

# Vierstellige Logarithmen- und Zahlentafeln

zusammengestellt von

Prof. Dr. H. Semiller und Dr. A. Semiller

Ausgabe B

Dritte Auflage



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH 1938

# Vierstellige Logarithmen- und Zahlentafeln

zusammengestellt von

**Prof. Dr. Hermann Semiller** und **Dr. Adolf Semiller**

Ausgabe B

Mit mathematischer Formelsammlung

Dritte Auflage



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1938

ISBN 978-3-662-40714-1      ISBN 978-3-662-41196-4 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-662-41196-4  
Softcover reprint of the hardcover 3rd edition 1938

## Aus dem Vorwort zur ersten u. zweiten Auflage.

Die Tafeln suchen den zeitgemäßen Forderungen zu entsprechen:

1. Die Auswahl der Tafeln ist so getroffen, daß außer den üblichen Haupttafeln solche Tafeln aufgenommen wurden, die beim Schulunterricht als praktische Rechenhilfsmittel in Frage kommen. Die neu aufgestellte Tafel „Reduktion eines Gasvolumens“ soll dem Schüler im physikalischen und chemischen Unterricht langwierige Rechenarbeit ersparen.

2. Die äußere Anordnung der Tafeln ist mit Hilfe der Randausschnitte mit aufgedruckter Inhaltsangabe bequem kenntlich gemacht; diese sollen dem Schüler rasches Aufschlagen der zu benutzenden Tafel ermöglichen.

3. Für die innere Einrichtung der Tafeln waren folgende Gesichtspunkte entscheidend:

a) Ziffern und Gliederung des Satzes: Zur Schonung der Augen, selbst bei länger andauernder Benutzung, sind alle Ziffern groß und gut leserlich gehalten und Trennungstriche möglichst durch breite Lücken zwischen den Vertikalspalten ersetzt.

b) Anordnung der Zahlen: Zur leichteren gedächtnismäßigen Einprägung der Zahlenfolge stehen zwei aufeinanderfolgende Zahlen immer in einer Horizontalreihe (Zeilentafeln). Das Format der Tafeln ist so groß gewählt, daß die Werte und Logarithmen einer jeden trigonometrischen Funktion für alle Winkel gerade zwei Seiten ausfüllen. Damit ist bei gegebenem Winkel in jeder dieser Tafeln dem Schüler der Ort bekannt, an dem er die zugehörigen Zahlen stets findet.

Die für das praktische Rechnen besonders wertvollen Tafeln VII und VIII (Quadrat- und Kubikzahlen) sind in ihrer Anordnung einheitlich gestaltet.

c) Einteilung der Winkel: Die Angabe der Werte und der Logarithmen der trigonometrischen Funktionen von  $10'$  zu  $10'$  wurde der Teilung in  $\frac{1^0}{10}$  vorgezogen, um mit Beibehaltung möglichst großer Ziffern und der vollständigen Kennzifferangabe die Breite des Tafelformats nicht unhandlich werden zu lassen.

Zu der Frage „Einteilung der Winkel“ hat auch die letzte in Kiel stattgefundene math.-physikalische Unterrichtswoche Stellung genommen und sich für die in der Technik übliche — unseren Tafeln zugrundeliegende — Einteilung der Winkelgrade in Minuten ausgesprochen.

d) Beispiele: Diese sind jeder Tabelle beigefügt. Sie sollen dem Schüler die Einführung in den Tafelgebrauch erleichtern.

e) Genauigkeit: Für die Logarithmen der trigonometrischen Funktionen von Winkeln zwischen  $0^0$  und  $5^0$  und  $85^0$  und  $90^0$  ist zur Erreichung einer größeren Genauigkeit eine besondere Tabelle aufgestellt.

4. Die in den astronomischen, geographischen, physikalischen und chemischen Tabellen gegebenen Zahlen sind die Werte des heutigen Standes. Alle astronomischen Angaben sind auf Weltzeit bezogen. Die Werte für die Deklination der Sonne — auf  $1'$  genau — und Zeitgleichung sind für die Jahre 1911 bis 1940 — in der dritten Auflage von 1921 bis 1950 — angegeben, um die Lösung von Aufgaben aus der Himmelskunde für vergangene, wie auch kommende Daten dem Schüler zu ermöglichen.

Die Zahl der Angaben über physikalische und chemische Konstanten ist beschränkt, weil diese sich wohl in allen Fachbüchern finden.

Da die Benutzung einer mathematischen Formelsammlung bei den Klassenarbeiten vielerseits gestattet wird, enthält Ausgabe B dieses Hilfsmittel als Anhang.

Wir danken dem Verlag, daß er unserem Wunsche, auf klaren Druck und übersichtlichen Satz besondere Sorgfalt zu verwenden und die Tafeln mit haltbarem Papier, dauerhaftem Leineneinband und starker Heftung auszustatten, entsprochen hat.

Frankfurt a. M. und Berlin.

H. Semiller. A. Semiller.

## Vorwort zur dritten Auflage.

Die Neuauflage hat gegen die vorhergehende keine wesentlichen Änderungen erfahren; es sind nur die Werte der physikalischen und chemischen Konstanten dem heutigen Stand der Wissenschaft entsprechend angegeben und übersichtlichere Anordnungen der Formelsammlung an einigen Stellen getroffen worden.

Frankfurt a. M. Ende 1937.

H. Semiller.

## Inhaltsverzeichnis.

Tafel	A. Logarithmenwerte.	Seite
I	log 1 bis log 1109 . . . . .	5
II	Logarithmen der Funktionen sin und cos . . . . .	7
III	Logarithmen der Funktionen tang und cotg . . . . .	9
IV	a) log sin 0° bis log sin 5°, log tang 0° bis log tang 5° . . . . .	10
	log cos 85° bis log cos 90°, log cotg 85° bis log cotg 90° . . . . .	10
	b) Werte und Logarithmen von Vielfachen von $\pi$ . . . . .	10
V	a) Logarithmen der Zinsfaktoren . . . . .	11
	b) Natürliche Logarithmen . . . . .	11
	c) log $v_0$ . . . . .	11
B. Zahlenwerte.		
VI	Quadratzahlen und Quadratwurzeln . . . . .	13
VII	Kubikzahlen und Kubikwurzeln . . . . .	15
VIII	Werte der Funktionen sin und cos . . . . .	17
IX	Werte der Funktionen tang und cotg . . . . .	19
X	Wertetafel für $\frac{1000}{n}, 2\pi n, \pi n^2, \frac{\pi n}{180}$ . . . . .	20
XI	Lebensversicherungstafel . . . . .	21
XII	Astronomische Angaben . . . . .	22
XIII	Geographische Konstanten . . . . .	23
XIV	Physikalische und chemische Konstanten . . . . .	24
C. Anhang.		
	Mathematische Formelsammlung . . . . .	25—32

Dez.-  
Teile

### Dezimalteile des Grades als Minuten:

Grad	0,00 <sup>0</sup>	0,01 <sup>0</sup>	0,02 <sup>0</sup>	0,03 <sup>0</sup>	0,04 <sup>0</sup>	0,05 <sup>0</sup>	0,06 <sup>0</sup>	0,07 <sup>0</sup>	0,08 <sup>0</sup>	0,09 <sup>0</sup>
0	0,0'	0,6'	1,2'	1,8'	2,4'	3,0'	3,6'	4,2'	4,8'	5,4'
0,1	6,0'	6,6'	7,2'	7,8'	8,4'	9,0'	9,6'	10,2'	10,8'	11,4'
0,2	12,0'	12,6'	13,2'	13,8'	14,4'	15,0'	15,6'	16,2'	16,8'	17,4'
0,3	18,0'	18,6'	19,2'	19,8'	20,4'	21,0'	21,6'	22,2'	22,8'	23,4'
0,4	24,0'	24,6'	25,2'	25,8'	26,4'	27,0'	27,6'	28,2'	28,8'	29,4'
0,5	30,0'	30,6'	31,2'	31,8'	32,4'	33,0'	33,6'	34,2'	34,8'	35,4'
0,6	36,0'	36,6'	37,2'	37,8'	38,4'	39,0'	39,6'	40,2'	40,8'	41,4'
0,7	42,0'	42,6'	43,2'	43,8'	44,4'	45,0'	45,6'	46,2'	46,8'	47,4'
0,8	48,0'	48,6'	49,2'	49,8'	50,4'	51,0'	51,6'	52,2'	52,8'	53,4'
0,9	54,0'	54,6'	55,2'	55,8'	56,4'	57,0'	57,6'	58,2'	58,8'	59,4'
Grad	0,00 <sup>0</sup>	0,01 <sup>0</sup>	0,02 <sup>0</sup>	0,03 <sup>0</sup>	0,04 <sup>0</sup>	0,05 <sup>0</sup>	0,06 <sup>0</sup>	0,07 <sup>0</sup>	0,08 <sup>0</sup>	0,09 <sup>0</sup>

Beispiel:  $69,67^0 = 69^0 40,2'$ .

Alle Rechte vorbehalten.

Tafel I.

Vierziffrige Mantissen

log n

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

$$\pi = 3,1416; \log \pi = 0,4971.$$

der dekadischen Logarithmen.

Tafel I.

N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996
100	00000	00043	00087	00130	00173	00217	00260	00303	00346	00389
101	00432	00475	00518	00561	00604	00647	00689	00732	00775	00817
102	00860	00903	00945	00988	01030	01072	01115	01157	01199	01242
103	01284	01326	01368	01410	01452	01494	01536	01578	01620	01662
104	01703	01745	01787	01828	01870	01912	01953	01995	02036	02078
105	02119	02160	02202	02243	02284	02325	02366	02407	02449	02490
106	02531	02572	02612	02653	02694	02735	02776	02816	02857	02898
107	02938	02979	03019	03060	03100	03141	03181	03222	03262	03302
108	03342	03383	03423	03463	03503	03543	03583	03623	03663	03703
109	03743	03782	03822	03862	03902	03941	03981	04021	04060	04100
110	04139	04179	04218	04258	04297	04336	04376	04415	04454	04493
N.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

log n

$M = 0,4343; \log M = 0,6378 - 1.$

Tafel II. ←———— log sin 0° bis log sin 45°.

log  
sin

Grad	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
0	— ∞	7,4637	7,7648	7,9408	8,0658	8,1627	8,2419	89
1	8,2419	8,3088	8,3668	8,4179	8,4637	8,5050	8,5428	88
2	8,5428	8,5776	8,6097	8,6397	8,6677	8,6940	8,7188	87
3	8,7188	8,7423	8,7645	8,7857	8,8059	8,8251	8,8436	86
4	8,8436	8,8613	8,8783	8,8946	8,9104	8,9256	8,9403	85
5	8,9403	8,9545	8,9682	8,9816	8,9945	9,0070	9,0192	84
6	9,0192	9,0311	9,0426	9,0539	9,0648	9,0755	9,0859	83
7	9,0859	9,0961	9,1060	9,1157	9,1252	9,1345	9,1436	82
8	9,1436	9,1525	9,1612	9,1697	9,1781	9,1863	9,1943	81
9	9,1943	9,2022	9,2100	9,2176	9,2251	9,2324	9,2397	80
10	9,2397	9,2468	9,2538	9,2606	9,2674	9,2740	9,2806	79
11	9,2806	9,2870	9,2934	9,2997	9,3058	9,3119	9,3179	78
12	9,3179	9,3238	9,3296	9,3353	9,3410	9,3466	9,3521	77
13	9,3521	9,3575	9,3629	9,3682	9,3734	9,3786	9,3837	76
14	9,3837	9,3887	9,3937	9,3986	9,4035	9,4083	9,4130	75
15	9,4130	9,4177	9,4223	9,4269	9,4314	9,4359	9,4403	74
16	9,4403	9,4447	9,4491	9,4533	9,4576	9,4618	9,4659	73
17	9,4659	9,4700	9,4741	9,4781	9,4821	9,4861	9,4900	72
18	9,4900	9,4939	9,4977	9,5015	9,5052	9,5090	9,5126	71
19	9,5126	9,5163	9,5199	9,5235	9,5270	9,5306	9,5341	70
20	9,5341	9,5375	9,5409	9,5443	9,5477	9,5510	9,5543	69
21	9,5543	9,5576	9,5609	9,5641	9,5673	9,5704	9,5736	68
22	9,5736	9,5767	9,5798	9,5828	9,5859	9,5889	9,5919	67
23	9,5919	9,5948	9,5978	9,6007	9,6036	9,6065	9,6093	66
24	9,6093	9,6121	9,6149	9,6177	9,6205	9,6232	9,6259	65
25	9,6259	9,6286	9,6313	9,6340	9,6366	9,6392	9,6418	64
26	9,6418	9,6444	9,6470	9,6495	9,6521	9,6546	9,6570	63
27	9,6570	9,6595	9,6620	9,6644	9,6668	9,6692	9,6716	62
28	9,6716	9,6740	9,6763	9,6787	9,6810	9,6833	9,6856	61
29	9,6856	9,6878	9,6901	9,6923	9,6946	9,6968	9,6990	60
30	9,6990	9,7012	9,7033	9,7055	9,7076	9,7097	9,7118	59
31	9,7118	9,7139	9,7160	9,7181	9,7201	9,7222	9,7242	58
32	9,7242	9,7262	9,7282	9,7302	9,7322	9,7342	9,7361	57
33	9,7361	9,7380	9,7400	9,7419	9,7438	9,7457	9,7476	56
34	9,7476	9,7494	9,7513	9,7531	9,7550	9,7568	9,7586	55
35	9,7586	9,7604	9,7622	9,7640	9,7657	9,7675	9,7692	54
36	9,7692	9,7710	9,7727	9,7744	9,7761	9,7778	9,7795	53
37	9,7795	9,7811	9,7828	9,7844	9,7861	9,7877	9,7893	52
38	9,7893	9,7910	9,7926	9,7941	9,7957	9,7973	9,7989	51
39	9,7989	9,8004	9,8020	9,8035	9,8050	9,8066	9,8081	50
40	9,8081	9,8096	9,8111	9,8125	9,8140	9,8155	9,8169	49
41	9,8169	9,8184	9,8198	9,8213	9,8227	9,8241	9,8255	48
42	9,8255	9,8269	9,8283	9,8297	9,8311	9,8324	9,8338	47
43	9,8338	9,8351	9,8365	9,8378	9,8391	9,8405	9,8418	46
44	9,8418	9,8431	9,8444	9,8457	9,8469	9,8482	9,8495	45
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	Grad

log cos 45° bis log cos 90°. —————→

Sämtlichen Logarithmen

Beispiele: 1)  $\log \sin 40^\circ 37' = 9,8125 + \frac{15 \cdot 7}{10} \cdot \frac{1}{10000} - 10 = 9,8136 - 10.$

2)  $9,7187 - 10 = \log \sin 31^\circ \left( 30 + \frac{10 \cdot 6}{20} \right)' = \log \sin 31^\circ 33'.$



← log sin 45° bis log sin 90°.

Tafel II.

Grad	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
45	9,8495	9,8507	9,8520	9,8532	9,8545	9,8557	9,8569	44
46	9,8569	9,8582	9,8594	9,8606	9,8618	9,8629	9,8641	43
47	9,8641	9,8653	9,8665	9,8676	9,8688	9,8699	9,8711	42
48	9,8711	9,8722	9,8733	9,8745	9,8756	9,8767	9,8778	41
49	9,8778	9,8789	9,8800	9,8810	9,8821	9,8832	9,8843	40
50	9,8843	9,8853	9,8864	9,8874	9,8884	9,8895	9,8905	39
51	9,8905	9,8915	9,8925	9,8935	9,8945	9,8955	9,8965	38
52	9,8965	9,8975	9,8985	9,8995	9,9004	9,9014	9,9023	37
53	9,9023	9,9033	9,9042	9,9052	9,9061	9,9070	9,9080	36
54	9,9080	9,9089	9,9098	9,9107	9,9116	9,9125	9,9134	35
55	9,9134	9,9142	9,9151	9,9160	9,9169	9,9177	9,9186	34
56	9,9186	9,9194	9,9203	9,9211	9,9219	9,9228	9,9236	33
57	9,9236	9,9244	9,9252	9,9260	9,9268	9,9276	9,9284	32
58	9,9284	9,9292	9,9300	9,9308	9,9315	9,9323	9,9331	31
59	9,9331	9,9338	9,9346	9,9353	9,9361	9,9368	9,9375	30
60	9,9375	9,9383	9,9390	9,9397	9,9404	9,9411	9,9418	29
61	9,9418	9,9425	9,9432	9,9439	9,9446	9,9453	9,9459	28
62	9,9459	9,9466	9,9473	9,9479	9,9486	9,9492	9,9499	27
63	9,9499	9,9505	9,9512	9,9518	9,9524	9,9530	9,9537	26
64	9,9537	9,9543	9,9549	9,9555	9,9561	9,9567	9,9573	25
65	9,9573	9,9579	9,9584	9,9590	9,9596	9,9602	9,9607	24
66	9,9607	9,9613	9,9618	9,9624	9,9629	9,9635	9,9640	23
67	9,9640	9,9646	9,9651	9,9656	9,9661	9,9667	9,9672	22
68	9,9672	9,9677	9,9682	9,9687	9,9692	9,9697	9,9702	21
69	9,9702	9,9706	9,9711	9,9716	9,9721	9,9725	9,9730	20
70	9,9730	9,9734	9,9739	9,9743	9,9748	9,9752	9,9757	19
71	9,9757	9,9761	9,9765	9,9770	9,9774	9,9778	9,9782	18
72	9,9782	9,9786	9,9790	9,9794	9,9798	9,9802	9,9806	17
73	9,9806	9,9810	9,9814	9,9817	9,9821	9,9825	9,9828	16
74	9,9828	9,9832	9,9836	9,9839	9,9843	9,9846	9,9849	15
75	9,9849	9,9853	9,9856	9,9859	9,9863	9,9866	9,9869	14
76	9,9869	9,9872	9,9875	9,9878	9,9881	9,9884	9,9887	13
77	9,9887	9,9890	9,9893	9,9896	9,9899	9,9901	9,9904	12
78	9,9904	9,9907	9,9909	9,9912	9,9914	9,9917	9,9919	11
79	9,9919	9,9922	9,9924	9,9927	9,9929	9,9931	9,9934	10
80	9,9934	9,9936	9,9938	9,9940	9,9942	9,9944	9,9946	9
81	9,9946	9,9948	9,9950	9,9952	9,9954	9,9956	9,9958	8
82	9,9958	9,9959	9,9961	9,9963	9,9964	9,9966	9,9968	7
83	9,9968	9,9969	9,9971	9,9972	9,9973	9,9975	9,9976	6
84	9,9976	9,9977	9,9979	9,9980	9,9981	9,9982	9,9983	5
85	9,9983	9,9985	9,9986	9,9987	9,9988	9,9989	9,9989	4
86	9,9989	9,9990	9,9991	9,9992	9,9993	9,9993	9,9994	3
87	9,9994	9,9995	9,9995	9,9996	9,9996	9,9997	9,9997	2
88	9,9997	9,9998	9,9998	9,9999	9,9999	9,9999	9,9999	1
89	9,9999	10,0000	10,0000	10,0000	10,0000	10,0000	10,0000	0
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	Grad

log  
sin

log cos 0° bis log cos 45°.

ist — 10 anzuhängen.

Beispiele: 1)  $\log \cos 39^\circ 42' = 9,8864 - \frac{11 \cdot 2}{10} \cdot \frac{1}{10000} - 10 = 9,8862 - 10$ .

2)  $9,8524 - 10 = \log \cos 44^\circ \left( 30 + \frac{10 \cdot 8}{12} \right)' = \log \cos 44^\circ 37'$ .

Tafel III. ←———— log tang 0° bis log tang 45°

log  
tang

Grad	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
0	— ∞	7,4637	7,7648	7,9409	8,0658	8,1627	8,2419	89
1	8,2419	8,3089	8,3669	8,4181	8,4638	8,5053	8,5431	88
2	8,5431	8,5779	8,6101	8,6401	8,6682	8,6945	8,7194	87
3	8,7194	8,7429	8,7652	8,7865	8,8067	8,8261	8,8446	86
4	8,8446	8,8624	8,8795	8,8960	8,9118	8,9272	8,9420	85
5	8,9420	8,9563	8,9701	8,9836	8,9966	9,0093	9,0216	84
6	9,0216	9,0336	9,0453	9,0567	9,0678	9,0786	9,0891	83
7	9,0891	9,0995	9,1096	9,1194	9,1291	9,1385	9,1478	82
8	9,1478	9,1568	9,1658	9,1745	9,1831	9,1915	9,1997	81
9	9,1997	9,2078	9,2158	9,2236	9,2313	9,2389	9,2463	80
10	9,2463	9,2536	9,2609	9,2680	9,2750	9,2819	9,2887	79
11	9,2887	9,2953	9,3020	9,3085	9,3149	9,3212	9,3275	78
12	9,3275	9,3336	9,3397	9,3458	9,3517	9,3576	9,3634	77
13	9,3634	9,3691	9,3748	9,3804	9,3859	9,3914	9,3968	76
14	9,3968	9,4021	9,4074	9,4127	9,4178	9,4230	9,4281	75
15	9,4281	9,4331	9,4381	9,4430	9,4479	9,4527	9,4575	74
16	9,4575	9,4622	9,4669	9,4716	9,4762	9,4808	9,4853	73
17	9,4853	9,4898	9,4943	9,4987	9,5031	9,5075	9,5118	72
18	9,5118	9,5161	9,5203	9,5245	9,5287	9,5329	9,5370	71
19	9,5370	9,5411	9,5451	9,5491	9,5531	9,5571	9,5611	70
20	9,5611	9,5650	9,5689	9,5727	9,5766	9,5804	9,5842	69
21	9,5842	9,5879	9,5917	9,5954	9,5991	9,6028	9,6064	68
22	9,6064	9,6100	9,6136	9,6172	9,6208	9,6243	9,6279	67
23	9,6279	9,6314	9,6348	9,6383	9,6417	9,6452	9,6486	66
24	9,6486	9,6520	9,6553	9,6587	9,6620	9,6654	9,6687	65
25	9,6687	9,6720	9,6752	9,6785	9,6817	9,6850	9,6882	64
26	9,6882	9,6914	9,6946	9,6977	9,7009	9,7040	9,7072	63
27	9,7072	9,7103	9,7134	9,7165	9,7196	9,7226	9,7257	62
28	9,7257	9,7287	9,7317	9,7348	9,7378	9,7408	9,7438	61
29	9,7438	9,7467	9,7497	9,7526	9,7556	9,7585	9,7614	60
30	9,7614	9,7644	9,7673	9,7701	9,7730	9,7759	9,7788	59
31	9,7788	9,7816	9,7845	9,7873	9,7902	9,7930	9,7958	58
32	9,7958	9,7986	9,8014	9,8042	9,8070	9,8097	9,8125	57
33	9,8125	9,8153	9,8180	9,8208	9,8235	9,8263	9,8290	56
34	9,8290	9,8317	9,8344	9,8371	9,8398	9,8425	9,8452	55
35	9,8452	9,8479	9,8506	9,8533	9,8559	9,8586	9,8613	54
36	9,8613	9,8639	9,8666	9,8692	9,8718	9,8745	9,8771	53
37	9,8771	9,8797	9,8824	9,8850	9,8876	9,8902	9,8928	52
38	9,8928	9,8954	9,8980	9,9006	9,9032	9,9058	9,9084	51
39	9,9084	9,9110	9,9135	9,9161	9,9187	9,9212	9,9238	50
40	9,9238	9,9264	9,9289	9,9315	9,9341	9,9366	9,9392	49
41	9,9392	9,9417	9,9443	9,9468	9,9494	9,9519	9,9544	48
42	9,9544	9,9570	9,9595	9,9621	9,9646	9,9671	9,9697	47
43	9,9697	9,9722	9,9747	9,9772	9,9798	9,9823	9,9848	46
44	9,9848	9,9874	9,9899	9,9924	9,9949	9,9975	10,0000	45
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	Grad

log cotg 45° bis log cotg 90°. —————→

Sämtlichen Logarithmen

Beispiele: 1)  $\log \text{ tang } 27^{\circ} 38' = 9,7165 + \frac{31 \cdot 8}{10} \cdot \frac{1}{10000} - 10 = 9,7190 - 10.$

2)  $9,9043 - 10 = \log \text{ tang } 38^{\circ} \left( 40 + \frac{10 \cdot 11}{26} \right)' = \log \text{ tang } 38^{\circ} 44'.$

Grad	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
45	10,0000	10,0025	10,0051	10,0076	10,0101	10,0126	10,0152	44
46	10,0152	10,0177	10,0202	10,0228	10,0253	10,0278	10,0303	43
47	10,0303	10,0329	10,0354	10,0379	10,0405	10,0430	10,0456	42
48	10,0456	10,0481	10,0506	10,0532	10,0557	10,0583	10,0608	41
49	10,0608	10,0634	10,0659	10,0685	10,0711	10,0736	10,0762	40
50	10,0762	10,0788	10,0813	10,0839	10,0865	10,0890	10,0916	39
51	10,0916	10,0942	10,0968	10,0994	10,1020	10,1046	10,1072	38
52	10,1072	10,1098	10,1124	10,1150	10,1176	10,1203	10,1229	37
53	10,1229	10,1255	10,1282	10,1308	10,1334	10,1361	10,1387	36
54	10,1387	10,1414	10,1441	10,1467	10,1494	10,1521	10,1548	35
55	10,1548	10,1575	10,1602	10,1629	10,1656	10,1683	10,1710	34
56	10,1710	10,1737	10,1765	10,1792	10,1820	10,1847	10,1875	33
57	10,1875	10,1903	10,1930	10,1958	10,1986	10,2014	10,2042	32
58	10,2042	10,2070	10,2098	10,2127	10,2155	10,2184	10,2212	31
59	10,2212	10,2241	10,2270	10,2299	10,2327	10,2356	10,2386	30
60	10,2386	10,2415	10,2444	10,2474	10,2503	10,2533	10,2562	29
61	10,2562	10,2592	10,2622	10,2652	10,2683	10,2713	10,2743	28
62	10,2743	10,2774	10,2804	10,2835	10,2866	10,2897	10,2928	27
63	10,2928	10,2960	10,2991	10,3023	10,3054	10,3086	10,3118	26
64	10,3118	10,3150	10,3183	10,3215	10,3248	10,3280	10,3313	25
65	10,3313	10,3346	10,3380	10,3413	10,3447	10,3480	10,3514	24
66	10,3514	10,3548	10,3583	10,3617	10,3652	10,3686	10,3721	23
67	10,3721	10,3757	10,3792	10,3828	10,3864	10,3900	10,3936	22
68	10,3936	10,3972	10,4009	10,4046	10,4083	10,4121	10,4158	21
69	10,4158	10,4196	10,4234	10,4273	10,4311	10,4350	10,4389	20
70	10,4389	10,4429	10,4469	10,4509	10,4549	10,4589	10,4630	19
71	10,4630	10,4671	10,4713	10,4755	10,4797	10,4839	10,4882	18
72	10,4882	10,4925	10,4969	10,5013	10,5057	10,5102	10,5147	17
73	10,5147	10,5192	10,5238	10,5284	10,5331	10,5378	10,5425	16
74	10,5425	10,5473	10,5521	10,5570	10,5619	10,5669	10,5719	15
75	10,5719	10,5770	10,5822	10,5873	10,5926	10,5979	10,6032	14
76	10,6032	10,6086	10,6141	10,6196	10,6252	10,6309	10,6366	13
77	10,6366	10,6424	10,6483	10,6542	10,6603	10,6664	10,6725	12
78	10,6725	10,6788	10,6851	10,6915	10,6980	10,7047	10,7113	11
79	10,7113	10,7181	10,7250	10,7320	10,7391	10,7464	10,7537	10
80	10,7537	10,7611	10,7687	10,7764	10,7842	10,7922	10,8003	9
81	10,8003	10,8085	10,8169	10,8255	10,8342	10,8431	10,8522	8
82	10,8522	10,8615	10,8709	10,8806	10,8904	10,9005	10,9109	7
83	10,9109	10,9214	10,9322	10,9433	10,9547	10,9664	10,9784	6
84	10,9784	10,9907	11,0034	11,0164	11,0299	11,0437	11,0580	5
85	11,0580	11,0728	11,0882	11,1040	11,1205	11,1376	11,1554	4
86	11,1554	11,1739	11,1933	11,2135	11,2348	11,2571	11,2806	3
87	11,2806	11,3055	11,3318	11,3599	11,3899	11,4221	11,4569	2
88	11,4569	11,4947	11,5362	11,5819	11,6331	11,6911	11,7581	1
89	11,7581	11,8373	11,9342	12,0591	12,2352	12,5363	∞	0
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	Grad

log tang

log cotg 0° bis log cotg 45°.

ist —10 anzuhängen.

Beispiele: 1)  $\log \cotg 43^\circ 44' = 10,0202 - \frac{25 \cdot 4}{10} \cdot \frac{1}{10000} = 10 = 10,0192 = 10.$

2)  $10,1966 - 10 = \log \cotg 32^\circ \left( 20 + \frac{10 \cdot 20}{28} \right)' = \log \cotg 32^\circ 27'.$

Tafel IVa.

←  $\log \sin 0^\circ \text{ bis } \log \sin 5^\circ; \log \operatorname{tang} \alpha = \log \sin \alpha + \frac{t}{10000}$

Zinsf.

Grad	Min.	0'	2'	4'	6'	8'	10'		t	
0	0	— ∞	6,7648	7,0658	7,2419	7,3668	7,4637	50	0	
	10	7,4637	7,5429	7,6099	7,6678	7,7190	7,7648	40	0	
	20	7,7648	7,8061	7,8439	7,8787	7,9109	7,9408	30	0	
	30	7,9408	7,9689	7,9952	8,0200	8,0435	8,0658	20	0	
	40	8,0658	8,0870	8,1072	8,1265	8,1450	8,1627	10	0	
	50	8,1627	8,1797	8,1961	8,2119	8,2271	8,2419	0	89	
1	0	8,2419	8,2561	8,2699	8,2832	8,2962	8,3088	50	1	
	10	8,3088	8,3210	8,3329	8,3445	8,3558	8,3668	40	1	
	20	8,3668	8,3775	8,3880	8,3982	8,4082	8,4179	30	1	
	30	8,4179	8,4275	8,4368	8,4459	8,4549	8,4637	20	2	
	40	8,4637	8,4723	8,4807	8,4890	8,4971	8,5050	10	2	
	50	8,5050	8,5129	8,5206	8,5281	8,5355	8,5428	0	88	
2	0	8,5428	8,5500	8,5571	8,5640	8,5708	8,5776	50	3	
	10	8,5776	8,5842	8,5907	8,5972	8,6035	8,6097	40	3	
	20	8,6097	8,6159	8,6220	8,6279	8,6339	8,6397	30	4	
	30	8,6397	8,6454	8,6511	8,6567	8,6622	8,6677	20	4	
	40	8,6677	8,6731	8,6784	8,6837	8,6889	8,6940	10	5	
	50	8,6940	8,6991	8,7041	8,7090	8,7140	8,7188	0	87	
3	0	8,7188	8,7236	8,7283	8,7330	8,7377	8,7423	50	6	
	10	8,7423	8,7468	8,7513	8,7557	8,7602	8,7645	40	7	
	20	8,7645	8,7688	8,7731	8,7773	8,7815	8,7857	30	8	
	30	8,7857	8,7898	8,7939	8,7979	8,8019	8,8059	20	8	
	40	8,8059	8,8098	8,8137	8,8175	8,8213	8,8251	10	9	
	50	8,8251	8,8289	8,8326	8,8363	8,8400	8,8436	0	86	
4	0	8,8436	8,8472	8,8508	8,8543	8,8578	8,8613	50	11	
	10	8,8613	8,8647	8,8682	8,8716	8,8749	8,8783	40	12	
	20	8,8783	8,8816	8,8849	8,8882	8,8914	8,8946	30	13	
	30	8,8946	8,8978	8,9010	8,9042	8,9073	8,9104	20	14	
	40	8,9104	8,9135	8,9166	8,9196	8,9226	8,9256	10	15	
	50	8,9256	8,9286	8,9315	8,9345	8,9374	8,9403	0	85	
		10'	8'	6'	4'	2'	0'	Min.	Grad	t

$\log \operatorname{cotg} \alpha = \log \cos \alpha + \frac{t}{10000}; \log \cos 85^\circ \text{ bis } \log \cos 90^\circ.$  →

Sämtlichen Logarithmen ist — 10 anzuhängen.

Beispiele: 1)  $\log \sin 2^\circ 41' = 8,6677 + \frac{54}{2} \cdot \frac{1}{10000} - 10 = 8,6704 - 10.$

2)  $\log \operatorname{tang} 2^\circ 41' = 8,6704 + \frac{5}{10000} - 10 = 8,6709 - 10.$

3)  $\log \cos 88^\circ 35' = 8,3982 - \frac{102}{2} \cdot \frac{1}{10000} - 10 = 8,3931 - 10.$

4)  $\log \operatorname{cotg} 88^\circ 35' = 8,3931 + \frac{1}{10000} - 10 = 8,3932 - 10.$

IVb. Werte und Logarithmen von Vielfachen von  $\pi$ .

n	log n	n	log n	n	log n
$\pi = 3,1416$	0,4971	$4\pi : 3 = 4,1888$	0,6221	$\pi^2 = 9,8696$	0,9943
$2\pi = 6,2832$	0,7982	$\pi : 4 = 0,7854$	0,8951—1	$1 : \pi^2 = 0,1013$	0,0057—1
$4\pi = 12,566$	1,0992	$\pi : 6 = 0,5236$	0,7190—1	$\sqrt{\pi} = 1,7725$	0,2486
$\pi : 2 = 1,5708$	0,1961	$1 : \pi = 0,3183$	0,5029—1	$1 : \sqrt{\pi} = 0,5642$	0,7514—1
$\pi : 3 = 1,0472$	0,0200	$1 : 2\pi = 0,1592$	0,2018—1	$\sqrt[3]{\pi} = 1,4646$	0,1657

**Tafel V.**

**a) Fünfstellige Logarithmen der Zinsfaktoren:**

p	$\log\left(1 + \frac{p}{100}\right)$	p	$\log\left(1 + \frac{p}{100}\right)$	p	$\log\left(1 + \frac{p}{100}\right)$	p	$\log\left(1 + \frac{p}{100}\right)$
—	—	3,00	0,01284	6,00	0,02531	9,00	0,03743
0,25	0,00108	3,25	0,01389	6,25	0,02633	9,25	0,03842
0,33..	0,00145	3,33..	0,01424	6,33..	0,02667	9,33..	0,03875
0,50	0,00217	3,50	0,01494	6,50	0,02735	9,50	0,03941
0,66..	0,00289	3,66..	0,01564	6,66..	0,02803	9,66..	0,04007
0,75	0,00325	3,75	0,01599	6,75	0,02837	9,75	0,04040
1,00	0,00432	4,00	0,01703	7,00	0,02938	10,00	0,04139
1,25	0,00540	4,25	0,01808	7,25	0,03040	10,25	0,04238
1,33..	0,00575	4,33..	0,01842	7,33..	0,03073	10,33..	0,04271
1,50	0,00647	4,50	0,01912	7,50	0,03141	10,50	0,04336
1,66..	0,00718	4,66..	0,01981	7,66..	0,03208	10,66..	0,04402
1,75	0,00753	4,75	0,02015	7,75	0,03242	10,75	0,04434
2,00	0,00860	5,00	0,02119	8,00	0,03342	11,00	0,04532
2,25	0,00966	5,25	0,02222	8,25	0,03443	11,25	0,04630
2,33..	0,01002	5,33..	0,02257	8,33..	0,03476	11,33..	0,04663
2,50	0,01072	5,50	0,02325	8,50	0,03543	11,50	0,04727
2,66..	0,01143	5,66..	0,02394	8,66..	0,03610	11,66..	0,04792
2,75	0,01178	5,75	0,02428	8,75	0,03643	11,75	0,04825
3,00	0,01284	6,00	0,02531	9,00	0,03743	12,00	0,04922

**b) Natürliche Logarithmen der Zahlen 1 bis 15:**

$$e = 2,7183; M = \log e = \frac{1}{\ln 10} = 0,4343; \frac{1}{M} = \ln 10 = 2,3026.$$

$$\log z = M \cdot \ln z; \ln z = \frac{1}{M} \cdot \log z.$$

**Zinsf.**

z	ln z	z	ln z	z	ln z	z	ln z	z	ln z
1	0,0000	4	1,3863	7	1,9459	10	2,3026	13	2,5649
2	0,6931	5	1,6094	8	2,0794	11	2,3979	14	2,6391
3	1,0986	6	1,7918	9	2,1972	12	2,4849	15	2,7081

Beispiel:  $\ln 0,4 = \ln 4 - \ln 10 = 1,3863 - 2,3026 = 0,0837 - 1.$

**c) Reduktion des Gasvolumens  $v = 1$  ccm auf  $0^\circ \text{C}$  u. 760 mm.**

$$\text{Bestimmung von } \log v_0 = \log \frac{1}{1 + \alpha t} \cdot \frac{p}{760} = \log 1 - \frac{273}{t + 273} \cdot \frac{p}{760}.$$

mm	$17^\circ$	$18^\circ$	$19^\circ$	$20^\circ$	$21^\circ$	$22^\circ$	$23^\circ$	$24^\circ$
740	0,9622	0,9607	0,9592	0,9577	0,9562	0,9548	0,9533	0,9518
742	0,9634	0,9619	0,9604	0,9589	0,9574	0,9559	0,9545	0,9530
744	0,9645	0,9630	0,9615	0,9601	0,9586	0,9571	0,9556	0,9542
746	0,9657	0,9642	0,9627	0,9612	0,9597	0,9583	0,9568	0,9553
748	0,9669	0,9654	0,9639	0,9624	0,9609	0,9594	0,9580	0,9565
750	0,9680	0,9665	0,9650	0,9635	0,9621	0,9606	0,9591	0,9576
752	0,9692	0,9677	0,9662	0,9647	0,9632	0,9617	0,9603	0,9588
754	0,9703	0,9688	0,9673	0,9659	0,9644	0,9629	0,9614	0,9600
756	0,9715	0,9700	0,9685	0,9670	0,9655	0,9640	0,9626	0,9611
758	0,9726	0,9711	0,9696	0,9682	0,9667	0,9652	0,9637	0,9623
760	0,9738	0,9723	0,9708	0,9693	0,9678	0,9663	0,9649	0,9634
762	0,9749	0,9734	0,9719	0,9704	0,9690	0,9675	0,9660	0,9645

Sämtlichen Logarithmen ist  $-1$  anzuhängen.

Beispiel:  $t = 18, p = 758, v' = 27,9$  ccm;  $\log v'_0 = \log 27,9 + 0,9711 - 1 = 1,4167.$

Tafel VI.

## Quadratzahlen.

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,0	1,000	1,020	1,040	1,061	1,082	1,103	1,124	1,145	1,166	1,188
1,1	1,210	1,232	1,254	1,277	1,300	1,323	1,346	1,369	1,392	1,416
1,2	1,440	1,464	1,488	1,513	1,538	1,563	1,588	1,613	1,638	1,664
1,3	1,690	1,716	1,742	1,769	1,796	1,823	1,850	1,877	1,904	1,932
1,4	1,960	1,988	2,016	2,045	2,074	2,103	2,132	2,161	2,190	2,220
1,5	2,250	2,280	2,310	2,341	2,372	2,403	2,434	2,465	2,496	2,528
1,6	2,560	2,592	2,624	2,657	2,690	2,723	2,756	2,789	2,822	2,856
1,7	2,890	2,924	2,958	2,993	3,028	3,063	3,098	3,133	3,168	3,204
1,8	3,240	3,276	3,312	3,349	3,386	3,423	3,460	3,497	3,534	3,572
1,9	3,610	3,648	3,686	3,725	3,764	3,803	3,842	3,881	3,920	3,960
2,0	4,000	4,040	4,080	4,121	4,162	4,203	4,244	4,285	4,326	4,368
2,1	4,410	4,452	4,494	4,537	4,580	4,623	4,666	4,709	4,752	4,796
2,2	4,840	4,884	4,928	4,973	5,018	5,063	5,108	5,153	5,198	5,244
2,3	5,290	5,336	5,382	5,429	5,476	5,523	5,570	5,617	5,664	5,712
2,4	5,760	5,808	5,856	5,905	5,954	6,003	6,052	6,101	6,150	6,200
2,5	6,250	6,300	6,350	6,401	6,452	6,503	6,554	6,605	6,656	6,708
2,6	6,760	6,812	6,864	6,917	6,970	7,023	7,076	7,129	7,182	7,236
2,7	7,290	7,344	7,398	7,453	7,508	7,563	7,618	7,673	7,728	7,784
2,8	7,840	7,896	7,952	8,009	8,066	8,123	8,180	8,237	8,294	8,352
2,9	8,410	8,468	8,526	8,585	8,644	8,703	8,762	8,821	8,880	8,940
3,0	9,000	9,060	9,120	9,181	9,242	9,303	9,364	9,425	9,486	9,548
3,1	9,610	9,672	9,734	9,797	9,860	9,923	9,986	10,05	10,11	10,18
3,2	10,24	10,30	10,37	10,43	10,50	10,56	10,63	10,69	10,76	10,82
3,3	10,89	10,96	11,02	11,09	11,16	11,22	11,29	11,36	11,42	11,49
3,4	11,56	11,63	11,70	11,76	11,83	11,90	11,97	12,04	12,11	12,18
3,5	12,25	12,32	12,39	12,46	12,53	12,60	12,67	12,74	12,82	12,89
3,6	12,96	13,03	13,10	13,18	13,25	13,32	13,40	13,47	13,54	13,62
3,7	13,69	13,76	13,84	13,91	13,99	14,06	14,14	14,21	14,29	14,36
3,8	14,44	14,52	14,59	14,67	14,75	14,82	14,90	14,98	15,05	15,13
3,9	15,21	15,29	15,37	15,44	15,52	15,60	15,68	15,76	15,84	15,92
4,0	16,00	16,08	16,16	16,24	16,32	16,40	16,48	16,56	16,65	16,73
4,1	16,81	16,89	16,97	17,06	17,14	17,22	17,31	17,39	17,47	17,56
4,2	17,64	17,72	17,81	17,89	17,98	18,06	18,15	18,23	18,32	18,40
4,3	18,49	18,58	18,66	18,75	18,84	18,92	19,01	19,10	19,18	19,27
4,4	19,36	19,45	19,54	19,62	19,71	19,80	19,89	19,98	20,07	20,16
4,5	20,25	20,34	20,43	20,52	20,61	20,70	20,79	20,88	20,98	21,07
4,6	21,16	21,25	21,34	21,44	21,53	21,62	21,72	21,81	21,90	22,00
4,7	22,09	22,18	22,28	22,37	22,47	22,56	22,66	22,75	22,85	22,94
4,8	23,04	23,14	23,23	23,33	23,43	23,52	23,62	23,72	23,81	23,91
4,9	24,01	24,11	24,21	24,30	24,40	24,50	24,60	24,70	24,80	24,90
5,0	25,00	25,10	25,20	25,30	25,40	25,50	25,60	25,70	25,81	25,91
5,1	26,01	26,11	26,21	26,32	26,42	26,52	26,63	26,73	26,83	26,94
5,2	27,04	27,14	27,25	27,35	27,46	27,56	27,67	27,77	27,88	27,98
5,3	28,09	28,20	28,30	28,41	28,52	28,62	28,73	28,84	28,94	29,05
5,4	29,16	29,27	29,38	29,48	29,59	29,70	29,81	29,92	30,03	30,14
$n$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Beispiele: 1)  $1,67^2 = 2,789$ . 2)  $23,5^2 = (2,35 \cdot 10)^2 = 5,523 \cdot 100 = 552,3$ .

$$3) 0,0456^2 = \left(\frac{4,56}{100}\right)^2 = \frac{20,79}{10000} = 0,002079. \quad 4) \sqrt{2} = 1,4142.$$

$$5) \sqrt{3} = 1,7321. \quad 6) \sqrt[5]{5} = 2,23 + \frac{10 \cdot 27}{45} \cdot \frac{1}{1000} = 2,236.$$

Quadratzahlen.

Tafel VI.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5,5	30,25	30,36	30,47	30,58	30,69	30,80	30,91	31,02	31,14	31,25
5,6	31,36	31,47	31,58	31,70	31,81	31,92	32,04	32,15	32,26	32,38
5,7	32,49	32,60	32,72	32,83	32,95	33,06	33,18	33,29	33,41	33,52
5,8	33,64	33,76	33,87	33,99	34,11	34,22	34,34	34,46	34,57	34,69
5,9	34,81	34,93	35,05	35,16	35,28	35,40	35,52	35,64	35,76	35,88
6,0	36,00	36,12	36,24	36,36	36,48	36,60	36,72	36,84	36,97	37,09
6,1	37,21	37,33	37,45	37,58	37,70	37,82	37,95	38,07	38,19	38,32
6,2	38,44	38,56	38,69	38,81	38,94	39,06	39,19	39,31	39,44	39,56
6,3	39,69	39,82	39,94	40,07	40,20	40,32	40,45	40,58	40,70	40,83
6,4	40,96	41,09	41,22	41,34	41,47	41,60	41,73	41,86	41,99	42,12
6,5	42,25	42,38	42,51	42,64	42,77	42,90	43,03	43,16	43,30	43,43
6,6	43,56	43,69	43,82	43,96	44,09	44,22	44,36	44,49	44,62	44,76
6,7	44,89	45,02	45,16	45,29	45,43	45,56	45,70	45,83	45,97	46,10
6,8	46,24	46,38	46,51	46,65	46,79	46,92	47,06	47,20	47,33	47,47
6,9	47,61	47,75	47,89	48,02	48,16	48,30	48,44	48,58	48,72	48,86
7,0	49,00	49,14	49,28	49,42	49,56	49,70	49,84	49,98	50,13	50,27
7,1	50,41	50,55	50,69	50,84	50,98	51,12	51,27	51,41	51,55	51,70
7,2	51,84	51,98	52,13	52,27	52,42	52,56	52,71	52,85	53,00	53,14
7,3	53,29	53,44	53,58	53,73	53,88	54,02	54,17	54,32	54,46	54,61
7,4	54,76	54,91	55,06	55,20	55,35	55,50	55,65	55,80	55,95	56,10
7,5	56,25	56,40	56,55	56,70	56,85	57,00	57,15	57,30	57,46	57,61
7,6	57,76	57,91	58,06	58,22	58,37	58,52	58,68	58,83	58,98	59,14
7,7	59,29	59,44	59,60	59,75	59,91	60,06	60,22	60,37	60,53	60,68
7,8	60,84	61,00	61,15	61,31	61,47	61,62	61,78	61,94	62,09	62,25
7,9	62,41	62,57	62,73	62,88	63,04	63,20	63,36	63,52	63,68	63,84
8,0	64,00	64,16	64,32	64,48	64,64	64,80	64,96	65,12	65,29	65,45
8,1	65,61	65,77	65,93	66,10	66,26	66,42	66,59	66,75	66,91	67,08
8,2	67,24	67,40	67,57	67,73	67,90	68,06	68,23	68,39	68,56	68,72
8,3	68,89	69,06	69,22	69,39	69,56	69,72	69,89	70,06	70,22	70,39
8,4	70,56	70,73	70,90	71,06	71,23	71,40	71,57	71,74	71,91	72,08
8,5	72,25	72,42	72,59	72,76	72,93	73,10	73,27	73,44	73,62	73,79
8,6	73,96	74,13	74,30	74,48	74,65	74,82	75,00	75,17	75,34	75,52
8,7	75,69	75,86	76,04	76,21	76,39	76,56	76,74	76,91	77,09	77,26
8,8	77,44	77,62	77,79	77,97	78,15	78,32	78,50	78,68	78,85	79,03
8,9	79,21	79,39	79,57	79,74	79,92	80,10	80,28	80,46	80,64	80,82
9,0	81,00	81,18	81,36	81,54	81,72	81,90	82,08	82,26	82,45	82,63
9,1	82,81	82,99	83,17	83,36	83,54	83,72	83,91	84,09	84,27	84,46
9,2	84,64	84,82	85,01	85,19	85,38	85,56	85,75	85,93	86,12	86,30
9,3	86,49	86,68	86,86	87,05	87,24	87,42	87,61	87,80	87,98	88,17
9,4	88,36	88,55	88,74	88,92	89,11	89,30	89,49	89,68	89,87	90,06
9,5	90,25	90,44	90,63	90,82	91,01	91,20	91,39	91,58	91,78	91,97
9,6	92,16	92,35	92,54	92,74	92,93	93,12	93,32	93,51	93,70	93,90
9,7	94,09	94,28	94,48	94,67	94,87	95,06	95,26	95,45	95,65	95,84
9,8	96,04	96,24	96,43	96,63	96,83	97,02	97,22	97,42	97,61	97,81
9,9	98,01	98,21	98,41	98,60	98,80	99,00	99,20	99,40	99,60	99,80
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

n<sup>2</sup>

Beispiele: 1)  $8,79^2 = 77,26$ . 2)  $0,555^2 = \frac{(5,55)^2}{100} = \frac{30,80}{100} = 0,3080$ .

$$3) \sqrt{97,42} = 9,87. \quad 4) \sqrt{0,6780} = \sqrt{\frac{67,80}{100}} = \frac{8,23 + \frac{17}{100} \cdot \frac{1}{100}}{10} = 0,8234.$$

Tafel VII.

## Kubikzahlen.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,0	1,000	1,030	1,061	1,093	1,125	1,158	1,191	1,225	1,260	1,295
1,1	1,331	1,368	1,405	1,443	1,482	1,521	1,561	1,602	1,643	1,685
1,2	1,728	1,772	1,816	1,861	1,907	1,953	2,000	2,048	2,097	2,147
1,3	2,197	2,248	2,300	2,353	2,406	2,460	2,515	2,571	2,628	2,686
1,4	2,744	2,803	2,863	2,924	2,986	3,049	3,112	3,177	3,242	3,308
1,5	3,375	3,443	3,512	3,582	3,652	3,724	3,796	3,870	3,944	4,020
1,6	4,096	4,173	4,252	4,331	4,411	4,492	4,574	4,657	4,742	4,827
1,7	4,913	5,000	5,088	5,178	5,268	5,359	5,452	5,545	5,640	5,735
1,8	5,832	5,930	6,029	6,128	6,230	6,332	6,435	6,539	6,645	6,751
1,9	6,859	6,968	7,078	7,189	7,301	7,415	7,530	7,645	7,762	7,881
2,0	8,000	8,121	8,242	8,365	8,490	8,615	8,742	8,870	8,999	9,129
2,1	9,261	9,394	9,528	9,664	9,800	9,938	10,08	10,22	10,36	10,50
2,2	10,65	10,79	10,94	11,09	11,24	11,39	11,54	11,70	11,85	12,01
2,3	12,17	12,33	12,49	12,65	12,81	12,98	13,14	13,31	13,48	13,65
2,4	13,82	14,00	14,17	14,35	14,53	14,71	14,89	15,07	15,25	15,44
2,5	15,63	15,81	16,00	16,19	16,39	16,58	16,78	16,97	17,17	17,37
2,6	17,58	17,78	17,98	18,19	18,40	18,61	18,82	19,03	19,25	19,47
2,7	19,68	19,90	20,12	20,35	20,57	20,80	21,02	21,25	21,48	21,72
2,8	21,95	22,19	22,43	22,67	22,91	23,15	23,39	23,64	23,89	24,14
2,9	24,39	24,64	24,90	25,15	25,41	25,67	25,93	26,20	26,46	26,73
3,0	27,00	27,27	27,54	27,82	28,09	28,37	28,65	28,93	29,22	29,50
3,1	29,79	30,08	30,37	30,66	30,96	31,26	31,55	31,86	32,16	32,46
3,2	32,77	33,08	33,39	33,70	34,01	34,33	34,65	34,97	35,29	35,61
3,3	35,94	36,26	36,59	36,93	37,26	37,60	37,93	38,27	38,61	38,96
3,4	39,30	39,65	40,00	40,35	40,71	41,06	41,42	41,78	42,14	42,51
3,5	42,88	43,24	43,61	43,99	44,36	44,74	45,12	45,50	45,88	46,27
3,6	46,66	47,05	47,44	47,83	48,23	48,63	49,03	49,43	49,84	50,24
3,7	50,65	51,06	51,48	51,90	52,31	52,73	53,16	53,58	54,01	54,44
3,8	54,87	55,31	55,74	56,18	56,62	57,07	57,51	57,96	58,41	58,86
3,9	59,32	59,78	60,24	60,70	61,16	61,63	62,10	62,57	63,04	63,52
4,0	64,00	64,48	64,96	65,45	65,94	66,43	66,92	67,42	67,92	68,42
4,1	68,92	69,43	69,93	70,44	70,96	71,47	71,99	72,51	73,03	73,56
4,2	74,09	74,62	75,15	75,69	76,23	76,77	77,31	77,85	78,40	78,95
4,3	79,51	80,06	80,62	81,18	81,75	82,31	82,88	83,45	84,03	84,60
4,4	85,18	85,77	86,35	86,94	87,53	88,12	88,72	89,31	89,92	90,52
4,5	91,13	91,73	92,35	92,96	93,58	94,20	94,82	95,44	96,07	96,70
4,6	97,34	97,97	98,61	99,25	99,90	100,5	101,2	101,8	102,5	103,2
4,7	103,8	104,5	105,2	105,8	106,5	107,2	107,9	108,5	109,2	109,9
4,8	110,6	111,3	112,0	112,7	113,4	114,1	114,8	115,5	116,2	116,9
4,9	117,6	118,4	119,1	119,8	120,6	121,3	122,0	122,8	123,5	124,3
5,0	125,0	125,8	126,5	127,3	128,0	128,8	129,6	130,3	131,1	131,9
5,1	132,7	133,4	134,2	135,0	135,8	136,6	137,4	138,2	139,0	139,8
5,2	140,6	141,4	142,2	143,1	143,9	144,7	145,5	146,4	147,2	148,0
5,3	148,9	149,7	150,6	151,4	152,3	153,1	154,0	154,9	155,7	156,6
5,4	157,5	158,3	159,2	160,1	161,0	161,9	162,8	163,7	164,6	165,5
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Beispiele: 1)  $3,33^3 = 36,93$ .

2)  $47,6^3 = (4,76 \cdot 10)^3 = 107,9 \cdot 1000 = 107900$ .

5)  $\sqrt[3]{2} = 1,2599$ .

3)  $0,0247^3 = \left(\frac{2,47}{100}\right)^3 = \frac{15,07}{1000000} = 0,00001507$ .

6)  $\sqrt[3]{3} = 1,4422$ .

4)  $\sqrt[3]{92,53} = 4,52 + \frac{10 \cdot 18}{61} \cdot \frac{1}{1000} = 4,523$ .

7)  $\sqrt[3]{5} = 1,7100$ .



Kubikzahlen.

Tafel VII.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5,5	166,4	167,3	168,2	169,1	170,0	171,0	171,9	172,8	173,7	174,7
5,6	175,6	176,6	177,5	178,5	179,4	180,4	181,3	182,3	183,3	184,2
5,7	185,2	186,2	187,1	188,1	189,1	190,1	191,1	192,1	193,1	194,1
5,8	195,1	196,1	197,1	198,2	199,2	200,2	201,2	202,3	203,3	204,3
5,9	205,4	206,4	207,5	208,5	209,6	210,6	211,7	212,8	213,8	214,9
6,0	216,0	217,1	218,2	219,3	220,3	221,4	222,5	223,6	224,8	225,9
6,1	227,0	228,1	229,2	230,3	231,5	232,6	233,7	234,9	236,0	237,2
6,2	238,3	239,5	240,6	241,8	243,0	244,1	245,3	246,5	247,7	248,9
6,3	250,0	251,2	252,4	253,6	254,8	256,0	257,3	258,5	259,7	260,9
6,4	262,1	263,4	264,6	265,8	267,1	268,3	269,6	270,8	272,1	273,4
6,5	274,6	275,9	277,2	278,4	279,7	281,0	282,3	283,6	284,9	286,2
6,6	287,5	288,8	290,1	291,4	292,8	294,1	295,4	296,7	298,1	299,4
6,7	300,8	302,1	303,5	304,8	306,2	307,5	308,9	310,3	311,7	313,0
6,8	314,4	315,8	317,2	318,6	320,0	321,4	322,8	324,2	325,7	327,1
6,9	328,5	329,9	331,4	332,8	334,3	335,7	337,2	338,6	340,1	341,5
7,0	343,0	344,5	345,9	347,4	348,9	350,4	351,9	353,4	354,9	356,4
7,1	357,9	359,4	360,9	362,5	364,0	365,5	367,1	368,6	370,1	371,7
7,2	373,2	374,8	376,4	377,9	379,5	381,1	382,7	384,2	385,8	387,4
7,3	389,0	390,6	392,2	393,8	395,4	397,1	398,7	400,3	401,9	403,6
7,4	405,2	406,9	408,5	410,2	411,8	413,5	415,2	416,8	418,5	420,2
7,5	421,9	423,6	425,3	427,0	428,7	430,4	432,1	433,8	435,5	437,2
7,6	439,0	440,7	442,5	444,2	445,9	447,7	449,5	451,2	453,0	454,8
7,7	456,5	458,3	460,1	461,9	463,7	465,5	467,3	469,1	470,9	472,7
7,8	474,6	476,4	478,2	480,0	481,9	483,7	485,6	487,4	489,3	491,2
7,9	493,0	494,9	496,8	498,7	500,6	502,5	504,4	506,3	508,2	510,1
8,0	512,0	513,9	515,8	517,8	519,7	521,7	523,6	525,6	527,5	529,5
8,1	531,4	533,4	535,4	537,4	539,4	541,3	543,3	545,3	547,3	549,4
8,2	551,4	553,4	555,4	557,4	559,5	561,5	563,6	565,6	567,7	569,7
8,3	571,8	573,9	575,9	578,0	580,1	582,2	584,3	586,4	588,5	590,6
8,4	592,7	594,8	596,9	599,1	601,2	603,4	605,5	607,6	609,8	612,0
8,5	614,1	616,3	618,5	620,7	622,8	625,0	627,2	629,4	631,6	633,8
8,6	636,1	638,3	640,5	642,7	645,0	647,2	649,5	651,7	654,0	656,2
8,7	658,5	660,8	663,1	665,3	667,6	669,9	672,2	674,5	676,8	679,2
8,8	681,5	683,8	686,1	688,5	690,8	693,2	695,5	697,9	700,2	702,6
8,9	705,0	707,3	709,7	712,1	714,5	716,9	719,3	721,7	724,2	726,6
9,0	729,0	731,4	733,9	736,3	738,8	741,2	743,7	746,1	748,6	751,1
9,1	753,6	756,1	758,6	761,0	763,6	766,1	768,6	771,1	773,6	776,2
9,2	778,7	781,2	783,8	786,3	788,9	791,5	794,0	796,6	799,2	801,8
9,3	804,4	807,0	809,6	812,2	814,8	817,4	820,0	822,7	825,3	827,9
9,4	830,6	833,2	835,9	838,6	841,2	843,9	846,6	849,3	852,0	854,7
9,5	857,4	860,1	862,8	865,5	868,3	871,0	873,7	876,5	879,2	882,0
9,6	884,7	887,5	890,3	893,1	895,8	898,6	901,4	904,2	907,0	909,9
9,7	912,7	915,5	918,3	921,2	924,0	926,9	929,7	932,6	935,4	938,3
9,8	941,2	944,1	947,0	949,9	952,8	955,7	958,6	961,5	964,4	967,4
9,9	970,3	973,2	976,2	979,1	982,1	985,1	988,0	991,0	994,0	997,0
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

n<sup>3</sup>

Beispiele: 1)  $6,56^3 = 282,3$ . 2)  $0,976^3 = \left(\frac{9,76}{10}\right)^3 = \frac{929,7}{1000} = 0,9297$ .

$$3) \sqrt[3]{682,4} = 8,80 + \frac{10 \cdot 9}{23} \cdot \frac{1}{1000} = 8,804.$$

$$4) \sqrt[3]{0,9221} = \sqrt[3]{\frac{922,1}{1000}} = \frac{9,733}{10} = 0,9733.$$

Tafel VIII. ← sin 0° bis sin 45°

Grad	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
0	0,0000	0,0029	0,0058	0,0087	0,0116	0,0145	0,0175	89
1	0,0175	0,0204	0,0233	0,0262	0,0291	0,0320	0,0349	88
2	0,0349	0,0378	0,0407	0,0436	0,0465	0,0494	0,0523	87
3	0,0523	0,0552	0,0581	0,0610	0,0640	0,0669	0,0698	86
4	0,0698	0,0727	0,0756	0,0785	0,0814	0,0843	0,0872	85
5	0,0872	0,0901	0,0929	0,0958	0,0987	0,1016	0,1045	84
6	0,1045	0,1074	0,1103	0,1132	0,1161	0,1190	0,1219	83
7	0,1219	0,1248	0,1276	0,1305	0,1334	0,1363	0,1392	82
8	0,1392	0,1421	0,1449	0,1478	0,1507	0,1536	0,1564	81
9	0,1564	0,1593	0,1622	0,1650	0,1679	0,1708	0,1736	80
10	0,1736	0,1765	0,1794	0,1822	0,1851	0,1880	0,1908	79
11	0,1908	0,1937	0,1965	0,1994	0,2022	0,2051	0,2079	78
12	0,2079	0,2108	0,2136	0,2164	0,2193	0,2221	0,2250	77
13	0,2250	0,2278	0,2306	0,2334	0,2363	0,2391	0,2419	76
14	0,2419	0,2447	0,2476	0,2504	0,2532	0,2560	0,2588	75
15	0,2588	0,2616	0,2644	0,2672	0,2700	0,2728	0,2756	74
16	0,2756	0,2784	0,2812	0,2840	0,2868	0,2896	0,2924	73
17	0,2924	0,2952	0,2979	0,3007	0,3035	0,3062	0,3090	72
18	0,3090	0,3118	0,3145	0,3173	0,3201	0,3228	0,3256	71
19	0,3256	0,3283	0,3311	0,3338	0,3365	0,3393	0,3420	70
20	0,3420	0,3448	0,3475	0,3502	0,3529	0,3557	0,3584	69
21	0,3584	0,3611	0,3638	0,3665	0,3692	0,3719	0,3746	68
22	0,3746	0,3773	0,3800	0,3827	0,3854	0,3881	0,3907	67
23	0,3907	0,3934	0,3961	0,3987	0,4014	0,4041	0,4067	66
24	0,4067	0,4094	0,4120	0,4147	0,4173	0,4200	0,4226	65
25	0,4226	0,4253	0,4279	0,4305	0,4331	0,4358	0,4384	64
26	0,4384	0,4410	0,4436	0,4462	0,4488	0,4514	0,4540	63
27	0,4540	0,4566	0,4592	0,4617	0,4643	0,4669	0,4695	62
28	0,4695	0,4720	0,4746	0,4772	0,4797	0,4823	0,4848	61
29	0,4848	0,4874	0,4899	0,4924	0,4950	0,4975	0,5000	60
30	0,5000	0,5025	0,5050	0,5075	0,5100	0,5125	0,5150	59
31	0,5150	0,5175	0,5200	0,5225	0,5250	0,5275	0,5299	58
32	0,5299	0,5324	0,5348	0,5373	0,5398	0,5422	0,5446	57
33	0,5446	0,5471	0,5495	0,5519	0,5544	0,5568	0,5592	56
34	0,5592	0,5616	0,5640	0,5664	0,5688	0,5712	0,5736	55
35	0,5736	0,5760	0,5783	0,5807	0,5831	0,5854	0,5878	54
36	0,5878	0,5901	0,5925	0,5948	0,5972	0,5995	0,6018	53
37	0,6018	0,6041	0,6065	0,6088	0,6111	0,6134	0,6157	52
38	0,6157	0,6180	0,6202	0,6225	0,6248	0,6271	0,6293	51
39	0,6293	0,6316	0,6338	0,6361	0,6383	0,6406	0,6428	50
40	0,6428	0,6450	0,6472	0,6494	0,6517	0,6539	0,6561	49
41	0,6561	0,6583	0,6604	0,6626	0,6648	0,6670	0,6691	48
42	0,6691	0,6713	0,6734	0,6756	0,6777	0,6799	0,6820	47
43	0,6820	0,6841	0,6862	0,6884	0,6905	0,6926	0,6947	46
44	0,6947	0,6967	0,6988	0,7009	0,7030	0,7050	0,7071	45
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	Grad

sin

cos 45° bis cos 90°.

Beispiele: 1)  $\sin 41^{\circ} 23' = 0,6604 + \frac{22 \cdot 3}{10} \cdot \frac{1}{10000} = 0,6611$ .

2)  $0,4321 = \sin 25^{\circ} \left( 30 + \frac{10 \cdot 16}{26} \right)' = \sin 25^{\circ} 36'$ .

Grad	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
45	0,7071	0,7092	0,7112	0,7133	0,7153	0,7173	0,7193	44
46	0,7193	0,7214	0,7234	0,7254	0,7274	0,7294	0,7314	43
47	0,7314	0,7333	0,7353	0,7373	0,7392	0,7412	0,7431	42
48	0,7431	0,7451	0,7470	0,7490	0,7509	0,7528	0,7547	41
49	0,7547	0,7566	0,7585	0,7604	0,7623	0,7642	0,7660	40
50	0,7660	0,7679	0,7698	0,7716	0,7735	0,7753	0,7771	39
51	0,7771	0,7790	0,7808	0,7826	0,7844	0,7862	0,7880	38
52	0,7880	0,7898	0,7916	0,7934	0,7951	0,7969	0,7986	37
53	0,7986	0,8004	0,8021	0,8039	0,8056	0,8073	0,8090	36
54	0,8090	0,8107	0,8124	0,8141	0,8158	0,8175	0,8192	35
55	0,8192	0,8208	0,8225	0,8241	0,8258	0,8274	0,8290	34
56	0,8290	0,8307	0,8323	0,8339	0,8355	0,8371	0,8387	33
57	0,8387	0,8403	0,8418	0,8434	0,8450	0,8465	0,8480	32
58	0,8480	0,8496	0,8511	0,8526	0,8542	0,8557	0,8572	31
59	0,8572	0,8587	0,8601	0,8616	0,8631	0,8646	0,8660	30
60	0,8660	0,8675	0,8689	0,8704	0,8718	0,8732	0,8746	29
61	0,8746	0,8760	0,8774	0,8788	0,8802	0,8816	0,8829	28
62	0,8829	0,8843	0,8857	0,8870	0,8884	0,8897	0,8910	27
63	0,8910	0,8923	0,8936	0,8949	0,8962	0,8975	0,8988	26
64	0,8988	0,9001	0,9013	0,9026	0,9038	0,9051	0,9063	25
65	0,9063	0,9075	0,9088	0,9100	0,9112	0,9124	0,9135	24
66	0,9135	0,9147	0,9159	0,9171	0,9182	0,9194	0,9205	23
67	0,9205	0,9216	0,9228	0,9239	0,9250	0,9261	0,9272	22
68	0,9272	0,9283	0,9293	0,9304	0,9315	0,9325	0,9336	21
69	0,9336	0,9346	0,9356	0,9367	0,9377	0,9387	0,9397	20
70	0,9397	0,9407	0,9417	0,9426	0,9436	0,9446	0,9455	19
71	0,9455	0,9465	0,9474	0,9483	0,9492	0,9502	0,9511	18
72	0,9511	0,9520	0,9528	0,9537	0,9546	0,9555	0,9563	17
73	0,9563	0,9572	0,9580	0,9588	0,9596	0,9605	0,9613	16
74	0,9613	0,9621	0,9628	0,9636	0,9644	0,9652	0,9659	15
75	0,9659	0,9667	0,9674	0,9681	0,9689	0,9696	0,9703	14
76	0,9703	0,9710	0,9717	0,9724	0,9730	0,9737	0,9744	13
77	0,9744	0,9750	0,9757	0,9763	0,9769	0,9775	0,9781	12
78	0,9781	0,9787	0,9793	0,9799	0,9805	0,9811	0,9816	11
79	0,9816	0,9822	0,9827	0,9833	0,9838	0,9843	0,9848	10
80	0,9848	0,9853	0,9858	0,9863	0,9868	0,9872	0,9877	9
81	0,9877	0,9881	0,9886	0,9890	0,9894	0,9899	0,9903	8
82	0,9903	0,9907	0,9911	0,9914	0,9918	0,9922	0,9925	7
83	0,9925	0,9929	0,9932	0,9936	0,9939	0,9942	0,9945	6
84	0,9945	0,9948	0,9951	0,9954	0,9957	0,9959	0,9962	5
85	0,9962	0,9964	0,9967	0,9969	0,9971	0,9974	0,9976	4
86	0,9976	0,9978	0,9980	0,9981	0,9983	0,9985	0,9986	3
87	0,9986	0,9988	0,9989	0,9990	0,9992	0,9993	0,9994	2
88	0,9994	0,9995	0,9996	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	1
89	0,9998	0,9999	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	Grad

sin

cos 0° bis cos 45°.

Beispiele: 1)  $\cos 38^\circ 39' = 0,7826 - \frac{18 \cdot 9}{10} \cdot \frac{1}{10000} = 0,7810.$

2)  $0,8533 = \cos 31^\circ \left( 20 + \frac{10 \cdot 9}{10} \right)' = \cos 31^\circ 26'.$

Tafel IX. ← tang 0° bis tang 45°.

Grad	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
0	0,0000	0,0029	0,0058	0,0087	0,0116	0,0145	0,0175	89
1	0,0175	0,0204	0,0233	0,0262	0,0291	0,0320	0,0349	88
2	0,0349	0,0378	0,0407	0,0437	0,0466	0,0495	0,0524	87
3	0,0524	0,0553	0,0582	0,0612	0,0641	0,0670	0,0699	86
4	0,0699	0,0729	0,0758	0,0787	0,0816	0,0846	0,0875	85
5	0,0875	0,0904	0,0934	0,0963	0,0992	0,1022	0,1051	84
6	0,1051	0,1080	0,1110	0,1139	0,1169	0,1198	0,1228	83
7	0,1228	0,1257	0,1287	0,1317	0,1346	0,1376	0,1405	82
8	0,1405	0,1435	0,1465	0,1495	0,1524	0,1554	0,1584	81
9	0,1584	0,1614	0,1644	0,1673	0,1703	0,1733	0,1763	80
10	0,1763	0,1793	0,1823	0,1853	0,1883	0,1914	0,1944	79
11	0,1944	0,1974	0,2004	0,2035	0,2065	0,2095	0,2126	78
12	0,2126	0,2156	0,2186	0,2217	0,2247	0,2278	0,2309	77
13	0,2309	0,2339	0,2370	0,2401	0,2432	0,2462	0,2493	76
14	0,2493	0,2524	0,2555	0,2586	0,2617	0,2648	0,2679	75
15	0,2679	0,2711	0,2742	0,2773	0,2805	0,2836	0,2867	74
16	0,2867	0,2899	0,2931	0,2962	0,2994	0,3026	0,3057	73
17	0,3057	0,3089	0,3121	0,3153	0,3185	0,3217	0,3249	72
18	0,3249	0,3281	0,3314	0,3346	0,3378	0,3411	0,3443	71
19	0,3443	0,3476	0,3508	0,3541	0,3574	0,3607	0,3640	70
20	0,3640	0,3673	0,3706	0,3739	0,3772	0,3805	0,3839	69
21	0,3839	0,3872	0,3906	0,3939	0,3973	0,4006	0,4040	68
22	0,4040	0,4074	0,4108	0,4142	0,4176	0,4210	0,4245	67
23	0,4245	0,4279	0,4314	0,4348	0,4383	0,4417	0,4452	66
24	0,4452	0,4487	0,4522	0,4557	0,4592	0,4628	0,4663	65
25	0,4663	0,4699	0,4734	0,4770	0,4806	0,4841	0,4877	64
26	0,4877	0,4913	0,4950	0,4986	0,5022	0,5059	0,5095	63
27	0,5095	0,5132	0,5169	0,5206	0,5243	0,5280	0,5317	62
28	0,5317	0,5354	0,5392	0,5430	0,5467	0,5505	0,5543	61
29	0,5543	0,5581	0,5619	0,5658	0,5696	0,5735	0,5774	60
30	0,5774	0,5812	0,5851	0,5890	0,5930	0,5969	0,6009	59
31	0,6009	0,6048	0,6088	0,6128	0,6168	0,6208	0,6249	58
32	0,6249	0,6289	0,6330	0,6371	0,6412	0,6453	0,6494	57
33	0,6494	0,6536	0,6577	0,6619	0,6661	0,6703	0,6745	56
34	0,6745	0,6787	0,6830	0,6873	0,6916	0,6959	0,7002	55
35	0,7002	0,7046	0,7089	0,7133	0,7177	0,7221	0,7265	54
36	0,7265	0,7310	0,7355	0,7400	0,7445	0,7490	0,7536	53
37	0,7536	0,7581	0,7627	0,7673	0,7720	0,7766	0,7813	52
38	0,7813	0,7860	0,7907	0,7954	0,8002	0,8050	0,8098	51
39	0,8098	0,8146	0,8195	0,8243	0,8292	0,8342	0,8391	50
40	0,8391	0,8441	0,8491	0,8541	0,8591	0,8642	0,8693	49
41	0,8693	0,8744	0,8796	0,8847	0,8899	0,8952	0,9004	48
42	0,9004	0,9057	0,9110	0,9163	0,9217	0,9271	0,9325	47
43	0,9325	0,9380	0,9435	0,9490	0,9545	0,9601	0,9657	46
44	0,9657	0,9713	0,9770	0,9827	0,9884	0,9942	1,0000	45
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	Grad

cotg 45° bis cotg 90°.

Beispiele: 1)  $\text{tang } 23^{\circ} 16' = 0,4279 + \frac{35 \cdot 6}{10} = 0,4300.$

2)  $0,8261 = \text{tang } 39^{\circ} \left( 30 + \frac{10 \cdot 18}{49} \right)' = \text{tang } 39^{\circ} 34'.$

Grad	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
45	1,000	1,006	1,012	1,018	1,024	1,030	1,036	44
46	1,036	1,042	1,048	1,054	1,060	1,066	1,072	43
47	1,072	1,079	1,085	1,091	1,098	1,104	1,111	42
48	1,111	1,117	1,124	1,130	1,137	1,144	1,150	41
49	1,150	1,157	1,164	1,171	1,178	1,185	1,192	40
50	1,192	1,199	1,206	1,213	1,220	1,228	1,235	39
51	1,235	1,242	1,250	1,257	1,265	1,272	1,280	38
52	1,280	1,288	1,295	1,303	1,311	1,319	1,327	37
53	1,327	1,335	1,343	1,351	1,360	1,368	1,376	36
54	1,376	1,385	1,393	1,402	1,411	1,419	1,428	35
55	1,428	1,437	1,446	1,455	1,464	1,473	1,483	34
56	1,483	1,492	1,501	1,511	1,520	1,530	1,540	33
57	1,540	1,550	1,560	1,570	1,580	1,590	1,600	32
58	1,600	1,611	1,621	1,632	1,643	1,653	1,664	31
59	1,664	1,675	1,686	1,698	1,709	1,720	1,732	30
60	1,732	1,744	1,756	1,767	1,780	1,792	1,804	29
61	1,804	1,816	1,829	1,842	1,855	1,868	1,881	28
62	1,881	1,894	1,907	1,921	1,935	1,949	1,963	27
63	1,963	1,977	1,991	2,006	2,020	2,035	2,050	26
64	2,050	2,066	2,081	2,097	2,112	2,128	2,145	25
65	2,145	2,161	2,177	2,194	2,211	2,229	2,246	24
66	2,246	2,264	2,282	2,300	2,318	2,337	2,356	23
67	2,356	2,375	2,394	2,414	2,434	2,455	2,475	22
68	2,475	2,496	2,517	2,539	2,560	2,583	2,605	21
69	2,605	2,628	2,651	2,675	2,699	2,723	2,747	20
70	2,747	2,773	2,798	2,824	2,850	2,877	2,904	19
71	2,904	2,932	2,960	2,989	3,018	3,047	3,078	18
72	3,078	3,108	3,140	3,172	3,204	3,237	3,271	17
73	3,271	3,305	3,340	3,376	3,412	3,450	3,487	16
74	3,487	3,526	3,566	3,606	3,647	3,689	3,732	15
75	3,732	3,776	3,821	3,867	3,914	3,962	4,011	14
76	4,011	4,061	4,113	4,165	4,219	4,275	4,331	13
77	4,331	4,390	4,449	4,511	4,574	4,638	4,705	12
78	4,705	4,773	4,843	4,915	4,989	5,066	5,145	11
79	5,145	5,226	5,309	5,396	5,485	5,576	5,671	10
80	5,671	5,769	5,871	5,976	6,084	6,197	6,314	9
81	6,314	6,43	6,56	6,69	6,83	6,97	7,12	8
82	7,12	7,27	7,43	7,60	7,77	7,95	8,14	7
83	8,14	8,34	8,56	8,78	9,01	9,26	9,51	6
84	9,51	9,79	10,08	10,39	10,71	11,06	11,43	5
85	11,4	11,8	12,3	12,7	13,2	13,7	14,3	4
86	14,3	14,9	15,6	16,3	17,2	18,1	19,1	3
87	19,1	20,2	21,5	22,9	24,5	26,4	28,6	2
88	28,6	31,2	34	38	43	49	57	1
89	57	69	86	115	172	344	∞	0
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	Grad

cotg 0° bis cotg 45°.

Beispiele: 1)  $\cotg 18^\circ 51' = 2,932 - \frac{28 \cdot 1}{10} \cdot \frac{1}{1000} = 2,929.$

2)  $1,082 = \cotg 42^\circ \left(40 + \frac{10 \cdot 3}{6}\right)' = \cotg 42^\circ 45'.$

Tafel X. Reziproke Werte; Umfang und Inhalt des Kreises ( $n = \text{Radius}$ );  
Bogenlängen für den Radius 1 ( $n^\circ = \text{Zentriwinkel}$ ).

n	$\frac{1000}{n}$	$2\pi n$	$\pi n^2$	$\frac{\pi n}{180}$	n	$\frac{1000}{n}$	$2\pi n$	$\pi n^2$	$\frac{\pi n}{180}$
1	1000	6,2832	3,142	0,0175	51	19,608	320,44	8171,3	0,890
2	500	12,566	12,566	0,0349	52	19,231	326,73	8494,9	0,908
3	333,3	18,850	28,274	0,0524	53	18,868	333,01	8824,7	0,925
4	250,00	25,133	50,265	0,0698	54	18,519	339,29	9160,9	0,942
5	200,00	31,416	78,540	0,0873	55	18,182	345,58	9503,3	0,960
6	166,67	37,699	113,10	0,1047	56	17,857	351,86	9852,0	0,977
7	142,86	43,982	153,94	0,1222	57	17,544	358,14	10207	0,995
8	125,00	50,265	201,06	0,1396	58	17,241	364,42	10568	1,012
9	111,11	56,549	254,47	0,1571	59	16,949	370,71	10936	1,030
10	100,00	62,832	314,16	0,1745	60	16,667	376,99	11310	1,047
11	90,909	69,115	380,13	0,1920	61	16,393	383,27	11690	1,065
12	83,333	75,398	452,39	0,2094	62	16,129	389,56	12076	1,082
13	76,923	81,681	530,93	0,2269	63	15,873	395,84	12469	1,100
14	71,429	87,965	615,75	0,2443	64	15,625	402,12	12868	1,117
15	66,667	94,248	706,86	0,2618	65	15,385	408,41	13273	1,134
16	62,500	100,53	804,25	0,2793	66	15,152	414,69	13685	1,152
17	58,824	106,81	907,92	0,2967	67	14,925	420,97	14103	1,169
18	55,556	113,10	1017,9	0,3142	68	14,706	427,26	14527	1,187
19	52,632	119,38	1134,1	0,3316	69	14,493	433,54	14957	1,204
20	50,000	125,66	1256,6	0,3491	70	14,286	439,82	15394	1,222
21	47,619	131,95	1385,4	0,3665	71	14,085	446,11	15837	1,239
22	45,455	138,23	1520,5	0,3840	72	13,889	452,39	16286	1,257
23	43,478	144,51	1661,9	0,4014	73	13,699	458,67	16742	1,274
24	41,667	150,80	1809,6	0,4189	74	13,514	464,96	17203	1,292
25	40,000	157,08	1963,5	0,4363	75	13,333	471,24	17671	1,309
26	38,462	163,36	2123,7	0,4538	76	13,158	477,52	18146	1,326
27	37,037	169,65	2290,2	0,4712	77	12,987	483,81	18627	1,344
28	35,714	175,93	2463,0	0,4887	78	12,821	490,09	19113	1,361
29	34,483	182,21	2642,1	0,5061	79	12,658	496,37	19607	1,379
30	33,333	188,50	2827,4	0,5236	80	12,500	502,65	20106	1,396
31	32,258	194,78	3019,1	0,5411	81	12,346	508,94	20612	1,414
32	31,250	201,06	3217,0	0,5585	82	12,195	515,22	21124	1,431
33	30,303	207,35	3421,2	0,5760	83	12,048	521,50	21642	1,449
34	29,412	213,63	3631,7	0,5934	84	11,905	527,79	22167	1,466
35	28,571	219,91	3848,5	0,6109	85	11,765	534,07	22698	1,484
36	27,778	226,19	4071,5	0,6283	86	11,628	540,35	23235	1,501
37	27,027	232,48	4300,8	0,6458	87	11,494	546,64	23779	1,518
38	26,316	238,76	4536,5	0,6632	88	11,364	552,92	24328	1,536
39	25,641	245,04	4778,4	0,6807	89	11,236	559,20	24885	1,553
40	25,000	251,33	5026,5	0,6981	90	11,111	565,49	25447	1,571
41	24,390	257,61	5281,0	0,7156	91	10,989	571,77	26016	1,588
42	23,810	263,89	5541,8	0,7330	92	10,870	578,05	26590	1,606
43	23,256	270,18	5808,8	0,7505	93	10,753	584,34	27172	1,623
44	22,727	276,46	6082,1	0,7679	94	10,638	590,62	27759	1,641
45	22,222	282,74	6361,7	0,7854	95	10,526	596,90	28353	1,658
46	21,739	289,03	6647,6	0,8029	96	10,417	603,19	28953	1,676
47	21,277	295,31	6939,8	0,8203	97	10,309	609,47	29559	1,693
48	20,833	301,59	7238,2	0,8378	98	10,204	615,75	30172	1,710
49	20,408	307,88	7543,0	0,8552	99	10,101	622,04	30791	1,728
50	20,000	314,16	7854,0	0,8727	100	10,000	628,32	31416	1,745

Sterbet.  
Kreis

Tafel XI.

Sterbetafel der 23 deutschen Gesellschaften für Männer und Frauen  
mit vollständiger ärztlicher Untersuchung.

Verzinsung: 3,5 %.

 $q = 1,035$ .

Alter in Jahr.	Anzahl der Lebenden	Disk. Zahl der Lebenden $D_x = \frac{l_x}{q^x}$	Summe der disk. Zahlen $N_x = \sum_x^{100} D_x$	Alter in Jahr.	Anzahl der Lebend.	Disk. Zahl der Lebenden $D_x = \frac{l_x}{q^x}$	Summe der disk. Zahlen $N_x = \sum_x^{100} D_x$
$x$	$l_x$			$x$	$l_x$		
20	100000	50257	1031224	60	55892	7094,6	72808,2
21	99081	48111	980967	61	53916	6612,3	65713,6
22	98173	46058	932856	62	51878	6147,3	59101,3
23	97286	44098	886798	63	49781	5699,3	52954,0
24	96425	42230	842700	64	47632	5268,8	47254,7
25	95590	40449	800470	65	45435	4855,9	41985,9
26	94774	38747	760021	66	43189	4459,7	37130,0
27	93970	37119	721274	67	40887	4079,3	32670,3
28	93173	35560	684155	68	38532	3714,3	28591,0
29	92378	34064	648595	69	36133	3365,3	24876,7
30	91578	32627	614531	70	33701	3032,6	21511,4
31	90770	31246	581904	71	31249	2716,9	18478,8
32	89952	29917	550658	72	28794	2418,8	15761,9
33	89121	28639	520741	73	26358	2139,3	13343,1
34	88280	27409	492102	74	23952	1878,2	11203,8
35	87424	26225	464693	75	21592	1635,9	9325,6
36	86551	25085	438468	76	19293	1412,3	7689,7
37	85662	23988	413383	77	17083	1208,3	6277,4
38	84756	22932	389395	78	14980	1023,70	5069,1
39	83828	21914	366463	79	12998	858,20	4045,40
40	82878	20933	344549	80	11150	711,29	3187,20
41	81903	19987	323616	81	9420	580,61	2475,91
42	80897	19074	303629	82	7821	465,75	1895,30
43	79862	18193	284555	83	6378	366,97	1429,55
44	78799	17344	266362	84	5114	284,30	1062,58
45	77707	16525	249018	85	4034	216,67	778,28
46	76590	15737	232493	86	3138	162,85	561,61
47	75450	14978	216756	87	2423	121,488	398,76
48	74281	14247	201778	88	1857	89,962	277,272
49	73077	13543	187531	89	1415	66,232	187,310
50	71831	12861	173988	90	1071	48,435	121,078
51	70528	12201	161127	91	724	31,635	72,643
52	69166	11561	148926	92	463	19,546	41,008
53	67741	10940	137365	93	275	11,217	21,462
54	66251	10337,5	126425	94	149	5,872	10,245
55	64695	9753,3	116087,5	95	72	2,742	4,373
56	63074	9187,4	106334,2	96	30	1,104	1,631
57	61383	8638,7	97146,8	97	11	0,391	0,527
58	59624	8107,4	88508,1	98	3	0,103	0,136
59	57792	7592,5	80400,7	99	1	0,033	0,033
60	55892	7094,6	72808,2	100	0	0,000	0,000

Kreis  
Sterbet.

**Tafel XII.**  
**Deklination der Sonne und Zeitgleichung.**  
o Uhr Weltzeit Greenwich.

Monat u. Tag	Dekl.		Ztgl.	Monat u. Tag	Dekl.		Ztgl.	Monat u. Tag	Dekl.		Ztgl.										
	o	'	m s		o	'	m s		o	'	m s										
<b>Januar</b>	1	—23	5	+	3	12	<b>Mai</b>	1*	+14	47	—	2	50	<b>September</b>	1*	+8	39	+	0	17	
	4	—22	49	+	4	36		4*	+15	41	—	3	11		4*	+7	33	—	0	40	
	7	—22	30	+	5	57		7*	+16	32	—	3	28		7*	+6	27	—	1	39	
	10	—22	6	+	7	14		10*	+17	22	—	3	39		10*	+5	19	—	2	40	
	13	—21	38	+	8	27		13*	+18	8	—	3	45		13*	+4	11	—	3	42	
	16	—21	7	+	9	33		16*	+18	52	—	3	46		16*	+3	2	—	4	46	
	19	—20	32	+	10	34		19*	+19	33	—	3	42		19*	+1	52	—	5	50	
	22	—19	54	+	11	28		22*	+20	11	—	3	33		22*	+0	42	—	6	53	
	25	—19	12	+	12	15		25*	+20	46	—	3	20		25*	+0	28	—	7	57	
	28	—18	27	+	12	54		28*	+21	18	—	3	2		28*	—	1	38	—	8	58
	31	—17	39	+	13	26		31*	+21	46	—	2	40								
	<b>Februar</b>	3	—16	48	+	13		51	<b>Juni</b>	3*	+22	11	—		2	13	<b>Oktober</b>	1*	—	2	48
6		—15	55	+	14	9	6*	+22		33	—	1	43	4*	—	3		58	—	10	55
9		—14	59	+	14	20	9*	+22		51	—	1	10	7*	—	5		7	—	11	49
12		—14	1	+	14	23	12*	+23		5	—	0	35	10*	—	6		16	—	12	40
15		—13	0	+	14	20	15*	+23		16	+	0	2	13*	—	7		24	—	13	26
18		—11	58	+	14	10	18*	+23		23	+	0	41	16*	—	8		31	—	14	9
21		—10	54	+	13	54	21*	+23		27	+	1	20	19*	—	9		38	—	14	46
24		—9	49	+	13	31	24*	+23		26	+	1	59	22*	—	10		42	—	15	18
27		—8	42	+	13	3	27*	+23		22	+	2	37	25*	—	11		46	—	15	44
*							30*	+23		14	+	3	14	28*	—	12		48	—	16	4
													31*	—	13	48		—	16	16	
<b>März</b>		2*	—7	34	+	12	30	<b>Juli</b>		3*	+23	3	+	3	49	<b>November</b>		3*	—14	46	—
	5*	—6	26	+	11	52	6*		+22	48	+	4	21	6*	—15		41	—	16	20	
	8*	—5	16	+	11	11	9*		+22	29	+	4	51	9*	—16		35	—	16	11	
	11*	—4	6	+	10	26	12*		+22	7	+	5	18	12*	—17		26	—	15	54	
	14*	—2	55	+	9	38	15*		+21	41	+	5	40	15*	—18		14	—	15	30	
	17*	—1	44	+	8	47	18*		+21	13	+	5	58	18*	—19		0	—	14	58	
	20*	—0	33	+	7	55	21*		+20	40	+	6	11	21*	—19		42	—	14	19	
	23*	+0	38	+	7	1	24*		+20	5	+	6	19	24*	—20		21	—	13	33	
	26*	+1	49	+	6	6	27*		+19	27	+	6	22	27*	—20		57	—	12	39	
	29*	+3	0	+	5	11	30*		+18	46	+	6	19	30*	—21		29	—	11	39	
	<b>April</b>	1*	+4	10	+	4	16		<b>August</b>	2*	+18	2	+	6	11		<b>Dezember</b>	3*	—21	58	—
4*		+5	19	+	3	22	5*	+17		15	+	5	58	6*	—22	23		—	9	20	
7*		+6	28	+	2	29	8*	+16		26	+	5	39	9*	—22	44		—	8	3	
10*		+7	35	+	1	39	11*	+15		34	+	5	16	12*	—23	1		—	6	42	
13*		+8	41	+	0	50	14*	+14		41	+	4	47	15*	—23	13		—	5	17	
16*		+9	46	+	0	5	17*	+13		45	+	4	12	18*	—23	22		—	3	50	
19*		+10	50	—	0	38	20*	+12		47	+	3	34	21*	—23	26		—	2	21	
22*		+11	52	—	1	17	23*	+11		47	+	2	50	24*	—23	26		—	0	52	
25*		+12	52	—	1	52	26*	+10		46	+	2	3	27*	—23	22		+	0	38	
28*		+13	50	—	2	23	29*	+9		43	+	1	12	30*	—23	14		+	2	6	

Sonne

\* Betr. Schaltjahre: s. nächste Seite unter Erläuterungen.

Weltzeit = Bürgerliche Zeit Greenwich; o<sup>h</sup> Weltzeit = Mitternacht Greenwich.

Die Weltzeitstunden werden von o<sup>h</sup> bis 24<sup>h</sup> durchgezählt; 1. Januar 1925  
o<sup>h</sup> Weltzeit = 31. Dezember 1924 12<sup>h</sup> Mittl. Zeit Greenwich.

o<sup>h</sup> Mitteleuropäische Zeit (Mitternacht) = o<sup>h</sup> Weltzeit + 1<sup>h</sup>.

Zeitgleichung = Mittlere Zeit — Wahre Zeit. Schiefe der Ekliptik = 23° 27'.



## Erläuterungen zum Gebrauch der Tafel XII:

Die Werte für Deklination und Zeitgleichung der Tafel XII auf voriger Seite gelten für 1926. Für andere Jahre sind die folgenden Zeitunterschiede  $t$  zu berücksichtigen:

Jahr	$t$ in Std.	Jahr	$t$ in Std.	Jahr	$t$ in Std.	Jahr	$t$ in Std.	Jahr	$t$ in Std.	Jahr	$t$ in Std.
1921	+ 5,1	1926	0,00	1931	- 5,1	1936*	-10,1	1941	+ 8,8	1946	+ 3,7
1922	- 0,7	1927	- 5,8	1932*	-10,9	1937	+ 8,1	1942	+ 3,0	1947	- 2,1
1923	- 6,6	1928*	-11,6	1933	+ 7,3	1938	+ 2,3	1943	- 2,8	1948*	- 7,9
1924*	-12,4	1929	+ 6,6	1934	+ 1,5	1939	- 3,6	1944*	- 8,6	1949	+10,3
1925	+ 5,8	1930	+ 0,75	1935	- 4,3	1940*	- 9,4	1945	+ 9,6	1950	+ 4,5

\* In jedem Schaltjahr ist bei den mit \* versehenen Tagen (vom 29. Febr. einsch. ab) das Datum um 1 zu vermehren; so sind z. B., wenn die Werte für den 29. Febr. gefunden werden sollen, die entsprechenden Werte für den 1. März aus der Tafel XII zu berechnen.

1. Beispiel: Welche Werte haben a) Deklination  $\delta$  und b) Zeitgleichung  $g$  am 26. März 1927 <sup>8h</sup> Weltzeit?

a)  $\delta$  am 26. 3. 1927 <sup>8h</sup> Weltzeit =  $\delta$  am 26. 3. 1926 <sup>8h</sup> Weltzeit - 5<sup>h</sup>, 8 =  
 $\delta$  am 26. 3. 1926 <sup>2h</sup>, 2 Weltzeit =  $1^\circ 49' + \frac{71' \cdot 2,2}{72} = 1^\circ 51'$  (72 Std. = 3 Tage).

b)  $g = 6^m 6^s - \frac{55^s \cdot 2,2}{72} = 6^m 4^s$ .

2. Beispiel: Welche Werte haben a) Deklination  $\delta$  und b) Zeitgleichung  $g$  am 7. Sept. 1916 (Schaltjahr) <sup>0h</sup> Weltzeit?

a)  $\delta$  am 7. 9. 1916 <sup>0h</sup> Weltzeit =  $\delta$  am 8. 9. 1926 <sup>0h</sup> Weltzeit - 13<sup>h</sup>, 9  
 =  $\delta$  am 7. 9. 1926 <sup>10h</sup>, 1 Weltzeit =  $6^\circ 27' - \frac{68' \cdot 10,1}{72} = 6^\circ 17'$ .

b)  $g = -1^m 39^s - \frac{61^s \cdot 10,1}{72} = -1^m 48^s$ .

## Tafel XIII.

### Geogr. Länge und Breite folgender Sternwarten:

Ort	Länge v. Greenwich + westl. u. - östl.		Breite +nördl. -südl.	Ort	Länge v. Greenwich + westl. u. - östl.		Breite +nördl. -südl.
	in Wink. ° /	in Zeit h m s			in Wink. ° /	in Zeit h m s	
Berlin-Babels.	-13 6	-0 52 25	+52 24	Lissabon (T.)	+ 9 11	+0 36 45	+38 43
Bombay . . .	-72 49	-4 51 16	+18 54	Madrid . . .	+ 3 41	+0 14 45	+40 24
Breslau . . .	-17 2	-1 8 9	+51 7	Melbourne. .	-144 59	-9 39 54	-37 50
Ferro (k. St.)	+17 40	+1 10 39	+27 45	München . .	- 11 37	-0 46 26	+48 9
Frankfurt a. M.	- 8 39	-0 34 36	+50 7	New York (C.)	+ 73 59	+4 55 54	+40 45
Genua . . .	- 8 55	-0 35 41	+44 25	Paris (Obs.Nat.)	- 2 20	-0 9 21	+48 50
Greenwich . .	0 0	0 0 0	+51 29	Petersburg .	- 30 18	-2 1 13	+59 56
Hambg. (Seew.)	- 9 58	-0 39 53	+53 33	Rio de Janeiro	+ 43 10	+2 52 42	-22 54
Kairo . . .	-31 17	-2 5 9	+30 5	Rom (C. R.).	- 12 29	-0 49 55	+41 54
Kap d. g. Hoff.	-18 29	-1 13 55	-33 56	San Francisco	+122 26	+8 9 43	+37 47
Kiel (N. M.).	-10 9	-0 40 35	+54 20	Tokio. . . .	-139 45	-9 18 59	+35 39
Königsberg .	-20 30	-1 21 59	+54 43	Wien (N. St.)	- 16 20	-1 5 21	+48 14
Schulort							

Sonne

Mittleur. Zeit = Mittlere Zeit + (15 + 1) · 4<sup>min</sup> (z. B. Berlin l = - 13° 6').

### Erdkonstanten nach Bessel:

Mittl. Erdradius  $R = 6370,3$  km;  $\log R = 3,8042$ . Mittl. Erdgrad = 111,1 km.  
 1 Seemeile  $sm = 1,852$  km;  $\log sm = 0,2676$ . 1 geogr. Meile = 7,420 km.

Tafel XIV.

Element	Zeichen	Atomgew. 1937	Spez. Gew. bei mittl. Temp.	Schmelzpunkt °C	Element	Zeichen	Atomgew. 1937	Spez. Gew. bei mittl. Temp.	Schmelzpunkt °C
Aluminium.	Al	26,97	2,70	658	Natrium . .	Na	22,997	0,97	97,8
Antimon. .	Sb	121,76	6,67	630	Neon . . .	Ne	20,183	*0,688	—
Argon . . .	Ar	39,944	*1,379	—189	Nickel . . .	Ni	58,69	8,8	1452,3
Arsen, grau	As	74,91	5,72	817	Osmium . .	Os	191,5	22,48	2500
Barium . .	Ba	137,36	3,6	850	Palladium .	Pd	106,7	11,5	1557
Beryllium .	Be	9,02	1,84	1278	Phosphor, weiß . . .	P	31,02	1,83	44,2
Blei . . . .	Pb	207,22	11,34	327	Platin . . .	Pt	195,23	21,4	1773,5
Bor . . . .	B	10,82	1,73	2300	Quecksilber	Hg	200,61	13,55	—38,89
Brom, fl. .	Br	79,916	3,14	— 7,3	Radium . .	Ra	225,97	—	700
Cäsium . .	Cs	132,91	1,87	28,45	Rhodium . .	Rh	102,91	12,1	1970
Chlor . . .	Cl	35,457	*2,45	—103	Rubidium .	Rb	85,48	1,52	39
Chrom. . .	Cr	52,01	7,1	1520	Sauerstoff .	O	16,000	*1,105	—219
Eisen . . .	Fe	55,84	7,86	1530	Schwefel, rhomb. . .	S	32,06	2,07	112,8
R-Emanation, fl. . . .	Em	222	5,7	—71	Selen, grau	Se	78,96	4,80	217
Fluor . . .	F	19,00	*1,31	—223	Silber . . .	Ag	107,88	10,50	960,5
Gold . . . .	Au	197,2	19,3	1063	Silicium, kr.	Si	28,06	2,34	1414
Helium . . .	He	4,002	*0,138	—272,1	Stickstoff .	N	14,008	*0,968	—210,52
Iridium . .	Ir	193,1	22,4	2454	Strontium .	Sr	87,63	2,6	800
Jod . . . .	J	126,92	4,942	113,5	Tellur . . .	Te	127,61	6,20	452
Kadmium . .	Cd	112,41	8,64	320,9	Thallium . .	Tl	204,39	11,85	302,5
Kalium . . .	K	39,096	0,86	63,6	Thorium . .	Th	232,12	11,00	1700
Kalzium . .	Ca	40,08	1,55	803	Titan . . .	Ti	47,90	4,5	1800
Kobalt . . .	Co	58,94	8,8	1489,8	Uran . . . .	U	238,07	18,7	1689
Kohlenstoff, Diam. . . .	C	12,00	3,51	3917	Wasserstoff	H	1,0078	*0,0696	—259
Kupfer . . .	Cu	63,57	8,93	1083	Wismut . .	Bi	209,0	9,80	271
Lithium . .	Li	6,94	0,534	180	Wolfram . .	W	183,92	19,1	3370
Magnesium	Mg	24,32	1,74	650	Zink . . . .	Zn	65,38	7,1	419,4
Mangan . .	Mn	54,93	7,3	1230	Zinn, weiß .	Sn	118,70	7,28	231,84
Molybdän .	Mo	95,95	10,2	2500	Zirkonium .	Zr	91,22	6,4	1530

  

Feste Körper	Lin. Ausdehn.-Koeff. zw. 0° und 100°	Spez. Gew. bei mittl. Temp.	Spez. Wärme bei 18°	Flüss. u. gasf. Körper	Kub. Ausdehn.-Koeff. bei 18°	Spez. Gew. bei mittl. Temp.	Spez. Wärme bei 18°
Blei . . . .	0,0000289	11,34	0,03	Äther . . .	0,00162	0,716	0,55
Eisen . . .	115	7,86	0,11	Alkohol . .	110	0,791	0,58
Glas, Jena .	081	2,6	0,19	Benzol . . .	115	0,881	0,41
Kupfer . . .	162	8,93	0,094	Olivenöl . .	072	0,915	0,40
Marmor . . .	—	2,7	0,21	Petroleum .	092	0,8	0,5
Messing . .	185	8,4	0,092	Quecksilber .	0181	13,55	0,035
Quarzglas .	006	2,2	0,17	Wasser . . .	018	0,999	0,999
Silber . . .	197	10,50	0,056	Kohlensäure	0,003673	*1,519	0,202 c,
Zink . . . .	300	7,1	0,092	Luft . . . .	3674	*1	0,241 c,

\* Luft = 1. Spez. Gew. d. Luft [0°, 760 mm] = 0,001293 bez. auf Wasser von 4°.

Elektrochem. Konstanten: Ein Strom von 1 Ampère scheidet ab in 1 Sekunde			
0,01036 mg	1,118 mg	0,3294 mg	0,1742 ccm Knallgas-
Äquivalente	Silber Ag	Kupfer Cu	bei 0° C u. 760 mm Druck

Spannkraft $e$ des gesättigten Wasserdampfes in mm Quecksilber von 0°												
$t^{\circ}$ :	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32
$e$ :	9,2	10,5	12,0	13,6	15,5	17,5	19,8	22,4	25,2	28,3	31,8	35,7

# Formelsammlung.

## I. Planimetrie.

A. Strecken: Regelmäßige Vielecke  $s_n$ :

$$s_3 = r \sqrt{3}; \quad s_4 = r \sqrt{2}; \quad s_5 = \frac{r}{2} \sqrt{10 - 2\sqrt{5}}; \quad s_6 = r; \quad s_8 = r \sqrt{2 - \sqrt{2}};$$

$$s_{10} = \frac{r}{2} (\sqrt{5} - 1); \quad s_{12} = r \sqrt{2 - \sqrt{3}}; \quad s_{24} = r \sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{3}}};$$

$r$  = Radius des Umkreises.

Kreisumfang:  $U = 2\pi r$ ; Kreisbogen:  $b = \frac{\pi r \cdot \mu}{180}$ .

B. Flächen: a) Flächeninhalt  $F$ :

Quadrat:  $F = a^2$ ; Rechteck:  $F = a \cdot b$ ; Parallelogramm:  $F = g \cdot h$ ;

Dreieck:  $F = \frac{g \cdot h}{2} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ , wenn  $s = \frac{a+b+c}{2}$ ;

Trapez:  $F = \frac{(g_1 + g_2) \cdot h}{2}$ ; Kreis:  $F = \pi r^2$ ;

Kreisausschnitt:  $F = \frac{r \cdot b}{2} = \frac{\pi r^2 \mu}{360}$ .

b) Flächenbeziehungen:

α) am rechth. Dreieck:  $c$  = Hypotenuse,  $p$  u.  $q$  Hypotenusenabschnitte.

Euklid:  $a^2 = c \cdot p$ ,  $b^2 = c \cdot q$ ; Höhensatz:  $h^2 = p \cdot q$ ; Pythagoras:  $c^2 = a^2 + b^2$ .

β) am schiefw. Dreieck:  $a^2 = b^2 + c^2 \pm 2bq$ , wenn  $q$  = Projektion von  $c$  auf  $b$ .

## II. Stereometrie.

Würfel:  $O = 6a^2$ ,  $V = a^3$ ; Quader:  $O = 2(ab + bc + ca)$ ,  $V = abc$ .

Prisma:  $V = G \cdot h$ ; Zylinder:  $M_{\text{ger.}} = 2\pi r h$ ;  $O_{\text{ger.}} = 2\pi r(r+h)$ ;  $V = \pi r^2 \cdot h$ .

Pyramide:  $V = \frac{G \cdot h}{3}$ ; Kegel:  $M_{\text{ger.}} = \pi r s$ ;  $O_{\text{ger.}} = \pi r(r+s)$ ;  $V = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$ .

Pyramidenstumpf:  $V = \frac{h}{3} (G_1 + G_2 + \sqrt{G_1 \cdot G_2})$ .

Kegelstumpf:  $M_{\text{ger.}} = \pi s (r_1 + r_2)$ ;  $V = \frac{\pi h}{3} (r_1^2 + r_2^2 + r_1 \cdot r_2)$ .

Kugel:  $O = 4\pi r^2$ ;  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ ; Kugelsektor:  $V = \frac{2}{3} \pi r^2 \cdot h$ .

Kugelkalotte:  $O = 2\pi r \cdot h$ ; Kugelzone:  $O = 2\pi r \cdot h$ ; Kugelsegment:

$$V = \frac{\pi h^2}{3} (3r - h).$$

Drehungsparaboloid:  $V = \frac{1}{2} \pi r^2 \cdot h$ ; Ellipsoid:  $V = \frac{4}{3} \pi a b c$ .

Kugeldreieck:  $F = \frac{\pi r^2 (\alpha + \beta + \gamma - 180^\circ)}{180^\circ}$ ; Eulers Satz:  $E + F = K + 2$ .

Regelm. Körper: Würfel:  $O = 6a^2$ ,  $V = a^3$ ; Oktaeder:  $O = 2a^2 \sqrt{3}$ ,

$$V = \frac{a^3}{3} \sqrt{2}.$$

Tetraeder:  $O = a^2 \sqrt{3}$ ,  $V = \frac{a^3}{12} \sqrt{2}$ ; Ikosaeder:  $O = 5a^2 \sqrt{3}$ ,

$$V = \frac{5a^3}{12} (3 + \sqrt{5}).$$

Dodekaeder:  $O = 3a^2 \sqrt{5} (5 + 2\sqrt{5})$ ;  $V = \frac{a^3}{4} (15 + 7\sqrt{5})$ .

Phys. u.  
chem.  
Konst.

### III. Trigonometrie.

#### A. Goniometrie.

Vorzeichen, Änderung u. bes. Werte der goniom. Funktionen:

Funktionen:	I. 0°...90°	II. 90°..180°	III. 180°..270°	IV. 270°..360°	30°	45°	60°
sin	+	+	-	-	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
cos	+	-	-	+	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$
tang	+	-	+	-	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}$
cotg	+	-	+	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$

Zusammenhang zwischen den Funktionen eines Winkels:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1; \quad \text{tang } \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \quad \text{cotg } \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha};$$

Gesucht	Gegeben			
	sin $\alpha$	cos $\alpha$	tang $\alpha$	cotg $\alpha$
sin $\alpha$	—	$\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$	$\frac{\text{tang } \alpha}{\sqrt{1 + \text{tang}^2 \alpha}}$	$\frac{1}{\sqrt{1 + \text{cotg}^2 \alpha}}$
cos $\alpha$	$\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$	—	$\frac{1}{\sqrt{1 + \text{tang}^2 \alpha}}$	$\frac{\text{cotg } \alpha}{\sqrt{1 + \text{cotg}^2 \alpha}}$
tang $\alpha$	$\frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$	$\frac{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}{\cos \alpha}$	—	$\frac{1}{\text{cotg } \alpha}$
cotg $\alpha$	$\frac{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}{\sin \alpha}$	$\frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$	$\frac{1}{\text{tang } \alpha}$	—

Negativer Winkel:  $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ ;  $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ ;  
 $\text{tang}(-\alpha) = -\text{tang } \alpha$ ;  $\text{cotg}(-\alpha) = -\text{cotg } \alpha$ .

Komplementwinkel:  $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ ;  $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ ;  
 $\text{tang}(90^\circ - \alpha) = \text{cotg } \alpha$ ;  $\text{cotg}(90^\circ - \alpha) = \text{tang } \alpha$ .

Überschuß über 90°:  $\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$ ;  $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$ ;  
 $\text{tang}(90^\circ + \alpha) = -\text{cotg } \alpha$ ;  $\text{cotg}(90^\circ + \alpha) = -\text{tang } \alpha$ ;

Supplementwinkel:  $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ ;  $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ ;  
 $\text{tang}(180^\circ - \alpha) = -\text{tang } \alpha$ ;  $\text{cotg}(180^\circ - \alpha) = -\text{cotg } \alpha$ .

Die Funktionen zusammengesetzter Winkel:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta; \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta;$$

$$\text{tang}(\alpha \pm \beta) = \frac{\text{tg } \alpha \pm \text{tg } \beta}{1 \mp \text{tg } \alpha \cdot \text{tg } \beta}; \quad \text{cotg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\text{cotg } \alpha \cdot \text{cotg } \beta \mp 1}{\text{cotg } \beta \pm \text{cotg } \alpha}.$$

Die Funktionen doppelter und halber Winkel:

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha; \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha;$$

$$\text{tang } 2\alpha = \frac{2 \text{ tang } \alpha}{1 - \text{tang}^2 \alpha}; \quad \text{cotg } 2\alpha = \frac{\text{cotg}^2 \alpha - 1}{2 \text{ cotg } \alpha}.$$

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}; \quad \cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}};$$

$$\text{tang } \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}; \quad \text{cotg } \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}}.$$

**Formeln**

Verwandlung einer Summe oder einer Differenz zweier gleichnamigen Funktionen in einen logarithmierbaren Ausdruck:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}; \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2};$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cdot \cos \frac{x-y}{2}; \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \cdot \sin \frac{x-y}{2};$$

$$\operatorname{tang} x + \operatorname{tang} y = \frac{\sin(x+y)}{\cos x \cdot \cos y}; \quad \operatorname{tang} x - \operatorname{tang} y = \frac{\sin(x-y)}{\cos x \cdot \cos y};$$

$$\operatorname{cotg} x + \operatorname{cotg} y = \frac{\sin(x+y)}{\sin x \cdot \sin y}; \quad \operatorname{cotg} x - \operatorname{cotg} y = -\frac{\sin(x-y)}{\sin x \cdot \sin y}.$$

#### B. Ebene Trigonometrie:

Sinussatz:  $a : b : c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$ .

Cosinussatz:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$ .

$$\operatorname{Tangenssatz}: \quad \frac{a+b}{a-b} = \frac{\operatorname{tang} \frac{\alpha+\beta}{2}}{\operatorname{tang} \frac{\alpha-\beta}{2}}.$$

Dreiecksinhalt:

$F = \frac{1}{2} a \cdot b \sin \gamma = 2r^2 \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \sin \gamma$ , wenn  $r$  = Radius des Umkreises.

$= \varrho \cdot s = \varrho^2 \cdot \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{cotg} \frac{\beta}{2} \cdot \operatorname{cotg} \frac{\gamma}{2}$ , wenn  $\varrho$  = Radius des Inkreises.

$$\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 4 \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\beta}{2} \cdot \cos \frac{\gamma}{2};$$

$$\operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2} + \operatorname{cotg} \frac{\beta}{2} + \operatorname{cotg} \frac{\gamma}{2} = \operatorname{cotg} \frac{\alpha}{2} \cdot \operatorname{cotg} \frac{\beta}{2} \cdot \operatorname{cotg} \frac{\gamma}{2}.$$

#### C. Sphärische Trigonometrie:

a) Das rechtwinklige Kugeldreieck:  $c$  = Hypotenuse.

$$\sin \alpha = \frac{\sin a}{\sin c}; \quad \cos \alpha = \frac{\operatorname{tang} b}{\operatorname{tang} c}; \quad \operatorname{tang} \alpha = \frac{\operatorname{tang} a}{\sin b};$$

$$\sin \alpha = \frac{\cos \beta}{\cos b}; \quad \cos c = \cos a \cdot \cos b; \quad \cos c = \operatorname{cotg} \alpha \cdot \operatorname{cotg} \beta.$$

b) Das schiefwinklige Kugeldreieck:

Sinussatz:  $\sin a : \sin b : \sin c = \sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma$ .

Seitencosinussatz:  $\cos a = \cos b \cdot \cos c + \sin b \cdot \sin c \cdot \cos \alpha$ .

Winkelcosinussatz:  $\cos \alpha = -\cos \beta \cdot \cos \gamma + \sin \beta \cdot \sin \gamma \cdot \cos a$ .

### IV. Analytische Geometrie.

#### A. Punkte:

Abstand  $e$  der Punkte  $P_1(x_1, y_1)$   $P_2(x_2, y_2)$ :  $e = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$ .

Halbierungspunkt  $P_3(x_3, y_3)$  der Strecke  $P_1P_2$ :  $x_3 = \frac{x_1+x_2}{2}$ ,  $y_3 = \frac{y_1+y_2}{2}$ .

$$P_1P_3 : P_3P_2 = m : n = \lambda : 1. \quad x_3 = \frac{mx_2 + nx_1}{m+n} = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda};$$

$$y_3 = \frac{my_2 + ny_1}{m+n} = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}.$$

Inhalt  $F$  des Dreiecks  $P_1P_2P_3$ :  $F = \pm \frac{1}{2} \{x_1(y_2-y_3) + x_2(y_3-y_1) + x_3(y_1-y_2)\}$ .

**B. Geraden:**  $\alpha$  ist der Winkel der Geraden,  $\beta$  der des Lotes mit der pos. Richtung der  $x$ -Achse,  $\rho$  die Länge des Lotes vom Koordinatenanfang auf die Gerade,  $a$  und  $b$  sind ihre Abschnitte auf den Achsen. Gleichung der Geraden:

Gewöhnl. Form:  $y = \operatorname{tg} \alpha \cdot x + b,$

Allgemeine Form:  $Ax + By + C = 0,$

Abschnittsform:  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1,$

Hessesche Normalform:

$$x \cdot \cos \beta + y \cdot \sin \beta - \rho = 0, \text{ wo } a = \frac{\rho}{\cos \beta} \text{ u. } b = \frac{\rho}{\sin \beta},$$

durch die Punkte  $P_1$  u.  $P_2$ :  $y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x - x_1),$

die durch  $P_1$  geht und den Winkel  $\alpha$  mit der  $x$ -Achse bildet:

$$y - y_1 = \operatorname{tg} \alpha (x - x_1).$$

Winkel  $\varphi$  zweier Geraden:  $\operatorname{tang} \varphi = \frac{\operatorname{tang} \alpha_2 - \operatorname{tang} \alpha_1}{1 + \operatorname{tang} \alpha_2 \cdot \operatorname{tang} \alpha_1}.$

Wenn  $\varphi = 90^\circ,$   $\operatorname{tang} \alpha_2 = -\frac{1}{\operatorname{tang} \alpha_1};$  Abst.  $d = |x_1 \cdot \cos \beta + y_1 \sin \beta - \rho|.$

**C. Kreis:** Gleichung des Kreises mit dem Radius  $r$  und dem

Mittelpunkt  $M(0, 0):$   $x^2 + y^2 = r^2,$

„  $M(a, b): (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2.$

Gleichung der Tangente im Berührungspunkt  $P_1$  und der Polare des Punktes  $P_1$  in bezug auf den Kreis mit  $M(0, 0):$

$$x \cdot x_1 + y \cdot y_1 = r^2.$$

**D. Parabel:** Parameter  $= 2\rho.$  Brennweite  $f = OF = \frac{\rho}{2}.$

Scheitelgleichung:  $y^2 = 2\rho x.$

Länge des Brennstrahls:  $r = \frac{\rho}{2} + x_1.$

Gleichung der Tangente im Berührungspunkt  $P_1$  und der Polare des Punktes  $P_1$  in bezug auf die Parabel ( $y^2 = 2\rho x$ ):

$$y \cdot y_1 = \rho (x + x_1).$$

Parabelsegment  $F = \frac{2}{3}$  des Dreiecks, gebildet aus der Sehne und den beiden Tangenten in ihren Schnittpunkten.

**E. Ellipse:**  $a =$  gr. Halbachse,  $b =$  kl. Halbachse,  $2\rho = \frac{2b^2}{a}.$

Lineare Exzentrizität:  $e = \sqrt{a^2 - b^2};$  Numerische Exz.:  $\epsilon = \frac{e}{a}.$

Mittelpunktsgleichung:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$

Länge der Brennstrahlen zu  $P_1:$   $r_1 = a + \epsilon x_1;$   $r_2 = a - \epsilon x_1.$

Gleichung der Tangente im Berührungspunkt  $P_1$  und der Polare des Punktes  $P_1$  in bezug auf die Ellipse ( $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ):

$$\frac{x \cdot x_1}{a^2} + \frac{y \cdot y_1}{b^2} = 1.$$

Fläche:  $F = \pi ab.$

**F. Hyperbel:**  $a = \text{gr. Halbachse}$ ,  $b = \text{kl. Halbachse}$ ,  $2p = \frac{2b^2}{a} = \text{Param.}$

Lineare Exzentrizität:  $e = \sqrt{a^2 + b^2}$ ; Numerische Exz.:  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ .

Mittelpunktsgleichung:  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ .

Länge der Brennstrahlen zu  $P_1$ :  $r_1 = \varepsilon x_1 + a$ ;  $r_2 = \varepsilon x_1 - a$ .

Gleichung der Tangente im Berührungspunkt  $P_1$  und der Polare des

Punktes  $P_1$  in bezug auf die Hyp.  $\left(\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1\right)$ :

$$\frac{x \cdot x_1}{a^2} - \frac{y \cdot y_1}{b^2} = 1.$$

Hyperbelsegment  $F$ , begrenzt von der durch  $P_1$  parallel zur  $y$ -Achse gehenden Sehne und dem Hyperbelbogen

$$F = x_1 \cdot y_1 - a \cdot b \ln\left(\frac{x_1}{a} + \frac{y_1}{b}\right).$$

Gleichungen der Asymptoten:  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 0$ ;  $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 0$ .

### G. Kegelschnitte:

Scheitelgleichung:  $y^2 = 2px + (\varepsilon^2 - 1)x^2$ ;  $\varepsilon < 1$  Ell.,  $\varepsilon = 1$  Par.,  $\varepsilon > 1$  Hyp.

Polargleichung:  $r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \varphi}$ ;  $\varepsilon < 1$  Ell.,  $\varepsilon = 1$  Par.,  $\varepsilon > 1$  Hyp.,

wobei die Hauptachse die Polarachse, ein Brennpunkt der Pol ist und der Polarwinkel  $\varphi$  von dem Scheitel aus gezählt wird, der dem Pol zunächst liegt.

### H. Koordinatensysteme:

a) Parallelverschiebung:  $x = x' + a$ ,  $y = y' + b$  für  $O' (a, b)$ .

b) Drehung des rechth. Systems um den Koordinatenanfang um  $\varphi$ :

$$\begin{aligned} x &= x' \cdot \cos \varphi - y' \cdot \sin \varphi, \\ y &= x' \cdot \sin \varphi + y' \cdot \cos \varphi. \end{aligned}$$

$$Ax^2 + 2Bxy + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0, \quad \tan 2\varphi = \frac{2B}{A - C}.$$

## V. Arithmetik und Algebra.

**A. Proportionen:** Wenn  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , dann  $\frac{ma \pm nb}{pa \pm qb} = \frac{mc \pm nd}{pc \pm qd}$ .

**B. Potenzen:**  $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ,  
 $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ ,  
 $(a \pm b)^4 = a^4 \pm 4a^3b + 6a^2b^2 \pm 4ab^3 + b^4$ .

$a^0 = 1$ ;  $a^{-x} = 1 : a^x$ .

$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$ ;  $a^x : a^y = a^{x-y}$ ;  $a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$ ;  $a^x : b^x = (a : b)^x$ ;  $(a^x)^y = a^{xy}$ .

**C. Wurzeln:**  $(\sqrt[n]{a})^n = a$ ;  $a^{\frac{y}{x}} = \sqrt[x]{a^y}$ ,

$$\sqrt[x]{ab} = \sqrt[x]{a} \cdot \sqrt[x]{b}; \quad \sqrt[x]{a:b} = \frac{\sqrt[x]{a}}{\sqrt[x]{b}}; \quad \sqrt[x]{a^m} = \sqrt[x]{a^m} = \sqrt[x]{a^m}; \quad \sqrt[x]{a^y} = \sqrt[x]{a^y} = \sqrt[x]{a^y};$$

$$\sqrt[x]{a^y} = (\sqrt[x]{a})^y; \quad \sqrt[x]{\sqrt[y]{a}} = \sqrt[x \cdot y]{a} = \sqrt[x]{\sqrt[y]{a}}.$$

**D. Logarithmen:**  $g^x = a$  oder  $x = \log_g a$ .

$$\log a \cdot b = \log a + \log b; \quad \log \frac{a}{b} = \log a - \log b;$$

$$\log a^n = n \cdot \log a; \quad \log \sqrt[n]{a} = \frac{1}{n} \cdot \log a.$$

**E. Reihen:**

a) arithm.:  $a, a + d, a + 2d, \dots; z = a + (n - 1)d; s = \frac{n(a + z)}{2}$ .

b) geom.:  $a, aq, aq^2, \dots; z = aq^{n-1}; s = \frac{a(q^n - 1)}{q - 1}$ .

Für  $n = \infty$  und  $0 < q < 1$  wird  $s = \frac{a}{1 - q}$ .

c) Zinseszins:  $p = \text{Zinsfuß}, q = 1 + \frac{p}{100}, k = \text{Anfangskap.}, k_n = \text{Endkap.},$   
 $n = \text{Anzahl der Zeitabschnitte (Jahre): } k_n = k \cdot q^n.$

Der Betrag  $r$  wird 1. am Anfange, 2. am Ende eines Zeitabschn. (Jahres) gezahlt:

$$1. s = r \cdot q \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}; \quad 2. s = r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}.$$

Das Kap.  $k$  wird am Ende jedes Zeitabschnittes (Jahres) um  $r$  vermehrt (+) bzw. vermindert (-):

$$k_n = k \cdot q^n \pm r \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}.$$

d) Amortisation:  $S = \text{Schuld}, a = \text{Annuität (Jahreszahlung):}$

$$S q^n - a \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} = 0.$$

e) Rente: Wird die Rente  $r$  1. am Anfang, 2. am Ende jedes Jahres gezahlt, so ist ihr Barwert:

$$1. b = \frac{r}{q^{n-1}} \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}; \quad 2. b = \frac{r}{q^n} \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}.$$

**F. Versicherungsrechnung:** a) Versicherung auf den Lebensfall:

$\alpha$ ) Prämie  $a$ , die  $t$  Jahre lang jährlich prän. zu zahlen ist, für eine  $n$  Jahre aufgeschobene,  $m$  Jahre laufende prän. zahlbare Leibrente von  $rM$ :

$$a = r \cdot \frac{N_{x+n} - N_{x+n+m}}{N_n - N_{x+t}} \quad (\text{Studienrente}).$$

Für einmal. Prämie (Einlage) ist  $t = 1$ , also  $N_x - N_{x+t} = D_x$ , einzusetzen.

$\beta$ ) Altersrente: Für lebensl. Leibr. wird  $N_{x+n+m} = 0$ .

$\gamma$ ) Aussteuer (Kap.)-versich.: zur Sicherung eines Kap. von  $rM$ , auszahlfar im Erlebensfall nach  $n$  Jahren:  $m = 1; N_{x+n} - N_{x+n+1} = D_{x+n}$ .

b) Versicherung auf den Todesfall:

$\alpha$ ) Prämie  $a$ , die  $t$  Jahre lang jährlich prän. zu zahlen ist für eine Todesfallversicherung mit  $rM$  Steibegeld bei einer Karenzzeit von  $n$  Jahren:

$$a = r \cdot \frac{\frac{1}{q} N_{x+n} - N_{x+n+1}}{N_x - N_{x+t}}.$$

Für einmal. Prämie (Einlage) ist  $t = 1$ , also  $N_x - N_{x+1} = D_x$ .

$\beta$ ) Für lebensl. zahlbare Prämien wird  $N_{x+t} = 0$ .

$\gamma$ ) Bei Wegfall der Karenzzeit ist  $n = 0$ .



**G. Der Moivresche Satz: (Anwendung)**

$$\sqrt[n]{a + bi} = \sqrt[n]{r} \cdot \left( \cos \frac{\varphi + k \cdot 360^\circ}{n} + i \sin \frac{\varphi + k \cdot 360^\circ}{n} \right),$$

wo  $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ ,  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{a}$  und  $k = 0, 1, 2, \dots, n-1$ .

**H. Gleichungen:** a) kubische:  $x^3 - px + q = 0$ ;  $D = \left(\frac{q}{2}\right)^3 - \left(\frac{p}{3}\right)^3$ .

1.  $D > 0$ ;  $u = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{D}}$ ;  $v = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{D}}$ .

$$x_1 = u + v; \quad x_2 = -\frac{u+v}{2} + \frac{u-v}{2} \sqrt{-3};$$

$$x_3 = -\frac{u+v}{2} - \frac{u-v}{2} \sqrt{-3}.$$

2.  $D = 0$ ;  $x_1 = 2 \sqrt[3]{-\frac{q}{2}}$ ;  $x_2 = x_3 = -\sqrt[3]{-\frac{q}{2}}$ .

3.  $D < 0$ ;  $x_1 = 2 \sqrt[3]{\frac{p}{3}} \cdot \cos \frac{\varphi}{3}$ ;  $x_2 = -2 \sqrt[3]{\frac{p}{3}} \cdot \cos \left(\frac{\varphi}{3} - 60^\circ\right)$ ;

$$x_3 = -2 \sqrt[3]{\frac{p}{3}} \cdot \cos \left(\frac{\varphi}{3} + 60^\circ\right), \text{ wo } \cos \varphi = \frac{-\frac{q}{2}}{\sqrt{\left(\frac{p}{3}\right)^3}}.$$

b) Näherungsmethoden: 1. Die regula falsi:  $x_3 = x_1 - f(x_1) \cdot \frac{x_2 - x_1}{f(x_2) - f(x_1)}$ .

2. Die Newtonsche Meth.:  $x_3 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$ .

**VI. Differential- und Integralrechnung.**

**A. Diff.-Quot.:**  $\frac{dcx}{dx} = c$ ,  $\frac{dx^n}{dx} = n \cdot x^{n-1}$ ,

$$\frac{de^x}{dx} = e^x, \quad \frac{da^x}{dx} = a^x \cdot \ln a,$$

$$\frac{d \ln x}{dx} = \frac{1}{x}, \quad \frac{d \log x}{dx} = \frac{\log e}{x}.$$

$$\frac{d \sin x}{dx} = \cos x, \quad \frac{d \cos x}{dx} = -\sin x, \quad \frac{d \tan x}{dx} = \frac{1}{\cos^2 x}, \quad \frac{d \cotg x}{dx} = -\frac{1}{\sin^2 x}.$$

$$\frac{d \arcsin x}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad \frac{d \arccos x}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad \frac{d \arctan x}{dx} = \frac{1}{1+x^2},$$

$$\frac{d \operatorname{arc} \cotg x}{dx} = -\frac{1}{1+x^2}.$$

$$\frac{d(u \pm v)}{dx} = \frac{du}{dx} \pm \frac{dv}{dx}, \quad \frac{d(u \cdot v)}{dx} = v \cdot \frac{du}{dx} + u \cdot \frac{dv}{dx}, \quad \frac{d\left(\frac{u}{v}\right)}{dx} = \frac{v \frac{du}{dx} - u \frac{dv}{dx}}{v^2}.$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \cdot \frac{dz}{dx}, \text{ wenn } y = f(z) \text{ und } z = \varphi(x).$$

Anwendungen:  $y = f(x)$  hat für  $x = x_1$

a) ein Max., wenn  $f'(x_1) = 0$  und  $f''(x_1) < 0$ ,

b) ein Min., wenn  $f'(x_1) = 0$  „  $f''(x_1) > 0$ ,

c) einen Wendepunkt, wenn  $f''(x_1) = 0$  oder  $\infty$  u.  $f'''(x_1) \neq 0$ ; Wendetang.:  $\operatorname{tang} \varphi = f'(x_1)$ .

**B. Reihen:** Der Mittelwertsatz:  $f(a+h) - f(a) = h \cdot f'(a + \vartheta h)$ ,  
—  $0 < \vartheta < 1$ , wenn  $f(x)$  u.  $f'(x)$  in dem Intervall von  $a$  bis  $a+h$  endlich und stetig sind.

Die Taylorsche Reihe:  $f(a+h) = f(a) + \frac{h}{1!} f'(a) + \frac{h^2}{2!} f''(a) + \dots + R$ ,

wobei für  $0 < \vartheta < 1$   $R = \frac{h^n}{n!} f^{(n)}(a + \vartheta h)$  ist.

Die Mac Laurinsche Reihe:  $f(x) = f(0) + \frac{x}{1!} f'(0) + \frac{x^2}{2!} f''(0) + \dots + R$ ,

wobei für  $0 < \vartheta < 1$   $R = \frac{x^n}{n!} f^{(n)}(\vartheta x)$  ist.

Die binomische Reihe:  $(1+x)^n = 1 + \binom{n}{1}x + \binom{n}{2}x^2 + \binom{n}{3}x^3 + \dots$ ,

$-1 < x < 1$ , worin  $\binom{n}{k} = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots k}$  ist.

Die natürl. Exponentialreihe:  $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \dots$ ,  $-\infty < x < +\infty$ .

Die allgem. Exponentialreihe:  $a^x = 1 + \frac{x}{1!} \ln a + \frac{x^2}{2!} (\ln a)^2 + \dots$ ,  $-\infty < x < +\infty$ .

Die log. Reihe:  $\ln(1+x) = \frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots$ ,  $-1 < x \leq 1$ ;

$\ln(1-x) = -\frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \dots$ ,  $-1 \leq x < 1$ .

$\ln z = 2 \left\{ \frac{z-1}{z+1} + \frac{1}{3} \left( \frac{z-1}{z+1} \right)^3 + \frac{1}{5} \left( \frac{z-1}{z+1} \right)^5 + \dots \right\}$ ,  $0 < z < \infty$ .

Die trig. Reihen:  $\sin x = \frac{x}{1!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$ ,  $-\infty < x < +\infty$ ,

$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots$ ,  $-\infty < x < +\infty$ .

Die zyklom. Reihen:  $\arcsin x = x + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^3}{3} + \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4} \cdot \frac{x^5}{5} + \dots$ ,  $-1 \leq x \leq 1$ ;

$\arctan x = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \dots$ ,  $-1 \leq x \leq 1$ .

**C. Integralformeln:**  $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$  für  $n \geq -1$ ;  $\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$ ;

$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + C$ ;  $\int e^x dx = e^x + C$ ;  $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$ .

$\int \cos x dx = \sin x + C$ ;  $\int \sin x dx = -\cos x + C$ .

$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + C$ ;  $\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\cot x + C$ .

$\int \tan x dx = -\ln|\cos x| + C$ ;  $\int \cot x dx = \ln|\sin x| + C$ .

$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C = -\arccos x + C_1$ ;  $\int \frac{dx}{1+x^2} = \arctan x + C$   
 $= -\operatorname{arccot} x + C_1$ .

$\int \sqrt{a^2+x^2} dx = \frac{1}{2} \left\{ a^2 \ln|x + \sqrt{a^2+x^2}| + x \sqrt{a^2+x^2} \right\} + C$ ;

$\int \sqrt{a^2-x^2} dx = \frac{1}{2} \left\{ a^2 \arcsin \frac{x}{a} + x \sqrt{a^2-x^2} \right\} + C$ .

Ist  $a = \text{const.}$ ,  $u = f(x)$  und  $v = g(x)$ , so ist:

$\int a u dx = a \int u dx$ ;  $\int (u+v) dx = \int u dx + \int v dx$ ;  $\int u dv = u \cdot v - \int v du$ .