\sum_{j=\varepsilon}^{j=\delta} G_{jn_j}(l_{jn_j}, t) = \sum_{j=\nu}^{j=\eta} G_{ji}(0, t); \quad (4.5)$$

$$p_{\varepsilon n_\varepsilon}(l_{\varepsilon n_\varepsilon}, t) = \dots = p_{\delta n_\delta}(l_{\delta n_\delta}, t) = p_{\nu 1}(0, t) = \dots = p_{\eta 1}(0, t); \quad (4.6)$$

$$\alpha_{11} \frac{\partial G_{11}(0, t)}{\partial t} + \beta_{11} \frac{\partial G_{11}(0, t)}{\partial x_{11}} + G_{11}(0, t) = 0; \quad (4.7)$$

$$\alpha_{\lambda n_\lambda} \frac{\partial G_{\lambda n_\lambda}(l_{\lambda n_\lambda}, t)}{\partial t} + \beta_{\lambda n_\lambda} \frac{\partial G_{\lambda n_\lambda}(l_{\lambda n_\lambda}, t)}{\partial x_{\lambda n_\lambda}} + G_{\lambda n_\lambda}(l_{\lambda n_\lambda}, t) = 0, \quad (4.8)$$

где (4.2) — начальные условия; (4.3) и (4.4) — условия сопряжения на стыке простых трубопроводов; (4.5) и (4.6) — условия сопряжения в узлах разветвления трубопроводов; (4.7) и (4.8) — граничные условия в концевых сечениях ответвлений. Остальные обозначения такие же, как и в гл. 3.

Выразим соотношения (4.4) и (4.6) через расход. Для этого воспользуемся уравнением состояния в форме (3.22) и уравнением непрерывности, т. е.

$$p_{ji}(t) = a_{\infty ji}^2 Q_{ji}(t) - \sum_{m=1}^M d_{mji}^2 Q(t, t - \tau_{mji}); \quad (4.9)$$

$$-\frac{\partial Q_{ji}}{\partial t} = \frac{1}{F_{ji}} \frac{\partial G_{ji}}{\partial x_{ji}}. \quad (4.10)$$

Тогда после несложных преобразований из выражений (4.4) и (4.6) получим

$$\begin{aligned} & \frac{1}{F_{ji}} \left[ a_{\infty ji}^2 \frac{\partial G_{ji}(l_{ji}, t)}{\partial x_{ji}} - \sum_{m=1}^M d_{mji} \frac{\partial G_{ji}(l_{ji}, t - \tau_{mji})}{\partial x_{ji}} \right] = \\ & = \frac{1}{F_{j(i+1)}} \left[ a_{\infty j(i+1)}^2 \frac{\partial G_{j(i+1)}(0, t)}{\partial x_{j(i+1)}} - \sum_{m=1}^M d_{mj(i+1)}^2 \frac{\partial G_{j(i+1)}(0, t - \tau_{mj(i+1)})}{\partial x_{j(i+1)}} \right]. \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{F_{\delta n}} \left[ a_{\infty \varepsilon n \varepsilon}^2 \frac{\partial G_{\varepsilon n \varepsilon}(l_{\varepsilon n \varepsilon}, t)}{\partial x_{\varepsilon n \varepsilon}} - \sum_{m=1}^M d_{m \varepsilon n \varepsilon}^2 \frac{\partial G_{\varepsilon n \varepsilon}(l_{\varepsilon n \varepsilon}, t - \tau_{m \varepsilon n \varepsilon})}{\partial x_{\varepsilon n \varepsilon}} \right] = \dots \\ & \dots = \frac{1}{F_{\delta n}} \left[ a_{\infty \delta n \delta}^2 \frac{\partial G_{\delta n \delta}(l_{\delta n \delta}, t)}{\partial x_{\delta n \delta}} - \sum_{m=1}^M d_{m \delta n \delta}^2 \frac{\partial G_{\delta n \delta}(l_{\delta n \delta}, t - \tau_{m \delta n \delta})}{\partial x_{\delta n \delta}} \right] = \\ & = \frac{1}{F_{v_1}} \left[ a_{\infty v_1}^2 \frac{\partial G_{v_1}(0, t)}{\partial x_{v_1}} - \sum_{m=1}^M d_{m v_1}^2 \frac{\partial G_{v_1}(0, t - \tau_{m v_1})}{\partial x_{v_1}} \right] = \dots \\ & \dots = \frac{1}{F_{\eta_1}} \left[ a_{\infty \eta_1}^2 \frac{\partial G_{\eta_1}(0, t)}{\partial x_{\eta_1}} - \sum_{m=1}^M d_{m \eta_1}^2 \frac{\partial G_{\eta_1}(0, t - \tau_{m \eta_1})}{\partial x_{\eta_1}} \right]. \end{aligned}$$

Частные решения задачи (4.1) — (4.12) будем искать в виде

$$G_{ji}(x_{ji}, t) = X_{ji}(x_{ji}) e^{kt}, \quad (4.13)$$

где  $k$  и  $X_{ji}(x_{ji})$  — соответственно собственное число и собственная функция задачи на собственные значения для системы уравнений

$$X_{ji}''(x_{ji}) + \xi_{ji}^2 X_{ji}(x_{ji}) = 0, \quad (4.14)$$

$$\text{где} \quad \xi_{ji}^2 = \frac{k^2 + 2b_{jik}}{a_{\infty ji}^2 - \sum_{m=1}^M a_{mji}^2 e^{-k\tau_{mji}}}, \quad (4.15)$$

$$(j = 1, 2, \dots, \lambda, \dots, N; i = 1, 2, \dots, n_j).$$

Собственные функции, определяемые системой (4.14), имеют вид

$$X_{ji}(x_{ji}) + A_{ji} \sin(\xi_{ji}, x_{ji} + \varphi_{ji}), \quad (4.16)$$

где  $A_{ji}$ ,  $\varphi_{ji}$  — произвольные постоянные. Следовательно,

$$G_{ji}(x_{ji}, t) = A_{ji} \sin(\xi_{ji}, x_{ji} + \varphi_{ji}) e^{kt}; \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial G_{ji}(x_{ji}, t)}{\partial x_{ji}} = A_{ji} \xi_{ji} \sin(\xi_{ji} x_{ji} + \varphi_{ji}) e^{kt}, \quad (4.18)$$

$$(j=1, 2, \dots; \lambda, \dots, N; i=1, 2, \dots, n_{ji}).$$

Подставим выражения (4.17) и (4.18) в условия сопряжения на стыках труб и в узлах разветвления трубопроводов. После соответствующих преобразований получим

$$\frac{F_j \xi_{ji} \operatorname{tg}(\xi_{ji} l_{ji} + \varphi_{ji})}{k + 2b_{ji}} = \frac{F_{j(i+1)} \xi_{j(i+1)} \operatorname{tg} \varphi_{j(i+1)}}{k + 2b_{j(i+1)}}; \quad (4.19)$$

$$(j=1, 2, \dots, \lambda, \dots, N; i=1, 2, \dots, n_{ji})$$

$$\sum_{j=\delta}^{j=\delta} \frac{F_{jn_j} \xi_{jn_j} \operatorname{tg}(\xi_{jn_j} + \varphi_{jn_j})}{k + 2b_{jn_j}} = \sum_{j=\nu}^{j=\eta} \frac{F_{j1} \xi_{j1} \operatorname{tg} \varphi_{j1}}{k + 2b_{j1}}. \quad (4.20)$$

Полученная система трансцендентных уравнений определяет собственные числа  $k$ . Так как фазовые углы  $\varphi$  и  $\varphi_{\lambda n_\lambda}$  определяются граничными условиями в конечных сечениях сложного трубопровода, то система уравнений (4.19) — (4.20) — замкнутая (формулы, определяющие  $\varphi_{11}$  и  $\varphi_{\lambda n_\lambda}$ , будут приведены нами дальше).

В работе [15] показано, что системы дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами имеют нетривиальное решение для комплексных собственных чисел  $k$ . В общем случае уравнения (4.19) — (4.20) имеют бесчисленное множество комплексно-сопряженных корней вида  $k_p = b_p \pm i\omega_p$ , в которых  $b_p$  может быть как отрицательным, так и положительным. Последнее зависит от величины  $d_{mi}$ ,  $\tau_{mi}$ ,  $b_i$  и других параметров, характеризующих волновое движение релаксирующих жидкостей и газов в трубах. При  $b_p < 0$  в трубопроводе реализуются затухающие колебания жидкости (газа); при  $b_p > 0$  — возрастающие колебания. Как показано в гл. 3, возрастающие (самовозбуждающиеся) колебания могут возникнуть только при определенных законах течения релаксационных процессов.

В зависимости от кинетики релаксационного процесса параметр  $\xi_{ji}$  можно представить по-разному.

Если релаксационный процесс протекает по закону, близкому к ступенчатому (уравнение состояния (3.20)), то

$$\xi_i^2 = - \frac{k^2 + 2b_i k}{a_{\infty i}^2 - a_i^2 e^{-k\tau_i}}. \quad (4.21)$$

При экспоненциальном законе установления равновесия из уравнения (4.21) в результате разложения  $e^{k\tau}$  в ряд Тейлора и отбрасывания членов 2-го порядка малости, имеем

$$\xi_i^2 = \frac{(k^2 + 2b_i k)(1 + k\tau_i)}{a_0^2 + k\tau_i a_\infty^2}. \quad (4.22)$$

Нетрудно убедиться, что соотношение (4.22) можно получить в результате интегрирования методом разделения переменных волнового уравнения (3.73).



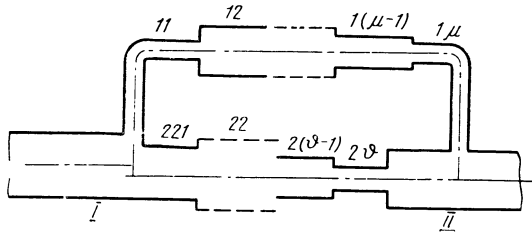


Рис. 4.2. Многоступенчатый трубопровод

При расчете собственных частот колебаний жидкости в сложных гидросистемах в некоторых случаях можно пользоваться моделью идеальных жидкостей и газов. Тогда, полагая  $b_{ji}=0$ ,  $\tau_{mi}=0$ , из (4.19) и (4.20) получим систему уравнений, определяющих собственные частоты колебаний идеальной жидкости в разветвленных трубопроводных системах [50]:

$$\sum_{j=\varepsilon}^{j=\delta} \frac{F_{jn}}{a_{jn}} \operatorname{tg} \left( \frac{\omega}{a_{jn}} l_{jn} + \varphi_{jn} \right) = \sum_{j=\gamma}^{j=\eta} \frac{F_{j1}}{a_{j1}} \operatorname{tg} \varphi_{j1}; \quad (4.23)$$

$$\frac{F_{ji}}{a_{ji}} \operatorname{tg} \left( \frac{\omega}{a_{ji}} l_{ji} + \varphi_{ji} \right) - \frac{F_{j(i+1)}}{a_{j(i+1)}} \operatorname{tg} \varphi_{j(i+1)} = 0, \quad (4.24)$$

$$(j = 1, 2, \dots \lambda \dots N; i = 2, 3 \dots n_j).$$

Часто гидравлические системы питания микродвигателей имеют параллельные подсоединения трубопроводов (закольцовки). В качестве закольцовок, например, могут быть коллекторы. Поэтому задача определения частот и коэффициентов затухания свободных колебаний в системах, имеющих параллельное подсоединение трубопроводов, представляет определенный практический и теоретический интерес.

При наличии в гидросистеме закольцовок система расчетных уравнений (4.19) — (4.20) оказывается незамкнутой. Требуется дополнительное соотношение на каждое параллельное подсоединение. Найдем это соотношение.

Рассмотрим систему, состоящую из одного параллельного подсоединения. Пусть в общем случае каждое подсоединение является многоступенчатым трубопроводом (рис. 4.2). Количество простых трубопроводов в первом параллельном подсоединении  $\mu$ , во втором —  $\nu$ .

В узлах разветвления справедливо условие непрерывности (равенства) давлений на входе в каждый простой трубопровод, т. е.

$$p_{11}(0, t) = p_{21}(0, t) \quad (1\text{-й узел}); \quad (4.25)$$

$$p_{1\mu}(l_{1\mu}, t) = p_{2\nu}(l_{2\nu}, t) \quad (2\text{-й узел}).$$

Используя уравнения неразрывности и состояния в форме (3.22), из выражения (4.25) получим

$$\begin{aligned} & \frac{1}{F_{11}} \left[ a_{\infty 11}^2 \frac{\partial G_{11}(0, t)}{\partial x_{11}} \sum_{m=1}^M d_{m11}^2 \frac{\partial G_{11}(0, t - \tau_{m11})}{\partial x_{11}} \right] = \\ & = \frac{1}{F_{21}} \left[ a_{\infty 21}^2 \frac{\partial G_{21}(0, t)}{\partial x_{21}} - \sum_{m=1}^M d_{m21}^2 \frac{\partial G_{21}(0, t - \tau_{m21})}{\partial x_{21}} \right]; \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{F_{1\mu}} \left[ a_{\infty 1\mu}^2 \frac{\partial G_{1\mu}(l_{1\mu}, t)}{\partial x_{1\mu}} - \sum_{m=1}^M d_{m1\mu}^2 \frac{\partial G_{1\mu}(l_{1\mu}, t - \tau_{m1\mu})}{\partial x_{1\mu}} \right] = \\ & = \frac{1}{F_{2\nu}} \left[ a_{\infty 2\nu}^2 \frac{\partial G_{2\nu}(l_{2\nu}, t)}{\partial x_{2\nu}} - \sum_{m=1}^M d_{m2\nu}^2 \frac{\partial G_{2\nu}(l_{2\nu}, t - \tau_{m2\nu})}{\partial x_{2\nu}} \right]. \end{aligned} \quad (4.27)$$

Подставив вместо производных  $\frac{\partial G}{\partial x}$  их значения, взятые по формуле (4.18), получим

$$\frac{k + 2b_{11}}{F_{11}\xi_{11}} c_{11} \cos(\varphi_{11}) = \frac{k + 2b_{21}}{F_{21}\xi_{21}} c_{21} \cos \varphi_{21}; \quad (4.28)$$

$$\frac{k + 2b_{1\mu}}{F_{1\mu}\xi_{1\mu}} c_{1\mu} \cos(\xi_{1\mu}l_{1\mu} + \varphi_{1\mu}) = \frac{k + 2b_{2\nu}}{F_{2\nu}\xi_{2\nu}} c_{2\nu} \cos(\xi_{2\nu}l_{2\nu} + \varphi_{2\nu}). \quad (4.29)$$

Найдем связь между произвольными постоянными  $c_{11}$  и  $c_{1\mu}$ , а также между  $c_{21}$  и  $c_{2\nu}$ . Для этого используем условие непрерывности расхода в сечениях стыка простых трубопроводов как для 1-го, так и для 2-го ответвлений. Тогда с помощью соотношения (4.17) получим равенства:

— для 1-го ответвления

$$\begin{aligned} c_{11} \sin(\xi_{11}l_{11} + \varphi_{11}) &= c_2 \sin \varphi_{12} \\ &\dots \dots \dots \\ c_{1(\mu-1)} \sin(\xi_{1(\mu-1)}l_{1(\mu-1)} + \varphi_{1(\mu-1)}) &= c_{1\mu} \sin \varphi_{1\mu}; \end{aligned}$$

— для 2-го ответвления

$$\begin{aligned} c_{21} \sin(\xi_{21}l_{21} + \varphi_{21}) &= c_{22} \sin \varphi_{22} \\ &\dots \dots \dots \\ c_{2(\nu-1)} \sin(\xi_{2(\nu-1)}l_{2(\nu-1)} + \varphi_{2(\nu-1)}) &= c_{2\nu} \sin \varphi_{2\nu}. \end{aligned}$$

Из приведенных соотношений находим

$$c_{1\mu} = c_{11}R_{1\mu}, \quad c_{2\nu} = c_{21}R_{2\nu}, \quad (4.30)$$

где 
$$R_{1\mu} = \frac{\prod_{r=1}^{\mu-1} \sin(\xi_{1r}l_{1r} + \varphi_{1r})}{\prod_{r=2}^{\mu} \sin \varphi_{1r}}; \quad (4.31)$$

$$R_{2v} = \frac{\prod_{r=1}^v \sin(\xi_{2r} l_{2r} + \varphi_{2r})}{\prod_{r=2}^v \sin \varphi_{2r}}. \quad (4.32)$$

С учетом соотношений (4.30) из уравнений (4.28) и (4.29) нетрудно получить

$$\frac{(k + 2b_{1\mu}) F_{11} \xi_{11} R_{1\mu} \sin(\xi_{1\mu} l_{1\mu} + \varphi_{1\mu})}{k + 2b_{11} F_{1\mu} \xi_{1\mu} \sin \varphi_{11}} = \frac{(k + 2b_{2v}) F_{21} \xi_{21} R_{2v} \sin(\xi_{2v} l_{2v} + \varphi_{2v})}{(k + 2b_{21}) F_{2v} \xi_{2v} \sin \varphi_{21}}. \quad (4.33)$$

Таким образом, в случае одной закольцовки соотношение (4.33) замыкает систему уравнений, составленную с помощью формул (4.19) и (4.20). Если из узла разветвления трубопроводов выходит  $s$  закольцовок, то необходимо рассчитать систему уравнений дополнить  $s$  соотношениями типа (4.33).

Соотношению (4.33) можно придать более компактный вид, если воспользоваться уравнениями (4.15), справедливыми для любой пары смежных простых трубопроводов. В этом случае, обозначая одну закольцовку индексом  $j$ , а вторую индексом  $s$ , после несложных преобразований находим

$$\prod_{r=1}^{\mu} \frac{\cos(\xi_{jr} l_{jr} + \varphi_{jr})}{\cos \varphi_{jr}} = \prod_{r=1}^v \frac{\cos(\xi_{sr} l_{sr} + \varphi_{sr})}{\cos \varphi_{sr}}. \quad (4.34)$$

Для идеальных жидкостей соотношение (4.34) принимает вид

$$\prod_{r=1}^{\mu} \frac{\cos\left(\frac{\omega}{a_{jr}} l_{jr} + \varphi_{jr}\right)}{\cos \varphi_{jr}} = \prod_{r=1}^v \frac{\cos\left(\frac{\omega}{a_{sr}} l_{sr} + \varphi_{sr}\right)}{\cos \varphi_{sr}}, \quad (4.35)$$

где  $a_{jr}$ ,  $a_{sr}$  — равновесные скорости звука.

Итак, частоты и коэффициенты затухания колебаний жидкости в сложных гидравлических системах определяются трансцендентными уравнениями (4.19), (4.20) и (4.34).

Произвольные постоянные  $\varphi_{11}$  и  $\varphi_{\lambda n_\lambda}$ , входящие в эти уравнения, нетрудно определить из граничных условий в концевых сечениях гидравлической системы. Подставляя выражения (4.17) и (4.18) в (4.7) и (4.8), находим

$$\operatorname{tg}(\xi_{\lambda n_\lambda} l_{\lambda n_\lambda} + \varphi_{\lambda n_\lambda}) = -\frac{\beta_{\lambda n_\lambda} \xi_{\lambda n_\lambda}}{\alpha_{\lambda n_\lambda} k + 1}; \quad (4.36)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{11} = -\frac{\beta_{11} \xi_{11}}{\alpha_{11} k + 1}. \quad (4.37)$$

Эти соотношения охватывают случаи, наиболее часто встречающиеся в практике проектирования систем питания микродвигателей КЛА. В самом деле, поскольку коэффициент  $\beta_{\lambda n_\lambda}$  характеризует

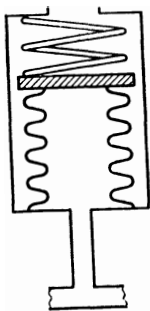


Рис. 4.3. Схема компенсатора гидравлического удара

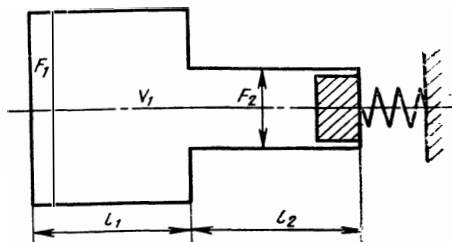


Рис. 4.4. Расчетная схема трубопроводной системы с упругим элементом

упругие свойства компенсатора, а коэффициент  $\alpha_{\lambda n \lambda}$  сосредоточенное сопротивление, то формулы (4.36) или (4.37) наиболее приспособлены для расчета типичных (для реактивных систем) демпферов гидравлического удара.

Если в конечном сечении трубопровода установлен упруго-инерционный компенсатор гидравлического удара (рис. 4.3) или другие конструкционные элементы (сифоны, мембраны, предохранительные и обратные клапаны), то согласно выражению (3.97) фазовый угол  $\varphi_{\lambda n \lambda}$  определяется из соотношения

$$\operatorname{tg}(\xi_{\lambda n \lambda} l_{\lambda n \lambda} + \varphi_{\lambda n \lambda}) = \frac{k^2 + 2b_{\lambda n \lambda} k}{\xi_{\lambda n \lambda} (m_0 k^2 + c)} Q_{0 \lambda n \lambda} \cdot F_0. \quad (4.38)$$

Напомним, что здесь  $m_0$ ,  $c$  — соответственно приведенная масса и жесткость пружины упруго-инерционного элемента.

При построении математической модели неустановившегося движения жидкости и газа в трубах предполагалось сосредоточенные сопротивления представлять с помощью эквивалентных простых трубопроводов с распределенными параметрами. В такой постановке достаточно знать фазовые углы  $\varphi_{11}$  и  $\varphi_{\lambda n \lambda}$  только для случаев открытого и закрытого в конечных сечениях трубопроводов. Другие типы граничных условий должны вытекать как частный случай в результате сведения «распределенных» участков труб к сосредоточенным.

Если трубопроводы открыты, то, используя уравнения (4.17) и (4.18), из выражения (3.86) находим

$$\lambda_{\lambda n \lambda} = \frac{2k-1}{2} \pi - \xi_{\lambda n \lambda} l_{\lambda n \lambda}; \quad (4.39)$$

$$\varphi_{11} = \frac{2k-1}{2} \pi \quad (k=1, 2, 3, \dots) \quad (4.40)$$

Для трубопроводов, закрытых в конечных сечениях, из (4.87) имеем

$$\varphi_{\lambda n_\lambda} = (k-1)\pi - \xi_{\lambda n_\lambda} l_{\lambda n_\lambda}; \quad (4.41)$$

$$\varphi_{11} = (k-1)\pi, \quad (k=1, 2, 3\dots). \quad (4.42)$$

Формулы (4.39) — (4.42) можно также получить из уравнений (4.36) и (4.37), полагая  $\alpha \rightarrow \infty$  или  $\beta = 0$  для закрытого и  $\beta \rightarrow \infty$  при  $\alpha = 0$  для открытого трубопроводов.

Для идеальных жидкостей из уравнения (4.36) — (4.42) [50] имеем

$$a_{\lambda n_\lambda} \operatorname{tg} \left( \frac{\omega}{a_{\lambda n_\lambda}} l_{\lambda n_\lambda} + \varphi_{\lambda n_\lambda} \right) = \beta_{\lambda n_\lambda} \omega; \quad (4.43)$$

$$a_{11} \operatorname{tg} \varphi_{11} = -\omega \beta_{11}; \quad (4.44)$$

$$\operatorname{tg} \left( \frac{\omega}{a_{\lambda n_\lambda}} l_{\lambda n_\lambda} + \varphi_{\lambda n_\lambda} \right) = \frac{\omega}{(m_0 \omega^2 + c)} Q_{0n_\lambda} F_0; \quad (4.45)$$

$$\varphi_{\lambda n_\lambda} = \frac{2k-1}{2} \pi - \frac{\omega}{a_{\lambda n_\lambda}} l_{\lambda n_\lambda}; \quad (4.46)$$

$$\varphi_{11} = \frac{2k-1}{2} \pi, \quad (k=1, 2, 3\dots); \quad (4.47)$$

$$\varphi_{\lambda n_\lambda} = (k-1)\pi - \frac{\omega}{a_{\lambda n_\lambda}} l_{\lambda n_\lambda}; \quad (4.48)$$

$$\varphi_{11} = (k-1)\pi, \quad (k=1, 2, 3\dots). \quad (4.49)$$

Рассмотрим в качестве примера порядок получения расчетных формул для определения спектра частот и коэффициентов затухания колебаний в системе, приведенной на рис. 4.4.

Опуская индексы, обозначающие номер ответвления, из выражения (4.24) находим

$$\frac{F_1 \xi_1}{k + 2b_1} \operatorname{tg} (\xi_1 l_1 + \varphi_1) = \frac{F_2 \xi_2}{k + 2b_2} \operatorname{tg} \varphi_2. \quad (4.50)$$

В приведенном уравнении  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  определяются формулами (4.42) и (4.38), т. е.

$$\varphi_1 = (k-1)\pi, \quad (k=1, 2, 3\dots); \quad (4.51)$$

$$\operatorname{tg} (\xi_2 l_2 + \varphi_2) = \frac{k^2 + 2b_2 k}{\xi_2 (m_0 k^2 + c)} Q_{02} F_0. \quad (4.52)$$

Уравнение (4.50) в некоторых случаях имеет смысл упростить. Учитывая, что для емкости  $b_1 = 0$  и  $\xi_1 l_1 \ll 1$ , уравнению (4.50) можно придать вид

$$\frac{V_1 \xi_1^2}{k} = \frac{F_2 \xi_2}{k + 2b_2} \operatorname{tg} \varphi_2, \quad (4.53)$$

где  $V = F_1 l_1$ .

Окончательно, исключая в выражении (4.53) с помощью соотношений (4.52)  $\operatorname{tg} \varphi_2$ , находим

$$\frac{\operatorname{tg}(\xi_2 l_2) + \frac{k + 2b_2}{F_2 \xi_2} \frac{V_1 \xi_1^2}{k}}{1 - \operatorname{tg} \xi_2 l_2 \left( \frac{k + 2b_2}{F_2 \xi_2} \frac{V_1 \xi_1^2}{k} \right)} = \frac{(k^2 + 2bk) F_0 Q_{02}}{\xi_2 (m_0 k^2 + c)}. \quad (4.54)$$

Если  $\tau_{m1} = \tau_{m2} = 0$ ,  $b_2 = 0$ ,  $a_{1\infty} = a_{2\infty} = a$ , то из (4.54) нетрудно получить уравнение, определяющее спектр собственных частот колебаний идеальной жидкости

$$\frac{\operatorname{tg} \frac{\omega}{a} l_2 + \frac{V_1}{F_2} \frac{\omega}{a}}{1 - \frac{V_1 \omega}{F_2 a} \operatorname{tg} \frac{\omega}{a} l_2} = \frac{F_0 Q_{02}}{\omega m_0 \left( \frac{\omega_c^2}{\omega} - 1 \right)}, \quad (4.55)$$

где  $\omega_c = \sqrt{\frac{m_0}{c}}$  — собственная частота колебаний упругого элемента.

Из выражения (4.55) следует, что при  $\omega = \omega_c$  (частоты свободных колебаний жидкости и упругого элемента совпадают) частота соответствующего тона колебаний определяется формулой

$$\frac{V_1 \omega}{F_2 a} = \operatorname{ctg} \frac{\omega}{a} l_2. \quad (4.56)$$

Если жесткость  $c \rightarrow \infty$  (трубопровод закрыт)  $\omega_c \rightarrow \infty$ , то частота определяется зависимостью

$$\operatorname{tg} \frac{\omega}{a} l_2 = -\frac{V_1}{F_2} \frac{\omega}{a}. \quad (4.57)$$

Для того чтобы выяснить, в какой степени упругость влияет на собственную частоту колебаний, необходимо проанализировать формулы (4.56) и (4.57). Пусть  $V_1 = 0$ . Тогда из уравнения (4.56) получим формулу, определяющую собственную частоту колебаний жидкости в трубопроводе, у которого один конец открыт, а второй — закрыт:

$$\omega = \frac{2k-1}{2} \pi \frac{a}{l_2}, \quad (k = 1, 2, 3 \dots).$$

Уравнение (4.57) при  $V_1 = 0$  определяет собственную частоту колебаний жидкости в трубопроводе с закрытыми концами

$$\omega = (k-1) \pi \frac{a}{l_2}, \quad (k = 1, 2, 3 \dots).$$

Анализируя эти уравнения, приходим к выводу, что наличие упругих элементов в трубопроводной системе уменьшает частоту свободных колебаний. Минимальное значение частоты будет в том случае, когда частоты свободных колебаний жидкости и упругого элемента совпадают.

Используя систему уравнений (4.19) и (4.20), можно получить расчетные зависимости для любой пневмогидравлической системы. Но в этом нет смысла, так как в итоге получим трансцендентные уравнения относительно  $k$ , решение которых ненамного проще решения системы уравнений в виде (4.19) — (4.20).

Как показывает опыт, система уравнений (4.19) — (4.20) весьма удобна при отыскании ее корней с помощью ЭВМ. Алгоритм решения состоит из двух этапов:

- а) определение корней для  $b_{ji}=0, \tau_{mji}=0$  методом сканирования;
- б) уточнение итераций собственных чисел  $k_p$  по методу Ньютона.

Действительная часть вычисленного собственного числа определяет коэффициент затухания  $b_p$ , коэффициент при мнимой части  $\omega_p$  является частотой свободных колебаний.

При расчете собственных частот и коэффициентов затухания колебаний жидкости в трубопроводах приходится сталкиваться с некоторыми неудобствами, связанными с тем, что исходные уравнения — трансцендентные; корни их в общем случае комплексные. Прежде чем решать систему уравнений (4.19), (4.20), имеет смысл найти приближенное значение собственной частоты, соответствующей случаю идеальной жидкости, т. е. найти корни системы уравнений (4.23) и (4.24). Тогда процедура уточнения частот и коэффициентов затухания колебаний существенно упрощается и, как показывает опыт, основные затраты машинного времени идут на отыскание собственных частот первого приближения. В связи с этим целесообразно рассмотреть некоторые способы упрощения характеристической системы уравнений (4.23) и (4.24).

### Сведения трансцендентных уравнений к алгебраическим

В большинстве случаев уравнения (4.23) и (4.24) можно свести к алгебраическим. Для этого необходимо исследуемую трубопроводную систему разбить на участки простых трубопроводов так, чтобы соблюдались следующие соотношения:

$$\frac{l_1}{a_1} = \frac{l_2}{a_2} = \dots = \frac{l_i}{a_i} = \dots = \frac{l_n}{a_n} = M. \quad (4.58)$$

Тогда, например, для однониточного трубопровода уравнения, определяющие собственные частоты, запишутся в виде

$$\frac{F_{ji}}{a_{ji}} \operatorname{tg}(\omega M + \varphi_{ji}) = \frac{F_{j(i+1)}}{a_{j(i+1)}} \operatorname{tg} \varphi_{j(i+1)}.$$

Обозначим  $\operatorname{tg} \omega M = y$ ,  $\operatorname{tg} \varphi_{11} = y_{11}$ ,  $\operatorname{tg} \varphi_{ji} = y_{ji}$  и выразим тангенс суммы двух углов через тангенсы этих углов. Получим

$$\frac{F_{ji}}{a_{ji}} \frac{y + y_{ji}}{1 - y y_{ji}} = \frac{F_{j(i+1)}}{a_{j(i+1)}} y_{j(i+1)}, \quad (4.59)$$

$$(j = 1, 2, \dots, N; i = 1, 2, \dots, n_j - 1),$$

где  $y_{11}$  и  $y_{\lambda n \lambda}$  определяются из граничных условий. Кроме того, к системе уравнений необходимо добавить дополнительные замыкающие соотношения, имеющие место в узлах разветвления. Используя выражения (4.24), а также учитывая условие (4.58), получим

$$\sum_{j=\varepsilon}^{j=\delta} \frac{F_{jn}}{a_{jn}} \frac{y^{\delta} + y_{jn}}{1 - y y_{jn}} = \sum_{j=\nu}^{j=\eta} \frac{F_{j1}}{a_{j1}} y_{j1}. \quad (4.60)$$

При наличии в трубопроводной системе закольцовок необходимо использовать уравнение (4.35), предварительно выразив  $\cos \frac{\omega}{a} l$  через  $\operatorname{tg} \frac{\omega}{a} l$ , т. е.

$$\begin{aligned} & \prod_{r=1}^{\mu} \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\omega}{a_{jr}} l_{jr} \right)}} \left[ 1 - \operatorname{tg} \varphi_{jr} \operatorname{tg} \frac{\omega}{a} l_{jr} \right] = \\ & = \prod_{r=1}^{\nu} \left[ 1 - \operatorname{tg} \varphi_{sr} \operatorname{tg} \frac{\omega}{a_{sr}} l_{sr} \right] \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \left( \frac{\omega}{a_{sr}} l_{sr} \right)}}. \end{aligned}$$

Или, учитывая соотношения (4.58), получим

$$\prod_{r=1}^{\mu} [1 - y_{jr} y] = \prod_{r=1}^{\nu} [1 - y_{sr} y]. \quad (4.61)$$

Таким образом, разбив сложную трубопроводную систему на участки простых трубопроводов, для которых выполняется условие (4.58), трансцендентные уравнения (4.23) и (4.24) можно свести к алгебраическим. Далее, зная корни уравнений, составленных при помощи выражений (4.59), (4.60), (4.61), нетрудно определить спектр собственных частот по формуле  $\omega = \frac{1}{M} \arctg y$ .

### Приближенные уравнения

На практике часто наиболее важны приближенные формулы, позволяющие наглядно оценить влияние параметров гидравлической системы на величину собственных частот. Кроме того, такие формулы позволяли бы определять порядок первого корня при точных расчетах и таким образом значительно сократить время счета на ЭЦВМ.

Разобьем, как и ранее, сложную трубопроводную систему на участки простых трубопроводов. Тогда спектр собственных частот будет определяться системой уравнений (4.23) и (4.24). Будем определять частоты первых тонов колебаний, для которых выполняется соотношение  $\frac{\omega l_i}{a_i} \ll 1$ , т. е. длина волны  $\lambda = \frac{a}{\omega}$  намного меньше



ше длины простого трубопровода. В этом случае  $\operatorname{tg}\left(\frac{\omega}{a} l\right)$  можно заменить его аргументом. Тогда, используя (4.23), (4.24) и (4.35), получим следующую систему уравнений:

$$\frac{F_{ji}}{a_{ji}} \frac{\frac{l_{ji}}{a_{ji}} \omega + z_{ji}}{1 - \omega \frac{l_{ji}}{a_{ji}} z_{ji}} = \frac{F_{j(i+1)}}{a_{j(i+1)}} z_{j(i+1)}; \quad (4.62)$$

$$(j=1, 2, 3 \dots \lambda \dots N, i=1, 2, 3 \dots n_j - 1);$$

$$\sum_{j=\varepsilon}^{j=\delta} \frac{F_{jn}}{a_{jn}} \frac{\frac{l_{jn}}{a_{jn}} + z_{jn}}{1 - \omega \frac{l_{jn}}{a_{jn}} z_{jn}} = \sum_{j=\nu}^{j=\eta} \frac{F_{j1}}{a_{j1}} z_{j1}; \quad (4.63)$$

$$\prod_{r=1}^{\mu} \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 \left(\frac{l_{(s-1)r}}{a_{(s-1)r}}\right)^2}} \left[ 1 - z_{(s-1)r} \omega \frac{l_{(s-1)r}}{a_{(s-1)r}} \right] =$$

$$= \prod_{r=1}^{\nu} \left[ 1 - z_{sr} \frac{\omega}{a_{sr}} l_{sr} \right] \frac{1}{\sqrt{1 - \omega^2 \left(\frac{l_{sr}}{a_{sr}}\right)^2}}, \quad (4.64)$$

где  $z_{ji} = \operatorname{tg} \varphi_{ji}$ .

Учитывая, что полученные уравнения имеют место при  $\frac{\omega l}{a} \ll 1$ , соотношению (4.64) можно придать вид

$$\prod_{r=1}^{\mu} \frac{1 - z_{(s-1)r} \omega \frac{l_{(s-1)r}}{a_{(s-1)r}}}{1 + \frac{1}{2} \omega^2 \left(\frac{l_{(s-1)r}}{a_{(s-1)r}}\right)^2} = \prod_{r=1}^{\nu} \frac{1 - z_{sr} \omega \frac{l_{sr}}{a_{sr}}}{1 + \frac{1}{2} \omega^2 \left(\frac{l_{sr}}{a_{sr}}\right)^2}. \quad (4.65)$$

В качестве примера рассмотрим двухступенчатый трубопровод. Расчетное уравнение в этом случае имеет вид (индекс ответвления опускаем)

$$\frac{F_1}{a_1} \frac{\frac{l_1}{a_1} \omega + z_1}{1 - \frac{l_1}{a} \omega z_1} = \frac{F_2}{a_2} z_2. \quad (4.66)$$

Пусть один конец закрыт (трубопровод  $l_2$ ), а второй открыт (трубопровод  $l_1$ ). Причем  $a_1 = a_2 = a$ . Тогда  $\varphi_1 = \frac{(2k-1)\pi}{2}$ ,  $\varphi_2 = k\pi - \omega \frac{l_2}{a}$ .

Так как  $z_1 = \operatorname{tg} \varphi_1$ ,  $z_2 = \operatorname{tg} \varphi_2$ , то имеем  $z_1 = \pm \infty$ ,  $z_2 = -\operatorname{tg} \frac{\omega l_2}{a} \approx -\frac{\omega l_2}{a}$ .

Далее, учитывая, что  $\lim_{z_1 \rightarrow \pm \infty} \left( \frac{\frac{l_1}{a_1} + z_1}{1 - \frac{l_1}{a_1} \omega z_1} \right) = -\frac{a}{l_1 \omega}$ , уравнению (4.66)

можно придать вид  $\frac{F_1}{l_1 \omega} = \frac{F_2}{a_2} \omega l_2$ , откуда имеем

$$\omega = a \sqrt{\frac{F_1}{F_2} \frac{1}{l_1 l_2}}. \quad (4.67)$$

Если трубопровод  $l_2$  представляет собой емкость, т. е.  $F_2 \rightarrow \infty$ ,  $l_2 \rightarrow \infty$ , но  $V_2 = l_2 F_2$ , то формула (4.67) вырождается в формулу для резонатора Гельмгольца.

Используя приведенные соотношения, нетрудно получить приближенные формулы для расчета собственных частот колебаний жидкости и газа в целом ряде трубопроводных систем. Однако в этом нет необходимости, так как невозможно предусмотреть заранее наиболее часто встречающиеся в практике схемы трубопроводных систем.

### 4.3. УСТАНОВИВШИЕСЯ ПЕРИОДИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ТОПЛИВА В СИСТЕМАХ ПИТАНИЯ МИКРОДВИГАТЕЛЕЙ

В жидкостно-реактивных системах управления КЛА могут быть ситуации, при которых один или несколько микродвигателей функционируют в периодическом режиме, являясь, таким образом, источниками периодических возмущений расхода и давления топлива в питающих магистралях. Вследствие этого в системе устанавливаются стационарные колебания, амплитуда которых изменяется по трубопроводной системе, а ее абсолютная величина зависит от частоты и интенсивности возмущения, а также от упругих и геометрических характеристик системы питания. Эти колебания нежелательны, так как могут привести к выходу из строя элементов автоматики или к ненормальным срабатываниям микродвигателей. Поэтому возникает необходимость расчета величин амплитуд колебаний в любой точке системы питания при любой комбинации срабатывания управляющих микродвигателей.

С другой стороны, экспериментальные и теоретические исследования установившихся периодических колебаний релаксирующих жидкостей и газов в трубах позволяют получить информацию о ходе релаксационного процесса, т. е. определить значение параметров  $a_\infty$ ,  $d_m$  и  $\tau_m$ , входящих в уравнение состояния (3.22). Поэтому исследование установившихся периодических колебаний жидкости и газа в сложных трубопроводных системах представляет значительный практический и теоретический интерес.

В литературе имеются работы (см. обзор [51]), в которых рассматривались указанные вопросы.

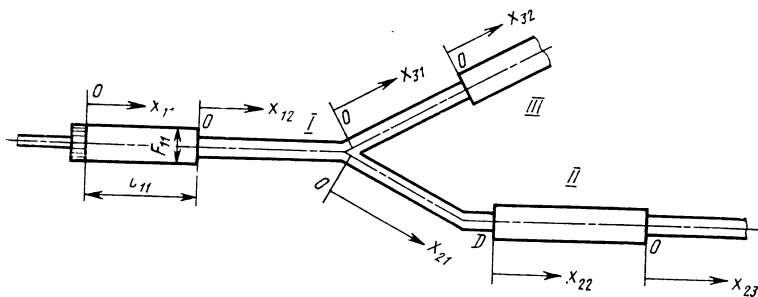


Рис. 4.5. Сложная разветвленная система трубопроводов

Наиболее полно периодические колебания жидкости и газа в сложных трубопроводах исследованы в работах [36, 30, 61, 50, 64]. Применение метода разделения переменных для решения задач установившихся периодических колебаний в сложных трубопроводах, более рационально при расчете гидравлических систем с учетом релаксационных явлений в жидкостях и газах. Насколько импедансный и операционный методы эффективны при решении указанных задач не известно, так как они пока не развиты применительно к релаксирующим жидкостям и газам. В этом смысле приведенные в настоящей главе решения новы не только в методическом, но и в постановочном отношении.

Рассмотрим сложную разветвленную трубопроводную систему (рис. 4.5), состоящую из  $N$  односторонних трубопроводов. Как и для собственных колебаний, обозначим простые трубопроводы индексами  $ji$ , где  $j=1, 2, 3, \dots, N$  — номера ответвлений,  $i=1, 2, 3, \dots, n_j$  — номера простых трубопроводов, входящих в ответвление.

Пусть в сечении  $x_{11}=0$  расход жидкости изменяется по закону

$$G_{11}(0, t) = A_{11}e^{i\omega t}. \quad (4.68)$$

Найдем величину амплитуды установившихся колебаний расхода  $A_{ji}(x_{ji})$  и давления  $P_{ji}(x_{ji})$  в любом сечении рассматриваемой сложной трубопроводной системы. Для этого, как известно, необходимо найти решение следующей системы уравнений:

$$\frac{\partial^2 G_{ji}(x_{ji}, t)}{\partial t^2} + 2b \frac{\partial G_{ji}(x_{ji}, t)}{\partial t} = a_{\infty ji}^2 \frac{\partial^2 G_{ji}(x_{ji}, t)}{\partial x_{ji}^2} - \sum_{m=1}^M a_m^2 \frac{\partial^2 G_{ji}(x_{ji}, t - \tau_{ji})}{\partial x_{ji}^2}, \quad (j=1, 2, \dots, N, i=1, 2, \dots, n_j), \quad (4.69)$$

при следующих граничных условиях:

$$G_{11}(0, t) = A_{11}e^{i\omega t}; \quad (4.70)$$

$$\alpha_{\lambda n} \frac{\partial G_{\lambda n}(l_{\lambda n}, t)}{\partial t} + \beta_{\lambda n} \frac{\partial G_{\lambda n}(l_{\lambda n}, t)}{\partial x_{\lambda n}} + G_{\lambda n}(l_{\lambda n}, t) = 0, \quad (4.71)$$

где  $\lambda$  — номера тупиковых ответвлений, и условиях сопряжения на стыках и в узлах разветвления трубопроводов (см. гл. 3)

$$G_{ji}(l_{ji}, t) = G_{j(i+1)}(0, t); \quad (4.72)$$

$$p_{ji}(l_{ji}, t) = p_{j(i+1)}(0, t); \quad (4.73)$$

$$(j = 1, 2, 3, \dots, N, i = 1, 2, 3, \dots, n_j - 1)$$

$$\sum_{j=\varepsilon}^{\delta} G_{jn}(l_{jn}, t) = \sum_{j=\nu}^{\eta} G_{j1}(0, t); \quad (4.74)$$

$$p_{\varepsilon n}(l_{\varepsilon n}, t) + \dots = p_{\delta n}(l_{\delta n}, t) = p_{\nu 1}(0, t) = \dots = p_{\eta 1}(0, t),$$

где  $\varepsilon, \delta$  — номера однониточных трубопроводов, входящих в узел разветвления;  $\nu, \eta$  — номера однониточных трубопроводов, выходящих из узла разветвления.

Решение системы уравнений (4.69) при граничных условиях (4.70) — (4.75) будем искать в виде

$$G_{ji}(x_{ji}, t) = A_{ji}(x_{ji}) e^{i\omega t}. \quad (4.76)$$

Подставляя выражения (4.76) в (4.69) и совершая преобразования, аналогичные преобразованиям, проведенным при рассмотрении свободных колебаний, получим

$$A_{ji}(x_{ji}) = C_{ji} \sin(\gamma_{ji} x_{ji} + \varphi_{ji}), \quad (4.77)$$

где  $C, \varphi_{ji}$  — произвольные постоянные;

$$\gamma_{ji} = iB_{ji} \pm D_{ji}.$$

Параметры  $B_{ji}$  и  $D_{ji}$  определяются по формулам (3.71) — (3.72). Таким образом,

$$G_{ji}(x_{ji}, t) = C_{ji} \sin(\gamma_{ji} x_{ji} + \varphi_{ji}) e^{i\omega t}. \quad (4.78)$$

Подставляя выражение (4.78) в уравнение (4.10) и используя (4.9), после несложных преобразований получим

$$p_{ji}(x_{ji}, t) = \frac{C_{ji}(\omega - 2b_{jii})}{F_{ji}\gamma_{ji}} \cos(\gamma_{ji} x_{ji} + \varphi_{ji}) e^{i\omega t}. \quad (4.79)$$

Из уравнений (4.73) и (4.75) следует, что условие непрерывности давления имеет одинаковый вид как в узлах разветвления, так и на стыках трубопроводов. Поэтому при известной амплитуде колебания давления в сечении  $x_{j1} = 0$  нетрудно получить выражения для амплитуды колебаний давления в произвольном сечении сложной системы. Для этого подставим уравнения (4.79) в (4.73), последовательно исключив промежуточные значения произвольных постоянных  $C_{ji}$ . В итоге для комплексной амплитуды колебаний давления получим выражение

$$\mathcal{P}_{ji}(x_{j1}) = \mathcal{P}_{11} \frac{\prod_{m=1}^j \prod_{k=1}^{i-1} \cos(\gamma_{mk} l_{mk} + \varphi_{mk})}{\prod_{m=1}^j \prod_{k=1}^i \cos \varphi_{mk}} \cos(\gamma_{ji} x_{ji} + \varphi_{ji}), \quad (4.80)$$

где  $\mathcal{P}_{11}$  — амплитуда колебаний давления в сечении  $x_{11} = 0$ .

Таким образом, амплитуда колебаний давления в сложной разветвленной трубопроводной системе определяется соотношением (4.80) в результате «сквозного» прохода от сечения  $x_{11}=0$  (с заданной амплитудой) до требуемого сечения  $j$ -го трубопровода. В силу того, что для трубопроводов с закольцовками условия сопряжения (4.73) — (4.75) сохраняются, формулу (4.80) можно использовать также для расчета амплитуд колебания трубопроводов с закольцовками.

Получим теперь соотношения для определения фазовых углов, входящих в расчетную формулу (4.80).

Как и для свободных колебаний, из условий сопряжения (4.72) и (4.73) с помощью (4.78) и (4.79) имеем

$$\frac{F_{ji} \gamma_{ji}}{\omega - 2b_{ji}} \operatorname{tg}(\gamma_{ji} l_{ji} + \varphi_{ji}) = \frac{F_{j(i+1)} \gamma_{j(i+1)}}{\omega - 2b_{j(i+1)}} \operatorname{tg} \varphi_{j(i+1)}, \quad (4.81)$$

$$(j = 1, 2, 3, \dots, N; i = 1, 2, 3, \dots, n_j - 1).$$

Для разветвленных трубопроводов приведенных уравнений недостаточно. Получим дополнительные соотношения, замыкающие систему уравнений (4.81). Для этого подставим (4.78) и (4.79) в условия сопряжения (4.74) и (4.75).

После несложных преобразований находим

$$\sum_{j=\varepsilon}^{\delta} \frac{F_{jn_j} \gamma_{jn_j} \operatorname{tg}(\gamma_{jn_j} l_{jn_j} + \varphi_{jn_j})}{\omega - 2b_{jn_j i}} = \sum_{j=\nu}^{\eta} \frac{F_{j1} \gamma_{j1} \operatorname{tg} \varphi_{j1}}{\omega - 2b_{j1 i}}. \quad (4.82)$$

При известных фазовых углах  $\varphi_{\lambda n_\lambda}$  система уравнений (4.81) и (4.82) полностью определяет промежуточные фазовые углы  $\varphi_{ji}$ , необходимые для расчета по формуле (4.80) амплитуд колебаний давления в сложных разветвленных трубопроводных системах.

Фазовые углы  $\varphi_{\lambda n_\lambda}$  определяются из граничных условий в концевых сечениях тупиковых ответвлений. Формулы для определения фазовых углов  $\varphi_{\lambda n_\lambda}$  получают таким же образом, как и для свободных колебаний. Действительно, подставив (4.78) в (4.71), находим

$$\operatorname{tg}(\gamma_{\lambda n_\lambda} l_{\lambda n_\lambda} + \varphi_{\lambda n_\lambda}) = -\frac{\beta_{\lambda n_\lambda} \gamma_{\lambda n_\lambda}}{i \omega \alpha_{\lambda n_\lambda} + 1}. \quad (4.83)$$

Используя соотношения, приведенные в гл. 3, нетрудно получить формулы для  $\varphi_{\lambda n_\lambda}$  в случаях:

— трубопровод открыт

$$\varphi_{\lambda n_\lambda} = \frac{2k-1}{2} \pi - \gamma_{\lambda n_\lambda} l_{\lambda n_\lambda}, \quad (k = 1, 2, 3, \dots); \quad (4.84)$$

— трубопровод закрыт

$$\varphi_{\lambda n_\lambda} = (k-1) \pi - \gamma_{\lambda n_\lambda} l_{\lambda n_\lambda}, \quad (k = 1, 2, 3, \dots); \quad (4.85)$$

— в конечном сечении трубопровода — упруго-инерционный элемент

$$\operatorname{tg} (\gamma_{\lambda n_{\lambda}} l_{\lambda n_{\lambda}} + \varphi_{\lambda n_{\lambda}}) = \frac{(-\omega^2 - 2b_{\lambda n_{\lambda}} \omega i) F_{0\lambda} q_{0n_{\lambda}}}{\gamma_{\lambda n_{\lambda}} (-m_{0\lambda} \omega^2 + C_{\lambda})}, \quad (4.86)$$

где  $F_{0\lambda}$ ,  $m_{0\lambda}$ ,  $C_{\lambda}$  — площадь поперечного сечения, масса упругого элемента и жесткость пружины, установленного в конечном сечении  $\lambda$ -го ответвления;

— в конечном сечении  $\lambda$ -го ответвления — компенсатор

$$\operatorname{tg} (\gamma_{\lambda n_{\lambda}} l_{\lambda n_{\lambda}} + \varphi_{\lambda n_{\lambda}}) + \frac{\gamma_{\lambda n_{\lambda}}}{\beta_{\lambda n_{\lambda}}}. \quad (4.87)$$

Таким образом, задача определения амплитуд колебания давления в сложных разветвленных трубопроводах в постановке (4.70) — (4.75) решена полностью.

Найдем теперь формулу для определения амплитуд колебаний расхода жидкости.

Согласно выражению (4.78) амплитуда колебаний расхода в произвольном сечении  $ji$ -го трубопровода

$$A_{ji}(x_{ji}) = C_{ji} \sin (\gamma_{ji} x_{ji} + \varphi_{ji}). \quad (4.88)$$

С другой стороны, поскольку условие равенства давлений выполняется как на стыках, так и в узлах разветвления трубопроводов, то, используя его, имеем

$$C_{ji} = C_{11} \frac{F_{ji} \gamma_{ji}^2 (\omega - 2b_{11}i) \prod_{m=1}^j \prod_{k=1}^{i-1} \cos (\gamma_{mk} l_{mk} + \varphi_{mk})}{F_{11} \gamma_{11}^2 (\omega - 2b_{ji}i) \prod_{m=1}^j \prod_{k=2}^i \cos \varphi_{mk}}. \quad (4.89)$$

Произвольная  $C_{11}$  определяется из условия (4.70), которое с учетом выражения (4.78) дает

$$C_{11} = A_{11} \frac{1}{\sin \varphi_{11}}. \quad (4.90)$$

Таким образом из соотношений (4.88) — (4.90) следует, что амплитуда колебаний расхода в произвольном сечении  $ji$ -го трубопровода определяется соотношением

$$A_{ji}(x_{ji}) = A_{11} \frac{F_{ji} \gamma_{ji}^2 (\omega - 2b_{11}i) \prod_{m=1}^j \prod_{k=1}^{i-1} \cos (\gamma_{mk} l_{mk} + \varphi_{mk}) \sin (\gamma_{ji} x_{ji} + \varphi_{ji})}{F_{11} \gamma_{11}^2 (\omega - 2b_{ji}i) \sin \varphi_{11} \prod_{m=1}^j \prod_{k=2}^i \cos \varphi_{mk}}, \quad (4.91)$$

где фазовые углы  $\varphi_{ji}$  определяются из системы уравнений (4.81) — (4.82).

Рассмотрим порядок расчета амплитуд колебаний давления и расхода жидкости в системах с параллельными подсоединениями трубопроводов.

При наличии параллельных подсоединений трубопроводов расчетные формулы для амплитуд давления и расхода остаются прежними. Однако в этом случае уравнений (4.81) и (4.82) недостаточно для определения всех промежуточных фазовых углов  $\varphi_{ji}$ , входящих в расчетные уравнения (4.80) и (4.91). Требуется дополнительные соотношения.

Из приведенных ранее соотношений (4.19) и (4.20), полученных для свободных колебаний, видно, что они отличаются от соотношения (4.81) и (4.82) тем, что в первом случае параметры  $k$  и  $\xi_{ji}$  подлежат определению, во втором случае эти параметры известны и соответственно равны  $i\omega$  и  $\gamma_{ji}$ . Итак, учитывая это, можно показать, что, как и для свободных колебаний, дополнительное соотношение, замыкающее систему уравнений (4.81) и (4.82), при наличии параллельных подсоединений трубопроводов будет иметь вид

$$\prod_{r=1}^{\mu} \frac{\cos(\gamma_{jr} l_{jr} + \varphi_{jr})}{\cos \varphi_{jr}} = \prod_{r=1}^{r=\nu} \frac{\cos(\gamma_{sr} l_{sr} + \varphi_{sr})}{\cos \varphi_{sr}}, \quad (4.92)$$

где  $j, s$  — номера параллельных подсоединений (закольцовок) трубопроводов;  $\mu, \nu$  — число простых трубопроводов в кольцевке.

Таким образом, амплитуды установившихся гармонических колебаний давления и расхода релаксирующей жидкости в сложных трубопроводных системах, в частности, в системах топливоподдачи микродвигателей, могут быть определены с помощью формул (4.81), (4.82) и (4.83). Полученные формулы определяют комплексные амплитуды. Поэтому при практических расчетах необходимо определять модуль и аргумент комплексной амплитуды. Модуль, как известно, определяет действительную амплитуду, а аргумент — сдвиг по фазе.

Для идеальных жидкостей амплитуды колебаний расхода и давления определяются следующими соотношениями:

$$A_{ji}(x_{ji}) = \frac{F_{ji}}{F_{11}} \frac{a_{11}}{a_{ji}} \frac{\prod_{m=1}^j \prod_{k=1}^{i-1} \cos\left(\frac{\omega}{am_k} l_{mk} + \varphi_{mk}\right)}{\prod_{m=1}^j \prod_{k=1}^i \cos \varphi_{mk}} \sin\left(\frac{\omega}{a_{ji}} x_{ji} + \varphi_j\right), \quad (4.93)$$

где фазовые углы  $\varphi_{ji}$  определяются из уравнений

$$\frac{F_{ji}}{a_{ji}^2} \operatorname{tg}\left(\frac{\omega}{a_{ji}} l_{ji} + \varphi_{ji}\right) = \frac{F_{j(i+1)}}{a_{j(j+1)}} \operatorname{tg} \varphi_{j(i+1)},$$

$$i = 1, 2, 3 \dots n_j; \quad j = 1, 2, 3 \dots N;$$

$$\sum_{j=e}^{\delta} \frac{F_{jnj} \operatorname{tg} \left( \frac{\omega}{a_{jnj}} l_{jnj} + \varphi_{jnj} \right)}{a_{jnj}} = \sum_{j=\nu}^{\eta} \frac{F_{j1}}{a_{j1}} \operatorname{tg} j_1;$$

$$\prod_{r=1}^{\mu} \frac{\cos \left( \frac{\omega}{a_{jr}} l_{jr} + \varphi_{jr} \right)}{\cos \varphi_{jr}} = \prod_{r=1}^{\nu} \frac{\cos \left( \frac{\omega}{a_{sr}} l_{sr} + \varphi_{sr} \right)}{\cos \varphi_{sr}}.$$

$$\mathcal{P}_{ji}(x_{ji}) = \mathcal{P}_{11} \frac{\prod_{m=1}^j \prod_{k=1}^{i-1} \cos \left( \frac{\omega}{a_{mk}} l_{mk} + \varphi_{mk} \right)}{\prod_{m=1}^j \prod_{k=1}^i \cos \varphi_{mk}} \cos \left( \frac{\omega}{a_{ji}} x_{ji} + \varphi_{ij} \right). \quad (4.94)$$

Фазовые углы в концевых сечениях определяются по формулам (4.85) — (4.87), в которых необходимо положить  $\gamma_{\lambda n_{\lambda}} = \frac{\omega}{a_{\lambda n_{\lambda}}}$ ,

$$b_{\lambda n_{\lambda}} = 0.$$

Рассмотрим в качестве примера порядок расчета амплитуды колебания в двухступенчатом трубопроводе, периодическое движение жидкости в котором осуществляется с помощью поршня, установленного в сечении  $x_1=0$  (рис. 4.6) (индекс, обозначающий номер ответвления, опускаем). В сечении  $x_2=l_2$  трубопровод закрыт; величина амплитуды колебаний давления в сечении  $x_1=0$  известна и равна  $\mathcal{P}_1$ . Найдём амплитуду колебаний давления  $\mathcal{P}_2$  в сечении  $x_1=l_1$ .

Согласно выражению (4.80)

$$\mathcal{P}_2(l_2) = \mathcal{P}_1 \frac{\cos(\gamma_1 l_1 + \varphi_1)}{\cos \varphi_1}, \quad (4.95)$$

где фазовый угол  $\varphi_1$  определяется из уравнения (4.81), т. е.

$$\frac{F_1 \gamma_1}{\omega - 2b_1 i} \operatorname{tg}(\gamma_1 l_1 + \varphi_1) = \frac{F_2 \gamma_2}{\omega - 2b_2 i} \operatorname{tg} \varphi_2. \quad (4.96)$$

Так как в сечении  $x_2=l_2$  трубопровод закрыт, то согласно (4.96)

$$\varphi_2 = (k-1)\pi - \gamma_2 l_2, \quad k=1, 2, 3, \dots,$$

а поэтому уравнение (4.96) принимает вид

$$\frac{F_1 \gamma_1}{\omega - 2b_1 i} \operatorname{tg}(\gamma_1 l_1 + \varphi_1) + \frac{F_2 \gamma_2}{\omega - 2b_2 i} \operatorname{tg} \gamma_2 l_2 = 0. \quad (4.97)$$

При известных значениях  $a_{\infty 1}$ ,  $a_{\infty 2}$ ,  $\tau_m$ ,  $d_m$ , площадях проходных сечений  $F_1$ ,  $F_2$  и длинах трубопроводов  $l_1$ ,  $l_2$ , а также частоте  $\omega$  и коэффициентах  $b_1$ ,  $b_2$  из уравнения (4.97) нетрудно найти фазовый угол  $\varphi_1$  и по уравнению (4.95) определить амплитуду  $\mathcal{P}_2$ .

Пусть к сечению трубопровода  $x_1=l_1$  подсоединена емкость объемом  $V$ , а вся трубопроводная система заполнена идеальным газом. Тогда можно считать, что  $a_{\infty 1} = a_{\infty 2} = a$  и  $b_1 = b_2 = 0$ ,  $d_m = 0$ .



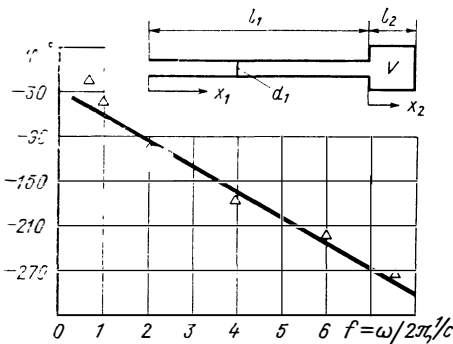


Рис. 4.6. Зависимость угла  $\varphi_1$  от частоты колебаний:

— теория;  $\blacktriangle$ —эксперимент ( $a=340$  м/с,  $l_1=30,5$  м,  $d=4,76$  см,  $V=19,7$  см<sup>3</sup>)

В результате предельного перехода ( $l_2 \rightarrow 0$ ,  $F_2 \rightarrow \infty$ , но  $l_2 F_2 = V$ ) уравнениям (4.95) и (4.97) можно придать вид

$$\mathcal{P}_2 = \mathcal{P}_1 \frac{\cos\left(\frac{\omega l}{a} + \varphi_1\right)}{\cos \varphi_1};$$

$$\operatorname{ctg}\left(\frac{\omega}{a} l_1 + \varphi_1\right) = -\frac{a}{\omega} \frac{F_1}{V}.$$

(4.98)

На рис. 4.6 приведены результаты расчета фазового угла  $\varphi$  в зависимости от частоты  $f = \frac{\omega}{2\pi}$ . Там же приведены экспериментальные данные, взятые из работы [74].

Рассмотрим в качестве примера порядок расчета амплитуды колебаний давления в двухузловой разветвленной трубопроводной системе (рис. 4.7), типичной для жидкостных микродвигателей КЛА. Пусть в сечении  $x_{11} = 0$  задана амплитуда колебаний давления  $\mathcal{P}_{11}$ . Определим амплитуду колебаний давления в сечении  $x_{11} = l_{11}$ . Согласно выражению (4.80) находим

$$\mathcal{P}_{11}(l_{11}) = \mathcal{P}_{11} \frac{\cos(\gamma_{11} l_{11} + \varphi_{11})}{\cos \varphi_{11}}.$$

Так как в рассматриваемой системе отсутствуют многоступенчатые трубопроводы, то  $\varphi_{11}$  определяется из следующей системы уравнений, полученной с помощью соотношения (4.82):

$$\frac{F_{11} \gamma_{11} \operatorname{tg}(\gamma_{11} l_{11} + \varphi_{11})}{\omega - 2b_{11}i} = \frac{F_{31} \gamma_{31} \operatorname{tg} \varphi_{31}}{\omega - 2b_{31}i} + \frac{F_{21} \gamma_{21} \operatorname{tg} \varphi_{21}}{\omega - 2b_{21}i};$$

$$\frac{F_{21} \gamma_{21} \operatorname{tg}(\gamma_{21} l_{21} + \varphi_{21})}{\omega - 2b_{21}i} = \frac{F_{51} \gamma_{51} \operatorname{tg} \varphi_{51}}{\omega - 2b_{51}i} + \frac{F_{41} \gamma_{41} \operatorname{tg} \varphi_{41}}{\omega + 2b_{41}i},$$

где  $\varphi_{31}$ ,  $\varphi_{21}$ ,  $\varphi_{41}$  определяются из граничных условий в конечных сечениях:  $x_{31} = l_{31}$ ,  $x_{51} = l_{51}$ ,  $x_{41} = l_{41}$ .

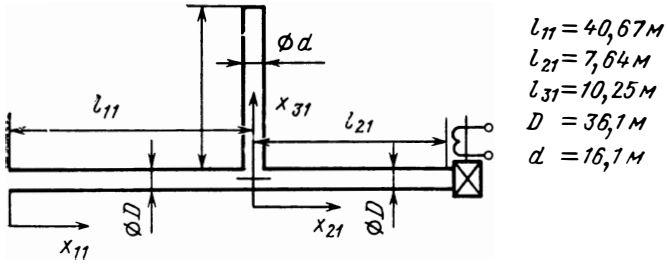
В частном случае, когда  $F_{11} = F_{21} = F_{31} = F_{41} = F_{51}$ ,  $d_{mji} = 0$ ,  $b_{11} = b_{21} = b_{31} = b_{41} b_{51} = 0$ ,  $a_{\infty 11} = a_{\infty 21} = a_{\infty 31} = a_{\infty 41} = a_{\infty 51}$ , а ответвления  $l_{51}$ ,  $l_{41}$ ,  $l_{31}$  закрыты в конечных сечениях, находим

$$\mathcal{P}_{11}(l_{11}) = \mathcal{P}_{11} \left( 1 - \operatorname{tg} \frac{\omega l_{51}}{a} \operatorname{tg} \frac{\omega l_{21}}{a} - \operatorname{tg} \frac{\omega l_{41}}{a} \operatorname{tg} \frac{\omega l_{21}}{a} \right) \times$$

$$\times \left[ \sin \frac{\omega l_{11}}{a} \left( \operatorname{tg} \frac{\omega l_{21}}{a} + \operatorname{tg} \frac{\omega l_{51}}{a} + \operatorname{tg} \frac{\omega l_{11}}{a} + \operatorname{tg} \frac{\omega l_{31}}{a} - \right. \right.$$

$$\left. - \operatorname{tg} \frac{\omega l_{31}}{a} \operatorname{tg} \frac{\omega l_{51}}{a} \operatorname{tg} \frac{\omega l_{21}}{a} - \operatorname{tg} \frac{\omega l_{31}}{a} \operatorname{tg} \frac{\omega l_{51}}{a} \operatorname{tg} \frac{\omega l_{41}}{a} \right) -$$

$$\left. - \cos \frac{\omega l_{11}}{a} \left( \operatorname{tg} \frac{\omega l_{51}}{a} + \operatorname{tg} \frac{\omega l_{21}}{a} + \operatorname{tg} \frac{\omega l_{31}}{a} \operatorname{tg} \frac{\omega l_{41}}{a} - 1 \right) \right]^{-1}.$$



Расчетная схема трубопровода

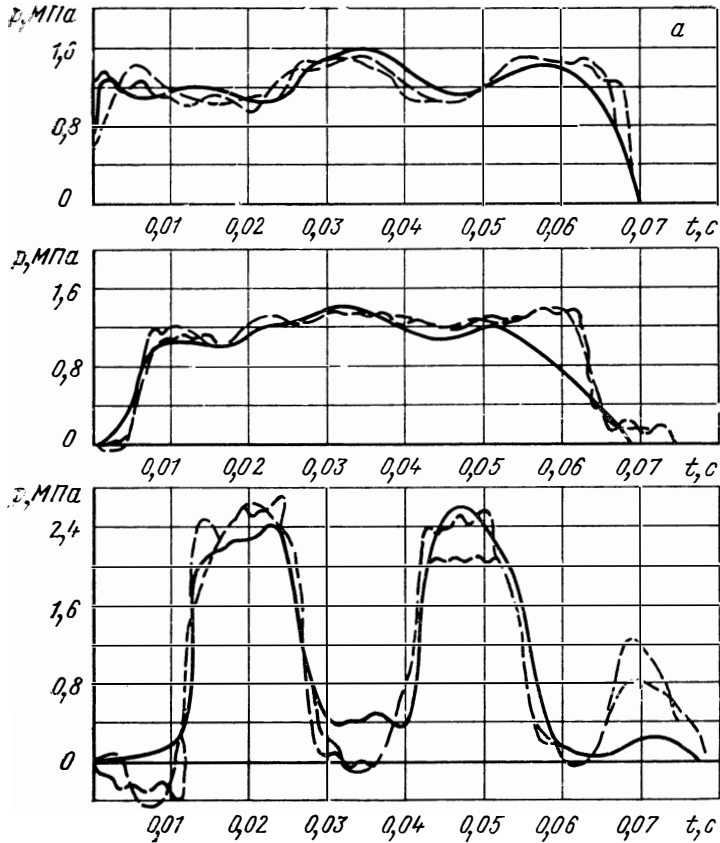


Рис. 4.7. Гидравлический удар в разветвленном трубопроводе:

Изменение давления а) в сечении  $x_{21}=l_{21}$ ; б) в сечении  $x_{21}=0$ ; в) в сечении  $x_{11}=l_{11}$ ;  
 ---- эксперимент; - · - · - теория (8 членов ряда); - - - теория (35 членов ряда)

В данном примере для получения конечной расчетной формулы мы вынуждены были сделать ряд промежуточных преобразований и в результате получили довольно громоздкое выражение. При проведении расчетов сложных систем целесообразно пользоваться общими соотношениями (4.80) и (4.91), поскольку они имеют форму, удобную для составления алгоритма и программы вычисления на ЦВМ.

Таким образом, предложенная математическая модель позволяет применить метод разделения переменных для решения задач установившихся периодических колебаний релаксирующих жидкостей в сложных трубопроводах. Несмотря на новое качественное физическое содержание, охватываемое этой моделью, полученные расчетные формулы по форме и структуре не отличаются от формул, полученных ранее [50] для нерелаксирующих жидкостей и газов. Эти формулы получены исходя из достаточно общих предпосылок, что позволяет применить их для расчета амплитуд гармонических колебаний давления и расхода в сложных гидросистемах, представленных в виде различных комбинаций простых трубопроводов. В силу выполнимости для линейных систем принципа суперпозиции полученные расчетные соотношения могут быть использованы для расчета не только гармонических, но и периодических колебаний жидкости в трубах.

#### 4.4. ГИДРАВЛИЧЕСКИЙ УДАР В СИСТЕМАХ ПИТАНИЯ МИКРОДВИГАТЕЛЕЙ

Гидравлический удар в системах питания микродвигателей рассчитывается для определения геометрических и упругих характеристик компенсаторов (демпферов), а также для выяснения влияния волновых процессов в трубопроводах системы на динамические характеристики микродвигателей.

Представляет интерес расчет гидравлического удара в трубопроводных системах при течении двухфазных жидкостей. В этом случае на формирование и распространение упругих волн в трубах существенное влияние оказывают релаксационные процессы, связанные с установлением термодинамического равновесия между жидкой и газовой фазами. При этом скорость установления равновесия определяется в основном массопереносом и теплообменом, время релаксации которых изменяется в довольно широких пределах (см. гл. 3). Следовательно, при наличии в трубопроводной системе участков с двухфазным течением можно в большей или меньшей мере ожидать влияния релаксации на количественную картину течения переходного процесса в системе.

При известном спектре собственных чисел решение задачи о гидравлическом ударе релаксирующей жидкости методом разделения переменных не представляет принципиальных затруднений вплоть до определения произвольных постоянных  $A_{ji}$  в частных решениях типа (4.17). При определении постоянных  $A_{ji}$  возникают пока непреодолимые трудности, вызванные отсутствием правил нормирования собственных функций  $X_{ji}(x_{ji})$ ; задачи типа (4.1) —

(4.12). Однако если к решению поставленной задачи подойти с физических позиций, т. е. с позиций приближенного учета релаксационных явлений в классической модели гидравлического удара, то проблема определения произвольных постоянных может быть разрешена.

В самом деле, как было отмечено, релаксационные процессы приводят в основном к зависимости коэффициента затухания колебаний и скорости звука от частоты. Причем релаксационные процессы, как правило, оказывают определяющее влияние на величину коэффициента затухания и в меньшей мере на скорость звука. Поэтому, определив из характеристической системы уравнений спектр собственных чисел, можно, по крайней мере, для основного тона колебаний вычислить коэффициент затухания колебаний  $b$  и найти поправку на скорость звука. Последнюю нетрудно определить, так как при решении характеристической системы уравнений известны собственные частоты равновесных и неравновесных колебаний жидкости в трубопроводной системе.

При известном коэффициенте  $b$  и скорости звука, полагая

$$\xi_{ji} \approx \frac{\omega}{a_{0ji}} \quad (j=1, 2, 3, \dots, N, \quad i=1, 2, 3, \dots, n_j)$$

частное решение системы уравнений (4.1) можно представить в виде

$$G_{ji}(x_{ji}, t) = C_{ji} \sin \left( \frac{\omega}{a_{0ji}} x_{ji} + \varphi_{ji} \right) e^{-(b \pm i\omega)t},$$

$(j=1, 2, 3 \dots N, \quad i=1, 2, 3 \dots n_j)$ .

Такое же частное решение имеет система уравнений

$$\frac{\partial^2 G_{ji}}{\partial t^2} + 2b \frac{\partial G_{ji}}{\partial t} = a_{0ji}^2 \frac{\partial^2 G_{ji}}{\partial x_{ji}^2}, \quad (4.99)$$

$(j=1, 2, 3 \dots N, \quad i=1, 2, 3, \dots, n_j)$ , описывающая явление гидравлического удара нерелаксирующей вязкой жидкости в сложных трубопроводах.

Таким образом, при расчетах гидравлического удара как релаксирующей, так и нерелаксирующей жидкостей будем пользоваться системой уравнений (4.99), считая коэффициент  $b$  известным. В такой постановке на первый план становится методическая сторона проблемы, связанная с разработкой наиболее эффективных методов решения системы уравнений типа (4.99).

Теоретическому исследованию гидравлического удара в сложных трубопроводах посвящены работы [20, 36, 50]. Наиболее широкое распространение в практике расчета гидравлических систем получили численные методы: метод характеристик Шнидера — Бержерона, а также графический способ Бержерона [19].

Применение аналитических методов для расчета гидравлического удара, несомненно, представляет значительный практический и теоретический интерес в силу их наглядности и эффективности при использовании ЭЦВМ. Однако применение этих методов для слож-

ных трубопроводных систем ограничено математическими трудностями, имеющими место при интегрировании исходных уравнений. Правда, в литературе имеется ряд работ, в которых для простейших гидравлических систем указанная задача решена методом интегральных преобразований [43, 64]. Что касается классического метода разделения переменных, то во многих работах указывается на его ограниченную применимость ввиду специальных требований, предъявляемых к граничным условиям. Этот метод позволяет сравнительно просто получить решения, когда система фундаментальных функций, из которых составляется общее решение, ортогональна. Последнее требует, чтобы граничные условия были однородными. Если же граничные условия неоднородные, то решение задачи значительно усложняется. В наших работах [13, 15] показано, что указанные трудности легко преодолимы, а поэтому метод разделения переменных может быть использован для решения ряда задач гидравлического удара в сложных трубопроводах. Причем получаемые соотношения удобны как с точки зрения наглядности, так и при использовании их для практических расчетов на ЭЦВМ.

Рассмотрим сложную разветвленную гидравлическую систему, состоящую из  $N$  одноточечных трубопроводов, в каждом из которых  $n_j$  простых трубопроводов.

Пусть в конечных сечениях тупиковых ответвлений установлены агрегаты, изменяющие расход и давление таким образом, что имеют место граничные условия вида

$$\beta_{11} \frac{\partial G_{11}(0, t)}{\partial x_{11}} + G_{11}(0, t) = f_{11}(t);$$

$$\beta_{\lambda n} \frac{\partial G_{\lambda n}(l_{\lambda n}, t)}{\partial x_{\lambda n}} + G_{\lambda n}(l_{\lambda n}, t) = f_{\lambda n}(t).$$
(4.100)

Пусть начальные условия заданы в виде

$$G_{ji}(x_{ji}, 0) = \Phi_{ji}(x_{ji});$$

$$\frac{\partial G_{ji}(x_{ji}, 0)}{\partial t} = \Omega_{ji}(x_{ji})$$
(4.101)

$$(j = 1, 2, \dots, \lambda, \dots, N, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n_j).$$

Тогда для решения поставленной задачи необходимо найти решение системы уравнений

$$\frac{\partial^2 G_{ji}}{\partial t^2} + 2b \frac{\partial G_{ji}}{\partial t} = a_{ji}^2 \frac{\partial^2 G_{ji}}{\partial x_{ji}^2}$$
(4.102)

$$(j = 1, 2, \dots, \lambda, \dots, N, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n_j)$$

при граничных и начальных условиях (4.100) — (4.101).

Условия сопряжения на стыках простых труб и в узлах разветвления согласно выражениям (4.3) — (4.8) имеют вид

$$G_{ji}(l_{ji}, t) = G_{j(i+1)}(0, t);$$

$$\frac{a_{ji}^2}{F_{jl}} \frac{\partial G(l_{ji}, t)}{\partial x_{ji}} = \frac{a_{j(i+1)}^2}{F_{j(i+1)}} \frac{\partial G_{j(j+1)}(0, t)}{\partial x_{j(i+1)}}; \quad (4.103)$$

$$\sum_{j=\varepsilon}^{\delta} G_{jn}(l_{jn}, t) = \sum_{j=\nu}^{\eta} G_{j1}(0, t);$$

$$\frac{a_{\varepsilon n \varepsilon}^2}{F_{\varepsilon n \varepsilon}} \frac{\partial G_{\varepsilon n \varepsilon}(l_{\varepsilon n \varepsilon}, t)}{\partial x_{\varepsilon n \varepsilon}} = \dots = \frac{a_{\delta n \delta}^2}{F_{\delta n \delta}} \frac{\partial G_{\delta n \delta}(0, t)}{\partial x_{\delta n \delta}} =$$

$$= \frac{a_{\nu 1}^2}{F_{\nu 1}} \frac{\partial G_{\nu 1}(0, 1)}{\partial x_{\nu 1}} = \dots = \frac{a_{\eta 1}^2}{F_{\eta 1}} \frac{\partial G_{\eta 1}(0, t)}{\partial x_{\eta 1}}.$$

В силу неоднородности граничных условий поставленную задачу нельзя решать методом разделения переменных. Приведем граничные условия (4.100) к однородным. Для этого введем следующие функции:

$$U_{ji}(x_{ji}, t) = \begin{cases} G_{11}(x_{11}, t) - F_{11}(x_{11}) E_{11}(t); \\ G_{ji}(x_{ji}, t); \quad i=2, 3, \dots, n; \quad j=2, 3, \dots, N \text{ (кроме } j=\lambda); \\ G_{\lambda n \lambda}(x_{\lambda n \lambda}, t) - F_{\lambda n \lambda}(x_{\lambda n \lambda}) E_{\lambda n \lambda}(t). \end{cases} \quad (4.104)$$

Функции  $F_{11}(x_{11})$ ,  $E_{11}(t)$ ,  $F_{\lambda n \lambda}(x_{\lambda n \lambda})$ ,  $E_{\lambda n \lambda}(t)$  должны быть выбраны так, чтобы условия сопряжения и граничные условия относительно функции  $U_{ji}(x_{ji}, t)$  были однородными, т. е.

$$\beta_{11} \frac{\partial U_{11}(0, t)}{\partial x_{11}} + U_{11}(0, t) = 0; \quad (4.105)$$

$$\beta_{\lambda n \lambda} \frac{\partial U_{\lambda n \lambda}(l_{\lambda n \lambda}, t)}{\partial x_{\lambda n \lambda}} + U_{\lambda n \lambda}(l_{\lambda n \lambda}, t) = 0;$$

$$U_{ji}(l_{ji}, t) = U_{j(i+1)}(0, t);$$

$$\frac{a_{ji}^2}{F_{ji}} \frac{\partial U_{ji}(l_{ji}, t)}{\partial x_{ji}} = \frac{a_{j(i+1)}^2}{F_{j(i+1)}} \frac{\partial U_{j(i+1)}(0, t)}{\partial x_{j(i+1)}}$$

$$(j=1, 2, 3, \dots, N, \quad i=1, 2, 3, \dots, n_j - 1);$$

$$\sum_{j=\varepsilon}^{\delta} U_{jn}(l_{jn}, t) = \sum_{j=\nu}^{\eta} U_{j1}(0, t);$$

$$\frac{a_{\varepsilon n}^2}{F_{\varepsilon n}} \frac{\partial U_{\varepsilon n}(l_{\varepsilon n}, t)}{\partial x_{\varepsilon n}} = \dots = \frac{a_{\delta n}^2}{F_{\delta n}} \frac{\partial U_{\delta n}(l_{\delta n}, t)}{\partial x_{\delta n}} =$$

$$= \frac{a_{\nu 1}^2}{F_{\nu 1}} \frac{\partial U_{\nu 1}(0, t)}{\partial x_{\nu 1}} = \dots = \frac{a_{\eta 1}^2}{F_{\eta 1}} \frac{\partial U_{\eta 1}(0, t)}{\partial x_{\eta 1}}.$$

Здесь, как и ранее,  $\varepsilon, \delta$  — номера однониточных трубопроводов, входящих в узел разветвления;  $\nu, \eta$  — номера однониточных трубопроводов, выходящих из узла разветвления.

Нетрудно убедиться, что для выполнения условий (4.105) — (4.106) необходимо, чтобы

$$F_{11}(x_{11}) = (x_{11} - l_{11})^2; \quad (4.108)$$

$$F_{\lambda n}(x_{\lambda n}) = x_{\lambda n}^2;$$

$$E_{11}(t) = -f_{11}(t), \quad F_{\lambda n}(t) = -f_{\lambda n}(f) \cdot \frac{l_{\lambda n}}{\beta_{\lambda n}}. \quad (4.109)$$

Тогда относительно функции  $U_{ji}(x_{ji}, t)$  система уравнений (4.102) запишется в виде

$$\frac{\partial^2 U_{ji}(x_{ji}, t)}{\partial t^2} + 2b \frac{\partial U_{ji}(x_{ji}, t)}{\partial t} = a_{ji}^2 \frac{\partial^2 U_{ji}(x_{ji}, t)}{\partial x_{ji}^2} + \Psi_{ji}(x_{ji}, t) \quad (4.110)$$

$$(j = 1, 2, \dots, \lambda, \dots, N, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n_j),$$

где

$$\Psi_{ji}(x_{ji}, t) = \begin{cases} a_{11}^2 \ddot{F}_{11}(x_{11}) E_{11}(t) - E_{11}(x_{11}) \ddot{E}_{11}(t) - 2b F_{11}(x_{11}) \dot{E}_{11}(t); \\ 0 \text{ при } i = 2, 3, \dots, n_j, \quad j = 2, 3, \dots, N \text{ (кроме } j = \lambda), \\ a_{\lambda n}^2 \ddot{F}_{\lambda n}(x_{\lambda n}) E_{\lambda n}(t) - F_{\lambda n}(x_{\lambda n}) \ddot{E}_{\lambda n}(t) - 2b F_{\lambda n}(x_{\lambda n}) \dot{E}_{\lambda n}(t) \\ \text{при} \quad N = \lambda. \end{cases} \quad (4.111)$$

Здесь  $\ddot{F}_{11}(x_{11}) = \frac{d^2 F_{11}(x_{11})}{dx_{11}^2}; \quad \ddot{F}_{\lambda n}(x_{\lambda n}) = \frac{d^2 F_{\lambda n}(x_{\lambda n})}{dx_{\lambda n}^2};$

$$\ddot{E}_{\lambda n}(t) = \frac{d^2 E_{\lambda n}(t)}{dt^2}; \quad \ddot{E}_{11}(t) = \frac{d^2 E_{11}(t)}{dt^2}.$$

Начальные условия (4.101) относительно функции  $U_{ji}(x_{ji}, t)$  примут вид

$$U_{ji}(x_{ji}, 0) = \begin{cases} \Phi_{11}(x_{11}) - F_{11}(x_{11}) E_{11}(0); \\ \Phi_{ji}(x_{ji}) \text{ при } i = 2, 3, \dots, n, \quad j = 1, 2, 3, \dots, N, \text{ кроме } j = \lambda; \\ \Phi_{\lambda n}(x_{\lambda n}) - F_{\lambda n}(x_{\lambda n}) E_{\lambda n}(0), \text{ при } j = \lambda, \end{cases} \quad (4.112)$$

$$\frac{\partial U_{ji}(x_{ji}, 0)}{\partial t} = \begin{cases} \Omega_{ji}(x_{ji}) - F_{11}(x_{11}) \dot{E}_{11}(0); \\ \Omega_{ji}(x_{ji}) \text{ при } i = 2, 3, \dots, n; \quad i = 1, 2, 3, \dots, N \text{ (кроме } j = \lambda); \\ (\Omega_{\lambda n}(x_{\lambda n}) - F_{\lambda n}(x_{\lambda n}) \dot{E}_{\lambda n}(0)) \text{ при } i = n, \end{cases} \quad (4.113)$$

где  $\dot{E}(0) = \frac{dE_{11}(0)}{dt}, \quad \dot{E}_{\lambda n}(0) = \frac{dE_{\lambda n}(0)}{dt}.$

Для отыскания вида функции  $U_{ji}(x_{ji}, t)$  необходимо проинтегрировать неоднородную систему уравнений (4.110) при однородных граничных условиях (4.105) — (4.106) и начальных условиях (4.112) — (4.113).

Представим функцию  $U_{ji}(x_{ji}, t)$  в виде

$$U_{ji}(x_{ji}, t) = V_{ji}(x_{ji}, t) + W_{ji}(x_{ji}, t). \quad (4.114)$$

Функцию  $V_{ji}(x_{ji}, t)$  выберем такой, чтобы она удовлетворяла системе уравнений

$$\frac{\partial^2 V_{ji}(x_{ji}, t)}{\partial t^2} + 2b \frac{\partial V_{ji}(x_{ji}, t)}{\partial t} = a_{ji}^2 \frac{\partial^2 V_{ji}(x_{ji}, t)}{\partial x_{ji}^2}; \quad (4.115)$$

$$(j = 1, 2, \dots, \lambda, \dots, N, i = 1, 2, 3, \dots, n_j)$$

при следующих граничных и начальных условиях:

$$\left. \begin{aligned} g_{11} \frac{\partial V_{11}(0, t)}{\partial x_{11}} + V_{11}(0, t) &= 0; \\ g_{\lambda n} \frac{\partial V_{\lambda n}(l_{\lambda n}, t)}{\partial x_{\lambda n}} + V_{\lambda n}(l_{\lambda n}, t) &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (4.116)$$

$$V_{ji}(l_j, t) = V_{j(i+1)}(0, t), \quad (4.117)$$

$$\frac{a_{ji}^2}{F_{ji}} \frac{\partial V_{ji}(l_{ji}, t)}{\partial x_{ji}} = \frac{a_{j(i+1)}^2}{F_{j(i+1)}} \frac{\partial V_{j(i+1)}(0, t)}{\partial x_{j(i+1)}};$$

$$(j = 1, 2, \dots, \lambda, \dots, N, i = 1, 2, 3, \dots, n_j - 1),$$

$$\sum_{j=\varepsilon}^{\delta} V_{jn}(l_{jn}, t) = \sum_{j=\nu}^{\eta} V_{j1}(0, t),$$

$$\begin{aligned} \frac{a_{\eta n}^2}{F_{\varepsilon n}} \frac{\partial V_{\varepsilon n}(l_{\varepsilon n}, t)}{\partial x_{\varepsilon n}} &= \dots = \frac{a_{\delta n}^2}{F_{\delta n}} \frac{\partial V_{\delta n}(l_{\delta n}, t)}{\partial x_{\delta n}} = \frac{a_{\nu 1}^2}{F_{\nu 1}} \frac{\partial V_{\nu 1}(0, t)}{\partial x_{\nu 1}} = \\ &= \dots = \frac{a_{\eta 1}^2}{F_{\delta n}} \frac{\partial V_{\eta 1}(0, t)}{\partial x_{\eta 1}}, \end{aligned} \quad (4.118)$$

$$\left. \begin{aligned} V_{ji}(x_{ji}, 0) &= g_{ji}(x_{ji}); \\ \frac{\partial V_{ji}(x_{ji}, 0)}{\partial t} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (4.119)$$

где

$$g_{ji}(x_{ji}) = \begin{cases} -F_{11}(x_{11}) E_{11}(0) + \Phi_{11}(x_{11}); \\ \Phi_{ji}(x_{ji}) \text{ при } i = 1, 2, 3, \dots, n; j = 1, 2, 3, \dots, N \\ \text{(кроме } j = \lambda), \\ -F_{\lambda n_\lambda}(x_{\lambda n_\lambda}) E_{\lambda n}(0) + \Phi_{\lambda n_\lambda}(x_{\lambda n_\lambda}). \end{cases}$$

Тогда функция  $W_{ji}(x_{ji}, t)$  должна удовлетворять системе уравнений

$$\frac{\partial^2 W_{ji}(x_{ji}, t)}{\partial t^2} + 2b \frac{\partial W_{ji}(x_{ji}, t)}{\partial t} = a_{ji}^2 \frac{\partial^2 W_{ji}(x_{ji}, t)}{\partial x_{ji}^2} + \Psi_{ji}, \quad (4.120)$$

$$(j = 1, 2, \dots, \lambda, \dots, N, i = 1, 2, 3, \dots, n_j)$$



при начальных и граничных условиях:

$$\left. \begin{aligned} \beta_{11} \frac{\partial W_{11}(0, t)}{\partial x_{11}} + W_{11}(0, t) &= 0; \\ \beta_{\lambda n_\lambda} \frac{\partial W_{\lambda n_\lambda}(l_{\lambda n_\lambda}, t)}{\partial x_{\lambda n_\lambda}} + W_{\lambda n_\lambda}(l_{\lambda n_\lambda}, t) &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (4.121)$$

$$\left. \begin{aligned} W_{ji}(l_{ji}, t) &= W_{j(i+1)}(0, t); \\ \frac{a_{ji}^2}{F_{ji}} \frac{\partial W_{ji}(l_{ji}, t)}{\partial x_{ji}} &= \frac{a_{j(i+1)}^2}{F_{j(i+1)}} \frac{\partial W_{j(i+1)}(0, t)}{\partial x_{j(i+1)}}, \end{aligned} \right\} \quad (4.122)$$

( $j=1, 2, \dots, \lambda, \dots, N, i=1, 2, 3, \dots, n_j-1$ ).

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=\varepsilon}^{\delta} W_{jn}(l_{jn}, t) &= \sum_{j=\nu}^{\eta} W_{j1}(0, t); \\ \frac{a_{\varepsilon n}^2}{F_{\varepsilon n}} \frac{\partial W_{\varepsilon n}(l_{\varepsilon n}, t)}{\partial x_{\varepsilon n}} &= \dots = \frac{a_{\delta n}^2}{F_{\delta n}} \frac{\partial W_{\delta n}(l_{\delta n}, t)}{\partial x_{\delta n}} = \\ &= \frac{a_{\nu 1}^2}{F_{\nu 1}} \frac{\partial W_{\nu 1}(0, t)}{\partial x_{\nu 1}} = \dots = \frac{a_{\eta 1}^2}{F_{\eta 1}} \frac{\partial W_{\eta 1}(0, t)}{\partial x_{\eta 1}}. \end{aligned} \right\} \quad (4.123)$$

$$\left. \begin{aligned} W_{ji}(x_{ji}, 0) &= 0; \\ \frac{\partial W_{ji}(x_{ji}, 0)}{\partial t} &= \dot{I}_{ji}(x_{ji}), \end{aligned} \right\} \quad (4.124)$$

( $j=1, 2, \dots, \lambda, \dots, N, i=1, 2, 3, \dots, n_j$ ),

где

$$\dot{I}_{ji}(x_{ji}) = \begin{cases} -F_{11}(x_{11}) \dot{E}_{11}(0) + \Omega_{11}(x_{11}); \\ \Omega_{ji}(x_{ji}) \text{ при } i=2, 3, \dots, n; j=1, 2, 3, \dots, N \text{ (кроме } j=\lambda); \\ -F_{\lambda n_\lambda}(x_{\lambda n_\lambda}) \dot{E}_{\lambda n_\lambda}(0) + \Omega_{\lambda n_\lambda}(x_{\lambda n_\lambda}). \end{cases}$$

В силу однородности граничных условий задачи (4.115) — (4.119) функцию  $V_{ji}(x_{ji}, t)$  будем искать в виде

$$\begin{aligned} V_{ji}(x_{ji}, t) &= X_{ji}(x_{ji})T(t) \\ (j=1, 2, \dots, \lambda, \dots, N, i=1, 2, \dots, n_j). \end{aligned} \quad (4.125)$$

Подставляя выражение (4.125) в исходную систему уравнений, как и для свободных колебаний, получим

$$\begin{aligned} V_{ji}(x_{ji}, t) &= A_{ji} e^{-bt} \sin \left( \frac{\omega x_{ji}}{a_{ji}} + \varphi_{ji} \right) \sin(\xi t + \psi) \\ (j=1, 2, \dots, \lambda, \dots, N, i=1, 2, \dots, n_j), \end{aligned} \quad (4.126)$$

где

$$\xi = \sqrt{\omega^2 - b^2}.$$

Нетрудно заметить, что собственные функции рассматриваемой краевой задачи определяются соотношениями

$$X_{ji}(x_{ji}) = A_{ji} \sin \left( \frac{\omega x_{ji}}{a_{ji}} + \varphi_{ji} \right); \quad (4.127)$$

$$(j = 1, 2, \dots, \lambda, \dots, N, \quad i = 1, 2, \dots, n_j).$$

Произвольные постоянные, входящие в уравнение (4.126), определяются из начальных и граничных условий.

Найдем уравнения для определения собственных чисел  $\omega$ . Подставим (4.126) в условия сопряжения (4.117) — (4.118). Совершая преобразования такие же, как и для свободных колебаний, получим

$$\frac{F_{jl}}{a_{jl}} \operatorname{tg} \left( \frac{\omega}{a_{ji}} l_{ji} + \varphi_{ji} \right) = \frac{F_{j(i+1)}}{a_{j(i+1)}} \operatorname{tg} \varphi_{j(i+1)}; \quad (4.128)$$

$$\sum_{j=\varepsilon}^{\delta} \frac{F_{jn_j}}{a_{jn_j}} \operatorname{tg} \left( \frac{\omega}{a_{jn_j}} l_{jn_j} + \varphi_{jn_j} \right) = \sum_{j=\nu}^{\eta} \frac{F_{j1}}{a_{j1}} \operatorname{tg} \varphi_{j1}.$$

Здесь фазовые углы  $\varphi_{11}$  и  $\varphi_{\lambda n_\lambda}$  определяются из граничных условий в концевых сечениях трубопроводов, т. е. из соотношений (4.116). Подставляя выражение (4.126) в уравнение (4.116), находим

$$\operatorname{tg} \left( \frac{\omega}{a_{\lambda n_\lambda}} l_{\lambda n_\lambda} + \varphi_{\lambda n_\lambda} \right) = -\beta_{\lambda n} \omega, \quad (4.129)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{11} = \beta_{11} \omega.$$

Методы вычисления корней системы уравнений были уже рассмотрены.

Так как уравнения (4.128) имеют бесконечный спектр значений  $\omega$ , то общее решение задачи (4.115) — (4.119) будет иметь вид

$$V_{ji}(x_{ji}, t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_{jik} e^{-bk t} \sin \left( \frac{\omega_k}{a_{ji}} x_{ji} + \varphi_{jik} \right) \sin (\xi_k t + \psi_k). \quad (4.130)$$

Для определения произвольных постоянных  $A_{jik}$ ,  $\psi_k$  используем условие ортогональности собственных функций, которое имеет вид

$$\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^n \frac{1}{F_{ji}} \int_0^{l_i} X_{jip}(x_{ji}) X_{jik}(x_{ji}) dx_{ji} = \begin{cases} 0 & \text{при } k \neq p \\ \text{const} & \text{при } k = p. \end{cases} \quad (4.131)$$

Или, подставляя вместо  $X_{jip}$  и  $X_{jik}$  их значения, получим

$$\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^n \frac{1}{F} \int_0^{l_i} A_{jip} \sin \left( \frac{\omega_p}{a_{ji}} x_{ji} + \varphi_{jip} \right) A_{jik} \times$$

$$\times \sin \left( \frac{\omega_k}{a_{ji}} x_{ji} + \varphi_{jik} \right) dx_{ji} = \begin{cases} 0 & \text{при } k \neq p \\ \text{const} & \text{при } k = p. \end{cases}$$

Используя начальные условия (4.119), из (4.132) получим равенства

$$g_{ji}(x_{ji}) = \sum_{k=1}^{\infty} A_{jik} \sin \left( \frac{\omega_p}{a_{ji}} x_{ji} + \varphi_{ji_p} \right) \sin \psi_k$$

$$(j=1, 2, \dots \lambda \dots N, i=1, 2, \dots n_j), \quad (4.133)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} A_{jik} (\xi_k \cos \psi_k - b \sin \psi_k) \sin \left( \frac{\omega_k}{a_{ji}} x_{ji} + \varphi_{jik} \right) = 0$$

$$(j=1, 2, \dots \lambda \dots N, i=1, 2, \dots n_j). \quad (4.134)$$

Из соотношения (4.134) находим

$$\operatorname{ctg} \psi_k = \frac{b}{\xi_k}. \quad (4.135)$$

Умножим (4.133) на  $\frac{1}{F_{ji}} A_{jip} \sin \left( \frac{\omega_p}{a_{ji}} x_{ji} + \varphi_{jip} \right) dx_{ji}$  и проинтегрируем левую и правую части полученного равенства от 0 до  $l_i$ . Получим

$$\frac{A_{jip}}{F_{ji}} \int_0^{l_i} g_{ji} \sin \left( \frac{\omega_p}{a_{ji}} x_{ji} + \varphi_{jip} \right) dx_{ji} =$$

$$= \frac{1}{F_{ji}} \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{l_i} A_{jip} \sin \left( \frac{\omega_p}{a_{ji}} x_{ji} + \varphi_{jip} \right) A_{jik} \times$$

$$\times \sin \left( \frac{\omega_k}{a_{ji}} x_{ji} + \varphi_{jik} \right) \sin \psi_k dx_{ji};$$

$$(j=1, 2, \dots \lambda \dots N, i=1, 2, \dots n_j).$$

Суммируя левые и правые части приведенной системы уравнений и учитывая соотношение (4.132), получим

$$\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^n \frac{1}{F_{ji}} \int_0^{l_i} g_{ji} A_{jip} \sin \left( \frac{\omega_p}{a_{ji}} x_{ji} + \varphi_{jip} \right) dx_{ji} =$$

$$= \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^n \frac{\sin \psi_k}{F_{ji}} \int_0^{l_i} A_{jik}^2 \sin \left( \frac{\omega_k}{a_{ji}} x_{ji} + \varphi_{jik} \right) dx_{ji}. \quad (4.136)$$

Как и для вынужденных колебаний, найдем связь между коэффициентами  $A_{jih}$  и  $A_{11k}$ . Для этого, как указывалось, целесообразно использовать условие непрерывности давления. Так как эти условия сохраняются как для однониточного, так и для разветвленного трубопроводов, то ясно, что связь между коэффициентами  $A_{jih}$  и  $A_{11k}$  будет иметь вид, аналогичный (4.94), т. е.

$$A_{jik} = A_{11k} R_{jik}, \quad (4.137)$$

где

$$R_{11k} = 1,$$

$$R_{jik} = \frac{\prod_{\gamma=1}^j \prod_{\alpha=1}^{i-1} \cos\left(\frac{\omega_k}{a_{\gamma\alpha}} l_{\gamma\alpha} + \varphi_{\gamma\alpha k}\right)}{\prod_{\gamma=1}^j \prod_{\alpha=2}^i \cos \varphi_{\gamma\alpha k}} \frac{a_{11}}{a_{ji}} \frac{F_{ji}}{F_{11}}. \quad (4.138)$$

Используя соотношение (4.137), из (4.136) нетрудно получить выражения, определяющие величину коэффициента

$$A_{11k} = \frac{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^n R_{jik} \frac{1}{F_{ji}} \int_0^{l_i} g_{ji} \sin\left(\frac{\omega_k}{a_{ji}} x_{ji} + \varphi_{jik}\right) dx_{ji}}{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^n R_{jik}^2 \frac{\sin \psi_k}{F_{ji}} \int_0^{l_i} \sin^2\left(\frac{\omega_k}{a_{ji}} x_{ji} + \varphi_{jik}\right) dx_{ji}}. \quad (4.139)$$

Следовательно, задача определения функции  $V_{ji}(x_{ji})$  решена полностью.

Для решения поставленной задачи осталось определить функцию  $W_{ji}(x_{ji}, t)$ , т. е. решить задачу (4.120) — (4.124).

Решение задачи (4.120) — (4.124) будем искать в виде

$$W_{ji}(x_{ji}, t) = \sum_{k=1}^{\infty} T_k(t) X_{jik}(x_{ji}) \quad (4.140)$$

( $j=1, 2, \dots, \lambda \dots N, i=1, 2, 3, \dots, n_j$ ).

В силу того, что граничные условия задачи (4.120) — (4.124) и задачи (4.114) — (4.119) одинаковые, функция  $W_{jik}(x_{ji}, t)$  автоматически удовлетворяет граничным условиям (4.121) — (4.123). Остается найти функцию  $T_k(t)$ , удовлетворяющую начальным условиям (4.124). Для этого разложим в ряд по собственным функциям  $X_{jik}(x_{ji})$  функцию  $\Psi_{ji}(x_{ji})$ , входящую в правые части системы уравнений (4.120), т. е.

$$\Psi_{ji}(x_{ji}, t) = \sum_{k=1}^{\infty} C_k(t) X_{jik}(x_{ji}) \quad (4.141)$$

( $j=1, 2, \dots, \lambda \dots, N; i=1, 2, 3, \dots, n_j$ ).

Коэффициенты разложения  $C_k(t)$  найдем из условия ортогональности собственных функций  $X_{jik}(x_{ji})$ . Для этого умножим равенство (4.141) на  $\frac{1}{F_{ji}} X_{jip}(x_{ji}) dx_{ji}$  и проинтегрируем от 0 до  $l_{ji}$ .

Получим

$$\int_0^{l_{ji}} \Psi_{ji}(x_{ji}, t) \frac{1}{F_{ji}} X_{jip}(x_{ji}) dx_{ji} = \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{l_{ji}} \frac{1}{F_{ji}} C_k(t) X_{jik}(x_{ji}) \times$$

$$\times X_{ji p}(x_{ji}) dx_{ji} \\ (j=1, 2, \dots, \lambda, \dots, N, i=1, 2, 3, \dots, n_j).$$

Суммируя левые и правые части полученной системы уравнений и учитывая условие ортогональности (4.131), получим

$$\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^n \frac{1}{F_{ji}} \int_0^{l_{ji}} \psi_{ji}(x_{ji}, t) X_{jik}(x_{ji}) dx_{ji} = \\ = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^n \frac{C_k(t)}{F_{ji}} \int_0^{l_{ji}} X_{ji k}^2(x_{ji}) dx_{ji}. \quad (4.142)$$

Из выражения (4.142) имеем

$$C_k(t) = \frac{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^n \frac{1}{F_{ji}} \int_0^{l_{ji}} \psi_{ji}(x_{ji}, t) X_{jik}(x_{ji}) dx_{ji}}{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^n \frac{1}{F_{ji}} \int_0^{l_{ji}} X_{ji k}^2(x_{ji}) dx_{ji}}. \quad (4.143)$$

Подставим выражения (4.140) и (4.141) в систему уравнений (4.120) и, учитывая, что  $\ddot{X}_{jik}(x_{ji})/X_{ji}(x_{ji}) = -\omega_k^2$ , получим

$$\frac{d^2 T_k}{dt^2} + 2b \frac{dT_k}{dt} + \omega_k^2 T_k = C_k(t). \quad (4.144)$$

Как показано в работе [35], уравнение (4.144) имеет решение

$$T_k(t) = B_k e^{-bt} \sin(\xi_k t + D_k) + \mathcal{E}_k(t); \\ \mathcal{E}_k(t) = \frac{2}{\xi_k} \int_c^t C_k(\theta) e^{b(\theta-t)} \sin \frac{\xi_k}{2} (t-\theta) d\theta. \quad (4.145)$$

Здесь  $B_k, D_k$  — произвольные постоянные.

Подставляя выражения (4.145) в уравнение (4.140), имеем

$$W_{ji}(x_{ji}, t) = \sum_{k=0}^{\infty} X_{jik}(x_{ji}) [B_k e^{-bt} \sin(\xi_k t + D_k) + \mathcal{E}_k(t)]; \quad (4.146) \\ (j=1, 2, \dots, \lambda, \dots, N, i=1, 2, 3, \dots, n_j).$$

Для отыскания произвольных постоянных  $B_k$  и  $D_k$  используем начальные условия для функции  $W_{ji}(x_{ji}, t)$ . Подставив выражение (4.146) в уравнение (4.124), имеем

$$\sum_{k=1}^{\infty} X_{jik}(x_{ji}) [B_k \sin D_k + \mathcal{E}_k(0)] = 0; \quad (4.147)$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} X_{jik}(x_{ji}) \left[ B_k (\xi_k \cos D_k - b \sin D_k) + \frac{d\mathcal{E}_k(0)}{dt} \right] = \dot{I}_{ji}(x_{ji}); \quad (4.148)$$

$$(j=1, 2, \dots, \lambda, \dots, N, i=1, 2, 3, \dots, n_j).$$

Из первого уравнения имеем

$$B_k = - \frac{\mathfrak{A}_k(0)}{\sin D_k}. \quad (4.149)$$

Используя условие ортогональности собственных функций  $X_{jk}(x_{jk})$ , нетрудно показать, что, как и в случаях, рассмотренных ранее, произвольная постоянная  $D_k$  определяется соотношением

$$\begin{aligned} \xi_k \operatorname{ctg} D_k = b + \frac{1}{\mathfrak{A}_k(0)} \frac{dD_k(0)}{dt} - \frac{1}{\mathfrak{A}_k(0)} \times \\ \times \frac{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^n \frac{1}{F_{ji}} \int_0^{l_{ji}} [I_{ji}(x_{ji}) X_{jik}(x_{ji})] dx_{ji}}{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^n \frac{1}{F_{ji}} \int_0^{l_{ji}} [X_{jik}(x_{ji})]^2 dx_{ji}}. \end{aligned} \quad (4.150)$$

Таким образом, из выражений (4.114), (4.126) и (4.146) следует, что функция  $U_{ji}(x_{ji}, t)$  определяется соотношением

$$\begin{aligned} U_{ji}(x_{ji}, t) = \sum_{k=1}^{\infty} e^{-bt} A_{jik} \sin \left( \frac{\omega_k}{a_{ji}} x_{ji} + \varphi_{jik} \right) \sin (\xi_k t + \psi_k) + \\ + \sum_{k=1}^{\infty} A_{jik} \sin \left( \frac{\omega_k}{a_{ji}} x_{ji} + \varphi_{jik} \right) [B_k e^{-bt} \sin (\xi_k t + D_k) + \mathfrak{A}_k(t)] \quad (4.151) \\ (j=1, 2, \dots, \lambda, \dots, N, i=1, 2, 3, \dots, n_j). \end{aligned}$$

Тогда согласно выражению (5.104)

$$\begin{aligned} G_{11}(x_{11}, t) &= U_{11}(x_{11}, t) + F_{11}(x_{11}) E_{11}(t); \quad (4.152) \\ G_{ji}(x_{ji}, t) &= U_{ji}(x_{ji}, t) \text{ при } i=2, 3, \dots, n; j=1, 2, 3, \dots, N \\ &\text{(кроме } j=\lambda); \\ G_{\lambda n_\lambda}(x_{\lambda n_\lambda}, t) &= U_{\lambda n_\lambda}(x_{\lambda n_\lambda}, t) + F_{\lambda n_\lambda}(x_{\lambda n_\lambda}) E_{\lambda n_\lambda}(t). \end{aligned}$$

Полученные соотношения определяют расход жидкости в любом из простых трубопроводов сложной гидравлической системы. Для получения закона изменения давления воспользуемся уравнением количества движения (3.64). Тогда

$$\begin{aligned} \Delta P_{ji}(x_{ji}, t) = \frac{1}{F_{ji}} \int \left[ \frac{\partial G_{ji}(x_{ji}, t)}{\partial t} + 2bG_{ji}(x_{ji}, t) \right] dx_{ji}, \quad (4.153) \\ \Delta P_{ji}(x_{ji}, t) = P_{ji}(x_{ji}, t) - P_{0ji}(x_{ji}), \end{aligned}$$

где  $P_{0ji}$  — начальное распределение давления в трубопроводе.

Рассмотрим в качестве примера порядок получения расчетных формул при мгновенном закрытии клапана.

Этот пример наиболее типичный для системы питания микродвигателей, так как время закрытия гидроэлектрклапана чрезвычайно мало — примерно 0,005 с.

Пусть трубопровод 11 присоединен к топливному баку. Тогда в сечении  $x_{11}=0$  трубопровод можно считать открытым и, следовательно, граничное условие принимает вид  $\frac{\partial G_{11}}{\partial x_{11}}=0$ . Значит, в общем методе следует положить  $\beta_{11}=\infty$  и  $f_{11}(t)=0$ . Тогда из (4.109) следует, что  $E_{11}(t)=0$ , и согласно (4.152)

$$G_{ji}(x_{ji}, t)=U_{ji}(x_{ji}, t) \quad (4.145)$$

$$(j=1, 2, \dots \lambda \dots N, i=1, 2, \dots n_j)$$

( $j=1, 2, \dots \lambda \dots N, i=1, 2, \dots n_j$ ) (кроме концевых ответвлений, т. е.  $j=3, 5, 7, 9, 6$ ).

Для пневмогидравлической системы с концевыми ответвлениями  $j=3, 5, 7, 9$  это условие запишется в виде

$$G_{11}(x_{11}, t)=U_{11}(x_{11}, t), G_{21}(x_{21}, t)=$$

$$=U_{21}(x_{21}, t), G_{41}(x_{41}, t)=U_{41}(x_{41}, t).$$

Пусть в момент времени  $t < 0$  движение жидкого топлива в каждом простом трубопроводе — установившееся. В общем случае будем считать, что начальные расходы топлива в каждом трубопроводе различные и равны  $g_{0ji}=\text{const}$ . В одном (или нескольких) из концевых трубопроводов установлен клапан, который в момент времени  $t=0$  мгновенно закрывается, а поэтому при  $t > 0$  расход в концевом сечении этого трубопровода равен нулю. Остальные концевые трубопроводы могут быть открыты, т. е. давление постоянно и равно  $p_0$ , или же в концевых сечениях установлены сосредоточенные упругости (газовые и упругие демпферы).

Тогда в момент времени  $t \geq 0$  функция  $f_{\lambda n_\lambda}(t)=0$  и, следовательно, для концевых ответвлений (см. выражения (4.109) и (4.152)) также выполняется условие (4.154), т. е.

$$G_{31}(x_{31}, t)=U_{31}(x_{31}, t), G_{51}(x_{51}, t)=$$

$$=U_{51}(x_{51}, t), G_{71}(x_{71}, t)=U_{71}(x_{71}, t);$$

$$G_{91}(x_{91}, t)=U_{91}(x_{91}, t), G_{61}(x_{61}, t)=U_{61}(x_{61}, t).$$

Таким образом, для получения закона изменения расхода в сложной трубопроводной системе при мгновенном закрытии клапана достаточно определить вид функции  $U_{ji}(x_{ji}, t)$ . Далее в силу того, что  $E_{11}(t)=E_{\lambda n_\lambda}(t)=0$ , и из выражения (4.111) следует, что  $\Psi_{ji}(x_{ji}, t)=0$  и функция  $U_{ji}(x_{ji}, t)=V_{ji}(x_{ji}, t)$ . Поэтому  $G_{ji} \times \times(x_{ji}, t)=V_{ji}(x_{ji}, t)$  и согласно уравнению (4.130) находим

$$G_{ji}(x_{ji}, t)=\sum_{k=1}^{\infty} A_{jik} e^{-b_k t} \sin\left(\frac{\omega_k}{a_{ji}} x_{ji} + \varphi_{jik}\right) \sin(\xi_k t + \psi_k) \quad (4.155)$$

$$(j=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; i=1),$$

где  $A_{jik}$  определяется из соотношений (4.137) — (4.139). Так как в рассматриваемом случае  $g_{ji}(x_{ji}, t)=g_{0ji}=\text{const}$ , то из (4.139) следует

$$\begin{aligned}
 & A_{11k} = \\
 & = \frac{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^n \frac{g_{ji} a_{ji}}{F_{ji}} R_{jik} \left[ \sin \left( \frac{\omega_k}{2a_{ji}} l_{ji} + \varphi_{jik} \right) \sin \left( \frac{\omega_k}{2a_{ji}} l_{ji} \right) \right]}{\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^n \sin \psi_k \frac{a_{ji}}{F_{ji}} R_{jik}^2 \left[ \frac{\omega_k}{a_{ji}} l_{ji} - \cos \left( \frac{\omega_k}{a_{ji}} l_{ji} + 2\varphi_{jik} \right) \sin \frac{\omega_k}{a_{ji}} l_{ji} \right]} \\
 & (j=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9; i=1).
 \end{aligned}$$

В силу тех же причин произвольная постоянная  $\psi_k$  определяется из уравнения (4.135), т. е.  $\operatorname{tg} \psi_k = b/\xi_k$ . Собственные числа  $\omega_k$  и фазовые углы находятся из соотношений (4.128), которые для данной пневмогидравлической системы имеют вид

$$\begin{aligned}
 \frac{F_{11}}{a_{11}} \operatorname{tg} \left( \frac{\omega}{a_{11}} l_{11} + \varphi_{11} \right) &= \frac{F_{21}}{a_{21}} \operatorname{tg} \varphi_{21} + \frac{F_{31}}{a_{31}} \operatorname{tg} \varphi_{31} + \frac{F_{41}}{a_{41}} \operatorname{tg} \varphi_{41}; \\
 \frac{F_{21}}{a_{21}} \operatorname{tg} \left( \frac{\omega}{a_{21}} l_{21} + \varphi_{21} \right) &= \frac{F_{31}}{a_{31}} \operatorname{tg} \varphi_{31} + \frac{F_{51}}{a_{51}} \operatorname{tg} \varphi_{51}; \\
 \frac{F_{41}}{a_{41}} \operatorname{tg} \left( \frac{\omega}{a_{41}} l_{41} + \varphi_{41} \right) &= \frac{F_{91}}{a_{91}} \operatorname{tg} \varphi_{91} + \frac{F_{61}}{a_{61}} \operatorname{tg} \varphi_{61}; \\
 \varphi_{11} &= \frac{\pi}{2}, \quad \varphi_{31} = \frac{\omega}{a_{31}} l_{31} - \pi, \quad \varphi_{51} = \frac{\omega}{a_{71}} l_{71} - \pi; \\
 \varphi_{91} &= \frac{\omega}{a_{91}} l_{91} - \pi, \quad \varphi_{61} = \frac{\omega}{a_{61}} l_{61} - \pi.
 \end{aligned}$$

Подставляя выражения (4.155) в уравнения (4.153) после несложных преобразований получим для ударного давления соотношение

$$\begin{aligned}
 \Delta p_{ji}(x_{ji}, t) &= \frac{a_{ji}}{F_{ji}} e^{-bt} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{A_{jik}}{\omega_k} \cos \left( \frac{\omega_k}{a_{ji}} x_{ji} + \varphi_{jik} \right) \times \\
 & \times [b \sin(\xi_k t + \psi_k) + \xi_k \cos(\xi_k t + \psi_k)]; \quad (4.155) \\
 & j=1, 2, 3, \dots, 9; i=1.
 \end{aligned}$$

В качестве примера, а также для проверки сходимости рядов на рис. 4.7 приведены результаты расчета гидравлического удара в разветвленной трубопроводной системе [13].

При расчете гидравлического удара в сложных системах основные трудности возникают при определении спектра собственных чисел  $\omega_k$ . Однако применение предлагаемого метода выгоднее, чем метода характеристик или прямых, так как при использовании ЭЦВМ процедура вычисления собственных чисел не требует больших затрат машинного времени. Например, при использовании ЭЦВМ «Минск-22» для вычисления десяти собственных чисел в трубопроводной системе, состоящей из двадцати простых трубопроводов, затрачивалось около 15 мин машинного времени.



#### 4.5. ПУЛЬСАЦИИ ДАВЛЕНИЯ В СИСТЕМАХ ПИТАНИЯ МИКРОДВИГАТЕЛЕЙ КЛА

При движении жидкостей и газов в теплообменных устройствах реактивных систем управления КЛА могут возникать интенсивные пульсации давления.

Многие исследователи, анализируя экспериментальные факты, приходят к выводу, что указанные явления имеют акустическую природу, так как наблюдаемые частоты колебаний достаточно хорошо совпадают с их теоретическими значениями, полученными из классического волнового уравнения. Но классическая модель волновых процессов, как известно, не может объяснить явления самовозбуждения колебаний, так как она не учитывает неравновесные явления, имеющие место при распространении звуковой волны.

Тепло к жидкости и газам, движущимся по трубам, может быть подведено как за счет внутренних процессов энергообмена (химических реакций, фазовых превращений), так и за счет теплоотдачи от стенок трубы. В первом случае релаксационные явления обусловлены конечной скоростью течения процессов энергопревращений в движущейся среде; во втором — тепловой инерционностью стенок трубы. Но в обоих случаях эти явления могут быть охарактеризованы временем релаксации  $\tau$ , равновесной и замороженной скоростями звука  $a_\infty$  и  $a_0$ , а в общем случае параметрами —  $d_m$  и  $\tau_m$ .

Задача определения времени релаксации  $\tau$ , скоростей звука  $a_\infty$  и  $a_0$  представляет самостоятельную проблему, как правило, решаемую экспериментально. Однако в случае течения идеального газа по обогреваемой трубе указанные параметры можно определить теоретически, используя некоторые упрощающие предпосылки и допущения. Покажем это. Выделим участок трубы объемом  $dV = F dx$  и рассмотрим термодинамические процессы, протекающие в газе при распространении звуковых волн малой интенсивности.

В отсутствии звуковой волны течение газа в трубе установившееся и подвод тепла к газу можно описать законом Ньютона, т. е.

$$q = \alpha (T_{ст} - T) dS,$$

где  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи;  $S$  — площадь теплоотдающей поверхности длиной  $dx$ ;  $T_{ст}$ ,  $T$  — температуры стенки и газа.

Учитывая, что  $dS = \Pi dx$  ( $\Pi$  — периметр трубы), закон сохранения энергии запишется в виде

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{W^2}{2} + C_p T - \frac{\xi}{d} \frac{W^2}{2} \right) = \frac{\alpha \Pi (T_{ст} - T)}{G}, \quad (4.156)$$

где  $W$ ,  $C_p$ ,  $G$  — соответственно скорость, теплоемкость при постоянном давлении и расход газа.

Из уравнения количества движения находим

$$\frac{dW^2}{2} + \xi \frac{dx}{d} \frac{W^2}{2} = -\frac{1}{\rho} dp = -v dp, \quad (4.157)$$

где  $v$  — удельный объем газа.

$$\text{Обозначим} \quad N_{\text{уд}} = \alpha \Pi (T_{\text{ст}} - T). \quad (4.158)$$

Здесь  $N_{\text{уд}}$  — тепловая мощность, подводимая к газу от стенок на единицу длины трубы.

Учитывая, что  $dp/d\rho = a_0^2$ , а  $\gamma\rho/\rho = a_\infty^2$ , из (4.156—4.158) находим

$$a_0^2 = a_\infty^2 + \frac{(\gamma - 1)N_{\text{уд}} \rho}{G (d\rho/dx)}, \quad (4.159)$$

где  $\gamma$  — показатель адиабаты.

При прохождении звуковой волны меняется температура газа, соответственно изменяется и теплоподвод от стенки трубы к газу. Если процесс теплообмена не сопровождается различного рода инерционными эффектами, то тепловое равновесие в системе газ — стенка наступит мгновенно. В этом случае, например, при скачкообразном изменении давления мгновенно изменяется тепловой поток, плотность и температура газа. Поскольку стенка имеет некоторую теплоинерционность, то при изменении давления тепловой поток и температура выходят на новый стационарный режим с некоторым запаздыванием. Кроме того, на величину запаздывания существенное влияние могут оказывать процессы массопереноса. Следовательно, переход с одного стационарного режима на другой имеет релаксационный характер, а поэтому баротропное уравнение состояния можно представить в виде (3.22).

Оценим величину времени установления теплового равновесия в системе нагреватель — газ. При этом будем предполагать, что температура газа по сечению трубы постоянная, а теплообмен между соседними слоями газа происходит мгновенно. Тогда, если пренебречь тепловым сопротивлением стенки, уравнение теплового баланса можно представить в виде

$$q - mC \frac{dT_{\text{ст}}}{dT} = d(T_{\text{ст}} - T) dS, \quad (4.160)$$

где  $q$  — тепловая мощность, подводимая к участку трубы длиной  $dx$  от внешнего источника;  $m$  — масса участка трубы длиной  $dx$ ;  $C$  — теплоемкость материала трубы.

Будем считать, что тепловая мощность источника  $q$  равна ее значению на стационарном режиме, т. е.

$$q = q_0 = d(T_{0\text{ст}} - T_0) dS, \quad (4.161)$$

где  $T_{0\text{ст}}$ ,  $T_0$  — температуры стенки и газа в отсутствие звуковой волны (стационарный режим).

Полагая  $T_0 \approx T$  (звуковые волны малой интенсивности), из (4.160) и (4.161) получим

$$\frac{dT_{\text{ст}}}{dt} = -\frac{T_{\text{ст}} - T_{0\text{ст}}}{\tau_r}, \quad (4.162)$$

где

$$\tau_r = \frac{mC}{a\delta S} = \frac{\bar{m}C}{a\Pi}, \quad (4.163)$$

$\bar{m}$  — погонная масса трубы;  $\Pi$  — периметр трубы.

Уравнение (4.162) приближенно описывает изменение температуры стенки при нарушении теплового равновесия. Постоянная времени  $\tau_r$  характеризует время установления теплового равновесия, а значит и время установления стационарного режима теплообмена в системе газ — поверхность нагрева. Следовательно, уравнение (4.163) не только по форме, но и по содержанию соответствует релаксационному уравнению.

Формула (4.163), определяющая время релаксации, справедлива в тех случаях, когда коэффициент теплопроводности материала стенки  $\lambda \rightarrow \infty$ . В более общем случае необходимо учитывать теплопроводность материала стенки и распределение температуры по ее толщине. Это достаточно сложная задача, но для рассматриваемого нами случая ее можно разрешить. В самом деле, из (4.163) следует, что

$$T_{cr} - T_0 = \text{const} \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_r}\right). \quad (4.164)$$

Известно [47], что для широкого круга задач теплопроводности температура теплоотдающей поверхности стенки может быть представлена в виде

$$T_{cr} = T_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \exp(-\mu_n^2 F_0), \quad (4.165)$$

где  $A_n$  — постоянные;  $\mu_n$  — собственные числа, зависящие от граничных условий, геометрических и теплофизических характеристик материала стенки;  $F_0 = \frac{dt}{l^2}$  — критерий Фурье.

Здесь  $a = \frac{\lambda}{C\varrho}$  — коэффициент температуропроводности;  $l$  — характерный размер,  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности. В большинстве случаев  $\mu_1 \ll \mu_2 < \mu_3 \dots$ . Поэтому выражение (4.165) можно представить в виде

$$T_{cr} - T_0 = A_1 \exp(-\mu_1^2 F_0). \quad (4.166)$$

Сравнивая (4.164) и (4.166), нетрудно заметить, что

$$\tau_r = \frac{l^2}{\mu_1^2} \frac{C\varrho}{\lambda}. \quad (4.167)$$

Собственное число  $\mu_1$  определяется по формулам, приведенным в работе [47].

Формула (4.170) может быть использована только для оценочных расчетов термического времени релаксации в трубопроводе, так как она получена в предположении, что релаксационный процесс описывается простейшим релаксационным уравнением (4.162).

При установившемся течении подогреваемого газа температура  $T$ , плотность  $\rho$ , коэффициент теплоотдачи  $\alpha$ , а в общем случае и площадь проходного сечения изменяются вдоль трубы. Вследствие этого скорость звука  $a_\infty$ , параметры  $d_m$ ,  $\tau_m$  изменяются вдоль трубы. Поэтому, как и ранее целесообразно рассматриваемый трубопровод разбить на участки простых трубопроводов с постоянными значениями  $a_\infty$ ,  $d_m$  и  $\tau_m$  на каждом из участков. Тогда волновые процессы в трубопроводной системе будут описываться системой уравнений (4.1) при начальных и граничных условиях (4.2—4.8).

Общее решение системы уравнений (4.1), как известно, имеет вид

$$G_{ji}(x_{ji}, t) = \sum_{q=1}^{\infty} C_{j iq} \sin(\xi_{j iq} x_{ji} + \varphi_{j iq}) e^{K_p t},$$

$$j=1, 2, 3 \dots N, i=1, 2, 3 \dots n_j, q=1, 2, 3 \dots$$

Ясно, что если  $\text{Re } K_p < 0$ , то решения системы уравнений (4.1) будут асимптотически устойчивыми, а поэтому волновой процесс будет затухающим. Если хотя бы один корень  $K_p$  имеет  $\text{Re } K_p > 0$ , то очевидно, что решения системы уравнений (4.1) неустойчивы и, следовательно, амплитуда звуковых колебаний с возрастанием  $t$  будет неограниченно возрастать.

В действительности амплитуда колебаний будет ограниченной, так как рассматриваемое нами линейное приближение справедливо для малых возмущений среды. При достаточно больших амплитудах колебаний существенную роль будут играть нелинейные эффекты, которые ограничат амплитуду и мы будем иметь дело с чисто автоколебательным процессом. Но для установления областей устойчивых (затухающих) звуковых колебаний достаточно исследовать линейное приближение. Для этого необходимо определить области расположения корней трансцендентной системы уравнений (4.19), (4.20) и (4.34). В общем случае это достаточно сложная задача, которая может быть просто и наглядно решена только для некоторых частных случаев.

В заключение следует отметить, что полученные нами в разд. 4.1 характеристические уравнения могут быть использованы не только при исследовании акустических колебаний при подводе тепла, но и в более общих случаях течения жидкостей и газов в трубах, сопровождающиеся неравновесными процессами. Последние имеют место при фазовых превращениях в жидкостях и химических реакциях в газах. Но для указания явлений, как правило, отсутствуют данные по кинетике релаксационного процесса, скоростям звука и т. д., что приводит к существенным затруднениям при сопоставлении опытных и теоретических данных.

## НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ПНЕВМОСИСТЕМАХ РЕАКТИВНЫХ ОРГАНОВ УПРАВЛЕНИЯ

### 5.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При проектировании газореактивных микродвигателей и систем подачи компонентов топлива в жидкостно-реактивных микродвигателях возникает целый круг задач, связанных с расчетом нестационарных процессов в пневматических системах.

Так, например, один из основных параметров газореактивной системы стабилизации — полный импульс тяги

$$I = n\varphi_c K_T F_{кр} \int_0^t p dt, \quad (5.1)$$

где  $n$  — число сопел;  $\varphi_c$  — коэффициент сопла;  $K_T$  — коэффициент тяги;  $F_{кр}$  — площадь критического сечения сопла;  $p$  — давление на входе в сопло.

Давление на входе в сопло определяется давлением газа в баллоне, которое, в свою очередь, зависит от подвода тепла от стенок в процессе опорожнения. Ясно, что при медленном опорожнении баллона импульс тяги больше, чем при быстром опорожнении, так как в первом случае процесс расширения газа близок к изотермическому, а во втором — к адиабатическому. Поэтому при расчете полного импульса системы необходимо учитывать процессы теплообмена между газом и стенками баллона.

Пневмосистема может состоять из нескольких газовых емкостей, опорожняющихся поочередно. В этом случае возникает задача расчета параметров газа как в опорожняющейся, так и наполняемой емкостях.

Таким образом, основные проблемы, которые возникают при проектировании реактивных систем КЛА, связаны в основном с расчетом процессов опорожнения — наполнения газовых емкостей с учетом теплообмена.

Проблемы несколько другого плана возникают при проектировании импульсных газореактивных систем управления КЛА.

При включении двигателей давление газа перед ними в первый момент времени падает вследствие того, что регулятор давления из-за своей инерционности не может сразу обеспечить нужный расход газа. Кроме того, может быть такая ситуация, что падение давления будет наблюдаться и для безынерционного регулятора из-за незначительной аккумулирующей способности трубопровода, питающего микродвигатель.

Для уменьшения падения давления газа перед двигателями (в момент их включения) необходимо устанавливать специальный демпфер (компенсатор), а питающие трубопроводы подбирать соответствующего диаметра и длины. Роль демпфера может выполнять коллектор для разводки питающих трубопроводов к двигателям.

Чтобы коллектор выполнял роль демпфирующего устройства, его объем должен быть выбран таким, чтобы он поддерживал заданное давление перед двигателями во время их включения. Таким образом, здесь также сталкиваются с проблемой, связанной с расчетом опорожнения газовых емкостей. В более точной постановке необходимо учитывать емкостные свойства питающих трубопроводов. В методическом плане это приведет к некоторым усложнениям, так как в этом случае нестационарные процессы в пневмосистеме будут описываться дифференциальными уравнениями в частных производных.

## 5.2. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ГАЗА В ЕМКОСТИ ПРИ ЕЕ ОПОРОЖНЕНИИ

Имеется ряд работ, в которых рассматриваются задачи опорожнения газовых емкостей [11, 12, 16, 17].

В работах [11, 12] приведен расчет процесса опорожнения емкости через отверстия постоянной и переменной площади при сверхкритическом истечении с учетом теплообмена между газом и стенками.

Расчет параметров газа в емкости при опорожнении ее через газовый редуктор приводится в работе [16].

### Расчет параметров газа в емкости при опорожнении ее через отверстие (сопло) постоянной площади

Рассмотрим истечение газа из емкости постоянного объема для случая, когда перепад давлений в емкости и в среде, в которую истекает газ, сверхкритический.

Изменение параметров газа в емкости (при опорожнении) описывается уравнениями [49]

$$\begin{aligned} \frac{dp_a}{d\tau} &= \frac{k-1}{V_a} \left( \frac{dQ_a}{d\tau} - i_a G_a \right); \\ \frac{dp_a}{a\gamma_a} &= - \frac{k-1}{G_a} \left( \frac{dQ_a}{d\tau} - i_a G_a \right), \end{aligned} \quad (5.2)$$

где  $p_a$ ,  $\gamma_a$ ,  $i_a$  — давление, плотность и энтальпия газа;  $Q_a$  — тепло, подведенное к газу;  $G_a$  — текущее значение секундного массового расхода газа из емкости;  $k$  — показатель адиабаты;  $V_a$  — объем емкости;  $\tau$  — время.

Выражение энтальпии и текущего расхода газа имеют вид

$$i_a = \frac{k}{k-1} RT_a; \quad (5.3)$$

$$G_a = \mu m f \frac{p_a}{\sqrt{T_a}}; \quad (5.4)$$

$$m = \sqrt{\frac{k}{R} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}},$$

$\mu$  — коэффициент расхода, постоянный при сверхкритическом режиме истечения;  $f$  — площадь отверстия, через которое истекает газ;  $R$  и  $T_a$  — газовая постоянная и температура газа в емкости.

Дополним уравнения (5.2) уравнением состояния, продифференцированным по времени

$$\frac{dp_a}{d\tau} = R\gamma_a \frac{dT_a}{d\tau} + RT_a \frac{d\gamma_a}{d\tau}. \quad (5.5)$$

Из уравнения (5.5), используя выражения (5.3) и (5.4), после несложных преобразований получим

$$\frac{dT_a}{d\tau} = \frac{(k-1)R\mu m f}{V_a} \left( \frac{V\bar{T}_a}{R\mu m f p_a} \frac{dQ_a}{d\tau} - T_a \right). \quad (5.6)$$

Величина теплового потока от стенки емкости к газу определяется выражением

$$\frac{dQ_a}{d\tau} = \alpha (T_{aw} - T_a) F, \quad (5.7)$$

где  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи;  $T_{aw}$  — температура внутренней поверхности емкости;  $F$  — площадь внутренней поверхности емкости.

Примем, что между стенками емкости и газом имеет место теплообмен за счет свободной конвекции [44]. Тогда для значений  $p_r G_r > 2 \cdot 10^7$  коэффициент теплоотдачи определяется из выражения

$$\alpha = A (T_{aw} - T_a)^{1/3},$$

где  $A$  — коэффициент, слабо зависящий от температуры и пропорциональный давлению в степени  $2/3$ .

Стенки газовых емкостей высокого давления имеют значительную толщину, поэтому масса емкостей существенно больше массы газа, заключенного в них. Учитывая это обстоятельство, а также большую теплопроводность материала стенки и наличие подвода тепла от окружающей среды, можно принять, что температура внутренней стенки емкости практически остается постоянной при достаточно большой длительности процесса опорожнения.

Принимая температуру емкости постоянной и равной начальной температуре газа  $T_{aw} = T_{a0} = \text{const}$ , имеем

$$\frac{dQ_a}{d\tau} = A_0 p^{2/3} (T_{a0} - T_a)^{4/3} F, \quad (5.8)$$

где  $A_0$  — значение коэффициента  $A$  при  $p_a = 0,1$  МПа.

Аппроксимируем давление и температурный напор в выражении (5.8) следующими линейными зависимостями:

$$p_a^{2/3} = \varepsilon p_a = \frac{1}{8} \frac{p_a}{p_{a0}^{1/3}} \quad (5.9)$$

при изменении давления от 0 до  $p_{a0}$ :

$$(T_{a0} - T_a)^{4/3} = \beta (T_{a0} - T) = \frac{18}{20} T_a^{1/3} (T_{a0} - T_a), \quad (5.10)$$

при изменении температурного напора от 0 до  $T_{a0}$ .

С учетом выражений (5.8), (5.9) и (5.10) уравнение (5.7) примет вид

$$\frac{dQ_a}{d\tau} = 1,01 A_0 \left( \frac{T_{a0}}{p_{a0}} \right)^{1/3} p_a (T_{a0} - T_a) F. \quad (5.11)$$

Подставляя выражение (5.11) в уравнение (5.6), получим

$$\frac{1}{\sqrt{T_a}} \frac{dT_a}{d\tau} = \frac{(k-1) R \mu m f}{V_a} [c (T_{a0} - T_a) - T_a], \quad (5.12)$$

где

$$c = \frac{1,01 A_0 \sqrt{T_a} F}{R \mu m f} \left( \frac{T_{a0}}{p_{a0}} \right)^{1/3}.$$

Величина  $A_0$  возрастает с понижением температуры. Используя данные работы [44], можно принять  $A_0 \sqrt{T_a} = \text{const}$ . Тогда и  $c = \text{const}$ .

Если в выражение (5.12) вместо температуры  $T_a$  ввести новую безразмерную переменную  $x = \sqrt{\frac{T_a}{T_{a0}}}$ , то это уравнение примет следующий вид:

$$\frac{dx}{d^2 - x^2} = D d\tau. \quad (5.13)$$

Здесь  $a = \sqrt{\frac{c}{c+1}}$ ,  $D = \frac{(k-1) R \mu m f \sqrt{T_{a0}}}{2V_a} (c+1)$ .

Проинтегрировав уравнение (5.13) при  $x > a$  и перейдя от переменной  $x$  к  $T_a$ , получим следующую простую расчетную формулу:

$$\frac{T_a}{T_{a0}} = \frac{c}{c+1} \frac{1}{\text{th}^2 \left( N \tau + \text{arcth} \sqrt{\frac{c}{c+1}} \right)}, \quad (5.14)$$

где

$$N = \frac{(k+1) R \sqrt{c(c+1)} \mu m f \sqrt{T_{a0}}}{2V_a}.$$

Для определения текущей плотности газа в емкости поделим первое уравнение системы (5.2) на второе. Получим

$$\frac{d\gamma_a}{d\tau} = -\frac{G}{V_a}. \quad (5.15)$$



С учетом зависимостей (5.4) и (5.14) уравнение (5.15) можно привести к виду

$$\frac{d\gamma_a}{\gamma_a} = - \frac{2N}{(k-1)(c+1)} \frac{d\tau}{\text{th} \left( N\tau + \text{arcth} \sqrt{\frac{c}{c+1}} \right)}. \quad (5.16)$$

Интегрируя уравнения (5.16), получим

$$\frac{\gamma_a}{\gamma_{a0}} = \left[ \sqrt{\frac{1}{c}} \text{sh} \left( N\tau + \text{arcth} \sqrt{\frac{c}{c+1}} \right) \right]^{-\delta}, \quad (5.17)$$

где

$$\delta = \frac{2}{(k-1)(c+1)}.$$

Определив  $T_a$  и  $\gamma_a$  газа в емкости, можно, используя уравнение состояния, получить расчетную формулу для определения давления газа и емкости:

$$\begin{aligned} \frac{p_a}{p_{a0}} = \frac{c}{c+1} \left[ \sqrt{\frac{1}{c}} \text{sh} \left( N\tau + \text{arcth} \sqrt{\frac{c}{c+1}} \right) \right]^{-\delta} \times \\ \times \text{th}^2 \left( N\tau + \text{arcth} \sqrt{\frac{c}{c+1}} \right). \end{aligned} \quad (5.18)$$

Подставляя выражения (5.14) и (5.18) в уравнение (5.4), находим закон изменения секундного расхода газа

$$\begin{aligned} \frac{G_a}{G_{a0}} = \sqrt{\frac{c}{c+1}} \left[ \sqrt{\frac{1}{c}} \text{sh} \left( N\tau + \text{arcth} \sqrt{\frac{c}{c+1}} \right) \right]^{-\delta} \times \\ \times \text{th}^{-1} \left( N\tau + \text{arcth} \sqrt{\frac{c}{c+1}} \right), \end{aligned} \quad (5.19)$$

где  $G_{a0} = \frac{\mu m f p_{a0}}{\sqrt{T_{a0}}}$  — начальный расход.

Исключив переменную  $\tau$  из уравнений (5.14) и (5.17) после несложных преобразований, получим уравнение термодинамического процесса

$$\frac{T_a}{T_{a0}} = \frac{1}{c+1} \left[ \left( \frac{\gamma_a}{\gamma_{a0}} \right)^{(k-1)(c+1)} + c \right]. \quad (5.20)$$

Нетрудно видеть, что при некоторых параметрах процесса опорожнения газовой емкости уравнения (5.14), (5.17), (5.18), (5.19) и (5.20) приводятся к выражениям, соответствующим адиабатическому и изотермическому процессам. Действительно, при  $c=0$  из уравнения (5.20) имеем уравнение адиабаты  $\frac{T_a}{T_{a0}} = \left( \frac{\gamma_a}{\gamma_{a0}} \right)^{k-1}$ .

Из уравнений (5.14), (5.18) и (5.19) при  $c=0$  находим законы изменения температуры, давления и секундного расхода для адиабатического истечения газа из емкости

$$\frac{T_a}{T_{a0}} = (1 + B\tau)^{-2}, \quad \frac{\gamma_a}{\gamma_{a0}} = (1 + B\tau)^{-\frac{2}{k-1}}; \quad (5.21)$$

$$\frac{p_a}{p_{a0}} = (1 + B\tau)^{-\frac{2k}{k-1}}, \quad \frac{G_a}{G_{a0}} = (1 + B\tau)^{-\frac{k+1}{k-1}};$$

$$B = \frac{(k-1) R_{\text{умf}} \sqrt{T_{a0}}}{2V_a}.$$

При  $\frac{c}{c+1} = 1$ , что равносильно условию  $c \gg 1$ , уравнение (5.20) обращается в уравнение изотермического процесса  $\frac{T_a}{T_{a0}} = 1$ .

Подставив значение  $\frac{c}{c+1} = 1$  в уравнения (5.17), (5.18) и (5.19), получим выражения для подсчета  $p_a$ ,  $\gamma_a$  и  $G_a$  при изотермическом процессе опорожнения:

$$\frac{p_a}{p_{a0}} = \frac{\gamma_a}{\gamma_{a0}} = \frac{G_a}{G_{a0}} = \exp\left(-\frac{2}{k-1} B\tau\right). \quad (5.22)$$

### Расчет параметров газа в емкости при опорожнении ее через отверстие (сопло) переменной площади [12]

Рассмотрим истечение газа из емкости постоянного объема при сверхкритическом перепаде давлений в емкости и в среде, в которую истекает газ. Газ истекает из емкости через отверстие, площадь которого изменяется во времени  $f = f(\tau)$ .

Интегрирование уравнений (5.2) при переменной площади отверстия затруднительно, поэтому вначале получим уравнение термодинамического процесса. Из уравнений (5.2) и (5.5), используя выражения (5.3) и (5.11), после несложных преобразований получим

$$\gamma_a \frac{d\gamma_a}{d\gamma_a} = -(k-1) [c(T_{a0} - T_a) - T_a], \quad (5.23)$$

где 
$$c = \frac{1,01 A_0 \sqrt{T_{a0}} F}{R_{\text{умf}}(\tau)} \left( \frac{T_{a0}}{p_{a0}} \right)^{1/3}$$

— величина, переменная во времени в отличие от случая, рассмотренного в предыдущем разделе.

Интегрируя уравнение (5.23), получим уравнение термодинамического процесса, аналогичное уравнению (5.20):

$$\frac{T_a}{T_{a0}} = \frac{1}{c+1} \left[ \left( \frac{\gamma_a}{\gamma_{a0}} \right)^{(k-1)(c+1)} + c \right] \quad (5.24)$$

или 
$$\frac{p_a}{p_{a0}} = \frac{1}{c+1} \left[ \left( \frac{\gamma_a}{\gamma_{a0}} \right)^{(k-1)(c+1)} + c \right] \frac{\gamma_a}{\gamma_{a0}}. \quad (5.25)$$

Используя уравнения (5.4) и (5.24), выражение (5.15) можно привести к виду

$$\frac{d\gamma_a}{d\tau} = -\frac{2}{k-1} B f(\tau) \gamma_a \sqrt{\frac{1}{c+1} \left[ \left( \frac{\gamma_a}{\gamma_{a0}} \right)^{(k-1)(c+1)} + c \right]}, \quad (5.26)$$

где 
$$B = \frac{(k-1) R \mu m \sqrt{T_{a0}}}{2V_a} = \text{const.}$$

Покажем, что при некоторых параметрах процессов опорожнения газовой емкости уравнение (5.24) приводится к выражениям, соответствующим адиабатическому и изотермическому процессам.

Нетрудно видеть, что при  $c=0$  из уравнения (5.24) имеем уравнение адиабаты  $\frac{T_a}{T_{a0}} = \left( \frac{\gamma_a}{\gamma_{a0}} \right)^{k-1}$ .

Из уравнения (5.26) при  $c=0$  имеем

$$\frac{d\gamma_a}{d\tau} = -\frac{2}{k-1} B f(\tau) \gamma_a \left( \frac{\gamma_a}{\gamma_{a0}} \right)^{\frac{k-1}{2}}. \quad (5.27)$$

Интегрируя уравнение (5.27) при переменной площади  $f(\tau)$ , получим формулы:

$$\begin{aligned} \frac{T_a}{T_{a0}} &= \left[ 1 + B \int_0^\tau f(\tau) d\tau \right]^{-2}, \quad \frac{\gamma_a}{\gamma_{a0}} = \left[ 1 + B \int_0^\tau f(\tau) d\tau \right]^{-\frac{2}{k-1}}; \\ \frac{p_a}{p_{a0}} &= \left[ 1 + B \int_0^\tau f(\tau) d\tau \right]^{-\frac{2k}{k-1}}, \quad \frac{G_a}{G_{a0}} = \frac{f}{f_0} \left[ 1 + B \int_0^\tau f(\tau) d\tau \right]^{-\frac{k+1}{k-1}}. \end{aligned} \quad (5.28)$$

При постоянной площади  $f = \text{const}$  из выражения (5.28) имеем формулы:

$$\begin{aligned} \frac{T_a}{T_{a0}} &= (1 + B f \tau)^{-2}, \quad \frac{\gamma_a}{\gamma_{a0}} = (1 + B f \tau)^{-\frac{2}{k-1}}; \\ \frac{p_a}{p_{a0}} &= (1 + B f \tau)^{-\frac{2k}{k-1}}, \quad \frac{G_a}{G_{a0}} = (1 + B f \tau)^{-\frac{k+1}{k-1}}. \end{aligned} \quad (5.29)$$

При  $\frac{c}{c+1} = 1$ , что равносильно условию  $c \gg 1$ , уравнение процесса (5.24) обращается в уравнение изотермического процесса  $\frac{T_a}{T_{a0}} = 1$ .

Подставив значение  $\frac{c}{c+1} = 1$  в уравнение (5.26), получим

$$\frac{d\gamma_a}{\gamma_a} = -\frac{2}{k-1} B f(\tau) d\tau. \quad (5.30)$$

Интегрируя уравнение (5.30), получим формулы

$$\frac{\gamma_a}{\gamma_{a0}} = \frac{p_a}{p_{a0}} = \exp\left(-\frac{2}{k-1} B \int_0^\tau f(\tau) d\tau\right); \quad (5.31)$$

$$\frac{G_a}{G_{a0}} = \frac{f}{f_0} \exp\left(-\frac{2}{k-1} B \int_0^\tau f(\tau) d\tau\right).$$

При постоянной площади  $f = \text{const}$  уравнение (5.31) даст ранее полученные выражения (5.22).

Для значений  $0 < \frac{c}{c+1} < 1$  можно получить приближенное значение уравнения (3.26), если разложить в ряд Тейлора квадратный корень правой части этого уравнения и ограничиться первыми двумя членами ряда:

$$\sqrt{\frac{1}{c+1} \left[ \left( \frac{\gamma_a}{\gamma_{a0}} \right)^{(k-1)(c+1)} + c \right]} \approx 1 + \frac{k-1}{2} \frac{\gamma_{a0} - \gamma_a}{\gamma_{a0}}.$$

При такой замене уравнение (5.26) принимает вид

$$\frac{d\gamma_a}{d\tau} = -\frac{2}{k-1} B f(\tau) \gamma_a \left( 1 + \frac{k-1}{2} \frac{\gamma_{a0} - \gamma_a}{\gamma_{a0}} \right). \quad (5.32)$$

Интегрируя уравнения (5.32), получим

$$\frac{\gamma_a}{\gamma_{a0}} = \frac{k+1}{(k-1) + 2 \exp\left[ \frac{k+1}{k-1} B \int_0^\tau f(\tau) d\tau \right]}. \quad (5.33)$$

Используя выражения (5.33), (5.24) и уравнение состояния, получим

$$\frac{T_a}{T_{a0}} = \frac{1}{c+1} \left\{ \frac{k+1}{1 - k + 2 \exp\left[ \frac{k+1}{k-1} B \int_0^\tau f(\tau) d\tau \right]} \right\}^{(k-1)(k+1)} + c; \quad (5.34)$$

$$\frac{p_a}{p_{a0}} = \frac{1}{c+1} \left\{ \frac{k+1}{(k-1) + 2 \exp\left[ \frac{k+1}{k-1} B \int_0^\tau f(\tau) d\tau \right]} \right\}^{(k-1)(c+1)+1} + \frac{c(k+1)}{(k-1) + 2 \exp\left[ \frac{k+1}{k-1} B \int_0^\tau f(\tau) d\tau \right]}. \quad (5.35)$$

Выражение для относительного расхода газа получим из соотношений (5.4), (5.23) и (5.24)

$$\frac{G_a}{G_{a0}} = \frac{f}{f_0} \left( \frac{1}{c+1} \right)^{1/2} \left\{ \left[ \frac{k+1}{(k-1) + 2 \exp \left( \frac{k+1}{k-1} B \int_0^\tau f(\tau) d\tau \right)} \right]^{(k-1)(c+1)+2} + \right. \\ \left. + c \left[ \frac{k+1}{(k-1) + 2 \exp \left( \frac{k+1}{k-1} B \int_0^\tau f(\tau) d\tau \right)} \right]^2 \right\}^{1/2}.$$

### 5.3. РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ ГАЗА В ЕМКОСТИ ПРИ ОПОРОЖНЕНИИ ЕЕ ЧЕРЕЗ ГАЗОВЫЙ РЕДУКТОР

Рассмотрим истечение газа из емкости высокого давления через газовый редуктор, что имеет место в системах подачи компонентов топлива, когда объемный приход газа в бак и давление в баке — величины постоянные.

Учитывая, что в реактивных системах управления КЛА между жидким компонентом и газом наддува имеется эластичный разделитель, т. е. пары компонента не присутствуют в газовой подушке, уравнение изменения давления в баке можно представить в виде

$$\frac{dp}{d\tau} = \frac{k-1}{V} \left[ \frac{dQ}{d\tau} + i_a G_a - \frac{k}{k-1} p \frac{dV}{d\tau} \right]. \quad (5.36)$$

Здесь  $V$  — объем, занимаемый газом;  $Q$  — тепло, подводимое от стенок бака к газу.

#### Расчет газа в емкости при отсутствии теплообмена в наполняемой емкости

Из уравнения (5.36) при условии, что в наполняемой емкости поддерживается постоянное давление  $\frac{dp}{d\tau} = 0$ , получим

$$i_a G_a = \frac{k}{k-1} p \frac{dV}{d\tau}. \quad (5.37)$$

Подставляя выражение (5.37) в уравнение (5.1), получим

$$\frac{dp_a}{d\tau} = \frac{k-1}{V_a} \left( \frac{dQ_a}{d\tau} - \frac{k}{k-1} p \frac{dV}{d\tau} \right). \quad (5.38)$$

Подставляя уравнение (5.11) в выражение (5.38), получим

$$\frac{dp_a}{d\tau} = (M - N A_1) p_a - \frac{k}{V_a} p \frac{dV}{d\tau}, \quad (5.39)$$

где

$$M = \frac{k-1}{V_a} 1,01 A_0 T_{a0} F \left( \frac{T_{a0}}{p_{a0}} \right)^{1/3};$$

$$N = \frac{k-1}{V_a} 1,01 F \left( \frac{T_{a0}}{p_{a0}} \right)^{1/3};$$

$$A_1 = A_0 T_a.$$

Расчеты показывают, что произведение  $A_0 T_a$  с точностью до 1—2% в пределах температуры процесса может быть принято постоянным.

Тогда уравнение (5.39) переписывается в виде

$$\frac{d p_a}{d v} + \mu p_a + d \frac{d V}{d v} = 0, \quad (5.40)$$

где

$$\mu = N A - M, \quad d = \frac{k}{V_a} p.$$

Уравнение (5.40) имеет решение

$$p_a = \exp(-\mu \tau) \left[ p_{a0} - d \int_0^{\tau} \frac{dV}{d v} \exp(\mu \tau) d \tau \right]. \quad (5.41)$$

Уравнение для определения плотности газа с учетом (5.15) и (5.37) имеет вид

$$\frac{d \gamma_a}{d v} = - \frac{p}{p_a V_a} \frac{d V}{d v} \gamma_a, \quad (5.42)$$

где  $p_a$  определяется по уравнению (5.41).

Тогда для определения плотности газа в газовой емкости имеем

$$\gamma_a = \gamma_{a0} \exp \left\{ - \frac{p}{V_{a0}} \int_0^{\tau} \frac{dV}{d v} \frac{d v}{\exp(-\mu \tau) \left[ p_a - d \int_0^{\tau} \frac{dV}{d v} \exp(\mu \tau) d v \right]} \right\}. \quad (5.43)$$

Для адиабатического процесса опорожнения  $N A_1 - M = 0$ , а поэтому параметры газа в емкости определяются по формулам

$$p_a = p_{a0} - d \int_0^{\tau} \frac{dV}{d v} d \tau; \quad (5.44)$$

$$\gamma_a = \gamma_{a0} \exp \left( - \frac{p}{V_a} \int_0^{\tau} \frac{dV}{d v} \frac{d v}{p_{a0} - d \int_0^{\tau} \frac{dV}{d v} d v} \right). \quad (5.45)$$

Для изотермического процесса опорожнения параметров газа в емкости определяются из выражений

$$p_a = p_{a0} - \frac{d}{k_0} \int_0^{\tau} \frac{dV}{d v} d \tau; \quad (5.46)$$

$$\gamma_a = \frac{1}{R T_{a0}} \left( p_{a0} - \frac{a}{k} \int_0^{\tau} \frac{dV}{d v} d \tau \right). \quad (5.47)$$

При изменении свободного объема наполняемой емкости по линейному закону  $V_0 + \nu\tau$  для определения параметров газа в емкости имеем

$$p_a = p_{a0} \exp(-\mu\tau) + \frac{D}{\mu} [\exp(-\mu\tau) - 1]; \quad (5.48)$$

$$\gamma_a = \gamma_{a0} \left\{ 1 - \frac{D}{\mu p_0} [\exp(\mu\tau) - 1] \right\}^{1/k}, \quad (5.49)$$

где  $D = d\dot{\nu}$ ;

*при адиабатическом процессе опорожнения*

$$p_a = p_{a0} - D\tau; \quad (5.50)$$

$$\gamma_a = \gamma_{a0} \left( 1 - \frac{D}{p_{a0}} \tau \right)^{1/k}; \quad (5.51)$$

*при изотермическом процессе опорожнения*

$$p_a = p_{a0} - \frac{D}{k} \tau; \quad (5.52)$$

$$\gamma_a = \frac{1}{RT_{a0}} \left( p_{a0} - \frac{D}{k} \tau \right). \quad (5.53)$$

### Расчет параметров газа в емкости при наличии тепломассообмена в наполняемой емкости

Из уравнения (5.36) при условии, что в наполняемой емкости поддерживается постоянное давление, т. е.  $\frac{dp}{d\tau} = 0$ , получим

$$i_a G_a = \frac{k}{k-1} p \frac{dV}{d\tau} - \frac{dQ}{d\tau}. \quad (5.54)$$

Из уравнений (5.37) и (5.54) следует, что тепло, подводимое к газу наддува, уменьшает потребный расход газа из аккумулятора и дает возможность уменьшить потребный объем аккумулятора при постоянных значениях параметров газа в аккумуляторе ( $p_{a0}$  и  $p_{ак}$ , где  $p_{ак}$  — конечное давление газа в аккумуляторе).

Подставляя (5.54) в уравнение (5.1), получим

$$\frac{dp_a}{d\tau} = \frac{k-1}{V_a} \left[ \frac{dQ}{d\tau} - \frac{k}{k-1} p \frac{dV}{d\tau} + \frac{dQ}{d\tau} \right]. \quad (5.55)$$

Уравнение (5.55), как и  $\frac{dQ}{dt} = 0$ , можно записать в виде

$$\frac{dp_a}{d\tau} + (NA_1 - M) p_a + c \frac{dV}{d\tau} + \varphi(\tau) = 0, \quad (5.56)$$

$$\varphi(\tau) = -\frac{k-1}{V_a} \frac{dQ}{d\tau}.$$

Уравнение (5.56) имеет решение

$$p_a = \exp(-\mu\tau) \left[ p_{a0} - c \int_0^\tau \frac{dV}{d\tau} \exp(\mu\tau) d\tau - \int_0^\tau \varphi(\tau) \exp(\mu\tau) d\tau \right]. \quad (5.57)$$

Плотность газа  $\gamma_a$  в опорожняемой емкости при наличии тепло- и массообмена внутри бака определяется по формуле (5.43) при подстановке в нее значения  $p_a(\tau)$  из формулы (5.57).

При расчете параметров газа в емкости по уравнению (5.57) необходимо знать коэффициент теплоотдачи от газа к стенке наполняемой емкости.

В работах, посвященных исследованию опорожнения газовых емкостей, предполагалось, что теплообмен между стенками и газом происходит по законам свободной конвекции. Тогда коэффициент теплопередачи определяется из соотношения [44]:

$$Nu = c (Gr Pr)^n. \quad (5.58)$$

Выбор постоянных  $c$  и  $n$  определяется режимом течений в емкости. В принципе этих режимов три, а при выборе можно руководствоваться табл. 5.1.

Таблица 5.1

| Режим | GrPr                             | $c$   | $n$ |
|-------|----------------------------------|-------|-----|
| 1     | $1 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^2$ | 1,18  | 1/8 |
| 2     | $5 \cdot 10^2 - 2 \cdot 10^7$    | 0,54  | 1/4 |
| 3     | $2 \cdot 10^7 - 1 \cdot 10^{17}$ | 0,135 | 1/3 |

Физически это деление можно описать следующим образом:

1. Теплоотдача слабо зависит от произведения Gr Pr и тепло переносится в основном за счет теплопроводности.
2. Тепло переносится за счет свободной конвекции при ламинарном режиме движения.
3. Тепло переносится за счет свободной конвекции при турбулентном режиме движения газа.

Для опорожняемой емкости можно считать, что выполняются условия третьего режима.

Опыты, проведенные на газовых емкостях малого объема ( $V = 4$  л), показывают, что для вычисления коэффициента теплоотдачи наиболее подходящей является зависимость (5.58) при  $n = 1/3$ ,  $c = 0,95$ .



#### 5.4. НЕУСТАНОВИВШЕЕСЯ ДВИЖЕНИЕ ГАЗА В ТРУБОПРОВОДАХ ПНЕВМОСИСТЕМЫ

##### Уравнение неустановившегося движения газа в трубопроводах

Введем безразмерные переменные

$$\bar{p} = \frac{p}{p_0}, \quad \bar{W} = \frac{W}{W_0}, \quad \bar{q} = \frac{q}{q_0}, \quad \bar{x} = \frac{x}{l}, \quad \tau = \frac{at}{l},$$

где  $p_0, W_0, q_0, l$  — характерные давление, скорость, плотность и длина (например, длина трубопровода). Если положить  $p_0 = a q_0 W_0$ , то уравнения количества движения и неразрывности (3.61), (3.62) примут вид

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} &= \frac{\partial(\bar{q}\bar{W})}{\partial \tau} + \frac{\lambda}{2d} \frac{W_0}{a} \bar{q}\bar{W}^2; \\ -\frac{\partial \bar{q}}{\partial \tau} &= \frac{\partial}{\partial \bar{x}}(\bar{q}\bar{W}). \end{aligned} \tag{5.59}$$

Для трубопроводов относительно большой длины  $\bar{l} = l/d$  можно пренебречь локальной производной  $\frac{\partial(\bar{q}\bar{W})}{\partial \tau}$ . Покажем это, проинтегрировав первое уравнение системы (5.59) по  $\tau$  от  $\tau_1$  до  $\tau_2$  и сравнив интегралы от слагаемых правой части:

$$\int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{d(\bar{q}\bar{W})}{d\tau} dt = (\bar{q}\bar{W})_{\tau_2} - (\bar{q}\bar{W})_{\tau_1}, \quad \int_{\tau_1}^{\tau_2} \frac{\lambda W_0}{2da} \bar{q}\bar{W}^2 d\tau = \frac{lW_0}{2da} \int_{\tau_1}^{\tau_2} \lambda \bar{q}\bar{W}^2 d\tau.$$

Ясно, что при  $\frac{lW_0}{2da} \gg 1$  второй интеграл будет гораздо больше первого и систему уравнений (5.59) можно заменить более простой

$$\begin{aligned} -\frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\lambda q W^2}{2d}, \\ -\frac{\partial q}{\partial t} &= \frac{\partial(qW)}{\partial x}. \end{aligned} \tag{5.60}$$

Эти уравнения можно представить в виде

$$-F \frac{\partial p}{\partial x} = b \frac{G}{q}, \quad -F \frac{\partial q}{\partial t} = \frac{\partial G}{\partial x}. \tag{5.61}$$

При ламинарном режиме коэффициент  $b$  постоянен и равен

$$b = \frac{A\mu}{4d^2},$$

где  $A=64$  (для круглых труб),  $\mu$  — коэффициент динамической вязкости.

При турбулентном режиме  $b = \left(\frac{\lambda q W}{2d}\right)_{\text{ср}}$ .

Как показано И. А. Чарным [64], усреднение по массовой скорости  $q$  более эффективно, чем по линейной скорости  $W$ . Поэтому в длинных пневматических линиях, когда в уравнениях движения можно пренебречь инерционным членом, целесообразно пользоваться этим способом усреднения.

Уравнения (5.61) являются нелинейными. Следуя И. А. Чарному [64], приведем метод преобразования системы (5.61) к линейной.

Если ввести функцию

$$P = \int_0^p q dp;$$

то 
$$-F \frac{\partial P}{\partial x} = bG; \quad (5.62)$$

$$-F \frac{\partial q}{\partial t} = -F \frac{\partial q}{\partial P} \cdot \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial G}{\partial x}. \quad (5.63)$$

Полученные уравнения линейные, когда  $\frac{dP}{dq} = m = \text{const.}$

Но согласно уравнению (5.62)  $\frac{dP}{dq} = \frac{q dp}{dq} = m$ , откуда  $dP = \frac{m dq}{q}$  и, следовательно,

$$P - P_0 = m \ln \frac{q}{q_0} \quad (5.64)$$

или

$$q = q_0 \exp\left(\frac{P - P_0}{m}\right).$$

Таким образом, система уравнений (5.63) линейная, когда среда деформируется по закону (5.64). Поэтому часто имеет смысл уравнение состояния  $P = P(q)$  аппроксимировать зависимостью (5.64).

Так, например, при аппроксимации изотермы зависимостью  $q = \beta q_0 \exp\left(\frac{P - P_0}{m}\right)$  для определения  $\beta$  и  $m$  имеем соотношения [64]:

$$\beta = \frac{1}{2} \frac{p_1 + p_0}{p - p_0} \ln\left(\frac{p_1}{p_0}\right);$$

$$m = \frac{p_1 - p_0}{\ln(q_1/q_0)},$$

где  $p_0, p_1, q_0, q_1$  — пределы изменения давления и плотности.

Полагая в уравнениях (5.63)  $\frac{dP}{dq} = m$ , получим

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \theta \frac{\partial^2 P}{\partial x^2}; \quad (5.65)$$

$$\frac{\partial G}{\partial t} = \theta \frac{\partial^2 G}{\partial x^2}, \quad (5.66)$$

где  $\theta = \frac{m}{b}$ .

## Неустановившееся движение газа в разветвленной пневмосистеме

При исследовании неустановившегося движения газа в сложных разветвленных трубопроводных системах возникает необходимость в интегрировании системы уравнений, составленной из уравнений (5.66), т. е.

$$\frac{\partial G_{ji}}{\partial t} = \theta_{ji} \frac{\partial^2 G}{\partial x_{ji}^2}, \quad (j=1, 2, \dots, N; i=1, 2, \dots, n_j) \quad (5.67)$$

при соответствующих начальных и граничных условиях.

Порядок получения расчетных формул для волновых уравнений рассмотрен в гл. 4. Аналогичный метод применяется при интегрировании системы уравнений (5.67). Причем расчетные соотношения часто имеют более простой вид, чем для волновых уравнений. Поэтому мы не будем рассматривать здесь общую схему расчета, а на конкретном примере, типичном для газореактивных систем, продемонстрируем порядок получения расчетных формул при исследовании нестационарных процессов в пневмосистеме в момент срабатывания микродвигателей.

Рассмотрим задачу, связанную с определением величины давления в системе, приведенной на рис. 5.1, при поочередно срабатывающих микродвигателях. При этом предполагается, что расход газа через сопло при включении микродвигателя изменяется ступенчато до величины  $G_0$  и поддерживается на этом уровне время  $\tau$ .

Расчетная схема приведена на рис. 5.1. Согласно принятой схеме газ втекает в трубопровод  $l_1$  из емкости, давление в которой поддерживается постоянным и равно  $p_0$ . Закон изменения расхода

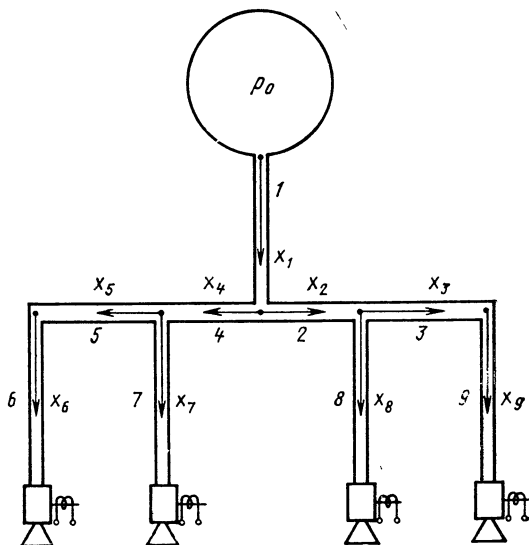


Рис. 5. 1. Расчетная схема пневмосистемы

газа в концевых сечениях трубопроводов  $l_6, l_7, l_8, l_9$  задан и определяется циклограммой срабатывания микродвигателей

$$\begin{aligned} G_6(l_6, t) &= \psi_6(t); \quad G_7(l_7, t) = \psi_7(t); \\ G_8(l_8, t) &= \psi_8(t); \quad G_9(l_9, t) = \psi_9(t). \end{aligned} \quad (5.68)$$

Для анализа течения газа в трубопроводной системе имеем 9 уравнений:

$$\frac{\partial G_i}{\partial t} = \theta_i \frac{\partial^2 G_i}{\partial x_i^2}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, 9, \quad (5.69)$$

которые необходимо проинтегрировать при следующих начальных граничных условиях:

$$\begin{aligned} G_i(x_i, 0) &= 0, \quad (i = 1, 2, \dots, 9); \\ G_i(b_i, 0) &= \psi_i(t), \quad (i = 6, 7, 8, 9); \\ \frac{\partial G_1}{\partial x_1}(l_1, 0) &= 0 \quad (\text{давление } p_0 = \text{const}). \end{aligned} \quad (5.70)$$

Как и ранее, исходим из того, что в сечениях стыка трубопроводов выполняются условия непрерывности давления и расхода, т. е.

$$\begin{aligned} p_3(l_3, t) &= p_9(0, t); \quad p_5(l_5, t) = p_6(0, t); \\ G_3(l_3, t) &= G_9(0, t); \quad G_5(l_5, t) = G_6(0, t). \end{aligned} \quad (5.71)$$

В узлах разветвления граничные условия находятся из тех же предпосылок, т. е.

$$\begin{aligned} p_1(l_1, t) &= p_2(0, t) = p_4(0, t); \\ G_1(l_1, t) &= G_2(0, t) + G_4(0, t); \\ p_2(l_2, t) &= p_3(0, t) = p_8(0, t); \\ G_2(l_2, t) &= G_3(0, t) + G_8(0, t); \\ p_4(l_4, t) &= p_5(0, t) = p_7(0, t); \\ G_4(l_4, t) &= G_5(0, t) + G_7(0, t). \end{aligned} \quad (5.72)$$

Будем считать, что движение газа в трубах — изотермическое. Тогда согласно уравнению неразрывности  $-\frac{\partial p_i}{\partial t} = \frac{a_i^2}{F_i} \frac{\partial G_i}{\partial x_i}$  и, следовательно, в соотношениях (5.71) — (5.72) условия равенства давлений можно выразить через производные  $\frac{\partial G_i}{\partial x_i}$ .

При интегрировании системы (5.69) используем метод Фурье, предварительно сведя граничные условия к однородным.

Для этого, как и в гл. 4, введем функцию  $u_i(x_i, t)$

$$\begin{aligned} u_i(x_i, t) &= G_i(x_i, t); \quad 0 \leq x_i \leq l_i, \quad i = 1, 2, \dots, 5; \\ u_i(x_i, t) &= G_i(x_i, t) - \psi_i(t) \frac{(x_i - l_i)^2}{2l_i}. \end{aligned} \quad (5.73)$$

Тогда неоднородные граничные условия сводятся к однородным, а выражения (5.69) — (5.70) сводятся к виду

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = \theta_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i^2} + F_i(x_i, t), \quad (5.74)$$

где

$$\begin{cases} F_i(x_i, t) = 0, & (i = 1, 2, 3, 4, 5); \\ F_i(x_i, t) = \frac{\theta_i}{l_i} \psi_i(t) - \frac{(x_i - l_i)^2}{2l_i} \psi_i'(t); & (i = 6, 7, 8, 9), \end{cases} \quad (5.75)$$

где

$$u(x_i, 0) = -\Phi_i(x_i); \quad (i = 1, 2, \dots, 9), \quad (5.76)$$

$$\begin{cases} \Phi_i(x_i) = 0, & (i = 1, 2, \dots, 5); \\ \Phi_i(x_i) = \psi_i(0) \frac{(x_i - l_i)^2}{2l_i}, & (i = 6, 7, 8, 9); \end{cases} \quad (5.77)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial u_1(0, t)}{\partial x_1} = 0; \\ u_1(l_1, 0) = 0. \end{cases}$$

Условия совместности остаются прежними. Решение системы (5.71) будем искать в виде суммы  $u = V + W$ , где  $V$  — решение задачи

$$\frac{\partial V_i}{\partial t} = \theta_i \frac{\partial^2 V_i}{\partial x_i^2} \quad (5.78)$$

при следующих начальных и граничных условиях:

$$V_i(x_i, 0) = -\Phi_i(x_i); \quad (5.79)$$

$$\frac{\partial V_1(0, t)}{\partial x_1} = 0;$$

$$V_i(0, t) = 0; \quad (i = 6, 7, 8, 9).$$

Функция  $W$  определяется в результате решения задачи

$$\frac{\partial W_i}{\partial t} = \theta_i \frac{\partial^2 W_i}{\partial x_i^2} + F_i(x_i, t) \quad (5.80)$$

при следующих начальных и граничных условиях:

$$W_i(x_i, 0) = 0, \quad \frac{\partial W_1(0, t)}{\partial x_1} = 0, \quad W_i(0, t) = 0 \quad (i = 6, 7, 8, 9). \quad (5.81)$$

Так как граничные условия задачи (5.78) — (5.79) однородные, то решение ее будем искать в виде

$$V_i(x_i, t) = X_i(x_i)T(t). \quad (5.82)$$

При подстановке условия (5.82) в исходную систему уравнений

(5.78) получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка

$$T(t) = \exp(-\omega^2 t);$$

$$\ddot{X}_i(x_i) + \frac{\omega^2}{\theta_i} X_i(x_i) = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, 9). \quad (5.83)$$

Интегрируя уравнение (5.83), находим собственные функции задачи (5.78) — (5.79)

$$X_i(x_i) = A_i \sin\left(\frac{\omega}{\sqrt{\theta_i}} x_i + \varphi_i\right), \quad (i = 1, 2, \dots, 9). \quad (5.84)$$

Постоянные  $\varphi_i$  ( $i = 1, 6, 7, 8, 9$ ) находим из граничных условий (5.79):

$$\varphi_1 = \frac{\pi}{2}, \quad \varphi_i = k\pi - \frac{\omega}{\sqrt{\theta_i}} l_i, \quad (i = 6, 7, 8, 9; k = 0, 1, 2, \dots).$$

Следовательно,

$$X_i(x_i) = \begin{cases} A_1 \cos\left(\frac{\omega}{\sqrt{\theta_1}} x_1\right), & 0 \leq x \leq l_1; \\ A_i \sin\left(\frac{\omega}{\sqrt{\theta_i}} x_i + \varphi_i\right), & 0 \leq x \leq l_i, \quad (i = 2, 3, 4, 5); \\ A_i \sin\left(\frac{\omega}{\sqrt{\theta_i}} x_i - \frac{\omega}{\sqrt{\theta_i}} l_i\right), & 0 \leq x \leq l_i, \quad (i = 6, 7, 8, 9). \end{cases} \quad (5.78)$$

Произвольные постоянные  $\varphi_i$  ( $i = 2, 3, 4, 5$ ) и спектр собственных чисел  $\omega_k$  определяются из условий сопряжения на стыках и узлах разветвления. Здесь, как и в случае, рассмотренном в гл. 4, характеристические уравнения для определения спектра собственных чисел и постоянных  $\varphi_i$  ( $i = 2, 3, 4, 5$ ) имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_5}{\sqrt{\theta_5}} \operatorname{ctg}\left(\frac{\omega}{\sqrt{\theta_5}} l_5 + \varphi_5\right) &= -\frac{\alpha_6}{\sqrt{\theta_6}} \operatorname{ctg}\left(\frac{\omega}{\sqrt{\theta_6}} l_6\right); \\ \frac{\alpha_4}{\sqrt{\theta_4}} \operatorname{ctg}\left(\frac{\omega}{\sqrt{\theta_4}} l_4 + \varphi_4\right) &= -\frac{\alpha_7}{\sqrt{\theta_7}} \operatorname{ctg}\left(\frac{\omega}{\sqrt{\theta_7}} l_7\right) + \frac{\alpha_5}{\sqrt{\theta_5}} \operatorname{ctg} \varphi_5; \\ \frac{\alpha_3}{\sqrt{\theta_3}} \operatorname{ctg}\left(\frac{\omega}{\sqrt{\theta_3}} l_3 + \varphi_3\right) &= -\frac{\alpha_9}{\sqrt{\theta_9}} \operatorname{ctg}\left(\frac{\omega}{\sqrt{\theta_9}} l_9\right); \\ \frac{\alpha_2}{\sqrt{\theta_2}} \operatorname{ctg}\left(\frac{\omega}{\sqrt{\theta_2}} l_2 + \varphi_2\right) &= \frac{\alpha_3}{\sqrt{\theta_3}} \operatorname{ctg} \varphi_3 - \frac{\alpha_8}{\sqrt{\theta_8}} \operatorname{ctg}\left(\frac{\omega}{\sqrt{\theta_8}} l_8\right); \\ -\frac{\alpha_1}{\sqrt{\theta_1}} \operatorname{tg}\left(\frac{\omega}{\sqrt{\theta_1}} l_1\right) &= \frac{\alpha_2}{\sqrt{\theta_2}} \operatorname{ctg} \varphi_2 + \frac{\alpha_4}{\sqrt{\theta_4}} \operatorname{ctg} \varphi_4, \end{aligned} \quad (5.86)$$

где  $\alpha_i = \frac{F_i}{a_i^2}$ .

Условие ортогональности собственных функций имеет вид:

$$\sum_{i=1}^9 \alpha_i \int_0^{l_i} \frac{1}{\theta_i} X_{ip}(x_i) X_{ik}(x_i) dx_i = 0$$

при  $k \neq p$ . (5.87)

Тогда, используя условия ортогональности (5.87) и условия сопряжения, из начальных условий (5.79) находим

$$A_{ik} = \frac{\sum_{i=1}^9 a_i \int_0^{l_i} \frac{1}{\theta_i} X_{ik}(x_i) V_i(0, x_i) dx_i}{\sum_{i=1}^9 a_i \int_0^{l_i} \frac{1}{\theta_i} X_{ik}^2(x_i) dx_i}. \quad (5.88)$$

Общее решение задачи (5.78) — (5.79):

$$V_i(x_i, t) = \sum_{k=0}^{\infty} A_{ik} X_{ik} e^{-\omega_k^2 t}. \quad (5.89)$$

Для решения задачи II функцию  $F_i(x_i, t)$  разложим в ряд по собственным функциям задачи I

$$F_i(x_i, t) = \sum_{k=0}^{\infty} f_{ik}(t) X_{ik}(x_i). \quad (5.90)$$

Тогда решение задачи II представимо в виде ряда

$$W_i(x_i, t) = \sum_{k=0}^{\infty} T_k(t) X_{ik}(x_i). \quad (5.91)$$

Подставляя выражения (5.90) и (5.81) в уравнение (5.80), получаем уравнение для определения  $T_k(t)$ :

$$\frac{\partial T_k}{\partial t} - \omega_k^2 T_k = f_k(t). \quad (5.92)$$

Интегрирование уравнения (5.92) при нулевом начальном условии дает

$$T_k(t) = \int_0^t [\exp(-\omega_k^2 t)] f(t) dt,$$

где

$$f_k(t) = \frac{\sum_{i=1}^9 a_i \int_0^{l_i} \frac{1}{\theta_i} F_i(x_i, t) X_{ik}(x_i) dx_i}{\sum_{i=1}^9 a_i \int_0^{l_i} \frac{1}{\theta_i} X_{ik}^2(x_i) dx_i}.$$

Тогда общее решение задачи II

$$W_i(x_i, t) = \sum_{k=0}^{\infty} X_{ik}(x_i) \int_0^t e^{-\omega_k^2 t} f_k(t) dt.$$

Таким образом, общее решение исходной задачи

$$G_i(x_i, t) = u_i(x_i, t) + v_i(t) \frac{(x_i - l_i)^2}{2l_i}, \quad i = 6, 7, 8, 9;$$

$$G_i(x_i, t) = u_i(x_i, t), \quad i = 2, 3, 4, 5.$$

Используя теперь соотношения (5.63), можно найти распределение плотности и давления газа в трубопроводах системы.

## ЭЛЕМЕНТЫ АВТОМАТИКИ РЕАКТИВНЫХ СИСТЕМ

### 6.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Работоспособность реактивной системы управления во многом определяется нормальным функционированием элементов автоматики, которые обычно работают в переходных режимах. Большинство дефектов и аварий возникает именно на неустановившихся режимах работы — при включении и выключении системы и управляющих двигателей. Характер этих переходных процессов и закон изменения во времени подачи рабочего тела (жидкости или газа) во многом определяется работой отдельных элементов системы: пусковых и отсечных клапанов, электроклапанов, регуляторов давления и других элементов автоматики.

Последовательность работы элементов автоматики, скорость их открытия и закрытия, характер изменения гидросопротивления, а также герметичность — все это входит в число факторов, определяющих характер переходных процессов.

Анализ работы элементов автоматики системы весьма важен с точки зрения обеспечения надежной работы системы в целом.

Назначение элементов автоматики системы весьма разнообразно: они обеспечивают управление расходом рабочего тела, своевременную его подачу и отсечку, изменение величины расхода и давления, работу системы на различных режимах.

В зависимости от количества срабатывания элементы автоматики подразделяются на элементы одноразового и многократного действия. Элементы одноразового действия служат для выполнения лишь одной операции: открытия или закрытия магистрали, а непосредственная проверка их функционирования перед работой системы невозможна. Элементы многократного действия предназначены для нескольких операций: открытия или закрытия магистралей, постоянного регулирования параметров рабочего тела, обеспечения заданных величин этих параметров и т. д.

Элементы автоматики могут приводиться в действие с помощью энергии сжатого газа или жидкости — пневмо- и гидроклапаны; с помощью электроэнергии — электромагнитные клапаны; от давления рабочего тела — обратные клапаны, предохранительные клапаны, мембраны; от давления пороховых газов, образующихся при подрыве пиропатронов — пироклапаны.

В зависимости от исходного положения запорного органа клапаны разделяются на нормально-закрытые и нормально-открытые.



Нормально-закрытые клапаны такие, которые закрыты, если к ним не подводится энергия (управляющее давление газа или жидкости, электрическое напряжение). Такие клапаны должны быть герметичны в некотором диапазоне рабочего давления на входе в клапан. При подаче на клапан управляющего давления или напряжения он открывается.

Нормально-открытые клапаны такие, которые, напротив, открыты, если к ним не подводится энергия, и которые закрываются, если эту энергию подвести.

В зависимости от направления движения запорного органа различают клапаны прямого и обратного действия. У клапанов прямого действия при закрытии направление движения запорного органа противоположно направлению потока жидкости или газа (так как при открытии клапана поток жидкости или газа помогает открытию клапана). У клапанов обратного действия направление потока жидкости или газа при закрытии совпадает с направлением движения запорного органа. Скорость перемещения запорного органа такого клапана близка к скорости потока внутри клапана, а закрытие клапана сопровождается гидроударом в подводящем трубопроводе. Открытие клапанов такого типа при давлении на входе в клапан может приводить к обрыву штока клапана из-за больших инерционных сил в момент окончания перемещения подвижных частей клапана.

Клапаны делятся также на клапаны уравновешенного типа (с разгрузкой усилия закрытия) и неуравновешенного типа (без разгрузки). В клапанах неуравновешенного типа усилие привода должно превышать максимальное усилие сопротивления (от давления жидкости или газа, трение и т. д.). Применение разгрузки позволяет снизить давление газа в управляющей полости, уменьшить мощность электромагнита, усилие, пружины, что позволяет, в свою очередь, снизить массу и габариты клапана, уменьшить его энергопотребление и улучшить динамические характеристики.

Клапаны одноразового действия любой конструкции содержат некоторый разрывной элемент (утоненную шейку штока, срезной буртик, мембрану), разрушение которого происходит под действием давления газа или жидкости, что приводит к открытию или перекрытию проходного сечения магистрали. Такие клапаны обычно управляются пиропатронами и называются пироклапанами. При сгорании пиротехнического состава пиропатрона образуются продукты сгорания под высоким давлением, которое вызывает движение запорного органа.

Мембранные устройства разрываются под действием жидкости или газа или с помощью пиропатронов.

Клапаны многоразового действия имеют обычно запорный орган тарельчатого типа с уплотнением из мягкого материала или «металл по металлу». Для уменьшения гидросопротивления такие клапаны часто выполняются прямоточными, т. е. входной и выходной патрубки располагаются на одной оси.

Выбор типа элементов автоматики определяется принятой пнев-

могидравлической схемой реактивной системы и взаимодействием с другими элементами этой схемы. Пиромембраны, пироклапаны и другие элементы автоматики одноразового действия обеспечивают высокую степень герметичности уплотнения и допускают длительное время хранения системы в запрограммированном состоянии. Однако пироавтоматика не позволяет проверить ее функционирование перед началом работы системы. Возможен лишь контроль целостности электрических цепей пироустройств. Схема с пироавтоматикой обычно проще и надежнее, а число элементов у нее меньше. Время срабатывания пироклапана (с момента подачи команды на подрыв пиропатрона) значительно меньше, чем время срабатывания пневмо- или электроклапана, а разброс этого времени весьма мал даже для различных экземпляров, что обеспечивает стабильность переходных процессов. Элементы пироавтоматики конструктивно просты и надежны, имеют меньшие габариты и массу.

Однако использование пироавтоматики не позволяет сделать схему более гибкой, обеспечить регулирование.

Существенный недостаток пироавтоматики — невозможность проверки функционирования каждого элемента схемы, как у клапанов многократного действия. О надежной работе целой партии пироавтоматики судят лишь по результатам испытаний нескольких контрольных экземпляров, произвольно выбранных из партии. Другим недостатком пироэлементов автоматики является возможность возникновения в системе гидроударов вследствие большой скорости их закрытия, что может в некоторых случаях привести к разрушению трубопроводов и системы, если не предусмотреть специальных мер (например, установка компенсаторов гидравлического удара).

Следует также отметить, что схема системы с пироавтоматикой значительно удлиняет время отработки системы и увеличивает материальные затраты, так как после срабатывания пироавтоматика, как правило, непригодна для повторного использования.

Схема с использованием пневмо- и электроавтоматики более гибка как в отработке, так и в эксплуатации, ибо позволяет многократно включать и проверять систему. Однако при использовании пневмо- и электроавтоматики необходимо обеспечить ее высокую герметичность, так как при длительных перерывах между включениями системы рабочее тело (жидкость или газ) не должно теряться через уплотнения элементов автоматики.

Необходимо, чтобы для каждой конкретной схемы была определена временная последовательность работы элементов автоматики. При этом необходимо, чтобы каждый элемент обеспечивал требуемые временные характеристики при взаимодействии с другими элементами пневмогидравлической схемы: если при автономной работе элемент обеспечивал определенные характеристики, то под влиянием других элементов схемы его параметры не должны изменяться в неблагоприятную сторону, ибо элементы схемы взаимно влияют на работу друг друга через трубопроводы, клапаны,

регуляторы, электрические связи и т. д. Пики давления, гидроудары, возникающие при срабатывании одного элемента, искажают работу другого, причем это нельзя исследовать при автономной обработке элемента.

Основным требованием к элементам автоматики пневмогидравлической схемы является высокая надежность, чему подчиняются все другие требования: масса, габариты, технологичность и т. д. Надежность элемента определяется прежде всего его принципиальной схемой, механической простотой и количеством движущихся частей. Чем меньше количество движущихся частей, тем проще и надежнее элемент, ибо уменьшается возможность заклинивания, заедания движущихся частей и появления на них надиров, уменьшается число подвижных уплотнений, а также вероятность влияния на работу элементов автоматики незамеченных дефектов при изготовлении деталей.

В число основных требований, предъявляемых к элементам автоматики, входят такие, как герметичность уплотнений, стабильность времен открытия и закрытия, четкость и безотказность срабатывания, требуемые гидравлические характеристики, совместимость конструкционных материалов с рабочим телом, ресурс работы и срок хранения.

Четкость работы клапанов определяется исключительно процессом изменения во времени, соотношения сил, действующих на подвижные части. Совершенно недопустимо зависание подвижных частей, неполное открытие (закрытие). Недопустимо также, чтобы равнодействующая сил, приложенных к подвижным частям, в некоторые моменты времени существенно уменьшалась или меняла направление.

В пневмоклапанах это требование обеспечивается соответствующей величиной управляющего давления, объемом и площадью управляющей полости; в пироклапанах — выбором заряда пиропатрона и определением допустимого значения противодействующего гидроудара.

Одной из важнейших характеристик элементов автоматики являются гидравлические характеристики, так как от них зависят выходные параметры системы в целом. Для определения фактических характеристик проводят специальные проливки элементов автоматики на стендах.

В процессе расчетов элементов автоматики определяют их основные параметры лишь при каких-то одних исходных условиях. В эксплуатационных же условиях элементы автоматики работают не только в этих расчетных условиях, но и на нерасчетных режимах.

В связи с этим различают установившийся и неуставившийся режимы работы, при этом под установившимся режимом понимают такой режим, когда параметры элемента автоматики постоянны по времени (иначе — стационарный режим работы). При работе с параметрами, переменными по времени, имеем неуставившийся (нестационарный) режим работы. Такой режим характерен

зуется соответствующими переходными процессами. К числу переходных процессов относятся процессы включения и выключения системы, переключения различных элементов автоматики, связанные с изменением режимов работы и регулированием, а также режимы импульсной работы управляющих микродвигателей. Тяга может регулироваться изменением расхода рабочего тела за счет изменения давления подачи. Этот способ весьма прост, однако его возможности ограничены, так как при глубоком дросселировании жидкостных микродвигателей на двухкомпонентном топливе наступает, как правило, пульсационный режим, сопровождающийся сильными колебаниями давления в камерах микродвигателей и гидравлических магистралях. Кроме того, при пониженном расходе и давлении в камерах двухкомпонентных микродвигателей качество процессов смесеобразования и сгорания значительно ухудшается, в результате чего снижается удельная тяга микродвигателей.

Обычно для микродвигателей снимают дроссельные характеристики

$$R = f_1(\dot{G}) \text{ и } R_{уд} = f_2(\dot{G})$$

и характеристики по составу топлива (для двухкомпонентного топлива)  $R = f_3(\chi)$  и  $R_{уд} = f_4(\chi)$ , а также характеристики микродвигателей в зависимости от длительности управляющего сигнала  $R = f_5(\tau_c)$  и  $R_{уд} = f_6(\tau_c)$ .

Дроссельные характеристики микродвигателей могут быть расчитаны с известным приближением, так как качество рабочего процесса (совершенство процессов смесеобразования и сгорания) при дросселировании не остается неизменным. Учесть изменение качества рабочего процесса с изменением режима работы микродвигателей и связанное с этим изменение температуры продуктов реакции, газовой постоянной и показателя политропы чрезвычайно трудно.

Если на разных режимах работы степень совершенства процесса в камере считать одинаковой, то между расходом и давлением в камере будет линейная зависимость, а вид дроссельных характеристик по расходу и давлению в камере будет одинаков. Поэтому обычно пользуются зависимостями  $R = f_7(p_k)$  и  $R_{уд} = f_8(p_k)$ , которые, очевидно, справедливы только для бескачкового режима течения.

Таким образом, уравнение дроссельной характеристики для условий космического пространства имеет вид  $R_\infty = c_1 p_k$  и  $R_{уд} = c_2$ , а для условий работы в наземных условиях  $R_n = R_\infty - F_c \cdot p_a$  и  $R_{уд,н} = R_{уд\infty} - \frac{F_c p_a}{G}$ . Это означает, что  $R_{уд\infty}$  не зависит от режима работы, т. е. от  $p_k$  и  $\dot{G}$ . В действительности при малых расходах и давлениях в камере из-за ухудшения качества рабочего процесса и увеличения степени диссоциации продуктов реакции наблюдается некоторое уменьшение удельной тяги.

Характеристики микродвигателей по составу топлива в зависимости от изменения коэффициента соотношения компонентов топ-

лива (или избытка окислителя) изменяются в связи с тем, что это приводит к изменению произведения  $R_k T_k$  (работоспособности газа) и, следовательно, к изменению удельной тяги. Термодинамические расчеты и эксперименты показывают, что наибольшая удельная тяга достигается не при стехиометрическом соотношении компонентов топлива, а при недостатке окислителя.

Статические характеристики магистралей показывают зависимость между расходом рабочего тела (газа или жидкости) и перепадом давления. Потери складываются из потерь на трение и местных потерь  $\Delta p_{\text{тр}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho W^2}{2}$ ,  $\Delta p_{\text{м}} = \xi \frac{\rho W^2}{2}$ .

Таким образом, учитывая, что  $W = \frac{G}{\rho F}$ ,  $\Delta p = b \dot{G}^2$ ,

$$\text{где } b = \frac{1}{2} \frac{\lambda \frac{l}{d_3} + \xi}{\rho F^2}.$$

Динамические характеристики элементов автоматики в отличие от статических выражают зависимость основных параметров от времени, т. е. на переходных режимах.

## 6.2. РЕГУЛЯТОРЫ ДАВЛЕНИЯ

Регуляторы давления предназначены для понижения давления газа и поддержания его на выходе в заданных пределах при понижении давления на входе благодаря процессу дросселирования газа в щели между седлом и клапаном регулятора. Процесс дросселирования идеального газа, как известно, характеризуется равенством теплосодержания газа до и после дросселирования. Для реальных же газов этот процесс протекает либо с понижением температуры (воздух, азот), либо с повышением (водород, гелий).

Регуляторы давления применяются в системах для управления пневмоклапанами, для наддува топливных баков при вытеснительной системе подачи топлива к двигателям, для подачи рабочего тела (газа) к управляющим газореактивным микродвигателям. В последнем случае регулятор работает с переменным расходом (0,01—0,2 кг/с) в импульсном и статическом режимах.

Основными требованиями, предъявляемыми к регуляторам давления, применяемым в реактивных системах, являются:

— поддержание давления газа на выходе в достаточно узком диапазоне;

— обеспечение высокой герметичности при работе в стоп-режиме и поддержание стабильной величины выходного давления;

— обеспечение необходимого ресурса: времени работы регулятора в статическом и динамическом режимах и количества пусков, определяемых числом импульсных включений.

Регуляторы давления, как и другие клапанные устройства, могут быть прямого и обратного действия (рис. 6.1 и 6.2), с разгрузкой и без разгрузки (рис. 6.3 и 6.4).

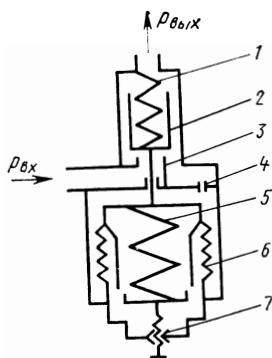


Рис. 6. 1. Схема регулятора давления прямого действия:

1—запорная пружина; 2—клапан; 3—седло; 4—жиклер; 5—нажимная пружина; 6—сильфон; 7—регулировочный винт.

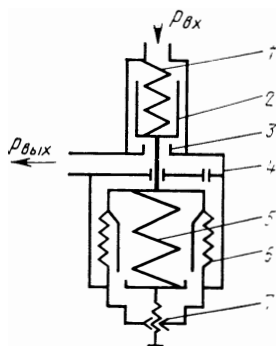


Рис. 6. 2. Схема регулятора давления обратного действия:

1—запорная пружина; 2—клапан; 3—седло; 4—жиклер; 5—нажимная пружина; 6—сильфон; 7—регулировочный винт

Регуляторы могут быть выполнены также с дистанционным управлением (рис. 6. 5), при этом выходное давление изменяется за счет изменения усилия пружины с помощью управляющего давления, воздействующего на чувствительный элемент регулятора.

Основные элементы конструкции регуляторов:

- регулирующий орган (клапан), при перемещении которого относительно седла изменяется степень дросселирования газа;
- чувствительный элемент (мембрана, сильфон, манжета, плунжер и т. д.), перемещение которого зависит от соотношения сил давления редуцированного газа и усилия задающего устройства;

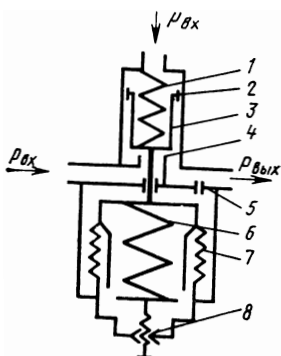


Рис. 6. 3. Схема регулятора прямого действия с разгрузкой:

1—запорная пружина; 2—уплотнение; 3—клапан; 4—седло; 5—жиклер; 6—нажимная пружина; 7—сильфон; 8—регулировочный винт

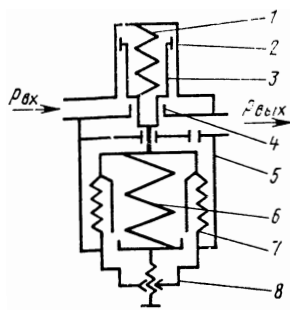


Рис. 6. 4. Схема регулятора давления обратного действия с разгрузкой:

1—запорная пружина; 2—уплотнение; 3—клапан; 4—седло; 5—жиклер; 6—нажимная пружина; 7—сильфон; 8—регулировочный винт

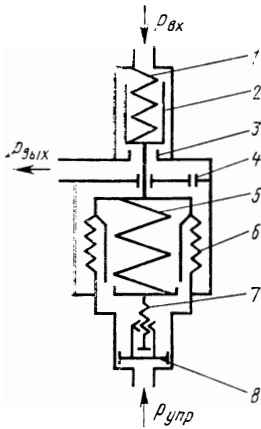
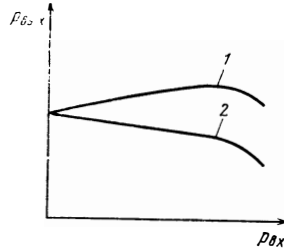


Рис. 6. 5. Схема регулятора давления с дистанционным управлением:

1—запорная пружина; 2—клапан; 3—седло; 4—жиклер; 5—нажимная пружина; 6—сифлон; 7—регулирующий винт; 8—поршень

Рис. 6. 6. Характеристики регуляторов давления:

1—возрастающая; 2—падающая



— запорное устройство (пружина), прижимающее клапан к седлу для обеспечения герметичности;

— фильтр для очистки газа;

— предохранительный клапан, ограничивающий повышение давления за регулятором при аварийных ситуациях.

Регуляторы с разгрузкой применяют, если необходимо обеспечить высокую точность выходного давления при значительном снижении входного давления и большом расходе.

Работа регулятора давления газа характеризуется следующими параметрами:

— массовым секундным расходом газа;

— величиной редуцированного давления и точностью его поддержания;

— диапазоном изменения давления на входе, при котором обеспечивается точность редуцированного давления.

Важнейшей характеристикой регулятора является зависимость  $\rho_{\text{вых}} = f(\rho_{\text{вх}})$  (рис. 6. 6).

Рассмотрим характеристику регулятора обратного действия без разгрузки. Для определения зависимости  $\rho_{\text{вых}} = f(\rho_{\text{вх}})$  напишем уравнение сил, действующих на подвижную систему регулятора, в число которых входят усилия от нажимной и запорной пружин и сила давления газа.

Усилие нажимной пружины

$$P_1 = P_1' - ch. \quad (6. 1)$$

где  $P_1'$  — усилие нажимной пружины при отсутствии расхода газа,

когда клапан закрыт;  $c$  — суммарная жесткость нажимной пружины и сиффона;  $h$  — высота подъема клапана над седлом при некотором расходе газа.

Усилие запорной пружины

$$P_2 = P_2' + c_1 h, \quad (6.2)$$

где  $P_2'$  — усилие запорной пружины при отсутствии расхода газа, когда клапан закрыт;  $c_1$  — жесткость запорной пружины.

В реальных конструкциях  $c_1 \ll c_2$ , поэтому величиной  $c_1$  можно пренебречь. Тогда  $P_2 \approx P_2'$ .

Усилие от высокого давления газа на входе регулятора, прижимающего клапан к седлу

$$P_3 = p_{\text{вх}} F_c, \quad (6.3)$$

где  $F_c = \frac{G \sqrt{RT}}{A_{\text{кр}} \mu p_{\text{вх min}}}$  — площадь проходного сечения по седлу клапана;  $\mu = 0,7 \div 0,9$  — коэффициент расхода.

Усилие от редуцированного давления газа, действующего на подвижную систему регулятора,

$$P_4 = p_{\text{вых}} F_4 - p_{\text{вых}} F_c, \quad (6.4)$$

где  $F_4 = a_m \cdot F_m$  — площадь чувствительного элемента;  $F_m$  — площадь мембраны;  $a_m = 0,33 \left[ 1 + \frac{d}{D} + \left( \frac{d}{D} \right)^2 \right]$  — безразмерный коэффициент, учитывающий условия передачи усилия на мембрану и зависящий от конструкции узла, заделки мембраны и узла передачи усилия нажимной пружины;  $d$  — диаметр штока;  $D$  — внутренний диаметр корпуса регулятора в месте заделки мембраны.

Критическое сечение  $F_{\text{кр}}$ , определяющее расход газа — щель между клапаном и седлом

$$F_{\text{кр}} = \pi d_c h. \quad (6.5)$$

Если эта площадь перестает быть минимально определяющим сечением, то регулятор не может выполнять свои функции как регулятор давления, а превращается в обычное гидросопротивление. Так случается и тогда, когда входное давление снижается до давления, поддерживаемого регулятором на выходе.

Уравнение равновесия сил, действующих на подвижную систему регулятора, имеет вид

$$P_1 - P_2 - P_3 - P_4 = 0, \quad (6.6)$$

или после подстановки в него выражений для действующих сил

$$P_1' - ch - P_2 - p_{\text{вх}} F_c + p_{\text{вых}} F_c - p_{\text{вых}} F_4 = 0, \quad (6.7)$$

откуда

$$p_{\text{вых}} = \frac{P_1' - P_2}{F_4 - F_c} - \frac{p_{\text{вх}} F_c}{F_4 - F_c} - \frac{ch}{F_4 - F_c}. \quad (6.8)$$

Это уравнение является общим уравнением динамической характеристики регулятора обратного действия без разгрузки. Первый член этого уравнения зависит от геометрии регулятора, не зависит от



величины входного давления и расхода газа и имеет определяющее влияние на величину выходного давления. Второй член зависит от величины входного давления, а третий — от высоты подъема клапана над седлом и от расхода газа через регулятор.

При отсутствии расхода газа регулятор работает в так называемом стоп-режиме, и его статическая характеристика определяется уравнением

$$p_{\text{вых}}^{\text{ст}} = \frac{P_1' - P_2}{F_4 - F_c} - \frac{p_{\text{вх}} F_c}{F_4 - F_c}. \quad (6.9)$$

Из последнего уравнения видно, что регулятор обратного действия без разгрузки имеет в стоп-режиме возрастающую характеристику, а величина выходного давления однозначно связана с величиной входного давления.

С учетом выражений (6.3) и (6.5) окончательно уравнение динамической характеристики регулятора обратного действия без разгрузки примет вид

$$p_{\text{вых}} = \frac{P_1' - P_2 - c \frac{G \sqrt{RT}}{A_{\text{кл}} \mu \lambda d_c p_{\text{вх}}} - p_{\text{вх}} F_c}{F_4 - F_c}. \quad (6.10)$$

При уменьшении входного давления статическое давление регулятора возрастает. Динамическое давление меньше статического, а при увеличении расхода газа динамическое давление снижается.

Рассмотрим теперь характеристики регулятора газа прямого действия без разгрузки.

Уравнение сил, действующих на подвижную систему регулятора, имеет вид

$$P_1 - P_2 + P_3 - P_4 = 0 \quad (6.11)$$

$$\text{и далее } P_1' - P_2 - c \frac{G \sqrt{RT}}{A_{\text{кл}} \mu \lambda d_c p_{\text{вх}}} + p_{\text{вх}} F_c - p_{\text{вых}} (F_4 + F_c) = 0. \quad (6.12)$$

Таким образом, уравнение динамической характеристики имеет вид

$$p_{\text{вых}} = \frac{P_1' - P_2}{F_4 + F_c} + \frac{p_{\text{вх}} F_c}{F_4 + F_c} - \frac{c}{F_4 + F_c} \frac{G \sqrt{RT}}{A_{\text{кл}} \mu \lambda d_c p_{\text{вх}}}, \quad (6.13)$$

а уравнение статической характеристики

$$p_{\text{вых}}^{\text{ст}} = \frac{P_1' - P_2}{F_4 + F_c} + \frac{p_{\text{вх}} F_c}{F_4 + F_c}. \quad (6.14)$$

Как следует из последнего уравнения, регулятор давления прямого действия без разгрузки имеет падающую статическую характеристику.

Так как регулятор прямого действия имеет падающую статическую характеристику, а регулятор обратного действия — возрастающую, то при одинаковых определяющих размерах и величинах

нах расхода газа динамическая характеристика регулятора прямого действия падает резче, чем у регулятора обратного действия.

Рассмотрим теперь характеристики регуляторов давления с разгрузкой.

Уравнение равновесия сил подвижной системы регулятора обратного действия с разгрузкой в предположении, что при входном давлении  $F_c = F_{\text{разг}}$ , имеет вид

$$P'_1 - ch - P_2 - p_{\text{вх}}(F - F_{\text{разг}}) - p_{\text{вых}}F_4 = 0, \quad (6.15)$$

откуда 
$$p_{\text{вых}} = \frac{P'_1 - P_2}{F_4} - \frac{p_{\text{вх}}(F_c - F_{\text{разг}})}{F_4} - \frac{ch}{F_4}. \quad (6.16)$$

Обозначив 
$$F_c - F_{\text{разг}} = \Delta F, \quad (6.17)$$

находим 
$$p_{\text{вых}} = \frac{P'_1 - P_2}{F_4} - \frac{p_{\text{вх}}\Delta F}{F_4} - \frac{ch}{F_4}. \quad (6.18)$$

Очевидно, что характеристики регулятора обратного действия с разгрузкой и без разгрузки будут совершенно идентичны, если вместо  $F_c$  подставить  $\Delta F$ .

При отсутствии расхода газа имеем

$$p_{\text{вых}}^{\text{ст}} = \frac{P'_1 - P_2}{F_4} - \frac{p_{\text{вх}}\Delta F}{F_4}. \quad (6.19)$$

Очевидно, что для получения характеристики, близкой к горизонтальной, необходимо, чтобы  $\Delta F = 0$ . Тогда

$$p_{\text{вых}}^{\text{ст}} = \frac{P'_1 - P_2}{F_4}. \quad (6.20)$$

Окончательно выражение для динамической характеристики регулятора обратного действия с разгрузкой имеет вид

$$p_{\text{вых}} = \frac{P'_1 - P_2}{F_4} - \frac{p_{\text{вх}}\Delta F}{F_4} - \frac{c}{F_4} \frac{G\sqrt{RT}}{A_{\text{к}}\mu\pi d_c p_{\text{вх}}}. \quad (6.21)$$

Для получения оптимальной характеристики регулятора следует выбирать параметры регулятора таким образом, чтобы 2-й член уравнения компенсировал 3-й член (их сумма должна быть равна нулю). В зависимости от величин  $\Delta F$  и  $G$  можно получить падающую или возрастающую характеристики. При заданном расходе газа чем больше величина  $\Delta F$ , тем круче возрастает характеристика. При малой величине  $\Delta F$  или при  $\Delta F < 0$  (когда диаметр манжеты больше диаметра седла) характеристика падающая. Таким образом, в зависимости от фактической жесткости упругих элементов (в основном от жесткости нажимной пружины), от фактической величины площади седла и величины расхода газа для обеспечения требуемой характеристики необходимо иметь определенную величину  $\Delta F$ , т. е. определенную площадь манжеты.

Для регулятора прямого действия с разгрузкой уравнение равновесия сил имеет вид

$$F_1' - ch - P_2 + p_{\text{вх}} \Delta F - p_{\text{вых}} F_4 = 0, \quad (6.22)$$

откуда находим уравнение динамической характеристики

$$p_{\text{вых}} = \frac{P_1' - P_2}{F_4} + \frac{p_{\text{вх}} \Delta F}{F_4} - \frac{c}{F_4} \frac{G \sqrt{RT}}{A_{\text{к}} \mu \pi d_c p_{\text{вх}}}. \quad (6.23)$$

Соответственно уравнение статической характеристики

$$p_{\text{вых}}^{\text{ст}} = \frac{P_1' - P_2}{F_4} + \frac{p_{\text{вх}} \Delta F}{F_4}. \quad (6.24)$$

Таким образом, при  $\Delta F > 0$  регулятор прямого действия с разгрузкой в отличие от регулятора обратного действия имеет падающую характеристику как при наличии, так и при отсутствии расхода газа, однако изменение этой характеристики меньше, чем у регулятора без разгрузки ( $\Delta F < F_c$ ).

В результате анализа характеристик регуляторов давления газа можно сделать следующие выводы.

### Регуляторы без разгрузки

1. Для получения более пологой характеристики следует уменьшать  $F_c$ , а для уменьшения гидropотерь и более полного использования газа следует увеличивать  $F_c$  с тем, чтобы отодвинуть точку резкого падения давления.

2. Для получения более пологой характеристики и оптимального отношения  $\frac{F_c}{F_4}$  следует увеличивать площадь чувствительного элемента.

3. Увеличение расхода газа приводит к падению выходного давления  $p_{\text{вых}}$  и к более раннему падению характеристики.

4. Увеличение жесткости подвижной системы приводит к более крутому снижению характеристики.

5. Изменение статического давления не зависит от настройки и жесткости пружины, а исключительно от диапазона изменения входного давления и от отношения площадей  $\frac{F_c}{F_4}$ . Чем это отношение меньше, тем точнее работает регулятор.

### Регуляторы с разгрузкой

1. Изменение статического давления  $p_{\text{вых}}^{\text{ст}}$  определяется отношением  $\frac{\Delta F}{\Delta F_y}$ . Чем меньше  $\Delta F$ , тем более точно работает регулятор в статическом режиме.

2. Влияние суммарной жесткости подвижной системы и величины приведенной площади на динамическую характеристику одинаково для регуляторов с разгрузкой и без разгрузки.

Увеличение жесткости при  $\Delta F = \text{const}$  приводит к снижению характеристики, а увеличение приведенной площади мембраны уменьшает ее крутизну, делает ее более пологой как для возрастающей, так и для падающей характеристики.

3. Для уменьшения разброса динамической характеристики регуляторов с разливкой следует стремиться к большим  $F_c$  (независимо от величины  $F_4$ ). Чем больше  $F_c$ , тем меньше ход клапана и меньше влияние жесткости на изменение выходного давления.

При исследовании переходных процессов и автоколебательных режимов необходимо в уравнения равновесия подвижных частей регулятора давления (6.6) и (6.11) добавить члены, учитывающие силы инерции. Полученные таким образом уравнения совместно с уравнениями динамики пневмосистемы позволяют провести полный анализ динамических процессов, протекающих в системе и регуляторе. Правда, в этом случае математическая модель регулятора получается довольно сложной и описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений, анализ которых возможен только с привлечением ЭВМ. Задачи, допускающие линейризацию исходной системы, такие, например, как устойчивость регулятора в «малом», для реактивных систем управления обычно не представляют практического интереса. Это связано с тем, что регуляторы давления газа в таких системах редко работают в режиме непрерывного постоянного объемного расхода, что имеет место в системах наддува топливных баков ракет. Пульсации давления, наблюдаемые в реактивных системах на переходных режимах, имеют существенно нелинейный характер, а поэтому известные результаты, полученные в линейном приближении, здесь не приводятся.

### 6.3. ПНЕВМОГИДРОКЛАПАНЫ

При значительных величинах тяги для управления расходом рабочего тела применяются пневмогидроклапаны. В таком клапане тарель перемещается под действием высокого управляющего давления газа, что позволяет уменьшить габариты и массу клапана.

Исходя из условий безопасной эксплуатации на земле предпочтительнее применение нормально-закрытых клапанов (рис. 6.7). Если использовать нормально-открытые клапаны (рис. 6.8), то при падении давления газа в управляющей полости, например, при повреждении трубопровода, отказа регулятора давления и т. п. произойдет самопроизвольное открытие клапана, что может привести к аварии. Обычно используют нормально-закрытые клапаны обратного действия тарельчатого типа. Однако выбор конкретной конструкции клапана зависит прежде всего от рода рабочего тела и конкретных условий работы в пневмогидравлической схеме.

Для надежного разделения управляющей и рабочей полостей гидропневмоклапанов применяют манжетные и сальфонные уплотнения. Герметичность посадки тарели запорного органа на седло обеспечивается мягкими торцовыми уплотнениями из резины, фторопласта или капрона.

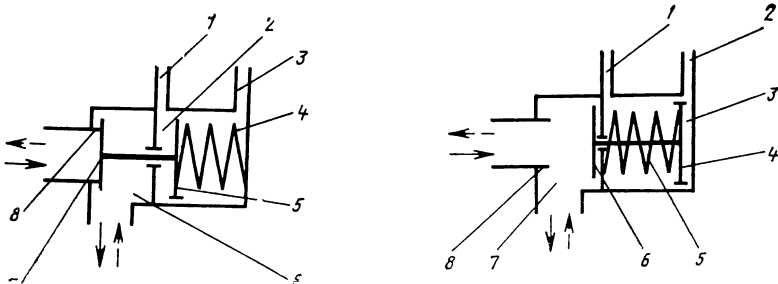


Рис. 6. 7. Схема нормально-закрытого пневмогидроклапана:

1—линия подвода управляющего давления; 2—управляющая полость; 3—линия дренажа; 4—пружина; 5—поршень; 6—жидкостная (или газовая) полость; 7—тарель клапана; 8—седло  
 ← направление движения жидкости (или газа) в клапане прямого действия  
 ↑ — — — направление движения жидкости (или газа) в клапане обратного действия

Рис. 6. 8. Схема нормально-открытого пневмогидроклапана:

1—линия дренажа; 2—линия подвода управляющего давления; 3—управляющая полость; 4—поршень; 5—пружина; 6—тарель клапана; 7—жидкостная (или газовая) полость; 8—седло  
 ← — — — направление движения жидкости (или газа) в клапане прямого действия;  
 ← — — — направление движения жидкости (или газа) в клапане обратного действия

Стабильность времени срабатывания пневмогидроклапанов значительно хуже по сравнению с пироклапанами. Она зависит от объема управляющей полости, гидросопротивлений коммуникацией управляющего давления, трения в подвижной системе, усилий пружин и т. д.

Рассмотрим основные силы, действующие на подвижные части пневмогидроклапана (ПГК): сила давления жидкости (или газа) на тарель клапана  $P_{ж}$ ; сила управляющего давления газа на поршень  $P_{у}$ ; сила пружины  $P_{с}$ ; сила трения в уплотнениях  $P_{f}$ ; сила инерции движущихся частей  $P_{j}$ .

Если допустить, что  $p_1 \approx p_2$  (рис. 6. 9), то силу  $P_{ж}$  можно найти из выражения

$$P_{ж} = p_1 F_1 - p_2 F_2; \tag{6. 25}$$

$$F_2 = F_1 - F_3, \tag{6. 26}$$

где 
$$F_1 = \frac{\pi d_c^2}{4}, \quad F_3 = \frac{\pi d_n^2}{4}.$$

Силу  $P_{у}$  находим из уравнения

$$P_{у} = -(p_{у} - p_h) F_{у}, \tag{6. 27}$$

где  $p_{у}$ ,  $p_h$  — соответственно управляющее давление и давление окружающей среды;  $F_{у}$  — площадь поршня.

Силу пружины  $P_{с}$  можно определить из выражения

$$P_{с} = \pm P_{с0} - c x, \tag{6. 28}$$

где  $c$  — жесткость пружины;  $P_{с0}$  — сила пружины при закрытом клапане.

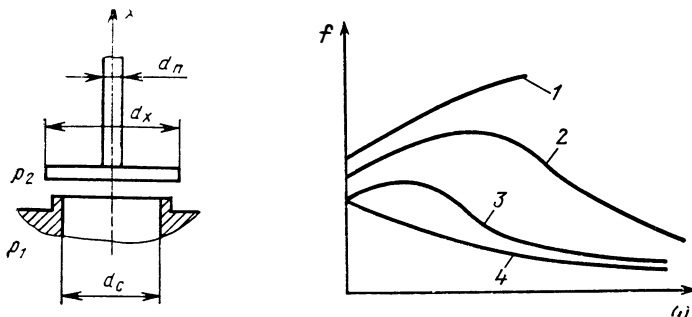


Рис. 6. 9. К расчету динамики пневмогидроклапана

Рис. 6. 10. Зависимость коэффициента трения  $f$  от скорости скольжения  $\omega$  при различных удельных нагрузках [50]:

1—малая удельная нагрузка; 2, 3—средняя удельная нагрузка; 4—значительная удельная нагрузка

Знак «+» относится к нормально-открытому, а знак «—» — к нормально-закрытому клапану.

Сила трения  $P_f$  в манжетах поршня и штока определяется из выражения

$$P_f = \pm \{ f_y [S_y (p_y - p_h) + P_{fy}] + f_{ш} [S_{ш} (p_2 - p_h) + P_{fш}] \}, \quad (6.29)$$

где  $f_y, f_{ш}$  — коэффициенты трения скольжения соответственно между манжетой поршня и стенками цилиндра и между манжетой уплотнения и штоком;  $S_y, S_{ш}$  — площади контакта манжет с цилиндром и штоком;  $P_{fy}, P_{fш}$  — усилия натяга манжет.

Знак «+» относится к закрытию, «—» — к открытию клапана.

Коэффициент трения является функцией скорости скольжения

$$f = (f_1 + f_2 \omega) \exp(-f_3 \omega) + f_4, \quad (6.30)$$

где  $f_1, f_2, f_3, f_4$  — постоянные трения, зависящие от природы тел и условий трения.

Характер зависимости  $f$  в значительной степени определяется величиной удельной нагрузки между соприкасаемыми поверхностями. При увеличении удельной нагрузки коэффициент трения уменьшается (рис. 6.10) [50].

Для удельных нагрузок, имеющих место в пневмогидроклапанах, принимают

$$f = c_f W. \quad (6.31)$$

Полагая, что коэффициенты трения манжет с цилиндром и штоком одинаковы, получаем следующее выражение для силы трения:

$$P_f = \pm c_f W (p_y S_y + p_2 S_{ш} + p f_0 - P_0), \quad (6.32)$$

где  $W = \frac{dx}{dt}$ ,  $P_{f0} = P_{fy} + P_{fш}$ ,  $P_a = p_h (S_y + S_{ш})$ .

Если скорость передвижения тарели меняется в небольшом

диапазоне, можно считать коэффициент трения постоянным:

$$P_f = \pm f (p_y S_y + p_2 S_{ш} + P_{f_0} - P_a). \quad (6.33)$$

Силы инерции движущихся частей  $P_j$  определяем из уравнения

$$P_j = m_i \frac{d^2 x}{dt^2}, \quad (6.34)$$

где  $m_i$  — масса тарели, штока, поршня и приведенная масса пружины, которая с достаточной степенью точности определяется из выражения

$$\bar{m}_0 = \xi m_c, \quad (6.35)$$

где  $\xi$  — коэффициент приведения, зависящий от конструкции пружины.

С помощью полученных выражений можно написать дифференциальное уравнение движения тарели клапана

$$\begin{aligned} m_i \ddot{x} \pm [C_f (P_a - P_{f_0} - p_y S_y - p_2 S_{ш})] \dot{x} + cx = \\ = p_1 F_1 - p_2 F_2 - (p_y - p_h) F_y \pm P_{c0}. \end{aligned} \quad (6.36)$$

В полученное уравнение входят две зависимые величины  $p_1$  и  $p_2$ , связь между которыми определяется уравнением Бернулли

$$p_1 = p_2 + \xi(x) \rho \frac{W_1^2}{2},$$

где  $\xi$  — коэффициент гидродотерь на тарели клапана, являющийся функцией перемещения тарели;  $W_1$  — скорость жидкости на входе в клапан.

Заменяя  $W_1$  через расход жидкости  $G$

$$W_1 = \frac{G}{\rho F_{1\mu_1}},$$

находим

$$p_1 = p_2 + \xi(x) \frac{G^2}{2\rho F_{1\mu_1}^2}, \quad (6.37)$$

где  $\mu_1$  — коэффициент расхода для входного сечения.

Для рассматриваемого типа клапана находим

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 \frac{dc}{x},$$

где

$$\xi_1 = 0,35 + \frac{2(d_k - 1,2dc)}{dc}, \quad (6.38)$$

$$\xi_2 = 0,15 \div 0,16.$$

После подачи управляющего давления тарель ПГК начинает двигаться не сразу, а через некоторое время, которое называется временем задержки срабатывания.

Это время  $\tau_1$  определяется от момента начала падения давления в управляющей магистрали до начала движения тарели клапана, т. е. до момента, когда неравенство

$$p_1 F_1 - p_2 F_2 - (p_y - p_n) F_y \pm P_{c0} < 0, \quad (6.39)$$

где сила трения покоя отнесена условно к силе пружины  $p_{c0}$ , превращается в равенство. Так как в последнем выражении переменна лишь величина управляющего давления, то указанное неравенство переходит в равенство за счет падения  $p_y$  от некоторого начального  $p_{y0}$  до  $p_{y\tau_1}$  — конечного, получаемого из уравнения

$$(p_{y\tau_1} - p_n) F_y = p_1 F_1 - p_2 F_2 \pm P_{c0}. \quad (6.40)$$

Для определения величины  $\tau_1$  необходимо знать зависимость давления в полости от времени при ее опорожнении в предположении, что перепад давлений в емкости и среде — сверхкритический.

Для адиабатического процесса выражение для  $\tau_1$  можно найти из уравнения (5.21)

$$\tau_1 = \frac{1}{\omega_1} \left[ \left( \frac{p_{y0}}{p_{y\tau_1}} \right)^{\frac{k-1}{2k}} - 1 \right], \quad (6.41)$$

а для изотермического процесса — из выражения (5.22)

$$\tau_1 = \frac{1}{\eta} \ln \frac{p_{y0}}{p_{y\tau_1}}. \quad (6.42)$$

После сброса управляющего давления тарель клапана начинает двигаться через некоторое время — время задержки закрытия ПГК, которое определяется временем нарастания давления в управляющей полости до момента начала движения тарели клапана, когда неравенство

$$p_1 F_1 - p_2 F_2 = (p_y - p_n) F_y \pm P_{c0} > 0 \quad (6.43)$$

переходит в равенство.

Для расчетов необходимо знать закон роста давления газа в управляющей полости при ее наполнении. Поэтому предварительно проинтегрируем дифференциальные уравнения, полученные из выражений, описывающих изменение параметров в управляющей полости ПГК при ее наполнении [116]

$$\frac{dp}{dt} = \frac{k-1}{V} \left( i_s G_s + \frac{dQ}{dt} \right); \quad (6.44)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{G_s}{V}. \quad (6.45)$$

В полость клапана газ поступает из аккумулятора давления. В точной постановке обычно учитывают теплообменные процессы в аккумуляторе и в управляющей полости ПГК. В действительности процессы наполнения полости ПГК и опорожнения аккумулятора происходят за малый промежуток времени, а поэтому можно считать, что расширение и сжатие газа происходит по адиабати-



ческому закону. Причем за период срабатывания ПГК давление и температура газа в аккумуляторе практически постоянны. Тогда, полагая  $\frac{dQ}{dt} = 0$  и  $G_s = \frac{A_{кп} \mu F_{кп} p_{s0}}{\sqrt{R_s T_{s0}}}$ , из выражений (6.44) и (6.45) находим

$$p = p_0 + \omega_2 \tau_1, \quad (6.46)$$

где

$$\omega_2 = \frac{k A_{кп} \mu F_{кп} p_{s0} \sqrt{R_s T_{s0}}}{V}.$$

Отсюда получаем приближенное время задержки закрытия ПГК

$$\tau_2 = \frac{1}{\omega_2} \left( \frac{F_1}{F_y} p_1 - \frac{F_2}{F_y} p_2 + Q_n - Q_0 \pm \frac{p_{с0}}{F_y} \right). \quad (6.47)$$

#### 6.4. ЭЛЕКТРОКЛАПАНЫ

Электроклапаны предназначены для дистанционного управления потоками жидкости или газа по электрическим сигналам, которые преобразуются в механическую работу по перемещению запирающего устройства.

В зависимости от рода рабочего тела различают электропневмоклапаны (ЭПК) и электрогидроклапаны (ЭГК).

Электроклапаны могут быть прямого действия (рис. 6.11), с разгрузкой (рис. 6.12), с дренажом (рис. 6.13), с пневмоусилением (рис. 6.14 и 6.15) и, наконец, со стопорящим устройством (рис. 6.16).

Выбор конкретной схемы электроклапана обуславливается величиной проходного сечения, давлением рабочего тела и быстродействием.

При больших проходных сечениях, а также больших давлениях применяют электроклапаны с разгрузкой и пневмоусилением. Для

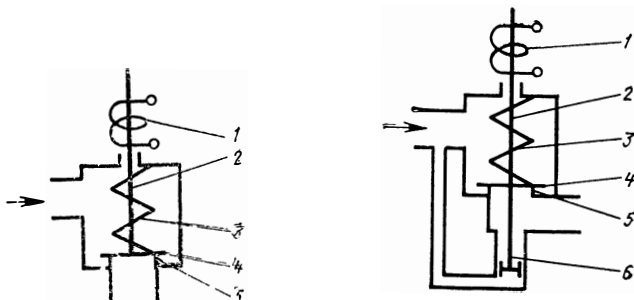
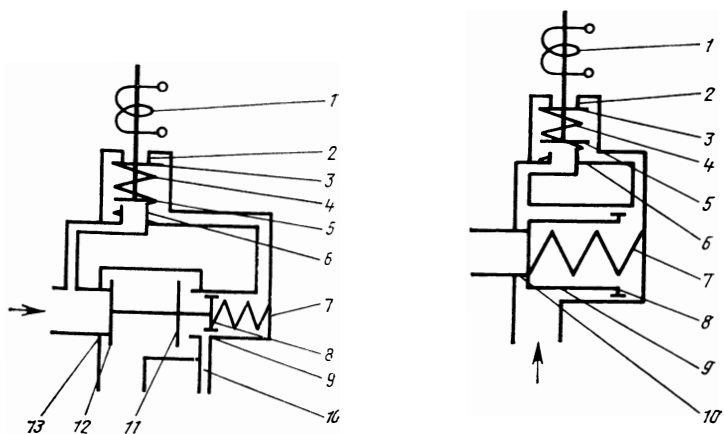


Рис. 6.11. Электроклапан прямого действия:

1—обмотка катушки электромагнита; 2—шток клапана; 3—пружина; 4—тарель клапана; 5—седло

Рис. 6.12. Электроклапан прямого действия с разгрузкой:

1—обмотка катушки электромагнита; 2—шток клапана; 3—пружина; 4—тарель клапана; 5—седло; 6—поршень

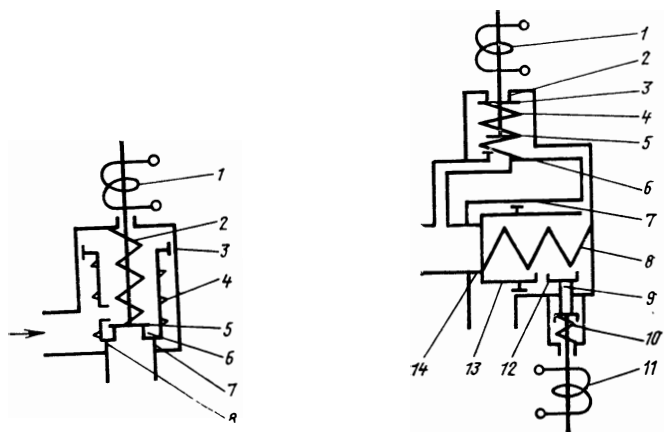


**Рис. 6. 13. Электроклапан с дренажем:**

1—обмотка катушки электромагнита; 2, 6, 9, 13—седла; 3, 5, 11, 12—тарелы клапана; 4, 7—пружины; 8—поршень; 10—дренажная магистраль

**Рис. 6. 14. Электроклапан с пневмоусилением и дренажом рабочего тела:**

1—обмотка катушки электромагнита; 2, 6, 10—седла; 3, 5—тарелы клапана; 4, 7—пружина; 8—уплотнение; 9—клапан



**Рис. 6. 15. Электроклапан с пневмоусилением без дренажа рабочего тела:**

1—обмотка катушки электромагнита; 2, 4—пружины; 3—уплотнение; 5—тарель клапана; 6, 7—седла; 8—клапан

**Рис. 6. 16. Электроклапан со стопорящим устройством:**

1, 11—обмотки катушки электромагнита; 2, 6, 14—седло; 3, 5—тарелы клапана; 4, 8, 10—пружины; 7—уплотнение; 9—стопор; 12—отверстие; 13—клапан

получения максимального быстродействия применяют электроклапаны прямого действия без разгрузки.

При необходимости пребывания длительное время в открытом состоянии для уменьшения энергопотребления применяют электроклапаны со стопорящим устройством.

Динамические характеристики электроклапанов характеризуются временами запаздывания на открытие и на закрытие, которые могут быть определены из выражений, приведенных в гл. 1.

Для электроклапанов с разгрузкой время запаздывания увеличивается еще и на величину пневматической задержки, которая может быть определена по методике, описанной в разд. 6.3.

## 6.5. ПИРОКЛАПАНЫ

В реактивных системах применяют обычно пироклапаны, у которых давление газов, образовавшихся в результате сгорания пиротехнического состава при воспламенении пиропатрона, воздействуют на поршень, который жестко связан с клапаном и разрывным элементом.

В результате перемещения поршня разрушается разрывной элемент и запорный орган приводится в движение.

В зависимости от функционального назначения пироклапаны могут сообщать или разъединять две магистрали (рис. 6.17, 6.18 и 6.19) или три магистрали (рис. 6.20). В последнем случае такой клапан называется пиропереклюкателем, так как он обеспечивает переключение одной магистрали на другую [69].

В зависимости от отвода пороховых газов пироклапаны подразделяются на клапаны с изоляцией пороховых газов и с дренажом пороховых газов. У пироклапанов с изоляцией пороховых газов после срабатывания пиропатрона продукты сгорания остаются в замкнутом объеме и наружу не отводятся. У пироклапанов с дренажом газов срабатывание пиропатрона сопровождается выбросом пламени через дренажные отверстия.

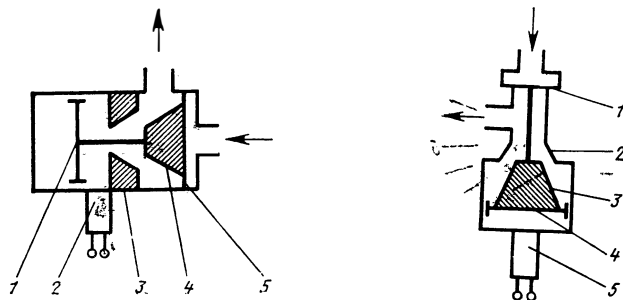
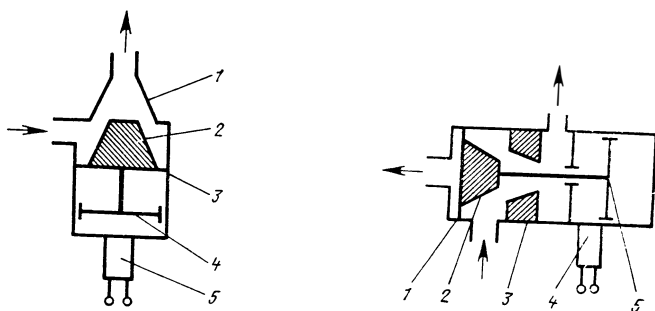


Рис. 6.17. Нормально-закрытый пироклапан:

1—срезной буртик; 2—седло; 3—клапан; 4—поршень; 5—пиропатрон

Рис. 6.18. Нормально-закрытый пироклапан:

1—срезной буртик; 2—седло; 3—клапан; 4—поршень; 5—пиропатрон



**Рис. 6. 19. Нормально-открытый пироклапан:**

1—седло; 2—клапан; 3—срезной буртик; 4—поршень; 5—пиропатрон

**Рис. 6. 20. Пиропереключателъ:**

1—срезной буртик; 2—клапан; 3—седло; 4—пиропатрон; 5—поршень

При применении пироклапанов с дренажом следует также предусматривать специальные меры защиты, так как струя пламени из дренажных отверстий может привести к пожару. Поэтому желательно применять пироклапаны с изоляцией пороховых газов. Однако в таких случаях бывает трудно исключить возможность проникновения пороховых газов в рабочую полость элемента автомата и далее в магистраль.

В пироклапанах важно исключить проникновение наружу продуктов сгорания пиропатрона, имеющих высокую температуру и давление, так как даже незначительная их утечка может привести к прогару резьбы и вырыванию пиропатрона из его гнезда. Поэтому обеспечивают уплотнение по срезному элементу (до срабатывания пироклапана) и остаткам срезного элемента (после его срабатывания).

В нормально-закрытых пироклапанах прямого действия герметичность запорного органа после срабатывания обеспечивается, как правило, заклиниванием металлического клапана в седло корпуса, при этом сам клапан имеет небольшую конусность, а конусность седла на 2—4° меньше конусности клапана. Усилие выпрессовки запорного органа такого клапана после заклинивания достигает 2—5 т при диаметре проходного сечения 10—25 мм.

Герметичность неподвижных соединений обеспечивается с помощью прокладок из мягкого металла, а также с помощью сварных соединений.

Стабильность времени срабатывания пироклапанов прямого действия очень высока, так как время сгорания пиротехнического состава пиропатрона составляет 0,001—0,002 с.

Безотказность работы клапана определяется также целостностью электрической цепи пиропатрона. Для повышения надежности его работы применяют дублирование электрических цепей пиропатронов, а при сборке проверяют целостность их цепей с помощью

весьма малого тока (тока безопасности), который не приводит к воспламенению пиросостава в пиропатроне.

Так как при высокой температуре пиросостав может самовоспламениться, необходимо предохранять пиропатроны от воздействия высоких температур.

Характеристики пироматериала могут быть значительно улучшены при использовании многопозиционных пироклапанов, объединенных в один блок; при этом, как правило, уменьшается масса, общее число стыков, сокращаются габариты.

### 6.6. ПРЕДОХРАНИТЕЛЬНЫЕ КЛАПАНЫ

Предохранительные клапаны предназначены для защиты емкостей и полостей системы от воздействия чрезмерного давления газа, превышающего допустимую величину. Принцип их действия очевиден из рис. 6. 21.

Основными параметрами предохранительного клапана являются  $p_r$ , при котором гарантируется допустимая негерметичность клапана и  $p_n$ , при котором клапан пропускает заданный расход газа  $\dot{G}_n$ .

Так, например, давление наддува топливных баков  $p_{бак}$  выбирается из условия  $p_{бак} < p_r$ , а прочность бака — из условия  $p_{бак} = p_n$ .

Очевидно, что чем больше величина  $p_n - p_r$ , тем больше масса бака за счет вынужденного повышения его прочности. Поэтому при разработке предохранительного клапана стремятся уменьшить величину  $p_n - p_r$ .

Предохранительные клапаны могут быть пропорционального (см. рис. 6. 21) и непропорционального (рис. 6. 22) открытия. Для непропорционального клапана характерно то, что в момент его от-

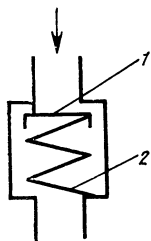


Рис. 6. 21. Предохранительный клапан пропорционального типа:

1—клапан; 2—пружина

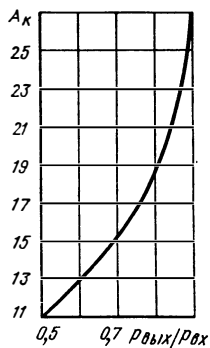


Рис. 6. 22. График функции  $A_k = f\left(\frac{p_{вых}}{p_{вх}}\right)$

крытия на развитую площадь тарели клапана действует дополнительная сила потока газа, в связи с чем открытие клапана происходит сразу же на полный ход (хлопком), и давление из емкости резко падает.

Давление открытия  $p_0$  у такого клапана такое же, как и у пропорционального, зато давление закрытия значительно меньше.

Расход газа через предохранительный клапан зависит от характера истечения, которое определяется соотношением входного и выходного давлений и может быть вычислен из выражения

$$G = \frac{\mu A_k p F_{кл}}{\sqrt{RT}},$$

где  $\mu \approx 0,8$  — коэффициент расхода;  $F_{кл} = \pi D_c h$  — площадь проходного сечения;  $D_c$  — диаметр седла клапана;  $h$  — высота подъема тарели клапана над седлом;  $A_k$  — величина, которая зависит от характера истечения газа через клапан, которое определяется соотношением входного и выходного давлений.

Для закритического режима истечения

$$\frac{p_{вых}}{p_{вх}} \leq \beta_{кр} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \text{ и } A_k = \sqrt{2g \frac{k}{k+1} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{2}{k-1}}}.$$

В частности, для воздуха и азота  $k=1,4$  и  $A_k=2,14$ ,  $\beta_{кр}=0,528$ .

Для докритического режима истечения

$$\frac{p_{вых}}{p_{вх}} > \beta_{кр} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \text{ и } A_k = \sqrt{2g \frac{k}{k-1} \left[ \left(\frac{p_{вых}}{p_{вх}}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_{вых}}{p_{вх}}\right)^{\frac{k+1}{k}} \right]},$$

т. е.  $A_k = f\left(\frac{p_{вых}}{p_{вх}}\right)$  и может быть определена из рис. 6.2.

Для улучшения характеристик предохранительного клапана относительная высота подъема его тарели над седлом выбирается из условия  $\bar{h} = \frac{h}{D} \leq 0,01$ .

Выясним влияние длины трубопровода на основные характеристики предохранительного клапана (рис. 6.24).

Изменение параметров газа в трубе, соединяющей клапан с емкостью, описывается следующими уравнениями:

$$\frac{\partial p(x, \tau)}{\partial x} = -\frac{1}{F} \frac{\partial G(x, \tau)}{\partial \tau}, \quad \frac{\partial p(x, \tau)}{\partial \tau} = -\frac{c^2}{F} \frac{\partial G(x, \tau)}{\partial x}, \quad (6.48)$$

где  $p$  — давление газа;  $G$  — расход газа в трубопроводе;  $c$  — скорость звука в газе;  $F$  — площадь поперечного сечения трубопровода;  $\tau$  — время;  $x$  — координата.

Вместо уравнений (6.48) можно рассматривать одно уравнение

$$\frac{\partial^2 G(x, \tau)}{\partial \tau^2} - c^2 \frac{\partial^2 G(x, \tau)}{\partial x^2} = 0. \quad (6.49)$$

Найдем вид граничных условий.

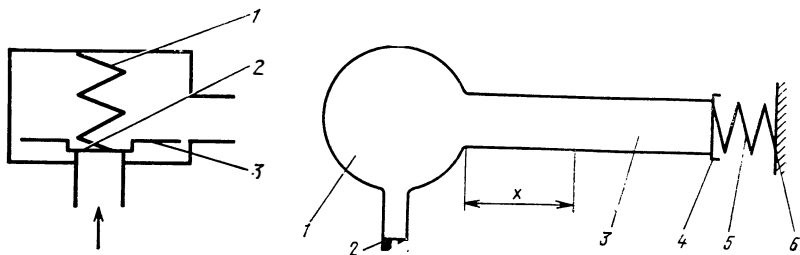


Рис. 6.23. Предохранительный клапан непропорционального типа:  
1—пружина; 2—клапан; 3—запечкики

Рис. 6.24. К расчету динамики предохранительного клапана:  
1—емкость; 2—дрессель; 3—труба; 4—клапан; 5—пружина; 6—опора

Давление газа в емкости можно определить, используя уравнение нестационарной термодинамики,

$$\frac{dp}{d\tau} = \frac{k-1}{V} \left[ \frac{dQ}{d\tau} - i_2 G_2 + i_0 G_0 - \frac{k}{k-1} p \frac{dV}{d\tau} \right]. \quad (6.50)$$

Предполагая, что  $Q = \text{const}$  и учитывая, что  $V = \text{const}$ , уравнение (6.50) для сечения  $x=0$  можно записать в виде

$$\frac{\partial p(0, \tau)}{\partial \tau} = \frac{k-1}{V} [i_0 G_0 - i_2 G_2(0, \tau)]. \quad (6.51)$$

Здесь  $k$  — показатель адиабаты;  $i$  — энтальпия;  $G_0$  — расход газа, поступающего через дроссель;  $G_2(0, \tau)$  — расход газа через трубопровод в сечении  $x=0$ .

Будем считать, что  $T = \text{const}$ , тогда

$i_0 = i = \frac{k}{k-1} RT_0 = \text{const}$ , и выражение (6.51) принимает вид

$$\frac{\partial p(0, \tau)}{\partial \tau} = \frac{kRT_0}{V} [G_0 - G_2(0, \tau)]. \quad (6.52)$$

Используя второе уравнение системы (6.48) и (6.52), получим

$$G_2(0, \tau) = G_0 + \frac{c^2 V}{kFR T_0} \frac{\partial G(0, \tau)}{\partial x}. \quad (6.53)$$

Уравнение движения тарели клапана имеет вид

$$M \frac{d^2 h}{d\tau^2} + yh = [p(l, \tau) - p_0] F_{\text{кл}}, \quad (6.54)$$

где  $F_{\text{кл}}$  — площадь тарели клапана;  $M$  — масса подвижных частей клапана;  $y$  — жесткость пружины клапана;  $h$  — ход клапана (координата перемещения клапана);  $p_0 = p_1 + p_2$ ,  $p_1$  — давление предварительной затяжки пружины;  $p_2$  — противодействие на тарель клапана.

Пренебрегая инерционностью подвижных частей клапана и считая скорость движения газа  $W(l, \tau)$  у тарели равной скорости движения тарели, из выражения (6.54) получим

$$\frac{y}{F_{\text{кл}}} W(l, \tau) = -\frac{c^2}{F} \frac{\partial G(l, \tau)}{\partial x}. \quad (6.55)$$

Считая плотность газа постоянной, уравнению (6.56) придадим вид

$$G(l, \tau) = \frac{c^2 \rho F_{\text{кл}}}{y} \frac{\partial G(l, \tau)}{\partial x}. \quad (6.56)$$

Разложим  $G_0$  в ряд Фурье в интеграле  $0 < \tau < \tau_0$  ( $\tau_0$  равно периоду цикла), тогда соотношение (6.53) примет вид

$$G(0, \tau) = \frac{c^2 V}{k F R T_0} \cdot \frac{\partial G(0, \tau)}{\partial x} + \frac{4 G_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1) \frac{\pi}{\tau_0} \tau}{2n-1}. \quad (6.57)$$

В момент времени  $\tau=0$

$$\left. \begin{aligned} G(x, 0) &= 0; \\ \frac{\partial G(x, 0)}{\partial \tau} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6.58)$$

Таким образом, решение поставленной задачи сводится к интегрированию уравнения (6.58) при граничных условиях (6.56) и начальных условиях (6.58).

Решение уравнения (6.56) ищем в виде

$$G = g_1 + g_2, \quad (6.59)$$

где  $g_1$  — решение уравнения, удовлетворяющее только граничным условиям

$$\left\{ \begin{aligned} g_1(0, \tau) &= \frac{c^2 V}{k F R T_0} \frac{\partial g_1(0, \tau)}{\partial x} + \frac{4 G_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1) \frac{\pi}{\tau_0} \tau}{2n-1}; \\ g_1(l, \tau) &= \frac{c^2 \rho F_{\text{кл}}}{y} \frac{\partial g_1(l, \tau)}{\partial x}, \end{aligned} \right. \quad (6.60)$$

а  $g_2$  — решение при условиях

$$\left. \begin{aligned} g_2(0, \tau) &= \frac{c^2 V}{k F R T_0} \frac{\partial g_2(0, \tau)}{\partial x}; \\ g_2(l, \tau) &= \frac{c^2 \rho F_{\text{кл}}}{y} \frac{\partial g_2(l, \tau)}{\partial x}, \end{aligned} \right\} \quad (6.61)$$

$$\left. \begin{aligned} g_2(x, 0) &= g_1(x, 0); \\ \frac{\partial g_2(x, 0)}{\partial \tau} &= -\frac{\partial g_1(x, 0)}{\partial \tau}. \end{aligned} \right\} \quad (6.62)$$



Решение  $g_1(x, \tau)$  будем искать в виде

$$g_1(x, \tau) = X(x) \sin(2n-1) \frac{\pi}{\tau_0} \tau, \quad (6.63)$$

где  $X(x)$  определяется из уравнения

$$X(x) = A \sin\left(\frac{2n-1}{c\tau_0} \pi x + \varphi\right). \quad (6.64)$$

Здесь  $A$  и  $\varphi$  — произвольные постоянные.

Тогда  $g_1(x, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin \frac{2n-1}{\tau_0} \pi \cdot \tau \cdot \sin\left(\frac{2n-1}{c\tau_0} \pi x + \varphi_n\right).$  (6.65)

Произвольные постоянные  $A_n$  и  $\varphi_n$  определим из условий (6.60):

$$A_n = \frac{4G_0}{(2n-1) \sin \varphi_n \frac{cV}{kFRT_0} \frac{2n-1}{\tau_0} \pi \cos \varphi_n}; \quad (6.66)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_n = \frac{\frac{cQF_{\text{кл}}}{y} \frac{2n-1}{\tau_0} \pi + \operatorname{tg} \frac{2n-1}{c\tau_0} \pi l}{\frac{cQF_{\text{кл}}}{y} \frac{2n-1}{\tau_0} \pi \operatorname{tg} \frac{2n-1}{c\tau_0} \pi l + \varphi_n}. \quad (6.67)$$

Используя соотношения (6.65) из уравнения (6.62), получим

$$g_2(x, 0) = 0;$$

$$\frac{\partial g_2(x, 0)}{\partial x} = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{\tau_0} \pi \sin\left(\frac{2n-1}{c\tau_0} \pi x + \varphi_n\right). \quad (6.68)$$

Функцию  $g_2(x, \tau)$  будем искать в виде

$$g_2(x, \tau) = X(x) \cdot T(\tau). \quad (6.69)$$

Используя известные преобразования, имеем

$$g_2(x, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(\omega_n \tau + \beta_n) \sin\left(\frac{\omega_n}{c} x + \delta_n\right). \quad (6.70)$$

Произвольные постоянные  $B_n$ ,  $\beta_n$ ,  $\delta_n$  и собственные числа задачи  $\omega_n$  определим из условий (6.61) и (6.68)

$$\operatorname{tg} \delta_n = \frac{cV}{kFRT_0} \omega_n; \quad (6.71)$$

$$\operatorname{tg} \frac{\omega_n}{c} l = \frac{\left(\frac{cV}{kFRT_0} + \frac{cQF_{\text{кл}}}{y}\right) \omega_n}{\frac{cV}{kFRT_0} \frac{cQF_{\text{кл}}}{y} \omega_n^2 - 1}, \quad (6.72)$$

$$\beta_n = (n-1) \pi, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (6.73)$$

Учитывая выражение (6.72), из уравнения (6.73) получим

$$\sum_{n=1}^{\infty} B_n \omega_n \sin\left(\frac{\omega_n}{c} x + \delta_n\right) \cos \beta_n = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{\tau_0} \pi \sin\left(\frac{2n-1}{c\tau_0} \pi x + y_n\right). \quad (6.74)$$

Используем условие ортогональности собственных функций на отрезке 0 — 1

$$B_n = \frac{I_1}{I_2}, \quad (6.75)$$

$$\text{где } I_1 = - \int_0^1 \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{2n-1}{\tau_0} \sin\left(\frac{2n-1}{c\tau_0} \pi x + \varphi_n\right) \sin\left(\frac{\omega_n}{c} x + \delta_n\right) dx; \quad (6.76)$$

$$I_2 = \int_0^1 \omega_n \cos \beta_n \sin^2\left(\frac{\omega_n}{c} x + \delta_n\right) dx. \quad (6.77)$$

Таким образом, общее решение поставленной задачи получим в виде

$$G(x, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ A_n \sin \frac{2n-1}{\tau_0} \pi \tau \sin\left(\frac{2n-1}{c\tau_0} \pi x + \varphi_n\right) + \right. \\ \left. + (-1)^{n+1} B_n \cos \omega_n \tau \sin\left(\frac{\omega_n}{c} x + \delta_n\right) \right], \quad (6.78)$$

где  $A_n$ ,  $\varphi_n$ ,  $B_n$ ,  $\omega_n$  и  $\delta_n$  определяются из формул (6.66), (6.67), (6.72) — (6.75), (6.71).

В практике интерес представляет уравнение, определяющее изменение давления. Используя соотношение (6.48) и (6.78), трудно получить

$$p(x, \tau) - p(0, \tau) = \frac{2c}{F} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos \frac{2n-1}{\tau_0} \pi \tau \sin\left(\frac{2n-1}{2c\tau_0} \pi x - \varphi_n\right) \right] \times \\ \times \sin \frac{2n-1}{2c\tau_0} \pi x + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cos(\omega_n \tau + \beta_n) \sin\left(\frac{\omega_n}{2c} x + \delta_n\right) \sin \frac{\omega_n}{2c} x. \quad (6.79)$$

Если частоту колебания тарели клапана подобрать равной частоте колебания газа в трубопроводе, то расход через клапан будет максимальным, а длина трубопровода определится по формуле

$$l_{\text{опт}} = \frac{c}{\sqrt{\frac{y}{m}}} \arctg \frac{\left(\frac{V}{cF} + \frac{c\gamma F_{\text{кл}}}{yg}\right) \sqrt{\frac{y}{m}}}{\frac{V}{F} - \frac{\gamma F_{\text{кл}}}{mg} - 1}. \quad (6.80)$$

## 6.7. КОМПЕНСАТОРЫ

Изменение скорости течения жидкости в системе при импульсной работе двигателей, а также при включении и выключении агрегатов автоматики приводит к динамическому нагружению ее элементов, а резкое закрытие клапанов вызывает кратковременное ударное повышение давления, существенно превышающее номинальное, что может привести к разрушению элементов системы. Поэтому система должна проверяться на прочность и герметичность при гидравлическом ударе, а в случае необходимости должны быть приняты конструктивные меры для защиты системы.

Явления, происходящие в трубопроводах при ударе, довольно сложны (см. гл. 4) и для инженерной оценки используют обычно упрощенную модель. Принимается, что мгновенное закрытие канала задвижкой (сечение  $B$  на рис. 6.25) ведет к гашению транзитной скорости от величины  $V$  до нуля. При этом давление в сечении  $B$  возрастает от величины  $p$  до  $p_{уд}$ .

Воспользуемся законом сохранения количества движения. После возникновения удара через промежуток времени  $\Delta\tau$  прекратится транзитное движение жидкости и возрастает давление на участке  $\Delta L = c\Delta\tau$ . Здесь  $C$  — скорость распространения звука в жидкости.

В сечении  $A$  еще сохраняются первоначальные параметры потока, давление  $p$  и скорость  $V$ .

Величину проекции импульса сил можно найти из выражения

$$p_i = (p_{уд} - p) f \Delta\tau, \quad (6.81)$$

где  $f$  — площадь поперечного сечения трубопровода.

Примем, что в рассматриваемый момент на участке  $\Delta L$  жидкость неподвижна. Импульс силы, приложенной к задвижке, будет равен сумме количеств движения массы жидкости, находившейся до удара в объеме между сечениями  $A$  и  $B$ , а массы, дополнительно вошедшей туда за время удара вследствие деформации растяжения стенок трубы и сжатия жидкости:

$$(p_{уд} - p) f \Delta\tau = q + \Delta q = p f \Delta L V + \beta p f \Delta\tau (p_{уд} - p) V^2, \quad (6.82)$$

где  $\beta$  — коэффициент объемного сжатия жидкости при изменении давления.

Поскольку значения коэффициента  $\beta$  чрезвычайно малы, то последним слагаемым уравнения (6.82) при давлениях  $p \leq 2$  МН/м<sup>2</sup> пренебрегают.

Из выражения (6.82) легко получить формулу Н. Е. Жуковского для определения давления гидравлического удара

$$\Delta p_{уд} = p_{уд} - p = qV_c. \quad (6.83)$$

Выражение (6.83) справедливо для «мгновенного» закрытия трубопровода за время  $\tau_3$ , меньшее или равное периоду трубопровода.

Периодом трубопровода, как известно, называют время, необходимое для пробега ударной волной удвоенной длины трубопрово-

да, равной расстоянию от задвижки до источника расхода и обратно:

$$\tau_3 \leq \tau_n = \frac{2L}{c}. \quad (6.84)$$

Гидравлический удар для этого случая определяется полным гашением скорости движения жидкости. Такой удар называют полным или прямым. Повышение давления достигает при этом предельного значения на участке  $A - B$  (см. рис. 6.25), в котором встречаются прямая и отраженная волны.

Если время закрытия равно периоду трубопровода  $\tau_3 = \tau_n$ , то у задвижки давление удара достигает максимальной величины, в остальных сечениях увеличение давления меньше, а у источника давление падает до нуля. При более медленном перекрытии трубопровода  $\tau_3 > \tau_n$  ударное повышение давления определяется только частью скорости

$$\Delta V = V - V', \quad (6.85)$$

погашенной за время, равное периоду трубопровода. Здесь  $V$  — транзитная скорость течения жидкости в медленно перекрываемом трубопроводе в момент прихода к задвижке, отраженной от источника ударной волны. Ударная волна, отразившись от источника расхода, возвратится к задвижке раньше, чем трубопровод перекроется полностью. Ударное повышение давления в этом случае определится из выражения

$$\Delta p'_{y\lambda} = p'_{y\lambda} - p = \rho \Delta V c. \quad (6.86)$$

Если принять, что при закрытии трубопровода транзитная скорость жидкости уменьшается равномерно, то ее изменение можно подсчитать из выражения

$$\Delta V = V \frac{\tau_n}{\tau_3} = \frac{V}{\tau_3} \frac{2L}{c}. \quad (6.87)$$

Тогда

$$\Delta p_{y\lambda} = \rho V c \frac{\tau_n}{\tau_3} = \frac{2\rho L V}{\tau_3}. \quad (6.88)$$

Следовательно, при увеличении времени перекрытия  $\tau_3$  и уменьшении отношения  $\frac{\tau_n}{\tau_3}$  сила гидравлического удара падает. Увеличение длины  $L$  трубопровода при прочих постоянных ведет к увеличению силы удара.

В зависимости от программы работы, индивидуальных характеристик автоматики, длины и сочетания соединений подводящих трубопроводов отсечка подачи топлива может вызвать удары и колебания в системе, превышающие величину прямого удара в простой магистрали.

Реактивные системы относятся к разветвленным гидравлическим системам тупиковыми отводами, заканчивающимися перекрывными клапанами.

Гидравлический удар в тупиковом участке может быть вызван как перекрытием подводящего трубопровода с повышенным дав-

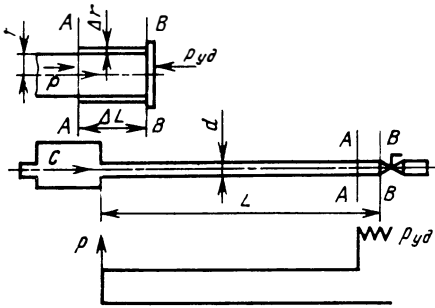


Рис. 6. 25. К расчету параметров потока при гидравлическом ударе

лением, так и соединением тупикового трубопровода, заполненного жидкостью, с источником высокого давления.

В связи с изложенным системы надо проверять на возможность возникновения гидравлического удара у наиболее удаленных клапанов, поскольку период  $\tau_n$  длинного тупикового трубопровода может оказаться соизмеримым со временем открытия или закрытия магистралей.

К тупиковым также относятся трубопроводы, присоединенные к контрольным приборам и автоматам управления. Ударное увеличение давления в них может вызвать ложное срабатывание или разрушение чувствительных элементов датчиков.

Из анализа уравнения (6. 88) следует, что величина гидравлического удара тем меньше, чем продолжительнее период гашения скорости жидкости  $\tau_3$ . Действительное время прекращения течения жидкости не всегда соответствует времени движения элемента клапана, перекрывающего поток.

В начальный период закрытия клапана расход через него почти не меняется (рис. 6. 25). Лишь после того, как абсолютное давление за клапаном приблизится к давлению, близкому к упругости паров, расход начнет падать. В рассматриваемом случае действительное перекрытие трубопровода происходит за оставшуюся часть суммарного времени срабатывания клапана, в среднем  $\tau_3' = (0,2 \div 0,5) \tau_3$ .

Уменьшение упругости паров жидкости увеличивает запаздывание действительной отсечки подачи топлива. Гидравлический удар следует рассчитывать с учетом действительного времени перекрытия потока с учетом механических и гидравлических характеристик клапана, а также упругости паров топлива.

Отрицательный эффект гидравлического удара может быть уменьшен с помощью демпферных и дроселирующих устройств. Они предназначены для быстрого отвода или рассеивания энергии удара. Делается это перепуском части жидкости из системы вонне, рассеиванием энергии при сжатии газа или за счет трения жидкости в дроселирующих и других устройствах. Такие устройства целесообразно устанавливать в непосредственной близости от защищаемого агрегата, присоединяя его к магистрали коротким трубопроводом возможно большего диаметра. Этим достигается понижение гидравлических и динамических потерь в отводе. Длинный

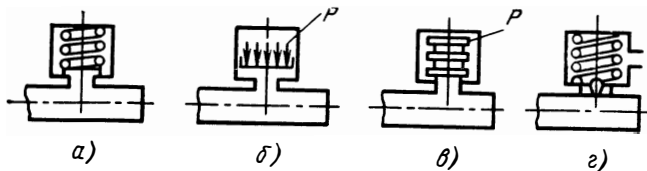


Рис. 6. 26. Схемы компенсаторов гидравлических ударов:

а—поршневой с пружиной; б—газовый с поршнем; в—газовый с сильфоном; г—перепускной клапан

отводящий канал совместно с демпфирующим устройством может образовать гидравлический колебательный контур, усиливающий силу удара.

Отвод малого диаметра препятствует своевременному прохождению ударной волны и практически отключает демпфирующее устройство. Количество энергии, поглощаемой компенсатором, тем больше, чем больше перемещение или деформация подвижного элемента; желательно, чтобы противодействие, оказываемое компенсатором во время цикла гашения волны, было постоянным или минимально необходимым.

В газовых компенсаторах (рис. 6. 26) начальное давление поддерживается немного большим максимального давления в магистрали. Объем газовой камеры компенсатора берут соответствующим объему жидкости, проходящей через магистраль за 1—3 с.

Поршневые компенсаторы выполняются как с пружинным, так и с газовым поглотителями энергии. Они применяются при затруднениях в создании разделительной подвижной перегородки между магистралью и компенсирующей полостью или пружиной. Поршневые компенсаторы из-за трения и инерции массы поршня срабатывают с некоторым отставанием и могут вызвать нежелательный колебательный процесс с амплитудой давления, большей силы гидравлического удара.

Компенсаторы с эластичной перегородкой, мембраной или сильфоном обладают лучшими эксплуатационными качествами, чем поршневые.

Перепускной клапан, отрегулированный с помощью затяжки пружины на давление, превышающее рабочее, перепускает из магистрали жидкость, уносящую с собой избыточную энергию удара.

Приведенная методика расчета величины гидравлического удара при разветвленных гидросистемах может оказаться довольно грубой. Тогда необходимо пользоваться точной методикой, изложенной в гл. 4. Упругие, демпфирующие и инерционные свойства компенсаторов в этом случае учитываются коэффициентами, полученными в разд. 3. 5.

## 6.8. КАМЕРЫ УПРАВЛЯЮЩИХ МИКРОДВИГАТЕЛЕЙ

Камеру микродвигателя можно рассматривать как элемент, обладающий массовой и тепловой емкостью, в котором на переходных режимах возможно накопление рабочего тела и тепла. Необ-

ходимо установить зависимость изменения давления и температуры рабочего тела в камере во времени в зависимости от подачи его в камеру.

Точное математическое описание явлений, протекающих в камере, связано с большими трудностями, что вызвано сложностью протекающих процессов. В связи с этим сделан ряд допущений, позволяющих упростить математические выкладки. Допустим, что поступившее в камеру топливо не постепенно превращается в конечные продукты реакции, а скачкообразно, но не сразу по поступлении, а через некоторый промежуток времени, в течение которого энергия не выделяется и объем топлива не изменяется. Время от момента впрыска топлива до мгновенного превращения его в продукты реакции называют временем запаздывания  $\tau_k$  и считают постоянным. Такое допущение позволяет рассматривать камеру как объем, наполненный газом, в котором в течение времени  $\tau_k$  в виде капель находится впрыснутое топливо [50].

Будем также считать продукты реакции топлива идеальным газом, температура, давление и газовая постоянная которого одинаковы как вдоль камеры, так и по радиусу.

Уравнение баланса массы в камере в каждый момент времени

$$\frac{dm_k}{d\tau} = G_{\text{пр}} - G_k, \quad (6.89)$$

где  $\frac{dm_k}{d\tau}$  — скорость накопления массы  $m_k$  газообразных продуктов реакции;  $G_{\text{пр}}$  — массовый приход газа в секунду;  $G_k$  — массовый расход газа в секунду.

Из уравнения состояния находим

$$m_k = \frac{p_k V_k}{R_k T_k}, \quad (6.90)$$

где  $p_k$  — давление в камере;  $p_k$ ,  $T_k$  — соответственно газовая постоянная и температура продуктов реакции;  $V_k$  — объем камеры.

Используя приведенные уравнения, получим

$$\frac{dm_k}{d\tau} = \frac{V_k}{R_k T_k} \frac{dp_k}{d\tau} - \frac{V_k}{(R_k T_k)^2} \frac{d(R_k T_k)}{d\tau} p_k. \quad (6.91)$$

В силу сделанного допущения о мгновенности сгорания топлива газоприход в момент  $\tau$  определяется количеством впрыснутого топлива через форсунки в момент  $\tau - \tau_k$ :  $G_{\text{пр}}(\tau) = G_{\text{сп}}(\tau - \tau_k)$  и соответственно  $k = k(\tau - \tau_k)$ .

Так как работоспособность продуктов реакции  $R_k T_k$  является функцией  $k$  и  $p_k$ , то получаем

$$\frac{d(R_k T_k)}{d\tau} = \frac{\partial(R_k T_k)}{\partial p_k} \frac{dp_k}{d\tau} + \frac{\partial(R_k T_k)}{\partial k} \frac{dk(\tau - \tau_k)}{d\tau}. \quad (6.92)$$

Расход газа из камеры определяется из известного соотношения газодинамики

$$G_k = A_n \frac{p_k F_{\text{кр}}}{R_k T_k}, \quad (6.93)$$

где  $A_n = \sqrt{n \left( \frac{2}{n+1} \right)^{\frac{n+1}{n-1}}}$  и  $n$  — показатель политропы расширения.

Так как для двухкомпонентного микродвигателя  $G = G_0 + G_r$ , то с учетом приведенных выражений, получаем уравнение камеры

$$\frac{V_k}{R_k T_k} \left[ 1 - \frac{1}{R_k T_k} \frac{\partial (R_k T_k)}{\partial p_k} p_k \right] \frac{dp_k}{d\tau} + \left[ \frac{A_n F_{кр}}{\sqrt{R_k T_k}} - \frac{V_k}{(R_k T_k)^2} \times \right. \\ \left. \times \frac{\partial (R_k T_k)}{\partial k} \frac{dk(\tau - \tau_k)}{d\tau} \right] p_k = G_0(\tau - \tau_k) + G_r(\tau - \tau_k). \quad (6.94)$$

Так как  $k = \frac{G_0}{G_r}$ , то

$$\frac{dk}{d\tau} = \frac{1}{G_r} \left( \frac{dG_0}{d\tau} - \frac{G_0}{G_r} \frac{dG_r}{d\tau} \right). \quad (6.95)$$

Полученные уравнения позволяют находить значение давления в камере  $p_k$  в любой момент времени при условии, что известны зависимости расходов компонентов от времени.

Для определения входящих в уравнение частных производных  $\frac{\partial (R_k T_k)}{\partial p_k}$  и  $\frac{\partial (R_k T_k)}{\partial k}$  необходимо знать зависимость  $R_k T_k = f(p_k k)$ , представляемую обычно серией кривых  $R_k T_k = \varphi(k)$  при фиксированных значениях  $p_k$  для данного топлива. Эти кривые можно аппроксимировать функциями типа

$$R_k T_k = \frac{1}{a_1(p_k) k^2 + a_2(p_k) k + a_3(k)}. \quad (6.96)$$

Так как коэффициенты  $a_1, a_2, a_3$  для многих пар компонентов слабо зависят от  $p_k$ , то их обычно принимают const. На практике в большинстве случаев принимают  $R_k T_k = \text{const}$ .

Для уравнения камеры

$$\frac{V_k}{R_k T_k} \frac{dp_k}{d\tau} + \frac{A_n F_{кр}}{\sqrt{R_k T_k}} p_k = G_0(\tau - \tau_k) + G_r(\tau - \tau_k). \quad (6.97)$$

Умножая обе части этого уравнения на отношение  $\frac{p_k}{G_k}$ , после преобразований получаем

$$\theta_k \frac{dp_k}{d\tau} + p_k = K [G_0(\tau - \tau_k) + G_r(\tau - \tau_k)], \quad (6.98)$$

где  $\theta_k = \frac{p_k V_k}{R_k G_k T_k}$  — постоянная камеры;  $K = \frac{\sqrt{R_k T_k}}{A_k T_{кр}}$  — коэффициент усиления по суммарному секунднему расходу компонентов топлива.

Постоянная  $\theta_k$  является одной из основных величин, характеризующих динамические процессы в камере.

Если ввести понятия характеристической (приведенной) длины

$$L^* = \frac{V_k}{F_{кр}} \quad (6.99)$$



и удельного импульса давления

$$\beta = \frac{p_k F_{кр}}{G_k}, \quad (6.100)$$

то получаем выражение 
$$\theta_k = \frac{\beta L^*}{R_k T_k}. \quad (6.101)$$

Если время запаздывания переменено, то уравнение баланса массы в камере имеет вид

$$\frac{dm_k}{d\tau} = \left(1 - \frac{d\tau_k}{d\tau}\right) [G_0(\tau - \tau_k) + G_r(\tau - \tau_k)] - G_k \quad (6.102)$$

и уравнение камеры при  $k = \text{const}$

$$\theta_k \frac{dp_k}{d\tau} + p_k = K \left(1 - \frac{d\tau_k}{d\tau}\right) [G_0(\tau - \tau_k) + G_r(\tau - \tau_k)]. \quad (6.103)$$

Параметром  $L^*$  пользуются также для оценки относительного периода задержки самовоспламенения топлив (тысячные доли секунды) и повышения давления в камере после воспламенения. Это время прямо пропорционально объему камеры  $V_k$  и обратно пропорционально площади критического сечения  $F_{кр}$ . В первом приближении можно считать, что каждые 25 мм приведенной длины создают задержку по времени около 0,1 мс при нарастании или падении давления в камере [77].

Таким образом, камера с приведенной длиной 25 мм в пределе будет иметь продолжительность импульса около 0,2 мс. При  $L^* < 6,25$  мм значительно ухудшаются экономические характеристики микродвигателя. Эффективность сгорания в камерах малого объема можно улучшить увеличением числа струек впрыскиваемого топлива, что обеспечивает более тонкий распыл и более однородное распределение и смешение компонентов топлива. Однако необходимое минимальное (около 12) количество струек (форсунок) в двигателях тягой менее 150 Н получить чрезвычайно трудно, так как это связано с весьма малыми размерами отверстий (из условий производства и эксплуатации диаметр отверстия должен быть не менее 0,25 мм), а также с весьма малым перепадом давления на форсунке, при котором не обеспечиваются требуемый распыл и устойчивость горения.

Одной из основных задач при исследовании динамических характеристик микродвигателей является определение величины и характера изменения импульса тяги в зависимости от длительности командного сигнала.

Рассмотрим динамику управляющего блока на примере газового микродвигателя, для чего напомним уравнения движения клапана и изменения параметров электропривода [61]:

$$k = iR_0 + \frac{d\psi}{d\tau}; \quad (6.104)$$

$$F_s = m \frac{d^2x}{d\tau^2} + F_c \left(x, \frac{dx}{d\tau}\right),$$

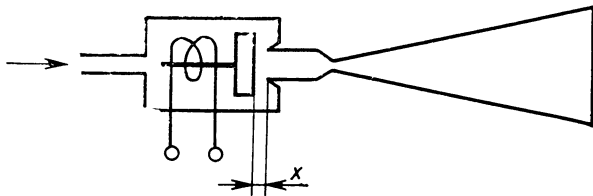


Рис. 6. 27. К расчету динамики газового микродвигателя:

$x$  — ход клапана

где  $\psi = iz$  — потокосцепление;  $F_c$  — сила сопротивления;  $m$  — масса якоря и движущихся частей.

Уравнения (6. 104) нелинейны и не имеют точного решения (даже если пренебречь силами сопротивления, магнитным рассеянием, насыщением стали магнитопровода, явлениями гистерезиса и т. д.), поэтому при определении величины импульса тяги в зависимости от длительности командного сигнала целесообразно использовать экспериментальные данные.

Рассмотрим формирование импульса тяги во времени. В момент времени  $\tau = \tau_0$  на электромагнит газореактивного двигателя подается командный сигнал в виде напряжения постоянного тока  $u = u_0$  длительностью  $\tau = \tau_c$ , при этом  $\tau_c > \tau_{cр}$  (см. рис. 1.18). В цепи электромагнита возникает ток  $i = i(\tau)$  и, следовательно, магнитный поток  $\Phi = \Phi(\tau)$ , под влиянием которого появляется втягивающее усилие  $F_э$ . По мере увеличения тока  $i$  увеличивается и усилие  $F_э$ , которое в момент времени  $\tau = \tau_1$  становится равным силам сопротивления.

На рис. 6. 27 приведена расчетная схема газореактивного микродвигателя.

В момент времени  $\tau > \tau_1$  якорь-клапан перемещается, открывает проходное сечение между клапаном и седлом, и газ под давлением  $p_k$  через сечение  $F_k$  поступает в полость камеры и истекает из нее через сопло.

Давление газа в камере газореактивного двигателя существенно зависит от режимов наполнения и опорожнения камеры и изменяется при пуске и останове двигателя от нуля до величины  $p_k$  и от величины  $p_k$  — до нуля.

Используя выражение для тяги и импульса тяги, находим выражение для единичного импульса тяги

$$I = \varphi_c k_T F_{кр} \sum_{i=0}^h \int_{\tau_i}^{\tau_{i+1}} p_{i+1}(\tau) d\tau, \quad (6. 105)$$

где  $\tau_i$ ,  $\tau_{i+1}$  — моменты времени, соответствующие двум соседним режимам наполнения — опорожнения камеры;  $p_{i+1}$  — давление газа в камере на участке времени  $\tau_i \div \tau_{i+1}$ ;  $h$  — количество участков с различными режимами наполнения — опорожнения.

Из выражения (6.105) видно, что для определения единичного импульса необходимо знать закон изменения давления  $p = p(\tau)$  на каждом участке  $\tau_i + \tau_{i+1}$ .

Для определения закона изменения давления необходимо знать закон изменения площади проходного сечения между клапаном и седлом по времени  $F_k = F_k(\tau)$  или изменение хода клапана по времени  $x = x(\tau)$ , так как

$$F_k = \pi d_{\text{кл}} x. \quad (6.106)$$

Задача упрощается, если имеется экспериментальная зависимость  $F_3 = F_3(x)$ . Используя экспериментальную зависимость, можно определить перемещение якоря-клапана, а следовательно, и площадь его проходного сечения в любой момент времени. Для определения аналитической зависимости  $x = x(\tau)$  рассмотрим силы  $F_3$  и  $F_c$ , действующие на якорь-клапан в процессе его движения. Втягивающая сила  $F_3$  находится в сложной зависимости от параметров  $\tau$ ,  $i$  и конструктивных параметров электромагнита. В первом приближении втягивающую силу  $F_3$  можно представить в виде линейной функции перемещения

$$F_3 = a_0 + a_1 x, \quad (6.107)$$

где  $a_0$ ,  $a_1$  — некоторые постоянные величины.

Силу сопротивления определяем из выражения

$$F_c = F_{\text{пр}} + F_{\text{тр}} + F_{\text{д}}, \quad (6.108)$$

где  $F_{\text{пр}}$  — усилие возвратной пружины;  $F_{\text{тр}}$  — сила трения;  $F_{\text{д}}$  — сила от перепада давления в клапане.

При расчете силы сопротивления принимаем следующие допущения:

— перекосы якоря-клапана отсутствуют благодаря выбору рационального соотношения его длины и диаметра, что исключает силы сухого трения;

— сила вязкого трения между газом и поверхностью якоря-клапана пренебрежимо мала по сравнению с усилием возвратной пружины;

— перепад давления на клапане мал по сравнению с величиной давления перед соплом благодаря выбору рациональной геометрии клапана.

С учетом принятых допущений можно записать, что

$$F_{\text{тр}} = F_{\text{д}} = 0. \quad (6.109)$$

Усилие возвратной пружины определяется из выражения

$$F_{\text{пр}} = F_0 + cx. \quad (6.110)$$

Подставляя выражения (6.107), (6.108), (6.109) и (6.110) в уравнение (6.104), находим

$$m \frac{d^2 x}{d\tau^2} + (c - a_1) x = a_0 - F_0. \quad (6.111)$$

Интегрируя уравнение (6.111), определяем время движения якоря-клапана

$$\tau = \tau_1 + \sqrt{\frac{m}{B}} \ln \frac{x + \frac{A}{B} + \sqrt{x^2 - 2\frac{A}{B}x}}{\frac{A}{B}}, \quad (6.112)$$

где  $A = a_0 - F_0 > 0$ ,  $B = a_1 - c > 0$ .

Преобразуя выражение (6.112), находим перемещение якоря-клапана

$$x = \frac{A}{B} \left\{ \operatorname{ch} \left[ \sqrt{\frac{B}{m}} (\tau - \tau_1) \right] - 1 \right\}. \quad (6.113)$$

Подставляя выражение (6.113) в уравнение (6.106), определяем закон изменения площади проходного сечения клапан — седло от времени

$$F_k = \pi d_{\text{кл}} \frac{A}{B} \left\{ \operatorname{ch} \left[ \sqrt{\frac{A}{B}} (\tau - \tau_1) \right] - 1 \right\}. \quad (6.114)$$

При определении закона изменения давления газа в камере двигателя принимаем следующие допущения:

— процесс истечения газа из сопла адиабатический в связи с малым временем истечения;

— параметры газа по сечению камеры одинаковы;

— давление и температура газа перед клапаном постоянны;

— изменение температуры газа в камере пренебрежимо мало.

При пуске и останове микродвигателя расходы газа через проходное сечение клапана и критическое сечение сопла не одинаковы, что ведет к изменению количества и давления газа в полости наполнения — опорожнения. Изменение количества газа в объеме  $V_k$  за время  $d\tau$  находим из выражения

$$dG = (G_1 - G_2) d\tau, \quad (6.115)$$

где  $G_1$  — мгновенный массовый расход газа, поступающего через клапан в камеру двигателя, кг/с;  $G_2$  — мгновенный массовый расход газа, вытекающего из камеры двигателя через сопло, кг/с.

Так как объем камеры двигателя не меняется:  $V_k = \text{const}$ , а теплоподводом к газу со стороны стенок можно пренебречь, то скорость изменения давления газа в камере может быть найдена из выражения [49]

$$\frac{dp}{d\tau} = \frac{k-1}{V_k} (i_1 G_1 - i_2 G_2), \quad (6.116)$$

где  $i_1$  — теплосодержание газа, поступающего в камеру;  $i_2$  — теплосодержание газа, вытекающего из камеры через сопло.

Подставив в уравнение (6.116) выражения для теплосодержаний  $i_1$  и  $i_2$  [49]

$$i_1 = k \frac{R_\tau T_1}{k-1}, \quad i_2 = k \frac{R_\tau T_2}{k-1}$$

и учитывая, что согласно принятому допущению  $T_1 \approx T_2 \approx T_K$ , после преобразований уравнения (6. 116) находим

$$\frac{dp}{d\tau} = k \frac{R_r T_K}{V_K} (G_1 - G_2). \quad (6. 117)$$

Уравнение (6. 117) описывает закон изменения давления в камере микродвигателя при пуске и останове. Значения расходов  $G_1$  и  $G_2$  зависят от режимов наполнения и опорожнения объема камеры  $V_K$ .

При докритическом режиме наполнения

$$p > p_K \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (6. 118)$$

и расход газа определяем из выражения

$$G_1 = \mu_K F_{кр} p_K \sqrt{\frac{2}{R_r T_K} \frac{k}{k-1} \left[ \left( \frac{p}{p_K} \right)^{\frac{2}{k}} \left( \frac{p}{p_K} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]}, \quad (6. 119)$$

где  $\mu_K$  — коэффициент расхода газа через клапан.

При надкритическом режиме наполнения

$$p \leq p_K \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (6. 120)$$

и расход газа определяем из выражения

$$G_1 = \mu_K E_K p_K \sqrt{\frac{k}{R_r T_K} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}. \quad (6. 121)$$

Опорожнение камеры двигателя всегда совершается в надкритическом режиме, так как истечение газа происходит в вакуум. Следовательно,

$$G_2 = \mu F_{кр} p \sqrt{\frac{k}{R_r T_K} \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}. \quad (6. 122)$$

Рассмотрим процесс изменения давления в камере в разные моменты времени. На рис. 6. 28 показано изменение давления в камере, начиная с момента подачи командного сигнала на обмотку электромагнитного привода клапана микродвигателя.

В период  $\tau_0 \leq \tau \leq \tau_1$  якорь-клапан не движется, следовательно,

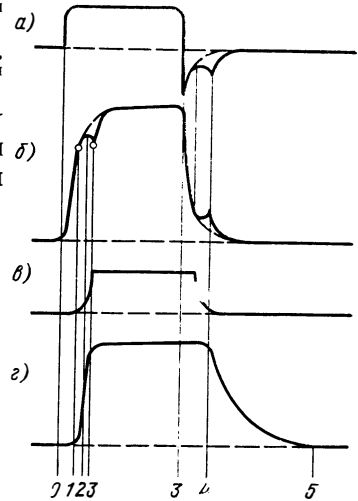
$$F_K = 0, \quad G_1 = 0, \quad G_2 = 0, \quad p_{01} = 0.$$

В период  $\tau_1 < \tau \leq \tau_2$  якорь-клапан начинает движение. Через сечение  $F_K$  происходит надкритическое наполнение, а через сечение  $F_{кр}$  — надкритическое опорожнение объема камеры  $V_K$ , при этом давление  $p$  в камере непрерывно увеличивается в интервале

$$0 < p \leq p_K \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

Рис. 6.28. График зависимости импульса давления в камере от длительности командного сигнала:

$a-u=u(\tau)$ ,  $b-i=i(\tau)$ ,  $в-x=x(\tau)$ ;  $z-p=p(\tau)$ ; 0, 1, 2, 3, 4, 5—границы участков с различным режимом наполнения — опорожнения камеры двигателя



Подставив выражения (6.121) и  $\delta$  (6.122) в уравнение (6.116), получим

$$\frac{dp}{d\tau} = \frac{k \sqrt{R_{\Gamma} T_k}}{V_k} \times \sqrt{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} (\mu_k F_k p_k - \mu_{кр} F_{кр} p)}$$

или, вводя обозначения

$$H = \frac{k \sqrt{R_{\Gamma} T_k}}{V_k} \sqrt{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \mu_{кр};$$

$$I = \frac{k \sqrt{R_{\Gamma} T_k}}{V_k} \sqrt{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} p_k \mu_k \pi d_{кл} \frac{A}{B}},$$

получим 
$$\frac{dp}{d\tau} + Hp = I \left\{ \operatorname{ch} \left[ \sqrt{\frac{B}{m}} (\tau - \tau_1) - 1 \right] \right\}. \quad (6.123)$$

Интегрируя уравнение (6.123), имеем

$$p_{12} = I \frac{H \operatorname{ch} \left[ \frac{B}{m} (\tau - \tau_1) \right] - \sqrt{\frac{B}{m}} \operatorname{ch} \left[ \sqrt{\frac{B}{m}} (\tau - \tau_1) \right] - H e^{-H(\tau - \tau_1)}}{H^2 - \frac{B}{m}} + \frac{I}{H} (e^{-H(\tau - \tau_1)} - 1). \quad (6.124)$$

Время  $\tau_2$ , при котором заканчивается этот режим наполнения — опорожнения, определяем подстановкой в выражение (6.124) значений параметров  $p = p_k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}$ ,  $\tau = \tau_2$ .

В период  $\tau_2 < \tau \leq \tau_3$  якорь-клапан продолжает двигаться и, упирясь в стоп электромагнита, полностью открывает проходное сечение клапана. Давление в камере продолжает непрерывно увеличиваться в интервале

$$p_k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} < p \leq p_k.$$

Этому периоду соответствует режим докритического наполнения через сечение  $F_k$  и надкритического опорожнения через сечение  $F_{кр}$ . Используя выражения (6.117), (6.119) и (6.122), находим

$$\frac{dp}{d\tau} = \frac{k \sqrt{R_r T_k}}{V_k} \left\{ \mu_k F_{kp} p_k \sqrt{2 \frac{k}{k-1} \left[ \left( \frac{p}{p_k} \right)^{\frac{2}{k}} - \left( \frac{p}{p_k} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} - \mu_k F_{kp} p \sqrt{k \left( \frac{2}{k-1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \right\}.$$

После линеаризации полученного уравнения и подстановки в него выражения (6.114) имеем

$$\frac{dp}{d\tau} + Mp = N \left\{ \operatorname{ch} \left[ \sqrt{\frac{B}{m}} (\tau - \tau_1) - 1 \right] \right\}, \quad (6.125)$$

где

$$M = \frac{k \sqrt{R_r T_k}}{V_k} \left\{ \sqrt{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \mu_k F_{kp} + \frac{\left[ 2 \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} - 1 \right] \mu_k \pi d_{кл} \frac{A}{B}}{\sqrt{2 \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \left[ 1 - \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \right]}} \times \right. \\ \left. \times \operatorname{ch} \left[ \sqrt{\frac{B}{m}} (\tau - \tau_1) - 1 \right] \right\}; \\ N = \frac{k \sqrt{R_r T_k}}{V_k} p_k \mu_k \pi d_{кл} \frac{A}{B} \cdot \frac{1}{\sqrt{2 \left( \frac{k-1}{2} \right)^{\frac{k}{k-1}} - 1}}.$$

Интегрируя уравнение (6.125), получим

$$p_{23} = p_k \exp \left\{ (Q - H) (\tau - \tau_2) - \frac{Q}{\sqrt{\frac{B}{m}}} \operatorname{sh} \left[ \sqrt{\frac{B}{m}} (\tau - \tau_1) \right] \right\} \times \\ \times \left\{ \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} + N \int_{\tau_2}^{\tau} \left\{ \operatorname{ch} \left[ \sqrt{\frac{B}{m}} (\tau - \tau_1) \right] - 1 \right\} \exp \left\{ (H - Q) (\tau - \tau_2) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{Q}{\sqrt{\frac{B}{m}}} \operatorname{sh} \left[ \sqrt{\frac{B}{m}} (\tau - \tau_1) \right] \right\} d\tau \right\}, \quad (6.126)$$

где

$$Q = \frac{\sqrt{R_r T_k}}{V_k} \frac{\left[ 2 \left( \frac{k}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} - 1 \right] \mu_k \pi d_{кл} \frac{A}{B}}{\sqrt{2 \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \left[ 1 - \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \right]}}.$$

Время  $\tau_3$ , при котором заканчивается этот режим наполнения —

опорожнения, определяем подстановкой в уравнение (6.126) значений параметров

$$p = p_k, \quad \tau = \tau_3.$$

В период времени  $\tau_3 < \tau \leq \tau_3'$  имеет место установившийся режим наполнения — опорожнения камеры, начинающийся с момента равенства расходов газа  $G_1 = G_2$ , при этом  $\frac{dp}{d\tau} = 0$  и  $p_{33}' = p_k$ .

В период  $\tau_3' < \tau < \tau_4$  также имеет место установившийся режим наполнения — опорожнения камеры двигателя, начинающийся с момента снятия командного сигнала и продолжающийся до момента времени  $\tau_4$  полного закрытия клапана. На этом участке имеем

$$G_1 = G_2, \quad \frac{dp}{d\tau} = 0, \quad p_{34}' = p_k.$$

В период  $\tau_4 < \tau \leq \tau_3$  происходит опорожнение камеры двигателя при полностью закрытом клапане в надкритическом режиме, т. е.  $F_k = 0, G_1 = 0$ .

Давление в камере на этом участке изменяется в интервале  $p_k \geq p > 0$ .

Из выражений (6.117) и (6.124) имеем

$$\frac{dp}{d\tau} + \frac{k \sqrt{R_\tau T_k}}{V_k} \sqrt{k \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} F_{кр} p = 0. \quad (6.126a)$$

Интегрируя уравнение (6.126), получим

$$p_{45} = p_k \exp[-H(\tau - \tau_4)]. \quad (6.127)$$

Подставляя выражения (6.124), (6.126) и (6.127) в уравнение (6.105), получим

$$I_{ед} = \varphi_c k_\tau p_k F_{кр} \left( \int_{\tau_1}^{\tau_2} \bar{p}_{12} d\tau + \int_{\tau_2}^{\tau_3} \bar{p}_{23} d\tau + \int_{\tau_4}^{\tau_5} \bar{p}_{45} d\tau + \tau_4 - \tau_3 \right), \quad (6.128)$$

где  $\bar{p} = \frac{p}{p_k}$  — относительное давление в камере.

Значения  $\bar{p}_{12}, \bar{p}_{23}, \bar{p}_{45}$  можно определить, используя выражения (6.125), (6.126) и (6.127).

Аналитическое выражение (6.128) даже с учетом принятых допущений имеет весьма громоздкий вид и непригодно для инженерной практики. Уравнение (6.128) можно решать на электронно-вычислительных машинах. Построенная в результате решения зависимость

$$p = p_k \bar{p}(\tau) \quad (6.129)$$

может быть использована для определения текущего значения тяги двигателя

$$R(\tau) = \varphi_c k_\tau p_k F_{кр} \bar{p}. \quad (6.130)$$



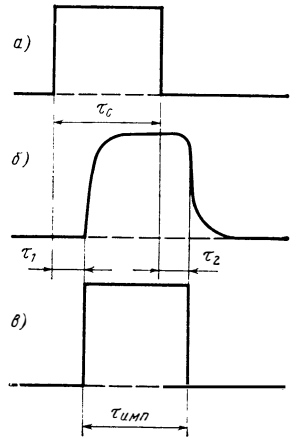
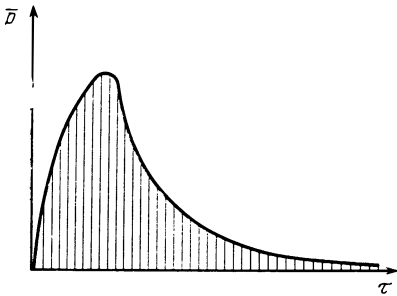


Рис. 6. 29. Изменение относительного давления в камере газореактивного двигателя при его пуске и останове

Рис. 6. 30. Временные диаграммы к расчету единичного импульса тяги:

*a*—командный сигнал  $u=u(\tau)$ ; *б*—реальный импульс  $R=R(\tau)$ ; *в*—расчетный импульс  $R^*=R(\tau)$

Из уравнений (6. 130) находим выражение для единичного импульса тяги двигателя

$$I_{e\tau} = \int_{\tau_1}^{\tau_3} R(\tau) d\tau = \varphi_c k_i p_K F_{кр} \int_{\tau_1}^{\tau_3} \bar{p} d\tau. \quad (6. 131)$$

Интеграл  $\int_{\tau_1}^{\tau_3} \bar{p} d\tau$  в уравнении (6. 131) представляет собой площадь под кривой изменения относительно давления в камере (рис. 6. 29).

Вычисление величины единичного импульса тяги по уравнению (6. 131) достаточно трудоемкая задача. Кроме того, для каждой новой конструкции двигателя это уравнение требуется решать заново. Ниже приводится приближенная, но простая инженерная методика определения единичного импульса тяги.

Формирование импульса тяги начинается после открытия клапана двигателя, следовательно,  $\tau_c > \tau_1$ .

Для гарантии полного открытия клапана, устойчивой работы двигателя и получения стабильной величины импульсов тяги необходимо, чтобы выполнялось неравенство  $\tau_c > \tau_{ср}$ .

На практике с достаточной точностью можно принять, что реальные импульсы, соответствующие минимальной длительности командного сигнала, отличаются от прямоугольных (идеализированных) не более чем на 1—5%, причем при увеличении длительности командного сигнала это различие уменьшается. С достаточной для практики точностью кривую изменения тяги газореактивного

микродвигателя можно заменить прямой, как это показано на рис. 6. 30. Расчетный импульс представляем в виде прямоугольника, сдвинутого по отношению к командному сигналу на время чистого запаздывания при включении двигателя  $\tau_1$ , а его длительность определяем из выражения

$$\tau_{\text{имп}} = \tau_c - \tau_1 + \tau_2. \quad (6. 132)$$

Используя уравнение тяги, запишем выражение для единичного импульса тяги в виде

$$I_{\text{ед}} = \varphi_c k_T p_K F_{\text{кр}} \tau_{\text{имп}}. \quad (6. 133)$$

Подставив в уравнение (6. 133) выражение (6. 132), получим

$$I_{\text{ед}} = \varphi_c k_T p_K F_{\text{кр}} (\tau_c - \tau_1 + \tau_2). \quad (6. 134)$$

Выражение (6. 134) устанавливает простую связь между длительностью командного сигнала  $\tau_c$ , с одной стороны, и величиной единичного импульса  $I_{\text{ед}}$  — с другой, учитывая одновременно временные характеристики электропривода клапана  $\tau_1$  и  $\tau_2$  и конструктивные параметры сопла микродвигателя  $\varphi_c$ ,  $k_T$ ,  $p_K$ ,  $F_{\text{кр}}$ , что весьма важно для проектирования и выбора системы управления космического летательного аппарата.

Учитывая, что стабильность отдельных импульсов тяги чрезвычайно важна, определим теперь возможные отклонения единичного импульса тяги от номинального значения. Из уравнения (6. 134) получим

$$\delta I_{\text{ед}} = \sqrt{(\delta \varphi_c)^2 + (\delta p_K)^2 + (\delta F_{\text{кр}})^2 + \left(\frac{\tau_c}{\tau_c + \tau_2 - \tau_1}\right)^2 (\delta \tau_c)^2 + \left(\frac{\tau_1}{\tau_c - \tau_1 + \tau_2}\right)^2 (\delta \tau_1)^2 + \left(\frac{\tau_2}{\tau_c - \tau_1 + \tau_2}\right)^2 (\delta \tau_2)^2}. \quad (6. 135)$$

1. **Абрамович Г. Н.** Прикладная газовая динамика. 3-е изд. — М.: Наука, 1969.— 824 с.
2. **Аксиально-поршневой регулируемый гидропривод/Под ред. В. Н. Прокофьева.** — М.: Машиностроение, 1969.— 496 с.
3. **Алексеев К. Б., Бебенин Г. Г.** Управление космическим летательным аппаратом. — М.: Машиностроение, 1969.— 547 с.
4. **Алемасов В. Е., Дрегалин А. Ф., Тишин А. П.** Теория ракетных двигателей. — М.: Машиностроение, 1969.— 547 с.
5. **Альтшуль А. Д.** Гидравлические потери на трение в трубопроводах. М.—Л.: Энергия, 1963.— 256 с.
6. **Андрющенко А. И.** Основы технической термодинамики реальных процессов. — М.: Высшая школа, 1975.— 264 с.
7. **Башта Т. М.** Гидропривод и гидропневмоавтоматика. — М.: Машиностроение, 1972.— 320 с.
8. **Белик Н. П.** К вопросу о внутрикамерной акустической неустойчивости реактивных двигателей. — Известия вузов. Авиационная техника, 1973, № 2, с. 24—29.
9. **Белик Н. П.** К расчету собственных частот колебания жидкости в сложных трубопроводах. — Известия вузов. Авиационная техника, 1965, № 2, с. 3—8.
10. **Белик Н. П.** О динамическом уравнении состояния с учетом объемных релаксационных процессов. Материалы XIII Всесоюзного совещания по гидравлической автоматике. Калуга, 1974, с. 36—38.
11. **Белик Н. П., Беляев Н. М., Шандоров Г. С.** Расчет процесса опорожнения газовой емкости. — Инженерно-физический журнал, 1964, № 9, с. 25—29.
12. **Белик Н. П., Беляев Н. М., Шандоров Г. С.** Расчет процесса опорожнения газовой емкости через отверстие переменного сечения. — В кн.: Гидроаэромеханика, 1965, № 1, с. 3—7.
13. **Белик Н. П., Зельдина Э. А.** К расчету гидравлического удара в трубопроводе с тупиком. — В кн.: Гидромеханика, Киев: Наукова думка, 1975.— с. 35—39.
14. **Белик Н. П., Зельдина Э. А.** К расчету частот свободных колебаний жидкости и газа в сложных трубопроводах с учетом вязкого трения. — Известия вузов: Авиационная техника, 1975, № 3, с. 132—134.
15. **Белик Н. П., Семенов В. А., Зельдина Э. А.** К расчету гидравлического удара в одностороннем сложном трубопроводе. — В кн.: Гидромеханика, № 23, Киев: — Наукова думка, 1973. — с. 77—83.
16. **Беляев Н. М.** Расчет параметров газа в емкости при опорожнении ее через газовый редуктор. Вопросы прочности и надежности разрушения механических статей: Сборник статей.— Днепропетровск, изд-во ДГУ, 1960. с. 274—279.
17. **Беляев Н. М.** Расчет процесса наполнения газовой емкости с учетом тепло- и массообмена. — Труды механико-математического факультета по заказам промышленности, вып. 1, Днепропетровск: изд. ДГУ, 1971.— с. 221—225.
18. **Беляев Н. М., Уваров Е. И.** Расчет и проектирование реактивных систем управления космических летательных аппаратов. — М.: Машиностроение, 1974.— 200 с.

19. **Бержерон Л.** От гидравлического удара в трубах до разряда в электрической сети. — М.: Машиностроение, 1969. — 348 с.
20. **Блохин В. И.** Критический обзор некоторых методов расчета гидравлического удара в простых и сложных трубопроводах с учетом и без учета сопротивлений. — Труды Новочеркасского инженерно-мелиоративного института, 1973, т. 15, вып. 5, с. 116—147.
21. **Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А.** Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. 2-е изд. — М.: Физматгиз, 1958. — 503 с.
22. **Браун, Иелсон.** Переходные характеристики гидравлических трубопроводов для входного сигнала в виде скачка с учетом эффектов вязкости, зависящей от частоты. — В кн.: Теоретические основы инженерных расчетов. — М.: Мир, 1965. — с. 215—238.
23. **Варгафтик Н. Б.** Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей, 2-е изд., — М.: Наука, 1972. — 720 с.
24. **Видякин Ю. А. и др.** Колебания и вибрации в поршневых компрессорах. — Л.: Машиностроение, 1972. — 224 с.
25. **Владимиров С. А., Красникова Р. Д.** Применение теории возмущений к исследованию свободных колебаний стержней. — В кн.: Экспериментальные исследования по прочности и надежности конструкций. Вып. 1. — Днепропетровск, 1972. — с. 93—101.
26. **Войткунский Я. И., Амфилохийев В. Б., Павловский В. А.** Уравнения движения жидкости с учетом ее релаксационных свойств. — Л.: Труды ЛКИ, 1970, вып. LXIX, с. 19—26.
27. **Вуд, Франк.** Использование теории пограничного слоя для анализа потерь на трение в случае неустановившегося турбулентного течения. — В кн.: Теоретические основы инженерных расчетов. — М.: Мир, 1970, № 4, с. 170—179.
28. **Гинзбург И. П., Гриб А. А.** Гидравлический удар реальных жидкостей в сложных трубопроводах. — Вестник ЛГУ, серия математики, физики и химии, 1954, № 8, с. 107—128.
29. **Гладких П. А., Хачатурян С. А.** Вибрации в трубопроводах и методы их устранения. — М.: Машгиз, 1959. — 243 с.
30. **Гриздуб Ю. Н.** К исследованию переменного движения жидкости в многоузловых гидравлических системах машин и автоматических устройств. — Изв. АН СССР/Автоматика и телемеханика, 1952, № 1, с. 25—60.
31. **Гришин С. Д., Лесков Л. В., Козлов Н. П.** Электрические ракетные двигатели. — М.: Машиностроение, 1975. — 270 с.
32. **Дейч М. Е., Филиппов Г. А.** Газодинамика двухфазных сред. — М.: Энергия, 1968. — 423 с.
33. **Дикаревский В. С.** Исследование гидравлических ударов в трубопроводах с учетом потерь энергии. Сб. трудов ЛИИЖТ, вып. 321, 1971, с. 3—55.
34. **Жуковский Н. Е.** Избранные сочинения, т. 2. — М.: Гостехиздат, 1948. — 422 с.
35. **Камке Э.** Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. — М.: Наука, 1971. — 220 с.
36. **Картвелишвили Н. А.** Современное состояние гидравлической теории нестационарных потоков по работам в СССР. — Изв. АН СССР/Механика и машиностроение, 1961, № 3, с. 207—216.
37. **Китайгородский А. И.** Введение в физику. — М.: Наука, 1973. — 688 с.
38. **Колесников К. С.** Продольные колебания ракеты с жидкостным ракетным двигателем. — М.: Машиностроение, 1971. — 260 с.
39. **Колесников К. С., Самойлов Е. А., Рыбак С. А.** Динамика топливных систем ЖРД. — М.: Машиностроение, 1975. — 169 с.
40. **Каргу Л. И.** Системы угловой стабилизации космических аппаратов. — М.: Машиностроение, 1973. — 173 с.
41. **Коченов И. С., Кузнецов Ю. Н.** Нестационарные течения в трубах. — В кн.: Тепло- и массоперенос. — Минск.: Наука и техника, 1965. — с. 306—314.
42. **Кривошеин Б. И. и др.** Некоторые математические модели нестационарного течения газа в магистральных трубопроводах. — Изв. АН СССР/Энергетика и транспорт, 1974, № 6, с. 112—120.

43. **Крылов Ю. В.** Исследование гидравлического удара в разветвленной системе трубопроводов операционным методом. — В кн.: Некоторые задачи гидродинамики. — М.: Оборонгиз, 1969. — 120 с.
44. **Кутателадзе С. С.** Основы теории теплообмена. — М.— Л.: Машгиз, 1962. — 659 с.
45. **Ленский А. Н., Лобода В. М.** О погрешности замены распределенных параметров системы дискретными. Динамика металлургических машин. Институт черной металлургии. Сб. XXXI, 1969.
46. **Луныкина Т. Б.** Влияние трения на ординату прямого гидравлического удара. Труды Тб. ИЖГ, вып. XXXI, Тбилиси, 1957, с. 73—81.
47. **Лыков А. В.** Теория теплопроводности. — М.: Высшая школа, 1967. — 599 с.
48. **Малкин О. А.** Релаксационные процессы в газе. — М.: Атомиздат, 1971 — 199 с.
49. **Мамонтов М. А.** Некоторые случаи течения газа по трубам, насадкам и проточным сосудам. — М.: Гостехиздат, 1951. — 527 с.
50. **Махин В. А., Присняков В. Ф., Белик Н. П.** Динамика жидкостных ракетных двигателей. — М.: Машгиз, 1959. — 384 с.
51. **Механика в СССР за 50 лет.** — М.: Наука, 1970, т. II. — с. 328—329.
52. **Натанзон М. С.** Кинетическая модель кавитационных колебаний в насосах. — Изв. АН СССР/Энергетика и транспорт, 1975, № 6, с. 112—121.
53. **Петрова Ф. П.** Собственная частота колебаний давления газа в разветвленных системах трубопроводов поршневых компрессоров. — М.: Машиностроение, 1967. — с. 89—107.
54. **Платонов А. Г.** К определению спектра частот колебаний газа в системах, включающих кожухообразный трубчатый холодильник. — В кн.: Вибрация технологических трубопроводов на нефтехимических предприятиях. ЦНИИТЭ нефтехим, 1967, с. 90—97.
55. **Попов Д. Н.** О потерях напора в трубопроводе при неустановившемся движении жидкости. Вестник машиностроения, № 6, 1969, с. 19—20.
56. **Праздников А. В.** Гидропривод в металлургии. — М.: Металлургия, 1973. — 336 с.
57. **Руденко О. В., Соляян С. И.** Теоретические основы нелинейной акустики, М.: Наука, 1975. — 287 с.
58. **Свойства газов, жидкостей и растворов.** — В кн.: Физическая акустика/ Под редакцией У. Мезона, т. II, ч. А.— М.: Мир, 1968. — 420 с.
59. **Сивченко Н. А.** О некоторых факторах, влияющих на прочность рабочих жидкостей гидросистем. Гидравлические машины и гидропривод. Изд. Техника, вып. 1, 1965. — с. 110—119.
60. **Сивченко Н. А., Вовк Г. П.** К вопросу о кавитации в насосах гидравлических систем.— В кн.: Гидравлические машины и гидропривод. Изд. Техника, вып. 1, 1965, — с. 120—129.
61. **Тер-Акопов А. К.** Динамика быстродействующих электромагнитов. — М.: Энергия, 1965. — 168 с.
62. **Уолли Г.** Однорменные двухфазные течения. — М.: Мир, 1972. — 440 с.
63. **Франк, Вуд.** Частотные характеристики гидравлических трубопроводов при турбулентном течении. В кн.: Технические основы инженерных расчетов, Мир, 1974. № 4, с. 158—162.
64. **Чарный И. А.** Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах.— М.: Недра, 1975. — 224 с.
65. **Чугреев Л. И.** Метод моделирования механической системы с распределенными параметрами. — В кн.: Нелинейные колебания и переходные процессы в машинах, М.: Наука, 1972. — с. 269—274.
66. **Шмуглаков Л. С.** Зависимость кавитационного коэффициента гидротурбин от содержания растворенного в воде воздуха. Энергомашиностроение, 1956, № 5, с. 11—14.
67. **Astronautics and Aeronautics, V, vol. 9, No. 4. Aviation Week and Space Technology, 1971, 8/III, vol. 94, No. 10.**
68. **Bell L. R.** Long Life Reaction Control System. «Engines and Valves», AIAA, 1970, No. 70—603.

69. **Quittard J.** Tugaux sonores cylindriques — Amortissement Acustica, N 1. 1973, p. 260—266.
70. **Daily J. W., Harew W. L., Olive K. W., Tordan J. M.** Resistance coefficients for accelerated and decelerated flow through smooth tubes and orifices. Trans. ASME, vol. 78, 1956, N 2, p. 101—107.
71. **Design** aspects of subliming solid reaction control systems. AIAA Paper, 1968, No. 516.
72. **Ellion M. E.** Development of the Survey or Propulsion System. «J. Spacecraft and Rockets», 1967, vol. 4, No. 3.
73. **Feldman K. T.** Ir. Review of the Literature on the Rijke Thermoacoustic Phenomenon. J. of Sound Vibration Jan. 1968.
74. **Rohmann C. P. and Crogan E. C.** On the Dynamics of Pneumatic Transmission Lines. Transactions of the ASME, May, 1957, p. 15—31.
75. **Crant A. F., Lee D. H.** Evolution of the Small Rocket Engine. AIAA, Paper, No. 67—982.
76. **Harper A. D.** High-Thrust Throttleable Monopropellant Engine System, J. Spacecraft and Rockets, 1970, vol. 7, No. 4.
77. **Journal of Spacecraft and Rockets**, 1971, vol. 8, No. 2.
78. **Kepsten R. D., Waller E. F.** Predictions of Surge Pressures in oil Pipeline «Journal of Pipeline Division, American Society of Civil Engineers. Vol. 83, paper No. 1195, March, 1957, 22 p.
79. **Kohen E.** The small engines, 1971, The 9th International Symposium on Space Technology and Science, Tokyo, 1971.
80. **Lighthill M. J.** The response of laminar skin friction and heat transfer to fluctuations in the stream velocity. Proc. Roy. Soc. A. 224, 1 (1954).
81. **Moberg D. S.** The R-4D: A multi-application rocket engine for spacecraft reaction control. The 8th International Symposium on Space Technology and Science, Tokyo, 1969.
82. **Morrisey D., Maybee D.** Development of the Titan III Transtage ACS Hydrazine Monopropellant Rocket Engine Modules. AIAA Paper, No. 69—422.
83. **Mouretzen G.** Gold Gas Rocket Propulsion. J. Astronaut. Sci., 1971, 1971, vol. 19, No 1.
84. **H. H., Moorman D. W.** Lunar Orbiter velocity control System «J. Spacecraft and Rockets», 1968, vol. 5, No. 2.
85. **Smith W. W., Nyberg D. C., Wilson W. W., Hood J. F.** Development and design Aspects of a 5-pound Thrust RCS Rocket Engine Module, AIAA Paper, 1970, No. 654.
86. **Sondhauss C.** Über die schallschwingungen der Luft in erhitzten Glassrohren und in gedekten Pfeifen von ungleicher Weite, Poggendorff Annalen der Physik und Chemic. Ud. 79, Feb., 1850.
87. **Vayhan C. A.** Appolo reaction control systems. AIAA Paper, No. 68—566.
88. **Yodis C. W.** Engines for manned Spacecraft. AIAA, No. 18—567.

|  |  |
|--|--|
| Предисловие . . . . .  |  |
| <b>Глава 1. Общие сведения об управлении движением космических летательных аппаратов . . . . .</b>                           |  |
| 1.1. Способы управления движением космического аппарата в пространстве . . . . .   |  |
| 1.2. Управление угловым движением космического аппарата с помощью реактивных сопел . . . . .                                 |  |
| 1.3. Стабилизация космического аппарата вращением . . . . .  |  |
| 1.4. Классификация, область применения и требования предъявляемые к реактивным системам . . . . .                            |  |
| 1.5. Динамические характеристики микродвигателей . . . . .   |  |
| <b>Глава 2. Принципиальные схемы и особенности конструкции реактивных систем . . . . .</b>                                   |  |
| 2.1. Газореактивные системы . . . . .  |  |
| 2.2. Жидкостно-реактивные системы на однокомпонентном топливе . . . . .  |  |
| 2.3. Жидкостно-реактивные системы на двухкомпонентном топливе . . . . .  |  |
| 2.4. Твердотопливные реактивные системы . . . . .  |  |
| 2.5. Электрореактивные системы . . . . .   |  |
| <b>Глава 3. Математическая модель неустановившегося движения жидкости и газа в трубопроводах реактивных систем . . . . .</b> |  |
| 3.1. Постановка задачи . . . . .   |  |
| 3.2. Динамическое уравнение состояния . . . . .  |  |
| 3.3. Диссипация энергии при неустановившемся движении жидкости и газа в трубах . . . . .                                     |  |
| 3.4. Математическая модель движения жидкости и газа в сложных трубопроводах . . . . .  |  |
| <b>Глава 4. Динамические процессы в системах питания жидкостных микродвигателей . . . . .</b>                                |  |
| 4.1. Постановка задачи . . . . .   |  |
| 4.2. Свободные колебания топлива в системах питания . . . . .  |  |
| 4.3. Установившиеся периодические колебания топлива в системах питания микродвигателей . . . . .                             |  |
| 4.4. Гидравлический удар в системах питания микродвигателей . . . . .  |  |
| 4.5. Пульсации давления в системах питания микродвигателей КЛА . . . . .   |  |
| <b>Глава 5. Нестационарные процессы в пневмосистемах реактивных органов управления . . . . .</b>                             |  |
| 5.1. Постановка задачи . . . . .   |  |

|  | <i>Стр.</i> |
|--|-------------|
| 5.2. Расчет параметров газа в емкости при ее опорожнении . . .                                 | 165         |
| 5.3. Расчет параметров газа в емкости при опорожнении ее через газо-<br>вый редуктор . . . . . | 172         |
| 5.4. Неустановившееся движение газа в трубопроводах пневмосистемы                              | 175         |
| <b>Глава 6. Элементы автоматики реактивных систем . . . . .</b>                                | <b>183</b>  |
| 6.1. Общие сведения . . . . .  | 183         |
| 6.2. Регуляторы давления . . . . .   | 188         |
| 6.3. Пневмогидроклапаны . . . . .  | 195         |
| 6.4. Электроклапаны . . . . .  | 200         |
| 6.5. Пироклапаны . . . . .   | 202         |
| 6.6. Предохранительные клапаны . . . . .   | 204         |
| 6.7. Компенсаторы . . . . .  | 210         |
| 6.8. Камеры управляющих микродвигателей . . . . .  | 213         |
| <b>Список литературы . . . . .</b>   | <b>226</b>  |



ИБ № 1742

*Николай Михайлович Беляев, Николай Петрович Белик,  
Евгений Ильич Уваров*

**РЕАКТИВНЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ  
ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**

Редактор *С. И. Виноградская*

Переплет художника *Е. В. Бекетова*

Технический редактор *Т. С. Старых*

Корректор *Л. Е. Хохлова*

Сдано в набор 24.11.78

Подписано в печать 21.02.79

Т-01084

Формат 60×90<sup>1/16</sup>

Бумага типографская № 1

Гарнитура литературная

Печать высокая

Усл. печ. л. 14,5

Уч.-изд. л. 15,8

Тираж 3000 экз.

Заказ 1526

Цена 1 р. 20 к.

Издательство «Машиностроение», 107885, Москва, ГСП-6, 1-й Басманный пер., д. 3

Московская типография № 8 Союзполиграфпрома  
при Государственном комитете СССР  
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.  
Хохловский пер., 7.

