

Milan Vidmar

Vorlesungen über die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik

Vorlesungen über die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik

Von

Dr. techn. Milan Vidmar

ordentl. Professor an der jugoslawischen Universität Ljubljana

Mit 352 Abbildungen im Text



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH
1928

ISBN 978-3-642-52572-8 ISBN 978-3-642-52626-8 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-642-52626-8

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung
in fremde Sprachen vorbehalten

Copyright 1928 by Springer-Verlag Berlin Heidelberg
Ursprünglich erschienen bei Julius Springer in Berlin 1928

Vorwort.

Als ich vor 6 Jahren die Vorlesungen über die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik an der Universität Ljubljana für die Hörer der elektrotechnischen Abteilung der technischen Fakultät aufnahm, war ich — aus der Praxis kommend, obwohl immer mit theoretischen Problemen beschäftigt — erstaunt zu finden, daß es ungeheuer schwer ist, den richtigen Unterrichtsweg zu treffen.

Es kann nicht geleugnet werden, daß die meisten jungen Elektroingenieure doch nur eine Unmenge von wissenschaftlichen Tatsachen, eine Fülle von Lösungen verschiedenartigster Fachprobleme auf den Lebensweg mitbekommen, daß ihnen dagegen die Zusammenhänge, die Leitmotive oft fehlen, daß ihnen der Überblick mit den Jahren der Arbeit sehr langsam aufdämmert, daß sie oft vor einfachen, grundsätzlichen Fragen verduzt stehen bleiben.

Es ist nicht genug, z. B. die Gesetze kennen zu lernen, die einerseits die Gleichstrom- andererseits die Wechselstromtechnik beherrschen. Es ist auch nicht genug, z. B. die Ausgleicherscheinungen und die Wanderwellenvorgänge je für sich studiert zu haben. Man muß wissen, warum wir Gleich- und Wechselströme erzeugen, inwiefern Wanderwellen Ausgleichschwingungen sind usw.

Es ist auch nicht in Ordnung, daß der Starkstromingenieur der Erscheinungswelt der Hochfrequenztechnik ratlos gegenübersteht, daß er nicht klar sieht, daß er in seinem Transformator die Energie drahtlos überträgt. Der Elektroingenieur muß ein einheitliches, wissenschaftliches Traggerüst vorgebaut bekommen, wenn er die Hochschule besucht, und soll nicht nur eine Unmenge der Bilder der einzelnen Träger des zerlegten Gerüsts kennen lernen.

Man kann die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik als Sammlung aller Einzelergebnisse der Forschung bringen, von denen man annimmt, daß sie für die praktische Arbeit des Ingenieurs von Nutzen sein werden. Die Zergliederung erleichtert gewiß den Unterricht erheblich. Man kann und man sollte nach meiner Meinung aber auch weitergehen und jede untersuchte Einzelheit sofort in das Gesamtbild einfügen, das man allmählich aufbaut. Die Aufgabe wird dann freilich erheblich schwieriger.

Ich habe mich gleichwohl entschlossen, sie anzugreifen. Ich mußte aber dabei sofort die Einteilung des Stoffes in Kapitel und Abschnitte aufgeben. Eine fortfließende Darstellungs- und Erzählungsform ergab sich von selbst. Und da man dem Leser oder dem Hörer doch immer wieder Ruhepausen einräumen muß, entschloß ich mich für die Einteilung nach Vorlesungen, die, je in sich möglichst abgeschlossen, doch den Aufbaufaden weiterspinnen, vom Einfachen zum Schwierigen aufsteigen, die Gemeinsamkeit wahren, die Zusammenhänge deutlich erkennen lassen und schließlich

einen Gesamtüberblick erreichen lassen — wenn ich wirklich mein Ziel erreicht habe.

Es ist ganz bestimmt nicht wichtig, daß die Vorlesungen über wissenschaftliche Grundlagen der Elektrotechnik viel Stoff bringen. Wichtiger ist es, daß sie das Wesentliche bringen, daß sie eine wirkliche Grundlage für das Sonderstudium schaffen. Einzelheiten lernt der Ingenieur in seiner Arbeitszeit mühelos. Aber die klare Einsicht in die wenigen, immer wieder entscheidenden Grundgesetze, das Verständnis für das Zusammenwirken der Physik, der Mathematik und der wirtschaftlichen Forderungen muß der Hochschulunterricht geben.

Von ganz ungeheurer Wichtigkeit aber ist es zweifellos, daß man in den wissenschaftlichen Grundlagen die gewiß nicht sehr anschaulichen, physikalischen Grundgesetze mit allen Mitteln anschaulich macht, daß man den angehenden Elektroingenieur so weit bringt, daß er wirklich zu sehen, und zwar klar zu sehen anfängt. Mechanische Analogien sind nach meiner Ansicht außerordentlich wertvoll. Sie wurden für das vorliegende Buch ausgiebig zu Hilfe genommen.

Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik müssen natürlich dort anfangen, wo die Elektrophysik aufhört. Aber wo das ist, ist schwer zu sagen. Ich habe natürlich die Vertrautheit mit der Theorie der Elektrizität und des Magnetismus voraussetzen müssen, aber ich habe doch versucht, jedes verwendete physikalische Grundgesetz mechanisch zu kleiden, damit der mit beiden Füßen in der Wirklichkeit stehende, an das Materielle so sehr gewöhnte Ingenieur nicht an abstrakten Vorstellungen scheitert.

Es ist unangenehm, mit dem elektrischen Feld beginnen zu müssen. Auch seine technische Theorie ist verhältnismäßig wenig anschaulich. Aber vielleicht ist es von Wert, daß der Anfänger sieht, daß er mitten in der Elektrophysik beginnt und allmählich in die technische Wirklichkeit heraussteigt. Der hohe Wert der gründlichen physikalischen Vorschulung muß ihm auf diese Weise besonders klar erkennbar werden.

Man könnte das elektrische Feld vielleicht auch später einführen. Aber man müßte dann darauf verzichten, die Zeit, diesen mächtigen Faktor, nur allmählich eingreifen zu lassen. Bei der gewählten Darstellungsfolge ergibt sich zunächst der Spannungsbegriff, der Begriff der elektrischen Fallhöhe, aus ihm der Strombegriff, der Begriff der elektrisch fallenden Elektrizitätsmengen, von selbst und der Gleichstrom, für den die Zeit noch wenig wichtig ist, kann logisch dem zeitlosen elektrischen Feld folgen.

Das elektrische Feld bringt die Kapazität, die sich als elektrische Elastizität darstellen ließ, der Gleichstrom macht auf elektrische Strömungswiderstände aufmerksam, die sich als Reibungswiderstände geben lassen. Von selbst entsteht dann die Frage, ob es denn keine elektrische Trägheit gibt. Mit den Trägheitserscheinungen zieht die Zeit mit voller Macht in den Darstellungsgang ein und die elektrische Trägheit, die Induktivität, muß mit Hilfe der magnetischen Felder studiert werden.

Das ist der Übergang zum Wechselstrom. Seine Nachteile, vor allem die induktiven Widerstände, müssen sofort von dem Hauptvorteil, der Möglichkeit der Transformation, in den Schatten gestellt werden, damit

die Einführung des Wechselstroms verständlich wird. Daß der Beschreibung des Transformators die Darstellung der Schwierigkeiten der Kraftübertragung folgen muß, ist klar.

Die Kraftübertragung ist von der Stromverteilung schwer zu scheiden. Ungezwungen läuft deshalb die Darstellung über die Beschreibung der Mehrleitersysteme weiter, um im Dreiphasenstrom zu landen. Andererseits ist die Transformation im ruhenden Wechselstromtransformator doch nur ein Sonderfall der allgemeinen Transformation, und der andere Sonderfall, der mechanisierte Transformator, die umlaufende elektrische Maschine, schließt sich notwendigerweise dem Wechselstromtransformator, das Drehfeld dem Drehstrom, an. Der allgemeine Transformator ist ein gewisser erster Abschluß der Wechselstromtheorie.

Die tiefere Bearbeitung der Wechselstromprobleme verlangt sodann die Einführung verteilter Kapazitäten, Widerstände und Induktivitäten. Sie beginnt somit mit der Fernleitung. Auf der anderen Seite ist die Schwingungstheorie eine wesentliche Verfeinerung der einfachen Theorie der technischen Wechselströme. Von selbst entsteht die Frage unregelmäßiger, also nicht mehr dem Sinuszeitgesetz folgender Wechselgrößen, deren Erledigung die harmonische Analyse bringt.

Die so ungemein wichtige Schwingungstheorie, auf Stromkreise mit verteilten Kapazitäten, Widerständen und Induktivitäten ausgedehnt, führt zur Wanderwellentheorie. Auf der vertieften Schwingungstheorie läßt sich schließlich mühelos die kurzgefaßte Theorie der drahtlosen Telegraphie und Telephonie aufbauen.

Mit Vorbedacht wurde in den Schluß der vorliegenden Vorlesungen die Beschreibung der Elektrolyse und des Stromdurchganges durch Gase verlegt. Es ist in Ordnung, daß die Darstellung mit dem Primärelement schließt, dort also, wo die Elektrotechnik angefangen hat. Sie beginnt doch mit dem elektrischen Feld, das uns heute, bei den hohen Betriebsspannungen, wichtiger ist, denn je. Es ist in Ordnung, daß die Vorlesungen schließlich doch zum Gleichstrom zurückkehren. Sie sollen damit andeuten, daß sich der Daseinskreis der Elektrotechnik zu schließen beginnt.

In den vorliegenden Vorlesungen über die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik habe ich natürlich das Bild dieses ungeheuer wichtigen Zweiges der Technik so zu zeichnen versucht, wie es im Laufe meiner 20jährigen praktischen Tätigkeit als Ingenieur allmählich in mir entstanden ist. Ich darf sagen, daß ich viel und über vieles nachgedacht habe, viele Probleme selbst gelöst habe, manch eine treffliche Darstellung anderer Forscher liebgewonnen habe. Wirklich neues konnte ich in den vorliegenden Vorlesungen kaum bringen. Die Form, die Anordnung des bekannten Stoffes war zu finden.

Ich habe Petersens ausgezeichnete Bearbeitung des zweiten Teiles Kittlers „Allgemeiner Elektrotechnik“ vielfach herangezogen, so z. B. bei dem Problem der Fernleitung mit verteilter Kapazität und bei der harmonischen Analyse. Auch Arnolds „Wechselstromtechnik I“ war mir eine wertvolle Fundgrube für verschiedene Sonderlösungen. Das schöne Buch R. Rüdengbergs über elektrische Schaltvorgänge half mir ausgiebig bei der Bearbeitung der Schwingungstheorie. Schließlich benützte

ich noch gerne L. B. Turners Buch über drahtlose Telegraphie und Telephonie.

Die Erfahrungen meiner Lehrtätigkeit lassen mich erwarten, daß die vorliegenden Vorlesungen dem angehenden Ingenieur als Führer gut werden dienen können. Ich hoffe aber, daß auch der im praktischen Leben stehende Ingenieur gerne einmal eine zusammenhängende Darstellung der wissenschaftlichen Grundlagen wird lesen wollen. Um schließlich das Nachschlagen infolge des ungewöhnlichen Aufbaues nicht unmöglich zu machen, habe ich ein Sachverzeichnis eingerichtet, das hoffentlich genügen wird.

In dem Buch wird man Lichtbilder von Maschinen und Geräten umsonst suchen. Meiner Ansicht nach gehören Lichtbilder überhaupt nicht in ein Buch über die wissenschaftlichen Grundlagen, die doch nur das Wesen der Konstruktionen beschreiben sollen. Das Wesen läßt sich meist mit einfachen Skizzen erklären, das Lichtbild dagegen gibt immer nur die wertlose äußere Form wieder.

Ich bin meinem ehemaligen Assistenten Ing. J. Rudolf für die mühevollen Anfertigung der Abbildungen zu großem Dank verpflichtet. Mein Assistent Ing. V. Koželj hat die Korrekturen mitgelesen. Der Verlagsbuchhandlung Julius Springer muß ich aufrichtig für die opferfreudige Inangriffnahme und sorgfältige Durchführung der Herausgabe danken.

Es ist mir klar, daß es gefährlich ist, ein gutes Buch über die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik schreiben zu wollen. Manch einem Leser werde ich zu viel Ingenieur und zu wenig Physiker sein. Die Zergliederung in Teilprobleme, die man einzeln studieren will, wird man vielleicht vermissen, obwohl man sie bis zu einem gewissen Grade auch finden kann. Aber ich hoffe doch, daß der leise Zwang, das ganze Buch einmal durchzulesen, nicht schaden wird. Etwaige Fehler, die sich sicher eingeschlichen haben, werde ich gerne berichtigen, wenn ich das Glück haben sollte, einen genügend großen Leserkreis zu erobern.

Ljubljana, den 17. März 1928.

Milan Vidmar.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Erste Vorlesung	1
Entwicklung der Theorie der Elektrotechnik. Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik. Die Rolle der Physik. Die Rolle der Mathematik. Gliederung der Elektrotechnik. Das Programm der wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik.	
Zweite Vorlesung	13
Ruhende Elektrizität. Nichtleiter und Leiter. Coulombsches Gesetz. Das Maß der Elektrizitätsmenge. Elektrostatische Einheit. Dielektrische Verschiebung. Theorie der elektrischen Festigkeit. Das elektrische Feld. Äquipotentialflächen. Das Potential. Kraftlinien. Das elektrische Feld eines geladenen Punktes. Praktische Einheit der Elektrizitätsmenge. Nichtleiterkonstante. Kapazität.	
Dritte Vorlesung	25
Das elektrische Feld einer geladenen Geraden. Gleichachsige Zylinder. Randwirkung. Parallele nicht gleichachsige Zylinder. Zylinder und Ebene. Elektrische Spiegelung. Das vollständige Feld paralleler, nicht gleichachsiger Zylinder. Reihenschaltung verschiedener Nichtleiter.	
Vierte Vorlesung	40
Elektrisches Feld zusammengesetzter Anordnungen. Zwei sich umschließende Zylinder. Zweileiterkabel. Drehstromfreileitung. Leiter und Traggestell. Kapazitäten in Reihenschaltung. Kapazitäten in Parallelschaltung. Gleitende Entladungen. Kriechweg. Getränkte Anordnungen. Wasser als Feind der Isolation. Gasisolation unter Druck. Kapazität und Elastizität. Energie des elektrischen Feldes.	
Fünfte Vorlesung	54
Elektrischer Strom. Einheit der Stromstärke. Stromkreis. Gleichstrom. Das Ohmsche Gesetz. Widerstand. Spezifischer Widerstand. Temperaturkoeffizient. Kupfer als Leitermetall der Elektrotechnik. Einheit des Widerstandes. Leistung. Das Joulesche Gesetz. Erwärmung der Maschinen und Geräte. Widerstandstemperaturmessung. Elektrische Öfen und Kocher. Kurzschluß. Schmelzsicherung. Elektrische Beleuchtung. Widerstände in Reihenschaltung. Widerstände in Parallelschaltung. Hitzdrahtinstrument.	
Sechste Vorlesung	68
Kirchhoffsche Gesetze. Wheatstonesche Brücke. Fehlerortsbestimmung für Kabel. Kleinstwert der Stromwärme bei Parallelschaltung. Spannungsmessung. Ableitung. Temperaturkoeffizient der Nichtleiter. Das magnetische Feld. Induktivität.	
Siebente Vorlesung	80
Bohrerregel. Einheit der Kraftflußdichte. Das Ohmsche Gesetz des Kraftflusses. Magnetischer Widerstand. Induktivität zweier paralleler Leiter. Induktivität von Spulen. Durchflutung. Verkettung. Magnetisierungskurve. Magnetische Hysteresis. Selbstinduktionsspannung.	
Achte Vorlesung	93
Das Induktionsgesetz. Wechselströme. Gegenseitige Induktion. Sinusschwingungen. Höchstwert. Periodendauer. Phasenverschiebung.	

	Seite
Periodenzahl. Graphische Darstellung der Wechselgrößen. Symbolische Darstellung der Wechselgrößen. Joulesches Gesetz für Wechselströme. Effektivwert. Leistungsgesetz für Wechselströme. Die effektive Spannung in der Festigkeitslehre.	
Neunte Vorlesung	106
Leistungsfaktor. Wirkstrom. Blindstrom. Einfache Wechselstromkreise. Wechselstromwiderstände. Magnetische Energie. Elektrische Energie. Reihenschaltung von Wechselstromwiderständen.	
Zehnte Vorlesung	120
Selbstinduktionsspannung einer eisenhaltigen Spule. Zeitform des Magnetisierungsstroms. Wechselstromtransformator. Übersetzungsverhältnis. Wicklungen. Verluste. Wirkungsgrad.	
Elfte Vorlesung	133
Spannungstransformator. Stromtransformator. Stromwandler. Anlegestrommesser. Doppelt verketteter Kraftfluß. Wechselfluß im massiven Eisenkern. Wirbelströme. Legierte Bleche. Altern der Bleche.	
Zwölfte Vorlesung	148
Verluste im Eisen. Verluste im Kupfer. Stromdichte. Wirkungsgrad. Verlustaufteilung. Verbilligungsbestrebungen im Elektromaschinenbau. Spartransformator.	
Dreizehnte Vorlesung	160
Kraftübertragung. Dreileitersystem. Mittelleiter. Außenleiter. Wechselstromkraftübertragung. Mehrphasenströme. Phasenspannung. Verkettete Spannung. Sternschaltung. Dreieckschaltung.	
Vierzehnte Vorlesung	172
Unsymmetrische Belastungen des Dreiphasensystems. Bedeutung des Nullleiters. Dreiphasige Transformatoren. Beispiele für Unsymmetrien.	
Fünfzehnte Vorlesung	185
Elektrische Maschinen. Periodenzahl und Umdrehungszahl. Induktionsgesetz für bewegte Wicklungen. Modell der Maschine. Schleifringe. Stromkraft. Gesetz von Biot-Savart. Energiebilanz der Maschine. Drehmoment und Phasenverschiebung. Energieverluste der Maschine.	
Sechzehnte Vorlesung	197
Ankerwicklungen. Potentialkreis. Einphasige Generatoren. Dreiphasige Generatoren. Wickelköpfe. Nuten, Zähne, Nutenkeile. Polzahl, Umdrehungszahl und Periodenzahl. Turbogeneratoren. Innenpoltype. Maschine ohne ausgeprägte Pole. Trapezfluß. Drehfluß. Zweiphasensystem.	
Siebzehnte Vorlesung	211
Drehflußaugenblicksbilder. Synchronmaschinen. Synchronisieren. Phasenkompensierung. Synchronmotor als Phasenschieber. Asynchronmaschinen. Ständer und Läufer. Drehtransformator. Potentialregler.	
Achtzehnte Vorlesung	225
Allgemeiner Transformator. Gleichstrommaschinen. Einpolmaschine. Fließende Wicklungen. Kollektor. Geschlossene Ankerwicklungen. Schleifenwicklung. Wellenwicklung. Spannung der Gleichstrommaschine. Schaltungen der Gleichstrommaschine. Selbsterregung. Nebenschlußmaschine. Reihenschlußmaschine. Anlasser. Nebenschlußregler. Energieverluste der Gleichstrommaschine.	
Neunzehnte Vorlesung	238
Stromwendung. Wendepole. Ankerfluß. Ankerrückwirkung. Kollektor	

	Seite
als Periodenumformer. Drehstromkollektormotor. Phasenkompensierung. Wechselstromkollektormotor. Stromwendung des Wechselstromkollektormotors. Umformer. Motor — Generator. Einankerumformer.	
Zwanzigste Vorlesung	252
Veränderliche Wechselstromkreise. Transformatorersatzschaltung. Vektorenbild der Ersatzschaltung des Transformators. Wechselstromleitwert. Inversion. Leerlaufpunkt. Kurzschlußpunkt. Kreisdiagramm.	
Einundzwanzigste Vorlesung	265
Ausstattung des Kreisdiagramms. Leistungsfaktorkreis. Stromwärme-gerade. Maßstab der Stromwärme. Restleistungsgerade. Wirkungsgradmaßstab. Erregungsverluste. Leistungsgerade. Anwendung des Kreisdiagramms. Kreisdiagramm des Asynchronmotors.	
Zweiundzwanzigste Vorlesung	278
Kraftübertragungsstromkreis. Verteilte Widerstände, Induktivitäten und Kapazitäten. Vernachlässigung der Kapazitätsverteilung. Ersatzstromkreis der Kraftübertragung. Glimmverluste. Symbolische Behandlung des veränderlichen Stromkreises. Schaltung nach Boucherot. Der Ladestrom der Fernleitung. Pupin-Spule.	
Dreiundzwanzigste Vorlesung	289
Fernleitung mit verteilter Kapazität.	
Vierundzwanzigste Vorlesung	300
Kapazität und Schwingungsfähigkeit. Erzwungene Schwingungen. Energiebewegung der Schwingung. Eigenschwingungen. Freie Schwingungen. Idealer Schwingungskreis. Resonanz. Ohmscher Widerstand und Dämpfung. Ausgleichsvorgänge. Beispiel. Ausgleichsstrom. Zeitkonstante.	
Fünfundzwanzigste Vorlesung	313
Ausgleichsschwingungen. Periodenzahl der Eigenschwingung. Wellenwiderstand. Ausschwingen eines Wechselstroms. Ladungsschwingung des Kondensators. Ein- und Ausschaltüberspannungen. Überströme. Selbstschalter mit Zeitrelais. Schmelzsicherung.	
Sechsendzwanzigste Vorlesung	326
Einschaltsschwingungen. Anfangsbedingungen. Schalter mit Vorschaltwiderstand. Resonanz. Stromschwebungen. Einschaltsschwingung des Transformators. Elektrisch-mechanische Schwingungen. Kurzschlußstromkraft des Transformators.	
Siebenundzwanzigste Vorlesung	339
Ströme und Spannungen unregelmäßiger Form. Fouriersche Analyse. Grundwelle und Oberwellen. Beispiele. Rechteckswelle. Dreieckswelle. Bedeutung der dritten Oberwelle.	
Achtundzwanzigste Vorlesung	353
Unregelmäßige Wechselgrößen in der Rechnung und in der Messung. Oszillograph. Zerlegung unregelmäßiger Wechselkurven. Querflußkurve. Dritte Oberwelle des Magnetisierungsstroms eines dreiphasigen Transformators. Oberwellen und Phasenzahl. Einwirkung der Kapazität und Induktivität auf die Oberwellen.	
Neunundzwanzigste Vorlesung	353
Effektivwert unregelmäßiger Wechselgrößen. Dynamometrischer Messer. Formfaktor. Leistung unregelmäßiger Wechselgrößen. Leistungsmesser. Festigkeitsmessungen und unregelmäßige Spannungskurven.	

	Seite
Dreißigste Vorlesung	380
Wanderwellen. Einfluß der Erdfelder. Wanderwellenstrom. Grundgesetze der Wanderwellentheorie. Wellenwiderstand. Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wanderwellen. Verschiebungsstrom. Wanderwelle am offenen Leitungsende. Periodenzahl der Wanderwelle. Wanderwelle und Ohmscher Widerstand. Wanderwelle am kurzgeschlossenen Leitungsende. Energie und Leistung der Wanderwelle. Dämpfung der Wanderwelle.	
Einunddreiigste Vorlesung	393
Wanderwellen als Schwingungen. Die steile Wellenstirne. Wellenbrechung im Treffpunkt zweier Wellenwiderstände. Isolation der Maschinenwicklungen. Vorteile hoher Betriebsspannungen. Erdableiter. Hörnerableiter. lschalter und Abschaltüberspannungen. Abschleifen der Wellenstirne. Drosselspule. Drosselspule und Wanderwellenende. Parallelschaltung der Wellenwiderstände. Überbrückung der Schutzdrosselspule durch einen Ohmschen Widerstand.	
Zweiunddreiigste Vorlesung	405
Elektromagnetische Wellen. Hochfrequenz. Resonanz in der Hochfrequenztechnik. Senderstromkreis. Antenne. Stehende Wellen. Funkenstrecke. Steuerung. Gedämpfte und ungedämpfte Wellen. Schalloberwellen. Elektrisches Ventil. Erzeugung ungedämpfter Wellen. Hochfrequenzgenerator. Ruhende Periodenumformer. Funkensender.	
Dreiunddreiigste Vorlesung	419
Elektronenröhre. Elektronenstrahlungsgesetz. Elektroden. Anode, Kathode. Dritte Elektrode. Elektronenröhre als Erzeuger ungedämpfter Schwingungen. Koppelung. Elektronenröhre als Schwingungsverstrker. Elektronenröhre als Gleichrichter. Drahtlose Bildübertragung.	
Vierunddreiigste Vorlesung	433
Elektrizitätsdurchgang durch Gase und Flüssigkeiten. Ionisierung. Quecksilberdampfgleichrichter. Elektrolyse. Faradaysche Gesetze der Elektrolyse. Sammler. Der Sammler und die schwankende Belastung des Elektrizitätswerkes. Primärelemente.	
Namen- und Sachverzeichnis	446

Erste Vorlesung.

Entwicklung der Theorie der Elektrotechnik. Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik. Die Rolle der Physik. Die Rolle der Mathematik. Gliederung der Elektrotechnik. Das Programm der wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik.

Nach dem ersten halben Jahrhundert stürmischer Entwicklung ist heute die Elektrotechnik ein gewaltiges Arbeitsgebiet. Sie dient der Menschheit überall, sie verdrängt immer noch ältere Zweige der Technik, sie bringt immer noch neue Vorteile, neue Lebenserleichterungen.

Jede technische Neuerung tastet sich mit mühseligen Versuchen ein. Die Pioniere der Technik sind immer Praktiker, Männer der Tat. Geglückte Versuche sind Stöße in die noch unbekanntere Welt der kommenden technischen Wunder. Selten leuchtet nur klare Erkenntnis in die Dunkelheit der Zukunft hinein.

Erst um die Jahrhundertwende begann die Theorie der Elektrotechnik kräftig mitzutun. Es war Zeit. Sie kam, weil sie unbedingt endlich kommen mußte. Es war schon sehr viel da, was theoretisch gründlich verdaut werden mußte, bevor der ganz große Fortschritt auf der ganzen Linie möglich war.

Die Theorie der Elektrotechnik kam mit einiger Verspätung, aber sie hat dann die Praxis gründlich eingeholt. Heute ist der Elektroingenieur ein echter und rechter wissenschaftlicher Arbeiter. Die Elektrotechnik schuf eigentlich erst den wirklichen akademischen Ingenieur. Ihre Theorie ist ein ganz gewaltiges Wissensgebiet. Es ist kaum mehr möglich, daß ein einzelner Kopf sie vollständig beherrscht.

Die unvermeidlich gewordene Gliederung der Theorie der Elektrotechnik zweigt die wissenschaftliche Durchdringung der einzelnen Zweige von der alles umfassenden Theorie der elektrotechnischen Elemente ab. Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik sind das Fundament, auf dem die Theorien der verschiedenen Teile der Elektrotechnik aufgebaut werden. Aus der Physik nehmen sie sich die Grundgesetze, aus der Praxis die Verwertungsziele. Sie suchen das Gemeinsame, beschreiben die nützlichen Kombinationen, geben den physikalischen Gesetzen das technische Gewand und schaffen das Arbeitswerkzeug des wissenschaftlich arbeitenden Ingenieurs. Sie öffnen die Tür in jedes Spezialfach der Elektrotechnik, sie geben die allgemeine elektrotechnische Bildung.

Es ist nicht schwer, einzusehen, welche ungeheuerere Bedeutung gerade die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik für den angehenden Ingenieur haben. Die elektrischen und magnetischen Erscheinungen, die die Elektrotechnik verwertet, sind dem Verständnis ungleich schwerer zugänglich als die mechanischen, mit denen andere Zweige der Technik arbeiten. Die Natur hat dem Elektroingenieur die nötigen Organe verweigert,

mit denen er seine Erscheinungswelt beherrschen könnte. Er sieht nicht und hört nicht. Er tastet, er arbeitet mit seinem geistigen Auge.

Die vornehmste Aufgabe der Grundwissenschaft der Elektrotechnik ist es, den angehenden Ingenieur sehend zu machen. Sie muß ihm greifbare Bilder schaffen, sie muß ihn so weit bringen, daß er sie klar beherrscht und versteht. Es ist dies keine unlösbare Aufgabe. Der erfahrene Ingenieur sieht wirklich. Er steht vor seiner Maschine, sieht klar die magnetischen Kraftlinien, er hat den elektrischen Strom so deutlich vor sich, wie den Wasserstrom, dem er auf seinem Spaziergange folgt. Das physikalische Spiel der Maschine ist ihm lebendig, wie der Arbeitslauf einer Dampfmaschine oder Wasserturbine.

Der erfahrene Ingenieur sieht die Fernleitung, die auf weite Strecken die verwertbare elektrische Energie überträgt, ganz anders als der Laie. Sie ist lebendig für sein Auge. Er sieht gewaltige elektrische Stürme in dem heimtückisch ruhig in der Sonne glänzenden Draht. Er lebt in einer Welt, die eigentlich gar nicht die Welt unserer drei Dimensionen ist. Er lebt aber darin voll und ganz, als wäre er dort geboren worden.

Gewiß ist es nicht leicht, so weit in die Geheimnisse der Natur einzudringen. Der Weg führt nur über die gründliche Bearbeitung der wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik und selbstverständlich über Jahre der Arbeit, die gleichzeitig Jahre der Eingewöhnung sind. Daß die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik eine entsprechende und nicht geringe Vorbildung voraussetzen, ist selbstverständlich.

Die Physik ist die Mutter der Theorie der Elektrotechnik. Im Arbeitsraum des Physikers sind die ersten elektrotechnischen Modelle entstanden. Ohne Physik gibt es keine wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik, ohne physikalische Vorschulung kein Eindringen in die Geheimnisse der Elektrotechnik.

Es ist nicht einfach so, daß man die nötigen Grundgesetze der Physik entnimmt und sie ohne weiteres als Axiome einer neuen praktischen Wissenschaft verwertet. Die Mathematik, ein unentbehrliches und unersetzliches Werkzeug des Elektroingenieurs, kann zwar vieles, ja alles, aufbauen und immer wieder neue Kombinationen hervorzaubern. Aber die Formeln, die mathematischen Ergebnisse, sind tot, wenn die Grundgesetze tot sind. Die Axiome der Mathematik wären auch unbrauchbar, wenn sie nicht zum Verstand sprechen würden. Verbindet man nicht mit jedem in mathematischer Form gebrachten Grundgesetz der Elektrotechnik ein lebendiges Bild, so kann man nicht erwarten, daß die elektrische Maschine ein lebendes Wesen sein wird, daß die elektrische Kraftanlage ein Stück lebendiger Natur wird.

Das richtige elektrotechnische Denken ist vor allem richtiges physikalisches Denken. Jede Art von Denken muß aber geschult werden. Das ungeschulte Denken ist unzähligen Irrtümern, fortwährenden Mißgriffen, ewig störenden Fehlern ausgesetzt. Richtig denken, richtig bei der täglichen Arbeit denken, kann man nur, wenn man das richtige Gefühl für das zu erwartende Ergebnis hat, wenn man an verschiedenen Merkmalen sofort den Fehler zu erkennen, oder wenigstens zu vermuten, imstande ist. Das bringt nur die Schulung. Die allgemeine Beherrschung der Naturerschei-

nungen allein ermöglicht die richtige Bewertung der elektrischen Erscheinungen. Die Physik bildet den Elektroingenieur.

Es hat Elektroingenieure gegeben, die nicht gewußt haben, was Elektrizität ist. Bedeutende Elektroingenieure sogar. Wissen wir es heute? Vielleicht ebenfalls nicht. Aber wir machen uns ein Bild, das wahrscheinlichste, das wir können. Die älteren, wirklichen Elektroingenieure machten es nicht anders. Es ist nicht wichtig, daß das Bild absolut richtig ist. Es muß lediglich lebendig sein und den beobachteten Tatsachen nicht widersprechen. Es kann immer wieder verbessert werden. Aber in irgendeiner Form muß es da sein. Die älteren Elektroingenieure hatten genau so ihre Bilder wie wir.

Wohl können wir sagen, daß unser Bild, das Bild der Elektrizität, jenes geheimnisvollen Fluidums, das erst ein Schrecken und dann ein Segen der Menschheit war, das, verwertet, die Elektrotechnik entstehen ließ, schöner und vor allem großartiger ist, als das Bild bzw. die Bilder der älteren Fachleute. Es ist vor allem auch lebendiger.

Wir sehen heute die Materie mit anderen Augen an als ehemals. Sie zerfällt uns noch immer in kleinste Bausteine, in Atome. Aber diese unvorstellbar kleinen Teilchen sind uns nicht mehr einfache physikalische Begriffe ohne Gestalt und Wirklichkeit. Sie leben vor uns.

Die Atomistik, einer der jüngsten Zweige der Physik, stellte fest, daß jedes Atom eine ganze Welt ist, genau so wie unser Sonnensystem eine Welt ist. Jedes Atom hat einen Zentralkörper, eine Sonne, um die Planeten kreisen.

Mehr noch. Es hat sich gezeigt, daß die Atome verschiedener Urstoffe ganz gleiche Planeten haben, nur nicht in gleicher Anzahl. Die Planetenzahl gibt dem Atom erst die kennzeichnenden Eigenschaften. Auch die verschiedenen Atomsonnen sind aus gleichen Bausteinen aufgebaut, wiederum aber ist die Anzahl der Bausteine das unterscheidende Merkmal.

Die Planeten der Atomwelten, untereinander gleich, sind nun die kleinsten Teilchen der Elektrizität; sie heißen deshalb auch Elektronen. Es ist dies die sog. negative Elektrizität der alten Physik. Die Bausteine der Atomsonnen sind dann die kleinsten Teilchen der positiven Elektrizität der alten Physik.

Unsere Welt ist durch und durch elektrisch, das sehen wir sofort. Daß sie der Menschheit so lange ganz unelektrisch schien, wird verständlich, wenn man bedenkt, daß innerhalb einer Atomwelt normal die positiv und die negativ elektrischen Teile im Gleichgewicht sind, so daß nach außen das Atom unelektrisch erscheinen muß.

Das zweifellos erhabene Naturbild zeigt, daß der Elektroingenieur am tiefsten in die Natur eindringt, denn er arbeitet mit Teilen des Atoms, der Maschineningenieur, der Bauingenieur mit ganzen Atomen. Der Elektroingenieur muß verirrte Planeten der Atomwelten sammeln, ordnen, in einen Arbeitsstrom vereinigen. Er sieht, wenn er zu sehen versteht, in ungeheurere Räume, in Welten, die mit unserer Welt kaum noch einen Zusammenhang haben.

Es wäre unrichtig, nur der Elektrizität die lebendige Gestalt der Elektronen zu geben und der zweiten physikalischen Grunderscheinung der Elektrotechnik, dem Magnetismus, den verschwommenen Begriff eines

geheimnisvollen Fluidums zu belassen, wenn hier, gleichsam als Einleitung, die ersten physikalischen Bilder gegeben werden sollen.

Was der Magnetismus eigentlich ist, weiß niemand, besser gesagt, wissen wir noch weniger als was Elektrizität ist. Es ist mehr ein persönliches Bild des Verfassers, das hier gezeichnet werden soll. Man kann sich den Magnetismus ganz gut als die Ordnung der Umdrehungsachsen der Atomwelten in einer gewissen Richtung vorstellen. Der Drehsinn gestattet ohne weiteres die Unterscheidung zweier Richtungen jedes auf diese Weise aufgefaßten magnetischen Zustandes.

Die beiden ersten hier entworfenen Bilder der Elektrizität und des Magnetismus liegen weit ab von der täglichen Wirklichkeit. Wir arbeiten mit ungeheuren Mengen von Elektronen, nicht mit einem einzelnen Atomplaneten, wir haben mit ungezählten Atomkreisläufen zu tun, nicht mit einem einzigen Atom. Aber von weit her kommt den wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik das erste Licht und eine nicht unwichtige Folgerung kann doch schon hier gezogen werden.

Sowohl die elektrischen als auch die magnetischen Erscheinungen sind offenbar außerordentlich fein gegliedert. Der Mechanismus eines elektrischen Stromes ist zweifellos viel mehr unterteilt als z. B. der Mechanismus eines Wasserstromes. Unwillkürlich erwartet man deshalb, daß die physikalischen Grundgesetze der Elektrotechnik merklich schärfer und genauer sein werden als z. B. die Grundgesetze der Wassertechnik, genauer als irgendwelche anderen technisch verwerteten physikalischen Gesetze, denn alle diese Gesetze sind ja doch nur statistische Gesetze, Ausdrücke für die Wahrscheinlichkeit des Ergebnisses einer großen Anzahl von gleichartigen Einzelerscheinungen.

Die Folgerung mag richtig sein oder unrichtig, Tatsache ist, daß wir in der Elektrotechnik wirklich sehr genau rechnen, sehr verläßlich die Ergebnisse voraussagen können. Es gibt keinen Zweig der Technik, der diesen unschätzbaren Vorteil hätte. Nirgends in der Technik spielen Faustformeln, Erfahrungsgesetze, Erfahrungskoeffizienten eine so geringe Rolle wie in der Elektrotechnik. Natürlich brauchen auch wir Eigenschaftszahlen der Baustoffe. Aber wir können uns auch auf solche Erfahrungszahlen weit mehr verlassen als z. B. Bauingenieure auf die ihrigen.

Unter diesen Umständen gewinnt die Mathematik als Arbeitswerkzeug für den Elektroingenieur erst den richtigen Wert. Sie ist vor dem Aufblühen der Elektrotechnik in der Technik kaum mit ihren einfachsten Operationen aufgetreten, sie hat früher nicht selten zu Fehlschlüssen verleitet, wie sie immer auftreten müssen, wenn unverläßliche Voraussetzungen exakten Rechnungen zugrunde gelegt werden. Heute wäre die Arbeit des Elektroingenieurs ohne ausgiebige Anwendung der höheren Mathematik undenkbar.

Es darf nicht vergessen werden, daß die physikalischen Grundgesetze der Elektrotechnik zum Teil sehr eigenartig sind und in eine einfache mathematische Form nur dann gebracht werden können, wenn tatsächlich die Hilfsmittel der Mathematik voll zur Verfügung stehen. Die Rechnungen, von schwierigeren Ansätzen ausgehend, können dann natürlich nicht mehr ganz einfach sein.

Man kann auch in der Elektrotechnik die Mathematik mißbrauchen. Wenn man rechnet, nur um zu rechnen, wenn man die Rechnung leichtfertig ansetzt, um dann mit großer mathematischen Geschicklichkeit Ergebnisse zu erzwingen, die nicht zu erzwingen sind, wenn man vergißt, daß jede Rechnung, die nicht wirklich notwendig ist, für die Technik überflüssig, für die Mathematik wertlos ist, wenn man nicht daran denkt, daß uns die Mathematik nur ein Hilfsmittel ist und nicht mehr, treibt man Mißbrauch.

Die Arbeit des Ingenieurs muß nicht nur nützlich, sie muß auch schön sein. Schön ist alles, was zweckmäßig, was mit den einfachsten Hilfsmitteln erreicht ist. Je knapper die Rechnung, um so schöner ist sie. Nicht die Formeln und die Gleichungen suchen wir, sondern sprechende Ergebnisse.

Es gibt zweierlei Arbeitswege für die Bearbeitung schwieriger elektrotechnischen Probleme. Man kann mit Sorgfalt die Voraussetzungen festlegen und einen sicheren mathematischen Ansatz erreichen, um dann das Wort der Mathematik zu überlassen, bis das Ergebnis erreicht ist. Wer den mathematischen Schlußausdruck wirklich zu lesen versteht, hat auf diese Weise das angestrebte Ziel erreicht und hat dabei sehr oft den Genuß reizvoller Überraschungen.

Dem Verfasser erscheint ein anderer Weg wesentlich besser und richtiger. Es ist nämlich leicht zu erkennen, daß eine Gefahr darin liegt, daß die Arbeit zwischen der Problemfassung und der Lösung gleichsam unbewußt vor sich geht, daß die Schlüsse nicht eine klar übersehene Kette bilden, daß eben Überraschungen möglich sind.

Richtiger ist es, zunächst das Problem mit dem geistigen Auge voll zu durchdringen, das Bild der physikalischen Erscheinungen, wenn auch mühsam, aufzubauen und sich vorderhand um die Größenverhältnisse, die man natürlich doch ermitteln will, nicht zu kümmern. Erst wenn man glaubt, klar zu sehen, was vorgeht, soll man rechnen. Das Wesen der Erscheinungen und Vorgänge soll man sehen, die Maße muß man berechnen.

Diese Rechnung, nach vorangegangener physikalischen Erledigung, ist dann wirklich lebendig. Sie ist vor Rechenfehlern — wer ist ihnen nicht ausgesetzt — wesentlich sicherer. Sie ist wirklich übersehbar, sie ist eine Kette von Schlüssen, nicht das Ergebnis der Geschicklichkeit.

Es ist wahr, daß man auf diese Weise mehr arbeitet. Es ist aber gerade in diesem Falle nicht wahr, daß es empfehlenswert ist, die Arbeit möglichst zu vereinfachen und einen Automaten — die Mathematik — dort aufzustellen, wo er arbeiten kann. Nur wer die elektrotechnischen Probleme auf die empfohlene Art zu lösen versucht, wird sehend. Immer tiefer dringt ihm der Blick, immer unwichtiger wird ihm die Rechnung, immer leichter die Diagnose, immer näher gute Einfälle und Kombinationen.

Die Stellung der wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik zu der Physik und zur Mathematik dürfte durch die vorangehenden Darlegungen genügend umrissen sein. Ihr Verhältnis zu den Theorien der einzelnen Zweige der Elektrotechnik liegt klar. Noch aber ist es nötig, bevor wir mit der eigentlichen Arbeit beginnen, zu zeigen, wie sich die Elektrotechnik gliedert, wie das eigentliche Programm der elektrotechnischen Grundwissenschaft entsteht.

☞ Natürlich wäre es am einfachsten, zu erzählen, wie es tatsächlich gekommen ist, was die Elektrotechnik alles heute leistet, welche Teilgebiete sie beherrscht. Unsere wissenschaftlichen Grundlagen müssen sich ja den tatsächlichen Verhältnissen anpassen. Aber dieser einfache Weg läßt sich noch ausbauen und er muß ausgebaut werden.

Es ist nicht zu leugnen, daß vieles in unserem Leben unbewußt geschieht. Wir erleben Einzelereignisse in großer Zahl, deren Zusammenhänge wir nur unvollkommen beherrschen. Auch die Elektrotechnik, so wie sie heute dasteht, hat eine ungeheuere Menge von Einzelereignissen hinter sich, die ihre Geschichte bilden. Aber diese Geschichte steht unter höheren Gesetzen. Die Wissenschaft muß vom höheren Standpunkte aus urteilen. Sie muß die Leit motive aufdecken, sie muß zeigen, warum es gerade so und nicht anders gekommen ist; sie muß das Einzelne in das Gesamtbild einordnen, sie hat mehr zu tun als einfach festzustellen: so ist es.

Wenn wir heute an der Wiege der Elektrotechnik stünden und zu überlegen hätten, was wohl mit den freien Elektronen der Materie nützlich erreicht werden könnte, würden wir zweifellos bei einer physikalischen Tatsache stehen bleiben. Die Elektronen bewegen sich mit riesigen Geschwindigkeiten. In den unverstellbar kleinen Atomwelten kreisen die Planeten so gut wie mit der Lichtgeschwindigkeit um ihre Sonnen und die freien Elektronen sind ebenso lebhaft. Das Zeitmaß ist offenbar in der Atomwelt über alle Vorstellungen hinaus klein.

Dem Ingenieur bedeuten große Geschwindigkeiten — für ihn, der für unsere Welt arbeitet, ist die Elektronengeschwindigkeit ungeheuer — zweierlei. Vor allem verkürzen sie ihm zeitlich jeden Vorgang, was von gewaltiger praktischen Bedeutung ist. Sie bringen ihm andererseits große Energiemengen, die an verhältnismäßig geringe Massen gebunden sind.

Nirgends braucht man große Geschwindigkeiten so sehr wie beim Zeichen- und Nachrichtengeben. Mit einem gewaltigen Satz rückte die Menschheit vor, als die Elektronengeschwindigkeit ausgenützt wurde, als der Fernmelder auftauchte. Mit ihm wurde der eine große Teil der Elektrotechnik gegründet — die Schwachstromtechnik.

Die Bezeichnung ist vielleicht nicht die beste, weil sie negativ ist. Sie deutet aber gut an, daß es auf Kraft und damit auf Arbeit nicht ankommt. Fernmelder, Fernsprecher, heute mit und ohne Draht, gehören der Schwachstromtechnik. Meßinstrumente, die in der Elektrotechnik unvergleichlich mehr leisten als in irgendeinem anderen Fach der Technik, sind Erzeugnisse der Schwachstromtechnik.

Die Energiewirtschaft, die für die Schwachstromtechnik belanglos ist, spielt dafür die Hauptrolle im zweiten Teil der Elektrotechnik, in der Starkstromtechnik. Diese zweite Bezeichnung, obwohl sie positiv ist, ist noch weniger glücklich gewählt als jene erste, aber sie ist kaum mehr zu verdrängen.

Der Starkstrom arbeitet, der Schwachstrom meldet. Der Starkstrom nützt das Quadrat der Geschwindigkeit, die Bewegungsenergie der Elektronen aus, der Schwachstrom die Geschwindigkeit, wie sie ist. Beide sind uns heute gleich wichtig, beide gleich unentbehrlich. Dementsprechend ist heute die Schwachstromtechnik ein ebenso gewaltiges Arbeitsgebiet wie die Starkstromtechnik.

Die Energieumwandlung, die den ganzen Maschinenbau beherrscht, hat nirgends die Eigenartigkeit wie in der Starkstromtechnik. Der Energieträger, das Elektron, mit seiner unscheinbaren Masse und seiner ungeheuren Geschwindigkeit ist dem Wasser, dem Dampf, dem Öl gewaltig überlegen. Vor allem natürlich dann, wenn es sich darum handelt, Energie auf größere Entfernungen zu übertragen.

Der dünne Draht, auf Hunderte von Kilometern ausgespannt, leitet die Energie mit spielender Leichtigkeit. Die kalorische Energie der Kohle beansprucht Eisenbahnen zur Übertragung von Ort zu Ort. *Kein Wunder*, daß die Starkstromtechnik am Problem der Kraftübertragung gewachsen, zur Macht gekommen ist.

Die beiden Hauptteile der Elektrotechnik, die Starkstrom- und die Schwachstromtechnik, zerfallen natürlich in zahlreiche Unterteile. Wenn man heute die Technik des Fernschreibers, des Telegraphen und des Fernsprechers, des Telephons, als einen Unterteil der Schwachstromtechnik annimmt, so müßte man eigentlich diesen ersten Unterteil auf die Telegraphie und Telephonie mit Draht beschränken. Als den zweiten Unterteil könnte man dann den Instrumentenbau anfügen.

Der neueste und wohl großartigste Unterteil der Schwachstromtechnik ist gewiß die Telegraphie und Telephonie ohne Draht. Man kann diesen Teil eigentlich noch nicht abgrenzen. Neben dem drahtlosen Zeichengeben und Sprechen zeigt sich schon das drahtlose Fernsehen. Die Wichtigkeit des Arbeitsgebietes dieses dritten Unterteiles der Schwachstromtechnik zeigt sich uns wohl noch nicht in voller Größe.

Die Unterteilung der Starkstromtechnik ergibt sich leicht aus der Eigentümlichkeit der elektrischen Energiewirtschaft. Es ist nützlich, diese Eigentümlichkeit genauer anzusehen und mit der Energiewirtschaft anderer Zweige der Technik, vor allem des Maschinenbaues, zu vergleichen.

Eine Dampfkraftanlage gewinnt ihren Energieträger, den hochgespannten Dampf, in besonderen Dampferzeugern, die dem Wasser, dem Brennstoff, zumeist der Kohle, entnommene Energie zuführen. Der Arbeitsvorgang des gewonnenen Energieträgers spielt sich in der Dampfmaschine ab, die in ihrem Betrieb Energie an die Verbrauchseinrichtungen abgibt.

Die elektrische Kraftanlage gewinnt ihren Energieträger ebenfalls in eigenen Erzeugern, Generatoren, denen Energie zugeführt werden muß, damit sie elektrische Energie abgeben können. Hier wie dort handelt es sich um Energieumwandlung. Daß hier meist mechanische Energie dem Generator zugeführt wird, daß er die Energie schon bearbeitet, sozusagen aus zweiter Hand bekommt, hat wenig zu sagen. Es ist aber doch eine Eigentümlichkeit der elektrischen Energiewirtschaft, daß sie eigentlich Energie verfeinert, daß sie auf höherer Stufe steht.

Der Eigentümlichkeit, daß der Erzeugung elektrischer Energie praktisch ausnahmslos die Erzeugung mechanischer Energie vorangeht, gibt dem elektrischen Generator sofort alle Kennzeichen der Maschine. Unter Maschinen stellen wir uns Energieumwandler vor, wenn die eine oder die andere, besonders aber wenn beide Energieformen, mit denen er zu tun hat, mechanische Energie sind.

Aber wozu die Verfeinerung der Energie, wozu die Umwandlung der mechanischen Energie in elektrische? Man kann doch die Dampfmaschine, die Turbine, direkt arbeiten lassen, wozu erst elektrischen Strom erzeugen, der auch nur erst einen Elektromotor antreiben kann? An der Welle des Elektromotors bekommt man doch nur wieder dieselbe mechanische Energie, die man unmittelbar an der Welle der Dampfmaschine, der Turbine, haben kann.

Die Antwort ist scheinbar schwer und sie war sicher nicht leicht, als sie in den ersten Jahren der Starkstromtechnik gestellt wurde. Damals mußte sie sich an die Tatsache halten, daß man die in zweiter Stufe gewonnene elektrische Energie gar nicht mehr in die mechanische Ursprungsform zurückführen will. Damals mußte man den Elektromotor verleugnen. Elektrischer Strom für die Glühlampen war alles.

In vielen Dampfanlagen wird die Energie des Dampfes auch nicht ausschließlich in mechanischer Form verwertet. Zahlreiche Betriebe brauchen den Dampf auch unmittelbar, meist zu Heizzwecken. So wurde in den ersten elektrischen Kraftanlagen die elektrische Energie unverwandelt verbraucht.

Nach und nach schlich sich der Elektromotor ein. Zunächst kam er in Lichtanlagen als Nebenverbraucher elektrischer Energie. Dann fand man, daß in einem Betrieb an entlegenen Stellen die Energie durch Transmissionen viel schwerer herankommt als durch zwei einfache Drähte und einen Elektromotor. Von dieser Erkenntnis bis zur Kraftübertragung auf weite Entfernungen ist nur ein Schritt.

Vom Dampfkessel zur Dampfmaschine hat der Energieträger einen kurzen Weg, einen so kurzen wie möglich. Vom elektrischen Generator zum Elektromotor kann der Weg Hunderte von Kilometern betragen. Das ist die zweite, die große Eigentümlichkeit der elektrischen Energiewirtschaft.

Wasserkräfte liegen im Lande zerstreut, wie sie aus der Hand des Schöpfers gekommen sind. Unermüdlich arbeitet die Sonne. Sie hebt große Wassermengen aus dem Meer, damit sie auf Bergen niederfallen und dem Tal zufließen. Die Sonne ist der Generator der Wasserkräfte, deren Energieträger das Wasser ist.

Die Energie der Wasserkräfte kann ausgenützt werden. Sie fiel der Menschheit zuerst auf, sie wurde im großen Stile als letzte ausgenützt. Die in der Kohle, im Mineralöl schlummernde Sonnenenergie kam viel früher zu großzügiger Verwertung.

Kohle und Mineralöl kann man eben leicht transportieren. Man braucht sie gewöhnlich nicht dort, wo man sie aus der Erde gräbt. Diese Kraftübertragung, von Eisenbahnen besorgt, geht auf Hunderte, auf Tausende von Kilometern. Wasser kann man transportieren, Wasserkräfte nicht. Die Energie der Wasserkraft war ungeschickt, weil sie an Ort und Stelle verwertet werden mußte.

Mühlen und Wasserräder aus alter Zeit sind keine Gegenbeweise. Es hat immer Fälle gegeben und es wird immer Fälle geben, daß eine Wasserkraft zufällig günstig liegt. Aber die Regel ist das Entgegengesetzte. Mühlen

und Wasserräder sind älter als Dampfmaschinen, trotzdem, oder gerade weil sie mit dem Problem der Kraftübertragung nichts zu tun haben.

Die Wasserkräfte drängten zur Gewinnung einer Energieform, die beweglich, in großen Entfernungen verwertbar ist. Nur elektrische Energie, die Energie der sich ungeheuer rasch bewegenden Elektronen, kommt in Betracht. Die Starkstromtechnik führte der Menschheit riesige Energieschätze zu.

Kohle und Mineralöl sind in begrenzten Mengen vorhanden. Sie können und werden in absehbarer Zeit verbraucht werden. Wasserkräfte sind unerschöpflich, die Sonne arbeitet unermüdlich, ohne Rücksicht darauf, ob ihre Arbeit verwertet wird oder in Wasserfällen zerschellt. Wasserkräfte sind zweifellos die einzig richtigen Energiequellen der Natur, weil sie ohne Sorge verbraucht werden können. Kohle und Mineralöl sollten sparsam behandelt und nur in unvermeidlichen Fällen dem Bedarf zugeführt werden.

Die Kraftübertragung in der Elektrotechnik löst ein Weltproblem, sie erst rechtfertigt den Elektromotor. Die Kraftübertragung verbirgt aber auch noch eine dritte Eigentümlichkeit der elektrischen Energiewirtschaft, die Umwandlung der elektrischen Energie in elektrische Energie.

Eine Wasserleitung oder eine Dampfleitung führt den Energieträger, Druckwasser oder Dampf. Sie bekommt bei gleicher Energiemenge große Abmessungen, wenn der Druck klein und deshalb die Flüssigkeitsmenge groß ist. Hohe Drücke und kleine Flüssigkeitsmengen geben billigere Leitungen.

Mit elektrischen Leitungen steht es ebenso. Hohe Spannungen und geringe Strommengen sind der elektrischen Kraftübertragung günstig. Wünschenswert erscheint deshalb sehr oft die Umwandlung, besser gesagt, die Umformung der elektrischen Energie.

Der erste Unterteil der Starkstromtechnik, der Elektromaschinenbau umfaßt nach all dem den Bau und den Betrieb der Generatoren, Motoren, Wandler und Umformer, kurz der elektrischen Maschinen. Der zweite, ebenso wichtige Unterteil beschäftigt sich mit der elektrischen Kraftübertragung. Dem dritten Unterteil muß man alle Einrichtungen zuweisen, die dem unmittelbaren Verbrauch der elektrischen Energie dienen, Glühlampen, elektrische Öfen, Kocher usw., außerdem aber noch die zahllosen Apparate, die der Steuerung elektrischer Maschinen oder dem Schutz der elektrischen Anlagen dienen.

Das Bild der Elektrotechnik, das durch die Einteilung in zwei Hauptgruppen und in ihre Unterteile hier entworfen wurde, läßt wohl den gewaltigen Umfang des Arbeitsgebietes der Elektrotechnik in großen Zügen erkennen, es läßt auch vermuten, was alles die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik erklären müssen, aber ein Programm gibt es ihnen nicht und kann es ihnen auch nicht geben.

Das Verständnis der elektrotechnischen Probleme wächst allmählich, es steigt von einfachen Problemen zu schwierigeren auf und muß endlich, im Rahmen unserer vorbereitenden Wissensstufe, nur die einzelnen Zweige der Elektrotechnik berühren, ohne in deren Feinheiten einzudringen. Es ist Sache des Spezialstudiums, den weiteren Weg zu gehen.

Der Aufbau des Verständnisses der elektrotechnischen Probleme kann sich deshalb um die praktische Einteilung der Elektrotechnik nicht kümmern, er muß seinen eigenen Weg gehen. Die Theorie sieht die Elektrotechnik mit anderen Augen an als die Praxis. Das eigentliche Programm unserer wissenschaftlichen Grundlagen muß erst entworfen werden.

Die ungeheure Geschwindigkeit der Elektronen läßt zunächst vermuten, daß die Zeit weder in der Praxis noch in der Theorie der Elektrotechnik eine Rolle spielen kann. Nichts ist so unrichtig wie eine solche Vermutung. Die Zeit ist gerade einer der wichtigsten Faktoren der elektrotechnischen Theorie. Mit ihrer Hilfe läßt sich sogar überraschenderweise eine großzügige Ordnung der wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik erreichen.

Je weniger Faktoren in der Theorie mitspielen, um so einfacher ist sie. Es liegt deshalb nahe, anfangs die Zeit vollständig auszuschalten. Mit dem Ausschalten der Zeit entfallen sofort alle Bewegungen. Unsere Theorie kann dann mit ruhender Elektrizität, mit der Elektrostatik anfangen.

Sie wird deshalb nicht weltfremd. Sie verliert mit diesem Anfang nicht die Berührung mit der Wirklichkeit. Wohl arbeiten wir nicht mit unbeweglichen Elektronen. Aber für ganz kurze Zeitabschnitte, für Zeitdifferentialie, ist immer die Annahme zulässig, daß alles unbeweglich ist.

Die Untersuchung der Augenblicksbilder ist wichtig. Sie ist um so wichtiger, weil in der Elektrotechnik die Bilder so ungeheuer rasch abrollen. Es ist sogar ein dringendes Bedürfnis, eine Notwendigkeit, einmal die Uhr abzustellen, den Mechanismus der Erscheinungen stillzulegen, damit man überhaupt sieht, überhaupt sehen kann.

Erst wenn man weiß, was in den einzelnen Zeitdifferentialen vor sich geht, kann man die Geschehnisse längerer Zeitabschnitte verstehen. Dem Grundsatz jeder Theorie, daß sie vom Einfachen zum Verwickelten aufsteigen muß, entspricht das vollständige Ausschalten der Zeit unbedingt.

Nachher muß man die Zeit noch nicht gleich mit voller Wucht einführen. Es gibt Bewegungen, bei denen die Zeit fast keine Rolle spielt, nämlich gleichförmige Bewegungen, Bewegungen mit gleichbleibender Geschwindigkeit. Solche Elektrizitätsbewegungen müssen zunächst untersucht werden und die Theorie des sog. Gleichstromes ist auf diese Weise der richtige zweite Teil der wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik.

Wie wichtig der ordnende Einfluß der Zeit für die grundlegende Theorie der Elektrotechnik wirklich ist, bemerkt man erst beim Übergang von der Theorie des gleichförmig dahinfließenden Elektronenstromes, des Gleichstromes, zur Theorie der zeitlich sich ändernden elektrischen Ströme, der sog. Wechselströme. Jeder zeitlich schwankende Strom ist für einen unendlich kleinen Zeitabschnitt ein Gleichstrom. Die Grundgesetze des Gleichstromes können somit unmittelbar für den Wechselstrom verwertet werden, aber sie werden beim Übergang zu Differentialgesetzen.

Damit greift die Zeit mit voller Kraft als einer der mitentscheidenden Faktoren ein. Gleichzeitig tauchen neue Eigenschaften elektrischer Ströme auf, die der eintönige Ablauf des Gleichstromes nicht zum Vorschein kommen läßt. Auch die Elektronen haben Maße, auch Elektronenbewegungen führen Trägheitserscheinungen herbei.

Der entwickelte Aufbau der Theorie zeigt eine starke Ähnlichkeit mit dem Aufbau der Mechanik, die ebenfalls von ruhenden Maßen zu gleichförmig bewegten aufsteigt, um dann schließlich ungleichförmige Bewegungen ebenfalls in ihren Kreis zu ziehen. Die Ähnlichkeit ist nicht zufällig. Sie ist für die Entwicklung des Verstehens elektrischer Erscheinungen sogar außerordentlich wertvoll.

Die Bilder der elektrischen Erscheinungen, die der Ingenieur unbedingt braucht, können mit großem Vorteil mechanisiert werden. Es ist leicht und nützlich, für jede elektrische Erscheinung eine mechanische Analogie zu geben. Es ist dies nichts anderes als das Projizieren der Vorgänge der elektrischen Kleinwelt auf unsere Welt, es ist eine Darstellung der wirklichen Erscheinungen in einem anderen, zuweilen wohl verzerrten Maßstabe.

Selbst der erfahrene Ingenieur, der jahrelang elektrotechnische Probleme bearbeitet hat und der die elektrischen Erscheinungen schon elektrisch, nicht mehr mechanisch sieht, greift immer wieder gerne zu mechanischen Bildern. Ganz besonders in schwierigen, noch unbekanntem Verwicklungen ist das grobe mechanische Hilfsbild ein wertvoller Behelf.

Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik sind natürlich keine Elektrophysik. Frühzeitig müssen sie deshalb überall die Berührung mit den praktischen Problemen der Elektrotechnik suchen. Sie müssen das Hauptgewicht auf die Anwendung der Grundgesetze legen, nicht auf die Grundgesetze selbst.

Mit den drei Abschnitten, die der ruhenden, der gleichförmig und der ungleichförmig bewegten Elektrizität gewidmet werden müssen, ist natürlich das Gebiet der wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik nicht erschöpft. Ganz besonders dann nicht, wenn ungleichförmig fließende Ströme nur in der praktisch vorkommenden Form untersucht werden.

Der Ingenieur hat es in der Hand, Wechselströmen die Form zu geben, die er haben will. Es liegt deshalb tatsächlich nahe, der elektrotechnischen Grundtheorie nur Wechselströme bestimmter Art zuzuweisen. Aber ganz nach dem Willen des Ingenieurs geht es auch in dieser künstlichen Welt nicht. Vorübergehende Erscheinungen sind unvermeidlich und Abweichungen vom Ideal ebenfalls.

Auch der idealste technische Arbeitsvorgang hat den Mangel der Vergänglichkeit. Er fängt an und er vergeht. Die Übergänge aus dem und in das praktische Nichts sind lange unbeachtet geblieben. Sie haben deshalb viel Kopfzerbrechen verursacht. Die sog. Ausgleichsvorgänge sind heute ein außerordentlich wichtiger Teil der elektrotechnischen Theorie.

Weniger wichtig, aber doch nicht zu vernachlässigen, sind die Abweichungen von der technischen Idealform des Wechselstromes. Sie finden ihren verdienten Platz in den wissenschaftlichen Grundlagen, die erst auf diese Weise praktisch hieb- und stichfest werden.

Besondere Abschnitte über elektrochemische Vorgänge und über elektromagnetische Wellen können in den wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik nicht vermisst werden. Sie können beide nicht gut auf andere Teile der Theorie aufgeteilt werden. Ganz besonders die Wellentheorie der drahtlosen Telegraphie und Telephonie zeigt große Selbständigkeit.

So würde das Programm der wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik aussehen und die richtige Durchführung ist die Aufgabe, die vor uns liegt. Noch aber muß auf eine Eigentümlichkeit der elektrotechnischen Wissenschaft aufmerksam gemacht werden, mit der schon von allem Anfang an gerechnet werden muß.

Es ist bereits oben eingehend die Rolle der Mathematik in der elektrotechnischen Theorie besprochen worden. Bei der Aufstellung des Programms der wissenschaftlichen Grundlagen kam es deutlich zutage, daß ohne Infinitesimalrechnung schwierige Probleme, besonders die Probleme der Wechselstromtechnik, nicht erledigt werden können. Wie wichtig aber die Rechnung für die Elektrotechnik tatsächlich ist, erhellt erst aus der Tatsache, daß eigene Rechnungsweisen erfunden wurden, um die Arbeit zu erleichtern. Sie müssen von der grundlegenden Theorie eingeführt und angewandt werden.

Stellenweise läuft die Theorie der Elektrotechnik tatsächlich auf drei Geleisen. Der Elektroingenieur rechnet meist mit den üblichen Rechenmethoden, sehr oft greift er zur graphischen Bearbeitungsweise und außerdem steht ihm die sog. symbolische Rechnung zur Verfügung. Jeder der drei Wege hat seine Vorzüge, jeder seine Nachteile.

Es liegt eine gewisse Gefahr darin, eine Wechselstromgröße als Vektor anzusehen, ihre physikalische Durchsichtigkeit leidet darunter. Aber andererseits können nur auf diese Weise die ungemein anschaulichen Vektordiagramme der graphischen Darstellungsweise von Wechselstromerscheinungen aufgebaut werden, die dem Praktiker den Überblick sehr erleichtern.

Die symbolische Methode hat den Mangel der physikalischen Undurchsichtigkeit noch in höherem Maße. Sie betrachtet ebenfalls die Wechselstromgrößen als Vektoren, sie rechnet aber außerdem mit Symbolen, die mit der Physik gar nichts mehr zu tun haben.

Die Jugendjahre der elektrotechnischen Theorie haben sowohl die Graphik als auch die Symbolik zu unglaublicher Blüte gebracht. Es war die Zeit der mathematischen Übertreibungen. Man rechnete sehr viel und auf alle möglichen Arten, weil man wenig sah.

Die Hauptsache ist aber doch der physikalische Einblick und nicht die Rechnung. Diese Erkenntnis wird von Tag zu Tag wichtiger. Im Laufe der Jahre sank aus diesem Grunde die Bedeutung sowohl der Graphik als auch der Symbolik.

Man kann sie nicht einfach ablehnen, denn sie leisten sehr oft vorzügliches und erleichtern die Arbeit manchmal erheblich. Man muß sie kennen. Man greift mit Vorteil Probleme von mehreren Seiten an. Aber vieles läßt sich ersparen, was die Symbolik und die Graphik brachten. Vieles ist auf andere Weise einfacher zu haben.

Der Elektroingenieur kehrt mehr und mehr zur Physik zurück, von der sein Arbeitsgebiet ausgegangen ist. Der Kreis der Entwicklung beginnt sich zu schließen. Die Theorie der Elektrotechnik reift. Jeder Tag bringt die Notwendigkeit einer neuen Verstärkung der physikalischen Hilfsmittel.

Es ist dies die Durchgeistigung unserer Technik, die über die rohe Empirie der Anfänge mehr und mehr triumphiert. Es ist dies die Vervollkomm-

nung der zahllosen Errungenschaften, die sich dann erst voll der Menschhand fügen, wenn sie physikalisch ganz beherrscht werden. Es ist dies die Festigung der Herrschaft des Elektroingenieurs in seinem Reich.

Die durchgeistigte Theorie der Elektrotechnik zeigt erst die volle Schönheit, die ihr umständliche, langatmige Rechnungen nicht geben konnten. Man soll nicht allein arbeiten, man will und muß schön arbeiten. Wenn man schon das Leben der elektrotechnischen Welt weihet, lebe man in ihr voll und ganz. Man sehe nicht durch Schleier der Graphik und Symbolik, wenn der freie Ausblick möglich ist.

Der nun beginnenden eigentlichen Arbeit dieser Vorlesungen ist der Weg vorgezeichnet, die Grenzen gezogen, die Hilfsmittel bestimmt. Sie soll uns das geistige Auge öffnen, das zum Spezialstudium notwendig ist. Mehr verlangt man nicht von ihr.

Zweite Vorlesung.

Ruhende Elektrizität. Nichtleiter und Leiter. Coulombsches Gesetz. Das Maß der Elektrizitätsmenge. Elektrostatische Einheit. Dielektrische Verschiebung. Theorie der elektrischen Festigkeit. Das elektrische Feld. Äquipotentialflächen. Das Potential. Kraftlinien. Das elektrische Feld eines geladenen Punktes. Praktische Einheit der Elektrizitätsmenge. Nichtleiterkonstante. Kapazität.

Ruhende Elektrizität ist einfach eine unbewegliche größere oder kleinere Ansammlung von freien Elektronen. So einfach das klingt, so viel wichtiges entdeckt man bei näherer Betrachtung, wichtiges auch für den Elektroingenieur. Er begnügt sich nicht mit der einfachen Feststellung, daß es ruhende Elektrizitätsmengen gibt, er will wissen, wo er sie zu suchen hat. Er kann den unscharfen Begriff der Elektrizitätsmenge praktisch nur verwerten, wenn er die Mengen messen kann. Er sucht, obwohl er keine Bewegung sieht, nach möglicherweise vorhandenen Kräften.

Elektronen gibt es, wie wir in der ersten Vorlesung gesehen haben, überall, in jedem Atom irgendeines Urstoffes. Aber diese Elektronen sind nicht frei. Sie gehören den einzelnen Atomwelten. Freie Elektronen müssen zwischen den Atomwelten herumirren oder ruhen. Sie sind Kometen der unvorstellbar kleinen Welt.

Es gibt Stoffe, die fest abgeschlossene Atomwelten haben, in denen oder zwischen denen für freie Elektronen kein Raum ist. An ihnen und in ihnen finden wir keine freien Elektrizitätsmengen. Das sind die sog. Nichtleiter, auch Isolatoren, in der Physik Dielektrika genannt. Andererseits gibt es wieder Stoffe, die in ihrem Innersten freien Elektronen leichte Wege geben, die freie Elektrizitätsmengen tragen. Das sind die sog. Leiter.

Für den Praktiker ist die Unterscheidung ganz leicht. Alle Metalle sind Leiter. Die übrigen Stoffe sind praktisch Nichtleiter, obwohl sie die Idealeigenschaften eines Nichtleiters nur mehr oder weniger unvollkommen erreichen. Auf jeden Fall aber haben sie im Vergleich mit den Metallen nur geringe Leitfähigkeiten.

Wir haben somit die freien Elektrizitätsmengen in und auf Leitern, in und auf metallischen Körpern zu suchen. Man kann aber leicht genauer angeben, wo der Sitz ruhender Elektrizitätsmengen sein muß. Das in der ersten Vorlesung gegebene Bild der Atomwelten hilft uns, genauer betrachtet, noch weiter.

Wenn Elektronen als Planeten um Zentralkörper kreisen, müssen sie starken Zentralkräften unterworfen sein. In den Zentralkörpern haben wir kleinste Teilchen der positiven Elektrizität der älteren Physik, die Elektronen sind kleinste Teilchen der negativen, nach unseren heutigen Anschauungen, der Elektrizität schlechtweg. In der Tat kennt schon die ältere Physik Anziehungskräfte zwischen positiven und negativen Elektrizitätsmengen.

Sie kennt noch mehr. Sie weist nach, daß sich außerdem positive und positive, ebenso aber auch negative und negative Elektrizitätsmengen abstoßen. Sie fand für diese Kräfte dasselbe Gesetz, wie es Newton für die Gravitation aufstellte.

Zwei Elektrizitätsmengen Q_1 und Q_2 , in einer Entfernung r einander gegenüberstehend, wirken aufeinander mit einer Kraft, die dem Produkt der beiden Mengen direkt, dem Quadrat der Entfernung indirekt proportional ist:

$$P = -k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \quad (1)$$

Die Kraftkonstante k ist vom Medium, das die beiden Mengen trennt und das natürlich ein Nichtleiter sein muß, damit er die Bewegung der beiden Elektrizitätsmengen zu- oder voneinander verhindert, abhängig.

Das negative Vorzeichen der rechten Seite der Gleichung wurde eingeführt, damit Anziehungskräfte positiv, Abstoßungskräfte negativ werden. Gleichung (1) gilt so offenbar für alle möglichen Kombinationen positiver und negativer Elektrizitätsmengen, die durch die Vorzeichen von Q_1 und Q_2 gekennzeichnet werden können. Sind z. B. Q_1 und Q_2 beide positiv, so wird P negativ, die Mengen stoßen sich ab.

Wir untersuchen freie Elektrizitätsmengen, freie Elektronenmengen auf Leitern. Die einzelnen Elektronen stoßen sich ab. Sie können sich auf und in dem Leiter frei bewegen. Sie werden sich, den Abstoßungskräften folgend, möglichst weit voneinander entfernen. Es ist klar, daß sie erst dann zur Ruhe kommen werden, wenn sie sich alle auf der Oberfläche des Metallkörpers verteilt haben.

Ruhende Elektrizitätsmengen haben wir nur auf der Oberfläche der Metallkörper, der Leiter zu suchen. Diese Tatsache ist durch Versuche ausreichend bestätigt. Das physikalische Bild ist klar.

Bevor nun dieses Bild noch weiter ausgebaut wird, muß ein brauchbares Maß für die Elektrizitätsmenge geschaffen werden. Die naheliegendste Einheit wäre natürlich die Elektrizitätsmenge eines Elektrons. Aber sie ist ungeheuer klein und deshalb für die Technik unbrauchbar. Die Physik hat aus dem Coulombschen Gesetz der Gleichung (1) eine brauchbare Einheit, die sog. elektrostatische Einheit abgeleitet.

Die Ableitung setzt voraus, daß man sich für irgendeine Nichtleiterkonstante k und über deren Dimension einigt. Der verbreitetste Nichtleiter ist Luft. Setzt man für Luft einfach

$$k = 1,$$

so kann man die Einheit der Elektrizitätsmenge so festsetzen, daß zwei Elektrizitätsmengeneinheiten aus der Entfernung eines Zentimeters die

Kraft eines Dyns aufeinander ausüben. Dies ist die elektrostatische Einheit (ESE) der Elektrizitätsmenge.

R. A. Millikan hat durch geistvolle Versuche die Elektrizitätsmenge eines Elektrons zu $4,774 \cdot 10^{-10}$ ESE bestimmt. Es ist klar, daß man mit so kleinen Mengen in der Elektrotechnik nicht arbeiten kann.

Zu Beginn unseres Jahrhunderts brauchte der Elektroingenieur für seine tägliche Arbeit kaum mehr von ruhenden Elektrizitätsmengen zu wissen, als bisher gesagt wurde. Er kümmerte sich nur um die elektrischen Vorgänge auf den Leitern und die Nichtleiter waren ihm wenig mehr als rohe Hilfsmittel zur Verhinderung von unerwünschten Elektrizitätsbewegungen. Wohl versagte ihm hie und da ein Nichtleiter. Er wurde einfach ersetzt. Warum er zusammenbrach, war solange kein Problem, bis mit fortschreitender Entwicklung der Elektrotechnik auch die Nichtleiter als vollwertige Baustoffe angesehen werden mußten, bis Nichtleiter immer schwieriger und schwieriger ihren Dienst taten.

Warum versagt ein Nichtleiter, warum bricht er zusammen, warum „schlägt er durch“? Welche Kraft zertrümmert ihn? Woher kommt die Belastung? Die Physik hielt die Antwort bereit. Sie mußte herangezogen werden, sobald sie benötigt wurde.

Es gibt zweifellos auch in Nichtleitern erzwungene Bewegungen von Elektronen. Wenn von irgendwoher eine Kraft auf die Atome des Nichtleiters einwirkt, wenn z. B. von der Oberfläche eines Leiters aus eine Menge von freien Elektronen jedes erreichbare Elektron abzustößen sucht, so müssen auch die Elektronen der Nichtleiteratome in der Umgebung der Leiteroberfläche unter diesen Einfluß geraten. Sie können sich aus der Atomsphäre zwar nicht entfernen. Aber innerhalb dieser Atomsphäre werden sie sich möglichst weit stellen und die angezogenen Zentralkörper der Atome werden sich der einwirkenden Leiteroberfläche möglichst nähern.

Ein ausgezeichnetes Bild ergibt sich für diese Verschiebung innerhalb des Nichtleiteratoms. Wenn die Ebene, in der wir uns die Elektronenbahnen um den Zentralkörper des Atoms vorstellen, senkrecht zur Kraftwirkung liegt, wird sich infolge der Einwirkung der freien Elektrizitätsmenge im Nichtleiteratom der Zentralkörper zu der mit freien Elektronen besetzten Leiteroberfläche verschieben, die Elektronenplaneten von ihr weg. Abb. 1 zeigt das Bild der beeinflussten Atomwelt des Nichtleiters.

Das ist die dielektrische Verschiebung, die Faraday und Maxwell in die Elektrophysik eingeführt haben, die wir uns somit als eine tatsächliche Verschiebung vorstellen können. Mit ihr wird das Bild der auf einer Leiteroberfläche ruhenden Elektrizitätsmenge ganz wesentlich erweitert und belebt.

Nicht der Leiter allein hat mit der Elektrizitätsmenge zu tun, sondern auch der ihn umgebende Nichtleiter. Eigentlich dieser noch mehr. Er kommt unter Druck. In seinen innersten Aufbau greift der Einfluß der freien Elektrizitätsmenge. Er kommt um so mehr unter den Zwang, je

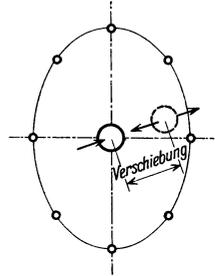


Abb. 1.

größer und deshalb mächtiger diese Elektrizitätsmenge ist. Er kann tatsächlich zu stark belastet werden.

Die Sorge um den notwendigen Nichtleiter, die Furcht vor zu großen Belastungen, vor zu starken Verschiebungen, zwingt uns, der Sache nachzugehen. Sie führte ungezwungen zur Theorie der elektrischen Festigkeit der Nichtleiter, die für die heutige Hochspannungstechnik von riesiger Bedeutung wurde. Diese Theorie ist die praktische Elektrostatik, das erste große Problem der wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik.

Solange im physikalischen Bild die Umgebung einer mit freier Elektrizität geladenen Leiteroberfläche tot war, solange die unscheinbare Verschiebung in den Nichtleiteratomen nicht berücksichtigt wurde, war das Coulombsche Gesetz der Gleichung (1) ebenso unanschaulich, wie es das Newtonsche Gravitationsgesetz vor der Einsteinschen Gravitationstheorie war. Auf unverständliche und geheimnisvolle Art griff die eine Elektrizitätsmenge von einem Leiter über den scheinbar teilnahmslosen Nichtleiter hinweg zur anderen Elektrizitätsmenge auf den anderen Leiter hinüber. Wenn in der Umgebung einer freien Elektrizitätsmenge keine andere freie Menge vorhanden war, gab es einfach nichts.

Heute sehen wir die ganze Umgebung einer geladenen Leiteroberfläche in dem oben beschriebenen Zwangszustand. Heute sehen wir das elektrische Feld der freien Elektrizitätsmenge, früher waren nur anziehende oder abstoßende Fernkräfte vorhanden.

Ob nun die Elektrizitätsmenge auf dem Leiter tatsächlich ruht oder aber dahinströmt, sie ist da. Auch von der Elektrizität durchströmte Leiter führen in jedem unendlich kleinen Zeitabschnitt ruhende freie Elektrizitätsmengen. Jeder Leiter hat demnach im elektrischen Betrieb sein elektrisches Feld, auch von stromdurchflossenen Leitern geht der elektrische Druck auf den ihn umgebenden Nichtleiter aus.

Das Studium des elektrischen Feldes gewinnt durch diese Tatsache eine große Bedeutung für das ganze Gebiet der Elektrotechnik. Es lehrt den angehenden Elektroingenieur frühzeitig, daß die Betriebserscheinungen nicht auf die Leiter allein beschränkt sind.

Die elektrische Energie vor allem sitzt offenbar auch im Nichtleiter, in der Luft, im Porzellan. Wenn in jedem Nichtleiteratom Verschiebungen mit Kräften erzwungen werden, wird Arbeit geleistet, Energie aufgespeichert, die zurückgewonnen wird, sobald mit der Feldkraft auch die Verschiebung wieder verschwindet.

Das Ziel der praktischen Elektrostatik ist die Bestimmung der in elektrischen Feldern auftretenden Kräfte. Das Bild, das wir uns vom elektrischen Feld gezeichnet haben, läßt keinen Zweifel darüber aufkommen, daß die Kräfte an verschiedenen Stellen der Umgebung eines geladenen Leiters verschieden groß sind. Die Gefahr lauert auf den schwächsten Punkt, auf die größte Belastung. Die elektrische Festigkeitslehre arbeitet ganz ebenso wie die mechanische.

Die Untersuchung elektrischer Felder erscheint leichter als sie tatsächlich ist. Maxwell hat eine Reihe von außerordentlich nützlichen Hilfsbegriffen in die Elektrophysik eingeführt, die auch die Praxis nicht entbehren kann. Wir müssen sie verwerten, wenn wir leicht arbeiten wollen.

Die Kraft, mit der eine freie Elektrizitätsmenge in den Nichtleiteratomen die Elektronenplaneten verschiebt, folgt natürlich dem Coulombschen Gesetz der Gleichung (1). Die Verschiebung und die Kraft sind offenbar der wirkenden Elektrizitätsmenge proportional.

Frägt man sich nun, wo in der Umgebung einer geladenen Leiteroberfläche die Punkte gleich großer Kräfte und damit gleich großer Verschiebungen liegen, so entdeckt man leicht die Schwierigkeit der Untersuchung des elektrischen Feldes. Unschwer sieht man zwar ein, daß jedenfalls gleichwertige Punkte auf einer Fläche — wir nennen sie Fläche gleichen Potentials, Äquipotentialfläche — liegen müssen, die die geladene Leiteroberfläche allseitig umgibt. Wir können auch verhältnismäßig leicht zu der Ansicht gelangen, daß die Gestalt dieser Flächen gleicher Potentiale sehr stark von der Gestalt der geladenen Leiteroberfläche abhängig ist. Aber die Rechnung hat es nicht leicht. Sie wird unmöglich, wenn die Elektrizitätsmenge auf einer Oberfläche sitzt, die analytisch nicht zu fassen ist.

Man muß sich bei der rechnerischen Durchdringung auf die einfachsten Formen elektrischer Felder beschränken. Diese Tatsache darf nicht entmutigen. Sie darf nicht zu der Ansicht verführen, daß der Ingenieur nur ausnahmsweise seine elektrischen Felder wirklich beherrscht. Er hat doch die Gestaltung der Oberflächen in der Hand. Er kann das Feld selbst aufbauen wie er will. Sein an einfachen, berechenbaren Fällen geschulter Blick beherrscht außerdem mit genügender Genauigkeit auch schwierige Fälle. Die Schulung bringt das richtige Gefühl für das unberechenbare Bild des elektrischen Feldes.

Das elektrische Feld ist noch verwickelter als es bisher erscheint. Man sieht es ein, wenn man folgendes überlegt. Die Äquipotentialflächen stehen in jedem ihrer Punkte senkrecht zur Richtung der dort angreifenden Kraft. Das ist nicht schwer einzusehen. Die Oberfläche des geladenen Leiters ist zweifellos selbst eine Äquipotentialfläche. Denn jede auf ihr nicht senkrecht stehende Feldkraft würde die ruhenden freien Elektronen verschieben. Aber auch jede Oberfläche eines im Feld liegenden Metallkörpers muß eine Äquipotentialfläche werden, und zwar aus dem gleichen Grunde. Sie wirkt somit ebenfalls auf die Gestalt des elektrischen Feldes.

Dies alles wird klar und anschaulich, wenn es an besondere Fälle angewendet wird. Bevor wir aber solche anschauliche Bilder gewinnen können, müssen wir erst weitere Hilfsbegriffe heranziehen, vor allem den Begriff des Potentials.

Dieser für die Theorie so wichtige Hilfsbegriff muß möglichst geklärt werden, damit er dem praktischen Elektroingenieur wirklich dienen kann, damit er ihm wirklich etwas vorstellt. Diese Nebenaufgabe muß sofort hier gelöst werden.

Eine freie, in einem Punkt vereinigt gedachte Elektrizitätsmenge Q , wirke auf eine negative elektrische Einheitsmenge in der Entfernung r nach dem Coulombschen Gesetz mit der Kraft:

$$P = \frac{Q}{r^2}.$$

Luft sei der Nichtleiter des Feldes. Es handle sich um eine Anziehungskraft.

Wenn die angezogene Einheitsmenge aus unendlicher Entfernung in die Entfernung r gebracht wurde, so ist die Arbeit:

$$\int_r^{\infty} P \, dr = \int_r^{\infty} \frac{Q \, dr}{r^2} = + \frac{Q}{r} = U$$

geleistet worden. Diese Arbeit ist das Potential.

Der Begriff ist klar, aber dem Praktiker wenig sagend. Der Praktiker hat mit der Unendlichkeit wenig zu tun. Er hat auch mit Potentialen wenig zu tun. Anschaulich wird aber sofort, wie wir sehen werden, der etwas geänderte Begriff der Potentialdifferenz. Die Potentialdifferenz — wir nennen sie einfach Spannung — zwischen zwei Punkten des elektrischen Feldes ist nichts anderes als die Arbeit, die von der Kraft des Feldes geleistet wird, wenn ihr die Mengeneinheit vom einen Punkt zum anderen folgen muß.

Das mechanische Bild können wir leicht dem Gravitationsfeld der Erde, das wir gut kennen, entnehmen. Auch das Gravitationsfeld hat sein Potential — die Arbeit, die geleistet werden müßte, wenn eine Masseneinheit aus unendlicher Entfernung in den betrachteten Punkt gebracht würde. Auch im Erdfeld ist uns die Potentialdifferenz ein anschaulicherer Begriff als das Potential. Es ist die Energie der Lage der Masseneinheit.

Bei einem Wasserfall hat jedes Kilogramm Wasser vor dem Absturz ein anderes Potential als nachher. Beim Absturz wird von der Anziehungskraft der Erde eine Arbeit geleistet. Wie sie berechnet wird, wissen wir. Die Fallhöhe ist das Maß für die in Betracht kommende Potentialdifferenz. Spannung ist elektrische Fallhöhe.

Auch im Erdfeld gibt es Äquipotentialflächen, Flächen gleicher Anziehungskraft und gleichen Potentials. Die Oberfläche eines zugefrorenen Sees, ideal glatt gedacht, gibt als Äquipotentialfläche ein nützliches Bild. Sie steht überall senkrecht zur Feldkraft und Massen können auf ihr ohne Arbeit verschoben werden, ein Beweis, daß sie wirklich eine Äquipotentialfläche ist.

Auch die Tatsache, daß zwischen zwei beliebigen Punkten zweier Äquipotentialflächen immer dieselbe Spannung herrscht, ist aus dem mechanischen Bild sofort ersichtlich. Die beiden Begriffe der Flächen gleichen Potentials und der Spannung sind, anschaulich gemacht, in der Tat sehr nützliche Hilfsmittel der praktischen Elektrostatik.

Das vollständige Bild des elektrischen Feldes enthält neben den Äquipotentialflächen auch noch die Kraftlinien. Diese Linien haben in jedem ihrer Punkte die Richtung der Feldkraft. Sie treten aus der geladenen Leiteroberfläche, auf der sie natürlich senkrecht stehen, aus und durchdringen die Flächen gleicher Potentiale ebenfalls unter rechtem Winkel.

Die Kraftlinien, wenn sie immer in einer Anzahl angenommen werden, die der wirkenden freien Elektrizitätsmenge proportional ist und singemäß über die geladene Leiteroberfläche gleichmäßig verteilt werden, geben ein gutes Bild der Feldstärke an verschiedenen Stellen des Feldes. Je mehr Kraftlinien auf die Flächeneinheit der Äquipotentialfläche, die gerade durch den betrachteten Punkt geht, entfallen, um so größer ist dort die

Feldkraft. Verdichtungen des Kraftlinienbüschels deuten auf Erhöhung der Beanspruchung des Nichtleiters hin, Verdünnungen auf Entlastung.

Man stattet mit Vorteil das Bild des elektrischen Feldes auch mit einer solchen Anzahl von Äquipotentialflächen aus, daß immer zwischen zwei benachbarten Flächen die gleiche Spannung besteht. Dann zeigen offenbar auch Verdichtungen der Flächen das Erstarren des Feldes an, Verdünnungen dagegen das Nachlassen.

All dies ist der Elektrophysik, der Theorie Faradays und Maxwells nacherzählt. Rechnen kann man aber erst, wenn man sich tatsächlich darauf verlassen kann, daß das Bild des elektrischen Feldes, in der beschriebenen Weise mit Kraftlinien und Äquipotentialflächen ausgestattet, richtig ist, wenn Versuche tatsächlich bestätigen, daß die Feldstärke ebenso abnimmt und zunimmt wie die Anzahl der durch die Flächeneinheit der Äquipotentialflächen gehenden Kraftlinien. Die Elektrophysik gibt uns diese notwendige Bestätigung.

Sie lehrt, daß aus der freien, auf der Leiteroberfläche ruhenden Elektrizitätsmenge der Einfluß auf die Umgebung wie ein Fluidum ausströmt, und zwar so, daß die Kraftlinien Achsen der angenommenen Fluidumsstromfäden sind. Die Stromquerschnitte sind durch den Flächeninhalt der Äquipotentialflächen gegeben. Die Stromdichte nimmt deshalb ebenso ab, wie der Flächeninhalt der Äquipotentialflächen zunimmt. Die Stromdichte bestimmt dann die Feldstärke.

Wenn eine punktförmige Lichtquelle strahlt, wirkt sie auch auf die Umgebung. Die Lichtstrahlen sind dann Kraftlinien, konzentrische Kugeloberflächen Äquipotentialflächen. Die Lichtintensität ist der Größe der Flächen umgekehrt proportional.

Auch die Gravitation kann man sich wie ein Fluidum vorstellen, dem die Äquipotentialflächen Strömungsquerschnitte sind. Die Strömungsdichte, die dann die Feldstärke bestimmen soll, nimmt mit dem Quadrat der Entfernung vom Sitz der Schwerkraft ab, ganz im Einklang mit dem Newtonschen Gesetz.

Elektrische Felder bringen lediglich die eine Schwierigkeit, daß ihre Äquipotentialflächen nicht immer Kugeloberflächen sind, wie wir sie in unserem dreidimensionalen Raum im Gravitationsfeld und bei der Lichtstrahlung vorzugsweise annehmen müssen. Die Mannigfaltigkeit der Form darf aber nicht die Wesenseinheit verwischen.

Wir untersuchen als den einfachsten Fall das Feld einer Elektrizitätsmenge Q , die in einem Punkt konzentriert ist. Es ist kein Zweifel, daß in diesem Falle die Kraftlinien radial ausstrahlen und die Äquipotentialflächen Kugeloberflächen mit dem Sitz der Elektrizitätsmenge als Mittelpunkt sind (Abb. 2).

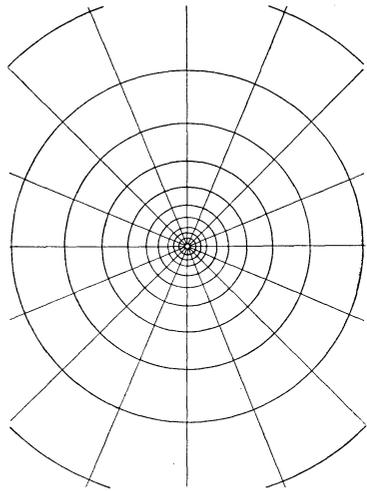


Abb. 2.

Die Feldstärke in der Entfernung r , die Kraft also, die dort die Mengeneinheit ergreifen würde, ist der wirkenden Elektrizitätsmenge Q direkt, dafür aber dem Flächeninhalt der in Betracht kommenden Äquipotentialfläche indirekt proportional. Mit einer Konstanten k_1 kann man also schreiben:

$$\mathcal{E} = k_1 \frac{Q}{4\pi r^2}.$$

Ein Vergleich mit Gleichung (1) zeigt sofort, daß der Ansatz dem Coulombschen Gesetz durchaus entspricht. Praktisch verwertet kann er aber erst werden, wenn vor allem die Konstante k_1 bestimmt wird. Sie hängt begreiflicherweise vom Maßsystem ab, das man verwenden will.

Es wäre naheliegend, die Elektrizitätsmenge in elektrostatischen Einheiten zu geben und die Feldstärke in Dyn oder Kilogramm je ESE zu berechnen. Würde man sich für Dyn je ESE als Feldstärkeneinheit entschließen, müßte man natürlich

$$\frac{k_1}{4\pi} = 1$$

setzen. Aber das Maß ist unpraktisch. Wir können ein handlicheres erhalten, wenn wir mit Potentialdifferenzen, mit Spannungen rechnen.

Das Potential ist Arbeit, also Feldstärke mal Weg. Feldstärke ist deshalb der Differentialquotient des Potentials nach Weg, d. h. Spannung durch Abstand.

$$\mathcal{E} = \frac{dU}{dr}. \quad (2)$$

Nach dem praktischen Maß für die Spannung richten wir demnach am besten die Konstante k_1 ein.

Wir messen in der Elektrotechnik die Spannungen in Volt (V), die Längen hier am besten in Zentimetern. Die Feldstärke berechnen wir somit in Volt/cm, in einem Maß, das dem Elektroingenieur wirklich etwas sagt.

Wir prüfen nämlich seit langem unsere Baustoffe so, daß wir nachsehen, welche Spannung sie in einer 1 cm starken Schichte aushalten. Wir wissen z. B., daß eine Papierwand von 1 cm Stärke unter Umständen erst mit 200 000 Volt „durchgeschlagen“ werden kann. Wir wissen, daß eine gleich starke Schichte Luft nur ungefähr ein Zehntel dieser Spannung aushält. Es ist ein altes, früher allerdings sehr oft schlecht angewandtes Maß der elektrischen Feldstärke, das wir hier in die Theorie eintreten sehen.

Auch das elektrostatische Maß für die Elektrizitätsmenge ist dem Elektroingenieur zu wenig anschaulich und handlich. Statt das Maß auf die Feldkraft zurückzuführen, leitet er es lieber aus der elektrischen Stromstärke ab, die er in Ampere (A) mißt. Durch irgendeinen Leiterquerschnitt strömt in der Zeiteinheit — Sekunde — die praktische Elektrizitätsmengeneinheit — Coulomb (Cb) —, wenn die Stromstärke gerade 1 Ampere beträgt. Diese Mengeneinheit ist viel größer, nämlich $3 \cdot 10^9$ mal größer als die elektrostatische. Man findet leicht aus der Verhältniszahl die Lichtgeschwindigkeit

$$v = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sek.}$$

die bekanntlich zwischen dem elektrostatischen und dem elektromagnetischen Maßsystem steht, heraus, außerdem aber noch die Tatsache, daß sowohl ein Amper als auch 1 Coulomb nur ein Zehntel der elektromagnetischen Maßeinheiten erreichen.

So kommt man schließlich zu der Konstanten

$$k_1 = \frac{4\pi}{\epsilon} \cdot 9 \cdot 10^{11},$$

die allerdings für verschiedene Nichtleiter verschiedene Werte annehmen kann, entsprechend dem kennzeichnenden Koeffizienten ϵ , der sog. Dielektrizitätskonstanten.

Die Feldstärke im oben betrachteten Fall einer punktförmigen freien Elektrizitätsmenge von Q Coulomb beträgt nach all dem in der Entfernung r (cm):

$$\mathcal{E} = \frac{4\pi}{\epsilon} \cdot 9 \cdot 10^{11} \cdot \frac{Q}{4\pi r^2} \text{ Volt/cm.}$$

Das ist theoretisch eine vollständige Lösung, die die Berechnung der Beanspruchung des Nichtleiters gestattet und die Prüfung wohl ermöglicht, ob der Baustoff die Belastung aushalten kann oder nicht, sobald durch Versuche seine elektrische Festigkeit ermittelt worden ist. Praktisch ist die Form des Ergebnisses unbefriedigend. Eine ganz eigentümliche Umrechnung erscheint noch durchaus notwendig und der Gang dieser alle Untersuchungen der elektrischen Felder der Elektrotechnik kennzeichnenden Umrechnung muß unbedingt angegeben werden, bevor verschiedene Fälle untersucht werden, bevor praktische Schlüsse gezogen werden können.

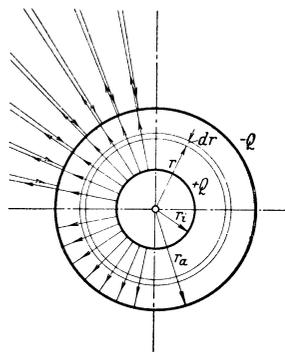


Abb. 3.

Der Elektroingenieur hat mit Potentialdifferenzen, mit Spannungen und nicht mit Elektrizitätsmengen zu tun. Er hat Teile des elektrischen Feldes, begrenzt beiderseits durch je eine Äquipotentialfläche, durch die Oberflächen zweier Leiter, zu prüfen und nicht das ganze unendlich ausgedehnte Feld.

Im einfachen Beispiel oben wird er z. B. zwei Kugeloberflächen mit den Halbmessern r_i und r_a als die Grenzen des Feldes annehmen und zwischen ihnen eine Spannung E (Volt) voraussetzen. Die wirkende freie Elektrizitätsmenge ergibt sich dann aus seinen Annahmen.

Er wird leicht entdecken, daß er diese wirkende Elektrizitätsmenge ohne weiteres auf der inneren Kugeloberfläche sitzend annehmen kann, ohne das geringste am Feldbild innerhalb der beiden Kugeloberflächen zu ändern (Abb. 3). Nach innen wird er dann auch tatsächlich den Rest des ursprünglichen Feldes vernichten können, wenn er eine massive Metallkugel mit dem Halbmesser r_i konstruiert.

Außerhalb der äußeren Kugeloberfläche läßt sich übrigens ebenfalls das ursprüngliche Feld vollständig vernichten. Ist diese Fläche die Innen-

oberfläche einer leitenden Hohlkugel, so wird auf ihr, wie Versuche zeigen, eine der vom Feldmittelpunkt wirkenden Elektrizitätsmenge gleiche Menge entgegengesetzten Vorzeichens festgehalten. Da die Hohlkugel ursprünglich unelektrisch war, entsteht gleichzeitig eine freie Elektrizitätsmenge gleicher Größe und gleichen Vorzeichens wie sie von innen heraus auf die Hohlkugel wirkt. Frei wie sie ist, kann sie weggeführt werden. So bleibt auf den beiden Leitern das Mengenpaar $+Q$ und $-Q$ (Abb. 4). Daß dieses Mengenpaar außerhalb der Hohlkugel einander vollständig aufwiegt, ist klar (Abb. 3). Nach innen kann die Elektrizitätsmenge, die auf der Innenseite der Hohlkugel übrig bleibt, nicht wirken.

Ganz allgemein sieht der Elektroingenieur immer gleichzeitig mit dem Auftreten einer freien Elektrizitätsmenge $+Q$ auf der Oberfläche eines Leiters auch Gegenladungen in der Gesamtmenge $-Q$ auf den Leitern der Umgebung auftauchen. Zwischen Ladung und Gegenladung spinnt das elektrische Feld, dem die Leiteroberflächen Äquipotentialflächen sind, seine Kraftlinien.

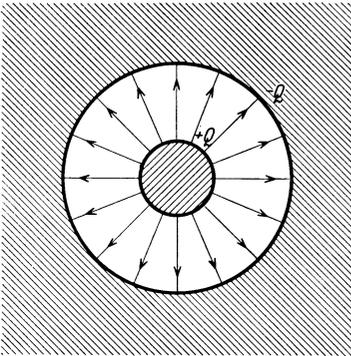


Abb. 4.

Spannungen zwischen Leitern setzen elektrische Felder voraus und Felder sind ohne wirkende Elektrizitätsmengen undenkbar. Bei gegebener Leiterform und Leiterzusammenstellung ist natürlich die Spannung der wirkenden Elektrizitätsmenge proportional. Das Verhältnis

$$\frac{Q}{E} = C$$

ist zweifellos, von den Dielektrizitätskonstanten abgesehen, eine rein geometrische Eigenschaft der Leiteranordnung. Wir nennen es Kapazität, denn es gibt uns ein Maß für die Aufnahmefähigkeit der Leiteranordnung für Ladungen bei gegebener Spannung.

Erst wenn der Elektroingenieur klar erkennt, daß er zwischen Leitern eine Spannung früher nicht bekommen kann, bevor er ihnen nicht die durch die Kapazität der Anordnung vorgeschriebene Ladung und Gegenladung zufließen hat lassen, wird er die oft überraschenden Ladungsvorgänge der Praxis voll verstehen.

Wenn wir nun zum oben behandelten einfachen Fall zurückkehren, können wir mit Vorteil die Feldstärke durch den Differentialquotienten des Potentials nach dem Weg ersetzen und bekommen:

$$\mathcal{E} = \frac{dU}{dr} = \frac{4\pi}{\epsilon} \cdot 9 \cdot 10^{11} \cdot \frac{Q}{4\pi r^2} \text{ Volt/cm.}$$

Nun kann man die gegebene Potentialdifferenz E durch Integrieren zwischen den Grenzen des Feldes r_i und r_a einführen:

$$E = \int_{\dot{U}}^{U_a} dU = \frac{9 \cdot 10^{11} \cdot Q}{\epsilon} \int_{r_i}^{r_a} \frac{dr}{r^2} = \frac{9 \cdot 10^{11} \cdot Q}{\epsilon} \left[\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_a} \right] \text{ Volt.}$$

Sofort ergibt sich daraus die Kapazität zweier konzentrischer Kugelflächen mit dem durch ε gekennzeichneten Nichtleiter zu:

$$C = \frac{Q}{E} = \frac{\varepsilon}{9 \cdot 10^{11}} \cdot \frac{r_a \cdot r_i}{r_a - r_i} \text{ Farad,} \quad (3)$$

denn wir nehmen als Maßeinheit der Kapazität:

$$\frac{1 \text{ Coulomb}}{1 \text{ Volt}} = 1 \text{ Farad.}$$

Es ist offenkundig, daß man eine Maßeinheit erhält, die praktisch zu groß ist. Die Praxis rechnet deshalb lieber in Mikrofarad:

$$10^6 \text{ Mikrofarad} = 1 \text{ Farad.}$$

Die Abkürzungen für Farad und Mikrofarad sind F und μF .

Die Einführung der Kapazität, die sich leicht berechnen läßt, in unsere Berechnung, gibt nun den neuen Ansatz:

$$\mathcal{E} = \frac{dU}{dr} = \frac{E}{r^2} \cdot \frac{r_a \cdot r_i}{r_a - r_i} \text{ Volt/cm.}$$

Dieser Ansatz ist praktisch durchaus brauchbar, denn er läßt uns die den Nichtleiter beanspruchende Feldkraft durch die Betriebsspannung E (Volt) und durch die Abmessungen der Anordnung r_a , r_i und r leicht berechnen.

Er zeigt, daß der Nichtleiter nicht gleichmäßig belastet ist. Die Feldstärke nimmt zweifellos mit der Annäherung an die innere Kugeloberfläche rasch zu, um an ihr den höchsten möglichen Wert:

$$\mathcal{E}_{\max} = \frac{E}{r_a - r_i} \cdot \frac{r_a}{r_i}$$

zu erreichen.

Ist nun diese größte Beanspruchung stärker als die zulässige Höchstbeanspruchung des Nichtleiters, so tritt der Durchbruch ein, die freie Elektrizitätsmenge bahnt sich durch den zertrümmerten Nichtleiter hindurch gewaltsam ihren Weg, der treibenden Feldkraft folgend.

Die Durchbrüche, in der Praxis Durchschläge genannt, sind die gefürchtetsten Erscheinungen des Betriebes. Ein hochgelegener Wasserbehälter steht ebenfalls unter dem Druck der Kraft des Gravitationsfeldes und kann ebenfalls zusammenbrechen. Das Wasser bahnt sich dann ebenfalls gewaltsam einen Weg vom höheren Potential zum niedrigeren zum Schrecken des Konstrukteurs.

Die elektrische Festigkeitslehre gewann im Laufe der Entwicklungsjahre der Elektrotechnik nur allmählich ihre heutige Bedeutung. Das Anwachsen der Betriebsspannung machte es immer schwieriger, widerstandsfähige Leiteranordnungen zu schaffen. Bei niedrigen Spannungen sind unerwünschte Elektrizitätsbewegungen leicht zu verhindern. Minderwertige Isolatoren, in bescheidenen Abmessungen, genügten in den ersten Jahrzehnten der Elektrotechnik.

Mit wachsendem Umfang der Betriebsprobleme mußte die Spannung immer höher angesetzt werden. Vor zwanzig Jahren waren 10 000 Volt eine beträchtliche Betriebsspannung, während wir heute mit 100 000 Volt bei weitem nicht mehr auskommen. Wir brauchen heute fast schon eine halbe Million Volt.

Die schwache Luft als Isolator wurde sehr bald in Hochspannungsapparaten durch das erheblich widerstandsfähigere Transformatoren- und Schalteröl verdrängt. Das Holz, früher ein außerordentlich wertvoller Baustoff der Elektrotechnik, wich dem Papier, das heute dem Aufbau von Isolatoren verschiedenster Form ausgezeichnet dient.

Hand in Hand mit der Einführung hochwertiger nichtleitender Baustoffe ging die Sorge um deren sparsame Verwendung. Gute Nichtleiter sind teuer. Schon zeigt es sich, daß die Isolatoren, die Nichtleiter, einen sehr erheblichen Teil der Baukosten für sich beanspruchen. Jedes Gramm Baustoff muß voll ausgenützt werden.

Zweierlei praktische Aufgaben hat deshalb heute die Festigkeitslehre der Elektrotechnik zu lösen. Bei gegebener Anordnung, bei gegebener Konstruktion hat sie zu zeigen, wie weit wir mit der Spannung gehen dürfen, ohne uns einer Gefahr auszusetzen. Bei gegebener Spannung hat sie uns andererseits den Weg zum verläßlichen Aufbau zu zeigen.

Daß die erste der beiden Aufgaben nur wissenschaftlich gelöst werden kann, zeigt am besten die oben durchgeführte Rechnung im Vergleich mit den einfachen Berechnungen der Praxis der ersten Jahre der Elektrotechnik.

Der Trugschluß, die Beanspruchung des Nichtleiters einfach als Quotienten der Betriebsspannung und des Leiterabstandes zu bestimmen, d. h. eine gleichmäßige Beanspruchung vorauszusetzen, wurde anfangs fast durchwegs gemacht. Vor dreißig Jahren hätte ein Praktiker zwei konzentrische Kugeloberflächen, mit den Halbmessern:

$$\begin{aligned} r_a &= 10 \text{ cm} \\ r_i &= 5 \text{ cm} \end{aligned}$$

unter der Spannung von

$$E = 50\,000 \text{ Volt}$$

sorglos mit Luft voneinander isoliert, denn er hätte angenommen, daß die Beanspruchung

$$\frac{50\,000}{10 - 5} = 10\,000 \text{ Volt/cm}$$

betrage.

In Wirklichkeit ist nach der oben durchgeführten Rechnung die höchste Beanspruchung:

$$\frac{50\,000}{10 - 5} \cdot \frac{10}{5} = 20\,000 \text{ Volt/cm.}$$

Wir werden noch weit krassere Fälle kennen lernen. Die Gestalt des elektrischen Feldes wirft eben alle rohen Schätzungen um.

Im Laufe der Zeit merkte natürlich der Elektroingenieur, daß er sich auf seine einfachen Berechnungen nicht verlassen könne. Versuche zeigten ihm, daß Durchschläge oft überraschend bald einsetzten. Zwischen Nadelspitzen wurde die Luft mit verhältnismäßig sehr niedrigen Spannungen überbrückt.

Der Nadelspitzendurchschlag gewann eine merkwürdige praktische Bedeutung, weil er das Ärgste brachte, was durch Versuche zu erreichen war. Ohne Einblick in die wirklichen Verhältnisse wollte sich der

Konstrukteur begreiflicher Weise sichern und er setzte immer das Schlimmste voraus, er entwarf seine Konstruktionen als ob überall Nadelspitzenverhältnisse vorhanden wären.

Das war vielleicht vernünftig, es war möglich, solange die Spannungen bescheiden, die Kosten der Isolierung mäßig waren. Aber lange ging es so nicht weiter. Nachdem einmal die Erkenntnis nicht zu unterdrücken war, daß es günstige und ungünstige Formen gibt, mußte die wissenschaftliche Arbeit einsetzen, das elektrische Feld mußte berechnet werden.

Die wachsenden Kosten drängten andererseits zur umgekehrten Aufgabe. Es wurde klar, daß es nicht genügt, die elektrischen Felder einfach so zu nehmen, wie sie sind, wie sie sich konstruktiv von selbst ergeben. Nachdem die Feldform maßgebend ist, muß sich der Konstrukteur um diese Feldform schon beim Entwurf seiner Maschinen und Apparate kümmern. Er kann den Leiteroberflächen meist die Form geben, die er will. Er kann, wenn er will, starke Ungleichmäßigkeiten in der Beanspruchung der Nichtleiter vermeiden, kurz, er kann und er muß das Feld konstruieren.

Auf diese Weise sind wirkliche, bedeutende Fortschritte erzielt worden und nur auf diesem Wege sind sehr hohe Betriebsspannungen praktisch möglich geworden. Die Theorie des elektrischen Feldes mußte aus der Physik herangeholt, praktischen Problemen angepaßt und zu der hochwichtigen elektrischen Festigkeitslehre umgestaltet werden.

Das Studium der elektrischen Felder ermöglichte aber auch erst die richtige Beurteilung der verschiedenen nichtleitenden Baustoffe. Es ist ganz offenkundig, daß man nur genau bekannte elektrische Felder und die Beanspruchungen der Nichtleiter in ihnen mit Vorteil prüfen kann. Eine ungeheure Menge von Versuchen aus der ersten Zeit der Elektrotechnik ist ganz wertlos. Die elektrische Festigkeitslehre bahnte deshalb erst den Weg für eine wirklich verlässliche Untersuchung der Baustoffe, ohne die natürlich die Auswertung der theoretischen Ergebnisse ebenso wenig möglich ist wie in der mechanischen Festigkeitslehre.

Dritte Vorlesung.

Das elektrische Feld einer geladenen Geraden. Gleichachsige Zylinder. Randwirkung. Parallele, nicht gleichachsige Zylinder. Zylinder und Ebene. Elektrische Spiegelung. Das vollständige Feld paralleler, nicht gleichachsiger Zylinder. Reihenschaltung verschiedener Nichtleiter.

Eine sehr einfache Feldform erhält man für eine Elektrizitätsmenge, die man sich auf einer Geraden gleichmäßig verteilt denken kann. Neben dem Punkt ist die Gerade das einfachste geometrische Element. Ideal wird das Bild allerdings nur, wenn die Gerade unendlich lang und durchwegs mit freien Elektronen besetzt ist. Die Untersuchung beschränkt sich dann natürlich am besten nur auf ein Stück der Geraden.

Dieses elektrische Feld hat Kraftlinien, die senkrecht zur Geraden gleichmäßig verteilt, radial ausstrahlen, darüber gibt es keinen Zweifel. Die Äquipotentialflächen sind dann gleichachsige Kreiszyylinderoberflächen mit der Geraden als Achse (Abb. 5).

Wir beschränken uns auf ein 1 Zentimeter langes Stück der Geraden. Außerdem empfiehlt es sich auch diesmal, das Feld nur zwischen zwei Äquipotentialflächen mit den Halbmessern r_a und r_i zu untersuchen. Die freie Elektrizitätsmenge $+ Q$ auf dem inneren Zylinder bindet dann die Gegenladung $- Q$ auf der Innenoberfläche des äußeren Zylinders. Natürlich setzen wir Metalloberflächen beiderseits voraus (Abb. 6).

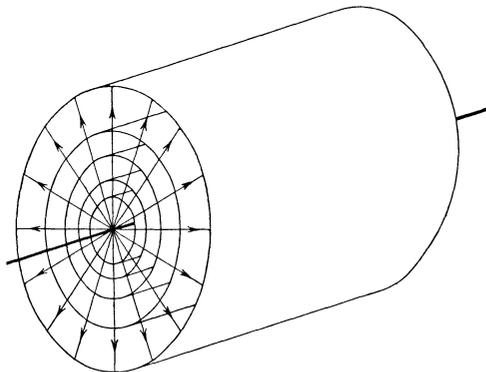


Abb. 5.

Die Feldstärke auf dem Halbmesser r (Abb. 6) ist wieder der wirkenden Ladung $Q(Cb)$ direkt, dem Flächeninhalt der Äquipotentialfläche mit dem Halbmesser r indirekt proportional. Mit der bekannten Proportionalitätskonstanten ϵ erhält man so:

$$\mathcal{E} = \frac{4\pi \cdot 9 \cdot 10^{11}}{\epsilon} \cdot \frac{Q}{2\pi l r} \text{ Volt/cm.}$$

Nun wird wieder die Feldstärke durch das Potentialgefälle

$$\mathcal{E} = \frac{dU}{dr}$$

ersetzt, worauf die Integration:

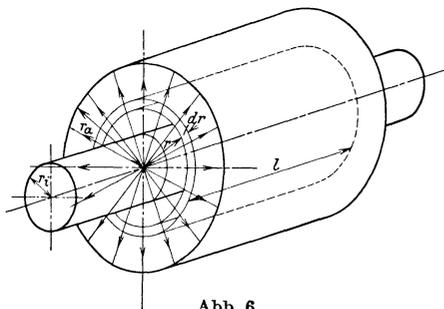


Abb. 6.

$$\int_{U_i}^{U_a} dU = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^{11}}{\epsilon l} Q \int_{r_i}^{r_a} \frac{dr}{r} \text{ Volt}$$

links die Gesamtspannung

$$E = U_a - U_i \text{ Volt}$$

ergeben muß. Es ist:

$$E = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^{11}}{\epsilon l} Q \ln \frac{r_a}{r_i} \text{ Volt.}$$

Die Kapazität zweier gleichachsiger Zylinderoberflächen mit den Halbmessern r_a (cm) und r_i (cm) von 1 Zentimeter Länge beträgt demnach

$$C = \frac{Q}{E} = \frac{\epsilon l}{2 \cdot 9 \cdot 10^{11}} \cdot \frac{1}{\ln \frac{r_a}{r_i}} \text{ Farad.} \tag{4}$$

Die Feldstärke ist nun in Abhängigkeit von der Spannung erhältlich. Sie beträgt:

$$\mathcal{E} = \frac{E}{r \ln \frac{r_a}{r_i}} \text{ Volt/cm,}$$

sie erreicht ihren Höchstwert an der Oberfläche des inneren Zylinders:

$$\mathcal{E}_{\max} = \frac{E}{r_i \ln \frac{r_a}{r_i}} \text{ Volt/cm.}$$

Es stellt sich wiederum heraus, daß die Beanspruchung des Nichtleiters nicht gleichmäßig ist und daß Schätzungen der Widerstandsfähigkeit auf Grund der durchschnittlichen Beanspruchung

$$\frac{E}{r_a - r_i}$$

sehr irreführen können. Mit

$$\begin{aligned} r_a &= 10 \text{ cm} \\ r_i &= 5 \text{ cm} \\ E &= 50\,000 \text{ Volt} \end{aligned}$$

erhält man z. B. in Wirklichkeit:

$$\frac{50\,000}{5 \cdot 0,7} = 14\,200 \text{ Volt/cm}$$

gegenüber dem Schätzwert:

$$\frac{50\,000}{10 - 5} = 10\,000 \text{ Volt/cm.}$$

Aber der Unterschied kann auch erheblich größer werden, wenn der Innenzylinder einen kleineren Durchmesser bekommt. Es ist interessant, daß es ein ausgezeichnetes Verhältnis der beiden Zylinderhalbmesser gibt, das die kleinste Enttäuschung bringt. Das Produkt:

$$r_i \cdot \ln \frac{r_a}{r_i}$$

wird bei gegebenen r_a am größten, wenn

$$\frac{r_a}{r_i} = 2,718 \text{ (Basis der natürlichen Logarithmen)}$$

gewählt wird.

Für diesen besonderen Fall ergibt sich, wie leicht ersichtlich, die höchste Feldstärke zu:

$$\mathcal{E}_{\max} = \frac{2,718 E}{r_a},$$

im Beispiel oben also zu:

$$\frac{2,718 \cdot 50\,000}{10} = 13\,590 \text{ Volt/cm.}$$

Die besondere Anordnung eignet sich sehr für Prüfungen von gasförmigen und flüssigen Nichtleitern. Der Vorzug liegt natürlich in der einfachen Rechnung, die zur höchsten Feldstärke führt. Außerdem sind große Ungleichmäßigkeiten der Feldbeanspruchung vermieden.

Vorsicht ist indessen bei der Wahl der beschriebenen Leiteranordnung dringend geboten, obwohl scheinbar keine Verwicklungen entstehen können. Aber die Rechnung konnte sich ohne weiteres auf ein endliches Längenstück der Anordnung beschränken, voraussetzend, daß sich in Wirklichkeit das

Feld unverändert beiderseits ins Unendliche erstreckt, die Verwirklichung des Modells kann mit der gleichen Voraussetzung nicht rechnen.

Schon die bisherige Rechnung läßt deutlich erkennen, daß eine geladene Linie, ein Zylinder mit sehr kleinem Durchmesser, sehr hohe Feldstärken an seiner Oberfläche hervorbringen muß. Eine scharf abgeschnittene Zylinderoberfläche wird aber von zwei Linien begrenzt. Sie würden jede Prüfung unmöglich machen.

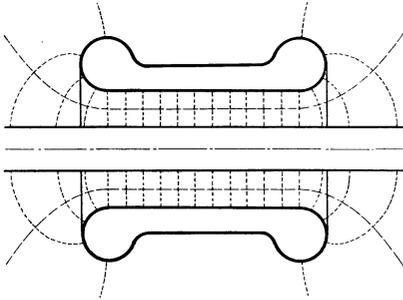


Abb. 7.

Die scharfen Kanten müssen gründlich abgerundet werden, so daß eine Anordnung nach Abb. 7 entsteht. Die Feldstärke muß an ihnen unbedingt so weit heruntergedrückt werden, daß sie die Prüfung nicht stören kann, daß sie also merklich kleiner ist als an der Oberfläche des inneren Zylinders.

Das erste Mal treffen wir die gefürchteten Randwirkungen der praktischen räumlich begrenzten elektrischen Felder. Sie haben in den Anfangsjahren der Hochspannungstechnik sehr oft schwere Unannehmlichkeiten gebracht.

Beim Bau von Kondensatoren, d. h. Apparaten mit ausgesprochener Kapazität, die beim folgenden einfachen Fall eines elektrischen Feldes erwähnt werden sollen, war das Randfeld besonders unangenehm.

Wird der Halbmesser des Zylinders über alle Maßen groß, entsteht der Fall zweier paralleler Ebenen als Äquipotentialflächen des Feldes (Abb. 8).

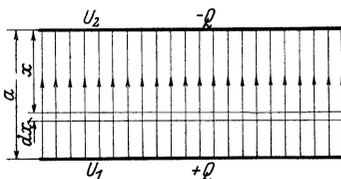


Abb. 8.

Die Ladungen $+Q$ und $-Q$ erzeugen dann ein homogenes Feld. Die Rechnung kann sich wiederum nur auf einen Teil des Feldes, entsprechend einer Oberfläche von F Quadratzentimeter beschränken. Die Feldstärke berechnet sich dann zu

$$\mathcal{E} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^{11}}{\varepsilon} \cdot \frac{Q}{F} \text{ Volt/cm.}$$

Sofort erhält man nach Abb. 8

$$E = \int_{U_1}^{U_2} dU = \frac{4 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^{11}}{\varepsilon} \cdot \frac{Q}{F} \cdot a \text{ Volt}$$

und damit die Kapazität:

$$C = \frac{Q}{E} = \frac{\varepsilon \cdot F}{4 \pi \cdot 9 \cdot 10^{11} \cdot a} \text{ Farad.} \quad (5)$$

Will man große Kapazitäten erreichen, so muß man offenbar ziemliche Oberflächen F und kleine Abstände a anstreben. Auch die Nichtleiterkonstante ε ist von Bedeutung. Eine Glasscheibe mit Staniolblättchen beiderseits z. B. verspricht eine brauchbare Konstruktion eines

Kondensators, nur muß die Glasstärke der Spannung, die angelegt werden soll, widerstehen.

Die Nichtleiterkonstante ϵ ist demnach von praktischer Bedeutung. Sie beträgt für die gebräuchlichsten Nichtleiter nach H. Schering (Die Isolierstoffe der Elektrotechnik):

Glas	5— 8	Mikanit	4,5—5,5
Gesteine	7—15	Papier	1,8—2,6
Glimmer	5— 8	Pertinax	4,8
Kabelisolationsmasse	4,3	Petroleum	2,0—2,2
Hartpapier (Repelit)	3,6	Porzellan	4,4
Kautschuk	2,7	Transformatoröl	2,2
Marmor	8,3	Wasser	80

Wenn man nun ein elektrisches Feld zwischen zwei parallelen ebenen Flächen verwirklichen will, bekommt man es wieder mit den Feldrändern zu tun. Die Rechnung setzt ein unbegrenztes Feld voraus, das wirkliche Feld ist begrenzt, die Flächen brauchen Randlinien, an denen die Kraftlinien sehr stark zusammengedrängt werden. Es bleibt wieder kein anderer Ausweg, als starkes Abrunden der Kanten, ähnlich wie bei konzentrischen Zylindern.

Die für die Praxis hochwichtige Erkenntnis ist nicht zu unterdrücken, daß alle scharfen Kanten und Ecken aus den Konstruktionen für hohe Spannungen verschwinden müssen. Die Feldränder sind immer viel gefährlicher als die eigentlichen Felder. Die von einem Punkt oder von einer

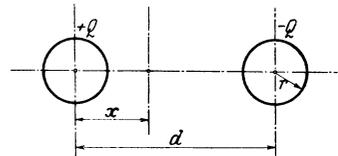


Abb. 9.

Linie aus wirkende Elektrizitätsmenge erzeugt eben unmittelbar an ihrem Sitz eine unendlich große Feldstärke. Ihr ist kein Baustoff gewachsen.

Die Natur ist selbst bestrebt, Fehler der Konstruktionen zu verbessern. Dies zeigt sich sehr oft in Anordnungen, die Luft als Isolierstoff verwenden. Die Luft wird nämlich unter dem Einfluß genügend großer Feldstärke ionisiert, sie wird leitend.

Natürlich wird die Luft zuerst dort leitend, wo das Feld am stärksten ist, z. B. an der Oberfläche des Innenzylinders bei zwei konzentrischen Zylindern, oder an der Randlinie eines Feldes. Sie vergrößert dann immer den Krümmungshalbmesser der gefährdeten Oberfläche, denn die Ladung rückt auf die Oberfläche der leitend gewordenen Luftschichte vor.

Bisher wurden nur Anordnungen untersucht, in denen die eine geladene Oberfläche die andere vollkommen umschloß, so daß ihre Ladung auf das im Inneren gelegene Feld nicht wirken konnte und deshalb nur das Feld der inneren geladenen Leiteroberfläche in Betracht kam. Ein wesentlich anderes Bild entsteht aber, wenn zwei sich nicht umschließende Leiteroberflächen betrachtet werden, z. B. zweier paralleler Kreiszyylinder nach Abb. 9.

Es ist kein Zweifel möglich, daß nun jeder Zylinder ganz selbständig sein Feld entwickeln wird. Die beiden Oberflächen sind zwar Äquipotentialflächen eines zusammengesetzten Feldes und haben deshalb die Ladungen

+ Q, bzw. - Q. Aber beide Elektrizitätsmengen sind zweifellos gleichberechtigt, beide senden Kraftlinien radial, senkrecht zu den Zylinderachsen aus (Abb. 9). Die Richtungen der Kraftlinien sind allerdings verschieden wegen des verschiedenen Vorzeichens der beiden Ladungen.

Für die rechnerische Beherrschung des Feldes ist es ein Glück, daß die beiden Ladungen selbständig wirken. In irgendeinem Punkt der Leiterumgebung kann man so die beiden Feldkräfte einzeln bestimmen und dann deren Resultierende ermitteln (Abb. 10). Sie bestimmt die Richtung der Kraftlinie des Gesamtfeldes im betrachteten Punkt.

Das angedeutete Verfahren ist für die Rechnung zu umständlich. Ein anderer Weg führt schnell zur Bestimmung der Kapazität und der größten Feldstärke der Anordnung. Diesen Weg wollen wir im Folgenden einschlagen.

Es fällt nämlich auf, daß in der Ebene, die durch die beiden Zylinderachsen gelegt werden kann, die beiden Einzelmengen in der gleichen Richtung wirken, so daß die Feldstärken einfach addiert werden können. Die Rechnung wird deshalb wesentlich vereinfacht, wenn sie sich auf diese Ebene beschränkt.

In der Entfernung x von der Achse des Zylinders mit der Ladung + Q (Abb. 9) erzeugt diese Ladung die Feldstärke

$$\mathcal{E}_1 = \frac{4\pi \cdot 9 \cdot 10^{11}}{\varepsilon} \cdot \frac{Q}{2\pi l x} \text{ Volt/cm,}$$

wenn sich die Rechnung auf einen l Zentimeter langen Teil der Anordnung beschränkt, wenn, mit anderen Worten, die Ladung je Längeneinheit $\frac{Q}{l}$ beträgt. An derselben Stelle erzeugt die Ladung - Q des zweiten Zylinders, dessen Achse d Zentimeter von der Achse des ersten Zylinders entfernt ist, die Feldstärke:

$$\mathcal{E}_2 = - \frac{4\pi \cdot 9 \cdot 10^{11}}{\varepsilon} \cdot \frac{Q}{2\pi l (d - x)} \text{ Volt/cm.}$$

Die Gesamtfeldstärke ergibt sich somit zu

$$E = \frac{4\pi \cdot 9 \cdot 10^{11}}{\varepsilon} \cdot \frac{Q}{2\pi l} \left[\frac{1}{x} + \frac{1}{d - x} \right] \text{ Volt/cm.}$$

Nun kann wieder die Gesamtspannung E der Anordnung eingeführt werden, d. h. die Potentialdifferenz der beiden Zylinder:

$$\int_r^{d-r} \mathcal{E} dx = \int_{U_1}^{U_2} dU = E.$$

Die Integration muß natürlich zwischen den Grenzen r (Halbmesser des geladenen Zylinders) und d - r durchgeführt werden, denn das sind die tatsächlichen Grenzen des Feldes in der betrachteten Ebene.

Es ist:

$$E = \frac{4 \cdot 9 \cdot 10^{11}}{\varepsilon} \cdot \frac{Q}{l} \ln \cdot \frac{d - r}{r} \text{ Volt}$$

und die Kapazität der Anordnung:

$$C = \frac{Q}{E} = \frac{\varepsilon l}{4 \cdot 9 \cdot 10^{11} \ln \frac{d-r}{r}} \text{ Farad.} \quad (6)$$

In bekannter Weise ergibt sich nun die Feldstärke in der Entfernung x von der Achse des ersten Zylinders zu:

$$\mathcal{E} = \frac{E}{2 \ln \frac{d-r}{r}} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x} \right) \text{ Volt/cm.}$$

Sie wird am größten an der Oberfläche des Zylinders selbst, d. h. für $x = r$ oder $x = d - r$.

Da die ganze Rechnung nur dann genügend genau ist, wenn der Leiterabstand d groß ist im Vergleich mit dem Leiterhalbmesser r , kann man schreiben:

$$\mathcal{E}_{\max} = \frac{E}{2 r \ln \frac{d}{r}} \text{ Volt/cm.}$$

Wie sehr man sich täuschen kann, wenn man gedankenlos schätzt, statt zu rechnen, zeigt der vorliegende Fall, der von großer praktischer Bedeutung ist, deutlich. Es sei z. B.

$$E = 100\,000 \text{ Volt}$$

$$r = 2 \text{ mm}$$

$$d = 2000 \text{ mm.}$$

Bei der unzulässigen Annahme einer gleichmäßigen Aufteilung der Spannungslast würde man eine Beanspruchung von:

$$\frac{100\,000}{200} = 500 \text{ Volt/cm}$$

erhalten, um nachher bei genauer Rechnung feststellen zu müssen, daß es sich in Wirklichkeit um:

$$2 \cdot 0,2 \ln 1000 = 36\,200 \text{ Volt/cm}$$

handelt.

Parallele Zylinder kommen in der Praxis vor allem bei Fernleitungen vor und erreichen dann mitunter sehr große Längen. Es ist nun beachtenswert, daß ziemlich große Elektrizitätsmengen aufgebracht werden müssen, bevor die ganze Fernleitung unter Spannung kommt. Nach Gleichung (6) ist die benötigte Ladung:

$$Q = C \cdot E = \frac{E \cdot \varepsilon \cdot l}{4 \cdot 9 \cdot 10^{11} \ln \frac{d-r}{r}}$$

Ist nun:

$$E = 100\,000 \text{ Volt}$$

$$\varepsilon = 1$$

$$l = 100 \text{ km} = 10^7 \text{ cm}$$

$$\frac{d-r}{r} = 1000$$

so erhalten wir:

$$Q = \frac{10^5 \cdot 10^7}{4 \cdot 9 \cdot 10^{11} \cdot 6,9} = \frac{1}{25} \text{ Cb} = \frac{3 \cdot 10^9}{25} \text{ ESE.}$$

Das elektrische Feld zweier paralleler Zylinder läßt sich durch die Symmetrieebene in zwei gleiche Teile zerlegen. Die Kraftlinien des Feldes werden deshalb zweifellos diese Symmetrieebene rechtwinklig treffen. Sie ist eine Äquipotentialfläche des Feldes.

Damit ist der Weg gebahnt, der zur Beherrschung des Feldes eines Kreiszyinders und einer zu seiner Achse parallelen Ebene führt. Nach Abb. 11 tritt nun an die Stelle der früheren Gesamtspannung deren Hälfte, an die Stelle des Leiterabstandes d die doppelte Entfernung der Zylinderachse von der Ebene a . Es ist also:

$$C = \frac{\epsilon l}{2 \cdot 9 \cdot 10^{11} \ln \frac{2a}{r}} \quad (7)$$

und die größte Feldstärke

$$E_{\max} = \frac{E}{r \ln \frac{2a}{r}}$$

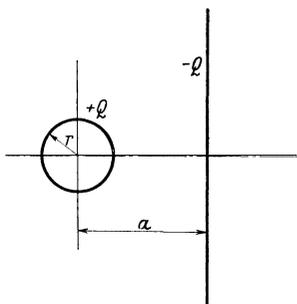


Abb. 11.

Der Fall ist ebenfalls von praktischer Bedeutung. Wir betrachten die Erde als einen Leiter und ihre Oberfläche bildet uns immer einen Teil der Begrenzung unserer Felder. Ein Leiter einer Fernleitung z. B. wirft auch einen Teil seiner Gegenladung auf die Erde, auf die Bodenebene. In Gebäuden werden Leiter parallel zu den Wänden geführt, die ebenfalls „Erde“ sind.

Der Fall zeigt uns andererseits die interessante Erscheinung der sog. elektrischen Spiegelung. Das Spiegelbild des Zylinders hinter der Ebene bildet mit dem Zylinder selbst dasselbe Feld wie die Ebene. Eine besondere Rechnung erübrigt sich auf diese Weise.

Es ist möglich gewesen, sowohl die Kapazität als auch die größte Feldstärke der Anordnung zweier paralleler Kreiszyinder zu bestimmen ohne Rücksicht auf die Gesamtgestalt des Feldes, lediglich durch die Untersuchung der Feldverhältnisse in der Ebene, die durch die beiden Zylinderachsen bestimmt ist. Der Ingenieur braucht aber doch auch das Bild des Gesamtfeldes. Außerdem kommt in der Praxis neben den Fällen, in denen der Zylinderabstand den Zylinderhalbmesser weit überwiegt, auch noch die Möglichkeit in Betracht, daß die beiden Zylinder sehr nahe aneinander rücken. Eine tiefere Untersuchung erscheint nach all dem unerlässlich.

Wir wählen nach Abb. 12 ein rechtwinkliges Koordinatensystem, dessen Achsen durch die Spuren der beiden Symmetrieebenen der Anordnung in unserer Bildebene gegeben sind. Die wirkenden Elektrizitätsmengen denken wir uns auf zwei parallele Geraden und zwar Q Coulomb auf der Länge l Zentimeter.

Nun soll irgendein Punkt des Feldes mit den Abständen a und b von den beiden geladenen Geraden betrachtet werden. Die Elektrizitätsmengen-einheit wird in ihm, wenn sie negativ ist, von der auf der einen Geraden sitzenden positiven Ladung mit der Kraft:

$$\mathcal{E}_1 = \frac{4\pi \cdot 9 \cdot 10^{11}}{\epsilon} \cdot \frac{Q}{2\pi l a} \text{ Volt/cm}$$

angezogen, während die zweite Ladung $-Q$ sie mit der Kraft

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{2 \cdot 9 \cdot 10^{11}}{\epsilon} \cdot \frac{Q}{l b} \text{ Volt/cm}$$

abstößt (Abb. 12).

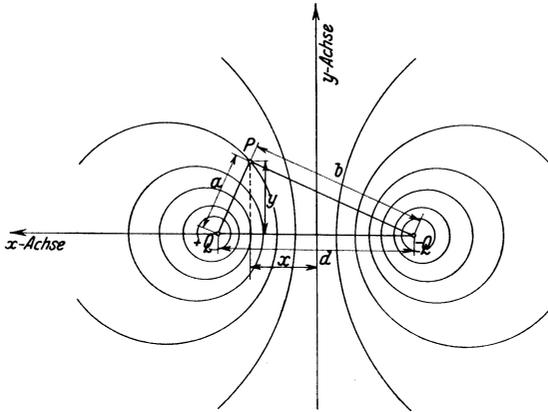


Abb. 12.

Die erste Kraft, allein wirkend, hatte die Arbeit

$$U_1 = - \int_a^\infty \mathcal{E}_1 da = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^{11}}{\epsilon} \frac{Q}{l} \ln a$$

geleistet, wenn sie die Mengeneinheit aus unendlicher Entfernung herangeholt hätte, während die zweite Kraft mit einem Arbeitsaufwand

$$U_2 = - \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^{11}}{\epsilon} \frac{Q}{l} \ln b$$

bei der gleichen Bewegung überwunden hätte werden müssen. Da der Weg aus der Unendlichkeit nach P beliebig gewählt werden kann, muß die Gesamtanordnung die Arbeit

$$U = U_1 + U_2 = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^{11}}{\epsilon} \cdot \frac{Q}{l} \cdot \ln \frac{a}{b}$$

leisten. U ist nach den weiter oben gegebenen Erklärungen das Potential der Anordnung im Punkte P.

Dasselbe Potential finden wir in allen Punkten, für die die Abstände a und b im gleichen Verhältnis

$$\frac{a}{b} = \lambda$$

stehen. Die Spur der entsprechenden Äquipotentialebene in der Bildebene ist damit bestimmt.

Der Punkt P habe die Koordinaten x und y (Abb. 12). Es ist dann:

$$a^2 = \left(\frac{d}{2} - x\right)^2 + y^2$$

$$b^2 = \left(\frac{d}{2} + x\right)^2 + y^2$$

und

$$\lambda^2 = \frac{\left(\frac{d}{2} - x\right)^2 + y^2}{\left(\frac{d}{2} + x\right)^2 + y^2},$$

woraus sofort

$$y^2 + \left(x - \frac{d}{2} \cdot \frac{1 + \lambda^2}{1 - \lambda^2}\right)^2 = \left(\frac{d\lambda}{1 - \lambda^2}\right)^2 \quad (8)$$

folgt.

Die Äquipotentialflächen sind offenbar Kreiszyylinderoberflächen und ihre Spuren bilden in unserer Ebene zwei Kreisbüschel (Abb. 12). Solange

$$\lambda < 1$$

ist, umhüllen die Kreise die Spur der mit $+Q$ geladenen Geraden, für

$$\lambda > 1$$

legen sich die Kreise um die Spur der zweiten geladenen Geraden. Wenn

$$\lambda = 1$$

wird, geht die Äquipotentialfläche in die Symmetrieebene über, die durch die y -Achse gelegt werden kann.

Zum Bild des Feldes gehören neben den ermittelten Spuren der Äquipotentialebenen auch noch die Kraftlinien. Wir wissen, daß sie überall auf den Äquipotentialflächen senkrecht stehen. Sie können demnach ohne weiteres als senkrechte Trajektorien des mit Gleichung (8) gegebenen Kreisbüschels berechnet werden.

Gibt man der Gleichung (8) die einfachere Form:

$$y^2 + x^2 + \frac{d^2}{4} - x d \cdot \frac{1 + \lambda^2}{1 - \lambda^2} = 0$$

und differenziert sie:

$$y dy + x dx - \frac{d}{2} \cdot \frac{1 + \lambda^2}{1 - \lambda^2} dx = 0,$$

so erhält man nach Eliminierung des Parameters λ

$$\left(x^2 - y^2 - \frac{d^2}{4}\right) dx + 2xy dy = 0.$$

Die Differentialgleichung der senkrechten Trajektorien würde demnach lauten:

$$\left(x^2 - y^2 - \frac{d^2}{4}\right) dy - 2xy dx = 0,$$

sie geht aus der vorangehenden Gleichung hervor, wenn einfach x mit y vertauscht und außerdem das Vorzeichen von $\frac{d^2}{4}$ geändert wird.

Die Gleichung des Kraftlinienbüschels kann demnach unmittelbar aus der Gleichung der Flächenspur erhalten werden, wenn dort dieselben Vertauschungen vorgenommen werden, denn dann müssen als die senkrechten Trajektorien des Kraftlinienbüschels wiederum unsere bereits bekannten Äquipotentialflächenspur hervorgehen. Sie lautet:

$$y^2 + x^2 - \frac{d^2}{4} - yd \cdot \frac{1 + \lambda^2}{1 - \lambda^2} = 0$$

bzw.

$$\left(y - \frac{d}{2} \cdot \frac{1 + \lambda^2}{1 - \lambda^2} \right)^2 + x^2 = \frac{d^2 (1 + \lambda^4)}{2 (1 - \lambda^2)^2}. \quad (9)$$

Sie entspricht einem Kreisbüschel. Die Mittelpunkte aller Kraftlinienkreise liegen auf der y-Achse, außerdem gehen alle Kraftlinienkreise durch die beiden Punkte:

$$y = 0, x = + \frac{d}{2}$$

bzw.

$$y = 0, x = - \frac{d}{2}$$

was aus der Gleichung (9) sofort hervorgeht, denn sie geht für

$$y = 0$$

in

$$x^2 = \frac{d^2}{4}$$

über.

Das vollständige Bild des elektrischen Feldes zweier geladener Geraden zeigt Abb. 13. Es ist gleichzeitig das Bild des Feldes zweier paralleler Kreiszyylinder, die durch irgend zwei Äquipotentialflächen bestimmt werden (Abb. 14). Es ist nun wichtig festzustellen, daß die geometrischen Achsen zweier solcher Zylinder nicht mehr mit ihren elektrischen Achsen zusammenfallen. Die Bezeichnung d für den Abstand der geometrischen Achsen in der Abb. 14 ist somit unrichtig.

Diese Tatsache läßt sich auch rechnerisch feststellen, und zwar am einfachsten für den Fall zweier Zylinder mit gleichen Halbmessern r. Setzt man in Gleichung (8)

$$r = \frac{d \lambda}{1 - \lambda^2}$$

ein, so ist zunächst aus Gleichung (8) durch Einsetzen von

$$y = 0$$

der Abstand der Achsen zu

$$2 x_m = d \cdot \frac{1 + \lambda^2}{1 - \lambda^2}$$

leicht erhältlich. Es ergeben sich nämlich 2 Schnittpunkte des Äquipotentialkreises mit der x-Achse:

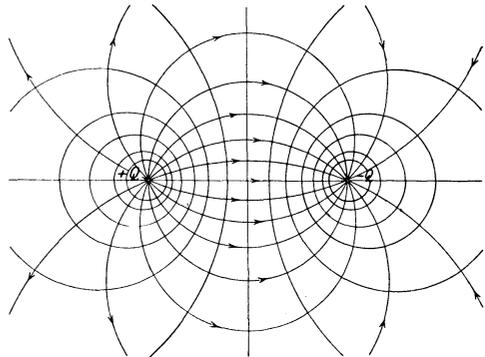


Abb. 13.

$$x_1 = \frac{d}{2} \cdot \frac{(1 + \lambda)^2}{1 - \lambda^2} \text{ und } x_2 = \frac{d}{2} \cdot \frac{(1 - \lambda)^2}{1 - \lambda^2},$$

zwischen denen in der Mitte der Mittelpunkt:

$$y = 0, x_m = \frac{d}{2} \cdot \frac{1 + \lambda^2}{1 - \lambda^2}$$

liegt.

Es ist sofort klar, daß der Abstand der geometrischen Achsen immer $\frac{1 + \lambda^2}{1 - \lambda^2}$ mal

größer ist als der Abstand der elektrischen Achsen, wobei der Parameter λ durch den Zylinderhalbmesser r und den elektrischen Abstand d

$$\frac{\lambda}{1 - \lambda^2} = \frac{r}{d}$$

bestimmt ist.

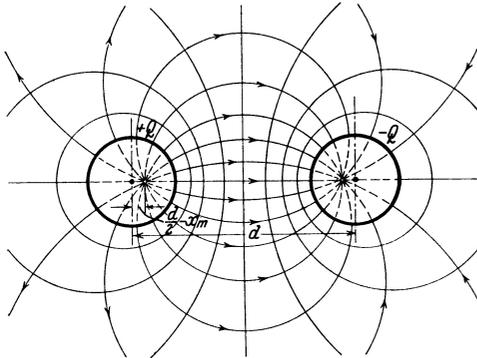


Abb. 14.

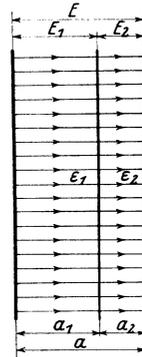


Abb. 15.

Das hier gegebene Verfahren ist wesentlich einfacher als die üblichen umständlichen Formeln, die gewöhnlich für zwei nahe nebeneinanderliegende parallele Zylinder angegeben werden. Immerhin zeigt die ganze Rechnung, daß auch dieser noch verhältnismäßig einfache Fall bereits einige Schwierigkeiten bereitet. Es ist wohl kaum denkbar, schwierigere Feldformen durch Rechnung allein zu bewältigen.

Es gibt noch einen sehr einfachen Fall des elektrischen Feldes, der durch seine Eigentümlichkeiten von der größten Bedeutung für die Hochspannungstechnik geworden ist, der deshalb unbedingt besprochen werden muß. Es ist ein homogenes Feld mit zwei verschiedenen Nichtleitern nebeneinander.

Zwischen zwei geladenen, parallelen Ebenen, im Abstände a (cm) voneinander, herrsche die Spannung E (Volt). Die Feldstärke ist überall gegeben durch

$$\frac{E}{a} \text{ Volt/cm.}$$

Der Zwischenraum zwischen den Ebenen werde nun angefüllt durch eine a_1 Zentimeter starke Schichte eines Nichtleiters mit der Konstanten ϵ_1 und durch eine a_2 Zentimeter starke Schichte eines zweiten Nichtleiters mit der Konstanten ϵ_2 . Die Trennungsebene ist natürlich eine Äquipotentialfläche, die sofort das Feld in zwei selbständige Teile zerlegt (Abb. 15).

Es ist keineswegs klar, wie sich die Spannung E auf die beiden Teilfelder aufteilt. Nehmen wir die Teilspannungen zu E_1 und E_2 an, so ist selbstverständlich:

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 &= a \\ E_1 + E_2 &= E. \end{aligned}$$

Die Teilfeldstärken

$$\frac{E_1}{a_1}$$

und

$$\frac{E_2}{a_2}$$

müssen wir nun ermitteln.

Nehmen wir die Ladung des Feldes zu $+Q$ bzw. $-Q$ an (Abb. 15), so bekommen wir in bekannter Weise für das erste Teilfeld, wenn die Ladung auf einer Fläche von F Quadratcentimetern verteilt ist, die Feldstärke zu

$$\mathcal{G}_1 = \frac{E_1}{a_1} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^{11}}{\epsilon_1} \cdot \frac{Q}{F} \text{ Volt/cm,}$$

ebenso aber auch die Feldstärke des zweiten Teilfeldes zu

$$\mathcal{G}_2 = \frac{E_2}{a_2} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 9 \cdot 10^{11}}{\epsilon_2} \cdot \frac{Q}{F} \text{ Volt/cm.}$$

Sofort folgt daraus

$$\frac{\mathcal{G}_1}{\mathcal{G}_2} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \tag{10}$$

und damit

$$\mathcal{G}_1 = E \frac{\epsilon_2}{a_1 \epsilon_2 + a_2 \epsilon_1} \tag{11}$$

$$\mathcal{G}_2 = E \frac{\epsilon_1}{a_1 \epsilon_2 + a_2 \epsilon_1} \tag{12}$$

Die Beanspruchungen verteilen sich auf die beiden Nichtleiter im umgekehrten Verhältnis ihrer Konstanten. Dieses folgenschwere Gesetz würde nicht unangenehm sein, wenn die elektrische Festigkeit der Nichtleiter im umgekehrten Verhältnis zu den Nichtleiterkonstanten stehen würde. Leider müssen wir meist mit dem Gegenteil rechnen. Die nachfolgende Zusammenstellung zeigt es deutlich.

	Elektrische Festigkeit Volt/cm	Nichtleiterkonstante ϵ
Luft	21 000	1,0
Transformatoröl	80 000	2,2
Papier	200 000	2,2
Porzellan	100 000	4,4
Glas	200 000	7,1

Es ist ein Verhängnis, daß der schwächere Nichtleiter fast regelmäßig die größere Belastung aufgebürdet bekommt. Wenn zum Beispiel Glas und Luft zusammentreffen, hat die Luft unter allen Umständen 7 mal mehr zu tragen, obwohl das Glas 10 mal kräftiger ist.

Noch mehr. Ein homogenes Feld zwischen zwei Ebenen, mit der Gesamtspannung E , legt z. B. der Luft, die den a Zentimeter starken Ebenen-zwischenraum ausfüllt, eine Belastung:

$$\frac{E}{a} \text{ Volt/cm}$$

auf. Schiebt man zur „Entlastung“ der Luft eine $\frac{a}{2}$ Zentimeter starke Glasscheibe ein, so steigt nach Gleichung (11) mit:

$$a_1 = \frac{a}{2} = a_2$$

und

$$\varepsilon_1 = 1, \quad \varepsilon_2 = 7$$

die Feldstärke in der übrig gebliebenen Luftschichte sofort auf

$$\frac{14 E}{8 a}$$

d. h. fast auf die doppelte Höhe.

Unheimlich wird das Problem, wenn man versucht, die Luft ganz durch Glas zu ersetzen. Das Glas steht dann wieder unter der ursprünglichen Beanspruchung

$$\frac{E}{a} \text{ Volt/cm.}$$

Aber zwischen dem Glas und den geladenen Metallebenen bleibt immer eine ungewollte ganz dünne Schichte Luft übrig, die natürlich noch immer unter der 7fachen Belastung des Glases steht, d. h. unter der Feldstärke

$$7 \frac{E}{a} \text{ Volt/cm.}$$

Die Anordnung wird um so schlechter je mehr wir sie „verbessern“, je mehr Glas wir zu Hilfe nehmen.

Unter der großen Last bricht natürlich meist die Luft zusammen, sie wird leitend, sie erwärmt sich und sprengt unter Umständen die Glasscheibe. Sie erzeugt, leitend geworden, Salpetersäure, die die Metalloberfläche angreift. Die Anordnung ist krank.

In klarer Erkenntnis dieser überraschenden Tatsachen vermeidet die Hochspannungstechnik, wo sie nur kann, Baustoffe mit hohen Nichtleiterkonstanten. Glas und Porzellan sind gewiß vorzügliche Isolatoren, aber sie wurden sehr stark von Nichtleitern zurückgedrängt, die wesentlich kleinere Konstanten haben, vor allem vom Papier.

Aus der gleichen Erkenntnis heraus sollte man auch Nichtleitern mit zu kleinen Konstanten ausweichen, vor allem der Luft. In der Tat stellt man Hochspannungskonstruktionen ins Öl. Aber die Luft läßt sich viel schwerer vermeiden als Porzellan und Glas.

Soll man demnach zusammengesetzte Nichtleiter, Reihenschaltungen von verschiedenen Isolatoren nicht lieber vermeiden? Die junge Hochspannungstechnik hat manch eine Konstruktion durch Verwendung zu großer Mengen Isolierstoff verdorben. Sie mußte lernen, daß zuviel ebenso schädlich werden kann, wie zu wenig. Gleichwohl können wir heute der gefährlichen Reihenschaltung nicht entgehen. Es ist wichtig, diese Tatsache festzulegen und zu erklären.

Wir können auch bei hohen Spannungen flüssige Isolatoren, Luft und vor allem Öl, verwenden, ja wir müssen es sogar tun. Die Konstruktionen erwärmen sich, wie wir später sehen werden, im Betrieb und die Betriebswärme kann nur mit flüssigen Nichtleitern ordentlich weggeführt werden.

Aber meist sind die flüssigen Isolatoren den Anforderungen des Betriebes allein nicht gewachsen. Zwar hilft ihnen ein hochwertiger Nichtleiter scheinbar gar nicht, denn er verschlechtert, wie wir gesehen haben, lediglich die Anordnung. Und doch muß er eingebaut werden.

Im Betrieb gibt es normale Beanspruchungen, wie sie die normale Betriebsspannung gibt, außerdem aber treten auch noch Spannungstöße auf, die meist erheblich über die Betriebsspannung hinausgehen. Dies ist keine Eigentümlichkeit der Elektrotechnik. Auch in anderen Gebieten der Technik gibt es außerordentliche Belastungsfälle, mit denen der Konstrukteur rechnen muß.

Es wäre unzulässig, Hochspannungskonstruktionen so zu bemessen, daß sie nur der normalen Betriebsspannung gewachsen wären. Sie dürfen doch nicht bei jedem Belastungsstoß zusammenbrechen. Andererseits wäre es übertriebene Vorsicht, so weit zu gehen, daß jede Anordnung auch dem höchsten Spannungsstoß dauernd die Stirne bieten könnte.

Weit billiger ist eine Reihenschaltung des flüssigen und eines festen, hochwertigen Isolators, so bemessen, daß der flüssige allein der dauernden Betriebsspannung gewachsen ist, während der feste den Spannungsstoß gerade noch allein auffangen kann. Der flüssige Isolator wird bei dieser Anordnung allerdings kurzzeitig unter eine ganz unzulässige Spannungslast geraten. Die Luft z. B. wird während der wenigen Augenblicke des Spannungsstoßes glimmen. Aber das macht nichts. Die chemischen Wirkungen des teilweisen Durchbruches haben nicht die notwendige Zeit zur Verfügung, um zerstörend wirken zu können.

Es ist richtig, daß sich die Wirkungen der aufeinander folgenden Stöße summieren und daß im Laufe der Zeit die teilweisen Durchbrüche doch schädlicher wirken werden. Aber man kann nicht für die Ewigkeit bauen. Jede Konstruktion wird allmählich verbraucht. Es hätte keinen Sinn, sie elektrisch ewig jung erhalten zu wollen, während sie mechanisch unaufhaltsam altert.

Das soeben angegebene Konstruktionsprinzip ist für die Praxis von großer Wichtigkeit. Es muß planmäßig in jeder Hochspannungsanordnung durchgeführt werden, damit mit den billigsten Mitteln die größte Betriebssicherheit erreicht wird. Es enthält eine wichtige konstruktive Einzelheit, die am besten an Hand eines Beispielles erläutert werden kann.

Ein häufig vorkommendes Hochspannungsproblem ist z. B. das Isolieren zweier konzentrischer Kreiszyliindermantel gegeneinander. Man

kann sie z. B. nach Abb. 16 eng aneinander bringen, wenn man einen Papierzylinder einschiebt. Dieser Papierzylinder muß erheblich länger sein als die Metallzylinder (Abb. 16), damit die Feldränder nicht gefährlich werden.

Die Anordnung ist nicht gut. Es ist mit Sicherheit anzunehmen, daß zwischen Metallzylinder und Papierzylinder beiderseits eine ganz dünne Luft- oder Ölschicht übrig bleiben wird. Sie ist in der größten Gefahr, wenn das Papier gut ausgenützt wird.

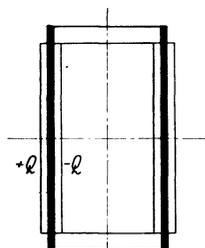


Abb. 16.

Wenn man einsieht, daß man die Luft- bzw. Ölschicht nicht vermeiden kann, so wird man sie gleich ordentlich bemessen, nämlich entsprechend dem oben aufgestellten Konstruktionsgrundsatz. Man gewinnt damit gleichzeitig die Möglichkeit einer ausgiebigen Kühlung der betriebswarmen Metalloberflächen.

Das Problem der Reihenschaltung verschiedener Nichtleiter im elektrischen Feld zeigt noch viel deutlicher als die vorangegangenen Untersuchungen einiger einfachen Felder, daß der ungeschulte Praktiker gegenüber den Hochspannungsproblemen machtlos ist. Die Ergebnisse sind durchwegs überraschend. Die elektrische Festigkeit hat mit der mechanischen Festigkeit wenig Ähnlichkeit. Dazu kommt noch der Umstand, daß den Praktiker scheinbar logische Folgerungen auf Irrwege führen, was sich am deutlichsten im Falle zweier hintereinander geschalteter Nichtleiter zeigt.

Die Theorie muß der Praxis den Weg weisen. Schon die elektrische Festigkeitslehre zeigt, daß es sich in der Elektrotechnik um ganz eigenartige Erscheinungen handelt, die man genau kennen muß und die wegen ihrer Unanschaulichkeit mit erheblichem Aufwand von wissenschaftlichen Hilfsmitteln durchgearbeitet werden müssen.

Vierte Vorlesung.

Elektrisches Feld zusammengesetzter Anordnungen. Zwei sich umschließende Zylinder. Zweileiterkabel. Drehstromfreileitung. Leiter und Traggestell. Kapazitäten in Reihenschaltung. Kapazitäten in Parallelschaltung. Gleitende Entladungen. Kriechweg. Getränkte Anordnungen. Wasser als Feind der Isolation. Gasisolation unter Druck. Kapazität und Elastizität. Energie des elektrischen Feldes.

In der vorangehenden Vorlesung wurden einige einfache Fälle des elektrischen Feldes berechnet, die noch etwas vermehrt werden könnten, z. B. um den Fall zweier Kugeln, die sich nicht umschließen und auch nicht einen gemeinsamen Mittelpunkt haben. Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik können sich natürlich nicht mit allen möglichen Fällen beschäftigen, sie haben lediglich die Aufgabe, den Weg zu zeigen und brauchbare Arbeitsmethoden anzugeben. Die Untersuchung der Einzelfälle des elektrischen Feldes kann demnach als abgeschlossen betrachtet werden.

Es ist indessen noch unbedingt notwendig, zu zeigen, was man mit den gegebenen Elementen der elektrischen Festigkeitslehre noch erreichen

kann. Es ist insbesondere wichtig, den Weg frei zu machen, der zur Beherrschung zusammengesetzter Anordnungen führt, die für die Praxis von Bedeutung sind. Es wird sich dabei herausstellen, daß man mit geschickter Anwendung der Theorie der einfachen Einzelfälle auch scheinbar schwierige Probleme erledigen kann.

Zunächst ist es sehr interessant, den anscheinend einfachen Fall zweier paralleler Kreiszyylinder näher anzusehen, die sich zwar umschließen, aber nicht mehr dieselbe Achse haben, den Fall also, den im Querschnitt die Abb. 17 wiedergibt. Ein Zylinder mit dem Halbmesser r (cm) werde von einem größeren Zylinder mit dem Halbmesser R (cm) umschlossen, wobei der Achsenabstand a Zentimeter betragen möge.

Das Problem läßt sich scheinbar mit den bisher bekannten Hilfsmitteln nicht erledigen. Aber bei näherem Zusehen entdeckt man doch, daß eigentlich nur ein Teil des Feldes vorliegt, das zwischen zwei parallelen, sich nicht umschließenden Zylindern entsteht, des Feldes also, das in der vorangehenden Vorlesung gründlich erledigt wurde.

In der Tat ist das Problem gelöst, sobald es gelingt, den fiktiven zweiten Zylinder entsprechend der Abb. 17 so anzunehmen, daß die Mantelfläche des gegebenen äußeren Zylinders mit dem Halbmesser R eine Äquipotentialfläche des fiktiven, bekannten Ersatzfeldes wird.

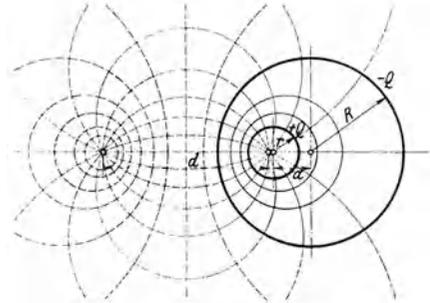


Abb. 17.

Nehmen wir also an, der fiktive zweite Zylinder mit dem Halbmesser r (cm) müsse in einer elektrischen Achsenentfernung d (cm), wie es Abb. 17 zeigt, angenommen werden. Das Feld, das dann zwischen dem gegebenen kleinen und dem fiktiven Zylinder entsteht, bekommt Äquipotentialflächen, deren Gleichung

$$y^2 + \left(x - \frac{d}{2} \cdot \frac{1 + \lambda^2}{1 - \lambda^2} \right)^2 = \left(\frac{d \lambda}{1 - \lambda^2} \right)^2$$

ist, wie aus der Untersuchung der vorangehenden Vorlesung hervorgeht, vorausgesetzt natürlich, daß das Koordinatensystem sinngemäß, d. h. so wie in der Abb. 12 angenommen wird.

Wenn nun die Mantelfläche des gegebenen äußeren Zylinders mit dem Halbmesser R eine Äquipotentialfläche sein soll, muß zweifellos

$$R = \frac{d \lambda}{1 - \lambda^2}$$

werden. Damit ist eine Beziehung zwischen den Unbekannten d und λ gewonnen. Die zweite notwendige Beziehung erhält man durch die Bestimmung des Mittelpunktes der Bildspur unserer Äquipotentialfläche mit dem Halbmesser R .

Dieser Mittelpunkt hat nach der Rechnung der vorangehenden Vorlesung die Koordinaten

$$y = 0 \text{ und } x_m = \frac{d}{2} \cdot \frac{1 + \lambda^2}{1 - \lambda^2}.$$

Nun ist laut Annahme:

$$x_m = \frac{d}{2} + a.$$

Die zweite Beziehung lautet demnach

$$\frac{d}{2} + a = \frac{d}{2} \cdot \frac{1 + \lambda^2}{1 - \lambda^2}.$$

Aus den beiden Gleichungen:

$$R = d \frac{\lambda}{1 - \lambda^2}$$

und

$$a = d \frac{\lambda^2}{1 - \lambda^2}$$

läßt sich nun durch Eliminierung des Parameters λ die gesuchte Achsenentfernung des gegebenen kleinen und des zu Hilfe genommenen fiktiven Zylinders berechnen. Es ist offenbar

$$\frac{a}{R} = \lambda$$

und damit:

$$d = \frac{R^2 - a^2}{a}.$$

Die Rechnung ist nur dann genau, wenn der innere Zylinder der Anordnung einen sehr kleinen Halbmesser r hat, denn d ist die Entfernung der elektrischen, nicht der geometrischen Achsen der Zylinder des Ersatzfeldes. Sobald aber der innere Zylinder einen beachtenswerten Halbmesser bekommt, rückt die elektrische Achse dieses Zylinders von der geometrischen Achse des größeren, ihn umhüllenden Zylinders weg, d. h. a wird größer.

Wie groß der Fehler werden kann, wenn man diesen Umstand vernachlässigt, zeigt am besten ein praktisches Beispiel. Es sei:

$$\begin{aligned} R &= 6 \text{ cm,} \\ r &= 1 \text{ cm,} \\ a &= 3 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Dann ist der Abstand der elektrischen Achsen des Ersatzfeldes:

$$d = \frac{6^2 - 3^2}{3} = 9 \text{ cm.}$$

Der Äquipotentialfläche mit dem Halbmesser r entspricht ein Parameter nach Gleichung:

$$r = d \frac{\lambda'}{1 - \lambda'^2}.$$

Es ist also

$$\lambda'^2 + 9\lambda' = 1,$$

d. h.

$$\lambda' = -\frac{9}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2 + 1} = 0,11.$$

Der Abstand der geometrischen Achsen ist nach der Rechnung der vorangehenden Vorlesung nur:

$$\frac{1 + \lambda'^2}{1 - \lambda'^2} = \frac{1 + 0,11^2}{1 - 0,11^2} = 1,02 \text{ mal}$$

größer als der Abstand der geometrischen Achsen. Der Fehler, der bei der Vernachlässigung der Verschiebung der elektrischen Achse entsteht, ist derart geringfügig, daß er die Vereinfachung der Rechnung rechtfertigt.

Wenn wir nun einfach so rechnen, als ob die Ladung $+Q$ auf der geometrischen Achse des gegebenen inneren Zylinders sitzen würde, und zwar auf eine Länge von l Zentimetern verteilt, so bekommen wir sofort die Feldstärke im Abstand x von dieser Achse (Abb. 17) zu

$$\mathcal{E} = \frac{4\pi \cdot 9 \cdot 10^{11}}{\epsilon} \cdot \frac{Q}{2\pi l x} + \frac{4\pi \cdot 9 \cdot 10^{11}}{\epsilon} \cdot \frac{Q}{2\pi l (d-x)}$$

ganz im Einklang mit dem Ansatz der Untersuchung des Falles unseres ermittelten Ersatzfeldes. Diesmal haben wir allerdings nur zwischen den Grenzen r und $R - a$ zu integrieren und erhalten:

$$\begin{aligned} E &= \int_{U_i}^{U_a} dU = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^{11}}{\epsilon} \cdot \frac{Q}{l} \int_r^{R-a} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{d-x} \right) dx = \\ &= \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^{11}}{\epsilon} \cdot \frac{Q}{l} \cdot \left[\ln \frac{R-a}{r} - \ln \frac{d-(R-a)}{d-r} \right]. \end{aligned}$$

Verwendet man noch den bekannten Ausdruck für die Entfernung der elektrischen Achsen d , so bekommt man endlich die Kapazität der Anordnung:

$$C = \frac{\epsilon l}{2 \cdot 9 \cdot 10^{11}} \cdot \frac{1}{\ln \frac{R^2 - a^2 - ar}{Rr}} \quad (13)$$

und damit leicht die Feldstärke, die natürlich unmittelbar am Umfang des inneren Zylinders am größten wird.

Das Ergebnis kann verwertet werden, wenn wir nun zu zusammengesetzten Anordnungen übergehen und als erstes Beispiel die Kapazität eines Mehrleiterkabels zu berechnen versuchen.

Ein Zweileiterkabel z. B. zeigt im Querschnitt das Bild der Abb. 18. Die äußere Hülle bildet ein Bleimantel, von dem die beiden Kupferleiter durch das den ganzen freien Querschnitt anfüllende Isolationsmaterial ebenso getrennt sind wie voneinander. Zwischen den beiden Leitern herrscht die Betriebsspannung.

Es ist eine Zusammenstellung dreier Leiter, zwischen denen ein zusammengesetztes elektrisches Feld entstehen muß. Außerhalb des Bleimantels

mantels gibt es kein Feld, denn der Bleimantel liegt in der Erde, in dem ungeheueren Leiter, der alle unsere elektrischen Einrichtungen beeinflusst.

Ein praktisches Problem wie das vorliegende, das durch das Vorhandensein des geerdeten Bleimantels die Berücksichtigung der Erde als Leiter erzwingt, rollt vor allem eine Frage auf, die immer wieder auftaucht, die immer wieder auf die gleiche Weise gelöst werden muß und die die Bedeutung der sog. Erdkapazität jedes Leiters zutage bringt. Diese wichtige Vorfrage soll zuerst ganz allgemein erledigt werden.

Irgend ein Leiter, den wir in der Elektrotechnik verwenden, bildet mit der Erdoberfläche seines Verwendungsortes eine Anordnung, deren Kapazität, deren Aufnahmefähigkeit für elektrische Mengen bei gegebener Spannung zwischen Leiter und Erde, die Erdkapazität ist. Sie unterrichtet uns darüber, mit welcher Spannung zur Erde wir rechnen müssen, wenn wir auf dem Leiter eine gegebene Elektrizitätsmenge sammeln.

Den Elektroingenieur interessiert praktisch nur die Betriebsspannung, die Spannung zwischen den Leitern, die er verwendet. Die Spannung seiner Leiter zur Erde ist eine Beigabe, der er nicht entgehen kann. Ein Wasserfall, der zur Energieerzeugung verwendet werden soll, ist ebenfalls nur als solcher wichtig. Die Fallhöhe und die Wassermenge sind die Größen, die den Ingenieur unmittelbar interessieren. Ob das Wasser von einer Höhe von 2200 Meter über dem Meeresspiegel auf die Höhe von 2000 Metern herunterfällt, oder aber von 1200 auf 1000 Meter ist gleichgültig. Gleichwohl kann man der Höhe der Anlage nicht entgehen.

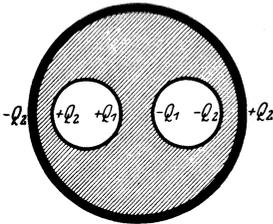


Abb. 18.

Wir würden in unseren Anlagen nicht fragen, ob die Potentiale zweier Leiter 210 000 und 200 000 Volt oder aber 110 000 und 100 000 Volt sind, wenn wir die Potentialdifferenz von 10 000 Volt auswerten, wenn nicht in der Umgebung der Anlage ein Leiter wäre, die Erde, die das Potential null hat. So aber müssen wir dafür sorgen, daß die Anlage nicht gegen Erde durchschlägt, nachdem sie in ihrem Inneren der Spannung widersteht.

Wie stellen sich nun die Potentiale unserer Anlagen ein, was bestimmt die Spannung der einzelnen Leiter gegen Erde? Man kann künstlich in diese Frage eingreifen, wenn man will. Man kann willkürlich das Potential irgendeines Punktes der Anlage bestimmen, nachdem nicht die absoluten Höhen der Potentiale wichtig sind, sondern nur die Differenzen. Wenn ich künstlich einen Wasserfall konstruieren will, kann ich ebenfalls willkürlich die Höhe des Unterwasserspiegels über dem Meeresspiegel wählen.

Wenn zwei Leiter mit einer gewissen Spannung gebraucht werden, kann man den einen einfach mit der Erde leitend verbinden. Er nimmt dann sofort das Potential der Erde an, deren Teil er dann elektrisch geworden ist. Der andere Leiter hat dann selbstverständlich die gewählte Leiterspannung gegen Erde.

Man erdet häufig in der Praxis Punkte der elektrischen Anlagen, wenn man sich die Spannung gegen Erde in den übrigen Teilen der Anlage sichern

will. Das Verfahren hat vor allem den einen großen Vorteil, daß man mit einer bekannten Gefahr zu tun hat.

Nimmt man das Hilfsmittel der Erdung nicht zu Hilfe, braucht man trotzdem nicht zu fürchten, daß nun die Spannungen gegen Erde dem Zufall überlassen sind. Die Erdkapazität der Leiter greift ein. Ihre Wirksamkeit läßt sich am besten an Hand von Beispielen erklären.

Nehmen wir den oben eingeführten Fall eines Zweileiterkabels. Solange auf den Leitern keine Elektrizitätsmengen auftreten, kann weder zwischen den beiden Leitern, noch zwischen Leiter und Erde, d. h. zwischen Leiter und Bleimantel eine Spannung bestehen. Sobald aber die beiden Leiter unter Spannung stehen, müssen wir auf ihnen Elektrizitätsmengen annehmen. Sofort ändert sich das ganze Bild.

Bringen wir zunächst auf den einen Leiter eine Elektrizitätsmenge $+ Q$. Sie bleibt, wie wir wissen, nicht allein. Sie bekommt zwei Fronten, die eine gegen den Bleimantel, die andere gegen den zweiten Leiter. Die Teilmenge $+ Q_1$ hält auf dem zweiten Leiter die Menge $- Q_1$ fest, zwischen den beiden Leitern entsteht ein elektrisches Feld. Die Kapazität der Anordnung der beiden parallelen Zylinder C_1 bestimmt sofort die Spannung

$$E_1 = \frac{Q_1}{C_1}$$

zwischen den beiden Leitern.

Die zweite Teilmenge

$$+ Q_2 = Q - Q_1$$

wendet sich dem Bleimantel zu und fesselt dort die Elektrizitätsmenge $- Q_2$. Der Leiter und der Bleimantel bilden das zweite elektrische Teilfeld. Zwischen Leiter und Bleimantel entsteht die Spannung E_2 , die durch die Kapazität der Anordnung Leiter-Bleimantel, durch die Erdkapazität C_2 des Leiters, gegeben ist. Es ist natürlich

$$E_2 = \frac{Q_2}{C_2}.$$

Genau dasselbe kann man natürlich errechnen, wenn man vom zweiten Leiter ausgeht und auf ihm zunächst die Ladung $- Q$ einführt. Liegen beide Leiter vollkommen symmetrisch zum Bleimantel, so müssen sie dieselbe Spannung gegen Erde bekommen. Dies ist offenbar nur möglich, wenn sie je die halbe Betriebsspannung gegen Erde annehmen, wenn, anders gesprochen, das Potential des ersten Leiters $+\frac{E}{2}$, das des zweiten $-\frac{E}{2}$, das Potential der Erde null ist.

Das Problem läßt sich auch ganz allgemein lösen. Wir nehmen drei voneinander isolierte Leiter und kennzeichnen die ganze Anordnung dadurch, daß wir die Teilkapazitäten einführen. Es sei

C_{12}	die Kapazität der Anordnung:	Leiter 1	und	Leiter 2			
C_{13}	„	„	„	„	1	„	3
C_{21}	„	„	„	„	2	„	1
C_{23}	„	„	„	„	2	„	3
C_{31}	„	„	„	„	3	„	1
C_{32}	„	„	„	„	3	„	2

Selbstverständlich ist

$$\begin{aligned} C_{12} &= C_{21}, \\ C_{13} &= C_{31}, \\ C_{23} &= C_{32}, \end{aligned}$$

weil es nur drei Einzelanordnungen zu 2 Leitern gibt, die als Anordnungen ihre Kapazitäten haben.

Wenn nun die drei Leiter die Potentiale U_1, U_2 und U_3 haben (Abb. 19), so braucht Leiter 1 die Teilelektrizitätsmenge

$$C_{12} (U_1 - U_2),$$

wenn er gegen den Leiter 2 die Spannung $U_1 - U_2$ halten will. Er braucht andererseits die Teilladung

$$C_{13} (U_1 - U_3),$$

wenn er gegen den Leiter 3 die Spannung $U_1 - U_3$ haben soll. So erhält er die Gesamtladung

$$Q_1 = C_{12} (U_1 - U_2) + C_{13} (U_1 - U_3).$$

Sinngemäß ergeben sich die Ladungen der beiden anderen Leiter zu

$$Q_2 = C_{21} (U_2 - U_1) + C_{23} (U_2 - U_3),$$

$$Q_3 = C_{31} (U_3 - U_1) + C_{32} (U_3 - U_2).$$

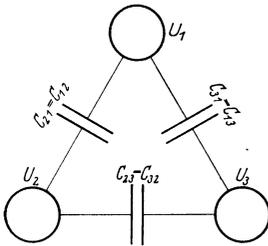


Abb. 19.

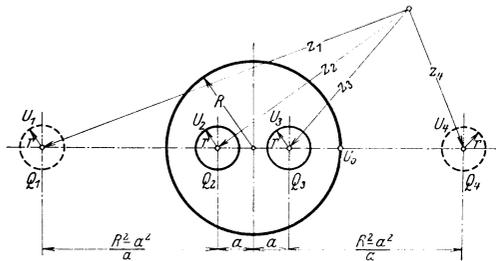


Abb. 20.

Die Gesamtladung aller Leiter einer Anordnung ist immer null, weil sich immer die Teilladungen paarweise binden. Neben den drei soeben aufgestellten Gleichungen gilt somit auch noch die vierte:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0.$$

Bei der Anwendung der gewiß sehr durchsichtigen Theorie ergeben sich indessen gewisse Schwierigkeiten, deren Wesen bereits der Einzelfall eines Zweileitersystems erkennen läßt. Es geht nicht an, den Bleimantel einfach als Leiter 3 neben den beiden eigentlichen Leitern 1 und 2 zu nehmen und sorglos etwa:

$$\begin{aligned} U_3 &= 0 \text{ als Erdpotential} \\ U_1 - U_2 &= E \text{ als Leiterspannung, ferner} \\ C_{13} &= C_{31} = C_{23} = C_{32} = C_2 \\ C_{12} &= C_{21} = C_1 \end{aligned}$$

anzusetzen. Das Zweileitersystem ist eigentlich eine Vierleitersystem und der Bleimantel muß durch die elektrischen Spiegelbilder der beiden Kabelleiter im Sinne der Abb. 20 ersetzt werden.

Schon die ganze Untersuchung des Falles zweier paralleler Zylinder führte zum Ergebnis, daß die Ladungen nicht gleichmäßig über die Ober-

fläche der beiden Leiter verteilt sind. Nichts anderes kann man nämlich hinter der Verschiebung der elektrischen Achsen der Leiter gegenüber ihren geometrischen Achsen finden. Gewiß ist der Unterschied meist geringfügig. Aber auf dem Bleimantel des Zweileiterkabels ist, wie schon Abb. 18 zeigt, die Gesamtladung sehr ungleichmäßig verteilt, wir finden die Ladung $+ Q_2$ neben der Ladung $- Q_2$, die je einem der beiden Kabelleiter zuzugehören scheinen.

Es sind also doch 4 Ladungen vorhanden, zwei auf den Kabelleitern, zwei auf dem Bleimantel. Man kann nicht annehmen, daß jede der beiden Mantelladungen nur auf einen Leiter wirkt. Es ist offenbar nötig, auf die Ersatzanordnung der Abb. 20 zurückzugreifen.

Aus demselben Grunde wäre es bei einer Fernleitung mit drei Leitern, die parallel zur Erde laufen, wie sie für Drehströme notwendig sind, unrichtig, die Erde einfach als vierten Leiter zu nehmen und mit den Kapazitäten nach der Abb. 21 zu rechnen. Eine Sechisleiteranordnung versteckt sich in Wirklichkeit hinter dem praktisch wichtigen Fall, bestehend aus den drei eigentlichen Leitern und ihren elektrischen Spiegelbildern entsprechend der Abb. 22.

Der Fall des Zweileiterkabels müßte nach all dem die Anordnung der Abb. 20 zu Hilfe nehmen. Auf den vier Leitern sitzen Ladungen, die, vorderhand unbekannt, mit Q_1, Q_2, Q_3 und Q_4 bezeichnet werden mögen, wobei die Leiterpotentiale U_1, U_2, U_3 und U_4 ebenfalls noch unbekannt sind.

Aus Symmetriegründen wird allerdings:

$$Q_1 = - Q_4$$

$$\text{und } Q_2 = - Q_3$$

sein müssen, ebenso:

$$U_1 = - U_4$$

$$\text{und } U_2 = - U_3.$$

Bekannt ist ferner die Betriebsspannung:

$$U_3 - U_2 = E,$$

bekannt ist endlich das Potential des Bleimantels U_0 , das natürlich gleich null ist.

Irgendein Punkt, im Abstand z_1 von der Achse des Leiters 1 hat die Abstände z_2, z_3 bzw. z_4 von den Achsen der anderen drei Leiter (Abb. 20), sein Potential U läßt sich somit nach dem auf S. 33 angegebenen Wege zu:

$$U = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^{11}}{\epsilon l} [Q_1 \ln z_1 + Q_2 \ln z_2 + Q_3 \ln z_3 + Q_4 \ln z_4]$$

berechnen, wenn das Kabel 1 Zentimeter lang ist. Insbesondere ist für den Punkt U_0 des Bleimantels:

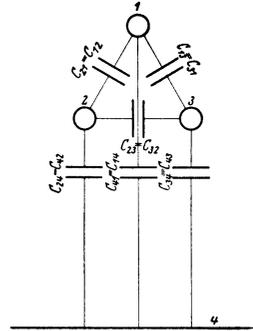


Abb. 21.

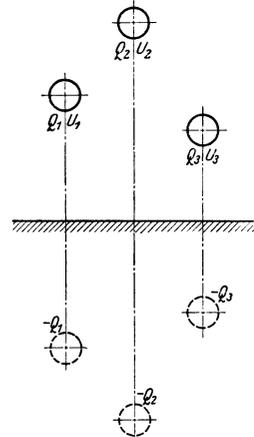


Abb. 22.

$$z_1 = \frac{R^2 - a^2}{a} + a + R = \frac{R^2 + aR}{a}$$

$$z_2 = R + a$$

$$z_3 = R - a$$

$$z_4 = \frac{R^2 - a^2}{a} + a - R = \frac{R^2 - aR}{a},$$

denn der Achsenabstand eines Kabelleiters von seinem elektrischen Spiegelbild beträgt nach der Rechnung auf S. 42:

$$d = \frac{R^2 - a^2}{a} \text{ Zentimeter.}$$

Unter Berücksichtigung der Symmetrie der Anordnung ergibt sich so leicht:

$$Q_1 = - Q_2,$$

die Ladungen der Leiter 1, 2, 3 und 4 können demnach sofort zu $+ Q$, $- Q$, $+ Q$ und $- Q$ eingeführt werden.

Nun ist es leicht, das Potential eines der beiden Kabelleiter z. B. U_2 zu berechnen. Die Abstände eines Punktes seiner Oberfläche, der in der durch die beiden Leiterachsen gelegten Ebene liegt, sind bei Vernachlässigung des Leiterhalbmessers r gegenüber den anderen Kabelabmessungen:

$$z_1 = \frac{R^2 - a^2}{a}$$

$$z_2 = r$$

$$z_3 = 2a$$

$$z_4 = \frac{R^2 - a^2}{a} + 2a = \frac{R^2 + a^2}{a}.$$

Es ist also:

$$U_2 = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^{11}}{\epsilon l} Q \left[\ln \frac{R^2 - a^2}{a} - \ln r + \ln 2a - \ln \frac{R^2 + a^2}{a} \right]$$

oder einfacher

$$U_2 = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^{11}}{\epsilon l} Q \cdot \ln \frac{2a(R^2 - a^2)}{r(R^2 + a^2)}.$$

Leicht ergibt sich:

$$U_3 = - U_2$$

und damit

$$U_2 = - \frac{E}{2}, U_3 = + \frac{E}{2}.$$

Die Kapazität des Zweileiterkabels, auf die Betriebsspannung E bezogen, die sog. Schleifenkapazität, so genannt, weil die beiden Leiter des Kabels immer im Betrieb eine Schleife bilden, beträgt nach all dem:

$$C = \frac{Q}{E} = \frac{\epsilon l}{4 \cdot 9 \cdot 10^{11}} \frac{1}{\ln \frac{2a(R^2 - a^2)}{r(R^2 + a^2)}}.$$

Die Rechnung umgeht die Teilkapazitäten vollkommen. Sie läßt sich ganz ebenso auch für den Fall der Drehstromleitung unter Zuhilfenahme

der Abb. 22 durchführen. Sie führt zur sog. Betriebskapazität, die uns immer die Gesamtladung des Leiters angibt, die notwendig ist, damit die Betriebsspannung auftreten kann.

Bezieht man nun die Betriebskapazität auf die Spannung von Kabelleiter zu Kabelleiter, wie oben geschehen, so ergibt sich die Schleifenkapazität. Will man dagegen mit der Betriebsspannung des Kabelleiters gegen Erde rechnen, so bekommt man die Erdkapazität, die uns die Gesamtladung des Leiters bestimmen lässt, die er unter der betriebsmäßigen Spannung gegen Erde braucht.

Für praktische Rechnungen ist die Umgehung der Teilkapazitäten, der Kapazität je zweier Leiter also, die sich zeigen, wenn alle übrigen Leiter der Anordnung verschwinden, sehr empfehlenswert. Ganz besonders der unerfahrene angehende Elektroingenieur läuft Gefahr, den richtigen Einblick zu verlieren, wenn er mit Teilkapazitäten rechnet.

Es gibt noch einen interessanten Fall einer zusammengesetzten Anordnung, die trotz ihrer Unscheinbarkeit von derartiger praktischer Bedeutung ist, daß sie verdient, besonders erwähnt zu werden. Ein Leiter, der im Betrieb gebraucht werde, ruhe, gut isoliert, auf einer Metallunterlage, die ihrerseits gut gegen Erde isoliert ist (Abb. 23). Die Metallunterlage diene dem Betrieb nur mechanisch, als Stütze, elektrisch werde sie nicht gebraucht.

Der Betriebsleiter 1 wird durch die Metallunterlage gegen Erde gleichsam elektrisch abgeschirmt. Er kann die Gegenladung $-Q$, wenn er selbst die Ladung $+Q$ bekommt, nur auf dieser Unterlage fesseln. Die Teilkapazität C_{12} bestimmt sofort die Spannung, die sich zwischen Leiter und Unterlage einstellt:

$$\frac{Q}{C_{12}} = E_{12}.$$

Zwischen der Unterlage und der Erde entsteht ebenfalls ein Feld mit der gleichen wirkenden Ladung Q . Ist die Kapazität dieser Teilanordnung C_{23} , so muß die Spannung

$$E_{23} = \frac{Q}{C_{23}}$$

vorhanden sein.

Der dem Betriebe dienende Leiter 1 hat eine Gesamtspannung:

$$E = Q \left[\frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{23}} \right]$$

gegen Erde. Diese Gesamtspannung teilt sich im umgekehrten Verhältnis der Kapazitäten der Metallunterlage gegen den Leiter und gegen die Erde auf die zwei Isolationsschichten auf, die den Leiter von der Erde trennen. Die Unterlage kommt auf Spannung, obwohl sie gar nicht im Betriebe steht.

Wir stützen sehr oft unsere elektrischen Konstruktionen mit Eisenstellen, die natürlich von den stromführenden Leitern gut isoliert sind. Wird das Gestell ebenfalls isoliert aufgestellt, so bekommt es Spannung

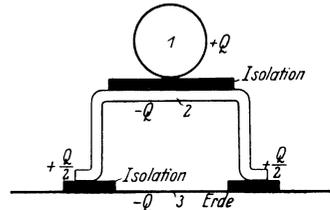


Abb. 23.

gegen Erde. Wie groß diese Spannung werden kann, ist meist schwer zu sagen. Daß sie aber fast immer groß genug ist, um den Wärter, der natürlich das Potential der Erde hat, zu gefährden, ist klar. Deshalb erden wir fast durchwegs die Gestelle unserer Konstruktionen.

Das letzte Beispiel eines zusammengesetzten Mehrleiterfeldes zeigt ganz klar den Fall der Reihenschaltung zweier Kapazitäten (Abb. 24). Will man direkt mit der Gesamtspannung gegen Erde rechnen, braucht man auch die Gesamtkapazität, d. h. jene Kapazität, die die Reihenschaltung der beiden Teilkapazitäten vollständig ersetzt. Sie ist durch

$$\frac{1}{C_g} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{23}}$$

gegeben.

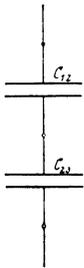


Abb. 24.

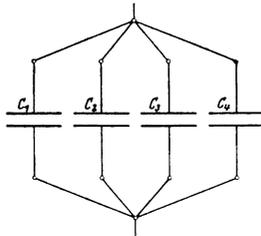


Abb. 25.

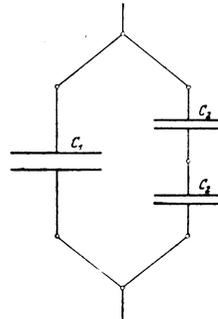


Abb. 26.

Ganz allgemein entspricht der Reihenschaltung der Kapazitäten $C_1, C_2, C_3 \dots C_{12}$ die Gesamtersatzkapazität:

$$\frac{1}{C_g} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n} \tag{14}$$

Die beiden Fälle eines Mehrleiterkabels und einer Mehrleiterleitung zeigten Bilder von Parallelschaltungen der Kapazität. Geht bei der Reihenschaltung die Wirkung der Ladung einen einzigen Weg, hintereinander die Einzelfelder durchschreitend, so verzweigt sie sich bei der Parallelschaltung auf mehrere schließlich wieder zusammenlaufende Nebenwege. Man findet leicht, daß die Gesamtersatzkapazität der parallel geschalteten Teilkapazitäten $C_1, C_2, C_3 \dots C_n$

$$C_g = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n \tag{15}$$

ist (Abb. 25).

In der Tat zersplittert sich am Verzweigungspunkt die Gesamtladung + Q auf die Teilladungen:

$$\begin{aligned} Q_1 &= C_1 E \\ Q_2 &= C_2 E \\ Q_3 &= C_3 E \\ Q_n &= C_n E. \end{aligned}$$

Es ist somit

$$(C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n) E = Q,$$

woraus Gleichung (15) sofort folgt.

Wir rechnen in der Praxis durchwegs mit Gesamtersatzkapazitäten, die wir auch Betriebskapazitäten nennen. Sie lassen sich leicht berechnen, sobald die Teilkapazitäten bekannt sind. Immerhin muß jeder Einzelfall genau angesehen werden.

Wenn wir nochmals den Fall eines Zweileiterkabels ansehen (Abb. 18), dessen Leiter je die halbe Betriebsspannung gegen den Bleimantel annehmen und die gegeneinander die Kapazität C_1 , gegen den Bleimantel die Kapazität C_2 zeigen, so erhalten wir leicht die Ersatzschaltung der Abb. 26. Sie zeigt eine Parallelschaltung mit einer Reihenschaltung in dem einen Zweige. Die Betriebskapazität läßt sich somit zu

$$C_K = C_1 + \frac{1}{\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_2}} = C_1 + \frac{C_2}{2}$$

berechnen. Der richtige Berechnungsweg wurde auf S. 47 angegeben.

Die vorangehenden Erläuterungen und Beispiele dürften genügen, um auch zusammengesetzte Anordnungen der Rechnung zugänglich zu machen, vorausgesetzt, daß die Leiterformen eine Rechnung überhaupt gestatten. Die Theorie des elektrischen Feldes scheint damit abgeschlossen zu sein. Noch gibt es aber eine außerordentlich wichtige Erscheinung im elektrischen Feld, die nicht unerwähnt bleiben kann — die gleitende Entladung längs der Grenzfläche zweier Nichtleiter.

Legt man auf eine Glasscheibe zwei kleine Metallscheiben (Abb. 27) und drückt ihnen eine entsprechende Spannung auf, so wird man mit Überraschung entdecken, daß die Anordnung elektrisch versagt, obwohl das Glas standhält. Funken gleiten an der Glasoberfläche von Metallscheibe zu Metallscheibe. Der viel kürzere unmittelbare Weg durch das Glas hindurch wird verschmäht.

Die Erscheinung des gleitenden Funkens ist physikalisch noch nicht genügend aufgeklärt. Wohl muß man sofort an das Randfeld denken (Abb. 27) und entdeckt dabei vor allem die Tatsache, daß die Randkraftlinien das Glas nicht rechtwinkelig treffen, so daß das Vorhandensein einer Feldkraftkomponente parallel zur Glaswand unzweifelhaft ist. Diese Kraftkomponente treibt gewiß den Gleitfunken.

Dazu kommt der Umstand, daß sich an jeder festen Oberfläche gerne Schmutz und Staub ansetzt. Kleinste, meist leitende Teilchen ebnen dem gleitenden Funken den Weg. In der Tat sind Hochspannungseinrichtungen überall, wo Gleitfunken möglich sind, für Schmutz schrecklich empfindlich. So bildet der Kriechweg, wie wir den Gleitfunkenweg nennen, eine Quelle großer Sorge.

Man kann der gefürchteten Erscheinung die Spitze abbrechen, wenn man das Randfeld durch schön abgerundete Form der Leiter dämpft und

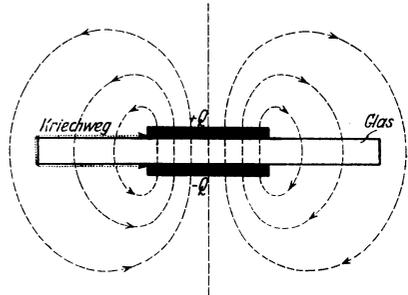


Abb. 27.

außerdem für peinliche Sauberkeit der Konstruktion besorgt ist. Das Wichtigste ist natürlich eine entsprechende Länge des Kriechweges.

Die Durchschlagstrecke ist in gewöhnlichen Fällen der Durchschlagspannung proportional. Die Kriechweglänge muß, wie Versuche zeigen, mit der dritten Potenz der Spannung wachsen. Aus dieser Tatsache muß man schließen, daß der Gleitfunke nach und nach durchbricht, daß die arbeitende Feldkraftkomponente ionisierte, d. h. leitend gewordene Luft als Brücke benützt, daß sie diese Brücke von beiden Ufern aus allmählich aufbaut und endlich schließt.

Mit 40 000 Volt kann man die Oberfläche eines Hartpapierrohrs entlang einen 10 cm langen Gleitfunken erzielen, für 20 cm braucht man dann nur noch etwa 53 000 Volt. An Porzellanrohren sind sogar erheblich geringere Spannungen für die gleichen Kriechwege notwendig.

Mit wachsender Spannung mußten unsere Konstruktionen zunächst nur etwa proportional ihre Isolationsschichten verstärken. Das ging lange in voller Ruhe weiter. Inzwischen wuchs die vorher wenig beachtete Kriechweggefahr langsam heran. Plötzlich wurde sie die Hauptsorge. Es gab eine kritische Zeit in der Hochspannungstechnik, als der Gleitfunke alle bewährten Konstruktionsgrundsätze umzuwerfen schien. Über die kritische Spannung, die etwa bei 60 000 Volt lag, kam die Entwicklung mit erheblichen Kämpfen.

Heute haben wir gelernt, wie man noch weit höheren Spannungen entgegenreten kann. Wir mußten die Oberflächen der Leiter kunstgemäß zu formen anfangen, wir mußten die vernachlässigten Feldränder regelrecht der Spannung entsprechend konstruieren. Die Feldkomponente der Kriechwege ließ sich dämpfen. Der Kriechweg ist gleichwohl eine unangenehme Sache geblieben.

Manch einen wichtigen Fortschritt der Hochspannungstechnik verdanken wir der elektrischen Festigkeitslehre. Die dünnen Luftschichten, die sich überall unerwünschterweise in Reihenschaltung mit festen Isolatoren einschleichen, hat man beseitigen gelernt. Wir stellen Hochspannungsspulen in abgeschlossene Behälter und saugen mit Luftpumpen, so weit es geht, die schädliche Luft überall aus der Konstruktion heraus. Nachher werden die frei gewordenen Zwischenräume unter Druck mit flüssiger Isoliermasse ganz ausgefüllt. Diese Masse ist elektrisch widerstandsfähiger und hat eine höhere Nichtleiterkonstante als die entfernte Luft.

Getränkte Leiteranordnungen sind eine Lebensfrage von Hochspannungsmaschinen geworden. Sie ermöglichten eigentlich erst den Bau der Maschinen für wirklich hohe Spannungen. Die Isoliertechnik wurde zu einem bedeutenden Zweig der Elektrotechnik.

Neben der Luft war das Wasser lange Zeit ein gefährlicher Feind der Hochspannungstechnik. Es ließ sich zwar vermeiden, daß Wasser auf normale Weise Zutritt zu den Hochspannungseinrichtungen bekam, die es natürlich als Leiter zerstören müßte. Aber die Luftfeuchtigkeit blieb drohend als Gefahr.

Die junge Hochspannungstechnik verwendete Isolierstoffe, die gierig Wasser einsogen, z. B. Preßspan und Holz. Preßspan und andere hygro-

skopische Baustoffe eignen sich nicht für Hochspannungseinrichtungen, sie mußten aufgegeben, gemieden werden.

Das Transformatoren- und Schalteröl, ein vorzüglicher Baustoff, ist auch nur für Spuren von Wasser schrecklich empfindlich. Seine elektrische Festigkeit sinkt zusehends bei ganz kleinen Zusätzen von Wasser. Das Öl konnte deswegen nicht aufgegeben werden, es ist als flüssiger Isolator vorderhand unersetzlich. Man mußte deshalb allerlei Einrichtungen schaffen, die den Wasserzutritt zum Öl nach Möglichkeit verhindern.

Eine Möglichkeit, das Öl zu ersetzen, wäre die Verwendung von Gasen unter hohem Druck. Die meisten Gase haben bei gewöhnlichem Druck eine elektrische Festigkeit von rund 21000 Volt/cm. Diese Festigkeit steigt indessen proportional mit dem Druck. Unter 10 Atmosphären Druck würde man somit vorzügliche gasförmige Isolatoren zur Verfügung haben.

Die Notwendigkeit hoher Drücke macht die praktische Auswertung dieser Möglichkeit wenig aussichtsreich. Es ist schade darum. Die Luft z. B. hat die vorzügliche Eigenschaft, daß sie für Feuchtigkeit elektrisch fast unempfindlich ist.

Chemische Einflüsse der Nichtleiter können für Hochspannungseinrichtungen ebenfalls unangenehm werden. Das elektrische Feld in der Luft z. B. ist bekannt durch seine Ozonentwicklung und andererseits oxydieren Metalle gern. Das Transformatorenöl wird im Betrieb allmählich chemisch angegriffen, setzt an den Oberflächen der Konstruktionen Zerfallprodukte ab und bringt mit der Zeit die Einrichtungen in Gefahr. Es muß immer wieder gereinigt und von Zeit zu Zeit erneuert werden.

Die moderne Fabrikation der Isolierstoffe muß auf alle möglichen Umstände Rücksicht nehmen. Deshalb erzeugen sich große Werke, die Hochspannungseinrichtungen herausbringen, ihre Isolierstoffe selbst. Nur auf diese Weise sichert sich der Konstrukteur vor unangenehmen Überraschungen, denen er seine teureren Einrichtungen nicht aussetzen kann.

Ein Rückblick auf die Beschreibung des elektrischen Feldes, die in den vorangehenden Untersuchungen gegeben wurde, zeigt nun deutlich, daß die Nichtleiter unserer Konstruktionen, die bei oberflächlicher Betrachtung als tote Teile der arbeitenden elektrischen Einrichtungen erscheinen, in Wirklichkeit in hervorragender Weise mitwirken. Sie bilden die eigentliche Tragkonstruktion. Sie entsprechen z. B. der Einsenkonstruktion einer Brücke, die Leiter übernehmen die Rolle der Fahrbahn.

Elektrische Lasten legen sich auf die verwendeten Nichtleiter, wie sich die mechanischen Lasten auf der Brücke überall in den eisernen Trägern bemerkbar machen. Hier wie dort verursachen sie Deformationen, die nach Verschwinden der Last selbst wieder verschwinden müssen, wenn die Konstruktion dauernd verwendbar sein soll. Die mechanischen Konstruktionen haben eine gewisse Aufnahmefähigkeit für Lasten, sie haben die Fähigkeit sich elastisch zu deformieren. Sie haben Elastizität. Die elektrischen Konstruktionen haben eine Aufnahmefähigkeit für Feldkräfte, sie deformieren sich ebenfalls elastisch. Sie haben Kapazität.

Es ist von der größten Wichtigkeit für den angehenden Elektroingenieur, daß er sofort erkennt, wie ähnlich, ja eigentlich wesensgleich Elastizität und Kapazität sind. Er wird viel leichter über schwierige Probleme hinweg-

kommen, er wird viel klarer sehen. Er kann sogar nur mit dieser Erkenntnis die meisten verwickelten Erscheinungen der Elektrotechnik verstehen.

Die Nebeneinanderstellung der Kapazität und der Elastizität läßt sich vollständig durchführen. Bei jeder elastischen Deformation wird eine Deformationsarbeit geleistet, die gebunden bleibt, solange die Kraft die Deformation aufrechterhält. Auch im elektrischen Feld war Energie aufgespeichert. Diese Energie berechnet sich sogar ganz ebenso wie die mechanische Deformationsenergie.

Wir wollen uns nochmals das elektrische Feld zweier Leiter mit den Potentialen U_1 und U_2 ansehen, dessen Kapazität C ist. Sie tragen Ladungen $+Q$ und $-Q$, deren Größe natürlich durch

$$Q = C(U_1 - U_2) = C \cdot E$$

gegeben ist.

Wenn nur die beiden Leiter vorhanden sind, kann man das Potential des einen als null annehmen:

$$\begin{aligned} U_2 &= 0 \\ U_1 &= E. \end{aligned}$$

Führe ich nun dem Leiter 1 die Elektrizitätsmenge $+dQ$ zu, so muß sein Potential um dE steigen. Potential ist an der Ladungseinheit geleistete Arbeit. Das Potential der ganzen bereits vorhandenen Ladung $+Q$ steigt indessen. Ich habe somit die Arbeit

$$Q dE = C E dE$$

geleistet. Daraus folgt sofort, daß die Energie

$$\int_0^E C E dE = \frac{C E^2}{2}$$

im elektrischen Felde steckt.

Der gewonnene Ausdruck zeigt, daß die Spannung die Rolle der Kraft vertritt und daß die dielektrische Verschiebung tatsächlich eine Dehnung ist. Sie ist ja der wirkenden Ladung Q proportional. Die Analogie läßt sich, wie wir in der Folge sehen werden, mit großem Vorteil verwerten.

Fünfte Vorlesung.

Elektrischer Strom. Einheit der Stromstärke. Stromkreis. Gleichstrom. Das Ohmsche Gesetz. Widerstand. Spezifischer Widerstand. Temperaturkoeffizient. Kupfer als Leitermetall der Elektrotechnik. Einheit des Widerstandes. Leistung. Das Joulesche Gesetz. Erwärmung der Maschinen und Geräte. Widerstandstemperaturmessung. Elektrische Öfen und Kocher. Kurzschluß. Schmelzsicherung. Elektrische Beleuchtung. Widerstände in Reihenschaltung. Widerstände in Parallelschaltung. Hitzdrahtinstrument.

Ruhende Elektrizitätsmengen kommen in der Elektrotechnik wenig vor. Die Elektrizität muß arbeiten und damit sie arbeiten kann, muß sie sich bewegen. Die Potentialdifferenzen, die Spannungen, dürfen nicht untätig bleiben. Wir müssen sie ausnützen, genau so, wie wir den Höhenunterschied der Wasserkräfte ausnützen.

Zwischen zwei Wasserbehältern, die auf verschiedenen Höhen liegen, setzt sich das Wasser sofort unter dem Druck der Potentialdifferenz des

Gravitationsfeldes in Bewegung, wenn ihm ein Weg geöffnet wird. Wir müssen die beiden Behälter z. B. mit einer Rohrleitung verbinden. Zwischen zwei Leitern, die verschiedene Potentiale haben, setzt sich die Elektrizität ebenfalls sofort in Bewegung, wenn ein Weg freigegeben wird. Wir wissen, daß sie sich nur in und auf Leitern frei bewegen kann. Wir müssen deshalb eine leitende Verbindung schaffen. Wir müssen die Punkte verschiedener Potentiale mit einem Leiter verbinden, wenn wir einen elektrischen Strom erhalten wollen.

Elektrische Ströme sind nach unserer Vorstellung Elektronenströme. Sie haben für uns eine Wirklichkeit, ebenso wie Wasserströme. Wir können sie zur Arbeit führen, wir können sie messen. Es ist leicht ein brauchbares Maß für die elektrische Stromstärke zu finden. Ebenso wie bei Wasserströmen messen wir die Elektrizitätsmenge, die in der Zeiteinheit durch irgendeinen Querschnitt des stromdurchflossenen Leiters kommt.

Wir messen die Elektrizitätsmengen in Coulomb, die Zeit in Sekunden. Die Einheit der Stromstärke ergäbe sich damit dann, wenn in der Sekunde ein Coulomb durch den Leiterquerschnitt fließen würde. Diese Einheit nennen wir 1 Ampere.

Die für die Praxis wichtigen Ströme müssen dieselbe Eigenschaft haben, wie die wirklich verwertbaren Wasserströme, sie müssen dauernd fließen, sie dürfen nicht in kurzer Zeit versiegen. Wenn wir nun eine Spannung leitend überbrücken, schöpfen wir die Ladung ab. Sie verkleinert sich, mit ihr sinkt natürlich die Spannung und der Strom fällt rasch ab. Die Einrichtung ist praktisch nicht brauchbar.

Nur zwei Auswege gibt es. Entweder müssen sehr starke, praktisch unerschöpfliche Elektrizitätsmengen für die Ausnützung bereit stehen, oder aber muß irgendwie der Inhalt der beiden Speicher fortwährend erneuert werden.

Das hydraulische Bild gibt uns schnell die richtige Lösung. Wasserkraftanlagen schöpfen niemals aus unbegrenzt sich ausdehnenden, hoch gelegenen Speichern, das Wasser fließt vielmehr oben genau so zu, wie es unten abfließt. Gehen wir der Erscheinung weiter nach, so finden wir, daß die Sonnenenergie schließlich das Wasser wieder hochhebt. Ein Kreislauf entsteht. Der Betrieb ist mit einer begrenzten Wassermenge möglich.

Wir müssen in unseren Stromanlagen ebenfalls dauernd die Elektrizität wieder hochheben. Wir müssen eigene Einrichtungen schaffen, Maschinen, sog. Generatoren aufstellen, die dauernd die fließende Elektrizität vom niedrigen Potential auf das hohe hinaufpumpen. Wie diese Maschinen konstruiert sind, gehört noch nicht hierher. Wir brauchen vorderhand nur die Erkenntnis, daß sie die Strombahn schließen müssen, daß wir Stromkreise schaffen müssen, in denen die Spannung dauernd zur Verfügung ist. Wir arbeiten mit begrenzten Elektrizitätsmengen (Abb. 28).

Es ist nicht notwendig, daß die Stromstärke unverändert bleibt. Aus Wasserkraftanlagen sind uns Schwankungen der Stromstärke gut bekannt.

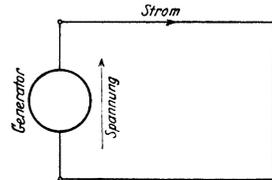


Abb. 28.

Wünschenswert, ja geradezu ideal erscheint uns allerdings ein elektrischer Strom, der dauernd seine Stärke und damit natürlich auch seine Richtung beibehält. Auch der Wasserkraftingenieur wünscht sich nichts besseres.

Es ist für die Eigenartigkeit der elektrischen Welt bezeichnend, daß der Elektroingenieur mit großem Vorteil auch zeitlich unbeständige Ströme verwendet und sie deshalb schafft. Der einfachste Strom ist doch der Gleichstrom, der Strom, der seine Stärke und Richtung unverändert beibehält, der einfachste wenigstens für die Theorie. Mit ihm müssen sich die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik in erster Linie befassen.

Die erste Frage, die zu beantworten ist, liegt auf der Hand. Wie ist die Stromstärke von der treibenden Spannung abhängig? Ist es so, wie bei Wasserströmen, die ihre Stärke nach den Strömungswiderständen der Strombahn einrichten müssen? Gibt es da auch verwickelte Formeln, schwierige, ungenaue Rechnungen?

Auch die elektrische Stromstärke richtet sich bei gegebener Spannung lediglich nach den Strömungswiderständen im Leiter, der die Punkte verschiedener Potentiale, die Punkte, zwischen denen die Spannung wirkt, verbindet. Die Elektronen, die zwischen den Metallatomen hindurch müssen, haben keine ganz freie Bahn. Aber die Abhängigkeit der Stromstärke von der Spannung ist weit einfacher. Es handelt sich um derart feingegliederte Erscheinungen, daß sehr genaue, verhältnismäßig einfache Beziehungen feststellbar sind. In einer gegebenen Anordnung ist die Stromstärke der Spannung proportional.

Das Ohmsche Gesetz, das hiermit eingeführt wird, ist ungemein einfach und durchsichtig. Bezeichnet man mit

E . . . die Spannung in Volt,
J . . . die Stromstärke in Ampere,

so erhält man das Ohmsche Gesetz in der Form:

$$E = J \cdot R. \quad (16)$$

R ist für jede Anordnung, für jeden gegebenen Stromkreis eine Konstante, abhängig nur von der geometrischen Form des stromdurchflossenen, unter Spannung stehenden Leiters und von dem verwendeten Leitermetall. Wir nennen R den elektrischen Widerstand, auch den Ohmschen Widerstand des Leiters. Er kennzeichnet den Leiter ebenso, wie die Kapazität eine Leiteranordnung kennzeichnet.

In der elektrischen Festigkeitslehre war es notwendig, die Abhängigkeit der Kapazität von der geometrischen Gestalt der Anordnung zu untersuchen und das verschiedene Verhalten verschiedener Baustoffe durch die Einführung der Nichtleiterkonstanten festzulegen. Dieser Aufgabe können wir auch gegenüber dem elektrischen Widerstand nicht entgehen.

Die Abhängigkeit des elektrischen Widerstandes von der geometrischen Gestalt des Leiters ist außerordentlich einfach. Ein unendlich kurzes Leiterstück, ein Leiterstück von der Länge dl und vom Querschnitt F , hat einen Widerstand, der seiner Länge direkt, seinem Querschnitt indirekt proportional ist. Mit einer Konstanten k können wir somit schreiben

$$dR = k \cdot \frac{dl}{F}. \quad (17)$$

Wir bauen die stromführenden Leiter gewöhnlich so, daß sie einen gleichbleibenden Querschnitt haben. Ein solcher Leiter von der Länge l hat dann den Widerstand

$$R = k \cdot \frac{l}{F}. \tag{17a}$$

Nun steckt nur noch die besondere Eigenschaft des Metalls in der Konstanten k . Sie läßt sich, wie die Erfahrung lehrt, sehr verläßlich ermitteln. Es ist klar, daß die Elektronen bei sonst gleichen Verhältnissen, d. h. bei gleicher geometrischen Gestalt des Leiters, verschiedene Schwierigkeiten auf ihrem Weg treffen werden, wenn sie sich zwischen verschieden aufgebauten Atomen hindurchbewegen müssen. Noch mehr. Sie werden sich auch mit den verschiedenen möglichen Atombewegungen verschieden abfinden. Es ist bekannt, daß Wärme nichts anderes ist als Bewegung der kleinsten Materieteilchen. Die Temperatur t des Leiters wird demnach gewiß auch einen Einfluß auf die Größe des elektrischen Widerstandes haben.

In der Tat findet man die Widerstandskonstante k der Gleichung (17) durch zwei Stoffkonstanten ϱ_0 und α zu

$$k = \varrho_0 (1 + \alpha t) \tag{18}$$

bestimmt. Es ist ϱ_0 der spezifische Widerstand des Metalls, α der Temperaturkoeffizient. Damit erhalten wir schließlich für den Widerstand den Ausdruck:

$$dR = \varrho_0 (1 + \alpha t) \frac{dl}{F} \tag{19}$$

bzw.

$$R = \varrho_0 (1 + \alpha t) \frac{l}{F}. \tag{19a}$$

In der elektrotechnischen Praxis ist es üblich, bei Widerstandsberechnungen die Längen in Metern und die Leiterquerschnitte in Quadratmillimeter einzusetzen. Unsere Stromkreise sind fast immer sehr langgestreckt und die Leiterquerschnitte ziemlich klein. Man erhält auf die angegebene Art kleine Maßzahlen. Die Temperatur bestimmt man natürlich in Grad Celsius. So ergeben sich folgende Materialkonstanten:

	Spezifischer Widerstand	Temperatur- koeffizient
	ϱ_0	α
Aluminium	0,027	0,0039
Blei	0,21	0,0039
Eisen	0,11	0,0048
Gold	0,21	0,0037
Kupfer	0,0162	0,0043
Nickel	0,13	0,0038
Silber	0,016	0,0039
Link	0,06	0,0039
Zinn	0,14	0,004

In zweifacher Weise ist die Zusammenstellung außerordentlich belehrend. Sie erklärt vor allem die Tatsache, daß wir in der Elektrotechnik fast

ausschließlich Kupfer als Leitermetall verwenden. Es hat die beste Leitfähigkeit für elektrische Ströme, d. h. den kleinsten spezifischen Widerstand. Nur das Silber tut es ihm gleich, aber dieses vorzügliche Metall kommt wegen des hohen Preises natürlich nicht in Betracht. Das nächstbeste Metall ist das Aluminium, das in der Tat zuweilen in Betracht kommt und tatsächlich auch verwendet wird. Zink ist ein minderwertiger Ersatz für Kupfer. Während des Weltkrieges mußte es vielfach verwendet werden.

Die Zusammenstellung zeigt andererseits eine merkwürdige Beständigkeit des Temperaturkoeffizienten. Sie läßt sich erklären. Es gibt eine Temperatur, und zwar offenbar für alle Metalle von gleicher Tiefe, bei der es nur noch einen verschwindend kleinen Widerstand gibt. Sie ergibt sich aus

$$1 + \alpha t = 0$$

und liegt in der Nähe von -250°C . Man muß an den absoluten Nullpunkt denken, wenn man die oben angegebenen Zahlen sieht. Aus der Physik ist dieser supraleitende Zustand der Metalle bekannt. Daraus folgt aber sofort die Erkenntnis, daß die der Temperatur entsprechenden Schwingungen der Atome die Hauptquelle der Bewegungshindernisse der freien Elektronen sind.

Die Maßeinheit für den elektrischen Widerstand ist 1 Ohm (Ω). Er läßt bei der treibenden Spannung eines Voltes die Stromstärke 1 Amperes zu. Der spezifische Widerstand hat die Dimension

$$|\varrho_0| = \left| \Omega \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \right|,$$

der Temperaturkoeffizient:

$$|\alpha| = {}^{\circ}\text{C}^{-1}.$$

Man rechnet zuweilen mit dem reziproken Wert des spezifischen Widerstandes, mit der elektrischen Leitfähigkeit:

$$k = \frac{1}{\varrho_0} \left(\frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{mm}^2} \right).$$

Sie erreicht beim Kupfer den Wert 62.

Um nun ein anschauliches Bild der Wirksamkeit des elektrischen Widerstandes zu erhalten, verfolgen wir in einem langgestreckten Leiter die Änderung des Potentials den Leiter entlang. An seinem Anfang sei das Potential U_1 , an seinem Ende U_2 , die treibende Spannung zwischen Anfang und Ende ist demnach

$$E = U_1 - U_2.$$

Hat nun der Leiter durchwegs den gleichen Querschnitt und durchwegs die gleichen Materialeigenschaften, so wird er für gleiche Längenstücke gleiche Teile der Spannung verbrauchen, wenn ihn der Strom durchfließt. Das Potential nimmt geradlinig ab, wie es Abb. 29 zeigt.

Abb. 29 erinnert lebhaft an das Längenprofil eines gut eingerichteten Wasserlaufes. Der Potentialabnahme entspricht genau die Höhenabnahme.

In einem Stromkreis kommt natürlich der Leiter zu seinem Ausgangspunkt zurück. Abb. 29 entspricht auch diesem Fall. Am Leiterende steht der Generator, der das Potential auf die ursprüngliche Höhe zurückhebt. Abb. 29 ist dann das Bild des aufgeschnittenen und geradegestreckten Stromkreises.

Man sieht bei dieser Gelegenheit, daß nur Potentialunterschiede, Spannungen, eine praktische Rolle spielen, nicht die Potentiale selbst. Es würde am Betrieb des Stromkreises alles unverändert bleiben, wenn sich alle Potentiale um den gleichen Betrag erhöhen würden. Wir können nach Belieben das Potential irgendeines Punktes bestimmen.

Selbstverständlich entstehen infolge der Potentialänderung den Leiter entlang Spannungen zwischen je zwei beliebigen Punkten des Stromkreises. Zwischen den Punkten A und B in der Abb. 29 ist die Spannung E_{AB} vorhanden. Sie entspricht natürlich genau dem Widerstand des Leiters zwischen den beiden Punkten.

So selbstverständlich das alles ist, verdient es doch gesagt zu werden. Der Betrieb des Stromkreises muß von allem Anfang an klar vor dem geistigen Auge liegen, dann ist die weitere Arbeit leicht.

Aus dem Gegenbild des Wasserstromes kann man nun die Leistung des Stromkreises ermitteln. Wenn in der Zeiteinheit die Wassermenge Q die Höhe h heruntersinkt, wird die Leistung $Q \cdot h$ vollbracht. Wenn somit für die elektrische Leistung.

$$N = E \cdot J \quad (20)$$

angesetzt wird, müßte der Ausdruck richtig sein. E ist die elektrische Fallhöhe, J die Elektrizitätsmenge, die in der Zeiteinheit sinkt.

In der Tat ist die versuchte Berechnung der elektrischen Leistung richtig. Die Spannung in Volt, die Stromstärke in Ampere

eingesetzt geben miteinander multipliziert die Leistung in Watt. Damit ist das zweite wichtige Grundgesetz für Gleichströme gewonnen.

Noch einmal müssen wir den einfachen Stromkreis, bestehend aus dem langen Leiter mit dem Widerstand R und dem Generator, der dauernd die Spannung E aufrechterhält, ansehen. Er verbraucht die Leistung

$$N = E \cdot J$$

und seine Stromstärke ist

$$J = \frac{E}{R}$$

Wohin geht die verbrauchte Energie?

Jede Bewegung gegen Widerstände verbraucht Energie. Reibungswiderstände sind nicht ausgeschlossen. Aus der Mechanik ist es bekannt, daß die Reibungsarbeit als Wärme wieder zum Vorschein kommt. Wir müssen auch von der in elektrischen Widerständen verbrauchten Arbeit erwarten, daß sie als Wärme wieder auftritt.

In der Tat erwärmen sich die vom Strom durchflossenen Leiter. Nach dem Jouleschen Gesetz ist die im Widerstand R (Ω) vom Strom J (A) erzeugte Wärme durch

$$N_w = J^2 \cdot R \quad (21)$$

bestimmt.

Setzt man in Gleichung (21)

$$JR = E$$

ein, so bekommt man sofort

$$N_w = EJ.$$

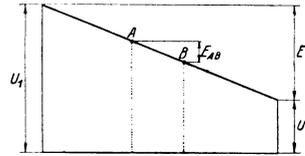


Abb. 29.

Der elektrische Widerstand spielt ganz und gar die Rolle eines Reibungswiderstandes. Er ist die Quelle der Wärme, die in allen unseren arbeitenden Maschinen und Apparaten entsteht. In einem viel stärkeren Ausmaße als sonst in der Technik greift die Reibungswärme, die Joulesche Wärme in unsere Betriebe ein. Wir haben große Schwierigkeiten mit der geordneten Wärmeabfuhr, die ein bedeutendes konstruktives Problem der Elektrotechnik geworden ist.

Eigentlich ist es in Wirklichkeit so, daß wir uns selbst die Joulesche Wärme aufgebürdet haben. Die ersten Konstruktionen der Elektrotechnik waren wenig warm, weil sie reichlich bemessen wurden. Der Gedanke lag zu allen Zeiten nahe, teure Baustoffe, vor allem Kupfer, sparsam zu verwenden. Bei den ersten Maschinen war man froh, daß sie liefen. Sobald aber die Sorge um den prinzipiellen Aufbau vorbei war, begann man an Ersparnisse zu denken. Der Leiter, in die Maschine eingebaut, braucht weniger Kupfer, wenn man seinen Querschnitt verkleinert. Man verkleinerte ihn deshalb. Damit wuchs der Widerstand. Mit ihm wuchs die Joulesche Wärme. Je weiter man ging, um so schwerer wurde die Wärmeabfuhr. Wir bemessen heute die Leiter in erster Linie mit Rücksicht auf diese Wärmeabfuhr.

Den Nichteingeweihten überrascht es, wie weit die Erwärmung der Leiter im Betrieb geht. Sie erreichen eine Übertemperatur von 60°C und mehr über Luft. Sie gefährden leicht die sie umgebenden Isolierstoffe, z. B. die Baumwolle, die die Leiter umhüllt. Die in allen Kulturstaaten für die Errichtung von Starkstromanlagen geltenden Sicherheitsvorschriften setzen deshalb sorgfältig ermittelte Grenzen für die Leitertemperaturen, die natürlich den verschiedenen vorkommenden Fällen angepaßt sind.

Eine sehr überraschende praktische Anwendung des Ohmschen Gesetzes entstand aus den geschilderten Verhältnissen heraus. Temperaturen von Leitern, die irgendwo im Innern einer Maschine dem Thermometer unzugänglich sind, müssen im Hinblick auf die starken Belastungen doch überwacht werden. Nur das Ohmsche Gesetz gestattet die wichtige Messung. Folgendermaßen ist sie möglich.

Man mißt den Widerstand des Leiters vor Beginn des Betriebes bei der normalen Temperatur des Arbeitsraumes t_0 . Er ist $(1 + \alpha t_0)$ mal größer als bei 0°C :

$$R_0 = R (1 + \alpha t_0).$$

Sofort nach Abstellung des Betriebes mißt man den betriebswarmen Widerstand R_t , der der unbekanntnen Betriebstemperatur des Leiters t entspricht:

$$R_t = R (1 + \alpha t).$$

Aus den beiden Messungen erhält man

$$\frac{R_0}{R_t} = \frac{1 + \alpha t_0}{1 + \alpha t}$$

und daraus ohne weiteres den Temperaturanstieg $t - t_0$.

In den allermeisten Fällen ist die Joulesche Wärme nicht nur lästig, weil sie die Konstruktion bedroht, sondern außerdem auch als Energieverlust. Ein Wasserstrom, der seine ganze Energie nur dazu verbraucht, um in einem

solid gestalteten Strombett die Widerstände zu überwinden, leistet uns nichts nützlich. Die entstehende Wärme und die an dem Gestein und Geröll geleistete Arbeit interessiert uns nicht. Er soll Turbinen oder Wasserräder treiben, an denen die Energie in brauchbarer Form gewonnen wird.

Ähnliches verlangen wir auch vom elektrischen Strom. Es gibt aber doch Fälle, in denen die Joulesche Wärme das praktische Ziel ist. Ein elektrischer Zimmerofen ist in seinem eigentlichen Wesen nur ein einfacher, entsprechend untergebrachter Widerstand und seine Joulesche Wärme heizt das Zimmer. Ein elektrischer Kocher, ein elektrisches Bügeleisen arbeitet ebenfalls lediglich mit der Jouleschen Wärme eines Widerstandes, der den ganzen elektrischen Inhalt des Apparates bildet. In der Metallurgie werden gewaltige Energiemengen in Joulesche Wärme umgesetzt, d. h. in Widerständen verbraucht, damit das Erz geschmolzen wird.

Wir können durch Erhöhung der Stromstärke die Joulesche Wärme in solcher Menge entwickeln, daß sie der Leiter nicht mehr rechtzeitig an

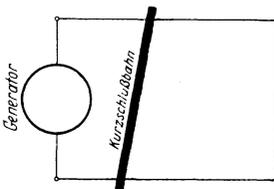


Abb. 30.

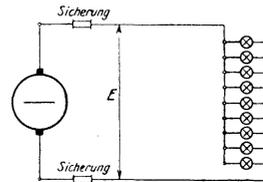


Abb. 31.

die Umgebung abliefern kann. Sie bleibt dann zum Teil im Leiter und erhöht seine Temperatur mehr und mehr. Schließlich kommt es zum Schmelzen des Metalls und damit zur Zerstörung der Konstruktion.

Es kann immer vorkommen, daß der Strom eines Stromkreises zu stark wird. Wir sorgen natürlich immer dafür, daß die wirkende Spannung auf genügend große Widerstände arbeitet. Aber Unglücksfälle sind doch immer möglich.

Wenn im Sinne der Abb. 31 unvermuteterweise ein zufällig in die Nähe des Stromkreises gekommener Leiter, z. B. eine Messingstange mit einem sehr kleinen Widerstand dem Strom einen weit leichteren und kürzeren Weg öffnet als er ihm zgedacht war, steigt die Stromstärke ganz gewaltig an. Es können sich auch durch mechanische, natürlich unvorhergesehene Einflüsse Punkte des Stromkreises berühren, die sonst eine erhebliche Spannung aufweisen. Ein Baum kann auf eine unter sehr hoher Spannung stehende Fernleitung fallen und die einzelnen Leiter untereinander leitend verbinden. Mit seinem Wassergehalt ist er ein guter Leiter für die Hochspannung.

In allen diesen Fällen ergibt sich der gefürchtete Kurzschluß, der im idealsten Falle den Widerstand überhaupt verschwinden läßt. Die zerstörenden Folgen der Jouleschen Wärme der starken Kurzschlußströme sind bekannt. Sie müssen unbedingt verhindert werden.

Es gibt ein verhältnismäßig einfaches Auskunftsmittel. Wir können im arbeitenden Stromkreis, und zwar ersichtlicher Weise am besten unmittelbar an den Punkten, zwischen denen die höchste Spannung herrscht (Abb. 31),

absichtlich den Stromweg auf einer kurzen Strecke künstlich schwächen, so daß das betreffende kurze Leiterstück schon bei geringen Erhöhungen der Stromstärke über das normale Maß hinaus schmilzt, während der übrige Stromkreis die etwas erhöhte Joulesche Wärme noch leicht abführt. Mit Vorteil verwenden wir Leiterstücke aus Metallen, die erheblich leichter, bei merklich niedrigeren Temperaturen schmelzen, als der eigentliche Kupferleiter. Blei und Silber werden verwendet.

Die niedrigere Schmelztemperatur und die von Haus aus stärkere Belastung der eingebauten Leiterstücke gibt eine doppelte Sicherheit dafür, daß jede unzulässige Stromstärke zuerst an der gewünschten Stelle zerstörend wirken wird und damit den Stromkreis unterbrechen wird. Nach Unterbrechung des Stromkreises kann natürlich über die Kurzschlußbahn kein Strom mehr fließen, die Gefahr ist beseitigt. Das Abschmelzen des kurzen dünnen Leiterstückchens bereitet keine Schwierigkeit. Die geringe hierzu erforderliche Energie ist ungefährlich.

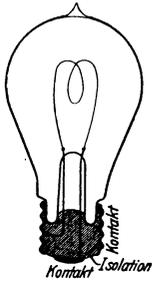


Abb. 32.

Das ist das Wesen der Schmelzsicherung. Die hohe praktische Bedeutung dieser Schutzeinrichtung liegt auf der Hand. Es darf in gut eingerichteten elektrischen Anlagen keinen Stromkreis geben, der nicht gesichert wäre. Wir setzen Sicherungen sogar an jede Stelle hin, wo der Leiterquerschnitt des Stromkreises eine Änderung erfährt. Die Sicherung muß eben immer dem von ihr geschützten Leiter angepaßt werden.

Wir sehen, daß die Joulesche Wärme verwendbar, daß sie als Schutz auch nützlich sein kann. Zu hervorragender Bedeutung für die Elektrotechnik wurde sie bei der von Edison eingeführten elektrischen Beleuchtung. Die elektrische Glühlampe war es, die eigentlich das Zeitalter der Elektrizität eröffnete.

Ein Leiter kann durch die Joulesche Wärme so weit erhitzt werden, daß er zwar noch nicht schmilzt, wohl aber glüht. Ein kurzes Leiterstück mit kleinem Querschnitt, aus einem schwer schmelzbaren Metall, wird unter der Einwirkung der Jouleschen Wärme bis zur Weißglut gebracht werden können. Er gibt uns dann schönes, weißes Licht.

Die Idee ist sehr einfach, deren Verwirklichung indessen war nicht leicht. Um die Oxydation zu vermeiden, wurde das glühende Leiterstück in einem eigenen Glasbehälter ins Vakuum gebracht. Die Form dieses Glasbehälters (Abb. 32) führte zur Bezeichnung Glühbirne. Die schwierigste Frage ist und war die Beschaffung des glühenden Leiters. Gewaltige Summen sind für Versuche ausgegeben worden. Seltene Metalle wie Wolfram, Tantal mußten herangezogen werden.

Die Glühlampenindustrie ist heute ein mächtiges Arbeitsgebiet. Die elektrische Glühlampe verdrängt auf der ganzen Linie andere Beleuchtungsmittel. Dabei verbilligt sie das Licht immer mehr und mehr und befestigt dadurch ihre Stellung in der Beleuchtungstechnik.

Die alten Kohlenfadenlampen verbrauchten ungefähr 3,5 Watt je Kerze. Wir messen die Lampenstärke in Hefnerkerzen (HK) und stufen sie zu 10, 16, 25, 32, 50 usw. HK ab. Die Kohlenfadenlampen waren noch sehr teure Lampen, sie verbrauchten verhältnismäßig viel Energie.

Die Einführung des Wolframfadens bedeutete einen gewaltigen Fortschritt. Die sog. Metalldrahtlampen setzten den Energieverbrauch auf ein Drittel herunter. Nur noch ungefähr 1 Watt war nun je Kerzenstärke notwendig. Der Metallfaden war allerdings mechanisch weniger widerstandsfähig als der Kohlenfaden. Erschütterungen waren den ersten Metallfadlampen sehr gefährlich. Nach und nach wurden indessen die Lampen immer besser und heute hat die Metalldrahtlampe die Kohlenfadenlampe wohl vollständig verdrängt.

Ein weiterer Fortschritt kam mit der Füllung der bis nun luftleeren Glasbirne mit Gasen, die noch besser chemische Nachteile vom Faden fernhielten als das Vakuum. Die Gasfüllungslampen konnten deshalb mit noch höheren Fadentemperaturen arbeiten und ihre Energiewirtschaft verbesserte sich dadurch abermals gewaltig. Ungefähr auf ein halbes Watt sank der Energieverbrauch je Hefnerkerze. So entstand der Name Halbwattlampen.

Theoretisch genommen ist eine Glühlampe ein einfacher, durch die Joulesche Wärme bis zur Weißglut erhitzter Stromleiter, der lediglich mit seinem Widerstand in den elektrischen Stromkreis eingreift. Wenn eine 50-kerzige Metalldrahtlampe 50 Watt bei einer Betriebsspannung von 220 Volt, die an die beiden Metallkontakte (Abb. 32) angelegt wird, verbraucht, hat sie offenbar einen Widerstand von

$$R = \frac{220^2}{50} = 968 \text{ Ohm.}$$

Es ist nämlich die Joulesche Wärme:

$$N_w = J^2 \cdot R = \frac{E^2}{R^2} \cdot R$$

d. h.

$$R = \frac{E^2}{N_w}$$

Wir haben hier eine ganze Reihe von Fällen kennen gelernt, in denen die Joulesche Wärme nützlich wirkt. Es ist aber empfehlenswert, einen zusammengesetzten Gleichstromkreis näher anzusehen, in dem sowohl nützliche als auch schädliche Joulesche Wärme gleichzeitig auftritt. Dabei wird sich ein weiterer Einblick in die Eigentümlichkeiten elektrischer Betriebe gewinnen lassen.

Wir wählen einen Stromkreis, in dem ein Generator dauernd die Betriebsspannung E Volt aufrecht erhält. Die Spannung soll hauptsächlich dazu verwendet werden, um Strom durch den Widerstand R einer Glühlampe zu treiben. Dabei sollen Generator und Glühlampe durch eine längere Leitung miteinander verbunden sein, wie das meist der Fall sein wird, denn in größeren Städten müssen die von der elektrischen Zentrale, wo der Generator läuft, weit entfernten Bewohner auch Licht bekommen (Abb. 33).

Der Stromkreis hat drei Widerstände: den der Zuleitung r , den der Lampe R und den der Rückleitung r , der ja gewöhnlich genau so groß ist wie der Zuleitungswiderstand. Der Strom muß in gleicher Stärke J die

drei Widerstände durchfließen, denn Elektronen können unterwegs nicht verschwinden, sie können sich auch nirgends anhäufen.

In dem Zuleitungswiderstand r wird vom Strom J nach dem Ohmschen Gesetz die Teilspannung

$$J \cdot r \text{ Volt}$$

verbraucht. Die Glühlampe braucht ihrerseits

$$J \cdot R \text{ Volt.}$$

Endlich muß auf der Rückleitung eine Teilspannung

$$J \cdot r$$

zur Verfügung stehen. Die Betriebsspannung muß den ganzen Stromkreis betreiben. Es ist also

$$E = J \cdot r + J \cdot R + J \cdot r = (R + 2r) J.$$

Schneiden wir den Stromkreis auf und strecken ihn gerade, so erhalten wir das Bild der Potentialverteilung, wie es Abb. 34 zeigt. Dieses Bild erinnert stark an das Längenprofil einer Wasserkraftanlage, in dem Zu-

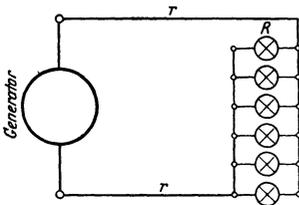


Abb. 33.

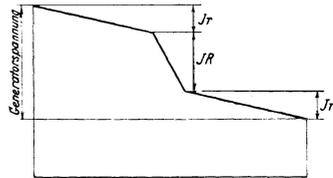


Abb. 34.

leitung und Oberwassergraben, Rückleitung und Unterwassergraben, Glühlampe und Turbine ihre Rollen vertauscht haben.

Wir müssen im Oberwassergraben einen kleinen Teil der vorhandenen Fallhöhe opfern, damit das Wasser der Turbine zufließt. Wir müssen auch in der Zuleitung einen Teil der Spannung opfern, damit der Strom der Lampe zufließt. Wir müssen im Unterwassergraben ebenfalls ein Gefälle einrichten, damit das Wasser abfließt und wir müssen der Rückleitung eine Teilspannung zur Verfügung stellen. In der Turbine wird der Großteil der Gesamtfallhöhe nützlich verbraucht. In der Glühlampe soll ein möglichst großer Teil der Betriebsspannung ausgewertet werden.

Klar erkennt man, daß

$$2 Jr$$

der Spannungsverlust der Anlage oder wie wir auch sagen, der Spannungsabfall der Leitung ist. Wir werden bestrebt sein, ihn möglichst klein zu machen. Andererseits werden wir allerdings auch versuchen, in der Leitung möglichst wenig Kupfer zu verbrauchen. Aus den beiden einander widersprechenden Wünschen entsteht ein Problem, mit dem wir uns noch ausführlicher werden befassen müssen.

Die Spannungsgleichung unseres Stromkreises wird zur Energiegleichung, wenn wir sie mit J multiplizieren:

$$N = EJ = (R + 2r) J^2.$$

Die Gesamtenergie N , die der Generator liefert, wird teils als nützliche Joulesche Wärme J^2R , teils als Verlustwärme $2rJ^2$ verbraucht.

Von der Erwärmung der Leitung haben wir nur Nachteile, die Erwärmung des Glühlampenfadens führt dagegen zur Energiestrahlung. Die Energie-wirtschaft soll möglichst nutzbringend sein, die Energieverluste müssen daher möglichst verkleinert werden. Beim Gleichstrom spielen der Spannungsabfall und die Energieverluste die gleiche Rolle.

Aus der oben aufgestellten, unscheinbaren Gleichung

$$E = Jr + JR + Jr = J (r + R + r)$$

läßt sich ein nützlichcs Gesetz für die Reihenschaltung von Widerständen ableiten. Statt der in Reihe liegenden Widerstände r , R und r könnte nämlich ein Gesamtersatzwiderstand R_g

$$R_g = r + R + r$$

genau den gleichen Einfluß auf die Stromstärke ausüben und genau die gleiche Gesamtenergie verbrauchen.

Wenn daher, ganz allgemein, in einem Stromkreise die Widerstände R_1, R_2, R_3, R_n in Reihe liegen, können sie immer durch den Gesamtwiderstand

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots R_n \quad (22)$$

ersetzt werden.

Dies ist das erste Gesetz für das richtige Zusammen-setzen von Widerständen. Ein zweites Gesetz ergibt sich, wenn unser oben untersuchtes Betriebsbild er-weitert wird, so daß es den tatsächlichen Verhältnissen des Lichtbetriebes besser entspricht.

Zuleitung und Ableitung sollen unverändert die vom Generator erzeugte Energie weiterführen. Am Ende der Leitung sei aber nicht eine einzige Glühlampe unter dem Einfluß der am Leitungsende herrschenden Spannung E_1 , sondern mehrere, und zwar unab-hängig voneinander, d. h. in Parallelschaltung, wie es Abb. 33 anzeigt. Die Lampen seien von verschiedener Größe, so daß sie auch verschiedene Widerstände $R_1, R_2, R_3 \dots R_n$ aufweisen.

Der Gesamtstrom J , der von allen Lampen zusammen gebraucht wird und der in verschiedenen Stromzweigen durch die Lampen fließt, um sich hinter den Lampen wieder zu sammeln, verbraucht in der Zuleitung Jr Volt in der Rückleitung ebenfalls Jr Volt, so daß den Lampen

$$E_1 = E - 2 Jr$$

zur Verfügung steht.

Wir wollen nun lediglich die Stromverzweigung untersuchen. In die einzelnen Lampen, die alle unter der Spannung E_1 stehen, fließen die Zweig-ströme (Abb. 35)

$$\begin{aligned} J_1 &= \frac{E_1}{R_1} \\ J_2 &= \frac{E_1}{R_2} \\ J_3 &= \frac{E_1}{R_3} \\ &\dots\dots\dots \\ J_n &= \frac{E_1}{R_n} \end{aligned}$$

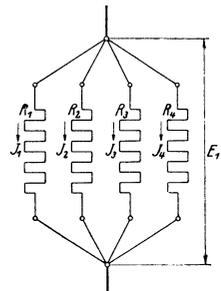


Abb. 35.

Addiert man diese Gleichungen, so erhält man:

$$J_1 + J_2 + J_3 + \dots + J_n = E_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} \right).$$

Nun muß ersichtlicherweise wegen der Stromkontinuität

$$J = J_1 + J_2 + J_3 + \dots + J_n$$

sein. Sofort sieht man, wenn man an das Ohmsche Gesetz denkt, daß die Gesamtanordnung der parallel geschalteten Widerstände durch einen Gesamtwiderstand R_g ersetzt werden kann, der sich aus dem Ansatz:

$$\frac{1}{R_g} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n} \quad (23)$$

ergibt. Dies ist das zweite Gesetz für zusammengesetzte Widerstände. Wir wollen es sofort an einem praktischen Fall, der für die Meßtechnik von Bedeutung ist, zur Anwendung bringen.

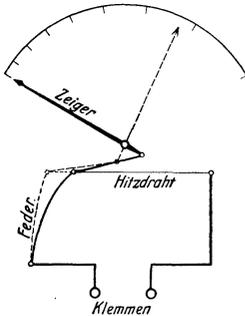


Abb. 36.

Wir messen die Stromstärke mit eigenen Strommessern, Amperemetern. Es gibt verschiedene Konstruktionen für Strommesser, darunter auch das Instrument mit dem sog. Hitzdraht. Der zu messende Strom erwärmt auf seinem Wege durch den Strommesser den Leiter, den Hitzdraht, der sich unter dem Einfluß der Jouleschen Wärme ausdehnt. Die Dehnung wird nun durch eine geeignete mechanische Einrichtung (Abb. 36) in die Zeigerbewegung umgesetzt und der Zeiger läßt auf der Meßskala die Stromstärke ablesen. Die Skala kann, nebenbei bemerkt, keine gleichmäßige Einteilung zeigen, weil die Joulesche Wärme und mit ihr die Hitzdrahtdehnung vom Quadrat der Stromstärke abhängig ist.

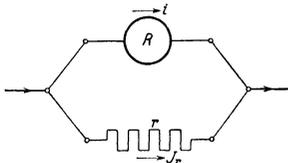


Abb. 37.

Wir haben wieder einen Fall nützlicher Anwendung der Jouleschen Wärme vor uns. Es ist aber klar, daß die Erwärmung des Hitzdrahtes nur innerhalb gewisser Grenzen ungefährlich ist, weshalb das Instrument nur einen beschränkten Meßbereich hat. Versucht man größere Stromstärken zu messen als es der

Meßbereich gestattet, bringt man den Strommesser in Verbrennungsgefahr.

Man kann aber doch sogar weit stärkere Ströme messen als sie auf der Skala, die den Meßbereich sofort erkennen läßt, vorgesehen sind. Man muß nur zu diesem Zwecke dem Widerstand des Instrumentes R einen entsprechend bemessenen Hilfswiderstand r (Shunt) parallel schalten, so daß die Anordnung der Abb. 37 entsteht.

Der zu messende Strom J verzweigt sich nun in den Zweigstrom i , der durch den Strommesser geht und von ihm gemessen wird und in den Zweigstrom J_r , der vom Strommesser abgelenkt wurde. Es ist natürlich:

$$J = i + J_r$$

und außerdem

$$i R = r J_r,$$

weil doch auf beide Stromzweige die gleiche Spannung wirkt. Leicht ergibt sich daraus:

$$J = i \frac{R + r}{r}.$$

Wir wollen den Gesamtstrom J messen, nicht den Zweigstrom i . An der Skala des Instrumentes lesen wir natürlich nur i ab. Mit Hilfe der letzten Gleichung können wir aber sofort aus der Ablesung auf den zu messenden Gesamtstrom zurückschließen, wenn die beiden Widerstände des Instrumentes und des Parallelzweiges bekannt sind.

Wir brauchen eigentlich nur das Verhältnis der beiden Widerstände zu kennen, denn es ist auch:

$$J = i \left(\frac{R}{r} + 1 \right).$$

Wir werden besonders leicht arbeiten, wenn der Klammerausdruck gleich 10 oder 100 oder 1000 sein wird. Die abgelesene Stromstärke braucht dann nur einfach 10fach, 100fach bzw. 1000fach genommen zu werden.

Unsere Strommesser werden in der Tat mit Parallelwiderständen (Shunts) ausgestattet, deren Widerstände $\frac{1}{9}$ tel, $\frac{1}{99}$ stel oder $\frac{1}{999}$ stel des Instrumentenwiderstandes ausmachen. Sie müssen natürlich sehr genau konstruiert sein und mit dem Instrument zusammen geeicht werden. Auf diese Weise sichert man dem Strommesser neben seinem normalen Meßbereich leicht auch noch den 10fachen, 100fachen oder 1000fachen.

Der beim Strommesser mit Vorteil angewendete Entlastungskunstgriff läßt sich selbstverständlich in vielen anderen Fällen auf die gleiche Art verwerten. Es ist oft notwendig, an irgendeiner Stelle des Stromkreises nur einen Teil des Betriebsstromes durchzulassen. Den übrigen Strom lenkt man dann mit passend bemessenen Hilfswiderständen ab, die man an der betreffenden Stelle parallel schaltet.

Die vorangehenden Untersuchungen zeigen klar, daß für Gleichströme der Ohmsche Widerstand eine ganz ungewöhnlich wichtige Rolle spielt. Er beherrscht die Gleichstromkreise ganz ebenso wie die Kapazität die Anordnungen elektrischer Felder.

Die Joulesche Wärme, vom Widerstand verursacht, wurde als eine Art Reibungsarbeit erkannt. Sie erwies sich als zu den mannigfachsten Zwecken verwendbar. Reibung stört gewöhnlich. Die Joulesche Wärme ist aber sehr oft direkt das Ziel der elektrischen Anordnung. In den allermeisten praktischen Fällen ist allerdings auch die Joulesche Arbeit eine unerwünschte Beigabe des Betriebes, die die Leiter unnötigerweise gefährdet und die Energiewirtschaft verschlechtert.

Sechste Vorlesung.

Kirchhoffsche Gesetze. Wheatstonesche Brücke. Fehlerortsbestimmung für Kabel. Kleinstwert der Stromwärme bei Parallelschaltung. Spannungsmessung. Ableitung. Temperaturkoeffizient der Nichtleiter. Das magnetische Feld. Induktivität.

Im Bild des elektrischen Stromkreises, das wir in der vorangehenden Vorlesung gewonnen haben, spielt die Spannung die Rolle einer treibenden, bewegenden Kraft. Es gibt aber, wie wir aus der Mechanik wissen, keine gleichförmige Bewegung, solange die auf die Masse einwirkenden Kräfte nicht im Gleichgewicht sind. Einer treibenden Kraft muß die Widerstandskraft der Bewegung entgegengesetzt gleich sein, damit der Bewegungszustand unverändert bleiben kann. Der Gleichstrom ist unter dem alleinigen Einfluß einer treibenden Spannung, nach dem mechanischen Ebenbild geurteilt, undenkbar.

In der Tat gibt es neben der treibenden Spannung im Gleichstromkreis auch eine Widerstandsspannung, wenn wir sie sehen wollen. Das Ohmsche Gesetz, daß die treibende Spannung E , den Strom J und den Widerstand R des Stromkreises verbindet, kann auch in der Form

$$E - J \cdot R = 0$$

geschrieben werden. $J \cdot R$ ist dann die Widerstandsspannung, die Spannung mit der sich der vom Strom J durchflossene Widerstand R der treibenden Spannung widersetzt. Offenbar stellt sich die Stromstärke so ein, daß die Widerstandsspannung der treibenden Spannung gerade das Gleichgewicht hält.

Bei einer gleichförmigen Bewegung einer Masse stellt sich die Geschwindigkeit ebenfalls von selbst so ein, daß die Widerstandskräfte der Bewegung, die von der Geschwindigkeit abhängig sind, den treibenden Kräften das Gleichgewicht halten. Das versuchte elektrische Bild entspricht demnach vollständig den Grundgesetzen der Mechanik.

Stromkreise mit verwickelt aufgebautem Gesamtwiderstande, Stromkreise also, in denen verschiedenartige Widerstände teils in Reihen-, teils in Parallelschaltung auftreten, bereiten keine Schwierigkeiten. Jeder Widerstand in Reihenschaltung hat seine eigene Widerstandsspannung, alle parallel geschalteten Widerstände haben eine gemeinsame Widerstandsspannung, die sich auch dem Gesamtersatzwiderstand des verzweigten Teiles des Stromkreises entsprechend in die Reihe der übrigen hintereinander wirkenden Widerstandsspannungen einreihen läßt. Immer gibt es Spannungsgleichungen von der Form:

$$E - JR_1 - JR_2 - JR_3 - \dots - JR_n = 0.$$

Die Summe aller in einem geschlossenen Stromkreis wirkenden Spannungen, die treibenden positiv, die sich widersetzen negativ genommen, ist null. Dies ist das erste Kirchhoffsche Gesetz. Es ist ein ausgesprochenes Gleichgewichtsgesetz für Spannungen.

Es gibt auch ein zweites Kirchhoffsches Gesetz für Ströme. Es kann ebenso leicht abgeleitet werden, wie das Kirchhoffsche Gesetz für Spannungen.

Wenn sich in irgendeinem Punkte ein Strom verzweigt, so muß immer der sich verzweigende Strom dieselbe Stromstärke haben wie alle

Stromzweige zusammen. Wäre dies nicht der Fall, müßten sich irgendwo Elektronen ansammeln.

Bezeichnen wir die Stärke des sich verzweigenden Stromes mit J , die der einzelnen Stromzweige mit $J_1, J_2, J_3 \dots J_n$, so ist

$$J = J_1 + J_2 + J_3 + \dots J_n.$$

In der Form

$$J - J_1 - J_2 - J_3 \dots - J_n = 0$$

geschrieben, sagt uns die Gleichung, daß die Summe aller in irgendeinem Knotenpunkte des elektrischen Stromkreises zusammenfließenden Ströme null sein muß, wenn ankommende Ströme positiv, abfließende negativ genommen werden. Das ist das zweite Kirchhoffsche Gesetz.

Man kann nicht sagen, daß die beiden Kirchhoffschen Gesetze irgend etwas überraschendes bringen. Sie sehen selbstverständlich aus und leicht kommt man zur Annahme, daß sie der rechnerischen Behandlung von Gleichstromkreisen wenig wirksame Hilfe versprechen. Der Schein trügt. Es gibt Fälle, in denen gerade die Kirchhoffschen Gesetze den einzigen Ausweg gestatten. Ein solcher Fall soll wegen seiner Wichtigkeit für die Meßtechnik und zur Aufklärung des Gesagten sofort behandelt werden.

Wir nehmen einen Stromkreis nach dem Schaltbild der Abb. 38 an. Ein Generator gibt die Spannung E , die einem merkwürdigen Widerstandsviereck, bestehend aus den Widerständen R_1, R_2, R_3 und R_4 , in zwei Eckpunkten des Vierecks aufgedrückt wird. Ein Strom aus dem Generator kommend, müßte sich vor allem bei A , wo die beiden Widerstände R_1 und R_3 aufeinanderstoßen, verzweigen. Nun gibt es außerdem auch noch in der Viereckdiagonale zwischen den Punkten B und C einen Widerstand R . Bei B und C kommt es somit zu einer neuerlichen Stromverzweigung.

Sieht man sich das Schaltbild gründlich an, so wird man bald entdecken, daß über die Stromstärken in den einzelnen Widerständen gar nichts ausgesagt werden kann. Das ist indessen noch nicht alles. Nicht einmal die Stromrichtung kann für die einzelnen Widerstandsbahnen angegeben werden.

Der Fall sieht hoffnungslos aus. Es ist auch nicht ersichtlich, wie die beiden Kirchhoffschen Gesetze helfen könnten. Sie sind doch an die Berücksichtigung der Stromrichtung gebunden. Jede Widerstandsspannung muß der Stromrichtung entgegengesetzt angenommen werden, das Vorzeichen der Ströme richtet sich nach der Stromrichtung.

Mit Hilfe eines Kunstgriffes, der in allen solchen verwickelten Fällen zum Ziele führt, ist aber doch eine Lösung möglich. Wir nehmen zunächst die Stromrichtungen ganz beliebig an und betrachten sie als Unbekannte genau so wie die Stromstärken J_1, J_2, J_3, J_4 und J in den bezüglichen Widerständen R_1, R_2, R_3, R_4 und R . Die Spannungsgleichungen, die wir dann dem ersten Kirchhoffschen Gesetz gemäß für alle vorhandenen geschlossenen Stromkreise aufstellen können und die Stromgleichungen, die sich

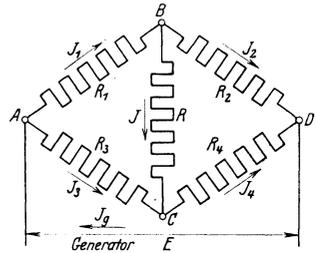


Abb. 38.

dem zweiten Kirchhoffschen Gesetz gemäß für alle vorhandenen Knotenpunkte anschreiben lassen, bilden ein System, das die Berechnung der einzelnen Ströme zweifellos gestatten wird.

Diese Berechnung wird die Größen J_1 , J_2 , J_3 , J_4 und J zusammen mit dem Gesamtstrom J_g (Abb. 38), dessen Richtung einwandfrei erkennbar ist, mit einem positiven oder negativen Vorzeichen liefern. Das positive Vorzeichen bestätigt die Richtigkeit der vorher willkürlich angenommenen Stromrichtung, das negative verbessert sie.

Wenn wir zunächst das erste Kirchhoffsche Gesetz zu Hilfe nehmen, so können wir es der Reihe nach für folgende in sich geschlossene Stromkreise brauchen:

1. Generator — A — B — D — Generator.
2. Generator — A — C — D — Generator.
3. Generator — A — B — C — D — Generator.
4. Generator — A — C — B — D — Generator.
5. A — B — D — C — A.
6. A — B — C — A.
7. D — C — B — D.

Das zweite Kirchhoffsche Gesetz läßt sich für die Knotenpunkte A, B, C, D brauchen. So entstehen mit den in der Abb. 38 angenommenen Stromrichtungen folgende Gleichungen:

1. $E - J_1 R_1 - J_2 R_2 = 0$.
2. $E - J_3 R_3 - J_4 R_4 = 0$.
3. $E - J_1 R_1 - J R - J_4 R_4 = 0$.
4. $E - J_3 R_3 + J R - J_2 R_2 = 0$.
5. $- J_1 R_1 - J_2 R_2 + J_4 R_4 + J_3 R_3 = 0$.
6. $- J_1 R_1 - J R + J_3 R_3 = 0$.
7. $J_4 R_4 + J R - J_2 R_2 = 0$

und

- a) $J_g - J_1 - J_3 = 0$.
- b) $J_1 - J - J_2 = 0$.
- c) $J_3 + J - J_4 = 0$.
- d) $J_2 + J_4 - J_g = 0$.

Es gibt 11 Gleichungen, mehr als genug, um mit Hilfe der gegebenen Spannung E und der gegebenen Widerstände R_1 , R_2 , R_3 , R_4 und R die 6 unbekanntten Ströme J_g , J_1 , J_2 , J_3 , J_4 , J berechnen zu können. Die Ströme sind trotzdem nicht überbestimmt. Man entdeckt leicht, daß mehrere Gleichungen in den übrigen bereits enthalten sind. Versucht man z. B. J zu eliminieren, was durch Addition der Gleichung (6) und (7) und ebenso (3) und (4) möglich ist, so bekommt man im ersten Falle Gleichung (5), im zweiten die Summe der Gleichung (1) und (2). Schließlich bekommt man doch nur genau so viele voneinander unabhängige Gleichungen, wie Unbekannte vorhanden sind.

Der Problemansatz zeigt genügend klar, wie mit Hilfe der Kirchhoffschen Gesetze elektrische Netze angepackt werden können. Es hat keinen praktischen Wert für den allgemeinen Fall, die Rechnung zu Ende zu führen. Wohl aber ist es nicht überflüssig, den besonderen Fall genauer anzusehen, in dem der Diagonalstrom J verschwindet.

Es ist gar nicht notwendig, für diesen besonderen Fall die oben aufgestellten Gleichungen anzuwenden. Schneller als mit dieser methodischen Rechnung kommt man mit Hilfe einer Überlegung zum Ziel, die sich sofort aufdrängt, wenn nochmals das Schaltbild der Abb. 38 angesehen wird.

Zwischen den Punkten B und C kann keine Spannung herrschen, wenn

$$J = 0$$

wird. B und C haben demnach dasselbe Potential. Daraus folgt aber unmittelbar die Erkenntnis, daß zwischen A und B dieselbe Spannung vorhanden sein muß, wie zwischen A und C. Es ist deshalb

$$J_1 \cdot R_1 = J_3 \cdot R_3.$$

Auf dieselbe Weise kommt man zum Ergebnis:

$$J_2 \cdot R_2 = J_4 \cdot R_4.$$

Außerdem aber muß nun, da sich bei B kein Stromteil mehr abzweigt:

$$J_1 = J_2$$

sein und ebenso

$$J_3 = J_4.$$

So kommt man zu der Bedingungsgleichung

$$R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3,$$

die erfüllt sein muß, wenn in der Diagonale BC kein Strom fließen soll.

Wir können den interessanten Fall sehr schön für Widerstandsmessungen verwerten. Zu diesem Zwecke bauen wir ein Widerstandsviereck so auf, daß zwei Viereckseiten von zwei festen, bekannten Widerständen R_1 und R_2 gebildet werden. In die dritte Seite legen wir einen regelbaren Widerstand, jedoch so, daß bei jeder Stellung des gleitenden Kontaktes der jeweilig eingeschaltete Widerstand R an einer Skala abgelesen werden kann. Die vierte Seite bildet schließlich der unbekannte Widerstand X (Abb. 39). In die eine Viereckdiagonale wird ein Strommesser eingeschaltet, an die beiden übrigen Eeckpunkte eine Spannung aufgedrückt.

Nun verschieben wir den Gleitkontakt des regelbaren Widerstandes so lange, bis der Strommesser das Verschwinden des Diagonalenstromes anzeigt. In der dritten Viereckseite ist in diesem Augenblick ein Widerstand R ablesbar. Es muß nun

$$R_1 \cdot X = R_2 \cdot R$$

sein und wir erhalten sofort

$$X = \frac{R_2}{R_1} \cdot R.$$

Das ist die sog. Wheatstonesche Brücke. Ihr Meßbereich ist durch das Verhältnis

$$\frac{R_2}{R_1}$$

der beiden festen Widerstände gegeben. Es ist nicht schwer, das Instrument so einzurichten, daß durch einfache Änderungen verschiedene Meßbereiche erhalten werden können, mit anderen Worten, daß etwa

$$\frac{R_2}{R_1} = 0,1, 1, 10, 100$$

je nach Wunsch eingestellt werden kann.

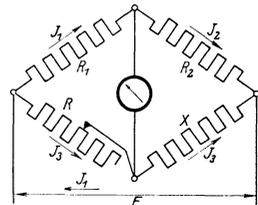


Abb. 39.

Der zu messende Widerstand X kann nicht immer unmittelbar an die Klemmen des Instrumentes gelegt werden. In diesem Fall mißt man natürlich den Widerstand der Meßleitungen mit. Der Fehler, der sich dabei einschleicht, kann indessen leicht wieder beseitigt werden. Nach beendeter Messung entfernt man nämlich den Widerstand, schließt die Meßleitungen zusammen und mißt noch einmal den Widerstand dieser Leitungen allein. Die Differenz der beiden Meßergebnisse gibt dann den wirklichen Wert von X .

Das sinnreiche Instrument kann zuweilen improvisiert werden, wenn es nötig ist. Die Hauptsache ist das Vorhandensein eines regelbaren Widerstandes. Insbesondere braucht man das Meßverfahren, wenn es sich darum handelt, den Ort der Beschädigung eines Kabels zu bestimmen.

Ein Kabel wird eingegraben. Oft liegt es unter dem Pflaster einer verkehrsreichen Straße. Ganz undenkbar wäre das Ausgraben des ganzen Kabels, wenn es sich zeigt, daß irgendwo ein Fehler aufgetreten ist, daß zum Beispiel einer der Kabelleiter leitende Verbindung mit dem Bleimantel bekommen hat. Der Fehlerort muß möglichst genau vorher bestimmt werden, damit nur wenig gegraben werden muß.

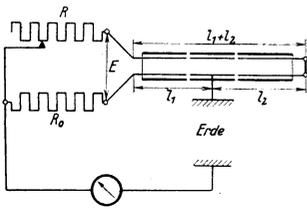


Abb. 40.

Der Fehlerpunkt zerlegt das Kabel in zwei Teile mit den Längen l_1 und l_2 . Die Teilwiderstände R_1 und R_2 des Kabels sind den Längen l_1 und l_2 proportional, weil doch der Kabel-

leiter durchwegs den gleichen Querschnitt hat. Man kann den Fehlerpunkt als Eckpunkt eines erst aufzubauenden Widerstandsviereckes betrachten, in dem R_1 und R_2 zwei Seiten bilden. Der Umstand, daß die Lage des Eckpunktes und damit das Verhältnis der beiden Widerstände unbekannt ist, kann, wie wir sehen werden, durch einen Kunstgriff bewältigt werden.

Die beiden übrigen Leiter des Widerstandsviereckes bilden wir mit Hilfe eines regelbaren Widerstandes R und eines festen Widerstandes R_0 . Um die Schwierigkeit, daß Kabel meist sehr lang sind, daß demnach der Anfang und das Ende des Kabel als weitere Eckpunkte des aufzubauenden Widerstandsviereckes sehr weit voneinander entfernt sind, kommt man herum, wenn man den Umstand ausnützt, daß das Kabel gewöhnlich mehrere Leiter von gleichem Querschnitt enthält.

Wir schließen die Enden des beschädigten und eines gesunden Kabelleiters zusammen. Der Anfang des beschädigten und der Anfang des gesunden Leiters können dann als Eckpunkte des Widerstandsviereckes genommen werden. Es ist dann l_1 die Entfernung des Fehlerpunktes vom Kabelanfang, l_2 , vermehrt um die ganze Kabellänge $l_1 + l_2$ seine andere Entfernung vom Kabelanfang.

Das endlich gebildete Widerstandsviereck (Abb. 40) braucht nur noch einen Strommesser in der Diagonale, damit gemessen werden kann. An den Treffpunkt der Widerstände R und R_0 kann man ihn ohne weiteres anschließen. Auf der anderen Seite müßte es aber an den Fehlerpunkt gelegt werden, was unmöglich erscheint.

Diese Schwierigkeit ist nur scheinbar. Wo der Fehlerpunkt liegt, wissen wir nicht, da wir es doch erst durch Messung bestimmen wollen. Aber das wissen wir, daß im Fehlerpunkt der Leiter am Bleimantel, d. h. an Erde liegt. Wenn wir daher die zweite Klemme des Strommessers erden, so sind wir sicher, daß dem Diagonalstrom ein Weg offen steht.

Wird jetzt der veränderliche Widerstand R so eingestellt, daß der Strommesser das Verschwinden des Diagonalstromes anzeigt, muß wieder

$$R_1 \cdot R_0 = R \cdot R_2$$

sein. Nach der oben gegebenen Aufklärung ist

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{2l_2 + l_1}{l_1}$$

Die Kabellänge

$$l = l_1 + l_2$$

ist bekannt. So ergibt sich

$$l_1 = l \frac{2R}{R + R_0}$$

Die Grundgesetze der Gleichstromkreise, zu denen auch die beiden, nun zu voller Geltung gekommenen Kirchhoffschen Gesetze zählen, können noch um ein Nebengesetz vermehrt werden, das zwar schon in Feinheiten eindringt, aber trotzdem den Überblick über die Stromerscheinungen erweitert. Es betrifft die Stromverteilung über den Leiterquerschnitt.

Wir wollen uns nochmals eine Stromverzweigung ansehen (Abb. 41). Der Strom J verzweigt sich auf zwei Stromzweige J_1 und J_2 , entsprechend den Widerständen R_1 und R_2 :

$$J_1 R_1 = J_2 R_2.$$

So verlangt es das Ohmsche Gesetz.

Die Joulesche Wärme der Stromverzweigung ist

$$J_1^2 R_1 + J_2^2 R_2 = N.$$

Es ist der Untersuchung wert, ob es nicht eine andere Stromaufteilung des Gesamtstromes J auf die beiden Widerstände gibt, die einen kleineren Energieaufwand erfordert.

Wir müssen uns vom Ohmschen Gesetz freimachen. Wir betrachten deshalb zwei nicht zusammengeschaltete Widerstände R_1 und R_2 und teilen auf sie den Strom J beliebig auf. J_1 und J_2 sind demnach veränderlich, nur noch ihre Summe steht fest. Wann erhalten wir die kleinste Joulesche Gesamtwärme

$$J_1^2 R_1 + J_2^2 R_2 = N,$$

wenn

$$J_1 + J_2 = J$$

ist?

Aus

$$2 J_1 R_1 \cdot dJ_1 + 2 J_2 R_2 \cdot dJ_2 = 0$$

und

$$dJ_1 + dJ_2 = 0$$

ergibt sich sofort

$$J_1 R_1 = J_2 R_2.$$

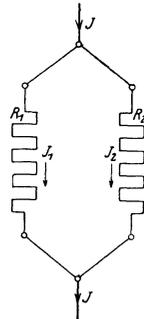


Abb. 41.

Das Ohmsche Gesetz verbürgt demnach den kleinsten Energieaufwand in Stromverzweigungen. Aber in jedem Leiter kann man sich den Strom in unendlich viele Stromfäden zerlegt denken, die parallel geschaltet sind, die lauter Stromzweige bilden. Der Strom kommt demnach, ganz allgemein gesprochen, mit dem kleinsten Energieaufwand durch, wenn er sich über den Leiterquerschnitt gleichmäßig verteilt.

Nicht immer hat der Leiter einen durchaus homogenen Querschnitt. Der Strom verteilt sich aber nur dann über den ganzen Querschnitt gleichmäßig, wenn er damit die kleinste Joulesche Wärme erreicht. Für ungleichmäßig aufgebaute Leiter wird das Gesetz der kleinsten Jouleschen Wärme wertvoll.

Im Laufe der vorangehenden Untersuchungen der Gleichstromkreise haben wir Gelegenheit gehabt, die Möglichkeit von Messungen der Stromstärken und der Widerstände nachzuweisen. Es ist unbedingt noch notwendig, auch eine Möglichkeit der Spannungsmessung zu suchen.

Eine solche Möglichkeit ist leicht gefunden. Ein Strommesser von bekanntem Widerstand gibt eigentlich auch die Spannung an, die zwischen dem Eintritts- und dem Austrittspunkt des durch das Instrument durchfließenden Stromes herrscht. Strommesser und Spannungsmesser sind demnach, wenn man will, wesensgleich.

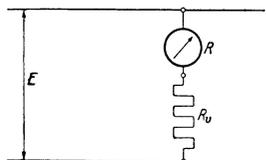


Abb. 42.

Die Spannung eines Strommessers, die Spannung zwischen seinen Klemmen ist immer sehr klein. Sie muß klein sein, damit nicht der Strommesser ein unangenehmer Energie- und Span-

nungsverbraucher wird. Der Widerstand des Strommessers muß klein gemacht werden.

Die zu messenden Spannungen irgendwelcher Punktpaare des Stromkreises können die Höhe der vollen Betriebsspannung fast erreichen. Ein gewöhnlicher Strommesser, etwa nach Abb. 42 eingeschaltet, würde unter dem Druck der Spannung einem sehr großen Strom den Weg ebnen, er würde sofort verbrennen. Der Stromzweig, den er bilden würde, ist für den Betrieb wertlos. Er darf nur ganz unscheinbare Zweigströme durchlassen.

Daraus folgt sofort die Erkenntnis, daß Spannungsmesser nichts anderes zu sein brauchen als Strommesser mit hohem Widerstand. Für den Spannungsmesser ist ein kleiner Eigenstrom ebenso wichtig wie für den Strommesser eine kleine Eigenspannung, eine kleine Klemmenspannung.

Ist nun J_{\max} der höchste Strom, den der Spannungsmesser mit dem Eigenwiderstand R noch messen kann, so ist

$$E_{\max} = J_{\max} \cdot R$$

die höchste mit dem Instrument noch meßbare Spannung. Die Skala des Spannungsmessers läßt natürlich nicht die Ströme, sondern unmittelbar die Spannungen ablesen.

Leicht läßt sich erkennen, wie der Meßbereich eines Spannungsmessers (Voltmeters) erweitert werden kann. Man muß in Reihe mit dem Instrument Widerstände, sog. Vorschaltwiderstände schalten (Abb. 42).

Diese Vorschaltwiderstände R_0 werden mit Vorteil

$$R_0 = 9 R, 99 R, 999 R$$

betragen, damit der Meßbereich verzehnfacht, verhundertfach wird. Sie müssen mit dem Spannungsmesser zusammen geeicht werden.

Man beachte die Zuordnung Strommesser — Parallelwiderstand, Spannungsmesser — Reihenwiderstand, Strommesser — kleine Klemmenspannung, Spannungsmesser — kleiner Strom. Wir werden später öfters Gelegenheit haben, ähnliche Zuordnungen aufzustellen.

In der bisherigen Untersuchung der Gleichstromkreise spielen die Nichtleiter keine Rolle. Immer wieder war nur von Leitern die Rede. Leicht könnte auf diese Weise der Eindruck entstehen, daß die Ergebnisse der Festigkeitslehre für Gleichstromkreise keine Bedeutung haben.

Der Schein trügt. Zwischen den verschiedenen Teilen des Gleichstromkreises gibt es Spannungen. Der Zuleiter und der Rückleiter der Anordnung der Abb. 42 haben z. B. fast noch die volle Generatorspannung. Sie laufen meist einen langen Weg nebeneinander.

Spannung ohne Ladungen ist undenkbar. Ein elektrisches Feld spinnt dauernd seine Kraftlinien von Zuleiter und Rückleiter. Man kann für einen sehr kurzen Zeitraum die sonst fließende Elektrizität als ruhend ansehen. Die Festigkeitsprobleme sind da.

Die Anwesenheit der Erde als dritter Leiter spielt ebenfalls ihre bekannte Rolle. Zuleiter und Rückleiter werden ungefähr die gleiche Erdkapazität haben. Nach der Untersuchung auf S. 46 muß man folgern, daß bei einer

Betriebsspannung E der Zuleiter die Spannung $+\frac{E}{2}$, der Rückleiter die Spannung $-\frac{E}{2}$ gegen Erde aufweisen wird.

Sofort erkennt man, daß die Nichtleiter doch auch eine Rolle spielen. Sie müssen den gewünschten Stromlauf sichern, sie dürfen vom elektrischen Feld nicht zertrümmert werden. Der Strom würde ja sonst einen ganz anderen Weg gehen.

Gleichstromanlagen haben, wie wir später sehen werden, bescheidene Spannungen. Das elektrische Feld, das immer in jedem Stromkreis vorhanden ist, stellt in Gleichstromanlagen keine schweren Probleme. Die Luft übernimmt in den meisten Fällen die Feldlast. Zuweilen müssen Leiter der Stromkreise mit einer isolierenden Hülle versehen werden. Wenn z. B. die Leiter, die eine Glühlampe speisen, an den gemauerten Wänden, die elektrisch Erde sind, befestigt werden, müssen sie gut eingewickelt werden. Sie bekommen meist einen Gummimantel und außerdem eine Umflechtung.

Man täuscht sich nur zu leicht über die Wichtigkeit der Isolierung in Gleichstromanlagen mit ihren niedrigen Betriebsspannungen. Eine Tatsache ist nämlich bei der Untersuchung des elektrischen Feldes noch unberücksichtigt geblieben, die jetzt nachgetragen werden kann und muß, die Tatsache nämlich, daß es absolute Nichtleiter ebensowenig gibt wie absolute Leiter.

Die verschiedenen Metalle lassen den elektrischen Strom mehr oder weniger leicht durchfließen, sie leiten mehr oder weniger gut. Von den

Nichtleitern wurde bisher vorausgesetzt, daß sie überhaupt keine Elektrizitätsbewegung, außer in der Form der elektrischen Verschiebung, zulassen. Aber in Wirklichkeit haben die Lichtleiter nur sehr hohe spezifische Widerstände. Unendlich groß sind sie nicht.

In der folgenden Zusammenstellung sind die spezifischen Widerstände einiger Nichtleiter angeführt:

	Spezifischer Widerstand in $\Omega \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$
Marmor	2 — 6 · 10 ¹²
Glas	~ 10 ¹⁹
Gummi	~ 10 ¹⁹
Porzellan	10 ²²
Wasser (rein)	10 ¹³

Sie sind gewiß sehr groß. Aber andererseits hat z. B. eine Gummihülle, wenn sie außen überall an Erde liegen würde, einen sehr großen Querschnitt, den sie dem radial aus dem Leiter tretenden Strom bieten kann und einen nur sehr kurzen Stromweg. Ist z. B. der Leiter 100 m lang, die Gummihülle 1 mm stark und beträgt der mittlere Durchmesser des Gummimantels 5 mm, so ergibt sich ein Widerstand:

$$10^{19} \cdot \frac{10^{-3}}{100 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot \pi} = 6 \cdot 10^9 \Omega.$$

Zuweilen kann der Stromverlust, die sog. *Ableitung*, beachtenswert werden.

Eine ernste Verwicklung für die elektrische Festigkeitslehre bringt die Tatsache, daß die Isolatoren einen negativen Temperaturkoeffizienten als Leiter haben. Ihr spezifischer Widerstand fällt mit steigender Temperatur ganz erheblich ab.

Ein Nichtleiter unter Spannung läßt einen, zwar nicht bedeutenden, aber immerhin beachtenswerten elektrischen Strom durch. Der Strom bringt Joulesche Wärme. Die Temperatur des Isolators steigt. Mit ihr fällt der Widerstand, was eine weitere Steigerung der Temperatur bringt. Es hängt offenbar viel davon ab, wie der Nichtleiter gekühlt wird.

Elektrische Nichtleiter leiten auch die Wärme sehr schlecht. In starken Schichten verwendet, wird der Nichtleiter in seinem Inneren erheblich wärmer sein als an seiner Oberfläche. Es scheint, daß damit die Tatsache erklärlich ist, daß z. B. eine 1 mm starke Papierschicht erheblich widerstandsfähiger ist als ein Zehntel einer 10 mm starken Schicht des gleichen Baustoffes.

Der Zusammenbruch eines Nichtleiters im elektrischen Feld scheint sich auf folgende Weise abzuspielen. Die aufgedrückte Spannung treibt über den Nichtleiterwiderstand, wie oben beschrieben, den Strom, der sich selbst höher und höher treibt. Ist die Erscheinung labil, gelingt es also dem Nichtleiter nicht, das Temperaturgleichgewicht zu finden, verbrennt er schließlich.

Die Frage, ob der Durchschlag eines Nichtleiters im elektrischen Feld eine reine Erwärmungserscheinung ist, oder ob es sich um eine wirkliche elektrische Zertrümmerung handelt, ist noch nicht geklärt. Wahrscheinlich ist der Vorgang beim Durchschlag sehr verwickelt. Es ist hier nicht möglich, auf die Feinheiten des Problems einzugehen. Wichtig war es jedenfalls, eine

Erklärung für die beobachtbare Tatsache zu geben, daß die elektrische Festigkeit des Nichtleiters abnimmt, wenn er in starken Schichten verwendet wird.

Wenn in Gleichstromkreisen das immer bestehende elektrische Feld, das die Leiter umgibt, wenig bemerkt wird, wird eine andere wichtige Erscheinung, die mit der Bewegung der Elektrizität unzertrennbar verbunden ist, noch weniger wahrgenommen — das magnetische Feld. Die gleichförmige Bewegung hat eben ihre Eigenheiten, sie ist ganz besonders einfach.

Ein materieller Körper, in gleichförmiger Bewegung, läßt ebenfalls wenig ahnen, daß er elastisch, daß er auch träge ist. Die ihn bewegende Kraft und die Widerstandskraft der Bewegung, vor allem die Reibungskraft, füllen das einfache Bild aus. Die Elastizität merkt man erst, wenn die einwirkende Kraft nachläßt und dann, wenn sie wieder ansetzt. Die Trägheit der Masse bemerkt man, wenn sich die Geschwindigkeit ändert.

Aber die Elastizität ist immer vorhanden und die Masse ist da, ob der Körper ruht oder sich bewegt. Das Bild, dem die Haupteigenschaften des bewegten Körpers fehlen, ist nicht vollständig. Schließlich hat jede gleichförmige Bewegung einen Anfang und ein Ende. Einmal setzt die treibende Kraft an und einmal muß sie nachlassen.

Die Theorie behandelt gleichförmige Bewegungen, als ob sie ohne Anfang und ohne Ende wären, sie behandelt auch die Gleichströme so, als wären sie ewig. Aber die praktisch vorkommenden Gleichströme sind nicht ewig.

Wir haben oben darauf hinweisen müssen, daß die Leiter des Gleichstromkreises von einem elektrischen Feld umgeben sind, daß die sie umgebenden Nichtleiter unter Zwang stehen, daß sie elastisch deformiert sind. Wir können es nicht unterlassen, auch der Trägheit des elektrischen Stromes nachzugehen — wir müssen das zweite Feld, das jeden stromdurchflossenen Leiter umgibt, das magnetische Feld, ebenfalls beachten.

Schon die Tatsache, daß jeder Gleichstrom einmal entsteht und einmal vergeht, zeigt, daß die Zeit und mit ihr die Zustandsänderungen der Elektrizitätsbewegung auf die Dauer aus der Theorie der Elektrotechnik nicht ausgeschlossen werden kann. Nun, beim bevorstehenden Übergang vom Gleichstrom zu Strömen, deren Stärke sich zeitlich ändert, erscheint es unvermeidlich, nachzusehen, ob und wie die Elektronen träge sind, ob es eine elektrische Masse gibt und in welcher Form sie auftritt.

Die Physik lehrt, daß die ganze Umgebung eines stromdurchflossenen Leiters nicht nur unter dem Einfluß des elektrischen Feldes der auf dem Leiter befindlichen freien Elektrizitätsmenge ist, sondern daß sie außerdem unter einen zweiten Einfluß gerät, daß noch ein zweites Feld entsteht. Die Kraftlinien dieses magnetischen Feldes gehen keineswegs vom Sitz der Elektrizitätsmenge radial aus, sie umschlingen ihn vielmehr in geschlossenen Linien.

Abb. 43 zeigt den Querschnitt eines Leiters, der einen in die Bildebene eintretenden Strom führt. Die magnetischen Kraftlinien bilden Kreise

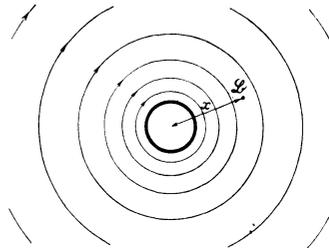


Abb. 43.

um den Leiterquerschnitt. Die Feldkraft kann nur einer geschlossenen Bahn folgen.

Aus der Theorie des elektrischen Feldes hat die Theorie des magnetischen Feldes nicht nur das wertvolle Hilfsmittel der Kraftlinien übernommen, sie stellt auch die Stärke des magnetischen Feldes an einer beliebigen Stelle durch die Anzahl der Kraftlinien dar, die durch die Flächeneinheit der zu den Kraftlinien senkrechten Fläche an der betrachteten Stelle geht. Ja die Theorie des magnetischen Feldes geht noch weiter. Sie stellt die Feldstärke nicht nur so dar, sie mißt sie ohne Umstände einfach in Kraftlinien je Quadratcentimeter.

Die elektrische Feldstärke war der wirkenden Ladung proportional. Die magnetische Feldstärke ist der Stärke des wirkenden Stromes proportional. Das Linienintegral der elektrischen Feldstärke war die elektrische Spannung. Das Linienintegral der magnetischen Feldstärke, einer Kraftlinie folgend, ist die magnetische Spannung.

Bezeichnen wir die Feldstärke in Kraftlinien je Quadratcentimeter mit \mathfrak{H} , die wirkende Stromstärke mit J , das Längendifferential einer Kraftlinie, an der entlang wir die Feldstärke \mathfrak{H} haben mit dl (cm), so ist:

$$\oint \mathfrak{H} \cdot dl = k \cdot J.$$

Darin ist k noch ein Koeffizient, der zum Teil von den Eigenschaften des vom magnetischen Feld durchdrungenen Stoffes abhängig ist.

Die meisten Baustoffe, Leiter und Nichtleiter, verhalten sich im magnetischen Feld alle gleich. Für sie alle ist, wie aus der Physik bekannt,

$$k = \frac{4\pi}{10}$$

und das Magnetisierungsgesetz, das sie befolgen, lautet

$$\oint \mathfrak{H} \cdot dl = \frac{4\pi}{10} J.$$

Nur Eisen, Kobalt und Nickel haben eine wesentlich höhere magnetische Durchlässigkeit. Ihr Magnetisierungsgesetz ist:

$$\oint \mathfrak{H} dl = \frac{4\pi}{10} J \cdot \mu \quad (24)$$

Dies ist die allgemeine Form des Gesetzes, in der die magnetische Durchlässigkeit (Permeabilität) ebenfalls auftritt. Für die meisten Stoffe ist

$$\mu = 1,$$

für Eisen, Kobalt und Nickel ist μ viele hundert Mal größer, dabei aber nicht konstant.

Was wirkt nun in der Richtung der magnetischen Kraftlinien, welcher Art ist die magnetische Kraft? Wir wissen es nicht. Wahrscheinlich ist es überhaupt keine Kraft, die mit den Kräften des elektrischen Feldes oder des Gravitationsfeldes verglichen werden könnte. Vielleicht ist das magnetische Feld nur die Ordnung der Achsen der Atomkreisel bei Gleichstellung der Umdrehungsrichtungen. Vielleicht zeigen uns die Kraftlinien des magne-

tischen Feldes nur an, in welche Richtung die Kreiselachsen gestellt werden.

Daß das Eisen weit leichter magnetisiert wird als z. B. das Kupfer, ließe sich erklären. Es hat wahrscheinlich leichter einstellbare Atomkreisel. Die rasche Abnahme der magnetischen Durchlässigkeit mit dem Ansteigen des wirkenden Stromes zeigt vielleicht nur, daß mehr Atomkreisel eben nicht gerichtet werden können als vorhanden sind.

Wir kennen magnetische Pole. Wir haben eben an jedem magnetischen Körper eine ausgesprochene Richtung, in der wir die Atomkreisel im Uhrzeigersinn umlaufen sehen und eine andere, in der der Drehsinn umgekehrt ist. Magnetismus ist sicherlich kein Stoff. Er bewegt sich nicht, er ist an seinen magnetisierten Körper gebunden.

Wir können mit der scheinbaren Kraft des magnetischen Feldes den Baustoff nicht zertrümmern, wie mit der Kraft des elektrischen Feldes. Sie hat sich im Ausrichten der Atomachsen bereits ausgewirkt. Sie deformiert den Baustoff nicht elastisch wie die elektrische Feldkraft. Aber sie erhält die erzielte Ordnung, die gegen die zwischen den Atomen wirkenden Kräfte durchgesetzt wurde. Man kann sich sehr wohl vorstellen und auch tatsächlich beobachten, daß im magnetischen Feld Energie aufgespeichert liegt.

Der Eingriff in den Atombetrieb erstreckt sich natürlich so weit, wie das Feld reicht, soweit magnetische Kraftlinien ihre Kreise ziehen. Kennzeichnend für den magnetischen Zustand der Leiterumgebung ist demnach die Gesamtanzahl der Kraftlinien des magnetischen Feldes, das ihn umschlingt.

Diese Gesamtkraftlinienzahl ist nach dem Magnetisierungsgesetz der wirkenden elektrischen Stromstärke proportional. Es liegt nahe, die Gesamtkraftlinienzahl für den Fall jeweils anzugeben, daß nur die Einheit der Stromstärke wirkt. Diese Kraftlinienzahl ist dann das Maß der sog. Induktivität des Leiters.

Es kann ohne viel Überlegung vorausgesagt werden, daß die Induktivität von der möglichen geometrischen Form des magnetischen Feldes abhängig sein wird. Genau so war es bei der Kapazität. Es gibt keine Induktivität schlechtweg, sondern immer nur die Induktivität bei gegebener Leiteranordnung, bei gegebener Strombahn.

Die Aufgabe, die Induktivität für verschiedene Anordnungen des magnetisierenden Stromes zu bestimmen, entspricht der Aufgabe, die Kapazität für verschiedene Leiteranordnungen auszurechnen. Sie muß ähnliche Schwierigkeiten bringen. Eine besondere Schwierigkeit bereitet die Induktivität eines stromdurchflossenen Leiters, der vom Eisen umgeben ist. Sie ist nämlich keine feststehende Größe, weil die magnetische Durchlässigkeit des Eisens schwankt. In diesem Falle muß man eben jeder wirkenden Stromstärke eine andere Induktivität zuschreiben.

Kapazität, Ohmscher Widerstand und Induktivität kennzeichnen gemeinsam einen Stromkreis vollständig. Es ist so wie in der Mechanik. Der Bewegungszustand eines Körpers ist auch erst bestimmt, wenn der Bewegungswiderstand, die Elastizität und die Masse des Körpers bestimmt sind.

Ein ruhender Körper antwortet auf äußere Kräfte nur mit seiner Elastizität, ein gegen Bewegungswiderstände gleichförmig bewegter Körper ist meist elastisch deformiert, zeigt aber nicht, daß er Masse hat. Erst ein ungleichförmig bewegter Körper läßt erkennen, daß er elastisch ist, daß er gegen Bewegungswiderstände stößt und daß er außerdem Masse hat.

Ruhende Elektrizität deckt die Kapazität der Leiteranordnung auf, gleichförmig bewegte außerdem den elektrischen Widerstand. Die Induktivität des vom Gleichstrom durchflossenen Leiters tritt nicht hervor. Wir müssen erwarten, daß wir erst bei zeitlich veränderlichen Strömen Wirkungen der Induktivität sehen werden.

Es ist nicht überflüssig, noch einmal darauf hinzuweisen, daß Kapazität, Widerstand und Induktivität in erster Reihe rein geometrische Eigenschaften sind, abhängig von der geometrischen Gestalt und Anordnung der Leiter. Mit ihnen tritt die ganze Umgebung der eigentlichen Strombahn mitwirkend auf. Es ist somit tatsächlich wahr, daß nur scheinbar, nur für das ungeübte Auge des Laien, der elektrische Betrieb auf die Leiter, auf die ausgespannten Drähte beschränkt ist. Der Schauplatz der elektromagnetischen Vorgänge ist der ganze Raum. Wir sehen ihn bis in die fernsten Fernen durchspannt von elektrischen und magnetischen Kraftlinien.

Siebente Vorlesung.

Bohrerregel. Einheit der Kraftflußdichte. Das Ohmsche Gesetz des Kraftflusses. Magnetischer Widerstand. Induktivität zweier paralleler Leiter. Induktivität von Spulen. Durchflutung. Verkettung. Magnetisierungskurve. Magnetische Hysteresis. Selbstinduktionsspannung.

Das elektrische Feld bereitet der Theorie weit mehr Schwierigkeiten als das magnetische Feld. Die Leiteranordnungen bestimmen im elektrischen Feld mit ihrer geometrischen Gestalt den Lauf der Kraftlinien und die Form der Flächen gleicher Potentiale. Wir haben im elektrischen Feld einer gegebenen Anordnung keine Möglichkeit, die Kraftlinien zu lenken.

Das magnetische Feld verhält sich wesentlich anders. Man beobachtet zwar dieselbe Abhängigkeit des Kraftlinienverlaufes und der Form der Äquipotentialflächen, die man ebenfalls einführen könnte, wenn man wollte — sie haben in Wirklichkeit einen weit geringeren praktischen Wert als im elektrischen Feld — von der Anordnung der stromdurchflossenen Leiter, wenn das magnetische Feld z. B. in der Luft aufgebaut wird. Aber das Eisen hat, wie wir gesehen haben, eine weitaus größere magnetische Durchlässigkeit als andere Stoffe. Das Eisen, im magnetischen Feld richtig eingebaut, öffnet den Kraftlinien ungemein bequeme Wege. Es ist imstande, ganz nach dem Willen des Konstrukteurs die Kraftlinien zu lenken.

Der Unterschied zwischen dem elektrischen und dem magnetischen Feld ist derart wichtig, daß wir ihm eine genauere Untersuchung widmen müssen. Es muß ganz klar festgestellt werden, wie die Beeinflussung des magnetischen Feldes möglich ist und warum sie eigentlich möglich ist.

Wir greifen auf das Grundgesetz der Magnetisierung

$$\oint \mathfrak{B} \cdot d\mathbf{l} = \frac{4\pi}{10} \mu \cdot \mathbf{J}$$

zurück und untersuchen zunächst den einfachsten Fall eines alleinstehenden Leiters, der überall nur von Luft umgeben ist.

Aus Symmetriegründen kann die Kraftliniendichte, das ist die Feldstärke, in gleichen Entfernungen von der Leiterachse nur überall gleich sein. Die Kraftlinien sind Kreise mit dem Mittelpunkt in der Leiterachse, in Ebenen liegend, die zur Leiterachse senkrecht stehen (Abb. 43).

Die Richtung der Kraftlinien muß durch ein besonderes physikalisches Gesetz gegeben sein. Es gilt in der Tat die sog. Bohrerregel. Wenn ich mit der rechten Hand bohre, treibe ich den Bohrer in der Richtung des magnetisierenden Stromes und drehe den Bohrer in der Richtung der Kraftlinien. Wenn demnach in der Abb. 43 der Strom in die Bildebene eintritt, müssen die Kraftlinien im Uhrzeigersinn umlaufen.

Wenn nun in der Entfernung x (cm) von der Leiterachse überall die Liniendichte \mathfrak{B} herrscht, kann man das Linienintegral der Gleichung (24) über die ganze Länge der Kraftlinie leicht berechnen. Es ist:

$$\mathfrak{B} \int_0^l dl = \mathfrak{B} \cdot 2 \pi x = \frac{4 \pi}{10} \cdot J.$$

Die Luft hat die Durchlässigkeit

$$\mu = 1,$$

was berücksichtigt wurde.

Sofort ergibt sich

$$\mathfrak{B} = \frac{2 J}{10 x} \text{ Kraftlinien/cm}^2.$$

Die Maßeinheit der Liniendichte ist ein Gauß. Sie entspricht einer Kraftlinie auf das Quadratcentimeter.

In unserem einfachen Fall nimmt die Liniendichte mit der ersten Potenz der Entfernung vom Leiter ab. Wir können aber dieses einfache Bild sofort stören, wenn wir in das magnetische Feld einen eisernen Kreisring, etwa mit dem Querschnitt eines Quadratcentimeters einbauen, so wie es Abb. 44 zeigt. Die Liniendichte wird in diesem Ring sofort μ mal größer. Sie kann unter Umständen 3000 mal größer werden. Das ist eine gewaltige Änderung.

Geht man indessen der Sache genauer nach, so entdeckt man, daß eigentlich nur die Kraftlinienzahl vermehrt wurde. Das übrige Feld bleibt so wie es war. Das Gesamtfeld ist stärker geworden. Das Luftfeld sinkt in der Bedeutung gegenüber dem Teilfeld, das durch den nun von Eisen eingenommenen Raum geht.

Wir können einen Schritt weitergehen und dem Grundgesetz der Magnetisierung noch eine andere Form geben. Ein Büschel Kraftlinien in der Entfernung x vom Leiter hat die Länge:

$$l = 2 \pi x.$$

Es drchsetze überall den Büschelquerschnitt dF (cm²), der unendlich klein angenommen werden muß, damit die Liniendichte wirklich an allen Stellen des Querschnittes gleich groß ist. Das Büschel hat $d\Phi$ Kraftlinien und es ist

$$\mathfrak{B} = \frac{d\Phi}{dF}.$$

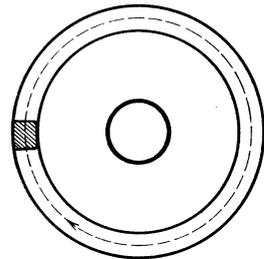


Abb. 44.

Jetzt ist

$$l \cdot \frac{d\Phi}{dF} = \frac{4\pi}{10} \mu \cdot J$$

oder

$$d\Phi = \frac{\frac{4\pi}{10} J}{\frac{1}{\mu} \frac{1}{dF}} \text{ Kraftlinien.} \quad (25)$$

In einem homogenen magnetischen Feld ist

$$\Phi = \frac{\frac{4\pi}{10} \cdot J}{\frac{1}{\mu} \frac{1}{F}} \text{ Kraftlinien.} \quad (25a)$$

Das Grundgesetz der Magnetisierung hat in der neuen Form der Gleichung (25) bzw. (25a) eine unverkennbare Ähnlichkeit mit dem Ohmschen Gesetz. Es ist, als ob ein Strom von der Stärke Φ , getrieben von der magnetischen Spannung $\frac{4\pi}{10} J$ (Ampere) über einen magnetischen Widerstand

$$R_m = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{1}{F}$$

fließen würde. Die Ähnlichkeit ist noch tiefgehender. Der Aufbau des magnetischen Widerstandes entspricht durchaus dem Aufbau des elektrischen Widerstandes. Die magnetische Durchlässigkeit μ hat durchaus die Rolle der elektrischen Leitfähigkeit.

Es ist lediglich Sache des Maßstabes, daß wir bei der Berechnung magnetischer Widerstände die Längen in Zentimetern, die Querschnitte in Quadratcentimetern, einführen, während wir bei der Ermittlung der elektrischen Widerstände die Längen in Metern, die Querschnitte in Quadratmillimetern ansetzen.

Kein Wunder ist es, daß angesichts der großen Ähnlichkeit des Ohmschen und des Magnetisierungsgesetzes die Theorie statt vom magnetischen Feld zu sprechen, magnetische Kraftflüsse behandelt. Kein Wunder, daß der Praktiker einen wirklichen Fluß vor sich zu haben wähnt, etwas ähnliches wie einen elektrischen Strom. Er spricht sogar vom magnetischen Strom.

Die Bezeichnung ist irreführend, sie verdirbt das physikalische Bild. Der Kraftfluß ist ein Hilfsbegriff, nicht mehr. Es ist doch nur ein eigentümlicher Zustand der Materie vorhanden, es fließt nichts.

Trotzdem ist die Analogie mit dem Ohmschen Gesetz von praktischem Wert. Der Ingenieur braucht, wie wir später sehen werden, Kraftlinien. Er erzeugt sie mit magnetisierenden Strömen. Er muß wissen, wie er sich die Arbeit erleichtert, wie er den Kraftlinien den Weg ebnet. Der Hilfsbegriff des magnetischen Widerstandes ist nützlich.

Er zeigt aber ganz klar, daß man mit Hilfe des Eisens ungeheuer stärkere Felder bei derselben Anordnung erreichen kann als ohne Eisen. Es zeigt,

daß praktisch das Teilfeld, das im Eisen verläuft, das übrige Feld bis zur Bedeutungslosigkeit herunterdrücken kann.

Praktisch kann man somit die magnetischen Kraftlinien lenken. Man muß ihnen nur einen Weg im Eisen aufbauen, sie werden ihm bestimmt folgen, weil Nebenwege durch die Luft viel größere Widerstände enthalten. Deshalb hat die Theorie des magnetischen Feldes eigentlich nur geringe Schwierigkeiten zu überwinden.

Besonders anschaulich wird die Macht des Eisens, wenn der Umstand berücksichtigt wird, daß der magnetisierende Strom immer in einer geschlossenen Bahn fließt. Er umschließt auf diese Weise eine Fläche, durch die alle von ihm erzeugten Kraftlinien hindurch müssen.

Der Kraftfluß muß nun wohl durch die Schlinge des Stromkreises, er sucht sich aber sonst den bequemsten Weg. Will man ihn nun auf eine andere Bahn führen, so muß man dafür sorgen, daß er einen noch viel bequemeren Weg bekommen wird. Ein Eisenring z. B. von der Gestalt, wie sie in der Abb. 45 angenommen wurde, erreicht den Zweck. Fast alle, praktisch alle Kraftlinien bleiben im Eisenring.

Gewiß findet die genaue Untersuchung immer noch Kraftlinien — der Praktiker nennt sie Streulinien, weil sie sich von seinem Standpunkt aus unerwünschterweise zerstreuen — die nicht durch das Eisen, sondern doch durch die Luft gehen. Aber sie haben wenig Bedeutung. Jedes Millimeter ihrer Länge entspricht Metern der Länge im Eisen. Sie brauchen deshalb große Querschnitte, um durchzukommen.

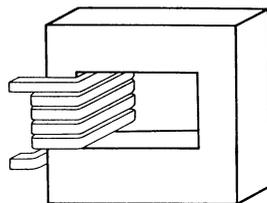


Abb. 45.

Die Induktivität eines Leiters ist mit Hilfe des Eisens stark beeinflussbar. Auch die Kapazität einer Leiteranordnung war beeinflussbar, obwohl weit weniger. Zwischen den Nichtleiterkonstanten gibt es keine so großen Unterschiede wie zwischen der magnetischen Durchlässigkeit des Eisens und der meisten anderen Stoffe.

Es gibt nur zwei Fälle von wirklich praktischer Bedeutung, für die es sich auszahlt, die Induktivität zu berechnen. In dem einen Fall wollen wir das magnetische Feld nicht beeinflussen, weil es nicht den großen Aufwand, der nötig wäre, verdient. Dieses Feld wird einfach so genommen wie es ist. Im zweiten Falle gibt es Induktivitäten, die mit dem künstlichen Aufbau eines benötigten, starken Feldes verbunden sind.

Der erste Fall ist der Fall des magnetischen Feldes zweier langer Leiter, die parallel liegen und elektrische Ströme entgegengesetzter Richtung führen. Die Hinleitung und die Rückleitung einer Gleichstromanlage bilden dieses besondere Feld. Die Induktivität solcher Leiter soll nun berechnet werden.

Wir beschränken uns natürlich auf ein kurzes Stück der Leitung, etwa von der Länge l (cm). Ein Querschnitt durch die Leitung nach Abb. 46 zeigt uns zwei kreisförmige Leiterquerschnitte mit dem Halbmesser r (cm) und dem Achsenabstand d (cm). In dem Leiter links tritt der Strom in die Bildebene ein, in dem zweiten Leiter tritt er aus der Bildebene heraus.

Nach der Bohrerregel haben die Kraftlinien beider Leiter im Leiterzwischenraum die Richtung von oben nach unten.

Alle Kraftlinien des magnetischen Feldes müssen offenbar zwischen den beiden Leitern hindurchkommen. Der zur Verfügung stehende Querschnitt hat an seiner engsten Stelle, in der Ebene, die durch die beiden Leiterachsen gelegt werden kann, die Breite $d - 2r$. Voraussetzungs-gemäß hat er die Länge l .

Die Rechnung bestimmt am einfachsten zunächst die Kraftlinien, die ein Leiter allein durch den angegebenen Querschnitt treibt, wenn ihn der Strom eines Amperes durchfließt. Die Liniendichte im Abstände x (cm) von seiner Achse beträgt dann, wie wir wissen:

$$\mathfrak{B}_x = \frac{2}{10 x} \text{ Gauß.}$$

Auf der unendlich kleinen Breite dx (cm) ist diese Liniendichte konstant (Abb. 46). Die gesamte Kraftlinienzahl, die von dem zunächst betrachteten Leiter im freien Zwischenraum erregt wird, beträgt demnach:

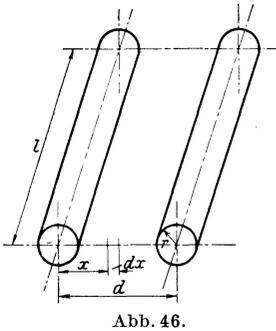


Abb. 46.

$$\int_r^{d-r} \mathfrak{B}_x \cdot l \cdot dx = 0,2 l \cdot \ln \frac{d-r}{r} \text{ Kraftlinien/Amperere.}$$

Der zweite Leiter hat denselben Einfluß auf das gemeinsame magnetische Feld. Er wird ebenfalls

$$0,2 l \cdot \ln \frac{d-r}{r}$$

Kraftlinien erzeugen. So ergibt sich die Induktivität des Leiterpaares zu

$$L = 0,4 l \cdot \ln \frac{d-r}{r}.$$

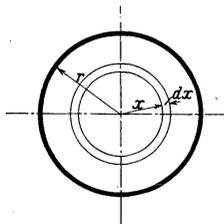


Abb. 47.

Wir messen praktisch die Induktivitäten in Henry (H), einer Maßeinheit, die 10^9 mal größer ist als die oben gewählte. Der Ausdruck für die ermittelte Induktivität ist dann endgültig

$$L = 0,4 l \cdot \ln \frac{d-r}{r} \cdot 10^9 \text{ Henry} \quad (26)$$

er kann auf

$$L = 0,4 l \cdot \ln \frac{d}{r} \cdot 10^9 \text{ Henry} \quad (26a)$$

vereinfacht werden, wenn der Leiterabstand d im Vergleich zum Leiterhalbmesser sehr groß ist.

Eine ganz genaue Rechnung müßte noch weiter geführt werden. Wir haben noch nicht alle Kraftlinien berechnet, die den Leiterstrom umschlingen. Es ist nicht schwer, dies einzusehen. Wir brauchen nur den stromdurchflossenen Leiterquerschnitt selbst noch anzusehen, um den Großteil der Ungenauigkeit zu beseitigen (Abb. 47).

Der Strom verteilt sich gleichmäßig über den Leiterquerschnitt. Durch den Querschnittskern mit dem Halbmesser x (cm) fließen

$$\frac{x^2}{r^2} \text{ Ampere,}$$

wenn, wie angenommen, ein Ampere den ganzen Querschnitt durchfließt.
Am Umfange des Querschnittskernes wird eine Kraftliniendichte

$$\mathfrak{B}_x = \frac{2}{10 x} \cdot \frac{x^2}{r^2}$$

feststellbar sein und

$$1 \cdot \mathfrak{B}_x \cdot dx = \frac{21}{10 r^2} x dx \text{ Kraftlinien}$$

werden den sie erregenden Teilstrom umschlingen. Das ist genau so, als ob

$$\frac{21}{10 r^2} \cdot x \cdot dx \cdot \frac{x^2}{r^2} \text{ Kraftlinien}$$

den ganzen Strom des Querschnittes umschlingen würden.

So kommt man zu der Zusatzinduktivität, die von beiden Leitern zu gleichen Teilen beigesteuert wird, von

$$2 \int_0^r \frac{0,21}{r^4} \cdot x^3 dx = \frac{1}{10},$$

so daß der genaue Ausdruck für die gesuchte Induktivität

$$L = 0,41 \left[\ln \frac{d-r}{r} + \frac{1}{4} \right] \cdot 10^{-8} \text{ Henry} \quad (27)$$

lautet, vorausgesetzt natürlich, daß der Leiter die magnetische Durchlässigkeit $\mu = 1$

hat.

Der zweite Fall einer praktisch bedeutsamen Induktivität ergibt sich immer dann, wenn starke magnetische Felder angestrebt wurden. Das Eisen wirkt dann, wie wir gesehen haben, gewöhnlich mit. Es gibt aber noch eine andere Möglichkeit der Verstärkung eines von einem elektrischen Strom gegebener Stärke erregten magnetischen Feldes, die wir zunächst in Betracht ziehen wollen.

Wenn man einen stromdurchflossenen Leiter zweimal um den Querschnitt herumführt, durch den er den magnetischen Kraftfluß treiben soll (Abb. 48), wird er selbstverständlich die zweifache Kraftlinienzahl erregen. Es ist doch genau so, als ob nur ein Stromumgang vorhanden wäre, dieser aber mit der doppelten Stromstärke. Man kann auf dieselbe Weise die erregende Stromwirkung auch verdreifachen, ver-x-fachen.

Zu mehrfachen Schlingen, Windungen, gewundene Leiter, sog. Spulen bildend, braucht die Elektrotechnik überall, wo sie starke magnetische Felder aufbauen, wo sie starke Induktivitäten konstruieren muß. Die Spule ist deshalb ein sehr häufig wiederkehrendes Konstruktionselement. Das Grundgesetz der Magnetisierung muß so eingerichtet werden, daß es auch Spulenfelder beherrscht.

Eine Spule mit der Windungszahl w , vom elektrischen Strom J durchflossen, erregt das magnetische Feld mit

$$w \cdot J \text{ Ampere.}$$

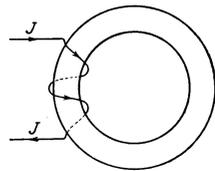


Abb. 48.

Es ist deshalb

$$\int_0^l \mathfrak{B} \cdot dl = \frac{4\pi}{10} \cdot \mu \cdot w \cdot J \tag{28}$$

und

$$d\Phi = \frac{\frac{4\pi}{10} \cdot \mu \cdot w \cdot J}{\frac{1}{\mu} \cdot \frac{1}{dF}} \tag{29}$$

die allgemeinste Doppelform des Magnetisierungsgesetzes. Man nennt vorteilhaft das Produkt der Windungszahl und der Stromstärke, wJ , die Durchflutung (A) der Spule.

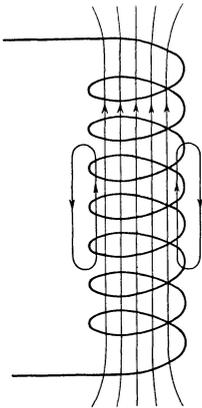


Abb. 49.

Würde nun eine Windung allein, vom Strom eines Amperes durchflossen, den Kraftfluß Φ_0 erzeugen, so erwarten wir von der Spule mit w Windungen, wenn sie ebenfalls von einem Ampere durchflossen wird und auf diese Weise die Durchflutung mit den Windungen (A) bekommt, einen Kraftfluß $\Phi_0 \cdot w$. Das Gesamtfeld umschlingt sämtliche Windungen, ist, wie wir sagen, mit sämtlichen Windungen verkettet.

Wir fassen nun den Begriff der Induktivität weiter. Wir geben mit ihm von nun an die Verkettungszahl der bei der Erregung durch den Strom eines Amperes entstandenen Kraftlinien mit den Windungen. Es wäre somit bei vollständiger Verkettung

$$\Phi_0 \cdot w^2$$

ein Maß für die Induktivität. Wir berechnen bei vollständiger Verkettung den Gesamtkraftfluß

$$\Phi = \Phi_0 \cdot w$$

und erhalten dann

$$L = \Phi \cdot w \cdot 10^{-8} \text{ Henry} \tag{30}$$

Der Ansatz genügt dem bisherigen Begriff einfacher Induktivität, fügt sich ohne Schwierigkeit der oben durchgeführten Berechnung der Zusatzinduktivität des Leiterinneren und ist, wie wir später sehen werden, für die Berechnung der Induktivitätserscheinungen am passendsten.

Die Berechnung der Induktivität von Spulen ist nicht ganz einfach, wenn das magnetische Feld in der Luft verlaufen muß. Man erkennt leicht, daß es in diesem Falle auch unvollständige Verkettungen geben muß, die ins Gewicht fallen. Es wird Kraftlinien geben, die nur von einem Teil der Windungen erregt werden. Diese Kraftlinien umschlingen natürlich auch nur die sie erregenden Windungen (Abb. 49). Man müßte die Induktivität ganz allgemein zu

$$L = \sum_1^w \Phi_w \cdot w \cdot 10^{-8} \text{ Henry} \tag{31}$$

ansetzen und alle Einzelverkettungen von Φ_w Kraftlinien mit den sie erregenden Windungen w zusammenzählen.

Diese mühsame Arbeit entfällt, sobald, wie es meist geschieht, das zweite Hilfsmittel zur Verstärkung des Feldes auch noch herangezogen wird, wenn die Spule einen Eisenkern erhält (Abb. 50). Der Eisenkern benimmt der natürlich immer noch möglichen unvollständigen Verkettung jede praktische Bedeutung. Das Eisen führt den verstärkten Kraftfluß praktisch vollzählig auf seinem Weg. Die Induktivität ist dann sehr leicht zu berechnen.

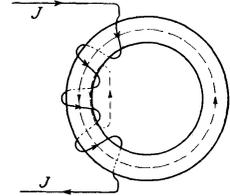


Abb. 50.

Bei der praktischen Durchführung der Berechnung eisenhaltiger Spulen kommt natürlich die Veränderlichkeit der magnetischen Durchlässigkeit des Eisens stark zur Geltung. Wir rechnen nicht gerne unmittelbar mit der magnetischen Durchlässigkeit. Wir benutzen lieber Magnetisierungskurven, die uns in Schaubildform die Abhängigkeit der magnetischen Durchlässigkeit des Eisens von der jeweils wirkenden Durchflutung zeigen.

Wir bauen die starken magnetischen Kraftflüsse im Eisen gewöhnlich so auf, daß auf längere Strecken die Liniendichte gleich bleibt. Dies ist leicht erreicht, wenn man dem Eisenkern auf der ganzen Strecke den gleichen Querschnitt gibt. Das Linienintegral der Kraftliniendichte ist demnach einfach.

Die Magnetisierungskurve gibt nun zu jeder Liniendichte jene notwendige erregende Durchflutung in Ampere an, die gerade für die Strecke eines Zentimeters ausreicht. Für beliebige Strecken sind die notwendigen Durchflutungen sofort berechenbar.

Abb. 51 zeigt die charakteristische Form der Magnetisierungskurve für ein Zentimeter des Eisenweges. Bei kleinen Liniendichten hält die notwendige Durchflutung fast gleichen Schritt mit der Liniendichte. Dann kommt das sog. Knie der Kurve (Abb. 51), der Erfolg der erregenden Durchflutung fängt an, merklich hinter dem Aufwand zurückzubleiben. Von da an steigt die Feldstärke im Eisen immer langsamer — die Sättigung ist deutlich erkennbar — d. h. das Eisen ist mit Kraftlinien gesättigt.

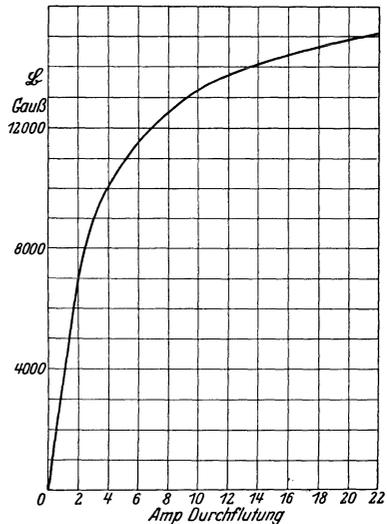


Abb. 51.

Die Magnetisierungskurve der Abb. 51 entspricht ungefähr den besten Eisensorten. Sie schwankt in der Wirklichkeit von Eisensorte zu Eisensorte beträchtlich. Selbst für die gleiche Eisensorte bekommt man am gleichen Erzeugungsort verschiedene Kurven.

Die Elektrotechnik verwendet Grauguß, Stahlguß und besonderes, sog. legiertes Eisenblech. Grauguß ist weit weniger magnetisch durch-

lässig als Stahlguß und legiertes Blech. Er verschwindet mehr und mehr aus unseren Konstruktionen.

An Hand der Magnetisierungskurve der Abb. 51 wollen wir nun eine Spule nachrechnen, die ihren Eisenkern, etwa nach Abb. 52 aufgebaut, erregen soll. Das Ziel, das angestrebt wird, sei ein Kraftfluß, der eine Million Kraftlinien enthalten soll.

Um in dem einen Rechnungsbeispiel der Praxis möglichst nahe zu kommen, ist der Eisenkern so gewählt worden, daß er verschiedene Querschnitte hat. Außerdem wurde er aus dem gleichen Grunde mit einem Luftspalt ausgestattet, der in der Abb. 52 leicht erkennbar ist.

Der Teil des Eisenkernes, auf dem die erregende Spule sitzt, ist 20 cm lang und hat einen Querschnitt von 80 cm². Der Kraftfluß von einer Million Linien wird in ihm die Dichte

$$\frac{10^6}{80} = 12\,500 \text{ Gauß}$$

erreichen. In der Magnetisierungskurve lesen wir bei 12 500 Gauß 7,5 notwendige Ampere(windungen) je Zentimeter ab. Für diesen ersten Teil des Eisenkernes brauchen wir somit

$$7,5 \cdot 20 = 150 \text{ Ampere Durchflutung.}$$

Der anschließende zweite Teil ist 50 cm lang und hat einen Querschnitt von 125 cm². Die Liniendichte sinkt auf

$$\frac{10^6}{125} = 8000 \text{ Gauß,}$$

die notwendige Durchflutung auf
 $2,5 \cdot 50 = 125 \text{ Ampere.}$

Im dritten Eisenkernteil ist die Liniendichte offenbar 10 000 Gauß, er braucht

$$4 \cdot 19,8 = 80 \text{ Ampere(windungen).}$$

Aber der Luftspalt allein braucht

$$10\,000 \cdot 0,2 \cdot \frac{10}{4\pi} = 1592 \text{ Ampere(windungen).}$$

Der Rest des Eisenkernes hat nur noch 7000 Gauß Liniendichte, so daß er nur noch

$$50 \cdot 2 = 100 \text{ Ampere(windungen)}$$

braucht.

Im ganzen muß die erregende Spule eine Durchflutung von

$$150 + 125 + 80 + 1592 + 100 = 1947 \text{ Ampere}$$

aufbringen. Geben wir ihr z. B. 130 Windungen, so werden wir einen erregenden Strom von

$$\frac{1947}{130} = 15 \text{ Ampere}$$

benötigen.

Die Induktivität der Spule ist eine Funktion der magnetischen Durchlässigkeit. Bei der gewählten Anordnung beträgt sie

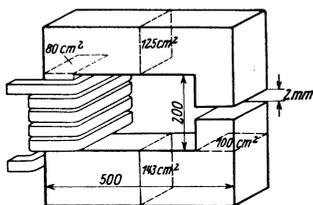


Abb. 52.

$$L = \frac{10^6}{15} \cdot 130 \cdot 10^{-8} = 0,0867 \text{ Henry.}$$

Hätten wir uns für nur 15 Windungen entschlossen, so würden wir einen erregenden Strom von

$$\frac{1947}{15} = 130 \text{ Ampere}$$

gebraucht haben. Die Induktivität wäre dann

$$L = \frac{10^6}{130} \cdot 15 \cdot 10^{-8} = 0,001153 \text{ Henry.}$$

Wie die Induktivität der Spule von der magnetischen Durchlässigkeit abhängig ist, findet man, wenn man die Rechnung für verschiedene Kraftflüsse durchführt. Dabei muß es sich zeigen, daß der Luftspalt eine merkliche Beständigkeit bringt, denn für ihn hat die Durchlässigkeit immer den Wert eins und außerdem verbraucht er einen großen Teil der Durchflutung.

In Fällen, die große Schwankungen der Induktivität unangenehm erscheinen lassen, ist deshalb ein passend bemessener Luftspalt ein wirksames Hilfsmittel. Es ist allerdings ein kostspieliges Mittel, denn es beansprucht einen erheblichen Aufwand. Das durchgeführte Rechnungsbeispiel läßt es deutlich erkennen.

Das Eisen ist neben dem Kupfer der wichtigste Baustoff der Elektrotechnik. Es leistet uns unschätzbare Dienste, denn, wie wir sehen werden, die Maschinen und Geräte brauchen starke magnetische Kraftflüsse. Der Rechnung allerdings bringt es erhebliche Unannehmlichkeiten.

Schon die Unbeständigkeit der Magnetisierungskurven ist für jede Rechnung ein Hindernis. So genau alle übrigen Berechnungen in der Elektrotechnik sind, so ungenau ist die Berechnung des magnetischen Feldes im Eisen. Der Gegensatz fällt auf. Er läßt die Eigentümlichkeiten des Eisens um so schwerer ins Gewicht fallen.

Aber selbst, wenn es für alle Eisensorten nur eine Magnetisierungskurve geben würde, wäre sie noch immer ein Rechnungshindernis. Sie läßt sich nämlich ungemein schwer analytisch fassen. Unzählige diesbezügliche Versuche blieben ohne Erfolg.

Es ist ja nicht unmöglich, die Abhängigkeit der Liniendichte von der erregenden Durchflutung in Gleichungsform zu bringen, wenn Näherungsrechnungen versucht werden. Aber es gibt keine genügend einfache Gleichung für die Magnetisierungskurve. Die ohnehin schwierigen Ansätze der elektrotechnischen Theorie brechen jedesmal unter dem Druck einer versuchten, halbwegs genauen Mitberücksichtigung der Durchlässigkeit des Eisens zusammen.

Zweifellos ist das Eisen ein ebenso wichtiger wie merkwürdiger Baustoff. Wir haben seine Eigentümlichkeiten bisher noch lange nicht erschöpft. Wir müssen dem bisher gewonnenen Bild noch schwerwiegende weitere Einzelheiten beifügen. Eine der allerwichtigsten für die Elektrotechnik ist die magnetische Hysteresis.

Wenn wir einen Eisenring, etwa nach Abb. 50 mit einer Windungsgruppe erregen, und zwar so, daß wir zunächst einen kleinen erregenden

Strom durch die Windungen senden, dann aber die Erregung allmählich steigern, so erwarten wir natürlich einen Verlauf der Magnetisierungskurve entlang.

In der Tat wird die Liniendichte mit wachsendem erregenden Strom nach der Magnetisierungskurve ansteigen. Nun aber bleiben wir irgendwo stehen. Wenn wir dann den Rückweg einschlagen, indem wir wieder allmählich die erregende Stromstärke verkleinern, werden wir mit Überraschung feststellen, daß der Rückweg anders verläuft. Wir werden bei vollständiger Aberregung noch immer eine beachtenswerte Liniendichte im Eisen finden.

Wir werden den erregenden Strom in umgekehrter Richtung fließen lassen müssen, um die Liniendichte weiter herunterzubringen. Schließlich, bei beachtenswerter umgekehrten Durchflutung, gelingt dies. Die weitere Steigerung der umgekehrten Erregung magnetisiert nun das Eisen in umgekehrter Richtung.

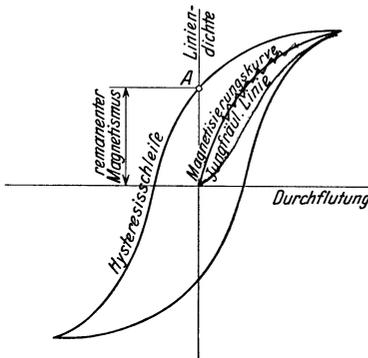


Abb. 53.

Wir machen diesmal bei der gleichen Höchstdichte Halt und verkleinern allmählich wieder den erregenden Strom. Bis zur ursprünglichen Höchstdichte, in der ursprünglichen Richtung, haben wir einen ähnlichen Rückweg. Aber wir kommen nicht mehr auf den Weg der Magnetisierungskurve. Die ganze Umagnetisierung folgt einer eigenen geschlossenen Linie, der sog. Hystereschleife (Abb. 53).

Die Magnetisierungskurve gilt nur dann, wenn vorher kein magnetisches Feld im Eisen bestand. Sie ist die sog. jungfräuliche Linie des Eisens. Aber wie kann das Eisen überhaupt vorher magnetisch gewesen sein? Einfach so, daß es früher einmal erregt wurde und daß die Aberregung einfach im Punkt A der Abb. 53 stehen blieb.

Der Punkt A der Abb. 53 kennzeichnet den zurückbleibenden Magnetismus, den sog. remanenten Magnetismus. Die Erfahrung zeigt, daß nach der Aberregung ungefähr die Hälfte der Kraftlinien bleibt. Das Eisen hat eben die Eigenschaft, daß die Ordnung der Atomkreiselachsen nicht von selbst verschwindet, wie es bei nichtmagnetischen Stoffen der Fall ist.

Der ganze remanente Magnetismus erhält sich übrigens nicht dauernd. Erschütterungen wirken entlastend. Immerhin gibt es Dauermagnete, die lange Zeit einen erheblichen Teil des remanenten Magnetismus festhalten. Das Eisen, insbesondere der Stahl, hat, wie wir sagen, eine erhebliche Koerzitivkraft.

Wir werden später beim Studium der Betriebseigenschaften elektrischer Maschinen sehen, daß der remanente Magnetismus und mit ihm der Dauermagnetismus von großer praktischen Bedeutung ist. Wir können ihn wirksam auswerten. Es scheint, daß der Kohlenstoffgehalt des Eisens die merkwürdige Eigenschaft begünstigt.

Eine weitere, zwar weniger wichtige, aber doch beachtenswerte Eigentümlichkeit des Eisens liegt darin, daß seine Magnetisierungskurve nur scheinbar bei kleinen Liniendichten geradlinig ansteigt, daß demnach nur scheinbar die magnetische Durchlässigkeit mit abnehmender Erregung zunimmt.

Jede Magnetisierungskurve hat einen deutlich wahrnehmbaren Wendepunkt, und zwar unterhalb des Knies. Der Anfang der Magnetisierungskurve, genau betrachtet, gibt das Bild der Abb. 54.

Wenn man die magnetische Durchlässigkeit unmittelbar in Abhängigkeit von der Liniendichte bringt, bekommt man eine Kurve nach Abb. 54. Die Durchlässigkeit fängt bei kleinen Erregungen bescheiden an, steigt rasch bis zu einem Höchstwert und fällt dann ebenso rasch wieder ab. Es ist deshalb durchaus nicht wahr, daß es zur Beständigkeit der Induktivität einer eisenhaltigen Spule beiträgt, wenn die Liniendichten sehr niedrig angenommen werden. Das Gegenteil ist leicht der Fall. Nur ein Luftspalt hilft, wie wir oben gesehen haben, wirklich.

Die Temperatur hat auf den Magnetismus des Eisens keinen praktischen Einfluß, solange sie sich in den praktisch vorkommenden Grenzen bewegt. Erst bei mehreren Hunderten Grad Celsius fängt man an, zu beobachten, wie die Wärme zerstörend auf das magnetische Feld des Eisens einzuwirken beginnt. Die Koerzitivkraft fällt.

Wir werden noch öfters, im Laufe der Entwicklung der Theorie, auf die Eigentümlichkeiten des Eisens zurückkommen müssen.

Vorderhand darf durch die Beschreibung der magnetischen Felder im Eisen die Hauptsache nicht verdunkelt werden, die uns dem magnetischen Feld überhaupt zugeführt hat.

Wir suchten die Trägheitserscheinungen des elektrischen Stromes und fanden statt dessen das magnetische Feld. Wir wollten neben die Kapazität, die elektrische Elastizität und neben den elektrischen Widerstand, die Reibung, auch noch die elektrische Masse stellen. Wir entwickelten vorderhand nur den Begriff der Induktivität.

Ist Induktivität so etwas wie Masse? Hat sie Folgeerscheinungen, die den Trägheitserscheinungen nahe kommen? Wir sehen es vorderhand nicht. Wir sehen nur die Kraftlinienverkettungszahl.

Das Bild ist allerdings fesselnd. Wir sehen, daß immer elektrischer Strom und magnetischer Kraftfluß sich umschlingen wie zwei Glieder einer Kette. Wir können Anordnungen ersinnen, wie wir wollen — die elektromagnetische Verkettung bleibt.

Wir sehen bunte Bilder, wie die Durchflutung eine ganze Reihe von elektrischen Ringen bildet und wie der Kraftfluß ebenfalls in Teile zerfällt,

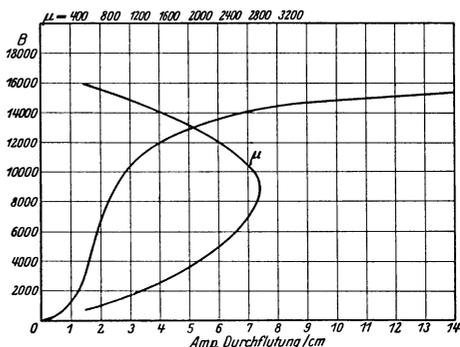


Abb. 54.

die sich mit Teilen der Durchflutung verketteten. Die unvollkommene Verkettung ist erst recht eine durchgreifende Verkettung.

Trotzdem dürfen wir nicht beim einfachen Nachzählen der einzelnen Verkettungen, des Zusammentreffens je einer Stromschlinge und einer Kraftflußschlinge stehen bleiben, wenn wir die Induktivität als eine Haupteigenschaft des elektrischen Stromkreises betrachten. Es steckt mehr dahinter.

Die Masse und ihre Trägheitserscheinungen bemerkt man erst, wenn es zu Änderungen der Bewegungsgeschwindigkeit kommt. Versuchen wir die Induktivität in ihrem eigensten Wesen auch auf einem ähnlichen Wege zu treffen. Sehen wir nach, ob eine Änderung der Stromstärke ebenfalls etwas neues bringt.

Wir betrachten einen einfachen Stromkreis, in dem ein Gleichstrom J fließt. Durch die Fläche, die die Stromschlinge umzeichnet, treibt der Strom einen magnetischen Kraftfluß von:

$$L \cdot J \cdot 10^8 \text{ Kraftlinien,}$$

wenn L die Induktivität des Stromkreisleiters, in Henry gemessen, ist (Abb. 55).

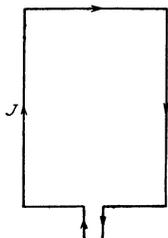


Abb. 55.

Nun ändern wir im Zeitdifferential dt die Stromstärke um dJ . Sofort zeigt sich eine eigentümliche Erscheinung. Eine Spannung taucht auf, und zwar eine der versuchten Erhöhung der Stromstärke entgegenwirkende Spannung. Sie widersetzt sich jeder Änderung der Stromstärke, ihre Größe folgt nämlich dem einfachen Gesetz:

$$E_i = - L \frac{dJ}{dt} \text{ Volt} \quad (32)$$

Das negative Vorzeichen soll andeuten, daß bei jeder Stromzunahme $-dJ$ positiv — die neue Spannung gegen die Stromrichtung wirkt. Sie wirkt natürlich bei jeder Stromabnahme $-dJ$ negativ — in der Stromrichtung. Sie sucht in jedem Fall die ursprüngliche Stromstärke aufrecht zu erhalten.

Das gewiß überraschende Naturgesetz ist ein vollständiges Gegenbild des Trägheitsgesetzes. Wir wissen, daß jede Masse m , bei jeder Änderung der Geschwindigkeit v , z. B. um dv im Zeitabschnitt dt , eine Trägheitskraft

$$P = - m \frac{dv}{dt}$$

plötzlich auftauchen läßt. Die Trägheitskraft ist im Falle der Beschleunigung $-dv$ positiv — verzögernd, im Falle der Verzögerung $-dv$ negativ — beschleunigend.

Die Gleichartigkeit der beiden Erscheinungen, der elektrischen und der mechanischen ist derart verblüffend, daß man die Induktivität nun mit ganz anderen Augen ansehen muß. Die elektromagnetischen Verkettungen, die sie zählt, sind von nun an nur der Mechanismus der Erscheinung, sie sind nur ein Bild, nur ein schwaches Darstellungsmittel. Die Induktivität als elektrische Masse ist allein ein klarer Begriff, ein Begriff, den wir unzählige Male in mechanischer Form bereits erlebt haben.

Es ist für die Entwicklung der grundlegenden Theorie der Elektrotechnik von großer Wichtigkeit, das Induktionsgesetz in der durch die Gleichung (32) festgelegten Form einzuführen. Die Physik, die es entdeckt hat, bringt es ein wenig anders. Sie umgeht die Induktivität, indem sie lieber mit dem Kraftfluß rechnet.

Wenn wir den Gesamtkraftfluß des Stromkreises, in dem der Strom J fließt:

$$\Phi = L \cdot J \cdot 10^{+8}$$

zu Hilfe nehmen wollen, so erhalten wir:

$$\frac{d\Phi}{dt} = L \frac{dJ}{dt} \cdot 10^{+8}.$$

Die Spannung E_i , die sog. Selbstinduktionsspannung, kann demnach statt mit Gleichung (32) auch mit der neuen Gleichung

$$E_i = - \frac{d\Phi}{dt} \cdot 10^{-8} \text{ Volt} \quad (33)$$

bestimmt werden. So bekommen wir eine zweite Form für das wichtige Induktionsgesetz.

Ein zeitlich veränderlicher Kraftfluß induziert in jeder Linie, die ihn umschlingt, eine elektrische Spannung, die der Abnahmegeschwindigkeit des Kraftflusses proportional ist.

Mit dem Induktionsgesetz zieht in unsere Theorie ein neuer und, wie wir gleich sagen können, außerordentlich mächtiger Faktor ein — die Zeit. Wir stehen an der Grenze zwischen dem Gleichstrom und dem Wechselstrom. Unabsehbare Verwicklungen ziehen zweifellos mit den Induktionserscheinungen mit ein. Es ist verständlich, daß die Praxis mit dem Gleichstrom anfang.

Achte Vorlesung.

Das Induktionsgesetz. Wechselströme. Gegenseitige Induktion. Sinusschwingungen. Höchstwert. Periodendauer. Phasenverschiebung. Periodenzahl. Graphische Darstellung der Wechselgrößen. Symbolische Darstellung der Wechselgrößen. Joulesches Gesetz für Wechselströme. Effektivwert. Leistungsgesetz für Wechselströme. Die effektive Spannung in der Festigkeitslehre.

Das in der vorigen Vorlesung eingeführte Induktionsgesetz ist für die Elektrotechnik von derart großer Bedeutung, daß es unumgänglich notwendig ist, es ganz genau anzusehen. Mehrere Einzelheiten sind aufzuklären. Vor allem haben wir nicht nur Stromkreise, die eine einfache Schlinge bilden, sondern auch Spulen, deren Windungen mehrfach den Kraftfluß umkreisen. Außerdem zeigt die rein physikalische Fassung des Gesetzes Möglichkeiten, die in der mechanisierten Gestalt nicht zutage treten. Schließlich müssen die Folgen des Induktionsgesetzes vorausgeschätzt werden, wenn daran gegangen werden soll, Stromkreise zu schaffen, in denen sich die Stromstärke zeitlich ändert.

Wenn eine Spule mit ihren w -Windungen einen Gesamtkraftfluß Φ umschlingt, so wird in jeder Windung die Spannung

$$- \frac{d\Phi}{dt} 10^{-8}$$

induziert werden, sobald sich die Kraftlinienzahl um $d\Phi$ Linien im

Zeitabschnitt dt ändert. Die Spannungen der einzelnen Windungen werden sich natürlich zu einer Gesamtspannung zusammenfügen, die w mal größer sein wird als die Einzelspannung. So entsteht das Induktionsgesetz

$$E_i = - w \cdot \frac{d\Phi}{dt} \cdot 10^{-8} \text{ Volt} \quad (34)$$

in der allgemeineren Form.

Es ist, wie wir wissen, möglich, daß die einzelnen Windungen verschiedene Teile des Gesamtkraftflusses umschlingen, daß es somit unvollkommene Verkettungen gibt. Die Einzelspannungen werden dann nicht mehr untereinander gleich sein. Der allgemeinste Ansatz wäre demnach

$$E_i = - \frac{d \sum^w \Phi_v \cdot w}{dt} \cdot 10^{-8} \quad (34a)$$

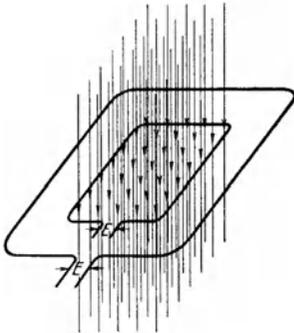


Abb. 56.

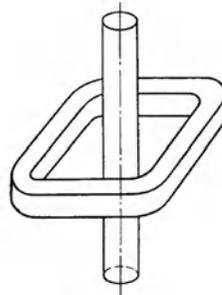


Abb. 57.

Wir können die Anordnung nehmen, die wir wollen, immer zeigt es sich, daß das Induktionsgesetz dem Ansatz

$$E_i = - L \frac{dJ}{dt}$$

entspricht, wenn L , die Induktivität, so berechnet wird, wie wir es in der vorangehenden Vorlesung getan haben. Es zeigt sich jetzt, daß die dort eingeführte erweiterte Fassung des Begriffes Induktivität notwendig war, damit dem Induktionsgesetz der Inhalt und die Form des Trägheitsgesetzes gewahrt bleibt.

Die physikalische Fassung des Gesetzes zeigt ferner, daß Spannungen in Nichtleitern ebenso induziert werden wie in Leitern. Jede Linie, die den Kraftfluß umschlingt, bekommt eine induzierte Spannung, eine einfache Rebschnurwindung ebenso wie eine Kupferdrahtwindung. Diese Tatsache kann unter Umständen von praktischer Bedeutung werden.

Die physikalische Fassung des Gesetzes zeigt noch mehr. Die Gestalt der den Kraftfluß umschlingenden Windung ist ganz nebensächlich. Eine Windung, die den Kraftfluß ganz eng umfaßt, bekommt dieselbe Spannung wie eine andere Windung, die einen freien Raum zwischen Kraftfluß und sich offen läßt (Abb. 56).

Ein ganz merkwürdiger Fall entsteht deshalb auf folgende Weise. In einem Eisenkern von der viereckigen Gestalt der Abb. 57 wirke ein zeitlich

veränderlicher Kraftfluß. Wenn nun ein Leiter, der einen Teil eines elektrischen Stromkreises bildet, durch die Fensteröffnung des Eisenkernes in gerader Richtung durchgeht, so können wir uns, obwohl wir keine Umschlingung sehen, darauf verlassen, daß in diesem Leiter die induzierte Spannung genau so entstehen wird, wie in einer geschlossenen Windung. Denn irgendwo schließt sich der Stromkreis des Leiters. Wie immer er sich aber schließt, immer wird er den Kraftfluß des Eisenkernes umschlingen.

Elektrische Ströme, deren Stromstärke sich zeitlich ändert, umgeben sich mit magnetischen Feldern, deren Kraftlinienzahl sich natürlich ebenso zeitlich ändert. Nach dem Magnetisierungsgesetz, ausgedrückt durch die Gleichung (29), ist jederzeit die Kraftlinienzahl der sie erregenden Stromstärke proportional. Jeder zeitlich veränderliche Strom hat mit Selbstinduktionsspannungen zu kämpfen, genau so, wie jede sich ungleichförmig bewegende Masse mit Trägheitskräften zu kämpfen hat.

Diese Tatsache ist nicht geeignet, uns zu ermutigen, zeitlich veränderliche Ströme in die Technik einzuführen. Im Maschinenbau z. B. vermeidet man ungleichförmige Bewegungen, wo man nur kann. Das Kurbelgetriebe kämpft seit jeher mit Trägheitskräften. Die Dampfturbine hat gegenüber der Kolbendampfmaschine den gewaltigen Vorzug, daß sie das Kurbelgetriebe umgeht.

Warum sollen wir in der Elektrotechnik einen anderen Weg gehen? Warum sollen wir uns die Selbstinduktionsspannung aufbürden, die genau dieselben Nachteile bringen muß wie die Trägheitskraft? Warum verlassen wir mutwillig die technisch ideale Form des elektrischen Stromes — den Gleichstrom?

Es wäre in der Tat unerklärlich, warum die Elektrotechnik bald nach ihrem erfolgreichen Auftreten neben dem Gleichstrom auch den Wechselstrom eingeführt hat, wenn nicht neben den unleugbaren Nachteilen der Selbstinduktion auch noch Vorteile zeitlich veränderlicher Kraftflüsse vorhanden wären, die wir noch nicht kennen, Vorteile, die die beschriebenen Nachteile ganz erheblich überwiegen. Hinter der Erscheinung der Induktion steht mehr. Es ist gar nicht so schwer, Möglichkeiten nachzuweisen, deren Berücksichtigung das Bild vom Grund auf ändert.

Das Induktionsgesetz sagt, daß ein zeitlich veränderlicher Kraftfluß in jeder Windung, die ihn umschlingt, eine Spannung induziert. Der Kraftfluß kümmert sich nicht darum, ob in der Windung der ihn erzeugende Strom fließt oder nicht. Er kann keine Unterschiede machen.

Wenn z. B. eine Spule mit ihrer Durchflutung einen Kraftfluß durch ihren Eisenkern treibt und nun durch die zeitliche Änderung der Durchflutung eine Selbstinduktionsspannung bekommt, kann sie es nicht verhindern, daß eine zweite Spule, die denselben Eisenkern umgibt und die von keinem Strom durchflossen wird, ebenfalls eine Spannung bekommt. Diesmal handelt es sich um keine Selbstinduktion mehr, sondern die erste Spule bzw. ihre Durchflutung wirkt über ihren Kraftfluß hinweg auf die zweite Spule. Sie setzt in diese vorher elektrisch tote Spule eine Spannung hinein, die nichts zu hindern hat, die im Gegenteil wie jede andere Spannung Ströme hervorbringen kann. Die sog. gegenseitige Induktion tritt als selbständige Erscheinung auf, sie ist etwas neues, etwas, was wir

aus der mechanischen Welt in dieser Form gar nicht kennen. Möglichkeiten von schwer übersehbarer Tragweite sind nun plötzlich sichtbar.

Diesen Möglichkeiten ging die junge Elektrotechnik nach, als sie nach dem Wechselstrom, dem zeitlich veränderlichen Strom, griff. Sie wurde nicht enttäuscht. Es zeigte sich schon sehr frühzeitig, daß der elektromagnetische Betrieb überraschende Lösungen zuließ. Ganz besonders war es die für die Elektrotechnik so wichtige Aufgabe der Kraftübertragung auf weite Strecken, die nur mit Hilfe des Wechselstromes erfolgreich in Angriff genommen werden konnte.

Wir werden im Lauf unserer Vorlesungen Gelegenheit haben, zu sehen, wie der Wechselstrom die zeitlich veränderlichen magnetischen Felder mit großem Vorteil verwertet, wie er erst dem Magnetismus neben der Elektrizität zu voller Machtentfaltung verhalf. Vorderhand müssen wir daran denken, die Vorfagen, die bei der Einführung des Wechselstromes entstehen und von der Theorie nicht übersehen werden dürfen, zu beantworten.

Wenn wir mit zeitlich veränderlichen Spannungen und Strömen wirklich nützlich arbeiten wollen, müssen wir darauf sehen, daß die zeitlichen Änderungen eine ordentliche, praktisch zulässige Form einhalten. Wir können z. B. nicht daran denken, die Stromstärke unbegrenzt wachsen zu lassen. Die Erscheinung der Jouleschen Wärme z. B. würde es verbieten. Wir können auch Spannungen nicht beliebig hoch werden lassen. Die elektrische Festigkeit der Anordnungen läßt es nicht zu.

Sobald nun Grenzen gesetzt werden müssen, ist ein Dauerbetrieb mit veränderlichen Spannungen und Stromstärken nur möglich, wenn sie wachsen und abnehmen, wenn sie, mit anderen Worten, schwingen. Aber auch die Schwingungen können noch alle möglichen Formen annehmen. Die Forderungen der Praxis müssen sich noch weiter durchsetzen.

Ein ordentlicher Betrieb verlangt regelmäßige, periodische Vorgänge, nach einem einfachen Zeitgesetz ablaufend. Es kann nicht gleichgültig sein, ob die aufeinanderfolgenden Schwingungen alle gleich sind oder nicht. Es ist sicherlich auch nicht gleichgültig, ob die Änderungen sanft verlaufen oder nicht.

Schließlich braucht die Elektrotechnik dauernd die Hilfe der Theorie. Sie kann ihr nicht unnötig verwickelte Rechnungen aufbürden. Sie hat ein Interesse daran, daß die Wechselstromerscheinungen schön durchsichtig und klar sind. Nur so sind sie jederzeit vollkommen beherrschbar. Alles drängt zur Wahl der Sinusschwingung.

In der Tat hat sich die Sinusschwingung in der Elektrotechnik bestens bewährt. Sie wird heute überall angestrebt und auch erreicht. Es gibt kein anderes Zeitgesetz, das derartige Vorteile verbürgen würde, wie das Sinusgesetz. Es ist vollständig in Ordnung, wenn die Theorie der Wechselströme von allem Anfang an auf der Annahme des Sinuszeitgesetzes aufgebaut wird.

Wenn man sich übrigens für irgendeine andere periodische Zeitfunktion entscheiden würde als für die Sinusfunktion, würde man dem Schicksal nicht entgehen. Fourier hat nachgewiesen, daß jede periodische Funktion in lauter Sinusfunktionen zerlegt werden kann. Da ist es denn doch zweifellos richtiger, eine einzige Sinusschwingung anzustreben, als einen ganzen

Komplex von Schwingungen, einen einzigen klaren Ton als ein unbeherrschbares Tongewirr.

Wir geben nach all dem einem Wechselstrom die durch die Gleichung

$$J_t = A \sin(Ct + \varphi)$$

bestimmte Form. Der Augenblickswert der Stromstärke J_t hängt dann von drei Konstanten A , C und φ ab, deren Bedeutung wir der Reihe nach untersuchen wollen.

Zunächst ist es ganz klar, daß die höchste Stromstärke dann erreicht ist, wenn

$$\sin(Ct + \varphi) = 1$$

wird. Sofort ergibt sich daraus

$$A = J_{\max}.$$

Ferner erkennt man leicht, daß dieselbe Stromstärke mit derselben Änderungsrichtung erst wiederkehrt, wenn sich der Zeitwinkel um volle 2π ändert. Sie ist in den Zeitpunkten t_1 und t_2 gleich groß, wenn

$$Ct_1 + \varphi = Ct_2 + \varphi - 2\pi$$

ist. Die Dauer einer Periode

$$T = t_2 - t_1 = \frac{2\pi}{C}$$

bestimmt somit die zweite Konstante

$$C = \frac{2\pi}{T}.$$

Die dritte Konstante φ bestimmt lediglich den Anfangswert

$$J_0 = J_{\max} \cdot \sin \varphi$$

des Wechselstromes. Wenn uns nichts daran hindert, die Zeitzählung in dem Augenblick zu beginnen, wenn der Strom gerade die Stärke null hat, wird die dritte Konstante überflüssig.

Solange wir einen Strom ganz allein betrachten, können wir in der Tat die Zeit zählen wie wir wollen. Der Wechselstrom kann dann mit dem einfachen Ansatz

$$J_t = J_{\max} \sin \frac{2\pi t}{T} \quad (35)$$

in die Theorie eingeführt werden. Sinngemäß können wir die Wechselspannung zu

$$E_t = E_{\max} \sin \frac{2\pi t}{T}$$

ansetzen. Aber ein Umstand ist der Berücksichtigung wert. Wir haben selten nur mit einer Wechselstromgröße allein zu tun. Sobald wir nun sowohl einen Strom als auch eine Spannung gleichzeitig verfolgen, müssen wir die Möglichkeit berücksichtigen, daß nicht beide gleichzeitig durch null gehen. Wir können nur der einen von beiden, oder wenn es sich um mehrere Wechselstromgrößen handelt, nur einer einzigen die Zeitzählung anpassen. Der konstante Zeitwinkel φ wird dann unentbehrlich.

In der Abb. 58 ist die Sinuswelle einer Spannung so eingezeichnet, daß sie mit dem Nullwert beginnt. Die Stromwelle, die ebenfalls in Abb. 58 aufgenommen wurde, erreicht später den positiven Höchstwert als die Spannungswelle. Sie bleibt, wie wir sagen, hinter der Spannungswelle

zurück. Sie geht natürlich auch später durch null, und zwar ansteigend. Zum gewählten Zeitanfang hat sie eine negative Ordinate.

Wir bekommen in dem gewählten Fall die gleichzeitig gültigen Ansätze

$$E_t = E_{\max} \sin \frac{2\pi t}{T}$$

und

$$J_t = J_{\max} \sin \left(\frac{2\pi t}{T} - \varphi \right),$$

dem Zurückbleiben einer Wechselstromgröße entspricht somit ein negativer Zeitwinkel φ . Wir nennen ihn Phasenverschiebungswinkel.

Wir bemerken schon jetzt eine erhebliche Erschwerung der Rechnung gegenüber den einfachen Verhältnissen, die wir beim Gleichstrom kennengelernt haben. Der Gleichstrom brauchte zu seiner Kennzeichnung eigentlich nur eine Größe, seine Stromstärke. Der Wechselstrom braucht deren drei, die Höchststromstärke, die Periodendauer und den Phasenverschiebungswinkel. Allerdings mußte beim Gleichstrom auch noch die Richtung durch das Vorzeichen kenntlich gemacht werden.

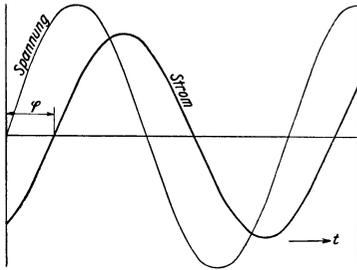


Abb. 58.

Die Praxis war damit nicht einverstanden, daß sich Wechselströme oder Wechselspannungen gleich auf dreifache Art voneinander unterscheiden können. Sie schaffte deshalb ein Unterscheidungsmerkmal ab, indem sie die Periodendauer einheitlich wählte.

Wir rechnen übrigens nicht gerne mit der Periodendauer, sondern mit ihrem reziproken Wert

$$f = \frac{1}{T},$$

der Anzahl der Schwingungen in der Sekunde, mit der sog. Periodenzahl.

Wir bauen unsere Wechselstromanlagen in Europa durchwegs mit 50 Perioden in der Sekunde. Nur für elektrische Bahnen wurde die Frequenz auf ein Drittel, d. h. auf $16\frac{2}{3}$ Perioden heruntersgesetzt. Alte europäische Anlagen zeigen die merkwürdige Periodenzahl 42. In Amerika sind 60 und 75 die gebräuchlichen Periodenzahlen, für Bahnen auch 25.

Es ist nicht schwer zu erraten, was bei der Festsetzung der Periodenzahl maßgebend war. Die Schwingungen des Wechselstromes, der Glühlampen zum Leuchten bringt, dürfen dem Auge natürlich nicht erkennbar sein. Sie müssen entsprechend rasch aufeinander folgen. Deshalb mußte die Periodenzahl höher als zu 30 angesetzt werden. Andererseits ist 50 die nächste verwendbare Zahl, die dem dekadischen System als halbes Hundert am besten entspricht.

Für Amerika war die Rücksicht auf das dekadische System weit weniger maßgebend. Die von England übernommenen Maßsysteme zeigen vielfach

das Duodezimalsystem. Daher die Periodenzahl 60. Uns ist der Zeitwinkel, die Frequenz,

$$2 \pi f t \text{ mit } f = 50$$

besonders leicht berechenbar.

Der Wechselstrom, der Gleichung

$$J_t = J_{\max} \cdot \sin (2 \pi f t + \varphi) \tag{36}$$

folgend, hat nun, nach der Festlegung der Periodenzahl nur noch zwei Merkmale, die Höchststromstärke und den Phasenwinkel. Der Gleichstrom hat nicht mehr. Wir erhalten den Gleichstrom als besonderen Fall des Wechselstromes, wenn wir

$$f = 0$$

setzen. Der Phasenwinkel φ entscheidet mit seinem Vorzeichen über die Richtung des Gleichstromes, dessen Stärke

$$J_g = J_{\max} \sin \varphi$$

wäre.

Die mit Gleichung (36) gegebene analytische Fassung einer Wechselstromgröße ist einfach genug, um Rechnungen zugrunde gelegt zu werden, sie ist aber nicht die einzige, die der Wechselstromtheorie zur Verfügung steht. Es gibt vor allem noch eine sehr einfache Möglichkeit, graphisch die zeitliche Veränderlichkeit von Wechselstromgrößen darzustellen.

In einem rechtwinkligen Koordinatensystem zeichnen wir z. B. den Wechselstrom als Vektor ein, und zwar so, daß er die Größe J_{\max} hat und den Phasenwinkel φ mit der x-Achse einschließt (Abb. 59). Das wäre die Anfangsstellung des Stromvektors, den wir nun mit der Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = 2 \pi f$$

um den Koordinatenursprung drehen.

In der Zeit t wird sein umlaufendes Ende einen Bogen $J_{\max} \omega t$ beschrieben haben, so daß der Vektor nun mit der ursprünglichen Lage den Winkel

$$\omega t,$$

mit der x-Achse den Gesamtwinkel

$$\omega t + \varphi$$

einschließt. Die Projektion des Vektors auf die y-Achse hat demnach die Größe

$$J_t = J_{\max} \sin (\omega t + \varphi);$$

sie gibt jederzeit den Augenblickswert des Wechselstromes wieder.

Man kann auf dieselbe Art mehrere Wechselstromgrößen gleichzeitig darstellen. Die Wechselspannung

$$E_t = E_{\max} \sin \omega t$$

müßte z. B. als Vektor von der Länge E_{\max} in der Richtung der x-Achse eingetragen werden. Der Spannungsvektor müßte mit der gleichen Winkel-

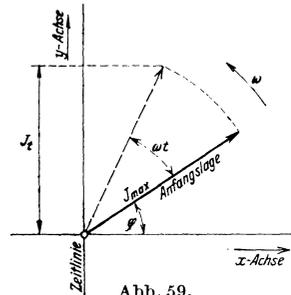


Abb. 59.

geschwindigkeit ω umlaufen, so daß sich die relative Lage der beiden Vektoren, mit anderen Worten der Phasenwinkel φ nicht ändern würde.

Erreicht der sich drehende Vektor die y-Achse, die hier die Rolle der Zeitlinie übernimmt, so steht die von ihm dargestellte Größe in ihrem Höchstwert. Aus der Abb. 59 ersieht man leicht, daß der gewählte Stromvektor zuerst durch die Höchstwertlage geht und nach ihm erst der gewählte Spannungsvektor. Der Strom eilt diesmal der Spannung um den Phasenwinkel φ vor, der in der Tat in der Gleichung (36) positiv angenommen, im Vektorenbild in der Drehrichtung aufgetragen wurde.

Die interessante Darstellungsweise läßt sich vereinfachen, sobald mehrere Wechselstromgrößen gleichzeitig in Betracht kommen. Man kann nämlich die verschiedenen Vektoren in ihren ursprünglichen Lagen ruhen lassen, wenn man dafür die Zeitlinie von ihrer Ursprungslage aus, in der sie mit der y-Achse zusammenfällt, in verkehrter Richtung, jedoch mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit ω umlaufen läßt.

Es läßt sich übrigens leicht einsehen, daß wir bei der graphischen Darstellung von Wechselstromgrößen ein Koordinatensystem überhaupt nicht brauchen. Nur die Vektoren der einzelnen Größen müssen so aufgezeichnet werden, daß sie richtige Phasenwinkel einschließen. Die Zeitlinie muß jederzeit jenen Vektor zuerst erreichen, der voreilt. Damit ist die Drehrichtung der Zeitlinie bestimmt.

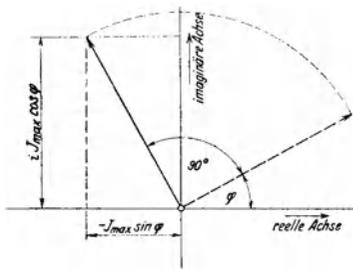


Abb. 60.

Es ist nicht überflüssig, ausdrücklich darauf aufmerksam zu machen, daß die beschriebene Darstellungsweise nur dann anwendbar ist, wenn sich die darzustellenden Wechselstromgrößen zeitlich nach dem Sinusgesetz ändern. Sie hat außerdem

praktisch nur dann einen wirklichen Wert, wenn alle in Betracht kommenden Größen die gleiche Frequenz haben, so daß sich ihre Vektoren mit gleicher Winkelgeschwindigkeit drehen müssen.

Wir kehren nochmals zu der Abb. 59 zurück. Der Stromvektor, der mit der x-Achse den Phasenwinkel φ einschließt, kann durch seine Komponenten

$$\begin{aligned} J_{\max} \cos \varphi \\ J_{\max} \sin \varphi \end{aligned}$$

bestimmt werden. Nun kann man die Rechnung mit den Komponenten durch einen Kunstgriff wesentlich vereinfachen. Betrachtet man nämlich alle mit der x-Achse parallelen Komponenten der Wechselstromgrößen als reelle, alle mit der y-Achse parallelen Komponenten als imaginäre Größen (Abb. 60), so kann man jeder Wechselstromgröße die Gestalt einer komplexen Zahl oder Funktion geben, z. B.

$$J = J_{\max} (\cos \varphi + i \sin \varphi).$$

Natürlich ist dabei

$$i = \sqrt{-1}.$$

Nun stehen alle mathematischen Hilfsmittel zur Verfügung, die sich auf komplexe Zahlen und Funktionen beziehen. Sie führen oft überraschend schnell zur gesuchten Lösung. Die Lösung muß allerdings umgedeutet werden, indem die beim Ansatz durchgeführte Transformation in umgekehrter Richtung wieder angewendet wird. Wir gehen demnach beim Ansatz zur symbolischen Darstellung der Wechselstromgrößen über und deuten die symbolische Lösung wieder in die übliche analytische Schreibweise um.

Die Vorteile der symbolischen Rechnungsweise treten besonders klar zutage, wenn berücksichtigt wird, daß

$$\cos \varphi \pm i \sin \varphi = e^{\pm i \varphi}$$

ist. Der oben in Betracht gezogene Stromvektor kann demnach zu

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_{\max} \cdot e^{+i \varphi}$$

angeschrieben werden. \mathbf{J}_{\max} ist der Betrag des Vektors, φ sein Phasenwinkel. Der Vektor der Spannung

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\max} \sin \omega t$$

eilt dem Strom \mathbf{J} um den Winkel φ nach, er müßte einfach zu

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\max} \cdot e^{+i \cdot 0} = \mathbf{E}_{\max}$$

angeschrieben werden.

Die Rechnungen mit Exponentialgrößen und -funktionen sind bekanntlich sehr einfach. Deshalb verspricht die symbolische Rechnungsweise tatsächlich große Vorteile. Sie hat allerdings den großen Nachteil der Unanschaulichkeit, der jedoch mit zunehmender Gewöhnung an die eigentümliche Rechnungsweise kleiner wird.

Die Undurchsichtigkeit der dritten Darstellungsweise von Wechselstromgrößen legt uns die Pflicht auf, einige häufig wiederkehrende Operationen als Übung durchzuführen. Dabei sollen auch noch weitere Vorteile zutage gefördert werden, die den Wert des interessanten Hilfsmittels der Wechselstromtheorie ins rechte Licht rücken sollen.

Wie stellt man den Vektor des Stromes:

$$\mathbf{J}_t = \mathbf{J}_{\max} \sin \left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2} \right)$$

dar, der dem oben zuerst dargestellten Strom um eine Viertelperiode voreilt? Graphisch sehr einfach so, wie es Abb. 60 zeigt. Symbolisch würde man wieder zu den Komponenten

$$\mathbf{J}_{\max} \cdot \cos \left(\varphi + \frac{\pi}{2} \right) = - \mathbf{J}_{\max} \sin \varphi$$

und

$$i \cdot \mathbf{J}_{\max} \sin \left(\varphi + \frac{\pi}{2} \right) = i \cdot \mathbf{J}_{\max} \cos \varphi$$

gelangen und zunächst

$$\mathbf{J}' = \mathbf{J}_{\max} (- \sin \varphi + i \cos \varphi)$$

ansetzen. Es ist aber offenbar

$$i (\cos \varphi + i \sin \varphi) = - \sin \varphi + i \cos \varphi,$$

wir verdrehen demnach einen Vektor gegen die Richtung des Zeitlinienlaufes um 90° , wenn wir ihn mit i multiplizieren. Der Vektor

$$\vec{J}' = i \cdot \vec{J}$$

hat denselben Betrag wie der Vektor J , nur eilt er ihm um eine Viertelperiode vor.

Unmerklich sind wir dazu gekommen, Wechselstromgrößen als Vektoren zu nehmen, während uns Gleichstromgrößen Skalare waren. Die graphische und die symbolische Rechnungsweise mußte offenbar nur deshalb eingeführt werden, weil die Operationen mit Vektoren der gewöhnlichen analytischen Rechnungsweise vermeidliche Schwierigkeiten bereiten. Die geometrische

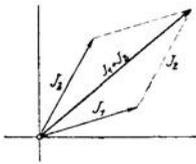


Abb. 61.

Addition, die beim Rechnen mit Vektoren unvermeidlich ist, wird graphisch spielend leicht durchgeführt. Man fügt an das Ende des einen Vektors den Anfang des zu addierenden, wobei man die Richtungen beibehält (Abb 61).

Multiplikationen und Divisionen sind in der Wechselstromtheorie ebenfalls unvermeidlich. Sie werden mit Hilfe der symbolischen Rechnungsweise sehr einfach erledigt. Wir wollen z. B. das Produkt der Vektoren der Stromstärke

$$J_t = J_{\max} \sin(\omega t + \varphi_1)$$

und der Spannung

$$E_t = E_{\max} \sin(\omega t + \varphi_2)$$

suchen.

Der Stromvektor hat die symbolische Form

$$\vec{J} = J_{\max} \cdot e^{i \varphi_1},$$

der Spannungsvektor

$$E = E_{\max} \cdot e^{i \varphi_2}.$$

Sofort ergibt sich das Produkt

$$\vec{J} \cdot \vec{E} = J_{\max} \cdot E_{\max} \cdot e^{i(\varphi_1 + \varphi_2)}.$$

Der Vektor des Produktes hat den Betrag gleich dem Produkt der Beträge der beiden zu multiplizierenden Vektoren und die Summe der beiden Phasenwinkel als seinen Phasenwinkel.

Das Ergebnis kommt zweifellos der graphischen Rechnungsweise zugute. Die einzelnen Darstellungsweisen ergänzen sich vielfach und bieten in verschiedenen Fällen verschiedene Vorteile. Wir werden daher mit allen drei Hilfsmitteln die Probleme der Wechselstromtheorie zu lösen versuchen, immer den einfachsten Rechnungsweg suchend.

Es fällt auf, daß die gewöhnliche analytische Rechnungsweise auf die Augenblickswerte das Hauptgewicht legt. Sie eignet sich deshalb vor allem für die mathematischen Ansätze der Wechselstromtheorie. Wir können jeden Wechselstrom für eine unendlich kurze Zeitspanne als Gleichstrom behandeln und auf diese Weise die bereits bekannten Grundgesetze der Gleichstromtechnik unmittelbar anwenden. Für die höhere Auffassung ist jede Wechselstromgröße nur noch ein Vektor. Das Spiel innerhalb einer Periode wird nebensächlich und nur die Beziehungen zwischen den einzelnen Wechselstromgrößen rücken in den Vordergrund des Interesses. Die graphische Darstellungsweise legt das Hauptgewicht auf die Auffassung

in diesem Sinne. Sie läßt dabei die Feststellung der Augenblickswerte in der geschilderten Weise zu. Die symbolische Darstellungsweise kümmert sich um die Augenblickswerte überhaupt nicht mehr. Sie sichert lediglich einen einfachen Rechnungsweg.

Wir wollen nun noch eine praktisch wichtige Änderung an der Kennzeichnung der Strom- und Spannungsgrößen vornehmen, die sich wegen der Einheitlichkeit der Grundgesetze der Elektrotechnik durchsetzen mußte. Bisher haben wir sowohl die Stromstärke als auch die Spannung durch deren Höchstwerte erkenntlich gemacht. Wir haben aber ein großes Interesse daran, die Grundgesetze so zu gestalten, daß sie sowohl für Gleichströme als auch für Wechselströme gelten. Bei diesem Bestreben müssen Schwierigkeiten überwunden werden.

Ein Wechselstrom, dem Zeitgesetz

$$J_t = J_{\max} \sin \omega t$$

folgend, wobei natürlich

$$\omega = 2 \pi f$$

ist, bleibt durch den unendlich kleinen Zeitabschnitt dt auf gleicher Stromstärke und unveränderter Richtung. Über einen Ohmschen Widerstand R fließend, wird er eine Joulesche Wärme

$$J_t^2 R dt = J_{\max}^2 R \sin^2 \omega t dt$$

erzeugen. Innerhalb einer Periode entsteht auf diese Weise die Wärmemenge

$$\int_0^T J_t^2 \cdot R \cdot dt = J_{\max}^2 \cdot R \int_0^T \sin^2 \omega t dt = \frac{J_{\max}^2 \cdot R}{\omega} \cdot \pi.$$

Praktisch interessiert uns nicht die Verlustwärme einer Periode, sondern einer Sekunde. Sie ist f mal größer. So entsteht das Joulesche Gesetz für Wechselströme, die dem Sinuszeitgesetz folgen

$$N = R \cdot \frac{J_{\max}^2}{2} \text{ Watt.}$$

Es hat eine etwas andere Form als wir sie bei Gleichströmen kennengelernt haben. Das ist leicht erklärlich. Die Stromstärke schwankt eben beim Wechselstrom. Aber ein einheitliches Joulesches Gesetz läßt sich doch aufstellen. Wir müssen uns entschließen, Wechselströme nicht mehr nach der Höchststärke zu messen, sondern nach der sog. effektiven Stärke, die sich ganz allgemein als quadratischer Mittelwert

$$J = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T J_t^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{\omega} \int_0^{2\pi} J_t^2 d(\omega t)} \quad (37)$$

ergibt. Für Sinusströme ist einfach

$$J = \frac{J_{\max}}{\sqrt{2}}. \quad (38)$$

Wir messen in der Tat die Wechselstromstärken durchwegs in effektiven Ampere. Ein Wechselstrom von 100 Ampere Stärke hat demnach eingestan-

denermaßen 141 Ampere auf seiner höchsten Höhe. Wir messen auch die Spannungen in effektiven Volt.

Die Änderung schadet der entwickelten graphischen und symbolischen Darstellungsweise in keiner Hinsicht. Wir können den Strom- und Spannungsvektoren genau so Effektivwerte als Beträge zuordnen wie Höchstwerte. Wir tun es, um ein einheitliches Joulesches Gesetz für die ganze Elektrotechnik zu gewinnen.

Es ist übrigens nicht das Joulesche Gesetz allein, das uns zu der effektiven Stromstärke und Spannung drängt. Auch das Gesetz der elektrischen Leistung kann nur auf diese Weise einheitlich gestaltet werden. Wenn nämlich die treibende Spannung dem Zeitgesetz

$$E_t = E_{\max} \sin \omega t$$

folgend den Strom

$$J_t = J_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$$

hervorbringt, so wird im Zeitabschnitt dt nach dem Leistungsgesetz der Gleichstromtechnik die elektrische Arbeit

$$E_t \cdot J_t \cdot dt = E_{\max} \cdot J_{\max} \sin \omega t \cdot \sin(\omega t + \varphi) dt$$

geleistet. Für eine ganze Periode erhalten wir

$$\int_0^T E_t \cdot J_t \cdot dt = \frac{E_{\max} \cdot J_{\max}}{\omega} \int_0^{2\pi} \sin \omega t \cdot \sin(\omega t + \varphi) d(\omega t) = \\ = \frac{E_{\max} \cdot J_{\max}}{\omega} \cdot \pi \cdot \cos \varphi$$

und für die Sekunde

$$N = \frac{E_{\max} \cdot J_{\max}}{2} \cdot \cos \varphi \text{ Watt.}$$

Wir müssen sowohl die Stromstärke als auch die Spannung in Effektivwerten

$$J = \frac{J_{\max}}{\sqrt{2}} \\ E = \frac{E_{\max}}{\sqrt{2}}$$

einführen, um das Gesetz der elektrischen Leistung in die Form

$$N = E \cdot J \cdot \cos \varphi$$

zu bringen, die der Gleichstromtheorie ebenso dienen kann wie der Wechselstromtheorie.

Wenn es nun feststeht, daß mit Rücksicht auf das Leistungsgesetz nicht nur Stromstärken, sondern auch Spannungen in effektiven Maßeinheiten angegeben werden müssen, entsteht doch ein wichtiges Bedenken, an dem wir nicht einfach vorübergehen können. Wie steht es mit der elektrischen Festigkeitslehre? Ist nicht die höchste Spannung für die Belastung des Nichtleiters im elektrischen Feld maßgebend? Liegt nicht eine Gefahr darin, daß wir die Widerstandsfähigkeit der Baustoffe in wirklichen Volt je Zentimeter messen, die Belastung dagegen in effektiven Volt?

Wir haben in der Praxis den einfachen Ausweg gefunden, daß wir die Festigkeitszahlen unserer Baustoffe eben ebenfalls in effektiven Volt je Zentimeter angeben. So sind auch die wenigen Angaben gemeint, die in der 3. Vorlesung gegeben wurden.

Es kann nicht einmal gesagt werden, daß ein derartiger Vorgang der physikalischen Wahrheit schlecht entspricht. Es ist nämlich gar nicht wahr, daß die Spannungshöhe allein entscheidet, wenn es zum Durchschlag kommt. In der vorletzten (6.) Vorlesung wurde die Möglichkeit angedeutet, daß der Durchschlag nur eine Folge der Jouleschen Wärme ist, die in dem Nichtleiter, der doch keinen unendlich großen Ohmschen Widerstand hat, entsteht. Eine Spannung nun, die dem Sinusgesetz folgt, die wir z. B. zu

$$E_t = E_{\max} \sin \omega t$$

ansetzen können, erzeugt im Zeitelement dt die Wärme

$$\left(\frac{E_t}{R}\right)^2 \cdot R \cdot dt,$$

wenn sie den Strom

$$\frac{E_t}{R}$$

über den Widerstand R treibt. Für eine Sekunde berechnet sich dann die Joulesche Wärme zu

$$f \cdot \int_0^T \left(\frac{E_t}{R}\right)^2 \cdot R \, dt = \frac{E_{\max}^2}{2R}.$$

Für die Gleichspannung E wäre der Ansatz

$$\frac{E^2}{R} = \left(\frac{E}{R}\right)^2 \cdot R$$

notwendig.

Es zeigt sich in der Tat, daß in beiden Fällen dieselbe Joulesche Wärme entsteht, wenn die Gleichspannung die Höhe der effektiven Wechselspannung erreicht. K. W. Wagner hat wohl zuerst die Behauptung aufgestellt, daß für die Durchschlagfestigkeit von Nichtleitern nicht die höchste, sondern die effektive Wechselspannung maßgebend ist. Er hat seine Behauptung durch Versuche als gut begründet nachgewiesen.

Wie dem auch sei, der beste und sicherste Weg ist derjenige, den die Praxis eingeschlagen hat. Wir rechnen unsere elektrischen Felder in effektiven Volt/cm und bestimmen bei Festigkeitsversuchen die elektrische Festigkeit der Baustoffe in gleichem Maß. Die Wagnersche Behauptung schützt uns dann in ungewöhnlichen Fällen, in denen die Spannung nicht dem Sinuszeitgesetz folgt.

Bei Übertragung des Jouleschen Gesetzes und des Leistungsgesetzes aus der Gleichstromtheorie in die Wechselstromtheorie hat es sich als notwendig erwiesen, die Stromstärken und die Spannungen in Effektivwerten zu messen. Für andere Wechselstromgrößen besteht dieser Zwang nicht. Wir können, wenn wir wollen, z. B. einen magnetischen Kraftfluß, der dem Sinuszeitgesetz entsprechend seine Kraftlinienzahl ändert:

$$\Phi_t = \Phi_{\max} \cdot \sin \omega t$$

durch die Höchstlinienzahl kennzeichnen. Es würde auch möglich sein, eine effektive Linienzahl einzuführen.

Um Mißverständnisse zu vermeiden, muß man ein für allemal eine Entscheidung treffen. Wir müssen wissen, ob ein Kraftfluß von einer Million Kraftlinien auf seiner vollen Höhe eine Million oder $\sqrt{2}$ mal soviel Kraftlinien hat. Naheliegender wäre es, auf der ganzen Linie Effektivwerte einzuführen. Aber bei Kraftflüssen ist es doch empfehlenswert, bei dem Höchstwert zu bleiben. Das Eisen zwingt uns dazu. Wir wollen immer wissen, wie hoch die Sättigung des verwendeten Eisens geht. Das gäbe die effektive Kraftlinienzahl unmittelbar nicht an.

Besonders deutlich zeigt es sich bei der Kraftliniendichte, daß der Höchstwert praktischer ist als der Effektivwert. Haben wir den Höchstwert, so genügt ein Blick auf die Magnetisierungskurve. Den Effektivwert müßten wir immer erst umrechnen.

So kommt es endgültig dazu, daß wir Spannungen und Ströme allein in Effektivwerten angeben, Kraftflüsse und Kraftflußdichten dagegen in Höchstwerten. An diese Ordnung der Dinge wollen wir uns in Hinkunft durchwegs halten, obwohl wir deshalb das Magnetisierungsgesetz in die Form

$$N = \frac{4\pi}{10} \mu \cdot \frac{J \cdot w \cdot \sqrt{2}}{l} \quad \bar{F}$$

bringen müssen, wenn wir den erregenden Strom in effektiven Ampere, die erregte Kraftlinienzahl in der Höchstzahl angeben wollen.

Neunte Vorlesung.

Leistungsfaktor. Wirkstrom. Blindstrom. Einfache Wechselstromkreise. Wechselstromwiderstände. Magnetische Energie. Elektrische Energie. Reihenschaltung von Wechselstromwiderständen.

In der vorangehenden Vorlesung wurde die Leistung eines Wechselstromes J , der gegen die ihn treibende Spannung E einen Phasenverschiebungswinkel φ zeigt zu

$$N = E \cdot J \cdot \cos \varphi \text{ Watt}$$

berechnet. Es zeigte sich dabei, daß man Effektivwerte sowohl für Spannungen als auch für Ströme braucht, um das Grundgesetz dem Gleichstrom nicht zu entfremden.

Der Erfolg war eigentlich nur halb. Die Gleichstromleistung läßt sich immer zu

$$N = E \cdot J \text{ Watt}$$

berechnen, wenn es sich um die Spannung E (Volt) und die Stromstärke J (Ampere) handelt. Es ist nun wohl wahr, daß der Gleichstrom mit der ihn treibenden Spannung immer „in Phase“ ist, d. h. daß

$$\varphi = 0$$

ist. Es ließe sich ferner bemerken, daß das Wechselstromleistungsgesetz sogar den Fall beurteilen läßt, daß ein Gleichstrom J gegen die in Betracht

kommende Spannung E fließt, mit ihr, wie wir sagen, in Gegenphase ist. Dann wäre

$$\varphi = \pi$$

und die Leistung negativ.

Hinter dem neuen Faktor $\cos \varphi$, dem sog. Leistungsfaktor steht mehr. Der Eindruck ist unlegbar. Er deckt eine ganze Menge von eigentümlichen Erscheinungen, die wir kennen müssen. Wir wollen sie hier genauer ansehen.

Die graphische Darstellungsweise leistet uns im vorliegenden Falle wirksame Dienste. In der Abb. 62 zeichnen wir zuerst den Spannungsvektor ein und dann, mit ihm den Phasenwinkel φ bildend, den Stromvektor. Die Zeitlinie lassen wir so umlaufen, daß der Strom nacheilt. Sie muß also zuerst den Spannungsvektor erreichen.

Wir sehen nun sofort, daß für die Leistung lediglich jene Stromkomponente in Betracht kommt, die wir auf den Spannungsvektor rechtwinklig projizieren können. Sie hat die Größe

$$J \cdot \cos \varphi.$$

Die andere, auf dem Spannungsvektor senkrecht stehende Komponente

$$J \cdot \sin \varphi$$

leistet nichts.

Das Ergebnis ist so bedeutungsvoll, daß auch die Praxis seit langem Ströme, die arbeiten, von Ströme, die nichts leisten, unterscheidet. Sie belegte sie auch mit besonderen Namen, z. B. Wattstrom, wattloser Strom. Sie spricht von Leistungskomponenten des Stroms.

Die Bezeichnungen wurden in neuester Zeit verbessert. Man nennt heute die arbeitende Stromkomponente Wirkstrom, die nicht arbeitende Blindstrom. Es gibt noch andere Benennungen, die gelegentlich erwähnt werden sollen.

Zunächst allerdings drängt sich eine Frage mit elementarer Gewalt hervor: wozu brauchen wir Blindströme, wozu den Leistungsfaktor? Liegt es nicht auf der Hand, daß der Betrieb in jeder Beziehung besser sein muß, wenn der volle Strom arbeitet, wenn es untätige Stromkomponenten nicht gibt?

Wie entstehen überhaupt Blindströme? Wie kommt es zu Phasenverschiebungen zwischen Spannung und Strom? Muß nicht der Wechselstrom der ihn treibenden Wechselspannung immer genau folgen?

Es ist leider unmöglich, Blindströmen auszuweichen und deshalb Phasenverschiebungen zwischen Strom und Spannung zu vermeiden. Das Bestreben der Praxis geht begreiflicherweise immer dahin, den Phasenverschiebungswinkel klein zu machen. Seit Jahrzehnten ist die „Phasenkompensierung“ ein großes Problem.

Für das richtige Verständnis der Schwierigkeiten, die in Wechselstrombetrieben durch das Auftreten von Blindströmen entstehen, ist es wohl am nützlichsten, einmal Blindströme sozusagen in Reinkultur darzustellen. Dies soll uns das nächste Ziel sein.

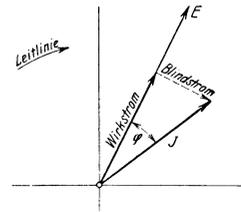


Abb. 62.

Wir denken uns einen ganz einfachen Stromkreis, in dem der Ohmsche Widerstand und die Kapazität eine derart unbedeutende Rolle spielen mögen, daß praktisch nur die, wie wir wissen, immer vorhandene Induktivität L (H) bestimmend auftritt (Abb. 63). Wenn nun in diesem Stromkreis ein Wechselstrom

$$J_t = \sqrt{2} \cdot J \cdot \sin \omega t$$

fließen soll, muß in jedem Augenblick eine treibende Spannung vorhanden sein, die gerade die Selbstinduktionsspannung

$$E_{1t} = -L \frac{dJ_t}{dt}$$

bewältigt. Sie muß ihr mit anderen Worten entgegengesetzt gleich sein.

Sofort ist das Verhältnis der treibenden Spannung E_t und des Stromes J_t bestimmbar

$$E_t = -E_{1t} = L \frac{dJ_t}{dt}.$$

Durch Einsetzen des Augenblickswertes der Stromstärke erhalten wir

$$E_t = \omega \cdot L \cdot \sqrt{2} \cdot J \cos \omega t = \omega L \cdot \sqrt{2} \cdot J \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (39)$$

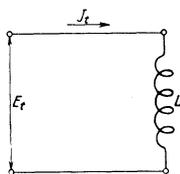


Abb. 63.

Der Höchstwert der Spannung ist

$$E_{\max} = \omega L \cdot \sqrt{2} \cdot J,$$

der Effektivwert:

$$E = \frac{E_{\max}}{\sqrt{2}} = \omega L \cdot J. \quad (40)$$

Das erste, was wir aus Gleichung (39) herauslesen, ist die Tatsache, daß die Spannung, die einen Wechselstrom über eine Induktivität zu treiben hat, dem Strom um eine volle Viertelperiode, d. h. um 90° voreilt. Sie erzeugt in dem besonderen Falle einen reinen Blindstrom, einen Strom also, der gar keine Leistung mit ihr vollbringen kann.

Aus der Gleichung (40) lesen wir weiter heraus, daß sie vollständig dem Ohmschen Gesetz entspricht und schließen daraus, daß

$$\omega L$$

ein Widerstand sein muß, meßbar in Ohm.

Dieses Ergebnis ist nur scheinbar überraschend. Die Induktivität entspricht der Masse bewegter Körper, die Selbstinduktionsspannung der Trägheitskraft. Bei ungleichförmigen Bewegungen gibt es neben wirklichen Bewegungswiderständen auch Trägheitswiderstände, scheinbare Widerstände somit.

Auch ωL ist ein scheinbarer Widerstand. Er wirkt indessen so wie ein wirklicher Widerstand, nur verursacht er außerdem, wie wir gesehen haben auch Phasenverschiebungen. Wir nennen

$$\omega L = 2\pi f \cdot L$$

den induktiven Widerstand des Wechselstromkreises. Er ist der Periodenzahl proportional.

Bei graphischen Lösungsversuchen lassen sich unsere Ergebnisse sehr einfach verwerten. Dem Stromvektor J entspricht in der Abb. 64 bei der gewählten Umlaufrichtung der Zeitlinie der Vektor E der treibenden Spannung, die zur Bewältigung des induktiven Widerstandes notwendig ist. In Gegenphase mit dem Vektor E liegt der ihm gleiche Vektor E_i der Selbstinduktionsspannung. Die Selbstinduktionsspannung eilt ihrem Strom um eine Viertelperiode nach.

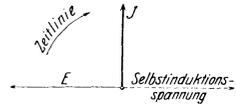


Abb. 64.

In symbolischer Schreibweise würden wir der Spannung, die den Strom

$$J = J \cdot e^{i\varphi}$$

über den induktiven Widerstand ωL (Ohm) treibt, den Vektor

$$E = i \cdot \omega L \cdot J e^{i\varphi}$$

zuordnen. Der Selbstinduktionsspannung würde dann natürlich der Vektor

$$E_i = \frac{\omega \cdot L \cdot J}{i} e^{i\varphi} = -i \omega L \cdot J \cdot e^{i\varphi}$$

entsprechen.

Folgendes ist nun das Gesamtbild, das wir gewinnen können. Jede Induktivität verursacht eine Phasenverschiebung, denn sie verbraucht eine Spannung, die dem Strom um 90° voreilen muß. Nur wenn es Stromkreise ohne Induktivität geben würde, wäre eine Möglichkeit vorhanden, Phasenverschiebungen zwischen Strom und Spannung zu entgehen. Es gibt aber ebensowenig Stromkreise ohne Induktivität, wie es Bewegungen ohne Masse gibt. Nur gleichförmige Bewegungen, nur Gleichströme lassen die Masse, die Induktivität, nicht zur Wirkung kommen.

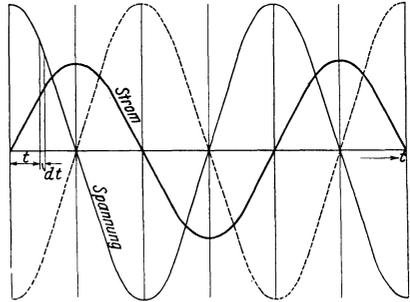


Abb. 65.

Mit der vorangehenden Untersuchung ist das Geheimnis der Blindströme noch lange nicht restlos aufgeklärt. Die eigentümliche Tatsache, daß induktive Ströme nichts leisten, muß noch genauer angesehen werden. Außerdem ist es noch ganz und gar nicht ausgemacht, daß Blindströme nicht auch anderen Ursachen ihr Entstehen verdanken können als nur Induktivitäten.

Abb. 65 zeigt ein Zeitschaubild des Wechselstromes und der ihm um eine Viertelperiode voreilenden treibenden Spannung, die zusammen keine Leistung geben können. Das Schaubild ist so entworfen, daß der Strom zu Beginn gerade durch null geht. Die Spannung steht im gleichen Augenblick natürlich im Höchstwert. Man sieht in der Abb. 65, wie der Stromhöchstwert dem Spannungshöchstwert nacheilt.

Wir untersuchen die erste Viertelperiode des Schaubildes genauer. Es fällt uns auf, daß innerhalb dieser ersten Viertelperiode durchwegs

sowohl der Strom als auch die treibende Spannung positive Augenblickswerte aufweisen. Es wird zweifellos elektrische Arbeit geleistet, die sich zu

$$\int_0^{\frac{T}{4}} \mathbf{E}_t \cdot \mathbf{J}_t dt$$

berechnen läßt. Wir setzen der Abb. 65 gemäß

$$\mathbf{J}_t = \mathbf{J}_{\max} \sin \omega t$$

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_{\max} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \omega L \mathbf{J}_{\max} \cos \omega t$$

und erhalten

$$\int_0^{\frac{T}{4}} \mathbf{E}_t \cdot \mathbf{J}_t \cdot dt = \omega L \cdot \mathbf{J}_{\max}^2 \int_0^{\frac{T}{4}} \sin \omega t \cos \omega t dt = \frac{L \cdot \mathbf{J}_{\max}^2}{2}.$$

Wie kommt es nun, daß wir oben gefunden haben, daß der induktive Strom nichts leistet, während wir hier eine ganz bestimmte elektrische Arbeit berechnen? Der Widerspruch, er kann offenbar nur scheinbar sein, muß aufgeklärt werden. Er läßt sich auch ohne große Schwierigkeiten beseitigen.

Die Leistung ist die Arbeit einer Sekunde oder f -Perioden. Wir müssen eine ganze Periode untersuchen, nicht nur ein Viertel. Da entdecken wir nun an Hand der Abb. 65, daß schon in der zweiten Viertelperiode genau die gleiche Arbeit vom Stromkreis zurückgegeben wird — die Augenblickswerte von Strom und Spannung haben nun entgegengesetztes Vorzeichen —, wie sie in der ersten Viertelperiode zugeführt wurde. Eine gewisse, oben berechnete Energiemenge flutet hin und her. In einer ganzen Periode wird schließlich doch nichts geleistet.

Was ist das für Energiemenge, wo steckt sie, wo wird sie aufgespeichert, woher fließt sie wieder der Stromquelle zurück? Wir erhalten eine überraschende Antwort, wenn wir ganz allgemein die Arbeit berechnen, die vom Beginn des Stromanstieges an bis zur Erreichung eines beliebigen Augenblickswertes \mathbf{J}_t der Stromstärke geleistet wird, d. h.:

$$\int_0^t \mathbf{E}_t \cdot \mathbf{J}_t dt = \omega L \cdot \mathbf{J}_{\max}^2 \int_0^t \sin \omega t \cos \omega t dt.$$

Sie beträgt offenbar

$$= \frac{L \mathbf{J}_{\max}^2}{4} (\cos 2\omega t - 1) \text{ Wattsek.}$$

Nun ist aber

$$\frac{1 - \cos 2\omega t}{2} = \sin^2 \omega t;$$

somit:

$$\int_0^t \mathbf{E}_t \mathbf{J}_t dt = \frac{L \cdot \mathbf{J}_t^2}{2}. \quad (41)$$

Die aufgespeicherte Arbeit ist jederzeit dem Produkt der halben Induktivität und des Quadrates der erreichten Stromstärke proportional. Nun entspricht die Induktivität der Masse, die Stromstärke der Geschwindigkeit. In mechanischer Schreibweise ist Gleichung (41) sofort verständlich. Wir bekommen ein Gegenbild der kinetischen Energie. Unsere Energie kann nur dem magnetischen Feld des Stromes zufließen, wo sie aufgespeichert wird. Von dort wird sie wieder wegfließen, wenn die Stromstärke sinkt. Es ist die magnetische Energie des Stromkreises.

Es gibt keinen Strom ohne Induktivität, wie es keine Geschwindigkeit ohne Masse in der Mechanik bewegter Körper gibt. Es gibt kein magnetisches Feld ohne aufgespeicherte Energie, wie es keine bewegte Masse ohne Bewegungsenergie gibt. In Wechselstromkreisen schwingt die Stromstärke dauernd und mit ihr schwingt der Betrag der aufgespeicherten magnetischen Energie. In der Viertelperiode des Stromanstieges muß dem magnetischen Feld Energie zugeführt werden, in der darauf folgenden Viertelperiode gibt das beim sinkenden Strom schwächer werdende Feld Energie wieder ab. Es gibt ein fortwährendes Zu- und Abfließen der Energie, ohne daß im Verlaufe einer ganzen Periode eine Leistung zustande kommen würde. Das ist der Mechanismus der unerwünschten Blindströme, oder, besser gesagt, der Mechanismus der induktiven Ströme.

Die Induktivität ist nicht die einzige Ursache des Auftretens von Blindströmen. Wir dürfen nicht vergessen, daß jeder Stromkreis auch noch eine zweite kennzeichnende Größe besitzt — die Kapazität. Inwiefern die Kapazität ebenfalls Blindströme verursachen kann, muß eine eingehende Untersuchung zeigen.

Wir untersuchen nach Abb. 66 einen Wechselstromkreis, in dem die Ohmschen und die induktiven Widerstände so unbedeutend sein mögen, daß wir sie nicht zu berücksichtigen brauchen. Dagegen sei ein beachtenswerter Kondensator mit der Kapazität C vorhanden. Im Stromkreis fließe ein Wechselstrom:

$$J_t = \sqrt{2} \cdot J \sin \omega t.$$

Wir erinnern uns, daß die Stromstärke J_t die Elektrizitätsmenge angibt, die in der Zeiteinheit durch irgendeinen Querschnitt des Stromkreisleiters fließt. Im unendlich kleinen Zeitabschnitt dt wird demnach der einen Belegung des Kondensators die Elektrizitätsmenge

$$dQ = J_t \cdot dt$$

zufließen, gleichzeitig fließt von der anderen Belegung die gleiche Elektrizitätsmenge ab. Das ist aber genau so, als ob der zweiten Belegung die Menge

$$-dQ$$

zufließen würde.

Es gibt in elektrischen Feldern keine Erhöhung der wirkenden Ladungen ohne gleichzeitige Erhöhung der Gesamtfeldspannung, solange die Kapazität der Anordnung unverändert bleibt. An den Kondensator клемmen steigt die Spannung um

$$dE_c = \frac{dQ}{C} = \frac{J_t dt}{C}.$$

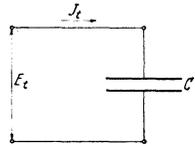


Abb. 66.

Genau so muß natürlich die treibende Spannung zunehmen, damit der Strom ungestört fließen kann. Ersichtlicherweise wird dem Kondensator einfach die treibende Spannung aufgedrückt. So ergibt sich sofort der Ansatz

$$E_t = \int \frac{J_t dt}{C},$$

der nach Einführung des oben angenommenen Ausdruckes für den Augenblickswert der Stromstärke die Form

$$E_t = \frac{\sqrt{2} J}{\omega C} \int \sin \omega t d(\omega t)$$

annimmt.

Bei der Ausführung der Integration muß man folgenden Umstand berücksichtigen. Während der ganzen ersten Periodenhälfte fließt der Wechselstrom in derselben Richtung. Er führt die ganze Zeit dem Kondensator neue wirkende Elektrizitätsmengen zu. Der Spannungsanstieg dauert deshalb diese ganze Zeit an.

Man sieht es dem Ansatz des Problems an, daß die treibende Spannung ebenfalls einem Sinuszeitgesetz gleicher Periodenzahl folgt. Die Spannung steigt nun bei jeder Sinusschwingung vom negativen Höchstwert bis zum positiven dauernd, und zwar um den doppelten Höchstwert. So kommt man zum Ergebnis:

$$2 E_{\max} = \frac{\sqrt{2} J}{\omega C} \int_0^{\pi} \sin \omega t d(\omega t) = \frac{\sqrt{2} \cdot J}{\omega \cdot C} \cdot 2,$$

so daß die effektive Spannung zu:

$$E = \frac{J}{\omega C} \quad (42)$$

angenommen werden muß. Ihr Augenblickswert muß zu:

$$E_t = -\frac{J \cdot \sqrt{2}}{\omega C} \cos \omega t = \frac{J \cdot \sqrt{2}}{\omega C} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \quad (43)$$

angesetzt werden.

Aus der Gleichung (42), die wieder ganz die Form des Ohmschen Gesetzes hat, lesen wir heraus, daß die treibende Spannung einen Widerstand:

$$\frac{1}{\omega C} \text{ Ohm}$$

überwinden muß. Das Dielektrikum des Kondensators muß eben gespannt werden und widersetzt sich dem Auflegen der Spannung durch eine Gegenspannung, die wir Kondensatorspannung nennen wollen. Wir entnehmen ferner der Gleichung (43), daß die treibende Spannung hinter dem Ladestrom des Kondensators um eine volle Viertelperiode zurückbleibt.

Der scheinbare Widerstand des Kondensators, der sog. kapazitive Widerstand reihet sich ebenbürtig an den induktiven Widerstand, den wir oben kennengelernt haben. Er verursacht ebenfalls einen Blindstrom, einen Strom, der mit der treibenden Spannung zusammen nichts leistet. Es ist aber ein wesentlicher Unterschied zwischen dem induktiven und dem

kapazitiven Blindstrom. Der induktive bleibt hinter der treibenden Spannung um eine Viertelperiode zurück, der kapazitive eilt ihr um eine Viertelperiode vor.

Abb. 67 zeigt wieder den Vektor des angenommenen Wechselstromes J . Bei der gewählten Drehrichtung der Zeitlinie muß der Vektor der treibenden Spannung E so angenommen werden, daß er von der Zeitlinie später erreicht wird als der Stromvektor.

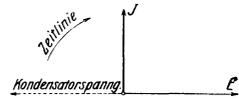


Abb. 67.

Abb. 68 gibt ein Zeitschaubild der treibenden Spannung und des Ladestromes. Der Strom geht zu Beginn gerade durch null und steigt dann an, die Spannung beginnt im negativen Höchstwert. In der zweiten Viertelperiode sehen wir wieder, daß die Augenblickswerte sowohl des Stroms als auch der Spannung positiv sind. In dieser Viertelperiode wird entschieden elektrische Arbeit geleistet.

Sie läßt sich leicht berechnen. Wir erhalten, wie leicht ersichtlich, den Ausdruck:

$$\int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} E_t \cdot J_t dt = \frac{2 J^2}{\omega^2 C} \int_{\frac{T}{4}}^{\frac{T}{2}} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \sin \omega t dt = \frac{J^2}{\omega^2 C}.$$

Nun ist aber auch

$$\frac{J^2}{\omega^2 C^2} = E^2 = \frac{E_{\max}^2}{2}.$$

Der Kondensator bekommt demnach während der Viertelperiode, in der die Spannung von null auf ihren Höchstwert ansteigt, die Energiemenge

$$\frac{E_{\max}^2 C}{2}$$

zugeführt. Diese Energie gibt er in der nächsten Viertelperiode, wo die Spannung wieder auf null zurücksinkt, an die Stromquelle zurück. Es ist die elektrische Energie des Stromkreises, die Energie, die im elektrischen Feld des Kondensators aufgespeichert wird.

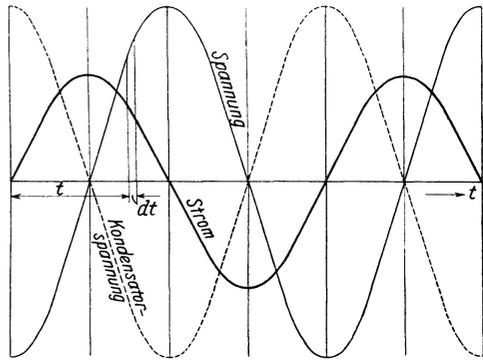


Abb. 68.

Wir haben schon in der 4. Vorlesung die Energie des elektrischen Feldes berechnet. Hier gelang es, auf einem anderen Wege dasselbe Ergebnis zu erhalten.

Es liegt auf der Hand, daß man in Wechselstromkreisen den kapazitiven Strömen ebensowenig entgehen kann wie den induktiven. Elektrische Felder sind ebenso unzertrennlich mit Spannungen verbunden wie magnetische Felder mit Strömen. Der Gleichstrom allein läßt keine Bewegung der im

elektrischen Feld aufgespeicherten Energie zu, weil er die Spannung unverändert festhält.

Wechselstromkreise kämpfen mit dreierlei Widerständen, mit dem wirklichen, Ohmschen, mit dem induktiven und mit dem kapazitiven. Nur der Ohmsche ist ein- für allemal fest gegeben. Der induktive nimmt mit der Periodenzahl zu, der kapazitive ab.

Es ist verständlich, daß bei verschiedenen Periodenzahlen einmal der induktive, das andere Mal der kapazitive Widerstand stärker hervortreten

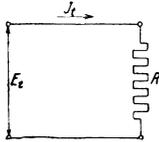


Abb. 69.



Abb. 70.

wird. Bei den üblichen Betriebsperiodenzahlen unserer Starkstromanlagen ist der induktive Widerstand die weitaus wichtigere Größe.

So kommt es, daß wir in der Wechselstromtechnik auf der ganzen Linie mit dem induktiven Widerstand kämpfen. Wir werden ihn in allen möglichen Formen auftreten sehen und fast ausnahmslos werden wir fest-

stellen müssen, daß die Betriebswechselströme hinter den treibenden Betriebsspannungen in der Phase zurückbleiben.

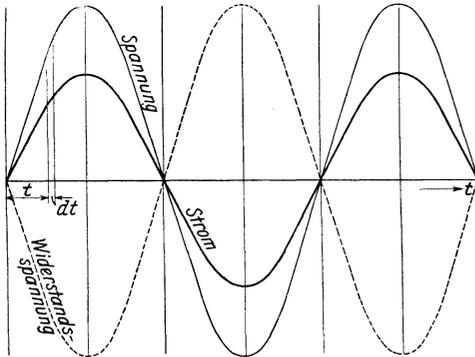


Abb. 71.

Wir sehen schon hier, daß das Ohmsche Gesetz, das die Gleichstromkreise beherrscht, in die Wechselstromtechnik schwer hinüberzuretten sein wird. Bevor wir aber das Gesetz der Abhängigkeit des Wechselstromes von der ihn treibenden Spannung in der allgemeinsten Form aufzustellen suchen, müssen wir noch den dritten möglichen Einzelfall untersuchen, nämlich

einen Wechselstromkreis ohne Induktivität und Kapazität, nur mit einem Ohmschen Widerstand R (Ohm) ausgestattet.

Abb. 69 zeigt das Schaltbild dieses Einzelfalles. Der Wechselstrom

$$J_t = \sqrt{2} \cdot J \cdot \sin \omega t$$

kann wiederum für einen unendlich kurzen Zeitabschnitt als Gleichstrom betrachtet werden. Nach dem Ohmschen Gesetz ergibt sich der Augenblickswert der notwendigen treibenden Spannung sofort zu:

$$E_t = J_t \cdot R = \sqrt{2} \cdot J \cdot R \sin \omega t. \tag{44}$$

Der Höchstwert der Spannung erreicht:

$$E_{\max} = \sqrt{2} \cdot J \cdot R$$

Volt, der Effektivwert

$$E = J \cdot R. \quad (45)$$

Strom und Spannung sind diesmal in Phase, das Ohmsche Gesetz ist auch für Effektivwerte gültig. Der Strom, über einen Ohmschen Widerstand fließend, arbeitet voll, er ist ein vollwertiger Wirkstrom. Im Vektorenschaubild (Abb. 70) fallen die Richtungen des Strom- und des Spannungsvektors zusammen. Der Vektor der Widerstandsspannung ist natürlich entgegengesetzt gleich dem Vektor der wirkenden Spannung. Das Zeitbild der Abb. 71 zeigt noch, daß der Ohmsche Widerstand die Leistung verbraucht.

Eigentlich ist damit der Überblick über die inneren Verhältnisse von Wechselstromkreisen vollständig erreicht. Wir kennen nun ganz genau die Rollen der drei allein maßgebenden Größen: Ohmscher Widerstand, Induktivität und Kapazität. Wir wissen, daß über den Ohmschen Widerstand allein Energie aus dem Stromkreis gezogen werden kann, daß die Induktivität und die Kapazität lediglich Energiespeicher bilden.

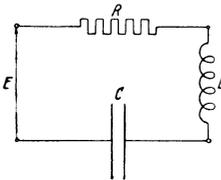


Abb. 72.

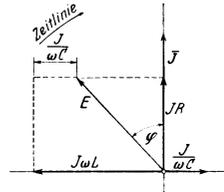


Abb. 73.

Es ist aber doch noch notwendig, nachzusehen, wie sich Wechselstromkreise verhalten, die alle maßgebenden Größen gleichzeitig auftreten lassen. Wir untersuchen deshalb z. B. einen Stromkreis, in dem wir einen Ohmschen Widerstand R (Ω), eine Induktivität L (H) und eine Kapazität C (F) in Reihe geschaltet vorfinden. Das Schaltbild der Anordnung zeigt Abb. 72.

Wir wollen zur Lösung des Problems die Vorteile ausnützen, die uns die graphische Darstellungsweise bietet. Der Vektor des Wechselstromes J , der den Stromkreis durchfließen soll, wird dem Vektorenschaubild als Grundgröße zur Verfügung gestellt (Abb. 73). Der Drehsinn der Zeitlinie wird hierauf beliebig angenommen und nun können die Vektoren der Einzelspannung, die je zur Überwindung des Ohmschen, des induktiven und des kapazitiven Widerstandes notwendig sind, eingetragen werden.

Zu einem gegebenen Zeitpunkt hat die Zeitlinie eine gegebene Lage, etwa die der y -Achse. Die rechtwinkligen Projektionen der Einzelspannungsvektoren auf die Zeitlinie lassen, addiert, sofort die in dem betrachteten Augenblick notwendige Gesamtspannung des Stromkreises erkennen.

Was für einen Augenblick gilt, gilt natürlich auch für jeden anderen. Immer ist der Augenblickswert der notwendigen treibenden Gesamtspannung gleich der arithmetischen Summe der Augenblickswerte der Einzelspannungen, die in Reihe den Ohmschen, den induktiven und den kapazitiven

Widerstand überwinden. Es ist dies nichts anderes als die Forderung des Kirchhoffschen Spannungsgesetzes.

Wenn wir nun daran denken, daß die arithmetische Summe der Projektionen der Einzelvektoren nach den Regeln der Geometrie gleich ist der Projektion der geometrischen Summe der Einzelvektoren, kommen wir sofort zum Ergebnis, daß der Vektor der notwendigen Gesamtspannung einfach durch geometrische Addition der Einzelspannungsvektoren erhältlich ist.

Das Kirchhoffsche Gesetz der Spannungen nimmt auf diese Weise folgende allgemeinere Form an, die natürlich auch noch die besondere Form einschließt, in der wir es bei Gleichströmen kennengelernt haben:

In jedem geschlossenen Stromkreis schließt sich das Vektorenpolygon aller auftretenden Spannungen vollständig. Der Vektor der treibenden Spannung und die Vektoren der einzelnen Widerstandsspannungen sind Vektoren der tätigen Spannungen.

Abb. 73 läßt sofort das Verhältnis der Effektivwerte der Stromstärke und der Gesamtspannung berechnen. Es ist:

$$J = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \quad (46)$$

Abb. 73 läßt sogar den schließlichen Phasenverschiebungswinkel φ zwischen Strom und Gesamtspannung leicht bestimmen. Wir erhalten

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \quad (47)$$

Der Strom bleibt hinter der treibenden Gesamtspannung zurück, wenn, wie hier angenommen wurde und meist auch angenommen werden kann,

$$\omega L > \frac{1}{\omega C}$$

ist. Es läßt sich deshalb auch die Beziehung der Augenblickswerte von Strom und Gesamtspannung sofort aufstellen:

$$J_t = \frac{\sqrt{2} \cdot E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin(\omega t - \varphi). \quad (48)$$

$$E_t = \sqrt{2} \cdot E \sin \omega t. \quad (49)$$

Wie steht es nun mit dem Ohmschen Gesetz? Gleichung (46) gibt uns auf die Frage die Antwort. Es gilt eigentlich auch noch für Wechselstromkreise, wenn man den Begriff des Widerstandes weiter faßt. Es ist in der Tat üblich, von einem scheinbaren Gesamtwiderstand — die häßliche Bezeichnung Impedanz wird dafür noch immer angewendet — zu sprechen. Wir wollen einfach von Wechselstromwiderständen sprechen und meinen im oben untersuchten Falle die Größe

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}. \quad (50)$$

Es handelt sich in der Tat um eine Größe, die in Ohm gemessen werden muß und die unter Umständen, d. h. wenn

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

wird, mit dem wirklichen Ohmschen Widerstand identisch wird. Gleichung (46) ist demnach doch auch eine allgemeinere Form des Ohmschen Gesetzes, die auch für Gleichströme anwendbar ist.

An dieser Stelle ist indessen eine kleine Aufklärung notwendig. Der Gleichstrom ist ein Sonderfall des Wechselstromes, ein Wechselstrom mit der Periodenzahl null. Mit

$$\omega = 0$$

erhalten wir aber einen unendlich großen Wechselstromwiderstand, wie ein Blick auf Gleichung (50) sofort zeigt, während wir doch erwarten müssen:

$$Z = R$$

zu bekommen.

Der scheinbare Widerspruch läßt sich leicht beseitigen. Der Wechselstromwiderstand darf natürlich nur dann nach der Gleichung (50) berechnet werden, wenn die Schaltung der Abb. 72 entspricht. Der Kondensator unterbricht nun in Wirklichkeit den Stromkreis und läßt einen Gleichstrom gar nicht fließen, er bietet ihm einen unendlich großen Widerstand. Der Wechselstrom schwingt, er fließt von der einen Belegung des Kondensators zur anderen, in dem zur Verfügung stehenden Weg, kehrt dort um und fließt auf dem gleichen Wege zurück.

Es wird überhaupt mit dem Ausdruck für den Wechselstromwiderstand, wie ihn Gleichung (50) angibt, unvorsichtig gearbeitet, als ob er allgemein gültig wäre und läßt viel zu wenig erkennen, daß die Schaltung dahinter steht. Was für Irrtümer auf diese Weise möglich sind, zeigt ein Beispiel am besten.

In einem Wechselstromkreis verzweige sich der Strom, nachdem er einen Ohmschen Widerstand R überwunden hat und fließe in einem Stromzweig über eine Induktivität L , im anderen Stromzweig über eine Kapazität C , so daß sich das Schaltbild der Abb. 74 ergibt.

Der Effektivwert der Spannung, die zwischen den beiden Verzweigungspunkten herrscht, sei E_v . Diese Spannung treibt über die Induktivität den Zweigstrom von

$$J_1 = \frac{E_v}{\omega L} \text{ effektiven A,}$$

der ihr natürlich um eine Viertelperiode nacheilt. Über die Kapazität treibt sie den zweiten Zweigstrom von

$$J_2 = E_v \cdot \omega \cdot C \text{ effektiven A,}$$

der ihr um eine Viertelperiode voreilt.

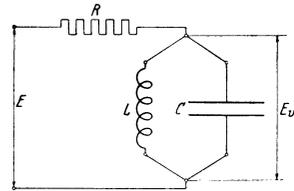


Abb. 74.

Das Vektorenbild der Abb. 75 ist leicht verständlich. Zu irgendeinem Zeitpunkt kommt die Zeitlinie in irgendeine Augenblickslage. Die Projektionen der beiden Zweigstromvektoren auf die Zeitlinie entsprechen natürlich den Augenblickswerten der beiden Ströme. Ihre arithmetische Summe — sie subtrahieren sich in Wirklichkeit voneinander — gibt den Augenblickswert des vom Widerstand R kommenden Gesamtstromes J . Das verlangt das Kirchhoffsche Gesetz der Stromverzweigungen.

Dieselben Folgerungen, die wir oben für die Spannungen gezogen haben, gelten auch hier für die Ströme. Das Kirchhoffsche Stromgesetz verlangt in seiner allgemeinen Form, daß sich die Vektoren aller in einen Punkt zusammenfließenden Ströme zu einem geschlossenen Vektorenvieleck zusammensetzen.

Der einfache Fall, der hier vorliegt, gestattet sofort die Berechnung des Gesamtstromes:

$$J = J_1 - J_2.$$

Es ist

$$J = E_v \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right).$$

Dieser Gesamtstrom verbraucht nun auf dem Wege durch den Ohmschen Widerstand die Teilspannung

$$JR,$$

mit der er in Phase ist.

Die Spannung

$$E_v = \frac{J}{\frac{1}{\omega L} - \omega C}$$

ist, wie Abb. 74 erkennen läßt, auf jeden Fall um eine Viertelperiode gegen den Gesamtstrom J phasenverschoben. Die notwendige Gesamtspannung des Stromkreises muß demnach zu

$$E = \sqrt{J^2 R^2 + \frac{J^2}{\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right)^2}}$$

angesetzt werden, was zu der Beziehung

$$J = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC} \right)^2}}$$

führt.

Diesmal hat der Wechselstromwiderstand des Stromkreises:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{\omega L}{1 - \omega^2 LC} \right)^2}$$

einen ganz anderen Aufbau. Die Schaltung ist eben geändert. Diesmal wird aber für

$$\omega = 0, \quad Z = R.$$

Es kann auch bei der gewählten Anordnung tatsächlich ein Gleichstrom fließen. Er benützt nur den einen Zweigweg, in dem die Induktivität liegt. Über den Kondensator ist ihm der Weg genau so versperrt wie in dem oben zuerst betrachteten Fall.

Die Frage des Wechselstromwiderstandes eines Stromkreises ist nicht ganz einfach. Hinter ihr versteckt sich die Frage der Auffindung des Gesamtwiderstandes, der alle Widerstände des Stromkreises unter Berücksichtigung der Schaltung zu ersetzen imstande ist. Das Problem haben wir für Gleichströme gelöst und zwei Widerstandsgesetze aufgestellt. Nun sind wir daran, sie in die Wechselstromtheorie herüber zu ziehen.

Wir werden sehr leicht entdecken, daß sich diesmal das Problem sehr erweitert. Der Ohmsche, der induktive und der kapazitive Widerstand haben einen gemeinsamen Maßstab, aber sie sind nicht gleichartig. In Reihenschaltung lassen sie sich nicht mehr einfach arithmetisch addieren. Sie sind selbst Vektoren geworden.

Es liegt nahe, ihnen die Phase der Widerstandsspannung zuzuordnen, die sie verursachen. Es hätte dann der Ohmsche Widerstand die Gegen-

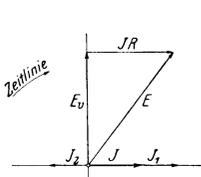


Abb. 75.

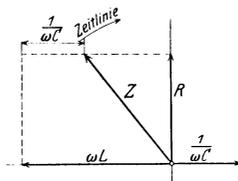


Abb. 76.

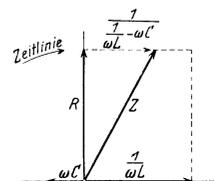


Abb. 77.

phase des Stromes, der induktive Widerstand würde dem Strom um eine Viertelperiode nacheilen, der kapazitive Widerstand um eine Viertelperiode voreilen. Das Vektorenbild der Abb. 76 würde sich so ergeben.

Das Problem der Zusammensetzung der Widerstände braucht sich allerdings nur um die Phasenunterschiede der verschiedenen Widerstände zu kümmern. Es genügt demnach das Vektorenbild der Abb. 76 allein, das zeigt, daß der induktive Widerstand dem Ohmschen um 90° voreilt, während ihm der kapazitive um 90° nacheilt.

Nach dieser Klärung kann man es versuchen, Widerstandsgesetze, wenigstens die einfachsten, auch für Wechselstromkreise aufzustellen. Widerstände in Reihenschaltung müßte man als Vektoren erhalten, die der geometrischen Summe der Vektoren der Einzelwiderstände entsprechen. Für die Schaltung der Abb. 72 entstände die graphische Lösung der Abb. 76. Es ist in der Tat

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Parallelgeschaltete Widerstände müßten wir ebenso behandeln wie beim Gleichstrom. Der reziproke Wert des Ersatzwiderstandes müßte gleich sein der geometrischen Summe der reziproken Werte der parallelgeschalteten Widerstände. Welche Phase hat aber der reziproke Wert eines Vektors?

Auf diese Zwischenfrage gibt die symbolische Rechnungsweise eine rasche Antwort. Der Einheitsvektor

$$e^{+i\varphi}$$

und sein reziproker Wert

$$\frac{1}{e^{+i\varphi}} = e^{-i\varphi}$$

schließen mit dem Grundvektor, d. h. mit irgendeinem gegebenen Vektor gleiche Phasenwinkel entgegengesetzten Vorzeichens ein.

Wenn wir z. B. den Schaltungsfall der Abb. 74 behandeln wollen, erhalten wir das Vektorenbild der Abb. 77. Der Vektor des Ohmschen Widerstandes übernimmt hier die Rolle des Grundvektors. Nun ist die Rechnung leicht:

$$Z^2 = R^2 + \left(\frac{1}{\frac{1}{\omega L} - \omega C} \right)^2,$$

in Übereinstimmung mit der oben durchgeführten Untersuchung.

Ein gewisser Überblick über die Schwierigkeiten der Wechselstromprobleme ist gewonnen. Die Grundgesetze der Gleichstromtheorie ließen sich alle in eine allgemeinere Form bringen, in der sie noch immer als Sonderfälle enthalten sind. Die Rolle der drei entscheidenden Faktoren des Stromkreises läßt sich bereits einigermaßen übersehen. Die Hilfe und der Wert der graphischen Darstellungsweise kann schon ein wenig eingeschätzt werden und die symbolische Rechnungsweise zeigt ebenfalls schon Möglichkeiten, die ohne sie nicht vorhanden sind und vermißt werden müßten.

Unzweifelhaft muß aber schon jetzt der Eindruck sein, daß die Wechselstromtheorie unvergleichlich größere Verwicklungen zu meistern hat als die Gleichstromtheorie. Hinter dem verwickelteren Aufbau müssen wir erheblich größere Möglichkeiten und Aussichten für die Praxis vermuten. Geschickte Ausnützung der Vorteile und sorgfältige Vermeidung der Nachteile der Wechselstromerscheinungen ist die Arbeit des Elektroingenieurs. Wir können schon jetzt damit rechnen, daß ihm die Theorie jederzeit als verlässlicher Berater zur Seite stehen kann.

Zehnte Vorlesung.

Selbstinduktionsspannung einer eisenhaltigen Spule. Zeitform des Magnetisierungsstroms. Wechselstromtransformator. Übersetzungsverhältnis. Wicklungen. Verluste. Wirkungsgrad.

In der vorangehenden Vorlesung konnten die Grundgesetze der Wechselstromtechnik aus den Grundgesetzen der Gleichstromtechnik abgeleitet und erklärt werden. Die unvermeidlichen Nachteile des Wechselstromes gegenüber dem Gleichstrom traten dabei deutlich zutage. Es ist gerecht, sofort auch die Vorteile des Wechselstromes vorzuführen, bevor die Theorie auf dem gewonnenen Fundament weiter ausgebaut wird.

Es wurde bereits erwähnt, daß die zeitlichen Änderungen der Stromstärke die Selbstinduktion als größten Nachteil hervortreten lassen. Es

wurde auch erwähnt, daß neben der Selbstinduktion die Freminduktion als Vorteil besteht. Dieser Vorteil soll nun hier genauer untersucht werden.

Wir nehmen eine Spule mit passend gebautem Eisenkern, deren Ohmschen Widerstand wir zunächst ganz vernachlässigen wollen (Abb. 45) und drücken ihr eine Wechselspannung

$$E_{1t} = \sqrt{2} \cdot E_1 \sin \omega t$$

auf. Es ist nicht notwendig, in dem Spulenstromkreis mit irgendeiner Kapazität zu rechnen. Der Strom J_m , der nun die Spule durchfließen muß, hat lediglich mit der Induktivität zu kämpfen.

Wie immer der Strom sich auch ausbilden möge, er wird das Eisen erregen, er wird einen Kraftfluß hervorbringen. Die Linienzahl dieses Kraftflusses im Zeitpunkt t bezeichnen wir mit Φ_t . Die zeitliche Änderung der Linienzahl bestimmt nun, wie wir bereits wissen, die Höhe der Spannung, die in dem betrachteten Augenblick in einer Windung der Spule induziert wird. Sie beträgt

$$- \frac{d\Phi_t}{dt} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Der Eisenkern sorgt dafür, daß der Kraftfluß durch alle w_1 -Windungen der Spule in voller Stärke hindurchgeht, die einzelnen Windungen werden demnach gleiche induzierte Spannungen bekommen. Die gesamte induzierte Spannung der Spule muß also

$$E_{1t} = - w_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt} \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

betragen.

Bei Nichtvorhandensein eines Ohmschen Widerstandes oder eines kapazitiven Widerstandes im Spulenstromkreis wirken nur die aufgedrückte und die induzierte Spannung. Nach dem Kirchhoffschen Spannungsgesetz müssen sie in jedem Augenblick die Summenspannung null ergeben. Sie stehen, anders ausgedrückt, jederzeit im Gleichgewicht

$$E_{1t} + E_{it} = 0,$$

d. h.

$$w_1 \frac{d\Phi_t}{dt} \cdot 10^{-8} = \sqrt{2} \cdot E_1 \cdot \sin \omega t. \quad (51)$$

Es ist für das richtige Verständnis der Wirkungsweise unserer elektrischen Maschinen von großer Wichtigkeit, das hier gewonnene Bild genau anzusehen. Die aufgedrückte Spannung muß in jedem Augenblick eine gleich große, ihr entgegengesetzt wirkende induzierte Spannung antreffen. Das Spannungsgleichgewicht stellt sich mit großer Kraft selbst ein. Jede Störung würde eine Änderung des Spulenstroms J_m zur Folge haben, der sofort den Kraftfluß so weit richtigstellt, daß das Gleichgewicht wieder erreicht wird. Die aufgedrückte Spannung zwingt somit mit Hilfe des von ihr getriebenen Stromes J_m , dem Kraftfluß das Gesetz auf. Das ist der Sinn der Gleichung (51).

Aus ihr berechnen wir leicht

$$\Phi_t = \frac{\sqrt{2} \cdot E_1}{w_1 \cdot \omega} \cdot 10^8 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \quad (52)$$

und damit den notwendigen Höchstwert der Kraftlinienzahl.

$$\Phi_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{w_1 \cdot \omega} \cdot E_1 \cdot 10^8.$$

Umgekehrt läßt sich natürlich aus dem Höchstwert der Kraftlinienzahl auch die in einer Windung der Spule induzierte Spannung berechnen. Sie hat offenbar den Effektivwert

$$\frac{E_i}{w_1} = \frac{E_1}{w_1} = E_w = \frac{\omega}{\sqrt{2}} \cdot \Phi_{\max} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Wir setzen noch

$$\omega = 2 \pi f$$

ein und bekommen den gebräuchlichen Ausdruck für die Windungsspannung

$$E_w = \frac{2 \pi}{\sqrt{2}} \cdot f \cdot \Phi_{\max} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.} \tag{53}$$

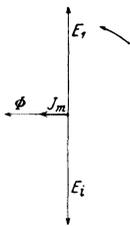


Abb. 78.

Gleichung (53) zeigt, daß der Kraftfluß der aufgedrückten Spannung um eine Viertelperiode nacheilt. Der Kraftfluß ist nun immer in Phase mit dem ihn erregenden Strom. Es eilt demnach auch der Strom J_m der aufgedrückten Spannung um 90° nach (Abb. 78).

Das Ergebnis bringt nichts neues. Wir wissen bereits, daß ein Stromkreis, der nur Induktivität besitzt, den Strom um eine volle Viertelperiode hinter der Spannung zurück bleiben läßt. Wir haben das Ergebnis auf einem Umwege gewonnen, obwohl es unmittelbar zu haben war.

Es war aber notwendig, die Induktivität zu umgehen. Der Eisenkern bringt, wie wir bereits wissen, eine Induktivität von großer Unbeständigkeit.

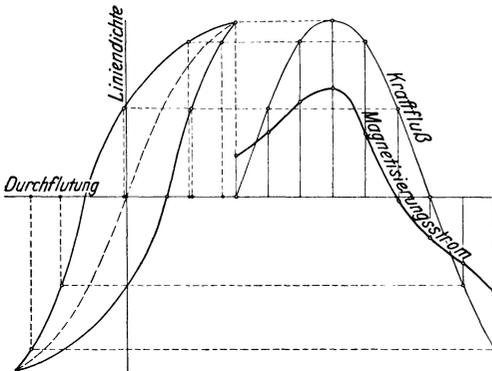


Abb. 79.

Man kann mit ihr nicht exakt rechnen. Es war wichtig, klar nachzuweisen, daß trotz der veränderlichen magnetischen Durchlässigkeit des Eisens der Kraftfluß doch einem Sinuszeitgesetz folgen muß, wenn die aufgedrückte Spannung es tut und daß die Periodenzahl für Kraftfluß und Spannung genau gleich bleiben muß.

Die Unbeständigkeit der magnetischen Durchlässigkeit des Eisens setzt sich ganz anders durch. Der erregende Strom J_m wird nicht mehr dem Sinusgesetz folgen können, wenn der Kraftfluß ihm folgt. Abb. 79 zeigt klar, wie die Magnetisierungskurve des Eisens die Welle des Magnetisierungsstroms entstellt. Die in der 7. Vorlesung erwähnte Hysteresisschleife wird dem Strom verhängnisvoll.

Es ist nicht nötig, der interessanten Erscheinung hier weiter nachzugehen. Abb. 79 läßt uns aber doch erkennen, mit welcher Gewalt sich das

Spannungsgleichgewicht behauptet. An der Entstellung der Form des erregenden Stromes ist sie ersichtlich. Wichtig ist es ferner, festzustellen, daß man Wechselströmen, die dem Sinusgesetz nicht folgen, keineswegs ganz entgehen kann.

Wir können nun einen Schritt weitergehen. Auf den Eisenkern unserer Spule setzen wir noch eine zweite Spule mit w_2 Windungen, so daß die Anordnung der Abb. 80 entsteht. Der Kraftfluß wird vom Eisen durch die zweite Spule in voller Größe geführt. Er muß auf die Windungen dieser Spule ebenso wirken, wie auf die Windungen der ihn erregenden Spule. Er wird auch hier in jeder Windung eine Spannung induzieren und diese Spannungsspannungen werden zweifellos genau die Größe und das Zeitgesetz der Windungsspannungen der ersten Spule zeigen.

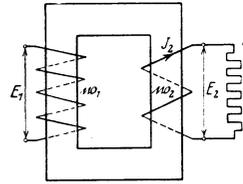


Abb. 80.

Die neue Spule bekommt nach all dem eine induzierte Gesamtspannung E_2 , die sich zur induzierten Gesamtspannung der ersten Spule und mit gleichzeitig zu der aufgedrückten Spannung E_1 einfach in das Verhältnis der Windungszahlen stellen wird:

$$E_1 : E_2 = w_1 : w_2. \tag{54}$$

Wir haben eine Einrichtung gefunden, die uns gestattet, eine gegebene Wechselspannung E_1 in eine andere Wechselspannung E_2 von gleichem Zeitgesetz, von gleicher Frequenz, umzuwandeln, wobei wir die Spannungshöhe ganz beliebig, d. h. in irgendeinem gewünschten Übersetzungsverhältnis

$$w_1 : w_2$$

ändern können. Wir haben den Transformator vor uns.

Es liegt auf der Hand, daß sich dem Betrieb ganz neue und gewaltige Möglichkeiten eröffnen, sobald man imstande ist, jederzeit die Höhe der Spannung zu ändern. Aber bevor wir nachsehen können, wie wir das kostbare Hilfsmittel praktisch verwerten können, müssen wir doch noch eine Frage erledigen.

In der zweiten Windungsgruppe des Transformators, in der sog. sekundären Wicklung erhalten wir wohl die nach Wunsch erhöhte oder verkleinerte Betriebsspannung, die wir der ersten Windungsgruppe, der primären Wicklung aufgedrückt haben, wieder. Aber zunächst können wir uns auf die Einrichtung nur verlassen, solange die Sekundärwicklung stromlos ist.

Spannung ohne Strom können wir nicht verwerten, wenn wir Arbeit leisten wollen. Wir müssen an die Sekundärwicklung Verbraucher anschließen können, wir müssen die umgeformte, die Sekundärspannung Ströme durch Glühlampen, Motoren, Heizapparate treiben lassen. Was geschieht nun, wenn die Sekundärwicklung von einem Strom J_2 durchflossen wird?

Dieser Strom wird zweifellos den Eisenkern magnetisieren. Er wird den ursprünglichen Kraftfluß, die Seele des Transformators, zu ändern versuchen. Aber er darf ihn nicht ändern. Jede Störung des Kraftflusses

ist gleichbedeutend mit der Störung des Spannungsgleichgewichtes in der Primärwicklung. Dieses Gleichgewicht aber behauptet sich, wie wir gesehen haben, um jeden Preis. Was ist die Folge?

Die Primärwicklung wird aus der Stromquelle, die ihr die Spannung aufdrückt, einen Zusatzstrom J_1 ziehen, der in jedem Augenblick dem sekundären Belastungsstrom magnetisch das Gleichgewicht hält. Dieser Gegenstrom wird einfach den Eisenkern im umgekehrten Sinne umkreisen, er wird immer das genaue Gegenteil anstreben. So bleibt der ursprüngliche Kraftfluß doch unberührt und das Spannungsgleichgewicht in der Primärwicklung doch unangetastet.

Der sekundäre Belastungsstrom J_2 hat, w_2 -Windungen durchfließend, nur dann die gleiche erregende Kraft wie der primäre Belastungsstrom J_1 , dem w_1 -Windungen zur Verfügung stehen, wenn

$$J_1 w_1 = J_2 w_2,$$

oder

$$J_1 : J_2 = w_2 : w_1 \quad (55)$$

ist. Das fordert das Magnetisierungsgesetz, ausgedrückt durch die in der 7. Vorlesung gewonnene Gleichung (29).

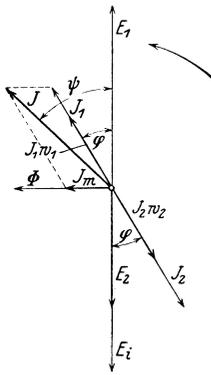


Abb. 81.

Die beiden Hauptgesetze des Transformators, die wir in Form der beiden Gleichungen (54) und (55) gewonnen haben, gelten für die Augenblickswerte der Spannungen und Ströme, damit aber gleichzeitig auch für die Effektivwerte. Wir können sie zu einem dritten Gesetz

$$J_1 \cdot E_1 = J_2 \cdot E_2$$

vereinigen, das uns die übrigens selbstverständliche Tatsache vorführt, daß bei der Transformation die Energie voll wieder gewonnen wird. Die Spannungen haben sich im Übersetzungsverhältnis, die Ströme im umgekehrten Übersetzungsverhältnis geändert.

Die Primärwicklung des Transformators führt gleichzeitig zwei Ströme, den Magnetisierungsstrom und den Belastungsstrom. Der Belastungsstrom richtet sich lediglich nach dem sekundären Belastungsstrom des Transformators und hält das magnetische Gleichgewicht der Ströme. Der Magnetisierungsstrom richtet sich lediglich nach der primär aufgedrückten Spannung und hält das elektrische Gleichgewicht der Spannungen. Der ganze Betrieb des Transformators richtet sich ausschließlich nach den Forderungen des Gleichgewichtes der Ströme und Spannungen.

Einen sehr guten Gesamtüberblick über die Wirkungsweise des Transformators gibt uns sein Vektorenschaubild. Es wird am besten für ein Übersetzungsverhältnis

$$w_1 : w_2 = 1 : 1$$

entworfen, denn in diesem Falle werden die Belastungsströme und die Spannungen primär und sekundär gleich groß.

Wir beginnen (Abb. 81) mit dem Vektor der aufgedrückten Spannung E_1 und nehmen die Drehrichtung der Zeitlinie beliebig an. Der Vektor des

Kraftflusses Φ eilt dem Spannungsvektor um eine Viertelperiode nach. Mit ihm in Phase zeichnen wir den Vektor des Magnetisierungsstromes J_m ein, obwohl dieser Strom eigentlich keinen Vektor hat, weil er dem Sinuszeitgesetz nicht folgt.

Genau in Gegenphase mit dem Vektor E_1 muß der Vektor der induzierten Spannung E_i der Primärwicklung eingezeichnet werden. Er stellt beim gewählten Übersetzungsverhältnis gleichzeitig den Vektor der Sekundärspannung E_2 dar, die ja nichts anderes ist als eine vom Kraftfluß induzierte Spannung.

Der Vektor des sekundären Belastungsstromes J_2 kann beliebig angenommen werden. Je nach der Art der Belastung wird er verschiedene Größen und verschiedene Phasenwinkel φ der ihn treibenden Sekundärspannung E_2 gegenüber zeigen. Ihm gleich an Größe, aber in Gegenphase mit ihm, muß der primäre Belastungsstrom J_1 werden. Damit ist der Vektor J_1 jederzeit bestimmt.

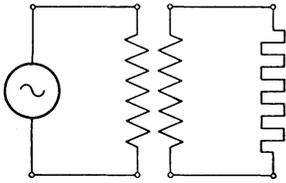


Abb. 82.

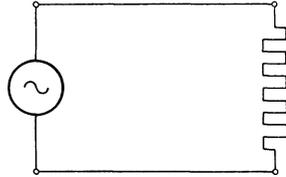


Abb. 83.

Das Schaubild zeigt deutlich das Gleichgewicht der Spannungen E_1 und E_i und der Ströme J_1 und J_2 . Es läßt den Gesamtstrom J der Primärwicklung, der sich aus dem jeweiligen Belastungsstrom J_1 und dem Magnetisierungsstrom J_m zusammensetzt, leicht bestimmen. Es läßt klar erkennen, daß die rechtwinkelige Projektion des Gesamtstromes J auf den Spannungsvektor E_1 genau so groß ist wie die gleiche Projektion des Belastungsstromes J_1 . Der Magnetisierungsstrom J_m stört demnach das Leistungsgesetz

$$E_2 J_2 \cos \varphi = E_1 J_1 \cos \varphi = E_1 J \cos \psi$$

in keiner Weise.

Den Transformator beherrschen wir nun nach dem kurzen Überblick über seine Wirkungsweise genügend, um sofort zu erkennen, wie er praktisch verwertet werden kann. Wir haben gesehen, daß er die Energie des Stromkreises ungeschmälert durchgehen läßt, daß er nur ihre Form ändert, indem er das fest gegebene Produkt der Spannung und der Stromstärke nach Wunsch in irgend zwei Faktoren zerlegt.

Wir können irgendwo, mitten in einem Stromkreis, einen Transformator einbauen, z. B. nach dem Schaltbild der Abb. 82. Nur scheinbar zerlegt er den ursprünglichen Stromkreis (Abb. 83) in zwei selbständige Teile. Alles was auf der Sekundärseite des Transformators vorgeht, wird doch getreulich auf die Primärseite übertragen. Ja er ändert, wenn er das Übersetzungsverhältnis 1 : 1 hat, vom Magnetisierungsstrom, den er für sich selbst braucht, abgesehen, überhaupt nichts.

Es ist aber von großer Bedeutung, in den verschiedenen Teilen eines ausgedehnten Stromkreises mit verschiedenen Spannungen und Stromstärken, aber doch mit derselben Energie, zu arbeiten. Nirgends zeigt sich das mit solcher Deutlichkeit wie bei der Übertragung der Energie über weite Strecken.

Nur zu oft sind wir gezwungen, am Fundort einer ausgiebigen natürlichen Energiequelle, z. B. einer Wasserkraft, eine elektrische Anlage aufzubauen, in der Generatoren die elektrische Energie erzeugen. Über weite Strecken müssen dann z. B. zwei Leiter den Strom zu den Verbrauchern führen.

Die Fernleitung braucht für ihre Leiter Kupfer. Wir können nicht gedankenlos den Querschnitt des Leiters wählen. Einerseits sind wir bestrebt, ihn möglichst klein anzunehmen, damit wir möglichst wenig Kupfer benötigen, andererseits müssen wir an den Ohmschen Widerstand denken, der dem Leiterquerschnitt umgekehrt proportional ist.

Wir wollen Zahlen zu Hilfe nehmen. Es wären 100 Kilowatt auf 10 Kilometer für reinen Lichtbetrieb zu übertragen. Der Lichtbetrieb bringt in den Stromkreis lauter Ohmsche Widerstände — die Glühfäden — als Verbraucher, Strom und Spannung sind deshalb praktisch genommen in Phase.

Man kann Glühlampen nicht mit höheren Spannungen betreiben. Wir arbeiten meist mit 220 Volt. Wollten wir mit dieser Spannung im ganzen Stromkreis, auch auf der Fernleitung, auskommen, müßten wir uns auf einen Fernleitungsstrom von

$$\frac{100\,000}{220} = 455 \text{ Ampere}$$

gefaßt machen.

Der Reihenwiderstand der beiden Fernleitungsleiter, der die Joulesche Wärme der Fernleitung bestimmt, darf nicht zu groß werden. Wir entschließen uns z. B. in der Fernleitung 10 v. H. der Energie zu opfern, die wir am Fernleitungsende nützlich abgeben, das sind 10 Kilowatt. Der gesuchte Widerstand eines Fernleiters ist damit auf

$$\frac{10\,000}{2 \cdot 455^2} = 0,0242 \text{ Ohm}$$

begrenzt.

Der Leiter hat angenommenermaßen 10 000 m Länge. Mit dem spezifischen Kupferwiderstand

$$\rho = 0,0172 \frac{\text{Ohm} \cdot \text{mm}^2}{\text{m}}$$

bekommen wir somit den notwendigen Leiterquerschnitt zu

$$F = 0,0172 \cdot \frac{10\,000}{0,0242} = 7000 \text{ mm}^2.$$

Vor diesem Ergebnis müßten wir ohnmächtig stehen bleiben, ohne an die Verwirklichung des Übertragungsproblems denken zu können, wenn nicht der Transformator mit überraschender Kraft eingreifen würde. Wir

sehen, daß es die hohe Stromstärke in der Fernleitung ist, die alles verdirbt. Wir müssen sie gründlich heruntersetzen.

Wir schalten am Ende der Fernleitung einen Transformator ein, z. B. mit einem Übersetzungsverhältnis 25 : 1. Er wird die Lampenspannung von 220 Volt als Sekundärspannung bekommen, die Fernleitung kann ihm dann

$$220 \cdot 25 = 5500 \text{ Volt}$$

als Primärspannung aufdrücken (Abb. 84).

Dem Gesamtverbrauchstrom von 455 Ampere entspricht nun in der Fernleitung nur noch ein Primärstrom von

$$\frac{455}{25} = 18,2 \text{ Ampere,}$$

der Widerstand eines Fernleiters kann jetzt 25^2 mal größer werden. Der notwendige Leiterquerschnitt sinkt sofort auf

$$\frac{7000}{25^2} = 11,3 \text{ mm}^2$$

zurück.

Es ist offenbar von riesiger Bedeutung, daß die Kraftübertragung mit hohen Spannungen und kleinen Stromstärken arbeiten kann. Das

Rechnungsbeispiel zeigt klar, daß nur auf diese Art mäßige Energieverluste in der Fernleitung bei mäßigem Kupferverbrauch erzielt werden können.

Man kann nun hohe Spannungen weder an den Verbrauchseinrichtungen brauchen, noch meist unmittelbar in den Generatoren erzeugen. Deshalb muß am Anfang der Fernleitung der Transformator die mäßige Generatorspannung auf die notwendige Übertragungshöhe hinaufheben und am Ende der Fernleitung muß wieder ein zweiter Transformator die hohe Übertragungsspannung in die Verbraucherniederspannung umwandeln. So entsteht das Schaltbild der Abb. 84.

Der Transformator ist die Säule des mächtigen Gebäudes einer elektrischen Anlage. Er trennt die Erzeugungsstätte von der Fernleitung ab und ebenso die Fernleitung vom Verbraucherstromkreis. Er zerlegt die ganze Anlage in Teile, die wir nun ganz frei aufbauen können. Wir suchen uns die günstigste Spannung für die Kraftübertragung beliebig aus, bauen unsere Stromerzeuger für eine Spannung, die ihnen liegt und können die Verbraucherspannung, wenn wir wollen, ein für allemal festsetzen.

Zwei Vorteile von unabsehbarer Bedeutung bekommt auf diese Weise die Wechselstromtechnik, sobald ihr der Transformator zur Verfügung gestellt wird: die Möglichkeit großzügiger Kraftübertragungen und die Möglichkeit der Vereinheitlichung der Verbraucherspannung. Wir müssen die beiden Vorteile noch etwas genauer ansehen.

Das oben durchgeführte einfache Rechnungsbeispiel zeigt klar, daß man die Übertragungsspannung auf der Fernleitung um so höher wählen

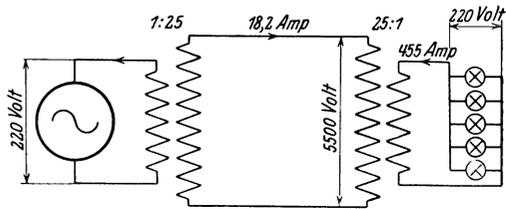


Abb. 84.

muß, je größer die zu übertragende Leistung und je größer die Länge der notwendigen Fernleitung wird.

Gleichstromanlagen fingen mit Blockzentralen an. In großen Städten baute man für einen Häuserblock eine kleine Dampfanlage und konnte auf die kleinen in Betracht kommenden Entfernungen ohne Schwierigkeiten die Energie verteilen. Man war zunächst zufrieden, daß die kleinen Anlagen ohne große Störungen arbeiten konnten.

Inzwischen wagte man sich an den Bau immer größerer Generatoren. Man sah, daß die größere Einheit verhältnismäßig billiger ist. Man versuchte deshalb größere Abnehmerkreise an einen einzigen Generator zu hängen.

Stadtzentralen entstanden auf diese Weise. Die Leistung wuchs, die Entfernungen ebenfalls. Die Schwierigkeiten der Kraftübertragung, die natürlich für den Gleichstrom dieselbe Form annehmen wie für den Wechselstrom, zeigten sich bald. Der schwerfällige Gleichstrom blieb bald stecken. Er hatte keinen Transformator zur Verfügung.

In der Tat ist es ganz leicht, sich davon zu überzeugen, daß es einen Gleichstromtransformator nicht geben kann. Die zeitlichen Änderungen des Kraftflusses des Transformators sind es doch, die der Transformation den Weg öffnen. Beim Gleichstrom gibt es keine zeitlichen Änderungen.

In der Krisis der jungen Elektrotechnik griff die Möglichkeit der Transformation mit ungeheurer Kraft ein. Mit einem Schlag wurden die schier unüberwindlichen Schwierigkeiten der Energieübertragung umgeworfen. Der Wechselstrom trat seinen Siegeszug an.

Von da an hing alles daran, was der Transformator alles leisten konnte. Für je höhere Leistungen und vor allem Spannungen er gebaut werden konnte, um so größere Probleme konnten in Angriff genommen werden. Heute sind z. B. in Deutschland riesige Fernleitungen mit 220 000 Volt Übertragungsspannung im Betrieb und noch gewaltigere mit 380 000 Volt im Bau.

Mit der Beseitigung der eigentlichen Schwierigkeiten der Energieübertragung tauchten allerdings die Schwierigkeiten auf, die uns hohe Spannungen bringen müssen. Aber das Kraftübertragungsproblem ist ohne hohe Spannungen unlösbar, das Hochspannungsproblem läßt uns die Theorie der elektrischen Festigkeit lösen.

Wir finden heute in größeren Städten noch häufig den inneren Stadtteil mit Gleichstrom versorgt. Die äußeren Stadtteile bekommen dann Wechselstrom. Es sind sprechende Bilder der noch jungen Geschichte der Elektrotechnik.

Nicht weniger gewaltig ist der Vorteil, den uns der Transformator auf der anderen Seite bringt. Wir können nicht nur die Übertragungsspannung beliebig wählen, wir können auch die Verbraucherspannung durch Transformation einstellen, wie wir wollen.

Es ist weder für den Verbraucher noch für die Industrie, die die Verbrauchssapparate erzeugt, gleichgültig, ob die Verbrauchsspannung überall in den verschiedensten elektrischen Anlagen gleich ist oder nicht. Der Verbraucher will seine Glühlampen, Kocher, Bügeleisen, Motoren rasch

und billig kaufen können. Er will nicht immer wieder, wenn er seinen Wohnort wechselt, gezwungen sein, sich neue Einrichtungen anzuschaffen.

Die Industrie kann andererseits in Massen erzeugen, wenn es nur eine Verbrauchsspannung gibt. Sie braucht nicht auf einzelne Bestellungen zu warten, sie kann auf Lager arbeiten und sich auf diese Weise von den zeitlichen Schwankungen des Umsatzes frei machen. Nur so ist es ihr möglich, billig zu erzeugen.

Aus dem Chaos der Jugendjahre der Elektrotechnik, als sich noch jede kleine Gleichstromanlage irgendeine, ihr gerade am besten passende Verbrauchsspannung wählte, kämpft sich mit großer Kraft die einheitliche Verbrauchsspannung von 220 Volt durch. Für neue Anlagen ist sie bereits Gesetz, in älteren Anlagen wird sie allmählich eingeführt. Der Druck der Industrie ist allmächtig. Sie hat Recht, wenn sie für Verbrauchsapparate sofort Preiszuschläge verlangt, sobald die Spannung abnormal ist.

So greift der Transformator fördernd und ordnend in die Elektrotechnik ein. Mit seinem einfachen Aufbau, seiner klaren, durchsichtigen Arbeitsweise, seiner riesigen Anpassungsfähigkeit ist er der Hauptfaktor geworden, der Beherrscher des Reiches der Wechselströme. Er allein gibt dem Wechselstrom das Daseinsrecht, er ganz allein wiegt mit den Vorteilen, die er der Elektrotechnik bietet, alle Nachteile des Wechselstromes reichlich auf, läßt sie überhaupt gar nicht zu irgendeiner Bedeutung kommen. Zwischen dem Gleichstrom und dem Wechselstrom steht der Transformator. Der Gleichstrom kann ihm nichts gleichwertiges entgegenstellen.

Neben den unschätzbaren Vorteilen, die uns die Transformation bietet, verschwinden auch die kleinen Unvollkommenheiten des Transformators, die er natürlich ebenso hat, wie irgendein anderes Erzeugnis der Menschhand. Gerade wegen der Wichtigkeit des Transformators müssen wir uns diese Unvollkommenheiten ansehen. Sie sind für die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik auch deshalb von Bedeutung, weil wir sie auch bei anderen elektrischen Maschinen wieder antreffen werden.

Bei der Erklärung des Wesens des Transformators nahmen wir, um ein einfaches Bild zu gewinnen, an, daß das Kupfer als Leitermaterial der Spulen eine unendlich große elektrische Leitfähigkeit und daß das Eisen des Kernes eine unendlich große magnetische Durchlässigkeit hat. Wir vernachlässigten nämlich die Widerstandsspannung der Primärwicklung und schrieben außerdem dem Eisenkern die Fähigkeit zu, alle Kraftlinien des Flusses durch alle Windungen beider Wicklungen vollzählig führen zu können.

Nun, das Kupfer leitet Ströme sehr gut, aber einen Ohmschen Widerstand hat es doch. Die der Primärwicklung aufgedrückte Spannung muß nebenbei auch diesen Ohmschen Widerstand überwinden. Die vom Kraftfluß in der Primärwicklung induzierte Spannung braucht nicht allein der aufgedrückten Spannung gewachsen zu sein, sondern im Verein mit der Widerstandsspannung des Gesamtstromes der Primärwicklung.

Das ist noch nicht alles. Das Eisen läßt die Kraftlinien unvergleichlich besser durch als die Luft, aber alle Kraftlinien kann es doch nicht auf sich ziehen. Es wird immer noch Linien geben, die sich durch die Luft

schließen und nur mit primären, oder nur mit sekundären Windungen verkettet sein werden (Abb. 85).

Auf diese Streufelder wirkt erregend die ganze Belastungsdurchflutung der primären oder der sekundären Wicklung. Diese Tatsache, die stark unterstrichen werden muß, kann nicht aufmerksam genug angesehen werden. Sie soll hier gleich eingehend geklärt werden.

Der Transformator hat drei magnetische Felder: das gemeinsame, mit beiden Wicklungen verkettete und die beiden Streufelder, die je nur mit der einen Wicklung mehr oder weniger vollkommen verkettet sind. Das gemeinsame wird natürlich von beiden Wicklungen erregt, die sich aber mit ihren Belastungsströmen gegenseitig magnetisch ausschalten, so daß nur noch der Magnetisierungsstrom der Primärwicklung erregend wirkt. Die Streufelder, die Eigenfelder, stehen nur unter dem Einflusse ihrer Wicklungen. Sie sind überflüssig, sie stören, aber sie sind leider unvermeidlich.

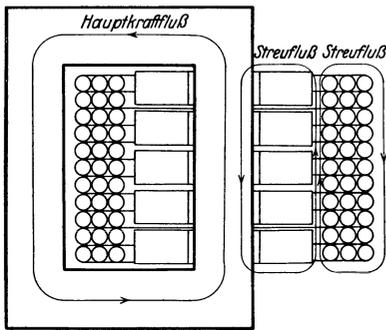


Abb. 85.

Die Streufelder sind als Eigenfelder das, was unter gewöhnlichen Umständen das Eigenfeld irgendeines stromdurchflossenen Leiters ist, sie bestimmen die Induktivität des Leiters, sie geben ihm einen induktiven Widerstand. Sie bilden im Betrieb die induktive Widerstandsspannung, die im Verein mit der Ohmschen Widerstandsspannung der treibenden Spannung trotz.

Nur scheinbar ist die vom Hauptfluß des Transformators induzierte Spannung der Primärwicklung ebenfalls eine Widerstandsspannung. Man

überzeugt sich leicht davon, wenn man ein Übersetzungsverhältnis 1:1 annimmt. Die primär vom Hauptkraftfluß induzierte Spannung vermindert zwar die Wirksamkeit der aufgedrückten Spannung, aber sie tritt sekundär als treibende Spannung wieder auf.

Nach all dem bekommen wir folgendes Bild. Die primär aufgedrückte Spannung verbraucht sich zum Teil im Ohmschen, zum Teil im induktiven Widerstand der Primärwicklung, um den jeweiligen Primärstrom durch diese Widerstände zu treiben. Der Rest, ersichtlicherweise der Großteil, kommt ins Gleichgewicht mit der vom Hauptkraftfluß induzierten Spannung. Nur dieser Rest wird eigentlich transformiert, er taucht, im Verhältnis der Windungszahlen geändert, als wirksame Sekundärspannung wieder auf.

Diese Spannung muß allerdings auch noch den Ohmschen und den induktiven Widerstand der Sekundärwicklung überwinden, wenn sie einen Belastungsstrom durch angeschlossene Verbraucher, damit aber selbstverständlich auch durch die Sekundärwicklung treiben muß. An den Sekundärklemmen des Transformators erscheint nicht mehr die volle, vom Hauptkraftfluß induzierte Spannung. Sie ist dort bereits durch die Widerstandsspannungen der Sekundärwicklung verkleinert.

Ohne Schwierigkeit bekommt man auf diese Weise den Vektor der Spannung E_1 , die dem Transformator aufgedrückt werden muß, damit der angenommene Betrieb möglich wird.

Der Transformator hat einen offenkundigen Spannungsverlust. Die Klemmenspannung an der Sekundärseite E_2 steht nicht mehr im Windungszahlenverhältnis zur aufgedrückten primären Klemmenspannung E_1 . Sie ist kleiner. Aus der Abb. 86 ersehen wir leicht, daß sie um die beiden Ohmschen und die beiden induktiven Widerstandsspannungen verkleinert wurde.

Der Transformator wandelt, wie wir gesehen haben, nur die um den primären Ohmschen und induktiven Spannungsabfall verkleinerte primäre Klemmenspannung um. Dies ist aber gerade so als würde die volle aufgedrückte Spannung transformiert, gleichzeitig mit ihr aber auch die beiden primären Widerstandsspannungen.

Wir können bei einem beliebigen Übersetzungsverhältnis den Spannungsverlust, wie wir besser sagen, Spannungsabfall, in Hundertsteln primär und sekundär gesondert berechnen, dann aber einfach zusammenzählen. Die Überlegung oben zeigt klar, daß sich die bezogenen Widerstandsspannungen im Endergebnis praktisch einfach addieren.

Das Vektorenschaubild der Abb. 86 mußte die tatsächlichen Verhältnisse stark übertreiben, um deutlich zu sein. In Wirklichkeit ist der Gesamtspannungsabfall des Transformators, verursacht durch die Ohmschen und die induktiven Widerstände der beiden Wicklungen gering. Er zählt nach Hundertsteln. Selten sind es mehr als fünf. Diese Unvollkommenheit des Transformators wiegt nicht schwer.

Aus dem Vektorenschaubild der Abb. 86 ersehen wir ferner, daß der Phasenwinkel φ vergrößert, als ψ , primär wiederkommt. Jede Transformation einer elektrischen Belastung verschlechtert etwas ihren Phasenwinkel.

Es ist leicht aufzudecken, woher diese Verschlechterung eigentlich kommt. Der primäre Magnetisierungsstrom ist ein rein induktiver Strom, der den Phasenwinkel verschlechtern muß. Etwas tragen natürlich auch die induktiven Spannungsabfälle bei. Aber die Hauptursache ist und bleibt der Magnetisierungsstrom.

Es gibt keine Transformation ohne den Hauptkraftfluß und keinen Hauptkraftfluß ohne den ihn erregenden Magnetisierungsstrom. Der Transformator braucht schließlich auch etwas für sich selbst. Wenn man sich aber damit abfinden muß, daß ein Magnetisierungsstrom unvermeidlich ist, dann wird man wenigstens trachten, ihn möglichst klein zu machen. Der moderne Transformatorbau kommt mit Magnetisierungsströmen durch, die 10% des vollen Belastungsstromes nicht überschreiten. Auf diese Art ist es möglich, die Verschlechterung des Phasenverschiebungswinkels auf ein ganz geringes Maß herunterzudrücken.

Eine Unvollkommenheit des Transformators, und nicht die geringste, ist noch zu berücksichtigen. Wenn die Transformation mit einer Verschlechterung des Phasenverschiebungswinkels, so gering sie auch sein möge, arbeitet, wenn sie einen Spannungsverlust außerdem bringt, muß sie unbedingt auch einen Leistungsverlust verursachen. Der Transformator muß primär eine größere Leistung aufnehmen als er sie sekundär abgibt.

Welche Maschine arbeitet aber ohne Energieverluste? Vom Maschinenbau her sind wir nicht verwöhnt. Wasserturbinen geben 75, wenn es gut geht, 80% jener Leistung an ihrer Welle ab, die ihnen das Wasser zuführt. Dampfmaschinen arbeiten noch weit weniger wirtschaftlich. Der Wirkungsgrad als Verhältnis der abgegebenen Leistung zur aufgenommenen erklimmt außerhalb der Elektrotechnik nirgends das 90. Hundertstel.

Der Transformator arbeitet weit besser als irgendeine andere elektrische oder nichtelektrische Maschine. Sein Wirkungsgrad streift bei ganz großen Leistungen 99% und sinkt auch bei den kleinsten Leistungen nicht unter 90%. Nur einige wenige Hundertstel der aufgenommenen, zu transformierenden Leistung verbraucht er für sich selbst.

Es ist nicht schwer, zu entdecken, wo die Verlustenergie hingeht. Vor allem ist es natürlich die Joulesche Wärme der Wicklungsleiter, die unwiderbringlich verloren ist. Sie erwärmt ganz unnötiger- und unerwünschterweise die beiden Wicklungen. Sie ist es, die der Belastbarkeit eine Grenze setzt, sie bestimmt den höchsten, noch zulässigen Belastungsstrom.

Aber nicht das Kupfer allein ist es, das Energie verbraucht. Auch das arbeitende Eisen beteiligt sich am Eigenverbrauch des Transformators. Es gibt ebensoviel Energieverluste im Eisen, wie Energieverluste im Kupfer.

Wir haben offenbar das Eisen als magnetischen Leiter noch nicht voll und ganz kennen gelernt. Es ist unumgänglich notwendig, nachzusehen, wie das zeitlich schwankende magnetische Feld im Eisen arbeitet. Ein für den ganzen Elektromaschinenbau wichtiges Problem ist damit gestellt. Es soll in der folgenden Vorlesung gründlich durchgearbeitet werden.

Elfte Vorlesung.

Spannungstransformator. Stromtransformator. Stromwandler. Anleger-Strommesser. Doppelt verketteter Kraftfluß. Wechselfluß im massiven Eisenkern. Wirbelströme. Legierte Bleche. Altern der Bleche.

Der Transformator, dessen Wirkungsweise wir in der letzten Vorlesung kennengelernt haben, bekommt primär in der überwiegenden Anzahl von Fällen eine Spannung aufgedrückt, deren effektive Größe fest gegeben ist. Wir führen immer den Betrieb so, daß sich die Betriebsspannung möglichst wenig ändert. Es ist wichtig, daß die Verbraucher, vor allem die Glühlampen, eine Spannung bekommen, für die sie gebaut sind.

Die Leuchtkraft einer Glühlampe hängt natürlich von der Jouleschen Wärme ab, die ihren Glühfaden zur Weißglut bringt. Die Joulesche Wärme eines gegebenen Ohmschen Widerstandes ist nun dem Quadrat der Betriebsspannung proportional. Begreiflicherweise verlangt man deshalb von einer elektrischen Anlage, daß sie ihre Betriebsspannung nur um einige wenige Hundertstel ändert, was immer auch der Betrieb bringen möge.

Eine fest gegebene Primärspannung ist demnach das Kennzeichen des Transformators, wie wir ihn bisher kennengelernt haben. Sie verlangt

eine vom Hauptkraftfluß induzierte Spannung in der Primärwicklung, die sich wohl bei verschiedenen Belastungen, die verschieden große Spannungsabfälle in den Stromzuleitungen bringen, etwas ändern wird, die aber doch niemals größer werden kann als die aufgedrückte Primärspannung. Die Höhe des Hauptkraftflusses ist demnach begrenzt, mit ihm der Magnetisierungsstrom, den wir auf diese Weise leicht beherrschen können.

Aber neben dem Spannungstransformator gibt es doch auch Stromtransformatoren, d. h. Transformatoren, die nicht unter gegebener Primärspannung, sondern unter gegebenem Primärstrom stehen. Sie sind besonders für die Meßtechnik von Bedeutung. Ihre Wirkungsweise ist wesentlich verschieden von der Wirkungsweise der Spannungstransformatoren.

Wir können die Primärwicklung des Transformators in den Stromkreis so einschalten, daß sie in Reihe mit den Widerständen dieses Stromkreises liegt (Abb. 87). Sie wird dann von dem Strom J_1 durchflossen, den der ganze Stromkreis braucht und hat praktisch in den allermeisten Fällen auf die Stärke dieses Betriebsstromes nicht den geringsten Einfluß.

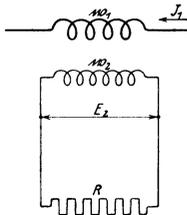


Abb. 87.

Der aufgezwungene Primärstrom wird bei offener Sekundärwicklung des Transformators einen Kraftfluß erregen, dessen Stärke der Primärstromstärke proportional ist. Dieser Kraftfluß induziert die Sekundärspannung, er induziert natürlich auch in der Primärwicklung eine Spannung, die für den Betriebsstromkreis, in den wir die Primärwicklung eingeschaltet haben, eine

induktive Widerstandsspannung ist. Sie und Widerstandsspannungen der Primärwicklung haben demnach theoretisch wohl einen Einfluß auf die primäre Betriebsstromstärke. Praktisch ist dieser Einfluß bedeutungslos.

Wir belasten nun die Sekundärwicklung mit einem Ohmschen Widerstand R , z. B. mit dem Widerstand eines Hitzdrahtstrommessers. Der entstehende sekundäre Belastungsstrom J_2 wird diesmal bestimmt den Eisenkern des Transformators miterregen. Die Primärwicklung kann nicht mehr wie beim Spannungstransformator mit Gegenströmen antworten, wenn ihr Strom durch Betriebsverhältnisse, die vom Transformator ganz unabhängig sind, festgelegt ist. So kommt es, daß beim Stromtransformator der Hauptkraftfluß, wie übrigens auch beim Spannungstransformator, von der primären und von der sekundären Durchflutung, $J_1 w_1$ und $J_2 w_2$, gemeinsam erregt wird.

Ein interessantes Kreisspiel entsteht. Der Kraftfluß hängt vom Sekundärstrom ab, der Sekundärstrom von der Sekundärspannung, die Sekundärspannung vom Kraftfluß. Es erscheint schwer, einen festen Anhaltspunkt zu gewinnen.

Wenn wir aber daran denken, daß jedenfalls die Sekundärspannung um eine Viertelperiode dem sie induzierenden Kraftfluß nacheilen wird und daß der Sekundärstrom doch mit der ihn treibenden Spannung in Phase bleiben wird, wenn er nur über einen Ohmschen Widerstand zu fließen hat, kommen wir doch leicht zu folgendem Vektorenschaubild.

Wir gehen in der Abb. 88 vom fest gegebenen Vektor des aufgezwingenen Primärstromes J_1 aus und zeichnen in Phase mit ihm den Vektor der Primärdurchflutung $J_1 w_1$. Über diesem Vektor als Durchmesser schlagen wir einen Halbkreis. Auf diesem Halbkreis muß der Vektor der Sekundärdurchflutung $J_2 w_2$, vom Ende des Vektors der Primärdurchflutung aus aufgetragen, enden. Die erregende Gesamtdurchflutung ist nämlich durch die dritte Seite des rechtwinkligen Dreieckes gegeben, sie ist dem Vektor des Kraftflusses proportional und der Vektor der induzierten Sekundärspannung E_2 wird wirklich mit dem Kraftfluß einen rechten Winkel bilden, dabei aber gleichzeitig in die Richtung des Sekundärstromvektors fallen.

Je kleiner der Ohmsche Widerstand des sekundären Stromkreises ist, um so kleiner wird die Sekundärspannung bei einer bestimmten Sekundärstromstärke, dem Ohmschen Gesetz folgend, werden dürfen, um so kleiner mit ihr der Kraftfluß. Die Sekundärdurchflutung und mit ihr der Sekundärstrom wird um so größer, je kleiner der sekundäre Belastungswiderstand wird. Wird er im äußersten Falle unendlich klein, so steigt, wie Abb. 88 deutlich erkennen läßt, die Sekundärdurchflutung auf die volle Höhe der Primärdurchflutung, der Kraftfluß des Transformators verschwindet vollständig.

Es ist andererseits klar, daß bei gegebenem sekundären Belastungswiderstand die Gesamtdurchflutung des Transformators um so kleiner werden muß, je kleiner der magnetische Widerstand des Eisenkernes gemacht wird. Es wird sich somit alles so einrichten lassen, daß mit genügender praktischen Genauigkeit

$$J_1 w_1 = J_2 w_2$$

sein wird.

Wir haben ein außerordentlich wertvolles Mittel gefunden, um Ströme in Hochspannungsanlagen zu messen. In den Sekundärstromkreis eines Stromtransformators — wir sprechen gewöhnlich von Stromwandlern — schalten wir einen Strommesser ein, der den Sekundärstrom J_2 unmittelbar ablesen läßt. Den Primärstrom J_1 , den wir doch eigentlich messen wollen, bekommen wir dann einfach zu

$$J_1 = J_2 \cdot \frac{w_2}{w_1}.$$

Natürlich werden wir Übersetzungsverhältnisse wählen, die eine einfache Umrechnung gestatten, z. B.:

$$\frac{w_2}{w_1} = 5, 10, 50, 100.$$

Daß der Stromwandler und der Strommesser zusammen geeicht werden müssen, wenn genaue Messungen angestrebt werden, erscheint nach den Ergebnissen der Theorie des Stromwandlers selbstverständlich.

Zwei Vorteile bringt uns die Strommessung mit Hilfe des Stromwandlers. Das Meßinstrument kommt erstens unter einen erheblich geringeren Strom als bei unmittelbarer Messung. Wir können mit einem Strommesser gegebenen Meßbereiches verschieden starke Ströme messen, wenn wir Stromwandler mit verschiedenen Übersetzungsverhältnissen oder aber einen

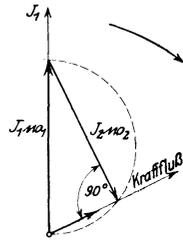


Abb. 88.

Stromwandler mit regelbarem Übersetzungsverhältnis zur Verfügung haben.

Der zweite sehr große Vorteil ist der, daß das Meßinstrument aus dem Bereiche der Hochspannung herauskommt. Unmittelbar in den Betriebsstromkreis eingebaut hätte das Instrument jene Spannung gegen Erde, die an der betreffenden Stelle des Stromkreises eben herrscht. Im Sekundärstromkreis des Stromwandlers gibt es niedrige Spannungen, oft nur einige wenige Volt.

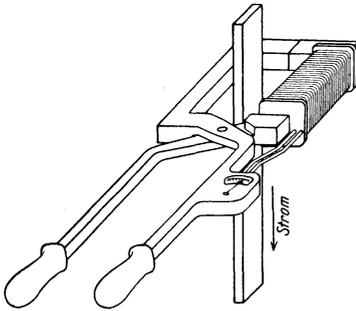


Abb. 89.

Es ist begreiflich, daß man in Hochspannungsanlagen die Betriebsströme auch dann über einen Stromwandler mißt, wenn man das Übersetzungsverhältnis 1:1 braucht. Es ist eben unbedingt notwendig, mit dem Meßinstrument auf eine niedrige Spannung gegen Erde zu kommen, damit es nicht in Gefahr kommt und damit der Wärter oder der Betriebsingenieur bei ihren Messungen nicht gefährdet werden.

Für Strommessungen, die nicht allzu genau zu sein brauchen und außerdem an allen möglichen Stellen einer Hochspannungsanlage jederzeit sofort ausführbar sein müssen, leistet eine besondere Form des Stromwandlers geradezu unschätzbare Dienste.

Ein Eisenkern, aus zwei Teilen bestehend, wird auf die beiden Backen einer Zange so aufgebaut, daß er sich beim Schließen der Zange zu einem geschlossenen Eisenring zusammensetzt. Auf dem Eisenkern sitzt die Sekundärwicklung, die sofort über einen kleinen Strommesser geschlossen werden kann, ganz besonders dann, wenn der Strommesser auf der Zange fest sitzt (Abb. 89).

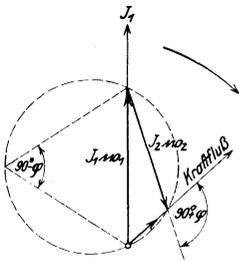


Abb. 90.

Die Primärwicklung ist einfach der Leiter, dessen Strom wir messen wollen. Wir öffnen die Zange, bringen sie so über den Leiter, daß er in die Öffnung des Eisenkernes eintritt, schließen dann die Zange und können nun den Strom am Strommesser direkt ablesen. Wir sind sicher, daß sich der einfach

durch die Öffnung des Eisenkernes gehende Leiter (Abb. 89) irgendwo zu einer Windung schließt.

Diese Meßeinrichtung ist so leicht und sicher bedienbar, sie kann so leicht in den verschiedensten Teilen einer Anlage gebraucht werden, sie gestattet so verläßlich die Überwachung der Betriebsströme, daß sie für neuzeitliche große elektrische Anlagen geradezu unentbehrlich geworden ist.

Die Theorie des Stromwandlers wurde oben auf der Annahme aufgebaut, daß den sekundären Stromkreis nur ein Ohmscher Widerstand belastet. Es macht aber wenig aus, wenn ganz allgemein der Sekundärstrom I_2 um den Phasenwinkel φ hinter der Sekundärspannung zurückbleibt. Im Vektorenschaubild (Abb. 90) muß nur über dem Vektor der Primärdurch-

flutung $J_1 w_1$ als Sehne ein Kreisbogen geschlagen werden, der den Umfangswinkel $90 + \varphi$ sichert. Die Konstruktion ist an Hand der Abb. 90 sofort verständlich.

Es ist klar, daß alle oben gezogenen Schlußfolgerungen ohne weiteres richtig bleiben. Der Stromwandler leistet auch im allgemeinen Falle seine vorzüglichen Dienste. Wichtig bleibt es jedenfalls, daß der sekundäre Gesamtbelastungswiderstand möglichst klein bleibt.

Die Theorie des Stromwandlers fördert noch eine weitere Tatsache zutage, die für die Wechselstromtheorie von ganz hervorragender Bedeutung ist. Der Sekundärstrom drosselt den magnetischen Kraftfluß des Eisenkernes ganz energisch. Dies geht aus den Vektorenbildern der Abb. 88 und 90 deutlich hervor.

Dem Stromwandler, der Meßzwecken dienen soll, bringt die Kraftflußdrosselung einen erheblichen Vorteil. Seine Primärwicklung bekommt eine weit größere induzierte Spannung solange die Sekundärwicklung offen ist als nachher, wenn ein Sekundärstrom fließt. Sie stört unter Belastung mit ihrem induktiven Widerstand den Betriebsstromkreis wesentlich weniger.

Es läßt sich offenbar jeder induktive Widerstand künstlich verkleinern. Man hat es nur notwendig, das magnetische Eigenfeld des Leiters, das ihm die Größe des induktiven Widerstandes gibt, mit Hilfe einer kurzgeschlossenen Windung zu drosseln. Die Abb. 87 deutet das Wesen des Hilfsmittels genügend klar an.

Es gibt eine Menge von Betriebsfällen, besonders wieder in der Meßtechnik, für die eine Beeinflussung vorhandener induktiver Widerstände von Bedeutung ist. Die eigentümlichen Eigenschaften doppelt verketteter Kraftflüsse werden besonders bei der Untersuchung der Wirkungsweise des Transformators sichtbar. Die vielen Möglichkeiten, die wir schon jetzt kennen, lassen die große Anwendbarkeit doppelt verketteter Kraftflüsse für die Einrichtung der Elektrotechnik erklärlich erscheinen.

Das Abdrosseln des Kraftflusses durch eine zweite Verkettung kann, wie wir angedeutet haben, nützlich sein, es kann allerdings auch unerwünschte Schwierigkeiten bringen. Dies zeigt sich beim Versuch, einen Wechselfluß durch einen massiven Eisenkern hindurchzutreiben.

Die Theorie des Transformators, ganz gleichgültig, ob es sich um einen Spannungstransformator oder um einen Stromwandler gehandelt hat, haben wir auf der Annahme aufgebaut, daß ein Eisenkern die Kraftlinien des Hauptkraftflusses in Bahnen leitet, die wir ihnen vorschreiben müssen, um die Verkettung sowohl mit der Primär- als auch mit der Sekundärwicklung zu sichern. Natürlich setzten wir vorderhand einen massiven Eisenkern voraus.

Es ist sehr überraschend, plötzlich zu entdecken, daß die Magnetisierung eines Eisenkernes mit Gleichstrom ganz andere Ergebnisse bringt als eine Wechselstrommagnetisierung. Die Höchstlinienzahl des Wechselflusses, mit einem Wechselstrom erregt, dessen Höchststromstärke genau der Gleichstromstärke entspricht, bleibt weit hinter der Linienzahl des Gleich-

flusses zurück, so weit, daß man entmutigt vor dem Versuch steht und geneigt wird, die Verwirklichung der Idee des Transformators praktisch für unmöglich zu halten.

Wechselflüsse in Eisenkernen sind für die Elektrotechnik so wichtig, so unentbehrlich, daß die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik dem angeschnittenen Problem unmöglich ausweichen können. Wir werden deshalb zunächst erklären müssen, warum massive Eisenkerne Wechselflüsse schlecht durchlassen. Nachher entsteht die Aufgabe, durch eine Rechnung festzustellen, wie weit die Schwierigkeiten gehen. Die Ergebnisse der Rechnung müssen dann endlich zeigen, wie man einen Ausweg finden kann, wie man einen Wechselfluß in einem Eisenkern doch ermöglichen kann.

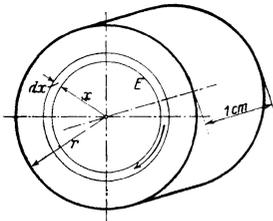


Abb. 91.

Wir nehmen der Einfachheit wegen an, der Eisenkern habe einen kreisrunden Querschnitt (Abb. 91). Aus diesem Querschnitt, der einen Halbmesser r (cm) haben möge, ziehen wir zunächst nur den kreisrunden Kern mit dem Halbmesser x (cm) in den Kreis unserer Untersuchung. Irgendeinen Teil des Wechselflusses, den wir uns im Eisenkern vorstellen, wird er doch durchtreten lassen und dieser Teilfluß wird sich bestimmt zeitlich ändern.

Am Umfang des Querschnittskerns wird eine Randspannung E_x auftreten, wie sie in jeder Linie induziert wird, die einen Wechselfluß umschlingt. Nun will es das Unglück, daß das Eisen auch ein elektrischer Leiter ist. Die Spannung wird einen Strom erzeugen.

Wir sehen plötzlich im Eisenkern elektrische Ströme kreisen. Wenn, wie hier, der Eisenquerschnitt kreisrunde Form hat, werden diese Ströme, wir nennen sie Wirbelströme, in konzentrischen Kreisbahnen fließen, etwa so, wie es Abb. 91 andeutet.

Wenn wir genau zusehen, werden wir leicht darauf kommen, daß wir wieder den Fall des Stromwandlers vor uns haben. Die Erregerwicklung des Eisenkernes, mit deren Durchflutung wir den Wechselfluß erzeugen wollen, ist die Primärwicklung, der Teilfluß im Querschnittskern $x^2\pi$ ist der Kraftfluß des Stromwandlers und die Wirbelströme außerhalb des Querschnittskernes, also im Kreisring mit dem Innenhalbmesser x und dem Außenhalbmesser r bilden die sekundäre Durchflutung. Der elektrische Ohmsche Widerstand des Eisens ist der sekundäre Belastungswiderstand.

Ohne weitere Rechnung, nur mit Hilfe der Ergebnisse der Stromwandlertheorie, erkennen wir sofort, daß der Teilfluß im Querschnittskern sehr stark gedrosselt wird. Die Drosselung ist um so stärker, je kleiner wir den Halbmesser x wählen. Es ist klar, daß nur ein kleiner Teil jener Kraftlinien durch den Eisenkern hindurchfindet, die ein Gleichstrom von der Höchchstärke des erregenden Wechselstromes durchbringen würde.

Der Unterschied zwischen der Gleichstrom- und der Wechselstrommagnetisierung liegt klar auf der Hand. Der Gleichfluß induziert keine Spannung, er hat deshalb auch nicht mit Wirbelströmen zu kämpfen.

Der Gleichfluß geht durch massive Eisenkerne ohne Schwierigkeiten hindurch und verteilt sich schön über den Querschnitt. Der Wechselfluß drosselt sich selbst mit seinen Wirbelströmen, er verteilt sich ungleichmäßig über den Querschnitt, er wird sozusagen vom Querschnittskern gegen den Querschnittsumfang abgedrängt und gleichzeitig stark geschwächt.

Wie weit die merkwürdige Erscheinung geht, kann nur eine eingehende Rechnung zeigen. Wir müssen sie natürlich, schon wegen der Wichtigkeit des Problems, durchführen. Aber die Rechnung kämpft mit erheblichen Schwierigkeiten, die zum Teil überhaupt unüberwindlich sind.

Die unbeständige magnetische Durchlässigkeit des Eisens ist es, die am empfindlichsten stört. Die Wirbelströme greifen wie bei dem Stromwandler in die Erregung ein. Es wird klar, daß auf verschiedene Teile des Eisenquerschnittes verschiedene Gesamterregungen wirken werden, daß deshalb verschiedene Durchlässigkeiten mitbestimmend auftreten werden.

Wie in den meisten Magnetisierungsproblemen der Elektrotechnik ist auch hier die Rechnung gegenüber der Eisenmagnetisierungskurve machtlos. Aussichtslos erscheint es, ein genaues Ergebnis erhalten zu wollen. Aber glücklicherweise ist das Wesen der Erscheinung hier die Hauptsache und auf Genauigkeit kommt es nicht an. So öffnet sich doch noch ein Ausweg: wir rechnen mit einer mittleren magnetischen Durchlässigkeit des Eisens und finden uns damit ab, daß wir nur in großen Zügen die Erscheinung fassen.

Aber selbst nach der Annahme einer unveränderlichen magnetischen Durchlässigkeit des Eisens bereitet das Problem noch immer erhebliche Schwierigkeiten. Wir werden sehen, daß die graphische Darstellungsweise, die uns schon so viel gute Dienste geleistet hat, diesmal nicht in Betracht kommt. Phasenverschiebungen zwischen den einzelnen auftretenden Wechselstromgrößen erschweren andererseits auch den Ansatz in der gewöhnlichen analytischen Form. Aber die symbolische Darstellungsweise hilft schließlich ausgiebig. Es gibt eben immer andere Schwierigkeiten in den Wechselstromproblemen, die immer wieder mit anderen Hilfsmitteln der Theorie bezwungen werden müssen.

Wenn wir zunächst einfach versuchen, mit den Höchstwerten der Stromstärken, Liniendichten und Randspannungen zu rechnen, finden wir gleich eine erhebliche Vereinfachungsmöglichkeit. Aus Symmetriegründen ist bestimmt anzunehmen, daß die Liniendichte des Wechselflusses, so wie er schließlich entstellt zustande kommen wird, lediglich eine Funktion des Halbmessers x sein wird, daß also in gleichen Entfernungen vom Querschnittsmittelpunkt gleiche Liniendichten vorgefunden werden müssen. Wir bezeichnen die wechselnde Liniendichte, natürlich in ihrem jeweiligen Höchstwert, mit \mathfrak{B}_x .

Durch den Kreisringquerschnitt $2\pi x dx$ (Abb. 91) werden höchstens $2\pi x \mathfrak{B}_x dx$ Kraftlinien gehen. Die Höchstlinienzahl des Querschnittskernes $x^2\pi$ — wir können sie mit Φ_x bezeichnen — ist offenbar bestimmend für die Größe des Höchstwertes der Randspannung E_x , die selbst nur eine Funktion von x sein kann. Schließlich ist der Höchstwert der Stromdichte J_x

der Wirbelstromdurchflutung im Abstände x vom Querschnittsmittelpunkt, ausgedrückt in A/mm^2 , also der auf die Flächeneinheit entfallende Teil der Wirbelstromdurchflutung, bestimmt nur eine Funktion von x .

Wir beschränken mit Vorteil die Untersuchung auf die Längeneinheit (1 cm) des Eisenkernes (Abb. 91). Der Kreisringausschnitt $2\pi x dx$ bietet dann den Wirbelströmen den Querschnitt $dx \cdot 1$ Quadratcentimeter. Der Höchstwert der Wirbelstromdurchflutung an dieser Stelle beträgt demnach

$$J_x \cdot dx \text{ Ampere.}$$

Hat nun das Eisen einen spezifischen Widerstand $\rho_e \left(\text{Ohm} \cdot \frac{mm^2}{m} \right)$ so wird die betrachtete Wirbelstromteildurchflutung, den Ohmschen Widerstand

$$\rho_e \cdot \frac{2\pi x}{dx} \cdot 10^{-4} \text{ Ohm}$$

zu überwinden haben, so daß ihr eine treibende Spannung mit dem Höchstwert

$$E_x = \rho_e \cdot 2\pi x \cdot 10^{-4} \cdot J_x \text{ Volt}$$

zur Verfügung stehen muß. Diese Spannung entsteht als Randspannung des Teilkraftflusses Φ_x , es ist also

$$E_x = 2\pi f \cdot \Phi_x \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Wir haben zu beachten, daß Strom und Spannung, besser gesagt, Wirbelstromdichte J_x und Randspannung E_x in Phase sind, daß aber die Randspannung dem sie induzierenden Kraftfluß um eine Viertelperiode nacheilen muß, wie jede induzierte Spannung dem sie erzeugenden Kraftfluß.

Beim Übergang vom Querschnitt mit dem Halbmesser x zum größeren, mit dem Halbmesser $x + dx$, ändert sich natürlich die Randspannung. Der Höchstwert der Differenzspannung dE_x ist wieder durch den dazugekommenen Kraftfluß $\mathfrak{B}_x \cdot 2\pi x dx$ bestimmt. Es ist offenbar

$$dE_x = 2\pi x \cdot \mathfrak{B}_x \cdot 2\pi f \cdot dx \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Natürlich eilt dE_x der Liniendichte \mathfrak{B}_x um 90° nach.

Schon jetzt müssen wir wegen der verschiedenen Phasenverschiebungen die symbolischen Ausdrücke einführen. Wir rechnen von nun an nicht mehr mit den Höchstwerten, sondern mit Vektoren der verschiedenen auftretenden Wechselstromgrößen und ordnen den Vektoren als Beträge die bereits bestimmten Höchstwerte zu. Wir schreiben also

$$\bar{J}_x = \frac{\bar{E}_x}{2\pi x} \cdot \frac{10^4}{\rho_e}$$

und

$$\frac{d\bar{E}_x}{2\pi x} = -i \cdot 2\pi f \cdot \bar{\mathfrak{B}}_x dx \cdot 10^{-8}$$

denn die Multiplikation mit

$$-i = -\sqrt{-1}$$

deutet doch an, daß der Vektor $d\bar{E}_x$ um eine Viertelperiode hinter dem Vektor \mathfrak{B}_x zurückbleibt.

Es fällt auf, daß es vorteilhaft sein muß, statt mit der Randspannung E_x mit der elektrischen Feldstärke

$$\frac{E_x}{2\pi x} = \mathfrak{C}_x \text{ Volt/cm}$$

zu rechnen. In der Tat bekommen wir die beiden ersten Hilfsgleichungen in der Form:

$$\bar{J}_x = \mathfrak{C}_x \cdot \frac{10^4}{\varrho_e} \quad (56)$$

und

$$d\bar{\mathfrak{C}}_x = -i \cdot 2\pi f \cdot \bar{\mathfrak{B}}_x \cdot dx \cdot 10^{-8}. \quad (57)$$

Eine weitere Hilfsgleichung bringt uns die Anwendung der Stromwandlertheorie. Der Teilfluß des Eisenkernes, der durch den Querschnitt $2\pi x dx$ hindurchgeht, also

$$\bar{\mathfrak{B}}_x \cdot 2\pi x dx$$

wird gemeinsam von der Erregerwicklung des Eisenkernes, die auf die Längeneinheit des Kernes etwa die Durchflutung \bar{J}_1 (Ampere) beisteuert und von der Wirbelstromdurchflutung

$$\int_x^r \bar{J}_x \cdot dx$$

erregt. Es ist also:

$$\bar{\mathfrak{B}}_x = \frac{4\pi}{10} \mu \left[\bar{J}_1 + \int_x^r \bar{J}_x \cdot dx \right]. \quad (58)$$

Die Kraftlinienlänge des einen Zentimeter langen Eisenkernstückes ist natürlich 1 Zentimeter. Die symbolische Rechnung darf außerdem Vektoren einfach arithmetisch addieren, weil sie doch nur die Komponenten addiert.

Durch Differentiation der Gleichung (58) erhalten wir

$$\frac{d\bar{\mathfrak{B}}_x}{dx} = \frac{4\pi}{10} \mu \cdot \bar{J}_x. \quad (59)$$

Aus den drei Hilfsgleichungen (56), (57) und (59) ist es nun leicht, den Ansatz des Problems aufzubauen. Er lautet:

$$\frac{d^2 \bar{\mathfrak{B}}_x}{dx^2} + i \cdot \frac{0,8 \cdot \pi^2 \cdot f \cdot \mu \cdot 10^{-4}}{\varrho_e} \bar{\mathfrak{B}}_x = 0. \quad (60)$$

Ziehen wir nun noch die Konstanten zu:

$$\frac{0,4 \cdot \pi^2 \cdot f \cdot \mu \cdot 10^{-4}}{\varrho_e} = k^2$$

zusammen, so erhalten wir einfach:

$$\frac{d^2 \bar{\mathfrak{B}}_x}{dx^2} + 2i \cdot k^2 \bar{\mathfrak{B}}_x = 0.$$

Die Differentialgleichung wird bekanntlich durch den Ansatz:

$$\overline{\mathfrak{B}}_x = A \cdot e^{\alpha_1 x} + B \cdot e^{\alpha_2 x},$$

in dem A und B zwei Integrationskonstanten, α_1 und α_2 dagegen die Wurzeln der quadratischen Gleichung:

$$a^2 + 2 i k^2 = 0$$

sind, gelöst.

Leicht erhalten wir

$$\alpha_1 = + k \cdot \sqrt{-2 i}$$

$$\alpha_2 = - k \cdot \sqrt{-2 i}$$

und damit

$$\overline{\mathfrak{B}}_x = A \cdot e^{+ k x \cdot \sqrt{-2 i}} + B \cdot e^{- k \cdot x \sqrt{-2 i}}. \quad (61)$$

Es ist aber

$$(1 - i)^2 = -2 i,$$

somit

$$\sqrt{-2 i} = 1 - i,$$

so daß wir schreiben können

$$\overline{\mathfrak{B}}_x = A \cdot e^{(1-i) k x} + B \cdot e^{-(1-i) k x}.$$

Die beiden Integrationskonstanten A und B lassen sich auf folgende Weise wegbringen. Im Querschnittsmittelpunkt erwarten wir die kleinste Liniendichte. Von da aus wird sie nach außen hin ansteigen. Aber wir erwarten doch, daß

$$\frac{d \overline{\mathfrak{B}}_x}{d x_{x=0}} = 0$$

sein wird.

Das gibt sofort

$$(1 - i) k \cdot A - (1 - i) k B = 0$$

oder

$$A = B.$$

Andererseits kann man mit Vorteil die größte Liniendichte, \mathfrak{B}_{\max} , in die Rechnung einführen. Sie ist am äußersten Querschnittsumfang zu erwarten, wo sie von den Wirbelströmen in keiner Weise mehr beeinflußt werden kann und deshalb genau so groß ist, wie sie eine Gleichstromerregung von der Höchststärke der vorhandenen Wechselstromerregung hervorbringen würde.

Es ist

$$\mathfrak{B}_{\max} = A [e^{(1-i) k r} + e^{-(1-i) k r}]$$

und nun endlich

$$\overline{\mathfrak{B}}_x = \mathfrak{B}_{\max} \cdot \frac{e^{(1-i) k x} + e^{-(1-i) k x}}{e^{(1-i) k r} + e^{-(1-i) k r}}, \quad (62)$$

worin natürlich

$$k = \frac{2 \pi}{10^2} \cdot \sqrt{\frac{f \cdot \mu}{10 \cdot \varrho_0}} \quad (63)$$

ist.

Die Lösung des Problems haben wir natürlich in symbolischer Schreibweise erhalten, weil wir vom symbolischen Ansatz ausgegangen sind. Es bleibt nun noch die Aufgabe übrig, wieder die symbolische Lösung in die gewöhnliche Form zu bringen, damit sie unmittelbar verwendbar ist.

Was bedeutet nun der symbolische Ausdruck

$$e^{(1-i)kx} + e^{-(1-i)kx}?$$

Er läßt sich vor allem in die Form

$$e^{kx} \cdot e^{-ikx} + e^{-kx} \cdot e^{+ikx}$$

bringen, worauf

$$e^{\pm ikx} = \cos kx \pm i \sin kx$$

eingesetzt werden kann. Das gibt

$$(e^{kx} + e^{-kx}) \cos kx - i(e^{kx} - e^{-kx}) \sin kx$$

oder

$$\frac{1}{2} [\cos kx \cos kx - i \sin kx \sin kx].$$

Der Vektor der Liniendichte \mathfrak{B}_x hat demnach zwei rechtwinkelige Komponenten, die je

$$\cos kx \cos kx$$

und

$$\sin kx \sin kx$$

proportional sind. Ersetzt man dann x durch r , so erhält man im gleichen Maßstab \mathfrak{B}_{\max} .

Der Betrag des Vektors läßt sich demnach zu

$$|\mathfrak{B}_x| = \mathfrak{B}_{\max} \sqrt{\frac{\cos^2 kx \cos^2 kx + \sin^2 kx \sin^2 kx}{\cos^2 kr \cos^2 kr + \sin^2 kr \sin^2 kr}}$$

oder einfacher zu

$$|\mathfrak{B}_x| = \mathfrak{B}_{\max} \sqrt{\frac{\cos 2kx + \cos 2kr}{\cos 2kr + \cos 2kr}} \quad (64)$$

angeben.

Das Vektorenschaubild der Abb. 92 zeigt die Komponenten der Vektoren der Randliniendichte und der Liniendichte \mathfrak{B}_x am Halbmesser x . Es ändert sich demnach vom Querschnittsrand aus nicht nur die größte Höhe der Dichte, sondern auch die Phase des Vektors der Liniendichte.

Am Halbmesser x ist der Vektor der Liniendichte gegen den Vektor der Randliniendichte bereits um den Winkel φ verschoben, dessen Sinus sich nach der oben gegebenen Aufklärung leicht berechnen läßt. Es ist

$$\sin \varphi = \frac{\mathfrak{B}_{\max}}{\mathfrak{B}_x (\cos kr + \cos kr)} (\sin kr \sin kr \cos kx \cos kx - \cos kr \cos kr \sin kx \sin kx).$$

Nun wird offenbar

$$\sin \varphi = 0,$$

wenn

$$\operatorname{tg} kx = \operatorname{Cot} kx \quad (\operatorname{Tg} kr \cdot \operatorname{tg} kr)$$

ist, was zunächst das selbstverständliche Ergebnis

$$x = r$$

gibt.

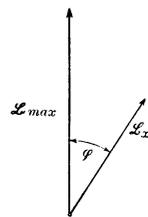


Abb. 92.

Mit abnehmendem x wird $\text{Cot } k x$ größer, aber auch $\text{tg } k x$ wird unendlich groß, wenn

$$k x = \frac{\pi}{2}$$

wird, um dann wieder abzunehmen und damit den Phasenverschiebungswinkel φ abermals verschwinden zu lassen. Sehr wichtig erscheint demnach der Ausdruck

$$k r = 2 \pi \cdot \frac{r}{10^2} \sqrt{\frac{f \cdot \mu}{10 \varrho_e}}$$

Setzen wir:

$$\begin{aligned} f &= 50 \text{ sek}^{-1} \\ \mu &= 2000 \\ \varrho_e &= 0,1 \text{ Ohm } \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}, \end{aligned}$$

so erhalten wir

$$k r = 2 \pi \cdot 3,17 \cdot r.$$

Die Richtung des Kraftflusses kehrt sich demnach vom Querschnittsrand gegen die Querschnittsmitte zu dreimal vollständig um, wenn der Querschnittshalbmesser auch nur 1 Zentimeter ausmacht. Es ist weit ärger als man erwarten kann. Der Kraftfluß dringt in Wellen vom Querschnittsrand gegen die Querschnittsmitte ein und die Wellenlänge zählt nur nach Millimetern.

Es ist vollständig aussichtslos, mit massiven Eisenkernen Wechselströme führen zu wollen. Die junge Elektrotechnik hat es auch sofort bemerkt. Sie fand rasch einen Ausweg, den einzigen, den auch die soeben durchgeführte Rechnung erkennen läßt. Sie zerlegte den benötigten Eisenquerschnitt in lauter kleine, elektrisch voneinander unabhängige Teilquerschnitte.

Es liegt in der Tat nahe, den Wechselfluß in viele Teilflüsse zu zerlegen und jedem einzelnen Teilfluß sozusagen einen eigenen Eisenkern zu bauen. Es ist dann möglich, Querschnitte zu erhalten, deren Halbmesser kleiner werden als z. B. 1 Millimeter. Liegt einmal der Querschnittshalbmesser erheblich unterhalb der Wellenlänge:

$$\frac{2 \pi}{k} = 0,32 \text{ Zentimeter,}$$

dann kann doch eine ordentliche Wechselstrommagnetisierung erwartet werden.

Die ersten Transformatoren bekamen aus dieser Erkenntnis heraus ganz eigentümliche Eisenkerne. Sie sahen aus wie Spulenringe, aus rundem Eisendraht gewickelt. Diese Ausführungsform hatte den Nachteil, daß sie mechanisch wenig widerstandsfähig war und außerdem zwischen den einzelnen Drahtquerschnitten zu viel leeren, unausgenützten Raumes übrig ließ.

Man kam bald darauf, daß eine Zerlegung des benötigten Gesamtquerschnittes in lauter sehr schmale Rechtecke, etwa nach Abb. 93 ebenso gut half. Man fing also an, Eisenkerne aus Blechen statt aus Drähten zusammenzusetzen.

Die Bleche lassen die Wirbelströme, die Ursache aller Unannehmlichkeiten, ebensowenig in großen Bahnen kreisen, wie die Drähte, wenn sie nur elektrisch voneinander genügend isoliert sind. Oft genügt die einfache Oxydschichte an der Oberfläche des Bleches. Bei sorgfältig durchgearbeiteten Konstruktionen findet man dünnes Papier als Isolation zwischen den einzelnen Blechen.

Die Rechnung, die statt vom Kreisquerschnitt vom länglichen Rechteckquerschnitt ausgeht, kommt sehr bald in die gleiche Bahn. Es zeigt sich, daß die Blechstärke genau die gleiche Rolle spielt wie der Durchmesser des kreisrunden Querschnittes.

Die praktische Elektrotechnik ging den Weg, den sie nach dem Ergebnis unserer Rechnung unbedingt gehen mußte. Sie blieb mit der Blechstärke erheblich unterhalb der doppelten Wellenlänge

$$\frac{2\pi}{k}$$

Die ersten Bleche, die in elektrischen Maschinen verwendet wurden, waren 1 mm stark.

Es zeigte sich bald, daß man mit stärkeren Mitteln die Schwierigkeiten des Wechselflusses im Eisen bekämpfen mußte, damit auch innerhalb des Blechquerschnittes die Wirbelströme nach Abb. 94 nicht zu stark wurden. Man erfand eigene Legierungen mit hohem spezifischen Widerstand des Eisens. Es war hauptsächlich ein Siliziumgehalt von einigen Hundertsteln, der weiterhalf. Gleichzeitig wurde die Blechstärke weiter heruntersetzt, auf 0,5, dann auf 0,35, schließlich sogar auf 0,3 Millimeter.

Es war kein leichter Weg. Das Silizium machte das Blech spröde. Bei der notwendigen Bearbeitung brachen immer wieder an magnetisch wichtigen Stellen Blechstücke ab. Dazu kam die unangenehme Erscheinung des Alterns. Es zeigte sich, daß nach einiger Zeit, nach Wochen oder Monaten, die magnetischen Eigenschaften des Bleches schlechter wurden.

Das sog. legierte Blech, später das hochlegierte Blech, behauptete sich aber doch in der Elektrotechnik. Die Eisenindustrie brachte schließlich doch genügend dünne Bleche heraus, die nicht zu spröde waren, einen hohen spezifischen Widerstand — bis über

$$\rho_e = 0,5 \text{ Ohm} \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} —$$

aufwiesen und ungefähr die magnetische Durchlässigkeit des besten Stahlgusses, das den gewöhnlichen Grauguß magnetisch weit übertrifft, hatten.

Heute verwendet man im Elektromaschinenbau wohl ausschließlich legiertes Blech. Das Problem der Wechselstrommagnetisierung ist für

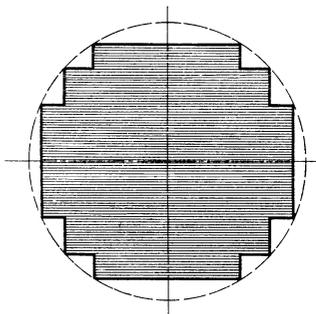


Abb. 93.

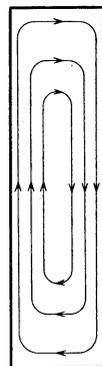


Abb. 94.

die überall in der Elektrotechnik notwendigen Eisenkerne vollständig gelöst.

Wechselflüsse gehen durch die aus dünnem Blech aufgebauten Eisenkerne genau so durch wie Gleichflüsse. Die drosselnde Wirkung der Wirbelströme ist derart unterdrückt, daß sie praktisch vollkommen vernachlässigt werden kann.

Überall in den elektrotechnischen Konstruktionen, wo Gleichflüsse auftreten, kann der Eisenkern massiv sein, er kann einfach in einem Stück gegossen werden. Wechselflüsse verlangen durchwegs Blechkörper. Klar ist es natürlich, daß man auch für Gleichflüsse aus Blechen aufgebaute Eisenkerne verwenden kann.

Die oben durchgeführte Berechnung des Wechselflußdurchganges durch einen massiven Eisenkern klärt merkwürdigerweise noch eine andere wichtige Erscheinung auf, nämlich den Wechselstromdurchgang durch einen massiven Leiter mit großem Querschnitt, der sich scheinbar dem Ohmschen Gesetz nicht fügen will.

Wir greifen auf Abb. 91 zurück, die uns ein Stück des Stromleiters darstellen soll und betrachten den Querschnittskreisring mit den Halbmessern x und $x + dx$. Die höchste Dichte des durchtretenden Wechselstromes wird aus Symmetriegründen sicherlich im Kreisring überall gleich groß sein. Wir bezeichnen sie mit c_x (A/mm²). Nun ist es klar, daß sich magnetische Kraftlinien nicht nur um den ganzen Wechselstrom schließen werden, sie werden auch um Stromteile, z. B. um den Leiterkern mit dem Halbmesser x entstehen und ihre Dichte wird im betrachteten Kreisring \mathfrak{H}_x Gauß erreichen. Vom Halbmesser x zum Halbmesser $x + dx$ (cm) wird natürlich die magnetische Dichte um

$$d\mathfrak{H}_x = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{c_x \cdot 2\pi x dx \cdot 10^2}{2\pi x} = \frac{4\pi}{10} \cdot c_x \cdot dx \cdot 10^2 \text{ Gauß}$$

wachsen.

Wir beschränken wieder die Untersuchung auf ein Leiterstück von einem Zentimeter Länge. Im Kreisringzylinder mit dem Innenhalbmesser x , der Wandstärke dx und der Länge l wird ein Kraftfluß von

$$\mathfrak{H}_x \cdot dx \text{ Kraftlinien}$$

entstehen und eine Randspannung von

$$d\mathfrak{E}_x = 2\pi f \cdot \mathfrak{H}_x dx \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

wird von diesem Kraftfluß induziert.

Diese Randspannung, als Selbstinduktionsspannung des Wechselstroms, wird wie immer den sie erzeugenden Strom zurückhalten. Innerhalb des Halbmessers x wird sie also die Stromdichte zu verkleinern suchen, außerhalb des Halbmessers $x + dx$ wird sie die Stromdichte erhöhen. So wird die Stromdichte vom Halbmesser x zum Halbmesser $x + dx$ steigen.

Dem Ohmschen Gesetz entsprechend ist nun:

$$d\mathfrak{E}_x = \frac{\partial c_x}{\partial x} \cdot \varrho_x \cdot 10^{-2} \cdot dx$$

wenn ϱ_x (Ohm $\cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$) der spezifische Widerstand des Wechselstromleiters

ist, denn c_x ist der Strom, der durch einen Quadratmillimeter des Querschnittes fließt und der Leiter ist voraussetzungsgemäß nur einen Zentimeter lang.

Die Randspannung $d\mathcal{E}_x$ bleibt natürlich um 90 Grad hinter dem sie induzierenden Kraftfluß und damit auch hinter der Stromdichte c_x zurück. In symbolischer Schreibweise ergibt sich deshalb der Ansatz:

$$\frac{d^2 c_x}{dx^2} + i \cdot \frac{0,8 \cdot \pi^2 \cdot f \cdot 10^{-4}}{\varrho_x} \cdot c_x = 0$$

der vollständig mit Gleichung (60) übereinstimmt. Verschwunden ist lediglich die magnetische Durchlässigkeit μ , weil sie in Kupferleitern gleich eins ist.

Auch der Wechselstrom dringt somit in seinen Leiter von der Oberfläche aus, wo er die größte Dichte erreicht in Wellen vor. Aber jetzt ist die Wellenlänge

$$10^2 \sqrt{\frac{10 \varrho_x}{f}} = 10^2 \sqrt{\frac{10 \times 0,02}{50}} = 6,33 \text{ cm}$$

mit dem spezifischen Widerstand

$$\varrho_x = 0,02 \text{ Ohm} \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

des warmen Kupfers. Die kleinere magnetische Durchlässigkeit setzt sich also durch. Wohl kommt es bei starken Leiterquerschnitten zu sehr ungleichmäßiger Stromverteilung, aber so unglücklich wie im Eisen der Wechselflußdurchgang ist im Kupfer der Wechselstromdurchgang doch bei weitem nicht.

Jedenfalls aber zeigt sich beim Wechselstromdurchgang durch starke Querschnitte eine scheinbare Erhöhung des Ohmschen Widerstandes. Die Joulesche Wärme ist natürlich am kleinsten bei gleichmäßiger Stromdichte im Querschnitt und wächst mit wachsender Ungleichmäßigkeit der Stromdichte. Sie ist eben dem Quadrat der Stromdichte in den einzelnen Leiterfasern proportional.

Der Wechselstrom wird von der Leiterachse gegen die Leiteroberfläche abgedrängt, wo er immer am dichtesten ist. Er hat das Bestreben, gleichsam eine Stromhaut um das Leiterinnere zu bilden. Deshalb ist die Erscheinung unter dem Namen Hautwirkung (Skinneffekt) bekannt.

Während des Weltkrieges wurden die Kupferleiter vielfach durch Eisenleiter ersetzt. Natürlich mußte die Hautwirkung deshalb sehr unangenehm werden. Die hohe magnetische Durchlässigkeit des Eisens verschlechterte den Wechselstromdurchgang ganz außerordentlich.

Die zusätzlichen Verluste infolge der Hautwirkung, die Erhöhung der Jouleschen Wärme also gegenüber ihrem möglichen Kleinstwert, der bei gleichmäßiger Stromverteilung über den Leiterquerschnitt auftritt und beim Gleichstromdurchgang tatsächlich auch erwartet werden darf, erzwingen vielfach die Zerlegung großer Leiterquerschnitte, obwohl natürlich bei weitem nicht in dem Ausmaße, wie der Wechselflußdurchgang die Zerlegung großer Eisenquerschnitte.

Nun erst, nachdem wir eine Lösung des Problems des Wechselflusses im Eisenkern gelöst haben, ist der Transformator vollständig gesichert.

Es hat sich gezeigt, daß die Rechnung trotz der erzwungenen Annahme einer unveränderlichen magnetischen Durchlässigkeit des Eisens doch ihre Pflicht tun konnte. Sie zeigte doch das Wesen der Wirbelstrommagnetisierung und führte uns auf den richtigen Weg der praktischen Lösung.

Es hat sich gezeigt, daß es nicht notwendig war, die Rechnung ganz zu Ende zu führen. Wir berechneten nicht einmal die Stärke der Wirbelströme, sondern schnitten ihnen einfach den Weg ab. Wir werden uns aber doch noch um die Wirbelströme kümmern müssen. Die Schwierigkeiten der Wechselstrommagnetisierung haben wir noch nicht erschöpft.

Zwölfte Vorlesung.

Verluste im Eisen. Verluste im Kupfer. Stromdichte. Wirkungsgrad. Verlustaufteilung. Verbilligungsbestrebungen im Elektromaschinenbau. Spartransformator.

Der Eisenkern, durch den ein Wechselfluß strömt, erwärmt sich. Ein Gleichfluß würde ihn vollständig kalt lassen. Die entstehende Wärme ist ein untrüglicher Beweis, daß Energie verbraucht wurde, daß, mit anderen Worten, Energieverluste vorhanden sind.

Es ist nicht sehr schwer zu erkennen, daß jeder Wechselfluß im Eisen Energie verbrauchen muß. Der Eisenkern kann noch so sorgfältig aufgebaut werden, er kann aus noch so dünnen Blechen bestehen, Wirbelströme wird er immer führen und mit ihnen die Joulesche Wärme der Wirbelstrombahnen.

Das ist indessen noch nicht alles. Es leuchtet ein, daß die Ummagnetisierung, das fortwährende Hin- und Herdrehen der Eisenmoleküle Arbeit beansprucht. Nichts spielt sich ohne Reibung ab, auch nicht das Ummagnetisieren.

In jeder Periode wird die Hysteresisschleife einmal vollständig durchlaufen, in jeder Periode wird die Richtung des Kraftflusses einmal vollständig geändert. In jeder Periode muß deshalb immer wieder eine gewisse Arbeit geleistet werden, die wir in Form von Wärme wieder bekommen.

Die Verluste im Eisen zerfallen nach all dem in zwei streng voneinander unterscheidbare Teile, in die Wirbelstromverluste und in die Ummagnetisierungsverluste. Jene wachsen mit der Wirbelstromstärke, d. h. mit der Höhe der Randspannungen im Eisenquerschnitt, somit mit der Periodenzahl, deren Quadrat sie proportional sind. Sie sind natürlich aus dem gleichen Grunde auch dem Quadrat der Höchstliniendichte des Kraftflusses proportional. Die Ummagnetisierungsverluste sind, wie bereits festgestellt, der Periodenzahl proportional, außerdem aber auch noch von der Höchstliniendichte des Kraftflusses abhängig.

Steinmetz war wohl der erste, der eine brauchbare Beziehung zwischen den Ummagnetisierungsverlusten und der Höchstliniendichte angab. Er rechnete mit der 1,6fachen Potenz der Liniendichte. Neuzeitliche Eisenbleche lassen wohl alle auf eine höhere Potenz schließen. Es ist sehr leicht möglich, daß man heute nicht einmal mehr mit dem Quadrat der

Liniendichte vollständig durchkommen kann. Es empfiehlt sich trotzdem, schon der Einfachheit wegen, mit der zweiten Potenz zu rechnen.

Eisenkerne haben gewöhnlich durchwegs die gleiche Liniendichte oder aber zerfallen sie in einige Teile, in denen überall je die gleiche Liniendichte angenommen werden kann. So kommt es, daß man mit Vorteil die Verluste für die Raumeinheit oder für die Gewichtseinheit, für einen Raumdezimeter oder ein Kilogramm berechnet. Bei der Höchstliniendichte \mathfrak{B} (Gauß) und bei der Periodenzahl f (Sek^{-1}) wäre demnach der Ansatz

$$v_e = a \cdot f \cdot \mathfrak{B}^2 + b \cdot f^2 \cdot \mathfrak{B}^2 \text{ Watt/kg}$$

möglich.

Es ist üblich, die Verluste im Eisen auf die Liniendichte

$$\mathfrak{B} = 10\,000 \text{ Gauß}$$

und auf die Periodenzahl

$$f = 50 \text{ Sek}^{-1}$$

zu beziehen. Der Ansatz lautet dann besser

$$v_e = a_1 \left(\frac{f}{50} \right) \cdot \left(\frac{\mathfrak{B}}{10\,000} \right)^2 + b_1 \left(\frac{f}{50} \right)^2 \cdot \left(\frac{\mathfrak{B}}{10\,000} \right)^2 \text{ Watt/kg.} \quad (65)$$

Für vorzügliches Blech wird etwa

$$a_1 = 0,5$$

$$b_1 = 0,8$$

sein, so daß bei 50 Perioden und 10 000 Gauß rund 1,3 Watt/kg Verluste zu erwarten wären.

Angesichts der Vereinheitlichung der Periodenzahl kann man wohl die Verluste im Eisen einfach nach der Gleichung:

$$v_e = k_e \cdot \left(\frac{\mathfrak{B}}{10\,000} \right)^2 \text{ Watt/kg} \quad (66)$$

berechnen, worin natürlich k_e für vorzügliches Blech 1,3 gleich zu setzen wäre. Ein Eisenkern vom Gewicht G_e (kg), durchwegs unter der Höchstliniendichte \mathfrak{B} stehend, wird nach alledem bei den üblichen 50 Perioden:

$$V_e = k_e \cdot \left(\frac{\mathfrak{B}}{10\,000} \right)^2 \cdot G_e \text{ Watt} \quad (67)$$

Verluste erreichen.

Es ist nicht überflüssig, diese Berechnungsweise der Energieverluste im Eisen neben die Berechnung der Energieverluste im Wicklungskupfer zu stellen. Der Transformator z. B. hat Verluste im Eisenkern und im Wicklungskupfer. Die Verluste im Eisen können wir mit Hilfe des Eisengewichtes und der Liniendichte berechnen. Die Joulesche Wärme des Wicklungskupfers berechneten wir bisher immer mit Hilfe der Stromstärke und des Ohmschen Widerstandes. Es geht aber auch anders, wie wir gleich sehen werden.

Die Joulesche Wärme des Wicklungskupfers ist dem Quadrat der Stromstärke J und dem Ohmschen Widerstand des Wicklungsleiters R proportional:

$$V_k = J^2 \cdot R.$$

Die Stromstärke sagt uns lange nicht so viel wie die Liniendichte. Die Stromstärke ist kein Maß für die elektrische Beanspruchung des Kupfers,

während die Liniendichte sofort erkennen läßt, wie weit wir das Eisen in Anspruch genommen haben. Der Liniendichte entspricht die Stromdichte, die Anzahl der Ampere, die auf die Querschnittseinheit des stromdurchflossenen Leiters entfallen. Hat unser Wicklungsleiter F Quadratmillimeter Querschnitt, so steht er unter der Stromdichte:

$$c = \frac{J}{F} \text{ Ampere/mm}^2.$$

Wenn wir nun die Stromstärke aus der Berechnungsgleichung der Verluste im Kupfer ausgeschaltet haben, können wir auch noch den Ohmschen Widerstand durch den spezifischen Widerstand des Kupfers ϱ_k (Ohm $\cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$) und die Länge l (m) ausdrücken. Es ist:

$$R = \varrho_k \cdot \frac{l}{F},$$

somit:

$$V_k = c^2 \cdot \varrho_k \cdot l \cdot F.$$

Der Rauminhalt des Wicklungskupfers erreicht nun

$$l \cdot F \cdot 10^{-3} \text{ Raumdezimeter},$$

das spezifische Gewicht des Kupfers ist

$$\gamma_k = 8,9 \text{ kg/dm}^3,$$

es ist also

$$l \cdot F \cdot 10^{-3} \cdot 8,9 = G_k$$

das Gewicht des Wicklungskupfers in kg und so schließlich:

$$V_k = 2,5 \cdot c^2 \cdot G_k \text{ Watt} \quad (68)$$

wenn mit dem spezifischen Widerstand des betriebswarmen Kupfers

$$\varrho_k = 0,022 \text{ Ohm} \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

gerechnet und ein kleiner Zuschlag für die Hautwirkung mitgenommen wird.

Die Verluste im Kupfer und die Verluste im Eisen lassen sich demnach ganz gleichartig berechnen. Sie sind je den Gewichten und den Quadraten der elektromagnetischen Beanspruchungen proportional. Die Beziehungen sind so einfach, daß sie als Abschluß der Theorie des Transformators auch noch einen klaren Überblick über die Wirtschaftlichkeit der Transformation gestatten.

Ein gegebener Transformator hat bei jeder Belastung, also bei jeder abgegebenen Leistung N (Watt) andere Verluste. Gewöhnlich arbeitet er unter konstanter Spannung. Seine Verluste im Eisen werden deshalb auch unverändert bestehen. Bei gegebener Spannung ist aber der Belastungsstrom der Leistung proportional, die Verluste im Kupfer kann man demnach dem Quadrat der Leistung proportional setzen. So bekommen wir mit zwei Konstanten k_1 und k_2 folgenden Ansatz für die Gesamtverluste:

$$V = k_1 + k_2 N^2.$$

Die Wirtschaftlichkeit der Transformation kann man durch das Verhältnis der abgegebenen Leistung zur aufgenommenen, durch den sog. Wirkungsgrad beurteilen. Es ist offenbar

$$\eta = \frac{N}{N + V}$$

der Wirkungsgrad des Transformators.

Gibt man ihm die Form:

$$\eta = \frac{N}{N + k_1 + k_2 N^2},$$

so erhält man leicht die Leistung, bei der der Wirkungsgrad seinen Höchstwert erreicht. Sie ergibt sich aus der Bedingungsgleichung

$$N + k_1 + k_2 N^2 = N (1 + 2 k_2 N)$$

zu

$$N = \sqrt{\frac{k_1}{k_2}}.$$

Es ist offenbar jene Leistung, bei der die Verluste im Eisen den Verlusten im Kupfer gleich werden.

Abb. 95 zeigt die Form der Wirkungsgradkurve des Transformators. Wir werden dasselbe Bild auch bei anderen elektrischen Maschinen wieder bekommen. Der Wirkungsgrad ändert sich innerhalb eines weiten Leistungsbereiches sehr wenig. Diese vorteilhafte Eigenschaft zeigt die Maschine besonders dann, wenn der günstigste Wirkungsgrad nicht bei der höchsten zulässigen Leistung auftritt, sondern bei einer kleineren (Abb. 95). Ein Rechnungsbeispiel zeigt das am besten.

Beispiel. Ein Transformator, der höchstens mit 100 kW belastet werden kann, habe bei dieser zulässigen Höchstleistung 2000 Watt Verluste im Kupfer und 1000 Watt Verluste im Eisen. Bei Vollast verbraucht er demnach:

$$\frac{2000 + 1000}{100 \cdot 10^3} \cdot 10^2 = 3\%$$

der Leistung für sich. Sein Wirkungsgrad ist in diesem Falle

$$\eta = 100 \cdot \frac{100}{100 + 3} = 97,09\%.$$

Bei der Leistung

$$\frac{100}{\sqrt{2}} = 70,7 \text{ kW}$$

sind die Verluste im Kupfer bereits auf die Hälfte gesunken, sie sind den Verlusten im Eisen gleich geworden und der höchste Wirkungsgrad

$$\eta_{\max} = 100 \cdot \frac{70,7}{70,7 + 2} = 97,25\%$$

ist erreicht.

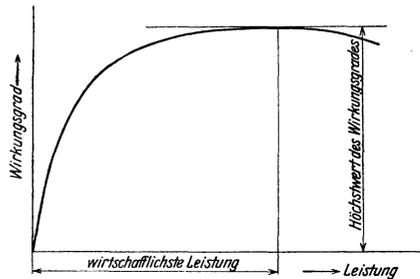


Abb. 95.

Bei halber Belastung, also bei 50 kW, gibt es nur noch 500 Watt Verluste im Kupfer. Der Wirkungsgrad beträgt immer noch

$$\eta = 100 \cdot \frac{50}{50 + 1,5} = 97,09\%.$$

Das außerordentlich günstige Ergebnis, das bei allen elektrischen Maschinen wiederkehrt, erklärt die Tatsache, daß durchwegs im Elektromaschinenbau die Verluste im Kupfer die übrigen Verluste überwiegen. Allerdings ist die Rücksicht auf die Wirtschaftlichkeit nicht die einzige Ursache. Man kann nämlich die Verluste im Kupfer durch Erhöhung der Stromdichte rücksichtslos hinauftreiben, solange die Wärmeabführung keine Schwierigkeiten macht, die Verluste im Eisen dagegen sind viel mehr gebunden, weil mit höherer Liniendichte der Magnetisierungsstrom unverhältnismäßig anwächst.

Es ist die Sorge um den Betriebsphasenwinkel, die sich immer wieder bemerkbar macht. Um den Phasenwinkel der Sekundärbelastung, der, wie wir wissen, durch den Magnetisierungsstrom etwas vergrößert auf der Primärseite wieder zum Vorschein kommt, haben wir uns aber bei der Untersuchung der Wirtschaftlichkeit des Transformators noch nicht gekümmert. Wir haben einen willkommenen Anlaß, die Nachteile der Phasenverschiebung genauer anzusehen.

Zunächst muß einmal vollkommen klar festgestellt werden, daß der Transformator wie jede andere elektrische Maschine eine gewisse höchste Spannung und einen gewissen höchsten Strom verträgt. Die Spannung bestimmt die Verluste im Eisen und mittelbar den Magnetisierungsstrom, der Strom die Verluste im Kupfer. Die Verluste werden durch die Kühlmöglichkeiten begrenzt.

Unsere elektrischen Maschinen sind demnach nicht für gewisse Höchstleistungen gebaut, sondern für gewisse Produkte aus Strom und Spannung, nicht für Kilowatt also, sondern für Kilovoltampere. Der Phasenwinkel hat keinen Einfluß auf die Konstruktionen.

In der Tat findet man in der Praxis die Leistungsfähigkeit des Transformators und der übrigen Wechselstrommaschinen immer in kVA angegeben und nicht in kW. Eine Belastung von 70 kW bei einem Leistungsfaktor

$$\cos \varphi = 0,7$$

und eine Belastung von 100 kW beim Leistungsfaktor 1,0 ist für die Maschine dasselbe.

Unangenehm kann dieser Sachverhalt werden, wenn der Betriebsleistungsfaktor wider Erwarten schlechter wird, als man angenommen hat, was vorkommen kann. Man stellt z. B. neben eine Wasserturbine, die 1000 kW geben kann, den Generator einer elektrischen Anlage, den man für 1250 kVA bemißt, weil man einen Betriebsleistungsfaktor

$$\cos \varphi = 0,8$$

erwartet. Ergibt sich nun in Wirklichkeit ein Leistungsfaktor 0,7, weil die Verbraucherinduktivitäten größer sind, als man erwartet hat, kann man dem Generator doch nur 1250 kVA höchstens abnehmen, damit man ihn nicht gefährdet. Er belastet aber dann die Turbine nur mit

$$1250 \cdot 0,7 = 875 \text{ kW.}$$

Die übrigbleibenden

$$1000 - 875 = 125 \text{ kW}$$

der Wasserkraftanlage sind unerreichbar, die Turbine läßt sich nicht voll ausnützen.

Die gleichen Anstände ergeben sich natürlich auch beim Transformator, obwohl nicht in so scharfer Form. Aber der Leistungsfaktor drückt außerdem auch noch die Wirtschaftlichkeit des Transformators und der Wechselstrommaschinen herunter. Es ist leicht, sich davon zu überzeugen.

Wir haben oben den Wirkungsgrad des 100-kVA-Transformators bei Vollast zu

$$\eta = 97,09$$

berechnet, weil wir stillschweigend annahmen, daß es sich um eine induktionsfreie Belastung handelt, daß also die 100 kVA gleich sind 100 kW. Werden nun in Wirklichkeit dem Transformator wohl 100 kVA abgenommen, aber bei einem Leistungsfaktor

$$\cos \varphi = 0,7,$$

so bleiben die Verluste noch immer auf voller Höhe, das Eisen verliert 1000 Watt, das Kupfer 2000 Watt. Die Leistung des Transformators beträgt aber nur noch

$$100 \cdot 0,7 = 70 \text{ kW}$$

und der Wirkungsgrad sinkt auf

$$\eta = 100 \cdot \frac{70}{70 + 3} = 95,88\%$$

Es ist wohl überflüssig, den deutlich sprechenden Ziffern noch etwas hinzuzufügen. Höchstens wäre es noch erwähnenswert, daß man natürlich die Leistungsfähigkeit elektrischer Motoren in Kilowatt bzw. in Pferdekraften angibt. Motoren sind Verbraucher, sie werden ebenso wie andere Maschinen für eine gewisse Spannung und eine Höchststromstärke gebaut. Aber die kVA, die ein Motor höchstens verträgt, werden zugeführt, der Leistungsfaktor wird vom Motor selbst bestimmt. Wir wollen nur wissen, welche mechanische Leistung der Motor abgeben kann und für mechanische Leistungen kommt kein Leistungsfaktor in Betracht.

Jetzt erst haben wir den richtigen Überblick über die Schwierigkeiten, die mit dem Wechselstrom in die elektrischen Anlagen einziehen. Wir können jetzt das Bestreben der Praxis voll würdigen, den Leistungsfaktor nach Möglichkeit an den Wert 1,0 heranzubringen. Verständlich erscheint nun auch die Bedeutung, die man dem Magnetisierungsstrom des Transformators als Phasenverschlechterer beilegt.

Ein reizvolles Bild des Elektromaschinenbaues ergibt sich, wenn man an Hand der Theorie des Transformators die treibenden Kräfte der Konstruktionspraxis sucht. Ihr Ziel ist klar. Es soll mit möglichst geringem Aufwand an Baustoff die jeweils gewünschte Leistungsfähigkeit erreicht werden. Der Weg zu diesem Ziel ist aber eigenartig.

Es kann kein Zweifel darüber bestehen, daß wirtschaftliche Beweggründe der ganzen Elektrotechnik die Wege vorschreiben. Die vollreife Theorie sichert die Entwürfe vor technischen Fehlern. Es ist heute keine

Kunst mehr, technisch einwandfreie Maschinen zu bauen, es ist aber nach wie vor eine große Kunst, sie möglichst billig zu bauen.

Der Transformator ist in seinem Wesen einfach ein magnetischer Kraftfluß, der mit zwei elektrischen Stromkreisen verkettet ist. In grob materieller Ausdrucksweise ist er ein Eisenkern, der mit zwei Wicklungsringen drei Glieder einer Kette bildet. Vom konstruktiven Standpunkt ist er einfach ein Eisenring, der in einen aus zwei Teilen bestehenden Kupferring hineingreift.

Man kann so eine Konstruktion auf verschiedene Weisen verbilligen. Jeder der beiden Ringe, der Kupferring wie der Eisenring, werden um so billiger, je kürzer sie sind. Kürzer kann man sie nicht machen als der Querschnittsumfang des anderen Ringes ist, nachdem es ausgemacht ist, daß sie sich gegenseitig umschlingen müssen. So kommt man bald zu einer Grenze dieses Verbilligungsbestrebens, das nichts anderes enthält als geometrische Kunstgriffe und sparsame Raumausnützung.

Ein geometrischer Kunstgriff ist es, wenn man dem einen Ringquerschnitt kreisrunde Form gibt, damit sein Umfang möglichst kurz wird. Die Raumausnützung ist um so besser, je vollständiger der Querschnitt des einen Ringes die Öffnung des anderen Ringes ausfüllt.

Nun, man kommt auf diese gewiß empfehlenswerte Weise nicht sehr weit. Mehr als alle geometrischen Vorteile ausnützen kann man nicht. Das Leben treibt aber vorwärts. Es mußte und wurde auch ein energischeres Verbilligungsverfahren eingeschlagen.

Der Querschnitt des Kupferringes des Transformators steht den beiden Vollastdurchflutungen zur Verfügung, der Querschnitt des Eisenringes dem Kraftfluß. Das Produkt der Vollastdurchflutung und des Kraftflusses ist der Leistung des Transformators in kVA ausgedrückt proportional.

Dieses Produkt ist jeder Konstruktion vorgeschrieben. Es ist aber nirgends vorgeschrieben, wie groß die Liniendichte und die Stromdichte werden muß. Erhöhen wir die Stromdichte, so verkleinert sich im gleichen Verhältnis der Kupferquerschnitt. Ebenso wird der Eisenquerschnitt bei wachsender Liniendichte kleiner.

Der Materialaufwand läßt sich demnach durch Erhöhung der Strom- und der Liniendichte jederzeit verkleinern. Aber man muß dabei doch auch an die Energieverluste denken. Wenn man durch bessere Materialausnützung das Kupfergewicht und das Eisengewicht herunterbringt, steigen die Verluste. Sie sind wohl den Gewichten proportional, gleichzeitig aber, wie wir gesehen haben, auch den Quadraten der Dichten.

Die Entwicklung des Elektromaschinenbaues — jede elektrische Maschine ist, wie wir sehen werden, ein Transformator — verfolgt den gezeichneten Weg. Sie treibt fortwährend die elektromagnetischen Beanspruchungen hinauf. Die Maschinen werden immer billiger und leichter, sie bekommen aber gleichzeitig immer höhere Verluste.

Der Weg ist nicht leicht. Die Verlustwärme ist nicht leicht wegzubringen. Je kleiner durch bessere Materialausnützung die Konstruktionen werden, um so kleiner wird die kühlende Oberfläche des Eisenkernes und des Wicklungskörpers.

Vom Beginn unseres Jahrhunderts an ist die Hauptfrage des Elektromaschinenbaues die Kühlungsfrage. Sobald es gelingt, die Wärme mit einem neuen Kühlungsverfahren besser abzuleiten, wird sofort die Stromdichte im Kupfer und soweit es das launische Eisen gestattet, die Liniendichte im Eisen hinaufgesetzt.

Nirgends kann man das so gut beobachten wie im Transformatorenbau. Die ersten Transformatoren wurden, wie alle elektrischen Maschinen, durch die natürliche Luftbewegung und durch Wärmestrahlung gekühlt. Weit konnte man auf diese Weise nicht kommen. Man stellte deshalb den ganzen Transformator ins Öl. Die Kühlung wurde wesentlich ausgiebiger, die Stromdichte sprang sofort um fast 100% hinauf. Schließlich ging man daran, Wasserkühlschlangen ins heiße Öl zu legen, um eine energischere Ölkühlung zu erreichen, als sie die natürliche Luftbewegung an den Ölkesselwänden ermöglicht. Nochmals sprang die Stromdichte fast um weitere 100% hinauf.

Unsere Maschinen werden immer billiger, gleichzeitig aber elektrisch immer schlechter. Der Wirkungsgrad sinkt auf der ganzen Linie. Mit Besorgnis müßte man dem fortschreitenden Elektromaschinenbau zusehen, wenn nicht dem ursprünglich treibenden wirtschaftlichen Beweggrund, der die Materialausnutzung höher und höher trieb, allmählich eine andere wirtschaftliche Kraft entgegengetreten wäre.

Es ist nicht wahr, daß man die Maschinen immer mehr verbilligen kann, wenn es nur das Abkühlungsproblem gestattet. Es ist nämlich durchaus nicht wahr, daß niedrige Erzeugungskosten der Maschinen alles sind. Das Kapital, das man in einer Maschine festlegt, will getilgt und verzinst werden. So entstehen dauernde Ausgaben für die Maschine. Ihr Betrieb bringt aber ebenfalls dauernde Ausgaben. Die Verlustenergie der Maschine muß bezahlt werden.

Wir ermäßigen fortwährend die Ausgaben des Kapitaldienstes, wir erhöhen aber gleichzeitig fortwährend die Betriebsausgaben. Es muß sich früher oder später das wirtschaftliche Gleichgewicht finden, dann ist es mit den Verbilligungsbestrebungen vorbei.

Es scheint, daß der Elektromaschinenbau dieses wirtschaftliche Gleichgewicht schon so ziemlich erreicht hat. Unsere Transformatoren und Maschinen, wenigstens für nicht zu hohe Leistungen, haben Verlustziffern und Gewichte, die zur Ruhe gekommen zu sein scheinen. Der Elektromaschinenbau wächst in seine Reife hinein.

Ein Weg bleibt allerdings immer noch offen und auf diesem Weg entwickelt sich der Elektromaschinenbau mit ungebrochener Lebenskraft. Es ist der Weg zu großen Einheiten, zur Vereinigung großer Leistungen in einer einzigen Maschine.

Vergößern wir z. B. alle Abmessungen eines gegebenen Transformators x -mal, ohne die Liniendichte im Eisen und die Stromdichte im Kupfer zu ändern, so bekommen wir einen x^2 -mal stärkeren Kraftfluß und eine x^2 -mal größere Wicklungsdurchflutung. Die Leistung der Konstruktion ist x^4 -mal größer geworden.

Natürlich wachsen gleichzeitig die Gewichte mit der dritten Potenz von x , die Verluste im Eisen und Kupfer ebenso. Es ergibt sich die

merkwürdige Tatsache, daß man je Leistungseinheit um so weniger Kupfer und Eisen braucht, je größer die Konstruktion wird. Auch die Verluste werden je Leistungseinheit kleiner.

Die einfache Überlegung gilt für alle elektrischen Maschinen. Sie erklärt das Streben nach großen Maschinen, sie deckt das Geheimnis der größeren wirtschaftlichen Kraft der im großen Stile durchgeführten Ausnützung natürlicher Energiequellen.

In knapp 50 Jahren ist die elektrische Maschine die Stufenleiter von einigen wenigen Kilowatt Leistung bis hinauf zu 100 000 kW durchgelaufen. Nun bauen wir schon Einheiten zu 160 000 kW und denken vorderhand noch an keinen Stillstand.

Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik können an wirtschaftlichen Problemen nicht einfach vorübergehen, das zeigt die kleine Schlußbetrachtung der Theorie des Transformators. Die Entwicklung der Elektrotechnik wäre unverständlich, wenn die treibenden Kräfte verborgen blieben.

Wirtschaftlich-technischen Problemen begegnet man in der Elektrotechnik auf Schritt und Tritt. Die Elektrotechnik ist eben nichts anderes als für wirtschaftliche Zwecke angewandte Elektrophysik. Der angehende Elektrotechniker kann sich nicht früh genug mit dieser Tatsache befreunden.

Der Konstrukteur muß sein Ziel immer klar vor Augen haben, er muß wissen, was von ihm verlangt wird. Er ist dann, aber auch nur dann praktisch allmächtig. Es gibt immer Wege, so schwer sie auch sein mögen, nur müssen sie gefunden werden. Ein schlagendes Beispiel dafür ist der Spartransformator, mit dem wir unsere Betrachtungen über den Transformator schließen wollen.

Der Spartransformator ist einfach ein Transformator, der keine eigentliche Sekundärwicklung hat, der vielmehr die Primärwicklung gleichzeitig auch als Sekundärwicklung benützt. Er ist aus der richtigen und eigentlich naheliegenden Überlegung heraus entstanden, daß die vom Kraftfluß induzierte Spannung, die wir normal an den Klemmen der Sekundärwicklung benützen, auch in der Primärwicklung entsteht. Sie kann demnach auch dort gefaßt werden.

Sehen wir, um ein einfaches Bild zu bekommen, zunächst vom Ohmschen und vom induktiven Widerstand der Primärwicklung vollständig ab, so finden wir in jeder Primärwindung die gleiche vom Kraftfluß induzierte Spannung. Aneinandergereiht halten alle Windungsspannungen zusammen der aufgedrückten Spannung das Gleichgewicht. Innerhalb der Primärwicklung fällt das Potential längs des Wicklungsleiter gleichmäßig um die volle Potentialdifferenz, die der aufgedrückten Spannung entspricht.

Man kann immer zwischen zwei Punkten des primären Wicklungsleiters eine gewünschte Spannung finden, wenn nur diese gewünschte Spannung kleiner ist als die aufgedrückte Spannung. Man kann sie sogar zwischen einer Menge von Punktpaaren finden. Läßt man den einen Punkt immer mit der einen Wicklungsklemme zusammenfallen, so wird sich der zweite Punkt der zweiten Wicklungsklemme um so mehr nähern, je näher die gewünschte Sekundärspannung an die Primärspannung herankommt.

Nebenstehende Abb. 96 zeigt die Primärwicklung des Transformators mit w_1 -Windungen, der die Primärspannung E_1 aufgedrückt wird. Zwischen w_2 in Reihe liegenden Windungen, wo immer man sie herausgreift, wird die Spannung

$$E_2 = E_1 \cdot \frac{w_2}{w_1}$$

herrschen. Natürlich kann man auch von der einen Wicklungsklemme aus w_2 -Windungen abgreifen, um die Spannung E_2 zu bekommen. An dem so erhaltenen Wicklungspunkt sehen wir nun eine Sekundärklemme vor, ohne natürlich sonst den Zusammenhang der Primärwicklung zu stören. Die zweite Sekundärklemme fällt mit der einen Primärklemme zusammen.

Wir versuchen nun den Transformator, an dem wir die Sekundärwicklung erspart haben — daher der Name Spartransformator — zu belasten. Ein Strom J_2 , der einen beliebigen Phasenwinkel mit der ihn treibenden Spannung E_2 bilden möge, werde sekundär dem Spartransformator entnommen.

Dort, wo der Belastungsstrom J_2 aus dem Inneren der Wicklung herausfließt, setzt er sich bestimmt aus zwei Wicklungsströmen J_1 und J_2' zusammen und für den Verzweigungspunkt gilt zweifellos das Kirchhoffsche Stromgesetz. Aber vor allem ist es klar, daß J_2 und mit ihm das Strompaar J_1 und J_2' den Kraftfluß des Transformators nicht stören dürfen.

Der aufgedrückten Spannung kann in der Wicklung des Transformators nur dann die vom Kraftfluß induzierte Spannung jederzeit das Gleichgewicht halten, wenn der Kraftfluß von den Belastungsströmen der Wicklung J_1 und J_2 unabhängig ist. Nur eine Möglichkeit ist offen: J_1 und J_2' müssen in Gegenphase sein und da J_1 über $w_1 - w_2$ Windungen fließt, J_2 aber über w_2 -Windungen, muß

$$J_1 (w_1 - w_2) = J_2' w_2$$

sein.

Das Kirchhoffsche Stromgesetz verlangt außerdem, daß

$$J_2 = J_1 + J_2'$$

ist (Abb. 96). So kommt man schließlich zum Ansatz

$$J_1 = J_2 \frac{w_2}{w_1}$$

und

$$J_2' = J_2 \frac{w_1 - w_2}{w_1}.$$

Aus der ersten der beiden gewonnenen Gleichungen folgern wir:

$$J_1 E_1 = J_2 E_2,$$

was übrigens selbstverständlich ist. Aus der zweiten lesen wir die inter-

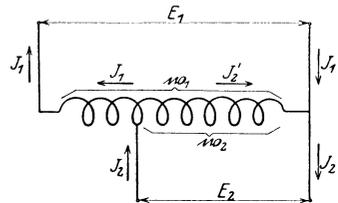


Abb. 96.

essante Tatsache heraus, daß der eigentliche, den Transformator wirklich belastende Sekundärstrom

$$\left(1 - \frac{w_2}{w_1}\right) \text{ mal}$$

kleiner ist als der in Wirklichkeit entnommene Sekundärstrom.

Das merkwürdige Bild wird leicht verständlich, wenn man sich vorstellt, daß der Primärstrom J_1 über alle w_1 -Windungen der Wicklung, also von Primärklemme zu Primärklemme fließt, dafür aber der volle Sekundärstrom J_2 über die w_2 -Windungen, die zwischen den Sekundärklemmen liegen. In entgegengesetzter Richtung fließend belasten die beiden Belastungsströme die sekundären w_2 -Windungen nur mit

$$J_2' = J_2 - J_1 \text{ Ampere.}$$

Es gibt noch eine zweite Erklärungsweise. Aus der Abb. 96 sieht man sofort, daß nur

$$E_2 J_2' \text{ Voltampere}$$

transformiert werden,

$$E_2 J_1 \text{ Voltampere}$$

fließen dem Sekundärstromkreis unmittelbar aus dem Primärstromkreis zu.

Der Spartransformator hat demnach eine scheinbare Leistungsfähigkeit

$$E_2 J_2$$

während er in Wirklichkeit nur für

$$E_2 J_2' = (E_1 - E_2) J_1$$

gebaut ist. Der Kunstgriff des Spartransformators hat den bedeutsamen Erfolg, daß die Leistung

$$\frac{E_2 J_2}{E_2 J_2'} = \frac{1}{1 - \frac{w_1}{w_2}} \text{-mal}$$

vergrößert erscheint.

Der Spartransformator hat nach all dem bei gleicher Liniendichte im Eisen und bei gleicher Stromdichte im Kupfer nur

$$100 \left(1 - \frac{w_2}{w_1}\right) \%_0$$

Kupfer- und Eisenaufwand und im gleichen Verhältnis weniger Verluste im Kupfer und im Eisen als ein für die gleiche Sekundärleistung entworfener Transformator mit getrennter Primär- und Sekundärwicklung.

Die Überlegenheit des Spartransformators über den gewöhnlichen Transformator ist um so größer, je kleiner der Ausdruck

$$1 - \frac{w_2}{w_1} = 1 - \frac{E_2}{E_1}$$

wird, je näher die Sekundärspannung an die Primärspannung herankommt. Sie ist aber immer vorhanden. Es entsteht geradezu die Frage, warum man eigentlich nicht lauter Spartransformatoren baut.

Gewöhnlich sind in unseren Anlagen die Unterschiede zwischen den Primär- und den Sekundärspannungen der Transformatoren sehr groß, so daß der Spartransformator nur einige wenige Hundertstel Verbesserung

bringt. Er bringt aber gleichzeitig den schwerwiegenden Nachteil, daß der primäre und der sekundäre Stromkreis elektrisch nicht mehr voneinander getrennt sind. Der Übertritt von außergewöhnlichen Hochspannungserscheinungen in das Niederspannungsnetz ist beim Spartransformator ohne weiteres möglich.

Dieser Gefahr können die Verbraucher nicht ausgesetzt werden. Die Lebensgefahr, die jede Hochspannung bringt, darf nicht in Wohnräume und Arbeitswerkstätten einziehen. Der normale Transformator mit zwei getrennten Wicklungen hat neben seinen vielen anderen Vorzügen auch die unschätzbare Eigenschaft, daß er den Niederspannungsstromkreis elektrisch ganz selbständig macht und die Verbindung mit dem Hochspannungsstromkreis lediglich über den Kraftfluß des Transformators aufrecht erhält.

Der Spartransformator ist damit praktisch noch nicht begraben. Er kann sehr gute Dienste leisten, besonders dann, wenn seine Vorteile stark hervortreten, wenn demnach geringe Spannungsunterschiede in Betracht kommen. Das folgende Beispiel zeigt einen praktisch wichtigen Fall, in dem der Spartransformator mit großem Vorteil mitwirken kann.

Am Ende einer langen Fernleitung zeigt sich oft ein unangenehm großer Spannungsabfall. Die Betriebsspannung E_1 möchte man dort gerne um einige Hundertstel höher haben, etwa auf der Höhe von E_2 Volt.

Nach Abb. 97 baut man dann einen Spartransformator ein, an dessen w_1 -Wicklungen man die Spannung E_1 aufdrückt, um an den Enden der ganzen Wicklung, die w_2 -Wicklungen hat, die erhöhte Spannung E_2 abzunehmen und weiterzuführen.

Wir haben offenbar einen Spartransformator vor uns, der sekundär gespeist wird und mit der aufgefrischten Spannung die Fortführung der Fernleitung ermöglicht. Es hat diesmal nichts auf sich, daß die beiden Stromkreise elektrisch nicht voneinander getrennt sind, denn wir haben ohnehin beiderseits Hochspannung von fast gleicher Höhe.

Ein großer Vorteil liegt aber diesmal darin, daß die ganze Leistung, die von der Fernleitung übertragen wird, nur einen verhältnismäßig kleinen Spartransformator braucht. Ist z. B. die Übertragungsleistung 1000 kVA, die ankommende Spannung 32 500 Volt, die aufgefrischte Spannung 35 000 Volt, so braucht der Transformator nur für eine innere Leistung

$$1000 \left(1 - \frac{32\,500}{35\,000} \right) = 72,2 \text{ kVA}$$

gebaut zu werden.

Solche Spartransformatoren, die als Spannungserhöher (Booster) wirken, sind offenbar ein sehr billiges und gutes Hilfsmittel. Die große Übertragungsleistung erleidet nur ganz geringe Verluste beim Übergang über den kleinen Transformator.

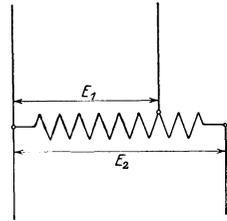


Abb. 97.

Dreizehnte Vorlesung.

Kraftübertragung. Dreileitersystem. Mittelleiter. Außenleiter. Wechselstromkraftübertragung. Mehrphasenströme. Phasenspannung. Verkettete Spannung. Sternschaltung. Dreieckschaltung.

Der Transformator und die Kraftübertragung sind die beiden Stärken der Wechselstromtechnik. Im Verein lassen sie die größten Probleme der Verwertung natürliche Energiequellen lösen. Einzelnen setzen sie sich überall durch, der Transformator im Elektromaschinenbau, die Kraftübertragung im Aufbau der Wechselstromkreise.

Das Kraftübertragungsproblem führt zu eigentümlichen Stromsystemen, zu zusammengesetzten Stromkreisen, deren sich die Elektrotechnik gewiß nicht bedienen würde, wenn nicht zwingende Gründe sie dazu treiben würden. Die Transformation ist nur das eine, obwohl das wichtigere Hilfsmittel der Kraftübertragung. Das zweite Hilfsmittel, die eigentümlich aufgebauten Stromsysteme, müssen wir erst kennen lernen. Es ist aber notwendig, zuerst die notwendigen Formen der Wechselstromkreise festzustellen, bevor die allgemeine Untersuchung der Vorgänge der Wechselstromkreise in Angriff genommen werden kann.

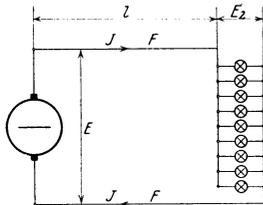


Abb. 98.

Das Problem der Kraftübertragung ist natürlich kein ausgesprochenes Wechselstromproblem. Auch für Gleichströme muß es, soweit es geht, gelöst werden. Zum Verständnis des Wesens des Kraftübertragungsproblems ist es sogar von besonderer Wichtigkeit, mit der Gleichstromkraftübertragung zu beginnen.

Im allereinfachsten Fall gibt ein Gleichstromgenerator an eine Fernleitung, die l Meter lang ist und aus zwei gleichen Leitern von je F Quadratmillimeter Querschnitt besteht, die elektrische Leistung N_1 (Watt) mit der Spannung E (Volt) und dem Strom J (Ampere) ab (Abb. 98).

Es ist natürlich:

$$N_1 = E \cdot J \text{ Watt.}$$

Am Ende der Fernleitung ist die Spannung auf E_2 Volt herabgesunken, denn die Fernleitung hat einen Ohmschen Widerstand, über den der Betriebsstrom J mit einem Spannungsaufwand getrieben werden muß. Der Widerstand eines der beiden Leiter beträgt

$$R = \rho \cdot \frac{l}{F} \text{ Ohm,}$$

wenn das Leitermetall den spezifischen Widerstand ρ hat. Offenbar ist

$$E_2 = E - 2 \cdot \rho \cdot \frac{l}{F} \cdot J. \quad (69)$$

Die Verbraucher am Ende der Fernleitung bekommen natürlich die Leistung

$$N_2 = E_2 \cdot J \text{ Watt,}$$

die Fernleitung hat für sich

$$N_1 - N_2 = \Delta N \text{ Watt}$$

verbraucht.

Aus der Gleichung (69) bekommt man durch Multiplikation mit J

$$E_2 J = E_1 J - 2 \varrho \frac{l}{F} J^2,$$

um sofort zu erkennen, daß es die Jouleschen Verluste in der Fernleitung sind, die den Leistungsverbrauch ausmachen.

Das Problem der Kraftübertragung hat zwei Ziele. Einerseits darf der Energieverlust der Übertragung nicht zu groß werden. Die elektrische Wirtschaftlichkeit ist für die Fernleitung von großer Bedeutung. Andererseits darf der Materialaufwand der Fernleitung, vor allem der Kupferaufwand, nicht zu große Kosten verursachen.

Wir finden ein sehr ähnliches Problem, wenn wir die Kraftübertragung studieren, wie wir es in der vorangehenden Untersuchung im Elektromaschinenbau vorgefunden. Der Kapitaleinsatz des in der Fernleitung angelegten Anschaffungswertes und die Betriebsverluste der Fernleitung müssen zusammen möglichst niedrige dauernde Lasten bringen.

Wir beziehen die Energieverluste der Fernleitung am besten auf die zu übertragende Leistung

$$\frac{\Delta N}{N_1} = \frac{2 \varrho l J^2}{F \cdot E_1 \cdot J}$$

und versuchen auf diese Weise eine Beziehung zwischen der elektrischen Wirtschaftlichkeit der Übertragung, die doch durch das Verhältnis

$$\varepsilon = 100 \cdot \frac{\Delta N}{N_1} \%$$

gut gekennzeichnet ist und dem Kupferaufwand, den wir durch den Rauminhalt der beiden Kupferleiter

$$2 \cdot l \cdot F \cdot 10^{-3} \text{ Raumdezimeter,}$$

oder noch besser durch das Kupfergewicht

$$G_k = 2 \cdot l \cdot F \cdot 10^{-3} \cdot \gamma_k \text{ Kilogramm}$$

messen können, herzustellen.

Es ist

$$G_k = \frac{0,4 \cdot \varrho \cdot \gamma_k}{\varepsilon} \cdot N_1 \cdot \left(\frac{l}{E_1} \right)^2 \text{ Kilogramm} \quad (70)$$

oder einfacher mit

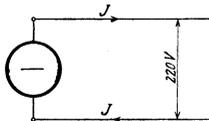
$$\begin{aligned} \varrho &= 0,018 \text{ Ohm} \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \\ \gamma_k &= 8,9 \text{ kg/dm}^3 \\ G_k &= \frac{64}{\varepsilon} \left(\frac{N_1}{1000} \right) \cdot \left(\frac{l}{E_1} \right)^2 \text{ Kilogramm.} \end{aligned} \quad (71)$$

Der Kupferaufwand der Fernleitung ist der Übertragungsleistung direkt, dem prozentuellen Leistungsverlust indirekt proportional, wächst aber außerdem mit dem Quadrat des Verhältnisses der Übertragungslänge zur Übertragungsspannung.

Wir sind natürlich bereit, den Kupferaufwand mit der Leistung proportional zunehmen zu lassen, solange sich der bezogene Übertragungsverlust nicht ändert. Die Übertragungskosten je Leistungseinheit bleiben dann unverändert. Wir müssen aber dann die Übertragungsspannung ebenso zunehmen lassen wie die Länge der Fernleitung.

Es hat sich herausgestellt, daß man etwa 10% der Leistung für die Fernleitungsverluste opfern kann und eine alte Faustregel setzte für je 1 Kilometer Fernleitung 1000 Volt Übertragungsspannung fest. Das würde nach Gleichung (71) je 6,4 kg Kupfer für jedes Kilowatt Übertragungsleistung ergeben. Damit ist ein ungefährender Anhaltspunkt gewonnen, der mitunter von Wert sein kann.

Wie weit der Gleichstrom kommen kann, zeigt Gleichung (71), die eigentlich alle Geheimnisse des Kraftübertragungsproblems aufdeckt, sofort. Ohne Transformationsmöglichkeit kann man mit der Spannung E_1 nur um den zugestandenen Spannungsverlust über die gebräuchliche Verbraucherspannung von 220 Volt hinausgehen, d. h. nicht einmal 250 Volt erreichen, wenn man



$$\varepsilon = 10\%$$

einhalten will. Es bleiben bei halbwegs größeren Leistungen nur einige Hundert Meter Reichweite offen. Die Übertragungskosten werden sonst zu groß.

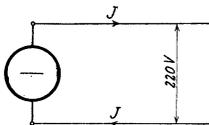


Abb. 99.

In dieser unangenehmen Lage hat die Praxis doch noch einen Ausweg gefunden, um den Gleichstrom nicht gar so hilflos liegen zu lassen. Sie griff das sog. Dreileitersystem auf, dem wir sofort unsere Aufmerksamkeit zuwenden müssen.

Wir zerlegen zunächst eine gegebene Gleichstromanlage in zwei gleiche Hälften, geben jeder einen eigenen Generator und eine eigene Fernleitung und betreiben beide Anlagehälften mit der festgesetzten Verbraucherspannung von 220 Volt (Abb. 99).

Nun erinnern wir uns der Tatsache, daß in jedem Stromkreis das Potential eines beliebigen Punktes beliebig festgesetzt werden kann. Nur die Potentialunterschiede, die Spannungen sind ja vorgeschrieben, die absolute Höhe der Potentiale kann beliebig, aber natürlich einheitlich, gewählt werden.

Im Leerlauf herrscht zwischen den Fernleitern der beiden Anlagen durchwegs, auf der ganzen Länge, dieselbe Spannung. Im Leerlauf kann demnach in jeder der beiden Teilanlagen das Potential je eines Leiters beliebig gewählt werden. Wir gehen nun so vor, daß wir je einen Leiter der beiden Anlagen auf das gleiche Potential bringen, d. h. sie einfach elektrisch und materiell vereinigen, jedoch so, daß nun zwischen den beiden übrigen Leitern die doppelte Spannung herrscht (Abb. 100).

Im Betrieb wird, wie aus der Abb. 100 sofort hervorgeht, der gemeinsame Leiter der beiden Teilanlagen, der sog. Mittelleiter, zwei gleiche aber entgegengesetzt gerichtete Ströme führen, wenn beiderseits die Belastung gleich groß ist. Er wird stromlos. Er kann theoretisch überhaupt entfallen.

Das Dreileitersystem bringt nach all dem den halben Kupferaufwand und den halben Übertragungsverlust, oder ein Viertel des Kupferaufwandes bei gleichem Übertragungsverlust. Es folgt der Gleichung

$$G_k = \frac{16}{\varepsilon} \cdot \left(\frac{N}{1000} \right) \cdot \left(\frac{l}{E} \right)^2. \quad (72)$$

Wenigstens theoretisch. Daß dem so sein muß, folgt übrigens aus der Abb. 100 sofort, denn eigentlich ist die Übertragungsspannung doppelt so groß geworden, obwohl sich die Verbraucherspannung nicht geändert hat.

Der Kunstgriff gibt in Wirklichkeit nicht den ganzen berechneten Vorteil, denn es ist praktisch wohl unmöglich, die Gesamtbelastung der Anlage vollkommen genau auf die beiden Hälften der Anlage aufzuteilen. Die Verbrauchsapparate werden im Netz ganz willkürlich zu- und abgeschaltet. Es wird immer Unterschiede geben. Dann fließt im gemeinsamen Mittelleiter der Anlage jedesmal der Unterschied der beiden Gesamtbelastungsströme der beiden Anlagehälften.

Man zieht mit guten Gründen den Mittelleiter doch, genügt aber den Forderungen des Betriebes vollständig, wenn man ihm nur den halben Querschnitt der beiden Hauptleiter, der sog. Außenleiter der Anlage gibt. Der Kupferaufwand steigt auf diese Weise um 25⁰/₀ auf

$$G_k = \frac{20}{\varepsilon} \left(\frac{N}{1000} \right) \left(\frac{l}{E} \right)^2. \quad (73)$$

Die Verluste müssen natürlich nicht höher angenommen werden.

Das Dreileitersystem verdoppelt bei festgehaltener Verbraucherspannung die Reichweite. So ist es dem Gleichstrom doch möglich, in kleineren Städten die Versorgung des ganzen Stadtgebietes zu übernehmen. Die Aufmerksamkeit des Betriebsleiters muß aber doch immer auf möglichst ausgeglichene Verteilung der Verbraucher auf die beiden Außenleiter gerichtet sein.

Es liegt auf der Hand, daß die willkürlichen Zu- und Abschaltungen kleiner Verbraucher, vor allem der Glühlampen, das Gleichgewicht der beiden Anlagehälften nicht ernstlich gefährden werden. Je kleiner die Verbrauchsapparate, in um so größerer Anzahl werden sie vorhanden sein, um so wahrscheinlicher wird die gleichmäßige Gesamtlastaufteilung. Die Gefahr bilden dann nur große Verbraucher, Motoren, elektrische Öfen usw.

Dieser Gefahr entgeht man indessen leicht, wenn man sie für die doppelte Glühlampenspannung baut und unmittelbar zwischen die beiden Außenleiter einschaltet. Sie müssen dann immer die beiden Netzhälften gleich belasten.

Dreileitersysteme haben nach all dem zweierlei Verbraucherspannung: 220 Volt für die Glühlampen, 440 Volt für größere Verbraucher, vor allem für Motoren. Es ist eine gute Bezeichnung der Spannungsverhältnisse, wenn man z. B. sagt, das Dreileitersystem sei für 2×220 Volt gebaut.

Es ist eigentlich leicht, auf die Idee zu kommen, daß mit dem Dreileitersystem die Möglichkeiten noch nicht erschöpft sind. Genau so, wie man

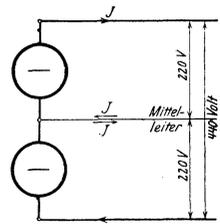


Abb. 100.

vom einfachsten Zweileitersystem zum Dreileitersystem kommt, kann man auch noch weiter zum Vier-, zum Fünfleitersystem aufsteigen.

Die Nachteile solcher, noch verwickelter aufgebauten Systeme sind leicht aufzudecken. Vor allem wachsen die Kosten des toten Fernleitungsmaterials, der Stützisolatoren und der Tragkonstruktionen mit der Anzahl der Leiter. Aber der Hauptnachteil ist die wachsende Spannungsfahr.

Im Dreileitersystem kann man immer noch das Potential eines beliebigen Punktes beliebig wählen. Man kann z. B. mit Vorteil den Mittelleiter erden. Er bekommt dann das Potential null, heißt deshalb auch wohl Nulleiter. Der eine Außenleiter erhält somit die Spannung + 220 Volt gegen Erde, der andere - 220 Volt. Die höchste Spannung gegen Erde in einer solchen Dreileiteranlage ist 220 Volt.

In einem Fünfleitersystem kann man natürlich nur einen Leiter erden. Es wird deshalb Spannungen von 440 Volt gegen Erde geben und die Hochspannung, die wir damit eigentlich einziehen lassen, wird in Wohnräumen ganz unzulässig sein. Abgesehen davon stellen sich auch noch Isolationschwierigkeiten ein, die mit Mehrkosten überwunden werden müssen.

So ist schließlich der Gleichstrom beim Dreileitersystem stehen geblieben und damit bei einer Reichweite von der Größenordnung eines Kilometers. Nun mußte die Transformation zu Hilfe kommen. Sie setzte natürlich den Übergang zum Wechselstrom voraus.

Wenn wir uns nun der Wechselstromkraftübertragung zuwenden und wiederum mit dem einfachsten Fall einer Zweileiteranlage anfangen, finden wir den Weg bereits vorgezeichnet. Die Rechnung baut sich ganz genau so auf wie beim Gleichstromzweileitersystem, mit dem einzigen Unterschied, daß die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung als mögliche neue Erscheinung hinzukommt.

Die Verbraucher ziehen aus der Fernleitung den Gesamtbelastungsstrom J , der im allgemeinen um den Phasenwinkel φ hinter der Spannung E_1 des Generators zurückbleiben wird. Die vom Generator abgegebene Leistung wird demnach

$$N_1 = E_1 J \cos \varphi$$

sein, der bezogene Übertragungsverlust

$$\frac{\Delta N}{N_1} = \frac{2 \rho l J^2}{F \cdot E_1 J \cos \varphi} = \frac{2 \rho l N_1}{F \cdot (E_1 \cos \varphi)^2}.$$

So kommt man schließlich zur Bestimmungsgleichung

$$G_k = \frac{64}{\varepsilon} \left(\frac{N_1}{1000} \right) \left(\frac{l}{E_1 \cos \varphi} \right)^2 \quad (74)$$

für den Kupferbedarf einer Wechselstromzweileiterfernleitung.

Der verhängnisvolle Leistungsfaktor, der ewige Nachteil des Wechselstromes, zeigt seinen nachteiligen Einfluß sofort. Der Kupferaufwand ist dem Quadrat des Leistungsfaktors umgekehrt proportional. Die Wechselstromkraftübertragung ist durch diesen Umstand von allem Anfang an im Nachteil gegenüber der Gleichstromkraftübertragung.

Allerdings verschwindet dieser eine Nachteil gegenüber der Möglichkeit der Transformation, der Möglichkeit, mit praktisch beliebig hohen

Spannungen zu arbeiten. Die Reichweite des Wechselstroms ist deshalb praktisch unbegrenzt. Hundert Kilometer sind kein Hindernis, weil eine Übertragungsspannung von etwa 100 000 Volt keine Unmöglichkeit ist. Wir sind heute schon wesentlich weiter vorgedrungen.

Über all der großartigen Ausbreitungsmöglichkeit der Wechselstromnetze können wir den Einfluß des Leistungsfaktors, wie er aus der Gleichung (74) zu uns spricht, nicht vergessen. Wie sehen, daß er ein lebenswichtiges Problem aufstellt, daß wir uns mit diesem Problem unbedingt noch werden beschäftigen müssen.

Es ist ganz klar, daß man neben Wechselstromzweileitersystemen auch noch verwickelter aufgebaute Systeme zur Verfügung hat, ganz ebenso wie beim Gleichstrom. Es ist aber auch sofort klar, daß Mehrleitersysteme für die Wechselstromtechnik nicht ganz den Reiz haben können wie für Gleichstromsysteme. Der Wechselstrom hat eben im Transformator ein ausgiebigeres Hilfsmittel.

Gleichwohl kann man auch in der Wechselstromtechnik Mehrleitersysteme nicht entbehren. Ortsnetze, die in Wohngebäude und Arbeitswerkstätten eindringen, dürfen nicht mit Hochspannung betrieben werden. Unter diesem Druck denkt man gerne an die Möglichkeiten, die uns die Gleichstromtechnik zeigt.

Es gibt noch andere, wichtigere Gründe, die wir noch kennen lernen werden, die ebenfalls gebieterisch Mehrleitersysteme für den Wechselstrom verlangen. So kommt es, daß man den einfachen Zweileiterwechselstrom selten antrifft, daß vielmehr zusammengesetzte Stromsysteme auch in der Wechselstromtechnik überwiegen.

Der große Vorteil des Dreileitersystems bestand beim Gleichstrom darin, daß zwei Leiter zweier Gleichstromkreise so vereinigt wurden, daß deren Gesamtstrom auf null heruntersank. Der gleiche Vorteil steht natürlich auch dem Wechselstrom zur Verfügung. Aber hier sind die Möglichkeiten noch größer.

Im Mittelleiter des Gleichstromdreileitersystems fließen zwei gleichgroße aber entgegengesetzt gerichtete Ströme. Der Gleichstrom hat, um in der Wechselstromsprache zu sprechen, nur die Phasenwinkel 0 und 180 Grad. Er kann nur paarweise Ströme gleicher Stärke zu null vereinigen.

Der Wechselstrom hat alle Phasenwinkel zur Verfügung. Er kann eine beliebige Anzahl von Strömen gleicher Stärke zu null vereinigen, wenn sie passend gegeneinander phasenverschoben sind, denn immer gibt es geschlossene Vektorenvierecke, deren jede Seite als Vektor eines Wechselstromes aufgefaßt werden kann.

Drei Wechselströme gleicher Stärke, gegeneinander um je 120° phasenverschoben, bilden mit ihren Vektoren ein gleichseitiges Dreieck. Wenn sie alle drei gleichzeitig denselben Leiter benützen, ergeben sie jederzeit die Gesamtstromstärke null. Auf dieser Tatsache läßt sich folgendes Vierleitersystem aufbauen.

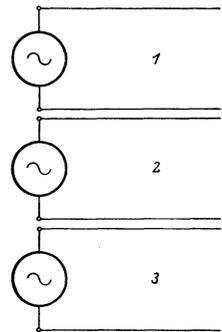


Abb. 101.

Wir nehmen uns drei gleiche Wechselstromkreise nach Abb. 101 und betreiben sie so, daß die drei Betriebswechselströme gleich stark und um je 120° gegeneinander phasenverschoben sind. Bei gleichen Betriebsverhältnissen in den 3 Stromkreisen werden natürlich auch die 3 Generatorspannungen gleich hoch und um je 120° gegeneinander phasenverschoben sein. Jeder der drei Stromkreise wird natürlich außerdem eine innere Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung haben, alle drei der Annahme gemäß die gleiche.

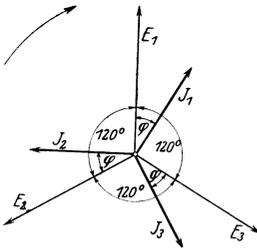


Abb. 102.

Abb. 102 zeigt uns die Vektoren der Spannungen und Ströme dieser drei vorerst voneinander unabhängigen Stromkreise. An diesen Verhältnissen ändert sich gar nichts, wenn wir nun daran gehen, in jedem Stromkreis je einem Punkt je ein beliebiges Potential zu geben. Vorteilhaft schlägt man, wie sich sofort zeigen wird, den Weg ein, daß man allen drei Stromkreisen einen gemeinsamen Leiter gibt, so daß die Anordnung der Abb. 103 entsteht.

In dem gemeinsamen Leiter, dem Nulleiter fließt jeweils die Summe der drei vereinigten Wechselströme. Theoretisch ist diese Summe null, der Nulleiter kann demnach eigentlich entfallen. Es liegt auf der Hand, daß wir mit dem neuen System theoretisch die Übertragungsverluste auf die Hälfte, den Kupferaufwand ebenso auf die Hälfte heruntergedrückt haben.

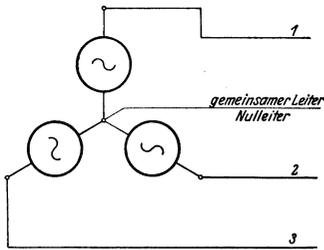


Abb. 103.

Zwischen dem neuen System und dem einfachen Wechselstromzweileitersystem zeigt sich derselbe theoretische Unterschied, wie wir ihn zwischen dem Gleichstromdreileiter- und dem Gleichstromzweileitersystem fanden.

Der praktische Vorteil ist hier beim Dreiphasenstrom — die Bezeichnung Drehstrom ist ungenauer — größer. Auch Dreiphasensysteme können Ungleichheiten der Belastungen ihrer ebenbürtigen 3 Teile nicht ganz vermeiden. Die Summe der drei Phasenströme wird praktisch immer etwas von null abweichen. Der Nulleiter muß doch meist gezogen werden, er braucht aber nur den halben Querschnitt eines Außenleiters. So steigt praktisch der Kupferaufwand um ein Sechstel des theoretischen Aufwands. Wir können für den Dreiphasenstrom mit Nulleiter den Kupferaufwand zu

$$G_k = \frac{18,7}{\epsilon} \left(\frac{N_1}{1000} \right) \left(\frac{l}{E_1 \cos \varphi} \right)^2 \tag{75}$$

anschreiben.

Das Dreiphasensystem hat vier Leiter und doch bringt es keine unzulässigen Spannungen gegen Erde. Man wird mit Vorteil seinen Nulleiter erden, worauf jeder Außenleiter die gleiche Spannung gegen Erde zeigen wird. Wiederum kann man erkennen, daß der Wechselstrom alle Phasenwinkel zur Verfügung hat, der Gleichstrom nur die Winkel 0 und 180° .

Wir nennen die Spannung eines Außenleiters gegen den Nulleiter, praktisch also gegen Erde, Phasenspannung. Die drei Phasenspannungen sind alle drei gleich hoch, sie bilden die Gebrauchsspannungen, an ihnen hängen die Glühlampen. Natürlich sind die drei Phasenspannungen gegeneinander um je 120° phasenverschoben, wie es Abb. 102 zeigt.

Es ist keine Frage, daß man Vierphasensysteme, wenn man will, Sechsphasensysteme aufbauen kann, ohne sich den Nachteilen auszusetzen, die beim Gleichstrom mit der Vermehrung der Leiterzahl auftreten. Im Sechsphasensystem kann man sechs Außenleiter und einen gemeinsamen Nulleiter bekommen, sechs gleiche Phasenspannungen, die um je 60° gegeneinander phasenverschoben sind.

Für die Kraftübertragung sind theoretisch die symmetrischen Vielphasensysteme alle gleichwertig. Praktisch wird allerdings der Kupferaufwand des Nulleiters immer bedeutungsloser, je höher die Phasenzahl steigt.

Dafür wächst mit der Phasenzahl der Aufwand an totem Material, an Isolatoren, Stützen usw.

Dies erklärt die Tatsache, daß die Elektrotechnik beim Dreiphasenstrom stehen geblieben ist und daß deshalb die Bezeichnung Drehstrom — sie wird uns später erst ganz verständlich werden — die eigentlich alle symmetrischen Vielphasensysteme, deren Phasenzahl gleich oder größer als 3 ist, deckt, praktisch dem Dreiphasenstrom allein geblieben ist.

Das Gleichstromdreileitersystem mit 2×220 Volt und das Drehstromsystem mit 3×220 Volt sind heute die gegebenen Verteilungssysteme für Niederspannung. Wir arbeiten so gut wie ausschließlich mit ihnen. Beide bringen gegenüber den einfachen Zweileitersystemen eine derartige Ersparnis, daß sie ganz und gar unentbehrlich geworden sind.

Das Dreiphasensystem müssen wir uns wegen seiner ganz hervorragenden praktischen Bedeutung genauer ansehen. Wir bemerken dabei vor allem, daß es neben den Phasenspannungen auch noch andere Spannungen, nämlich die Spannungen zwischen den Außenleitern enthält.

Wenn wir nach Abb. 104 einen einphasigen Verbraucher zwischen zwei Außenleiter hängen, so wirken auf ihn, wie wir leicht entdecken können, zwei Phasenspannungen. Gehen wir von dem Punkt 1, in dem der Verbraucher den einen Außenleiter erreicht, aus und folgen dem Außenleiter bis zum Phasengenerator, so bewegen wir uns gegen die Phasenspannung dieses Generators, so lange, bis wir den Punkt erreicht haben, in dem alle drei Phasengeneratoren zusammengeschlossen sind, um den Nulleiter gemeinsam zu erreichen. Von diesem Punkt, dem sog. Nullpunkt aus, müssen

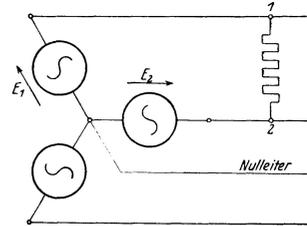


Abb. 104.

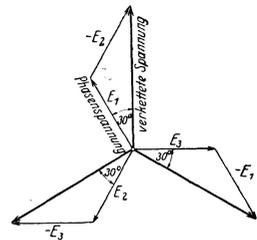


Abb. 105.

wir uns in der Wirkungsrichtung der Spannung des zweiten Phasengenerators weiterbewegen, um schließlich zum Anschlußpunkt 2 zu kommen.

Natürlich sind die Bezeichnungen „gegen“ und „in der Richtung der Phasenspannung“ eigentlich sinnlos, da es sich doch um Wechselspannungen handelt. Aber wir messen alle drei Phasenspannungen immer vom Nullpunkt weg, bekommen sie dabei einmal positiv, einmal negativ, immer aber so, daß ihre drei Vektoren Phasenwinkel von 120° miteinander einschließen.

Die verkettete Spannung des Dreiphasensystems, das ist die Spannung zwischen zwei Außenleitern, ist immer die Differenz zweier Phasenspannungen. Auf dieser Erkenntnis baut sich die Konstruktion der Vektoren der drei möglichen verketteten Spannungen in nebenstehender Abb. 105 auf.

Man entnimmt der Abb. 105 leicht vor allem die Tatsache, daß die verketteten Spannungen ebenfalls alle drei gleich groß sind und gegeneinander den Phasenwinkel 120° zeigen. Man findet außerdem ohne Schwierigkeit, daß die verkettete Spannung größer ist als die Phasenspannung, und zwar:

$$2 \cdot \cos 30^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\text{-mal.}$$

Wenn demnach die Phasenspannung eines Drehstromnetzes 220 ist, werden die verketteten Spannungen im Netz

$$\sqrt{3} \cdot 220 = 380$$

Volt betragen. Die Bezeichnung, Drehstrom von 380/220 Volt, der man in der Praxis immer wieder begegnet, erscheint damit verständlich.

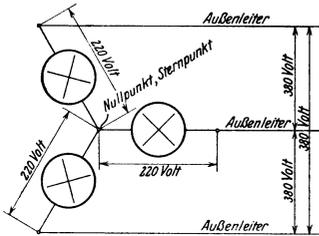


Abb. 106.

Man rechnet in der Praxis vorzugsweise mit der verketteten Spannung und versteht unter der Spannung eines Drehstromsystems immer die verkettete Spannung, wenn nichts anderes ausdrücklich bemerkt wird. Der Grund hierfür ist leicht zu finden. Der Nulleiter ist theoretisch überflüssig und wird sehr oft überhaupt nicht gezogen. Die Außenleiter bleiben dann allein. Wirklich sichtbar und ohne weiteres verwendbar sind in solchen Fällen nur die verketteten Spannungen, so daß es nur gerecht ist, wenn man ihnen die Hauptrolle zuweist.

Das reizvolle an den Dreiphasensystemen ist die Möglichkeit, jederzeit die Phasenspannungen zu verwenden, auch wenn kein Nulleiter zur Stelle ist. Drei Glühlampen z. B., je für 220 Volt gebaut, kann man in jedes Drehstromnetz von 380 Volt verketteter Spannung einhängen, wenn man sie nach Abb. 106, wie man sagt, in Sternschaltung zusammenschließt und die übrigen drei freien Enden mit den drei Außenleitern der Anlage verbindet. Die drei Widerstandsströme fließen in dem Nullpunkt der Widerstandsgruppe, im Sternpunkt, wie man auch sagt, zusammen, wo sie sich zu null ergänzen. Der Sternpunkt ist eigentlich ein Punkt des nichtvorhandenen Nulleiters, den man sich immer gezogen denken kann.

Alle Drehstromverbraucher kann man dreiphasig bauen, sie also mit 3 Stromzweigen ausstatten, die in einem Sternpunkt zusammenlaufen.

Ein Drehstromofen z. B. besteht aus drei gleichen Ohmschen Widerständen (Abb. 107). Die überall so entstehenden Nullpunkte sind dann lauter Punkte des unsichtbaren Nulleiters, den man erspart hat, weil man sich auf die Symmetrie der einzelnen Verbraucher verläßt.

Die oben beschriebene Gruppe dreier in Stern zusammengeschlossener Glühlampen ist der unverlässlichste Drehstromverbraucher. Die Möglichkeit, daß eine der drei Lampen abgeschaltet wird, weil sie augenblicklich nicht gebraucht wird, ist zu groß. Der dreiphasige Ofen kennt diese Gefahr nicht, wenn er so aufgebaut wird, daß alle drei Widerstandsphasen unter Strom sein müssen. Die Lampen zwingen uns, den Nulleiter wirklich zu ziehen. Wir haben deshalb Drehstromnetze mit Nulleiter und Drehstromnetze ohne Nulleiter.

Es ist empfehlenswert, gleich hier die Leistung eines symmetrisch belasteten Dreiphasensystems zu berechnen. Die Rechnung ist leicht. Der Belastungsstrom jeder Phase erreicht die gleiche Stärke J (Ampere), er bleibt gegen seine Phasenspannung E_{ph} um den gleichen Phasenwinkel φ zurück. Es ist offenbar

$$N = 3 \cdot E_{ph} \cdot J \cos \varphi.$$

Nun aber wollen wir mit der verketteten Spannung

$$E = \sqrt{3} \cdot E_{ph}$$

rechnen. Es ist dann

$$N = \sqrt{3} \cdot E \cdot J \cdot \cos \varphi \text{ Watt.} \quad (76)$$

Die Frage ist nicht zu unterdrücken, warum man sich eigentlich der unangenehmen Wahl aussetzt, entweder peinlich um die Symmetrie des Systems besorgt zu sein, um den Nulleiter wirklich ersparen zu können, oder aber den Nulleiter zu ziehen, wenn einseitige Belastungen unvermeidlich erscheinen. Es gibt doch noch eine naheliegende Möglichkeit, die den Schwierigkeiten des Glühlampenbetriebes leicht ausweicht. Man kann doch jede Lampe einfach zwischen zwei Außenleiter legen (Abb. 108).

Die Symmetrie des Systems kann man nach Tunlichkeit in der Tat aufrecht erhalten, wenn man die Drehstromverbraucher, z. B. einen Ofen, nach wie vor dreiphasig baut, aber, wie man sagt, im Dreieck (Abb. 109) zusammenschließt. Lampen bilden dann auch solche Dreiecke (Abb. 108). Wenn jetzt eine Lampe nicht brennt, hat das wenig zu bedeuten, die drei Außenleiterströme des Systems werden eben nicht gleich groß sein.

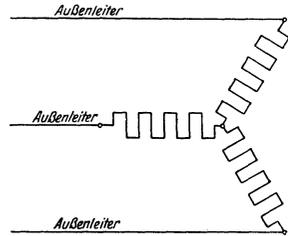


Abb. 107.

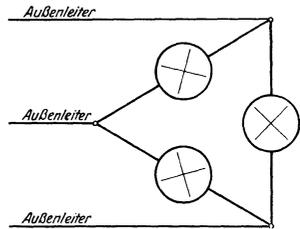


Abb. 108.

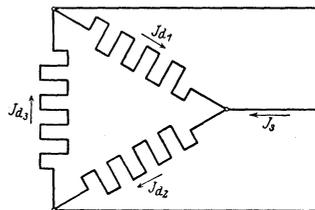


Abb. 109.

Die Dreieckschaltung sieht wirklich unempfindlicher aus, sie bringt aber in Lichtnetze unvermeidlicherweise die verkettete Spannung 220 Volt statt 380 Volt. Sofort steigt im quadratischen Verhältnis der Spannungsermäßigung der Kupferbedarf des Netzes. Er wird verdreifacht.

Das ist der Hauptgrund dafür, daß Lampen mit der Phasenspannung und nicht mit der verketteten Spannung in Dreiphasennetzen betrieben werden. Die Sternschaltung mit ihrem Nullpunkt wird vorgezogen. Dreieckschaltungen findet man immerhin oft genug. Es gibt ganz andere Gründe, die dazu treiben, zuweilen Verbraucher in Dreieckschaltung zu bauen, Gründe, deren Erforschung zum Teil schon aus dem Rahmen der wissenschaftlichen Grundlagen herausfallen.

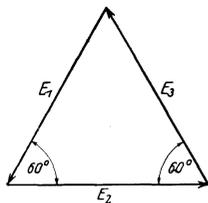


Abb. 110.

Die Dreieckschaltung hat ihre Eigentümlichkeiten, die man kennen muß. Es fällt vor allem auf, daß die drei Stromzweige des Dreiecks einen geschlossenen Stromkreis bilden (Abb. 109), in dem man eigentlich Verwicklungen befürchten muß. Innenströme könnten ganz gut das Dreieck umkreisen ohne nach außen bemerkbar zu sein.

In dem in sich geschlossenen Dreieck wirken alle drei verketteten Spannungen des Systems in Reihe. Sie sind, wie wir wissen, gleich groß und gegeneinander um je 120° phasenverschoben. Sie ergänzen sich, wie das Vektorenschaubild der Abb. 110 sofort erkennen läßt, zu null.

Der innere Stromweg des Dreiecks ist demnach in symmetrischen Dreiphasensystemen nicht unter Spannung. Aber auch für die Dreieckschaltung ist offenbar die Symmetrie wichtig. Bei der Sternschaltung war die Symmetrie der Ströme entscheidend, bei der Dreieckschaltung ist es die Symmetrie der Spannungen.

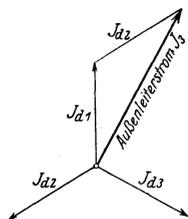


Abb. 111.

Jede Seite des Dreiecks führt ihren Betriebsstrom. Die drei Ströme sind gegen die sie treibenden verketteten Spannungen alle gleich phasenverschoben und haben gleiche Stärke, wenn alles schön symmetrisch ist. Die Vektoren der drei Dreieckströme schließen miteinander Phasenwinkel von je 120° ein.

In den Außenleitern, an die das Dreieck angeschlossen wird, bekommt man die Dreieckströme nicht wieder. In jedem Eckpunkt des Dreiecks fließen eben zwei Dreieckströme zusammen, die den Außenleiterstrom bestimmen. Es ist leicht einzusehen, daß der Außenleiterstrom der geometrischen Differenz zweier Dreieckströme gleichkommt. Die Konstruktion der Abb. 111 ist nach dieser Erklärung ohne weiteres verständlich.

Wenn nun in einer Dreieckseite der Strom J_d fließt und dabei gegen seine verkettete Spannung E um den Phasenwinkel φ zurückbleibt, wird die Leistung des Dreiecks zu

$$N = 3 \cdot E \cdot J_d \cdot \cos \varphi$$

bestimmt werden können. Nun ist nach Abb. 111

$$J = \sqrt{3} \cdot J_d.$$

Es ist also wieder

$$N = \sqrt{3} \cdot E \cdot J \cdot \cos \varphi.$$

Es fällt auf, daß die Stern- und die Dreieckschaltung zwei Gegenbilder bilden, in denen die Rollen von Strom und Spannung vertauscht sind. Die Sternschaltung hat die verkettete und die Phasenspannung, die im Verhältnis $\sqrt{3} : 1$ stehen, die Dreieckschaltung hat den Außenstrom und den Dreieckstrom, die ebenfalls im Verhältnis $\sqrt{3} : 1$ stehen. Bei der Sternschaltung muß die Summe der drei Phasenströme null sein, bei der Dreieckschaltung die Summe der verketteten Spannungen.

Die verkettete Spannung und der Außenleiterstrom spielen ungefähr die gleiche Rolle. Sie bestimmen in jedem Falle die Leistung des Systems, ohne Rücksicht auf die Schaltung des Verbrauchsapparates, nach der gleichbleibenden Berechnungsformel der Gleichung (76). Damit ist ein praktisch wichtiger Grund mehr gewonnen für das Rechnen mit verketteten Spannungen und mit den Außenleiterströmen.

Sie lassen sich auch immer einfach messen, während die Phasenspannung bei fehlendem Nulleiter unzugänglich ist und der Dreieckstrom ebenfalls meist nicht unmittelbar gemessen werden kann. Man müßte Meßinstrumente ins Innere der Maschinen und Verbrauchsapparate bringen, wenn man in jedem Fall die Phasenspannungen und Dreieckinnenströme bestimmen wollte.

Das Dreiphasensystem bringt erhebliche Verwicklungen, die besonders dem Anfänger Schwierigkeiten bereiten. Weniger der Theorie. In symmetrischen Systemen gibt es einfach 3 gleichwertige Stromzweige, die einzeln untersucht werden können. Die Gesamtbilder ergeben sich dann einfach.

Der Wechselstromtheorie bringt der Dreiphasenstrom, von diesem Gesichtspunkt aus betrachtet, kaum neue Probleme. Was in der einen Phase geschieht, geschieht in den beiden anderen auch. Aber hinter all diesen einfachen Problemen steht immer das Fragezeichen der Symmetrie.

Die Praxis erreicht sie meist mit genügender Genauigkeit. Wir arbeiten mit Dreiphasensystemen ohne Nulleiter ganz gut und haben keine bemerkenswerten Schwierigkeiten mit Dreieckschaltungen.

Aber Unsymmetrien sind doch in unseren Anlagen nicht ausgeschlossen, sie sind häufiger als man glaubt, sie sind, theoretisch genommen, eigentlich unvermeidlich. Unsere Konstruktionen sind niemals vollkommen. Fehler schleichen sich immer wieder ein. Die Theorie darf die Unsymmetrien nicht aus dem Auge verlieren.

Sie darf nicht einfach das Dreiphasensystem ohne Nulleiter verdammen, selbst wenn es feststehen sollte, daß es ohne Unsymmetrien nicht geht. Sie darf aus dem gleichen Grunde nicht ohne weiteres die Dreieckschaltung verbieten.

Der Elektroingenieur will wissen, wie die Folgen von Unsymmetrien schaden können. Er hat nachzusehen, wie groß der Nachteil, der sich einstellen mag, gegenüber dem Vorteil der einfachen Schaltung sein kann. Er hat recht, wenn er klar sehen will.

Die Theorie hat deshalb doch auch die Aufgabe, die Dreiphasensysteme als Ganzes zu untersuchen und nicht nur bei der Erforschung einer Phase

stehen zu bleiben. Wichtige und interessante Probleme gibt es auf diese Weise zu lösen. Die Unsymmetrien bringen merkwürdige Verwicklungen, die man kennen muß. Nur so kann man jederzeit den Drehstrombetrieb wirklich übersehen.

Vierzehnte Vorlesung.

Unsymmetrische Belastungen des Dreiphasensystems. Bedeutung des Nulleiters. Dreiphasige Transformatoren. Beispiele für Unsymmetrien.

Der Drehstrom hat sich in der Wechselstromtechnik wegen der in der vorangehenden Vorlesung beschriebenen Vorteile bei der Kraftübertragung, bzw. Energieverteilung in Niederspannungsnetzen auf der ganzen Linie durchgesetzt. Die Verbraucher werden, wenn es nur geht, dreiphasig gebaut. Aber auch das Hochspannungsnetz, die Fernleitung wird dreiphasig sein müssen, damit schon in der Stromerzeugungsstelle die eigentümliche Kombination dreier Wechselströme durchgeführt werden kann, die den Drehstrom bildet.

Der dreiphasige Aufbau der Verbrauchsapparate bringt Verwicklungen, die wir eingehender untersuchen müssen. Es ist zwar selbstverständlich, daß jederzeit die Symmetrie der Konstruktion angestrebt wird. Unsymmetrien kann man zwar mit dem Nulleiter jederzeit unschädlich machen. Die Frage ist gleichwohl von Bedeutung, welche Folgen zu erwarten sind, wenn kein Nulleiter zur Stelle ist und Unsymmetrien doch vorkommen.

Wir setzen zunächst voraus, daß das Dreiphasensystem selbst vollkommen symmetrisch ist, daß somit die drei verketteten Spannungen zwischen je zwei Außenleitern genau gleich groß und untereinander je 120° phasenverschoben sind. Für den Verbrauchsapparat haben wir dann immer ein gleichseitiges Spannungsdreieck zur Verfügung, dessen Seiten den Vektoren der drei verketteten Spannungen entsprechen. An die drei Eckpunkte des Spannungsdreiecks schalten wir dann den dreiphasigen, in Stern geschalteten Verbrauchsapparat an.

Wir wollen vom einfachsten Fall ausgehen und einen Verbraucher annehmen, der aus drei reinen Ohmschen Widerständen besteht. Zunächst seien die drei Phasenwiderstände gleich groß.

Den Fall haben wir schon in der vorangehenden Vorlesung flüchtig betrachtet und dahin erledigt, daß er seinen Sternpunkt auf den nicht vorhandenen Nulleiter schieben muß. Wir können aus Symmetriegründen ohne weiteres zu der Tatsache gelangen, daß die drei Phasenspannungen, die Spannungen also, die in den drei Widerständen verbraucht werden, gleich groß sind und gegeneinander 120° Phasenverschiebung zeigen. Es ist aber doch nötig, noch einen anderen Untersuchungsweg einzuschlagen.

Die Widerstandsspannungen der drei in Stern zusammengeschalteten Ohmschen Widerstände halten zu zweien den drei aufgedrückten verketteten Spannungen des Spannungsdruckes das Gleichgewicht. Wäre es dieses Spannungsgleichgewicht allein, das die Lage des Sternpunktes bestimmt, so würde eine bestimmte Lösung nicht möglich sein. Wir können nach

Abb. 112 die Lage des Sternpunktes beliebig annehmen. Immer sind die Spannungen:

$$\begin{aligned} & E_{12} \text{ und } E_1 - E_2 \\ \text{bzw. } & E_{31} \text{ und } E_3 - E_1 \\ \text{bzw. } & E_{23} \text{ und } E_2 - E_3 \end{aligned}$$

im Gleichgewicht.

Das Kirchhoffsche Spannungsgesetz allein bestimmt demnach die Lage des Sternpunktes nicht. Wir müssen noch das Kirchhoffsche Stromgesetz zu Hilfe nehmen. Die drei Phasenströme müssen im Sternpunkt die Summe null ergeben. Nur dann ist der Betrieb ohne Nulleiter tatsächlich möglich.

Wenn die Phasenspannungen nur Ohmsche Widerstände und dazu gleich große zu überwinden haben, werden die drei Phasenströme ihnen proportional und außerdem mit ihnen in Phase sein. In der Abb. 112 müßten die Spannungsvektoren E_1, E_2 und E_3 gleichzeitig in einem anderen Maßstab die Vektoren der drei Phasenströme darstellen. Dabei müßte sich das Vektorendreieck J_1, J_2, J_3 und deshalb das Vektorendreieck E_1, E_2, E_3 schließen.

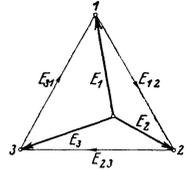


Abb. 112.

Diese Bedingung, die das Kirchhoffsche Stromgesetz, für den Sternpunkt angewendet, bringt, ist nur unter gewissen Umständen erfüllt. Es ist nützlich, diese Bedingung, die in allen Drehstromproblemen immer wieder vorkommt, ganz allgemein zu erledigen.

Wir wählen nach Abb. 113 drei beliebige Richtungen für die Vektoren der drei Phasenströme und nehmen außerdem die Größe des einen Stromvektors, etwa die des Stromes J_1 , beliebig an. Das Vektorendreieck, wenn es sich schließen soll, ist damit schon bestimmt, damit natürlich auch die notwendigen Größen der beiden anderen Stromvektoren.

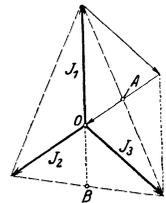


Abb. 113.

Aus der Abb. 113 ersieht man sofort, daß

$$OA = \frac{J_2}{2}$$

ist, daß demnach auch

$$OB = \frac{J_1}{2}$$

wird sein müssen. Der Sternpunkt muß mit dem Schwerpunkt jenes Dreieckes zusammenfallen, das die drei Enden der im Stern gezeichneten Stromvektoren bilden.

Wir wissen, daß im oben angenommenen Falle die Vektoren der Phasenspannungen gleichzeitig auch als Vektoren der Phasenströme betrachtet werden können. Wo immer der Sternpunkt liegen mag, immer werden die Enden der drei Phasenstromvektoren mit den Eckpunkten des aufgedrückten Spannungsdreieckes zusammenfallen. Dessen Schwerpunkt muß demnach der gesuchte Sternpunkt sein.

Die Lösung ist in dem angenommenen einfachsten Falle selbstverständlich. Sie ist indessen nicht mehr selbstverständlich, wenn das Dreiphasennetz

dem aus drei gleichen Ohmschen Widerständen aufgebauten Verbraucher nicht mehr ein symmetrisches, d. h. gleichseitiges Dreieck aufdrückt. In diesem Falle muß der Schwerpunkt des entstellten Spannungsdreieckes wirklich gesucht werden. Die Lage des Sternpunktes ist auf diese Weise bestimmbar und die oben gewonnene Lösung erhält einen wirklichen praktischen Wert.

Wenn der Verbraucher statt dreier Ohmschen Widerstände drei gleiche induktive Widerstände enthält, bleibt die Lage des Sternpunktes unverändert. Die Phasenspannungen sind nach wie vor den Phasenströmen proportional. Das Stromvektorendreieck muß sich immer noch schließen. Das Phasenspannungsdreieck ist gleichseitig, wenn es das aufgedrückte Spannungsdreieck ist. Der Sternpunkt bleibt in der Mitte, im Schwerpunkt des aufgedrückten gleichseitigen Spannungsdreieckes.

Merkwürdige Verwicklungen entstehen, wenn der Verbraucher drei ungleich große Widerstände enthält, wobei das aufgedrückte Spannungsdreieck symmetrisch, d. h. gleichseitig bleiben möge. Am einfachsten arbeiten wir wieder mit reinen Ohmschen Widerständen.

Von den drei Ohmschen Widerständen sei zunächst R_1 unendlich groß. Er wird überhaupt keinen Strom durchlassen. Nur über die in Reihe geschalteten Widerstände R_3 und R_2 wird ein Strom J fließen (Abb. 114). Die drei Phasenströme sind somit $+J$, $-J$ und 0 .

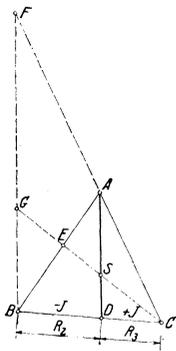


Abb. 114.

Die einzige verkettete Spannung, die überhaupt wirken kann, E_{23} (Abb. 114), zerfällt in zwei Teilspannungen, die den beiden Widerstandsspannungen $-JR_3$ und $+JR_2$ das Gleichgewicht hält:

$$E_{23} = JR_2 - (-JR_3).$$

Das sind die beiden wirkenden Phasenspannungen; der Sternpunkt D des Verbrauchers liegt auf der Dreiecksseite BC und teilt sie im Verhältnis $R_2 : R_3$ (Abb. 115).

Auf der Verbindungsgeraden AD muß der Sternpunkt auch dann liegen, wenn R_1 nicht mehr unendlich groß ist. Man kann immer noch behaupten, daß die verkettete Spannung E_{23} den Strom J über den Reihenwiderstand $R_2 + R_3$ treibt. Hinzu kommt jetzt der Strom J_1 , den die Phasenspannung DA der ursprünglichen Anordnung über den Widerstand R_1 und in Reihe damit über die parallel geschalteten Widerstände R_2 und R_3 treibt.

Die ursprüngliche dritte Phasenspannung zerfällt somit in die neue wirkliche Phasenspannung SA und in die Teilspannung DS , die den Strom J_1 über die Stromkreisverzweigung mit den Zweigwiderständen R_2 und R_3 bringt (Abb. 115). Es ist

$$SA : DS = R_1 : \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3}.$$

Wir ziehen durch den Dreieckspunkt B eine Parallele zu DA und bringen sie im Punkt F zum Schnitt mit der verlängerten Dreiecksseite CA . Die Dreiecke CDA und CBF

sind ähnlich und es ist

$$BF = DA \cdot \frac{R_2 + R_3}{R_3}.$$

Außerdem ist

$$GB : FG = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} : R_1$$

und schließlich

$$BE : EA = GB : AS = BF \cdot \frac{R_2 R_3}{(R_2 + R_3)} : AD \quad R_1 + \frac{R_1}{R_2 + R_3} = R_2 : R_1.$$

$$R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}$$

Die Konstruktion des Sternpunktes im Fall dreier ungleich großer Widerstände in den drei Phasen ist nach all dem sehr einfach. Man zerlegt nur die Seiten des aufgedrückten Spannungsdreiecks im Sinne der nebenstehenden Abb. 116 in den Verhältnissen

$$R_1 : R_2$$

$$R_2 : R_3$$

und $R_3 : R_1,$

um sofort den gesuchten Sternpunkt zu bekommen.

Wir hätten denselben Lösungsweg gehen müssen, wenn wir statt dreier Ohmschen Widerstände drei induktive oder drei kapazitive Widerstände zu einem Verbrauchsapparat zusammengeschlossen hätten. Selbst dann ändert sich das Problem nicht, wenn in jeder Phase Ohmsche und induktive Widerstände vorkommen, wenn nur in allen drei Phasen der Strom um denselben Phasenwinkel gegen die ihn treibende Phasenspannung verschoben ist. Die erhaltene Lösung hat demnach einen großen Geltungsbereich.

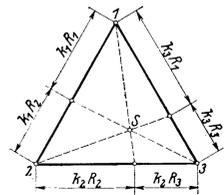


Abb. 116.

Sie umfaßt aber noch einen größeren Kreis von Möglichkeiten als es nach all dem den Anschein hat. Es ist zunächst leicht zu erkennen, daß der Fall dreier gleicher Widerstände nur ein Sonderfall ist, daß damit der Schwerpunkt des Spannungsdreiecks nur ein Sonderfall des Sternpunktes ist, was aus der Abb. 116 sofort hervorgeht.

Wichtiger noch ist der Umstand, daß der ganze oben durchgeführte Konstruktionsvorgang von der Form des aufgedrückten Spannungsdreiecks ganz unabhängig ist. Er zerlegt nur die dreiphasige Belastung in zwei Teilbelastungen, er läßt zunächst die eine verkettete Spannung auf die Reihenschaltung zweier Phasenwiderstände wirken, um außerdem die vorläufige dritte Phasenspannung auf die Reihenparallelschaltung aller drei Widerstände zu schalten und die Teilergebnisse übereinander zu legen. Von der Form des aufgedrückten Spannungsdreiecks ist nirgends die Rede.

Es gilt deshalb die merkwürdig einfache Lösung ganz allgemein, für ein beliebig gestaltetes aufgedrücktes Spannungsdreieck. Der allgemeinste Fall ist somit gelöst, es bleibt einzig und allein der Vorbehalt gleicher Phasenwinkel in den drei Belastungsphasen.

Die Folgen der Unsymmetrien in Dreiphasennetzen ohne Nulleiter lassen sich gut übersehen. Der Sternpunkt verschiebt sich im Verbrauchersapparat ganz entsprechend den Ungleichheiten der Phasenwiderstände und den etwaigen Unsymmetrien des aufgedrückten Spannungsdreieckes. Die einzelnen Verbraucher werden im allgemeinen verschieden gelegene Sternpunkte haben.

Wie eine zackige Linie zieht sich der materiell nicht vorhandene Nulleiter vom Sternpunkt zum Sternpunkt der Verbraucher elektrisch durch das dreiphasige Netz. Wirklich gezogen würde er natürlich mit einem einzigen Schläge alle Unregelmäßigkeiten beseitigen, alle Sternpunkte auf eine elektrische Gerade bringen. Mit dem Ziehen des Nulleiters entfallen eben sofort alle Forderungen des Kirchhoffschen Stromgesetzes, die sonst die einzelnen Sternpunkte verschieben.

Eine aufmerksame Betrachtung der Abb. 116 zeigt uns ganz interessante physikalische Einzelheiten. Die drei Phasenwiderstände beeinflussen sich gegenseitig in offenkundiger Weise. Dem größten Phasenwiderstand wird die größte Phasenspannung zugeschohen. Es ist so, als würden sich die einzelnen Phasen unterstützen.

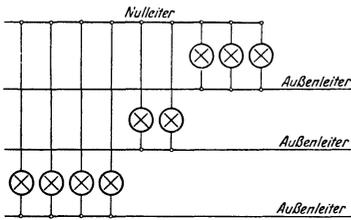


Abb. 117.

Wird im besonderen Falle der Widerstand einer Phase verschwindend klein, wird sie, wie wir zu sagen pflegen, kurzgeschlossen, so helfen ihr sofort die beiden anderen Phasen, indem sie ihr die Phasenspannung vollständig entziehen. Der Stern-

punkt fällt mit jenem Eckpunkt des aufgedrückten Spannungsdreieckes zusammen, in dem der verunglückte Widerstand angeschlossen ist.

Handelt es sich nach all dem nur um einfache Widerstände und deren Joulesche Wärme, dann spielen die möglichen Verschiebungen des Sternpunktes keine bedeutsame Rolle und unangenehme Störungen sind kaum zu erwarten. Wird eine Lampengruppe mit Hilfe eines Nulleiterstückes zu einem dreiphasigen Verbraucher zusammengefaßt (Abb. 117), werden Ungleichmäßigkeiten schon unangenehmer. Je größer die Anzahl der in einer Phase brennenden Lampen sein wird, um so kleiner wird deren Phasenspannung, um so schwächer werden sie leuchten. Mit steigender Lampenzahl wird nämlich der Ersatzwiderstand aller parallel geschalteten einzelnen Lampenwiderstände sinken.

Theoretisch wichtig ist die Tatsache, die sich aus den vorangehenden Betrachtungen zwanglos ergibt, daß eigentlich der Sternpunkt überall innerhalb des aufgedrückten Spannungsdreieckes liegen kann, ja sogar mit einem Eckpunkt des Dreieckes zusammenfallen oder auf eine der Dreieckseiten geraten kann. Dies ist aber noch nicht alles.

Der Sternpunkt kann sogar aus dem aufgedrückten Spannungsdreieck herausfallen. Die merkwürdige Tatsache läßt sich leicht beweisen, sie ist nicht nur von theoretischem Wert, sondern kann auch unter Umständen sogar praktisch verwertet werden.

Wir können die drei Phasenwiderstände so zusammensetzen, daß z. B. zwei Phasen rein induktive Widerstände bekommen, die dritte einen rein kapazitiven Widerstand. Ein kapazitiver Widerstand kann, wie wir schon bei den ersten Untersuchungen der Abhängigkeit der Stromstärke von der treibenden Spannung in Wechselstromkreisen gesehen haben, immer als negativer induktiver Widerstand betrachtet werden. Wir kommen so zu Konstruktionen, die Phasenwiderstände verschiedenen Vorzeichens enthalten.

Versuchen wir im Sinne der oben erhaltenen allgemeinen Lösung eine Seite des aufgedrückten Spannungsdreieckes im Verhältnis zweier Widerstände verschiedenen Vorzeichens aufzuteilen, so erhalten wir einen Teilungspunkt, der nicht mehr auf der Dreiecksseite selbst liegt, sondern auf ihrer Verlängerung (Abb. 118). Daß nun der Sternpunkt außerhalb des Spannungsdreieckes zu liegen kommt, ist klar.

Wir können auf diese merkwürdige Weise Phasenspannungen erhalten, die größer sind als die aufgedrückten verketteten. Zuweilen ist diese Möglichkeit praktisch von Wert. Wir können durch gewollte Unsymmetrien zu Spannungen gelangen, die wir sonst nur durch Transformation erhalten können.

Das Dreiphasensystem ohne Nulleiter haben wir nach den vorangehenden Untersuchungen vollkommen in unseren Händen. Wir kennen seine möglichen Nachteile, wir werden seine ebenfalls vorhandenen Vorteile nicht übersehen. Es ist zweifellos ein Vorteil, wenn der Sternpunkt dem Druck der Belastung nachgeben kann. Der Fall des Phasenkurzschlusses zeigt es. Es ist ein Nachteil, wenn die Lichtstärke der Lampen schwankt. Im allgemeinen läßt es sich leicht beurteilen, wann der Nulleiter notwendig, wann er überflüssig ist.

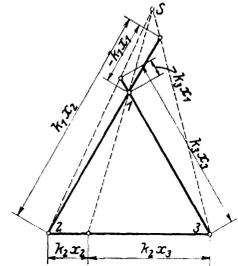


Abb. 118.

Die Hochspannungsfernleitung führt die Gesamtbelastungsströme aller Verbraucher, die an ihrem Ende am Niederspannungsnetz hängen. Sie hat die größte Wahrscheinlichkeit für sich, daß sich die Lasten auf ihre drei Phasen sehr gleichmäßig legen. Ihr Nulleiter, ob er wirklich gezogen wird oder nicht, kann nicht sehr schwanken. Man kann aus Rücksicht auf die Symmetrie des Systems den Nulleiter der Fernleitung fast immer weglassen.

Lampennetze werden einen Nulleiter immer brauchen. Man kann überhaupt Lampen mit der Phasenspannung nicht betreiben, wenn man nicht den Nulleiter, und wäre es auch nur streckenweise, zu Hilfe nimmt. Je kleinere Gruppen ein Nulleiterstück zusammenfaßt, um so größer ist die Wahrscheinlichkeit, daß die Lichtstärke schwanken wird. Je größer man aber die Lampengruppen wählt, um so weniger Sinn hat es zu sparen und den Nulleiter nicht durch das ganze Niederspannungsnetz zu ziehen.

So kommen wir zu dem Übergangspunkt der elektrischen Anlage, zu dem Übergang der Fernleitung ins Verteilungsnetz und damit zu der dreiphasigen Transformation. Es ist scheinbar wenig Unterschied, ob man einphasig oder dreiphasig transformiert. Man kann einfach für jede Phase einen eigenen Transformator aufstellen, ganz besonders dann, wenn nieder-

spannungsseitig und hochspannungsseitig der Nulleiter gezogen wird (Abb. 119). Andererseits kann man auch die verketteten Spannungen transformieren, wenn kein Nulleiter zur Verfügung steht (Abb. 120).

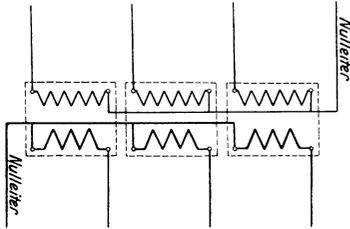


Abb. 119.

sie fast ausschließlich ausgesprochene Drehstromtransformatoren verwendet.

Es ist ganz leicht, den europäischen Drehstromtransformator aus drei einphasigen abzuleiten. Man braucht nur davon auszugehen, daß eigentlich unser Drehstromtransformator nichts anderes ist als eine Zusammenfassung dreier Einphasentransformatoren.

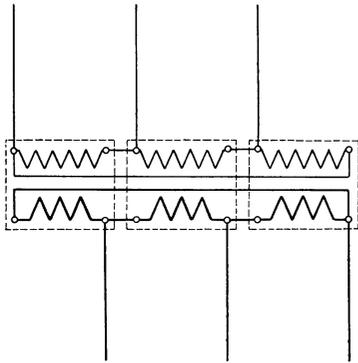


Abb. 120.

Wenn drei einphasige Transformatoren drei Spannungen zu transformieren haben, die gleich groß und gegeneinander um je 120° phasenverschoben sind, was bei Transformationen in dreiphasigen Netzen immer der Fall ist, dann arbeiten sie mit drei Kraftflüssen, die ebenfalls gleich groß und gegeneinander um je 120° phasenverschoben sind. Ihre Summe ist jederzeit null.

Man kann offenbar die unbewickelten Eisenkernteile dreier solcher Einphasentransformatoren ohne weiteres vereinigen, so daß die Anordnung

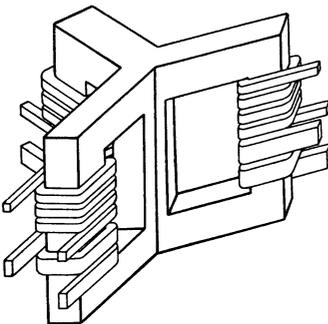


Abb. 121.

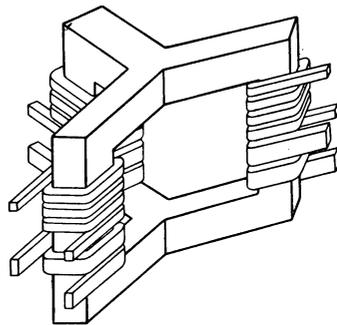


Abb. 122.

der Abb. 121 entsteht. Der gemeinsame eiserne Rückschluß kann aber überhaupt weggelassen werden, wenn er den Summenfluß führt, der jederzeit null ist. Auf diese Weise entsteht die einfachere Anordnung der Abb. 122.

Von dieser Anordnung zu der endgültigen, wie wir sie allgemein anwenden und wie sie in der Abb. 123 dargestellt ist, ist nur ein Schritt.

Es liegt auf der Hand, daß die dreiphasige Konstruktion erheblich weniger Eisen braucht als die drei einphasigen zusammen, aus denen sie entstanden ist. Deshalb ist es eigentlich schwer zu verstehen, warum der amerikanische Transformatorbau so hartnäckig an den ursprünglichen einphasigen Konstruktionen festhält.

Die Sache hat einen praktischen Hintergrund. Die Sicherheit des Betriebes hängt sehr stark davon ab, ob in einer Transformatorstation eine ausreichende Reserve vorhanden ist oder nicht. Jeder Transformator kann verunglücken. Vielfältig sind die Gefahren, die ihn umlauern. Wenn nun eine Säule der elektrischen Anlage und der Transformator ist zweifellos eine Säule des Betriebes, zusammenbricht, steht plötzlich alles still, wenn nicht ein Reservetransformator sofort einspringen kann.

Die Amerikaner stellen zu ihren drei Transformatoren, die den dreiphasigen Betrieb bedienen, einen gleichen vierten als Reserve hinzu. Wir müssen einen vollständigen zweiten Drehstromtransformator vorsehen, wenn wir sicher gehen wollen. Unsere Reserve ist erheblich teurer.

So stehen Vorteile und Nachteile einander gegenüber und die Ansichten können verschieden sein. Wir haben uns für die dreiphasige Type entschieden und bauen einphasige Transformatoren selten, gerade so selten, wie wir überhaupt mit Einphasensystemen zu tun haben. Die Amerikaner haben sich für die einphasige Transformation entschieden und bauen dreiphasige Typen verhältnismäßig selten.

Theoretisch ist natürlich die Transformation immer gleich, die Form allein ist verschieden. Wirtschaftliche und betriebstechnische Überlegungen spielen immer wieder eine bedeutende Rolle und zaubern auch dort Verwicklungen hervor, wo sie theoretisch eigentlich gar nicht erwartet werden können.

Der dreiphasige Transformator muß nicht die verketteten Spannungen transformieren, wenn der Nulleiter nicht zur Verfügung ist. Er muß mit anderen Worten seine drei Phasenwicklungen nicht in Dreieckschaltung zusammenschließen. Er kann jederzeit die Sternschaltung anwenden, wie in der Abb. 119, jedoch ohne Nulleiter.

Für die Hochspannungsfernleitung ist der Transformator einfach ein Verbraucher, der jederzeit drei gleiche Phasen hat und sie deshalb auch wie jeder andere Verbraucher in Sternschaltung zusammenlegen kann. Er schafft sich einen Sternpunkt, der um so genauer auf dem materiell nicht vorhandenen Nulleiter liegt, je symmetrischer die drei Phasenwicklungen gebaut sind.

Auf diese Weise kann jeder dreiphasige Transformator immer die Phasenspannungen transformieren, obwohl er sie unmittelbar gar nicht fassen kann. Es ist nicht überflüssig, sich diese Tatsache etwas genauer anzusehen.

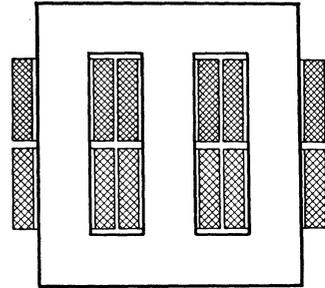


Abb. 123.

Abb. 124 zeigt die drei primären Phasenwicklungen des Transformators, die, ohne Nulleiter in Stern geschaltet sind. Den aufgedrückten verketteten Spannungen müssen immer je zwei induzierte Phasenspannungen das Gleichgewicht halten. Die drei Phasenwicklungen entnehmen deshalb dem Netz Magnetisierungsströme, die dieses Spannungsgleichgewicht regeln, indem sie passende Phasenkraftflüsse erregen.

Nun ergibt sich zunächst wohl eine Schwierigkeit. Solange der Transformator sekundär nicht belastet ist, könnte scheinbar das Kirchhoffsche Stromgesetz nur für die drei Magnetisierungsströme benützt werden. Wie wir oben gesehen haben, legt das Spannungsgesetz allein den Sternpunkt noch nicht fest.

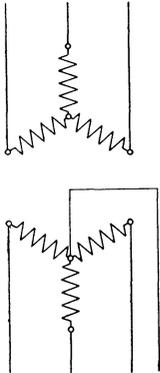


Abb. 124.

Das Kirchhoffsche Stromgesetz kommt indessen in einer anderen Form doch zum Wort. Wie immer der Sternpunkt nämlich liegt, immer sind den Phasenspannungen die Phasenkraftflüsse proportional. Man kann die Vektoren der Phasenspannungen in einem anderen Maßstabe auch als Vektoren der drei Phasenkraftflüsse betrachten. Daran ändert die Tatsache nichts, daß in Wirklichkeit jeder Kraftflußvektor seinem Phasenspannungsvektor um 90° voreilt. Solange es sich nur um die Verhältnisse zwischen den drei Kraftflußvektoren handelt, ist das zweifellos einerlei.

Die drei Phasenkraftflüsse sind nun zweifach im Stern geschaltet, wie es ein Blick auf die Abb. 125 sofort erkennen läßt. Oberhalb und unterhalb der mittleren bewickelten Säule des dreiphasigen Transformators fließen alle drei Phasenkraftflüsse zusammen. Sie müssen sich zu null ergänzen. Das Kirchhoffsche Stromgesetz gilt eben auch für Kraftflüsse.

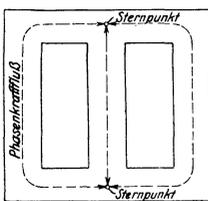


Abb. 125.

Es ist leicht zu erkennen, daß nun das Problem genau so steht wie oben bei den dreiphasigen Verbrauchern. Der Sternpunkt muß wieder in den Schwerpunkt des aufgedrückten Spannungsdreieckes wandern. Ist dieses Spannungsdreieck gleichseitig, was man annehmen kann, so wird jede Transformatorphase genau die Phasenspannung transformieren.

So fügt sich der Drehstromtransformator ohne weitere Schwierigkeiten in das Belastungsbild und ist, trotz der konstruktiven Zusammenfassung zu einer Einheit, elektrisch doch nur ein dreifacher Einphasentransformator. Seine Wirkungsweise bringt demnach nichts neues, die elektrischen und magnetischen Vorgänge einer Phase kehren in den anderen Phasen unverändert wieder.

Der Überblick über die möglichen Verwicklungen in Dreiphasensystemen ohne Nulleiter, wie er in den vorangehenden Untersuchungen gegeben wurde, ist natürlich lange nicht vollständig. Er genügt aber für die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik und Feinheiten, die sich immer wieder ergeben, können in den Spezialtheorien der einzelnen Zweige unseres Arbeitsgebietes mit den gegebenen Hilfsmitteln jederzeit erledigt werden. Zur Vervollständigung der Übersicht über die Eigenheiten des Dreiphasen-

systems sollen hier nur noch einige Rechnungsbeispiele angefügt werden, die zweifellos das gewonnene theoretische Bild beleben werden.

Es sei vor allem eine einfache Übertragung einer Leistung von 100 kW auf 500 m Entfernung für reinen Lichtbetrieb mit einer Lampenspannung von 220 Volt zu untersuchen. Die Dreiphasenleitung, mit Nulleiter ausgestattet, bestehe aus Kupferleitern von 50 mm² Querschnitt.

Der Lichtbetrieb bringt den idealen Leistungsfaktor

$$\cos \varphi = 1.$$

Die Lampen benützen die Phasenspannungen und werden natürlich auf die drei Phasen symmetrisch verteilt. Die verkettete Spannung am Verbrauchsort ist

$$220 \cdot \sqrt{3} = 380 \text{ Volt}$$

und der Gesamtbelastungsstrom einer Phase ergibt sich aus dem Ansatz

$$100\,000 = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot J$$

zu

$$J = 152 \text{ Ampere.}$$

Der Ohmsche Widerstand eines Phasenleiters beträgt

$$0,018 \cdot \frac{500}{50} = 0,18 \text{ Ohm,}$$

er verursacht demnach einen Spannungsabfall von

$$0,18 \cdot 152 = 27,4 \text{ Volt.}$$

Am Anfang der 500 m langen Leitung müßte demnach die Phasenspannung

$$220 + 27,4 = 247,4 \text{ Volt}$$

betragen, die verkettete Spannung

$$247,4 \cdot \sqrt{3} = 430 \text{ Volt.}$$

Es ist beachtenswert, daß der berechnete Spannungsabfall die Phasenspannung betrifft und deshalb mit $\sqrt{3}$ multipliziert in die verkettete Spannung eingeht. Bemerkenswert ist es außerdem, daß der Spannungsabfall die Phasenspannung nur deshalb unmittelbar schwächt, d. h. sich von ihr subtrahiert, weil der Leistungsfaktor gleich eins ist.

Das Rechnungsbeispiel ist insofern unvollkommen, als es den induktiven Widerstand der Leitung nicht berücksichtigt, der ebenfalls einen Spannungsabfall bringen muß. Dies hat seinen praktischen Grund, der aus den folgenden Erläuterungen hervorgeht.

Die Phasenspannung E_{ph} treibe einen Belastungsstrom J über die Widerstände ihrer Phase. Zwischen Strom und Spannung entstehe der Phasenwinkel φ (Abb. 126). Der Phasenleiter der Übertragungsleitung habe den Ohmschen Widerstand R und den induktiven Widerstand x . Die notwendige Phasenspannung am Anfang der Übertragungsleitung muß um den Ohmschen Spannungsabfall JR , der in Phase mit dem Strom J ist und um den induktiven Spannungsabfall Jx , dem Strom J um 90° vor-eilend, größer sein als die Verbrauchswiderstandsspannung $E_{i\,ph}$. So entsteht das Vektorenbild der Abb. 126.

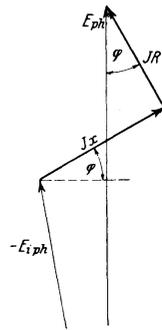


Abb. 126.

Im allgemeinen sind die Abfallspannungen gegenüber der Betriebsspannung klein. Für praktische Zwecke läßt sich der Gesamtspannungsabfall einer Phase einfach zu

$$\Delta E_{ph} = JR \cos \varphi + J x \sin \varphi$$

berechnen.

Wenn nun im besonderen Falle

$$\cos \varphi = 1$$

ist, wird natürlich

$$\sin \varphi = 0$$

und der Ohmsche Spannungsabfall kommt allein zur Geltung. Mit Recht vernachlässigten wir somit im Rechnungsbeispiel oben den Einfluß des induktiven Widerstandes der Übertragungsleitung.

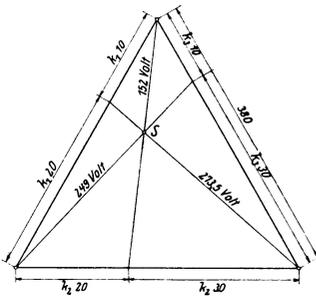


Abb. 127.

Wie groß der Einfluß eines unsymmetrischen Verbrauchers in einem Dreiphasennetz ohne Nulleiter sein kann, zeigt folgendes Beispiel. An ein symmetrisches Spannungsdreieck von 380 Volt verketteter Spannung werde ein Verbraucher angehängt, der aus drei in Sternschaltung zusammengeschlossenen Ohmschen Widerständen von 10, 20 und 30 Ohm zusammengebaut wurde.

In der Abb. 127 wurden im Sinne der weiter oben erhaltenen allgemeinen Lösung des Problems die Dreieckseiten des aufgedrückten Spannungsdreiecks in den Verhältnissen

$$\begin{aligned} 10 &: 20 \\ 20 &: 30 \\ 30 &: 10 \end{aligned}$$

aufgeteilt und auf diese Weise der Sternpunkt S bestimmt. Die Phasenspannung des Widerstandes von 10 Ohm läßt sich zu 152 Volt, die Phasenspannung des Widerstandes von 20 Ohm zu 249 Volt, die dritte Phasenspannung zu 273,5 Volt sofort ablesen.

Die drei Phasenströme betragen somit:

$$\frac{152}{10} = 15,2 \text{ Ampere,}$$

bzw.

$$\frac{249}{20} = 12,45 \text{ Ampere,}$$

bzw.

$$\frac{273,5}{30} = 9,117 \text{ Ampere,}$$

während sie ohne Verzerrung des Spannungssystems, wenn also ein Nulleiter vorhanden wäre:

$$\frac{220}{10} = 22,0 \text{ Ampere,}$$

bzw.

$$\frac{220}{20} = 11,0 \text{ Ampere,}$$

bzw.

$$\frac{220}{30} = 7,33 \text{ Ampere,}$$

erreichen würden.

Es ist interessant nachzusehen, wie sich die Joulesche Wärme in den beiden Fällen stellt. Ohne Nulleiter erreicht sie in der ersten Phase

$$15,2^2 \cdot 10 = 2300 \text{ Watt,}$$

in der zweiten

$$12,45^2 \cdot 20 = 3100 \text{ Watt,}$$

in der dritten

$$9,117^2 \cdot 30 = 2490 \text{ Watt.}$$

Mit Nulleiter gäbe es in der ersten Phase

$$22,0^2 \cdot 10 = 4840 \text{ Watt,}$$

in der zweiten

$$11,0^2 \cdot 20 = 2420 \text{ Watt,}$$

in der dritten

$$7,33^2 \cdot 30 = 1610 \text{ Watt,}$$

zusammen also 8870 Watt gegenüber 7890 Watt ohne Nulleiter. Das System verschiebt offenbar den Sternpunkt, wenn es frei handeln kann, so, daß die Joulesche Wärme möglichst klein wird. Ein dreiphasiger Ofen wird demnach schlechter heizen, wenn er ohne Nulleiter mit ungleich großen Phasenwiderständen angeschlossen wird. Ebenso müßten Lampen schlechter brennen, wenn sie mit einem kurzen Nulleiterstück zu einer Gruppe zusammengefaßt Unsymmetrien ausgesetzt wären. Gerade im Fall einer Glühlampengruppe wäre indessen der Umstand noch weit schwerwiegender, daß die Phasenspannungen sehr stark verschieden werden können, wie es das Rechnungsbeispiel zeigt.

Wir werden uns nach all dem immer zum Ziehen des Nulleiters entschließen müssen, wenn es sich um einen Lichtbetrieb handelt. Das Rechnungsbeispiel zeigt eindringlich, welche Gefahren entstehen können, wenn am falschen Ort gespärt wird.

Ein sehr interessantes Beispiel einer unangenehm störenden Unsymmetrie bilden die drei Magnetisierungsströme eines Dreiphasentransformators und lehrreich sind die Verwicklungen, die sich dabei ergeben. Ein Blick auf die Skizze eines dreiphasigen Eisenkernes (Abb. 125) zeigt uns, daß die drei Phasenkraftflüsse des Transformators verschieden lange Wege vom magnetischen Sternpunkt zum zweiten magnetischen Sternpunkt zurückzulegen haben. Der mittlere Kraftfluß hat zweifellos erheblich kürzere Kraftlinien als die beiden anderen.

Die drei Magnetisierungsströme werden demnach ungleich werden, der Magnetisierungsstrom der mittleren Säule wird merklich kleiner sein als die beiden anderen. Als reine Sinusströme aufgefaßt, was sie, wie wir wissen, nicht sind, bilden sie im Vektorenschaubild einen unsymmetrischen

Stern. Sie sind natürlich trotz der Größenunterschiede gegeneinander um je 120° phasenverschoben.

Sie können eigentlich in den Transformator, der sie braucht, gar nicht fließen. Sie kommen über den Sternpunkt der drei Phasenwicklungen nicht hinweg. Sie erfüllen dort das Kirchhoffsche Stromgesetz keineswegs, was offenkundig ist.

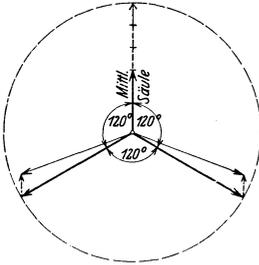


Abb. 128.

Nun, der Transformator muß sie haben. Sie müssen fließen. In der merkwürdigen Sachlage gibt es einen ebenso merkwürdigen Ausweg. Alle drei Wicklungsphasen nehmen je einen Zusatzstrom auf, und zwar gleicher Größe und gleicher Phase, dabei jedoch von der Phase des kleinsten Magnetisierungsstroms und von einem Drittel der dem kleinsten Magnetisierungsstrom fehlenden Größe (Abb. 128).

Das Kirchhoffsche Stromgesetz ist damit erfüllt und die eine scheinbar unübersteigbare Schwierigkeit beseitigt. Es bleibt aber noch die Sorge, daß mit den unnötigen Zusatzströmen Störungen der drei Phasenkraftflüsse einziehen, denn jeder Strom in der Transformatorwicklung versucht das Eisen zu erregen.

Da entdeckt man nun, daß die drei gleich großen und phasengleichen Zusatzströme doch nicht magnetisch stören können. Der Eisenkern hat

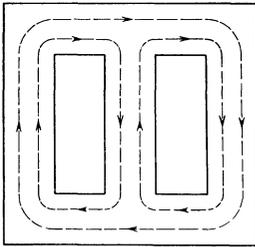


Abb. 129.

drei in sich geschlossene magnetische Kreise, die in der Abb. 129 durch je eine Kraftlinie angedeutet erscheinen. Auf jeden dieser drei Kreise wirken je zwei Zusatzströme, in je zwei Phasenwicklung, jedoch, wie man leicht entdeckt, so, daß sie sich magnetisch das Gleichgewicht halten.

Der Fall ist ein außerordentlich kennzeichnendes Beispiel für die Selbsthilfe, mit der in dreiphasigen Systemen ohne Nulleiter gerechnet werden kann. Auch das weiter oben eingehend beschriebene Verschieben des Sternpunktes ist Selbsthilfe. Im Zwang und Drang der verschiedenen

Forderungen gibt es doch immer wieder einen Ausweg, weil es einen Ausweg geben muß.

Nur der Nulleiter vermeidet ganz verlässlich Zwangslagen, die, wie wir gesehen haben, zuweilen nicht unbedenklich sind. Er würde im gerade besprochenen Fall der drei Magnetisierungsströme auch die Zusatzströme entbehrlich machen. Das Dreiphasensystem mit Nulleiter hat eben einen Freiheitsgrad mehr als das Dreiphasensystem ohne Nulleiter.

Bei der Sorgfalt, mit der wir die Symmetrie dreiphasiger Verbraucher bewachen, kann man sich auf die Selbsthilfe des Systems ohne Nulleiter verlassen, soweit man mit unvermeidlichen kleinen Symmetriefehlern rechnen muß. Deshalb ist die Annahme fast durchwegs berechtigt, daß wirklich alle drei Phasen gleiche Betriebsverhältnisse zeigen.

Für die Theorie der Wechselstromkreise ergibt sich daraus endgültig die nicht zu unterschätzende Vereinfachung, daß die Klarlegung der Ver-

hältnisse in dem einen Phasenstromkreis gleichzeitig alle drei Phasen erledigt. So gibt es für die Theorie doch nur einfache, einphasige Wechselstromkreise mit ihren verschiedenen Widerständen und Schaltungen. An die Untersuchung solcher Wechselstromkreise müssen die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik denken. Sie ist eine ihrer wichtigsten Aufgaben.

Fünfzehnte Vorlesung.

Elektrische Maschinen. Periodenzahl und Umdrehungszahl. Induktionsgesetz für bewegte Windungen. Modell der Maschine. Schleifringe. Stromkraft. Gesetz von Biot-Savart. Energiebilanz der Maschine. Drehmoment und Phasenverschiebung. Energieverluste der Maschine.

Die Grundgesetze der Wechselstromtechnik haben wir aus den entsprechenden Grundgesetzen der Gleichstromtechnik abgeleitet. Unter dem Druck der Forderungen des Kraftübertragungsproblems sind wir sodann vom einfachen Wechselstrom zum Mehrphasenstrom, zum Drehstrom aufgestiegen. Noch aber haben wir uns nicht mit der gewiß wichtigen Frage befaßt, wie wir überhaupt dauernde Spannungen und Ströme erzeugen.

Wir mußten bisher in jedem Stromkreis, gleichgültig ob es sich um Gleichoder um Wechselströme handelte, einen Stromerzeuger, einen Generator vorausgesetzt, eine Maschine also, die dauernd elektrische Energie aus der ihr zugeführten mechanischen Energie gewinnt und sie dem Stromkreis zur Verfügung stellt. Die Frage, wie diese Maschine eigentlich arbeitet, muß nun endlich beantwortet werden.

Alle elektrischen Maschinen sind eigentlich im Grunde ihres Wesens Transformatoren. Mit gutem Grunde klären die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik zuerst die Wirkungsweise des Transformators auf. Sie gewinnen damit die nötige Unterlage für die Erklärung der Wirkungsweise anderer elektrischer Maschinen. Wir wollen hier auch sofort versuchen, einen Übergang vom einfachen Bild eines Wechselstromtransformators zum Betriebsbild eines Wechselstromerzeugers zu gewinnen. Die Erweiterung der Theorie auf andere Arten elektrischer Maschinen gelingt dann, wie wir sehen werden, leicht.

Der Transformator steht nur dem Wechselstrom zur Verfügung. Ohne zeitliche Änderungen ist der mit der Primär- und mit der Sekundärwicklung verkettete Kraftfluß tot. Das Induktionsgesetz, das uns die in einer den Kraftfluß Φ_t voll umschlingenden Windung induzierte Augenblicksspannung berechnen läßt

$$E_w = - \frac{d\Phi_t}{dt} \cdot 10^{-8} \text{ Volt,}$$

zeigt sofort die Unmöglichkeit der Gleichstromtransformation.

Nun die Unmöglichkeit ist vielleicht doch nur scheinbar. Es ist ungewein interessant, zu sehen, daß Einrichtungen denkbar sind, die auch einen Gleichfluß dazu bringen, daß er Spannungen induziert.

Wir denken uns einen Gleichfluß, der seine Kraftlinien gleichmäßig mit der Liniendichte \mathfrak{B} über den ihm zur Verfügung stehenden Querschnitt F

(cm²) verteilt (Abb. 130). Er wird von der Durchflutung einer Wicklung erregt, die unter dem Einfluß einer ihr aufgedrückten Gleichspannung E (Volt) steht.

Den Gleichfluß umschlingen wir nun mit einer Windung, deren Öffnung genau dem Kraftflußquerschnitt entspricht und die in einer Ebene liegt, die den Kraftfluß senkrecht schneidet (Abb. 130). Die ganze Anordnung entspricht offenbar vollkommen dem Aufbau eines Transformators. Die erregende Wicklung ist die Primärwicklung, die Windung vertritt die Sekundärwicklung. Den Kraftfluß müßten wir mit einem geschlossenen Eisenkern führen, wenn wir jedes Abirren der Kraftlinien von den gewünschten Bahnen praktisch unmöglich machen wollten.

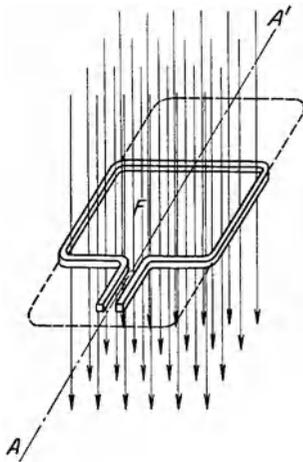


Abb. 130.

Unser Modell ist unwirksam, solange die Kraftlinienzahl des durch die Sekundärwindung tretenden Flusses zeitlich unverändert bleibt. Vom Gleichfluß selbst ist eine zeitliche Änderung nicht zu erwarten. Aber die Windung kann so bewegt werden, daß sie zu verschiedenen Zeitpunkten verschiedene Kraftlinienmengen durchtreten läßt.

Wir können z. B. die Windung um die Achse AA' (Abb. 130) mit gleichbleibender Winkelgeschwindigkeit ω drehen. Sie wird nach t Sekunden mit ihrer ursprünglichen Lage den Winkel

$$\alpha = \omega t$$

bilden. In der neuen Lage bietet sie dann dem Kraftfluß nur noch einen Durchtrittsquerschnitt

$$F \cos \alpha = F \cos \omega t,$$

sie läßt nur noch die Linienzahl

$$\mathfrak{B} \cdot F \cos \omega t$$

durch.

Der Gleichfluß an und für sich bleibt unverändert. Der durch die Windungsöffnung durchtretende Kraftfluß dagegen folgt dem Zeitgesetz

$$\Phi_t = \mathfrak{B} F \cos \omega t.$$

In der Windung muß demnach doch eine Spannung induziert werden. Ihr Augenblickswert beträgt

$$E_t = \omega \mathfrak{B} \cdot F \sin \omega t.$$

Es ist leicht einzusehen, daß

$$\Phi_{g1} = \mathfrak{B} \cdot F$$

die Linienzahl des Gleichflusses ist. Für den Augenblickswert der induzierten Windungsspannung bekommen wir somit auch den Ausdruck

$$E_t = \omega \Phi_{g1} \sin \omega t, \quad (77)$$

der ganze Vorgang spielt sich offenbar genau so ab, als stünde die Windung

still und der Kraftfluß mit dem Höchstwert Φ_{gl} würde mit der elektrischen Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = 2\pi f$$

dem Sinuszeitgesetz folgend schwingen.

Eine Fülle von neuen Tatsachen fördert uns der einfache Versuch zutage. Vor allem haben wir eine Möglichkeit gefunden, mit sehr einfachen Mitteln eine Wechselspannung zu erzeugen. Es ist nicht schwer, einen Gleichfluß zu erregen und es ist technisch ganz einfach, eine drehende Bewegung mit gleichbleibender Winkelgeschwindigkeit zu erreichen. Es ist auch nicht schwer, den notwendigen Kraftfluß in den gewünschten Bahnen zu erhalten. Das Eisen mit seiner großen magnetischen Durchlässigkeit steht uns jederzeit zur Verfügung.

Von hervorragender Wichtigkeit für die Theorie elektrischer Maschinen ist ferner der aufgedeckte Zusammenhang zwischen der mechanischen und der elektrischen Winkelgeschwindigkeit. Die Periodenzahl der erzeugten Wechselspannung hängt von der Umdrehungszahl des Modells allein ab. Jeder vollen Umdrehung der Windung entspricht eine volle Periode der Wechselspannung.

Wir pflegen in der technischen Praxis die Umdrehungszahlen der Maschinen auf die Minute als Zeiteinheit zu beziehen. Macht also unser Modell n Umdrehungen in der Minute, so sichert es eine Periodenzahl

$$f = \frac{n}{60}.$$

Wir haben das Urbild eines Wechselstromerzeugers gewonnen. Es zeigt uns die gewiß merkwürdige Tatsache, daß wir zur Erzeugung von Wechselspannungen eine Gleichstromquelle zur Verfügung haben müssen, die den erregenden Gleichstrom des Kraftflusses liefert. Das Problem des elektrischen Generator erscheint demnach vorderhand nur verschoben, aber nicht gelöst.

Die Stromerzeugung bewegt sich, wie wir sehen werden, in einem ganz merkwürdigen und auf den ersten Blick unentwirrbaren Kreis. Es wird sich nämlich herausstellen, daß wir eigentlich immer nur Wechselspannungen in unseren Generatoren erzeugen, daß wir erst nachträglich die Wechselspannungen zu Gleichspannungen umformen und dann schließlich doch wieder die Gleichspannungen für die Erregung der Generatoren verwenden.

Bevor wir diesem verwirrenden Tatsachenkreis folgen können, müssen wir einfach voraussetzen, daß uns für die magnetische Felderregung Gleichstromquellen zur Verfügung stehen. Wir müssen zunächst die Spannungsinduzierung mittels bewegter Windungen noch genauer untersuchen, damit wir das Induktionsgesetz in eine neue Form bringen, die der Theorie elektrischer Maschinen bessere Dienste leisten kann als die ursprüngliche.

Das Modell der Abb. 130 zeigt bei genauerer Betrachtung, daß die einzelnen Teile der sich drehenden Windung nicht gleich wirksam sein können. Wir können z. B. in axialer Richtung die Windung beliebig weit machen, so daß sie die in der Abb. 130 gestrichelte Form annimmt, ohne am Induktionsvorgang irgend etwas zu ändern. Es ist dagegen nicht ohne Einfluß

auf die zeitliche Form der induzierten Spannung, wenn in radialer Richtung die Windungsseiten auseinandergezogen werden.

Es hat ganz den Anschein, daß nur jene Windungsseiten wirklich mitwirken, die mit dem Kraftfluß in Berührung bleiben, die ihn, besser gesagt, bei der Bewegung schneiden. In der Tat läßt sich die Induzierung mit dem Schneiden der Kraftlinien in Beziehung bringen. Diese neue Tatsache ist so wichtig, daß wir sie ganz genau untersuchen müssen.

Wir denken uns eine Windung mit rechteckiger Öffnung, in der Bildebene liegend und einen Gleichfluß von gleichmäßiger Liniendichte \mathfrak{B} , der senkrecht in die Bildebene und damit in die Windungsöffnung eintritt. Eine der vier Windungsseiten richten wir beweglich ein. Diese Seite bewegen wir nun mit der Geschwindigkeit v (cm/sek), so daß sie die Windungsöffnung verkleinert (Abb. 131).

Im unendlich kurzen Zeitabschnitt dt legt die bewegte Windungsseite den Weg dx (cm) zurück, wobei natürlich

$$dx = v \cdot dt$$

ist. Der Querschnitt der Windungsöffnung verkleinert sich dabei um

$$l \cdot dx \text{ cm}^2,$$

wenn die Windungsseite l Zentimeter lang ist. Der durch die Windung hindurchtretende Kraftfluß verkleinert sich um

$$\mathfrak{B} \cdot l \cdot dx \text{ Kraftlinien.}$$

Es wird somit eine Spannung

$$E_t = \frac{\mathfrak{B} \cdot l \cdot dx}{dt} \cdot 10^{-8} = \mathfrak{B} \cdot v \cdot l \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

induziert.

Man kann die Windungsöffnung erweitern wie man will, man kann die bewegliche

Windungsseite senkrecht zur Bewegungsrichtung stellen oder aber unter einem beliebigen Winkel, immer ist, wie leicht ersichtlich, für die induzierte Spannung nur jene Länge l maßgebend, mit der der bewegte Stab, senkrecht zur Bewegungsrichtung gemessen, Kraftlinien wirklich schneidet (Abb. 131). Es ist kaum ein Zweifel möglich, daß die Induzierung der Spannung nur mit dem Vorgang des Schneidens von Kraftlinien zusammenhängt.

Man entdeckt ferner, daß nur die Liniendichte senkrecht zur Bewegungsebene des Stabes maßgebend ist, und zwar immer an der Stelle, wo gerade Kraftlinien geschnitten werden. Man muß zweifellos die induzierte Spannung für jedes Längenelement des Stabes dl besonders berechnen, wenn die Liniendichte \mathfrak{B} veränderlich ist.

Die zu irgendeinem Zeitpunkt im bewegten Stab induzierte Spannung hat selbstverständlich eine fest vorgeschriebene Richtung. Unter den beiden möglichen Richtungen hilft das nachfolgende Gesetz die richtige herauszufinden.

Stellen wir die rechte Hand so ein, daß in ihre Fläche die Kraftlinien des geschnittenen Flusses eintreten und der

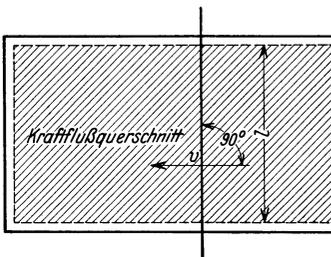


Abb. 131.

Daumen die Bewegungsrichtung anzeigt, dann weisen die übrigen Finger die Richtung der induzierten Spannung.

Wenn, wie vorausgesetzt, in der Abb. 131 die Kraftlinien in die Bildebene eintreten, ist die induzierte Spannung von oben nach unten gerichtet. Die Spannungsrichtung kehrt sich um, wenn entweder die Richtung des Flusses oder der Bewegung geändert wird, sie bleibt unverändert, wenn beide Richtungen, die der Bewegung und des Kraftflusses, umgekehrt werden.

Die elektrischen Maschinen sind alle so aufgebaut, daß fast ausnahmslos die Richtungen des geschnittenen Flusses, der Bewegung und des schneidenden Stabes zueinander senkrecht stehen. Die verwendeten Stäbe sind wohl ausnahmslos gerade und die Liniendichte dem Stab entlang jeweils durchwegs gleich. Wir berechnen deshalb die induzierte Spannung immer einfach nach der Gleichung:

$$E_t = \mathfrak{B} \cdot v \cdot l \cdot 10^{-8} \quad (78)$$

Dies ist die Form des Induktionsgesetzes, die der Elektromaschinenbau bevorzugt.

Mit der neuen Form des Induktionsgesetzes befreien wir uns auch von der geschlossenen Windung als dem Induktionselement. Wir arbeiten besser nur mit Stäben, die Kraftlinien schneiden und versuchen die induzierten Stabspannungen nützlich zu verwerten.

Die vorangehenden Betrachtungen öffnen uns auch den Weg zur praktischen Verwirklichung der Idee einer elektrischen Maschine. Noch ist nämlich die Führung des Kraftflusses in den gewünschten Bahnen ein Problem, dessen Lösung wir bisher nur angedeutet, aber noch nicht gesichert haben.

Wir legen nun den Stab, in dem wir eine Spannung induzieren wollen, auf einen eisernen Kreiszyylinder, und zwar parallel zur Zylinderachse. Den eisernen Zylinder, der, sich um seine Achse drehend, den Stab bewegen soll, umgeben wir nun ganz oder nur zum Teil mit einem feststehenden Eisenkern, so daß nur ein kleiner Spalt rings um den Zylinder herum frei bleibt, gerade groß genug, um die Drehung des Zylinders tatsächlich möglich zu machen. Damit ist dem Kraftfluß der Weg genau vorgeschrieben (Abb. 132).

Der sich drehende eiserne Zylinder bildet den sog. Anker der Maschine, der feststehende Eisenkern das Magnetgestell. Jene Teile des Magnetgestells, die den Anker umschließen und die Erregerwicklung tragen, heißen Magnetpole oder kurzweg Pole der Maschine. Man gibt sehr oft dem äußersten Ende des Pols eine breitere Form, etwa nach Abb. 132, um dem Kraftfluß einen möglichst großen Teil der Ankeroberfläche zum Übertritt zugänglich zu machen. So entstehen die sog. Polschuhe.

Der Kraftfluß sucht sich vom Polende, bzw. vom Polschuh aus einen möglichst bequemen Weg zur Ankeroberfläche. Seine Kraftlinien treten aus dem Eisen senkrecht aus, um in die eiserne Ankeroberfläche wieder unter rechtem Winkel einzutreten. Der Luftspalt zwischen den Polschuhen

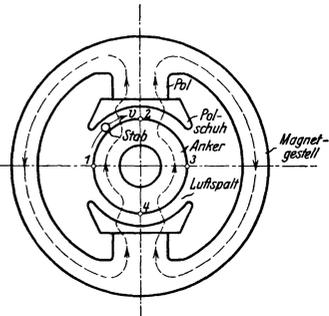


Abb. 132.

und der Ankeroberfläche, so unbedeutend er auch erscheinen mag, birgt einen erheblichen magnetischen Widerstand. Die Verteilung des Kraftflusses im Luftspalt richtet sich in hohem Maße danach, wie der Luftspalt am Ankerumfang zu- und abnimmt. Man hat so ein Hilfsmittel in der Hand, mit dem man die örtliche Verteilung der Liniendichte den Ankerumfang entlang regeln kann.

Diese örtliche Verteilung der Liniendichte ist von hoher Wichtigkeit für die Maschine. Der sich mit dem Anker bewegende Stab schneidet

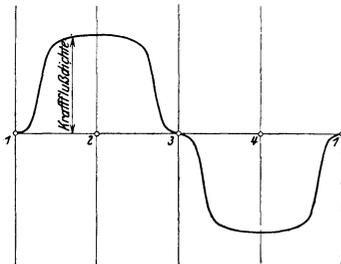


Abb. 133.

wir mit dem Umfangspunkt 1 anfangen, der gerade in der Mitte zwischen zwei Polen, in der sog. neutralen Zone liegt (Abb. 132). Die einander entsprechenden Punkte der beiden Abb. 132 und 133 sind mit gleichen Ziffern bezeichnet.

Die im allgemeinen unregelmäßige Kurve der Abb. 133, die uns die

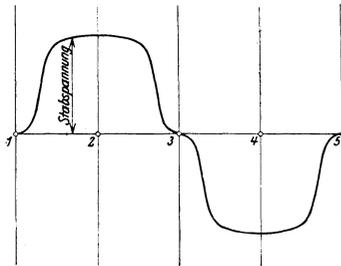


Abb. 134.

und der induzierten Spannung aufeinander senkrecht bleiben, ist die wichtige Einheitlichkeit des örtlichen und des zeitlichen Schaubildes gesichert. Dem Weg um den ganzen Ankerumfang herum entspricht die Dauer einer Periode.

Das Maschinenmodell, so wie es jetzt vorliegt, ist praktisch vollkommen verwirklicht. Es arbeitet immer noch genau so wie das ursprüngliche Modell, mit dem wir die Versuche anfangen. Es erzeugt nach wie vor im Ankerstab eine Wechselspannung. Nur das Sinusgesetz für die zeitlichen Spannungsänderungen ist nicht mehr gesichert, obwohl möglich.

Wir können durch richtige Formung der Polschuhe auch das Sinusgesetz erreichen. Wenn die Liniendichte örtlich über den Ankerumfang nach dem Sinusgesetz verteilt ist, wird auch die induzierte Spannung dem

offenbar in verschiedenen Lagen Kraftlinien verschiedener Dichte. Die zeitliche Änderung der induzierten Spannung ist der örtlichen Änderung der Liniendichte am Ankerumfang vollständig zugeordnet.

Wir schneiden den Ankerumfang irgendwo auf und strecken ihn gerade. Von dem Schnittpunkt ausgehend tragen wir dann überall als Ordinaten die Liniendichten des, wie bereits erwähnt, durchwegs senkrecht in die Ankeroberfläche eintretenden Kraftflusses auf. Die Abb. 133 entsteht, wenn

die im allgemeinen unregelmäßige Kurve der Abb. 133, die uns die örtliche Verteilung der Liniendichten wiedergibt, ist in einem anderen Maßstabe gleichzeitig die Kurve der zeitlichen Änderungen der im Ankerstab induzierten Spannungen. Die neue Abb. 134 gibt die Augenblickswerte der Spannungen für die verschiedenen Stablagen, die wieder im Einklang mit der Abb. 132 bezeichnet sind, wieder. Da sich weder die Länge des Stabes, noch die Schnittgeschwindigkeit ändern und außerdem jederzeit die Richtungen des geschnittenen Flusses, der Bewegung

und der induzierten Spannung aufeinander senkrecht bleiben, ist die wichtige Einheitlichkeit des örtlichen und des zeitlichen Schaubildes gesichert. Dem Weg um den ganzen Ankerumfang herum entspricht die Dauer einer Periode.

Das Maschinenmodell, so wie es jetzt vorliegt, ist praktisch vollkommen verwirklicht. Es arbeitet immer noch genau so wie das ursprüngliche Modell, mit dem wir die Versuche anfangen. Es erzeugt nach wie vor im Ankerstab eine Wechselspannung. Nur das Sinusgesetz für die zeitlichen Spannungsänderungen ist nicht mehr gesichert, obwohl möglich.

Wir können durch richtige Formung der Polschuhe auch das Sinusgesetz erreichen. Wenn die Liniendichte örtlich über den Ankerumfang nach dem Sinusgesetz verteilt ist, wird auch die induzierte Spannung dem

Sinuszeitgesetz folgen. Der Konstrukteur hat die Form der Spannungskurve immer in seiner Gewalt.

In neuzeitlichen Maschinen erreichen wir mit verhältnismäßig einfachen konstruktiven Mitteln die angestrebte Sinuskurve für die induzierte Spannung. Der Luftspalt muß z. B. entsprechend eingestellt werden. Die Polschuhe werden so zu einem wichtigen Teil der Maschine.

Das Maschinenmodell, wie wir es abgeleitet haben, gibt die gewünschte Spannung, aber es arbeitet noch nicht. Spannung ohne Strom kann keine Arbeit leisten. Die Hauptaufgabe der Maschine ist aber Arbeit, ist die Umwandlung elektrischer Energie in mechanische Energie oder umgekehrt.

Wir können die induzierte Spannung einen Strom treiben lassen. Wir müssen den Ankerstab, in dem die Spannung entsteht, über passende Widerstände zu einem Stromkreis schließen. So wird die Maschine offenbar elektrisch belastet.

Eine kleine Schwierigkeit entsteht allerdings beim Versuch, die Ankerstabsspannung in einem Verbrauchstromkreis zu verwerten. Der Stab bewegt sich, der Verbrauchstromkreis liegt außerhalb der Maschine und ruht. Ein einfaches konstruktives Problem entsteht daraus, wert, ein wenig näher angesehen zu werden.

Wir können die beiden Enden des Ankerstabes mit zwei Metallringen leitend verbinden, die, auf der Ankerwelle sitzend, sich mit dem Anker zusammen drehen. Man kann nach Abb. 135 an irgendeiner Stelle des Ringes einen schleifenden Kontakt anbringen, der mit dem äußeren ruhenden Stromkreis verbunden ist und doch, obwohl ruhend, jederzeit mit dem Stabende die elektrische Verbindung aufrecht erhält.

Die Schleifringe mit ihren Bürsten sind ein im Elektromaschinenbau bewährtes Konstruktionselement. Wir finden sie überall, wo die Verbindung des im umlaufenden Maschineninneren liegenden Stromkreisteiles mit dem äußeren Stromkreisteil hergestellt werden muß.

Sobald nun ein Strom den Ankerstab durchfließt, taucht eine neue physikalische Erscheinung auf, die eine Brücke vom elektrischen zum mechanischen Teil des Betriebes schlägt. Der Strom und der Kraftfluß wirken aufeinander mit einer mechanischen Kraft.

Ein elektrischer Strom J (A) im Bahnelement dl (cm) wird, wenn er in einen Kraftfluß gerät, der an der Stelle, wo das Strombahnelement liegt, die Liniendichte \mathfrak{B} (Gauß) aufweist, von einer mechanischen Kraft erfaßt. Diese Kraft ist der Stromstärke, der Liniendichte und der Bahn-

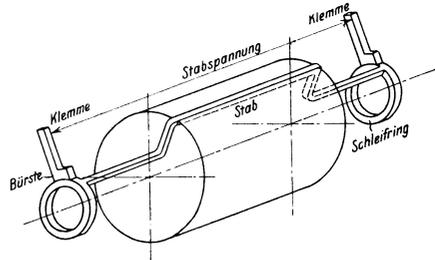


Abb. 135.

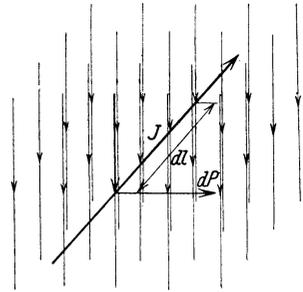


Abb. 136.

elementlänge proportional, sie hängt aber außerdem noch vom Sinus jenes Winkels ab, den die Strom- und die Kraftlinienrichtung miteinander einschließen. Die Kraftlinie steht senkrecht auf der Ebene, die vom Bahnelement und den Kraftlinien gebildet wird (Abb. 136).

Das Biot-Savartsche Gesetz für diese merkwürdige mechanische Kraft lautet

$$dP = \mathfrak{B} \cdot J \cdot dl \cdot \sin \alpha \cdot 10^{-1} \text{ Dyn.} \quad (79)$$

Das Gesetz kann für elektrische Maschinen wesentlich einfacher geschrieben werden. Die Kraftlinien treten ins Ankereisen überall senkrecht ein, sie schließen deshalb durchwegs einen rechten Winkel mit der Strombahn des Ankerstabes ein. Die Liniendichte ist außerdem den Ankerstab entlang überall gleich hoch. Der ganze Ankerstab wird demnach von der Kraft

$$P = \mathfrak{B} \cdot J \cdot l \cdot 10^{-1} \text{ Dyn}$$

erfaßt. Es versteht sich von selbst, daß nur jene Stablänge l eingesetzt werden darf, auf der Stab und Kraftfluß in Berührung sind.

Die Richtungen des Kraftflusses, des Stromes und der mechanischen Kraft bilden untereinander drei rechte Winkel. Dabei ist allerdings vorderhand die Kraftlinie noch unbestimmt. Um sie jeweils bestimmen zu können, bedienen wir uns folgender Regel.

Wir stellen die linke Hand so ein, daß der Kraftfluß in die Handfläche eintritt und der Strom außerdem in der Richtung der Finger fließt. Der Daumen weist dann der mechanischen Kraft die Richtung.

Der stromdurchflossene Ankerstab fördert oder hindert die Drehung des Ankers, denn die auf ihn wirkende mechanische Kraft wirkt tangential am Ankerumfang. Mechanische Arbeit wird gewonnen oder geleistet. Die Maschine fängt an, zu arbeiten.

Wir sehen uns das Modell der Abb. 132 an. Der Anker dreht sich im Uhrzeigersinn, die Kraftlinien treten dort, wo der Stab liegt, ins Ankereisen ein. Die induzierte Spannung hat die Richtung in die Bildebene.

Wenn die Spannung E_t im Augenblick, in dem wir das Spiel der Maschine betrachten durch einen Stromkreis einen Strom J_t treibt, leistet sie die elektrische Arbeit:

$$E_t \cdot J_t \, dt \text{ Wattsek.},$$

der Strom J_t tritt dabei in der Abb. 132 in die Bildebene ein.

Die mechanische Kraft:

$$P = \mathfrak{B} \cdot J_t \cdot l \cdot 10^{-1} \text{ Dyn,}$$

von der der Stab erfaßt wird, sucht nach der oben angegebenen Regel die Bewegung zu verhindern. Es muß demnach eine äußere treibende mechanische Kraft vorhanden sein, die trotzdem die Drehung erzwingt, die demnach theoretisch der Kraft P das Gleichgewicht hält. Bei einer Umfangsgeschwindigkeit v (cm/sek) muß also der Maschine im betrachteten Zeitabschnitt die mechanische Arbeit

$$P \cdot v \cdot dt$$

zugeführt werden.

Wir müssen erwarten, daß die elektrisch geleistete Arbeit der mechanisch zugeführten Arbeit gleich sein wird. In der Tat ist

$$E_t = \mathfrak{B} \cdot v \cdot l \cdot 10^{-8},$$

die elektrische Arbeit somit

$$E_t \cdot J_t \cdot dt = \mathfrak{B} \cdot l \cdot J_t \cdot v \cdot 10^{-8} \cdot dt \text{ Wattsek},$$

während die mechanische Arbeit

$$P \cdot v \cdot dt = \mathfrak{B} \cdot l \cdot J_t \cdot v \cdot 10^{-1} \cdot dt \text{ Erg}$$

beträgt.

Die Maschine arbeitet als Generator. Sie erhält mechanische Energie und wandelt sie in elektrische um. Wir könnten auch ihre Wirkungsweise umkehren. Wir könnten ihr elektrische Energie zuführen, indem wir eine äußere Spannung dem Ankerstab aufdrücken würden. Die Spannung müßte theoretisch der im Stab induzierten entgegengesetzt gleich sein.

Die Stromrichtung kehrt sich um, wenn dem Ankerstab eine äußere Spannung aufgedrückt wird. Mit der Stromrichtung ändert sich sofort auch die Richtung der mechanischen Kraft, die zwischen Kraftfluß und Strom auftritt. Diese Kraft wirkt jetzt in der vorausgesetzten Drehrichtung des Ankers, sie treibt den Anker.

Die Maschine bekommt also jetzt elektrische Arbeit und leistet mechanische. Sie ist zum Motor geworden. An den Energiegleichungen, die wir oben aufgestellt haben, ändert sich nicht das geringste. Theoretisch klappt die Energiebilanz nach wie vor, beim Generator, wie beim Motor.

Damit ist nun endlich der volle Überblick über die Wirkungsweise des aufgebauten Maschinenmodells gewonnen, die Möglichkeit der Umwandlung mechanischer Energie in elektrische und umgekehrt, nachgewiesen und die Verwendbarkeit derselben Maschine einmal als Generator, das andere Mal als Motor sichergestellt.

Alle unsere elektrischen Maschinen können jederzeit je nach Bedarf als Motoren oder als Generatoren arbeiten. Die Energieumwandlung, der sie dienen, ist immer umkehrbar. Auch der Transformator entzieht sich der doppelten Verwendbarkeit nicht, von den beiden Wicklungen kann man nach Belieben die eine oder die andere als Primärwicklung verwenden, wir können sowohl Hochspannung in Niederspannung ebensogut umwandeln, wie Niederspannung in Hochspannung.

Die Energieumwandlung in der elektrischen Maschine haben wir oben für einen beliebigen Zeitabschnitt bestimmt. In dem unendlich kurzen Zeitabschnitt dt war die elektrische Arbeit der mechanischen gleich. Die Energiebilanz muß zweifellos auch für eine volle Umdrehung, d. h. für eine volle Periode stimmen. Aber da stoßen wir auf den Leistungsfaktor, dem die elektrische Leistung proportional ist und suchen notgedrungen sofort sein mechanisches Gegenbild.

Abb. 137 zeigt noch einmal das Bild der örtlichen Verteilung der Liniendichte über den Ankerumfang, sie folge dem Sinusgesetz. Die höchste Liniendichte herrsche unter der Mitte des Pols. In den beiden neutralen Zonen geht die Liniendichte durch null.

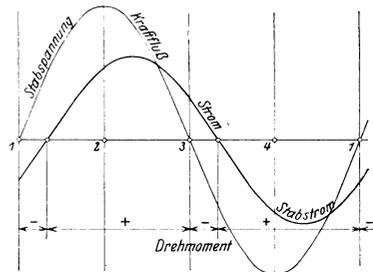


Abb. 137.

Die Kurve der Liniendichten ist gleichzeitig die Kurve der Spannungen, die im Ankerstab an verschiedenen Stellen des Ankerumfangs induziert werden. Die höchste Spannung entsteht, wenn der Stab die dichteste Feldstelle erreicht, d. h. wenn der Stab gerade unter der Polmitte liegt. Spannung und Liniendichte wechseln gleichzeitig ihre Richtungen.

Es ist leicht einzusehen, daß nur dann die Umfangskraft, mit der der stromdurchflossene Ankerstab vom Kraftfluß erfaßt wird, immer die Richtung beibehält, wenn Strom und Liniendichte gleichzeitig durch null gehen, wenn also Strom und Spannung in Phase oder in Gegenphase sind. Beim Generator entspricht das dem Fall induktionsfreier Belastung, beim Motor dem Nichtvorhandensein induktiver Widerstände im Ankerstab.

Sobald aber Strom und Spannung im Ankerstab gegeneinander phasenverschoben sind, wechselt die Umfangskraft ihre Richtung. Abb. 137 zeigt, daß das Vorzeichen des Drehmomentes während einer Umdrehung viermal umschlägt. Die Maschine arbeitet teils als Generator, teils als Motor.

In der Tat leisten gegeneinander phasenverschobene Ströme und Spannungen während einer Periode, wie Abb. 137 zeigt, teils positive teils negative elektrische Arbeit. Immer entspricht dem mechanischen Arbeitsbild das elektrische vollkommen und umgekehrt.

Für das dauernde, seine Richtung nicht ändernde Drehmoment kommt nur jene Stromkomponente in Betracht, die mit dem Kraftfluß gleichzeitig durch null geht. Die andere Stromkomponente gibt ein Drehmoment, das nach jeder halben Umdrehung umschlägt, das während der einen Umdrehungshälfte genau die mechanische Arbeit wieder verbraucht, die es in der anderen Umdrehungshälfte geleistet hat.

Stabspannung und Liniendichte sind immer in Phase. Der Phasenwinkel zwischen Spannung und Strom ist gleichzeitig der Phasenwinkel, der zwischen Liniendichte und Strom auftritt. So setzt sich der Leistungsfaktor mechanisch vollkommen durch, was man natürlich von vornherein erwartet haben mußte.

In der ganzen vorangehenden Untersuchung war von den Energieverlusten in der Maschine nirgends die Rede. Nur deshalb war die elektrische Arbeit der mechanischen vollkommen gleich. Das unvermeidliche Auftreten der Energieverluste ändert natürlich das Wesen der elektrischen Maschine in keiner Weise.

Jeder Ankerstab hat einen Ohmschen Widerstand. An den Klemmen der Maschine ist nicht die volle induzierte Spannung für Verbraucherapparate zur Verfügung, einen Teil der Spannung nimmt der Ohmsche Widerstand selbst in Anspruch. Die Joulesche Wärme im Ankerstab ist der erste Energieverlust des Generators.

Wirkt die Maschine als Motor, so muß die dem Ankerstab aufgedrückte Spannung größer sein als die induzierte. Die äußere Spannung kann einen Arbeitsstrom nur dann gegen die induzierte Stabspannung treiben, wenn sie außerdem den Ohmschen Widerstand des Stabes überwindet. Auch für den Motor ist die Joulesche Wärme des Ankerstabes der erste Energieverlust.

Beim Motor ist die verwertbare Umfangskraft kleiner als die Kraft, mit der der Ankerstab vom Kraftfluß erfaßt wird. Ein Teil des Drehmomentes wird zur Überwindung der Lagerreibung und der Reibung der bewegten Ankeroberfläche gegen die ruhende Luft verbraucht. Diese Reibungsverluste belasten als Energieverluste den Motor ebenso wie den Generator.

Es gibt auch Verluste im Eisen. Der Gleichfluß kann im ruhenden Magnetgestell natürlich keine Energieverluste verursachen. Im Ankereisen dagegen wechselt an irgendeiner gegebenen Stelle die Stärke und die Richtung des Kraftflusses fortwährend. Für das Ankereisen ist der ruhende Gleichfluß ein Wechselfluß geworden, er induziert Wirbelströme, er dreht die Eisenmoleküle hin und her.

Man kann nach all dem das Magnetgestell als massiven Eisenkörper ausbilden, den Ankerkörper muß man unterteilen, wie man den Eisenkern des Transformators unterteilen muß, man muß ihn aus Blechscheiben zusammensetzen. Trotz dieses bewährten Auskunftsmittels bleiben Energieverluste im Eisen.

Schließlich gibt es noch eine unvermeidliche Energieverlustquelle. Der Kraftfluß der Maschine muß dauernd erregt werden. Die Primärwicklung, die Erregerwicklung, die gewöhnlich auf den Magnetpolen sitzt, wird dauernd vom Erregerstrom durchflossen. Auch diese Wicklung hat ihren Ohmschen Widerstand, auch sie entwickelt Joulesche Wärme.

Die umlaufenden elektrischen Maschinen haben insofern eine umständlichere Energiewirtschaft als Transformatoren, als sie neben den Verlusten im Kupfer und Eisen auch noch mechanische Energieverluste, d. h. Reibungsverluste aufweisen. Bewegungen ohne Reibungsverluste gibt es eben nicht.

Der Wirkungsgrad des Transformators, der keine mechanischen Verluste hat, kann schon aus diesem einen Grunde erheblich besser sein als der Wirkungsgrad einer anderen elektrischen Maschine, die eine gleichgroße Leistung erreicht. Dazu kommt noch der weitere Umstand, daß bewegte Wicklungen erheblich besser gekühlt sind als ruhende. Sie können stärker elektrisch beansprucht werden. Sie werden auch höher beansprucht. Kleine Maschinen erreichen im Ankerkupfer Stromdichten bis 6 Ampere/mm². Damit steigt die Joulesche Wärme.

Man findet aus all diesen Gründen bei elektrischen Motoren und Generatoren tatsächlich merklich niedrigere Wirkungsgrade als bei Transformatoren. Erst größere Leistungen heben ihn über 90%, über ein Maß also, das selbst für kleine Transformatoren immer erreichbar ist.

Trotzdem arbeiten elektrische Maschinen im Vergleich mit anderen Maschinen sehr wirtschaftlich. Sie verbrauchen einen verhältnismäßig kleinen Teil der aufgenommenen Energie für sich. Wir würden wahrscheinlich freiwillig die Energieverluste noch erhöhen, wenn uns die Sorge um ordentliche Kühlung, um die fortlaufende Abfuhr der verbrauchten Energie nicht daran hindern würde.

Die elektrische Maschine, wie wir sie in der vorliegenden Vorlesung aufgebaut haben, ist ein Transformator, aber ein Transformator mit zum Teil ganz neuen Eigenschaften. Sie hat eine Primärwicklung, die den

Kraftfluß erregt, sie hat eine Sekundärwicklung, in der der Kraftfluß Spannungen induziert.

Aber die Primärwicklung ist diesmal verkümmert. Sie hat nur noch die Aufgabe, den Magnetisierungsstrom aufzunehmen. Sie beteiligt sich nicht an der Energieumwandlung. Sie ist kein wichtiger Teil der Maschine.

Die Spannung, die der Primärwicklung, der Erregerwicklung aufgedrückt wird, lenkt den Betrieb nicht mehr. Sie hat lediglich den Ohmschen Widerstand der Wicklung zu überwinden, der Kraftfluß induziert in ihr keine Spannung. Die Höhe der aufgedrückten Spannung ist bedeutungslos, immer kann man ihr die Wicklung anpassen. Die Erregerspannung ist eine Hilfsspannung, nicht mehr.

Der Energiestrom geht gleichwohl in der umlaufenden Maschine über den Kraftfluß in die Sekundärwicklung oder umgekehrt. Der gewöhnliche Transformator arbeitet mit der mechanischen Energie überhaupt nicht, deshalb kennt er diesen zweiten Energieweg nicht. Der Kraftfluß arbeitet im Transformator elektrisch, in der umlaufenden Maschine mechanisch.

Man muß unwillkürlich an eine allgemeinere Form des Transformators denken, die beide Energiewege ausnützt, die sowohl elektrische Energie in elektrische Energie umwandelt, als auch mechanische Energie in elektrische. Im allgemeinen Transformator wird die Primärwicklung nicht mehr verkümmert sein, sie wird ebenso mitarbeiten wie die Primärwicklung des gewöhnlichen Transformators. Dies wäre nur denkbar, wenn der Kraftfluß ein Wechselfluß würde, ein Wechselfluß auch für die Primärwicklung.

Es ist für die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik eine vornehme Aufgabe, sich zum allgemeinen Transformator durchzuarbeiten. Die Theorie muß immer die allgemeine Form der Erscheinung suchen, um mit Vorteil die vorkommenden Fälle als Sonderfälle darstellen zu können. Der gewöhnliche Wechselstromtransformator und die umlaufende elektrische Maschine, wie wir sie jetzt kennen, sind Sonderfälle des allgemeinen Transformators.

Trotz der erheblichen Unterschiede zeigen die beiden Sonderfälle schon jetzt eine unverkennbare Einheitlichkeit. Vor allem ist es der doppelt verkettete Kraftfluß, der die gemeinsame Wurzel sofort erkennen läßt. Er ist die Seele der elektrischen Maschine als allgemeinen Transformators.

Daneben finden wir im Anker der elektrischen Maschine die induzierte Spannung, die entweder in einem äußeren Stromkreis ausgenützt wird, wie die induzierte Spannung der Sekundärwicklung des Transformators, oder aber einer äußeren, aufgedrückten Spannung das Gleichgewicht hält, wie die induzierte Spannung der Primärwicklung des Transformators.

Die Rollen der Primär- und der Sekundärwicklung des Wechselstromtransformators sind immer vertauschbar, wie die Rollen des Motors und des Generators. Der Motor ist sozusagen ein sekundär gespeister Transformator.

Schließlich können wir auch in der Primärwicklung der umlaufenden Maschine eine induzierte Spannung annehmen, nur ist diese Spannung gleich null. Es ist eben ein Sonderfall, die Periodenzahl der Primärwicklung ist null.

Wir bemerken, daß im allgemeinen Transformator zweifellos verschiedene Periodenzahlen primär und sekundär vorkommen werden und müssen. Wird die Primärperiodenzahl null, versiegt der elektrische Energiestrom, der von der Primärwicklung in die Sekundärwicklung fließt. Der allgemeine Transformator zeigt sich so auch als Periodenumformer. Auch von dieser Seite werden wir ihn noch genauer kennenlernen müssen.

Sechzehnte Vorlesung.

Ankerwicklungen. Potentialkreis. Einphasige Generatoren. Dreiphasige Generatoren. Wickelköpfe. Nuten. Zähne, Nutenkeile. Polzahl, Umdrehungszahl und Periodenzahl. Turbogeneratoren. Innenpoltype. Maschine ohne ausgeprägte Pole. Trapezfluß. Drehfluß. Zweiphasensystem.

Die Idee der umlaufenden elektrischen Maschine, wie sie in der vorangehenden Vorlesung beschrieben wurde, ist einfach und leicht verwirklichtbar. Aber das Maschinenmodell, zu dem wir zunächst gelangt sind, enthält noch wichtige Einzelheiten, die besprochen werden müssen; es ist außerdem nur eine der möglichen Formen. Für die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik ist es von gewaltigem Vorteil, auch noch anderen Formen der elektrischen Maschine nachzugehen. Man gelangt auf diese Weise fast mühelos zum Verständnis von Anordnungen, die auf den ersten Blick undurchsichtig erscheinen.

Der Anker mit nur einem Stab ist natürlich nur ein Symbol eines Maschinenankers. Es ist mehr als klar, daß man den ganzen Umfang der eisernen Trommel mit Stäben belegen wird, damit das Maschinenmodell wirklich voll ausgenützt wird. Die Wicklungen des Transformators haben auch viele Windungen, sie nützen auch den ganzen Fensterquerschnitt des Eisenkernes aus.

Man kann außerdem mit so kleinen Spannungen nicht arbeiten, wie sie in einem einzigen Stab induziert werden. Selbst wenn z. B. die höchste Liniendichte im Luftspalt zwischen Anker und Polschuh 10 000 Gauß erreicht, die Umfangsgeschwindigkeit auf 100 Meter in der Sekunde steigt und der Anker einen Meter lang wird, ergibt sich immer erst ein Höchstwert

$$E = 10\,000 \cdot 10\,000 \cdot 100 \cdot 10^{-8} = 100 \text{ Volt}$$

der induzierten Stabspannung. Kleinere Maschinen bringen es deshalb nur auf einige wenige Volt Stabspannung.

Man muß viele Stäbe auf den Anker legen und man muß versuchen, sie in Reihe zu schalten, wenn man brauchbare Spannungen erhalten will. In der Tat tragen kleine Anker Hunderte von Stäben. Sie müssen die verfügbare Ankeroberfläche gründlich ausnützen.

Es ist nun bei weitem nicht so einfach, verschiedene Stäbe auf dem Anker zu einer Wicklung zusammenzuschließen, wie es zunächst aussieht. Jedenfalls steht das Problem bei der Transformatorwicklung viel einfacher. Dort schaltet man ohne jedes Bedenken die einzelnen Windungen in Reihe. Sie enthalten ganz gleiche Windungsspannungen, die sich ohne weiteres addieren. Ganz anders liegt die Sache bei der Ankerwicklung.

Zwei Stäbe, die auf demselben Anker liegen, bekommen zwar ebenfalls die gleiche effektive induzierte Spannung. Aber die beiden Stabspannungen sind nicht in Phase. Die beiden Stäbe schneiden nicht gleichzeitig gleich dichte Feldstellen.

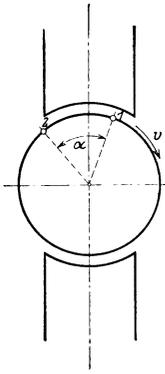


Abb. 138.

Die Lage zweier Stäbe auf der Ankeroberfläche kann durch den Winkel, auf dessen Schenkeln die Stäbe liegen, elektrisch ausgewertet werden (Abb. 138). Es ist leicht einzusehen, daß dieser Winkel als Phasenverschiebungswinkel der beiden induzierten Spannungen wieder zum Vorschein kommt (Abb. 139). Es gibt demnach lauter Stabspannungen, die gegeneinander phasenverschoben sind und schwer wird es deshalb, sie zu einer Gesamtspannung zu vereinigen.

Die Schwierigkeiten sind größer als man glaubt. Zwei Stäbe, die ganz knapp nebeneinander liegen, haben wohl fast phasengleiche Spannungen. Aber wenn man versucht, das Ende des einen Stabes mit dem Anfang des anderen zu verbinden, wie es Abb. 140 auf dem abgewickelten Ankermantel darzustellen unternimmt, so stößt man immer auf die unangenehm überraschende Tatsache, daß die Verbindungsleitung ebenfalls ein Stab ist, in dem eine Spannung induziert wird, eine Spannung, die stört, weil sie den angestrebten Gewinn sofort vernichtet.

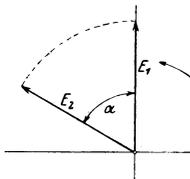


Abb. 139.

Nun, man kommt leicht zu der Erkenntnis, daß sich nur Stäbe tadellos in Reihe schalten lassen, die um ungefähr eine Polteilung voneinander entfernt sind, Stäbe also, in denen entgegengesetzt gerichtete Spannungen induziert werden. Nur dann liegt die Verbindungsleitung an der Endfläche der Ankertrommel, so

wie es Abb. 141 darstellt. Nur dann bekommt diese Verbindungsleitung keine eigene störende induzierte Spannung, weil sie außerhalb des Kraftflusses liegt.

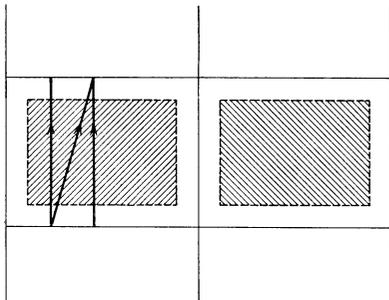


Abb. 140.

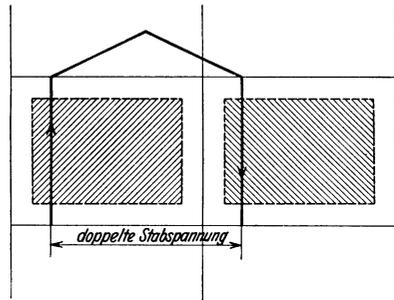


Abb. 141.

So kommen wir doch zur Winding zurück, die den ganzen Kraftfluß umschlingen kann. Aber die Winding des umlaufenden Maschinenankers ist uns doch nur eine glückliche Reihenschaltung zweier Stäbe. Man kann wohl mehrere Windungen zu einer Spule vereinigen, wenn die Stäbe in

zwei Gruppen sehr nahe aneinander liegen und damit nur unbedeutende Phasenverschiebungen mitbringen (Abb. 142). Genau genommen ist aber doch jede Spule elektrisch anders aufgebaut als beim Transformator.

Man muß sich mit den Phasenverschiebungen zwischen den einzelnen Stabspannungen abfinden. Sonst kann man den ganzen Ankerumfang nicht ausnützen. Die Gesamtspannung der Wicklung wird deshalb kleiner als die arithmetische Summe der vereinigten Stab- bzw. Windungsspannungen. Wie groß der sich so einstellende Spannungsverlust sein kann, ist der Untersuchung wert.

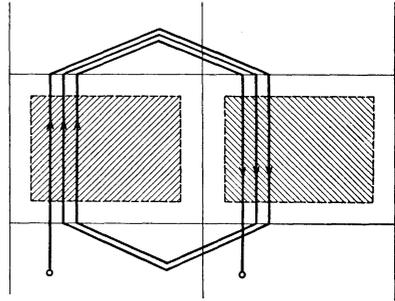


Abb. 142.

Wir nehmen an, daß die induzierten Stabspannungen dem Sinuszeitgesetz folgen, so daß sie durch Spannungsvektoren darstellbar sind. Wir wollen ferner voraussetzen, daß sich zu jedem Stab unter dem anderen Pol ein Gegenstab finden läßt, der mit ihm eine Windung bildet, deren Spannung der zweifachen Stabspannung gleichkommt. Wir versuchen sodann die Windungen nach dem Schaltplan der Abb. 143 aneinanderzureihen. Zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Windungsspannungen entsteht immer der gleiche Phasenwinkel, wenn die Stäbe auf dem Ankerumfang gleichmäßig verteilt sind.

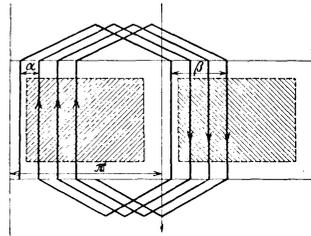


Abb. 143.

So entsteht das Vektorenbild der Abb. 144. Die Vektoren der einzelnen Windungsspannungen bilden die Seiten eines regelmäßigen Vieleckes. Gibt es sehr viele Windungen auf dem Anker, so geht das Vieleck in eine Kreislinie über (Abb. 145). Vieleck oder Kreislinie werden vollständig, wenn die Wicklung in sich geschlossen ist. Der Fall ist leicht vorstellbar. Im Schaltplan der Abb. 143 rücken wir am Ankerumfang nach jeder Windung um den gleichen Bogen vor, so daß wir schließlich ganz herumkommen müssen. Elektrisch haben wir dann das ganze Spannungsvieleck oder den ganzen Potentialkreis der Wicklung durchlaufen.

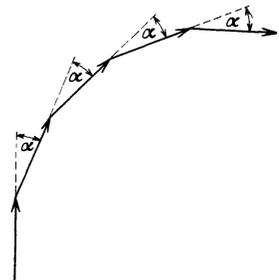


Abb. 144.

Es hätte natürlich keinen Sinn, das Spannungsvieleck sich schließen zu lassen. Die Gesamtspannung der Wicklung wäre null. Wohl aber kommt es in Betracht, einen großen Teil des vollständigen Vieleckes in Anspruch zu nehmen. Die Gesamtspannung, die erreicht wird, läßt sich im Potentialkreis immer als Kreissehne darstellen (Abb. 145). Dem Sehnenwinkel β entspricht auf dem Anker der

gleich große Winkel, auf dem alle in Anspruch genommenen Stäbe liegen (Abb. 143). Das Verhältnis der Sehne des Potentialkreises zu ihrem Bogen

$$\frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\frac{\beta}{2}}$$

entspricht offenbar genau dem Verhältnis der erzielten Gesamtspannung zur arithmetischen Summe aller verwendeten Windungsspannungen.

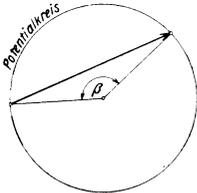


Abb. 145.

Die größte erreichbare Gesamtspannung entspricht dem Durchmesser des Potentialkreises. Es hat keinen Sinn, noch weiter Windungen aneinanderzureihen als über den halben Ankerumfang. In Wirklichkeit steht der Spannungsgewinn schon früher, etwa von

$$\beta = \frac{\pi}{2}$$

an, in einem schlechten Verhältnis zum Stabaufwand.

Man sehe sich folgende Zusammenstellung an, um sich davon zu überzeugen.

Wicklungswinkel β	$\frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\frac{\beta}{2}}$	Wicklungswinkel β	$\frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\frac{\beta}{2}}$
$10^\circ = \frac{\pi}{18}$	0,1743	$90^\circ = \frac{\pi}{2}$	1,4142
	0,1745		1,5708
$20^\circ = \frac{\pi}{9}$	0,3473	$110^\circ = \frac{11\pi}{18}$	1,6383
	0,3491		1,9199
$30^\circ = \frac{\pi}{6}$	0,5176	$120^\circ = \frac{2\pi}{3}$	1,7320
	0,5236		2,0944
$45^\circ = \frac{\pi}{4}$	0,7854	$140^\circ = \frac{14\pi}{18}$	1,8794
	0,7854		2,4435
$60^\circ = \frac{\pi}{3}$	1,0000	$160^\circ = \frac{16\pi}{18}$	1,9696
	1,0472		2,7925
$70^\circ = \frac{7\pi}{18}$	1,1472	$180^\circ = \pi$	2,0000
	1,2217		3,1416
$80^\circ = \frac{8\pi}{18}$	1,2856		
	1,3963		

Man sieht, daß es sich nur um einige wenige Hundertstel Spannungsverlust handelt, so lange die beiden äußersten Windungsspannungen der Wicklung nicht mehr als um eine Viertelperiode gegeneinander phasenverschoben sind. Mit gutem Grund geht man deshalb in Wechselstromankerwicklungen höchstens bis zu einem Wicklungswinkel

$$\beta = \frac{2\pi}{3} = 120^\circ.$$

Das läßt nun immerhin einen erheblichen Teil des Ankerumfangs unausgenutzt (Abb. 146). Aber glücklicherweise greift da der Umstand ein, daß der Einphasenstrom selten erzeugt wird, weil er selten gebraucht wird. Wir wollen in einem einzigen Generator drei Wechselspannungen gleicher Höhe mit gegenseitiger Phasenverschiebung von 120° erzeugen, um ein Dreiphasensystem speisen zu können.

Es wäre ein verkehrtes Beginnen, den Dreiphasenstrom in drei Einphasengeneratoren entstehen zu lassen. Wir legen lieber auf den Generatoranker drei Wicklungen, die räumlich gegeneinander um je 120° verschoben sind. Daß sich dann der ganze Ankerumfang leicht voll ausnützen läßt, liegt auf der Hand.

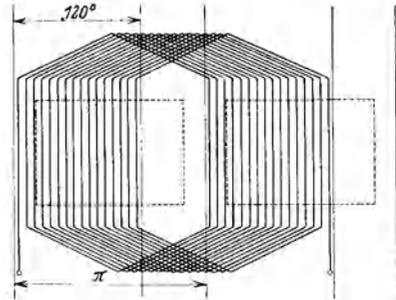


Abb. 146.

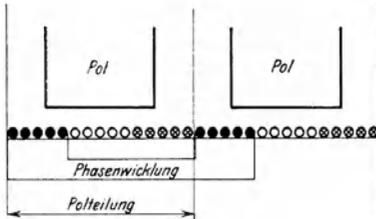


Abb. 147.

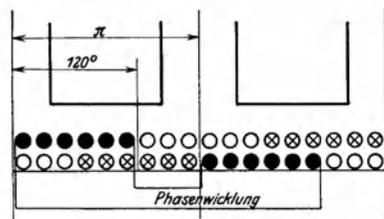


Abb. 148.

Jede der drei Wicklungsphasen beansprucht je ein Drittel des Ankerumfangs und jede Phasenwicklung liegt mit je der Hälfte ihrer Stäbe unter je einem Pol (Abb. 147). So bleibt nur ein Wicklungswinkel

$$\beta = 60^\circ$$

zur Verfügung.

Man müßte, was zuweilen geschieht, die Ankerstäbe in zwei Reihen übereinander anordnen, um überhaupt einen größeren Wicklungswinkel als 60° zu erreichen. Geht man so weit, dann muß man sich wohl für

$$\beta = 120^\circ$$

entschließen, um wieder den Ankerumfang voll auszunützen. Die Stäbe einer Wicklung liegen dann unter dem einen Pol in der oberen, unter dem anderen Pol in der unteren Stablage (Abb. 148).

Es ist bemerkenswert, daß man der Wicklung den Charakter einer am Ankerumfang fortschreitenden Stabreihenschaltung nehmen kann, um statt dessen regelrechte Spulen zu bekommen. Die beiden Anordnungen der Abb. 149 sind zweifellos

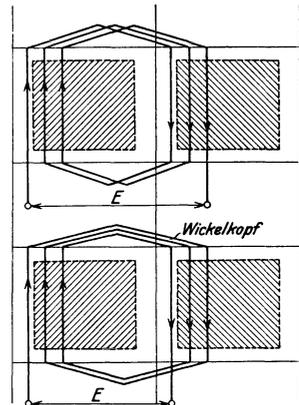


Abb. 149.

gleichwertig, sie geben genau die gleiche Gesamtspannung. Es ist in der Tat für die Gesamtspannung einerlei, in welcher Reihenfolge man die einzelnen Stabspannungen aneinanderreihet. Die einzelnen Windungsspannungen werden allerdings ungleich groß.

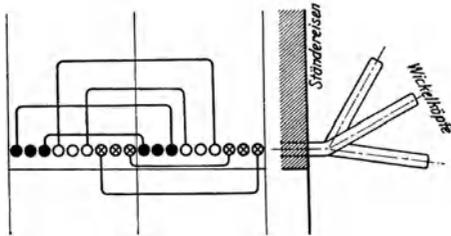


Abb. 150.

Die soeben beschriebene innere Umstellung der Wicklung kann deshalb wichtig sein, weil die Stabverbindungen an den beiden Ankerenden für jede Phase zusammengefaßt werden müssen, wenn es sich um höhere Spannungen handelt.

Die so entstehenden Wickelköpfe können und müssen in verschiedenen Ebenen angeordnet werden, damit sie einander besser ausweichen können. Sie müssen ja gegeneinander für die volle verkettete Dreiphasenspannung isoliert werden. Abb. 150 deutet den Aufbau einer solchen Ankerwicklung an.

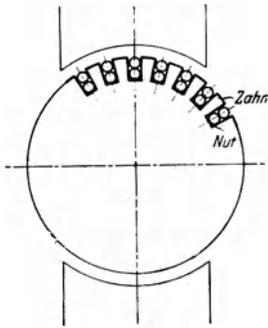


Abb. 151.

Es ist nach den vorangehenden Erläuterungen ersichtlich, daß es möglich ist, den Anker wirklich voll verwendbar zu machen, daß man hohe Wicklungsspannungen erhalten kann, daß man mit Vorteil Dreiphasensysteme von einer einzigen Maschine aus speist. Nun entsteht aber doch noch die Frage, wie man eigentlich die Stäbe auf der Ankeroberfläche unterbringt, damit sie sicher liegen, der Fliehkraft nicht zu sehr ausgesetzt sind und den Luftspalt zwischen Ankereisen und Polschuh nicht unnötig vergrößern.

Es gibt nur eine, wirklich befriedigende konstruktive Lösung, die sich auch von allem Anfang an im Elektromaschinenbau eingebürgert hat.

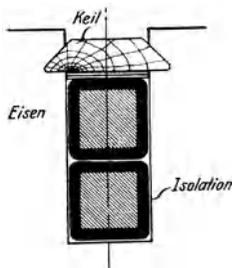


Abb. 152.

Man legt die Ankerstäbe in Nuten, die ins Ankereisen eingeschnitten werden (Abb. 151). Sie stören dann auf der Ankeroberfläche nicht mehr, können leicht durch Ankerkeile (Abb. 152) gegen die Fliehkraft gesichert werden und lassen doch den Kraftfluß über einen sehr kleinen Luftspalt in die Ankerzähne, in das Eisen zwischen zwei Nuten, eintreten.

Erst mit der Einführung des genuteten Ankers ist das Problem der elektrischen Maschine gelöst und das beschriebene Maschinenmodell wirklich lebensfähig. Nun erst, nachdem wir eine vollständig durchgearbeitete Form der elektrischen Maschine vor uns haben, können wir nachsehen, welche Formenspiele

möglich sind. Es versteht sich von selbst, daß bei allen in Betracht kommenden Formenspielen das Wesen der Maschine unberührt bleiben muß.

Ohne große Schwierigkeiten können wir uns vor allem von der Zweizahl der Pole freimachen, d. h. wir können den Kraftfluß in mehrere gleiche Teile zerlegen. Das 4polige Modell der Abb. 153 bringt nichts Überraschendes. Der Weg der Kraftlinien ist selbstverständlich. Was sich ändert, sind die Wicklungseinzelheiten des Ankers.

Zwei Stäbe, in denen Spannungen induziert werden, die in Gegenphase sind, liegen nicht mehr auf demselben Ankerdurchmesser, sie liegen nicht mehr auf den Schenkeln eines Winkels von 180° , sondern müssen nur noch den halben Winkel, 90° , suchen. Die Liniendichte schlägt eben unter dem nächsten Pol um, und dieser Pol kommt jetzt schon über einem Viertel des Ankerumfangs.

Über dem abgewickelten Ankerumfang bekommen wir offenbar jetzt zwei volle Wellen der Kurve der Liniendichten (Abb. 154). Die induzierte Spannung des Stabes beendet zwei volle Perioden, wenn der Stab einen Umlauf macht. Leicht ist es einzusehen, daß bei 6 Polen 3 Perioden herauskommen, bei p Polen $\frac{p}{2}$ Perioden.

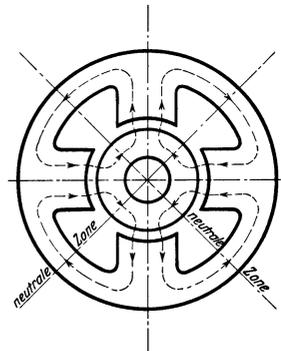


Abb. 153.

Die Verwicklungen sind nach all dem ganz leicht zu übersehen. Der Raumwinkel α , der die Stablagen kennzeichnet, kommt als elektrischer Phasenwinkel $\frac{p}{2}$ -mal vergrößert heraus. Das ist der ganze Unterschied.

Von großer Bedeutung ist die nun in ganz allgemeiner Form feststellbare Abhängigkeit der Periodenzahl der induzierten Spannung von der minutlichen Umdrehungszahl n des Ankers und von der Polzahl p . Es ist

$$f = \frac{p \cdot n}{120}. \quad (80)$$

Gleichung (80) gibt uns den ersten Anhaltspunkt, wenn wir die Antwort auf die Frage suchen, warum man mehrpolige Maschinen eigentlich baut. Wir wollen die Periodenzahl in allen unseren Anlagen gleich haben. Wir können aber nicht jederzeit die gewünschte Umdrehungszahl von der Antriebsmaschine des Generators erwarten. Dampfmaschinen laufen sehr langsam, Dampfturbinen sehr schnell. Wasserturbinen müssen ihre Umdrehungszahlen der jeweiligen Wasserkraft anpassen. Wir müssen also ein Mittel zur Verfügung haben, das uns jeweils den Weg zur gebräuchlichen Frequenz öffnet.

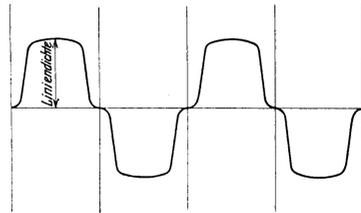


Abb. 154.

Das zweipolige Modell gibt nur bei 3000 Umdrehungen in der Minute die gewünschten 50 Perioden. Für Dampfturbinen kommt somit das zweipolige Modell in Betracht, allenfalls noch das 4 polige, das 1500 Umdrehungen

machen muß. Dann geraten wir in ein Gebiet, das wohl mittelbare Antriebe mit Zahnrädern und Riemenscheiben zu Hilfe nehmen muß. Wir brauchen 20 Pole, um 300 Umdrehungen brauchen zu können, 30, um auf 200 Umdrehungen herunterzukommen.

Man setzt den großen Generatoranker auf dieselbe Welle wie den Antriebsmotor. Es war ein großer Fortschritt für die Elektrotechnik,

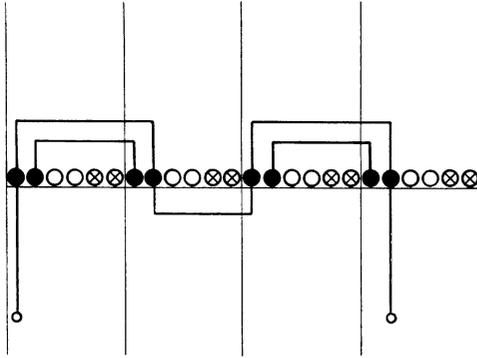


Abb. 155.

als sich die Erkenntnis durchrang, daß der unmittelbare Antrieb zwar teuer, aber allein betriebssicher ist. Kleinere Generatoren treibt man wohl auch heute noch mit Riemen an. Große Generatoren baut man fast nur für sehr hohe oder für sehr niedrige Umdrehungszahlen.

Die induzierte Spannung des Ankerstabes ist der Umfangsgeschwindigkeit und damit, für eine Maschine mit gegebenen Hauptabmessungen, der Umdrehungszahl proportional. Die

Leistung, die eine Maschine verträgt, steigt demnach mit der Umdrehungszahl. Langsam laufende Generatoren sind teuer.

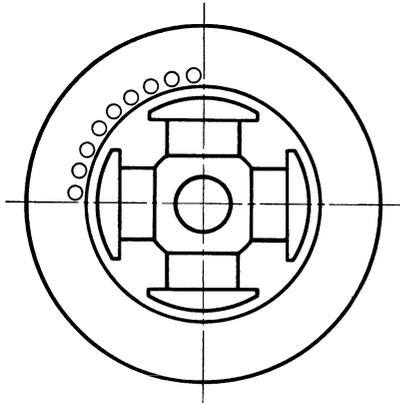


Abb. 156.

Es war ein ungeheurer Gewinn, als die Dampfturbine mit ihrer Umdrehungszahl in den Bereich der höchsten möglichen Generatorumdrehungszahlen hineindrang. Die sog. Turbogeneratoren — die Bezeichnung ist nicht sehr glücklich — sind natürlich vergleichsweise sehr billig und gestatten doch unmittelbare Kupplung mit der Antriebsturbine. Wir warten begreiflicherweise schwer auf Antriebsmotoren mit 750, mit 1000 Umdrehungen in der Minute.

Nach all dem ist das vielpolige Modell eine Lebensnotwendigkeit des Elektromaschinenbaues und das ursprüngliche zweipolige Modell nur ein

Sonderfall. Natürlich sind auch die oben beschriebenen Ankerwicklungen nur Sonderfälle. Statt der Abb. 150 bekommt man z. B. für 4 Pole die Anordnung der Abb. 155. Sie ist nichts anderes als eine zweifache Wiederholung. Jede Phasenwicklung hat in jedem Polpaar eine Spule. Ob man dann die Spulen der einzelnen Polpaare in Reihe oder parallel schaltet, ist eine nebensächliche Frage.

Eine wichtige und sehr interessante Spielform der Maschine entsteht, wenn man die Rollen des Ankers und des Magnetgestells vertauscht, so

nämlich, daß das Magnetgestell sich dreht und der Anker stillsteht. Abb. 156 zeigt ein so umgestaltetes vierpoliges Modell. Das Magnetrad hat 4 Pole, auf denen die Erregerwicklungen sitzen und die wieder mit Polschuhen die räumliche Verteilung der Liniendichten beeinflussen. Das Magnetrad kann als massiver Eisenkörper ausgebildet sein, es braucht Schleifringe, um den Erregerstrom von außen zu bekommen. Der Anker ist ein Eisenring geworden, der das Polrad allseitig umgibt, aus Blechen zusammengesetzt wird, genutet ist und die Ankerwicklung trägt.

Die Innenpoltype, die wir so erhalten haben, ist die heute gebräuchliche Form der Wechselstrom- und Drehstromerzeuger. Man zieht sie der Außenpoltype vor, weil man für die Ankerwicklung mehr Raum gewinnt und vor allem deshalb, weil man hohe Spannungen nicht über Schleifringe zugänglich machen will. Auch die Rücksicht auf die Fliehkraft drängt zur Innenpoltype.

Bemerkenswert ist der Umstand, daß bei der Innenpoltype die Richtung der induzierten Spannung sehr leicht falsch bestimmt werden kann. Unwillkürlich stellt man bei der Regel der rechten Hand den Daumen in die Drehrichtung des Magnetrades. Richtig ist es, das Magnetrad als stillstehend anzusehen und sich den in Wirklichkeit stillstehenden Anker in verkehrter Richtung umlaufend vorzustellen. Es muß, kurz gesagt, die relative Bewegungsrichtung der Stäbe als maßgebend für die induzierte Spannung angesehen werden.

Äußerlich ganz umgestaltet, obwohl in ihrem Wesen ganz unberührt bleibend, wird die elektrische Maschine, wenn man ihr die Magnetpole wegnimmt, das Magnetrad auch als eine zylindrische Eisentrommel ausbildet und die Erregerwicklung in Nuten des so umgestalteten Magnetrades unterbringt (Abb. 157).

Dieses letzte Formspiel ist außerordentlich durchgreifend und für die Theorie elektrischer Maschinen von hoher Bedeutung. Es zerstört eine Reihe von Vorteilen, die wir zuerst feststellen wollen, bringt aber wieder andere Vorteile, die wir kennen lernen müssen.

Der sog. ausgeprägte Pol, wie wir ihn bisher durchwegs in der Maschinenkonstruktion vorfanden, ist eigentlich nur ein eingeschnürter Teil des Magnetgestelles. Es hat seine guten Gründe, daß wir die Kraftlinien im Pol zusammendrängen und den Eisenquerschnitt verkleinern. Je kleiner nämlich der Querschnitt, um so kleiner wird sein Umfang, um so kürzer die Windungen der Erregerwicklung, um so geringer der Kupferbedarf dieser Wicklung.

Diesen ersten Vorteil läßt man fallen, wenn man den ausgeprägten Pol aufgibt. Man verzichtet aber außerdem auch noch auf die formende Kraft des Polschuhes. Die Verteilung der Liniendichte den Ankerumfang entlang regelten wir bisher mit dem Luftspalt zwischen Polschuh und Ankeroberfläche, den wir leicht nach Bedarf einstellen konnten. Wird nun

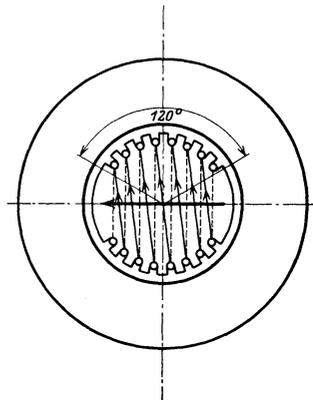


Abb. 157.

jetzt das Polrad eine zylindrische Eisentrommel, muß wohl durchwegs der Luftspalt gleich groß gehalten werden, wir müssen mit anderen Mitteln die sinusförmige Verteilung der Liniendichte am Ankerumfang anstreben.

Nach Abb. 157 bewickeln wir zwei Drittel der Magnetradnuten und schließen alle Stäbe der Magnetradwicklung in Reihe. Der abgewickelte

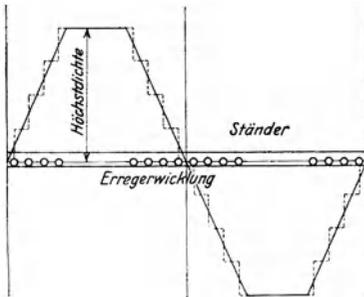


Abb. 158.

Magnetradmantel einer zweipoligen Maschine würde demnach der Abb. 158 entsprechen. Die Erregerwicklung wird mit Gleichstrom gespeist, Phasenverschiebungen kommen nicht in Frage, der Aufbau der Erregerwicklung ist ganz einfach.

Wir sehen uns den Ankerumfang abgewickelt (Abb. 158) an und setzen voraus, daß alle Kraftlinien des entstehenden Kraftflusses gleiche magnetische Widerstände zu überwinden haben. Die Annahme ist nicht unbegründet. Der Hauptteil des magnetischen Widerstandes liegt

im Luftspalt und der Luftspalt ist jetzt durchwegs gleich groß. Die Liniendichte wird sich am Ankerumfang proportional der an der betreffenden Stelle wirkenden Durchflutung der Erregerwicklung einstellen.

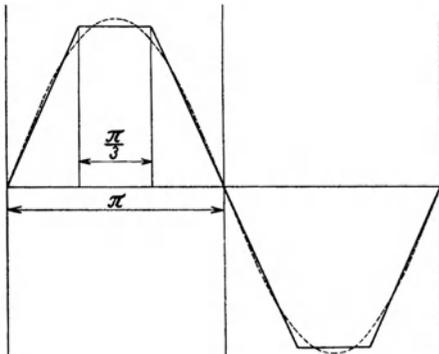


Abb. 159.

Die höchste Liniendichte erreichen wir für den Kraftflußteil, der mit allen Windungen der Erregerwicklung verkettet ist. Der unbewickelte Teil der Magnetradtrommel läßt offenbar den dichtesten Kraftfluß durch. Die Liniendichte nimmt dafür im bewickelten Teil der Magnetradtrommel geradlinig ab, so daß Abb. 158 entsteht. Eigentlich ergäbe sich eine Treppenlinie, wie sie in der Abb. 158 gestrichelt wurde, als Kurve der Liniendichten. Bei halbwegs größerer Nutenzahl des Magnetrades

kann praktisch die Treppenlinie durch eine Gerade ersetzt werden.

Das Ergebnis der Untersuchung ist eine Trapezlinie statt einer Sinuslinie für die Verteilung der Liniendichte am Ankerumfang. Gerade die Trapezlinie aber, die wir gewählt haben, deren ansteigender und abfallender Teil zwei Drittel des Ankerumfangs einnehmen, ersetzt die Sinuslinie mit sehr großer, praktisch wohl vollkommen ausreichender Genauigkeit. Abb. 159 läßt das deutlich erkennen.

Die verteilte Erregerwicklung ist magnetisch der über einen Polschuh wirkenden konzentrierten Polwicklung vollkommen ebenbürtig. Der eine aufgegebene Vorteil ausgeprägter Pole ist damit wieder hereingebracht. Die zylindrische Magnetradtrommel bringt außerdem den sehr wichtigen Vorteil, daß der magnetische Widerstand der Maschine in irgendeiner

radialen Richtung der gleiche ist. Bei ausgeprägten Polen ist dies nicht der Fall. Wir werden bald sehen, daß dieser Umstand nicht gleichgültig ist.

Für den geringeren Kupferbedarf der auf ausgeprägten Polen sitzenden Erregerwicklung entschädigt uns die gleichmäßigere Verteilung der umlaufenden Massen der zylindrischen Magnetradtrommel. Bei hohen Umlaufzahlen ist der Gewinn wertvoll. In der Tat werden rasch umlaufende Generatoren — Turbogeneratoren — oft mit unausgeprägten Polen gebaut.

Für die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik ist die zylindrische Magnetradtrommel eine ganz besonders wichtige Einzelheit der elektrischen Maschine. Schon hat sie uns den Weg zu fast sinusförmiger Verteilung der Liniendichte am Ankerumfang ohne Luftspaltformung gezeigt. Sie macht uns aber gleichzeitig darauf aufmerksam, daß die stromdurchflossenen Ankerwicklungen magnetische Kraftflüsse ebenso entwickeln wie die Erregerwicklung der Magnetradtrommel.

Diese Tatsache haben wir bisher nicht in Betracht gezogen. Wir kümmernten uns um die magnetische Rückwirkung des Sekundärstromes, des Ankerstromes überhaupt noch nicht. Und doch lehrte uns der einfache Wechselstromtransformator, daß der Sekundärstrom gerade wegen seiner erregenden Kraft den Betrieb ausgiebig beeinflußt. Wir haben offenbar im Bild der Wirkungsweise der elektrischen Maschine noch eine sehr wichtige Einzelheit nachzuholen.

Wir sehen leicht ein, daß jede Phasenwicklung des Ankers ebenso einen Trapezfluß erzeugt wie die Erregerwicklung der Magnetradtrommel. Aber der erregende Strom in der Ankerwicklung ist ein Wechselstrom. Bei gegebener Form wird der Kraftfluß zeitlich nach dem Sinusgesetz seine Gesamtlinienzahl ändern. Einige Augenblicksbilder der Kraftflußverteilung einer Phasenwicklung zeigt uns in diesem Sinne Abb. 160.

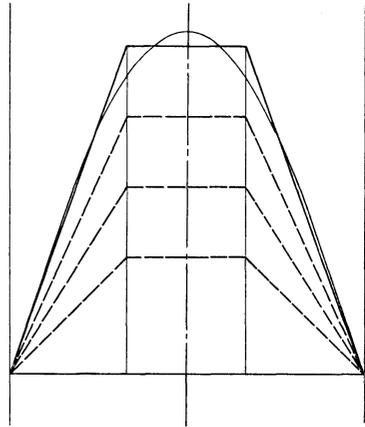


Abb. 160.

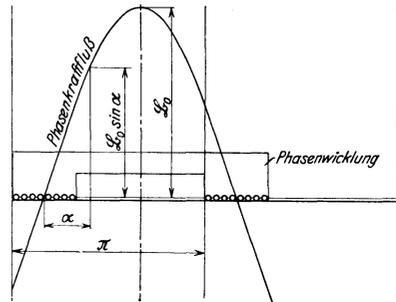


Abb. 161.

Der Drehstromgenerator hat im Anker drei Wicklungen, für jede Phase eine, die gegeneinander je um den elektrischen Winkel 120° räumlich verschoben sind. Drei Kraftflüsse verteilen somit gleichzeitig ihre Kraftlinien über den Ankerumfang. Jeder Phasenkraftfluß beherrscht natürlich für sich allein den ganzen Umfang des Ankers. Die drei Kraftflüsse lagern

sich übereinander, addieren überall ihre Kraftlinien und erzeugen einen Gesamtfluß, der allein unmittelbar beobachtbar ist. Die Größe und die Form dieses Gesamtflusses wollen wir nun bestimmen.

Es genügt den Genauigkeitsansprüchen der Praxis vollkommen, wenn man die Trapezform eines Phasenkraftflusses durch die einfachere Sinusform ersetzt. Erreicht der Phasenkraftfluß die höchste Liniendichte \mathfrak{B}_0 , so wird im zweipoligen Modell die räumliche Verteilung der Liniendichte durch die Gleichung

$$\mathfrak{B}_\alpha = \mathfrak{B}_0 \sin \alpha$$

für den Augenblick der größten Stromstärke in der Phasenwicklung wiedergegeben werden können (Abb. 161). Den Winkel α muß man von jenem Punkt des Umfanges aus zählen, in dem die Phasenwicklung keine Kraftlinien hervorbringen kann. Dieser Punkt liegt natürlich in der Ebene, die zur Phasenwicklungsachse senkrecht steht (Abb. 162).

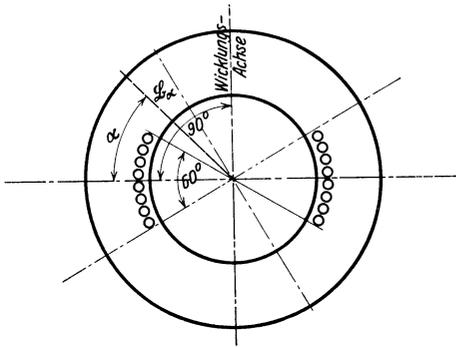


Abb. 162.

In einem gegebenen Punkt des Ankerumfanges ändert sich nun die Liniendichte des Phasenkraftflusses zeitlich. Wir können vorteilhaft die Zeit vom Augenblick an zählen, wenn die Phasenwicklung ganz stromlos ist. Der Periodenzahl f des Phasenstroms entspricht in bekannter Weise die elektrische Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = 2 \pi f$$

und damit die zeitlichen Änderungen der Höchstliniendichte des Phasenkraftflusses nach dem Ansatz

$$\mathfrak{B}_t = \mathfrak{B}_0 \sin \omega t.$$

So ergibt sich schließlich für einen beliebigen Punkt des Ankerumfanges unter dem Raumwinkel α und für einen beliebigen Augenblick t die Liniendichte der Phasenwicklung

$$\mathfrak{B}_1 = \mathfrak{B}_0 \sin \alpha \sin \omega t.$$

Die zweite Phase hat natürlich die gleichen räumlichen und zeitlichen Kraftflußbilder. Aber sie ist räumlich um 120 elektrische Grade verschoben, zeitlich außerdem ebenfalls, denn ihr Phasenstrom ist als zweiter Wechselstrom des Dreiphasensystems, immer gegen die beiden anderen um 120° Phasen verschoben.

Wir denken schon jetzt an den Gesamtkraftfluß der drei Phasen, müssen uns deshalb die Möglichkeit sichern, daß wir für irgendeinen Umfangspunkt des Ankers zu irgendeinem Zeitpunkt die drei Phasenliniendichten einfach addieren. Deshalb müssen wir die Lagenwinkel aller drei Phasen vom gleichen Umfangspunkt aus zählen und ebenso die Zeitrechnung einheitlich einrichten. Kurz, die zweite Phasenwicklung wird räumlich und zeitlich ihre Liniendichten dem Ansatz

$$\mathfrak{B}_2 = \mathfrak{B}_0 \sin (\alpha - 120) \sin (\omega t - 120)$$

folgen lassen.

Die Voraussetzung, daß jede Phasenwicklung die gleiche Höchstliniendichte \mathfrak{B}_0 erreicht, ist berechtigt. Im symmetrischen Dreiphasensystem sind die drei Wechselströme gleich stark. Der vollkommen ebenmäßige Aufbau der Maschine mit der zylindrischen Magnetradtrommel gibt in allen radialen Richtungen gleiche magnetische Verhältnisse.

Für die dritte Phasenwicklung ist es nun ganz leicht, die Liniendichte räumlich und zeitlich zu bestimmen. Der räumliche und der zeitliche Phasenwinkel müssen wieder zum Ausdruck gelangen. Es ist

$$\mathfrak{B}_3 = \mathfrak{B}_0 \sin(\alpha - 240) \cdot \sin(\omega t - 120).$$

Der Gesamtkraftfluß hat in jedem Punkt des Ankerumfangs zu jedem Zeitpunkt die Summe der drei Phasenliniendichten als Liniendichte. Es ist somit

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_0 \sin \alpha \cdot \sin \omega t + \mathfrak{B}_0 \sin(\alpha - 120) \sin(\omega t - 120) + \mathfrak{B}_0 \sin(\alpha - 240) \sin(\omega t - 240).$$

Der Ausdruck läßt noch keinen Überblick zu. Er läßt sich aber leicht erheblich vereinfachen, nämlich zu:

$$\mathfrak{B} = \frac{3}{2} \mathfrak{B}_0 \cos(\alpha - \omega t) \quad (81)$$

und nun ist sowohl die zeitliche als auch die räumliche Form des Gesamtkraftflusses deutlich sichtbar.

In irgendeinem Umfangspunkt, der durch den Winkel α bestimmt wird, schwankt die Liniendichte des Gesamtkraftflusses nach dem Sinuszeitgesetz mit der Periodenzahl des Dreiphasensystems f . Zu irgendeinem Zeitpunkt t ist andererseits die Liniendichte über den Ankerumfang ebenfalls nach einem Sinusgesetz verteilt.

Es ist aber nicht einfach so, daß der Gesamtkraftfluß zeitlich und räumlich nur ein Kraftfluß wäre, der um 50% stärker ist als ein Phasenkraftfluß, sonst aber mit ihm wesensgleich.

Den Unterschied schälen wir heraus, wenn wir die Liniendichte in irgendeinem Umfangspunkt beobachten, den wir mit der Winkelgeschwindigkeit ω umlaufen lassen. So ein Punkt hätte eine Anfangslage α_0 , im Augenblick t hätte er die Lage

$$\alpha = \alpha_0 + \omega t.$$

Die Liniendichte des Gesamtkraftflusses in diesem beweglichen Punkt wäre nach Gleichung (81)

$$\mathfrak{B} = \frac{3}{2} \mathfrak{B}_0 \cos \alpha_0 = \text{konst.}$$

Die überraschende Feststellung führt uns sofort zum folgenden Bild des Gesamtkraftflusses. Er ändert sich zeitlich überhaupt nicht, er dreht sich nur mit der Winkelgeschwindigkeit ω , genau so wie sich der Gleichfluß des Magnetrades dreht, wenn das Magnetrad umläuft. Dabei ist der Gesamtkraftfluß der Dreiphasenwicklung über den Ankerumfang nach dem Sinusgesetz verteilt.

Die ruhende Dreiphasenwicklung erzeugt einen sich drehenden Gleichfluß. Die ruhende Dreiphasenwicklung ersetzt eine sich drehende Gleichstromerregewicklung. Das ist das ungemein interessante Ergebnis. Wir sind bei der Erscheinung des Drehfeldes angelangt.

Das Drehfeld ist ein sich am Ankerumfang drehendes Gleichfeld. Es kann mechanisch oder elektrisch erzeugt werden. Mechanisch verlangt es ein sich drehendes Magnetrad, das vom Gleichstrom erregt wird, elektrisch eine Drehstromwicklung, die aus räumlich um je 120 elektrische Grade gegeneinander verschobenen Wicklungen besteht und von drei um je 120°

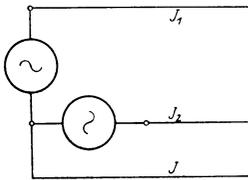


Abb. 163.

phasenverschobenen Wechselströmen durchflossen wird. Die Winkelgeschwindigkeit des Drehfeldes ist der elektrischen Winkelgeschwindigkeit der erregenden Wechselströme gleich.

Mit der Einführung und Erklärung des Drehflusses ist ein Höhepunkt der wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik erreicht. Die Erscheinung des Drehfeldes ist für den Elektromaschinenbau so wichtig, daß es empfehlenswert

erscheint, sie ganz genau noch einmal durchzusehen. Die folgende Vorlesung soll diese Aufgabe erledigen.

Das Drehfeld hat übrigens eine interessante Geschichte. Es ist in einer ungeschickten Form in der Elektrotechnik aufgetaucht und diese ursprüngliche Form hat ihre Spuren hinterlassen. Noch heute finden wir Zweiphasensysteme im Betrieb, Überbleibsel einer lange vergangenen Zeit.

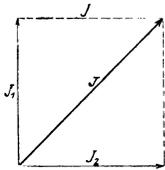


Abb. 164.

Das Zweiphasensystem vereinigt zwei Wechselströme, die gleich stark, aber gegeneinander um eine Viertelperiode phasenverschoben sind. Der gemeinsame Leiter des Systems (Abb. 163) zeigt schon sofort die Unbeholfenheit der Anordnung. Er führt, wie in allen zusammengesetzten Systemen, die Summe der einzelnen Phasenströme. Nur ist diese

Summe diesmal nicht null, im Gegenteil, der gemeinsame Leiter führt einen Strom, der $\sqrt{2}$ -mal größer ist als ein Phasenstrom. Dies geht aus dem Vektorschaubild der Abb. 164 sofort hervor.

Die verkettete Spannung des Zweiphasensystems ist, wie immer, gleich der Differenz der Phasenspannungen. Sie ist,

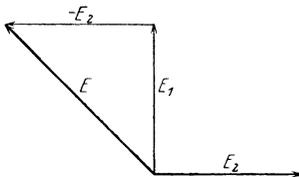


Abb. 165.

wie Abb. 165 zeigt, auch $\sqrt{2}$ -mal größer als die Phasenspannung. Daß das System für die Energieverteilung sehr wenig leistet, zeigt ein Vergleich mit dem Dreiphasensystem sofort.

Es gibt aber ein Drehfeld. Zwei Phasenwicklungen, auf dem Ankerumfang einer elektrischen Maschine um 90 elektrische Grade gegeneinander räumlich verschoben und von zwei gleichstarken um eine Viertelperiode gegeneinander phasenverschobenen Wechselströmen durchflossen, geben zwei Phasenkraftflüsse, die sich zu einem Gesamtkraftfluß zusammensetzen.

Mit den Bezeichnungen, die wir oben angewendet haben, ist die Liniendichte des einen Phasenkraftflusses am Lagenwinkel α und zur Zeit t wieder durch den Ansatz

$$\mathfrak{B}_1 = \mathfrak{B}_0 \sin \alpha \sin \omega t$$

gegeben, die Liniendichte des zweiten Phasenkraftflusses folgt dann dem Ansatz

$$\mathfrak{B}_2 = \mathfrak{B}_0 \sin(\alpha - 90) \sin(\omega t - 90).$$

Die Gesamtdichte ergibt sich so zu

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_1 + \mathfrak{B}_2 = \mathfrak{B}_0 (\sin \alpha \sin \omega t + \sin[\alpha - 90] \sin[\omega t - 90]) = \\ = \mathfrak{B}_0 \cos(\alpha - \omega t),$$

sie gehört einem Drehfeld an, wie das Ergebnis zeigt. Die Höchstliniendichte ist diesmal gleich der größten Dichte eines Phasenkraftflusses.

Man kann, wie sich leicht nachweisen läßt, ein Drehfeld aus m räumlich und zeitlich um $\frac{360}{m}$ elektrische Grade gegeneinander verschobenen Phasenkraftflüssen, die räumlich und zeitlich dem Sinusgesetz folgen, aufbauen. Die Höchstliniendichte des Drehfeldes ist dann $\frac{m}{2}$ -mal größer als die Höchst-dichte eines Phasenkraftflusses.

Der alte Zweiphasenstrom fügt sich schwerfällig in das allgemeine Bild. Aber er gibt mit den einfachsten konstruktiven Mitteln das Drehfeld, er mußte dem Drehstrom den Weg öffnen. Wie jeder erste Versuch ist er ungeschickt.

Die große Bedeutung des Mehrphasenstromes ist erst dann in vollem Umfang übersehbar, wenn neben die Vorteile, die er der Energieverteilung bringt, auch noch das Drehfeld, das er dem Elektromaschinenbau zur Verfügung stellt, tritt. Das Drehfeld allein hat schon genügt, um dem Zweiphasenstrom, der für die Energieverteilung so gut wie nichts leistet, den Weg in die Praxis zu öffnen. Diese Tatsache allein rückt schon die praktische Bedeutung des Drehfeldes ins rechte Licht. Dieser Bedeutung entsprechend müssen die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik der Erscheinung des Drehfeldes ein eingehendes Studium widmen.

Siebzehnte Vorlesung.

Drehflußaugenblicksbilder. Synchronmaschinen. Synchronisieren. Phasenkompensierung. Synchronmotor als Phasenschieber. Asynchronmaschinen. Ständer und Läufer. Drehtransformator. Potentialregler.

Es ist ungemein interessant, die Erscheinung des Drehfeldes durch einige Augenblicksbilder zu beleuchten. So einfach der Aufbau des Drehfeldes auch ist, bietet es als ein überraschendes Ergebnis mehrerer Einzelercheinungen dem Verständnis gewisse Schwierigkeiten, die die mathematische Durchdringung allein nicht beseitigen kann.

Wir wollen die Bewegung des Drehfeldes den Umfang des ruhenden Ankers entlang verfolgen, rollen aber diesen Umfang auf, so daß die drehende Bewegung in fortschreitende Bewegung übergeht. Wir wollen auch zunächst Idealbilder wiedergeben, damit die Ableitung einfacher wird und Verwicklungen erst nach und nach einführen.

Am abgewickelten Ankerumfang der Abb. 166 sehen wir die räumlich symmetrisch verteilten Stäbe der drei Phasenwicklungen. Die drei Wicklungsachsen und damit die Achsen der drei Phasenkraftflüsse ergeben sich

von selbst. Sie sind um je ein Drittel des Ankerumfangs voneinander entfernt, wenn die Wicklung, was wir zunächst voraussetzen wollen, zweipolig ist.

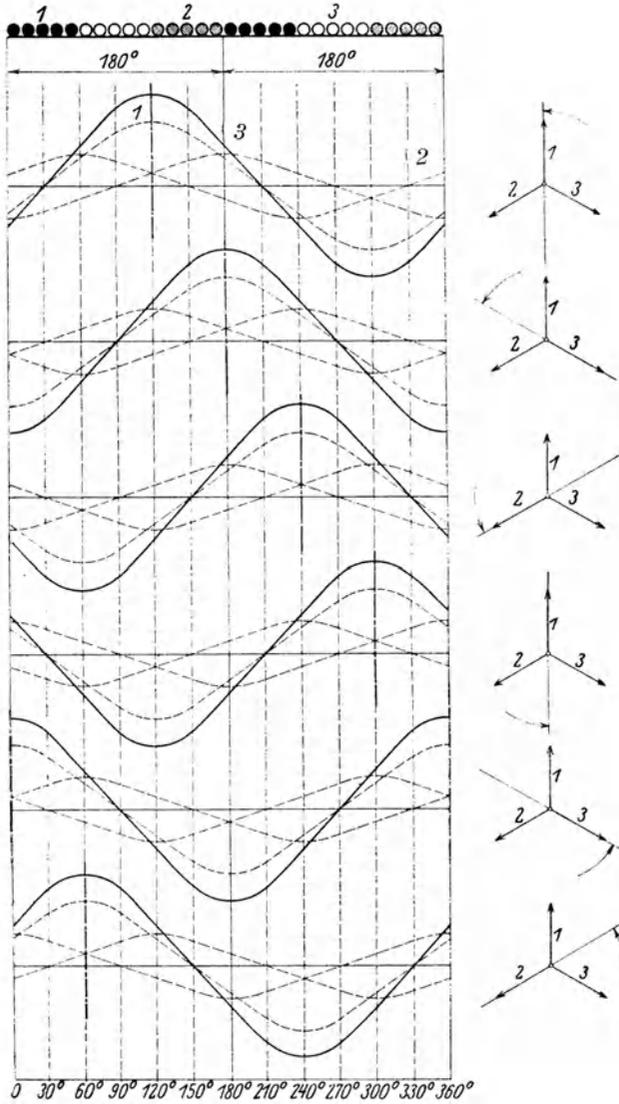


Abb. 166.

Wir vernachlässigen die Unvollkommenheiten der Dichtenverteilung am Ankerumfang und setzen die ideale Form voraus, so daß sich eine Sinuskurve ergibt, wenn an irgendeiner Stelle des Ankerumfangs die Liniendichte des Phasenkraftflusses aufgetragen wird. Wir setzen natürlich außerdem

voraus, daß die drei Phasenkraftflüsse zeitlich dem Sinusgesetz folgen und um je 120° gegeneinander phasenverschoben sind.

Das erste Bild soll nun für den Augenblick gezeichnet werden, in dem der erregende Strom der Phase 1 durch seinen Höchstwert geht. Die Zeitlinie hat demnach in diesem Augenblick die Richtung des Phasenkraftflußvektors Φ_1 (Abb. 166). Die Projektionen der beiden anderen Kraftflußvektoren Φ_2 und Φ_3 auf die Zeitlinie geben die Augenblicksstärken dieser Kraftflüsse wieder. Sie sind beide gleich groß, beide negativ, beide halb so groß wie im Höchstwert.

So entstehen die drei Sinuslinien, die die räumliche Verteilung der drei Phasenflüsse über den Ankerumfang angeben. Der Gesamtfluß, den die drei Phasenflüsse zusammensetzen, ist einfach die Summe der drei Einzelflüsse. Es ergibt sich die Sinuslinie des Drehfeldes, mit dem anderthalben Höchstwert des Phasenkraftflusses und mit der Achse des in höchster Stärke stehenden Phasenflusses 1.

Nun lassen wir ein Sechstel der Periode vorübergehen und halten wieder das sich ergebende Augenblicksbild fest. Die Zeitlinie hat sich um 60° gedreht. Der Phasenkraftfluß 3 steht im negativen Höchstwert, die beiden anderen Phasenkraftflüsse sind positiv und beide auf halber Höhe (Abb. 166). Wieder hat die Sinuslinie des Drehfeldes dieselbe Gestalt, die räumliche Verteilung des Drehfeldes hat sich nicht geändert, seine Gesamtlinienzahl ist dieselbe wie vorher, seine Achse fällt mit der Achse des im Höchstwert stehenden Phasenflusses 3 zusammen. Aber das ganze Drehfeld hat sich am Ankerumfang um ein Sechstel des ganzen Umfanges verschoben (Abb. 166).

Noch ein Sechstel der Periode später steht der Phasenkraftfluß 2 im Höchstwert. Die Einzelheiten wiederholen sich. Das Drehfeld ändert sich nicht, es ist nur wieder um ein weiteres Sechstel des Ankerumfanges weiter gewandert. Die Drehfeldachse folgt getreulich der Achse jenes Phasenflusses, der gerade die Höchststärke erreicht. Ist der Phasenkraftfluß im positiven Höchstwert, so steht das Drehfeld über ihm ebenfalls im positiven Höchstwert. Beide werden gleichzeitig negativ. Die noch übrigbleibenden Augenblicksbilder der betrachteten Periode sind leicht verständlich.

Wenn wir uns nun von der Zweizahl der Pole freimachen, stoßen wir kaum auf etwas neues. Abb. 167 gibt für ein vierpoliges Modell drei Augenblicksbilder einer Periode wieder, die im Abstand je eines Drittels der Periode aufeinander folgen. Phasenflüsse und Drehfluß sind vierpolig geworden, die Geschwindigkeit, mit der sich das Drehfeld bewegt, ist um die Hälfte kleiner. In jeder Periode rückt das Drehfeld um die doppelte Polteilung vor, es braucht bei p-Polen die Zeit von $\frac{p}{2}$ -Perioden, um einmal am Ankerumfang herumzukommen.

Noch wäre eine nicht unwichtige Frage aufzuklären. Dem Drehfeld stehen zwei Bewegungsrichtungen zur Verfügung. Was bestimmt schließlich den Drehsinn? Ist er immer fest gegeben oder können wir ihn beeinflussen?

Die Antwort haben wir im Laufe der Untersuchung bereits gesichert. Wir haben festgestellt, daß die Drehfeldachse immer mit der Achse jener

Phase zusammenfällt, deren Kraftfluß im Höchstwert steht. Am Ankerumfang liegen neben den Stäben der einen Phase immer rechts und links

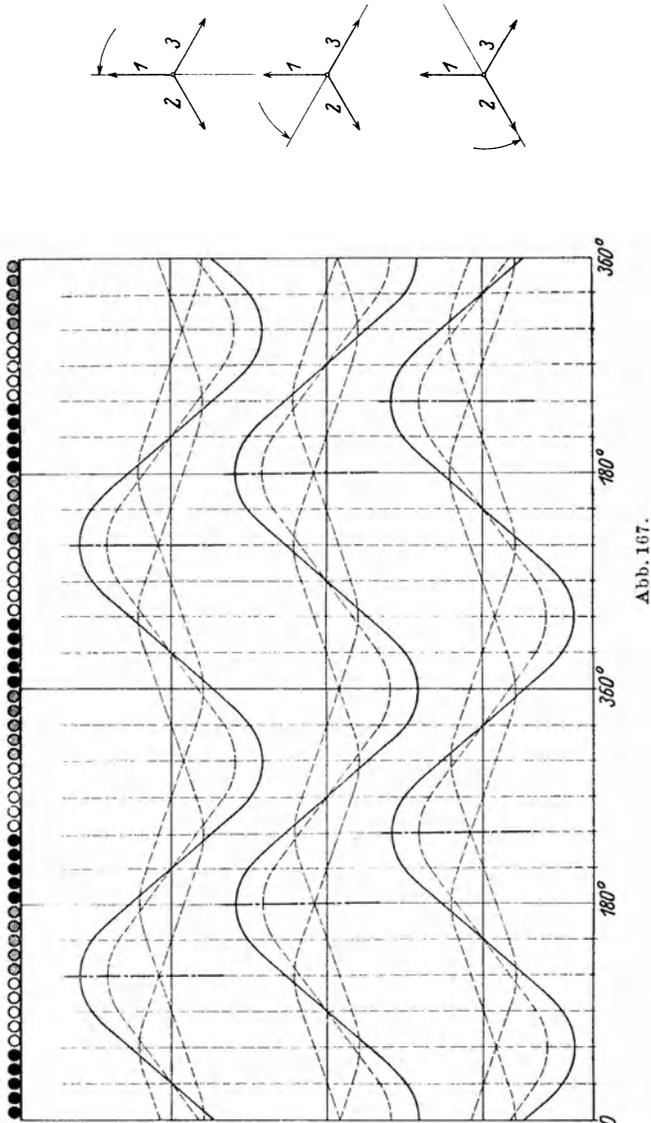


Abb. 167.

die Stäbe der beiden anderen Phasen. Wenn die Achse des Drehfeldes mit der Achse der ersten Phase zusammenfällt, bewegt sie sich in der Folge immer gegen die Achse jener Phase, in der zuerst der Höchstwert gleichen Vorzeichens erreicht wird.

Wird die Dreiphasenwicklung, von der das Drehfeld erregt wird, von einem Dreiphasensystem gespeist, was oft der Fall ist, dann genügt es, die Anschlußklemmen zweier Phasenwicklungen zu vertauschen, um den Drehsinn des Drehfeldes umzukehren. Wird die erregende Dreiphasenwicklung von einem sich drehenden Magnetrad mit induzierten Spannungen versorgt, die die Erregerphasenströme hervorbringen, zieht eine Umkehrung der Drehrichtung des Magnetrades auch die Änderung der Drehrichtung des Drehfeldes nach sich.

Damit aber sind wir zu einer wichtigen Eigenschaft der elektrischen Maschine gekommen. Das Magnetrad erzeugt im Maschinenanker Spannungen. Die Spannungen treiben Ströme. Die Winkelgeschwindigkeit des Magnetrades bestimmt die Periodenzahl der induzierten Spannungen. Die Periodenzahl der Ankerspannungen und Ankerströme legt wieder die Winkelgeschwindigkeit des Ankerdrehfeldes fest. Der Magnetradkraftfluß und der Ankerdrehfluß sind beide Gleichflüsse, sie bewegen sich beide mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit, sie bewegen sich deshalb gegeneinander überhaupt nicht.

Magnetradfluß und Ankerdrehfluß geben zusammen den Gesamtdrehfluß der Maschine. Der Gesamtdrehfluß erst ist in Wirklichkeit maßgebend für die in der Ankerwicklung entstehenden Spannungen. Seine Kraftlinien sind es, die die Ankerstäbe schneiden. Relativ zum Magnetrad steht der Gesamtdrehfluß der Maschine still, er kann in den Magnetradstäben, die, wie wir wissen, vom erregenden Gleichstrom durchflossen werden, keine Spannungen induzieren.

Der Drehstromgenerator ist ein offenkundiger Stromtransformator. Der Gleichstrom auf dem sich drehenden Magnetrad wirkt magnetisch wie eine ruhende Dreiphasenwicklung mit aufgezwungenem Dreiphasenstrom. Man kann dabei die Gleichstromstärke willkürlich einstellen, die Stärke des auf mechanische Weise erzeugten Magnetradrehflusses nach Belieben regeln.

Dieser Magnetradrehfluß ist das Gegebene und mit ihm die fiktive Durchflutung der möglichen ruhenden Ersatzdreiphasenwicklung. Sie kann sich magnetisch nicht durchsetzen, ebensowenig wie die gegebene Durchflutung der Primärwicklung eines Stromtransformators. Im Verein mit der Durchflutung der Ankerwicklung bestimmt sie den Gesamtkraftfluß der Maschine, genau so wie die Primärwicklung eines Stromtransformators erst im Verein mit der Sekundärwicklung den endgültigen Transformator-kraftfluß festlegt.

Wir können die oben festgestellten Einzelheiten des Drehflusses benützen, um einen interessanten Einblick in die Wirkungsweise des Dreiphasengenerators zu gewinnen und seine Wesensgemeinschaft mit dem Stromtransformator vollständig herauszuarbeiten. Der Fall zeigt in klarer Weise, daß es möglich ist, sozusagen in die Maschine hineinzusehen und ohne Rechnung ihre wichtigsten Eigenschaften festzustellen.

Der Generator versorge ein symmetrisches Dreiphasenlichtnetz. In seinen drei Wicklungsphasen werden die Ströme demnach in Phase mit den induzierten Phasenspannungen sein. Diese Phasenspannungen werden vom Gesamtkraftfluß des Generators erzeugt.

Wir greifen irgendeine Wicklungsphase heraus. Sie erreicht den Spannungshöchstwert, wenn ihre Stäbe vom dichtesten Teil des Gesamtkraftflusses geschnitten werden. Das geschieht, wenn die Achse des Gesamtdrehflusses mit der Phasenwicklungsachse den elektrischen Winkel von 90° einschließt (Abb. 168).

Genau so könnte man behaupten, daß die induzierte Phasenspannung dann durch null geht, wenn die Achse der Wicklung mit der Achse des Gesamtdrehflusses zusammenfällt. Die Wicklungsseiten liegen dann eben im schwächsten Feldteil und dazu noch verschiedenen Vorzeichens.

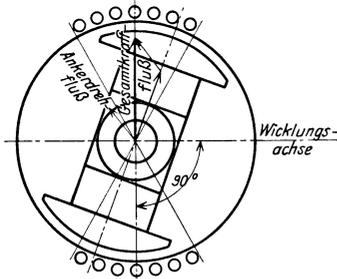


Abb. 168.

auch gleichzeitig die Durchflutungen, von denen wir uns die Drehflüsse erzeugt denken.

Der primäre Drehfluß setzt sich mit dem sekundären Drehfluß zum Gesamtdrehfluß der Maschine zusammen. So entsteht das Vektorenbild der Durchflutungen, von denen nur die sekundäre eine wirkliche Wechselstromdurchflutung ist, während die primäre durch eine sich drehende Gleichstromdurchflutung ersetzt wird, wie es Abb. 169 zeigt.

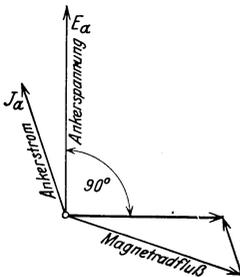


Abb. 169.

immerhin schwächen. Bei Leerlauf muß der Generator eine höhere Spannung geben als bei Belastung. Die Schwächung darf bei Vollast nicht zu groß sein. Deshalb muß die Magnetrad durchflutung im Vergleich zur Vollast durchflutung der Ankerwicklung genügend stark sein.

Ein anderes Bild. Der Generator werde rein induktiv belastet, der Ankerstrom eile demnach der Ankerspannung um 90° nach. Wenn jetzt die Achse des Gesamtdrehflusses der Maschine mit der Achse der Phasenwicklung zusammenfällt, geht die induzierte Spannung durch null. Der Phasenstrom hat gleichzeitig seinen Höchstwert erreicht. Die Achse des Ankerdrehflusses fällt somit mit der Achse des Gesamtdrehflusses

zusammen. Die Durchflutung der Ankerwicklung wirkt magnetisch der erregenden Durchflutung des Magnetrades genau entgegen. Das Vektorenbild der Abb. 170 entsteht.

Gerade das Gegenteil würde sich bei rein kapazitiver Belastung des Generators ergeben. Abb. 171 entspricht diesem zweiten Fall. Unschwer erkennt man auch in diesen beiden Sonderfällen die volle Wesensgemeinschaft des Drehstromgenerators mit dem Stromtransformator.

Der induktiv belastete Generator fällt in der Spannung am stärksten ab, der kapazitiv belastete Generator zeigt sogar eine Spannungserhöhung. Mit Rücksicht auf induktive Belastungen muß man die erregende Durchflutung des Magnetrades im Vergleich zur Durchflutung des Ankers stark halten. Es hat deshalb keinen Sinn, den Luftspalt zwischen Anker und Magnetrad klein zu machen, um im Leerlauf mit geringer Magnetrad durchflutung auskommen zu können. Im Gegenteil. Wir müssen den Luftspalt derart stark bemessen, daß das Magnetrad magnetisch stark wird, daß es nicht vom Anker jederzeit umgeworfen werden kann.

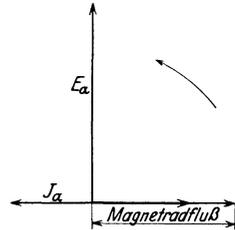


Abb. 170.

Die einfache Theorie des Drehstromgenerators, die wir entwickelt haben und die mit der Theorie des Stromtransformators zusammenfiel, ruht auf zwei Voraussetzungen. Sie rechnet einmal mit einem fest gegebenen magnetischen Widerstand des Gesamtdrehflusses bei gegebener Lage der Drehflußachse, sie vernachlässigt demnach den Einfluß der veränderlichen magnetischen Durchlässigkeit des Eisens. Sie nimmt ferner an, daß der Drehfluß in jeder Lage den gleichen magnetischen Widerstand zu überwinden hat.

Die erste Voraussetzung ist wohl zulässig, weil der Hauptteil des magnetischen Widerstandes in dem Luftspalt liegt und der Luftspalt mit Rücksicht auf die Beständigkeit der Spannung kräftig bemessen werden muß. Die zweite Voraussetzung stimmt befriedigend nur bei Maschinen mit nicht ausgeprägten Polen.

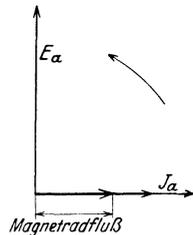


Abb. 171.

Maschinen mit ausgeprägten Polen haben zwischen den Polen weit größere Luftstrecken als unter den Polen selbst. Die einfache Theorie, die oben entwickelt wurde, wird ungenau. Aber sie wird nicht derart ungenau, daß sie jeden praktischen Wert verlieren würde. Schließlich treffen die magnetischen Ungleichmäßigkeiten doch nur eine Komponente des Ankerdrehflusses, der in seiner Gänze immer nur eine untergeordnete Rolle spielen darf, nämlich den sogenannten Querfluß.

Die Wirkungsweise der Maschine als Motor unterscheidet sich in keiner Weise von der Wirkungsweise des Generators. Der Ankerwicklung muß ein äußeres Spannungsdreieck aufgedrückt werden, stark genug, daß es den induzierten Spannungen der Ankerwicklung das Gleichgewicht hält und gegen sie Ströme in die Maschine treibt.

Beachtenswert ist immerhin folgendes Betriebsbild des Motors. Der aufgedrückten äußeren Spannung muß jederzeit die induzierte Spannung der Wicklung das Gleichgewicht halten. Auch im Leerlauf natürlich. Vor dem Anschalten des Motors an das Dreiphasennetz muß deshalb die Magnetraderrregung genau eingestellt werden, sie allein bestimmt ja bei stromloser Ankerwicklung, das ist eben im Leerlauf, die induzierte Spannung.

Es ist nicht das Übereinstimmen der Spannungshöhen draußen und innen allein, das in Frage kommt. Auch die Periodenzahlen der Netzspannung und der Ankerwicklungsspannung müssen genau stimmen. Dem Anschalten der Maschine an das Netz muß demnach das sog. Synchronisieren vorausgehen.

Kennzeichnend für unser Maschinenmodell ist die Gleichzeitigkeit des Ablaufes einer Umdrehung und einer oder mehrerer Perioden. Deshalb bringt es uns die sog. synchronen Generatoren und Motoren für Wechselstrom und Drehstrom.

Der Synchronmotor verlangt demnach im Leerlauf eine genau bemessene Erregung im Magnetrad und eine genau bestimmte Umdrehungszahl. Was geschieht aber, wenn man ihn mechanisch unbelastet läßt, mechanisch also leerlaufen läßt, dagegen sein Magnetrad unzulässig stark erregt?

Das Spannungsgleichgewicht in der Ankerwicklung darf nicht verloren gehen. Die Ankerwicklung entnimmt deshalb dem Netz Ströme, die den Magnetradrehfluß auf das zulässige Maß herunterdrücken. Wir haben oben festgestellt, daß der Ankerdrehfluß dann den Magnetradrehfluß unmittelbar schwächt, wenn die Maschine induktive Ströme abgibt. Das ist aber gleichbedeutend mit der Abgabe kapazitiver Ströme aus dem Netz. Der übererregte Synchronmotor belastet das Netz kapazitiv.

Die Tatsache ist von großer praktischer Bedeutung. Wir wissen, daß Wechselstromnetze von induktiven Strömen unnötigerweise belastet werden. Die Schattenseite des Wechselstromes ist und bleibt der induktive Blindstrom, der nicht arbeitet, der nur überflüssigerweise Joulesche Wärme verbraucht, der den Leistungsfaktor verdirbt. Immer ist es der Wunsch des Elektroingenieurs, die induktiven Ströme zu beschränken, den Leistungsfaktor zu verbessern und auf diese Weise die elektrische Anlage zu entlasten. Nur ein kapazitiver Strom kann den unvermeidlichen induktiven Strom zum Verschwinden bringen. Der kapazitive Strom eilt der treibenden Spannung um 90° vor, der induktive bleibt hinter ihr um 90° zurück. Fließen sie gleichzeitig und sind sie gleich stark, heben sie sich vollkommen auf.

Der übererregte Synchronmotor ist imstande, den Leistungsfaktor zu verbessern. Er arbeitet demnach, wenn man will, als Phasenschieber. Er kann aber gleichzeitig auch mechanisch belastet werden. Ein Rechnungsbeispiel klärt die Verhältnisse am besten.

Beispiel. Eine elektrische Anlage sei mit 3500 kW belastet, bei einem Leistungsfaktor 0,8. Mit Hilfe eines übererregten Synchronmotors soll nun dieser Leistungsfaktor auf 1,0 verbessert werden. Wie groß muß der Synchronmotor sein?

Der Leistung 3500 kW entspricht beim Leistungsfaktor 0,8 eine scheinbare Leistung

$$\frac{3500}{0,8} = 4375 \text{ kVA}$$

und damit eine Blindaufnahme von

$$4375 \cdot \sqrt{1 - 0,8^2} = 2625,0 \text{ kVA.}$$

Der Synchronmotor als Phasenschieber müßte demnach für 2625 kVA gebaut sein.

Das Beispiel zeigt klar, daß die Verbesserung des Leistungsfaktors eine teure Sache ist. Deshalb wird sie auch verhältnismäßig selten angewendet. Sie wird allerdings erheblich billiger, wenn der Phasenschieber gleichzeitig als Motor arbeitet. Wenn z. B. der oben berechnete Fall die Möglichkeit bietet, den Synchronmotor mit 1500 Pferdekraften zu belasten, so wird er neben der Blindaufnahme von 2625 kVA auch noch eine Wirkaufnahme von etwa 1250 kW brauchen. Es ist nämlich

$$1500 \text{ PS} = 1500 \cdot 0,736 = 1050 \text{ kW}$$

und etwas braucht der Motor auch für sich.

Die Gesamtaufnahme des Motors wäre nun

$$\sqrt{2625^2 + 1350^2} = 2910 \text{ kVA,}$$

die Maschine muß nur wenig größer genommen werden, leistet aber 1500 PS und beseitigt die ganze Phasenverschiebung der Anlage.

Verständlich ist nach all dem die Gepflogenheit der Praxis, große Motoren als Synchronmotoren auszubilden und ihnen dann gleichzeitig die Verbesserung des Leistungsfaktors anzuvertrauen. Es muß sich dabei nicht gleich um die vollständige Beseitigung der Phasenverschiebung handeln. Es ist schon viel erreicht, wenn z. B. der Leistungsfaktor von 0,7 auf 0,8 geschoben wird. Die Kostenfrage ist, wie immer bei großen technischen Problemen, entscheidend.

Aus all dem geht unzweifelhaft hervor, daß der Synchronmotor für sich allein den Leistungsfaktor 1,0 festhält, daß er somit das Netz induktiv gar nicht belastet. Man hat es doch in der Hand, die Erregung so einzustellen, daß die Phasenverschiebung der Motorlast verschwindet. Übernimmt der Motor außerdem eine Verbesserung des Leistungsfaktors der Anlage, dann wird der Motor zu einem Verbraucher, der einen voreilenden Strom aus dem Netze zieht.

Die Synchronmaschine als Generator arbeitet jedesmal mit einem Leistungsfaktor, wie ihn die Verbraucher der Anlage bestimmen. Das ist selbstverständlich, aber doch erwähnenswert. Der Generator kann voreilende Ströme nicht aufnehmen, weil keine Quelle besteht, aus der sie geschöpft werden könnten. Er allein ist doch die Stromquelle der Anlage.

Für die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik ist ein ausreichender Überblick über die Arbeitsweise der Synchronmaschine gewonnen. Als Stromtransformator erkannt fügt sie sich vollkommen in den Aufbau der grundlegenden Theorie.

Der Drehfluß kann aber auch noch zu einem anderen Maschinenmodell führen. Es liegt nahe, das mit Gleichstrom erregte Magnetrad durch eine ruhende, von einem Dreiphasenstrom erregte Dreiphasenwicklung zu

ersetzen. Der primäre Drehfluß wird dann nicht mehr mechanisch, sondern elektrisch erzeugt.

Wir verlegen wieder die Primärwicklung in den äußeren, ruhenden Teil der Maschine, in den Ständer (Stator), wie die praktische Bezeichnung heißt, betten sie in Nuten und bilden sie in bekannter Weise so aus, daß sie vom Dreiphasenstrom durchflossen einen Drehfluß bildet.

Natürlich brauchen wir jetzt für die Erregung des primären Drehflusses eine Drehstromquelle, genau so, wie wir für die Erregung des Magnetrades der Synchronmaschine eine Gleichstromquelle zur Verfügung haben mußten. Wir drücken einfach der dreiphasigen Primärwicklung das Spannungsdreieck eines Dreiphasennetzes auf.

Die aufgedrückten Spannungen treiben genau so wie beim Transformator Magnetisierungsströme durch die drei Phasenwicklungen, die den primären Drehfluß entstehen lassen. Die Winkelgeschwindigkeit des Drehflusses hängt in bekannter Weise von der Periodenzahl der aufgedrückten Spannungen ab. Die Stärke des Drehflusses stellt sich, wie beim Transformator die Kraftflußstärke, von selbst so ein, daß in den Phasenwicklungen, deren ruhende Stäbe der sich drehende Kraftfluß schneidet, Spannungen entstehen, die den aufgedrückten Spannungen gerade das Gleichgewicht halten. Ohmsche und induktive Abfallspannungen in der Wicklung vernachlässigen wir dabei.

Die Sekundärwicklung bringen wir auf dem Anker, auf dem inneren, drehbaren Teil, dem sog. Läufer (Rotor) unter. Sie wird genau so ausgebildet wie die Sekundärwicklung der Synchronmaschine, sie hat drei Phasen, dieselbe Polzahl wie das primäre Drehfeld, ist in Nuten untergebracht, kurz, sie bringt gar nichts neues, außer, daß sie statt auf dem Ständer einfach auf dem Läufer liegt.

Solange der Läufer ruht, schneidet der primäre Drehfluß die Stäbe der Läuferwicklung mit derselben Stärke und mit derselben Geschwindigkeit, außerdem in derselben Stablänge, wie die Stäbe der Ständerwicklung. Er induziert in der Läuferwicklung Spannungen, die sich zu den Ständerwicklungsspannungen ins Verhältnis der Stabzahlen stellen.

Das Maschinenmodell ist, wenigstens solange der Läufer ruht, ein echter und rechter Spannungstransformator. Der Läufer ruht, wenn er nicht angetrieben wird und solange er stromlos ist. Eine Maschine muß aber arbeiten. Wir wollen keinen ruhenden Läufer. Wir wollen in der Läuferwicklung Ströme haben, damit Umfangskräfte entstehen. Wir müssen demnach die noch offene Sekundärwicklung schließen, damit die induzierten Spannungen Ströme hervorbringen können, kurz, wir wollen die Sekundärwicklung elektrisch belasten.

Auch beim Spannungstransformator war es so. Auch er mußte sekundär belastet, an einen Verbraucherstromkreis angeschlossen werden. Wie die Verbindung einer sich bewegenden Wicklung mit einem ruhenden Stromkreis hergestellt werden kann, wissen wir. Schleifringe und Schleifringbürsten sind die Brücke vom Maschineninneren zu den äußeren Belastungswiderständen. Die dreiphasige Läuferwicklung braucht offenbar drei Schleifringe, je einen für jede Phase.

Sobald nun Ströme in den Phasenwicklungen des Läufers fließen, entstehen mechanische Kräfte. Es ist wichtig, sich über die Richtung dieser Kräfte Gewißheit zu verschaffen. Das gelingt am einfachsten, wenn wir voraussetzen, daß die Sekundärwicklungen rein induktionsfrei, d. h. mit Ohmschen Widerständen belastet werden. Strom und Spannung wären dann sekundär in Phase.

Aus der Untersuchung des ersten Maschinenmodells der 15. Vorlesung wissen wir, daß Ströme, die mit den induzierten Spannungen in Phase sind, Umfangskräfte mit dem induzierenden Kraftfluß bilden, die die relative Bewegung des Kraftflusses gegenüber den stromdurchflossenen Stäben zu hindern versuchen. Der Läufer bewegt sich wohl vorderhand, wie wir voraussetzten, nicht, aber der primäre Drehfluß kreist. Die Umfangskräfte werden versuchen, die Läuferstäbe relativ zum Drehfluß ruhen zu lassen, der Läufer wird somit dem Drehfluß nachlaufen, er wird dieselbe Winkelgeschwindigkeit anstreben, wie sie der Drehfluß hat.

Zwischendurch entsteht die Frage, wie sich die Läuferströme magnetisch auswirken. Die Sekundärwicklung ist voraussetzungsgemäß genau so aufgebaut wie die Primärwicklung. Die in ihr induzierten Spannungen bilden samt den Belastungsströmen ein Dreiphasensystem. Auch der Läufer entwickelt demnach einen Drehfluß. Die Winkelgeschwindigkeit dieses Drehflusses ist dieselbe wie die des primären Drehflusses solange der Läufer ruht, denn die Periodenzahlen der induzierten Spannungen sind dann primär und sekundär gleich. Die primäre Periodenzahl aber ist aufgezwingen und mit ihr die Winkelgeschwindigkeit des primären Drehflusses.

Es darf aber kein sekundärer Drehfluß entstehen. Unzweifelhaft würde er den primären Drehfluß stören. Der primäre Drehfluß ist in jeder Hinsicht durch das Gleichgewicht der primär aufgedrückten und der induzierten Spannung festgelegt.

Es ist wieder genau das gleiche Bild wie beim Spannungstransformator. Auch dort sahen wir, daß der Sekundärstrom den Kraftfluß, wie ihn die Primärwicklung braucht, nicht stören darf. Der Ausweg muß demnach hier der gleiche sein. Die Primärwicklung zieht einfach aus dem Dreiphasennetz Ströme, die magnetisch den Sekundärströmen jederzeit das Gleichgewicht halten. Die Belastungsströme primär und sekundär stellen sich bei unserem Maschinenmodell ins umgekehrte Verhältnis der bezüglichen Stabzahlen.

Das alles ist ganz einfach eine Wiederholung der Arbeitsweise des Spannungstransformators, zunächst aber allerdings nur solange, als der Läufer ruht. Wir haben oben gesehen, daß er, elektrisch belastet, dem primären Drehfluß nachzulaufen versucht. Wir können ihn allerdings jederzeit festhalten. Das was wir dann vor uns haben, ist wirklich nur ein einfacher Spannungstransformator.

Zuweilen baut man in der Tat Spannungstransformatoren in der etwas merkwürdigen Form einer Maschine mit festgehaltenem Läufer. Im allgemeinen ist zwar die gewöhnliche, in der 10. Vorlesung entwickelte Form in jeder Beziehung besser. Sie vermeidet vor allem den Luftspalt, der hier zwischen Ständer und Läufer unvermeidlich ist und erreicht deshalb einen erheblich kleineren Magnetisierungsstrom.

Aber einen Vorteil hat der Transformator, in der Form der nicht umlaufenden Maschine gebaut. Er läßt Änderungen der Lage der Sekundärwicklung relativ zur Primärwicklung, und zwar einfach durch Drehung des ruhenden Läufers um seine Achse zu. Man erreicht es damit, daß die Wicklungsphasen primär und sekundär nicht gleichzeitig vom Drehfluß geschnitten werden, daß demnach die induzierten Spannungen primär und sekundär nicht mehr in Phase sind. Wir können ganz beliebige Phasenverschiebungen erreichen.

Dieser Umstand läßt sich sehr schön für Spannungsregelungen ausnützen. Die primär aufgedrückte Spannung kann jederzeit durch die sekundär induzierte Spannung vergrößert werden, wenn die Primär- und die Sekundärwicklung in Reihe geschaltet werden, wenn man somit einen Spartransformator aufbaut. Abb. 172 zeigt nun für eine Phasenspannung, wie man durch die Verdrehung des Läufers, aus dem die Zusatzspannung kommt, alle möglichen Spannungserhöhungen hervorzaubern kann.

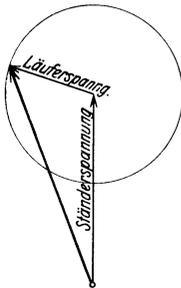


Abb. 172.

Der Drehtransformator oder Potentialregler ist in der entwickelten Form eine außerordentlich nützliche Einrichtung der Drehstromtechnik. Er hat lediglich mit dem Drehmoment zu kämpfen, das jederzeit unschädlich gemacht werden muß. Meist richtet man den Läufer so ein, daß er mit Hilfe eines Schneckengetriebes verdreht werden kann, so daß der Drehmechanismus Selbstsperrung besitzt. Sehr große Drehtransformatoren mit starken Drehmomenten setzt man wohl auch zu zweit auf

eine gemeinsame Welle, jedoch so, daß sich ihre Drehmomente gegenseitig aufheben.

Wir müssen nach dieser Abschweifung zu unserem Maschinenmodell zurückkehren. Der Läufer muß laufen. Er versucht jederzeit die Winkelgeschwindigkeit des Drehflusses zu erreichen. Aber vollständig kann und darf er den Drehfluß doch nicht einholen. Würde er nämlich mit ihm synchron umlaufen, gäbe es keine induzierten Spannungen und damit keine Ströme in der Läuferwicklung mehr, die Läuferstäbe würden eben die Drehflußkraftlinien nicht mehr schneiden.

Der Läufer muß langsamer laufen als der Drehfluß. Er muß mit seinen Stäben Kraftlinien schneiden. Je langsamer er läuft, um so größer ist seine Geschwindigkeit relativ zum Drehfluß, um so größer sind die induzierten Spannungen der Sekundärwicklung, um so stärker ihre Ströme, um so kräftiger das Drehmoment.

Wir bezeichnen die Umfangsgeschwindigkeit des primären Drehflusses mit v_1 , die Umfangsgeschwindigkeit des Läufers mit v_2 (cm/sek). Die Läuferstäbe schneiden dann die Kraftlinien des Drehflusses mit der Geschwindigkeit $v_1 - v_2$.

Die primäre aufgedrückte Periodenzahl f_1 gibt im Verein mit der Polzahl p_1 der Primärwicklung die Umdrehungszahl des Drehflusses n_1 :

$$f_1 = \frac{p_1 n_1}{120}.$$

Die Periodenzahl der Spannungen, die in der Sekundärwicklung induziert werden, richtet sich nach der Umdrehungszahl n_2 des Läufers, sie ist so vielmal kleiner als die Primärperiodenzahl wieviel Mal der Drehfluß langsamer die Läuferstäbe schneidet als die Ständerstäbe. Es ist

$$f_2 = f_1 \frac{n_1 - n_2}{n_1}.$$

Nur wenn der Läufer stillsteht, sind beiderseits die Periodenzahlen gleich, im Synchronismus wird die Sekundärperiodenzahl null.

Es ist nun sehr interessant, daß die Sekundärströme einen Drehfluß zu erzeugen versuchen, der sich relativ zum Läufer mit der Umdrehungszahl

$$n = \frac{120 f_2}{p_2}$$

drehen würde. Relativ zum Ständer würde er somit mit

$$n_2 + n = n_2 + \frac{120 f_2}{p_2} = n_2 + \frac{n_1 - n_2}{n_1} \cdot \frac{120 f_1}{p_2}$$

Umdrehungen kreisen. Nur für

$$p_2 = p_1$$

wird

$$n + n_2 = n_1,$$

nur bei gleichen Polzahlen der Ständer- und der Läuferwicklung läßt sich demnach auch bei beliebiger Umlaufgeschwindigkeit das magnetische Gleichgewicht der Belastungsströme des Ständers und des Läufers erreichen. Nur dann arbeitet die Maschine auch im Lauf noch immer wie ein Spannungstransformator.

Das Drehmoment, mit dem der Drehfluß den Läufer nachschleppt, läßt sich mechanisch verwerten. Der Läufer kann mechanische Arbeit leisten. Je nach dem Belastungsdrehmoment, das an der Läuferwelle wirkt, wird sich die Umfangsgeschwindigkeit des Läufers einstellen. Die mechanische Last ist es also, die den sog. Schlupf des eigentümlichen Motors

$$\sigma = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \cdot 100\%$$

bestimmt.

Das notwendige magnetische Gleichgewicht der Belastungsströme primär und sekundär, das immer den Drehfluß der Maschine nur vom Magnetisierungsstrom abhängig sein läßt, den die Primärwicklung wie beim gewöhnlichen Transformator, bei jeder Belastung unverändert aus dem Netz zieht, stellt die Belastungsströme ins umgekehrte Verhältnis der Stabzahlen.

Die Spannungen primär und sekundär stehen wie beim Transformator im Stabzahlenverhältnis. Sie stehen aber außerdem auch noch im Verhältnis der Periodenzahlen, d. h. im Verhältnis

$$\frac{n_1}{n_1 - n_2}.$$

Daraus folgt sofort, daß die Läuferwicklung nur noch

$$\frac{n_1 - n_2}{n_1} \cdot 100 \text{ Hundertstel}$$

der Leistung, die der Motor aus dem Netz zieht, in elektrischer Form bestehen läßt. Die übrigen

$$\frac{n_2}{n_1} \cdot 100 \text{ Hundertstel}$$

sind offenbar als mechanische Leistung durch die Läuferwelle weitergegeben worden.

Die elektrische Sekundärleistung kann nur als Joulesche Wärme des Läuferstromkreises verbraucht worden sein. Sofort kann daraus zweierlei gefolgert werden. Die Jouleschen Verluste des Läufers sind jederzeit dem Schlupf proportional. Sie sind Betriebsverluste. Sie müssen möglichst klein gehalten werden, damit der Wirkungsgrad des Motors nicht zu schlecht wird. Sie dürfen nur einige wenige Hundertstel der dem Motor zugeführten Leistung erreichen.

Der Läufer eines Motors der beschriebenen Bauart darf demnach nur wenig schlüpfen. Er muß die synchrone Umdrehungszahl fast erreichen. Wir werden ihm bei Vollast einige 3, wenn es sein muß 4% Schlupf gestatten.

Das ist die Wirkungsweise des Asynchronmotors. Eine seiner wichtigsten Eigenschaften ist seine wenig bewegliche Umdrehungszahl. Zweipolig kommt er bei 50 Perioden auf etwa 2900 Umdrehungen, vierpolig auf rund 1450, sechspolig auf ungefähr 970 Umdrehungen. Gewiß ist diese Gebundenheit der Umdrehungszahlen ein Nachteil.

Allerdings läßt sich die Geschwindigkeit des Läufers ändern. Durch Einbau starker Ohmscher Widerstände in den Läuferstromkreis kann sich die Joulesche Verlustwärme des Läufers erhöhen und mit ihr der Schlupf. Aber diese Art der Geschwindigkeitsregelung kommt wohl gar nicht in Frage, weil sie zu kostspielig ist.

Der Asynchronmotor hat dafür sehr große Vorteile aufzuweisen. Er ist sehr einfach, sehr anspruchslos. Er braucht oft überhaupt keine Schleifringe, denn seine Läuferwicklung kann auch einfach kurzgeschlossen werden. Der Kurzschlußanker hat seinen eigenen inneren Widerstand, der das Verhältnis von Strom und Spannung festlegt.

Die Läuferwicklung hat allerdings wie jede andere Wicklung auch einen induktiven Widerstand. Sie liegt im Eisen, kann ihre Streulinien sehr leicht ausbilden und wird deshalb leicht einen im Vergleich zum Ohmschen Widerstand sehr starken induktiven Widerstand aufweisen. Das bringt starke Phasenverschiebungen zwischen Strom und Spannung und damit, wie wir auf S. 193 in der 15. Vorlesung festgestellt haben, große Schwächungen des Drehmoments.

Der Nachteil tritt vorzugsweise beim Anlauf, im Augenblick also, wenn der Läufer noch steht, auf. Die Sekundärperiodenzahl ist damals noch hoch, der induktive Widerstand, der ihr bekanntlich proportional ist, ebenfalls. Der Kurzschlußanker zieht schlecht an.

Deshalb schalten wir beim Anlauf über Schleifringe Ohmsche Widerstände in den Läuferstromkreis ein. Sie verbessern die Phasenverschiebung. Deshalb schalten wir die Anlaufwiderstände wieder kurz, sobald der Läufer angefahren ist, denn bei Vollast ist die Sekundärperiodenzahl nur noch unbedeutend und mit ihr die induktiven Widerstände. Deshalb können wir

den so einfachen Kurzschlußanker nur brauchen, wenn kein hohes Anlaufdrehmoment benötigt wird.

Man kann den Läufer der Asynchronmaschine in der Umlaufsrichtung des Drehfeldes übersynchron mechanisch treiben und ihm auf diese Art Energie zuführen. Die Maschine wirkt dann als Generator, sie gibt primär elektrische Energie ab. Asynchrongeneratoren sind wenig üblich.

Die Asynchronmaschine hat mit dem Spannungstransformator den Nachteil gemein, daß sie jederzeit als Motor wie auch als Generator primär einen Magnetisierungsstrom aufnimmt, der ein Blindstrom ist, der immer den Leistungsfaktor der Anlage verschlechtert. Der Magnetisierungsstrom der Asynchronmaschine ist ein weitaus größeres Übel als der Magnetisierungsstrom des Transformators. Der unvermeidliche Luftspalt zwischen Ständer und Läufer ist die Ursache. Er wird so klein gemacht wie möglich, er erreicht selbst bei großen Maschinen oft kaum einen halben Millimeter. Der Luftspalt der Asynchronmaschine und des gewöhnlichen Transformators ist ein Übel, der Luftspalt der Synchronmaschine ist kein Übel. Jenen verkleinern wir so weit wir können, diesen vergrößern wir so weit, daß das Magnetrad der Synchronmaschine magnetisch die Ankerwicklung beherrscht.

Es ist eben ein gewaltiger Unterschied zwischen Spannungs- und Stromtransformatoren, es sind zwei selbständige Rollen, in denen der Transformator auftritt. Aber Spannungswandler oder Stromwandler, Asynchronmaschine oder Synchronmaschine, Transformatoren sind sie alle. Sie sind nur Spielformen einer einzigen Maschinenidee — des allgemeinen Transformators.

Achtzehnte Vorlesung.

Allgemeiner Transformator. Gleichstrommaschinen. Einpolmaschine. Fließende Wicklungen. Kollektor. Geschlossene Ankerwicklungen. Schleifenwicklung. Wellenwicklung. Spannung der Gleichstrommaschine. Schaltungen der Gleichstrommaschine. Selbsterregung. Nebenschlußmaschine. Reihenschlußmaschine. Anlasser. Nebenschlußregler. Energieverluste der Gleichstrommaschine.

Die allgemeine Übersicht über die in den vorangehenden Vorlesungen beschriebenen Wechselstrommaschinen führte uns zu der untrüglichen Erkenntnis, daß es sich immer wieder um Spielformen eines allgemeinen Transformators handelt. Es ist nützlich, sich ein fest umrissenes Bild dieses allgemeinen Transformators zu verschaffen, damit die gewonnene grundlegende Theorie der elektrischen Maschine ein kräftiges Traggerüst bekommt.

Der allgemeine Transformator ist ein Energiewandler, der sich der Verkettung eines magnetischen Kraftflusses mit zwei elektrischen Stromkreisen bedient, um dem einen elektrische Energie zu entnehmen und sie, teils dem anderen Stromkreis in anderer Form zu übermitteln, teils in mechanische Energie umzuwandeln oder umgekehrt.

Der Kraftfluß ist das Rückgrat des allgemeinen Transformators, seine doppelte Verkettung die Haupteigenschaft, die in allen Spielformen immer wieder zum Vorschein kommt. Der Kraftfluß muß sich unbedingt relativ zu den beiden Wicklungen bewegen.

Der Kraftfluß des allgemeinen Transformators wird immer von den Durchflutungen der beiden Wicklungen gemeinsam erzeugt. Er induziert in beiden Wicklungen Spannungen. Er fügt sich jedesmal den Forderungen des Gleichgewichtes der Spannungen in dem Stromkreis der einen oder der anderen Wicklung.

Diesbezüglich gibt es keinen Unterschied zwischen der Type des Spannungstransformators und der Type des Stromtransformators. Wird nämlich der einen Wicklung eine Spannung aufgedrückt, so muß der Kraftfluß eine gleich große Gegenspannung induzieren. Er stellt sich dementsprechend ein. Die Summe der Belastungsdurchflutungen beider Wicklungen ist damit vorgeschrieben — der Magnetisierungsstrom hängt nur von der aufgedrückten Spannung ab. Wird dagegen der einen Wicklung eine Durchflutung aufgezwungen, so muß sich in der anderen Wicklung die Durchflutung so einstellen, daß der von beiden erregte Kraftfluß in der zweiten Wicklung gerade jene Spannung induziert, die den Strom der Wicklung über die Widerstände des Wicklungsstromkreises zu treiben hat.

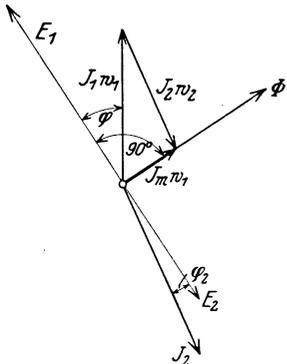


Abb. 173.

Die induzierten Spannungen der beiden Wicklungen sind beide dem gemeinsamen Kraftfluß Φ proportional. Sie sind außerdem je der Periodenzahl f_1 oder f_2 proportional, mit der sich der Kraftfluß relativ zur betreffenden Wicklung ändert. Schließlich sind sie natürlich auch noch den Windungszahlen w_1 und w_2 , oder wenn man will, den Stabzahlen proportional. Mit einer Konstanten k können wir also schreiben:

$$E_1 = k \cdot \Phi \cdot f_1 \cdot w_1$$

$$E_2 = k \cdot \Phi \cdot f_2 \cdot w_2.$$

Die Tatsache, daß der gemeinsame Kraftfluß immer von den Durchflutungen beider Wicklungen $J_1 w_1$ und $J_2 w_2$ erregt wird, führt uns zu einer überraschenden Feststellung betreffend die arbeitenden Durchflutungen der beiden Wicklungen, die sich aus den Gesamtdurchflutungen einfach durch Multiplikation mit dem Leistungsfaktor $\cos \varphi_1$ bzw. $\cos \varphi_2$ der Wicklungsstromkreise ergeben.

Abb. 173 zeigt uns das Vektorenschaubild der Gesamtdurchflutungen und des gemeinsamen Kraftflusses. Der Vektor der induzierten Spannung steht immer senkrecht zum Kraftflußvektor, weil die induzierte Spannung immer dem induzierenden Kraftfluß um 90° nacheilt. Sofort ergibt sich aus dem Vektorenbild, daß

$$J_1 \cdot w_1 \cos \varphi_1 = - J_2 \cdot w_2 \cos \varphi_2$$

sein muß.

Nun ist die elektrische Leistung, die der einen Wicklung zugeführt wird

$$E_1 J_1 \cos \varphi_1.$$

Die zweite Wicklung gibt die elektrische Leistung

$$E_2 J_2 \cos \varphi_2$$

ab, es wird ihr, wenn man sich so ausdrücken will, die Leistung

$$- E_2 J_2 \cos \varphi_2$$

zugeführt. In der Maschine kann Energie weder aufgespeichert noch aus dem Nichts erzeugt werden. Der Rest

$$\begin{aligned} E_1 J_1 \cos \varphi_1 - E_2 J_2 \cos \varphi_2 = \\ = k \Phi f_1 w_1 J_1 \cos \varphi_1 - k \Phi f_2 w_2 J_2 \cos \varphi_2 = E_1 J_1 \cos \varphi_1 \cdot \frac{f_1 - f_2}{f_1} \end{aligned}$$

muß als mechanische Energie zum Vorschein kommen. Der allgemeine Transformator gibt immer

$$100 \cdot \frac{f_2}{f_1} \%$$

der von der Wicklung 1 empfangenen elektrischen Energie wieder ab, die restlichen

$$100 \cdot \frac{f_1 - f_2}{f_1} \%$$

hat er in mechanische Energie umgewandelt.

Die außerordentlich einfache und durchsichtige Theorie des allgemeinen Transformators läßt uns nun die Hauptergebnisse unserer Untersuchungen der verschiedenen Maschinenformen mühelos noch einmal gewinnen. Sie vernachlässigt in der gegebenen einfachsten Form die Widerstände der Wicklung, deshalb kann sich der Einfluß dieser Widerstände in Form von Spannungsabfällen auch in den Ergebnissen nicht zeigen.

Der ruhende Transformator kann in den beiden Wicklungen nicht verschiedene Periodenzahlen haben, weil eben beide ruhen. Es ist

$$f_2 = f_1,$$

die ganze der Primärwicklung zugeführte elektrische Energie muß als elektrische Energie sekundär wieder zum Vorschein kommen.

Die bemerkenswerte Tatsache kann hier gleich verzeichnet werden, daß es nur dann möglich ist, mechanische Energie dem allgemeinen Transformator zu entnehmen oder zuzuführen, wenn die Periodenzahlen primär und sekundär verschieden sind.

Im vereinfachten Vektorenbild des Spannungstransformators (Abb. 173) ist die Primärspannung E_1 vorgeschrieben, weil sie einer gegebenen aufgedrückten Spannung das Gleichgewicht halten muß. Die Magnetisierungsdurchflutung $J_m w_1$ kann sich deshalb auch nicht ändern. Die beiden Wicklungsdurchflutungen $J_1 w_1$ und $J_2 w_2$ können alle möglichen Werte annehmen, je nach der Sekundärbelastung, dabei muß aber das Vektorendreieck $J_1 w_1$, $J_2 w_2$ und $J_m w_1$ geschlossen bleiben. Die Primärwicklung führt mit anderen Worten immer die Magnetisierungsdurchflutung, außerdem aber die Durchflutung $-J_2 w_2$, mit der sie das magnetische Gleichgewicht festhält.

Etwas anders arbeitet der Stromtransformator. In seinem Vektorenbild ist die Primärdurchflutung $J_1 w_1$ aufgezwungen und deshalb vorgeschrieben. Die Magnetisierungsdurchflutung ist diesmal scheinbar nicht wirklich vorhanden, die Sekundärdurchflutung $J_2 w_2$ stellt sich so ein, daß sie gemeinsam mit der Primärdurchflutung den Kraftfluß erzeugt, der jeweils für die Induzierung der notwendigen Sekundärspannung gebraucht wird.

Die Synchronmaschine ist ein anderer Sonderfall des allgemeinen Transformators. Der Kraftfluß läuft mit derselben Winkelgeschwindigkeit um,

Man kann mit allen möglichen Primärdurchflutungen den Betrieb führen. Eine kann nur die empfehlenswerteste sein, vom Standpunkte des Motors aus jene, die dem Sonderfall

entspricht. $\cos \varphi_2 = 1$

Soll der Motor auch noch den Leistungsfaktor des Netzes verbessern, was oft genug vorkommt, dann muß sein Sekundärstrom der Netzspannung voreilen. Der Motor muß, wie wir bereits wissen, übererregt werden.

Die Asynchronmaschine ist ein weiterer Fall des allgemeinen Transformators. Die Periodenzahlen sind primär und sekundär verschieden, sonst aber nicht vorgeschrieben. Der Schlupf

$$\sigma = 100 \frac{f_2}{f_1} \%$$

— man überzeugt sich leicht, daß diese in der vorangehenden Vorlesung eingeführte Größe auch so ausgedrückt werden kann — bestimmt die sekundäre elektrische Leistung, die in Form von Joulescher Wärme abgegeben wird. Der Asynchronmotor deckt die Energieverluste der Sekundärwicklung, den Rest der Leistung, die der Primärwicklung zufließt, kommt an der Läuferwelle als mechanische Leistung zum Vorschein.

Wird die Asynchronmaschine übersynchron angetrieben, muß der Schlupf als negativ betrachtet werden. Die Maschine bekommt

eine mechanische Leistung, die nicht nur die primär abgegebene elektrische Leistung, sondern auch noch die Joulesche Wärme der Sekundärwicklung deckt.

Der allgemeine Transformator läßt uns keinen Weg zur Erzeugung von Gleichspannungen und Gleichströmen offen. Jede Spielform bringt immer wieder nur Wechselspannungen. Die Tatsache, daß Gleichströme auch als Wechselströme mit der Periodenzahl null betrachtet werden können, hilft nichts. Mit dem Verschwinden der Periodenzahl sinken auch die induzierten Spannungen auf null.

Die Synchronmaschine braucht für die Magnetradwicklung einen Gleichstrom, aber sie ist nicht imstande, ihn zu geben. Die Gleichstromdurchflutung der Magnetradwicklung ist eben nicht ein wesentlicher Bestandteil der Synchronmaschine. Sie kann jederzeit durch eine dreiphasige Wechselstromdurchflutung einer ruhenden Dreiphasenwicklung ersetzt werden. Magnetrad und Ständer tauschen keine elektrische Energie aus.

Es muß nach all dem ein ganz neuer Weg gesucht werden, wenn eine Maschine für Gleichstrom aufgebaut werden soll. Eine einfache Idee wäre es, ein Maschinenmodell aufzubauen, das überall am Ankerumfang die gleiche unveränderliche Kraftliniendichte zeigen würde, damit die Ankerstäbe immer ein gleich dichtes und gleich gerichtetes Feld durchlaufen würden.

Die Idee läßt sich sogar verwirklichen. Man kann vom Magnetgestell nach Abb. 176 einen Gleichfluß überall in gleicher Dichte ins Ankerisen

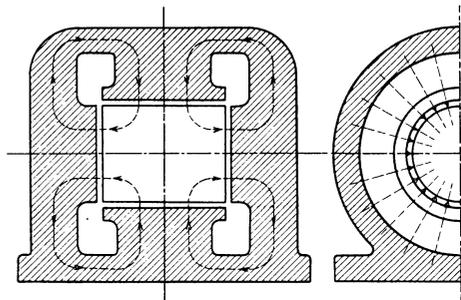


Abb. 176.

eintreten lassen, um ihn axial wieder aus dem Anker ins Magnetgestell zurückzuführen.

Läuft nun der Anker mit gleichbleibender Geschwindigkeit um, so entsteht in jedem Ankerstab tatsächlich eine Gleichspannung, und zwar überall von gleicher Größe. Eine Gleichstrommaschine wäre damit gefunden, die Lösung ist sogar ganz einfach.

Es ist nicht zu leugnen, daß wir eine Idealform der Gleichstrommaschine vor uns hätten, wenn das Modell nicht einen schweren Mangel aufweisen würde. Die Stäbe lassen sich nicht in Reihe schalten, die Spannung der Maschine nicht über die Stabspannung hinaus vergrößern.

Wie immer man es versucht, zwei Ankerstäbe aneinanderzureihen, immer bekommt man eine Verbindungsleitung, die selbst ein Ankerstab wird und jeden angestrebten Spannungsgewinn sofort wieder vernichtet. Die Einpolmaschine scheidet an ihrer zu kleinen Spannung.

Wohl gibt es Fälle in der Praxis, für die eine Betriebsspannung ausreicht, die nicht größer ist als die induzierte Spannung eines Ankerstabes. Die Elektrolyse arbeitet mit sehr kleinen Spannungen. Normal dagegen ist die Einpolmaschine unbrauchbar.

Die Elektrotechnik ist in der Tat einen ganz anderen Weg gegangen. Die Wicklung, in der eine Gleichspannung entstehen soll, muß sich relativ zum induzierenden Kraftfluß bewegen, sonst kann mechanische Energie nicht zugeführt werden, um in elektrische Energie umgesetzt zu werden. Fortschreitende Bewegungen sind im Dauerbetrieb ausgeschlossen. Bleibt nur das Kreisen um die Ankerachse.

Wir werden zum ursprünglichen Maschinenmodell der Abb. 132 zurückgedrängt. Aber der Kraftfluß, der ins Ankereisen eintritt, muß auch wieder austreten. Am Ankerumfang muß die Kraftflußrichtung an mindestens zwei Stellen umschlagen, wenn die Einpoltype unmöglich ist. Es gibt also nur Wechselspannungen in den umlaufenden Stäben.

Ein Ausweg ist aber doch noch möglich. Ein Stab, oder eine Stabgruppe in Reihenschaltung, hat jedenfalls in einem gegebenen Augenblick eine genau bestimmte induzierte Spannung. Wir stellen nun die Zeit ab. Wenn es so bliebe, würde der an die Stabgruppe über zwei Schleifringe angeschlossene äußere Stromkreis mit der gegebenen Spannung als Gleichspannung betrieben werden können.

Es bleibt nicht dabei. Der Anker dreht sich, die Stabgruppe eilt weiter, sie kommt in eine andere Lage, die Spannung ändert sich. Aber in die frühere Lage der betrachteten Stabgruppe kommt eine andere Stabgruppe, die wohl ebenso aufgebaut und geschaltet sein kann, die somit die frühere Spannung hat. Wenn wir demnach den äußeren Stromkreis immer wieder an verschiedene Stabgruppen anschalten könnten, die je für einen Augenblick in dieselbe Lage am Ankerumfang geraten, würden wir eine Gleichspannung bekommen.

Die Idee ist in ihrem Wesen einfach, aber doch sehr eigentümlich. Die Maschine arbeitet nicht mehr mit einer gegebenen Wicklung, sondern die Ankerstäbe treten in die Arbeitswicklung ein und aus. Wir haben die Wicklung sozusagen nur geometrisch, wir wissen, wieviel Stäbe sie in Reihenschaltung haben muß, wir kennen die dem Kraftfluß gegenüber fest

vorgeschriebenen Lagen der einzelnen Stäbe, wir haben kurz gesagt den Plan der Wicklung, aber die Wicklung selbst ist unwirklich, sie fließt, fortwährend werden Stäbe ausgewechselt.

Es ist eigentlich ein sehr geistreicher Gedanke, die Stäbe in Bewegung zu halten, die Stabgruppe dagegen ruhen zu lassen. Es ist der Fall des Wasserinhaltes eines Behälters, dem fortwährend Wasser zu- und abfließt. Die Wasserteilchen bewegen sich, der Wasserinhalt ruht.

Es ist merkwürdigerweise gar nicht so schwer, die beschriebene Idee zu verwirklichen. Die Ankerstäbe, gleichmäßig über den Ankerumfang verteilt, können leicht zu einer in sich geschlossenen Wicklung vereinigt werden. Abb. 177, die einen aufgeschnittenen Ankermantel darstellt, zeigt, wie sich das durchführen läßt.

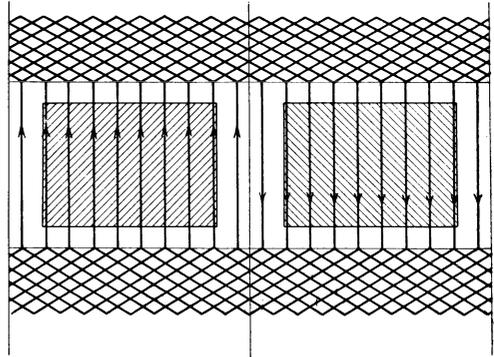


Abb. 177.

Jedes Stabende kann nun mit einem Kupfersegment leitend verbunden werden, das den Teil eines blanken Kupferzylinders, auf der Ankerwelle sitzend, bildet. Die Segmente, voneinander isoliert, stören gewiß den Betrieb in keiner Weise (Abb. 178).

Auf dem Segmentring, auf dem sog. Kollektor, kann man nun zwei Kontaktbürsten schleifen lassen, die relativ zum Magnetgestell ruhen. Sie werden, wie Abb. 178 zeigt, immer wieder den gleichen Teil der in sich geschlossenen Ankerwicklung in der gleichen Lage fassen und

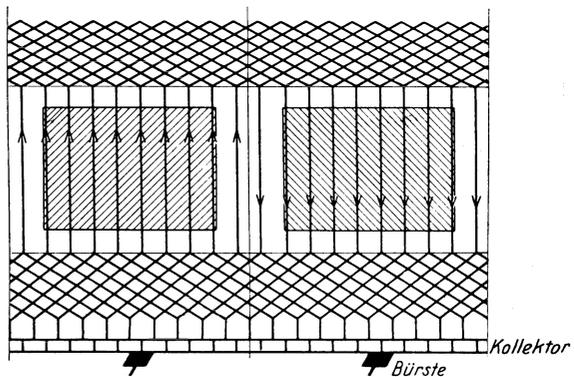


Abb. 178.

so eine Gleichspannung zugänglich machen. Diese Gleichspannung wird nur insofern etwas schwanken, als die Bürsten Segmente überbrücken, dann aber wieder nur auf je einem Segment aufliegen. Ist indessen die Segmentzahl genügend groß, bleibt die Spannung praktisch konstant.

Der Kollektor und der Schleifring sind zwei wesentlich verschiedene Bestandteile der elektrischen Maschine. Der Kollektor ermöglicht den Kontakt mit einer relativ zum Magnetgestell, der Schleifring mit einer relativ zum Anker ruhenden Stelle der Ankerwicklung. Der Kollektor

gestattet die Abnahme einer Gleichspannung, die Schleifringe die Abnahme einer Wechselspannung.

Schon hier kann bemerkt werden, daß eine Maschine sowohl mit Schleifringen als auch mit einem Kollektor ausgestattet sein kann, so daß man ihrem Anker gleichzeitig Wechsel- und Gleichspannungen entnehmen kann. Die Idee des Gleichstrom-Wechselstromumformers schimmert hier bereits durch.

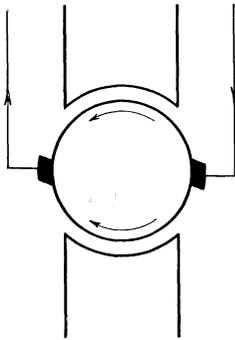


Abb. 179.

Die Kollektorbürsten muß man immer so einstellen, daß sie solche Teile der in sich geschlossenen Ankerwicklung fassen, in denen sich die Stabspannungen durchwegs addieren. Die Abb. 178 zeigt sofort, wie das zu erreichen ist. Die Stäbe eines Ankers haben unter jedem Pol die gleiche Spannungsrichtung. Wenn die auf dem Ankerumfang fortschreitende Wicklung aus dem Gebiet des einen Pols, in der sog. neutralen Zone, ins Gebiet des nächsten Pols gerät, schlägt die Spannungsrichtung um. An dieser Stelle, in der neutralen Zone, muß die Kollektorbürste angesetzt werden. Sie liegt, wie Abb. 178 zeigt, gerade in der Polachse. Elektrisch allerdings liegt sie an der Grenze zweier Pole, denn sie führt zu Stäben, die gerade von einem Pol zum anderen übergehen.

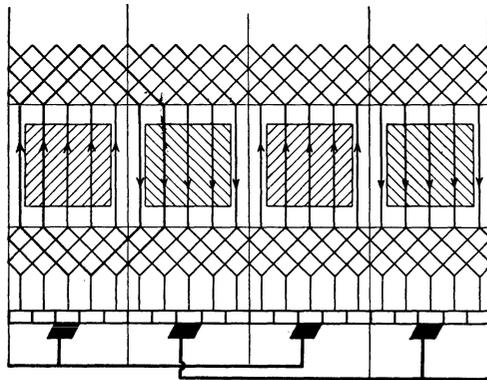


Abb. 180.

Beim zweipoligen Modell gibt es zwei neutrale Zonen, zwei Bürsten müssen deshalb verwendet werden. Sie zerlegen die geschlossene Ankerwicklung in zwei gleiche Teile mit zwei induzierten Spannungen, die gleich groß, für den geschlossenen Stromkreis der Ankerwicklung einander entgegengesetzt, für den äußeren Stromkreis, der an die Bürsten angeschlossen wird, aber gleichgerichtet sind (Abb. 179). Vom äußeren Stromkreis aus gesehen sind die beiden zwischen den Bürsten liegenden Ankerwicklungshälften eine Stromkreisverzweigung, sie sind einfach parallel geschaltet.

Das vierpolige Modell hat vier neutrale Zonen, braucht deshalb auch vier Bürsten. In der geschlossenen Ankerwicklung gibt es vier Spannungen, die mit wechselndem Vorzeichen aufeinander folgen (Abb. 180). Für die Wirkung nach außen lassen sich alle vier Zweigspannungen als gleichgerichtete Spannungen paralleler Stromzweige verwerten. Der Kollektor schaltet die Ankerwicklung vierfach parallel.

Allgemein kann man für p -Pole immer p -Ankerstromzweige erhalten, die gleiche Spannungen aufweisen. Dies kann sein, muß aber nicht immer

sein. Es gibt Wicklungen, die so weitgehende elektrische Zerlegungen vermeiden. Die bisher ausschließlich berücksichtigte Schleifenwicklung ist nicht die einzige mögliche Form einer in sich geschlossenen Gleichstromwicklung.

Wenn man einen Ankerstab nach Abb. 181 mit einem Stab unter dem nächsten Pol in Reihe schaltet, um die Spannungen der Stäbe zu addieren, muß man nicht wieder unter denselben ersten Pol zurückkehren und eine Wicklungsschleife beenden. Gerade so gut kann man auch unter den folgenden Pol gehen, wo die Spannungsrichtung die gleiche ist wie unter dem ersten Pol (Abb. 182). So entsteht eine Wicklungswelle.

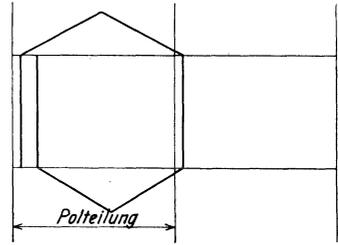


Abb. 181.

Mit der Wellenwicklung sammelt man zunächst soviel Stäbe unter den verschiedenen Polen, wie es Pole gibt und rückt dann erst mit der Wicklung am Ankerumfang um eine Stabteilung vor (Abb. 183). Die Wellenwicklung schreitet im ganzen nur um eine Polteilung vor, sie braucht deshalb auch nur zwei Bürsten, die um eine Polteilung auseinander liegen, ganz unabhängig von der Polzahl. Die Wicklungsschleife hat immer nur zwei Stäbe, sie schreitet deshalb über den halben Ankerumfang ohne Rücksicht auf die Polzahl, muß aber immer zwischen zwei Polen eine Bürste ansetzen.

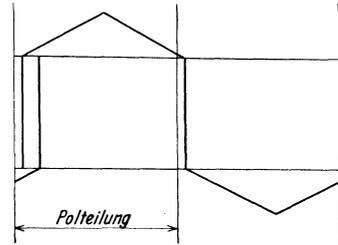


Abb. 182.

Die Schleifenwicklung ist eine ausgesprochene Parallelwicklung, die Wellenwicklung ist eine Reihenwicklung. Die Wellenwicklung hat bei jeder Polzahl nur zwei Ankerstromzweige. Sie hilft uns hohe Spannungen erreichen und eignet sich für kleine Stromstärken.

Die Spannung der Gleichstrommaschine, zwischen zwei Bürsten gemessen, ist nach all dem immer gleich der Summe aller in Reihe geschalteten Stabspannungen. Sie läßt sich ganz leicht berechnen. Die Geschwindigkeit und die Stablänge, mit der die Stäbe den Kraftfluß schneiden, sind überall dieselben. Die Dichte des geschnittenen Kraftflusses wechselt von Stab zu Stab.

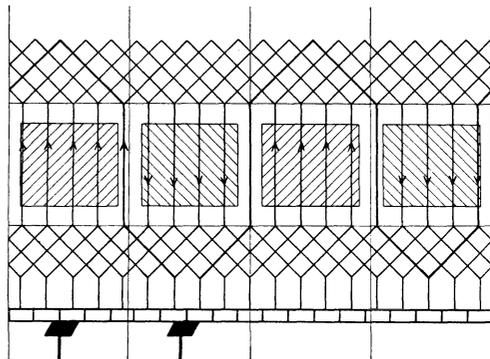


Abb. 183.

Im ganzen kommt aber nur die durchschnittliche Liniendichte des Kraftflusses \mathfrak{B}_m zur Geltung, so daß man für:

z Stäbe am ganzen Ankerumfang,
 a parallele Stromzweige,
 l Zentimeter Stablänge und
 v Zentimeter/Sekunde Umfangsgeschwindigkeit

die Bürstenspannung:

$$E = \mathfrak{B}_m \cdot v \cdot l \cdot \frac{z}{a} \cdot 10^{-8} \text{ Volt}$$

erhält.

Hat nun die Maschine p-Pole und einen Ankerdurchmesser D (cm), so hat der Kraftfluß eines Pols offenbar

$$\Phi = \mathfrak{B}_m \cdot l \cdot \frac{D\pi}{p} \text{ Kraftlinien.}$$

Andererseits läßt sich die Umfangsgeschwindigkeit durch den Ankerdurchmesser und durch die minutliche Umdrehungszahl der Maschine n ausdrücken:

$$v = \frac{D\pi n}{60} \text{ Zentimeter/Sekunde.}$$

So erhält man schließlich:

$$E = \frac{p \cdot n}{60} \cdot \Phi \cdot \frac{z}{a} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.} \quad (82)$$

Gleichung (82) zeigt vor allem die bemerkenswerte Tatsache, daß die Spannung der Gleichstrommaschine von der Verteilung der Liniendichte am Ankerumfang unabhängig ist. Die Polschuhe brauchen nicht eine sinusförmige Zu- und Abnahme der Kraftflußstärke unter dem Pol durchzusetzen. Die Spannung ist aber nicht mehr die Summe einzelner Stabspannungen, die ja nach wie vor Wechselfspannungen sind, sie ist eine aufrecht erhaltene Augenblicksspannung, sie ist die gleichbleibende Augenblicksspannung ununterbrochen wechselnder Stabgruppen.

So grundverschieden die Wirkungsweise der Gleichstrommaschine von der Wirkungsweise des allgemeinen Transformators ist, so energisch bekennt sie sich doch zur Transformatoridee. Nichts zeigt das so auffallend wie der Aufbau der Bestimmungsgleichung. Die Wechselfspannung jedes Stabes hat die Periodenzahl

$$f = \frac{p \cdot n}{120}.$$

Mit derselben Periodenzahl schwingt auch die Liniendichte des Kraftflusses irgendwo an einer Stelle im Ankereisen, denn der Kraftfluß ruht relativ zum Ankereisen nicht. Auch die Gleichstrommaschine hat demnach eine Periodenzahl, die nicht ohne praktische Bedeutung ist.

Schreibt man nun die Spannung der Gleichstrommaschine zu

$$E = 2f \cdot \Phi \cdot \frac{z}{a} \cdot 10^{-8}$$

an, so sieht man sofort, daß sie ebenso aufgebaut ist wie die Spannung des allgemeinen Transformators. Sie ist wieder der Periodenzahl, dem Kraftfluß und der Zahl der in Reihe geschalteten Stäbe proportional, obwohl sie eine Gleichspannung ist.

Nun nachdem wir eine Gleichstrommaschine haben, können wir die Wechselstromerzeugung als gesichert betrachten, denn die Synchronmaschine braucht, wie wir gesehen haben, für ihr Magnetrad eine Gleichstromquelle, die nicht versiegen darf. Aber die Gleichstrommaschine selbst braucht noch eine Gleichstromquelle für ihre Primärwicklung, für die Erregung des Kraftflusses. Solange es keinen Kraftfluß gibt, gibt die Gleichstrommaschine keine Spannung, sie kann auch die Erregerwicklung nicht speisen.

Glücklicherweise genügt jederzeit der remanente Magnetismus des Magnetgestelles der Maschine, so schwach er auch sein möge, um der Gleichstrommaschine die Selbsterregung möglich zu machen. Zu diesem Zwecke braucht die Erregerwicklung nur an die Bürsten der Maschine angelegt zu werden, so daß die Schaltung der Abb. 184 entsteht.

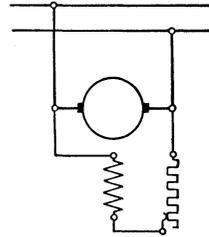


Abb. 184.

Der getriebene Anker schneidet mit seinen Stäben beim Anfahren den schwachen remanenten Kraftfluß und die Maschine bekommt eine ganz geringe Spannung. Aber ein schwacher Erregerstrom kommt doch in die Erregerwicklung und verstärkt bei richtiger Schaltung den Kraftfluß. Die Spannung wird höher, der Erregerstrom wieder stärker, die Maschine arbeitet sich schnell auf die volle Spannung hinauf.

Mißlich wird es, wenn bei falscher Schaltung oder falscher Drehrichtung die Ankerspannung beim Anfahren den remanenten Magnetismus vernichtet. Die Maschine ist dann nicht mehr betriebsfähig und eine Hilfsstromquelle muß herangeholt werden. Zuweilen ergeben sich auf diese Weise sehr unangenehme Betriebsstörungen.

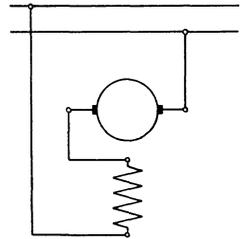


Abb. 185.

Der Synchrongenerator trägt gewöhnlich ebenso wie der Synchronmotor auf seiner Magnetradwelle auch noch den Anker einer Gleichstrommaschine, die als Erregermaschine der Magnetradwicklung dauernd beschäftigt ist. An dieser angebauten Erregermaschine erkennt man ohne weitere Untersuchung die Synchronmaschine sofort.

Die Schaltung der Abb. 184 legt die Erregerwicklung der Gleichstrommaschine in den Nebenschluß des Ankerstromkreises. Deshalb nennt man auf diese Weise erregte Maschinen Gleichstromnebenschlussschleußmaschinen. Dies ist aber nicht die einzige Schaltungsmöglichkeit. Man kann ebensogut die Erregerwicklung in Reihe mit der Ankerwicklung legen, so daß die Schaltung der Abb. 185 entsteht.

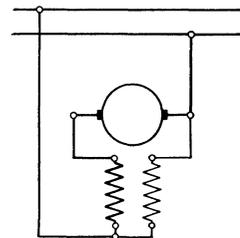


Abb. 186.

Das gibt die Gleichstromreihenschleußmaschine. Schließlich kann man auch mit zwei Erregerwicklungen arbeiten, von denen die eine parallel, die andere in Reihe zur Ankerwicklung geschaltet wird, entsprechend der Abb. 186. So entsteht die Compound- oder Verbundmaschine.

Für den Betrieb ist es nicht einerlei, wie man die Erregung schaltet. Die Nebenschlußmaschine als Generator hat eine so ziemlich gleichbleibende Erregung, denn die Ankerspannung fällt nur um die Ohmsche Widerstandsspannung ab. Ist R der Gesamtwiderstand der Ankerwicklung, zwischen den Maschinenklemmen gemessen, E_1 die im Anker induzierte Spannung bei Φ Kraftlinien des Maschinenflusses, die nach Gleichung (82) berechnet werden kann, so ist die Klemmenspannung

$$E = E_1 - J \cdot R,$$

sobald die Maschine mit J Ampere belastet wird.

Der Spannungsabfall JR beträgt nur einige wenige Hundertstel der induzierten Spannung, so daß die Erregerwicklung an fast konstanter Spannung E liegt. Die Magnetisierungskurve des Eisens verwischt auch noch den Einfluß des Spannungsabfalles $J \cdot R$ zum größten Teil.

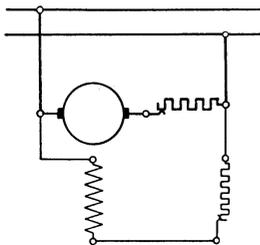


Abb. 187.

Die Nebenschlußmaschine fällt als Generator nach all dem im Betrieb sehr wenig in ihrer Klemmenspannung ab. Sie eignet sich sehr für die Versorgung von Beleuchtungsnetzen, die eine feste Spannung brauchen. Soll die Spannung bei Belastung überhaupt nicht nachgeben, kann man die Verbundschaltung heranziehen, deren Reihenschluß mit wachsender Belastung den Kraftfluß verstärkt (Abb. 186).

Die Nebenschlußmaschine als Motor bekommt eine Klemmenspannung E aufgezwungen, sie hat demnach eine vollständig gleichbleibende Erregung.

Die im Anker induzierte Spannung hält im Verein mit der Widerstandsspannung JR der aufgezwungenen Spannung das Gleichgewicht

$$E = E_1 + J R.$$

Bei wachsender Belastung muß die induzierte Spannung E_1 allmählich kleiner werden. Der Kraftfluß wird von der Erregerspannung gehalten, die Umdrehungszahl des Nebenschlußmotors fällt demnach allmählich ab.

Die Erregung der Reihenschlußmaschine richtet sich ganz nach der Belastung. Der Generator mit Reihenschlußerregung ist praktisch unbrauchbar, seine Klemmenspannung ist zu unbeständig. Der Reihenschlußmotor bekommt mit wachsender Belastung einen immer stärkeren Kraftfluß, deshalb muß seine Umdrehungszahl sehr abfallen. Man hat bei den meisten Antrieben gerne eine wenig veränderliche Umdrehungszahl. Deshalb ist auch als Motor die Reihenschlußmaschine weniger im Gebrauch als die Nebenschlußmaschine.

Beim Anfahren muß der Gleichstrommotor der aufgezwungenen Spannung lediglich die Ohmsche Abfallspannung entgegensetzen, die induzierte Ankerspannung kommt erst mit dem Lauf. Der Anlaßstrom ist deshalb sehr hoch. Man mildert ihn dadurch, daß man der Ankerwicklung starke Widerstände vorschaltet, die man stufenweise wieder ausschaltet wie die Umdrehungszahl des Ankers ansteigt (Abb. 187). Der Motor braucht somit einen Anlasser, damit er das Netz nicht mit zu großen Stromstößen belastet.

Das Anlaßdrehmoment ist dem Produkt der Anlaßstromstärke und der Anlaßfeldstärke proportional. Es ist beim Reihenschlußmotor erheblich höher als beim Nebenschlußmotor, denn dem starken Anlaßstrom entspricht im Reihenschluß ein starkes Feld. Diesem kräftigen Anlaßdrehmoment zuliebe verwendet man Reihenschlußmotoren für elektrische Bahnen, Aufzüge und Hebezeuge. In allen diesen Fällen ist auch die mit der Belastung fallende Umdrehungszahl nicht unangenehm.

Die Nebenschlußmaschine verwendet mit Vorteil im Magnetstromzweig einen regelbaren Widerstand, der in Form des sog. Nebenschlußreglers eingebaut wird (Abb. 184). Arbeitet die Maschine als Generator, so gestattet der Nebenschlußregler in gewissen Grenzen die Nachstellung der Klemmenspannung. Lichtnetzen kommt es in Abendstunden sehr zugute, wenn die Spannung in der Zentrale erhöht werden kann, damit der stärkere Spannungsabfall im Verteilungsnetz wieder hereingebracht wird.

Der Nebenschlußregler gibt dem Motor den großen Vorzug einer einstellbaren Umdrehungszahl. In dieser Hinsicht ist deshalb der Gleichstrommotor dem gebräuchlichsten Drehstrommotor — dem Asynchronmotor — weit überlegen. Er verfügt über eine praktisch verlustlose Geschwindigkeitsregelung, der Asynchronmotor ist nur mit Energieopfern regelbar.

Außerdem ist, wie wir gesehen haben, bei den üblichen Periodenzahlen der Asynchronmotor an gewisse Umdrehungszahlen — 2900, 1450, 970 usw. — von vorneherein gebunden. Gleichstrommotoren kann man für irgendwelche Umdrehungszahlen bauen.

Bemerkenswert ist der Umstand, daß die Umdrehungszahl des Nebenschlußmotors um so höher steigt, einen je größeren Widerstand man der Erregerwicklung durch den Nebenschlußregler vorschaltet. Man schwächt damit selbstverständlich das Feld, deshalb müssen die Ankerstäbe die Feldlinien schneller schneiden, um der aufgedrückten äußeren Spannung doch die nötige induzierte Spannung entgegenzusetzen zu können.

Der Motor geht, wie man sagt, durch, er strebt ungeheuerere Umdrehungszahlen an, wenn man den Erregerstromkreis unterbricht, d. h. das Feld zum Verschwinden bringt. Auf diese Gefahr muß man im Betrieb immer achtgeben.

Die Gleichstrommaschine hat wie jede andere elektrische Maschine ihre Energieverluste. Sie lassen sich wie sonst in mechanische, magnetische und elektrische zerlegen. Die Reibung in den Lagern, die Reibung der Bürsten auf dem Kollektor und schließlich die Luftreibung an der Oberfläche des sich drehenden Ankers verursacht die mechanischen Verluste der Maschine.

Im Magnetgestell kann der Gleichfluß natürlich keine magnetischen Energieverluste verursachen. Aber für das Ankereisen ist der Kraftfluß der Maschine ein Wechselfluß. Der Eisenkörper des Ankers muß deshalb aus dünnen Eisenblechen aufgebaut werden. Trotzdem entstehen in ihm, wie aus der 11. Vorlesung bekannt, Verluste.

Den Löwenanteil der Verlustenergie verschlingen in der Gleichstrommaschine gewöhnlich die Ohmschen Widerstände des Ankers und der

Magnetwicklung. Während aber bei der am häufigsten vorkommenden Nebenschlußerregung die Joulesche Wärme der Erregerwicklung im Betrieb fast unverändert bleibt, ändert sich die Joulesche Wärme der Ankerwicklung mit dem Quadrat des Belastungsstromes.

Teilt man die Energieverluste der Nebenschlußmaschine in unveränderliche und in veränderliche ein, so muß man die Reibungsverluste, die Verluste im Eisen und die Erregerverluste in die eine, die Ankerstromwärme in die andere Gruppe stellen. Will man somit den höchsten Wirkungsgrad der Maschine bei einer Belastung erreichen, die kleiner ist als die zulässige Dauerleistung, und zwar im Sinne der Überlegungen der 12. Vorlesung, so muß man die Ankerstromwärme alle übrigen Verluste bei der zulässigen Dauerleistung überwiegen lassen.

Im Bild der Gleichstrommaschine, wie es in dieser Vorlesung gezeichnet wurde, fehlt noch eine sehr wichtige Einzelheit. Die größte Schwäche der Gleichstrommaschine ist ihr Kollektor, also gerade jener Teil, der die Maschine erst zur Gleichstrommaschine macht.

Die gewaltigen Betriebsvorzüge des Gleichstrommotors, sein gutes Anlaufdrehmoment, seine schmiegsame Umdrehungszahl, das alles verblaßt neben dem Kollektor. Im Kollektor drängt sich der Gleichstromcharakter der Maschine zusammen, auf dem Kollektor gehen fortwährend Umschaltungen der Ankerwicklungen vor sich. Das ewige Zu- und Abschalten der Ankerstäbe geht nicht ohne Schwierigkeiten vor sich. Beim Überspringen des Ankerstabes aus dem einen Ankerstromzweig in den anderen schlägt offenbar die Stromrichtung um. Das sind bedenkliche Vorgänge, wie immer plötzliche Änderungen der Stromstärke bedenklich sind.

Der Kollektor ist eine geistreiche aber nicht bequeme Einrichtung. Er schafft eine besondere Maschinentype. Es ist nötig, dem besonderen Wesen der Kollektormaschine genauer nachzugehen. Die folgende Vorlesung soll diese Aufgabe, natürlich dem Rahmen der wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik angemessen, lösen.

Neunzehnte Vorlesung.

Stromwendung. Wendepole. Ankerfluß. Ankerrückwirkung. Kollektor als Periodenumformer. Drehstromkollektormotor. Phasenkompensierung. Wechselstromkollektormotor. Stromwendung des Wechselstromkollektormotors. Umformer. Motor-Generator. Einankerumformer.

Der Kollektor der Gleichstrommaschine bringt das Kunststück fertig, die Stäbe der Sekundärwicklung die Kraftlinien des Gleichflusses der Maschine mit irgendeiner gewünschten Geschwindigkeit schneiden zu lassen, die Wicklung selbst aber doch relativ zum Kraftfluß in Ruhe zu erhalten. Er muß zu diesem Zwecke allerdings mindestens zwei selbständige, gleiche und parallel arbeitende Sekundärwicklungen schaffen, damit Stäbe aus der einen in die andere fortwährend übertreten können.

Dieser Übertritt ist die schwache Seite des Kollektors. Beim Übergang von der einen Stabgruppe in die andere ändert sich immer die Spannungs-

und die Stromrichtung. Abb. 188 läßt uns sofort erkennen, daß es sich um eine Änderung der Stromstärke handelt, die der doppelten Stärke des Ankerzweigstroms gleichkommt.

Die Änderung wird in einem verhältnismäßig kurzen Zeitabschnitt vollzogen. Abb. 178 zeigt uns, daß die Bürste immer eine Wicklungsschleife kurzschließt, wenn sie zwei benachbarte Segmente gleichzeitig berührt. Solange nun der Kurzschluß dauert, hat der Stabstrom Zeit, seine Richtung zu ändern.

Diese Zeit betrage T Sekunden, der Strom des Ankerzweiges erreiche J_a Ampere. Die Stromwendung gehe nach irgendeiner Zeitkurve (Abb. 188) vor sich. In der kurzgeschlossenen Schleife der Ankerwicklung wird jedenfalls eine Selbstinduktionsspannung auftreten, deren Mittelwert

$$\frac{2 J_a}{T}$$

proportional sein wird.

Die Selbstinduktionsspannung widersetzt sich immer der Änderung der Stromstärke. Sie ist es, die die Stromwendung so schwer macht. Sie ist im Kurzschlußstromkreis, den die Bürste schließt, unerwünscht, sie ist die Ursache des sog. Kollektorfeuers, der Funken, die vom Segment zur Bürste überspringen, sobald die Bürste das Segment verlassen will.

Unter der Kollektorbürste zeigt es sich doch, daß in einem Stab nicht ein Gleichstrom, sondern ein Wechselstrom fließt. Dieser Wechselstrom folgt dazu einem unglücklichen Zeitgesetz, wie es Abb. 189 für die Dauer einer Periode erkennen läßt. Der schroffe Übergang am Ende jeder Halbperiode muß die Induktivität des Ankerstabes, die natürlich immer

vorhanden ist, sehr stark zur Geltung kommen lassen. Es kommt zum Kampf der Selbstinduktionsspannung, die die Stromwendung verhindern oder mindestens verzögern will und der mechanischen Umfangskraft, die brutal die Stromwendung erzwingt. Über den mechanisch zerrissenen Stromkreis der Schleife unter der Bürste will die Selbstinduktionsspannung doch noch den ursprünglichen Strom treiben und baut die Funkenbrücke.

Der Kollektor steht und fällt mit dem Problem der Stromwendung oder Kommutation. Er heißt nicht umsonst auch Kommutator. Er muß mit der Selbstinduktionsspannung der kommutierenden, von der Bürste kurzgeschlossenen Schleife oder Spule fertig werden, wenn er sich

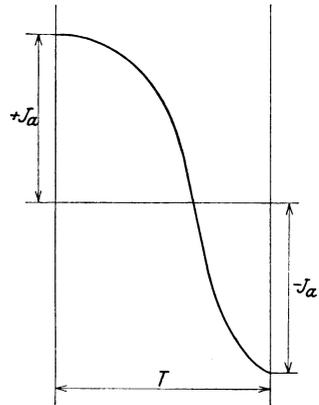


Abb. 188.

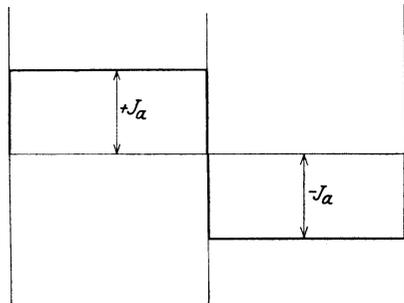


Abb. 189.

im Betrieb erhalten will. Es ist mehr als klar, daß man feuernde Kollektoren in keinem ordentlichen Betrieb dulden wird können.

Auf zwei Wegen mußte die Elektrotechnik die Schwierigkeiten der Stromwendung angreifen. Zuerst galt es, die Selbstinduktionsspannung während der Stromwendung möglichst konstant zu machen, mit anderen Worten, die Stromwendekurve nach Abb. 188 zu strecken. Es ist klar, daß auf diese Weise bei gegebenem Mittelwert die Selbstinduktionsspannung, die Gefahr am kleinsten wird. Die zweite Aufgabe war, die praktisch konstante Selbstinduktionsspannung durch eine Gegenspannung unschädlich zu machen.

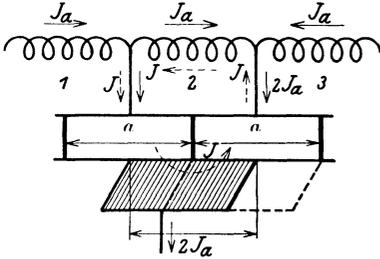


Abb. 190.

Abb. 190 zeigt drei aufeinanderfolgende Wicklungsspulen und die Bürste (gestrichelt) auf nur einem Kollektorsegment, jedoch so, daß sie gerade im Begriffe ist, die mittlere Spule kurzzuschließen. In den Spulen 1 und 2 fließt noch der Ankerzweigstrom J_a in der einen, in der Spule 3 der zweite Ankerzweigstrom J_a in der anderen Richtung. Beide vereinigen sich zu dem Bürstenstrom

$$J_b = 2 J_a.$$

In dem Ausmaße nun wie die Bürste anfängt, das zweite Segment zu überdecken — stark ausgezogene Bürstenlage der Abb. 190 — fließt ein Teil des Ankerzweigstromes J aus der Spule 1 unmittelbar in die Bürste, der Rest $J_a - J$ strömt noch über Spule 2 weiter auf dem alten Wege. Verläßt die Bürste endgültig das erste Segment und liegt nur noch auf dem zweiten auf, wird

$$J = 2 J_a$$

und der Strom in der Spule 2 hat seine Richtung vollständig geändert.

Die Stromwendung in der Spule 2 kann offenbar auf einen Kurzschlußstrom J zurückgeführt werden, der quer durch die Bürste fließt, von null bis auf $2 J_a$ ansteigt und nach außen gar nicht bemerkt wird, wobei gleichzeitig in der kommutierenden Spule 2 auch noch der unveränderte ursprüngliche Ankerzweigstrom J_a fließt. So entsteht das Schaubild der Stromwendung nach Abb. 191, das dem ursprünglichen Schaubild der Abb. 188 vollkommen entspricht.

Zwischen Segment und Bürste gibt es einen Übergangswiderstand für den Strom, der jeweils der Fläche umgekehrt proportional sein wird, mit der die Bürste auf dem Segment aufliegt. Diese Fläche wächst auf dem angelaufenen Segment proportional mit der Zeit, sie nimmt gleichzeitig auf dem Segment, das die Bürste zu verlassen im Begriffe ist, ab. Der

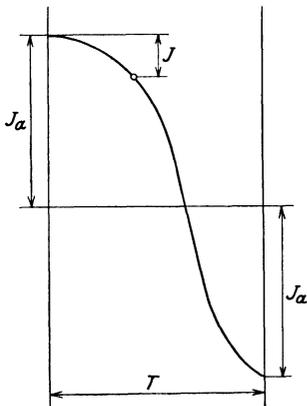


Abb. 191.

Bürstenstrom $2 J_a$ wird sich auf die beiden Segmente im Verhältnis der Kontaktflächen aufteilen, wenn sonst keine Widerstände und keine Selbstinduktionsspannungen stören, d. h. J , der eine Teilstrom, wird proportional mit der Zeit wachsen (Abb. 192).

Das ist es, was wir haben wollen, deshalb ist uns ein nicht zu kleiner Bürstenübergangswiderstand erwünscht. Er muß den Einfluß anderer Widerstände in der kurzgeschlossenen Spule über-tönen. Man sieht sofort, daß der erste Teil des Stromwendungsproblems auch von den mechanischen Verhältnissen auf dem Kollektor abhängt, daß er exakt schwer zu fassen ist. Es würde auch den Rahmen der wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik weit übersteigen, alle Feinheiten dieses Problems zu verfolgen.

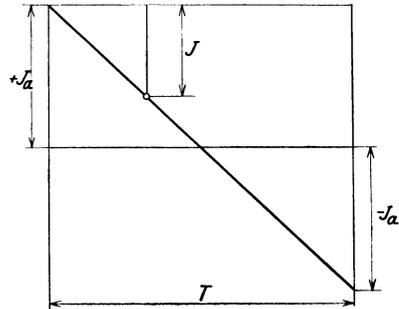


Abb. 192.

Die praktisch mehr oder weniger konstante Selbstinduktionsspannung in der kurzgeschlossenen Wicklungsspule kann man leicht unterdrücken. Man braucht nur eine zweite Spannung zu Hilfe zu nehmen, die der Selbstinduktionsspannung gleich, aber entgegen gerichtet ist. So eine Spannung kann man in die kurzgeschlossene Windung oder Spule hineininduzieren, wenn man ihre Stäbe einen passend bemessenen Hilfskraftfluß schneiden läßt.

So kam die Gleichstrommaschine zu Hilfspolen, Wendepolen, die einen Hilfskraftfluß geben, wie ihn die Stromwendung braucht. Natürlich muß der Wendefluß in der neutralen Zone in einer Breite zur Verfügung stehen, die dem Weg der kommutierenden Stäbe entspricht. Die schmalen Wendepole sitzen in der Mitte zwischen den Hauptpolen der Maschine (Abb. 193).

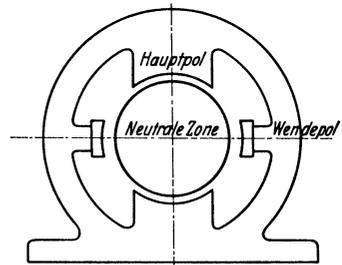


Abb. 193.

Die Selbstinduktionsspannung ist dem Belastungsstrom der Maschine proportional. Die Wendepole müssen deshalb vom Belastungsstrom erregt werden, damit auch die Hilfsspannung ebenso wächst wie die Selbstinduktionsspannung. So ergibt sich eine schöne Lösung des Stromwendungsproblems und der Kollektor der Gleichstrommaschine wird lebensfähig.

Bevor das sinnreiche Hilfsmittel der Stromwendung, der Wendepol, bekannt war, suchte man die Selbstinduktionsspannung ebenfalls durch induzierte Hilfsspannungen zu bekämpfen. Man schob die Bürsten aus der neutralen Zone, so daß die kommutierenden Stäbe den schwachen, aus der neutralen Zone ansteigenden Hauptkraftfluß der Maschine schneiden konnten. Je nachdem ob die Maschine als Generator oder als Motor lief, mußte man die Bürsten vor- oder zurückschieben.

Es war eine schwache Lösung, aber immerhin eine Notlösung. Die Hilfsspannung war vor allem konstant, nachdem die Liniendichte des Hauptkraftflusses auch in der neutralen Zone festliegt. Die Hilfsspannung war deshalb bei gegebener Bürstenlage nicht der Belastung, von der der Hauptkraftfluß bei Nebenschlußmaschinen unabhängig ist, proportional. Die Bürsten mußten je nach der Belastung verschoben werden. Endlich verlor man an der Maschinenspannung, wenn man gezwungenermaßen Stäbe zwischen die Bürsten zusammenfaßte, die zum Teil unter verschiedenen Polen liegen.

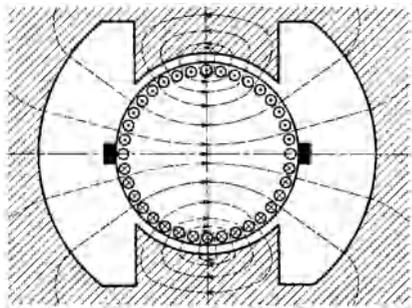


Abb. 194.

Heute baut man wohl keine halbwegs größere Gleichstrommaschine ohne Wendepole. Der Kollektoranker ist nur auf diese Weise betriebssicher zu erhalten. Er macht auch so noch genug Schwierigkeiten. Die Stromwendung ist nicht nur ein elektrisches, sondern auch ein mechanisches Problem. Kollektor und Bürsten nützen sich ab, die Isolation der Segmente kann leicht beschädigt werden. Die Kollektoroberfläche kann sich verschmieren. Der Kollektoranker braucht fortwährende Aufsicht und sorgfältige Wartung.

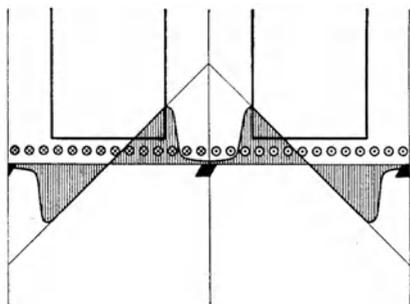


Abb. 195.

Der stromdurchflossene Kollektoranker hat einen eigenen magnetischen Kraftfluß. Die Achse dieses Sekundärkraftflusses fällt mit der Verbindungslinie der Bürsten zusammen (Abb. 194). Der Ankerkraftfluß ruht, obwohl sich der Anker dreht.

Auf dem abgewickelten Ankerumfang (Abb. 195) würde die Liniendichte des Ankerkraftflusses nach einer Geraden ansteigen und abfallen, wenn der magnetische Widerstand der Maschine in allen radialen Richtungen gleich groß wäre. In Wirklichkeit ist der Luftspalt unter den Polen wohl gewöhnlich konstant, weil die Gleichstrommaschine eine besondere Verteilung der Kraftflußdichte am Ankerumfang nicht braucht, zwischen den Polen aber greift die magnetisierende Kraft der Ankerdurchflutung ins Leere.

So ergibt sich eine Verteilung des Ankerkraftflusses nach Abb. 195. Die Bürsten in der neutralen Zone vorausgesetzt, beeinflußt der Ankerfluß den Hauptkraftfluß nur insofern, als er ihn auf der einen Seite verdichtet, auf der anderen schwächt. Immerhin soll diese Entstellung nicht zu weit gehen, deshalb wird der Hauptkraftfluß kräftiger gemacht als der Ankerkraftfluß und der Luftspalt soll deshalb bei Gleichstrommaschinen nicht zu klein werden. Es ergeben sich offenbar ähnliche Verhältnisse wie bei Synchronmaschinen.

Wenn bei älteren Gleichstrommaschinen ohne Wendepole gearbeitet wurde und deshalb die Bürsten aus der neutralen Zone verschoben werden mußten, wurde der Hauptkraftfluß vom Ankerkraftfluß geschwächt (Abb. 196). Der Hauptkraftfluß mußte merklich stärker aufgebaut werden, damit er für die Ankerrückwirkung weniger empfindlich war. Mit den Wendepolen kamen schwächere Luftspalte auf und mit ihnen kürzere Pole. Die Maschinen konnten gedrängter gebaut werden. Der Wendepol bedeutete nach all dem einen großen Fortschritt.

Der Kollektor schafft eine eigene Maschinentype, die sich von der Type des allgemeinen Transformators streng unterscheiden läßt. Das sekundäre magnetische Feld läßt sich mit den Kollektorbürsten verstellen. Die Lage des sekundären Feldes des allgemeinen Transformators dagegen ist durch die Belastung jederzeit vorgeschrieben.

Es konnte nicht dabei bleiben, daß der Kollektor nur ein Hilfsmittel der Not ist, eine sinnreiche Einrichtung, die endlich der Erzeugung von Gleichströmen den Weg öffnete. Sehr lange blieb er allerdings nur das. Gleichstrommaschinen wurden zuerst gebaut und der Kollektor ist deshalb eins der ältesten Hilfsmittel des Elektromaschinenbaues. Die unvollkommene Stromwendung der ersten Zeit war die Ursache, daß man die kollektorlosen Maschinen, vor allem den Asynchronmotor, so hoch stellte.

Inzwischen reifte das Problem der Stromwendung heran und der Kollektor gewann an Wert. Andererseits beklagte man mehr und mehr die Nachteile des Asynchronmotors, den Magnetisierungsstrom, der den Leistungsfaktor heruntersetzt und die starre Umdrehungszahl. In dieser Lage brachte der Kollektor plötzlich neue Möglichkeiten, er wurde auch bei Wechselstrommaschinen angewendet.

Reizvolle Umänderungen der Wechselstrommaschinen sind möglich, wenn die Eigenheiten des Kollektors voll ausgenützt werden. Die Phasenkompensierung läßt sich durchführen, die Umdrehungszahl vom Synchronismus loslösen. Überraschende neue Eigenschaften der Maschinen tauchen auf.

Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik müssen den Kollektor aus der bescheidenen Rolle eines Bestandteiles der Gleichstrommaschine befreien und ihn als Hauptorgan der allgemeinen Kollektormaschine betrachten. Vor allem müssen sie aber das Wesen der Spannungsbildung einer in sich geschlossenen Ankerwicklung unter dem Einfluß des Kollektors genauer untersuchen.

Wir wollen noch einmal eine in sich geschlossene Gleichstromwicklung betrachten, die sich in einem ruhenden zweipoligen Gleichfluß dreht und voraussetzen, daß die Liniendichte auf dem Ankerumfang nach dem Sinus-

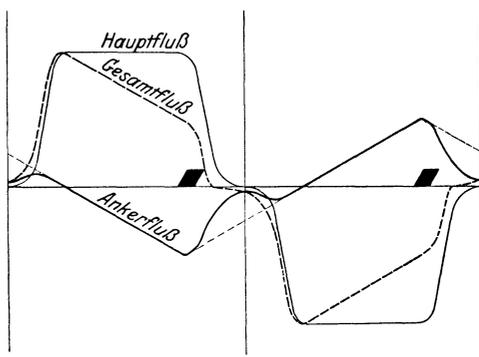


Abb. 196.

gesetz räumlich verteilt ist. Jeder Ankerstab bekommt dann eine induzierte Wechselspannung, die zeitlich dem Sinusgesetz folgt. Je einer Ankerumdrehung entspricht eine Periode der Spannung.

In der geschlossenen Wicklung reihen sich die Spannungen aneinander, die Gesamtspannung ist null. Das Vektorenschaubild der Spannungen gibt ein geschlossenes, regelmäßiges Vieleck. Bei entsprechend zahlreichen Ankerstäben geht das Vieleck in einen Kreis über.

Je einem Punkt des Potentialkreises entspricht ein Stab am Ankerumfang, die Spannung zwischen irgendwelchen zwei Stäben hat die entsprechende Kreissehne als ihren Vektor. Die größte mögliche Spannung entspricht dem Kreisdurchmesser, sie entspricht der halben Wicklung.

Die Augenblickswerte der Spannungen sind bekanntlich als Projektionen der sich mit der gegebenen elektrischen Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = 2\pi f$$

um ihr Ende drehenden Spannungsvektoren auf die stillstehende Zeitlinie gegeben. Wir können offenbar den Kreis mit der Winkelgeschwindigkeit ω umlaufen lassen, um damit alle einzelnen Stabspannungsvektoren mit derselben Winkelgeschwindigkeit zu drehen.

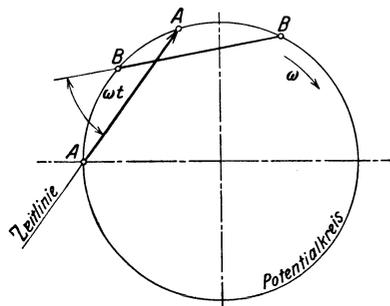


Abb. 197.

Der Spannungsvektor AA z. B. (Abb. 197) schließt nach t Sekunden in der Lage BB mit seiner ursprünglichen Lage den Winkel ωt ein, seine Projektion auf die Zeitlinie, die wir mit der Anfangsrichtung von AA zusammenfallen lassen wollen, ist dann

$$\overline{AA} \cos \omega t.$$

Wenn nun auf dem Kollektor zwei Bürsten aufgesetzt werden, die im Augenblick

$$t = 0$$

mit jenen zwei Stäben Kontakt bekommen, die den Punkten A und A des Potentialkreises entsprechen und die relativ zum Magnetgestell der Maschine ruhen, so bekommt man eine Spannung zwischen den Bürsten, deren Vektor sich mechanisch mit der Winkelgeschwindigkeit ω in der einen, elektrisch, wie wir gesehen haben, mit derselben Winkelgeschwindigkeit in der anderen Richtung dreht. Er ruht also in Wirklichkeit und seine Projektion auf die Zeitlinie bleibt konstant.

Die Gleichheit der mechanischen und der elektrischen Winkelgeschwindigkeit des Bürstenspannungsvektors ergibt sich von selbst daraus, daß die Bürsten relativ zum Hauptkraftfluß der Maschine ruhen, relativ zur Ankerwicklung somit mit der entgegengesetzten Winkelgeschwindigkeit umlaufen, mit der sich der Anker dreht. Da einer Ankerdrehung eine Periode bei zweipoligem Modell entspricht, ist das Ergebnis klar.

Leicht sieht man ein, daß der Kollektor der Gleichstrommaschine nur ein Sonderfall ist, denn man kann offenbar die mechanische Winkelgeschwindigkeit der Bürsten beliebig einrichten, man kann die Bürsten

umlaufen lassen, wie man will. Die Periodenzahl der Stabsspannungen f hängt nur von der Polzahl p der Maschine und von der Umdrehungszahl n des Ankers relativ zum Kraftfluß ab

$$f = \frac{p \cdot n}{120}$$

Das gibt die elektrische Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = 2 \pi f$$

des Bürstenspannungsvektors. Laufen andererseits die Bürsten relativ zum Kraftfluß mit n_b -Umdrehungen in der gleichen Richtung um, wie der Anker, so entsteht eine mechanische Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_m = 2 \pi \frac{p (n_b - n)}{120}$$

des Bürstenspannungsvektors. Das gibt eine Gesamtwinkelgeschwindigkeit

$$\omega_b = \omega + \omega_m = 2 \pi \frac{p \cdot n_b}{120},$$

d. h. die Bürstenspannung hat die Periodenzahl

$$f_b = \frac{p \cdot n_b}{120},$$

die einzig und allein von der Umdrehungszahl der Bürsten relativ zum Hauptkraftfluß in der Umlaufrichtung des Ankers abhängig ist.

Der Kollektor sammelt Stabsspannungen, deren Periodenzahl der Umdrehungszahl der Ankers entspricht, zu Bürstenspannungen, deren Periodenzahl der Umdrehungszahl der Bürsten folgt. Er ist ein eigentümlicher Periodenumformer. Die Größe der Bürstenspannung richtet sich nach der Ankerdrehzahl, die Periodenzahl der Bürstenspannung nach der Bürstendrehzahl.

Wir wollen nun die Wirksamkeit des Kollektors an einem verwickelteren Beispiel untersuchen, als es die Gleichstrommaschine ist. Wir bilden zu diesem Zwecke den Läufer eines zweipoligen Asynchronmotors als Gleichstromanker mit Kollektor aus, d. h. wir geben ihm eine in sich geschlossene Gleichstromwicklung.

Das ist ohne weiteres möglich. Die geschlossene Gleichstromwicklung kann immer in drei gleiche Teile zerlegt werden, die als Phasenwicklungen räumlich um je 120° am Ankerumfang versetzt erscheinen. Die drei Grenzpunkte der drei Phasenwicklungen können zu drei Schleifringen geführt werden, wenn die Maschine normal als Asynchronmotor betrieben werden soll, der Läufer ist dann in Dreieck geschaltet.

Wir wollen uns um die drei Schleifringe weiter nicht kümmern, die die Wicklung somit an den Schleifringen elektrisch unbelastet lassen und setzen lieber auf den Kollektor drei Bürsten unter je 120° Winkel auf (Abb. 198). Wenn in der Läuferwicklung genau so ein Potentialkreis

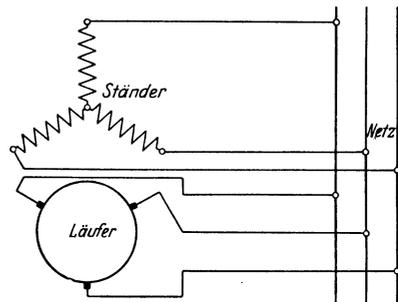


Abb. 198.

gebildet wird wie bei der Gleichstrommaschine, werden die drei Bürstenspannungen bestimmt gegeneinander um je 120° phasenverschoben sein (Abb. 199).

Der Läufer ruht bekanntlich, wenn die Sekundärwicklung offen ist, wenn also die drei Schleifringe nicht mit irgendwelchen Widerständen überbrückt werden. Im Wicklungs-dreieck des Läufers kann kein Strom fließen, weil die Gesamtspannung der in sich geschlossenen Läuferwicklung immer null ist. Die Ständerwicklung erzeugt aber einen Drehfluß, sobald ihr ein Spannungsdreieck aufgedrückt wird.

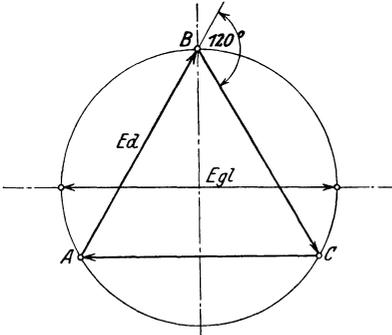


Abb. 199.

Der Drehfluß ist bekanntlich ein am Läuferumfang nach dem Sinusgesetz räumlich verteilter Gleichfluß, der sich relativ zum Ständer und ebenso relativ zum ruhenden Läufer mit der Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = 2\pi \cdot f$$

dreht, wenn dem Ständer Spannungen von f Perioden aufgedrückt werden. Wir bekommen in der Tat den gleichen Fall wie bei der Gleichstrommaschine. Der ruhende Läufer dreht sich relativ zum Kraftfluß mit der Winkelgeschwindigkeit $-\omega$, mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit laufen übrigens auch die relativ zum Ständer ruhenden Bürsten relativ zum Kraftfluß um. Die Bürstenspannungen müssen demnach die Periodenzahl

$$f_b = f$$

haben.

Diese Periodenzahl behalten die Bürstenspannungen nach der oben entwickelten Kollektorthorie unverändert bei, auch wenn sich der Läufer dreht. Nur die Größe der Bürstenspannungen wird anders, wenn der

Läufer anfängt, dem Drehfluß nachzueilen. Sie ist der relativen Umdrehungszahl des Läufers gegenüber dem Drehfluß proportional.

Der Kollektor zeigt uns die Läuferwicklung immer mit der Ständerperiodenzahl, während an den Schleifringen die Läuferwicklung mit der Schlupfperiodenzahl erscheint. Diese Tatsache ermutigt uns, den Versuch zu machen, nicht nur den Ständer, sondern auch den Läufer an das gemeinsame Netz anzuschließen.

Vorsichtigerweise schalten wir indessen zwischen Netz und Läuferbürsten einen Transformator nach Abb. 200 ein, dessen Sekundärspannung regelbar ist. Wir stellen ferner die Läuferbürsten so ein, daß die zwischen den Bürsten liegenden Phasenstabgruppen als fließende Phasenwicklungen

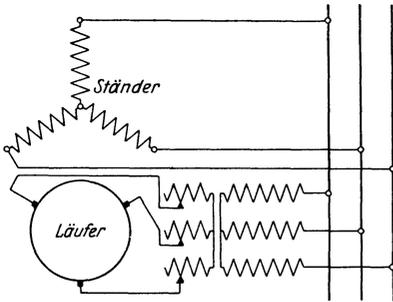


Abb. 200.

dieselben Achsen haben wie die entsprechenden Ständerphasenwicklungen. Drücken wir dann über die Kollektorbürsten Magnetisierungsströme in die Läuferphasen, Ströme also, die den aufgedrückten Spannungen um 90° nacheilen, so wird der Läufer den Drehfluß erregen helfen.

Die Größe des Drehflusses ist fest gegeben. In der Ständerwicklung müssen den aufgedrückten Spannungen die vom Drehfluß induzierten Spannungen das Gleichgewicht halten. Dem Zwang des Spannungsgleichgewichtes in der Läuferwicklung sind wir durch die Regelbarkeit der dem Läufer aufgedrückten Spannung vorläufig ausgewichen. Wenn nun, wie vorausgesetzt, der Läufer den Drehfluß miterregt, wird der Ständermagnetisierungsstrom schwächer werden.

Man kann ihn ganz zum Verschwinden bringen, wenn der Magnetisierungsstrom des Läufers stark genug ist. Ja man kann offenbar die Ständerwicklung sogar zur Aufnahme kapazitiver Ströme zwingen, wenn man den Magnetisierungsstrom im Läufer übertreibt. So scheint der Kollektor einen Weg zu der Phasenkompensierung zu öffnen, die gerade bei Asynchronmotoren so ungemain wichtig wäre.

Was nützt aber die Beseitigung des Ständermagnetisierungsstromes, wenn dafür der Läufermagnetisierungsstrom vom gleichen Netz aufgebracht werden muß? Solange der Läufer ruht, allerdings gar nichts. Wenn aber der Läufer den Drehfluß fast im Laufe erreicht, wird das Bild wesentlich anders. In den Ständer müßte der Magnetisierungsstrom mit der vollen Betriebsspannung, die sich in der vom Drehfluß induzierten Spannung verbraucht, gepreßt werden. Der sich drehende Läufer schneidet den Drehfluß nur noch mit der Schlupfgeschwindigkeit, die Bürstenspannung wird klein, sie beträgt bei gleichen Stabzahlen im Läufer und im Ständer nur einige Hundertstel der induzierten Ständerspannung. In den Läufer bringt man somit den Magnetisierungsstrom gleicher Größe mit einer viel kleineren Spannung als in den Ständer und auf der Primärseite des regelbaren Transformators erscheint nur noch ein unbedeutender Magnetisierungsstrom. Durch Übererregung im Läufer ist die vollständige Phasenkompensierung sofort möglich.

Der Drehstromkollektormotor ist nicht nur deshalb dem Asynchronmotor überlegen weil er ohne Phasenverschiebung arbeiten kann. Auch seine Umdrehungszahl ist nachgiebiger. Im Läufer des Asynchronmotors wirkt nur die induzierte Spannung. Sie muß jeweils so groß werden, daß die Ströme im Läuferstromkreis mit dem Drehfluß das gewünschte Drehmoment bilden. Auf den Läufer des Kollektormotors wirkt neben der vom Drehfluß induzierten Spannung auch noch die über die Kollektorbürsten aufgezwungene Netzspannung. Sie bringt Spiel in das Verhältnis der mechanischen Belastung des Motors und des Schlupfes, der Motor kann infolge der Regelbarkeit der dem Läufer aufgedrückten Spannung mit verschiedenen Umdrehungszahlen betrieben werden.

Der Drehstromkollektormotor verbessert den Asynchronmotor erheblich, aber er bringt den Kollektor und mit ihm einen empfindlichen Betrieb. Die Stromwendung ist für den Wechselstromkollektormotor ein weit schwierigeres Problem als für die Gleichstrommaschine. Es ist von grund-

sätzlicher Wichtigkeit, die zusätzlichen Schwierigkeiten des Wechselstromkollektors nachzuweisen.

Wir machen den Versuch, einen gewöhnlichen zweipoligen Gleichstrommotor mit Reihenschlußschaltung an eine Wechselspannung anzulegen. Der Kraftfluß der Maschine, vom Wechselstrom erregt, wird ein Wechselfluß. Das erste, was wir unternehmen müssen, ist demnach die Änderung des Magnetgestells. Es muß aus dünnem Eisenblech aufgebaut werden.

An den Kollektorbürsten erscheint eine induzierte Spannung, die nicht mehr eine Gleichspannung, sondern eine Wechselspannung ist. Der zeitlich schwingende Kraftfluß läßt natürlich auch den Durchmesser des Potentialkreises der Ankerwicklung zeitlich nach demselben Gesetz schwingen.

Die Netzspannung verbraucht sich teils in der induzierten Gegenspannung des Ankers teils in den Widerstandsspannungen der in Reihe geschalteten Widerstände der Erreger- und der Ankerwicklung. Neben den Ohmschen Widerständen tauchen im Wechselstrombetrieb die induktiven Widerstände auf, die sehr bedeutend sein müssen, nachdem die Wicklungen überall im Eisen gebettet sind.

Wir stellen fest, daß die an den Bürsten auftauchende induzierte Spannung der Ankerwicklung in Phase mit dem Kraftfluß ist. Sie ist eine sich immer wieder erneuernde Augenblicksspannung, und zwar die Summe der Augenblicksspannungen der jeweils zwischen den Bürsten zusammengefaßten Ankerstäbe. Die Stabspannungen aber schwanken zeitlich genau so wie der Kraftfluß.

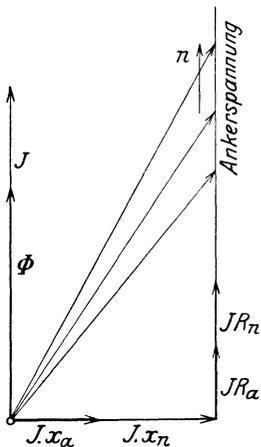


Abb. 201.

Das Vektorenbild des Wechselstromreihenschlußmotors bauen wir auf dem Vektor des Belastungsstromes auf. Mit ihm in Phase (Abb. 201) ist natürlich der Kraftfluß der Maschine. Die induktiven Abfallsspannungen Jx_α des Ankers und Jx_n der Erregerwicklung, die Ohmschen Abfallsspannungen des Ankers JR_α und der Erregerwicklung JR_n und die der Umdrehungszahl n des Ankers proportionale induzierte Ankerspannung bauen mit ihren Vektoren den Vektor der notwendigen Betriebsspannung auf (Abb. 201).

Der Reihenschlußmotor läuft offenbar auch, wenn er mit Wechselstrom betrieben wird. In seiner einfachsten Form arbeitet er nicht ideal, denn er hat meist einen schlechten Leistungsfaktor. Er mußte durch sinnreiche Verbesserungen erst gebrauchsfähig gemacht werden.

Für die wissenschaftlichen Grundlagen wichtig ist die Frage der Stromwendung des Wechselstromkollektormotors. Nur scheinbar bringt sie nichts neues mehr. Nur scheinbar handelt es sich nur um die Änderung der Stromrichtung beim Übergang des Stabes aus dem einen Ankerstromzweig in den anderen.

Die Stromwendung ist natürlich in dem Augenblick am unangenehmsten, wenn der sich umkehrende Stabstrom gerade auf seinem Höchstwert

befindet. Die Selbstinduktionsspannung wird dann am größten. Wenn nun die Wendepole ebenfalls mit dem gleichen Wechselstrom erregt werden, passen sie sich den zeitlich schwankenden Selbstinduktionsspannungen an.

Das ist also nicht die Schwierigkeit. Die Selbstinduktionsspannung ist eine Wechselfspannung geworden, die von den Hilfspolen induzierte Gegenspannung auch. Aber im Wechselstrombetrieb taucht noch eine Spannung in der jeweils kurzgeschlossenen kommutierenden Ankerschleife auf. Durch diese Schleife geht der volle Kraftfluß wie bei der Gleichstrommaschine, hier schwingt aber dieser Kraftfluß nach dem Sinuszeitgesetz. Er induziert deshalb eine Spannung.

Mit dieser zusätzlichen Spannung kämpft der Wechselstromkollektormotor. Sie ließe sich nach bewährten Lösungen ebenfalls dadurch beseitigen, daß die Stäbe der kommutierenden Spule einen Hilfskraftfluß schneiden würden. Aber eine Schwierigkeit ist unübersteigbar.

Die Spannung, die der zeitlich schwingende Hauptkraftfluß induziert, ist immer gleich groß, wie schnell sich auch der Anker dreht. Sie ist dem Kraftfluß und der Betriebsperiodenzahl, außerdem natürlich auch der Windungszahl der kommutierenden Spule proportional. Jede Hilfsspannung ist der Umfangsgeschwindigkeit des Ankers proportional, die Selbstinduktionsspannung der Stromwendung übrigens auch, weil die Zeit der Stromwendung ebenso abnimmt wie die Ankerdrehzahl zunimmt. Beim Anlauf des Ankers muß demnach die vom Hauptkraftfluß induzierte Spannung unweigerlich die Stromwendung in voller Größe stören.

Es gibt keine wirkliche Lösung des Problems der Stromwendung für den anfahrensden Wechselstromkollektormotor. Man kann nur erreichen, daß die störende Spannung nicht zu groß wird. Man weiß, daß sie bis zu einer gewissen Größe zu ertragen ist und richtet sich danach ein, so gut es geht. Deshalb kann man den Kraftfluß des Kollektormotors nicht über eine gewisse Grenzlinienzahl anwachsen lassen, deshalb gibt man der kommutierenden Spule eine so kleine Windungszahl wie möglich.

Man ersieht aus all dem, daß der Kollektor dem Elektromaschinenbau sehr gute Dienste leistet, daß er aber auf der anderen Seite die Schwierigkeiten der Stromwendung bringt. Es ist gewiß von unschätzbarem Wert, mit Hilfe des Kollektors die Phasenkompensierung und die Beweglichkeit der Umdrehungszahl erreichen zu können, andererseits ist für den praktischen Betrieb die Anspruchslosigkeit des Asynchronmotors eine noch wichtigere Eigenschaft.

Man findet deshalb in Drehstromnetzen durchwegs fast nur Asynchronmotoren und nimmt ohne Widerspruch die Magnetisierungsströme in den Kauf. Sie sind wohl die Hauptquelle der Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung unserer Drehstromnetze. Sie bringen zuweilen den Leistungsfaktor bis auf 0,6 herunter. Sie zwingen oft zu künstlicher Verbesserung des Leistungsfaktors der Anlage. Aber sie laufen unbeaufsichtigt, sie haben kein Kollektorfeuer, sie verursachen so gut wie keine Betriebsstörungen.

Drehstromkollektormotoren muß man aufstellen, wenn der Antrieb starke Änderungen der Umdrehungszahl verlangt. Dem Leistungsfaktor zuliebe nimmt man sie nicht in den Betrieb. In den ersten Jahren nach dem

Weltkriege gab es einen Anlauf zu Kollektormotoren zugunsten des Leistungsfaktors der Anlagen. Man sah bald ein, daß die Verbilligung der elektrischen Anlagen durch Verbesserung des Leistungsfaktors aufgewogen wird durch die Verteuerung der Motoren und durch die kostspieligere Wartung.

Der Wechselstromkollektormotor hat mehr Aussicht, sich durchzusetzen. Es gibt nämlich keinen guten Wechselstrommotor ohne Kollektor. Wohl kann man den Asynchronmotor einphasig bauen und ihm künstlich zum notwendigen Drehfluß verhelfen. Aber immer bleibt der asynchrone Wechselstrommotor ein schlechter Motor.

In Drehstromnetzen braucht man keine Einphasenmotoren. Ein halbwegs größerer einphasiger Motor würde das Netz empfindlich einseitig belasten, was vermieden werden muß. Ganz kleine Motoren könnten wohl ohne Rücksicht auf die Symmetrie der Belastung verwendet werden. Sie werden aber mit Rücksicht auf die Massenerzeugung meist als Kollektormotoren gebaut, damit sie sowohl in Gleichstrom- als auch in Wechselstromanlagen verwendet werden können.

Für elektrische Bahnen ist es von Wichtigkeit, mit nur einem Fahrdrabt auskommen zu können. Da kommt der Einphasenmotor zur Geltung. Natürlich als Kollektormotor, die Asynchrontype ist zu schlecht.

Den Kreis der elektrischen Maschinen schließen die sog. Umformer, denen die Aufgabe gestellt ist, Gleichstrom in Drehstrom umzuwandeln oder umgekehrt. Sehr häufig kommen Gleichstrom- und Drehstromnetze in Berührung, besonders in größeren Städten, deren innerer Teil mit Gleichstrom, die Peripherie mit Drehstrom versorgt wird.

Der Umformer läßt sich sehr einfach aufbauen. Der Gleichstrom, der umgeformt werden soll, fließt in einen Gleichstrommotor und läßt seine elektrische Energie an der Motorwelle als mechanische Energie wieder zum Vorschein kommen. Auf die Motorwelle setzt man einen Drehstromsynchrongenerator, der die empfangene mechanische Energie wieder als elektrische Energie ins Drehstromnetz abfließen läßt.

Die umgekehrte Umformung des Drehstroms in den Gleichstrom geht ohne weitere Schwierigkeiten vor sich. Die Synchronmaschine arbeitet dann als Motor, die Gleichstrommaschine als Generator. Man nennt solche aus zwei Maschinen bestehende Umformer auch Motor-Generatoren.

Der Motorgenerator arbeitet wie jede Maschine mit Energieverlusten. Er arbeitet sogar schlechter als einzelne Maschinen, denn er läßt die Energie zweimal die Maschine durchlaufen, einmal den Motor, das zweite Mal den Generator. Die Verluste beider Maschinen kommen im Wirkungsgrad des Umformers zum Ausdruck, sie werden aber nur auf die einfache umzuförmende Leistung bezogen.

Aus der verhältnismäßig verlustreichen Umformung im Motorgenerator kam zweifellos die Anregung, eine einzige Maschine als Umformer auszubilden. Sie führte zum sog. Einankerumformer, der, wie schon der Name sagt, die Nachteile des Motorgenerators zu vermeiden sucht.

Der Einankerumformer ist einfach eine Gleichstrommaschine mit in sich geschlossener Ankerwicklung, die jedoch durch die Schleifringe gleichzeitig in eine dreiphasige, in Dreieck geschaltete Wicklung umgestaltet

wird. Die Maschine hat natürlich neben den drei Schleifringen auch noch ihren normalen Kollektor.

Der Einankerumformer kann als Gleichstrommotor ganz wie sonst betrieben werden. Er bekommt vom Gleichstromnetz die umzuformende Energie. Die Ankerwicklung hat ihren Potentialkreis wie jede in sich geschlossene Ankerwicklung und der Durchmesser des Potentialkreises entspricht der Gleichspannung.

Den drei Schleifringanschlüssen entsprechen auf dem Potentialkreis drei Punkte A, B und C und die Vektoren der drei Phasenspannungen des an den Schleifringen zugänglichen Dreiphasensystems sind AB, BC und CA (Abb. 199). Evidentlicherwise ist ein festes Verhältnis des Höchstwertes der verketteten Drehstromspannung und der Gleichspannung durch die Vektorgröße \overline{AB} und den Kreisdurchmesser von vorneherein gegeben.

Dieses Verhältnis läßt sich leicht berechnen. Erreicht die Gleichspannung E_{gl} Volt, so hat der Potentialkreishalbmesser $\frac{E_{gl}}{2}$ Volt und nach Abb. 199 ist

$$AB = 2 \cdot \frac{E_{gl}}{2} \cos 30^\circ = E_{gl} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ Volt.}$$

Der Effektivwert der verketteten Drehstromspannung E_d ist natürlich

$$E_d = \frac{AB}{\sqrt{2}} = E_{gl} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \text{ Volt.}$$

Der Einankerumformer braucht auf der Drehstromseite einen Transformator, damit er die von der Gleichstromseite her vorgeschriebene verkettete Spannung mit der Netzspannung des Drehstromnetzes in Einklang bringen kann. Er ist gleichwohl erheblich billiger als ein Motorgenerator. Er hat auch viel kleinere Verluste.

Der Einankerumformer hat den Nachteil, daß er von Drehstrom auf Gleichstrom umformend als Synchronmotor anlaufen muß. Jeder Synchronmotor aber kann, wie aus der Beschreibung in der 17. Vorlesung hervorgeht, erst dann an das Drehstromnetz angeschlossen werden, wenn er bereits synchronisiert ist, d. h. die volle synchrone Umdrehungszahl und die richtige Erregung hat. Aus eigener Kraft kann demnach der Synchronmotor nicht anlaufen, er braucht dazu einen Hilfsmotor, den sog. Anwurfmotor, der ihn leerlaufend auf die volle Geschwindigkeit bringt.

Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik können sich nicht weiter in Einzelheiten des Elektromaschinenbaues einlassen. Die gegebene Übersicht beschreibt die Haupteigenschaften der verschiedenen Maschinentypen, sie läßt die gemeinsame Abstammung aller Maschinen vom allgemeinen Transformator erkennen. Das bunte Bild der Spielformen zeigt, wie gewaltig heute der Elektromaschinenbau entwickelt ist. Er hat seine eigene, umfangreiche Theorie, der hier mit den knappsten Mitteln ein Grundbau aufgeführt wurde.

Zwanzigste Vorlesung.

Veränderliche Wechselstromkreise. Transformatorersatzschaltung. Vektorenbild der Ersatzschaltung des Transformators. Wechselstromleitwert. Inversion. Leerlaufpunkt. Kurzschlußpunkt. Kreisdiagramm.

Die Grundgesetze der Gleichstrom- und der Wechselstromtechnik lassen uns einen gegebenen Stromkreis vollständig beherrschen. Sie legen die Rollen der Ohmschen, der induktiven und der kapazitiven Widerstände fest. Sie bestimmen vollkommen die Abhängigkeit der Stromstärke von der treibenden Spannung. Sie zeigen die Größe der Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung an, sie lassen die Energiebewegungen verfolgen.

Ein Stromkreis, dessen Ohmscher Widerstand, dessen Induktivität und Kapazität fest gegeben sind, ist indessen für die Praxis nur ein Augenblicksbild, nicht mehr. Wir arbeiten mit lebendigen Stromkreisen. Unaufhörlich ändert sich in unseren Anlagen, die doch nichts anderes sind als große, verwickelt aufgebaute Stromkreise, alles. Eine Lampe wird eingeschaltet, ein neuer Stromzweig steht plötzlich da, der Ohmsche Gesamtwiderstand ändert sich. Ein Motor fährt an, ein Ofen wird abgeschaltet, unaufhörlich ändert das Netz seine Eigenschaften.

Solche veränderliche Stromkreise sind trotzdem gegebene Stromkreise. Sie lassen ihre Ohmschen, induktiven und kapazitiven Widerstände schwanken, aber die Schwankungen liegen doch innerhalb festgesetzter Grenzen. Sie sind für die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik Stromkreise höherer Ordnung, sie stellen der Theorie verwickelte Probleme, aber jedenfalls Probleme, die gelöst werden müssen.

Der Betriebsingenieur hat immer ein großes elektrisches Netz, einen großen umständlich aufgebauten Stromkreis vor sich, der materiell vollständig gegeben ist, elektrisch aber innerhalb des materiell gezogenen Rahmens, infolge der fortwährenden Zu- und Abschaltungen seine Eigenschaften ändert. Dem Stromkreis wird die Betriebsspannung aufgedrückt, die meist ihre Höhe behält. Je nach dem elektrischen Zustand des Gesamtstromkreises wird der Gesamtstrom der Anlage, der vom Stromerzeuger geliefert werden muß, schwanken. Die Bestimmung der möglichen Schwankungen des Gesamtstromes ist praktisch die Hauptaufgabe des Problems veränderlicher Stromkreise.

Jede Anlage hat in der Tat einen Stromerzeuger, der ihr die Betriebsspannung aufdrückt und den nötigen Gesamtstrom liefert. Der Stromerzeuger muß dem Strombereich der Anlage angepaßt sein, er muß gleichsam die Möglichkeiten der elektrischen Veränderungen alle enthalten. Andererseits richten sich die Spannungsverhältnisse an den Verbrauchern nach den unvermeidlichen Spannungsabfällen in den Zuleitungen, die wiederum der Gesamtstromstärke folgen. Nicht nur die Diensttauglichkeit des Generators also ist beurteilbar, wenn ermittelt wird, in welchen Grenzen der Gesamtstrom der Anlage schwanken kann, auch die Betriebsverhältnisse, vom Standpunkt der Verbraucher aus betrachtet, können nur dann übersehen werden, wenn das Problem des veränderlichen Stromkreises gelöst wird.

Dieses Problem erscheint schwieriger als es ist. Es gestattet sogar sehr schöne und sehr übersichtliche Lösungen. Die graphische Untersuchungsmethode erleichtert ihm die Arbeit ganz erheblich. Natürlich kann es nicht alle Möglichkeiten der Praxis voraussehen. Dies ist auch gar nicht nötig. Wenn die Untersuchung veränderlicher Stromkreise von einfachen Fällen zu verwickelten aufsteigt, wenn sie sich ihre Hilfsmittel allmählich ausbildet, wie sie sie braucht, bringt sie mehr als eine Lösung, sie bringt eine Methode, die, vollständig ausgebaut, nicht versagen kann.

Im allereinfachsten Falle haben wir einen Gleichstromgenerator, der über zwei Verbindungsleitungen eine Gruppe von Glühlampen versorgt. Der Generator habe eine unveränderliche Klemmenspannung E (Volt), die beiden Zuleitungen den Gesamtwiderstand R (Ohm), jede Glühlampe den Nutzwiderstand r (Ohm) (Abb. 98).

Wenn keine Lampe brennt, hat die Lampengruppe einen unendlich großen Gesamtwiderstand. Es ist nämlich, wie bereits bekannt, möglich, die parallel geschalteten Lampenwiderstände durch einen Gesamtwiderstand r_g zu ersetzen, der sich zu

$$\frac{1}{r_g} = \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \dots \dots \dots \quad (83)$$

oder

$$r_g = \frac{r}{n}$$

für n Lampen berechnen läßt. Für

$$n = 0$$

wird

$$r_g = \infty.$$

Der kleinste Belastungswiderstand ergibt sich natürlich, wenn alle n_0 Lampen brennen. Der kleinste Gesamtwiderstand des Stromkreises ist demnach

$$R + \frac{r}{n_0}.$$

Sofort sehen wir, daß der Belastungsstrom des Stromkreises zwischen den Grenzen

$$0 \text{ und } \frac{E}{R + \frac{r}{n_0}}$$

schwanken kann und stellen fest, daß der Generator die Leistung

$$\frac{E^2}{R + \frac{r}{n_0}}$$

dauernd abgeben muß können.

Der gewonnene Überblick über die Betriebsverhältnisse des Stromkreises ist indessen noch nicht vollständig. Es gibt immer neben gewollten Belastungsfällen auch noch ungewollte, einfacher gesagt Betriebsunfälle.

Im Lichtnetz kann ein Kurzschluß auftreten, die Enden der beiden Zuleitungen können unmittelbar miteinander verbunden werden. Der Belastungswiderstand sinkt im Falle des Kurzschlusses auf null.

Glücklicherweise sind noch immer die beiden Zuleitungen mit ihrem Widerstand eine endliche Belastung des Generators und begrenzen den Kurzschlußstrom auf

$$\frac{E}{R} \text{ Ampere.}$$

Er wird gewiß groß, denn im normalen Betrieb darf der Belastungsstrom bekanntlich in den Zuleitungen nur einige wenige Hundertstel der Generatorspannung verbrauchen, damit an den Lampen die Spannung bei verschiedenen Belastungen nicht zu stark schwankt. Der Kurzschlußstrom kann 20-mal, auch 30-mal größer werden als bei normaler Vollast, unendlich groß wird er nicht.

Die Sicherungen (Abb. 31) übernehmen den Schutz des Stromkreises, den sie unterbrechen, indem sie abschmelzen. Es ist aber noch ein weiterer Schutz vorhanden, und zwar in der Maschine selbst. Die Klemmenspannung der Maschine ist jederzeit der im Anker induzierten Spannung, weniger die Widerstandsspannung des Ohmschen Widerstandes der Ankerwicklung, gleich. Der Spannungsabfall in der Ankerwicklung ist im normalen Betrieb klein, er muß aber die Klemmenspannung ganz bedeutend vermindern, wenn der Belastungsstrom stark hinaufschneilt.

So zeigt auch der sonst störende innere Widerstand der Maschinenwicklung seine gute Seite. Selbst ein Klemmenkurzschluß kann keinen unendlich großen Strom zur Folge haben. Die Maschine wehrt sich selbst. Selten gibt es Kurzschlüsse, die den normalen Belastungsstrom mehr als 30-mal übersteigen.

Gleich der erste Fall eines veränderlichen Stromkreises läßt uns die beiden Betriebsgrenzen erkennen: den Leerlauf und den Kurzschluß. Dem Leerlauf entspricht ein unendlich großer, dem Kurzschluß ein unendlich kleiner Belastungswiderstand. Dem Leerlauf entspricht der kleinste Belastungsstrom, dem Kurzschluß der größte.

Wir haben gesehen, daß der Kurzschlußstrom nicht unendlich groß werden kann, weil immer der Stromkreis unvermeidliche Widerstände behält, die Eigenwiderstände der Maschinenwicklung und der Zuleitungen. Der Leerlaufstrom muß andererseits nicht null sein. Der Erregerstrom der Magnetwicklung des Generators z. B. ist eigentlich auch ein Belastungsstrom und er fließt bestimmt auch dann, wenn der Stromkreis unbelastet ist.

Die Theorie veränderlicher Stromkreise zeigt nach all dem schon in ihren ersten Anfängen, daß es Feinheiten gibt, die nicht ohne weiteres erkennbar sind. Sie grenzt die Stärke des Belastungsstroms zwischen weit engere Grenzen ein als man sie nach oberflächlicher Betrachtung ziehen würde. Sie gibt dem Leerlauf und dem Kurzschluß des Stromkreises eine erhöhte Bedeutung, die sich immer wieder zeigen muß, so verwickelt auch der Stromkreis aufgebaut sein möge.

Die Theorie veränderlicher Stromkreise muß aber auch noch zeigen, was zwischen dem Leerlauf und dem Kurzschluß liegt. Nur in Gleich-

stromkreisen ist der eingegrenzte Bereich der Stromstärken eine einfache Sache. Wechselstromkreise können zwischen Leerlauf und Kurzschluß auch noch den Leistungsfaktor nach irgendeinem Gesetz sich ändern lassen. Die Vektoren der möglichen Betriebsströme werden nach Abb. 202 auf irgendeiner Kurve enden, die zwischen dem Leerlauf- und dem Kurzschlußpunkt verläuft. Für Wechselstromkreise sind nach all dem der Leerlauf und der Kurzschluß weit weniger ausschlaggebend als für Gleichstromkreise.

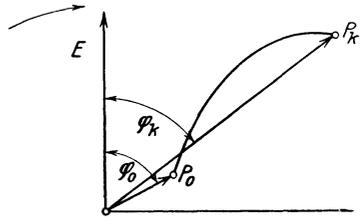


Abb. 202.

Ein einfacher und wie wir sehen werden bedeutungsvoller Fall eines Wechselstromkreises ist in der Schaltskizze der Abb. 203 angedeutet. Eine gegebene Wechselspannung wird einem verzweigten Stromkreis aufgedrückt, der in dem einen Stromzweig eine feste Induktivität L (H), in dem anderen Stromzweig einen veränderlichen Ohmschen Widerstand R (Ω) enthält.

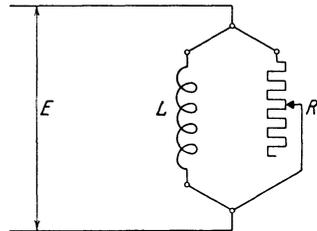


Abb. 203.

Der Fall läßt sich sehr einfach erledigen. Über die feste Induktivität L fließt ein unveränderlicher Zweigstrom

$$J_1 = \frac{E}{\omega L},$$

denn sie gibt einen unveränderlichen induktiven Widerstand

$$x = 2 \pi f L = \omega L,$$

wenn die aufgedrückte Spannung E die Periodenzahl f hat.

Über den veränderlichen Ohmschen Widerstand fließt ein veränderlicher Zweigstrom

$$J_2 = \frac{E}{R}.$$

Dieser veränderliche Zweigstrom ist in Phase mit der Spannung E, während der erste Zweigstrom bekanntlich der Spannung um 90° nacheilen muß.

Sofort ergibt sich das Vektorenschaubild der Abb. 204. Die möglichen Stromvektoren gehen alle vom Punkt 0 aus und enden auf der Geraden AA, die zum Spannungsvektor E parallel verläuft. Sie sind jeweils aus den Vektoren der beiden Zweigströme zusammengesetzt.

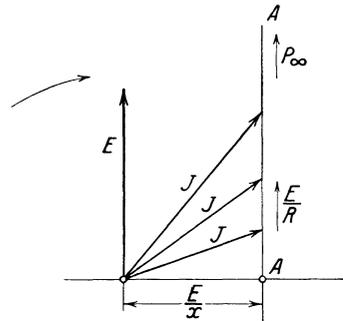


Abb. 204.

Im Leerlauf des Stromkreises ist

$$R = \infty;$$

der zweite Stromzweig ist unterbrochen. Der Leerlaufpunkt fällt demnach mit dem Punkt A zusammen. Im Kurzschluß ist

$$R = 0,$$

der zweite Zweigstrom und mit ihm der Gesamtstrom wird unendlich groß. Der Kurzschlußpunkt P_∞ liegt in der Richtung des Spannungsvektors in unendlicher Entfernung.

Der geometrische Ort, auf dem alle Enden der Stromvektoren liegen, ist die Gerade AA. Sie ist der einfachste Fall der Stromkurve, die im Vektorenschaubild immer den Leerlaufs- und den Kurzschlußpunkt verbindet. Wir werden im Laufe der Untersuchung veränderlicher Wechselstromkreise finden, daß die Stromkurven immer Kreislinien sind. Die Gerade entspricht einer Kreislinie mit einem unendlich großen Halbmesser. Wir haben einen der allereinfachsten Fälle des sog. Kreisdiagramms vor uns.

Die Schaltskizze der Abb. 203 gibt ganz roh die Verhältnisse der Primärseite eines Wechselstromtransformators, der sekundär induktionsfrei belastet wird. Wir wissen, daß die Primärwicklung des Transformators immer zwei Ströme aufnehmen muß. Der eine Teilstrom hält dem sekundären Belastungsstrom magnetisch das Gleichgewicht. Diesem Teilstrom entspricht der Zweigstrom des Ohmschen Widerstandes des oben untersuchten Stromkreises. Der zweite Teilstrom ist der Magnetisierungsstrom, der immer jenen Kraftfluß erregen muß, der in der Primärwicklung die nötige Gegen-

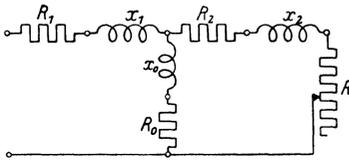


Abb. 205.

spannung der aufgedrückten Spannung

E entgegenzusetzen imstande ist. Der Magnetisierungsstrom läßt sich demnach als Zweigstrom einer festen Induktivität darstellen. Er eilt dann, wie es sein muß, der aufgedrückten Spannung um 90° nach.

Es ist nicht schwer, eine Ersatzschaltung zu finden, die den Betrieb des Transformators vollständig wiedergibt. Sie muß natürlich den Umstand berücksichtigen, daß sowohl die Primär- als auch die Sekundärwicklung ihre Ohmschen und induktiven Widerstände haben. Man kann sogar die Verluste im Eisen in der Ersatzschaltung unterbringen. Diese Verluste sind immer unverändert vorhanden, sie müssen natürlich durch einen kleinen Wirkstrom primär gedeckt werden. In den Stromzweig, über den der Magnetisierungsstrom des Transformators in der Ersatzschaltung zu fließen hat, können wir auch noch den Verluststrom des Eisens verlegen, der ebenso wie der Magnetisierungsstrom ohne Rücksicht auf die Belastung des Transformators primär aufgenommen werden muß. So ergibt sich in dem Stromzweig neben dem festen induktiven Widerstand x_0 des Magnetisierungsstromes auch noch ein fester Ohmscher Widerstand R_0 , dessen Joulesche Wärme die Verluste im Eisen zu ersetzen hat.

Hätte der Transformator primär den Ohmschen Widerstand R_1 , den induktiven Widerstand x_1 , sekundär die Widerstände R_2 und x_2 , so könnte man ihm beim Übersetzungsverhältnis 1:1 ohne weiteres die Ersatzschaltung der Abb. 205 zulegen, vorausgesetzt, daß die Sekundärbelastung rein induktionsreif wäre, entsprechend einem veränderlichen Ohmschen Widerstand R .

Zunächst ist es klar, daß die induzierte Spannung, die doch beim Übersetzungsverhältnis 1 : 1 primär und sekundär gleich groß ist, primär den Magnetisierungsstrom und den Verluststrom der Verluste im Eisen bestimmt und deshalb mit Recht dem Stromzweig mit der Induktivität L_0 bzw. dem induktiven Widerstand x_0 und dem Ersatzwiderstand R_0 aufgedrückt erscheint, ebenso aber auch dem Sekundärstromkreis. Diese induzierte Spannung ist andererseits im Ersatzschema ganz richtig hinter dem Ohmschen und dem induktiven Widerstand der Primärwicklung an die beiden parallelen Stromzweige angelegt, so daß sie jedenfalls um die Widerstandsspannungen kleiner ist als die dem Transformator aufgedruckte Spannung E .

Der primäre Gesamtstrom des Transformators erscheint im Ersatzschema als Gesamtstrom des Stromkreises und zerfällt in den Magnetisierungsstrom samt dem kleinen, die Verluste im Eisen deckenden Zusatzstrom und den Belastungsstrom, der beim Übersetzungsverhältnis 1 : 1 gleich ist dem sekundären Belastungsstrom.

Der Witz der Ersatzschaltung liegt darin, daß sie den sekundären Belastungsstrom einfach auch primär fließen läßt, was bis auf die Stromrichtung stimmt. Dafür ist auch die induzierte Spannung mit verkehrter Richtung eingeführt worden, sie tritt als Teil der aufgedruckten Spannung auf, der sie doch in Wirklichkeit entgegengerichtet ist. So kehrt sich im Ersatzschema auch die Richtung des Sekundärstroms um.

Im Ersatzschaltbild sind die Spannungsabfälle und die Verluste im Kupfer voll berücksichtigt. Will man nun das Ersatzschaltbild auch noch für Fälle benützen, die ein Übersetzungsverhältnis der induzierten Spannungen $n : 1$ haben, so muß man einfach im Stromzweig, der der Sekundärseite des Transformators entspricht, alle Widerstände n^2 -mal vergrößert in die Abb. 205 einführen. Man arbeitet nämlich in der Ersatzschaltung mit einer n -mal größeren Sekundärspannung als sie in Wirklichkeit vorhanden ist, bekommt dafür mit den n^2 -mal vergrößerten Widerständen einen Sekundärstrom, der n -mal kleiner ist als in der Wirklichkeit. Die Spannungsabfälle ergeben sich ganz richtig n -mal größer ebenso wie die induzierte Sekundärspannung, die Stromwärmeverluste dagegen bleiben auf der wirklichen Höhe.

Die für die Theorie wertvolle Ersatzschaltung des Transformators führt uns zu einem Stromkreis, in dem sich der Belastungswiderstand ändert. Die Untersuchung dieses veränderlichen Stromkreises bringt nun gewisse Schwierigkeiten. Die Spannung, die auf den verzweigten Teil des Stromkreises wirkt, ist nicht gegeben. Sie ist um die Widerstandsspannungen der Widerstände R_1 und x_1 kleiner als die gegebene Spannung E des Kreises und die Widerstandsspannungen sind wieder dem Gesamtbelastungsstrom des Kreises proportional.

Es bleibt kein anderer Weg offen, als die Bestimmung des Gesamtwiderstandes des ganzen Stromkreises, eines Wechselstromwiderstandes also, der alle Widerstände des ganzen Stromkreises zu ersetzen imstande wäre. Diese Bestimmung hat ihre Schwierigkeiten, denn neben Ohmschen treten auch induktive Widerstände auf und außerdem ist ein Widerstand veränderlich.

Probleme, wie das vorliegende, in denen verschiedenartige Widerstände in Reihen- und in Parallelschaltung auftreten, werden am besten bewältigt, wenn zuerst die Stromverzweigungen erledigt werden. Wenn einmal der Wechselstromwiderstand gefunden ist, der den verzweigten Teil des Stromkreises zu ersetzen imstande ist, bereitet die weitere Untersuchung keine großen Schwierigkeiten mehr.

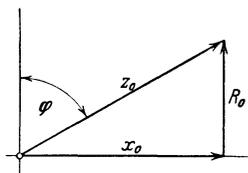


Abb. 206.

Der Wechselstromwiderstand des Stromzweiges mit dem Ohmschen Widerstand R_0 und dem induktiven Widerstand x_0 beträgt nach den Untersuchungen der 9. Vorlesung

$$z_0 = \sqrt{R_0^2 + x_0^2} \text{ Ohm.}$$

Im Vektorenschaubild ergibt sich dieser Wechselstromwiderstand in der einfachen Weise, wie sie Abb. 206 veranschaulicht. So einfach sie aber erscheint, erfordert sie einer gründlichen nochmaligen Untersuchung, die für die weitere Theorie veränderlicher Stromkreise grundlegend werden muß.

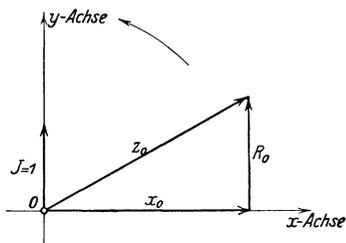


Abb. 207.

Die Widerstände treten in der Abb. 206 als Vektoren auf. Es ist besser, ihnen sofort diese Eigenschaft zu nehmen. Richtiger ist es anzunehmen, daß ein Strom von der Stärke eines Amperes über die beiden in Reihe geschalteten Widerstände R_0 und x_0 getrieben wird, dann ist offenbar R_0 die Spannung, die den Ohmschen, x_0 die Spannung, die den induktiven Widerstand

überwindet, z_0 die notwendige Gesamtspannung. So entsteht das klare Vektorenbild der Abb. 207.

Wir denken uns nun immer die Richtung des Einheitsstromvektors gleich der Richtung der y-Achse des benutzten Achsensystems und z. B. die Umlaufrichtung der Zeitlinie immer entgegen der Umlaufrichtung des Uhrzeigers. Wir können dann bei der Ermittlung des Wechselstromwiderstandes einer Gruppe in Reihe geschalteter Einzelwiderstände immer die Ohmschen Widerstände parallel zur y-Achse auftragen, die induktiven in der Richtung der x-Achse nach rechts, die kapazitiven in der Richtung der x-Achse nach links.

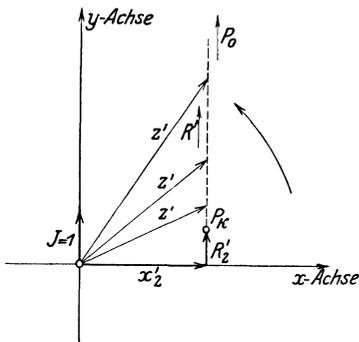


Abb. 208.

Der Wechselstromwiderstand jenes Stromzweiges, der in der Ersatzschaltung der Abb. 205 dem Sekundärstromkreis des Transformators entspricht, ergibt sich demnach nach Abb. 208 so, daß zunächst

$$x'_2 = n^2 x_2$$

auf der x-Achse nach rechts aufgetragen wird, daran in der Richtung der y-Achse

$$R'_2 = n^2 R_2$$

angefügt wird und nun noch in der gleichen Richtung der veränderliche Ohmsche Widerstand

$$R' = n^2 R$$

angeschlossen wird. Der Wechselstromwiderstand z' ist durch den Einheitsspannungsvektor gegeben, der vom Nullpunkt des Achsensystems ausgeht und irgendwo auf der Geraden des veränderlichen Widerstandes R' endet.

Nach der Erledigung der einzelnen Stromzweige entsteht nun die Frage, wie sich die beiden ermittelten Wechselstromzweigwiderstände in der Parallelschaltung verhalten. Wir denken uns zu diesem Zwecke dem verzweigten Teil des Stromkreises die Spannung eines Volts aufgedrückt. Diese Spannung wird in dem einen Stromzweig den Strom

$$\frac{1}{z_0}$$

hervorbringen, im zweiten Stromzweig den Strom

$$\frac{1}{z'}$$

Wir sehen uns zunächst den ersten Stromzweig genau an. Die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung ist durch den Aufbau des Wechselstromwiderstandes vollständig gegeben. Sie ist noch immer dieselbe wie in dem Vektorenbild der Abb. 206. Der Stromvektor

$$\frac{1}{z_0}$$

kann demnach im Einklang mit Abb. 209 eingezeichnet werden, wenn der Einheitsspannungsvektor diesmal ebenso auf der y-Achse aufgetragen wird wie in der Abb. 207 der Einheitsstromvektor.

Wir wollen den reziproken Wechselstromwiderstand von nun an Wechselstromleitwert nennen. Die Bezeichnungen Impedanz und Admittanz für Wechselstromwiderstand und Wechselstromleitwert sind reichlich unschön. Der Übergang vom Wechselstromwiderstand zum Wechselstromleitwert im Vektorenschaubild erfordert jeweils, wie wir gesehen haben, eine Spiegelung der Vektorenrichtungen an der y-Achse. Nur auf diese Weise läßt sich die Umlaufrichtung der Zeitlinie unverändert beibehalten, denn Strom und Spannung müssen immer in richtiger Folge durch Vektoren vertreten sein.

Wie bekommt man nun für den zweiten Stromzweig mit dem veränderlichen Wechselstromwiderstand z' den veränderlichen Wechselstromleitwert

$$\frac{1}{z'}$$

im Vektorenschaubild? Wo enden, anders gesprochen, die Stromvektoren $\frac{1}{z'}$,

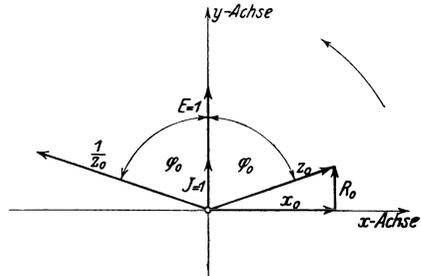


Abb. 209.

wenn die Spannungsvektoren z' auf der zur y -Achse parallelen Geraden enden müssen?

Das rein geometrische Problem, das hiermit aufgerollt wird, sucht zwei Kurven, auf denen gleichgerichtete Vektoren so abgegrenzt werden, daß das Produkt ihrer Beträge immer konstant bleibt. Es ist notwendig, einige einfache Fälle der Inversion zu erledigen, damit die Zusammensetzung parallel geschalteter Wechselstromwiderstände mit den Hilfsmitteln der Inversion jederzeit sofort durchgeführt werden kann.

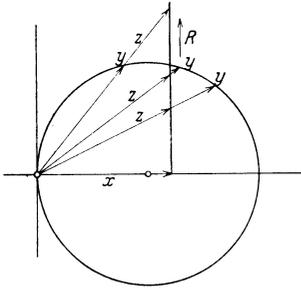


Abb. 210.

In der Abb. 210 enden die Vektoren z vom Koordinatenursprung ausgehend alle auf einer Geraden, die in beliebiger Lage angenommen werden kann. Die Vektoren

$$y = \frac{k}{z},$$

wenn k die Inversionskonstante ist, enden dann auf einem Kreis, der durch den Koordinatenursprung geht, dessen Mittelpunkt auf der Senkrechten aus dem Koordinatenursprung auf die z -Gerade liegt und dessen Durchmesser durch die Inversionskonstante k gegeben ist.

Der Beweis für die aufgestellte Behauptung ist leicht zu erbringen. In

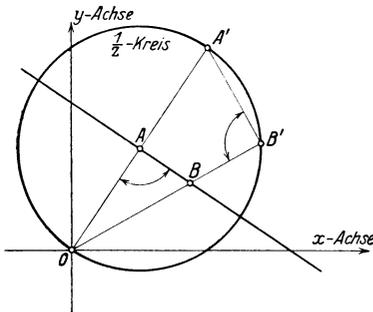


Abb. 211.

der Abb. 211 schneiden die Durchmessersehnen OA' und eine beliebige andere Sehne OB' die z -Gerade in den Punkten A und B . So wie der Kreis konstruiert wurde, muß bei A ein rechter Winkel entstehen. Ein rechter Winkel ergibt sich natürlich auch bei B' .

Die beiden Dreiecke OAB und $OB'A$ sind offenbar ähnlich. Es ist daher

$$OA : OB = \overline{OB'} : \overline{OA'},$$

d. h.

$$\overline{OA} \cdot \overline{OA'} = \overline{OB} \cdot \overline{OB'} = k,$$

wie es die Inversion verlangt und der Kreisdurchmesser OA' ist ganz einfach zu

$$\overline{OA'} = \frac{k}{\overline{OA}}$$

bestimmt.

Eine Gerade, die durch den Koordinatenursprung geht, gibt invertiert einen Kreis mit einem unendlich großen Durchmesser. Dieser Kreis ist die Gerade selbst. Ein Kreis, der durch den Koordinatenursprung geht, gibt invertiert natürlich eine Gerade, die auf dem durch den Koordinatenursprung gehenden Durchmesser senkrecht steht.

Ein Kreis, der beliebig gelegen ist, gibt invertiert wieder einen Kreis, mit dem er aus dem Koordinatenursprung gemeinsame Tangenten ziehen

kann (Abb. 212), mit dem er, kurz gesagt, in ähnlicher Lage ist. Auch dies läßt sich leicht nachweisen.

Die gemeinsame Tangente berührt in der Abb. 212 die beiden Kreise in den Punkten C und C'. Ein beliebiger Strahl aus dem Koordinatenursprung schneidet die Kreise in den Punkten A, B bzw. B', A'. Die Dreiecke OAC und OB'C' sind ähnlich und ebenso auch die Dreiecke OBC und OA'C'. Es ist also

$$\overline{OA} : \overline{OB'} = \overline{OC} : \overline{OC'}$$

$$\overline{OB} : \overline{OA'} = \overline{OC} : \overline{OC'}$$

Es ist deshalb

$$\overline{OA} \cdot \overline{OA'} = \overline{OB} \cdot \overline{OB'} = k.$$

Man beachte die Tatsache, daß dem von A nach B auf dem Kreis vorrückenden Punkt auf dem invertierten Kreis ein Punkt entspricht, der in umgekehrter Richtung sich bewegt. Die inversen Punkte liegen demnach auf den beiden ähnlichen Kreisen nicht in ähnlicher Lage.

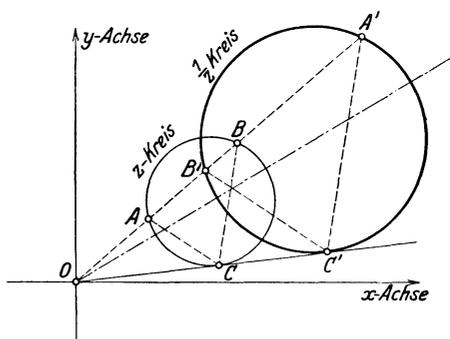


Abb. 212.

Die Inversionskonstante braucht nicht gleich 1 zu sein. Dies ist für den Entwurf der Vektorschaubilder von Wert, denn man kann sich offenbar die Maßstäbe für Wechselstromwiderstände und Wechselstromleitwerte frei wählen und damit die Inversionskonstante entsprechend annehmen.

Die Maßeinheit für den Widerstand ist das Ohm, die Maßeinheit für den Leitwert das Ohm zur Potenz -1 . Statt dieser Einheit nimmt man einfach ein Mho, oder neuerdings Siemens

$$1 \text{ Ohm} = \frac{1}{\text{Mho}} = \frac{1}{\text{Siemens}}$$

Wählt man nun z. B. für 1 Ohm die Vektorlänge eines Zentimeters, für 1 Mho dagegen z. B. die Vektorlänge von 5 Zentimetern, so wird

$$k = 5.$$

Dasselbe Maßstabverhältnis ergibt sich gleichzeitig für Spannungen und Ströme.

Wenn wir jetzt den veränderlichen Wechselstromleitwert

$$\frac{1}{z},$$

des zweiten Stromzweiges unserer Ersatzschaltung des Transformators

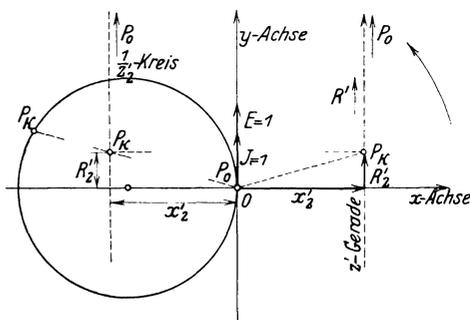


Abb. 213.

ins Vektorenbild zu bringen versuchen, müssen wir zuerst die z' -Gerade an der y -Achse spiegeln (Abb. 213) und dann zum $\frac{1}{z'}$ -Kreis invertieren.

Der Gesamtleitwert beider Stromzweige ist natürlich einfach als geometrische Summe der Einzelleitwerte erhältlich, denn der Gesamtstrom, der über den verzweigten Teil des Stromkreises bei 1 Volt Spannung zwischen

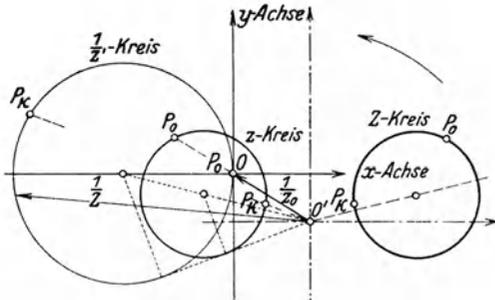


Abb. 214.

den Verzweigungspunkten fließt, ist nach dem erweiterten Kirchhoffschen Stromgesetz (S. 118) immer durch die geometrische Summe der Teilstromvektoren gegeben. So entsteht das Vektorenbild der Abb. 214, das erkennen läßt, daß der Gesamtleitwert natürlich veränderlich ist, dabei aber seine Vektoren alle auf einem Kreis enden läßt.

Dem Gesamtleitwert des verzweigten Stromkreisteiles entspricht ein Gesamtersatzwiderstand Z , der sich sofort durch Inversion bestimmen läßt. In der Abb. 214 wurde der Kreis der Leitwerte wieder an der y -Achse gespiegelt und in bekannter Weise zu einem neuen Kreis invertiert, auf dem die Vektoren des gesuchten Wechselstromwiderstandes Z liegen.

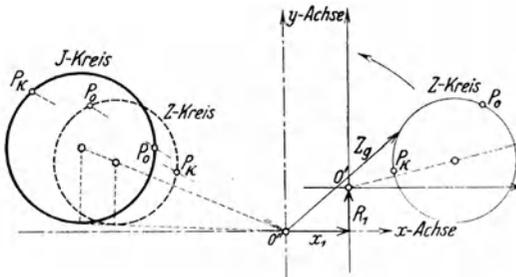


Abb. 215.

Mit diesem Ersatzwiderstand Z liegt nun nach Abb. 205 in Reihe der aus dem Ohmschen Widerstand R_1 und dem induktiven Wechselstromwiderstand x_1 bestehende Wechselstromwiderstand z_1 . Es ist ganz leicht, mit Hilfe der Konstruktion der Abb. 215

endlich den Wechselstromwiderstand Z_g des ganzen Stromkreises zu erhalten. Er endet jeweils als Vektor auf einem Kreis.

Wenn nun bei gegebener Spannung E , deren Vektor auf der y -Achse aufgetragen werden möge, die Stromstärke J des Stromkreises bestimmt werden soll, so ist lediglich zu bedenken, daß nach dem erweiterten Ohmschen Gesetz

$$E = J \cdot Z_g$$

ist, daß sich somit J durch Inversion der Z_g -Kurve mit E als Inversionskonstanten ermitteln läßt. Die Abb. 215 ist damit leicht verständlich.

Das erhaltene Kreisdiagramm des Transformators, das einen vollständigen Überblick über den Bereich der möglichen Primärströme gibt, bliebe unvollständig, wenn es nicht die beiden Grenzfälle des Betriebes klar erkennen

lassen würde. Auf dem Kreis, auf dem die Vektoren der möglichen Primärströme enden müssen, grenzen der Leerlaufpunkt und der Kurzschlußpunkt den wirklichen Arbeitsbereich des Transformators ein.

Die beiden Punkte lassen sich leicht bestimmen. Dem Leerlauf entspricht ein unendlich großer Belastungswiderstand, dem Kurzschluß ein unendlich kleiner. Schon in der Abb. 208, die des Wechselstromwiderstandes des veränderlichen Stromzweiges entspricht, sind der Leerlaufpunkt P_0 und der Kurzschlußpunkt P_k feststellbar. Die beiden Betriebspunkte lassen sich dann durch alle Inversionen hindurch leicht verfolgen, sie kommen schließlich auch in das Kreisdiagramm des Primärstromes.

Das oben ausführlich beschriebene Verfahren, das zum Kreisdiagramm führte, enthält eine ganze Reihe von Inversionen und damit dieselbe Reihe von Spiegelungen an der y-Achse des Diagramms. Nun läßt sich aber zweifellos insofern eine Vereinfachung erzielen, als je zwei Spiegelungen, zusammengefaßt, offenbar zur ursprünglichen Lage zurückführen und deshalb erspart werden können.

Überlegt man sich deshalb genau vor Beginn der graphischen Arbeit, wieviele Inversionen notwendig sein werden, so wird man sofort erkennen, ob eine Spiegelung überhaupt notwendig ist oder nicht, mit anderen Worten, auf welcher Seite der y-Achse schließlich das Kreisdiagramm liegen wird. Auf dieser Seite der y-Achse kann man dann ohne Spiegelungen die ganze graphische Arbeit erledigen.

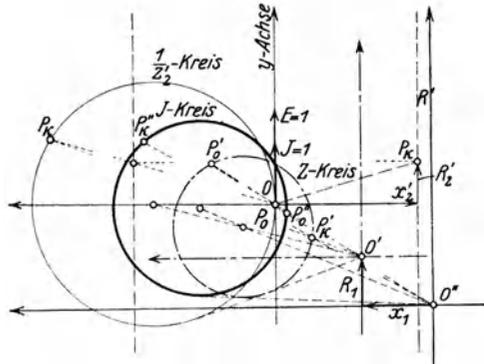


Abb. 216.

Für die Ersatzschaltung des Transformators sind drei Inversionen nötig, denn die Leitwerte der beiden Stromzweige lassen sich gleichzeitig in derselben Stufe erledigen. Das Kreisdiagramm muß demnach links von der y-Achse entstehen.

Dort wird nach Abb. 216 die Konstruktion des Kreisdiagramms in einem Zuge durchgeführt. Mit dem veränderlichen Stromkreis fängt man an, trägt somit auf der x-Achse nach rechts den induktiven Widerstand x'_2 auf, im Anschluß daran parallel zur y-Achse den Ohmschen Widerstand R'_2 und anschließend den Belastungswiderstand R' . An der Grenze zwischen R'_2 und R' liegt der Kurzschlußpunkt P_k , denn ihm entspricht

$$R' = 0.$$

In unendlicher Entfernung, in der Richtung der y-Achse liegt andererseits der Leerlaufpunkt P_0 , für den

$$R' = \infty$$

werden muß.

Der Wechselstromleitwert $\frac{1}{z_2}$ des Stromzweiges ergibt sich sofort durch Inversion (Abb. 216), an sie muß der Leitwert des zweiten Stromzweiges $\frac{1}{z_0}$ angefügt werden, was einfach so durchgeführt wird, daß der Koordinatenursprung O um $\frac{1}{z}$ nach O' , verschoben wird.

Von O' aus wird nun der $\frac{1}{z_2}$ -Kreis invertiert, damit der gesamte Wechselstromwiderstand des verzweigten Stromkreisteiles festgelegt wird. So ergibt sich der Z -Kreis. Abermals muß der Koordinatenursprung verschoben werden, und zwar um den Wechselstromwiderstand z_1 nach O'' , der in Reihe mit dem Ersatzwiderstand Z liegt. Von O'' aus wird schließlich der Z_g -Kreis invertiert und das Kreisdiagramm erscheint.

Der Leerlaufspunkt fällt auf dem $\frac{1}{z_2}$ -Kreise mit dem Koordinatenursprung O zusammen, inverse Punkte liegen ja immer auf dem Strahl, der vom Koordinatenursprung ausgeht. Die weitere Bewegung des Leerlauf- und des Kurzschlußpunktes bereitet keine Schwierigkeiten mehr.

Man kommt immer wieder zum Kreisdiagramm, wenn man veränderliche Wechselstromkreise untersucht. Die Inversion führt immer wieder zum Kreis. Wir werden noch einige andere wichtige Fälle veränderlicher Wechselstromkreise neben dem erledigten Ersatzstromkreis des Transformators kennen lernen, die sich ebenso dem einfachen Kreisdiagramm unterwerfen.

Die graphische Untersuchungsweise leistet den veränderlichen Wechselstromkreisen vorzügliche Dienste. Sie begnügt sich nicht allein mit der Konstruktion des Kreisdiagramms. Sie ist imstande, auch noch im fertigen Kreisdiagramm selbst, mit sehr einfachen Mitteln, aber in eleganter Weise alle möglichen Feinheiten des Stromkreises erkennen zu lassen.

Es ist durchaus der Mühe wert, nachzusehen, wie sich im Kreisdiagramm, das doch ursprünglich nur den Gesamtstrom in verschiedenen Betriebsfällen angibt, der Leistungsfaktor von Betriebsfall zu Betriebsfall unmittelbar ablesen läßt, wie sich die Joulesche Wärme der Primärwicklung bestimmen, wie die zugeführte Leistung, wie die abgegebene sich ermitteln lassen, wie der Wirkungsgrad der verschiedenen Betriebsfälle leicht feststellbar ist.

Im Vertrauen darauf, daß man immer wieder ein Kreisdiagramm erhält, wenn man veränderliche Stromkreise untersucht, ist eine eigene Theorie des Kreisdiagramms entwickelt worden, deren Ergebnisse den wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik einverleibt werden müssen.

o Einundzwanzigste Vorlesung.

Ausstattung des Kreisdiagramms. Leistungsfaktorkreis. Stromwärme Gerade. Maßstab der Stromwärme. Restleistungsgerade. Wirkungsgradmaßstab. Erregungsverluste. Leistungsgerade. Anwendung des Kreisdiagramms. Kreisdiagramm des Asynchronmotors.

Veränderliche Wechselstromkreise mit konstanter Betriebsspannung, die dem Sinusgesetz folgt, führen zu Vektorenschaubildern, in denen der veränderliche Gesamtstromvektor auf einem Kreis gleitet (Abb. 217). Das sich so ergebende Kreisdiagramm läßt nun nicht nur die Abhängigkeit des Gesamtstroms von der Betriebsspannung in den verschiedenen Fällen des angenommenen Arbeitsbereiches übersehen. Es kann auch noch über andere wichtige Betriebseinzelheiten Aufschluß geben, wenn es entsprechend ausgearbeitet wird. So entsteht der Theorie die Aufgabe, das Kreisdiagramm vollständig auszustatten, womit es erst seinen vollen Wert für die Untersuchung veränderlicher Wechselstromkreise erhält.

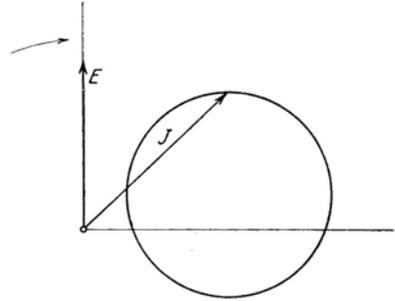


Abb. 217.

Wie sich der Phasenwinkel zwischen Strom und Spannung von Betriebsfall zu Betriebsfall ändert, zeigt das Kreisdiagramm unmittelbar. Es bleibt gleichwohl wünschenswert, eine Möglichkeit zum unmittelbaren Ablesen des Leistungsfaktors zu schaffen. Diese erste Aufgabe ist leicht zu lösen.

Auf der y-Achse des Kreisdiagramms, auf der immer der Vektor der Betriebsspannung E aufgetragen wird, trägt man die Strecke von 100 mm auf (Abb. 218) und zeichnet über ihr als Durchmesser einen Halbkreis. Für irgendeinen Belastungspunkt P gibt nun die Sehne, vom Koordinatenursprung zum Belastungspunkt gezogen, unmittelbar den Leistungsfaktor,

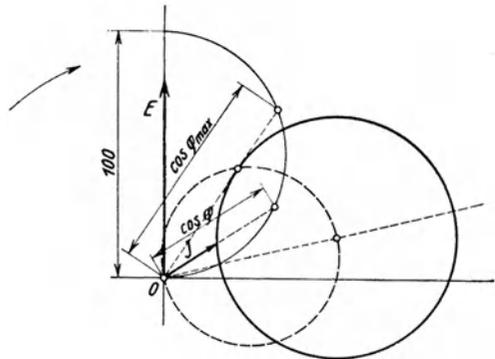


Abb. 218.

und zwar entspricht offenbar jedem Millimeter der Sehne ein Hundertstel des Leistungsfaktors, z. B. 77 Millimetern der Faktor 0,77.

Der kleinste Phasenwinkel und damit der größte Leistungsfaktor entspricht jenem Punkt des Betriebskreises, in dem die Tangente aus dem Koordinatenursprung den Kreis berührt (Abb. 218). Der Punkt läßt sich sehr einfach scharf bestimmen. Über der Strecke zwischen dem Koordinatenursprung und dem Mittelpunkt des Diagrammkreises als Durchmesser wird ein Kreis geschlagen, der auf dem Diagrammkreis sofort den gesuchten Berührungspunkt herauschneidet.

Sehr schön lassen sich die Jouleschen Verluste des Gesamtstroms in dem Widerstand R_1 , durch den nach dem Schaltbild der Abb. 205 der Gesamtstrom fließen muß, darstellen. Die folgende Ableitung gilt, wie man sich leicht überzeugen kann, ganz allgemein für einen beliebigen Strom, dessen Vektor einem Diagrammkreis folgt und für einen beliebigen Ohmschen Widerstand.

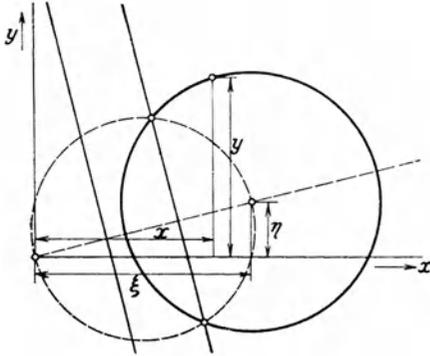


Abb. 219.

Im Kreisdiagramm der Abb. 219 greifen wir irgendeinen Betriebspunkt mit den Koordinaten x und y heraus. Er entspricht offenbar einem Belastungsstrom J , dessen Stärke durch den einfachen Ansatz

$$J^2 = y^2 + x^2$$

bestimmt ist. Die gesuchte Joulesche Wärme im Widerstand R_1 ist demnach

$$J^2 R_1 = R_1 (y^2 + x^2).$$

Hat nun der Diagrammkreis den Halbmesser ρ und die Mittelpunktskoordinaten ξ und η , alles natürlich im Strommaßstab gemessen, so ist

$$(y - \eta)^2 + (x - \xi)^2 = \rho^2$$

oder

$$\frac{J^2}{2} = y \eta + x \xi - \frac{(\eta^2 + \xi^2) - \rho^2}{2}$$

Wir kommen zunächst zu dem merkwürdigen Ergebnis, daß die Joulesche Wärme in den einzelnen Betriebsfällen auf die Weise berechnet werden kann, daß in die Gleichung der Geraden

$$y' \cdot \eta + x' \cdot \xi - \frac{(\eta^2 + \xi^2) - \rho^2}{2} = 0$$

die Koordinaten des entsprechenden Diagrammkreispunktes eingesetzt werden:

$$y' = y \quad x' = x,$$

worauf das nun von null abweichende Ergebnis der Geradengleichung der Jouleschen Wärme proportional ist.

Wir nehmen irgendeine Gerade an (Abb. 220), die auf der y -Achse die Strecke b , auf der x -Achse die Strecke a vom Ursprung aus abschneidet. Ihre Gleichung lautet dann bekanntlich

$$\frac{y'}{b} + \frac{x'}{a} = 1.$$

Wenn wir nun in diese Gleichung die Koordinaten x und y irgendeines außerhalb der Geraden liegenden Punktes einsetzen (Abb. 220), so wird jetzt das Ergebnis der Geradengleichung um, sagen wir, p größer:

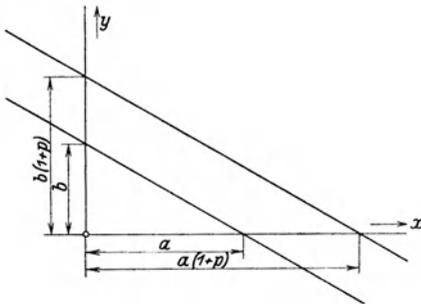


Abb. 220.

$$\frac{y}{b} + \frac{x}{a} = 1 + p.$$

Das Ergebnis der Geradengleichung wird aber offenbar für alle Punkte um p größer, die auf einer zur ursprünglichen Geraden parallelen Geraden liegen, denn

$$\frac{y}{b(p+1)} + \frac{x}{a(p+1)} = 1$$

ist wieder die Gleichung einer Geraden, die nach Abb. 220 konstruiert werden kann. Sofort ergibt sich daraus, daß p dem Abstand des Punktes x, y von der ursprünglichen Geraden proportional ist.

Im Kreisdiagramm können wir nach all dem die Joulesche Wärme des Diagrammstromes durch die Abstände der einzelnen Kreispunkte von der Geraden

$$y \cdot \eta + x \cdot \xi - \frac{(\eta^2 + \xi^2) - \varrho^2}{2} = 0$$

messen.

Wie kann nun die Gerade der Jouleschen Wärme entworfen werden? Es ist zunächst empfehlenswert, die Hilfsgerade

$$y \cdot \eta + x \cdot \xi - (\eta^2 + \xi^2 - \varrho^2) = 0$$

zu konstruieren. Diese Hilfsgerade steht offenbar senkrecht auf der Geraden, die den Koordinatenursprung mit dem Mittelpunkt des Diagrammkreises verbindet. Ihre beiden Schnittpunkte mit dem Diagrammkreis lassen sich ferner aus den beiden Gleichungen

$$(y - \eta)^2 + (x - \xi)^2 = \varrho^2$$

und

$$y \eta + x \xi - (\eta^2 + \xi^2 - \varrho^2) = 0$$

berechnen. Sie liegen auf dem Kreis

$$y^2 + x^2 - y \eta - x \xi = 0,$$

dessen Mittelpunkt in der Mitte zwischen dem Koordinatenursprung und dem Mittelpunkt des Diagrammkreises, und zwar auf deren Verbindungsgeraden angenommen werden muß, wobei der Hilfskreis sowohl durch den Koordinatenursprung als auch durch den Diagrammkreismittelpunkt geht.

Die Hilfsgerade

$$y \eta + x \xi - (\eta^2 + \xi^2 - \varrho^2) = 0$$

verbindet die beiden Berührungspunkte der aus dem Koordinatenursprung an den Diagrammkreis gezogenen Tangenten, sie ist die Polare des Koordinatenursprunges. Die Gerade der Jouleschen Verluste ist die Halbpolare, d. h. sie läuft parallel zur ermittelten Hilfsgeraden im halben Abstand vom Koordinatenursprung (Abb. 219).

Die gefundene Gerade der Jouleschen Wärme wird am besten gleichzeitig mit der Ermittlung des Punktes des höchsten Leistungsfaktors konstruiert, damit der dazu notwendige Hilfskreis doppelt ausgenützt wird. Für irgendeinen beliebigen Betriebspunkt rechnet man dann die Joulesche Wärme aus und vergleicht deren Betrag mit der Größe des Abstandes dieses Betriebspunktes von der Geraden der Jouleschen Wärme.

Es wird sich dabei gewöhnlich ein ungeschickter Maßstab ergeben, d. h. 10 000 Watt wird z. B. eine Abstandstrecke von z. B. 86,6 Millimetern entsprechen, während man doch etwa 100 Millimeter wünschen würde.

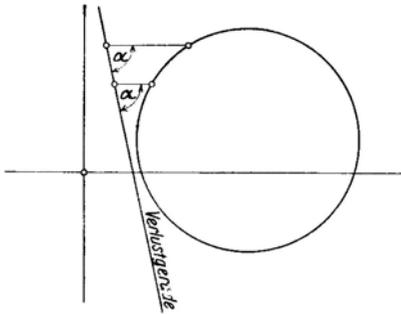


Abb. 221.

Dem Übelstand kann man sehr einfach abhelfen. Es ist nicht notwendig, beim senkrechten Maßstab zu bleiben, man kann auch in irgendeiner anderen Richtung messen, aber dann natürlich immer in derselben, einmal festgelegten Richtung. Es gibt aber immer eine Richtung für den in Betracht kommenden Abstand, die den gewünschten Maßstab verbürgt, d. h. es gibt immer einen Neigungswinkel α (Abb. 221), dessen Kosinus den ursprünglich sich ergebenden Maßstab wünschgemäß verbessert.

Nach Ermittlung der Energieverluste im unverzweigten Teil des Stromkreises nach Abb. 205 weiß man, welche Leistung nun dem verzweigten Teil noch zur Verfügung steht.

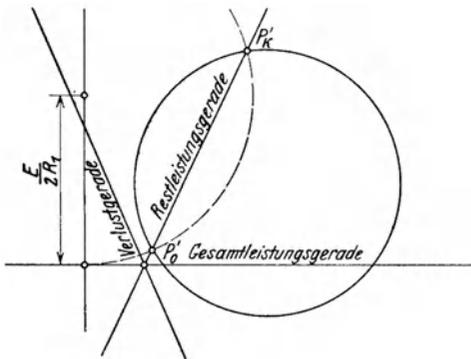


Abb. 222.

Die ganze dem Stromkreis zufließende Leistung ist doch jederzeit gegeben, sie beträgt

$$E \cdot J \cdot \cos \varphi \text{ Watt.}$$

Natürlich wünscht man sich auch für die dem verzweigten Teil des Stromkreises zufließende Leistung eine graphische Darstellungsmöglichkeit. Eine solche Möglichkeit besteht. Nach Abb. 219 ist nämlich

$$E \cdot J \cdot \cos \varphi - J^2 \cdot R_1 = E \cdot y - 2 R_1 \left(y \eta + x \xi - \frac{\eta^2 + \xi^2 - \varrho^2}{2} \right),$$

die Restleistung ist somit wiederum als Abstand des jeweiligen Betriebspunktes von der Geraden

$$y \left(\frac{E}{2R_1} - \eta \right) - x \cdot \xi + \frac{\eta^2 + \xi^2 - \varrho^2}{2} = 0$$

darstellbar. Die Restleistungsgerade läßt sich nun verhältnismäßig einfach darstellen.

Wir tragen nach Abb. 222 auf der y-Achse, vom Koordinatenursprung aus, die Strecke $\frac{E}{2R_1}$ auf und schlagen über ihr als Durchmesser einen Hilfskreis. Er hat die Gleichung:

$$\left(y - \frac{E}{2R_1} \right)^2 + x^2 = \left(\frac{E}{2R_1} \right)^2.$$

Der Hilfskreis schneidet den Diagrammkreis

$$(y - \eta)^2 + (x - \xi)^2 = \varrho^2$$

in zwei Punkten, die der Differenz der beiden Kreisgleichungen

$$y \left(\frac{E}{2R_1} - \eta \right) - x \xi + \frac{\eta^2 + \xi^2 - \varrho^2}{2} = 0$$

mit ihren Koordinaten genügen müssen, die nun, wie wir sehen, auf der gesuchten Restleistungsgeraden liegen.

Wenn nun die Gerade der Jouleschen Wärme die Verluste im Widerstand R_1 , die Restleistungsgerade die dem verzweigten Teile des Stromkreises zufließende Energie sofort ablesen läßt, ist schließlich die x -Achse selbst die Gerade der ganzen zugeführten Energie. Der Abstand des jeweiligen Betriebspunktes von ihr ist einfach gleich $J \cos \varphi$.

Bemerkenswert und das graphische Ermittlungsverfahren überwachend ist nun der Umstand, daß die Jouleschen Verluste nur dann gleichzeitig mit der Restleistung null werden können, wenn auch die Gesamtleistung des Stromkreises null wird. Die Gesamtleistungs-, die Restleistungs- und die Verlustgerade müssen sich in einem Punkte schneiden (Abb. 222).

Wie bereits oben erwähnt, wird man die einzelnen Größen im allgemeinen nicht durch die senkrechten Abstände des jeweiligen Betriebspunktes von den einzelnen Geraden messen, sondern wird für jede Gerade einen passenden Neigungswinkel suchen, unter dem man alle Abstandsstrecken ablesen wird, um einen einfachen Maßstab zu erzwingen. Auf diese Weise wird sich möglicherweise für jede Gerade ein anderer Leistungsmaßstab ergeben.

Nützlich wäre indessen ein gemeinsamer Leistungsmaßstab dann, wenn unmittelbare Vergleiche angestellt werden sollen, wenn unmittelbar ersichtlich gemacht werden soll, wieviel Hundertstel der Gesamtleistung der Ohmsche Widerstand R_1 verbraucht, wieviel Hundertstel also dem verzweigten Teil des Stromkreises bleiben.

Es ist eine Art Wirkungsgrad, dessen graphische Darstellung damit angestrebt wird. Daß zunächst nur die Joulesche Wärme des Ohmschen Widerstandes als Leistungsverlust angesehen wird, hat wenig zu bedeuten. Es darf erwartet werden, daß sich im Bedarfsfalle auch andere Energieverluste des Stromkreises ähnlich werden darstellen lassen wie die Stromwärmeverluste, nötigenfalls auch die Gesamtverluste. Die im folgenden gegebene Wirkungsgraddarstellung hat demnach eine grundsätzliche Bedeutung. Man kann sich einfach die Gerade der Jouleschen Wärme durch eine Gesamtverlustgerade ersetzt denken.

In der Abb. 223 messen wir zunächst die Verlustleistung und die Restleistung durch die beiden senkrechten Abstände des Betriebspunktes von der Verlustgeraden bzw. von der Restleistungsgeraden. Für jeden dieser beiden Abstände gilt zweifellos ein anderer Maßstab. Wir können sie nicht unmittelbar vergleichen. Fällt z. B. der Betriebspunkt auf die Leistungsgerade, so müssen die Verluste und die Gesamtleistung gleich werden. Die sie messenden senkrechten Abstände sind es nicht (Abb. 223). Wenn wir uns dagegen entschließen, die Verluste und die Gesamtleistung durch

Abstände parallel zur Leistungsgeraden zu messen, erreichen wir sofort, wie leicht ersichtlich, gleiche Maßstäbe.

Wir können daraus die Folgerung gewinnen, daß zwei Leistungen immer dann mit gleichem Maßstab gemessen werden, wenn die sie kennzeichnenden Abstände parallel zur dritten Leistungsgeraden gezeichnet werden, vorausgesetzt, daß die dritte Leistung verschwindet, wenn die beiden anderen einander gleich oder entgegengesetzt gleich werden. Verlustleistung und Restleistung müssen demnach parallel zur Abszissenachse als Gesamtleistungsgeraden gemessen werden, wenn sie unmittelbar verglichen werden sollen.

So ergibt sich folgende Wirkungsgradkonstruktion. Wir verlängern die Verlust- und die Restleistungsgerade unter die x-Achse und legen

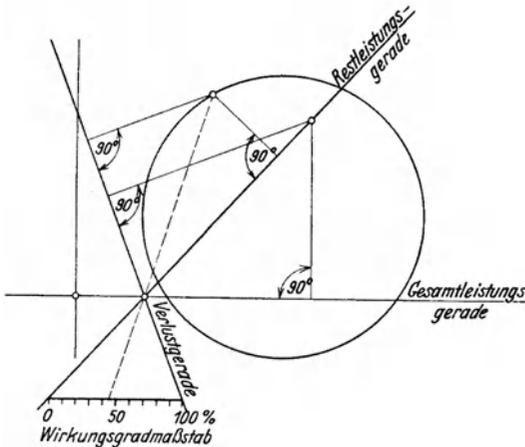


Abb. 223.

zwischen sie parallel zur x-Achse eine 100 Millimeter lange Strecke (Abb. 223). Der Strahl, der den jeweiligen Betriebspunkt mit dem Schnittpunkt der drei Leistungsgeraden verbindet, schneidet auf der Hilfsstrecke als Wirkungsgradmaßstab sofort den Wirkungsgrad ab, und zwar so, daß jedem Millimeter ein Hundertstel des Wirkungsgrades entspricht.

Dem Kreisdiagramm lassen sich noch eine Menge anderer, sehr wichtiger Einzelheiten entlocken. Vor allem lassen sich die Verluste in dem unveränderlichen

Stromzweig des Schaltbildes der Abb. 205 und die Spannung, unter der der verzweigte Teil des Stromkreises steht, darstellen.

In dem unverzweigten Teil des Stromkreises nach Abb. 205 verursachen die Widerstände R_1 und x_1 einen Spannungsabfall. Der Wechselstromwiderstand

$$z_1 = \sqrt{R_1^2 + x_1^2}$$

und der Strom J bestimmen ihn. Durch den Diagrammkreis ist somit sofort die Abfallspannung bestimmt. Der Größe nach einfach durch den Stromvektor selbst im z_1 -mal vergrößerten Maßstab, der Phase nach allerdings nicht. Die Abfallspannung eilt dem über den zu überwindenden Wechselstromwiderstand getriebenen Strom um den Winkel φ vor, der sofort durch

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{x_1}{R_1}$$

bestimmt werden kann.

Es ist empfehlenswert den Stromvektor doch, so wie er liegt, als Vektor der Abfallspannung Jz_1 zu verwenden. Man braucht zu diesem Zwecke

Mit genügender Genauigkeit gibt das Kreisdiagramm dann noch eine Menge Einzelheiten an, die für den Überblick über den Betrieb von großer Bedeutung sind. Wir wollen sie mit den erprobten Hilfsmitteln herausarbeiten.

Die Restleistungsgerade schneidet nach Abb. 225 den Diagrammkreis in zwei Punkten P_K und P_0 , die zwei Betriebsfällen entsprechen, in denen die ganze dem Stromkreis zugeführte Energie außerhalb des veränderlichen Belastungswiderstandes R des Schaltbildes der Abb. 205 verbraucht wird. Insbesondere entspricht scheinbar der Leerlaufpunkt P'_0 dem Betriebsfall eines unendlich großen Belastungswiderstandes R , der den veränderlichen Stromzweig stromlos macht.

In Wirklichkeit liegen die Verhältnisse etwas anders. Im Punkte P'_0 wird die ganze zugeführte Leistung nur im Widerstand R_1 verbraucht. Der wahre Leerlaufpunkt hat ungefähr eine

$$\frac{R_1 + R_0}{R_1} \text{-mal}$$

größere Ordinate als der Punkt P'_0 (Abb. 225). Ihm entspricht der nach obiger Annahme unveränderliche Zweigstrom J_0 .

Sofort ist nun der Vektor des veränderlichen Zweigstroms J_2 gegeben. Der Gesamtstrom J setzt sich jederzeit aus den beiden Zweigströmen J_0 und J_2 zusammen. Deshalb gehen die Vektoren des Zweigstromes J'_2

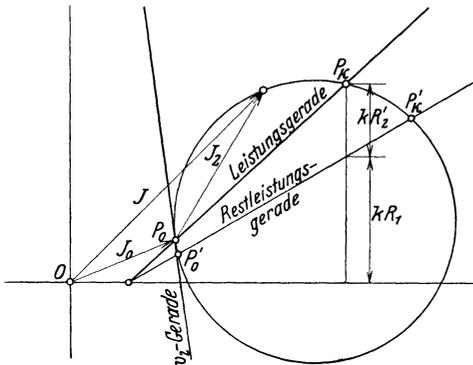


Abb. 225.

alle von Punkt P_0 aus und enden auf dem Diagrammkreis (Abb. 225).

Nun läßt sich sofort die Stromwärme des unveränderlichen Widerstandes R'_2 des Schaltbildes der Abb. 225 bestimmen. Sie ist immer dem Abstand des jeweiligen Betriebspunktes von der besonderen Verlustgeraden bestimmt. Diese neue Verlustgerade ist abermals die Halbpolare des Ausgangspunktes der Stromvektoren in bezug auf den Diagrammkreis. Sie fällt mit der Polaren des Punktes, d. h. mit der Tangente des Leerlaufpunktes P_0 zusammen.

Das Kreisdiagramm gibt so schließlich drei Verlustgeraden, die

V_1 -Gerade für die Stromwärme $J^2 R_1$,

V_0 -Gerade für die Verluste $J_0^2 R_0$,

V_2 -Gerade für die Stromwärme $J_2^2 R_2$.

Die Gesamtverluste sind für jeden Betriebspunkt durch die drei, in richtigen Maßstäben gemessenen Abstände von den drei Verlustgeraden gegeben. Es muß deshalb auch eine Gesamtverlustgerade geben. Sie wird am einfachsten so ermittelt, daß für zwei Betriebspunkte die Gesamtverluste berechnet werden.

Der größte Gesamtstrom J fließt dann durch den Stromkreis, wenn der Belastungswiderstand R verschwindend klein wird. Ihm entspricht

aber nicht der Kreispunkt P_k' , den die Restleistungsgerade ausschneidet. Im Punkt P_k' wird die ganze dem Stromkreis zugeführte Leistung allein im Widerstand R_1 verbraucht.

Im wahren Kurzschluß verbraucht auch noch der Widerstand R_2 eine große Leistung. Der wahre Kurzschlußpunkt P_k hat noch eine Restleistung $J_2^2 R_2$ und außerdem $J_0^2 R_0$. Gewöhnlich ist der wahre Kurzschlußstrom J_k so groß, daß ihm gegenüber der Zweigstrom J_0 bedeutungslos wird. Die Ordinate des Punktes P_k wird somit näherungsweise von der Restleistungsgeraden im Verhältnis

$$R_1 : R_2'$$

geteilt.

Es gibt nach all dem mit brauchbarer praktischer Genauigkeit eine wirkliche Leistungsgerade, die die Punkte P_0 und P_k verbindet und die x-Achse in demselben Punkt schneidet, wie die Gesamtverlustgerade (Abb. 225). Sie bestimmt die jeweils dem Verbrauchswiderstand R zur Verfügung stehende Leistung.

Die vorangehenden Untersuchungen ergaben eine Ausstattung des Kreisdiagramms, die gewiß den Wert der graphischen Untersuchungsmethode in das beste Licht rückt. Es ist zweifellos für den Praktiker von sehr großem Wert, die Möglichkeiten eines veränderlichen Stromkreises sozusagen mit einem Blick übersehen zu können.

Die Einzelheiten des Kreisdiagramms sind allerdings alle an die Voraussetzung gebunden, daß der Stromvektor tatsächlich auf einem Kreis enden muß. In der vorangehenden Vorlesung gewannen wir die berechnete Hoffnung, durchwegs einen Kreis als Kurve der möglichen Stromvektorenden zu erhalten. Die Inversion führt immer wieder zum Kreis. Die Theorie des Kreisdiagramms gewinnt durch diese Erkenntnis eine große Bedeutung.

Aber es läßt sich auch unmittelbar zeigen, daß man mit dem Kreisdiagramm sehr wichtige Probleme erledigen kann. Es ist nicht überflüssig, durch besonders wichtige Einzelfälle dem Inhalt des Kreisdiagramms auch das nötige praktische Gewicht zu geben.

Da ist zunächst der gewöhnliche ruhende Wechselstromtransformator. In der vorangehenden Vorlesung gelang es, eine Ersatzschaltung zu finden, die einen veränderlichen Stromkreis ergibt und die alle Einzelheiten des Betriebes der elektrisch getrennten Stromkreise der Primär- und der Sekundärwicklung vereinigt. Die Ersatzschaltung führt, wie in der vorangehenden Vorlesung bewiesen wurde, zum Kreisdiagramm. Bei der Ausstattung des Kreisdiagrammes bezogen wir uns in dieser Vorlesung auch auf ein Schaltbild, das von demjenigen der Ersatzschaltung des Wechselstromtransformators in keiner Beziehung abweicht.

Man beurteilt den gewöhnlichen Spannungstransformator in der Praxis selten nach seinem Kreisdiagramm. Es zeigt sich nämlich, daß der Diagrammkreis des Transformators einen so großen Durchmesser bekommt, daß der Betriebsbereich, so weit er praktisch überhaupt in Betracht kommt, auf dem Diagrammkreis nur einen kleinen Bogen in Anspruch nimmt. Man hält sich deshalb einfach nur an die beiden Übersetzungsgesetze für Strom und Spannung.

Von ungleich größerer Bedeutung als für den Transformator ist dagegen das Kreisdiagramm für den Asynchronmotor. In diesem wichtigen Falle ist das Kreisdiagramm dem Elektroingenieur geradezu unentbehrlich. Wir wollen deshalb über das Diagramm des Asynchronmotors ausführlich sprechen.

Wie kommt man vor allem beim Asynchronmotor zum Kreisdiagramm? Er hat doch zwei getrennte Stromkreise, den des Ständers und den des Läufers, außerdem aber hat er noch einen mechanischen Betrieb. Die von der Primärwicklung aufgenommene elektrische Leistung geht nur zum Teil in den Läuferstromkreis, der Großteil entweicht in Form mechanischer Leistung durch die Läuferwelle.

Wir machen trotz der entmutigenden Sachlage den Versuch, zu einer Ersatzschaltung zu kommen, ähnlich wie er beim ruhenden Transformator gelungen ist. Zur Vereinfachung setzen wir dabei zunächst voraus, daß Ständer und Läufer gleich bewickelt werden, somit auch gleiche Stabzahlen enthalten.

Bei ruhendem Läufer wären die induzierten Spannungen im Ständer und im Läufer dann gleich. Die Ersatzschaltung der Abb. 205 würde sofort auch hier gelten. R_1 wäre der Ohmsche, x_1 der induktive Widerstand der Ständerwicklung, R_2 der Ohmsche, x_2 der induktive Widerstand der Läuferwicklung. Der äußere Belastungswiderstand R wäre im Anlasser zu suchen. Genau so wie beim Transformator würde der Stromzweig mit dem die Verluste im Eisen darstellenden Widerstand R_0 und dem die induzierte Spannung des Ständers und des Läufers zu einer einfachen Selbstinduktionsspannung umgestaltenden induktiven Widerstand x_0 die Betriebserscheinungen des arbeitenden Kraftflusses decken. Natürlich gilt die Ersatzschaltung nur je einer Phase des Ständers und des Läufers.

Wenn aber der Läufer anfängt, sich zu drehen, wird vieles anders. Die induzierte Läufer Spannung ist nicht mehr der induzierten Ständerspannung gleich. Der mechanische Betrieb kommt hinzu. Die Ersatzschaltung verliert scheinbar ihren Sinn.

Der Schlupf σ , als Verhältnis der Umdrehungsgeschwindigkeit des Läufers relativ zum Drehfluß zur Umdrehungsgeschwindigkeit des Drehflusses, in Bruchform, nicht in Hundertsteln, angegeben, bestimmt die Läufer Spannung zu $E_2\sigma$ Volt, wenn sie bei festgehaltenem Läufer E_2 Volt betragen hat. Er setzt die Läuferperiodenzahl auf

$$f_2 = f_1 \sigma$$

fest, die bei ruhendem Läufer mit der Ständerperiodenzahl f_1 gleich war. Dies alles geht aus den Untersuchungen der Wirkungsweise des Asynchronmotors in der 17. Vorlesung hervor.

Mit der Verkleinerung der Sekundärperiodenzahl wird aber natürlich auch der induktive Widerstand der Sekundärwicklung kleiner. Er ist wie jeder andere induktive Widerstand der Betriebsperiodenzahl proportional. Er sinkt auf $x_2 \cdot \sigma$.

Hatte also ursprünglich, bei ruhendem Läufer, der Läuferstromkreis die Spannung E_2 und die in Reihe geschalteten Widerstände R_2 , x_2 und R , so mußte der Läuferstrom

$$J_2 = \frac{E_2}{\sqrt{(R_2 + R)^2 + x_2^2}} \text{ Ampere}$$

betragen. Der sich drehende Läufer ändert ihn auf

$$J_2 = \frac{E_2 \cdot \sigma}{\sqrt{(R_2 + R)^2 + x_2^2 \sigma^2}} \text{ Ampere.}$$

Die letzte Gleichung läßt sich aber in die Form

$$J_2 = \frac{E_2}{\sqrt{\left(\frac{R_2 + R}{\sigma}\right)^2 + x_2^2}} \quad (84)$$

bringen. Sie öffnet uns in der neuen Gestalt den Weg zur endgültigen Ersatzschaltung des arbeitenden Asynchronmotors.

Wir schalten beim Anlauf in den Läuferstromkreis einen Ohmschen Widerstand R , um einen Wirkstrom zu erzwingen, um den Asynchronmotor zur Leistungsaufnahme zu veranlassen. Diese Leistungsaufnahme ist nötig, damit der Motor von der ersten Umdrehung an arbeitet, d. h. mit einem kräftigen Anlaufdrehmoment anzieht. Wir bringen den Hilfswiderstand R in einem Anlasser unter.

Wenn der Motor einmal läuft, fällt, wie oben nachgewiesen, der induktive Läuferwiderstand rasch ab, der Ohmsche Wicklungswiderstand R_2 kommt zu großer Geltung, der Läuferstrom bekommt eine kleinere Phasenverschiebung gegenüber der ihn treibenden Spannung, die Leistungsaufnahme primär ist gesichert. Der Anlaßwiderstand kann deshalb im Betrieb abgeschaltet werden.

Wenn wir aber oben unter $R_2 + R$ einfach nur den Ohmschen Läuferwiderstand verstehen, so können wir für den Läuferstromkreis ganz einfach die Ersatzschaltung der Abb. 226 nehmen. Gleichung (84) zeigt aber außerdem, daß in dem Läuferstromkreis scheinbar zwei Ohmsche Widerstände wirken, ein unveränderlicher $R_2 + R$ und ein veränderlicher

$$(R_2 + R) \frac{1 - \sigma}{\sigma}.$$

Es ist nämlich, wie leicht ersichtlich

$$R_2 + R + (R_2 + R) \frac{1 - \sigma}{\sigma} = \frac{R_2 + R}{\sigma}.$$

Die Ersatzschaltung der Abb. 226 ersetzt in bemerkenswerter Weise die mechanische Leistung des Läufers durch eine gleich große elektrische, durch die Stromwärme eines Ohmschen Ersatzwiderstandes. In der 17. Vorlesung haben wir gefunden, daß die dem Asynchronmotor zugeführte Leistung nach Abzug der Eigenverluste des Ständers im Läufer auf die Stromwärme $J_2^2(R_2 + R)$ und auf die mechanische Leistung aufgeteilt wird, und zwar im Verhältnis

$$\sigma : (1 - \sigma).$$

Die Stromwärme $J_2^2(R_2 + R)$ gibt die Ersatzschaltung der Abb. 226 in richtiger Größe wieder, folglich muß

$$J_2^2(R_2 + R) \frac{1 - \sigma}{\sigma}$$

genau die mechanische Leistung wiedergeben.

Nur ein Schritt ist von der Ersatzschaltung des Läufers zur vollständigen Ersatzschaltung des Asynchronmotors. Das was seinerzeit in der 20. Vorlesung von der Ersatzschaltung des ruhenden Transformators nach Abb. 205 gesagt wurde, gilt uneingeschränkt auch hier, es braucht deshalb nicht noch einmal wiederholt zu werden.

Nun gilt allerdings die Ersatzschaltung Abb. 205 nur für gleich gebaute Wicklungen im Ständer und im Läufer. Sie gilt also vor allem für gleiche Stabzähler

$$z_1 = z_2$$

beiderseits. Aber auch die Ersatzschaltung des Transformators nach Abb. 205 wurde auf der Annahme aufgebaut, daß die Windungszahlen primär und sekundär gleich groß sind. Sie wurde dann durch Einführung von geänderten, auf die Primärwindungszahl bezogener Widerstände verallgemeinert.

Sinngemäß führen wir bei ungleichen Stabzahlen auch in die Ersatzschaltung des Asynchronmotors auf die Primärstabzahl bezogene Widerstände:

$$\begin{aligned} R'_2 &= R_2 \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^2 \\ R' &= R \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^2 \\ x'_2 &= x_2 \left(\frac{z_1}{z_2} \right)^2 \end{aligned}$$

ein und sind dann endlich am Ziel.

Der Asynchronmotor ist ein echter Transformator, er hat genau dieselbe Ersatzschaltung wie der ruhende Transformator. So wie der Transformator hat er sein Kreisdiagramm, das mit allen Einzelheiten ausgestattet werden kann, wie sie am Eingang dieser Vorlesung ermittelt worden sind. Die Schaltung des Stromkreises (Abb. 205), die uns bei dem Studium des Kreisdiagramms gedient hat, ist von der jetzt gewonnenen Ersatzschaltung in keiner Weise verschieden gewesen.

Die Praxis bedient sich bei der Untersuchung der Asynchronmotoren immer des Kreisdiagrammes, nur baut sie es auf kurzem Wege auf, sie vermeidet also den in der vorigen Vorlesung entwickelten Weg. Zwei Punkte des Diagrammkreises lassen sich nämlich durch Messung oder durch Rechnung sofort bestimmen, der Leerlaufpunkt P_0 und der Kurzschlußpunkt P_k der Abb. 227.

Wir messen einmal bei mechanisch unbelastetem, das andere Mal bei festgehaltenem Läufer die Primärspannung E_1 , den Primärstrom J und die primär zugeführte Leistung N_1 . Der Phasenwinkel des Primärstroms ist in beiden Fällen aus:

$$N_1 = \sqrt{3} E_1 \cdot J \cdot \cos \varphi$$

berechenbar und der Stromvektor J der Größe und der Richtung nach bestimmt.

Durch die beiden Punkte P_0 und P_k der Abb. 227 geht eine Sehne des Diagrammkreises, die mit der Leistungslinie zusammenfällt, wie aus den Untersuchungen dieser Vorlesung hervorgeht. Der Mittelpunkt des Diagrammkreises liegt auf der Symmetrale der Sehne. Er wird einfach näherungsweise so festgelegt, daß man ihm dieselbe Ordinate gibt (Abb. 227), wie dem Punkt, der auf der Leerlaufpunktordinate in der Mitte zwischen dem Leerlaufpunkt und dem Schnittpunkt mit dem Kurzschlußstromvektor liegt.

Das so ermittelte Kreisdiagramm gibt über alle wichtigen Eigenschaften des Asynchronmotors Aufschluß. In P_0 endet der Leerlaufstrom, der mit seiner Blindkomponente den Drehfluß erregt, mit seiner Wirkkomponente dagegen die Verluste im Eisen, die Reibungsverluste und die Ständerstromwärme des Leerlaufstromes deckt.

Irgendein Belastungspunkt des Kreises beendet den Vektor seines Ständerstroms und erlaubt die Abnahme einer mechanischen Leistung, die dem Abstand des Punktes von der Leistungslinie proportional ist. Man sieht sofort, daß mit wachsendem Ständerstrom die mechanische Leistung nur bis zu einer gewissen Grenze wächst. Die Parallele zur Leistungslinie berührt den Diagrammkreis im Betriebspunkte der höchsten mechanischen Leistung. Wird der Motor darüber hinaus belastet, so bricht das mechanische Gleichgewicht zusammen, der Strom wird immer größer, weil der Schlupf zunimmt, die Umdrehungszahl sinkt und schließlich bleibt der Motor im Kurzschlußpunkt stehen.

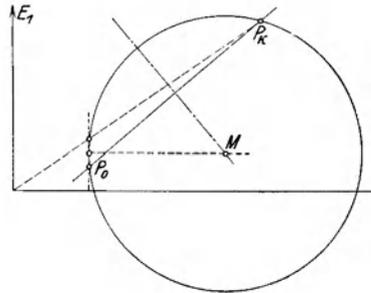


Abb. 227.

Im Kurzschlußpunkt wird die ganze dem Ständer zugeführte Leistung in den Ohmschen Widerständen der Wicklungen aufgezehrt, die Verluste im Eisen sind verhältnismäßig unbedeutend. Im Kurzschluß kann also der Motor mechanisch nichts mehr leisten, weil er die ganze Energie selbst verbraucht, im Leerlauf kann er ebenfalls mechanisch nichts leisten, weil ihm keine mechanische Last aufgebürdet wird.

Es ist selbstverständlich, daß die Verlustgeraden des Diagrammes über die Verluste und über den Wirkungsgrad in bekannter Weise Aufschluß geben können. Schließlich darf nicht unerwähnt bleiben, daß auch die Widerstände leicht meßbar sind und die Aufstellung des Ersatzschaltbildes ermöglichen, das dann, wenn es sein muß, zum genauen Kreisdiagramm führt.

Zweiundzwanzigste Vorlesung.

Kraftübertragungsstromkreis. Verteilte Widerstände, Induktivitäten und Kapazitäten. Vernachlässigung der Kapazitätsverteilung. Ersatzstromkreis der Kraftübertragung. Glühverluste. Symbolische Behandlung des veränderlichen Stromkreises. Schaltung nach Boucherot. Der Ladestrom der Fernleitung. Pupin - Spule.

Eins der wichtigsten Probleme der Wechselstromtechnik, nämlich das Kraftübertragungsproblem, läßt sich ebenfalls mit Hilfe des Kreisdiagramms übersehen. Dabei braucht die Transformation, die mit jeder Kraftübertragung auftaucht, gar nicht mitberücksichtigt zu werden. Die Fernleitung ohne Transformatoren und die an ihrem Ende angeschlossenen Verbraucher bilden einen veränderlichen Stromkreis, der sich restlos dem Kreisdiagramm fügt.

Am Anfang der Fernleitung wird eine Spannung E_1 aufgedrückt, deren effektive Höhe als unveränderlich angesehen werden kann. Sie überwindet zunächst den Wechselstromwiderstand der Fernleitung und treibt dann den Belastungsstrom über die veränderlichen Verbraucherwiderstände. Es ist nicht sehr schwer, ein Schaltbild aufzubauen, das dieser Beschreibung entspricht.

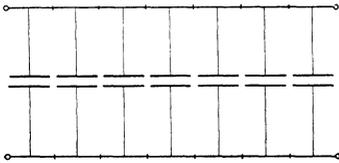


Abb. 228.

Bei genauerem Zusehen entdeckt man allerdings einige Schwierigkeiten, die das vorliegende Problem ungemein wichtig werden lassen, Schwierigkeiten, die im ersten Anlauf gar nicht zu überwinden sind. Die Fernleitung nämlich ist ein sehr langgestrecktes Gebilde. Sie hat einen Ohmschen, einen induktiven und einen kapazitiven Widerstand. Aber alle ihre Widerstände bauen sich aus Widerstandsdifferentialen auf, sie sammeln sich der Leitungsstrecke entlang an. Wir werden das erste Mal unwillkürlich dazu gebracht, nachzudenken, ob verteilte Widerstände, Induktivitäten und Kapazitäten nicht anders wirken als konzentrierte.

Es gibt eigentlich keine konzentrierten Widerstände. Ein Leiter ohne Länge ist kein Leiter. Jedem Widerstand entspricht ein Leiter von einer gewissen Länge. Aber nirgends drängt sich die Leiterlänge so hervor wie bei der Fernleitung. Nirgends kann die Vernachlässigung der Leiterlänge so störend wirken, vorausgesetzt, daß sie überhaupt stört.

Nun im Ohmschen Widerstand scheint die Leiterlänge überhaupt nicht stören zu können. Die Widerstandsdifferentiale sind in Reihe geschaltet und addieren sich. So ist es auch beim induktiven, ähnlich beim kapazitiven Widerstand.

Aber eine Tatsache macht sofort nachdenklich. Die Kapazitäten der aufeinanderfolgenden Leiterstückchen sind nach Abb. 228 alle parallel geschaltet. Es gibt unzählige Stromabzweigungen, der in den Fernleitungsanfang eintretende Strom fließt zum Teil über die Kapazitätsstromzweige sofort zurück, er ändert sich vom Leiterstückchen zum Leiterstückchen und kommt am Fernleitungsende bestimmt mit anderer Stärke an, als er am Fernleitungsanfang eingetreten ist.

Die verteilte Kapazität läßt die Leiterlänge doch zur Geltung kommen. Es ist theoretisch unzulässig, im Schaltbild die Fernleitung einfach durch

Widerstände zu ersetzen. Das Problem liegt schwieriger. Es fordert zu einer genauen Rechnung auf.

Wir wollen diese gründliche Untersuchung der Fernleitung mit verteilter Kapazität zunächst noch zurückstellen. Wir wollen die unleugbare Tatsache, daß ein Teil des Leitungstromes quer von Leiter zu Leiter fließt, vorderhand nur annähernd berücksichtigen. Wir denken uns deshalb die ganze Kapazität C der Fernleitung in der Mitte der Fernleitungsstrecke nach Abb. 229 vereinigt, müssen aber dann den halben Ohmschen und den halben induktiven Widerstand der Fernleitung R_1 bzw. x_1 je in der einen und der anderen Fernleitungshälfte vereinigt annehmen. So entsteht das Schaltbild der Abb. 230, in der der Einfachheit halber der Ohmsche und der induktive Widerstand je für sich konzentriert erscheinen.

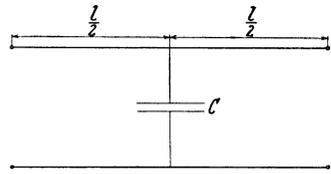


Abb. 229.

Der Fehler, den die vereinfachte Schaltung nach Abb. 230 bringt, ist meist nicht groß. Die vor der Kapazität liegende Fernleitungshälfte bekommt einen etwas größeren Strom als in der Wirklichkeit, die hinter der Kapazität liegende einen etwas kleineren. Ein gewisser Fehlerausgleich muß sich so ergeben.

Im Kapazitätsstromzweig der Abb. 230 finden wir nicht nur den gesamten Widerstand

$$x_0 = \frac{1}{2\pi f C}$$

der Fernleitung, sondern auch noch einen Ohmschen Widerstand R_0 . Die Rolle dieses Ersatzwiderstandes bedarf einer Erklärung.

In der Bahn der Kapazitätsströme, die quer von Leiter zu Leiter fließen, gibt es Energieverbrauch. Natürlich können die Kapazitätsströme allein, als Blindströme nichts leisten. Aber unmittelbar an den Leiteroberflächen gibt es auch Ohmsche Widerstände.

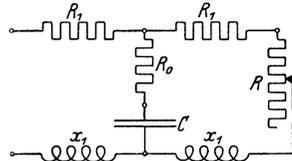


Abb. 230.

Wenn das elektrische Feld, das sich zwischen den beiden parallelen Leitern der Fernleitung entwickelt, stark genug ist, wird an der Leiteroberfläche die zu stark beanspruchte Luft durchbrochen, ionisiert, sie wird leitend. Der Leiterdurchmesser vergrößert sich durch die leitend gewordene Luftschichte, an der neuen Oberfläche ist die Feldstärke kleiner als sie vorher an der Metalloberfläche war. Dies lehrt die Untersuchung der 3. Vorlesung.

Der Kapazitätsstrom beginnt an der Oberfläche der ionisierten Luft-hülle des Leiters, bis zu ihr muß er als richtiger Elektronenstrom aus der Metalloberfläche vordringen. Deshalb entwickelt er in der ionisierten Luft-hülle merkliche Stromwärmeverluste.

Petersen hat nachgewiesen, daß der glimmende Leiter auch noch andere Energieverluste verursacht. Die ionisierte Lufthülle vergrößert natürlich die Kapazität. In jeder Periode steigt die Spannung zweimal

über die Grenze, bei der das Glimmen anfängt. Jedesmal steigt auch die Kapazität, um bei fallender Spannung wieder zu sinken.

Wir wollen die Kapazität der nicht glimmenden Leiter mit C_0 , die der glimmenden mit C_g bezeichnen. Bei einer Spannung E müßten die nichtglimmenden Leiter die Ladung

$$Q_0 = C_0 \cdot E$$

haben, sie brauchen glimmend die größere Ladung

$$Q_{g1} = C_{g1} \cdot E.$$

Die Mehrladung

$$Q_{g1} - Q_0 = E (C_{g1} - C_0)$$

muß unter der Spannung E zugeführt werden, was einer Energiezufuhr $E^2 (C_{g1} - C_0)$

entspricht. Ladung ist Strommenge, d. h. Stromstärke mal Zeit.

Von der zugeführten Energie enthält bekanntlich das Feld der glimmenden Leiter:

$$\frac{E^2 \cdot C_{g1}}{2} \text{ Wattsek.},$$

nichtglimmend würde es

$$\frac{E^2 \cdot C_0}{2} \text{ Wattsek.}$$

enthalten. Es müssen demnach

$$E^2 \left[C_{g1} - C_0 - \frac{C_{g1} - C_0}{2} \right] = E^2 \frac{C_{g1} - C_0}{2} \text{ Wattsek.},$$

verloren gegangen sein.

Die Kapazitätsänderungsverluste und die Stromwärmeverluste der ionisierten Lufthülle bilden zusammen die Glimmverluste auch Koronaverluste genannt. Sie sind als Teilverluste nicht gleicher Art. Die Stromwärmeverluste sind wie alle Stromwärmeverluste von der Periodenzahl unabhängig. Die Kapazitätsänderungsverluste treten in jeder Halbperiode auf, sie wachsen mit der Periodenzahl.

Die Glimmverluste treten praktisch erst bei erheblichen Spannungen auf. Mershon berichtete im Jahre 1907, daß eine Einphasenleitung von 10 mm² Leiterquerschnitt bei rund 80000 Volt Betriebsspannung je Kilometer ein Kilowatt Glimmverluste aufbringt. Die Leiterentfernung spielt dabei keine sehr große Rolle, was aus der Gleichung (6) der 3. Vorlesung leicht herausgelesen werden kann.

Wenn wir heute mit 220000 oder gar mit 380000 Volt arbeiten, müssen wir dem Glimmverlust eine ganz besondere Beachtung schenken. Mehr als gerechtfertigt erscheint es nach all dem, daß sie im Schaltbild der Abb. 230 mit einem passenden Ohmschen Ersatzwiderstand berücksichtigt erscheinen.

Der Ersatzstromkreis der Abb. 230 führt, graphisch bearbeitet, natürlich wieder zum Kreisdiagramm. Gegenüber dem Ersatzstromkreis des allgemeinen Transformators weist er lediglich den Unterschied auf, daß im unveränderlichen Stromzweig ein kapazitiver Widerstand an Stelle des induktiven auftritt.

Die Entwicklung des Kreisdiagramms der Kraftübertragung wäre nur eine Wiederholung bereits genügend bekannter Konstruktionen. Wir

sehen deshalb von ihr ab. Wohl aber wollen wir den Ersatzstromkreis der Abb. 230 mit Hilfe der symbolischen Rechnungsweise untersuchen, um zu zeigen, wie auch dieses Hilfsmittel der Wechselstromtechnik nützlich sein kann.

In der 20. Vorlesung sahen wir die verschiedenen Widerstände als Vektoren auftreten. Wir können deshalb nach Abb. 231 den Vektor des veränderlichen Wechselstromwiderstandes des veränderlichen Stromzweiges durch

$$z = (R_1 + R) - i \cdot x_1$$

ausdrücken, wenn wir die i -Achse mit der x -Achse zusammenfallen lassen, wenn wir also ein Koordinatensystem annehmen, das gegen das Koordinatensystem der Abb. 60 um 90° verdreht erscheint. Man kann offenbar die Wahl ganz frei treffen. Die vorliegende entspricht dem allgemeinen Brauch, auch gibt sie dem Ohmschen Widerstand die verdiente Form eines reellen Widerstandes.

Der Wechselstromwiderstand des veränderlichen Stromzweiges wäre sinngemäß durch den Vektor

$$z_0 = R_0 + i \cdot x_0$$

symbolisch dargestellt, denn der kapazitive Widerstand ist immer ein negativer induktiver Widerstand.

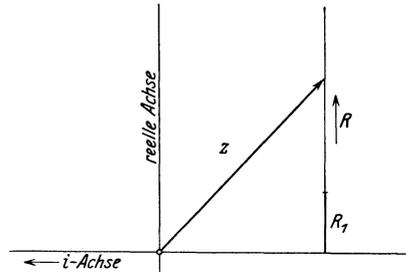


Abb. 231.

An den Verzweigungspunkten des Stromkreises steht die vorläufig unbekannte Spannung \bar{E} . Sie treibt durch den veränderlichen Stromzweig den Strom

$$\bar{J}_2 = \frac{\bar{E}}{z} = \frac{\bar{E}}{R_1 + R - i \cdot x_1}$$

und durch den veränderlichen Stromzweig den Strom

$$\bar{J}_0 = \frac{\bar{E}}{z_0} = \frac{\bar{E}}{R_0 + i \cdot x_0}$$

So ergibt sich sofort der Gesamtstrom

$$\bar{J} = \bar{J}_0 + \bar{J}_2 = \bar{E} \left[\frac{1}{R_1 + R - i \cdot x_1} + \frac{1}{R_0 + i \cdot x_0} \right],$$

der über dem Wechselstromwiderstand

$$\bar{z}_1 = R_1 - i \cdot x_1$$

getrieben werden muß, wozu die Teilspannung

$$\Delta \bar{E} = \bar{J} \cdot \bar{z}_1$$

notwendig ist.

Die Gesamtspannung \bar{E}_1 des Stromkreises setzt sich aus den Teilspannungen \bar{E} und $\Delta \bar{E}_1$ zusammen:

$$\bar{E}_1 = \bar{E} + \Delta \bar{E}_1.$$

Es ist somit:

$$\bar{E}_1 = J \cdot \left[\frac{1}{R_1 + R - i \cdot x_1} + \frac{1}{R_0 + i x_0} + R_1 - i x_1 \right].$$

Der Klammerausdruck entspricht dem Vektor des Wechselstromgesamtwidestandes des ganzen Stromkreises nach Abb. 230. Die symbolische Rechnungsweise geht nach all dem denselben Weg wie die graphische, kommt schneller zum Ziel, aber ihr Ergebnis ist durchaus nicht übersichtlich. Deshalb leistet sie nur dann gute Dienste, wenn ganz besondere Ziele verfolgt werden.

Um dies zu zeigen, suchen wir den besonderen Fall, in dem der Belastungsstrom J_2 des veränderlichen Stromzweiges bei gegebener Gesamtspannung \bar{E}_1 unverändert seine Stärke beibehält, wie immer man auch den Belastungswiderstand R ändert.

Wir schreiben:

$$E_1 = E + J \cdot z_1,$$

d. h.

$$\bar{E}_1 = \bar{E} \left[1 + (R_1 - i x_1) \cdot \frac{(R_1 + R + R_0) - i (x_1 - x_0)}{(R_1 + R - i x_1)(R_0 + i x_0)} \right].$$

Eine einfache Umformung gibt:

$$\begin{aligned} \bar{E}_1 = \bar{E} \left[1 + (R_1 - i x_1) \frac{(R_1 + R + R_0) - i (x_1 - x_0)}{(R_1 + R - i x_1)(R_0 + i x_0)} - \frac{R_1 - i x_1}{R_1 + R - i x_1} \right] + \\ + \frac{\bar{E} (R_1 - i x_1)}{R_1 + R - i x_1}, \end{aligned}$$

was sich leicht zu

$$\bar{E}_1 = \bar{E} \left(1 + \frac{R_1 - i x_1}{R_0 + i x_0} \right) - \bar{J}_2 (R_1 - i x_1)$$

zusammenziehen läßt.

Der Weg zum etwas sonderbaren Ziel liegt nun frei. Es läßt sich immer mit praktisch befriedigender Genauigkeit

$$R_0 = 0$$

machen, d. h. die Glimmverluste unterdrücken. Etwas schwieriger ist es schon, den Widerstand R_1 ganz zu beseitigen:

$$R_1 = 0.$$

Immerhin ist eine Anordnung nach dem Schaltbild der Abb. 230 denkbar, für die

$$E_1 = J_2 \cdot i x_1$$

wird, wenn

$$x_1 = x_0$$

gemacht wird.

Schaltet man also parallel zu einem veränderlichen Stromzweig einen kapazitiven Widerstand x_0 , der genau so groß ist wie der im unverzweigten Teil des Stromkreises eingebaute induktive Widerstand x_1 , so ändert sich

bei unveränderlicher Gesamtspannung E_1 der Belastungsstrom J_2 nicht. Er ist gleich stark, wenn es im veränderlichen Stromzweig zum Kurzschluß kommt, gleich stark, wenn dort ein sehr großer Verbraucherwiderstand eingeschaltet wird.

Die merkwürdige Anordnung wurde von Boucherot angegeben. Sie hat gewiß ihre praktische Bedeutung. Ein Verbraucherkreis, der schwer zu beaufsichtigen ist, arbeitet mit Vorteil unter unveränderlichem Strom. Die Lampen, in Reihe geschaltet, werden immer gleichmäßig brennen. Der Kurzschluß ist keine Gefahr.

Nach der Abschweifung von unserem eigentlichen Problem kehren wir nochmals zum Schaltbild der Kraftübertragung, zur Abb. 230 zurück. Wir haben es schon unter die Schaltbilder des allgemeinen Transformators eingereiht. Aber es muß noch ganz besonders hervorgehoben werden, daß zwischen der Wirkungsweise eines ruhenden Transformators und einer Kraftübertragungsleitung ein wesentlicher Unterschied besteht.

Im unveränderlichen Stromzweig der Ersatzschaltung des Transformators nach Abb. 230 finden wir einen induktiven Widerstand, der die Erscheinungen des arbeitenden Kraftflusses des Transformators vertritt. Er läßt vor allem einen Zweigstrom durch, der in jeder Beziehung den Magnetisierungsstrom darstellt.

Im unveränderlichen Stromzweig der Ersatzschaltung der Kraftübertragung finden wir einen kapazitiven Widerstand, der die Erscheinungen des elektrischen Feldes der Fernleitung vertritt. Durch ihn fließt der Ladestrom der Fernleitung.

Zu wiederholten Malen mußten wir auf die unerwünschten Folgen des Magnetisierungsstromes aufmerksam machen. Er verschlechtert als Blindstrom den Leistungsfaktor der Anlage, in der der Transformator arbeitet. Er belastet sie unnütz mit seiner Stromwärme. Wir drücken ihn hinunter, so weit es geht.

Der Ladestrom der Fernleitung ist ebenfalls eine unerwünschte Beigabe des Betriebes. Er belastet ebenfalls als Blindstrom unnütz die Leiter. Zwar schadet er dem Leistungsfaktor scheinbar nicht, denn als voreilender Strom steht er immer den nacheilenden Blindströmen der Belastung gegenüber.

Aber in einer Beziehung ist er viel gefährlicher als der Magnetisierungsstrom des Transformators. Er wächst unausgesetzt in unseren Kraftübertragungsanlagen. Er wird immer bedeutungsvoller, macht sich immer mehr fühlbar und vielleicht wird er einmal der Totengräber der Wechselstromtechnik sein.

Die Kapazität einer Fernleitung wächst, wie es Gleichung (6) zeigt, vor allem mit deren Länge. Nun ist es zweifellos, daß wir immer längere Fernleitungen bauen. Je leistungsfähiger die Elektrotechnik wird, um so mehr wird ihr zugemutet, daß sie die Energie auf weite Entfernungen überträgt. Daß dabei die Übertragungsspannung zunehmen muß, ist aus den Untersuchungen der 13. Vorlesung bekannt.

Der Ladestrom einer Fernleitung hängt einmal von der Übertragungsspannung E , dann aber von der Kapazität der Fernleitung C ab. Es ist bekanntlich

$$J_c = E \cdot \omega \cdot C.$$

Der Ladestrom wächst mit der Spannung, die mit der Länge der Fernleitung zunehmen muß, er wächst außerdem mit der Kapazität, die ebenfalls mit der Fernleitungslänge zunimmt. Er wächst rasch.

Wir wollen versuchen, uns ein klares Bild zu entwerfen. Wir nehmen deshalb an, daß wir den Kraftübertragungsverlusten, soweit sie der Stromwärme des Belastungsstromes allein entsprechen, eine gegebene relative Höhe im Vergleich zur übertragenen Leistung einräumen. Ferner lassen wir den Kupferbedarf der Fernleitung mit der übertragenen Leistung proportional zunehmen.

Unter den gemachten Voraussetzungen muß die Übertragungsspannung E nach den Feststellungen der 13. Vorlesung proportional mit der Länge der Fernleitung zunehmen. Bei gegebener Übertragungsleistung N wird demnach der Belastungsstrom J , da

$$N = E \cdot J \cdot \cos \varphi$$

ist, der Leitungslänge umgekehrt proportional sein. Gleichen Schritt mit ihm hält der Voraussetzung gemäß der Leitungsquerschnitt.

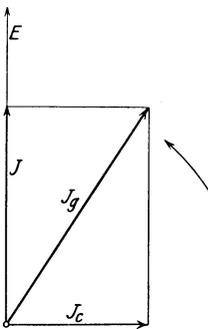


Abb. 232.

Der Ladestrom wird einmal wegen der wachsenden Übertragungsspannung proportional mit der Fernleitungslänge größer werden. Das ist aber noch nicht alles. Die Kapazität der Fernleitung wächst proportional mit der Leitungslänge, sie fällt allerdings, wenn der Leiterdurchmesser kleiner und die Leiterentfernung größer wird. Aber Gleichung (6) zeigt, daß diese beiden Größen nur mit ihrem Logarithmus eingreifen. Der Ladestrom muß nach all dem fast mit dem Quadrat der Übertragungsentfernung steigen.

Man sieht, wie der Ladestrom unweigerlich relativ sehr schnell zunehmen muß, wenn immer größere Entfernungen bewältigt werden sollen. Er war gewiß um die Jahrhundertwende bedeutungslos. Es ist auch richtig, daß er ganz so schrecklich nicht ausarten kann, denn mit der Fernleitungslänge wächst gewöhnlich auch die übertragene Leistung. Aber er ist doch ein ganz anderer Feind der großen elektrischen Anlage als der Magnetisierungsstrom des Transformators.

Wir wollen uns der Einfachheit halber eine lange Fernleitung ganz induktionsfrei belastet vorstellen. Am Fernleitungsende haben wir dann einen Belastungsstrom J , der in Phase mit der arbeitenden Spannung E ist (Abb. 232).

Am Fernleitungsanfang fließt nicht nur der Belastungsstrom J sondern auch der Ladestrom J_c (Abb. 232). Je nach der relativen Größe des Ladestromes ergibt sich eine größere oder kleinere Gesamtstrombelastung J_g .

Nun ist es sehr interessant, daß ein zusätzlicher induktiver Belastungsstrom die Fernleitung offenbar entlastet. Der Magnetisierungsstrom erscheint überraschenderweise als nützlich, als Gegengewicht des Ladestromes. Er setzt die Bedeutung des Ladestromes herunter.

So kann es aber kommen, daß eine schwer belastete Fernleitung, die erhebliche induktive Ströme mitführen muß, ganz gut mit dem Ladestrom auskommt, daß sie aber, ganz entlastet, unzulässig hohe Ströme führt.

Der Ladestrom allein kann erheblich größer sein als Ladestrom und phasenverschobener Belastungsstrom zusammen.

Im Leerlauf muß jedenfalls die Fernleitung auch betrieben werden können. Sie darf sich nicht zu stark erwärmen. Der Ladestrom darf den Transformator am Fernleitungsanfang nicht zu stark belasten.

Die praktische Grenze der Kraftübertragung auf große Entfernungen wird nach all dem dort liegen, wo der Ladestrom allein die Fernleitung zu stark in Anspruch nehmen wird. Am Leerlauf scheidet überraschenderweise die Kraftübertragung aus sehr großen Entfernungen.

Wir wollen noch ein Zahlenbeispiel anfügen. Eine einfache Wechselstromfernleitung mit zwei parallelen zylindrischen Leitern hat je Zentimeter Länge nach Gleichung (6) die Kapazität

$$C = \frac{1}{4 \cdot 9 \cdot 10^{11} \cdot \ln \frac{d}{r}} \text{ Farad,}$$

wenn die Erdkapazität vernachlässigt wird. Ist sie nun 500 Kilometer lang, so erreicht sie im ganzen

$$C = \frac{500 \cdot 10^5}{4 \cdot 9 \cdot 10^{11} \cdot \ln \frac{d}{r}} \text{ Farad.}$$

Wir setzen einfach

$$\ln \frac{d}{r} = 6,$$

da es sich doch nur um ein ungefähres Bild handelt und erhalten dann

$$C = \frac{500 \cdot 10^5}{4 \cdot 9 \cdot 10^{11} \cdot 6} = 2,3 \cdot 10^{-6} \text{ Farad.}$$

Wird nun die Fernleitung mit 220 000 Volt betrieben, so braucht sie den Ladestrom

$$J_c = 220000 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 2,3 \cdot 10^{-6} = 157 \text{ Ampere}$$

und wird schon im Leerlauf, d. h. wenn sie an ihrem Ende offen bleibt, mit $220000 \cdot 157 = 34500$ Kilovoltampere

belastet.

Würde nun eine Gesamtbelastung von 40000 Kilowatt aufgelegt werden, und zwar mit einem Leistungsfaktor 0,8, so würde wohl die Blindlast

$$\frac{40000}{0,8} \cdot \sqrt{1 - 0,8^2} = 30000 \text{ Kilovoltampere}$$

ausmachen und den Einfluß des Ladestromes auf

$$34500 - 30000 = 4500 \text{ Kilovoltampere}$$

herunterdrücken. Aber es bliebe doch das ernste Bild, daß bei Vollast

$$\sqrt{40000^2 + 4500^2} = 40300 \text{ Kilovoltampere,}$$

bei Leerlauf 34500 Kilovoltampere auf der Fernleitung liegen würden. Die angenommene Leistung erscheint gerade noch groß genug. Die oben vernachlässigte Erdkapazität würde natürlich das Bild noch verschärfen.

Das Beispiel zeigt klar, daß große Übertragungsstrecken große Leistungen fordern. Es zeigt ferner, daß 1000 Kilometer Übertragungsentfernung schon sehr ernste Schwierigkeiten bringen müssen, weil mit der Entfernung die Spannung ebenfalls wachsen muß. Wir gehen einer schweren Krisis des Kraftübertragungsproblems entgegen.

Kabelleitungen machen selbstverständlich noch ganz andere Schwierigkeiten, denn die Kapazität des Kabels ist immer weitaus größer als die Kapazität der Freileitung. Die Grenze der Kraftübertragungsentfernung mit Kabelleitungen dürften wir bereits erreicht haben.

Wir bauen heute die Fernleitungen durchwegs als Freileitungen. Sie sind weit billiger als Kabelleitungen. Aber wir kämpfen gleichzeitig einen schweren Kampf gegen die Nachteile der Freileitungen.

Jeder frei ausgespannte Leiter liegt im elektrischen Feld der Erde, das sich besonders bei Gewittern sehr unangenehm bemerkbar macht. Blitzschläge sind nichts anderes als Durchschläge des Erdfeldes. Der elektrische Betrieb der Natur macht sich natürlich im Betrieb der Freileitung bemerkbar.

Die Sicherung der Freileitungen und der mit ihnen elektrisch verbundenen Maschinen und Transformatoren gegen die Einflüsse des Erdfeldes ist eine schwere Sorge des Betriebsingenieurs. Ein eigener, heute wichtiger Zweig der Elektrotechnik beschäftigt sich mit dieser Aufgabe und auch die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik müssen die Einflüsse des Erdfeldes berücksichtigen. Wir werden diese Aufgabe weiter unten zu behandeln haben.

Es gibt nur ein unbedingt wirksames Mittel, das unsere Anlagen dem verhängnisvollen Erdfeld entzieht. Die Freileitung müßte durch eine Kabelleitung ersetzt werden. Das Kabel, in der Erde vergraben, ist immer außerhalb des Erdfeldes und spürt seine Stürme und seine Entladungen gar nicht.

Die Freileitung und die Kabelleitung stehen einander in Kampfstellung gegenüber. Die Freileitung zeigt ihre weitaus niedrigeren Herstellungskosten, die Kabelleitung ihre weitaus größere Betriebssicherheit.

Betriebsunfälle kosten Geld. Die Ausbesserung der Schäden ist kaum mit größeren Ausgaben verbunden, als erzwungene Betriebsstillstände. Die Freileitung ist billiger herstellbar, sie ist teurer im Betrieb.

Es ist ein bedenkliches Zeichen, daß heute Schwachstromfernleitungen, vor allem Fernsprechleitungen als Kabelleitungen, auch auf die größten Entfernungen, ausgeführt werden. Auch Fernsprechfreileitungen leiden unter dem Einfluß des Erdfeldes. In der Schwachstromtechnik hat die Kabelleitung schon gesiegt.

Natürlich ist auch für die Schwachstromfernleitung der Ladestrom ein großes Hindernis. Für sie eigentlich noch mehr als für die Starkstromfernleitung, weil sie mit noch größeren Entfernungen arbeiten muß.

Dieses Hindernis zeigte sich naturgemäß bei Schwachstromfernleitungen schon vor langer Zeit. Es wurde deshalb auch schon vor vielen Jahren auf geistvolle Weise überwunden. M. Pupin fand das Mittel, das den Ladestrom der Fernsprechkabel unterdrückt. Heute werden nur noch „pupinisierte“ Linien gelegt.

Pupin schaltet in regelmäßigen Abständen zwischen die parallel laufenden Leiter passend bemessene Induktivitäten, so daß sich ein Schaltbild nach Abb. 233 ergibt. Quer von Leiter zu Leiter fließen demnach nicht nur kapazitive Ströme, sondern auch induktive.

Es gibt lauter Stromverzweigungen nach Abb. 234. Der kapazitive Strom eilt immer der Spannung, die zwischen den beiden Verzweigungspunkten wirkt, um 90° vor, der induktive um 90° nach. Beide kommen aus der Leitung, in der sie sich vereinigen, d. h. voneinander subtrahieren und bei richtiger Anordnung vollständig aufheben.

Die Bedeutung der Pupinschen Idee kann gar nicht hoch genug bewertet werden. Sie bahnte unserem Fernsprechverkehr erst den notwendigen freien Weg. Sie scheint aber auch die Schwierigkeiten des Kraftübertragungsproblems zu beseitigen, denn im Wesen zeigt der Ladestrom der Starkstromleitung dasselbe Bild wie der Ladestrom der Schwachstromleitung.

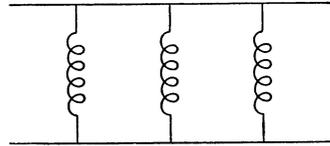


Abb. 233.

Leider zeigt die Wirklichkeit doch erhebliche praktische Unterschiede. Die Pupinspule der Hochspannungskraftleitung sieht ganz anders aus als die Pupinspule des Fernsprechkabels.

Ohne Rechnung sieht man leicht ein, daß in Starkstromfernleitungen Induktionsspulen eingebaut werden müßten, die je die volle Betriebsspannung an ihren Klemmen vertragen müssen und in ihrer Gesamtheit einen Strom gleicher Stärke durchzulassen hätten, wie sie der Ladestrom der Fernleitung zeigt. Wir bauen alle unsere Maschinen einerseits für die Betriebsspannung, andererseits für den Betriebsstrom, d. h. nicht für die Leistung in Watt, sondern für die Leistung in Voltampere. Die Fernleitung nach dem obigen Rechnungsbeispiel würde mit Drosselspulen von 34 500 Kilovoltampere Gesamtleistung pupinisiert werden.

Der Unterschied liegt eben im Verhältnis des Starkstromes zum Schwachstrom. Der Starkstrom muß arbeiten, er braucht nur eine kleine Teilspannung zur Überwindung der Fernleitungswiderstände, der Schwachstrom gibt nur Zeichen, für ihn sind die Fortleitungswiderstände alles.

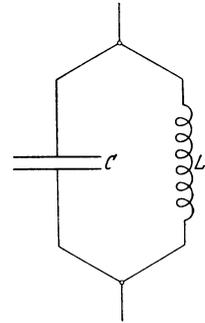


Abb. 234.

Wenn nun mit Pupinspulen der Ladestrom der Starkstromfernleitung nicht gut zu unterdrücken ist und wenn außerdem auch in der Starkstromtechnik die Kabelleitung über der Freileitung triumphieren sollte, so wäre das das Ende der Wechselstromtechnik. Das Ende im Sinne eines Abschlusses.

Das Kraftübertragungsproblem hat in den Jugendjahren der Elektrotechnik dem Wechselstrom zum Sieg über den Gleichstrom verholfen, dasselbe Kraftübertragungsproblem droht in absehbarer Zukunft wieder dem Gleichstrom zur Herrschaft verhelfen zu wollen.

Denn der Ladestrom, durch Pupinspulen unangreifbar, durch Kabelleitungen gekräftigt, kann nur noch von einer Seite angegriffen werden.

Er ist der Periodenzahl proportional, die Periodenzahl müßte demnach verkleinert werden.

Eine ausgiebige Ermäßigung der Periodenzahl ist in unseren elektrischen Anlagen leider unmöglich, denn der Lichtbetrieb verträgt keine kleineren Periodenzahlen als etwa 30 in der Sekunde. Er verträgt aber dafür die Periodenzahl null.

Das wäre die Rückkehr zum Gleichstrom. Wie sie durchzuführen wäre, ist noch unklar. Gleichstrommaschinen für hohe Spannungen können nicht gebaut werden und Gleichstromtransformatoren gibt es nicht. Die Zukunft braucht eine Lösung, sie wird sie deshalb auch finden.

Das Kraftübertragungsproblem ist das erste Problem der Wechselstromtechnik, das der Kapazität neben der Induktivität eine Rolle, und zwar, wie wir gesehen haben, eine sehr wichtige Rolle einräumt. In den meisten übrigen Wechselstromproblemen ist die Induktivität der wichtigste Faktor.

Das magnetische Feld eines stromdurchflossenen Leiters wird mit wachsender Stromstärke kräftiger. Das elektrische Feld des Leiters erstarkt mit zunehmender Spannung. Der induktive Spannungsabfall wächst mit dem Strom, der kapazitive Blindstrom mit der Spannung.

In Niederspannungsstromkreisen kann die Kapazität keine Rolle spielen, weil der Ladestrom unbedeutend ist. In Hochspannungsstromkreisen ist der Wirkstrom klein, der induktive Spannungsabfall wird unbedeutend, dafür macht sich der Ladestrom sehr bemerkbar.

Die Feststellung ist für die praktische Bearbeitung von Wechselstromproblemen nicht unwichtig. Es ist jederzeit leicht zu beurteilen, wann man in erster Reihe an die Induktivität, wann an die Kapazität denken muß.

Das oben entworfene Bild, das die Wichtigkeit des Ladestromes in Höchstspannungsanlagen so sehr unterstreicht, ist ein Zukunftsbild, entworfen nicht nur in der Absicht, zu zeigen, was kommen muß, sondern vor allem deshalb, damit auch in den wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik einmal die Kapazität zum Wort kommt.

Wir sind heute noch nicht so weit, daß wir voreilende Ströme schon mehr fürchten würden als nacheilende. Noch ist der induktive Blindstrom das große Übel des Wechselstromes, noch denken wir an die Phasenkompensierung, noch rechnen wir dem Asynchronmotor und dem Transformator den unvermeidlichen Magnetisierungsstrom als Nachteil ein, noch immer stellen wir in große Betriebe Synchronmotoren, um den Leistungsfaktor zu verbessern.

Schon aber rechnen wir mit den kapazitiven Strömen und müssen die Kapazität neben der Induktivität sehen. Das Kraftübertragungsproblem ist nicht das einzige, das uns zwingt, mit den Kapazitäten als vollwertigen Betriebsgrößen umzugehen. Wir werden später Gelegenheit haben, auch beim Studium der Ausgleichsvorgänge und in der Wanderwellentheorie die Leiterkapazität ausgiebig mitwirken zu sehen.

Mit immer höheren Betriebsspannungen wird allmählich die Bedeutung der Kapazität gegenüber der Induktivität zunehmen, sie wird die undankbare Aufgabe übernehmen, dem Wechselstrom Schwierigkeiten zu bereiten. Diese Rolle spielt vorderhand die Induktivität noch mit großem Nachdruck.

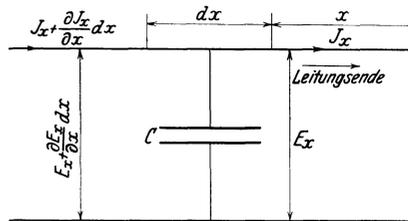
Dreiundzwanzigste Vorlesung.

Fernleitung mit verteilter Kapazität.

Die genaue Untersuchung der Fernleitung mit verteilter Kapazität führt zu großen Verwicklungen. Die Ergebnisse sind zum Teil sehr überraschend, sie zeigen so recht deutlich, wie die einfache äußere Form täuschen kann.

Der Ohmsche, der induktive und der kapazitive Widerstand der Längeneinheit der Fernleitung sind durchwegs überall gleich. Wir beziehen sie gerne auf das Kilometer, um nicht zu kleine Werte zu bekommen. In der Folge ist demnach immer vom Ohmschen Widerstand R in Ohm/km, von der Induktivität L in Henry/km und von der Kapazität C in Farad/km die Rede.

Wir sehen uns zunächst ein ganz kurzes Stück einer einfachen Wechselstromleitung, dx Kilometer lang, nach Abb. 235 an und entschließen uns, die Lage des Leitungsstückes durch die Entfernung x (km) vom Leitungsende zu bestimmen. Vom Anfang des Leitungsstückes bis zu seinem Ende



nimmt die Augenblicksstärke des Stromes von J_x auf $J_x + \frac{\partial J_x}{\partial x} dx$ zu, denn der Kondensator mit der Kapazität Cdx führt den Querstrom

$$\frac{\partial J_x}{\partial x} dx$$

ab.

Wie groß dieser kapazitive Strom ist, kann leicht ermittelt werden. Die Spannung des Leitungsstückes ist im betrachteten Augenblick E_x . Steigt sie im darauffolgenden Zeitdifferential dt um

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} \cdot dt,$$

so muß auf den beiden Leitern des Leitungsstückes die gebundene Elektrizitätsmenge um

$$C \cdot dx \frac{\partial E_x}{\partial t} dt \text{ Coulomb}$$

zunehmen. Es ist also

$$\frac{\partial J_x}{\partial x} \cdot dx \cdot dt = C dx \cdot \frac{\partial E_x}{\partial t} \cdot dt$$

oder einfacher

$$\frac{\partial J_x}{\partial x} = C \cdot \frac{\partial E_x}{\partial t}. \quad (85)$$

Die Spannung des Leitungsstückes nimmt andererseits ebenfalls von dessen Anfang bis zum Ende um

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} \cdot dx \text{ Volt}$$

zu. Die Überwindung des Ohmschen Widerstandes beansprucht offenbar

$$R \cdot dx \cdot J_x \text{ Volt,}$$

die Überwindung des induktiven Widerstandes

$$L \cdot dx \cdot \frac{\partial J_x}{\partial t} \text{ Volt.}$$

So entsteht die zweite Gleichung:

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = R J_x + L \frac{\partial J_x}{\partial t}. \quad (86)$$

Die beiden Gleichungen (85) und (86) bilden den Ansatz des Problems. Aber bevor nun die mathematische Behandlung einsetzen kann, sind noch einige wichtige Einzelheiten zu klären. Die so einfach aussehenden Größen R , L und C müssen ganz genau festgelegt werden.

Wir entdecken zunächst, daß wir unter R nicht den Ohmschen Widerstand eines Leiters der Fernleitung von 1 km Länge verstehen dürfen, sondern den Widerstand beider Leiter der einen Kilometer langen Wechselstromleitung. Der Augenblicksstrom J_x fließt in dem einen Leiter in der einen, im anderen Leiter in der entgegengesetzten Richtung und die Spannung E_x steigt um den doppelten Ohmschen Spannungsabfall eines Leiters.

Sie steigt ebenso um den doppelten induktiven Spannungsabfall eines Leiters. Deshalb ist für die Wechselstromfernleitung, aus zwei runden Leitern von je r Zentimeter Halbmesser, d Zentimeter Abstand und dem spezifischen Widerstand ρ $\left(\frac{\text{Ohm} \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \right)$ bestehend, zu setzen:

$$R = 2 \rho \frac{1000}{r^2 \pi \cdot 10^2} \text{ Ohm/km}$$

und nach Gleichung (27) der 7. Vorlesung

$$L = 4 \cdot 10^{-9} \left(\ln \frac{d}{r} + 0,25 \right) \cdot 10^5 \text{ Henry/km.}$$

Die Kapazität der Leitung ist ohne Rücksicht auf die Erde nach Gleichung (6) der 3. Vorlesung

$$C = \frac{10^5}{4 \cdot 9 \cdot 10^{11} \ln \frac{d}{r}} \text{ Farad/km.} \quad (87)$$

Man kann allerdings auch nur mit einem Leiter der Fernleitung rechnen, indem man berücksichtigt, daß aus Symmetriegründen das Potential des einen Leiters immer gleich weit vom Erdpotential entfernt ist wie das Potential des zweiten Leiters, aber natürlich nach entgegengesetzten Richtungen. Die Leitungsspannung ist immer gleich der doppelten Spannung des Leiters gegen Erde.

Entschließen wir uns also mit der Spannung E_x gegen Erde zu rechnen, dann können wir offenbar einfach mit dem Leiterwiderstand

$$R = \rho \cdot \frac{10^3}{r^2 \cdot \pi \cdot 10^2} \text{ Ohm/km} \quad (88)$$

mit der Induktivität eines Leiters

$$L = 2 \cdot 10^{-9} \left(\ln \frac{d}{r} + 0,25 \right) \cdot 10^5 \text{ Henry/km} \quad (89)$$

und mit der doppelten Kapazität

$$C = \frac{10^5}{2 \cdot 9 \cdot 10^{11} \ln \frac{d}{r}} \text{ Farad/km} \quad (90)$$

auskommen. Die Reihenschaltung zweier Kapazitäten C (Abb. 24) gibt eben die ursprüngliche Kapazität C' :

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C}$$

Das Rechnen mit der Spannung gegen Erde bietet den großen Vorteil, daß nun die Wechselstromleitung und die Drehstromleitung, für die die Spannung gegen Erde der Phasenspannung gleichkommt, eine einheitliche Untersuchung gestatten. Wir wollen uns gleich davon überzeugen.

Abb. 19 zeigt die übliche symmetrische Leiteranordnung einer Drehstromleitung. Die drei Leiter haben gegenseitige Kapazitäten C_{12} , C_{13} , C_{21} , C_{23} , C_{31} , C_{32} die alle gleich sein müssen, solange die Symmetrie ungestört bleibt:

$$C_{12} = C_{13} = C_{21} = C_{23} = C_{31} = C_{32}.$$

Hat nun Leiter 1 das Potential U_1 , die beiden anderen Leiter die Potentiale U_2 bzw. U_3 , die Erde das Potential null, so sind U_1 , U_2 und U_3 auch die augenblicklichen Phasenspannungen und auf dem Leiter 1 wird die Elektrizitätsmenge ohne Rücksicht auf die Erde

$$Q = C_{12}(U_1 - U_2) + C_{13}(U_1 - U_3)$$

gebunden. In der 4. Vorlesung hatten wir schon diesen Ansatz.

Es ist aber einfacher

$$Q = 3 C_{12} U_1,$$

weil offenbar in einem dreiphasigen System jederzeit die Summe der Phasenspannungen null ist:

$$U_1 + U_2 + U_3 = 0,$$

die Projektionen der drei Phasenspannungsvektoren auf die Zeitlinie (Abb. 102) bestätigen es.

Es muß nun berücksichtigt werden, daß C_{12} nicht nach Gleichung (90) berechnet werden darf. Erreicht z. B. die Phasenspannung U_1 ihren Höchstwert, so steht die Phasenspannung U_2 gerade auf dem halben Höchstwert, wie es Abb. 102 sofort erkennen läßt. Rechnen wir also immer mit der Phasenspannung, so haben wir

$$C_{12} = \frac{2}{3} \cdot \frac{10^5}{4 \cdot 9 \cdot 10^{11} \ln \frac{d}{r}} \text{ Farad/km}$$

zu setzen, bekommen damit

$$Q = 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{10^5}{4 \cdot 9 \cdot 10^{11} \ln \frac{d}{r}} \cdot U_1 \text{ Coulomb}$$

und so endlich

$$C = \frac{Q}{U_1} = \frac{10^5}{2 \cdot 9 \cdot 10^{11} \ln \frac{d}{r}} \text{ Farad/km}$$

in Übereinstimmung mit Gleichung (90).

Ähnlich kommen wir auch zur richtigen Induktivität des Leiters einer symmetrischen Dreiphasenleitung. In der 7. Vorlesung berechneten wir die Kraftlinienzahl, die ein Leiter vom Strom eines Amperes durchflossen durch den ihm zur Verfügung stehenden Zwischenraum zwischen zwei Leitern treiben kann, zu

$$0,2 \left(\ln \frac{d}{r} + 0,25 \right) \text{ Linien,}$$

wenn er einen Zentimeter lang war. Aber nach Abb. 19 hat er auch in der Anordnung dreier Leiter genau denselben Zwischenraum zur Verfügung und die beiden anderen Leiter führen zusammen jederzeit denselben Strom wie er, jedoch von entgegengesetzter Richtung. Die Induktivität des Leiters muß

$$L = 2 \cdot 10^{-9} \left(\ln \frac{d}{r} + 0,25 \right) \cdot 10^5 \text{ Henry/km}$$

ganz der Gleichung (89) entsprechend erreichen.

Will man schließlich auch die Erdkapazität C_0 mitberücksichtigen, was bei genauen Rechnungen durchaus notwendig ist, so hat man vollends keine Schwierigkeiten zu überwinden, wenn man durchwegs mit der Spannung gegen Erde rechnet. Man braucht nur

$$C + C_0$$

als Gesamtkapazität des Leiters anzusehen.

Nun liegt der Ansatz des Problems:

$$\frac{\partial J_x}{\partial x} = C \frac{\partial E_x}{\partial t}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = R \cdot J_x + L \frac{\partial J_x}{\partial t}$$

ganz klar. Er gilt für Wechselstrom- und Drehstromleitungen, arbeitet durchwegs mit der Spannung E_x gegen Erde und verwendet einheitlich die Leitungskonstanten R , L und C nach den Gleichungen (88), (89) und (90).

Es ist noch erwähnenswert, daß das Problem auch mit Hilfe der symbolischen Rechnungsweise gut bearbeitet werden kann, während die graphische Rechnungsweise vor fast unüberwindlichen Schwierigkeiten steht. Es ist aber doch empfehlenswert, mit Augenblickswerten von Strom und Spannung zu rechnen. Das physikalische Bild wird auf diese Art am klarsten entwickelt. Die größere Umständlichkeit der folgenden Rechnung ist kein Nachteil. Sie läßt wichtige Zusammenhänge entdecken, die aus den Vektorsymbolen nicht leicht herausgelesen werden können.

Wir müssen die beiden Differentialgleichungen des Ansatzes zu einer einzigen Gleichung zusammenziehen. Wir differenzieren deshalb die erste partiell nach t , die zweite partiell nach x und erhalten

$$\frac{\partial^2 J_x}{\partial x \cdot \partial t} = C \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} = R \frac{\partial J_x}{\partial x} + L \frac{\partial^2 J_x}{\partial x \cdot \partial t}.$$

Nun eliminieren wir mit Hilfe der ersten ursprünglichen und der ersten differenzierten Ansatzgleichung J_x :

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} = R \cdot C \cdot \frac{\partial E_x}{\partial t} + L \cdot C \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2}. \quad (91)$$

Damit ist der endgültige Ansatz in Form einer partiellen Differentialgleichung gewonnen.

Es ist leicht ein partikuläres Integral zu finden. Wir setzen mit den Konstanten k_1 , k_2 und k_3

$$E_x = e^{k_1 t + k_2 x + k_3} \quad (92)$$

und überzeugen uns leicht, daß der erste Lösungsversuch zulässig ist. Setzen wir nämlich den Wert der Gleichung (92) in Gleichung (91) ein, so bekommen wir

$$k_2^2 = k_1 R \cdot C + k_1^2 L \cdot C \quad (93)$$

als leicht erfüllbare Bedingungsgleichung.

Um nun gleich eine der Integrationskonstanten zu bestimmen, wollen wir die Spannung am Fernleitungslänge

$$E_2 = E \sin \omega t$$

eingeführen. Es muß also für

$$x = 0, \quad E_x = E \sin \omega t$$

sein.

Es ist klar, daß k_1 imaginär sein muß und auch k_2 kann eine komplexe Zahl werden. Wir setzen:

$$k_1 = i \cdot \omega$$

$$k_2 = k + i k'$$

$$e^{k_3} = \frac{E}{2}$$

und ergänzen die Teillösung um ein weiteres partikuläres Integral zu

$$E_x = e^{k_1 t + (k + i \cdot k') x + k_3} - e^{-k_1 t + (k - i \cdot k') x + k_3} = E \sin (\omega t + k' x) \cdot e^{kx},$$

wobei immer noch die Anfangsbedingung erfüllt bleibt.

Der neue Lösungsansatz genügt, wie man sich leicht durch Einsetzen in Gleichung (91) überzeugen kann, nur dann, wenn

$$k'^2 - k^2 = \omega^2 L C$$

$$2 k k' = \omega R C$$

und ist.

Wir setzen

$$\alpha = \sqrt{\frac{\omega^2 LC}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{R}{\omega L}\right)^2} + 1 \right]}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{\omega^2 LC}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{R}{\omega L}\right)^2} - 1 \right]}$$

und erhalten folgende vier möglichen Konstantenpaare

$$\begin{array}{c|c|c|c} k' = +\alpha & k' = -\alpha & k' = i \cdot \beta & k' = -i \cdot \beta \\ k = +\beta & k = -\beta & k = -i \cdot \alpha & k = +i \cdot \alpha \end{array}$$

was endlich zur vollständigen Lösung

$$\begin{aligned} E_x = E [& A \sin(\omega t + \alpha x) e^{\beta x} + B \cdot \sin(\omega t - \alpha x) e^{-\beta x} + \\ & + C \cdot \sin(\omega t + i\beta x) e^{-i\alpha x} + D \sin(\omega t - i\beta x) e^{+i\alpha x}] \end{aligned} \quad (94)$$

führt. Die endgültigen Integrationskonstanten sind jetzt A, B, C und D, wobei sofort

$$A + B + C + D = 1$$

mit Rücksicht auf die gegebene Spannung am Fernleitungsende feststeht.

Die erste Gleichung des ursprünglichen Ansatzes gestattet jetzt auch die Berechnung des Leitungsstromes J_x :

$$\frac{\partial J_x}{\partial x} = C \frac{\partial E_t}{\partial t}.$$

Es ist

$$\begin{aligned} \frac{\partial J_x}{\partial x} = E \omega C [& A \cos(\omega t + \alpha x) e^{\beta x} + B \cos(\omega t - \alpha x) e^{-\beta x} + \\ & + C \cos(\omega t + i\beta x) e^{-i\alpha x} + D \cos(\omega t - i\beta x) e^{+i\alpha x}] \end{aligned}$$

und damit

$$\begin{aligned} J_x = E \omega C \left\{ & A e^{\beta x} \frac{\beta \cos(\omega t + \alpha x) + \alpha \sin(\omega t + \alpha x)}{\beta^2 + \alpha^2} - \right. \\ & - B e^{-\beta x} \frac{\beta \cos(\omega t - \alpha x) + \alpha \sin(\omega t - \alpha x)}{\beta^2 + \alpha^2} \\ & + C e^{-i\alpha x} \frac{i\alpha \cos(\omega t + i\beta x) - i\beta \sin(\omega t + i\beta x)}{\beta^2 + \alpha^2} \\ & \left. - D e^{+i\alpha x} \frac{i\alpha \cos(\omega t - i\beta x) - i\beta \sin(\omega t - i\beta x)}{\beta^2 + \alpha^2} \right\}. \end{aligned}$$

Es ist aber

$$\alpha^2 + \beta^2 = \omega^2 LC \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{R}{\omega C}\right)^2},$$

außerdem kann man setzen:

$$\frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} = \sin \varphi,$$

wodurch

$$\frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} = \cos \psi$$

wird und nun ist einfacher

$$J_x = E \cdot \sqrt[4]{\frac{\omega^2 C^2}{R^2 + \omega^2 L^2}} \left\{ \begin{aligned} & A \cdot e^{\beta x} \cdot \sin(\omega t + \psi + \alpha x) - \\ & - B \cdot e^{-\beta x} \cdot \sin(\omega t + \psi - \alpha x) + \\ & + i C \cdot e^{-i \alpha x} \cos(\omega t + \psi + i \beta x) - \\ & - i D \cdot e^{+i \alpha x} \cos(\omega t + \psi - i \beta x). \end{aligned} \right\} \quad (95)$$

Ein sehr interessantes Bild gibt die unbelastete Leitung, der Sonderfall also

$$x = 0, \quad J_x = 0.$$

Es ist dann zweifellos

$$A = B \text{ und } C = D,$$

außerdem natürlich immer noch

$$A + B + C + D = 1$$

und nun läßt sich Gleichung (94) zu

$$E_x = E (\sin \omega t \cos \alpha x \cos \beta x + \cos \omega t \sin \alpha x \sin \beta x)$$

zusammenziehen.

Führen wir noch den Hilfswinkel γ ein:

$$\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \alpha x \cdot \operatorname{Tg} \cdot \beta x,$$

so erhalten wir einfach

$$E_x = E \cdot \sqrt{\frac{\operatorname{Cos} 2 \beta x + \operatorname{cos} 2 \alpha x}{2}} \sin(\omega t + \gamma). \quad (96)$$

Ganz ebenso bekommt man den Strom der am Ende offenen Leitung zu:

$$J_x = E \cdot \sqrt[4]{\frac{\omega^2 C^2}{R^2 + \omega^2 L^2}} \cdot \sqrt{\frac{\operatorname{Cos} 2 \beta x - \operatorname{cos} 2 \alpha x}{2}} \cdot \sin(\omega t + \psi + \delta), \quad (97)$$

wobei

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\operatorname{tg} \alpha x}{\operatorname{Tg} \beta x}$$

sein muß.

Die Spannung E_x in der Entfernung x vom offenen Leitungsende eilt der Endspannung E um den Winkel γ vor. Wenn

$$\alpha x = 2\pi$$

wird, hat die Leitungsspannung ungefähr wieder die Phasengleichheit erreicht. Es ist also

$$\lambda = \frac{2\pi}{\alpha}$$

eine Art Wellenlänge.

Wir versuchen:

$$\ln \frac{d}{r} = 6$$

$$r = 0,2 \text{ cm}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 50$$

und erhalten:

$$L = 2 \cdot 10^{-9} \cdot 6,25 \cdot 10^5 = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ Henry/km}$$

$$C = \frac{10^5}{2 \cdot 9 \cdot 10^{11} \cdot 6} = 0,925 \cdot 10^{-8} \text{ Farad/km}$$

$$R = 0,02 \cdot \frac{1000}{2^2 \cdot \pi} = 1,59 \text{ Ohm/km}$$

$$\omega L = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 1,25 \cdot 10^{-3} = 0,393 \text{ Ohm/km}$$

$$\omega C = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,925 \cdot 10^{-8} = 2,9 \cdot 10^{-6} \text{ Mho/km.}$$

Nun ist

$$\alpha = \sqrt{\frac{0,393 \cdot 2,9 \cdot 10^{-6}}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{1,59}{0,393}\right)^2} + 1 \right]} = 1,69 \cdot 10^{-3}$$

und damit

$$\lambda = \frac{2\pi}{\alpha} = \frac{2\pi}{1,69 \cdot 10^{-3}} = 3715 \text{ Kilometer.}$$

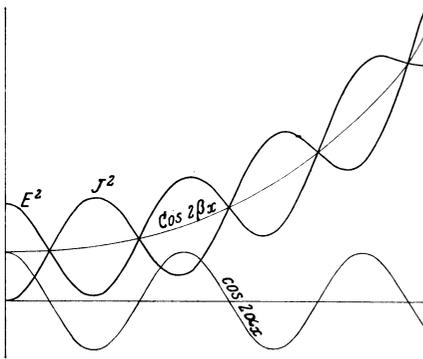


Abb. 236.

Die Verdrehung der Spannungsphase geht in Starkstromleitungen nur sehr langsam vor sich, sie spielt, wie das Rechnungsbeispiel zeigt, keine große Rolle. Ganz anders sieht das Bild allerdings bei hohen Periodenzahlen aus. Die Wellenlänge der Spannungsphase nimmt proportional mit der Periodenzahl ab.

Etwas ernster sieht es mit der Größe der Spannung an der langen Fernleitung aus. Der Höchstwert ist durch

$$E_{x \max} = E \cdot \sqrt{\frac{\cos 2\beta x + \cos 2\alpha x}{2}}$$

gegeben. Abb. 236 zeigt die Änderungen des Ausdruckes

$$\cos 2\beta x + \cos 2\alpha x.$$

Um die Kurve der $\cos 2\beta x$ schwingt die Sinuslinie $\cos 2\alpha x$ (Abb. 236) mit der Wellenlänge

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{2\pi}{2\alpha}.$$

Am Leitungsende, d. h. für

$$x = 0$$

ist:

$$\cos 2\beta x = 1 \text{ und } \cos 2\alpha x = 1.$$

In der Entfernung

$$\lambda = \frac{\pi}{2\alpha}$$

vom Leitungsende ist die Spannung um die volle Endspannung gefallen, allerdings gleichzeitig infolge Anwachsens von $\cos 2\beta x$ auch gestiegen.

Mit den Werten des obigen Rechnungsbeispiels wäre:

$$\beta = 1,32 \cdot 10^{-3},$$

$$\lambda = \frac{\pi}{2\alpha} = 929 \text{ Kilometer},$$

$$2\beta\lambda = 1,32 \cdot 929 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 2,45,$$

$$\cos 2\beta\lambda = 13$$

und die Spannung

$$\sqrt{\frac{13-1}{1+1}} = 2,44\text{-mal}$$

größer als am Leitungsende.

Wir sind mit der Kraftübertragung noch lange nicht bei so großen Entfernungen angelangt, daß sich die merkwürdigen Spannungsänderungen, wie sie das vorliegende Problem zeigt, praktisch ernstlich bemerkbar machen könnten. Die vorangehende Vorlesung zeigt, daß wir vor allem am kapazitiven Strom scheitern werden. Aber das Zusammentreffen verschiedener Schwierigkeiten bei großen Fernleitungslängen zeigt doch eindringlich, daß hier eine Grenze für die Entwicklung der Kraftübertragung aufgebaut wird, und zwar offenbar von der Kapazität ganz allein. Sie verlangt Ladungsströme, sie verursacht die eigentümlichen, hier beschriebenen Erscheinungen. Kabelleitungen, mit ihrer großen Kapazität, lassen auch die verteilte Kapazität viel früher zur Geltung kommen als Freileitungen.

Der Strom der am Ende offenen Leitung ändert seine Höchststärken die Leitung entlang nach dem Gesetz:

$$J_{x \max} = E \cdot \sqrt[4]{\frac{\omega^2 C^2}{R^2 + \omega^2 L^2}} \cdot \sqrt{\frac{\cos 2\beta x - \cos 2\alpha x}{2}}.$$

Der Ausdruck

$$\cos 2\beta x - \cos 2\alpha x$$

folgt derselben Kurve, wie der oben untersuchte Ausdruck:

$$\cos 2\beta x + \cos 2\alpha x.$$

Aber die Sinuswellen des Quadrats von Strom und Spannung sind genau um die halbe Wellenlänge gegeneinander verschoben (Abb. 236).

Die belastete Fernleitung hat an ihrem Ende den Strom

$$J_2 = J \sin(\omega t - \varphi).$$

Nun müssen aber in der Gleichung (95), die für

$$x = 0$$

die Form

$$J \sin(\omega t - \varphi) = E \cdot \sqrt[4]{\frac{\omega^2 C^2}{R^2 + \omega^2 L^2}} \cdot \{ A \cdot \sin(\omega t + \psi) - \\ - B \cdot \sin(\omega t + \psi) + \\ + i C \cdot \cos(\omega t + \psi) - \\ - i D \cdot \cos(\omega t + \psi) \}$$

annimmt, die Konstanten neuerdings bestimmt werden, wobei immer noch mit Rücksicht auf die gegebene Spannung am Leitungsende

$$A + B + C + D = 1$$

sein muß. Es ist klar, daß C und D komplexe Größen sein müssen.

Wir setzen:

$$A = A_1 + B_1$$

$$B = A_1 - B_1$$

$$C = A_2 + i B_2$$

$$D = A_2 - i B_2$$

$$i C = i A_2 - B_2$$

$$i D = i A_2 + B_2$$

und erhalten

$$J \sin(\omega t - \varphi) = E \cdot \sqrt[4]{\frac{\omega^2 C^2}{R^2 + \omega^2 L^2}} \{2 B_1 \sin(\omega t + \psi) - 2 B_2 \cos(\omega t + \psi)\}.$$

Wird nun

$$\frac{B_1}{\sqrt{B_1^2 + B_2^2}} = \cos \chi \quad \text{und} \quad \frac{B_2}{\sqrt{B_1^2 + B_2^2}} = \sin \chi$$

eingeführt, so bekommen wir

$$J \sin(\omega t - \varphi) = E \sqrt[4]{\frac{\omega^2 C^2}{R^2 + \omega^2 L^2}} \cdot \sqrt{B_1^2 + B_2^2} \cdot \sin(\omega t + \psi - \chi)$$

und nun muß

$$B_1^2 + B_2^2 = \frac{J^2}{E^2} \sqrt{\frac{R^2 + \omega^2 L^2}{\omega^2 C^2}}$$

und

$$\chi - \psi = \varphi$$

sein.

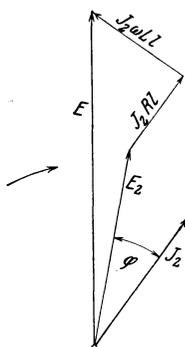


Abb. 237.

Wir wollen uns mit dieser Andeutung der vollständigen Lösung des Problems begnügen. Wir konnten uns an Hand des Rechnungsbeispiels überzeugen, daß die Erscheinungen der verteilten Kapazität praktisch erst bei Übertragungsentfernungen wichtig werden, die wir wahrscheinlich ohnehin nicht werden erreichen dürfen. Deshalb erscheint es wichtiger, die Wirkungen der verteilten Kapazität zu vernachlässigen und bei mäßigen Längen der Fernleitung die Rolle des induktiven Spannungsabfalles zu untersuchen.

Der Belastungsstrom eines Leiters, durch den Ladestrom zum Gesamtstrom ergänzt, hat einen bemerkenswerten induktiven Widerstand neben dem Ohmschen Widerstand zu überwinden. Bei der gebräuchlichen Periodenzahl

$$f = 50$$

sind die Widerstände von ungefähr gleicher Größenordnung, wie schon das Rechnungsbeispiel oben zeigt. Beide müssen somit berücksichtigt werden.

Der Ohmsche Spannungsabfall hat die Phase des Stroms, der induktive eilt dem Strom um 90 Grad vor. Wenn man demnach zum Vektor der Spannung am Leitungsende E_2 (Abb. 237) den Vektor der Ohmschen Abfallspannung $J_2 R \cdot l$ — l ist die Länge der Leitung in Kilometern — in Phase mit dem Stromvektor J_2 und außerdem den Vektor der induktiven

Abfallspannung $J_2 \omega L \cdot l$ um 90 Grad dem Stromvektor voreilend, fügt, so bekommt man die Spannung am Fernleitungsanfang E (Abb. 237).

Praktisch ist der Gesamtspannungsabfall des Leiters genügend genau mit

$$\Delta E = J \cdot l (R \cos \varphi + \omega L \sin \varphi)$$

bestimmt, wenn am Leitungsende mit dem Phasenwinkel φ gearbeitet wird.

Man hat bei dieser Rechnung immer zu berücksichtigen, daß E_2 und E Spannungen gegen Erde sind. In Wechselstromleitungen ist der Gesamtspannungsabfall $2 \Delta E$, in Drehstromleitungen ändert er die verkettete Spannung um $\sqrt{3} \cdot \Delta E$.

Beispiel. Eine 50 Kilometer lange Drehstromfreileitung übertrage die Leistung von 2000 Kilowatt, die am Leitungsende mit dem Leistungsfaktor 0,8 und der verketteten Spannung von 35000 Volt abgenommen wird. Die Verluste in der Freileitung mögen 10%, d. h. 200 kW betragen.

Es ist also:

$$J_2 = \frac{2000 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 35000 \cdot 0,8} = 41,2 \text{ Ampere.}$$

$$E_2 = \frac{35000}{\sqrt{3}} = 20200 \text{ Volt}$$

$$l = 50 \text{ Kilometer.}$$

Vernachlässigen wir vorderhand den Ladestrom, so erhalten wir mit dem spezifischen Widerstand des warmen Kupfers

$$\rho = 0,02 \text{ Ohm } \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$$

den notwendigen Leiterquerschnitt aus dem Ansatz

$$\frac{200 \cdot 10^3}{3} = 0,02 \cdot \frac{50 \cdot 10^3}{r^2 \pi} \cdot 41,2^2$$

zu

$$r^2 \pi = 25,5 \text{ Quadratmillimeter}$$

entsprechend

$$r = 0,57 \text{ Zentimeter.}$$

Gleichzeitig berechnen wir

$$R = 0,784 \text{ Ohm/km.}$$

Bei 145 Zentimeter Leiterabstand ist

$$\omega L = 2\pi \cdot 50 \cdot 2 \cdot 10^{-9} \left[\ln \frac{145}{0,57} + 0,25 \right] \cdot 10^5 = 0,405 \text{ Ohm/km}$$

und

$$\omega C = \frac{2\pi \cdot 50 \cdot 10^5}{2 \cdot 9 \cdot \ln \frac{145}{0,57}} = 2,82 \cdot 10^{-6} \text{ Mho/km.}$$

Der Ladestrom würde

$$20200 \cdot 2,82 \cdot 10^{-6} \cdot 50 = 2,85 \text{ Ampere}$$

betragen und den induktiven Belastungsstrom

$$41,2 \cdot \sqrt{1 - 0,8^2} = 24,72 \text{ Ampere}$$

auf

$$24,72 - 2,85 = 21,87 \text{ Ampere}$$

ermäßigen, womit der Gesamtstrom auf

$$\sqrt{(0,8 \cdot 41,2)^2 + 21,87^2} = 39,6 \text{ Ampere}$$

abfällt.

Die Verluste in der Leitung werden jetzt nur noch

$$0,784 \cdot 3 \cdot 39,6^2 \cdot 50 = 184 \text{ Kilowatt}$$

betragen und man kann ohne weiteres den Leiterquerschnitt auf 25 Quadratmillimeter abrunden.

Der Spannungsabfall einer Phase erreicht

$$\Delta E = 39,6 \cdot 50 \cdot [0,784 \cdot 0,8 + 0,405 \cdot 0,6] = 1730 \text{ Volt,}$$

die verkettete Spannung am Leitungsanfang müßte demnach

$$35000 + \sqrt{3} \cdot 1730 = 38000 \text{ Volt}$$

betragen.

Man erkennt leicht, daß der Leistungsverlust und der Spannungsverlust in Wechsel- und Drehstromleitungen nicht gleichbedeutend sind.

Vierundzwanzigste Vorlesung.

Kapazität und Schwingungsfähigkeit. Erzwungene Schwingungen. Energiebewegung der Schwingung. Eigenschwingungen. Freie Schwingungen. Idealer Schwingungskreis. Resonanz. Ohmscher Widerstand und Dämpfung. Ausgleichsvorgänge. Beispiel. Ausgleichsstrom. Zeitkonstante.

Die Kapazität spielt in elektrischen Stromkreisen, wie es die Untersuchungen der vorangehenden Vorlesungen zeigen, meist eine untergeordnete Rolle. Sehr langgestreckte Stromkreise allerdings werden sie, wenn wir dazu kommen, sie wirklich zu bauen, in den Vordergrund schieben.

Wir können, ohne uns große Fehler zuschulden kommen zu lassen, durchwegs mit konzentrierten Widerständen, Induktivitäten und Kapazitäten rechnen. Diese Feststellung erleichtert die Arbeit der Theorie der Wechselströme ganz bedeutend. Sie rechtfertigt nachträglich die vereinfachenden Ansätze der bisher behandelten Wechselstromprobleme.

Es wäre leichtfertig, die Kapazität vorderhand einfach zu vernachlässigen und auf die Zukunft zu warten, die uns Kapazitätsprobleme vorzusetzen droht. Es gibt nicht nur unvermeidliche Kapazitäten langgestreckter Leiter, die einander große Oberflächen zukehren und fast durchwegs die gleiche Spannung aufweisen, obwohl sie nur Teile eines Stromkreises sind. Kapazitäten, die wirklich konzentriert auftreten, sind in Wechselstromkreisen nicht selten. Kondensatoren z. B. sind Einrichtungen, in denen wir künstlich Kapazitäten groß werden lassen.

Außerdem aber kennen wir die volle Bedeutung der Kapazität für Wechselstromkreise noch nicht. Ihre Haupteigenschaft, mit der wir uns

nun zu beschäftigen haben werden, ist es, daß sie Wechselstromkreise schwingungsfähig macht.

Von sehr großer Bedeutung ist es, klar festzustellen, was wir unter der Schwingungsfähigkeit eines Stromkreises verstehen. Mit Vorteil bedienen wir uns dabei mechanischer Bilder. In der Tat sind elektrische und mechanische Schwingungen so verwandt, daß man keinen besseren Weg gehen kann.

Wir beobachten einen Massenpunkt, der sich um den Punkt O auf einer Geraden (Abb. 238) hin- und herbewegt. Er habe die Masse m und bleibe innerhalb der Grenzen A und B . Die Bewegung sei zunächst ganz reibungslos. Wir sagen, der Massenpunkt schwingt.

Er schwingt nicht von selbst. Eine äußere bewegende Kraft muß ihn zwingen, die gewünschte Schwingung auszuführen. Soll er z. B. in der Entfernung x vom Schwingungsmittelpunkt O die Geschwindigkeit v haben, so muß die treibende Kraft P_x in diesem Augenblick die Größe

$$P = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

haben.

Die erzwungene Schwingung können wir ausgestalten wie wir wollen. Wir können die Geschwindigkeit z. B. dem Sinusgesetz folgen lassen

$$v = v_{\max} \sin kt,$$

wobei wir die Zeit vom Augenblick an zählen, in dem sich der Massenpunkt vom Punkt A gegen O hin in Bewegung setzt. Er wird nach dem Durchlaufen der Strecke

$$AB = a$$

wieder die Geschwindigkeit null erreichen müssen, um umkehren zu können. Mit der Schwingungsdauer T , der Zeit also, die der Massenpunkt braucht, um wieder nach A zurückzukehren, haben wir

$$v = v_{\max} \cdot \sin \frac{2\pi}{T} t.$$

Die notwendige treibende Kraft ergibt sich sofort zu

$$P = \frac{2\pi}{T} \cdot m \cdot v_{\max} \cdot \cos \frac{2\pi}{T} t,$$

sie ist am größten, wenn die Geschwindigkeit am kleinsten ist und umgekehrt. Wir würden sagen, sie eile der Geschwindigkeit um 90° vor.

Wir können ganz ähnlich einen Stromkreis, der nur eine Induktivität L enthält, zwingen, daß er schwingt. Er muß einen nach dem Sinuszeitgesetz

$$J = J_{\max} \sin \omega t$$

schwingenden Strom aufnehmen, wenn ihm die Wechselspannung

$$E = \omega \cdot L \cdot \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = \omega L \cdot \cos \omega t$$

aufgedrückt wird. Die erzwungene Periodenzahl f

$$\omega = 2\pi f$$

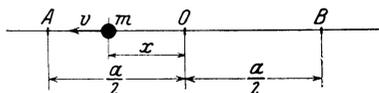


Abb. 238.

ist bekanntlich der reziproke Wert der Schwingungsdauer. Spannung und Kraft, Strom und Geschwindigkeit, Masse und Induktivität entsprechen sich vollkommen.

Das Wesentliche an der Schwingung ist in beiden Fällen die Energiebewegung. Im mechanischen Modell leistet die treibende Kraft gegen die widerstrebende Trägheitskraft der Masse Arbeit, bis die Höchstgeschwindigkeit erreicht ist, sie speichert Bewegungsenergie durch Zufuhr von außen auf. Das dauert eine Viertelperiode. In der folgenden Viertelperiode fällt die Geschwindigkeit ab, die Trägheitskraft treibt gegen die widerstrebende äußere Kraft, sie schöpft Energie aus der bewegten Masse und führt sie der äußeren Energiequelle wieder ab.

Im elektrischen Modell leistet die aufgedrückte Spannung gegen die sich widersetzen Selbstinduktionsspannung elektrische Arbeit, bis die Höchststromstärke erreicht ist, sie speichert Energie im magnetischen Feld auf. Das geschieht in der ersten Viertelperiode. In der zweiten Viertelperiode ist die Selbstinduktionsspannung die treibende, die aufgedrückte, die

widerstrebende Spannung. Das magnetische Feld gibt seine Energie der äußeren Energiequelle wieder ab.

Energie fließt bei jeder Schwingung zwischen zwei Behältern hin und her. Die Energie schwingt. Die Form der Schwingung bestimmt immer

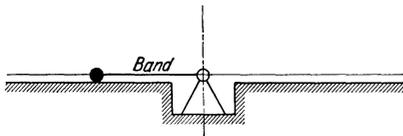


Abb. 239.

die Energiequelle, die die Schwingung erzwingt. Alle unsere Stromkreise lassen wir im Betrieb erzwungene Schwingungen ausführen.

Aber wir bezeichnen deswegen nicht alle Stromkreise als schwingungsfähig. Wir verstehen darunter mehr als die selbstverständliche Bereitwilligkeit, sich dem äußeren Zwang zu fügen. Ein schwingungsfähiger Stromkreis muß auf einen einfachen Anstoß hin selbst schwingen.

Wir lassen in unserem Modell bei irgendwelcher Lage des schwingenden Massenpunktes die äußere treibende Kraft aussetzen. Er wird von dem Augenblick an nicht mehr schwingen, sondern einfach die Geschwindigkeit beibehalten, die er gerade hat. Er wird sich gleichförmig weiterbewegen.

Er würde sich in alle Ewigkeit hinein gleichförmig weiterbewegen, wenn es wirklich keine Bewegungswiderstände geben würde. In Wirklichkeit aber wird die Bewegungsenergie, die der Massenpunkt beim Aussetzen der äußeren treibenden Kraft gerade besaß, allmählich in der Reibungsarbeit aufgehen. Nach einer gewissen Zeit kommt der früher schwingende Punkt zur Ruhe.

Genau so klingt der Strom des oben betrachteten Stromkreises allmählich ab, wenn die treibende äußere Spannung aussetzt und ein Ohmscher Widerstand, ohne den es wirkliche Stromkreise nicht gibt, mit seiner Jouleschen Wärme die magnetische Energie aufzehrt. Unsere zwei, oben nebeneinander gestellten Modelle sind nicht schwingungsfähig.

Das Bild ändert sich in durchgreifender Weise, wenn wir nach Abb. 239 den Massenpunkt mit einem elastischen Band an den Schwingungsmittelpunkt anbinden. Die äußere treibende Kraft wird nun auch die von der Dehnung des Bandes abhängige elastische Kraft überwinden müssen,

sie muß nicht nur Bewegungsenergie, sondern auch Formänderungsenergie bringen. Setzt sie irgendeinmal aus, so zieht das Band gegen den Schwingungsmittelpunkt hin, bringt den Massenpunkt mit einer gewissen Höchstgeschwindigkeit zum Schwingungsmittelpunkt, kann aber dann, kraftlos geworden, da es keine Dehnung mehr hat, die Weiterbewegung nicht hindern. Die Trägheitskraft tritt jetzt in Tätigkeit, dehnt nach der anderen Richtung das Band, bis die Dehnungskraft die ganze Bewegungsenergie in Formänderungsenergie umgewandelt hat. Der Punkt schwingt ohne äußeren Einfluß weiter, das Modell ist schwingungsfähig.

In der Tat kann jetzt die einmal zugeführte Energie schwingen, sie hat zwei Behälter, die Masse und die Elastizität. Sie braucht nicht mehr. Eine einmalige Energiezufuhr von außen genügt. Die Form der Eigenschwingung bestimmt sich das Modell ganz allein.

Elastizität ist Kapazität. Kapazität bringt in jeden Stromkreis die Möglichkeit der Bildung elektrischer Energie. Zwischen dem magnetischen und dem elektrischen Feld des Stromkreises kann die Energie, einmal dem Stromkreis zugeführt, hin- und herschwingen. So entstehen freie Schwingungen, Eigenschwingungen des durch das Auftreten der Kapazität schwingungsfähig gewordenen Stromkreises.

Wir sehen uns die idealste Form eines solchen Stromkreises genauer an. Er enthält nach Abb. 240 nur die Induktivität L und die Kapazität C . An die Belegungen des Kondensators drücken wir eine äußere Spannung $-E$, müssen demnach die Elektrizitätsmengen

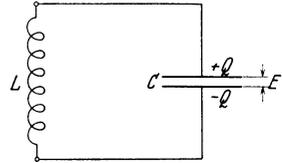


Abb. 240.

$$+ Q = E C$$

zuführen, bzw. die Energie

$$\frac{C E^2}{2}$$

im elektrischen Feld des Kondensators aufspeichern. Nachdem dies geschehen, beseitigen wir den äußeren Einfluß vollkommen, unterbrechen also die aufgezwungene äußere Spannung.

Jetzt bleibt natürlich die Ladung des Kondensators nicht mehr in Ruhe. Die Kondensatorspannung E , früher im Gleichgewicht mit der aufgedrückten äußeren Spannung, wirkt jetzt frei, die Ladungen suchen sich über die Induktivität hinweg auszugleichen, ein Strom beginnt zu fließen.

Nach t Sekunden ist zwischen den Belegungen des Kondensators noch die Spannung E_t und ein Ausgleichsstrom J_t fließt über die Induktivität. Er verkleinert im Zeitdifferential dt die Ladung um

$$dQ = J_t dt,$$

die Spannung muß sich demnach im Kondensator zur gleichen Zeit um

$$- C \cdot dE_t = J_t dt$$

ändern.

Der Strom muß aber gegen die Selbstinduktionsspannung getrieben werden:

$$E_t = L \frac{d J_t}{d t}.$$

So entsteht der Ansatz:

$$\frac{d^2 E_t}{d t^2} + \frac{1}{L C} \cdot E_t = 0. \quad (98)$$

In bekannter Weise lösen wir die Differentialgleichung durch das Integral

$$E_t = A e^{\alpha_1 t} + B e^{\alpha_2 t} = 0$$

bestimmen die Konstanten α_1 und α_2 aus der Bedingungsgleichung

$$\alpha^2 + \frac{1}{L C} = 0$$

zu

$$\alpha_1 = + \frac{i}{\sqrt{L C}}, \quad \alpha_2 = - \frac{i}{\sqrt{L C}}$$

erhalten so

$$E_t = A e^{+ \frac{i}{\sqrt{L C}} t} + B e^{- \frac{i}{\sqrt{L C}} t}$$

und erledigen die Integrationskonstanten A und B durch die Anfangsbedingungen

$$t = 0, \quad E_t = E, \quad J_t = 0.$$

Es ist offenbar:

$$\begin{aligned} E &= A + B, \\ 0 &= A - B, \end{aligned}$$

somit

$$E_t = E \cos \frac{t}{\sqrt{L C}} = E \sin \left(\frac{t}{\sqrt{L C}} + \frac{\pi}{2} \right)$$

und

$$J_t = \frac{C}{\sqrt{L C}} \cdot E \sin \frac{t}{\sqrt{L C}}.$$

Die freie Schwingung hat die Periodenzahl

$$f' = \frac{1}{2 \pi \sqrt{L C}}$$

und nun kann man mit

$$2 \pi f' = \omega'$$

einfacher schreiben

$$E_t = E \sin \left(\omega' t + \frac{\pi}{2} \right), \quad J_t = \omega' C \cdot E \sin \omega' t$$

oder auch

$$J_t = \frac{E}{\omega' L} \sin \omega' t.$$

Die treibende Spannung E_t eilt ganz richtig dem über die Induktivität getriebenen Strom um 90° vor. Gleichzeitig ist J_t der Entladestrom. Der Ladestrom

$$- J_t = - \omega' C \cdot E \sin \omega' t = \omega' C E \sin (\omega' t + \pi)$$

eilt, wie es sein muß, der Kondensatorspannung um eine Viertelperiode vor.

Der beschriebene ideale Fall eines schwingungsfähigen Stromkreises zeigt, wie die Induktivität zusammen mit der Kapazität die Periodenzahl der Eigenschwingung bestimmt. Er kann uns aber auch deutlich die Gefahr zeigen, die das unvermeidliche Zusammentreffen freier und erzwungener Schwingungen immer birgt. Es ist die Resonanzgefahr, das Übereinstimmen der freien und der erzwungenen Schwingungszahl, auf die immer gedacht werden muß und die wir gerade hier in voller Klarheit herausarbeiten können.

Wir halten im Stromkreis die Wechselspannung

$$E'_t = E' \sin \omega t,$$

etwa mit Hilfe eines Generators nach Abb. 241 aufrecht. Sie erzwingt bekanntlich den Strom

$$J'_t = \frac{E'}{\sqrt{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

solange

$$\omega L > \frac{1}{\omega C}$$

ist.

Wir schreiben

$$J'_t = \frac{E'}{\omega L} \cdot \frac{1}{1 - \frac{\omega'^2}{\omega^2}} \cdot \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right),$$

um sofort zu erkennen, daß im Resonanzfalle

$$\omega = \omega'$$

der Strom über alle Maße anwachsen muß.

Jeder Stromkreis führt neben den erzwungenen auch noch gleichzeitig die freien Schwingungen aus. Die ganzen bisherigen Untersuchungen der verschiedensten Wechselstromkreise berücksichtigten aber nur die erzwungenen Schwingungen. Wir haben offenbar noch einen wichtigen Teil der Theorie der Wechselstromkreise nachzutragen.

Von grundsätzlicher Bedeutung ist aber noch für alle Schwingungen der unvermeidliche Ohmsche Widerstand der Stromkreise. Er ist auch ein Energieaufnehmer, aber er ist kein Energieabgeber. Die Joulesche Wärme entweicht aus dem Stromkreis, weil die Leiter, die Widerstände gekühlt werden. Deshalb macht der Ohmsche Widerstand einen Stromkreis im Verein mit einer Induktivität oder einer Kapazität nicht schwingungsfähig.

Mehr noch. Jede freie Schwingung wird vom unvermeidlichen Ohmschen Widerstand des Stromkreises gedämpft und allmählich unterdrückt.

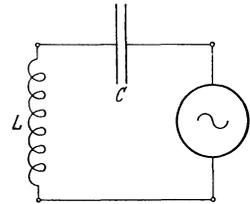


Abb. 241.

Die hin- und herschwingende Energie muß zum Teil die Form der Jouleschen Wärme annehmen und dieser Teil schwingt nicht mehr. Allmählich verbraucht der Widerstand die ganze schwingende Energie.

Alle freien Schwingungen sind nach all dem vergänglich, während die erzwungenen beliebig lang aufrecht erhalten werden können. Mit Recht berücksichtigt also die Wechselstromtheorie, solange sie sich mit dem dauernden Betrieb allein beschäftigt, die freien Schwingungen überhaupt nicht. Sie betrachtet sie als längst abgeklungen bzw. als noch lange nicht einsetzend.

Jede Betriebsänderung, vor allem der Anfang und das Ende des Betriebs, löst eine freie Schwingung aus. Immer vermeidet die Natur plötzliche Übergänge, der Stromkreis schwingt sich aus dem einen in den plötzlich geänderten Betriebszustand ein. Jede Betriebsänderung bringt eben den Anstoß zur freien Schwingung.

Die Ausgleichsvorgänge sind ständige Betriebserscheinungen veränderlicher Stromkreise. Sie sind lange unberücksichtigt und deshalb unerforscht geblieben, bis ihre merkwürdigen Folgeerscheinungen unerträgliche Verhältnisse schufen. Heute muß jeder Betrieb mit den freien Schwingungen der Ausgleichsvorgänge rechnen. Deshalb ist die folgende Theorie der Ausgleichsvorgänge von ganz besonderer praktischen Bedeutung. Sie kann im Rahmen der wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik nur so weit ausgebaut werden, daß sie die Wechselstromkreise grundsätzlich zu beherrschen gestattet. Heute ist sie eine besondere Zweigwissenschaft geworden, wie die Theorie der elektrischen Maschinen oder die Theorie der Kraftübertragung.

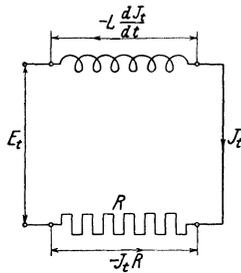


Abb. 242.

Bei der Untersuchung der Wechselstromkreise stützen wir uns auf einige wenige Grundgesetze, die, zum Teil der Theorie des Gleichstroms entnommen, Differentialgesetze sind. Fast durchwegs setzen wir den Augenblickswert der dem Stromkreis aufgedrückten Spannung der Summe der verschiedenen Widerstandsspannungen gleich und kommen auf diese Weise zur Differentialgleichung der Abhängigkeit des getriebenen Stroms von der treibenden Spannung.

Wir berechnen auf diese Weise die erzwungene Schwingung des dauernden Betriebs. Dieselbe Differentialgleichung läßt aber durch Nullsetzung der treibenden Spannung sofort die Eigenschwingung berechnen. In der Tat kennzeichnet das Verschwinden der äußeren treibenden Spannung die freie Schwingung.

Wir wollen diesen grundlegenden Vorgang der Theorie der Ausgleichsvorgänge an einem Beispiel klar machen. Wir setzen einen einfachen Stromkreis mit einem Ohmschen Widerstand R und einer Induktivität L nach Abb. 242 in Reihenschaltung voraus und beobachten den Zustand zur Zeit t , wenn die aufgedrückte Spannung E_t Volt und der Strom J_t Ampere erreicht haben. Es ist, wie bekannt:

$$E_t = J_t \cdot R + L \frac{dJ_t}{dt}, \quad (99)$$

die treibende Spannung hält der Ohmschen und der induktiven Widerstandsspannung gerade das Gleichgewicht, wie es das Kirchhoffsche Spannungsgesetz verlangt.

Gleichung (99) ist die Differentialgleichung des immer notwendigen Spannungsgleichgewichtes. Ihre Lösung kennen wir. Für

$$E_t = E \sin \omega t$$

ist bekanntlich

$$J_t = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\omega t - \varphi)$$

mit

$$\varphi = \arctan g \frac{\omega L}{R}.$$

Dies ist aber nicht die vollständige Lösung der Differentialgleichung (99). Es ist klar, daß das Integral der Gleichung:

$$J_t R + L \frac{dJ_t}{dt} = 0 \quad (100)$$

neben dem oben angegebenen nicht stört. Dies gibt den einfachsten Beweis, daß neben der erzwungenen Schwingung immer auch noch die freie Schwingung bestehen kann und deshalb berücksichtigt werden muß.

Wir lösen die Differentialgleichung (100) der freien Schwingung durch den Ansatz

$$J_t = A \cdot e^{\alpha t}$$

und entnehmen α der Bedingungsgleichung

$$R + L \alpha = 0.$$

Es ist also

$$J_t = A \cdot e^{-\frac{R}{L} t},$$

was die vollständige Lösung

$$J_t = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\omega t - \varphi) + A \cdot e^{-\frac{R}{L} t} \quad (101)$$

gibt. Die Integrationskonstante kann durch die Anfangsbedingung jederzeit bestimmt werden.

Hätten wir eine Gleichspannung E dem Stromkreis aufgedrückt, so wäre der dauernde Strom

$$\frac{E}{R} \text{ Ampere}$$

und die vollständige Lösung würde lauten

$$J_t = \frac{E}{R} + A e^{-\frac{R}{L} t}. \quad (102)$$

Die angedeutete Behandlungsweise der Ausgleichsvorgänge ist so wichtig, daß wir sie durch die unmittelbare Integration der Gleichung (99) bekräftigen wollen. Wir ersetzen J_t durch das Produkt zweier Veränderlichen u und v :

$$\begin{aligned} J_t &= u \cdot v \\ dJ_t &= u dv + v du \end{aligned}$$

und erhalten

$$E_t = R u v + L \left(u \frac{dv}{dt} + v \frac{du}{dt} \right).$$

Von den beiden Veränderlichen dürfen wir eine frei wählen. Dies tun wir so, daß

$$R v + L \frac{dv}{dt} = 0$$

wird, um einfach

$$E_t = L v \frac{du}{dt}$$

zu erhalten. Es ist

$$v = A_1 \cdot e^{-\frac{R}{L} t}$$

somit:

$$E_t = A_1 \cdot L \cdot e^{-\frac{R}{L} t} \cdot \frac{du}{dt},$$

folglich:

$$u = \frac{1}{A_1 L} \cdot \int e^{\frac{R}{L} t} \cdot E_t \cdot dt + B_1$$

und damit endlich:

$$J_t = u \cdot v = \frac{1}{L} \cdot e^{-\frac{R}{L} t} \int e^{\frac{R}{L} t} \cdot E_t dt + A_1 \cdot B_1 e^{-\frac{R}{L} t},$$

die wir mit:

$$A = A_1 \cdot B_1$$

zu

$$J_t = \frac{e^{-\frac{R}{L} t}}{L} \int e^{\frac{R}{L} t} \cdot E_t \cdot dt + A e^{-\frac{R}{L} t}$$

vereinfachen können.

Ist jetzt

$$E_t = E$$

eine Gleichspannung, so erhalten wir leicht

$$J_t = \frac{E}{R} + A e^{-\frac{R}{L} t}.$$

Ist dagegen

$$E_t = E \sin \omega t,$$

so gibt

$$J_t = \frac{e^{-\frac{R}{L} t}}{L} \int e^{\frac{R}{L} t} \cdot E \sin \omega t dt + A e^{-\frac{R}{L} t}$$

mit

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R}$$

ohne Schwierigkeiten

$$J_t = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\omega t - \varphi) + A \cdot e^{-\frac{R}{L} t}$$

Die Ergebnisse stimmen mit den oben unmittelbar erhaltenen vollkommen überein. Wir dürfen demnach jedem Stromkreis von allem Anfang an bis zum Aussetzen der treibenden Spannung die erzwungene Schwingung zuschreiben, gleichzeitig aber auch die Eigenschwingung, die, wie wir noch ganz klar werden feststellen können, nur für den Anfang und für das Ende des Betriebes wichtig ist.

Hat also der Stromkreis, der nur eine Induktivität und einen Ohmschen Widerstand enthält, doch auch seine freien Schwingungen? Muß nicht zur Induktivität auch noch eine Kapazität geschaltet werden, damit der Stromkreis schwingungsfähig wird?

Nun, es gibt ohne Kapazität eine freie Schwingung, die keine Schwingung ist. Wenn der Ausgleichsstrom dem Gesetz

$$A \cdot e^{-\frac{R}{L} t}$$

folgt, schwingt er nicht, er klingt aperiodisch ab. Auch der Massenpunkt, durch kein elastisches Band an den Schwingungsmittelpunkt gebunden, hat, plötzlich sich selbst überlassen, doch seine freie Geschwindigkeit, die aperiodisch abnimmt. Wir können, wenn wir durchaus wollen, die aperiodische Eigenbewegung [als Schwingung mit imaginärer Periodenzahl auffassen.

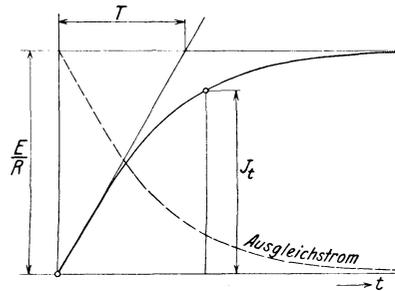


Abb. 243.

Der einfache, nicht schwingungsfähige Stromkreis der Abb. 242 zeigt lehrreiche Ausgleichsvorgänge, die wir uns genauer ansehen müssen. Wird ihm die Gleichspannung E aufgedrückt, so muß er den Gleichstrom

$$J = \frac{E}{R}$$

von allem Anfang an aufnehmen. Das Ohmsche Gesetz gilt immer für den erzwungenen Gleichstrom. Es läßt die Induktivität L , ohne die es keinen Leiter gibt, nicht zur Geltung kommen.

Aber der Stromkreis läßt auch den Ausgleichsstrom

$$J_a = A \cdot e^{-\frac{R}{L} t}$$

fließen, so daß der Gesamtstrom

$$J_t = \frac{E}{R} + A \cdot e^{-\frac{R}{L} t}$$

entsteht.

Zum Betriebsanfang haben wir zweifellos

$$t = 0, \quad J_t = 0.$$

Es ist deshalb

$$A = -\frac{E}{R}$$

und damit

$$J_t = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L} t} \right).$$

Der Ausgleichsstrom

$$J_a = -\frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L} t}$$

vermittelt nach Abb. 243 den Übergang vom Betriebsstrom null bis zum endgültigen Betriebsstrom J . Er läßt uns auch in Gleichstromkreisen die Wirkung der Induktivität erkennen.

Der Ausgleichstrom vergeht, klingt ab. Streng genommen braucht er eine unendlich lange Zeit, um ganz zu verschwinden. Praktisch allerdings ist er bald unbemerkt. Er beträgt z. B. nur noch ein Hundertstel des Belastungsstroms, wenn

$$e^{\frac{R}{L} t} = 100,$$

d. h.

$$\frac{R}{L} t = \ln 100 = 4,6$$

wird.

Das Verhältnis

$$T = \frac{L}{R} \text{ Sekunden}$$

ist maßgebend für die Geschwindigkeit des Abklingens. Wir nennen T Zeitkonstante des Stromkreises.

Um ein Bild des Ausgleichsvorganges zu haben, machen wir die Annahme, daß der Ohmsche und der induktive Widerstand des Stromkreises gleich groß seien

$$R = \omega L.$$

Für 50 Perioden wird dann

$$T = \frac{1}{2\pi \cdot 50} = 3,18 \cdot 10^{-3} \text{ Sekunden,}$$

in 15 Tausendsteln Sekunde ist demnach der Ausgleichstrom schon praktisch bedeutungslos geworden, weil er nur noch 1 Hundertstel des Gleichstroms erreicht.

Die Anfangstangente der Stromlinie

$$J_t = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L} t} \right)$$

schließt nach Abb. 243 mit der Zeitachse den Winkel α

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dJ_t}{dt}_{t=0} = \frac{E}{R} \cdot \frac{R}{L} = \frac{E}{R \cdot T}$$

ein. Sie schneidet demnach auf der Asymptoten

$$J_t = \frac{E}{R}$$

die Zeitkonstante T ab (Abb. 243). Die einfache Konstruktion ist für die Untersuchung experimentell aufgenommener Stromkurven wertvoll.

Wird dem Stromkreis der Abb. 242 die Wechselspannung $E_t = E \sin(\omega t + \alpha)$ aufgedrückt, so bekommt er den Gesamtstrom

$$J_t = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\omega t + \alpha - \varphi) + A \cdot e^{-\frac{R}{L} t}$$

mit

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L}{R}.$$

Es muß

$$\text{für } t = 0, J_t = 0$$

sein, deshalb ist

$$A = -\frac{E}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\alpha - \varphi),$$

somit

$$J_t = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \left[\sin(\omega t + \alpha - \varphi) - \sin(\alpha - \varphi) \cdot e^{-\frac{R}{L} t} \right]$$

der Gesamtstrom und

$$J_a = -\frac{E}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \sin(\alpha - \varphi) \cdot e^{-\frac{R}{L} t}$$

der Ausgleichstrom.

Der Ausgleichstrom setzt immer mit der Stärke ein, die der erzwungene Wechselstrom im ersten Augenblick haben muß, nur hat er das entgegengesetzte Vorzeichen. So ergibt sich das Bild der Abb. 244. Es kann vorkommen, daß dem erzwungenen Wechselstrom als Anfangswert die Höchststärke vorgeschrieben ist. Dies hängt ganz davon ab, in welchem Augenblick geschaltet wird, wie groß also α ist. Der Höchststrom setzt ein für

$$\alpha - \varphi = \frac{\pi}{2}.$$

Klingt nun der Ausgleichstrom sehr langsam ab, so steigt nach Abb. 245 der Gesamtstrom am Ende der ersten Halperiode fast auf die doppelte Stärke des endgültigen Betriebes.

Es ist allerdings auch möglich, daß der Ausgleichstrom ganz entfällt. Dies trifft ein, wenn

$$\alpha = \varphi$$

ist, der erzwungene Wechselstrom also von null aus anwachsen muß.

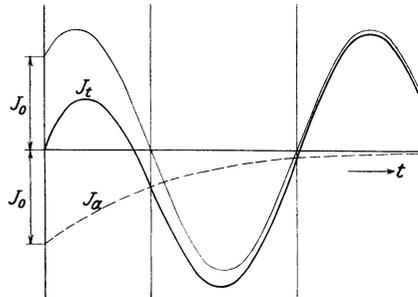


Abb. 244.

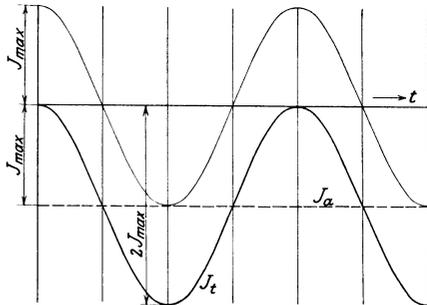


Abb. 245.

Man sieht, daß der freie Eigenstrom tatsächlich ein Ausgleichstrom ist, er bemüht sich, schroffe Übergänge zu vermeiden. Er bleibt beiseite, wenn er nicht notwendig ist, wenn der Übergang ohnehin ohne Gewalterscheinungen möglich ist.

Wenn in einem Stromkreis die treibende Spannung plötzlich erlischt, so kann der gerade fließende Strom nicht augenblicklich verschwinden. Dies zeigt sofort die Untersuchung unseres einfachen Stromkreises, der nur eine Induktivität und einen Ohmschen Widerstand enthält.

Wenn wir die Zeitrechnung mit dem Augenblicke des Verschwindens der treibenden Spannung beginnen, so erhalten wir mit dem Augenblickswert des verlassenen Stromes J , weil

$$t = 0, E = 0, J_t = J$$

ist, gleichgültig ob Gleich- oder Wechselstrombetrieb voranging,

$$J_t = J \cdot e^{-\frac{R}{L} t},$$

der Strom klingt als Ausgleichstrom langsam ab.

In der Tat muß die magnetische Energie

$$\frac{L J^2}{2},$$

Gelegenheit haben, abzufließen, sonst kann der Strom nicht sinken. Der Ohmsche Widerstand muß sie verbrauchen. Daß dem wirklich so ist, sehen wir sofort, wenn wir die Joulesche Wärme des Ausgleichstromes, der, wie wir bereits wissen, unendlich lange fließt, berechnen. Sie beträgt

$$\int_0^{\infty} J_t^2 R dt = J^2 \cdot R \int_0^{\infty} e^{-2\frac{R}{L} t} dt = \frac{J^2 L}{2} \text{ Wattsekunden,}$$

sie zehrt wirklich die ganze magnetische Energie auf.

Das Ergebnis ist von großer Bedeutung. Ströme lassen sich offenbar nie plötzlich unterbrechen. Schalter, die mechanisch die Strombahn zerreißen, leiden immer. Die plötzliche Unterbrechung hat sehr hohe Selbstinduktionsspannungen zur Folge, denn eigentlich soll doch

$$\frac{dJ}{dt} = \infty$$

werden. Über die vom Schalter gerissene Öffnung in der Strombahn wirft die Selbstinduktionsspannung einen Funken, durch den der Strom weiterfließt und dessen Stromwärme die magnetische Energie abziehen läßt.

Wechselströme sollen im Augenblicke des Nulldurchganges abgeschaltet werden. Ölschalter sind deshalb ganz unentbehrlich geworden, weil das Öl den Schaltfunken rasch löscht. Sie schalten theoretisch ab, wenn der schwingende Strom durch null geht. Das Öl hat eine weit höhere Wärmeaufnahme-fähigkeit als die Luft. Die Schalterkontakte arbeiten auch deshalb unter Öl viel leichter.

Wir könnten nicht daran denken, starke Wechselströme ohne Ölschalter abzuschalten. Gleichströmen gegenüber ist allerdings der Ölschalter machtlos.

Sie gehen nicht durch null. Die Ölschalter werden gezwungen sein, die volle magnetische Energie des Stromes als Wärme aufzunehmen, während beim Wechselstrom das Hinziehen des Abschaltvorganges bis zum Null-durchgang eine ganz gewaltige Hilfe leistet.

Fünfundzwanzigste Vorlesung.

Ausgleichsschwingungen. Periodenzahl der Eigenschwingung. Wellenwiderstand. Ausschwingen eines Wechselstromes. Ladungsschwingung des Kondensators. Ein- und Ausschaltüberspannungen. Überströme. Selbstschalter mit Zeitrelais. Schmelzsicherung.

Die Untersuchungen der vorangehenden Vorlesung haben gezeigt, daß neben erzwungenen Schwingungen die Stromkreise auch Eigenbewegungen ausführen, die nicht immer wirkliche Eigenschwingungen sind. Sie können in nicht schwingungsfähigen Kreisen einfache, aperiodische Ausklänge sein. Wir wissen aber, daß die Eigenbewegungen, ob sie nun Schwingungen oder nur Ausklänge sind, die Aufgabe haben, bei plötzlichen Änderungen den Stromkreis aus dem einen in den anderen Zustand überzuleiten.

Es muß nicht immer der ganze Übergang durchgeführt werden, der Stromkreis ein- oder ausgeschaltet werden, damit die ausgleichende Eigenbewegung einsetzt. Jede Änderung der Belastung, plötzlich ausgeführt, ist schon der Anstoß für die Eigenbewegung. Denn wenn der Belastungsstrom J_1 auf J_2 plötzlich erhöht wird, fließt J_1 ungestört weiter und nur $J_2 - J_1$ muß eingeführt, der Sprung $J_2 - J_1$ muß ausgeglichen werden. Das besorgt, wenn nur eine Induktivität und ein Ohmscher Widerstand R in Reihe vorhanden sind, der Ausgleichstrom

$$J_a = - (J_2 - J_1) e^{-\frac{R}{L} t}.$$

Wir haben bisher nur die Ausgleichsvorgänge nicht schwingungsfähiger Stromkreise untersucht. Nun aber gehen wir daran, wirkliche Ausgleichsschwingungen zu studieren. Wir müssen die Ein- und Ausschalterscheinungen schwingungsfähiger Kreise untersuchen. Wir erweitern deshalb den bisherigen einfachen Stromkreis durch eine Kapazität C , die wir in Reihe mit der Induktivität L und mit dem Ohmschen Widerstand R schalten (Abb. 246).

Drückt auf diesen Stromkreis zur Zeit t die äußere Spannung E_t , so muß in ihm ein Strom J_t von solcher Stärke fließen, daß die treibende Spannung die Widerstandsspannung $-R \cdot J_t$, ferner die Selbstinduktionsspannung

$$-L \frac{dJ_t}{dt}$$

überwindet, außerdem aber gerade noch ausreicht, um an den Belegungen

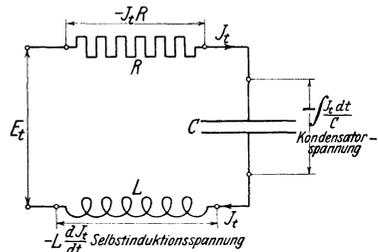


Abb. 246.

des Kondensators die Spannung zu halten, die der bis dahin vom Strom zugeführten Ladung entspricht, nämlich die Spannung

$$\int \frac{J_t dt}{C}.$$

Es ist also

$$E_t = J_t \cdot R + L \frac{d J_t}{dt} + \int \frac{J_t dt}{C}, \quad (103)$$

oder, wenn man will

$$\frac{d E_t}{dt} = R \cdot \frac{d J_t}{dt} + L \frac{d^2 J_t}{dt^2} + \frac{J_t}{C}. \quad (104)$$

Wir kennen die allerdings unvollständige Lösung der Gleichung (104) für treibende Wechselspannungen, d. h. wir kennen den Strom, den die Wechselspannung

$$E_t = E \sin \omega t$$

erzwingt. Er beträgt

$$J_t = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin(\omega t - \varphi) \text{ Ampere,}$$

wobei

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

ist. (Siehe S. 116!)

Die vollständige Lösung der Differentialgleichung (104) enthält nun auch noch das Integral der Gleichung

$$\frac{d^2 J_t}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{d J_t}{dt} + \frac{J_t}{LC} = 0, \quad (105)$$

neben dem erzwungenen ist auch noch der freie Ausgleichstrom möglich. Die Gleichung (105) bestimmt die Eigenschwingung des Stromkreises.

Um sie zu lösen, setzen wir wieder

$$J_t = A e^{\alpha_1 t} + B e^{\alpha_2 t},$$

bestimmen α_1 und α_2 als Wurzeln der Bedingungsgleichung

$$\alpha^2 + \frac{R}{L} \alpha + \frac{1}{LC} = 0$$

und müssen die Integrationskonstanten A und B nach den jeweiligen Anfangsbedingungen einrichten.

Die Bedingungsgleichung gibt

$$\alpha_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}$$

$$\alpha_2 = -\frac{R}{2L} - \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}.$$

Wir setzen lieber

$$\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = \omega',$$

bekommen also

$$a_1 = -\frac{R}{2L} + i \cdot \omega'$$

$$a_2 = -\frac{R}{2L} - i \cdot \omega'$$

und damit endlich

$$J_t = e^{-\frac{R}{2L}t} \left[A e^{+i\omega't} + B e^{-i\omega't} \right]$$

oder mit

$$\cos \omega' t + i \sin \omega' t = e^{+i\omega' t}$$

$$\cos \omega' t - i \sin \omega' t = e^{-i\omega' t}$$

$$A + B = A_1$$

$$i(A - B) = B_1$$

einfacher:

$$J_t = e^{-\frac{R}{2L}t} (A_1 \cos \omega' t + B_1 \sin \omega' t).$$

Schließlich kann man noch einführen

$$\sin \gamma = \frac{A_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}}$$

$$\cos \gamma = \frac{B_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}}$$

und

$$K = \sqrt{A_1^2 + B_1^2},$$

so daß die umgeformte Lösung

$$J_a = K e^{-\frac{R}{2L}t} \cdot \sin(\omega' t + \gamma) \quad (106)$$

die Integrationskonstanten K und γ enthält.

Die vollständige Lösung der Gleichung (104) lautet nach all dem für eine treibende Wechselspannung

$$E_t = E \sin \omega t,$$

$$J_t = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin(\omega t - \varphi) + K \cdot e^{-\frac{R}{2L}t} \sin(\omega' t + \gamma) \quad (107)$$

mit

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

und K und γ je nach den Anfangsbedingungen.

Die Eigenschwingung setzt mit irgendeiner notwendigen Stärke $K \sin \gamma$ ein, entsprechend dem Höchstwert K . Sie hat die Periodenzahl

$$f' = \frac{\omega'}{2\pi}$$

d. h.

$$f' = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

aber bei unveränderter Eigenperiodenzahl klingt die Stärke nach dem Exponentialgesetz

$$K \cdot e^{-\frac{R}{2L}t}$$

so wie es Abb. 247 darstellt ab, die Schwingungen werden schwächer und schwächer.

Aus zahllosen mechanischen Schwingungserscheinungen ist uns dieses Abklingen der Schwingung bekannt. Auch schwingungsfähige Stromkreise verlieren allmählich ihre Eigenbewegung, so daß schließlich nur noch die erzwungene übrig bleibt. Es ist aber doch bemerkenswert, daß unser Stromkreis die doppelte Abklingungszeitkonstante gegenüber dem Stromkreis ohne Kapazität hat.

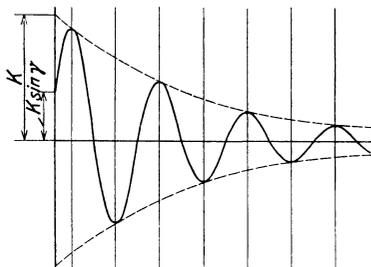


Abb. 247.

Die Periodenzahl der Eigenschwingung

$$f' = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

richtet sich ausschließlich nach dem Ohmschen Widerstand, nach der Induktivität und nach der Kapazität des Stromkreises. Sie ist um so größer, je kleiner der Ohmsche Widerstand wird, im Grenzfall also

$$f' = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}} \text{ für } R = 0.$$

Wir kennen diesen Grenzwert schon aus der vorangehenden Vorlesung.

Wenn mit wachsendem Ohmschen Widerstand

$$\frac{1}{LC} = \frac{R^2}{4L^2}$$

d. h.

$$R = 2 \sqrt{\frac{L}{C}}$$

wird, sinkt die Periodenzahl der Eigenschwingung auf null, die Eigenbewegung wird aperiodisch. Wir wollen auf diesen praktisch unwichtigen Fall nicht weiter eingehen, wichtiger ist es, die Ausgleichschwingungen noch eingehender zu untersuchen.

Die treibende Wechselfspannung möge in dem Augenblick erlöschen, wenn der Strom des Kreises nach Abb. 246 gerade die Stärke J_0 hat. Aus Gleichung (107) erhalten wir mit

$$t = 0, \quad E = 0, \quad J_t = J_0$$

sofort

$$J_0 = K \sin \gamma.$$

Der Strom J_0 muß demnach nach der Gleichung

$$J_a = J_0 \cdot e^{-\frac{R}{2L} t} \frac{\sin(\omega' t + \gamma)}{\sin \gamma}$$

ausschwingen. Der ungedämpfte Höchstwert des Ausgleichstromes ist

$$J_{a \max} = \frac{J_0}{\sin \gamma}.$$

Es fällt sofort auf, daß γ auch noch bestimmt werden muß. Es ist offenbar in schwingungsfähigen Kreisen nicht einerlei, was dem Aussetzen der treibenden Spannung vorangegangen ist, wie in Stromkreisen, die nur Induktivität und Ohmschen Widerstand enthalten.

Die Erscheinung ist sehr beachtenswert. Ein Strom, der nur über eine Induktivität und einen Ohmschen Widerstand fließt, erhält sich, einmal sich selbst überlassen, aus dem Energievorrat des magnetischen Feldes. In einem Stromkreis dagegen, der auch noch eine Kapazität enthält, besteht beim Aussetzen der äußeren treibenden Spannung immer noch die Spannung des Kondensators. Sie übernimmt sofort die Rolle der treibenden Spannung.

Der Ausgleichstrom

$$J_a = J_{a \max} \cdot e^{-\frac{R}{2L} t} \cdot \sin(\omega' t + \gamma)$$

braucht für die Überwindung des Ohmschen Widerstandes die Spannung

$$E_r = J_a \cdot R = J_{a \max} \cdot R \cdot e^{-\frac{R}{2L} t} \cdot \sin(\omega' t + \gamma).$$

Gleichzeitig muß ihn eine Teilspannung

$$E_L = L \frac{dJ_a}{dt} = L \cdot J_{a \max} \cdot e^{-\frac{R}{2L} t} \left[\omega' \cos(\omega' t + \gamma) - \frac{R}{2L} \sin(\omega' t + \gamma) \right]$$

über den induktiven Widerstand treiben.

Daraus folgt sofort, daß die Kondensatorspannung nach Abb. 246 die Größe

$$E_c = \omega' L \cdot J_{a \max} \cdot e^{-\frac{R}{2L} t} \cdot \left[\cos(\omega' t + \gamma) + \frac{R}{2\omega' L} \sin(\omega' t + \gamma) \right] = E_r + E_L$$

haben muß.

Wir setzen noch

$$\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{2\omega' L}\right)^2}}, \quad (108)$$

$$\cos \beta = \frac{\frac{R}{2\omega' L}}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{2\omega' L}\right)^2}} \tag{109}$$

d. h.

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{2\omega' L}{R}$$

und erhalten zunächst

$$E_c = J_{a \max} \cdot e^{-\frac{R}{2L}t} \cdot \sqrt{\omega'^2 L^2 + \frac{R^2}{4}} \cdot \sin(\omega' t + \gamma + \beta),$$

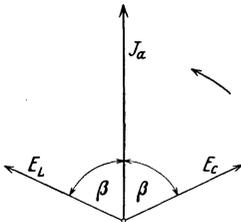


Abb. 248.

können aber mit

$$\omega' = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

einfacher schreiben

$$E_c = J_{a \max} \cdot e^{-\frac{R}{2L}t} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \sin(\omega' t + \gamma + \beta) \tag{110}$$

Mit denselben Umformungen hätten wir übrigens auch

$$E_L = -J_{a \max} \cdot e^{-\frac{R}{2L}t} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \sin(\omega' t + \gamma - \beta) \tag{111}$$

haben können.

Das Vektorenbild der Abb. 248 überrascht einigermaßen. Die Kondensatorspannung läuft dem von ihr getriebenen Ausgleichstrom J_a um den Winkel β vor. Eigentlich erwartet man, daß sie dem Strom nacheilt. Aber man darf nicht vergessen, daß sie ihn über den induktiven Widerstand $\omega' L$ treibt. Gäbe es keinen Ohmschen Widerstand, dann würde die Selbstinduktionsspannung $-E_L$ den Strom über die Kapazität treiben und ihm deshalb ganz richtig um 90° nacheilen, während gleichzeitig die Kondensatorspannung als treibende Spannung des induktiven Stroms angesehen werden könnte, dem sie um 90° voreilt.

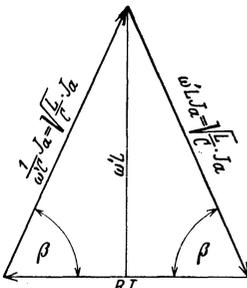


Abb. 249.

In bemerkenswerter Weise kann man aus dem Dreieck der Abb. 249, das dem Vektorendreieck der Spannungen vollständig entspricht, sofort ohne Rechnung den Phasenwinkel β entnehmen. Es enthält den in den Gleichungen (110) und (111) auftretenden sog. Wellenwiderstand

$$\sqrt{\frac{L}{C}}$$

dem wir hier das erste Mal begegnen.

In der Tat ist

$$\sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\omega' L \cdot \frac{1}{\omega' C}}$$

die Quadratwurzel des Produktes des induktiven und des kapazitiven Widerstandes, der Wellenwiderstand kann somit in Ohm gemessen werden und er wird uns noch öfters als wirklicher Wellenwiderstand beschäftigen.

Abb. 249 zeigt noch die bemerkenswerte Tatsache, daß die Höhe des Widerstandsdreieckes gleich ist

$$\frac{R}{2} \cdot \operatorname{tg} \beta = \frac{R}{2} \cdot \frac{2 \omega' L}{R} = \omega' L,$$

d. h. dem induktiven Widerstand des Eigenschwingungskreises, wodurch das Widerstandsdreieck noch wertvoller wird.

Nach dieser Untersuchung der Eigenschwingung können wir zu unserem Problem, zum Abschwingen des Wechselstromes, dessen treibende Spannung plötzlich erlischt, zurückkehren. Wir wissen jetzt, wie die zweite Anfangsbedingung aussehen muß, die auch noch die zweite Integrationskonstante γ bestimmen läßt.

Im Augenblick des Aussetzens der Spannung hat der Kondensator die Spannung E_0 . Es muß also, wenn die Stromstärke gleichzeitig J_0 Ampere beträgt, das Gleichungspaar

$$J_a = K \cdot e^{-\frac{R}{2L} t} \sin(\omega' t + \gamma) \quad (112)$$

$$E_c = K \cdot e^{-\frac{R}{2L} t} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \sin(\omega' t + \gamma + \beta) \quad (113)$$

für $t = 0$:

$$J_a = J_0 \text{ und } E_c = E_0$$

geben, es muß also

$$J_0 = K \cdot \sin \gamma$$

$$E_0 = K \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \sin(\gamma + \beta)$$

sein, wobei jedenfalls

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{2 \omega' L}{R} \text{ und } \omega' = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

ist.

Wir wollen uns den Sonderfall

$$R = 0$$

ansehen und voraussetzen, daß der abschwingende Strom gerade im Höchstwert stand. Als erzwungener Strom folgte er der Gleichung

$$J_t = \frac{E}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

die Kondensatorspannung eilte ihm um 90° nach, die treibende Spannung E um 90° vor. Er erreichte den negativen Höchstwert gerade im Augenblick, als die Kondensatorspannung durch null ging.

Das gibt

$$J_0 = - \frac{E}{\omega L - \frac{1}{\omega C}},$$

$$E_0 = 0,$$

somit

$$K \sin \gamma = - \frac{E}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}$$

$$K \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \sin(\gamma + \beta) = 0$$

oder

$$\begin{aligned} \gamma &= -\beta \\ \sin \gamma &= -\sin \beta = - \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{2\omega' L}\right)^2}} = -1, \text{ weil } R = 0 \end{aligned}$$

und die Lösung lautet

$$J_a = + \frac{E}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{R}{2\omega' L}\right)^2} \cdot \sin(\omega' t - \beta) \text{ oder}$$

wegen

$$\begin{aligned} R &= 0 \\ J_a &= + \frac{E}{\omega L - \frac{1}{\omega L}} \cdot \sin\left(\omega' t - \frac{\pi}{2}\right). \end{aligned}$$

Der Höchstwert des Ausgleichstromes ist gleich dem Höchstwert des vorangehenden, erzwungenen Betriebsstromes. Die Eigenschwingung setzt die abgebrochene erzwungene Schwingung fort, jedoch mit der neuen Periodenzahl

$$f' = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}.$$

Der Sonderfall ist auch insofern interessant, als er uns zeigt, daß die Eigenschwingung erhebliche Spannungen bringen kann. Die Kondensatorspannung ist für

$$R = 0 \quad \text{und} \quad \omega' t = \frac{\pi}{2}$$

d. h. eine Viertelperiode nach Beginn der Eigenschwingung

$$E_{c \max} = \frac{E}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Sie wird um so höher, je größer der Wellenwiderstand und je stärker der Höchststrom des vorangegangenen Betriebes ist.

Wir hätten die Kondensatorspannung im vorliegenden Sonderfall auch auf folgende, sehr anschauliche Weise unmittelbar, d. h. ohne Berechnung der Eigenschwingung ermitteln können. Dabei hätten wir noch einmal den unmittelbaren Einblick in das Wesen der Erscheinung, d. h. in das Schwingen der Energie.

Zu Beginn der Eigenschwingung ist der Höchststromwert

$$\frac{E}{\omega L - \frac{1}{\omega C}}$$

gerade erreicht worden und die Kondensatorspannung war null. Der ganze Energieinhalt des Stromkreises lag offenbar im magnetischen Feld, betrug somit

$$\left(\frac{E}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} \right)^2 \cdot \frac{L}{2} \text{ Wattsekunden,}$$

der Kondensator war energielos.

Wenn nun der Eigenschwingsstrom auf null sinkt, muß auf der anderen Seite die Kondensatorspannung den Höchstwert erreicht haben, denn die ganze Energie ist jetzt zweifellos im elektrischen Feld. Aus

$$\frac{E_{c \max}^2 \cdot C}{2} = \left(\frac{E}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} \right)^2 \cdot \frac{L}{2}$$

ergibt sich sofort

$$E_{c \max} = \frac{E}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$$

im Einklang mit der oben durchgeführten Rechnung.

Nun sehen wir uns als einen anderen Betriebsfall das Aufladen eines Kondensators mit der Gleichspannung E an. In dem Stromkreis sehen wir nach Abb. 246 auch noch eine Induktivität L neben der Kondensatorkapazität C vor, um den Kreis schwingungsfähig zu machen, außerdem aber noch einen Ohmschen Widerstand R , damit die Eigenschwingung gedämpft wird.

Der Ausgleichsvorgang beginnt mit dem Aufdrücken der Spannung und ist beendet, wenn die Kondensatorspannung, ohne zu schwingen, d. h. als Gleichspannung der äußeren Spannung entgegengesetzt gleich ist. Das kann nach unseren bisherigen Erfahrungen theoretisch natürlich unendlich lange dauern.

Mit Hilfe eines Kunstgriffes können wir den vorliegenden Einschaltvorgang zum Abschaltvorgang machen und gelangen so zu einer Behandlung des Problems, die wir schon kennen. Das plötzliche Auftreten der

Gleichspannung $+ E$ ist gleichbedeutend mit dem Erlöschen der Spannung $- E$. Da ferner unsere Ausgleicherscheinung mit dem Strom

$$J_a = 0$$

beginnen muß, sind wir gezwungen anzunehmen, daß der vorangegangene fiktive Betrieb ebenfalls mit der Stromstärke null abschloß, daß somit der fiktiven Betriebsspannung $- E$ die Kondensatorspannung

$$E_c = + E$$

das Gleichgewicht hielt.

Der Gesamtstrom des Kreises nach dem fiktiven Erlöschen der Spannung $- E$ setzt sich wie immer aus dem erzwungenen und aus dem Ausgleichstrom zusammen. Der erzwungene muß dauernd null sein, denn als Gleichstrom kann er über den Kondensator nicht fließen. So kommen wir zum Ansatz nach Gleichung (112)

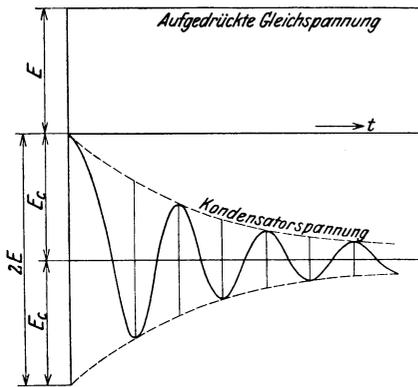


Abb. 250.

$$J_t = J_a = K \cdot e^{-\frac{R}{2L}t} \sin(\omega' t + \gamma)$$

mit den Anfangsbedingungen
 $t = 0, J_t = 0, E_c = E$.

Aus

$$K \cdot \sin \gamma = 0$$

und nach Gleichung (113) aus

$$E = K \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \sin(\gamma + \beta)$$

ergibt sich sofort

$$K = J_{a \max} = \frac{E}{\sin \beta} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$$

weil offenbar

$$\sin \gamma = 0$$

sein muß und nun ist

$$J_a = \frac{E}{\sin \beta} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} \cdot e^{-\frac{R}{2L}t} \cdot \sin \omega' t,$$

ferner

$$E_c = \frac{E}{\sin \beta} \cdot e^{-\frac{R}{2L}t} \cdot \sin(\omega' t + \beta) - E.$$

Warum ist in der letzten Gleichung rechts E abgezogen worden? Weil wir das Ergebnis den wirklichen Verhältnissen anpassen wollen, d. h. die Kondensatorspannung nicht mehr auf den fiktiven Zustand mit der erloschenen Betriebsspannung $- E$ beziehen. Wir haben gerechnet als ob die treibende Spannung null wäre, sie ist aber um E größer als null, weshalb auch E_c um $- E$ vergrößert werden muß, damit das Spannungsgleichgewicht ungestört bleibt.

Die Kondensatorspannung

$$E_c = - E \left[1 - \frac{e^{-\frac{R}{2L}t} \cdot \sin(\omega' t + \beta)}{\sin \beta} \right]$$

schwingt sich nach Abb. 250 allmählich auf den Endwert $-E$ ein. Eine halbe Periode nach Beginn der Schwingung erreicht die Kondensatorspannung ihren Höchstwert

$$E_c = -E \left[1 + e^{-\frac{R}{2L} \cdot \frac{\pi}{\omega'}} \right],$$

für recht kleine Ohmsche Widerstände kann sich der doppelte Endwert ergeben.

Schwingungsfähige Kreise bringen die gewiß nicht angenehme Erscheinung, daß sowohl der Betriebsstrom als auch die Spannung im Stromkreis zeitweilig höher werden als im dauernden Betrieb. Aber auch in nicht schwingungsfähigen Stromkreisen haben wir Ausgleicherscheinungen kennengelernt, die vorübergehende Strom- und Spannungserhöhungen brachten.

Kennzeichnend für die meisten Einschaltvorgänge ist die Verdoppelung der Spannung oder des Stroms. Den Einschaltüberspannungen sind in den Jugendjahren der Elektrotechnik immer wieder Maschinen und Apparate unterlegen. Ohne theoretische Erforschung der Ausgleichsvorgänge war es eben unmöglich, die Gefahr klar zu erkennen. Heute müssen alle Konstruktionen mindestens der doppelten Betriebsspannung gewachsen sein.

Gefährlicher als die Einschaltüberspannungen sind die Ausschaltüberspannungen, die wir ebenfalls schon kennen. Sie sind nicht an die doppelte Betriebsspannung als Grenze gebunden, sondern richten sich, wie die oben durchgeführte Untersuchung zeigt, lediglich nach dem Wellenwiderstand des Stromkreises, nach dem Verhältnis der Aufnahmefähigkeiten der beiden Energie aufspeichernden Felder.

Überspannungen und Überströme sind vorübergehende Belastungsstöße für die isolierenden Nichtleiter und für die stromführenden Leiter der Konstruktionen. Es gibt keinen mechanischen Betrieb ohne Stöße, ebenso kann es auch stoßfreie elektrische Betriebe nicht geben. Seit langem werden mechanische Konstruktionen so gebaut, daß sie Belastungsstöße vertragen. Die Elektrotechnik brauchte länger, um denselben Weg zu beschreiten. Die elektrischen Belastungsstöße sind eben verwinkelte Erscheinungen, zu denen nur gründliche Untersuchungen vordringen können.

Vielfach werden Überspannungen und Überströme auch überschätzt. Man darf nicht vergessen, daß sie rasch vorübergehen, daß die Ausgleichsvorgänge meist sehr rasch abklingen. Eine schöne Lösung brachte für die Bekämpfung der Ausgleichsüberströme der Selbstschalter mit Zeitrelais.

Der Selbstschalter wird durch einen Elektromagneten betätigt, und zwar gewöhnlich so, daß der Magnet den Ausschaltvorgang auslöst, sobald er genügend stark geworden ist, sobald also der ihn erregende Betriebsstrom eine gewisse Höhe erreicht. Wird die Schaltbewegung selbst durch ein Gewicht durchgeführt, braucht der Magnet nur eine Sperrung aufzuheben.

Der Selbstschalter mit Zeitverzögerung löst den Schaltvorgang nicht sofort aus, wenn der Strom die festgesetzte Grenze erreicht hat. Ein

Uhrwerk, daß man auf beliebige Auslösezeiten einstellen kann, läßt die endgültige Lösung der Sperrung erst nach Ablauf der Auslösezeit zu.

Ein Ausgleichsüberstrom ist schon abgeklungen, wenn die Auslösezeit abgelaufen ist. Der Selbstschalter kann ihn deshalb nicht abschalten, wenn die Auslösezeit richtig eingestellt wird. Kein Betrieb könnte dauernd arbeiten, wenn jeder Ausgleichsüberstrom abgeschaltet würde. Es gäbe fortwährende Betriebsunterbrechungen.

Überströme fürchten wir doch nur wegen der erhöhten Stromwärme. Wir bauen unsere Maschinen und Apparate so, daß sie gerade die Stromwärme des normalen Betriebsstromes dauernd vertragen. Aber wir haben keine Angst davor, daß die Stromwärme ein paar Sekunden erheblich höher wird. Sie darf nur nicht lange Zeit andauern und die Betriebstemperatur erheblich beeinflussen.

Aus der Sorge um die Übererwärmung der Konstruktionen einerseits und aus dem Wunsch, den Betrieb möglichst wenig zu unterbrechen andererseits ergeben sich die Auslösezeiten der Selbstschalter, die für neuzeitliche Anlagen eine unentbehrliche Einrichtung geworden sind. Mit einiger Mühe ergibt sich ein befriedigender Ausgleich. Wir arbeiten mit Auslösezeiten von 1 bis etwa 10 Sekunden.

Diese kleinen Auslösezeiten sind für die Ausgleichsvorgänge groß genug, sie überraschen aber doch auf den ersten Blick, weil man der Stromwärme doch nicht eine solche Bedeutung zumutet. Aber es handelt sich nicht nur um die Überströme der Ausgleichsvorgänge. Der Selbstschalter muß auch Kurzschlüsse aufheben.

Der Kurzschlußstrom eines Transformators z. B. ist 10- bis 25-mal größer als der normale Vollaststrom. Es ist ganz klar, daß die

$$25^2 = 625\text{-fache}$$

Stromwärme nur durch ganz kurze Zeitabschnitte zugelassen werden kann. Ungezwungen entstehen so kleine Auslösezeiten, die aber glücklicherweise für die Überströme der Ausgleichsvorgänge immer noch lang genug werden.

Gerade so wie der Überstrom des Ausgleichsvorganges nicht viel Schaden anrichten kann, weil er keine Zeit dazu hat und deshalb auch nicht abgeschaltet zu werden braucht, können die Überspannungen der Ausgleichsvorgänge nicht gleich die Konstruktionen zerstören, weil ihnen die Zeit fehlt. Sie verursachen kleine Durchstriche durch das Isolationsmaterial, wenn sie genügend stark sind, aber die erheblich niedrigere Spannung des normalen Betriebes ist dann doch nicht imstande, den Stichkanal zu erweitern. Maschinenspulen sind sehr oft mit solchen inneren Stichkanälen übersät.

Es ist immerhin notwendig, für die doppelte Betriebsspannung zu isolieren. Einschaltvorgänge sind zu häufige Erscheinungen und außerdem gibt es, wie wir noch sehen werden, gefährlichere Überspannungen. Solche kann man zur Not stechen lassen, wenn es nicht allzu oft geschieht.

Eine allgemeine Betriebsregel läßt sich schon jetzt, nachdem wir erst einige wenige Ausgleichsvorgänge kennengelernt haben, aufstellen. Man soll möglichst wenig schalten. Überflüssige Umschaltungen sind immer unnötige Kürzungen der Lebensdauer der Konstruktionen.

Der Ohmsche Widerstand der Wechselstromkreise leistet wirksame Dienste. Er ist es, der die Ausgleichsschwingungen dämpft, die hin- und herwogende Energie aufzehrt und dem Ausgleichsvorgang praktisch ein Ende setzt. Ohne ihn würde der Betrieb nie zur Ruhe kommen.

Einen minderwertigen Überstromschutz gibt die Schmelzsicherung. Sie ist dem Selbstschalter mit Zeitauslösung bereits durchwegs in den Hochspannungsanlagen gewichen. Die Schmelzsicherung unterbricht den Stromkreis mechanisch. Sie wartet nicht auf den Nulldurchgang des Stroms wie der Ölschalter, sondern schmilzt gewöhnlich bei hohen Augenblicksstärken, die der schmelzenden Stromwärme die nötige Kraft geben. Der mechanisch abreißende Stromkreis muß hohe Abschaltspannungen bringen, die magnetische Energie ist beim Unterbrechen des Stromes relativ sehr groß und kann nur durch das Entstehen hoher Abschaltspannungen in den gewöhnlich schwachen elektrischen Feldern untergebracht werden.

Für das richtige Einschätzen der Ausgleichsvorgänge ist es sehr wichtig, zu wissen, was für Energiemengen eigentlich schwingen. Man überzeugt sich leicht, daß hinter den sehr bemerkenswerten Erscheinungen, wie wir sie kennengelernt haben, überraschend geringe Energiemengen stehen. Die in der vorangehenden Vorlesung untersuchte 50 Kilometer lange Freileitung hatte z. B.

$$\begin{aligned} L &= 1,25 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 0,0625 \text{ Henry,} \\ C &= 0,925 \cdot 50 \cdot 10^{-8} = 0,4625 \cdot 10^{-6} \text{ Farad,} \\ R &= 1,59 \cdot 50 = 795 \text{ Ohm} \end{aligned}$$

und könnte bei 12,5 mm² Leiterquerschnitt vielleicht etwa 25 Ampere vertragen. Der Höchstwert der magnetischen Energie im normalen Betrieb wäre demnach

$$0,0625 \cdot \frac{(25 \cdot \sqrt{2})^2}{2} = 40 \text{ Wattsekunden.}$$

Die Energie, ganz im elektrischen Feld aufgespeichert, würde eine Spannung

$$40 = \frac{0,4625 \cdot 10^{-6} \cdot E^2}{2}; \quad E = 13200 \text{ Volt}$$

verlangen. Der normale Betriebsstrom würde die Energie in

$$\frac{40}{25^2 \cdot 795} = 8 \cdot 10^{-5} \text{ Sekunden}$$

im vorhandenen Ohmschen Widerstand verbrauchen.

Würden wir einfach die ganze Kapazität der Fernleitung auf halber Länge konzentriert annehmen, was die Zusammenstellung:

$L = 0,03125$ Henry, $C = 0,4625 \cdot 10^{-6}$ Farad, $R = 397,5$ Ohm geben würde, so müßte sich der Ladevorgang mit Gleichspannung in der oben beschriebenen Weise mit der Eigenperiodenzahl:

$$f' = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{0,03125 \cdot 0,4625 \cdot 10^{-6}} - \frac{397,5^2}{4 \cdot 0,03125^2}} = 860$$

abspielen, 1720 mal in der Sekunde würde die Energie hin- und hergeworfen werden.

Die Zeitkonstante des Ausgleichsvorganges wäre

$$T = \frac{2 \cdot 0,03125}{397,5} = 1,575 \cdot 10^{-4} \text{ Sekunden,}$$

in einem Tausendstel der Sekunde wäre praktisch alles beendet.

Man spricht von großen Leistungen der Ausgleichsvorgänge und wird überrascht, wenn man nachher die kleinen wirkenden Energiemengen entdeckt. Leistung ist die in einer Sekunde verbrauchte oder gewonnene Energie. Wenn der Ausgleichsvorgang nur 40 Wattsekunden verbraucht, das aber in einem Tausendstel Sekunde, mußten doch Leistungen von 40 Kilowatt vollbracht worden sein. Es gibt Ausgleichsvorgänge mit sehr großen Leistungen, denn die Energiemengen sind zuweilen erheblich höher als oben berechnet, auch geht es oft viel rascher zu. Nur so ist es möglich, daß die Ausgleichsvorgänge die Bedeutung erlangen, wie uns Theorie und Erfahrung übereinstimmend zeigen.

Die Periodenzahlen der Eigenschwingungen sind in unseren Wechselstromkreisen von sehr verschiedener Größe. Sie werden hauptsächlich durch die Induktivität und die Kapazität bestimmt, denn für kleine Ohmsche Widerstände ist einfach

$$f' = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot C}}.$$

Wir bekommen alle möglichen Zusammenstellungen der Kapazität und Induktivität. Man denke nur daran, wie sehr das Eisen die Induktivität vergrößern kann. Von der Eigenperiodenzahl null, die sich bei entsprechend großem Ohmschen Widerstand einstellt, bis über eine Million Perioden in der Sekunde erstreckt sich der Frequenzbereich der Eigenschwingungen unserer Einrichtungen.

Es ist eine ganz andere elektrische Welt, in die wir beim Studium der Eigenschwingungen eindringen, die immer wieder überrascht, eine Welt mit einem ganz anderen Zeitmaß. Für sehr schnelle Ausgleichsvorgänge ist die langsam schwingende Betriebsspannung fast eine Gleichspannung. Sie ändert sich kaum, während die Spannungen der Eigenschwingungen viele Perioden durchlaufen. Diese Erkenntnis erleichtert die Untersuchungen sehr oft erheblich.

Sechszwanzigste Vorlesung.

Einschalterschwingungen. Anfangsbedingungen. Schalter mit Vorschaltwiderstand. Resonanz. Stromschwebungen. Einschalterschwingung des Transformators. Elektrisch-mechanische Schwingungen. Kurzschlußstromkraft des Transformators.

In der vorangehenden Vorlesung haben wir eingehend den Fall untersucht, daß in einem schwingungsfähigen Stromkreis plötzlich die treibende äußere Spannung aussetzt. Klar ergab sich die Notwendigkeit, daß der Ausgleichstrom der abklingenden Eigenschwingung mit der Stärke des

von der treibenden Spannung hinterlassenen erzwungenen Betriebsstromes einsetzt und daß die Rolle der treibenden Spannung die im Augenblick des Aussetzens der äußeren Spannung vorhandene Kondensatorspannung übernimmt.

Mit dieser Erkenntnis lassen sich ohne weiteres die Ausschaltvorgänge beherrschen. Aber für die Einschaltvorgänge fehlt noch die Möglichkeit, zwei Anfangsbedingungen aufzustellen. Nun sind aber die Einschaltvorgänge wichtiger als die Ausgleichsvorgänge, die sich beim Aussetzen der treibenden Spannung abspielen. Deshalb hat die Theorie der Eigenschwingungen noch die Aufgabe, auch der Untersuchung der Einschaltvorgänge den Weg zu öffnen.

Wir haben in der vorangehenden Vorlesung bereits einen Einschaltvorgang berechnet. Mit Hilfe eines Kunstgriffes war es uns möglich, den Einschaltvorgang mit dem Vorgang beim Aussetzen der treibenden Spannung wesensgleich zu machen. Der gefundene Ausweg läßt sich wohl allgemein verwenden, deshalb wollen wir ihn hier ausbauen.

Das Anschalten der Wechselfspannung

$$E_t = E \sin(\omega t + \alpha)$$

ist immer gleichbedeutend mit dem Aussetzen einer vorher wirkenden Wechselfspannung:

$$- E_t = - E \sin(\omega t + \alpha).$$

Nun hätte diese fiktive Wechselfspannung in dem Stromkreis, der den Ohmschen Widerstand R , die Induktivität L und die Kapazität C in Reihe enthält, den dauernden erzwungenen Strom

$$J' = - \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin(\omega t + \alpha - \varphi)$$

mit

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

aufrecht erhalten und die Kondensatorspannung

$$E_c = - \frac{E}{\omega C} \cdot \frac{\cos(\omega t + \alpha - \varphi)}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

neben der Ohmschen und induktiven Widerstandsspannung gerade bewältigt.

Sehen wir also das Einschalten der Wechselfspannung

$$E_t = E \sin(\omega t + \alpha)$$

als Aussetzen der entgegengesetzt gleichen Spannung an, so müssen wir den Ausgleichstrom mit J' anfangen lassen und eine Kondensatorspannung E_c als vorhanden annehmen. Das gibt mit dem in der vorigen

Vorlesung entwickelten Ausdruck für den Eigenschwingsstrom (Gleichung 112):

$$K \cdot e^{-\frac{R}{2L}t} \sin(\omega' t + \gamma) = - \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin(\omega t + \alpha - \varphi) \quad (114)$$

und nach Gleichung (113)

$$K \cdot e^{-\frac{R}{2L}t} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \sin(\omega' t + \gamma + \beta) = - \frac{E \cos(\omega t + \alpha - \varphi)}{\omega C \cdot \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (115)$$

Die erste der beiden Gleichungen sagt, wie leicht ersichtlich, aus, daß der Gesamtstrom im Einschalt Augenblick mit der Stärke null anfangen muß. Der erzwungene Dauerstrom folgt natürlich der Gleichung

$$J_d = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin(\omega t + \alpha - \varphi),$$

der vorübergehende Eigenschwingsstrom der Gleichung

$$J_a = K \cdot e^{-\frac{R}{2L}t} \sin(\omega' t + \gamma).$$

Gleichung (114) ergibt also für den Einschalt Augenblick

$$t = 0$$

$$J_t = J_d + J_a = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin(\alpha - \varphi) + K \cdot \sin \gamma = 0. \quad (116)$$

In dieser Form ist die erste Bedingungsgleichung physikalisch leicht verständlich. Wir hätten sie auch ohne irgendeinen Kunstgriff sofort aufstellen können.

Die zweite Bedingungsgleichung entspricht der ebenfalls selbstverständlichen Forderung, daß die Gesamtkondensatorspannung, bestehend aus den Kondensatorspannungen der erzwungenen und der eigenen Schwingung im Schalt Augenblick gleich null ist. In der Tat haben wir im Dauerbetrieb die Kondensatorspannung

$$E_{cd} = \frac{E \cdot \cos(\omega t + \alpha - \varphi)}{\omega C \cdot \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

zu erwarten und wir schreiben deshalb die Bedingungsgleichung (115) lieber in der Form

$$t = 0$$

$$\frac{E \cdot \cos(\alpha - \varphi)}{\omega C \cdot \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} + K \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot \sin(\gamma + \beta) = 0. \quad (117)$$

Damit ist endlich für die Einschaltvorgänge eine ganz klare Unterlage gewonnen und das Zurückgreifen auf die Ausschwingungsvorgänge überflüssig geworden. Mit diesem Erfolg kann sich aber die Theorie der Ausgleichsvorgänge nicht zufrieden geben. Das Ideal ist immer eine gemeinsame Grundlage für alle wesensgleichen Erscheinungen. Wir müssen deshalb noch versuchen, alle Ausgleichsvorgänge einheitlich zu fassen.

Jeder Ausgleichsvorgang setzt infolge einer plötzlichen Änderung des Betriebszustandes ein. Der Augenblick, in dem eine äußere treibende Spannung ein- oder aussetzt, schneidet eine scharfe Grenze zwischen das Vorher und das Nachher. Der Ausgleichsvorgang ist aber eine Naturnotwendigkeit, bestimmt, eine Brücke vom Vorher zum Nachher zu schlagen.

Diese Brücke muß beiderseits auf zwei Pfeilern ruhen, auf der vorherigen und der nachherigen Gesamtstromstärke und der vorherigen und nachherigen Gesamtkondensatorspannung. Die magnetische Energie entspricht immer dem Quadrat der Gesamtstromstärke, die elektrische Energie dem Quadrat der Gesamtkondensatorspannung. Die Teilenergien können sich nicht sprungweise ändern, sie sind es doch, die während der Ausgleichsschwingung die neue Gleichgewichtslage suchen, sie sind es, die sich neu einschwingen.

Mit dieser Auffassung der Dinge kommen wir erst zu dem nötigen, ganz klaren Bild. Nun erst ist es verständlich, warum neben der Gesamtstromstärke gerade die Kondensatorgesamtspannung berufen ist, die Anfangsbedingungen der Ausgleichsschwingung festzusetzen. Jetzt erst ist es ganz offenkundig, daß für alle Ausgleichsvorgänge, ganz einerlei ob sie Aus- oder Einschwingungen, ja selbst ob sie nur Ein- oder Ausklänge sind, das bestimmende Grundgesetz gilt:

Die Ausgleicherscheinung beginnt immer mit der Gesamtstromstärke und mit der Gesamtkondensatorspannung, mit welcher der vorangehende Dauerbetrieb endet.

Dieses Grundgesetz läßt immer die einwandfreie Bestimmung der Konstanten K und γ der Gleichungen (112) und (113), die uns den Ausgleichstrom und die Ausgleichskondensatorspannung berechnen lassen, zu.

Das Grundgesetz gibt offenbar nur eine Bestimmungsgleichung für Stromkreise, in denen die Kapazität fehlt, die somit nicht schwingungsfähig sind. Aber die Ein- und Ausklänge brauchen nicht mehr. Sie werden, wie wir bereits wissen, nur durch eine Konstante bestimmt.

So ist es also tatsächlich gelungen, in der einfachsten und durchsichtigsten Weise die ganze Theorie der Ausgleicherscheinungen auf eine einheitliche Form zu bringen. Gleichzeitig wurde noch einmal ein scharfer Einblick in das Wesen der Ausgleichsvorgänge gewonnen, noch einmal zeigte es sich, daß es die im magnetischen und im elektrischen Feld aufgespeicherten Energiemengen sind, die bei plötzlichen Änderungen des Betriebszustandes aus dem Gleichgewicht kommen und zu schwingen anfangen.

Für die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik ist mit der Vereinheitlichung der Ausgleichsvorgänge das angestrebte Ziel erreicht. Wir wollen aber gleichwohl diesen ungemein interessanten Teil der Theorie veränderlicher Stromkreise nicht abschließen, ohne noch einige wichtige

Einzelfälle untersucht zu haben. Vor allem ist es noch der Einschaltvorgang eines Wechselstromkreises, der unbedingt erledigt werden muß.

Wir legen also die Wechselspannung

$$E_t = E \sin(\omega t + \alpha)$$

an einen Stromkreis mit dem Ohmschen Widerstand R , der Induktivität L und der Kapazität C in Reihenschaltung. Wenn der Einschaltvorgang im Augenblick

$$t = 0$$

beginnt, ist die Augenblicksspannung

$$E_{t=0} = E \sin \alpha$$

die Aufschaltspannung. Durch Änderung des Zeitwinkels α können wir demnach alle möglichen Einschaltfälle untersuchen.

Dem Zweck unserer Untersuchung genügt eine Näherungsrechnung vollkommen. Wir wollen deshalb annehmen, daß der Ohmsche Widerstand sehr klein ist. Damit erreichen wir eine lange Dauer der Einschaltsschwingung, die uns nur erwünscht sein kann. Ferner erreichen wir eine wesentliche Vereinfachung der Rechnung.

Nach den Ergebnissen der Untersuchung der vorangehenden Vorlesung ist vor allem die Periodenzahl der Eigenschwingung mit großer Annäherung durch

$$f' = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

gegeben. Ferner ist nach Gleichung (108)

$$\beta = \frac{\pi}{2}$$

endlich:

$$e^{-\frac{R}{2L}t} = 1.$$

Der Ausgleichsstrom folgt nach all dem der einfacheren Gleichung:

$$J_a = K \cdot \sin(\omega' t + \gamma)$$

und die Anfangsbedingungen können in die vereinfachten Gleichungen (116) und (117):

$$\frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin(\alpha - \varphi) + K \sin \gamma = 0,$$

$$\frac{E \cos(\alpha - \varphi)}{\omega C \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} + K \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cos \gamma = 0$$

gelegt werden, in denen auch noch der Höchstwert des erzwungenen Dauerstromes

$$J_{d \max} = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

eine weitere Vereinfachung bringen kann.

Wir erhalten leicht den Ansatz

$$\begin{aligned} K \sin \gamma &= - J_d \cdot \sin (\alpha - \varphi) \\ K \cos \gamma &= - \frac{J_d \cdot \omega'}{\omega} \cos (\alpha - \varphi) \end{aligned}$$

und daraus zunächst

$$\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} (\alpha - \varphi) \cdot \frac{\omega}{\omega'}$$

ferner

$$K = J_{a \max} = - J_{d \max} \cdot \sqrt{\sin^2 (\alpha - \varphi) + \frac{\omega'^2}{\omega^2} \cos^2 (\alpha - \varphi)},$$

endlich den Höchstwert der Kondensatorspannung der Eigenschwingung

$$E_{c \max} = - \frac{J_{d \max}}{\omega' \cdot C} \cdot \sqrt{\sin^2 (\alpha - \varphi) + \frac{\omega'^2}{\omega^2} \cos^2 (\alpha - \varphi)}.$$

Müßte im Sonderfall der erzwungene Dauerstrom mit der Stärke null einsetzen, wäre also

$$\alpha - \varphi = 0,$$

so müßte

$$\gamma = 0$$

sein und der Ausgleichstrom würde der Gleichung

$$J_a = - J_{d \max} \cdot \frac{\omega'}{\omega} \cdot \sin \omega' t$$

folgend wohl auch mit dem Augenblickswert null beginnen, seine Höchststärke

$$J_{a \max} = J_{d \max} \cdot \frac{\omega'}{\omega}$$

würde aber im Verhältnis der Eigenschwingungsperiodenzahl zur Periodenzahl der aufgedrückten Spannung größer werden als die Höchststärke des erzwungenen Dauerstromes.

Wir haben in der vorangehenden Vorlesung festgestellt, daß wir auf sehr hohe Periodenzahlen bei den im Betrieb möglichen Ausgleichsvorgängen gefaßt sein müssen. Um so bemerkenswerter ist deshalb die soeben gesicherte Feststellung. Der vorübergehende Einschaltstrom kann offenbar ganz gewaltige Stärken erreichen, denen gegenüber die Stärke des normalen Betriebsstromes keine Rolle spielt.

Die Erscheinung ist von großer praktischen Bedeutung. Immer wieder kann es vorkommen, daß beim Einschalten der unglückliche Augenblick getroffen wird, in dem der normale Dauerstrom gerade durch null gehen müßte. Immer wieder muß man damit rechnen, daß unsere Betriebsstromkreise schwingungsfähig sind und wie oben vorausgesetzt, einen sehr kleinen Ohmschen Widerstand haben.

Man sichert sich gegen solche gefährliche Überströme in der Praxis dadurch, daß man entweder die Betriebsspannung in Stufen nach und nach aufschaltet, wodurch natürlich auch der jeweilige Dauerstrom nur in Stufen

auf seine volle Höhe kommen kann, oder aber dadurch, daß man den Schalter mit einem Ohmschen Vorschaltwiderstand nach Abb. 251 ausstattet, der im ersten Augenblick die Ausgleichschwingung stark dämpft, dann aber sofort überbrückt wird, wenn der Schalter seinen Endkontakt erreicht.

Ein Vorschaltwiderstand muß die Größenordnung des Wellenwiderstandes des Stromkreises haben, damit er die Eigenperiodenzahl drücken kann und die Zeitkonstante der Schwingung klein werden lassen kann. Er braucht aber keinen großen Leiterquerschnitt zu haben, denn die Joulesche Wärme ist doch nur gering, weil die schwingenden Energiemengen nicht groß sind.

Die Kondensatorspannung macht geringe Schwierigkeiten, wenn der Dauerstrom mit der Stärke null einsetzt. Ihr Höchstwert erreicht nur

$$E_{c \max} = \frac{J_d \max}{\omega C} \text{ Volt,}$$

genau so viel also wie die Kondensatorspannung des dauernden Betriebes. Die gesamte Kondensatorspannung kann höchstens die doppelte normale Höhe erreichen.

Ein ganz anderes Bild gibt der Sonderfall

$$\alpha - \varphi = \frac{\pi}{2},$$

in dem der dauernde Betriebsstrom mit seiner Höchststärke einsetzen muß. Diesmal ist natürlich

$$\gamma = \frac{\pi}{2},$$

ferner

$$K = J_a \max = - J_d \max$$

und

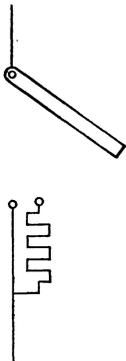
$$E_{c \max} = \frac{J_d \max}{\omega' \cdot C} = \frac{J_d \max}{\omega C} \cdot \frac{\omega}{\omega'}$$

Abb. 251.

Der Gesamtstrom kann in diesem Falle höchstens die doppelte Stärke des normalen Dauerbetriebes erreichen. Die vorübergehende Kondensatorspannung ist im Verhältnis der normalen zur Eigenschwingungsperiodenzahl größer als die normale Kondensatorspannung, d. h. in den weitaus meisten Fällen erheblich kleiner als diese. So kommt es doch nur zu geringen Spannungserhöhungen am Kondensator, die gesamte Kondensatorspannung wird nur unbedeutend größer als die dauernde.

Die beiden Grenzfälle zeigen, wie wichtig der Zustand im Einschalt Augenblick ist. Je nach der Anfangsstärke des aufgezwungenen Betriebsstromes ergeben sich die verschiedensten Schwingungszustände. Leider kann man sich das Einschaltbild nicht aussuchen. Der Zufall allein entscheidet. Natürlich erscheint es daher, daß man sich immer für den ärgsten Fall einrichten muß.

Überrascht nun schon der so harmlos aussehende Sonderfall des gerade durch null gehenden Dauerstromes mit seinen gewaltigen Überströmen, so muß der Resonanzfall noch viel stärker zeigen, wie doch alles genau untersucht werden muß und wie sehr das oberflächliche Urteil trügt.



Wir erwarten vom Resonanzfall ganz und gar unangenehme Erscheinungen. Wir sind auf gewaltige Überströme und gewaltige Überspannungen gefaßt. Aber das wirkliche Bild ist doch ganz anders.

Zunächst ist offenbar für

$$\begin{aligned}\omega' &= \omega \\ \operatorname{tg} \gamma &= \operatorname{tg} (\alpha - \varphi),\end{aligned}$$

d. h.

$$\gamma = \alpha - \varphi$$

und der Ausgleichstrom kommt genau in Gegenphase mit dem erzwungenen Dauerstrom. Außerdem wird

$$K = J_{a \max} = -J_{d \max},$$

Ausgleichstrom und Dauerstrom sind genau gleich stark. Die Kondensatorspannung der Eigenschwingung

$$E_{c \max} = -\frac{J_{d \max}}{\omega \cdot C}$$

ist schließlich ebenfalls in Gegenphase mit der dauernden Kondensatorspannung und hat dieselbe Größe.

Erst infolge der nach und nach einsetzenden Dämpfung des Ausgleichstromes kommt nach Abb. 252 allmählich der Gesamtstrom hoch. Er folgt der Gleichung

$$J_t = J_{d \max} \sin(\omega t + \alpha - \varphi) \left(1 - e^{-\frac{R}{2L} t}\right),$$

er schwingt sich gerade so ruhig ein, wie ein Gleichstrom über einen Ohmschen Widerstand und eine Induktivität einklingt, allerdings mit der doppelten Zeitkonstanten.

Die gefürchtete Resonanz gibt weder einen Überstrom noch eine Überspannung. Sie führt ganz entgegen der Erwartung zu ideal schönen Einschaltbildern, während wir oben bei großen Unterschieden zwischen der erzwungenen und der eigenen Frequenz gewaltige Überströme entdeckten.

Natürlich kann man niemals ganz genau die Resonanz einstellen, wenn man sich auch sehr bemüht. Sobald aber geringe Unterschiede zwischen den Periodenzahlen vorkommen, wird wohl noch die Größe der dauernden und der vorübergehenden Ströme und Spannungen ungefähr übereinstimmen, aber die Verschiedenheit der Periodenzahlen führt unfehlbar zu ungefähren Verdoppelungen der Gesamtstrom- und der Gesamtspannungsgrößen.

Setzen wir

$$\alpha - \varphi = 0$$

so haben wir ungefähr

$$J_t = J_{d \max} \left(\sin \omega t - e^{-\frac{R}{2L} t} \sin \omega' t \right),$$

d. h. mit der weiteren Vernachlässigung

$$e^{-\frac{R}{2L} t} = 1,$$

$$J_t = 2 J_{d \max} \cos \frac{\omega + \omega'}{2} t \cdot \sin \frac{\omega - \omega'}{2} t.$$

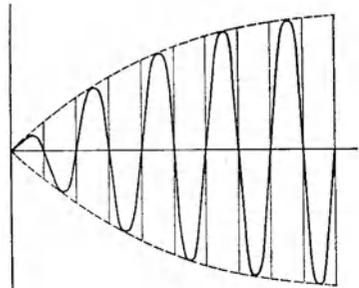


Abb. 252.

Nun ist nach der Voraussetzung

$$\frac{\omega + \omega'}{2} = \omega$$

somit annähernd

$$J_t = -2 J_{d \max} \cdot \cos \omega t \cdot \sin \frac{\omega' - \omega}{2} t.$$

Der Gesamtstrom folgt also dem Zeitgesetz des dauernden Betriebsstroms, aber mit dessen doppelter Stärke, die außerdem mit der kleinen Frequenz

$$\omega' - \omega,$$

wie wir sagen, schwebt (Abb. 253).

Ein ganz ähnliches Bild erhalten wir ganz leicht für die gesamte Kondensatorspannung. Auch sie erreicht die doppelte normale Höhe und schwebt mit der Differenzfrequenz.

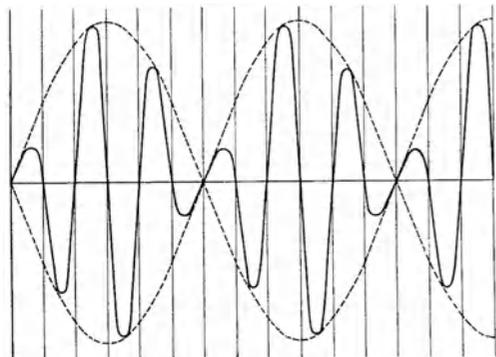


Abb. 253.

Immer wieder kommen wir bei Einschaltvorgängen auf die doppelte Betriebsspannung, die sich in den Konstruktionsgrundsätzen deshalb unbedingt durchsetzen muß.

Alle bisher behandelten Ausgleichsvorgänge lassen sich schön und genau berechnen. Aber in sehr vielen praktischen Fällen stoßen wir auf eine Schwierigkeit, die wohl jedem Rechnungsversuch, wenigstens solange es auf große Genauig-

keit ankommt, trotzt. Wir haben nämlich sehr oft unbeständige Induktivitäten in den Schwingungskreisen.

Beim Bau der Maschinen und Apparate können wir ohne eisenhaltige Spulen nicht auskommen. Wir müssen die große magnetische Durchlässigkeit des Eisens ausnützen, wenn wir brauchbare Einrichtungen bekommen wollen. So schaffen wir Induktivitäten, die ebenso unbeständig sind, wie die magnetische Durchlässigkeit des Eisens.

Die Annahme einer großen aber gleichbleibenden magnetischen Durchlässigkeit bringt derartig große Ungenauigkeiten in die Rechnung, daß sie kaum noch einen Wert hat. Die Berücksichtigung der Form der Magnetisierungskurve andererseits erscheint unmöglich. Klar ist es also, daß so schwierige Probleme entstehen müssen, daß ihnen gegenüber die Rechnung versagt.

Daß trotz dieser nicht ernst genug zu nehmenden Schwierigkeit Ausgleicherscheinungen doch annähernd beherrscht werden können, soll das folgende Beispiel zeigen, das einen wichtigen praktischen Fall behandelt und weitere überraschende Tatsachen zutage fördert.

Ein sekundär unbelasteter Transformator möge primär an eine Wechselspannung

$$E_t = E \sin (\alpha + \omega t)$$

gelegt, d. h. angeschaltet werden. Der Stromkreis enthält den Ohmschen Widerstand der Primärwicklung und ihre sehr veränderliche Induktivität.

Um dieser veränderlichen Induktivität zunächst auszuweichen, wollen wir mit dem jeweiligen Kraftfluß Φ_t des Transformators rechnen, dessen Dichte \mathfrak{B}_t den Anschluß an die Magnetisierungskurve des Eisens gestattet. Wir führen deshalb den Eisenquerschnitt F_e (cm²) und den Ohmschen Widerstand R ein, wissen, daß der dauernde Strom nichts anderes als der gewöhnlich unbedeutende Magnetisierungsstrom ist und fangen mit dem elektrischen Gleichgewicht der Spannungen an.

Die aufgedrückte Spannung verbraucht sich einerseits in der jeweiligen Ohmschen Widerstandsspannung $- J_t \cdot R$ des Gesamtstromes J_t , andererseits in der Selbstinduktionsspannung

$$- w_1 \cdot \frac{d \Phi_t}{dt} = - w_1 F_e \cdot \frac{d \mathfrak{B}_t}{dt},$$

wobei w_1 die primäre Windungszahl ist.

Der Ansatz lautet also:

$$E \sin (\alpha + \omega t) = J_t \cdot R + w_1 \cdot F_e \cdot \frac{d \mathfrak{B}_t}{dt}$$

und nun müßte noch

$$\mathfrak{B}_t = f (J_t)$$

eingeführt werden.

Das ist das Auftreten der Magnetisierungskurve, das uns den Ansatz sehr entwertet. Selbst ganz einfache und deswegen rohe Hilfsfunktionen $f (J_t)$ würden die Rechnung ungemein erschweren. Ein anderer Weg muß also betreten werden.

Wir vernachlässigen zunächst den Ohmschen Widerstand, schreiben also einfach

$$E_t = E \sin (\alpha + \omega t) = w_1 \cdot F_e \cdot \frac{d (\mathfrak{B}_t)}{dt}.$$

Die Gleichung zeigt klar, daß der Eisenkern mit irgendeiner Anfangsliendichte beginnen kann, daß er aber die Liniendichte jedenfalls nach dem Sinusgesetz mit der Periodenzahl der aufgedrückten Spannung schwingen muß. Im Dauerbetrieb ist, wie man leicht ermitteln kann

$$\mathfrak{B}_t = \mathfrak{B}_{\max} \sin \left(\alpha + \omega t - \frac{\pi}{2} \right),$$

wobei

$$\mathfrak{B}_{\max} = \frac{E}{\omega \cdot F_e \cdot w_1 \cdot 10^{-8}}$$

sein muß.

Schalten wir im Augenblick

$$t = \frac{\frac{\pi}{2} - \alpha}{\omega},$$

so legen wir dem Transformator die Höchstspannung

$$E_t = E$$

auf und der Kraftfluß muß mit der Dichte

$$\mathfrak{B}_t = 0$$

beginnen, was keine Schwierigkeiten macht, wenn das Eisen ohne remanenten Magnetismus war. Der normale Dauerbetrieb setzt sofort ein ohne irgendeine Ausgleicherscheinung zu Hilfe nehmen zu müssen.

Wählen wir dagegen z. B. den Einschaltaugenblick

$$\omega t + \alpha = \pi,$$

beginnen wir somit mit der Augenblicksspannung

$$E_t = 0,$$

so müßte eigentlich mit der positiven Höchstliniendichte angefangen werden, die in der Folge ebenso absteigen müßte wie die aufgedrückte Spannung.

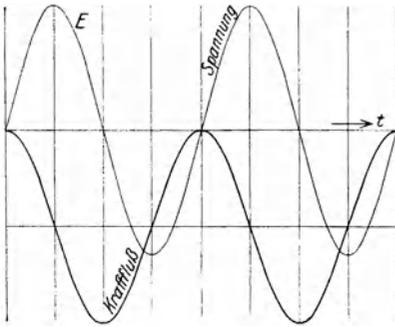


Abb. 254.

Die positive Höchstliniendichte hat das Eisen nicht, wenn es zu Beginn unmagnetisch war. Aber wir haben schon oben festgestellt, daß nicht die absolute Höhe der Liniendichte für das notwendige elektrische Gleichgewicht notwendig ist, sondern nur die richtige zeitliche Änderung der Liniendichte. Der ursprünglich unmagnetische Eisenkern schiebt nach all dem die Linie der Dichten nach Abb. 254, in der

auch die induzierte Spannung dargestellt ist, um die volle Höchstdichte hinunter, die Liniendichte schwingt nicht mehr um null, sondern um $-\mathfrak{B}_{\max}$ herum.

Jetzt zeigt sich der große Einschaltstrom. Als normaler Magnetisierungsstrom stellt er seine Höchststärke nach der Höchstliniendichte ein, nun aber muß er sich für die doppelte Höchstliniendichte einrichten. Er wird deshalb nicht etwa die doppelte Stärke erreichen, sondern viel, viel mehr, wie ein Blick auf eine Magnetisierungskurve sofort zeigt.

Noch viel ärger liegen die Verhältnisse, wenn beim Einschalten das Eisen auch noch einen falschen remanenten Magnetismus enthält. Theoretisch könnte dann sogar die dreifache Höchstliniendichte zustande kommen und mit ihr riesige Einschaltströme.

Wohl darf man erwarten, daß der remanente Magnetismus nie die volle Höchstliniendichte des normalen Betriebes beibehält. Auch muß der Ohmsche Widerstand, so wenig er sich auch im normalen Betrieb bemerkbar machen kann, die Selbstinduktionsspannung erheblich unterstützen, sobald der Einschaltstrom sehr groß ist. Trotzdem ergeben sich Einschaltströme, wie die Erfahrung zeigt, die 50-mal größer sind als der normale primäre Vollaststrom. Dabei handelt es sich um einen Magnetisierungsstrom, der normal kaum 10% des Vollaststromes erreicht.

Wieder überrascht uns die Ausgleicherscheinung durch ihre unerwartete Bedeutung. Sie klingt allerdings rasch ab. Aber eigentümlich ist es doch, daß gerade das Aufschalten der durch null gehenden Spannung so gefährlich wird, während der Höchstwert der Spannung im Einschaltaugenblick ganz ungefährlich ist.

Gerade so wie der Ohmsche Eigenwiderstand der Primärwicklung den Einschaltstrom halbwegs niederhält, muß ein Vorschaltwiderstand des verwendeten Schalters wertvoll wirken. Der Kunstgriff, den dämpfenden Ohmschen Widerstand nur während der Dauer des Ausgleichsvorganges eingeschaltet zu lassen und ihn dann sofort dem Dauerstrom zu entziehen, macht sich immer wieder bezahlt. Man sollte alle wichtigeren Schalter mit Vorschaltwiderständen ausrüsten.

Die Untersuchungen der Ausgleichsvorgänge wollen wir mit dem interessanten Fall einer elektrisch-mechanischen Schwingung abschließen, um zu zeigen, daß auch solche Erscheinungen möglich sind. Der gewählte Fall hat sogar seine praktische Bedeutung für die Kurzschlußerscheinungen elektrischer Maschinen, in die wir aber hier nicht eindringen können.

Wir bauen uns ein mechanisches, schwingungsfähiges Modell, bestehend aus zwei parallelen zylindrischen Leitern von je 1 Zentimeter Länge mit dem Achsenabstand a (cm). Den einen der beiden Leiter legen wir mechanisch fest, der andere sei in der Entfernung a durch zwei Federn gehalten (Abb. 255), die bei der Ruhelage vollständig entspannt sind. Jede Änderung der Entfernung a muß also beide Federn spannen.

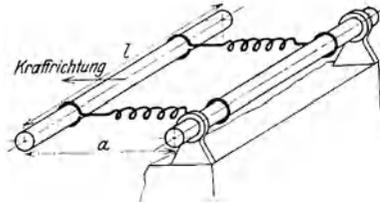


Abb. 255.

Hat der bewegliche Leiter die Masse m , die Feder bei der Änderung der Entfernung um x Zentimeter die Kraft

$A x$ Kilogramm,

so muß bei irgendeiner erzwungenen Bewegung die treibende äußere Kraft einerseits der Trägheitskraft, andererseits der Federkraft gewachsen sein.

$$P = m \frac{d^2 x}{dt^2} + A x.$$

Diese äußere treibende Kraft wollen wir nun elektrisch hervorbringen, indem wir zwei gleiche aber um 180° gegeneinander phasenverschobene Ströme

$$\begin{aligned} J_t' &= J_{\max} \sin \omega t \\ J_t'' &= -J_{\max} \sin \omega t \end{aligned}$$

durch die beiden Stäbe treiben.

Der feste Stab mit dem Strom J_t' erregt sein magnetisches Eigenfeld, das in der Entfernung a die Dichte

$$\mathfrak{B} = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{J_t'}{2\pi a}$$

erreicht. Der zweite Stab wird demnach von der mechanischen Kraft $P = \mathfrak{B} \cdot l \cdot J_t'' \cdot 10^{-1} = 2 l \frac{J_t' \cdot J_t''}{a} \cdot 10^{-2} = -2 l \cdot J_{\max}^2 \sin^2 \omega t \cdot 10^{-2}$ Dyn erfaßt.

So ergibt sich die elektrisch-mechanische Schwingung

$$\frac{2 J_{\max}^2}{a} \cdot \sin^2 \omega t \cdot 10^{-2} = m \frac{d^2 x}{dt^2} + A x.$$

In die Schwingungsgleichung muß natürlich m in Gramm, A in Dyn/cm eingesetzt werden. Das Minuszeichen der berechneten Stromkraft hat lediglich die Bedeutung der Krafrichtung. Die Stäbe stoßen sich immer ab, so daß das Vorzeichen bei richtiger Messung der Schwingungsauslässe entfallen kann.

Der Ansatz ist insofern ungenau, als mit jeder Änderung der Stabentfernung auch die Felddichte \mathfrak{B} geändert wird. Aber gewöhnlich spielt dieser Umstand nur eine unbedeutende Rolle, so daß er nicht berücksichtigt zu werden braucht.

Der bewegliche Stab führt natürlich auch eine Eigenschwingung aus, die der Gleichung

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + A x = 0$$

folgt, sobald ein äußerer Anlaß einen Ausgleichsvorgang nötig macht.

Das angeschnittene Problem spielt ins Erscheinungsgebiet der Stromkräfte hinein, die für den neuzeitlichen Elektromaschinenbau von gewaltiger Bedeutung geworden sind. Je eine primäre und eine sekundäre Windung eines Transformators z. B. sind parallele Leiter, die von entgegengesetzt gerichteten Strömen durchflossen werden. Sie stoßen sich immer ab.

Allerdings sieht es zunächst aus, als würde es sich um unbedeutende mechanische Kräfte handeln. Setzt man z. B.:

$$\begin{aligned} J_{\max} &= 100 \text{ Ampere,} \\ a &= 10 \text{ Zentimeter,} \\ l &= 100 \text{ Zentimeter,} \end{aligned}$$

so bekommt man erst

$$P = \frac{2 \cdot 100^2 \cdot 100 \cdot 10^{-2}}{10} = 2000 \text{ Dyn.}$$

Das ist wenig. Aber im großen Transformator stehen sich zwei Gruppen von Windungen gegenüber, die für die Stromkraft eigentlich nur je eine Windung darstellen. Dazu kommt noch der Umstand, daß im Kurzschluß der Strom auf den 10- bis 25fachen normalen Betrag anwächst.

Ein 15000 kW-Transformator, dreiphasig, wird ungefähr die Windungsspannung 50 Volt haben. Die Wicklung einer Phase, als eine Windung aufgefaßt, führt im normalen Betrieb die Durchflutung von

$$\frac{15000 \cdot 10^3}{3 \cdot 50} = 10^5 \text{ effektiven Ampere.}$$

Wenn nun der Kurzschlußstrom nur 10mal größer ist als der normale Belastungsstrom, muß man doch mit

$$J_{\max} = \sqrt{2} \cdot 10^5 \cdot 10 \text{ Ampere}$$

rechnen. Bei einer mittleren Windungslänge von 300 cm und einem

$$a = 25 \text{ cm}$$

ergibt sich dann eine Stromkraft

$$P = \frac{2 \cdot 300 \cdot (\sqrt{2} \cdot 10^6)^2 \cdot 10^{-2}}{25} = 48 \cdot 10^{10} \text{ Dyn}$$

oder rund 500000 kg.

Die Kurzschlußstromkraft eines großen Transformators ist eine gewaltige Sprengkraft, denn sie droht die beiden Wicklungen auseinander zu treiben. Sie schwingt mit dem Kurzschlußstrom und löst, plötzlich einsetzend, mechanische Eigenschwingungen aus, in denen die Elastizität der Tragkonstruktion die Rolle der Federkraft übernimmt.

Das großartige Bild der 500 Tonnen erreichenden Kurzschlußstromkraft und ihre mechanischen Schwingungen, deren Verfolgung uns zu weit führen würde, ist sehr wohl geeignet, die Bildfolge der untersuchten Ausgleichsvorgänge abzuschließen. Wir sind wieder bei einer mechanischen Schwingung angekommen, nachdem wir mit ihr angefangen haben. Die betrachtete elektrisch-mechanische Schwingung ist übrigens nicht die einzige des Elektromaschinenbaues. Synchrongeneratoren „pendeln“ ebenfalls nach einem elektrisch-mechanischen Schwingungsvorgang, nur übernimmt bei ihnen die sog. synchronisierende Kraft die Rolle der Federkraft.

Siebenundzwanzigste Vorlesung.

Ströme und Spannungen unregelmäßiger Form. Fouriersche Analyse. Grundwelle und Oberwellen. Beispiele. Rechteckswelle. Dreieckswelle. Bedeutung der dritten Oberwelle.

Die Ausgleicherscheinungen bilden einen gewissen Abschluß der Wechselstromtheorie, aber sie gewähren gleichzeitig einen neuen Einblick in die Möglichkeiten, die von der Theorie kaum alle erschöpft werden können. Sie machen vor allem darauf aufmerksam, daß die Theorie der technischen Wechselströme eigentlich ein sehr eingeschränktes Gebiet bearbeitet.

In der Tat darf nicht vergessen werden, daß wir von allem Anfang an zweierlei vorausgesetzt haben: eine im Betrieb peinlich unverändert gehaltene Periodenzahl und das Schwingen der Wechselgrößen nach dem Sinuszeitgesetz.

Die Vereinheitlichung der Periodenzahl in der Starkstromtechnik brachte große praktische Vorteile. Dem Wechselstrom nahm sie allerdings einen Freiheitsgrad und der Theorie des technischen Wechselstromes vereinfachte sie erheblich die Arbeit. Aber die vereinfachte Theorie darf nicht die falsche Meinung aufkommen lassen, daß sich nun wirklich alles mit 50 Perioden in der Sekunde abspiele. Die Ausgleicherscheinungen haben uns schon daran erinnert, daß die Periodenzahl auch noch eine kennzeichnende Größe für den Wechselstrom ist.

Die Ausgleicherscheinungen zeigten mehr. Es gab gleichzeitig Ströme und Spannungen verschiedener Periodenzahl in demselben Stromkreis. Es gab Ausklänge nach dem Exponentialgesetz, keine Wechselströme

also mehr, aber auch noch keine Gleichströme, Erscheinungen, die sich sehr schwer in die Ordnung der technischen Wechselströme einfügen.

Wenn es nun klar ist, daß während der Ausgleichsvorgänge der Gesamtstrom ganz gewiß nicht mehr dem Sinuszeitgesetz folgt, wenn also mit der Möglichkeit gerechnet werden muß, daß die Wechselgrößen das Sinuszeitgesetz verlassen, ist die Frage nicht mehr zu unterdrücken, ob denn die Sinuszeitform überhaupt praktisch so fest steht, wie bisher angenommen wurde.

Letzten Endes hängt die Form der Wechselströme und Wechselspannungen vom Generator ab, der den Stromkreis speist. Im Generator folgt nun die induzierte Spannung des Stabes als Wicklungselementes zeitlich der örtlichen Verteilung der Kraftflußdichte am Ankerumfang. Ist örtlich im Kraftfluß das Sinusgesetz gesichert, dann ist es auch zeitlich im Generatorstromkreis.

Es muß offen zugegeben werden, daß bei genauer Betrachtung die so sicher erscheinende Sinusform unserer Wechselgrößen ziemlich schwach begründet ist. Der Kraftfluß hat sehr oft Rechteckform, wenn es gut geht, Trapezform. Reine Sinusform hat er so gut wie nie.

Nun ist es wohl wahr, daß der Aufbau der Wicklungsspannung, die Zusammensetzung der gegeneinander phasenverschobenen Stabspannungen, vieles gut macht. Es ist zweifellos, daß gut gebaute Generatoren der Sinusspannung sehr nahe kommen. Aber es gibt immer wieder schlechte Spannungsformen und schließlich rechtfertigen auch kleine Abweichungen von der richtigen Zeitform die Frage, wie die Theorie sich nachträglich mit ihnen auseinandersetzen kann.

Sehr viele wertvolle Ergebnisse erreichten wir mit Hilfe der graphischen Behandlungsweise, andere wertvolle Einblicke gewannen wir mit Hilfe der Symbolik. Aber sowohl die graphische als auch die symbolische Rechnungsweise stehen und fallen mit dem Sinuszeitgesetz. Beiden sind die Wechselgrößen Vektoren, deren Projektionen auf die mit der elektrischen Winkelgeschwindigkeit umlaufende Zeitlinie die jeweiligen Augenblickswerte geben.

In der Gewißheit, daß wir praktisch sehr oft mit Wechselgrößen zu tun haben, die wohl periodischen Zeitgesetzen, aber nicht dem einfachen vorschriftmäßigen Sinusgesetz folgen und in der beängstigenden Erkenntnis, daß Graphik und Symbolik nur reinen Sinusgrößen dienen können, bringt uns die Tatsache, daß jede nach einem periodischen Zeitgesetz schwankende Größe eigentlich eine unabsehbare Reihe von Sinusschwingungen verschiedener Periodenzahlen und verschiedener Stärken ausführt, die ersehnte Entspannung.

Denn wenn, wie Fourier es gezeigt hat, jede Wechselgröße von irgendeiner unregelmäßigen Form, doch in lauter Sinusgrößen zerfällt, dann haben wir ungefähr die Verhältnisse wie während der Ausgleichsvorgänge und schließlich kann man für jede Sinuseinzelgröße die Ergebnisse der einfachen Wechselstromtheorie einzeln anwenden.

So drängt sich schließlich die Theorie der unregelmäßigen Wechselgrößen in das verhältnismäßig einfache Problem der Auflösung einer periodischen Zeitfunktion in lauter Sinusfunktionen zusammen. Es ist

ein lange, von Fourier, gelöstes mathematisches Problem, das aber doch auch hier, im Rahmen der wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik behandelt werden muß, weil es Feinheiten enthält, die für die Praxis von großer Bedeutung sind.

Schließlich hilft dem Ingenieur die mathematische Lösung allein doch nicht immer über die Schwierigkeiten hinweg, die sich immer wieder ergeben. Er braucht eine praktische Lösung, die gar nicht exakt zu sein braucht, wenn sie nur den nötigen Einblick mit praktisch genügender Genauigkeit gibt.

Der Fouriersche Satz führt zur Auflösung der periodischen Zeitfunktion

$$y = f(\omega t)$$

in eine unendliche Reihe von lauter Sinusfunktionen verschiedener Höchstwerte, mit aufsteigender Frequenz und verschiedenen Phasenwinkeln:

$$y = f(\omega t) = y_0 + y_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + y_2 \sin(2\omega t + \varphi_2) + y_3 \sin(3\omega t + \varphi_3) + \dots + y_n \sin(n\omega t + \varphi_n) + \dots$$

Die Reihe fängt mit einer Teilfunktion mit der Periodenzahl null an, setzt dann mit der Grundfrequenz ω der unregelmäßigen Gesamtfunktion fort, bringt dann der Reihe nach die doppelte, dreifache, n-fache Grundfrequenz.

Für die Wechselstromtechnik ist jede Teilwechselgröße eine selbständige Erscheinung. Die Aufgabe, die man sich stellen muß, ist demnach die vollständige Bestimmung irgendeiner Oberwelle

$$y_n \sin(n\omega t + \varphi_n),$$

neben der Grundwelle

$$y_1 \sin(\omega t + \varphi_1),$$

die als Sinuswelle dieselbe Periodenzahl hat, wie die unregelmäßige Gesamtwelle selbst.

Die n-te Oberwelle

$$y_n \sin(n\omega t + \varphi_n)$$

ist nun immer durch zwei Größen vollständig bestimmt; durch ihren Höchstwert y_n und durch ihren Phasenwinkel φ_n . Ihre Periodenzahl ist immer n-mal größer als die Periodenzahl der Gesamtgröße.

Das verwickelt aussehende Problem läßt sich für die Wechselstromtechnik ganz wesentlich vereinfachen, weil auch die abenteuerlichste Wechselgröße immer noch gewisse Sondereigenschaften zeigt, die man verwerten kann.

Jede Generatorspannung muß doch in jeder Halbperiode dieselbe mittlere Größe haben. Das darf man voraussetzen. Der Kraftfluß tritt doch in der einen Polteilung ins Ankereisen ein, um in der nächsten Polteilung in voller Größe wieder auszutreten. Die Spannungskurve, welche Form immer sie haben mag, wird in jeder Halbperiode dieselbe Fläche mit der Zeitachse einschließen.

Wenn aber

$$\int_0^{\pi} f(\omega t) d\omega t = \int_{\pi}^{2\pi} f(\omega t) d\omega t$$

ist, muß

$$y_0 = 0$$

werden, denn alle Teilsinuskurven genügen zweifellos der gestellten Forderung.

Mit dieser ersten Erleichterung des Problems erhalten wir nun, wenn wir noch

$$y_n \sin(n \omega t + \varphi_n) = A_n \sin n \omega t + B_n \cos n \omega t$$

setzen, den neuen Ansatz:

$$f(\omega t) = A_1 \sin \omega t + A_2 \sin 2 \omega t + A_3 \sin 3 \omega t + \dots + A_n \sin n \omega t + \dots + B_1 \cos \omega t + B_2 \cos 2 \omega t + B_3 \cos 3 \omega t + \dots + B_n \cos n \omega t + \dots \quad (118)$$

Wenn wir nun die geänderte Gleichung beiderseits mit $\sin n \omega t \cdot d \omega t$ multiplizieren und hierauf beiderseits von null bis 2π integrieren, erhalten wir links das Integral

$$\int_0^{2 \pi} f(\omega t) \cdot \sin n \omega t \cdot d \omega t$$

rechts dagegen die Summe der Integrale

$$\sum_{m=1}^{m=\infty} \left[A_m \int_0^{2 \pi} \sin m \omega t \cdot \sin n \omega t \cdot d \omega t + B_m \int_0^{2 \pi} \cos m \omega t \cdot \sin n \omega t \cdot d \omega t \right].$$

Es ist nun leicht ersichtlich, daß jedes einzelne Integral

$$B_m \int_0^{2 \pi} \cos m \omega t \cdot \sin n \omega t \cdot d \omega t$$

null werden muß. Von den Integralen

$$A_m \int_0^{2 \pi} \sin m \omega t \cdot \sin n \omega t \cdot d \omega t$$

werden dagegen alle gleich null mit der einzigen Ausnahme des Falles $m = n$.

Es ist aber

$$A_n \int_0^{2 \pi} \sin^2 n \omega t \cdot d \omega t = A_n \cdot \pi$$

und damit endlich

$$A_n = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2 \pi} f(\omega t) \cdot \sin n \omega t \cdot d \omega t. \quad (119)$$

Multipliziert man andererseits die obige Gleichung (118) beiderseits mit $\cos n \omega t \cdot d \omega t$ und integriert wieder von null bis 2π , so erhält man ganz ähnlich

$$B_n = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{2 \pi} f(\omega t) \cdot \cos n \omega t \cdot d \omega t. \quad (120)$$

Damit ist mathematisch das Problem schon gelöst. Man hat nur noch zu beachten, daß

$$y_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \quad (121)$$

und

$$\operatorname{tg} \varphi_n = \frac{B_n}{A_n} \tag{122}$$

ist und hat damit die n-te Oberwelle in der Form

$$y_n \sin(n \omega t + \varphi_n) = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \cdot \sin\left(n \omega t + \operatorname{arctg} \frac{B_n}{A_n}\right)$$

bestimmt.

Wohl die meisten Wechselkurven der Praxis sind zur Zeitachse symmetrisch. Schiebt man die beiden Halbperioden übereinander, d. h. auf denselben Abschnitt der Zeitachse, so muß sich diese Symmetrie fast immer zeigen. Abb. 256 gibt so eine Kurvenform wieder. Mathematisch kann ihre Symmetrie dadurch ausgedrückt werden, daß die Forderung

$$f(\omega t) = -f(\omega t + \pi)$$

aufgestellt wird.

Nach Gleichung (118) ist nun

$$\begin{aligned} f(\omega t + \pi) = & A_1 \sin(\omega t + \pi) + A_2 \sin(2 \omega t + 2 \pi) + \dots \\ & + A_n \sin(n \omega t + n \pi) + \dots \\ & B_1 \cos(\omega t + \pi) + B_2 \cos(2 \omega t + 2 \pi) + \dots \\ & + B_n \cos(n \omega t + n \pi) + \dots \end{aligned}$$

Man entdeckt leicht, daß alle Glieder der Reihe mit ungerader Ordnungszahl gegenüber den entsprechenden Gliedern der Reihe nach Gleichung (118) das Vorzeichen wechseln, die Größe dagegen beibehalten, daß indessen die Glieder mit gerader Ordnungszahl ganz unverändert bleiben. Dies gilt sowohl für die Sinus- als auch für die Kosinusreihe.

Die zwingende Folge der Symmetrie der Wechselkurve zur Zeitachse ist nach all dem das vollständige Verschwinden aller Oberschwingungen mit gerader Ordnungszahl, d. h.

$$\begin{aligned} A_2 = A_4 = A_6 = A_{2m} = 0, \\ B_2 = B_4 = B_6 = B_{2m} = 0. \end{aligned}$$

Die Erfahrung bestätigt dieses Ergebnis vollauf. Wir haben durchwegs nur mit Wechselspannungen und Wechselströmen zu tun, denen die geradzahligten Oberwellen fehlen. Wir kümmern uns immer nur um die dritte, fünfte, siebente, neunte, elfte usw. Oberwelle.

Sehr viele Wechselstrom- oder Wechselspannungskurven zeigen auch noch eine andere Symmetrie. Jede Halbwellen hat nämlich sehr oft eine Symmetrieachse, so wie es Abb. 257 andeutet. Auch diese Symmetrie

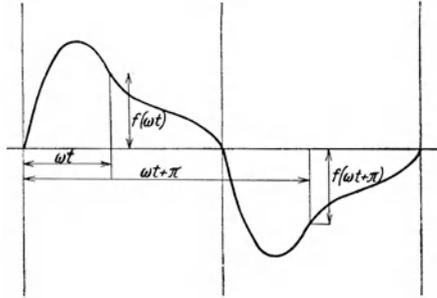


Abb. 256.

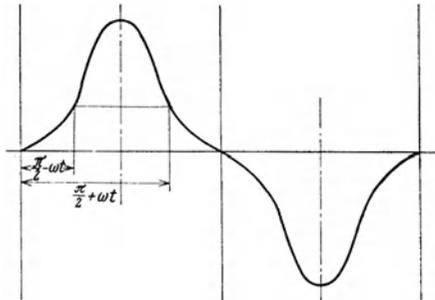


Abb. 257.

läßt sich mathematisch fassen. Die Symmetrieachse tritt offenbar beim Zeitwinkel $\frac{\pi}{2}$ auf, wenn die Gesamtwelle beim Zeitwinkel null durch null geht.

Es müßte somit

$$f\left(\frac{\pi}{2} + a\right) = f\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$$

sein. Nun ist nach Gleichung (118)

$$\begin{aligned} f\left(\frac{\pi}{2} + a\right) &= A_1 \sin\left(\frac{\pi}{2} + a\right) + A_3 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + 3a\right) + \dots \\ &\quad + A_n \sin\left(\frac{n\pi}{2} + na\right) + \dots \\ &\quad + B_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} + a\right) + B_3 \cos\left(\frac{3\pi}{2} + 3a\right) + \dots \\ &\quad + B_n \cos\left(\frac{n\pi}{2} + na\right) + \dots \end{aligned}$$

oder einfacher

$$\begin{aligned} f\left(\frac{\pi}{2} + a\right) &= A_1 \cos a - A_3 \cos 3a \pm \dots \pm A_n \cos na \\ &\quad - B_1 \sin a + B_3 \sin 3a \mp \dots \mp B_n \sin na. \end{aligned}$$

Andererseits ist

$$\begin{aligned} f\left(\frac{\pi}{2} - a\right) &= A_1 \sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) + A_3 \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 3a\right) + \dots \\ &\quad + A_n \sin\left(\frac{n\pi}{2} + na\right) + \dots \\ &\quad + B_1 \cos\left(\frac{\pi}{2} - a\right) + B_3 \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 3a\right) + \dots \\ &\quad + B_n \cos\left(\frac{\pi n}{2} + na\right) + \dots \end{aligned}$$

und einfacher

$$\begin{aligned} f\left(\frac{\pi}{2} - a\right) &= A_1 \cos a - A_3 \cos 3a \pm \dots \pm A_n \cos na \\ &\quad + B_1 \sin a - B_3 \sin 3a \mp \dots \mp B_n \sin na. \end{aligned}$$

Daraus folgt sofort, daß alle Kosinuswellen verschwinden müssen, d. h. es muß

$$B_1 = B_3 = B_5 = B_n = 0$$

sein.

Damit sind die möglichen Vereinfachungen alle berücksichtigt. Wir werden im Folgenden durchwegs mit der Symmetrie der beiden Halbwellen zur Zeitachse rechnen und deshalb nur die ungeraden Oberwellen in Betracht ziehen. Wenn wir dann außerdem in einem besonderen Falle eine Symmetrieachse einer Halbwellen selbst entdecken werden, wird uns das Entfallen der Kosinuswellen sehr erwünscht kommen.

Einige Beispiele sollen nun zunächst die Theorie der Oberwellen ein wenig beleben. Als erstes wählen wir die Stromkurve, die jeder Stabstrom einer Gleichstrommaschine zeigt. Natürlich ist der Stabstrom ein Gleichstrom, aber er wechselt doch bei jedem Durchgang des Stabes durch eine neutrale Zone seine Richtung. So entsteht eigentlich ein ungefügter Wechselstrom von der in der Abb. 258 dargestellten Form.

Wenn wir auf die beiden Bestimmungsgleichungen (119) und (120) zurückgreifen, entdecken wir sofort, daß die Integration über das ganze Gebiet auf einmal nicht möglich ist. Es ist nämlich für

$$\omega t = 0 \text{ bis } \pi, \quad f(\omega t) = J_0$$

und für

$$\omega t = \pi \text{ bis } 2\pi, \quad f(\omega t) = -J_0.$$

Wir können aber zerlegen

$$\int_0^{2\pi} f(\omega t) \sin n\omega t \cdot d\omega t = \int_0^{\pi} J_0 \cdot \sin n\omega t \cdot d\omega t - \int_{\pi}^{2\pi} J_0 \sin n\omega t \cdot d\omega t$$

und ebenso

$$\int_0^{2\pi} f(\omega t) \cdot \cos n\omega t \cdot d\omega t = \int_0^{\pi} J_0 \cdot \cos n\omega t \cdot d\omega t - \int_{-\pi}^{-\pi} J_0 \cos n\omega t \cdot d\omega t.$$

Jetzt ist die Rechnung leicht. Wir brauchen sie nur für die Sinuswellen durchzuführen, weil offenbar alle Kosinuswellen verschwinden müssen. Es ist:

$$A_n = \frac{4 J_0}{\pi n}$$

$$B_n = 0$$

und deshalb nach Gleichung (122)

$$\varphi_n = 0.$$

Wir erhalten folgende einfache Wellenreihe:

$$f(\omega t) = \frac{4 J_0}{\pi} \sin \omega t + \frac{4 J_0}{3\pi} \sin 3\omega t + \frac{4 J_0}{5\pi} \sin 5\omega t + \dots + \frac{4 J_0}{n\pi} \sin n\omega t + \dots$$

Der Höchstwert der n-ten Oberwelle ist ein n-tel des Höchstwertes der Grundwelle, alle Wellen gehen gleichzeitig durch null. Die Grundwelle hat bezeichnenderweise einen $\frac{4}{\pi}$ -mal größeren Höchstwert als die Gesamtstromkurve. Abb. 259 zeigt die Gesamtstromkurve, die Grundwelle, die dritte und die fünfte Oberwelle.

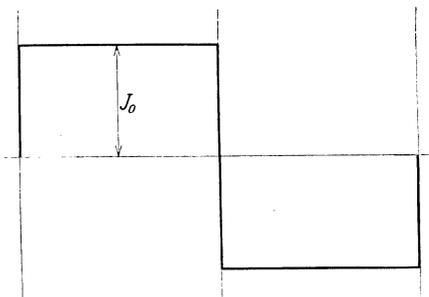


Abb. 258.

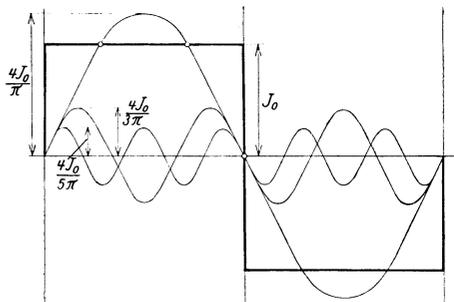


Abb. 259.

Gleich das erste Beispiel zeigt, daß sich auch eine sehr eckige und von der Sinusform weit entfernte Wechselkurve doch schön in lauter Sinuswellen auflöst. Das Beispiel zeigt außerdem die immer wieder bemerkbare Tatsache, daß die Grundwelle bei weitem die Oberwellen an Bedeutung übertrifft. Je nach dem Genauigkeitsgrad, mit dem wir unsere Wechselstromprobleme behandeln wollen, werden wir also neben der Grundwelle auch die dritte, oder die dritte und fünfte, oder die dritte, die fünfte und die siebente Oberwelle berücksichtigen.

Ein anderes Beispiel gibt die Dreieckskurve nach Abb. 260. Die Durchflutung des Gleichstromankers z. B. versucht einen Ankerfluß hervorzubringen, der diese Form haben müßte, wenn überall am Ankerumfang der magnetische Widerstand gleich wäre.

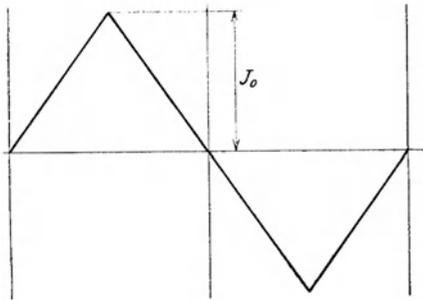


Abb. 260.

Wieder müssen wir das Integral

$$\int_0^{2\pi} f(\omega t) \cdot \sin n \omega t \cdot d \omega t$$

zerlegen. Es ist für

$$\omega t = 0 \text{ bis } \frac{\pi}{2}$$

$$f(\omega t) = \frac{2 J_0}{\pi} \cdot \omega t$$

mit J_0 als Spitzenwert der Dreieckskurve nach Abb. 260, ferner für

$$\omega t = \frac{\pi}{2} \text{ bis } \frac{3\pi}{2}$$

$$f(\omega t) = \frac{2 J_0}{\pi} (\pi - \omega t)$$

endlich für

$$\omega t = \frac{3\pi}{2} \text{ bis } 2\pi$$

$$f(\omega t) = \frac{2 J_0}{\pi} (\omega t - 2\pi).$$

So erhält man

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \cdot \sin n \omega t \cdot d \omega t = \frac{2 J_0}{\pi^2} \left\{ \frac{1}{n^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} n \omega t \cdot \sin n \omega t \cdot d n \omega t - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{n^2} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} n \omega t \cdot \sin n \omega t \cdot d n \omega t + \frac{1}{n^2} \int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} n \omega t \cdot \sin n \omega t \cdot d n \omega t + \right.$$

$$+ \frac{\pi}{n} \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sin n\omega t \cdot d n \omega t - \frac{2\pi}{n} \int_{\frac{3\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} \sin n\omega t \cdot d n \omega t \Big\}.$$

Das vierte Integral rechts ist, wie leicht ersichtlich, immer null, das fünfte gibt immer

$$- \frac{2\pi}{n} \int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} \sin n\omega t \cdot d n \omega t = + \frac{2\pi}{n}.$$

Die ersten drei Integrale kann man endlich zu zwei Integralen zusammenziehen:

$$\frac{1}{n^2} \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} n\omega t \cdot \sin n\omega t \cdot d n \omega t - \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} n\omega t \cdot \sin n\omega t \cdot d n \omega t + \int_{\frac{3\pi}{2}}^{2\pi} n\omega t \cdot \sin n\omega t \cdot d n \omega t \right] = \frac{1}{n^2} \left[\int_0^{2\pi} n\omega t \cdot \sin n\omega t \cdot d n \omega t - 2 \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} n\omega t \cdot \sin n\omega t \cdot d n \omega t \right].$$

Nun ist:

$$\int n\omega t \cdot \sin n\omega t \cdot d n \omega t = - n\omega t \cdot \cos n\omega t + \sin n\omega t.$$

Die zuletzt erhaltene Summe zweier Integrale gibt also einfach

$$\frac{1}{n^2} \left[-2n\pi - 2 \left(\sin \frac{3n\pi}{2} - \sin \frac{n\pi}{2} \right) \right]$$

oder auch

$$- \frac{2\pi}{n} + \frac{4}{n^2}.$$

Das Pluszeichen gibt offenbar für

$$n = 1, 5, 9, 13 \text{ usw.}$$

das Minuszeichen für

$$n = 3, 7, 11 \text{ usw.}$$

So erhält man endlich:

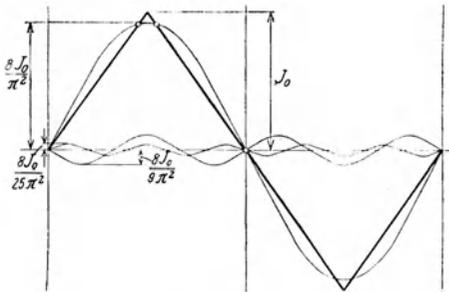


Abb. 261.

d. h.

$$A_n = \pm \frac{8 J_0}{\pi^2 \cdot n^2},$$

$$A_1 = + \frac{8 J_0}{\pi^2}$$

$$A_3 = - \frac{8 J_0}{9 \cdot \pi^2}$$

$$A_5 = + \frac{8 J_0}{25 \pi^2}$$

$$A_7 = - \frac{8 J_0}{49 \cdot \pi^2} \text{ usw.}$$

Die Kosinuswellen kommen natürlich nicht in Betracht. Alle Wellen gehen wieder gleichzeitig durch null (Abb. 261), aber je zwei aufeinanderfolgende nach verschiedenen Richtungen, die eine steigt an, die nächste steigt ab.

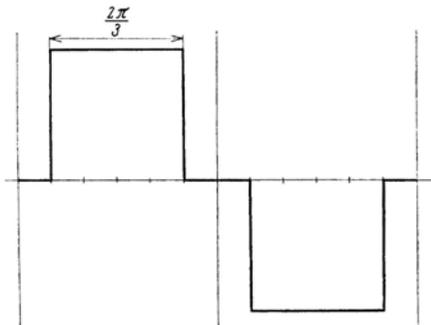


Abb. 262.

Man entdeckt leicht, daß sich für

$$\omega t = \frac{\pi}{2}$$

alle Höchstwerte der Einzelwellen addieren, es muß also

$$\frac{1}{1} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \frac{1}{9^2} = \text{usw.} = \frac{\pi^2}{8}$$

sein.

Bei der Dreieckskurve spielt die Grundwelle eine viel wichtigere Rolle als bei der Rechteckskurve. Die Dreieckskurve entspricht auch besser der Sinusform. Jedenfalls

überrascht die einfache Auflösung in Sinuswellen und die verhältnismäßig große Genauigkeit, mit der die Dreieckskurve durch ihre Grundwelle ersetzt werden kann.

Die beiden bisherigen einfachen Beispiele zeigen uns gewissermaßen zwei Grenzfälle, den der flachen und den der spitzen Wechselkurve. Bei der flachen Kurve übersteigt der Höchstwert der Grundwelle den Höchstwert der Gesamtkurve, bei der spitzen Kurve ist er kleiner.

Wir können noch mehr aus den beiden einfachen Beispielen ersehen. Zeichnen wir uns beide Male zur Gesamtkurve auch noch die Grundwelle, so sehen wir sofort, daß neben der Grundwelle vor allem auch die dritte Oberwelle noch eine Rolle spielen muß. Die Grundwelle schneidet nämlich in beiden Fällen die Gesamtkurve dreimal in jeder Halbperiode (Abb. 259 und 261).

Um uns zu überzeugen, daß dieses einfache Erkennungszeichen nicht trügt, sehen wir uns einen weiteren, weniger einfachen Fall an, der seine große praktische Bedeutung hat, nämlich die Rechteckskurve nach Abb. 263.

Sie wurde so gewählt, daß sie durch zwei Drittel der Halbperiode auf gleichbleibender Höhe bleibt, das restliche Drittel hält sie sich auf null. Ein ausgeprägter Pol, dessen Schuh einen durchwegs gleich starken Luftspalt mit dem Ankereisen bildet, verteilt die Dichte seines Kraftflusses nach so einer Rechteckskurve, der er allerdings die scharfen Ecken und Kanten abschleift. Man macht gerne die Polbreite gleich zwei Dritteln der Polteilung. So gewinnt die angenommene Kurve in der Tat eine nicht zu unterschätzende praktische Bedeutung.

Wir haben es nicht nötig, die vollständige Rechnung durchzuführen, wenn wir die Oberwellen berechnen wollen. Es läßt sich nämlich ganz leicht der Anschluß an die bereits bekannte Rechteckskurve nach Abb. 258 erreichen. Zwei solche einfache Rechteckskurven mit je dem halben Höchstwert unserer Rechteckskurve geben bei einer Phasenverschiebung von 60° , entsprechend einem Sechstel der Periode, wie die Abb. 263 sofort zeigt, unsere Rechteckskurve.

Wir schließen zunächst daraus, daß die gesuchte Grundwelle aus den natürlich ebenfalls um 60° phasenverschobenen Grundwellen der Teilrechteckskurve besteht. Bezeichnen wir wieder den Höchstwert der untersuchten Gesamtkurve nach Abb. 263 mit J_0 , so haben

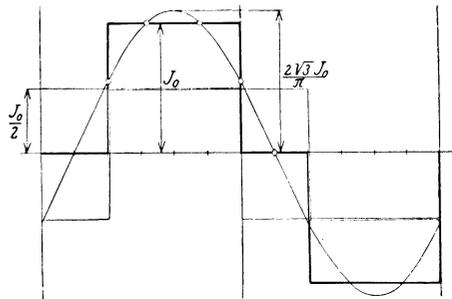


Abb. 263.

die Teilkurven den Höchstwert $\frac{J_0}{2}$ und ihre Grundwellen den Höchstwert

$$\frac{4}{\pi} \cdot \frac{J_0}{2} = \frac{2 J_0}{\pi}.$$

Zusammengesetzt geben sie, weil sie natürlich um 60° phasenverschoben sind, nach Abb. 263 den Höchstwert der gesuchten Gesamtgrundwelle zu

$$2 \cdot \frac{2 J_0}{\pi} \cdot \cos 30^\circ = \frac{2 \cdot \sqrt{3} \cdot J_0}{\pi} = \frac{3,464}{3,141} \cdot J_0.$$

Die Grundwelle legt sich sehr schön an die Gesamtrechteckskurve an. Die nebenstehende Abb. 263 zeigt nun, daß sie in einer Halbperiode fünfmal die Gesamtkurve schneidet. Wir müssen daraus schließen, daß die fünfte Oberwelle neben der Grundwelle eine weit bedeutendere Rolle spielt als die dritte Oberwelle.

Das widerspricht unseren bisherigen Erfahrungen. Aber es ist trotzdem vollkommen richtig, wie eine genauere Untersuchung sofort zeigt. Die dritte Oberwelle setzt sich natürlich auch aus den beiden dritten Oberwellen der Teilrechteckkurven zusammen. Die dritten Teiloberwellen sind gleich groß, sie sind aber gegeneinander um 180° phasenverschoben, sie heben sich also gegenseitig vollkommen auf.

In der Tat bedeutet der Phasenwinkel von 60° für die dritte, dreimal schneller schwingende Oberwelle

$$3 \cdot 60^\circ = 180^\circ.$$

Die fünften Teiloberwellen sind demnach gegeneinander um

$$5 \cdot 60^\circ = 300^\circ = 360^\circ - 60^\circ = -60^\circ$$

verschoben, sie setzen sich ebenso zusammen wie die Grundwellen. Dasselbe Bild geben die siebenten Teiloberwellen

$$7 \cdot 60^\circ = 420^\circ = 360^\circ + 60^\circ = +60^\circ.$$

Die neunten Teiloberwellen heben sich wieder gegenseitig auf

$$9 \cdot 60^\circ = 540^\circ = 360^\circ + 180^\circ = 180^\circ.$$

Wir kommen nach alledem zu dem bemerkenswerten Ergebnis, daß die so ungeschickt aussehende Rechteckskurve nach Abb. 262 mit ziemlicher Genauigkeit durch ihre Grundwelle ersetzt werden kann. Die fortbestehende fünfte Oberwelle macht allerdings noch 20% der Grundwelle aus, wie die Untersuchung der einfachsten Rechteckskurve nach Abb. 258 gezeigt hat. Aber der Umstand, daß es überhaupt keine dritte Oberwelle mehr für sie gibt, hat noch eine andere Bedeutung, die wir hier sofort unterstreichen wollen.

Synchrongeneratoren haben meist ausgeprägte Pole. Die Form ihrer Kraftflußverteilung geht in die Form der Stabspannung ein. Bei beliebiger Kraftflußverteilung wird man immer neben einer Grundwelle auch noch eine dritte Oberwelle in der Wicklungsspannung des unbelasteten Synchrongenerators entdecken, nur die rechteckige Kraftflußform nach Abb. 262 unterdrückt bestimmt die dritten Oberwellen der Stabspannung und damit natürlich auch der Wicklungsspannung.

Synchrongeneratoren werden wohl durchwegs dreiphasig gebaut. Die drei Phasenwicklungsspannungen sind gegeneinander um je 120° phasenverschoben, ihre dritten Oberwellen dagegen sind phasengleich

$$3 \cdot 120^\circ = 360^\circ = 0.$$

Schaltet man die dreiphasige Generatorwicklung im Dreieck, so wirkt im Wicklungsdreieck die dreifache dritte Oberwelle einer Phase, während die Grundwellen ein geschlossenes Vektorendreieck bilden, somit im Gleichgewicht sind. Im Wicklungsdreieck fließt ein unerwünschter Ausgleichsstrom dreifacher Periodenzahl.

Die fünften und siebenten Phasenoberwellen sind im Gleichgewicht wie die Grundwellen:

$$5 \cdot 120^\circ = 600^\circ = 720^\circ - 120^\circ = -120^\circ,$$

$$7 \cdot 120^\circ = 840^\circ = 720^\circ + 120^\circ = +120^\circ.$$

Aber die neunten Phasenoberwellen treiben wieder einen Ausgleichsstrom neunfacher Periodenzahl im Wicklungsdreieck herum, denn sie sind wieder phasengleich

$$9 \cdot 120^\circ = 1080^\circ = 3 \cdot 360^\circ = 0.$$

Der rechteckige Kraftfluß von der Breite zweier Drittel der Polteilung ist eine günstige Ausnahme, er bringt keine Ausgleichströme im Wicklungsdreieck. Verständlich ist es nun, daß man durchwegs die günstigste Polbreite anstrebt, verständlich ist nun außerdem die Abneigung gegen die Dreieckschaltung der Generatorwicklung.

Es gibt aber noch erheblich günstigere Kraftflußformen als die Rechteckform mit zwei Dritteln der Polteilung als Kraftflußbreite. Die

Trapezkurve nach Abb. 264 mit der über ein Drittel der Halbperiode gleichbleibenden Höchststärke überrascht durch ihre unübertreffliche Anschmiegung an die Sinuslinie.

Wir nehmen zwei Dreieckskurven mit gleichem Höchstwert J_0 , verschieben sie gegeneinander um ein Sechstel Periode, d. h. um 60° und addieren sie. Leicht erhalten wir die Trapezkurve nach Abb. 265 mit dem Höchstwert

$$\left(1 + \frac{1}{3}\right) J_0 = \frac{4}{3} J_0.$$

Die Grundwelle der Trapezkurve setzt sich aus den beiden um 60° gegeneinander verschobenen Grundwellen der Dreieckskurven nach Abb. 265 zusammen, erreicht demnach den Höchstwert

$$2 \cdot \frac{8 J_0}{\pi^2} \cdot \cos 30^\circ = \frac{8 \cdot \sqrt{3}}{\pi^2} J_0.$$

Er ist nur noch

$$\frac{8 \cdot \sqrt{3} \cdot 3}{\pi^2 \cdot 4} = 1,053 \text{ mal}$$

so groß wie der Höchstwert der Trapezkurve.

Die dritte Oberwelle verschwindet diesmal ebenso wie bei der vorher untersuchten rechteckigen Kraftflußkurve. Die fünfte Oberwelle spielt somit die Hauptrolle. Das zeigt auch sofort die Abb. 265, in der die Grundwelle die Trapezkurve fünfmal in der Halbperiode schneidet.

Die fünfte Oberwelle steht bei der Trapezkurve natürlich im gleichen Größenverhältnis zur Grundwelle, wie die fünfte Oberwelle der Dreieckskurve zu ihrer Grundwelle. Sie erreicht nur

$$\frac{1}{5^2} = 0,04,$$

d. h. 4% der Grundwelle.

Wir können uns mit so kleinen Abweichungen vom Ideal wohl befreunden. Die Trapezkurve von der hier untersuchten Form muß uns als genügende Lösung erscheinen. In der Tat wird sie im neuzeitlichen Generatorenbau als beste Lösung betrachtet.

Es ist nicht zu vergessen, daß in Generatorenwicklungen die Trapezkurve als Stabspannungskurve noch weiter abgeschliffen wird. Jede Phasenwicklung besteht nämlich aus Stäben, die auf dem Ankerumfang verteilt sind und deshalb gegeneinander phasenverschobene Stabspannungen zur gesamten Wicklungsspannung beisteuern.

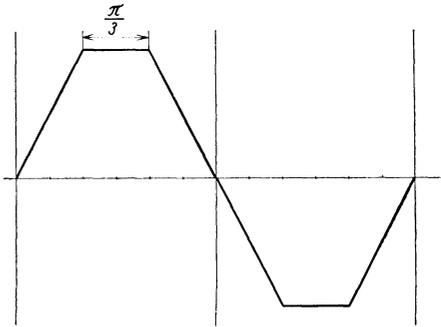


Abb. 264.

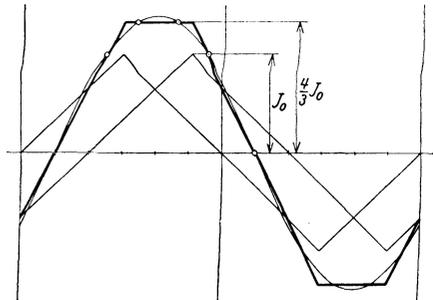


Abb. 265.

Zwei Stäbe, die um ein Zehntel der doppelten Polteilung gegeneinander räumlich verschoben sind, haben Spannungen, die um 36° gegeneinander phasenverschoben sind. Ihre fünften Oberwellen erreichen deshalb die Phasenverschiebung

$$5 \cdot 36 = 180,$$

sie heben sich gegenseitig auf.

Ähnlich geht es mit der siebenten Oberwelle. Aber wenn auch die beste Phasenverschiebung unerreichbar sein sollte, werden die Oberwellen doch sehr gedämpft. Wenn eine dreiphasige Wicklung drei Nuten je Pol und Phase hat, kommt eine Phasenverschiebung der Stabspannungen von Nut zu Nut von

$$\frac{180}{9} = 20^\circ$$

zustande und die fünften Oberwellen sind um 100° gegeneinander verschoben. Über zwei Nuten gibt es sogar 200° Phasenverschiebung. Die fünfte Oberwelle muß erheblich, die siebente, für die schon 140° bzw. 220° Verschiebung herauskommen, muß kräftig gedämpft werden.

Die Theorie der Oberwellen gibt uns mit all dem wertvolle Einblicke in die Geheimnisse der Spannungsbildung der Generatoren. Mit einfachsten Mitteln klärt sie manches auf, was sonst schwer zugänglich ist.

Die Möglichkeit, mit einfachen Grundformen zu verwickelt aufgebauten Wechselkurven aufzusteigen, ist ein Vorzug der mathematisch genauen Theorie der Oberwellen, aber sie ist ein erzwungener Vorzug. Es ist nämlich nicht leicht, ja in den meisten Fällen ist es geradezu aussichtslos, der genauen Rechnung zu folgen, wenn schwierige Formen vorliegen.

Die aufbauende Theorie der unregelmäßigen Wechselkurven tut doch ihren Dienst. Es ist für die praktischen Zwecke des Konstrukteurs vollkommen genügend, wenn die Grundformen klar zergliedert vorliegen. Wir konstruieren eben nach einfachen Grundformen.

Die zergliedernde Theorie der unregelmäßigen Wechselkurven hat dagegen ganz andere Schwierigkeiten vor sich. Der Konstrukteur baut, die Natur lenkt. Der Konstrukteur schreibt die Haupteigenschaften der elektrischen Betriebserscheinungen vor, die Natur spielt mit Kleinigkeiten, die sich als Oberwellen äußern, mit.

Die angestrebte Wechselkurve ist einfach aufgebaut, die wirkliche ist schwer zu zergliedern. Wenn daher die umgekehrte Aufgabe vorliegt, wenn die Beobachtung uns eine wirkliche Wechselkurve vorlegt und wir sie durch Zergliederung verstehen lernen wollen, wird die Arbeit schwierig.

Wir müssen dann fast immer auf die genaue Erledigung verzichten und die mathematische Theorie gleitet in die gröberen Hände des Ingenieurs, der sie seinen Zwecken entsprechend umgestaltet, der auf übertriebene Genauigkeit keinen Wert legt, dafür aber mit um so mehr Nachdruck die Einfachheit sucht.

Die in der vorliegenden Vorlesung durchgeführten Untersuchungen gehören dem ersten Teil der Theorie unregelmäßiger Wechselkurven. Sie ist so weit ausgebaut worden, daß sie allen praktischen Anforderungen genügen dürfte. Übung und Erfahrung machen sie zu einem wertvollen Werkzeug des bauenden Ingenieurs.

Achtundzwanzigste Vorlesung.

Unregelmäßige Wechselgrößen in der Rechnung und in der Messung. Oszillograph. Zerlegung unregelmäßiger Wechselkurven. Querflußkurve. Dritte Oberwelle des Magnetisierungsstroms eines dreiphasigen Transformators. Oberwellen und Phasenzahl. Einwirkung der Kapazität und Induktivität auf die Oberwellen.

Wir rechnen mit sinusförmigen Wechselströmen und Wechselspannungen, aber wir wissen, daß wir damit unsere Probleme idealisieren. Wir wissen, daß die Rechnung nicht alles berücksichtigen kann, daß die ausgeführten Konstruktionen nur mehr oder weniger vollkommen die ausgedachten Formen des Entwurfes erreichen.

Der Ingenieur steht der Rechnung anders gegenüber als der Physiker. Sie ist ihm ein nützliches unentbehrliches Werkzeug, aber er verlangt von ihr Einfachheit. Er ist bereit, die Einfachheit mit der Genauigkeit zu bezahlen. Er berechnet seine Erscheinungen in großen Zügen, die Kleinigkeiten berücksichtigt er mit seinem Gefühl für das Richtige, das ihm die Erfahrung bringt.

Man kann mit gutem Recht behaupten, daß die Theorie der Elektrotechnik den Grundwellen der Erscheinungen nachgeht. Sie kümmert sich um die Oberwellen erst, wenn sie groß werden und deshalb berücksichtigt werden müssen. Dieser Grundsatz, bildlich ausgesprochen, ist wörtlich zu nehmen, wenn es sich um die Kurvenformen der Wechselströme und Wechselspannungen handelt.

Wohl wissend, daß er grob rechnet, weil er einfach und rasch rechnen muß, vergleicht der Ingenieur immer die Vor-ausberechnung mit den Ergebnissen der nachherigen Messung. Er mißt immer und viel. Kein anderer Zweig der Technik hat so zahlreiche, so fein ausgearbeitete, mit so reicher Apparatur bewältigbare Messungen wie die Elektrotechnik. Daß schließlich auch die Wechselkurven gemessen werden, überrascht deshalb nicht. Sie müssen gemessen werden.

Es gibt vielleicht keine andere Messung in der Elektrotechnik, der man mit solcher Spannung entgegensehen würde wie der Messung der Form der Wechselkurven. Es ist ein ganz eigentümlicher Reiz in den von der Natur selbst gezeichneten Kurven der Wechselströme und Wechselspannungen. Verglichen mit den einfachen Sinuskurven erzählen sie ungemein viel demjenigen, der sie versteht.

Es war eine Großtat, als Blondel die Idee des Oszillographen in einer Form brachte, die wirklich befriedigen mußte. Mit der Aufgabe betraut, die Schwingungen in Wechselstromkreisen möglichst genau nachzuzeichnen, hatte der Oszillograph viele Schwierigkeiten zu überwinden. Die bedeutendste war doch die Gefahr, daß er Eigenschwingungen unter die wirklichen Schwingungen des beobachteten Stromkreises schmuggeln könnte.

Blondel legt nach Abb. 266 zwischen zwei Pole eines kräftigen Magneten eine Leiterschleife, bestimmt, den zu untersuchenden Wechselstrom zu

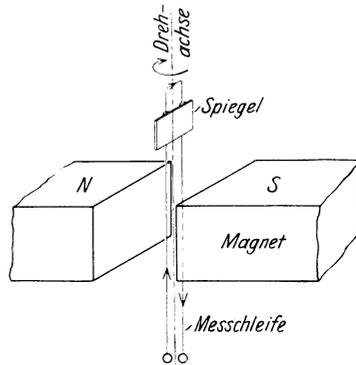


Abb. 266.

führen, die drehbar aufgehängt wird. Die Schleife trägt einen kleinen Spiegel, auf den von einer Bogenlampe aus ein durch Linsen geführter Lichtstrahl fällt.

In der Abb. 266 ist eine Augenblicksrichtung des zu messenden Wechselstromes eingezeichnet, N ist der Nordpol, S der Südpol des Magneten, Sp der Spiegel. Zwischen dem Kraftfluß und dem Strom entsteht eine mechanische Kraft. Sie ist der Stromstärke proportional und zieht in der Abb. 266 den am Nordpol liegenden Leiter aus der Bildebene heraus, den Rückleiter in die Bildebene hinein. Die Schleife verdreht sich also.

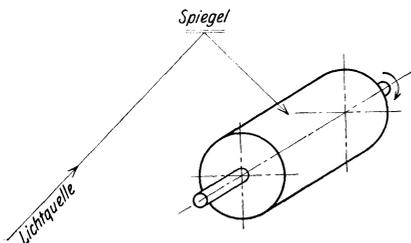


Abb. 267.

dem Spiegel austretende Lichtstrahl (Abb. 267) wird, durch eine Linse geführt und auf eine sich gleichförmig drehende Trommel geworfen, die gesuchte Stromkurve zeichnen. Wie man zu Photographien der Stromkurven kommt, ist leicht zu sehen.

Auch Wechselspannungen lassen sich auf dieselbe Weise abbilden.

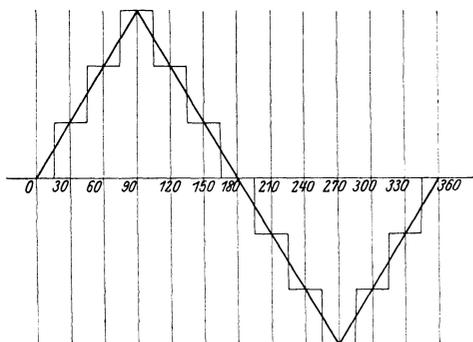


Abb. 268.

Wie auch sonst, mißt man nicht die Spannung selbst, sondern den Strom, den sie durch einen bekannten Ohmschen Widerstand treibt. Oszillographen bilden uns Strom und Spannung gleichzeitig ab, wenn sie mit zwei Meßschleifen ausgerüstet sind.

Nur dadurch, daß die Meßschleifen außerordentlich kleine Massen bekommen können, schiebt man die Eigenschwingungszahl, die zu stören droht, auf mehrere Tausend in der Sekunde leicht hinauf. Gute Oszillographen

zeichnen noch sehr schön die meisten Ausgleichsschwingungen der Stromkreise. Die gewöhnlichen Betriebsschwingungen mit ihren 50 Perioden in der Sekunde sind außer jeder Gefahr und die 21. Oberwelle z. B. ist noch ganz und gar unbedroht.

Wenn allerdings sehr rasche Ausgleichsvorgänge aufzunehmen sind, versagt der gewöhnliche Oszillograph. In den letzten Jahren ist es gelungen, mit dem sog. Kathodenoszillograph sogar in das Gebiet von über 100000 Schwingungen in der Sekunde einzudringen. Die für die Starkstromtechnik wichtigen Kurvenformen der Ströme und der Spannungen lassen sich aber alle, mit sämtlichen praktisch interessierenden Oberwellen, klar mit dem gewöhnlichen Oszillograph verfolgen.

Sobald wir nun damit rechnen können, daß wir gute Aufnahmen von Wechselkurven in die Hand bekommen, müssen wir von der Theorie verlangen, daß sie uns die Zerlegung in Sinuswellen wirklich ermöglicht. Die Aufgabe ist jetzt anders gestellt. Die Wechselkurve ist nicht mehr durch ihre Gleichung gegeben, sondern durch ihr Bild. Das Bild läßt sich aber fast nie mathematisch fassen.

Obwohl sich aber die bildlich gegebene Wechselkurve mathematisch nicht fassen läßt, läßt sie sich doch mit genügender Genauigkeit integrieren. Immer noch gibt das Integral

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \cdot \sin n \omega t \cdot d \omega t = A_n$$

den Höchstwert der n-ten Sinusoberwelle, wenn es durch eine endliche Summe ersetzt wird. Wie das durchzuführen ist, liegt nahe, soll aber doch an Hand eines Beispielles erläutert werden.

Wir untersuchen die Dreieckskurve nach Abb. 268, zerlegen die Periode in 12 Teile, ersetzen die Dreieckskurve durch die Treppelinie (Abb. 268) und setzen für die dritte Oberwelle an:

$$\begin{aligned} A_3 &= \frac{1}{\pi} \cdot \sum_{m=1}^{m=12} \frac{m \cdot J_0}{3} \cdot \sin \frac{3 m \cdot 360}{12} \cdot \frac{2 \pi}{12} = \\ &= \frac{J_0}{18} \cdot \{ \sin 3 \cdot 30 + 2 \cdot \sin 3 \cdot 60 + 3 \cdot \sin 3 \cdot 90 + 2 \cdot \sin 3 \cdot 120 + \\ &\quad + \sin 3 \cdot 150 - \\ &\quad - \sin 3 \cdot 330 - 2 \cdot \sin 3 \cdot 300 - 3 \sin 3 \cdot 270 - 2 \cdot \sin 3 \cdot 240 - \\ &\quad - \sin 3 \cdot 210 \} = \\ &= \frac{J_0}{18} \cdot 2 \{ 1 - 3 + 1 \} = - \frac{J_0}{9}. \end{aligned}$$

Verglichen mit dem genauen Wert

$$- \frac{8 J_0}{\pi^2 \cdot 9}$$

ist das Ergebnis sehr unbefriedigend. Deshalb versuchen wir es mit der doppelten Genauigkeit, zerlegen also die Periode in 24 Teile und setzen an

$$\begin{aligned} A_3 &= \frac{1}{\pi} \cdot \sum_{m=1}^{m=24} \frac{m J_0}{6} \cdot \sin \frac{3 m \cdot 360}{24} \cdot \frac{2 \pi}{24} = \\ &= \frac{J_0}{72} \cdot \{ \sin 3 \cdot 15 + 2 \sin 3 \cdot 30 + 3 \sin 3 \cdot 45 + 4 \sin 3 \cdot 60 + 5 \sin 3 \cdot 75 + \\ &\quad + 6 \sin 3 \cdot 90 \\ &\quad + \sin 3 \cdot 165 + 2 \sin 3 \cdot 150 + 3 \sin 3 \cdot 135 + 4 \sin 3 \cdot 120 + \\ &\quad + 5 \sin 3 \cdot 105 \\ &\quad - \sin 3 \cdot 195 - 2 \sin 3 \cdot 210 - 3 \sin 3 \cdot 225 - 4 \sin 3 \cdot 240 - \\ &\quad - 5 \sin 3 \cdot 255 - 6 \sin 3 \cdot 270 \\ &\quad - \sin 3 \cdot 345 - 2 \sin 3 \cdot 330 - 3 \sin 3 \cdot 315 - 4 \sin 3 \cdot 300 - \\ &\quad - 5 \sin 3 \cdot 285 \} = \end{aligned}$$

$$= \frac{J_0}{72} \cdot 2 \{ 0,707 + 2 + 3 \cdot 0,707 - 5 \cdot 0,707 - 6 + 0,707 + 2 + 3 \cdot 0,707 - 5 \cdot 0,707 \}.$$

Es ist also

$$A_3 = - 0,0948 J_0.$$

d. h. immer noch um 5% zu groß.

Das Beispiel zeigt, daß eine ziemlich umständliche Rechnung notwendig ist, wenn die Genauigkeit halbwegs entsprechen soll. Begreiflich muß

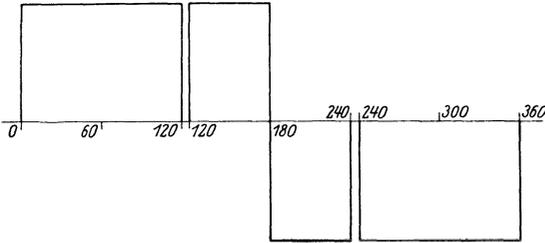


Abb. 269.

es deshalb erscheinen, daß dem rasch arbeitenden Ingenieur dieses einfache Zurückgreifen auf das Ergebnis der mathematischen Analyse periodischer Funktionen zu unbequem erschien.

Viel Arbeit und Scharfsinn ist von Ingenieuren dem Problem gewidmet worden und überraschend

einfache Lösungen sind gefunden worden. Es würde zu weit führen, sie hier eingehend zu beschreiben. Aber eine dieser Lösungen soll hier doch erwähnt werden, weil sie recht deutlich zeigt, wie sehr Geschicklichkeit die Arbeit erleichtern kann. Außerdem hat die hier zu beschreibende Untersuchungsweise vorliegender Wechselkurven den großen Vorteil, daß sie

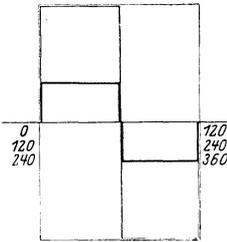


Abb. 270.

ganz durchsichtig ist und außerdem bei voller Genauigkeit auch der aufbauenden Theorie der unregelmäßigen Wechselkurven wertvolle Dienste leistet.

Man erhält nach Wedmore jede Oberwelle einer Wechselkurve, allerdings im allgemeinen mit ihren eigenen Oberwellen zusammen, d. h. z. B. die dritte Oberwelle mit der $3 \cdot 3 = 9.$, der $3 \cdot 5 = 15.$ usw. zusammen, wenn eine volle Periode der Gesamtkurve gegeben ist, einfach dadurch, daß man diese volle Periode der Gesamtkurve in so viele gleiche Teile zerschneidet, wie es die Ordnungszahl der

gesuchten Oberwelle angibt, die Teile übereinander legt, die Kurventeile addiert und den Maßstab der Ordnungszahl entsprechend verkleinert.

Es ist am besten, zunächst die Anwendung des Wedmoreschen Verfahrens an einigen einfachen Wechselkurven zu studieren. Wir wollen z. B. die dritte Oberwelle der Rechteckskurve nach Abb. 259 auffinden. Dabei müssen wir, wie bereits erwähnt, darauf gefaßt sein, auch ihre Oberwellen mitzubekommen.

Nach dem Zerschneiden der ganzen Periode der Rechteckskurve in drei gleiche Teile entstehen die drei Teilkurven nach Abb. 269. Übereinandergelegt und addiert geben sie offenbar die rechteckige Welle der Abb. 270. Nun muß auch noch der Maßstab dreimal verkleinert werden. So entsteht die endgültige Wellenlinie nach Abb. 270.

Sie sieht genau so aus wie die ursprüngliche Rechteckskurve, nur ist ihr Höchstwert nur noch ein Drittel des ursprünglichen Höchstwertes. Auch ihre Periodendauer ist nur noch ein Drittel der ursprünglichen Periodendauer, was vollkommen in Ordnung ist.

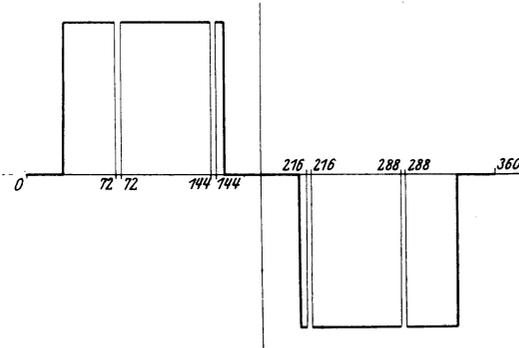


Abb. 271.

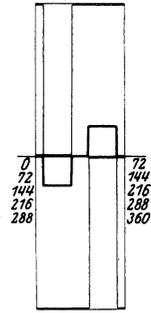


Abb. 272.

Die ermittelte Teilkurve enthält neben der gesuchten dritten Oberwelle auch noch deren eigene Oberwellen, d. h. die 9., die 15., die 21. usw. Oberwelle der ursprünglichen Rechteckswelle. Man überzeugt sich leicht, daß dies alles vollkommen der genauen Zerlegung, die wir in der vorangehenden Vorlesung durchgeführt haben, entspricht.

Wir suchen noch die fünfte Oberwelle der Rechteckskurve nach Abb. 262. Die Periode in fünf gleiche Teile zerlegt, gibt die Teilkurven der Abb. 271. Überinandergelegt, addiert und fünfmal verkleinert geben die Rechteckskurven wieder die rechteckige Welle mit dem fünfmal kleineren Höchstwert der ursprünglichen Kurve. Die Welle enthält ebenfalls ihre eigenen Oberwellen, d. h. die 15., die 25., die 35. usw. Oberwelle der ursprünglichen Rechteckskurve (Abb. 272).

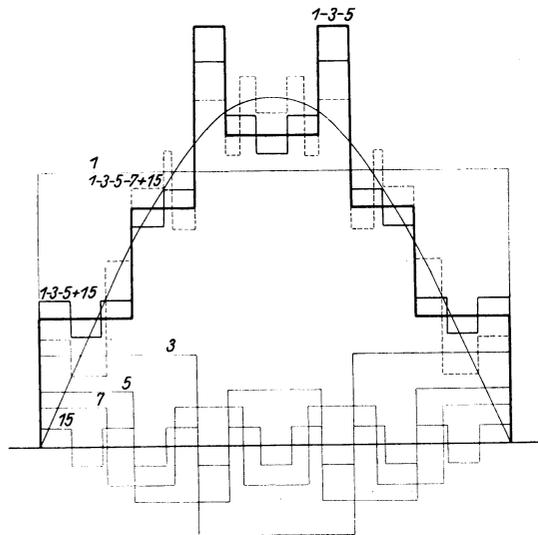


Abb. 273.

Nun wollen wir sehen, was übrig bleibt, wenn wir von der ursprünglichen Rechteckskurve der Abb. 258 die gefundenen Oberwellen aller durch 3 und 5 teilbarer Ordnungszahlen abziehen. Wir können uns dabei auf eine Halbperiode beschränken, teilen diese Halbperiode in $3 \cdot 5$ gleiche Teile und

erleichtern uns die Arbeit auch noch dadurch, daß wir die Höchststärke der ursprünglichen Rechteckskurve ebenfalls in 15 Teile zerlegen. So ergibt sich leicht die Treppenkurve, die in der Abb. 273 stark ausgezogen ist.

Sie hat eine merkwürdige Form. Aber nun dürfen wir nicht vergessen, daß wir die 15. Oberwelle zweimal abgezogen haben. Wir müssen sie und ihre Oberwellen nach Abb. 273 wieder einmal zugeben. Die uns bekannte Grundwelle legt sich nun bereits sehr gut an die Treppenkurve an.

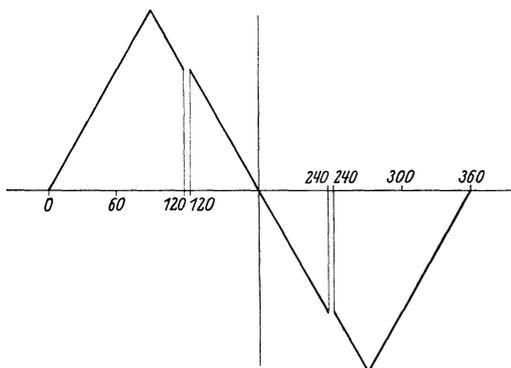


Abb. 274.

sichtlicherweise zweimal abgezogen haben. Sie enthält noch die 11., 13., 17. und 19. Oberwelle.

Nun versuchen wir das interessante Verfahren an der Dreieckskurve nach Abb. 261 und gehen zunächst der dritten Oberwelle nach. Die aufgeschnittene Dreieckskurve der Abb. 274 ist im dreifachen Maßstab schon die dritte Oberwelle samt der 9., 15., 21. usw. Ganz richtig ergibt sich so ihr Höchstwert neunmal kleiner als der ursprüngliche Höchstwert.

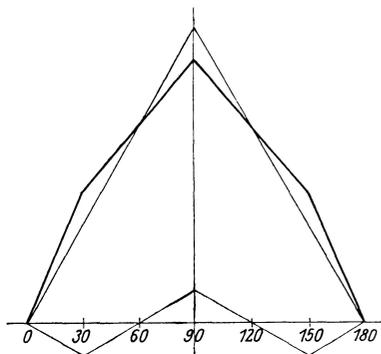


Abb. 275.

Zieht man nur diese dritte Oberwelle mit ihren eigenen Oberwellen von der Gesamtdreieckskurve ab, so bekommt man nach Abb. 275 eine gebrochene Linie, die sich schon sehr schön an die sinusförmige Grundwelle anlegt. Bei der Dreieckskurve sind eben die Oberwellen erheblich schwächer als bei der zuerst untersuchten Rechteckskurve.

Nun können wir versuchen, das Verfahren theoretisch zu begründen, nachdem es sich offenbar praktisch durchaus bewährt. Es ist verhältnismäßig einfach, seine Richtigkeit und Genauigkeit nachzuweisen. Es birgt durchaus keine großen Geheimnisse.

Die zu zerlegende Wechselkurve möge der Gleichung

$f(\omega t) = y_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + y_3 \sin 3(\omega t + \varphi_3) + \dots + y_n \sin n(\omega t + \varphi_n)$
entsprechen, sie kann demnach irgendeine Form haben, nur muß sie

symmetrisch zur Zeitachse liegen und in beiden Halbperioden dieselbe Gestalt zeigen.

Wenn wir beim Suchen der fünften Oberwelle die ganze Periode in fünf gleiche Teile geteilt, übereinandergelegt, addiert und den Maßstab fünfmal verkleinert haben, so haben wir offenbar die Operation

$$\varphi(t) = \frac{1}{5} \left[f(\omega t) + f\left(\omega t + \frac{2\pi}{5}\right) + f\left(\omega t + 2 \cdot \frac{2\pi}{5}\right) + \right. \\ \left. + f\left(\omega t + 3 \frac{2\pi}{5}\right) + f\left(\omega t + 4 \frac{2\pi}{5}\right) \right]$$

ausgeführt.

Es ist aber

$$5 \cdot \varphi(t) = y_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + y_3 \sin 3(\omega t + \varphi_3) + y_5 \sin 5(\omega t + \varphi_5) + \dots \\ + y_n \sin n(\omega t + \varphi_n) \\ + y_1 \sin\left(\omega t + \varphi_1 + \frac{2\pi}{5}\right) + y_3 \sin 3\left(\omega t + \varphi_3 + \frac{2\pi}{5}\right) + \\ + y_5 \sin 5\left(\omega t + \varphi_5 + \frac{2\pi}{5}\right) + \dots y_n \sin n\left(\omega t + \varphi_n + \frac{2\pi}{5}\right) + \\ + y_1 \sin\left(\omega t + \varphi_1 + \frac{4\pi}{5}\right) + y_3 \sin 3\left(\omega t + \varphi_3 + \frac{4\pi}{5}\right) + \\ + y_5 \sin 5\left(\omega t + \varphi_5 + \frac{4\pi}{5}\right) + \dots y_n \sin n\left(\omega t + \varphi_n + \frac{4\pi}{5}\right) + \\ + y_1 \sin\left(\omega t + \varphi_1 + \frac{6\pi}{5}\right) + y_3 \sin 3\left(\omega t + \varphi_3 + \frac{6\pi}{5}\right) + \\ + y_5 \sin 5\left(\omega t + \varphi_5 + \frac{6\pi}{5}\right) + \dots y_n \sin n\left(\omega t + \varphi_n + \frac{6\pi}{5}\right) + \\ + y_1 \sin\left(\omega t + \varphi_1 + \frac{8\pi}{5}\right) + y_3 \sin 3\left(\omega t + \varphi_3 + \frac{8\pi}{5}\right) + \\ + y_5 \sin 5\left(\omega t + \varphi_5 + \frac{8\pi}{5}\right) + \dots y_n \sin n\left(\omega t + \varphi_n + \frac{8\pi}{5}\right).$$

Die fünf Sinuswellen:

$$y_1 \sin\left(\omega t + \varphi_1 + \frac{2m\pi}{5}\right)_{m=1}^{m=4}$$

können im Vektorenschaubild nach Abb. 276 durch fünf gleich große gegeneinander um $\frac{2\pi}{5} = 72^\circ$ phasenverschobene Vektoren dargestellt werden. Die fünf Augenblickswerte müssen für einen beliebigen Zeitwinkel die Summe null geben, denn die Vektorensomme ist zweifellos null.

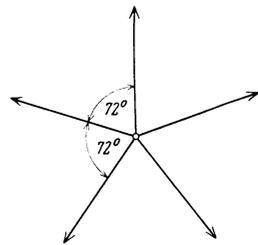


Abb. 276.

Ähnlich steht es mit den verschiedenen anderen Oberwellen. Nur jene Oberwellen, deren Ordnungszahl durch 5 teilbar ist, verschwinden in der gebildeten Summe nicht. Es ist offenbar

$$y_5 \sin 5\left(\omega t + \varphi_5 + \frac{2\pi m}{5}\right)$$

für alle ganzzahligen m gleich

$$y_5 \sin 5 (\omega t + \varphi_5).$$

Ebenso ist z. B.

$$y_{25} \sin 25 \left(\omega t + \varphi_{25} + \frac{2 \pi m}{5} \right) = y_{25} (\omega t + \varphi_{25}).$$

So kommen wir zum Ergebnis

$$\varphi(t) = \frac{1}{5} \left[y_5 \sin 5 (\omega t + \varphi_5) + y_{15} \sin 15 (\omega t + \varphi_{15}) + \dots \right],$$

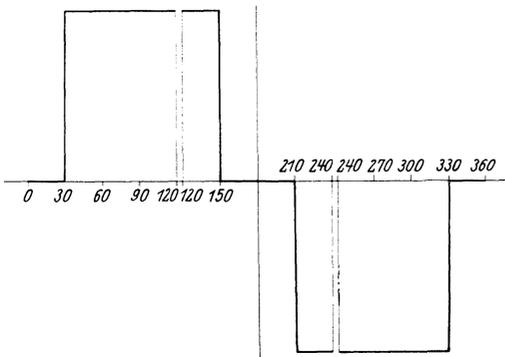


Abb. 277.

gibt in drei Teile zerschnitten und addiert nach Abb. 278 ebenfalls keine Kurve. Auch hier fehlen die Oberwellen aller Ordnungszahlen, die durch drei teilbar sind, in Übereinstimmung mit den Untersuchungen der vorangehenden Vorlesung.

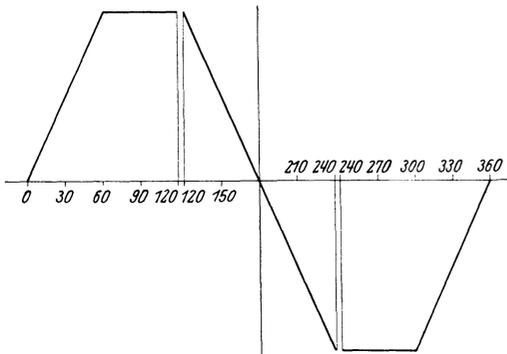


Abb. 278.

womit die Richtigkeit des Wedmoreschen Verfahrens bewiesen ist.

Die Rechteckkurve des Kraftflusses eines ausgeprägten Poles mit der Breite gleich zwei Dritteln der Polteilung läßt sich nach Abb. 277 in drei Teile zerschneiden, die addiert ersichtlicherweise gar keine Kurve mehr geben. Es fehlt somit, wie wir bereits wissen, die dritte Oberwelle und mit ihr die 9., 15. usw.

Die Trapezkurve mit dem Grundlinienverhältnis 1 : 3 gibt in drei Teile zerschnitten und addiert nach Abb. 278 ebenfalls keine Kurve. Auch hier fehlen die Oberwellen aller Ordnungszahlen, die durch drei teilbar sind, in Übereinstimmung mit den Untersuchungen der vorangehenden Vorlesung.

Nun aber wollen wir eine sehr wichtige unregelmäßige Wechselkurve untersuchen, nämlich die Kraftflußkurve des Querflusses eines Synchrongenerators mit ausgeprägten Polen. Sie wäre, als Komponente der Drehflußkurve, eine Sinuskurve, wenn der Luftspalt am ganzen Ankerumfang gleich groß und damit der magnetische Wider-

stand der Maschine in allen radialen Richtungen von gleicher Höhe wäre.

Wir geben der Polbreite die übliche Größe zweier Drittel der Polteilung, nehmen der Einfachheit wegen an, daß zwischen den Polen der magnetische Widerstand außerordentlich groß ist und erhalten so die zackige Kraftflußkurve der Abb. 279.

In drei Teile zerschnitten und in bekannter Weise behandelt gibt sie sofort die dritte Oberwelle (Abb. 280), in der bekannten rechteckigen Gestalt samt ihren eigenen Oberwellen, die wir kennen. Der Querfluß hat nach all dem eine stark ausgesprochene Oberwelle dreifacher Periodenzahl.

Es ist gar nicht schwer auszurechnen, wie groß ihr Höchstwert ist. Die nicht verunstaltete Sinuswelle des Querflusses wird nach Abb. 279 bei 60° jäh abgebrochen. Sie hat offenbar in diesem Falle 86,6 Hundertstel der vollen Höhe erreicht. Mit diesem Wert fällt der dreifache Höchstwert der rechteckigen Kurve nach Abb. 280 zusammen. Wir müssen demnach mit 37 v. H. des ungeschwächten Höchstwertes des Querflusses als Höchstwert der dritten Querflußoberwelle rechnen.

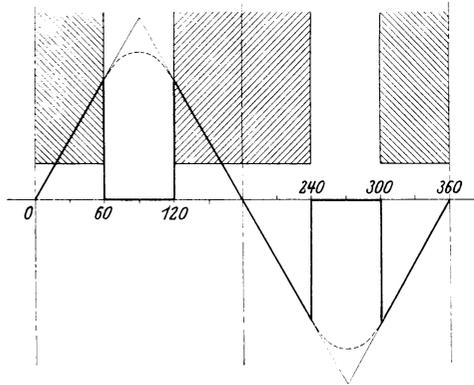


Abb. 279.

Gewöhnlich lassen wir die Magnetraddurchflutung die Ankerdurchflutung 1,5 bis 3-mal überragen, damit der Ankerfluß nicht zu sehr zum Ausdruck kommt. Der Querfluß entspricht ferner dem Wirkstrom des Generators, der selten dem Gesamtstrom gleich wird. Die dritte Oberwelle des Querflusses erreicht somit normal ungefähr 10% der Höchststärke des Magnetraddflusses.

Aber die vom Querfluß induzierten Spannungen dreifacher Periodenzahl müssen dann doch etwa $3 \cdot 10\%$ der Generatorspannung erreichen, denn die induzierten Spannungen sind immer der Periodenzahl proportional. Sie sind eine sehr beachtenswerte Erscheinung.

Wird die dreiphasige Ankerwicklung des Synchrongenerators im Dreieck zusammengeschlossen, so addieren sich, wie wir bereits wissen, die drei untereinander phasengleichen dritten Oberwellen der Phasenspannungen, um im Wicklungsdreieck einen Ausgleichsstrom zu treiben. Der Ausgleichsstrom ist gegen seine Spannung fast um 90° verschoben, weil in der Wicklung der induktive Widerstand infolge der dreifachen Periodenzahl den Ohmschen sehr stark überwiegt. Der Ausgleichsstrom drosselt deshalb den Kraftfluß dreifacher Periodenzahl, aber er heizt gleichzeitig die Wicklung.

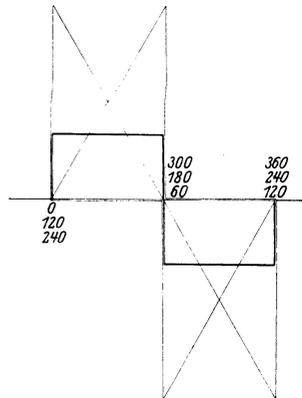


Abb. 280.

Die Dreieckschaltung hat demnach bei Synchrongeneratoren ihre Nachteile, die sich um so stärker geltend machen, je kräftiger der Querfluß ist. Diesen Nachteilen kann man mit der Sternschaltung entgegengehen.

Die Sternschaltung läßt in jeder Wicklungsphase die Grundwelle und die dritte Oberwelle der Spannung ungeschwächt wirken. In der verketteten Spannung finden wir dann bekanntlich je die Differenz zweier Phasenspannungen. Für die Grundwellen ergibt sich in bekannter Weise die $\sqrt{3}$ fache Phasenspannung als verkettete Spannung. Die dritten Oberwellen verschwinden aber merkwürdigerweise in der verketteten Spannung vollkommen. Sie sind phasengleich, geben also zu zweit die Differenz null.

Denkt man sich die drei Potentiale der Fernleitung, auf die der Generator arbeitet, immer symmetrisch zum Erdpotential, so muß man zur Einsicht kommen, daß der Nullpunkt der Generatorwicklung mit der dritten Oberwelle der Phasenspannung um das Erdpotential schwingt. Das ist die einzige Folge des verzerrten Querflusses. Sie ist immerhin angenehmer als die zusätzliche Stromwärme der Dreieckschaltung. Mit Recht zieht man deshalb bei Synchrongeneratoren normal die Sternschaltung vor.

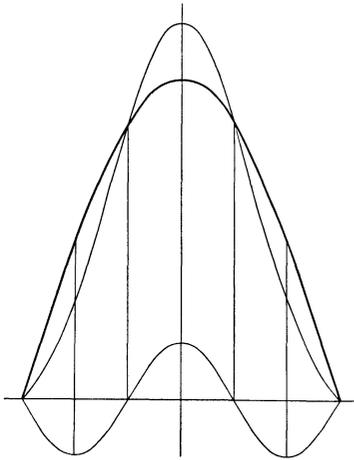


Abb. 281.

Würde man den Nullpunkt des Generators erden und auf diese Weise festlegen, so müßten die Potentiale der angeschlossenen Fernleiter mit der Spannung dreifacher Periodenzahl zusätzlich schwingen, mit anderen Worten, die Spannung der Leiter gegen Erde würde nun die dritte Oberwelle enthalten. Das gäbe Kapazitätsströme dreifacher Periodenzahl, die über den geerdeten Generatormittelpunkt in die Leiter zurückfließen würden.

Eine sehr wichtige unregelmäßige Wechselkurve zeigt den Magnetisierungsstrom des Transformators oder des Asynchronmotors. Er hat den sinusförmigen Kraftfluß zu erregen, muß aber der Magnetisierungskurve etwa nach Abb. 51 folgen. So entsteht seine Wechselkurve nach Abb. 281.

Nach dem Wedmoreschen Verfahren behandelt zeigt nach Abb. 281 die Kurve des Magnetisierungsstromes eine sehr starke dritte Oberwelle, die relativ um so kräftiger wird, je höher im Eisenkern die Liniendichte getrieben wird.

Ein dreiphasiger im Stern geschalteter Transformator oder Asynchronmotor braucht in jeder Phase den Magnetisierungsstrom. Die Phasemagnetisierungsströme sind natürlich gegeneinander um je 120° phasenverschoben, weil es die Phasenkraftflüsse sein müssen. So kommt es, daß der dreiphasige Transformator und Asynchronmotor auch je drei Magnetisierungsströme dreifacher Periodenzahl brauchen, die untereinander in Phase sind.

Das führt zu merkwürdigen Verwicklungen. Die Sternschaltung beruht nämlich auf der Tatsache, daß die im Sternpunkt zusammenfließenden Phasenströme die Summe null ergeben, so daß der Nulleiter überflüssig wird. Die Grundwellen der Magnetisierungsströme sind nun allerdings

gleich groß und gegeneinander um je 120° phasenverschoben, so daß sie sich in der Tat zu null addieren. Aber die dritten Oberwellen der Magnetisierungsströme sind wohl gleich groß, jedoch phasengleich. Sie addieren sich im Sternpunkt zum dreifachen Magnetisierungsstrom dreifacher Periodenzahl, der nicht weiter fließen kann, wenn der Nulleiter fehlt.

Der im Stern geschaltete Transformator oder Asynchronmotor ohne Nulleiter verweigert deshalb die Aufnahme der dritten Oberwelle des Magnetisierungsstromes. Aber er muß ihn doch haben, das elektrische Gleichgewicht der aufgedrückten und der vom Kraftfluß induzierten Spannung muß in der Primärwicklung jederzeit aufrecht erhalten werden.

In der merkwürdigen Zwangslage, die von den beiden Kirchhoffschen Gesetzen geschaffen wird, hilft sich die Natur auf folgende Weise. Die erregende Wicklung nimmt doch die unbedingt notwendigen dritten Oberwellen der Magnetisierungsströme auf, aber gleichzeitig nimmt sie auch noch in jeder Phase einen weiteren, für die Magnetisierung überflüssigen Strom dreifacher Periodenzahl auf, der dem notwendigen an Stärke gleich, mit ihm jedoch in Gegenphase ist.

Das kommt natürlich doch auf die Verweigerung der Aufnahme der dritten Oberwelle des Magnetisierungsstromes hinaus. Es ist eine Hilfsvorstellung. Aber sie zeigt, daß die notwendige Ma-

gnetisierung doch zustande kommt, daß indessen gleichzeitig auch noch eine zusätzliche überflüssige Magnetisierung erfolgt, denn die drei Phasengegenströme dreifacher Periodenzahl erregen selbstverständlich auch.

Der Kraftfluß bekommt nach all dem Oberwellen dreifacher Periodenzahl und induziert deshalb Zusatzspannungen dreifacher Frequenz. In der verketteten Spannung können diese Zusatzspannungen, wie wir oben gesehen haben, nicht zum Vorschein kommen. Nur der Nullpunkt der Wicklung wird wieder schwingen.

Das Übel wird unter der findigen Hand des Ingenieurs zuweilen ein Vorteil. Auch die Zusatzspannung dreifacher Periodenzahl, unerwünscht wie sie gewöhnlich ist, kann wertvoll werden. Wir müßten hier dieser Einzelheit nicht nachgehen, wenn sie nicht zur Aufklärung einer grundlegenden praktischen Einrichtung der Starkstromtechnik notwendig wäre.

Wenn wir dem dreiphasigen Transformator eine im Dreieck geschaltete Primärwicklung geben, so werden sich im Wicklungsdreieck die drei Zusatzphasenspannungen einfach addieren. Wir brauchen aber nicht untätig zuzusehen, wie ein Ausgleichstrom entsteht, der die Wicklung unnötig heizt. Wir öffnen lieber das Wicklungsdreieck in einem Eckpunkt nach Abb. 282 und schalten einen Lampenkreis ein.

Jetzt ist der Widerstand des Ausgleichstromkreises wesentlich vergrößert. Auf die Lampen wirkt nur die dreifache Zusatzphasenspannung dreifacher Periodenzahl, für die Grundwelle der Transformatorspannung sind nämlich die Anschlußpunkte des Glühlampenkreises immer auf gleichem

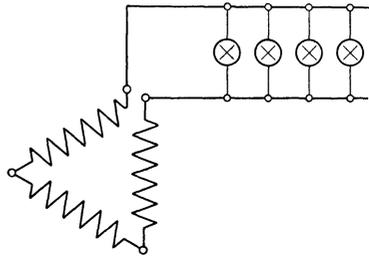


Abb. 282.

Potential. Im Wicklungs-dreieck addieren sich die Grundwellen der Phasenspannungen immer zu null.

Elektrische Bahnen bevorzugen Drehstrom von niedriger Periodenzahl. Sie brauchen aber auch Glühlampenstrom. Man müßte besondere Generatoren für den Betrieb der Bahnen, besondere wieder für die Beleuchtung aufstellen, wenn man nicht durch den beschriebenen Kunstgriff dem Betriebstransformator den Großteil der Leistung mit der Grundperiodenzahl, gleichzeitig aber auch noch eine kleine Leistung mit der dreifachen Grundperiodenzahl abnehmen könnte.

Bei der Vereinheitlichung der Periodenzahl mußte man auf den beschriebenen wertvollen Ausweg denken. Deshalb setzte man neben der normalen Periodenzahl 50 für Bahnen:

$$\frac{50}{3} = 16\frac{2}{3} \text{ Perioden/Sek.},$$

als einheitliche besondere Periodenzahl fest. Aus dem gleichen Grunde findet man in Amerika 75 und 25 Perioden nebeneinander.

Aus den lebhaften Bildern der Auswirkungen verschiedener Oberwellen leuchtet eine Erkenntnis heraus, die festgehalten zu werden verdient. Das Zusammenfallen der Ordnungszahl der Oberwellen mit der Phasenzahl des Drehstromsystems ist keine gleichgültige Erscheinung. Das Vierphasensystem hätte z. B. keine Schwierigkeiten mit der dritten Oberwelle der Magnetisierungsströme. Vierphasenwicklungen, im Viereck geschaltet, würden keine Ausgleichströme im Wicklungs-viereck führen.

Das Fünfphasensystem würde die fünfte Oberwelle mit einer besonderen Rolle betrauen, wie das Dreiphasensystem die dritte Oberwelle besonders wichtig erscheinen läßt. Aber die fünfte Oberwelle ist durchwegs relativ viel schwächer als die dritte. Die von den Oberwellen verursachten Verwicklungen wären im Fünfphasensystem erheblich gedämpfter.

Denkt man an die Oberwellen als lästige Erscheinung, dann muß man dem Vierphasensystem entschieden vor dem Dreiphasensystem den Vorzug einräumen. Es ist keine Frage, daß vierphasige Synchrongeneratoren schönere Spannungskurven geben würden. Die Leitungsführung ist allerdings mit vier Phasen erheblich teurer als mit dreien.

Die Oberwellen hoher Ordnungszahl sind für den Starkstrombetrieb ohne jede praktische Bedeutung. Sie sind, wie wir immer wieder gesehen haben, um so schwächer, je schneller sie schwingen. Aber eine Starkstromleitung beeinflußt durch Induktion immer benachbarte Schwachstromleitungen und was für den Starkstrombetrieb unbedeutend bleibt, erhält im Schwachstrombetrieb ein ganz anderes Gewicht. Die Oberwellen hoher Periodenzahl fallen in das Gebiet akustischer Schwingungszahlen. Sie werden mittelbar doch wichtig. Gerade die Störungen in den Fernsprechkabeln und -leitungen haben die Aufmerksamkeit des Konstrukteurs doch auch auf die hohen Oberwellen gelenkt.

Das Bild der Auswirkungen der Oberschwingungen im Starkstrombetrieb wäre unvollständig, wenn es wirklich nur die Spannungsbildung allein berücksichtigen würde. Der Generator ist wohl in erster Linie für die Form der Betriebsspannung verantwortlich. Er gibt ihr die Oberwellen

je nach der Bauart, je nach der Belastung. Aber schließlich kommt es doch darauf an, ob und wie die Verbraucher durch die Oberwellen des Stroms und der Spannung gestört werden. Die Frage ist deshalb wichtig, ob bei der Übertragung durch Fernleitungen oder durch Transformationen die Oberwellen unberührt bleiben bzw. wie sie am Verbrauchsort erscheinen.

Wir sehen uns zunächst die Transformation an. Die Spannungswelle, so wie sie ist, in die Grundwelle und in die Oberwellen zerfallend, wird der Primärwicklung des Transformators aufgedrückt. Wie immer, nimmt die Wicklung einen passenden Magnetisierungsstrom auf, der den Eisenkern so erregt, daß die induzierte Spannung der aufgedrückten genau entgegengesetzt gleich ist. Dies gilt natürlich genau nur bei Vernachlässigung der Wicklungswiderstände.

Der Transformator gibt somit, wenn er keinen Spannungsabfall hat, die Spannung in der Form weiter, in der er sie erhalten hat. Er transformiert sozusagen die Grundwelle für sich und jede Oberwelle gleichzeitig für sich.

Nun aber gibt es in jedem Transformator Widerstände, Ohmsche und induktive. Man kann nicht ohne Spannungsabfall transformieren. Wäre der Spannungsabfall für alle Spannungsteilwellen relativ gleich groß, bliebe das Bild der Spannungsform doch erhalten. Die Verhältnisse liegen aber anders.

Der induktive Widerstand ist gleich der Induktivität multipliziert mit der elektrischen Winkelgeschwindigkeit. Er ist demnach der Periodenzahl proportional. Der induktive Spannungsabfall ist für die Oberwellen größer als für die Grundwelle. Je höher die Ordnungszahl der Oberwelle, um so größer ihr Spannungsabfall.

Der Transformator wirkt mit seinem induktiven Eigenwiderstand wie ein Sieb. Er läßt die einzelnen Sinuswellen um so leichter durch, je kleiner ihre Periodenzahl ist. Nach jeder Transformation verschiebt sich das Größenverhältnis der Oberwellen, die Spannungskurve nähert sich nach jeder Transformation mehr und mehr der Sinusform.

Es hängt viel von der relativen Größe des induktiven Eigenwiderstandes des Transformators ab. Da trifft es sich glücklich, daß die Haupttransformatoren, die zwischen dem Generator und der Fernleitung stehen, durchwegs kräftige induktive Eigenwiderstände bekommen. Die Spannungskurve wird somit gleich an der Quelle energisch gereinigt.

Natürlich wirkt jede Induktivität im Sinne der Unterdrückung der Oberwellen. Aber hauptsächlich sind es doch die Transformatoren, die in Starkstromanlagen günstig auf die Spannungskurve einwirken. In großen Anlagen ist der Umstand wichtig, daß die Leistung mindestens zweimal, sehr oft aber auch dreimal transformiert wird, bevor sie zum Verbraucher gelangt.

Die Eigeninduktivität der Verbraucher, z. B. der Asynchronmotoren, ist auch nützlich. Sie läßt die Verbrauchsstromoberwellen nicht zu stark hervortreten. Das Bild, das wir im Ganzen bekommen, ist immer nur scheinbar verwickelt. Jede Teilwelle der treibenden Spannung führt ihren eigenen Betrieb. Die Teilbetriebe werden um so ungünstiger, je höher die Periodenzahl ist. Die Teilbetriebsströme kommen mit wachsender Periodenzahl immer schwerer durch, wenn Induktivitäten reichlich vorhanden sind.

Das aber wollen wir gerade haben. Wir wollen mit der Grundwelle allein arbeiten.

Der Generator, dessen Spannung Oberwellen hat, wird, auf ein Netz mit reichlich vorhandenen Induktivitäten arbeitend, mit einem Strom belastet, dessen Oberwellen immer schwächer hervortreten als die Oberwellen der Generatorspannung.

Das Bild ändert sich aber, wenn im Netz Kapazitäten hervortreten. Um dies einzusehen, betrachten wir ganz einfach einen einphasigen Generator, der nach Abb. 283 auf die Kapazität C arbeitet.

Die Grundwelle der Generatorspannung E_1 bringt den Ladestrom

$$J_1 = E_1 \cdot \omega \cdot C$$

hervor, wenn ω der Grundperiodenzahl f

$$2\pi f = \omega$$

entspricht.

Die dritte Oberwelle E_3 hat natürlich die Stromoberwelle

$$J_3 = E_3 \cdot 3\omega \cdot C$$

die n-te Oberwelle die Stromoberwelle

$$J_n = E_n \cdot n\omega \cdot C$$

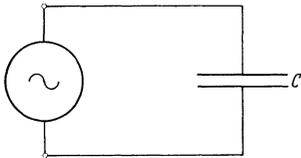


Abb. 283.

zur Folge.

Es ist ganz klar, daß der Gesamtstrom durch die Kapazität sehr stark verzerrt wird. Es wäre ein Unglück, wenn in unseren Betriebsstromkreisen die Kapazität stärker zur Geltung käme als die günstig wirkende Induktivität.

Wenn im allgemeinen ein Stromkreis den Ohmschen Widerstand R , die Induktivität L und die Kapazität C in Reihenschaltung enthält, so drückt die Grundwelle der Spannung E_1 bekanntlich den Strom

$$J_1 = \frac{E_1}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

durch.

Die n-te Oberwelle der Spannung, E_n , ergibt die entsprechende Stromoberwelle

$$J_n = \frac{E_n}{\sqrt{R^2 + \left(n\omega L - \frac{1}{n\omega C}\right)^2}}$$

Es ist also

$$\frac{J_n}{J_1} = \frac{E_n}{E_1} \cdot \sqrt{\frac{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}{R^2 + \left(n\omega L - \frac{1}{n\omega C}\right)^2}}$$

und auf den Ausdruck unter dem Wurzelzeichen kommt es nun an. Wird er größer als eins, so hat sich die Verzerrung der wirkenden Spannung in der Stromkurve vergrößert, fällt er unter eins, so ist die Stromkurve schöner als die Spannungskurve.

Ohne jede Rechnung erkennen wir sofort, daß lediglich das Größenverhältnis des induktiven zum kapazitiven Widerstand entscheidet. Ist

$$\omega L > \frac{1}{\omega C},$$

dann ist zweifellos in stärkerem Maße

$$n \omega L > \frac{1}{n \omega C},$$

weil wir doch nur positive ganzzahlige n in Betracht ziehen.

Das Ergebnis gibt eine nicht zu unterschätzende Beruhigung. In unseren Starkstromkreisen überwiegen die induktiven Widerstände die kapazitiven erheblich. Deshalb kann im allgemeinen mit dem Abbau der Oberwellen vom Generator zum Verbraucher fortschreitend gerechnet werden. Die Spannungskurven werden bei dem Durchgang durch die Anlage verschönert.

Aber diese Erkenntnis gibt noch nicht das Recht, die Oberwellen der Generatorspannung zu vernachlässigen. Einige Folgeerscheinungen kennen wir schon. Sie sind sicher nicht unwichtig. Mit anderen werden wir uns noch zu beschäftigen haben. Jedenfalls aber hat sich noch die Theorie der Sinuswechselströme mit den Oberwellen in großen Zügen auseinanderzusetzen.

Neunundzwanzigste Vorlesung.

Effektivwert unregelmäßiger Wechselgrößen. Dynamometrischer Messer. Formfaktor. Leistung unregelmäßiger Wechselgrößen. Leistungsmesser. Festigkeitsmessungen und unregelmäßige Spannungskurven.

Bei der Untersuchung verzerrter Strom- und Spannungswellen haben wir unwillkürlich angefangen, mit den Höchstwerten zu rechnen, statt wie es doch allgemein üblich ist, Effektivwerte zu benutzen. Es war nicht die Rücksicht auf Einfachheit allein, die das Vorgehen rechtfertigte. Die Verhältnisse liegen tiefer.

Was ist in der Tat der Effektivwert einer unregelmäßigen Wechselgröße? Steht er noch in dem einfachen Verhältnis $1:\sqrt{2}$ zum Höchstwert? Hat es noch einen Sinn, von effektiven Stromstärken und Spannungshöhen zu sprechen, wenn die einfache Sinuslinie verlassen wird, wenn neben der Grundwelle auch noch Oberwellen erscheinen?

Noch andere Fragen drängen sich auf, sobald man anfängt, über die theoretischen Verwicklungen nachzudenken, die uns Oberwellen bringen. Wie steht es mit dem Leistungsgesetz? Wie sieht vor allem das Joulesche Gesetz aus?

Man entdeckt sehr bald, daß der Begriff der Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung etwas unsicher wird. Was ist z. B. noch Blindstrom, was Wirkstrom? Der Leistungsfaktor kann doch unmöglich mehr ein einfacher Kosinus sein, wenn es keinen Winkel mehr gibt, dessen Funktion er sein könnte.

Wir können das theoretische Gebäude der Grundgesetze, die wir für Sinuswechselgrößen gebaut, die wir mit einiger Mühe auch für Gleichströme

gültig gemacht haben, nicht einstürzen lassen. Die Oberwellen verdienen das denn doch nicht. Aber eine gründliche Klärung erscheint dringend notwendig und die Aufgabe muß gelöst werden, die oberwelligen Wechselgrößen doch auch unter die vorhandenen Gesetze zu zwingen.

Der einzige sehr einfache Ausweg ist scheinbar die Vernachlässigung der Oberwellen. Wir können die Grundwelle der Spannung und die Grundwelle des Stromes allein als bestehend annehmen. Wir wissen dann genau, was der Effektivwert ist, was der Phasenwinkel der Belastung sein muß, was Leistung, Joulesche Wärme, was der Leistungsfaktor ist.

Der Ausweg ist gut. Er rettet die Einheitlichkeit der Theorie. Aber einen Fehler hat er doch. Zwar macht es nicht viel, daß wir ungenau rechnen, wenn wir die Oberwellen glatt vernachlässigen. Wir rechnen ohnehin nicht genau. Aber gerade deshalb, weil wir wegen der unvermeidlichen Ungenauigkeiten der Rechnung auch messen und aus den Unterschieden der Messungs- und der Rechnungsergebnisse Schlüsse ziehen, kommen wir in die gefährliche Lage, von Oberwellen verursachte Abweichungen anderen Gründen zuzuschreiben.

Wir können einfach rechnen, aber die Messung können wir nicht dazu zwingen, daß sie die Oberwellen auch vernachlässigt. Die Messung sagt alles, offenbar also auch das, was wir zuweilen gar nicht wissen, gar nicht sehen wollen.

Wir bleiben bei der Vernachlässigung der Oberwellen. Wir stellen uns so, als ob Strom und Spannung dem einfachen Sinuszeitgesetz folgen würden, wir anerkennen nur die Grundwellen, weil sie sich dem Wechselstromgesetzbuch unterwerfen. Aber wir müssen doch einfürallemal nachsehen, um wieviel wir danebenrechnen, wir müssen doch Ausbesserungsfaktoren bereit halten, damit wir Messungen richtig verstehen und damit wir unangenehmen Überraschungen ausweichen können.

Der letzte Teil der Theorie unregelmäßiger Wechselgrößen hat nach all dem vieles mit den grundlegenden Ideen der Meßtechnik zu tun. Er ist deshalb gerade für die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik wichtig, weil er nicht zu übersehende Nebenfragen aufrollt.

Wenn die unregelmäßige Wechselspannung

$$E_t = E_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + E_3 \sin(3\omega t + \varphi_3) + \dots \\ + E_{2m+1} \sin[(2m+1)\omega t + \varphi_{2m+1}]$$

lediglich den Ohmschen Widerstand R zu überwinden hat, wird der von ihr hervorgebrachte Strom genau derselben Wechselkurve folgen. Jede Oberwelle des Stromes ist der entsprechenden Oberwelle der Spannung proportional. Es ist einfach

$$J_t = \frac{E_1}{R} \sin(\omega t + \varphi_1) + \frac{E_3}{R} \sin(3\omega t + \varphi_3) + \dots \\ + \frac{E_{2m+1}}{R} \sin[(2m+1)\omega t + \varphi_{2m+1}]$$

oder

$$J_t = J_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + J_3 \sin(3\omega t + \varphi_3) + \dots \\ + J_{2m+1} \sin[(2m+1)\omega t + \varphi_{2m+1}].$$

Die Joulesche Wärme berechneten wir bei einfachen Sinuswechselströmen gleich $J_e^2 R$, mußten aber

$$J_e = \frac{J_{\max}}{\sqrt{2}}$$

setzen, d. h. die Effektivstärke einführen, um die Form des Jouleschen Gesetzes zu retten. Wir werden bei Vernachlässigung der Oberwellen die Joulesche Wärme zu

$$\frac{J_1^2}{2} R$$

ansetzen müssen und deshalb

$$\frac{J_1}{\sqrt{2}} = J_e$$

als effektive Stromstärke zu betrachten haben.

Wir erinnern uns an die Feststellung der 5. Vorlesung, daß Hitzdrahtstrommesser den Zeigerausschlag nach der Dehnung des unter dem Einfluß der Jouleschen Wärme stehenden Hitzdrahtes richten. Genau messend, wie gute Hitzdrahtmesser einmal sind, werden sie uns also nicht die Effektivstärke der Stromgrundwelle angeben, sondern mehr. Einfach in dem Verhältnis mehr, in dem die wirkliche Gesamtstromwärme größer ist als die Joulesche Wärme der Grundwelle.

Wir können genau zeigende Strommesser auch als sog. Dynamometer bauen. Das Dynamometer besteht aus zwei Spulen, einer festen und einer beweglichen. Wir legen nach Abb. 284 die beiden Spulen in zwei zueinander senkrechte Ebenen und lassen der beweglichen Spule die Drehungsmöglichkeit um die Schnittgerade der beiden Ebenen als Achse.

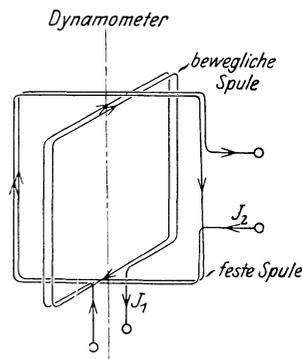


Abb. 284.

Wir senden durch die eine Spule den Strom J_1 und durch die andere den Strom J_2 . Sowohl J_1 als auch J_2 seien Augenblicksstärken. Der Strom J_1 erregt in der festen Spule einen magnetischen Fluß mit der Hauptrichtung senkrecht zur Ebene der festen Spule. Der Strom J_2 gerät in diesen Fluß, der jeweils der Stromstärke J_1 proportional ist und es entsteht eine mechanische Kraft, die die bewegliche Spule verdreht.

Richtet man sich so ein, daß es nur kleine Verdrehungswinkel geben kann, so ist eine der Verdrehungskraft entgegenwirkende Federkraft imstande, den Winkel der Verdrehungskraft genau proportional werden zu lassen.

Zweifellos ist die Verdrehungskraft dem Produkt $J_1 \cdot J_2$ proportional. Sie ist deshalb auch dem Produkt der Effektivstärken proportional, wenn beide Ströme Sinusform, gleiche Phase und natürlich die gleiche Periodenzahl haben. Sonst geht natürlich in das Produkt der Effektivströme auch noch der Phasenwinkel ein, den sie einschließen.

Es ist ohne weiteres möglich, beide Spulen von demselben Strom durchfließen zu lassen, sie also in Reihe zu schalten. Der Verdrehungswinkel und damit der Zeigerausschlag richtet sich dann nach dem Quadrat der effektiven Stromstärke.

Auch der dynamische Strommesser verzeichnet nach all dem eigentlich die mittleren Quadrate der Stromstärke. Er wird uns in derselben Weise die Vernachlässigung der Oberwellen nachweisen wie der Hitzdrahtstrommesser. Was messen wir also? Offenbar die richtige effektive Stromstärke und nicht die effektive Stärke der Grundwelle. Wir messen die Stärke jenes Gleichstromes, der in einem Ohmschen Widerstand während der Dauer einer Periode die gleiche Joulesche Wärme entwickeln würde wie der tatsächliche Gesamtwechselstrom.

Für das Zeitdifferential ist jeder Strom ein Gleichstrom. Die Joulesche Wärme des Zeitdifferentials läßt sich somit ansetzen:

$$J_t^2 \cdot R \cdot dt = R \left\{ J_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + J_3 \sin(3\omega t + \varphi_3) + \dots \right. \\ \left. + J_{2m+1} \sin[(2m+1)\omega t + \varphi_{2m+1}] \right\}^2 dt.$$

Integrieren wir beiderseits von

$$\omega t = 0 \text{ bis } 2\pi$$

so erhalten wir:

$$2\pi \cdot \frac{J_e^2 R}{\omega} = R \cdot \int_0^{2\pi} \left\{ J_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + J_3 \sin(3\omega t + \varphi_3) + \dots \right. \\ \left. + J_{2m+1} \sin[(2m+1)\omega t + \varphi_{2m+1}] \right\}^2 dt.$$

Aus der Theorie der Oberwellen unregelmäßiger Wechselkurven wissen wir bereits, daß alle Integrale

$$J_{n_1} \cdot J_{n_2} \int_0^{2\pi} \sin(n_1 \omega t + \varphi_{n_1}) \cdot \sin(n_2 \omega t + \varphi_{n_2}) dt$$

null werden, mit der einzigen Ausnahme

$$n_1 = n_2.$$

Es ist nach all dem für

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

Perioden, d. h. für eine Sekunde, die Joulesche Gesamtwärme

$$J_e^2 R = \frac{R}{2} (J_1^2 + J_3^2 + J_5^2 + \dots + J_{2m+1}^2),$$

sie ist

$$\kappa^2 = 1 + \left(\frac{J_3}{J_1}\right)^2 + \left(\frac{J_5}{J_1}\right)^2 + \dots + \left(\frac{J_{2m+1}}{J_1}\right)^2 \text{ mal}$$

größer als die Stromwärme der Grundwelle.

Die wahre effektive Stärke des Wechselstromes unregelmäßiger Form ist κ -mal größer als die Effektivstärke der Grundwelle

$$J_e = \kappa \cdot \frac{J_1}{\sqrt{2}}.$$

Diese wahre Effektivstärke messen wir mit dem Hitzdrahtstrommesser.

Es können sich offenbar ganz beachtenswerte Fehler einschleichen, wenn nur mit der Grundwelle gerechnet wird. Die Rechteckskurve nach Abb. 258 hatte

$$\frac{J_3}{J_1} = \frac{1}{3}, \quad \frac{J_5}{J_1} = \frac{1}{5}, \quad \frac{J_7}{J_1} = \frac{1}{7} \quad \text{usw.}$$

Sie bekommt deshalb den Ausbesserungsfaktor

$$\kappa = \sqrt{1 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{7}\right)^2 + \dots} = 1,11.$$

Gerade für die Rechteckskurve nach Abb. 258 kann aber die Effektivstärke sofort angegeben werden. Sie ist zweifellos der Höchststärke gleich:

$$J_e = J_0.$$

Die Grundwelle hatte die Höchststärke

$$J_1 = \frac{4 J_0}{\pi},$$

es muß demnach auch

$$J_e = \kappa \frac{4 J_0}{\pi \cdot 1,11}$$

sein. Sofort ergibt sich

$$\kappa = 1,11$$

in Übereinstimmung mit der Rechnung oben.

Die Rechteckskurve nach Abb. 262 ist schon wesentlich leichter zu behandeln. Ihr fehlt, wie wir wissen, die dritte Oberwelle, sie hat aber dieselbe fünfte und siebente Oberwelle wie die Rechteckskurve der Abb. 258. Ihre Effektivstärke weicht nur noch um einige wenige Hundertstel von der Effektivstärke der Grundwelle ab.

Noch weit günstiger stellt sich die Trapezkurve nach Abb. 264, die ebenfalls keine dritte Oberwelle hat, deren fünfte Oberwelle aber außerdem nur noch $\frac{1}{25}$ -stel der Höhe der Grundwelle erreicht. Der Ausbesserungsfaktor ist für sie wohl praktisch gleich eins.

Es ist üblich, die Kurvenformen der Wechselgrößen durch den sog. Formfaktor zu kennzeichnen. Der Formfaktor ist das Verhältnis der Effektivstärke zur mittleren Stärke während einer Halbperiode, er wird demnach für den Gleichstrom gleich eins.

Sinusgrößen haben immer eine mittlere Höhe, die im Verhältnis

$$1 : \frac{\pi}{2}$$

kleiner ist als die größte Höhe, denn es ist

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sin \omega t \cdot d \omega t = \frac{2}{\pi}.$$

Der Formfaktor der Sinuskurve beträgt also

$$\frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11.$$

Der Formfaktor der Rechteckskurve nach Abb. 258 ist natürlich 1. Für die Dreieckskurve nach Abb. 261 steigt er auf 1,15.

Am angenehmsten überrascht jedesmal die Messung des Magnetisierungsstromes des dreiphasigen, im Stern ohne Nulleiter geschalteten Transformators, den man so klein als möglich haben möchte. Es ist nämlich üblich, ihn mit Hilfe einer mit Gleichstrom aufgenommenen Magnetisierungskurve zu berechnen, so daß man seinen Höchstwert ganz richtig bekommt. Man erwartet dann bei der Messung einen im Verhältnis 1 : $\sqrt{2}$ kleineren Strom im effektiven Ampere.

Nun hat der Magnetisierungsstrom, wie Abb. 281 zeigt, eine sehr starke dritte Oberwelle. Wir haben in der vorangehenden Vorlesung festgestellt, daß der Transformator diese dritte Oberwelle bei der angenommenen Schaltung gar nicht aufnehmen kann. Es bleibt also praktisch nur noch die Grundwelle, die erheblich kleinere Höchstwerte erreicht als die Gesamtkurve (Abb. 281). Die Messung muß angenehm überraschen.

Der Fall zeigt, daß man sich auch in umgekehrter Richtung irren kann, als gewöhnlich. Es gibt somit auch wohlthuende Fehler. Leider sind sie verhältnismäßig erheblich seltener als die unangenehmen Fehler, gegen die man nur mit größter Vorsicht aufkommen kann.

Die oben errechnete Tatsache, daß bei unregelmäßigen Stromkurven jede Oberwelle ihre volle, unbeeinflusste Stromwärme zur Gesamtstromwärme beisteuert, läßt auf ein viel allgemeiner gültiges Leistungsgesetz schließen. Stromwärme ist Leistung. Es scheint, daß jede Stromoberwelle nur mit der Spannungswelle gleicher Periodenzahl eine Leistung zustande bringt.

Um uns von der Richtigkeit dieser Annahme zu überzeugen, betrachten wir die Spannung

$$E_m = E_{m \max} \sin(m \omega t + \varphi_m)$$

und den Strom

$$J_n = J_{n \max} \sin(n \omega t + \psi_n).$$

Die Arbeit, die sie leisten können, ist im Zeitdifferential

$$E_m \cdot J_n \cdot dt.$$

Sofort ergibt sie die Leistung, das heißt die Arbeit einer Sekunde zu

$$\frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi} E_m \cdot J_n \cdot dt = \frac{1}{2\pi} E_{m \max} \cdot J_{n \max} \int_0^{2\pi} \sin(m \omega t + \varphi_m) \sin(n \omega t + \psi_n) d\omega t.$$

Das Integral rechts ist null, wenn m und n nicht gleich groß sind. Es zerfällt nämlich in die Teilintegrale

$$\begin{aligned} & \cos \varphi_m \cdot \cos \psi_n \int_0^{2\pi} \sin m \omega t \cdot \sin n \omega t \cdot d\omega t + \sin \varphi_m \cdot \sin \psi_n \int_0^{2\pi} \cos m \omega t \cdot \\ & \cdot \cos n \omega t \cdot d\omega t + \sin \varphi_m \cdot \cos \psi_n \cdot \int_0^{2\pi} \cos m \omega t \cdot \sin n \omega t \cdot d\omega t + \cos \varphi_m \cdot \\ & \cdot \sin \psi_n \int_0^{2\pi} \sin m \omega t \cdot \cos n \omega t \cdot d\omega t, \end{aligned}$$

die in der Tat alle verschwinden, wenn nicht

$$m = n$$

ist.

Ein sinusförmiger Wechselstrom ist für jede sinusförmige Wechselspannung, die nicht seine Periodenzahl hat, ein Blindstrom. Er leistet nichts. Das ist übrigens kein Wunder. Die Spannung fremder Periodenzahl kann nicht seine treibende Spannung sein.

Bei gleicher Periodenzahl dagegen kommt die Leistung zustande. Für

$$m = n$$

werden wohl noch immer die beiden letzten Integrale oben null. Aber die beiden ersten geben jetzt:

$$\begin{aligned} & \cos \varphi_n \cdot \cos \psi_n \int_0^{2\pi} \sin^2 n \omega t \cdot d \omega t + \sin \varphi_n \cdot \sin \psi_n \int_0^{2\pi} \cos^2 n \omega t \cdot d \omega t = \\ & = \cos (\varphi_n + \psi_n) \int_0^{2\pi} \sin^2 n \omega t \cdot d \omega t + \sin \varphi_n \sin \psi_n \int_0^{2\pi} d \omega t = \\ & = \cos (\varphi_n + \psi_n) \pi + \sin \varphi_n \cdot \sin \psi_n \cdot 2 \pi = \pi \cos (\varphi_n - \psi_n). \end{aligned}$$

Das Ergebnis kann man nach all dem in folgende Form bringen. Die Leistung der Spannung

$$E_t = E_1 \sin (\omega t + \varphi_1) + E_3 (3 \omega t + \varphi_3) + \dots + E_n (n \omega t + \varphi_n)$$

mit dem Strom

$$J_t = J_1 \sin (\omega t + \psi_1) + J_3 (3 \omega t + \psi_3) + \dots + J_n (n \omega t + \psi_n)$$

ist

$$\begin{aligned} N = & \frac{E_1 \cdot J_1}{2} \cdot \cos (\varphi_1 - \psi_1) + \frac{E_3 \cdot J_3}{2} \cdot \cos (\varphi_3 - \psi_3) + \dots + \\ & + \frac{E_n \cdot J_n}{2} \cos (\varphi_n - \psi_n), \end{aligned}$$

sie setzt sich einfach aus den Teilleistungen der Oberwellen zusammen.

Wie messen wir die Leistung? Erhalten wir nur die Teilleistung der Grundwelle

$$\frac{E_1 \cdot J_1}{2} \cdot \cos (\varphi_1 - \psi_1)$$

oder die wirkliche Gesamtleistung?

Wir bauen unsere Leistungsmesser ebenfalls als Dynamometer. Durch die feste Spule des Dynamometers schicken wir den Strom J_t , durch die bewegliche einen der arbeitenden Spannung proportionalen Strom

$$\frac{E_t}{R}.$$

Wir legen also an die bewegliche Spule die Spannung E_t und sorgen dafür, daß die Spule allein oder mit einem Vorschaltwiderstand zusammen den Ohmschen Widerstand R hat.

Die Verdrehungskraft des Dynamometers und mit ihr der Zeigeraus-
schlag wird jeweils

$$\frac{J_t \cdot E_t}{R}$$

proportional. Der Leistungsmesser gibt offenbar die Gesamtleistung ganz
richtig an.

Wir sehen, daß man den Meßbereich des Leistungsmessers durch Vor-
schaltwiderstände im Stromkreis der beweglichen, der Spannungsspule
ändern kann. Aus der 5. Vorlesung wissen wir außerdem, daß auch der
Meßbereich der Stromspule durch geeichte Nebenschlußwiderstände ge-
ändert werden kann. Die Schaltung des Leistungsmessers gibt Abb. 285.

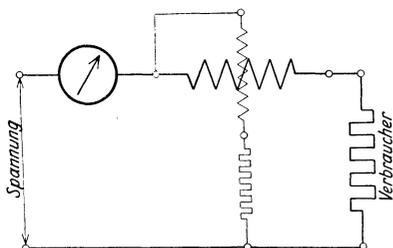


Abb. 285.

Die Leistungsmessung hat ihre
Feinheiten, bei denen wir unbedingt
etwas verweilen müssen. Zunächst
entdecken wir leicht, daß außer der
Schaltung der Abb. 285 auch noch
die scheinbar gleichwertige Schaltung

nach Abb. 286 möglich ist. In Wirklichkeit sind sie verschieden.

In der Abb. 285 finden wir leicht heraus, daß durch die Stromspule
der richtige Strom des Verbrauchers, dessen aufgenommene Leistung wir
messen wollen, fließt, daß hingegen die Spannungsspule eine etwas größere
Spannung bekommt als der Ver-
braucher, nämlich um den Span-
nungsabfall der Stromspule größere.
Wir messen die Stromwärme der
Stromspule mit.

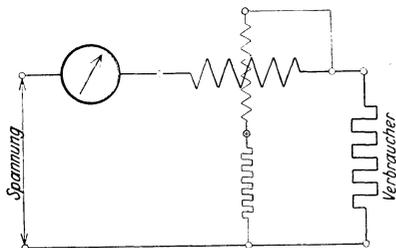


Abb. 286.

Bei genauen Leistungsmessungen
muß man diese Feinheit berück-
sichtigen und die Stromwärme der
Stromspule von der gemessenen Lei-
stung abziehen. Man mißt ohnehin
gewöhnlich nach Abb. 285 den Strom
und die Spannung gleichzeitig mit der

Leistung und der Widerstand der Stromspule ist ebenso bekannt wie der
Widerstand der Spannungsspule.

Die Schaltung nach Abb. 286 bringt eine andere Ungenauigkeit. Dies-
mal wird offenbar die richtige Spannung an die Spannungsspule gedrückt.
Dafür fließt durch die Stromspule der Verbrauchsstrom und der Strom der
Spannungsspule. Man mißt die Stromwärme der Spannungsspule
mit, sie muß also nachträglich abgezogen werden.

Interessante Verwicklungen ergeben sich in dreiphasigen Stromkreisen.
In jeder Phase gibt es eine Teilleistung. Am einfachsten ist es deshalb
wohl, drei Leistungsmesser zu Hilfe zu nehmen, wobei natürlich die Span-
nungsspulen je die Phasenspannung bekommen müssen.

Das ist nicht immer möglich. Der Nullpunkt bzw. der Nulleiter sind nur in vereinzelt Fällen zur Verfügung. Man muß einen anderen Weg suchen. Es läßt sich aber in der Tat auch ohne Nulleiter messen, und zwar nach der sog. Zweiwattmetermethode.

Wie man mit zwei Leistungsmessern eine beliebige symmetrische oder unsymmetrische Leistung dreier, zum Drehstrom vereiniger Wechselströme beliebiger Kurvenform messen kann, hat Aron angegeben. Die Schaltung verwendete er zuerst beim Bau seiner Zähler, die nichts anderes sind als registrierende Leistungsmesser.

Die Stromspulen der beiden verwendeten Leistungsmesser schaltet man, wie immer, nach Abb. 287 in die Strombahn zweier Phasen. Auf die Spannungsspulen der beiden Leistungsmesser läßt man je die verkettete Spannung der dritten Phase zu den beiden anderen wirken. Die Summe der Ausschläge beider Leistungsmesser ist dann der Gesamtleistung proportional.

Um dies zu beweisen, bezeichnen wir für einen gegebenen Augenblick die Stärken der beiden Phasenströme, die wir die Stromspulen durchfließen lassen, mit J_1 und J_2 . Die Spannungsspulen werden dann von Strömen bewegt, die den verketteten Spannungen E_{13} bzw. E_{23} proportional sind. Für die Einzelleistungen maßgebend sind die Phasenspannungen E_1 , E_2 und E_3 , natürlich schließlich auch der dritte Phasenstrom J_3 .

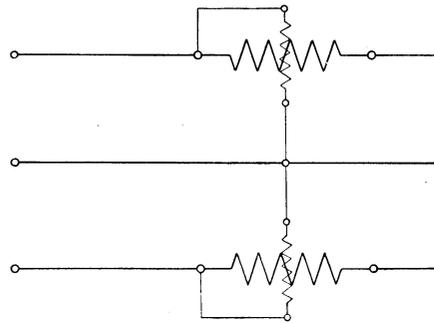


Abb. 287.

Der Ansatz

$$dN = (E_1 J_1 + E_2 J_2 + E_3 J_3) dt$$

für die Leistung ist klar. Klar ist es auch, daß die Ausschläge beider Leistungsmesser zusammen dem Periodenmittelwert von

$$E_1 J_1 + E_2 J_2 + E_3 J_3$$

proportional sein sollen, womit sie dann natürlich auch die Leistung richtig messen.

Nun ist zunächst in jedem Dreiphasensystem ohne Nulleiter

$$J_1 + J_2 + J_3 = 0,$$

es handelt sich also auch um den Ausdruck

$$J_1 (E_1 - E_3) + J_2 (E_2 - E_3).$$

Ferner ist

$$\begin{aligned} E_1 - E_3 &= E_{13}, \\ E_2 - E_3 &= E_{23}, \end{aligned}$$

denn immer ist die Differenz zweier Phasenspannungen gleich der entsprechenden verketteten Spannung. Den sich so schließlich ergebenden Ausdruck

$$J_1 \cdot E_{13} + J_2 \cdot E_{23}$$

messen wir aber nach Abb. 287 mit den zwei Leistungsmessern wirklich. Jeder der beiden Leistungsmesser gibt je den einen Summanden.

Man kommt schließlich wohl auch mit einem einzigen Leistungsmesser aus, wenn man ihn mit Hilfe des besonders gebauten Umschalters nacheinander nach Abb. 288 in zwei Phasen verwendet. Dies bringt lediglich den Nachteil, daß die Messungen für beide Teileistungen nicht gleichzeitig gemacht werden können und damit unsicher werden können.

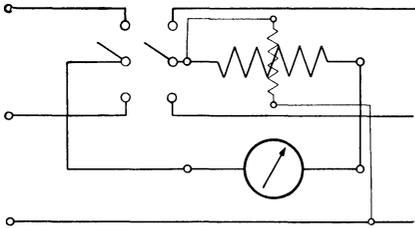


Abb. 288.

In ruhigen Betrieben, in denen man mit symmetrischer Belastung rechnet, in denen man also gleich große Phasenströme, gleiche Phasenspannung und gleiche Phasenwinkel in allen drei Phasen voraussetzt und zeitliche Belastungsschwankungen nicht sieht, arbeitet man ganz gerne mit nur einem Leistungsmesser.

In solchen Fällen gibt es eine einheitliche Instrumentkonstante, und die Ausschläge a_1 und a_2 geben mit der Konstanten K multipliziert sofort die Leistung

$$N = K (a_1 + a_2).$$

Wir gehen jetzt zu den effektiven Größen über, bezeichnen die verkettete Spannung mit E , die Belastungsströme mit J_1 und J_2 , die Phasenwinkel nach Abb. 289 mit φ_1 und φ_2 und entdecken leicht, daß wir eigentlich

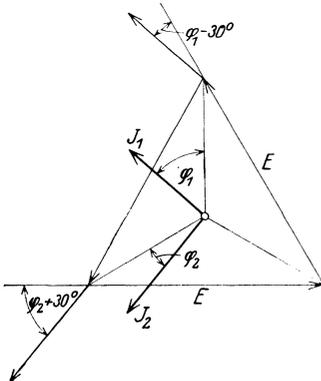


Abb. 289.

messen (Abb. 289).

Es ist allerdings für

$$\begin{aligned} J_1 &= J_2 = J \\ \varphi_1 &= \varphi_2 = \varphi \\ E J [\cos (\varphi + 30) + \cos (\varphi - 30)] &= \\ &= \sqrt{3} E J \cos \varphi, \end{aligned}$$

somit in der Tat die richtige Dreiphasenleistung. Dabei ist

$$\begin{aligned} K a_1 &= E J \cos (\varphi + 30) \\ K a_2 &= E J \cos (\varphi - 30) \end{aligned}$$

und nebenbei

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\cos (\varphi + 30)}{\cos (\varphi - 30)}$$

Aus den beiden Ausschlägen des Leistungsmessers läßt sich offenbar der Leistungsfaktor der Belastung berechnen. Es ist

$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{3} \frac{a_2 - a_1}{a_2 + a_1}. \tag{123}$$

Für kleine Phasenwinkel sind beide Ausschläge positiv oder beide negativ, insbesondere muß für

$$\varphi = 0, \quad a_2 = a_1$$

werden. Erreicht der Phasenwinkel 60° , so wird

$$\operatorname{tg} 60 = \sqrt{3}$$

und es muß

$$\frac{a_2 - a_1}{a_2 + a_1} = 1$$

werden, was nur möglich ist, wenn a_1 verschwindet. Bei 60° kommt es zum Zeichenwechsel und bei größerem Phasenwinkel wird einer der beiden Ausschläge negativ.

Jeden negativen Ausschlag, den man eigentlich nicht brauchen kann, weil die Meßskala nur positive Ausschläge ablesen läßt, kann man positiv machen, indem man die Spannungsspule verkehrt an die Spannung anschließt. Mit diesem Kunstgriff, dessen Sinn leicht ergründet wird, hilft man sich gerne bei Messungen mit starken Phasenverschiebungen.

Es soll hier noch ausdrücklich darauf aufmerksam gemacht werden, daß die Bestimmung des Phasenwinkels aus den beiden Ausschlägen des Leistungsmessers lediglich bei symmetrischer Belastung eines symmetrischen Dreiphasensystems richtige Werte geben kann.

Nach dieser Abschweifung in die Theorie der Leistungsmessungen kehren wir wieder zur Gesamtleistung eines Wechselstromes und einer Wechselspannung zurück, die beide neben der Grundwelle auch noch Oberwellen haben.

Die Effektivwerte der aufeinanderfolgenden Oberwellen der Spannung seien

$$E_1, E_3, E_5 \dots,$$

die des Stromes

$$J_1, J_3, J_5 \dots$$

und die Phasenwinkel zwischen der Spannung E_n und dem Strom J_n der n -fachen Periodenzahl sei φ_n , so daß die Phasenwinkelreihe

$$\varphi_1, \varphi_3, \varphi_5 \dots$$

entsteht.

Die Gesamtleistung ist, wie wir gesehen haben,

$$E_1 J_1 \cos \varphi_1 + E_3 J_3 \cos \varphi_3 + E_5 J_5 \cos \varphi_5 + \dots,$$

sie ist jedenfalls

$$\mu^2 = 1 + \frac{E_3 J_3 \cos \varphi_3}{E_1 J_1 \cos \varphi_1} + \frac{E_5 J_5 \cos \varphi_5}{E_1 J_1 \cos \varphi_1} + \dots \text{mal}$$

größer als die Leistung der Grundwelle

$$E_1 \cdot J_1 \cdot \cos \varphi_1.$$

Wir bekommen wieder einen Ausbesserungsfaktor, der jedoch unter Umständen ebenso groß werden kann, wie der oben berechnete κ . Gibt es nämlich im Stromkreis nur Ohmsche Widerstände, dann werden

$$\varphi_1 = \varphi_3 = \varphi_5 = \dots = 0$$

und

$$E_1 = R J_1, E_3 = R J_3, E_5 = R J_5, \dots$$

somit in der Tat

$$\kappa = \mu.$$

Es liegt nahe, die Gesamtleistung des unregelmäßigen Wechselstromes und seiner unregelmäßigen Wechselspannung durch das Produkt der Effektivwerte von Strom und Spannung, J und E und des Leistungsfaktors $\cos \varphi$ auszudrücken:

$$N = E \cdot J \cos \varphi.$$

Die Effektivwerte sind klar definiert worden und sind berechenbar. Was ist aber $\cos \varphi$? Es gibt Phasenwinkel der einzelnen Oberwellen im Sinne der Wechselstromtheorie, aber es gibt eigentlich keinen Gesamtphasenwinkel. Offenbar ist $\cos \varphi$ ein bloßer Leistungsfaktor im wahren Sinne des Wortes.

Am einfachsten erscheint es, mit dem Wechselstromgesamtwidestand des Stromkreises, für die Grundperiodenzahl berechnet, z_1 (Ohm), anzusetzen:

$$E_1 = J_1 z_1,$$

damit

$$N = \mu^2 \cdot E_1 J_1 \cos \varphi_1 = \mu^2 \cdot \cos \varphi_1 \cdot z_1 J_1^2$$

wird und damit die Effektivstärke des Gesamtstromes

$$J^2 = \kappa^2 \cdot J_1^2$$

eingeführt werden kann. So erhält man

$$N = \frac{\mu^2}{\kappa^2} \cdot \cos \varphi_1 \cdot z_1 \cdot J^2$$

als deutlichen Beweis, daß der Leistungsfaktor entartet. Es ist leider nicht

$$E^2 = \kappa^2 E_1^2.$$

Wir haben jetzt einen Überblick über die Schwierigkeiten, die sich infolge der unregelmäßigen Form der Wechselkurven einstellen, nachdem wir doch nur mit den Grundwellen rechnen können. Die ermittelten Ausbesserungsfaktoren vermitteln den Ausgleich. Sie erklären uns die unvermeidlichen Abweichungen der Messungsergebnisse von den Ergebnissen der vereinfachten Rechnung.

Man darf die Schwierigkeiten nicht überschätzen. Die Zeiten abenteuerlicher Spannungskurven sind in der Starkstromtechnik vorüber. Wir haben immer noch Oberwellen, aber sie arten nicht aus, weil wir sie überwachen. Das Wichtigste indessen ist, daß wir heute genau wissen, wann wir mit Oberwellen wirklich rechnen müssen. Es gibt deshalb keine unangenehmen Überraschungen. Die Theorie der Oberwellen hat gründlich aufgeklärt und alle Hilfsmittel bereitgestellt, die der berechnende Elektroingenieur bei seiner täglichen Arbeit braucht.

Eine Unannehmlichkeit der unreinen Kurvenform muß indessen noch ganz besonders erwähnt und besprochen werden, weil sie heute mehr denn je für die Starkstromtechnik von großer Bedeutung ist. Sie zeigt sich bei elektrischen Festigkeitsmessungen.

Mit unheimlicher Geschwindigkeit steigt in neuzeitlichen Anlagen die Betriebsspannung. Der Bau von Hochspannungstransformatoren und von Hochspannungsgeräten entwickelt sich unter dem Druck der Betriebsbedürfnisse fast zu schnell. Mehr denn je ist die elektrische Festigkeit der Konstruktionen ein großes Problem. Wir machen Versuche, bauen mit den erhaltenen Versuchsergebnissen, prüfen die ausgeführte Konstruktion und schon tasten wir durch neue Versuche weiter hinein in das Gebiet der ganz hohen Spannungen.

Die Messungen der elektrischen Festigkeit sind an und für sich einfach. Wir legen im Prüfraum an die Leiter, die im Betrieb Spannungen zeigen, die Prüfspannung, erhöhen sie allmählich und verfolgen wachsam die Erscheinungen. Das bläuliche Licht, das Prasseln des beginnenden Durchbruches läßt uns die zulässige Belastungsgrenze erkennen.

Wir müssen mit Wechselspannungen prüfen, weil wir hohe Gleichspannungen nicht zur Verfügung haben. Der eigens für den Prüfraum gebaute Transformator gibt die gewünschte Prüfspannung. Das Übersetzungsverhältnis des Transformators ist eine verlässliche Größe, die Niederspannung kann man genau messen. Handelt es sich nicht um den Leerlauf des Transformators, solange kein Durchschlag auftritt? Ist nicht alles furchtbar einfach?

Es gibt kaum eine Messung, die so täuschen kann wie die Spannungsprobe. Man kann sehr, sehr weit daneben messen. Man kann ganz leicht Konstruktionen verurteilen, die in Wirklichkeit gut sind, andere wieder gut finden, die gar nicht entsprechen.

Es ist noch nicht ganz sicher, ob der Höchstwert oder der Effektivwert der Spannung für die elektrische Festigkeit maßgebend ist. Darüber haben wir in der 8. Vorlesung gesprochen. Wir rechnen in der Praxis jedenfalls mit dem Effektivwert und denken dabei an den Höchstwert.

Damit haben wir schon wieder die Kurvenform der Prüfspannung und ihre Schwierigkeiten vor uns. Hat der Generator, der die Prüfspannung gibt, eine spitze Spannungskurve, so ist der Höchstwert höher als wir glauben, wenn wir nur den Effektivwert am Spannungsmesser beobachten. Es kommt dann zu überraschenden Durchschlägen. Hat der Generator dagegen eine flache Spannungskurve, so täuscht die scheinbare Festigkeit.

Das ist nicht alles. Bei jeder Spannungsprobe ist der Prüftransformator und über ihn der Prüfgenerator kapazitiv belastet. Es gibt keine Spannung zwischen voneinander isolierten Leitern ohne Ladungen und keine schwingenden Ladungen ohne kapazitive Wechselströme.

Durch kapazitive Ströme kann, wie wir wissen, die Spannungskurve stärker verzerrt werden, wenn sie von Haus aus Oberwellen hatte. Dazu kommen die starken Eigenschwingungen der in Reihe geschalteten starken Induktivität des Prüftransformators und der Kapazität der geprüften Leiteranordnung.

Der Gefahren gibt es nach all dem so viele, daß äußerste Vorsicht geboten erscheint. Der Prüfgenerator muß eine sehr reine Spannungskurve haben. Selten ist die Forderung restlos erfüllt. Böse Erfahrungen haben zu dem Ergebnis geführt, daß immer parallel zur geprüften Leiteranordnung nach Abb. 290 eine kalibrierte Funkenstrecke gelegt wird, deren Festigkeit genau bekannt ist. Man mißt somit die elektrische Festigkeit eigentlich durch eine andere bereits bekannte Festigkeit.

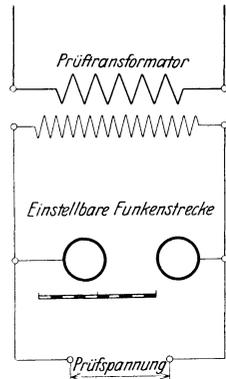


Abb. 290.

Dreißigste Vorlesung.

Wanderwellen. Einfluß der Erdfelder. Wanderwellenstrom. Grundgesetze der Wanderwellentheorie. Wellenwiderstand. Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wanderwellen. Verschiebungsstrom. Wanderwelle am offenen Leitungsende. Periodenzahl der Wanderwelle. Wanderwelle und Ohmscher Widerstand. Wanderwelle am kurzgeschlossenen Leitungsende. Energie und Leistung der Wanderwelle. Dämpfung der Wanderwelle.

Von höchster Bedeutung für die Starkstromtechnik ist noch ein Erscheinungsgebiet, das sich nur schwer einordnen läßt, obwohl es seinem Wesen nach den Ausgleichsvorgängen zugezählt werden müßte. Es ist zu eigenartig, um als Teil der Wechselstromtechnik betrachtet werden zu können. Es beschäftigt sich mit Strömen und Spannungen, die ganz aus dem Rahmen fallen. Es ist dies das Erscheinungsgebiet der Wanderwellen.

Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik können natürlich keineswegs eine vollständige Theorie der Wanderwellen geben. Diese

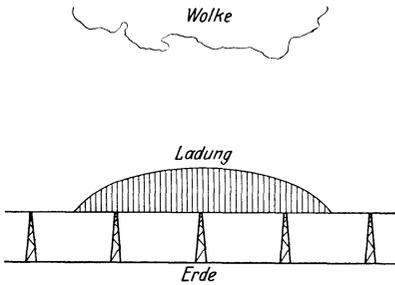


Abb. 291.

Aufgabe hat ein besonderer Wissenszweig zu lösen. Aber das Wesen der Wanderwellen und die Hauptgesetze, denen die Wanderwellen folgen, müssen hier erörtert werden.

Es trifft sich glücklich, daß man am einfachsten zu Wanderwellen vordringt, wenn man von einer Tatsache ausgeht, die der Starkstromtechnik schwere Sorgen bereitet hat, von der Tatsache nämlich, daß unsere elektrischen Anlagen auch noch äußeren, mächtigen Einflüssen ausgesetzt

sind, daß sie nicht nur mit den gewollten Betriebserscheinungen allein zu tun haben, daß Kurzschlüsse und Durchschläge nicht allein innere Angelegenheiten der Stromkreise sind, sondern daß auch noch außerhalb des Machtbereiches des Elektroingenieurs sitzende Kräfte eingreifen, stören und leider nur zu oft auch zerstören.

Wir errichten unsere elektrischen Anlagen nicht irgendwo in einem durchaus unelektrischen Stückchen des Weltraumes, sondern in unmittelbarer Nähe eines mächtigen Leiters — der Erde. Wir haben immer einen Leiter in unseren Anlagen zu viel.

Das würde an und für sich wenig ausmachen. Es spinnen sich wohl elektrische Kraftlinien von jedem Leiter des arbeitenden Stromkreises zur Erdoberfläche und Ladungen werden deshalb auf dem Leiter gebunden, die wir nicht brauchen. Dafür bekommen wir andererseits eine feste Grundlage für die Potentiale der verschiedensten Anlagepunkte.

Die wirkliche Schwierigkeit der Erdnähe liegt anderswo. Die Erdoberfläche, auf der wir stehen, ist allein untätig. Wenn aber über ihr Wolken schweben, die eine zwar sonderbare, aber doch sehr wirkliche, Ladungen sammelnde Oberfläche haben, wenn zwischen Erde und Wolke infolge der sich sammelnden Ladungen starke elektrische Felder entstehen, wenn der die Erde und die Wolke trennende Nichtleiter, die Luft, zu schwach

wird und deshalb vom Blitz, der ja doch nur ein Entladungsfunke ist, durchgeschlagen wird, dann geraten wir mit unserer Anlage in einen gewaltigen elektrischen Betrieb der Natur hinein und müssen auf sehr vieles gefaßt sein.

Es ist nützlich, sich zunächst einen einzigen langen Leiter, von der Erde gut isoliert, nach Abb. 291 ausgespannt zu denken und dabei gar nicht zu berücksichtigen, daß er Teil einer elektrischen Anlage, Teil einer Fernleitung sein kann. Er stehe somit vorderhand überhaupt nicht unter Betriebsspannung. Über ihm schwebe die Gewitterwolke, unter ihm ist die Erdoberfläche.

Das elektrische Feld zwischen Erde und Wolke hat irgendeine Form, aber die Äquipotentialflächen werden doch ungefähr zur Erdoberfläche parallele Flächen sein. Der Leiter kommt erzwungenermaßen auf ein gewisses Potential, er bekommt eine gewisse Spannung gegen Erde, entsprechend der Äquipotentialfläche des Erdfeldes, auf die er zufälligerweise zu liegen kommt.

Es gibt keine Spannung zwischen zwei voneinander isolierten Leitern ohne einander durch den trennenden Nichtleiter hindurch bindende Ladungen. Nach Abb. 291 sammelt sich also auf der Leiteroberfläche eine Ladung, die gebunden ist, sich somit nicht fortbewegen kann.

Das Bemerkenswerteste an der Erscheinung ist die nicht bestreitbare Tatsache, daß die durch das Erdfeld gebundene Ladung nur auf einem Stück des langen Leiters sitzt, und zwar entspricht offenbar die Länge des geladenen Leiterstückes der Breite der Wolke. Es gibt nach all dem Ladungen, die auf einen Teil der Leiteroberfläche gekettet sind. Sie bleiben dort ohne Rücksicht auf den daneben geführten Betrieb. Sie richten sich lediglich nach dem Erdfeld.

Der Betrieb erzeugt gewollte Spannungen der Leiter gegen Erde. Das Erdfeld gibt seine Spannungen dazu. Es entstehen auf diese Weise zweifellos Gesamtspannungen gegen Erde, die für den Betrieb entschieden Überspannungen sind.

Es ist sehr beachtenswert, daß in einer Dreiphasenfernleitung die Betriebsspannung gegen Erde gewöhnlich die Phasenspannung ist. Die drei Leiter haben demnach gegeneinander phasenverschobene Spannungen gegen Erde. Die vom Erdfeld erzwungene Spannung gegen Erde ist für alle drei Leiter, von Höhenunterschieden abgesehen, gleich. Es handelt sich also um die Spannung des nicht vorhandenen neutralen Leiters, der ohne Erdfeldinflüsse das Erdpotential haben müßte, vom Erdfeld dagegen eine Spannung gegen Erde bekommt.

Würde der Nulleiter der Fernleitung wirklich vorhanden und geerdet sein, so könnten die Überspannungen des Erdfeldes natürlich nicht entstehen. Wenn die Fernleitung als Kabelleitung in die Erde verlegt wird, ist sie gegen das Erdfeld vollkommen abgeschirmt und weiß deshalb ebenfalls nichts von Gewitter, Erdfeld und Blitzschlag.

Wir bauen normal die Hochspannungsfernleitungen ohne Nulleiter und setzen uns damit allen Einflüssen des Erdfeldes aus. Man sieht aber, daß die Kraftübertragung an den geerdeten Nulleiter doch denken muß. Es hat eine sehr kritische Zeit gegeben, die ganz im Zeichen des Erdfeldes

stand. Wir haben sie noch nicht ganz überwunden, aber wir fürchten heute das Erdfeld bei weitem nicht mehr so wie vor Jahrzehnten.

Aus dem bunten Bild des Erdfeldes lösen wir eine Einzelheit heraus, nämlich die auf einem Stück der Fernleitung sitzende, gebundene Ladung, die natürlich genau der Erdkapazität des Leiterstückes und der Spannung zwischen Leiterstück und Erde entspricht.

Die Ladung ist unbeweglich, solange das Erdfeld unverändert bleibt.

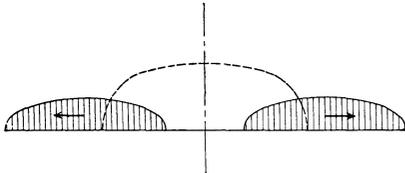


Abb. 292.

Wenn aber der Blitz den Ladungsausgleich zwischen Erde und Wolke vermittelt, bricht das Erdfeld zusammen, die Spannung zwischen Leiter und Erde verschwindet und die vorher gebundene Ladung wird frei.

Sie macht sofort das, was jede freie Ladung auf einer Leiteroberfläche macht — sie sucht sich auszubreiten, zu verteilen, auseinanderzufließen. Sie fließt nach beiden Richtungen der Fernleitung. Sie ergibt zwei Wanderwellen (Abb. 292).

Nun, nachdem uns das Entstehen der Wanderwellen verständlich ist, wollen wir uns mit ihrer Form und mit ihren anderen Eigenschaften eingehend beschäftigen. Daß wir dabei, wie immer, idealisieren müssen, um einfach rechnen zu können, ist klar.

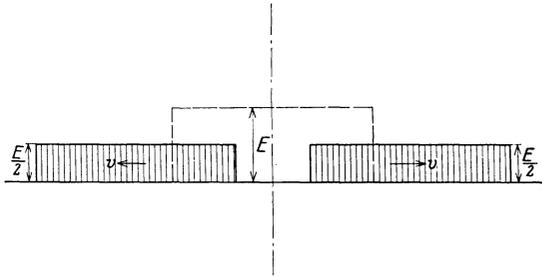


Abb. 293.

Wir könnten den Zustand der auf dem Leiter noch gebundenen Ladung nach Abb. 293 einfach dadurch kennzeichnen, daß wir neben der Länge des geladenen Leiterstückes auch noch etwa die Ladungsdichte, d. h. die auf der Längeneinheit des Leiters gebundene Elektrizitätsmenge Q jeweils angeben würden. Das Bild der Abb. 293 wäre dann insofern idealisiert, als es mit durchaus gleichbleibender Ladungsdichte rechnet.

Üblicher ist es, statt der Ladungsdichte, d. h. statt der Ladung Q je Längeneinheit des Leiters, die Spannung E gegen Erde einzuführen. Die Kapazität des Leiters gegen Erde C , je Längeneinheit berechnet, ist eine bekannte Größe und die Spannung sagt uns immer mehr als die Ladung. Es ist aber

$$Q = C \cdot E,$$

das Ersatzbild der Abb. 293 ist somit ebenso richtig und hat dabei eine praktischere Form.

Die freigewordene Ladung besteht aus gleichberechtigten kleinsten Teilchen, die sich ungefähr mit der Lichtgeschwindigkeit bewegen. Die gleiche durchschnittliche Geschwindigkeit ergibt als wahrscheinlichstes

Bild zwei, nach entgegengesetzten Richtungen laufende Wanderwellen von je gleicher Länge, wie sie ursprünglich das geladene Leiterstück hatte (Abb. 293).

War die Energie des ursprünglichen elektrischen Feldes

$$\frac{l C E^2}{2},$$

so müssen nun beide Wanderwellen zusammen diese Energie enthalten. In welcher Form aber die Energie in den beiden Wanderwellen steckt, kann nur eine eingehende Untersuchung zeigen.

Wir richten unsere Aufmerksamkeit auf eine einzige Wanderwelle. Sie enthält lauter Elektrizitätsteilchen, die sich in einer bestimmten Richtung bewegen. Sie haben als gleichberechtigte Elemente die gleiche Bewegungsgeschwindigkeit v (cm/sek). Die äußere Form der Wanderwelle bleibt demnach erhalten.

Die bewegte Ladung ist elektrischer Strom. Seine Stärke J ist die in der Sekunde den Leiterquerschnitt durchfließende Ladung. Enthält somit die Wanderwelle auf dem einen Zentimeter langen Leiterstück Q Coulomb, so hat ihr Strom die Stärke

$$J = v \cdot Q \text{ Ampere.}$$

Der Wanderwellenstrom ist eine sonderbare Erscheinung. Er fließt jeweils nur auf einer Leiterlänge l , die der Länge der Wanderwelle entspricht, und bricht vorne und rückwärts plötzlich ab. Er ist trotzdem ein wirklicher Strom, hat natürlich sein magnetisches Feld und läßt die Leiterinduktivität L , die wir je Zentimeter Leiterlänge in Henry angeben wollen, zur Geltung kommen.

Wir dürfen nicht vergessen, daß beim Niederbruch des Erdfeldes, beim Entstehen der Wanderwelle auch auf der Erdoberfläche die gleiche Ladung frei wurde wie auf dem Leiter. Auf der Erde bewegt sich demnach die Gegenwelle, die Gegenladung $-Q$ begleitet die Ladung $+Q$ des Leiters, in der Erde fließt sonach ebenfalls ein Strom.

Bei der einheitlichen Bewegungsrichtung der beiden, einander auch noch während der Bewegung fesselnden Ladungen $+Q$ und $-Q$, erscheint die Stromstärke des Erdstromes negativ. Das Fließen einer negativen Ladung in einer gegebenen Richtung durch einen Leiterquerschnitt kommt dem Fließen der positiven Ladung in der verkehrten Richtung gleich.

Wir sehen jetzt nach Abb. 294 zwei Stromstücke verkehrter Richtung aber gleicher Stärke, die sich mit gleichbleibender Länge in der Bewegungsrichtung der Wanderwelle verschieben. Wir sehen außerdem das ganze Stromstück entlang, also auf der Länge l die Spannung E entsprechend den bewegten Ladungen $+Ql$ und $-Ql$.

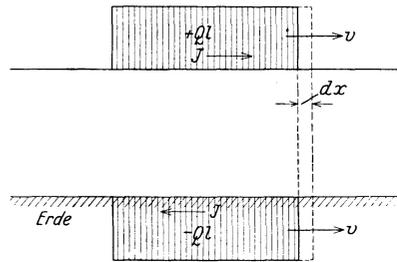


Abb. 294.

Wir müssen noch genauer zusehen. Ganz vorne an der Wellenstirne schiebt sich im Zeitdifferential dt die Welle um

$$dx = v dt \text{ Zentimeter}$$

vor, das entsprechende Leiterstück bekommt die Ladung

$$J dt = v \cdot Q \cdot dt = Q \cdot dx \quad (124)$$

zugeschoben und gleichzeitig erscheint auf der Gegenseite, auf der Erde, die Gegenladung $-Q dx$. Im Leiterstück steigt die Stromstärke von null auf J , die Spannung gegen Erde von null auf E .

Die Selbstinduktionsspannung

$$E_i = -L \cdot dx \cdot \frac{J}{dt} = -L J v$$

tritt im Leiterstück auf. Aber auch die Kondensatorspannung

$$E_c = -\frac{J}{C v},$$

aus Gleichung (124) mit

$$Q dx = -E_c C dx$$

berechenbar, tritt auf.

Zwischen Anfang und Ende des dx Zentimeter langen Leiterstückes wirkt offenbar die volle Spannung E der Wanderwelle. Sie überwindet die Selbstinduktionsspannung

$$E = -E_i = L J v.$$

Dieselbe Wanderwellenspannung überwindet die Kondensatorspannung sozusagen in einem Parallelstromzweig:

$$E = -E_c = \frac{J}{C v}.$$

Die beiden Gleichungen ergeben nun sofort

$$1 = L C \cdot v^2$$

oder

$$v = \pm \sqrt{\frac{1}{L C}} \text{ Zentimeter/Sekunde.} \quad (125)$$

Mit diesem wichtigen Ergebnis greifen wir auf Gleichung (124) zurück und bekommen

$$J = Q v = \frac{C E}{\sqrt{L C}} = E \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$$

und damit das Ohmsche Gesetz der Wanderwellen

$$E = J \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = J \cdot Z. \quad (126)$$

Z ist der sog. Wellenwiderstand, dem wir schon in der 25. Vorlesung begegnet sind. Er hat, wie bereits erwähnt und wie es anders nicht sein kann, die Dimension Ohm.

Nun können wir auch sofort die Gesamtenergie der Wanderwelle berechnen. Ihre magnetische Energie beträgt

$$L \cdot l \cdot \frac{J^2}{2} = \frac{C E^2 l}{2},$$

d. h. ebensoviel wie ihre elektrische Energie

$$\frac{C E^2 l}{2}.$$

Das gibt im ganzen $C E^2 l$.

Die zweite Welle, die wir nicht mehr beachtet haben und die in der entgegengesetzten Richtung entweicht, hat natürlich ebenfalls die Gesamtenergie $C E^2 l$. Beide Wellen geben zusammen

$$2 C E^2 l = \frac{C \cdot l}{2} (2 E)^2,$$

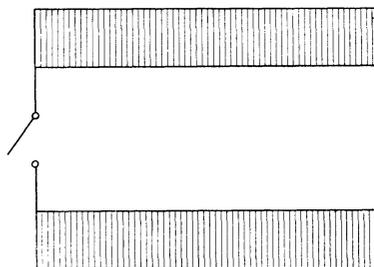


Abb. 295.

woraus sofort hervorgeht, daß ursprünglich die doppelte Spannung vorhanden gewesen sein muß.

Wanderwellen entstehen nicht etwa allein als Folgeerscheinungen niederbrechender Erdfelder. Wir können uns jetzt, da wir ein anschauliches Bild bereits zur Verfügung haben, ohne weiteres des Erdfeldes entledigen, ohne seine Bedeutung zu vergessen.

Zwischen zwei parallelen Leitern mit der Kapazität C je Längeneinheit und der Gesamtinduktivität L beider Leiter, ebenfalls für die Längeneinheit berechnet, herrsche die Spannung E . Es ist deshalb auf dem einen Leiter je Längeneinheit die Ladung

$$+ Q = C E,$$

auf dem anderen die Gegenladung $- C E$ anzunehmen. Die Ladungen sind in Ruhe, solange die Spannung unverändert bleibt (Abb. 295).

Nun breche an irgendeiner Stelle das elektrische Feld nieder, etwa durch leitende Verbindung beider Leiter (Abb. 296). Sofort werden die Ladungen frei. Vom Kurzschlußpunkt läuft nach Abb. 296 nach beiden Richtungen je eine Wanderwelle mit der entgegengesetzten Spannung $- E$, so daß die Leitung spannungslos wird.

Die Entstehungsweise dieser neuen Wanderwelle hat nichts zu sagen. Es gibt viele Entstehungsursachen der Wanderwellen. Deshalb nehmen wir ganz einfach an, daß auf einer Zweileiterleitung nach Abb. 296 eine Wanderwelle läuft.

An der Wellenstirne ergibt sich dasselbe Bild, wie wir es bereits oben herausgearbeitet haben. Der einzige Unterschied besteht darin, daß wir nun in beiden parallelen Leitern die Selbstinduktionsspannung berücksichtigen

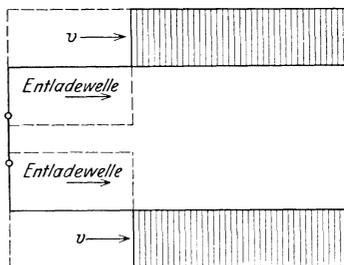


Abb. 296.

müssen, was ganz leicht ist, da wir ohnehin mit der Induktivität beider Leiter rechnen statt, wie oben, mit der Induktivität eines Leiters allein.

Wieder überwindet die Wanderwellenspannung E einerseits die beiden Selbstinduktionsspannungen, die für sie offenbar gleiche Richtung haben, andererseits die Kondensatorspannung der Leiteranordnung. Wieder ergibt sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wanderwelle zu

$$v = \pm \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

die beiden Vorzeichen gelten offenbar je für eine der immer paarweise auftretenden Wanderwellen und das Ohmsche Gesetz

$$E = JZ = J \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$$

bleibt unverändert aufrecht.

Diesmal gehen wir der Größe der Fortpflanzungsgeschwindigkeit v nach. Für zwei parallele zylindrische Leiter von je r Zentimeter Halbmesser und d Zentimeter Abstand berechneten wir in der Vorlesung die Kapazität je Zentimeter Länge und Luft als Nichtleiter, d. h. die Nichtleiterkonstante

$$\varepsilon = 1$$

voraussetzend zu

$$C = \frac{1}{4 \cdot 9 \cdot \ln \frac{d}{r}} \cdot 10^{11} \text{ Farad.}$$

In der 7. Vorlesung berechneten wir die Induktivität zweier zylindrischer Leiter in der beschriebenen Anordnung, die magnetische Durchlässigkeit in Leiterzwischenraum mit

$$\mu = 1$$

ansetzend zu

$$L = 4 \left(\ln \frac{d}{r} + 0,25 \right) \cdot 10^{-9} \text{ Henry.}$$

Wir erhalten also

$$v = \pm 3 \cdot 10^{10} \cdot \sqrt{\frac{\ln \frac{d}{r}}{\ln \frac{d}{r} + 0,25}} \text{ Zentimeter/Sekunde,}$$

die Wanderwellen bewegen sich wirklich mit der Lichtgeschwindigkeit, und nur die Induktionsvorgänge im Leiterinneren selbst, denen nach der Ableitung der Induktivität, die in der 7. Vorlesung gegeben wurde, der störende, übrigens unbedeutende Summand 0,25 zu verdanken ist, verlangsamten etwas die Bewegung.

Klar erscheint jetzt auch das Maxwellsche Gesetz für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit

$$v = \frac{3 \cdot 10^{10}}{\sqrt{\varepsilon \cdot \mu}} \text{ Zentimeter/Sekunde,}$$

das uns daran erinnert, daß auf Leitern, in Eisennähe und mit festen Nichtleitern umgeben, die Wellen ihren Lauf verlangsamen müssen.

Das zuerst betrachtete Bild eines zur Erde parallel ausgespannten Leiters läßt sich leicht in das Bild zweier paralleler Leiter überführen. Nach dem Gesetz der Spiegelung, erwähnt zuerst in der 4. Vorlesung, macht die Anordnung der Abb. 297 den Übergang. Sie bringt offenbar das doppelte elektrische und das doppelte magnetische Feld, denen beiden die Symmetrieebene, also die Erdoberfläche gemeinsam ist.

Das physikalische Bild der Wanderwelle läßt sich insoferne vervollständigen, als die merkwürdig selbständig auftretenden Stromstücke auf den beiden Leitern mit Hilfe des Maxwell'schen Begriffes des Verschiebungsstroms doch zu einem einzigen geschlossenen Strom verbunden werden können.

Beim Auflegen der Spannung an zwei voneinander isolierte Leiter verschieben sich, wie wir in der 2. Vorlesung beschrieben haben, im entstehenden elektrischen Feld, die an das Atom gebundenen Elektronen um eine gewisse kleine Strecke. Jede Bewegung der Elektronen in einer gemeinsamen Richtung ist ein Strom. Das ist schon der Verschiebungsstrom. An der Wellenstirne drückt die aufgelegte Spannung die Elektronen der Nichtleiteratome in der einen Richtung, am Wellenende rücken die Elektronen infolge der eintretenden Entspannung in der umgekehrten Richtung elastisch zurück. Es entsteht demnach wirklich ein geschlossener Stromkreis, bestehend aus den zwei Wellenströmen und den zwei Verschiebungsströmen (Abb. 298).

Das Wesen der Wanderwelle ist damit vollständig geklärt, und wir können uns nun einigen besonderen Wanderwellenerscheinungen zuwenden, die von grundlegender Bedeutung sind. Sie lassen sich mit den wenigen entwickelten Grundgesetzen vollkommen beherrschen.

Wir folgen der Wanderwelle bis zum Fernleitungsende, das wir uns offen denken. Dort angelangt kann die Welle natürlich nicht weiter und die Ladung fängt zweifellos an, sich aufzuheufen. Aber das geht nur nach einem gewissen Gesetz. Die Vergrößerung der Ladungsdichte am Fernleitungsende hat unfehlbar das Ansteigen der Spannung zur Folge. Mit der Spannung steigt die Energie des elektrischen Feldes.

Wenn die ganze Welle zur Ruhe gekommen ist, gibt es keinen Wellenstrom mehr und die ganze Wellenenergie sitzt im elektrischen Feld. Da vorher die Hälfte der Gesamtenergie im magnetischen Feld aufgespeichert war, hat sich offenbar die elektrische Energie verdoppelt.

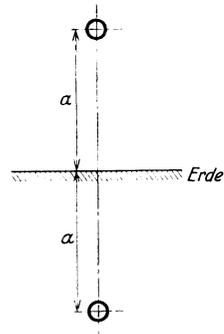


Abb. 297.

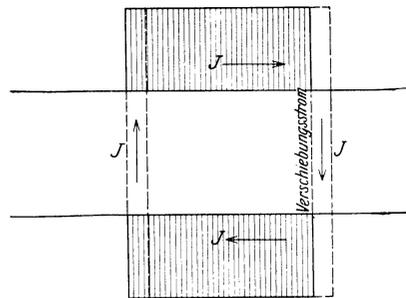


Abb. 298.

Die Welle kann nicht stehen bleiben. Ihre Ladung ist doch frei beweglich. Folglich kehrt sie um. Nur einen Augenblick steht sie still, wenn die Hälfte der Welle nach Abb. 299 schon auf dem Rückweg ist, wenn sich daher der hin- und der hergehende Wellenstrom zu null ergänzt.

In diesem Augenblick hat die Welle nur noch die halbe Länge, sie muß aber deshalb die doppelte Spannung haben, damit die Gleichung

$$2 \cdot l \cdot C \cdot \frac{E^2}{2} = \frac{l}{2} \cdot C \cdot \frac{(2E)^2}{2}$$

aufgeht.

Nach vollständiger Umkehr hat die Welle wieder die ursprüngliche Länge, die ursprüngliche Spannung und Stromstärke. Es hat sich nur die Richtung geändert. Die Begleitwelle auf dem benachbarten Leiter macht natürlich genau die gleiche Bewegung durch. Man kann sich ruhig nur mit einer Welle des unzertrennlichen Wellenpaares beschäftigen.

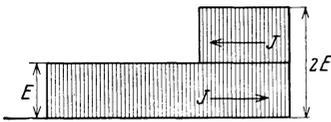


Abb. 299.

Petersen hat ein äußerst anschauliches Bild des Zurückwerfens einer Wanderwelle angegeben, das hier unbedingt nachgezeichnet werden muß. Er vergleicht den Leiter, auf dem sich die Wanderwelle bewegt, mit einem mit Wasser vollgefüllten Rohr, das an seinem Ende abgesperrt ist, und bildet die mechanische Wanderwelle, indem er den Rohranfang mit Hilfe einer Pumpe unter Druck setzt.

Der Überdruck der Pumpe weitet das elastische Rohr etwas aus (Kapazität) und in dem frei gewordenen Raum fließt zusätzliches Wasser über dem vorher im Rohr befindlichen, in Ruhe gedachten Wasser, ins Rohr hinein.

Mit dem vordringenden zusätzlichen Wasser schreitet der Druck vor und öffnet immer wieder den Weg. Die Gesamtenergie entspricht der Formänderungsarbeit und der Bewegungsenergie des Wassers. So geht es fort, bis die Wasserwelle am geschlossenen Rohrende anlangt.

Die Pumpe liefert immer noch neues Wasser. Sie weiß nicht, daß es am Rohrende nicht mehr weitergeht. Dort muß sich das Wasser selbst weiterhelfen, es verwendet die nun freiwerdende Bewegungsenergie zur weiteren Formänderungsarbeit, dehnt das Rohr noch weiter aus und fängt an, oberhalb des zuströmenden Wassers wieder in neuer Schichte zurückzuströmen.

Schließlich arbeitet sich die zurückkehrende Wasserwelle zur Pumpe durch, kommt aber mit einem größeren Druck an, als ihn die Pumpe zur Verfügung hat. Das Wasser fließt in die Pumpe zurück und das Rohr wird wieder entspannt, worauf das Spiel von vorne wieder beginnen kann.

Das fesselnde Bild rückt die Erscheinung der zurückgeworfenen Wanderwelle dem Verständnis erheblich näher. Nun ist es leicht einzusehen, daß jede Wanderwelle schwingt. Sie läuft vom einen Ende der Fernleitung zum anderen, kehrt immer wieder um, sie führt zweifellos Schwingungen aus.

Die Periodenzahl solcher Wanderwellenschwingungen ist leicht zu berechnen. Steht der Welle die Bahn über die ganze Fernleitungslänge l_f (cm) frei, so braucht sie für eine vollständige Schwingung die Zeit

$$T = \frac{2 l_f}{v},$$

sie hat somit die Periodenzahl

$$f = \frac{v}{2 l_f}.$$

Hat zum Beispiel die Fernleitung die Länge von 150 Kilometern, so ist

$$l_f = 150 \cdot 10^5 \text{ Zentimeter}$$

und

$$f = \frac{3 \cdot 10^{10}}{2 \cdot 150 \cdot 10^5} = 1000 \text{ Perioden/Sekunde.}$$

Allerdings gibt es immer auf demselben Leiter zwei nach entgegengesetzten Richtungen laufende Wanderwellen derselben Größe. Sie begegnen einander immer wieder, und jedes Zusammentreffen hat offenbar das vollständige Zurückwerfen beider zur Folge. Die Wanderwellen haben dann einzeln nicht die ganze Fernleitungslänge zur Verfügung.

Die Schwingungen der Wanderwellen würden nie zur Ruhe kommen, wenn die Leiter nicht auch Ohmsche Widerstände hätten. So aber verbraucht der Wellenstrom die Energie der Wanderwelle als Stromwärme. Wie bei allen elektrischen Schwingungen dämpft auch hier der Ohmsche Widerstand und vernichtet praktisch in verhältnismäßig kurzer Zeit die Wanderwelle.

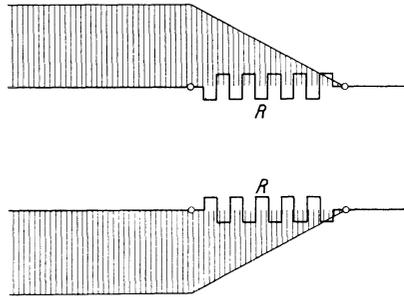


Abb. 300.

Um das Wirken der Ohmschen Widerstände recht deutlich zu machen, denken wir uns in den Zug der beiden parallelen Leiter nach Abb. 300 je einen Ohmschen Widerstand R von je der halben Größe des Wellenwiderstandes

$$R = \frac{1}{2} Z = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

eingebaut.

Der Wellenstrom J , über den Ohmschen Widerstand hinwegfließend, würde die treibende Spannung

$$\frac{E}{2} = R J = \frac{J}{2} Z$$

verbrauchen und, am Widerstandsende angelangt, wäre er schon ohne Spannung.

Die Größenordnung der Wellenwiderstände von Hochspannungsfreileitungen ist 500 Ohm. Der Wert entspricht einem Leiterquerschnitt von 50 Quadratmillimeter und üblichen Leiterabständen. Kabelleitungen haben weit kleinere Wellenwiderstände. Man kann ihre Größenordnung entsprechend mit etwa 50 Ohm angeben. Die angegebenen Werte sind im allgemeinen wenig veränderlich.

Das Gegenbild zur Erscheinung des Zurückwerfens der Wanderwelle am offenen Fernleitungsende gibt die Erscheinung der am kurzgeschlossenen Fernleitungsende ankommenden Wanderwelle. Es ist ganz leicht, festzustellen, was da geschieht.

Im Kurzschlußpunkt treffen die beiden einander ständig begleitenden Wellen der beiden parallelen Leiter aufeinander, sie legen Ladungen entgegengesetzten Vorzeichens aufeinander (Abb. 301) und machen dadurch die Kurzschlußleitungsstrecke spannungslos. Die beiden Wellenströme fließen natürlich gleichzeitig auf der Kurzschlußstrecke. Sie haben wohl entgegengesetzte Vorzeichen, kommen aber auch aus entgegengesetzter Richtung. Es kommt offenbar zur Verdoppelung der Stromstärke.

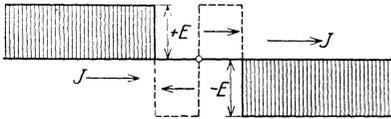


Abb. 301.

Am offenen Leitungsende wird die Spannung verdoppelt und der Strom wird null. Am kurzgeschlossenen Leitungsende wird der Strom verdoppelt

und die Spannung wird null. Am offenen Leitungsende wird die Welle zurückgeworfen, die Wellenspannung behält die Richtung, die Bewegungsrichtung wird umgekehrt. Am kurzgeschlossenen Leitungsende fließt jede der beiden Leiterwellen weiter, in den anderen Leiter hinein, sie behält ihre Bewegungsrichtung, aber die Spannungsrichtung zwischen den Leitern kehrt sich um.

Die Wanderwelle hat über den Kurzschlußpunkt hinweg die doppelte Fernleitungslänge als Bahn zur Verfügung. In einer Fernleitung, die an dem einen Ende kurzgeschlossen, an dem anderen dagegen offen ist, entstehen deshalb Wellenschwingungen von

$$f = \frac{v}{4 l_f}$$

Perioden in der Sekunde.

Gerade der Fall der an dem einen Ende kurzgeschlossenen, an dem anderen Ende offenen Fernleitung gestattet einen sehr guten Einblick in die Unterschiede zwischen Stromkreisen mit verteilter und konzentrierter Kapazität. Offenbar führt die Wanderwelle Eigenschwingungen des Fernleitungsstromkreises aus, der die Gesamtinduktivität

$$l_f \cdot L$$

und die Gesamtkapazität

$$l_f \cdot C$$

über die Leitungslänge gleichmäßig verteilt enthält.

In der 25. Vorlesung berechneten wir die Eigenschwingungszahl eines Stromkreises mit konzentrierter Induktivität $l_f \cdot L$ und mit der konzentrierten Kapazität $l_f \cdot C$ zu

$$\frac{1}{2\pi\sqrt{l_f \cdot L \cdot l_f \cdot C}}$$

Hier erhielten wir

$$\frac{v}{4l_f} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \frac{1}{4l_f} = \frac{1}{4\sqrt{l_f L \cdot l_f C}}$$

Bei verteilter Kapazität ist demnach die Eigenschwingungszahl

$$\frac{\pi}{2} \text{ mal}$$

größer.

Rechnen wir mit dem ungefähren Wert

$$Z = \sqrt{\frac{L}{C}} = 500 \text{ Ohm,}$$

so erhalten wir bei einer Wanderwellenspannung

$$E = 50000 \text{ Volt}$$

einen Wellenstrom

$$J = \frac{50000}{500} = 100 \text{ Ampere.}$$

Wir kommen zu der gewaltigen Leistung von

$$50000 \cdot 100 = 5000 \cdot 10^3 \text{ Watt} = 5000 \text{ kW.}$$

Wanderwellen vollbringen demnach sehr große Leistungen und müssen deshalb für die Starkstromtechnik von großer Bedeutung sein.

Aber hinter den gewaltigen Leistungen stehen doch verhältnismäßig geringe Energiemengen. Die Welle ist nur sehr kurze Zeit an einer Stelle wirksam. Hat sie die Länge l (cm), so braucht sie zum Durchgang durch die betrachtete Stelle nur

$$\frac{l}{3 \cdot 10^{10}} \text{ Sekunden.}$$

Der Wanderwellenleistung $E \cdot J$ entspricht nur die Energiemenge

$$E \cdot J \cdot \frac{l}{3 \cdot 10^{10}},$$

im Beispiel oben, bei 3 Kilometer Wellenlänge, d. h.

$$l = 3 \cdot 10^5 \text{ Zentimeter,}$$

der Leistung von 5000 kW nur die Energie

$$5000 \cdot 10^3 \cdot \frac{3 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^{10}} = 50 \text{ Wattsekunden.}$$

Erst diese Feststellung lenkt die Aufmerksamkeit doch auf den Ohmschen Widerstand R der Fernleitung, der ebenfalls je Längeneinheit (cm) der Leitungslänge, d. h. für beide Leiter zusammen angegeben werden möge, weil die Stromwärme offenbar doch für die kleinen vorhandenen Energiemengen gefährlich werden muß.

Mit Recht haben wir wohl bisher bei der Aufstellung des Ohmschen Gesetzes der Wanderwellen den Ohmschen Widerstand vernachlässigt. Er ist, wie leicht ersichtlich, für die Bildung einer Widerstandsspannung, die neben der Selbstinduktionsspannung beim Vordringen der Welle in Betracht kommt, zu unbedeutend.

Aber für die Energiewirtschaft kommt er doch in Betracht. Auf dem Fernleitungsstück dx (cm) wird die Stromwärme

$$J^2 \cdot R \cdot dx \text{ Watt}$$

verbraucht. Allerdings nur durch die kurze Zeit

$$dt = \frac{dx}{v}$$

hindurch.

Das kann nur auf Kosten der Wanderwellenleistung

$$E \cdot J = Z \cdot J^2,$$

die sich um

$$- 2 Z J \cdot dJ$$

geändert haben muß.

Das gibt den Ansatz

$$J^2 R dx = - 2 Z \cdot J \cdot dJ$$

oder

$$J = A \cdot e^{-\frac{R}{2Z}x}.$$

Die Integrationskonstante A läßt sich leicht bestimmen. Beginnen

wir die Beobachtung an der Stelle, von der aus wir den Wanderwellenweg x (cm) messen und hat dort die Welle die Stromstärke J_0 , so muß

$$J = J_0 \cdot e^{-\frac{R}{2Z}x}$$

sein, d. h. die Stromstärke nimmt örtlich nach einem Exponentialgesetz ab, die Spannung

$$E = J \cdot Z = J_0 Z \cdot e^{-\frac{R}{2Z}x} = E_0 e^{-\frac{R}{2Z}x}$$

folgt demselben Gesetz, kurz, die Wanderwelle wird gedämpft (Abb. 302), sie behält aber ihre Form.

Das Verhältnis des doppelten Wellenwiderstandes zum Ohmschen Widerstand R je Zentimeter Leitungslänge spielt eine ähnliche Rolle wie bei Ausgleichsvorgängen die Zeitkonstante. Die Wegkonstante

$$\frac{2Z}{R}$$

ist natürlich immer sehr groß. Aber die ihr entsprechende Zeitkonstante

$$T = \frac{2Z}{R \cdot v} = \frac{2L}{R},$$

die für die Abdämpfungszeit der Wanderwelle maßgebend ist, zählt doch nur nach Tausendstel Sekunde. Im normalen Betrieb sind doch ωL und R von gleicher Größenordnung.

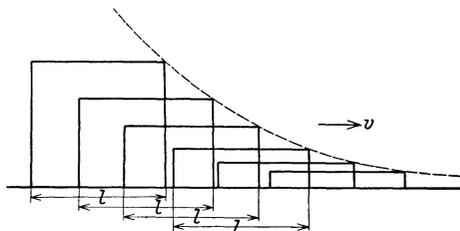


Abb. 302.

Die Wanderwellen sind sehr kurzlebig. Aber in der außerordentlich kurzen Zeit vollbringen sie große Leistungen. Sie sind deshalb immer von hervorragender Bedeutung für die Starkstromtechnik, deren Betriebe bei jedem Schaltvorgang Wanderwellen auslösen.

Einunddreißigste Vorlesung.

Wanderwellen als Schwingungen. Die steile Wellenstirne. Wellenbrechung im Treffpunkt zweier Wellenwiderstände. Isolation der Maschinenwicklungen. Vorteile hoher Betriebsspannungen. Erdableiter. Hörnerableiter. Ölschalter und Abschaltüberspannungen. Abschleifen der Wellenstirne. Drosselspule. Drosselspule und Wanderwellenende. Parallelschaltung der Wellenwiderstände. Überbrückung der Schutzdrosselspule durch einen Ohmschen Widerstand.

Nach der Untersuchung der Grundgesetze der Wanderwellen in der vorangehenden Vorlesung können wir schon deren Wesen ganz befriedigend erfassen. Sie sind Eigenschwingungen schwingungsfähiger Stromkreise mit verteilter Kapazität und Induktivität.

Wie jede Eigenschwingung sind sie erst möglich, wenn ein äußerer Anstoß kommt. Wenn das Erdfeld zusammenbricht, erlischt die Erdfeldspannung, wenn eine unter Spannung stehende Fernleitung irgendwo kurzgeschlossen wird, verschwindet dort die Spannung. Wenn an den Stromkreis eine Spannung angelegt wird, läuft die Wanderwelle in den Stromkreis hinein.

Aber das alles haben wir doch eigentlich schon, ohne Wanderzellen zu kennen, untersucht. Das sind doch alles Ausgleichsvorgänge, deren Gesetze wir schon kennen. Welchen Sinn hat es dann, noch einmal anzufangen und Wanderwellen einzuführen?

Wir haben Eigenschwingungen untersucht, aber für Stromkreise mit konzentrierter Kapazität und Induktivität. Wir haben die verschiedenen Formen der Eigenschwingungen in solchen idealisierten Stromkreisen berechnet. Wir haben uns aber nicht darum gekümmert, daß in Wirklichkeit die Ausbreitung des jeweiligen elektrischen Zustandes über den Stromkreis doch Zeit braucht, weil eben bei der Konzentrierung der Induktivität und der Kapazität keine Entfernungen zu überwinden sind. Wäre die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen Zustände unendlich groß, hätte es keinen Sinn, von Wanderwellen zu sprechen.

Wanderwellen untersuchen wir nicht deshalb, weil sie Eigenschwingungen des Stromkreises bilden. Die lange Reihe der schwächer und schwächer werdenden Eigenschwingungen füllt den Ausgleichsvorgang aus, den wir kennen. Auch die einzelne Schwingung kennen wir schon. Wir dringen tiefer ein. Die Ausbreitung der Schwingung über den Stromkreis, dessen Länge wir endlich auch berücksichtigen, interessiert uns ausschließlich. Die Wanderwelle gibt ihr Bild.

Es ist gewiß sonderbar, daß die größte mögliche Geschwindigkeit, die Lichtgeschwindigkeit, mit der sich die Erscheinungen über den Stromkreis ausbreiten, die Berücksichtigung der Länge unserer Stromkreise überhaupt nötig macht. Da es aber doch, wie wir gesehen haben, so ist, haben wir lange Stromkreise, Fernleitungen, in erster Reihe als Tummelplatz der Wanderwellen vorausgesetzt.

Die Gefahr der Wanderwelle für die elektrische Anlage liegt nicht in ihrer Spannung. Ausgleichsvorgänge, Eigenschwingungen, bringen immer Überspannungen, wie wir gesehen haben. Das Erdfeld löst Eigenschwingungen aus, wenn es niederbricht, in Stromkreisen mit konzentrierter Kapazität und Induktivität ebenso, wie in langgestreckten Stromkreisen mit verteilter Kapazität und Induktivität. Die Gefahr liegt darin, daß in Wirklichkeit nicht der ganze Stromkreis auf einmal die Überspannung bekommt, daß an der Wellenstirne und ebenso am Wellenende knapp nebeneinander liegende Stromkreispunkte die volle Wanderwellenspannung bekommen.

Nirgends zeigt sich das mit so erschreckender Klarheit wie beim Einlaufen einer Wanderwelle in eine Transformator- oder Maschinenwicklung. Nach Abb. 303 steht die erste Windung schon unter der vollen Wanderwellenspannung, die benachbarte zweite Windung weiß noch nichts davon. Von Windung zu Windung wirkt somit die volle Aufschaltspannung.

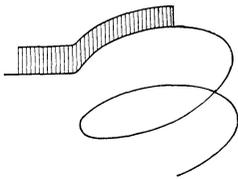


Abb. 303.

Um diese Wellenstirne herum dreht sich praktisch die ganze Sorge der Wanderwellentheorie. An der Wellenstirne zeigt es sich am deutlichsten, welche Bedeutung die räumliche Ausdehnung der Stromkreise erlangt, nachdem die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen Zustände zwar ungeheuer groß, aber doch endlich ist.

Nach all dem erscheint die Theorie der Wanderwellen, nachdem sie zunächst als eine Theorie der Eigenschwingungen in neuer Form aufzutreten schien, doch als ein ganz selbständiger Teil der Theorie elektrischer Erscheinungen. Sie ist der am tiefsten eindringende Teil. Sie kümmert sich nicht mehr um die Vorgänge im großen, sondern zeichnet zeitörtliche Bilder von ungeheurer Vergänglichkeit.

Sie wäre nie entstanden, wenn nicht fortwährende Beschädigungen der Maschinen und vor allem der Transformatoren vorgekommen wären, deren Ursache rätselhaft erschien. Man war auf Überspannungen gefaßt, aber nicht auf gewaltige Spannungen zwischen zwei benachbarten Eingangswindungen.

Mit der Zeit sah man mit dem geschulten Blicke des theoretisch voll ausgebildeten Ingenieurs die unvermeidliche Bewegung der Ladungen auf Fernleitungen. Man fand heraus, daß elektrische Gewitter große Wellen auf den Fernleitungen hin und her treiben. Es war nur ein Schritt zu der Erkenntnis, daß die Brandung an den beiden Ufern, wo gewöhnlich Transformatoren oder Generatoren stehen, Schaden anrichten muß.

Nicht das Hin- und Herlaufen der aufgepeitschten Wellen auf der Fernleitung war mehr wichtig, sondern das Aufprallen am Ende, am Eingang der Wicklung, die Wellenstirne, die örtlichen großen Potentialdifferenzen. Dahin muß die Wanderwellentheorie vordringen, um nützlich zu sein.

In der vorangehenden Vorlesung haben wir nur Wanderwellen mit steiler Stirne, d. h. mit unvermittelt einsetzender voller Spannung am Wellenanfang in Betracht gezogen. Es ist nicht notwendig, daß die Wellenstirne

diese Form hat, sie kann auch eine sanft ansteigende Stirne nach Abb. 304 mitbringen. Aber sie kann ebensogut die ungünstige steile Stirne haben. Man muß mit der ungünstigsten Möglichkeit rechnen.

Am Ende der offenen Fernleitung stellten wir in der vorangehenden Vorlesung das vollständige Zurückwerfen der Welle, mit Verdoppelung ihrer Spannung, fest. Die Erscheinung läßt sich mit der Brandung sehr gut vergleichen. Sie ist nicht nur an das offene Ende der Fernleitung gebunden.

Kommt die Welle aus der Fernleitung, die den Wellenwiderstand Z_1 haben möge, am Anfang einer Maschinen- oder Transformatorwicklung, die mit ihrer verteilten Induktivität und Kapazität ebenfalls einen Wellenwiderstand z. B. Z_2 hat, so gibt es ebenfalls Zurückwerfungserscheinungen.

Der Wellenstrom der Fernleitung hat, wenn die Wanderwellenspannung E_1 ist, die Stärke

$$J_1 = \frac{E_1}{Z_1}$$

Am Wicklungsanfang angelangt kann der Wellenstrom nicht mehr seine Stärke beibehalten, der neue Wellenwiderstand verbietet es. Es kommt zu Stauungen, ähnlich wie am offenen Fernleitungsende, aber hier fließt schließlich doch ein Teil des Wellenstromes J_2 weiter, in die Wicklung hinein, der Rest $J_1 - J_2$ fließt als Wellenstrom der zurückgeworfenen Welle in die Fernleitung zurück (Abb. 305). Der Stauung entsprechend steigt die Wellenspannung am Übergangspunkt auf E_2 Volt.

In die Wicklung hinein schreitet die gebrochene Welle natürlich mit der Spannung E_2 vor und es ist

$$J_2 = \frac{E_2}{Z_2}$$

Die in die Fernleitung zurücklaufende Welle hat die Spannung $E_2 - E_1$ und es ist

$$J_2 - J_1 = \frac{E_2 - E_1}{Z_1}$$

Sofort ergibt sich

$$E_2 = E_1 \cdot \frac{2 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

Wicklungen haben meist sehr hohe Wellenwiderstände. Die Induktivität ist sehr groß, jedenfalls unvergleichlich größer als in der Fernleitung. Deshalb kommt es fast zur Verdoppelung der Wellenspannung, aber die steile Stirne der Welle bleibt erhalten.

Es muß nicht eine vom Erdfeld ausgelöste Wanderwelle sein, die den Wicklungsanfang bedroht. Wenn z. B. der Transformator außer Betrieb ist und nun vor seiner Hochspannungswicklung der Schalter eingelegt wird, dringt die Spannung der Fernleitung in Form einer Einschaltwandlerwelle vor, wird gebrochen, fast verdoppelt und die Einschalteigenschwingung beginnt.

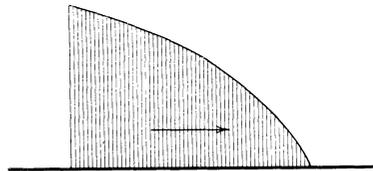


Abb. 304.

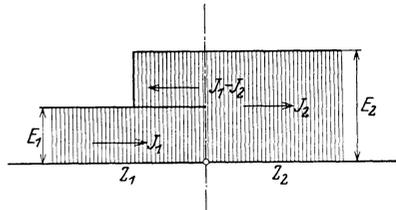


Abb. 305.

Wir haben wieder die alle Einschaltvorgänge kennzeichnende Spannungsverdoppelung vor uns. Nicht sie aber interessiert uns hier. Die mit steiler Stirne in die Wicklung eindringende Einschaltwanderwelle schafft nach Abb. 305 die doppelte Betriebsspannung zwischen der ersten und der zweiten Windung. Das ist die Gefahr.

Nun ist es verständlich, daß in erstklassigen Konstruktionen die Eingangswindungen sehr starke Isolationen gegeneinander erhalten. Ebenso verständlich aber sind die häufigen Durchschläge im Wicklungsanfang. Das Verdienst, sie aufgeklärt zu haben, gebührt der Wanderwellentheorie.

Die Wanderwellen sind die schlimmste Erscheinung, die die Hochspannungstechnik kennt. Es ist keine Kleinigkeit, die Eingangswindungen der Transformatoren für die doppelte Betriebsspannung gegeneinander isolieren zu müssen. Der Wickelraum muß immer gut ausgenützt, die Windungen also nahe aneinander gerückt werden. Wir arbeiten schon mit 220000 Volt.

Jedes Isolationsproblem läßt sich schließlich lösen und wenn es sein müßte, würde man auch mit der doppelten Betriebsspannung zwischen den Eingangswindungen fertig werden. Aber das Schlimme ist, daß wir die Höhe der Spannungswelle eigentlich gar nicht kennen. Nur Einschaltvorgänge drohen mit der doppelten Betriebsspannung. Vom Erdfeld ausgelöste Wanderwellen bringen eine ganz und gar unsichere Spannung und schließlich muß man bei Abschaltvorgängen auch auf unbeherrschbare Spannungen gefaßt sein. Ein Strom J , plötzlich unterbrochen, muß die magnetische Energie des abgeschalteten Stromkreises

$$\frac{L J^2}{2}$$

im elektrischen Feld aufspeichern, verursacht also die Abschaltspannung E

$$\frac{E^2 C}{2} = \frac{L J^2}{2}$$

oder

$$E = J \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Schon auf Freileitungen würde jedem abgeschalteten Ampere die Abschaltspannung von 500 Volt entsprechen, wenn wirklich der Strom scharf abgeschnitten würde. Wicklungen haben noch höhere Abschaltspannungen, weil sie sehr hohe Wellenwiderstände besitzen. Der Ölschalter mildert theoretisch die Gefahr gründlich. Praktisch schaltet er doch nicht immer beim Nulldurchgang des Stroms ab.

Bei solcher Sachlage kommt es gegenüber den Wanderwellen nicht mehr auf die Isolierkunst an. Das Problem steht ernster. Die Theorie muß Mittel und Wege suchen, um aus der unbekanntem Gefahr zunächst eine bekannte zu machen und, einmal so weit, sie zu mildern.

Die Starkstromtechnik hat einen Weg gewählt, der in seiner Einfachheit großartig ist: sie trieb die Betriebsspannung höher und höher, nicht wegen der Schwierigkeiten der Kraftübertragung allein, sondern in klarer Erkenntnis, daß nur auf diese Weise die Gefahren der Wanderwellen beherrschbar werden.

Die Lösung erscheint im ersten Augenblick sonderbar, ja unsinnig. Aber bei näherer Betrachtung entdeckt man eine glänzende Idee, die, einmal gesichert, unersetzlich erscheint. Man findet, daß die Erhöhung der Betriebsspannung wohl der einzige Weg ist.

Die Gefahr der Aufschaltwellen wächst natürlich mit wachsender Betriebsspannung. Aber diese Gefahr kennen wir genau, für sie können wir jederzeit verlässlich isolieren, wenn wir wollen. Die Gefahr der vom Erdfeld herrührenden Wanderwellen wird relativ um so kleiner, je höher die Betriebsspannung ist. Es hat sich gezeigt, daß oberhalb etwa 60000 Volt, die Erdfeldspannungen hinter den Schaltspannungen zurückbleiben. Die Gefahr der Ausschaltspannungen schließlich kann nur durch Verminderung der Betriebsstromstärke verkleinert werden. Das erreicht aber bei gegebener Leistung die Erhöhung der Betriebsspannung.

Eine Anlage für 6000 Volt wird sehr oft vom Gewitter glatt umgeworfen. Transformatoren krachen an allen Ecken und Enden. Da nützen keine Vorschriften, keine besser isolierten Eingangswindungen. Eine Anlage für 220000 Volt ist für Gewitterwanderwellen ziemlich unempfindlich. Sie rechnet mit ganz anderen Betriebsüberspannungen und deren Wellen. Sie arbeitet mit verhältnismäßig kleinen Strömen und fürchtet deshalb auch die Abschaltspannungen nicht mehr.

Man kann leider nicht in jede Ortschaft, die Licht braucht, mit 220000 Volt eindringen, auch nicht mit 110000, ja nicht einmal mit 35000 Volt. Kleine Anlagen, kleine Transformatoren kann man nicht für hohe Spannungen bauen. Ein Transformator für 10 kVA-Leistung würde z. B. bei 35000 Primärspannung nur noch einen Vollastprimärstrom von

$$\frac{10000}{\sqrt{3} \cdot 35000} = 0,165 \text{ Ampere}$$

aufnehmen, der durch den unvermeidlichen Magnetisierungsstrom vielleicht auf 0,17 Ampere erhöht würde. Der entsprechende Wicklungsdraht hätte nur noch etwa 0,3 Millimeter Durchmesser, wenn die Stromdichte auf der üblichen zulässigen Höhe gehalten würde. Die Konstruktion wäre unverhältnismäßig teuer. Dünne Runddrähte kosten sehr viel und verursachen mit ihren, relativ starken isolierenden Hülle sehr viel Wickelraumverlust.

Die hohe Betriebsspannung ist eine glänzende Lösung des Wanderwellenproblems, aber sie ist nicht immer möglich. Deshalb bleibt nichts anderes übrig, als auch noch andere Lösungen zu suchen, die auch für kleine Anlagen und für erzwungene niedrigere Betriebsspannungen verwendbar sind.

Den Gefahren der Erdfeldspannungen kann man entgehen, wenn man jedem Fernleitungsleiter die Möglichkeit gibt, Erdfeldladungen, die über ein gewisses Maß gehen, zur Erde abzuleiten. Diese Aufgabe löst die Erdungsfunkstrecke des Erdableiters.

Schafft man künstlich eine richtig bemessene Luftstrecke zwischen Leiter und Erde nach Abb. 306, so wird sie jedesmal überschlagen, sobald die Spannung gegen Erde eine festgesetzte Höhe überschreitet und der Überschlagsfunke führt die unerwünschte Ladung ab. Es ist klar, daß

die Funkenstrecke immer für eine merklich höhere Spannung eingestellt werden muß, als sie der Leiter im normalen Betrieb erreichen muß.

Der Hörnerableiter nach Abb. 306 hat sich gut bewährt. Der Durchschlag setzt an der engsten Stelle ein, der Funke erwärmt aber schnell die Luft, die ihn an den auseinandergehenden Hörnern hinauftreibt, dabei immer länger macht und schließlich abreißt. Es ist wichtig, daß nicht der Betriebsstrom zur Erde abfließt, denn der Widerstand der Funkenstrecke

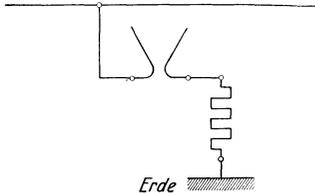


Abb. 306.

fällt nach dem Durchschlag rasch ab und die niedrigere Betriebsspannung würde ihn auch bewältigen, nachdem ihr die Überspannung den Weg erleichtert hat. Zur Sicherheit legt man in die Erdableitungsbahn immer noch Ohmsche Widerstände von der Größenordnung des Wellenwiderstandes der Fernleitung.

Hörnerableiter sind uns unersetzlich geworden, aber ideale Einrichtungen sind sie doch nicht. Sie haben reichlich Zeit, einzu-

greifen, denn an Gewittertagen wird die Fernleitung vom Erdfeld allmählich aufgeladen, das selbst allmählich erstarkt. Die Schwäche der Erdableiter liegt im Abreißen des Entladestromes, das unvermeidlich ist, aber natürlich selbst wieder Abschaltwanderwellen auslöst. Die Erdungswiderstände dämpfen allerdings diese Abschaltwellen wirksam.

Die Abschaltspannungen des Betriebes werden auf der anderen Seite durch Ölschalter doch wirksam bekämpft. Der Ölschalter ist in Hochspannungsanlagen ganz und gar unersetzlich geworden und Luftschalter müssen auch in ganz kleinen Transformatorenstationen als Fehler angesehen werden.

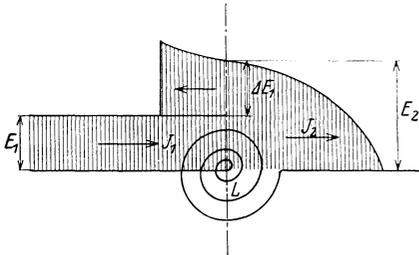


Abb. 307.

Hand in Hand mit der Abschaltung unter Öl geht auch die Verdrängung der Schmelzsicherung

durch den Selbstschalter in Öl. Sicherungen schalten immer ab, wie immer sie gebaut sein mögen. Sie dürfen nicht bei großen Stromstärken unterbrechen. Deshalb gibt es keinen anderen Ausweg.

Noch von einer dritten Seite her muß man den Wanderwellen entgegenarbeiten. Es ist leicht einzusehen, daß eine sanft ansteigende Wellenstirne weitaus geringere Gefahren bringt als die bisher immer vorausgesetzte steile Stirne, denn sie schiebt die Potentialunterschiede örtlich auseinander, sehr benachbarte Punkte des Leiters bekommen dann doch nur Teile der Wanderwellenspannung (Abb. 304).

Die Wellenstirne läßt sich in der Tat wirksam abschleifen. Um dies nachzuweisen, schalten wir nach Abb. 307 zwischen den Fernleiter mit dem Wellenwiderstand Z_1 , auf dem die Wanderwelle mit der Spannung E_1 heranläuft und die bedrohte Wicklung mit dem Wellenwiderstand Z_2 , eine konzentrierte Induktivität L .

Die Welle kommt mit dem Strom

$$J_1 = \frac{E_1}{Z_1}$$

an, kann aber wieder nicht ungestört in die Wicklung hineinfließen. Sie staut sich zum Teil auf. Der erhöhten Gesamtspannung der ankommenden Welle müssen die Spannung der Induktivität und der in die Wicklung einziehenden Welle im Verein das Gleichgewicht halten.

Der Wellenstrom J_2 in der Wicklung kann nur allmählich ansteigen, denn sonst wäre die Selbstinduktionsspannung über alle Maßen groß. Der Wellenstrom J_2 , die Wellenspannung E_2 in der Wicklung und die Spannungserhöhung ΔE_1 am Ende der Fernleitung werden damit Funktionen der Zeit.

Wir fangen die Zeitrechnung mit dem Augenblick an, wenn die Wanderwelle an der Induktivität L ankommt und setzen die Gleichgewichtsgleichung der Spannungen nach Abb. 307 zu:

$$E_1 + \Delta E_1 = L \frac{dJ_2}{dt} + E_2$$

an. Ferner muß immer

$$J_1 - (J_1 - J_2) = J_2$$

sein.

Schließlich ist noch

$$J_2 = \frac{E_2}{Z_2}$$

und

$$J_1 - J_2 = \frac{\Delta E_1}{Z_1}.$$

So ergibt sich die Differentialgleichung

$$\frac{dE_2}{dt} + \frac{Z_1 + Z_2}{L} E_2 = E_1 \cdot \frac{2Z_2}{L},$$

die wir mit

$$E_2 = A (1 - e^{-\alpha t})$$

zu lösen versuchen.

Der Versuch gelingt, wie man sich leicht überzeugen kann, mit

$$\alpha = \frac{Z_1 + Z_2}{L}$$

und

$$A = E_1 \cdot \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

so, daß die Lösung die Form

$$E_2 = E_1 \cdot \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \left(1 - e^{-\frac{Z_1 + Z_2}{L} t} \right) \quad (127)$$

annimmt.

Im ersten Augenblick ist die Wanderwellenspannung in der Wicklung null. Gleichung (127) gibt nämlich für

$$t = 0, \quad E_2 = 0.$$

Allmählich steigt dann E_2 an, und zwar offenbar um so langsamer, je größer

$$\frac{L}{Z_1 + Z_2},$$

je stärker also die Schutzinduktivität ist, um in unabsehbar langer Zeit schließlich die Höhe

$$E_1 \cdot \frac{2 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

zu erreichen, die sie ohne Schutzinduktivität sofort angenommen hätte, wie wir oben gesehen haben.

Dem zeitlichen Ansteigen der Wanderwellenspannung E_2 entspricht natürlich ihre örtliche Spannungsform, denn bei gegebener Fortpflanzungsgeschwindigkeit v ist immer die Entfernung x des Wanderwellenpunktes mit der Spannung E_2 von der Wanderwellenspitze

$$x = v \cdot t.$$

Es gilt also auch die Gleichung

$$E_2 = E_1 \cdot \frac{2 Z_2}{Z_1 + Z_2} \left(1 - e^{-\frac{Z_1 + Z_2}{v \cdot L} \cdot x} \right)$$

für die abgeschliffene Wellenstirne nach Abb. 308.

Von hervorragender Bedeutung für den Wanderwellenschutz ist natürlich der Spannungsanstieg an der Wellenspitze

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{E_2}{x}$$

nach Abb. 308, der sich zu

$$\operatorname{tg} \alpha = E_1 \cdot \frac{2 Z_2}{v \cdot L}$$

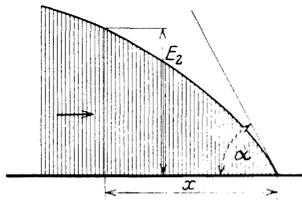


Abb. 308.

berechnen läßt. Er wächst mit dem Wellenwiderstand der zu schützenden Wicklung und fällt mit der Schutzinduktivität.

Wir schalten gerne den von Wanderwellen bedrohten Generatoren und Transformatoren Schutzinduktivitäten in Form von Schutzdrosselspulen vor. Dies hat allerdings nur dann einen Sinn, wenn die Schutzinduktivität nicht zu klein ist. Einige wenige Drahtlocken haben keinen Sinn.

Nach oben hin wird der Größe der Schutzinduktivität nur dadurch eine Grenze gesetzt, daß sie schließlich dem normalen Betriebsstrom auch einen induktiven Widerstand vorlegt. Sie verursacht einen Spannungsabfall, mit dem gerechterweise die geschützte Wicklung belastet werden muß. Die Erfahrung zeigt indessen, daß immer ein befriedigender Mittelweg möglich ist, so daß Drosselspulen immer wirksam eingreifen können.

Der Überspannungsschutz durch Drosselspulen ist weit weniger einfach als er aussieht. Konzentrierte Induktivitäten lassen sich nicht vollständig

verwirklichen. Jede Drosselspule hat auch ihre verteilte Kapazität und hat außerdem als Stromleiter eine gewisse Ausdehnung. Unvermeidlicherweise entstehen auf diese Weise Verwicklungen, deren Darstellung den Rahmen der vorliegenden wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik erheblich überschreiten würde.

Wichtig ist es jedenfalls noch, nachzuweisen, daß auch das Wellenende von der konzentrierten Induktivität abgeschliffen wird. Der Wellenstrom J_2 , der über die Schutzdrosselspule in die Wicklung fließt, erreicht allmählich seine endgültige Stärke, wie es die obige Darstellung zeigt. Man überzeugt sich leicht, daß es sich um eine Erscheinung handelt, die sehr der Einschalterscheinung eines Gleichstromes ähnlich ist. Kommt nun das Wellenende an der Schutzinduktivität an, so droht der Wellenstrom J_2 plötzlich abgerissen zu werden, denn die Welle läuft von da an in die Fernleitung zurück.

In diesem Augenblick erwacht wieder die Schutzinduktivität, die sich der Verkleinerung des Wellenstromes J_2 widersetzt. Ähnlich, wie beim Verlöschen der treibenden Spannung in einem Stromkreise ohne Kapazität der Strom nach einer Exponentialkurve abklingt, wird auch hier der Wellenstrom J_2 langsam abgebaut und mit ihm die Wellenspannung E_2 , so, daß das Wellenende die Form der Abb. 309 erhält.

Die Rechnung bestätigt diese Überlegung. Die Selbstinduktionsspannung

$$-L \frac{dJ_2}{dt}$$

muß nach dem Abziehen der Fernleitungswanderwelle allein der Spannung der in die Wicklung einziehenden Welle das Gleichgewicht halten

$$-L \frac{dJ_2}{dt} = E_2.$$

So ergibt sich der Ansatz

$$L \frac{dJ_2}{dt} + J_2 \cdot Z_2 = 0,$$

dessen Lösung

$$J_2 = J_{20} e^{-\frac{Z_2}{L} t}$$

lautet. J_{20} ist der Wellenstrom im Augenblicke des Einlangens des Wellenendes an der Schutzinduktivität. Die Spannung der in die Wicklung einziehenden Welle wird nach der Gleichung

$$E_2 = E_{20} e^{-\frac{Z_2}{L} t}$$

abgebaut. Natürlich ist

$$E_{20} = J_{20} \cdot Z_2.$$

Günstig wirkt auf einfallende Wellen ein Leitungsstück mit großer Kapazität vor der zu schützenden Wicklung, z. B. ein Kabel, das die Fernleitung mit dem Transformator verbindet. Das zeigt die Gleichung

$$E_2 = E_1 \cdot \frac{2 Z_2}{Z_1 + Z_2},$$

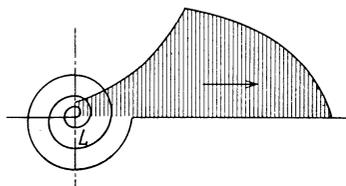


Abb. 309.

die wir für die Wellenbrechung im Treffpunkt zweier Wellenwiderstände oben abgeleitet haben.

Das Kabel hat einen erheblich kleineren Wellenwiderstand Z_2 als die Freileitung. Das Verhältnis

$$\frac{Z_1}{Z_2} = 10$$

ist ganz gut möglich. Ihm würde

$$E_2 = E_1 \cdot \frac{2}{10 + 1}$$

entsprechen, was natürlich eine gewaltige Entlastung bringt.

Transformatoren hinter einer längeren Kabelleitung sind vor den Wanderwellen der Freileitung wirksam geschützt, sie brauchen keine Schutzdrosselspulen mehr. In der Tat bestätigt die Erfahrung dieses theoretisch gewonnene Ergebnis.

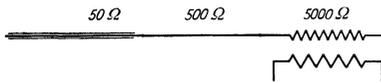


Abb. 310.

Die Reihenschaltung mehrerer Wellenwiderstände verschiedener Größe hat indessen ihre Gefahren, die nicht

unerwähnt bleiben können. Wenn z. B. eine Kabelleitung an eine Freileitung anschließt, die wieder bis zu den Klemmen des Transformators führt, so steigert sich der Wellenwiderstand nach Abb. 310 in zwei Stufen von, sagen wir, 50 Ohm auf 500 und schließlich beispielsweise 5000 Ohm.

Kommt eine Wanderwelle durch die Kabelleitung, so wird sie am Anfang der Freileitung praktisch mit Spannungsverdoppelung gebrochen, läuft mit der doppelten Spannung auf der Freileitung weiter, um an den Transformator клемmen nochmals unter Spannungsverdoppelung gebrochen zu werden. Auf diese Weise muß die Wicklung die vierfache Wellenspannung erhalten.

Man erkennt leicht, daß die Gefahr im ansteigenden Wellenwiderstand des Wanderwellenweges liegt. Das Bild ändert sich sofort, wenn die Freileitung und die Kabelleitung ihre Rollen vertauschen. Die Gefahr wächst ferner mit der Stufenzahl.

Neben der Reihenschaltung von Wellenwiderständen ist die Parallelschaltung erwähnenswert. Die Freileitung mit dem Wellenwiderstand Z kann sich verzweigen. Die Zweigleitungen werden natürlich alle von Wanderwellen betroffen.

Gibt es n Zweigleitungen mit den Wellenwiderständen $Z_1, Z_2, Z_3 \dots Z_n$, so können sie in ihrer Gesamtheit durch eine einzige Leitung mit dem Wellenwiderstand Z'

$$\frac{1}{Z'} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \dots + \frac{1}{Z_n}$$

ersetzt werden. Auf alle Zweige wirkt nämlich dieselbe Knotenpunktspannung und die Summe aller Zweigwellenströme muß der Ersatzleitung mit dem Wellenwiderstand Z' zugemutet werden.

Damit ist nun die Schaltung auf die Reihenschaltung der Wellenwiderstände Z und Z' zurückgeführt.

Ein Drehstromtransformator habe in jeder Phase den Wellenwiderstand Z_2 und werde an eine Freileitung mit dem Wellenwiderstand Z_1 angeschlossen. Bei Sternschaltung liegt der Freileitungswellenwiderstand in Reihe mit einem Phasenwellenwiderstand und die Spannung jeder aus der Fernleitung ankommenden Welle wird, wie wir bereits wissen

$$\frac{2 Z_2}{Z_1 + Z_2} \text{-mal}$$

erhöht.

Im Dreieck geschaltet schließt nach Abb. 311 der Transformator mit zwei Phasenwellenwiderständen an die Freileitung an und der Ersatzwellenwiderstand der Verzweigung ist offenbar

$$Z' = \frac{Z_2}{2}.$$

Diesmal gibt es nur noch eine Spannungserhöhung im Verhältnis

$$\frac{2 \cdot \frac{Z_2}{2}}{Z_1 + \frac{Z_2}{2}}$$

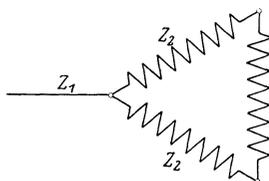


Abb. 311.

Die Dreieckschaltung fängt die Wanderwellen günstiger auf als die Sternschaltung. Allerdings dringen dafür bei der Dreieckschaltung die Wellen von beiden Enden der Phasenwicklung aus ins Wicklungsinnere ein, während die Sternschaltung nur an einem Phasenwicklungsende zugänglich ist. Dazu kommt noch der Umstand, daß der Wellenwiderstand der Wicklungen den Wellenwiderstand der Leitung fast durchwegs sehr stark überwiegt. Die Sternschaltung erscheint dann doch im ganzen als günstiger.

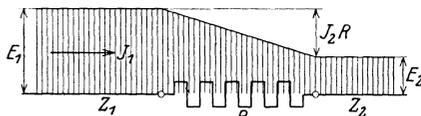


Abb. 312.

Wanderwellen kann man durch Ohmsche Widerstände dämpfen.

Davon war bereits weiter oben die Rede. Es ist aber doch wichtig, festzustellen, daß die Widerstandsdämpfung Feinheiten hat, die man kennen muß. Folgende kleine Untersuchung gibt einen wichtigen Einblick.

Zwischen den Leiter mit dem Wellenwiderstand Z_1 und den Leiter mit dem Wellenwiderstand Z_2 schalten wir nach Abb. 312 den Ohmschen Widerstand R . Kommt nun vom Leiter 1 her die Wanderwelle mit der Spannung E_1 am Widerstand R an, so wird sie gebrochen und der ankommende Wellenstrom

$$J_1 = \frac{E_1}{Z_1}$$

muß zum Teil umkehren. In den Wellenwiderstand Z_2 dringt die Welle mit der Spannung E_2 und der Stromstärke J_2 ein, wobei

$$J_2 = \frac{E_2}{Z_2}$$

ist.

Die Widerstandsspannung $R J_2$ bestimmt im Verein mit der Wellenspannung E_2 wieder die Gesamtspannung der gebrochenen Welle $E_1 + \Delta E$:

$$R J_2 + E_2 = E_1 + \Delta E$$

und es ist noch

$$\Delta E = (J_1 - J_2) Z_1.$$

Sofort ergibt sich

$$E_2 = E_1 \frac{2 Z_2}{Z_1 + R + Z_2}.$$

Der Ohmsche Widerstand dämpft offenkundig die Wellenspannung. Allerdings kommt er insofern schwer zur Geltung, als die Wellenwiderstände Z_1 und Z_2 zusammen gewöhnlich groß sind, er müßte deshalb, um wirksam zu sein, selbst sehr groß werden.

Gegen große Dämpfungswiderstände spricht die Rücksicht auf den Spannungsabfall, den im normalen Betrieb der Belastungsstrom verursachen muß. Er hat natürlich ebenfalls keinen anderen Weg als über den Dämpfungswiderstand.

Nehmen wir beispielsweise die normale Betriebsspannung zu 10000 Volt und den normalen Betriebsstrom zu 50 Ampere an, ferner

$$Z_1 = 500 \text{ Ohm,}$$

$$Z_2 = 2000 \text{ Ohm}$$

und rechnen mit Einschaltwandlerwellen, die fast eine Spannungsverdoppelung bringen, so wird genau

$$E_1 = 10000 \text{ Volt}$$

und ohne Widerstandsämpfung

$$E_2 = 10000 \cdot \frac{2 \cdot 2000}{2000 + 500} = 16000 \text{ Volt.}$$

Ein Dämpfungswiderstand von 1500 Ohm würde wohl die Wellenspannung auf

$$E_2 = 10000 \cdot \frac{2 \cdot 2000}{500 + 1500 + 2000} = 10000 \text{ Volt}$$

herunterdrücken, er müßte aber dafür im normalen Betrieb den riesigen Spannungsabfall von

$$1500 \cdot 50 = 75000 \text{ Volt}$$

verursachen, d. h. einfach jeden Betrieb unmöglich machen.

Man kann allerdings parallel zum Dämpfungswiderstand eine kräftige Induktivität nach Abb. 313 schalten. Damit ändert sich das Bild sofort in durchgreifender Weise. Die Induktivität spielt gegenüber dem normalen Betriebsstrom von 50 Perioden eine ganz andere Rolle als gegenüber dem Wellenstrom, der Tausende von Perioden erreicht. Sie gibt dem Betriebsstrom einen bequemen Weg, so daß er den hohen Ohmschen Widerstand umgehen kann. Andererseits verlegt sie dem Wellenstrom den Weg fast vollkommen und drängt ihn so über den Dämpfungswiderstand.

Die Anordnung einer durch einen hohen Ohmschen Widerstand überbrückten Induktivität gewinnt auf die beschriebene Weise einen besonderen

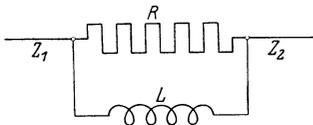


Abb. 313.

Wert für den Überspannungsschutz. Sie ist in der Praxis mit Erfolg angewendet worden. Allerdings hat auch sie noch Schwächen, die ihr den vollen Erfolg versagen.

Man darf übrigens nicht vergessen, daß jede gebrochene und zur Umkehr gezwungene Wanderwelle wieder kommt, daß sie in regelmäßigen Zwischenräumen wiederkommt und solange auf dem Wicklungseingang herumhämmert, bis sie ausschwingt. Jede Schutzinduktivität bringt deshalb insofern eine neue Gefahr, als sie mit einer konzentrierten Kapazität in Reihe kommend, einen schwingungsfähigen Stromkreis noch vor der zu schützenden Wicklung bildet. Der Transformator z. B. zeigt immer zwischen seinen Klemmen eine konzentrierte Kapazität. Nach Abb. 314 entsteht somit tatsächlich ein schwingungsfähiger Eingangsstromkreis.

Die Periodenzahl der aus der Fernleitung kommenden Wanderwelle und die Periodenzahl des Eingangsstromkreises können übereinstimmen. Die Resonanz kann, wie wir bereits wissen, sehr gefährlich werden.

An diesen Verwicklungen, an dem Zusammentreffen der Resonanzgefahr mit den Schwierigkeiten des Abbaues der steilen Wellenstirne ist der gewaltige Widerstand verankert, den das Problem des Überspannungsschutzes praktisch zu überwinden hat. Noch ist eine vollständig befriedigende Lösung nicht gefunden.

Man darf nicht vergessen, daß die Wanderwellentheorie einer der jüngsten Zweige des elektrotechnischen Wissensgebietes ist und außerdem die wertvollen Bestätigungen, die immer nur die Meßergebnisse bringen, entbehren mußte. Der Oszillograph war zu schwerfällig für die Wanderwellenerscheinungen. Es scheint aber, daß der Kathodenoszillograph, der in jüngster Zeit in die Meßtechnik eingeführt werden konnte, die Entwicklung der Wanderwellentheorie außerordentlich fördern wird. Wichtige Lösungen, schwer erwartet, werden nun wahrscheinlich leichter zu erreichen sein.

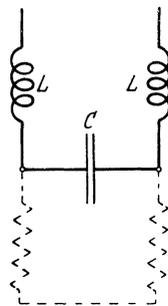


Abb. 314.

Zweiunddreißigste Vorlesung.

Elektromagnetische Wellen. Hochfrequenz. Resonanz in der Hochfrequenztechnik. Senderstromkreis. Antenne. Stehende Wellen. Funkenstrecke. Steuerung. Gedämpfte und ungedämpfte Wellen. Schalloberwellen. Elektrisches Ventil. Erzeugung ungedämpfter Wellen. Hochfrequenzgenerator. Ruhende Periodenumformer. Funkensender.

Die Theorie der Wanderwellen lenkt zum ersten Male die Aufmerksamkeit des Ingenieurs auf die Tatsache, daß sich die elektromagnetischen Erscheinungen letzten Endes doch mit einer endlichen Geschwindigkeit ausbreiten und daß deshalb Entfernungen doch auch in der Elektrotechnik eine Rolle spielen.

Nirgends aber werden für die Elektrotechnik die Entfernungen so wichtig wie beim Problem des Fernmeldens, des Zeichengebens. Der jüngste Zweig der Schwachstromtechnik, die drahtlose Telegraphie und Telephonie,

arbeiten mit Entfernungen, an die sich die Starkstromtechnik wahrscheinlich nie heranwagen wird können.

Wenn wir versuchen, in die Geheimnisse der Nachrichtenübertragung ohne Draht einzudringen, so müssen wir vor allem ein Bild der elektromagnetischen Wellen entwerfen, deren sich die Technik bedient, um auf große Entfernungen hin Zeichen geben zu können.

Maxwell war es, der die erste Theorie der elektromagnetischen Wellen gab und Hertz war es, der die Wellen durch Versuche nachwies. Maxwell gelang es auch, eine elektromagnetische Theorie des Lichtes aufzubauen. Elektromagnetische Wellen, Lichtwellen, Wärmewellen, Röntgenwellen erwiesen sich als wesensgleich, voneinander lediglich durch die Wellenlänge unterscheidbar, vom Menschen in verschiedenen Formen wahrnehmbar.

Für den Elektroingenieur ist die elektromagnetische Welle nur scheinbar eine ganz neue Erscheinung. Der Übergang von der Starkstrom- zur Schwachstromtechnik ist ganz einfach, er führt lediglich über eine Umstellung der Größenverhältnisse, bringt aber immer wieder bereits bekannte Zusammenhänge, Verwicklungen und Gesetze.

Wir denken an irgendeinen frei ausgespannten Leiter, der von einem Wechselstrom durchflossen wird. Die Stromstärke folge dem Sinuszeitgesetz

$$J_t = J_{\max} \sin \omega t,$$

die Spannung gegen Erde dem entsprechenden Zeitgesetz

$$E_t = E_{\max} \sin (\omega t + \varphi).$$

Wir wissen bereits, daß sich um den Leiter ein magnetisches Feld bildet, das in jedem Augenblick der Stromstärke folgt und daß vom Leiter elektrische Kraftlinien ausgehen, deren Dichte jeweils der Augenblicksspannung proportional sind. Die magnetischen Kraftlinien umhüllen den Leiter, die elektrischen laufen von seiner Oberfläche aus zur Erde.

An diesem einfachen Bild, das wir bisher im Zusammenhang nicht weiter beachtet haben, ist manches noch sehr beachtenswert, einiges ungenau. Wir sehen vor allem, daß die elektrischen und die magnetischen Kraftlinien überall in dem den Leiter umgebenden Raume aufeinander senkrecht stehen. Wir sehen, daß notwendigerweise das gesamte elektromagnetische Feld immer schwächer wird, je weiter wir uns vom Leiter entfernen. Wir müssen endlich erkennen, daß die magnetische Energie des Stromes J_t , die bekanntlich in jedem Augenblick dem Quadrat der Stromstärke proportional ist und die elektrische Energie, die ebenfalls je dem Quadrat der Spannung proportional ist, sich über den ganzen den Leiter umgebenden Raum verteilen. Die Energiedichte nimmt natürlich ebenfalls mit der Entfernung vom Leiter ab.

Die Starkstromtechnik kümmert sich nicht weiter um die Durchdringung der ganzen Leiterumgebung mit dem elektromagnetischen Feld. Sie arbeitet mit großen Energiemengen, denen gegenüber die winzigen Energiespuren in erheblichen Entfernungen vom stromdurchflossenen Leiter bedeutungslos sind. Für die Starkstromtechnik sind auch die Felder bedeutungslos, die keine für die Arbeit brauchbaren Spannungen induzieren können und keine Baustoffe zu gefährden imstande sind.

Für die Schwachstromtechnik ist die Tatsache, daß auch in sehr großen Entfernungen noch magnetische und elektrische Kraftlinien eines stromdurchflossenen, unter Spannung stehenden Leiters vorhanden sein müssen, von größter Wichtigkeit. Sie kümmert sich wenig um die Energieübertragung, aber sie braucht nur einen Weg zu finden, der eine brauchbare Verbindung von Ort zu Ort, mit Hilfe der sich frei ausbreitenden Felder schafft, sie braucht nur eine erkennbare, wenn auch noch so schwache Äußerung des weit entfernten Leiters und sie baut daraus die wunderbare Nachrichtenübertragung ohne Draht.

Es ist aber gar nicht so schwer, einen Weg zu finden, der, zunächst wenigstens theoretisch, zum angestrebten Ziele führt. Die Stärke des magnetischen Feldes schwankt nach demselben Zeitgesetz, dem der erregende Strom in dem Leiter folgt, von dem aus das Feld sich nach allen Richtungen verbreitet. Das sich zeitlich ändernde magnetische Feld wird auch in großen Entfernungen, durch irgendeine Leiterschlinge durchtretend, eine Spannung induzieren. Wenn diese Spannung nachweisbar wird, ist das Problem schon gelöst.

Wir versuchen am besten, um halbwegs ein Bild zu bekommen, eine kleine Rechnung. Der erregende Strom im Sendeleiter erreiche die Stärke

$$J_{\max} = 50 \text{ Ampere.}$$

Wäre der Leiter ganz frei im Raume, so würden die

magnetischen Kraftlinien Kreise um ihn bilden, deren Mittelpunkte alle auf seiner Achse liegen würden. Abb. 315 entspricht dieser einfachsten Feldform.

In der Entfernung x (cm) von der Leiterachse müßte die Höchstliniendichte des magnetischen Feldes, Luft als Feldstoff vorausgesetzt

$$\mathfrak{H}_x = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{50}{2\pi x} = \frac{10}{x} \text{ Gauß}$$

erreichen. In 1000 Kilometer Entfernung gäbe das nur

$$\mathfrak{H}_x = 10^{-7} \text{ Gauß.}$$

Mit den Liniendichten der Starkstromtechnik verglichen ist das natürlich eine ungeheuer kleine Liniendichte. Gleichwohl versuchen wir in der gewählten Entfernung eine meßbare induzierte Spannung zu erreichen, stellen deshalb eine Leiterschlinge auf, die eine quadratische Fläche von 100 Quadratmetern umfaßt und dürfen deshalb mit einem induzierenden Kraftfluß von

$$\Phi_x = 10^{-7} \cdot 100 \cdot 10^4 = 10^{-1} \text{ Kraftlinien}$$

rechnen.

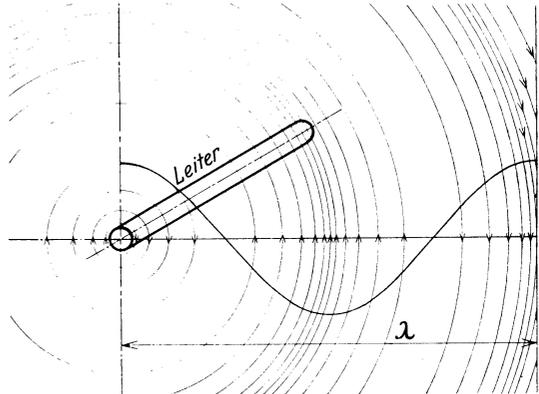


Abb. 315.

So kommen wir zur induzierten Spannung am Empfangsort von

$$E = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f \cdot 10^{-1} \cdot 10^{-8} \text{ effektiven Volt.}$$

Es handelt sich um die Windungsspannung, wie sie schon in der 10. Vorlesung berechnet wurde.

Nur scheinbar ist der gemachte Versuch aussichtslos. Wir haben in der Schwachstromtechnik nicht dieselben Rücksichten zu beachten, wenn wir die Periodenzahl f wählen, wie in der Starkstromtechnik. Mit den 50 Perioden der Starkstromtechnik würden wir allerdings auch keinen brauchbaren Erfolg erzielen. Aber wenn wir, kühn zugreifend, auf eine Million Perioden in der Sekunde hinaufgehen, ändert sich das Bild sofort. Mit

$$f = 10^6 \text{ Sekunden}^{-1}$$

ist.

$$E = 4,44 \cdot 10^{-3} \text{ Volt}$$

und drei Windungen statt einer einzigen gäben immerhin schon ein Hundertstel Volt.

Das ist keine mikroskopische Spannung mehr, obwohl sie natürlich neben den Spannungen der Starkstromtechnik winzig erscheint. Ein Kupferdraht von zwei Quadratmillimeter Querschnitt und der Länge eines Meters hat einen Ohmschen Widerstand, der kleiner als ein Hundertstel Ohm ist. Die erhaltene Spannung könnte über diesen Widerstand schon den für die Schwachstromtechnik sehr starken Strom eines Ampere treiben.

Nun erscheint die Entfernung von 1000 Kilometern für die drahtlose Nachrichtenübertragung gar nicht mehr unheimlich. Auch auf die 10-fache Entfernung können wir uns noch nachweisbare induzierte Spannungen vorstellen. Wir haben eine Art Transformator vor uns, dessen Primärwicklung der Senderleiter, dessen Sekundärwicklung die Empfangsschlinge bildet, einen Transformator mit außerordentlich schwacher magnetischer Doppelverkettung zwar, aber einen für die Zwecke der Nachrichtenübertragung durchaus brauchbaren Transformator.

Wir waren schon beim ersten Versuch genötigt, zu gewaltigen Periodenzahlen aufzusteigen und sind damit ins eigentliche Gebiet der Hochfrequenztechnik eingedrungen. Es ist klar, daß wir, um Erfolg zu haben, bei der hohen Periodenzahl bleiben müssen. Sofort aber müssen wir auch an die Folgen denken. Die hohe Periodenzahl fördert wohl die Zeichenübermittlung, sie türmt aber dafür auf der anderen Seite gewaltige Schwierigkeiten auf.

An der Sendestelle muß es zweifellos einen elektrischen Stromkreis geben, der das elektromagnetische Feld entstehen läßt. An der Empfangsstelle muß die induzierte Spannung ebenfalls in einem Stromkreis verwertet werden. In beiden Stromkreisen schafft nun die hohe Periodenzahl ganz andere Verhältnisse, als sie in Starkstromkreisen üblich sind. Der induktive Widerstand ist bekanntlich der Periodenzahl proportional, der kapazitive nimmt mit ihr ab.

Man muß unwillkürlich an die Möglichkeit denken, daß die hohe Periodenzahl auf der einen Seite das wieder nimmt, was sie auf der anderen Seite

gegeben hat. Es ist deshalb von höchstem Wert, festzustellen, daß man auch bei sehr großen Periodenzahlen den von ihr theoretisch unabhängigen Ohmschen Widerstand doch zur Geltung kommen lassen kann.

Wenn ein Wechselstromkreis neben dem Ohmschen Widerstand R auch noch eine Induktivität L und eine Kapazität C in Reihenschaltung enthält, so ist der Strom, der ihn durchfließt, an die treibende Wechselspannung nach dem Gesetz

$$J = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

gebunden. Er kann sehr erheblich kleiner werden als der Gleichstrom

$$J = \frac{E}{R},$$

der sich um die induktiven und kapazitiven Widerstände nicht kümmert, er kann aber im Grenzfall auch dem Gleichstrom, der nur den Ohmschen Widerstand zu überwinden hat, gleichkommen. Die Bedingung hierfür ist

$$\omega L = \frac{1}{\omega C},$$

oder mit

$$\omega = 2\pi f$$

auch

$$f = \frac{1}{2\pi \sqrt{LC}}.$$

Aus der 25. Vorlesung kennen wir diese günstigste Periodenzahl als Eigenperiodenzahl des Stromkreises und das Zusammentreffen der Eigenperiodenzahl mit der aufgezwingenen Periodenzahl kennen wir als Resonanzfall. Zweifellos muß die Hochfrequenztechnik die Vorteile der Resonanz ausgiebig zu Hilfe nehmen, um die mit großer Mühe erhaltenen Spannungen wirksam verwerten zu können.

Sehr belehrend ist das Bild der Abhängigkeit der Stromstärke von der gegebenen Spannung bei verschiedenen aufgezwingenen Periodenzahlen, wie es die Abb. 316 gibt. Der Resonanzfall zeigt sich darin in seinem günstigsten Lichte.

Wir müssen zum elektromagnetischen Feld zurückkehren, um zunächst noch andere wichtige Tatsachen aufzudecken. Nachdem wir die Möglichkeit sehen, auf sehr große Entfernungen hin das magnetische Feld auszunutzen zu können, wollen wir auch noch untersuchen, ob das elektrische Feld ebenfalls verwertbar ist. Vor allem aber müssen wir die endliche Ausbreitungsgeschwindigkeit der Felder berücksichtigen.

In der Luft und in allen Stoffen, deren magnetische Durchlässigkeit μ und die Nichtleiterkonstante ε gleich eins sind, breiten sich die Felder mit der Lichtgeschwindigkeit

$$v = 3 \cdot 10^{10} \text{ Zentimeter/Sekunde}$$

aus. Erreicht der Strom des Sendeleiters seine Höchststärke, so geht auch

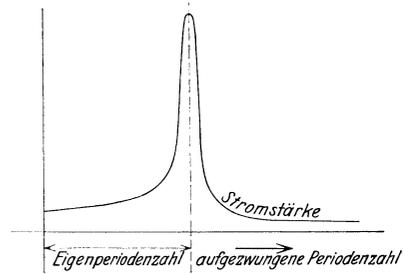


Abb. 316.

sein magnetisches Feld mit der Höchststärke aus. Aber während es mit der Lichtgeschwindigkeit vordringt, fällt der Strom wieder ab, der mit f Perioden schwingt. Er braucht

$$\frac{1}{f} \text{ Sekunden,}$$

um abermals seine Höchststärke bei gleicher Richtung zu erreichen.

Inzwischen ist die höchste magnetische Feldstärke schon

$$v \cdot \frac{1}{f} \text{ Zentimeter}$$

weit vorgedrungen, und zwischen der von ihr erreichten Grenze und dem Sendeleiter muß nach Abb. 315 eine volle Raumperiode des magnetischen Feldes liegen. Das magnetische Feld ändert demnach vom Leiter ausgehend örtlich ebenso seine Stärke und Richtung, wie der es erregende Strom zeitlich. Natürlich nimmt außerdem die Stärke des Feldes mit der Entfernung ebenfalls ab.

Das magnetische Feld des im Sendeleiter nach dem Sinusgesetz zeitlich schwingenden Wechselstroms breitet sich nach allen Richtungen mit Lichtgeschwindigkeit aus, in fortschreitenden Wellen, entsprechend der örtlich nach dem Sinusgesetz verteilten Liniendichte. Der Einfluß der wachsenden Entfernung äußert sich dabei in der allmählichen Abnahme der Wellenhöhe. Die Entfernung dämpft sozusagen die fortschreitenden Wellen.

Für die Empfangswindung, wie sie oben angenommen wurde, ist das fortschreitende magnetische Feld ein ruhendes, nach dem Sinusgesetz zeitlich schwingendes Feld. Das oben entworfene Bild ist soweit richtig.

Genau das gleiche Bild erhalten wir, wenn wir die Ausbreitung des elektrischen Feldes verfolgen. Seine Stärke folgt örtlich dem Zeitgesetz der erregenden Spannung, außerdem natürlich noch dem Einfluß der Entfernung. So ergibt sich nach der oben durchgeführten Rechnung für die festgestellten elektromagnetischen Wellen die Wellenlänge

$$\lambda = \frac{v}{f} \text{ Zentimeter.}$$

Die Wellenlänge ist die Entfernung zweier Punkte höchster Liniendichte nach Abb. 315. Sie beträgt bei

$$f = 10^6 \text{ Sekunden}^{-1}$$

offenbar

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^{10}}{10^6} = 10000 \text{ Zentimeter} = 100 \text{ Meter.}$$

Wenn nun auf 100 Meter Entfernung die Höchststärke des elektrischen Feldes, von der Schwächung durch wachsende Entfernung vom Sendeleiter abgesehen, wiederkehrt, so muß auf 50 Meter Entfernung der größte Unterschied auftreten. Dies gilt natürlich auch für das magnetische Feld, und nun wird es klar, daß die Bemessung der Empfangsschlinge nicht ohne Einfluß auf den Erfolg sein kann.

Die elektrischen Kraftlinien stellen wir uns am Empfangsort nach Abb. 317 vor. Die Feldstärke ändert sich örtlich dem Zeitgesetz der Sendespannung entsprechend. Legen wir nun nach Abb. 317 in das elektrische Feld einen ausgestreckten Leiter von der Länge l (cm), der mit den Kraftlinien den Winkel α einschließt, so wird in ihm die Spannung

$$E = \mathcal{E} l \cos \alpha$$

entstehen, wenn \mathcal{E} in Volt je Zentimeter die mittlere elektrische Feldstärke an gibt.

Wir sind zu einer zweiten Möglichkeit gekommen, die elektromagnetischen Wellen zum Zeichnengeben auszunützen. Ohne aber dieser Möglichkeit weiter nachzugehen, wollen wir jetzt versuchen, den Sendeleiter zu verwirklichen und so die Frage zu lösen, wie man am besten zur Erregung elektromagnetischer Wellen kommt.

Wir versuchen es zunächst mit zwei zur Erdoberfläche parallelen Leitern, wie sie in der Starkstromtechnik eine einfache Wechselstromfreileitung bilden, bringen sie auf Spannung und schließen sie dann plötzlich an dem einen Ende kurz.

Vom Kurzschlußpunkt aus läuft in jeden der beiden Leiter eine Entladewanderwelle nach Abb. 318. Die Wanderwelle gelangt an das offene Leiterende, wird dort unter Spannungsverdoppelung zurückgeworfen, eilt in den Leiter zurück, überschreitet den Kurzschlußpunkt, wird am Ende des zweiten Leiters nochmals zurückgeworfen und schwingt so zwischen den beiden offenen Enden des Leiterpaares hin und her. Es gibt natürlich zwei Wanderwellen im Leiterpaar.

Um nur mit einem Leiter rechnen zu können, verwerten wir die bekannte Tatsache, daß ein Leiter und eine zu seiner Achse parallele leitende Ebene das Leiterpaar ersetzen können, wenn die gewählte Ebene eine Symmetrieebene der ursprünglichen Anordnung ist. Der übrigbleibende Leiter spiegelt sich in der leitenden Ebene. So kommen wir zur einfachen Anordnung nach Abb. 297.

Die Entladewelle nach dem plötzlichen Kurzschluß hat Rechteckform. Die Entladung geht in Schwingungen vor sich, deren Periodenzahl nach der Feststellung der 30. Vorlesung

$$f = \frac{v}{4l} \text{ Sekunden}^{-1}$$

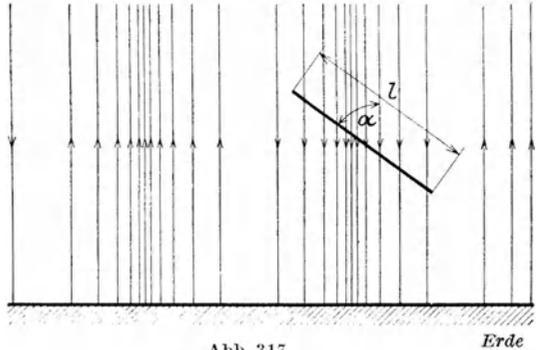


Abb. 317.

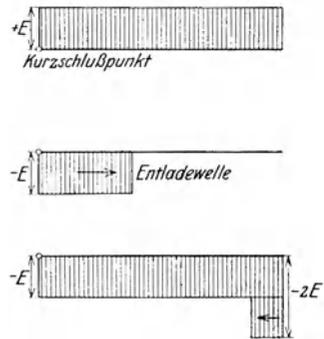


Abb. 318.

beträgt, wenn der Leiter l Zentimeter Länge hat. Es handelt sich eben um eine Wanderwelle auf einer Fernleitung, die an dem einen Ende offen, an dem anderen kurzgeschlossen ist.

Abb. 319 zeigt verschiedene Augenblicksbilder der Entladewanderwelle. Am Kurzschlußpunkt wird nach der Untersuchung der 30. Vorlesung der Wellenstrom verdoppelt und die Spannung kehrt um, am offenen Leiterende wird die Spannung verdoppelt und der Strom kehrt um.

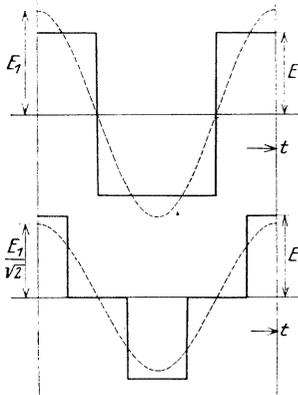


Abb. 319.

Am offenen Leiterende ändert sich, wie man leicht findet, die Wellenspannung zeitlich nach der oberen Rechteckskurve der Abb. 319, am Leiterende ist er dauernd null. Umgekehrt ist die Wellenspannung im Kurzschlußpunkt dauernd null und am offenen Leiterende schwingt sie zeitlich nach der gleichen Rechteckskurve wie der Strom im Kurzschlußpunkt.

In der Leitermitte bekommen wir eine zeitliche Spannungsänderung nach der unteren Kurve der Abb. 319, die neben das Zeitbild der Spannung am Leiterende gestellt, deutlich zeigt, wie jeder Punkt des Leiters zeitlich anders sich ändernde Spannungen und Ströme bekommt.

Wenn wir nur die Grundwellen der Punktspannungen in Betracht ziehen, so finden wir leicht, daß die Stufenkurve der Spannung im Leitermittelpunkt aus zwei Rechteckskurven von der Form, wie sie für die Spannung am offenen Leiterende gilt, jedoch vom halben Höchstwert besteht,

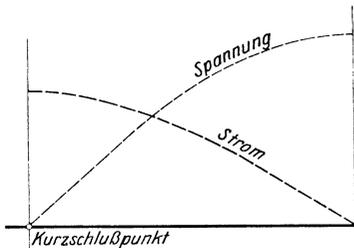


Abb. 320.

die gegeneinander um eine Achtel-Periode phasenverschoben sind. Die Grundwelle der Spannung, am offenen Leiterende zu E_1 Volt Höchstwert angenommen, gibt eine Grundwelle der Spannung in der Leitermitte von

$$2 \cdot \frac{E}{2} \cdot \cos \frac{360}{8} = E_1 \cos 45.$$

So kommt man leicht zu dem vereinfachten Bild der Abb. 320, in der der Höchstwert der Leiterspannung örtlich sinusförmig verteilt ist und zeitlich mit

diesem Höchstwert nach der oben berechneten Periodenzahl schwingt. In der Abb. 320 ist auch die entsprechende Stromwelle eingezeichnet.

Der Begriff einer stehenden Welle bereitet nun keine Schwierigkeiten mehr. Man sieht, daß eine stehende Welle örtlich die Punkte festhält, in denen ihre Spannung durch null geht, die sog. Knotenpunkte also, und daß sie ebenfalls örtlich den Punkt unverändert läßt, in dem sie ihren Spannungshöchstwert erreicht. Sie ist in idealer Form örtlich sinusförmig über die Leiterlänge verteilt und schwingt zeitlich mit einer der Leiterlänge entsprechenden Periodenzahl. Die örtliche und die zeitliche

Wellenlänge ergibt sich übereinstimmend für unseren Leiter der vierfachen Leiterlänge entsprechend.

Die Entladeschwingung des betrachteten Leiters läßt sich offenbar für die Zwecke der drahtlosen Nachrichtenübermittlung ausnützen. Die Periodenzahl der Spannung und des Stromes ist genügend groß. Ein Leiter von 50 Meter Länge z. B. gibt Schwingungen von

$$\frac{3 \cdot 10^{10}}{4 \cdot 50 \cdot 10^2} = 1,5 \cdot 10^6 \text{ Perioden.}$$

Die Urform des Sendeleiters oder, wie wir sagen, der Antenne war ein einfacher frei ausgespannter Leiter. Er wurde allerdings nicht parallel zur Erdoberfläche gelegt, sondern nach Abb. 321 senkrecht aufgestellt, damit er alle Richtungen gleichwertig macht.

Die einfache stehende Antenne bringt etwas geänderte Verhältnisse. Die Erdkapazität ist für die Längeneinheit der Antenne nicht mehr unveränderlich wie beim Leiter, der zur Erde parallel liegt. Die Wanderwellenform des Entladevorganges ist nicht mehr rechteckig. Am Wesen der Entladeschwingung ändert allerdings die Marc oni-Antenne nichts.

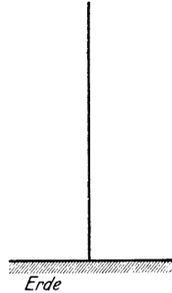


Abb. 321.

Der Ohmsche Widerstand der Antenne dämpft die Schwingung, wie es jeder Ohmsche Widerstand tut. Sie klingt deshalb in kurzer Zeit aus. Für die drahtlose Nachrichtenübertragung ist es deshalb von größter Wichtigkeit, Einrichtungen zu schaffen, die, ganz nach Bedarf, die Schwingungen wiederholen, damit elektromagnetische Wellen immer zur Verfügung sind.

Die Antenne bildet mit der Erde einen offenen Schwingungskreis, in dem die Kapazität und die Induktivität verteilt auftreten. Der Strom des Kreises, der aus der Erde in die Antenne fließt, schließt sich als Verschiebungsstrom durch die Luft von der Antennenoberfläche zur Erde zurück. Diesen Stromkreis unterbrechen wir durch eine Funkenstrecke nach Abb. 322.

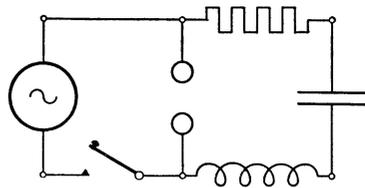


Abb. 322.

Wenn wir nun parallel zur Funkenstrecke nach Abb. 322 eine Stromquelle, etwa eine Wechselstrommaschine, legen und sie mit Hilfe eines Schalters anschließen, so wird die Antenne zunächst aufgeladen. Es ist klar, daß die Ladespannung des Niederfrequenzgenerators für den Hochfrequenzkreis so gut wie eine Gleichspannung ist, weil sie sich relativ nur langsam ändert. Wird nun die Spannung der Antenne gegen Erde genügend hoch, so schlägt sie die Funkenstrecke durch und die Entladeschwingung beginnt.

Die Funkenstrecke ist eine ganz merkwürdige Einrichtung. Sie setzt zunächst der Spannung einen großen Widerstand entgegen. Aber einmal durchschlagen, ist sie praktisch so gut wie nicht vorhanden. Die einmal ionisierte Luft ist leitend geworden und der Antennenstromkreis kann ausschlagen. Erst wenn der Entladestrom durch die unvermeidliche Dämpfung sehr klein geworden ist, verschwindet die Ionisierung wieder, die

Funkenstrecke unterbricht den Schwingungskreis, die Antenne wird von neuem wieder geladen und der ganze Vorgang wiederholt sich in regelmäßigen Zeitabständen. Die Funkenstrecke ist eine Art Selbstschalter.

Die beliebige verlängerbare Reihe von Entladeschwingungen löst eine entsprechende Reihe von abklingenden elektromagnetischen Wellen aus. Sie kann am Empfangsort beobachtet werden. Damit ist allerdings noch wenig gewonnen. Man weiß dann wohl, daß am Sendeort die Wellenfolge erzeugt wird, man weiß aber am Empfangsort weder, wo der Sendeort liegt, noch was er will.

Erst wenn die Wellen, die von der Antenne ausstrahlen, gesteuert werden, erst wenn die Stromquelle mit Hilfe des Tasterschalters T der Abb. 322 in verabredeten Zwischenräumen angeschaltet wird, entstehen verständliche Zeichen, die in der Telegraphie aus Punkten und Strichen bestehen. Die Steuerung ist also das Verständigungsmittel.

Für die Verständigung ist die Form der vermittelnden elektromagnetischen Wellen zunächst ohne Bedeutung. Erst das Aussetzen der Wellensendung in Zeitabständen, die der Empfänger wahrnehmen kann, schafft Zeichen. Deshalb ist auch die Art der Wellendämpfung unwichtig, solange die einzelnen Entladevorgänge so dicht aufeinander folgen, daß das Öffnen des Tasterschalters deutlich bemerkbar wird. Idealer wäre allerdings eine ungedämpfte Schwingung des Antennenstromkreises.

Die Hochfrequenztechnik ist in der Tat frühzeitig von den gedämpften Wellenreihen zu ungedämpften Wellen übergegangen, die natürlich nur von ungedämpften Schwingungsvorgängen im Antennenstromkreis ausgehen können. Die Empfangsstelle kann dann Wechselfspannungen gleichbleibender Höchststärke wahrnehmen, die nur dann aussetzen, wenn es der Geber haben will, wenn er also ein Zeichen geben will.

Die ungedämpften Wellen geben eine reinere Zeichenübertragung als die gedämpften Wellen. Aber ihr wahrer Vorzug zeigt sich erst bei der großen Verfeinerung des Zeichengebens, die im drahtlosen Fernsprecher verkörpert wird. Die Übermittlung der Töne, des gesprochenen Wortes, eines der größten Wunder der Technik, ist mit ungedämpften Wellen nicht gut möglich.

Es ist ein gewaltiger Abstand, der die drahtlose Telephonie von der drahtlosen Telegraphie trennt. Nicht im Wesen der beiden Vorgänge darf der Unterschied gesucht werden. Aber das Ziel der Telephonie ist viel, viel höher gesteckt. Die Telegraphie strebt nur wahrnehmbare Zeichen an. Die Geschwindigkeit, in der sich ihre Zeichen folgen, ist von wirtschaftlicher, aber nicht von grundsätzlicher Bedeutung. Die Stärke und die Klarheit der Zeichen muß nur einen gewissen Grad erreichen, darüber hinaus ist sie belanglos.

Die drahtlose Telephonie muß die Schwingungen der Schallwellen am Sendeort elektrisch aufzeichnen, die feine Zeichnung mit Hilfe der Wellen weitergeben und am Empfangsort wieder in Schallwellen umsetzen. Zwischen dem rohen Niederdrücken eines Tasterschalters und dem Schallwellenbild mit seinen Schwingungen und Oberschwingungen liegt eine ganze Welt. Der Empfänger will diese Schwingungen nicht nur wahrnehmen, er will keine Oberschwingung vermissen, er will klar hören. Vor allem aber will

er nicht falsches hören, nicht durch Töne gestört werden, die in Wirklichkeit nur elektrischen Ursprunges sind.

Es ist bekannt, wie Schallwellen in elektrische Wellen umgewandelt werden können. Das Mikrophon ist eigentlich nichts anderes als ein Ohmscher Widerstand, der sich den Erschütterungen der Schallwellen folgend ändert. Seine Membran schwingt jeweils dem aufzuzeichnenden Ton entsprechend. Fließt demnach durch das Mikrophon ein elektrischer Strom regelmäßiger Gestalt, z. B. ein Gleichstrom, so bleibt die Stromstärke unverändert, solange die Mikrophonmembran ruht. Sobald aber eine Schallwelle die Membran trifft, muß der Gleichstrom in jedem Augenblick seine Stärke der Membranstellung entsprechend anpassen, er bekommt sozusagen Oberwellen, die genau den Schallwellen entsprechen.

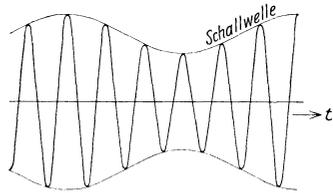


Abb. 323.

Ein Antennenstromkreis kann nicht unter Gleichstrom stehen, weil er induzieren muß. Aber vom Wechselstrom ungedämpfter gleichmäßiger Form durchflossen, wird er ebenfalls die Schallwellen als Oberwellen verzeichnen, wenn das Mikrophon in seiner Bahn liegt.

Diese Schalloberwellen des Antennenstromes sind merkwürdige Oberwellen, denn sie haben eine weit geringere Periodenzahl als die ungesteuerten Grundwellen (Abb. 323). Der Antennenstromkreis ist nach dem Einschalten des Mikrophons zu einem Stromkreis mit veränderlichem Ohmschen Widerstand umgestaltet worden. Wie wichtig es für ihn ist, daß er mit der Eigenperiodenzahl schwingt, ist klar. Sobald infolge der eingestellten Resonanz nur der Ohmsche Widerstand zum Ausdruck kommt, müssen die Schallwellen klar in die Wellenform eingehen.

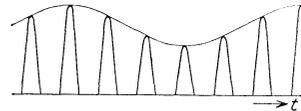


Abb. 324.

Die Reinheit der Tonübertragung hängt wesentlich davon ab, daß die rein elektrischen Vorgänge nicht auch ihrerseits ähnliche Einflüsse erlangen wie die Schallwellen. Dabei sind allerdings wirkliche Oberwellen der tragenden Schwingungen ungefährlich. Die Hörgrenze liegt bei etwa 20000 Schwingungen in der Sekunde. Die Sendestromschwingungen sind verlässlich unhörbar, noch mehr natürlich ihre etwaigen Oberwellen.

Am Empfangsort stellt die Tonübertragung erst die wirklichen Probleme. Die Telegraphie begnügt sich mit dem Nachweis des Zeichens. Die Telephonie will die den Sendewellen aufgeladenen Schallwellen in elektrischer Form rein herauschälen, um sie nachher im Empfangsmikrophon hören lassen zu können.

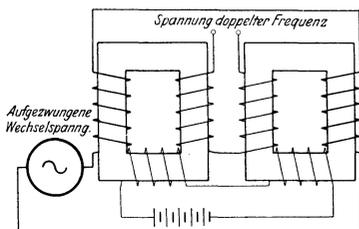
Man kann in der Tat durch Verwendung eines elektrischen Ventils, eines Leiters also, der den Strom nur in einer Richtung durchläßt, aus dem Wechselstrom mit überlagerten elektrischen Schallwellen einen Gleichstrom mit unveränderten Schalloberwellen nach Abb. 324 erzeugen. Von

den merkwürdigen elektrischen Ventilen soll in der Folge noch die Rede sein. Vorläufig genügt die Tatsache, daß es solche Einrichtungen gibt.

Mit dem grob gezeichneten Bild der Telegraphie und Telephonie ohne Draht wollen wir uns vorläufig begnügen, um wieder auf die ungedämpften Wellen zurückzukommen. Den Unterschied der beiden Wellenarten haben wir voll aufgedeckt, die Vorzüge der ungedämpften Wellen sind unverkennbar.

Aber der Übergang von gedämpften zu ungedämpften Wellen führt andererseits zu neuen Problemen, deren Lösung nicht einfach war. Die Erzeugung gedämpfter Wellenreihen ist unvergleichlich einfacher als die Erzeugung regelmäßiger ungedämpfter Wellen. Die Schwierigkeit liegt in der notwendigen hohen Frequenz.

Gedämpfte Schwingungen brauchen lediglich immer wieder ausgelöst zu werden, sie erreichen ihre hohe Periodenzahl als Eigenschwingungen



eines passend schwingungsfähig gemachten Stromkreises von selbst. Ungedämpfte Schwingungen müssen dem Schwingungskreis aufgezwungen werden, denn nur der Zwang, die fortwährende Energiezufuhr, verhindert die Dämpfung. Daß dabei die Resonanzperiodenzahl am vorteilhaftesten erscheint, ändert nichts an der Tatsache, daß Wechselstromerzeuger sehr hoher Periodenzahl notwendig werden.

Wechselstromerzeuger kennen wir. Als Synchronmaschinen bestimmen sie die Periodenzahl des erzeugten Stromes bzw. der erzeugten Spannung mit ihrer Polzahl und mit ihrer Umdrehungszahl. Es ist immer

$$f = \frac{p \cdot n}{120}$$

In der Starkstromtechnik ist die Periodenzahl gegeben und die Polzahl muß der verlangten Umdrehungszahl angepaßt werden. In der Hochfrequenztechnik soll die Periodenzahl möglichst hoch getrieben werden, weshalb das Problem umgestellt erscheint. Man muß offenbar trachten, sowohl die Polzahl, als auch die Umdrehungszahl möglichst hoch zu wählen.

Es gibt im Maschinenbau riesige Umdrehungszahlen, die allerdings keine allzu großen Durchmesser erlauben. Die Fliehkraft setzt die Grenze. Aber man kann mit kleinen Maschinen wohl 20000 Umdrehungen erreichen. Man kann auch die Polzahl stark hinauftreiben. Dies alles genügt noch nicht. Mit 240 Polen und 20000 Umdrehungen in der Minute hätte man immer erst 40000 Perioden in der Sekunde.

Periodenumformer müssen eingreifen, wenn auf diese Weise wirklich hohe Frequenzen erreicht werden sollen. Die Schwierigkeiten sind größer als man glaubt. Das Eisen stört bei hohen Periodenzahlen außerordentlich. Wenn man schon bei 50 Perioden Eisenbleche von 0,5 Millimeter Stärke verwenden muß, findet man leicht, daß bei weit höheren Periodenzahlen der Hochfrequenztechnik solche Bleche noch immer fast einen massiven Eisenkern bilden.

Ruhende Periodenumformer kann man bauen, kann aber dabei ebenfalls nicht dem störenden Eisen ausweichen. Der Joly-Umformer verwendet nach Abb. 325 zwei Eisenkerne, die vor allem mit Gleichstrom so weit erregt werden, daß sie stark gesättigt sind. Jeder der beiden Eisenkerne trägt außerdem eine primäre und eine sekundäre Wicklung, so daß er zum Wechselstromtransformator wird.

Die Primärwicklungen der beiden Transformatoren erhalten in Reihenschaltung den umzuformenden Wechselstrom aufgedrückt, der als gemeinsamer Magnetisierungsstrom die beiden Eisenkerne in entgegengesetzter Richtung erregt.

Das hochgesättigte Eisen läßt offenbar den Kraftfluß nur in einer Richtung durch, wirkt also als magnetisches Ventil. Jeder der beiden Kraftflüsse induziert nach Abb. 326 nur in jeder zweiten Halbperiode eine Spannung sekundär. In Reihenschaltung geben die um 180° gegeneinander phasenverschobenen Sekundärspannungen dann eine neue Wechselspannung von doppelter Periodenzahl.

Die Schwierigkeiten, die sich bei der maschinellen Erzeugung von Wechselströmen sehr hoher Periodenzahl ergeben mußten, machen es verständlich, daß doch bald neue Wege gesucht wurden. Schon im Jahre 1900 wurde von W. Duddell der sog. Lichtbogensender erforscht, der später von V. Poulsen brauchbar gemacht wurde.

Duddell versuchte nach der Schaltung der Abb. 328 die Schwingungen im Antennenstromkreis beständig zu machen, wobei die eigentümlichen Eigenschaften des Lichtbogens geschickt ausgenutzt werden sollten.

Wie bereits erwähnt, folgt der Lichtbogenstrom der Lichtbogen­spannung nicht nach dem Ohmschen Gesetz, sondern etwa nach der Kennlinie der Abb. 327. Nach

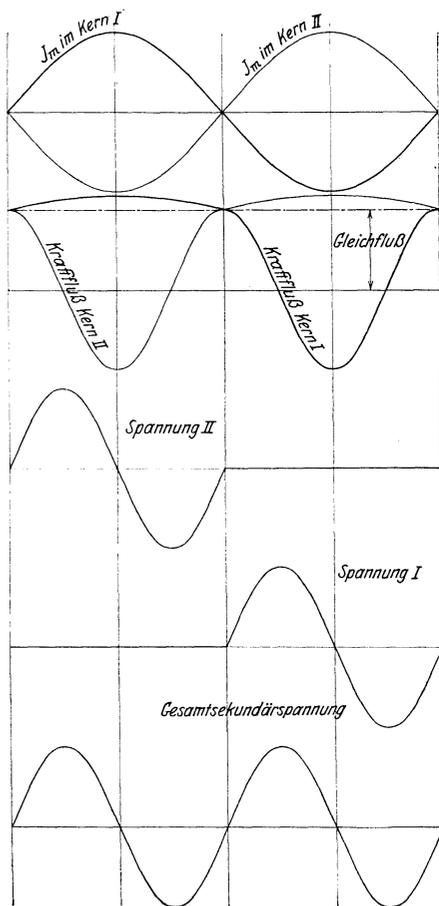


Abb. 326.

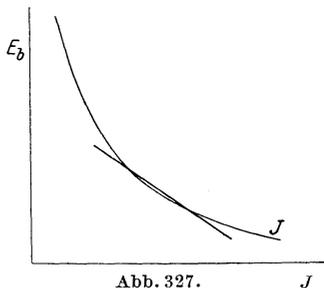


Abb. 327.

dem Vorgang von L. B. Turner ersetzen wir die Kennlinie mathematisch durch eine Gerade, schreiben also

$$E_b = A + \frac{B}{J_b},$$

wobei A und B zwei Konstanten, E_b , die Lichtbogenspannung, J_b , der Lichtbogenstrom ist.

Für den Schwingungskreis ergibt sich demnach die Differentialgleichung

$$L \frac{dJ}{dt} + R \cdot J + \int \frac{J dt}{C} = A + \frac{B}{J_b} = A + \frac{B}{J_s - J},$$

wobei J_s der Speisestrom der Batterie ist.

Durch Differenzieren erhält man

$$L \frac{d^2 J}{dt^2} + R \frac{dJ}{dt} + \frac{J}{C} = \frac{B \frac{dJ}{dt}}{(J_s - J)^2}$$

oder auch

$$L \frac{d^2 J}{dt^2} + \left[R - \frac{B}{(J_s - J)^2} \right] \cdot \frac{dJ}{dt} + \frac{J}{C} = 0.$$

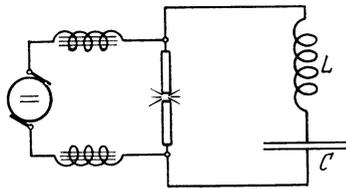


Abb. 328.

Wenn man in der zuletzt erhaltenen Gleichung J gegenüber J_s klein ist, so daß

$$\frac{B}{(J_s - J)^2} = R_0$$

einen nahezu unveränderlichen Ohmschen Widerstand darstellt, wird die Dämpfung des erzielten, mit der ungefähren Periodenzahl

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

schwingenden Stromes J durch die Dämpfungskonstante

$$\frac{R - R_0}{2L},$$

gegeben sein. Ihr entsprechend wird sein Höchstwert nach den Untersuchungen der 25. Vorlesung dem Exponentialgesetz

$$e^{-\frac{R-R_0}{2L}t}$$

folgend abnehmen.

Für

$$R = R_0$$

entfällt dann offenbar jede Dämpfung und das angestrebte Ziel wäre erreicht.

Die vorangehende Rechnung deutet nur in groben Zügen das Wesen des Lichtbogensenders an. Sie läßt erkennen, daß der Schwerpunkt der Erscheinung im Lichtbogen selbst liegt. Die physikalischen Eigenschaften des Lichtbogens, insbesondere wenn es sich um hohe Periodenzahlen handelt, sind sehr verwickelt und kaum noch hinreichend erforscht.

Die Verbesserungen, die von Poulsen durchgeführt wurden, drehen sich selbstverständlich alle um den Lichtbogen. Poulsen läßt vor allem den Lichtbogen in einem besonders hergerichteten Behälter brennen, der

mit Wasserstoff, Steinkohlengas oder Alkohol gefüllt ist und sich gut kühlen läßt. Er kühlt auch den Stromzuführungsleiter ausgiebig. Ferner wirkt er auf den Lichtbogen mit einem kräftigen magnetischen Feld. Zwischen dem Lichtbogenstrom und dem magnetischen Fluß entstehen dann mechanische Kräfte, die den Lichtbogen von den Stromzuführungsstellen wegziehen, wenn die magnetischen Kraftlinien auf der Lichtbogenbahn senkrecht stehen (Blas magnet).

Man kann sich des Eindruckes nicht erwehren, daß hier noch alles in voller Entwicklung begriffen ist und daß feste Formen den erreichten Lösungen noch fehlen. Es ist ein wesentlich anderes Bild als in der Starkstromtechnik, die auf sehr fester Grundlage steht und reife Lösungen ihr Eigen nennen kann.

Die Hochfrequenztechnik ist der jüngste Zweig der Elektrotechnik und kann deshalb noch nicht fertig dastehen. Vielfach überstürzen sich die Lösungen, und neue Wege werden immer wieder eingeschlagen. Der Poulsensche Lichtbogensender ist wohl noch nicht fertig und doch scheint er später aufgetauchten Erzeugern hochfrequenter Ströme unterliegen zu müssen.

Deshalb ist es wohl gerechtfertigt, wenn wir uns mit der einfachen Beschreibung des Wesens des Lichtbogensenders begnügen. Es ist wichtig, das Bild der drahtlosen Nachrichtenübertragung nicht zu überladen, um so mehr als es im Rahmen der wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik doch nur das eigentliche Wesen dieses Zweiges der Schwachstromtechnik erfassen kann und darf.

Dreiunddreißigste Vorlesung.

Elektronenröhre. Elektronenstrahlungsgesetz. Elektroden. Anode, Kathode. Dritte Elektrode. Elektronenröhre als Erzeuger ungedämpfter Schwingungen. Koppelung. Elektronenröhre als Schwingungsverstärker. Elektronenröhre als Gleichrichter. Drahtlose Bildübertragung.

Zwischen den ungedämpften und den gedämpften Schwingungen des Sendestromkreises steht eigentlich nur die Frage des Energieverbrauches. Jede Schwingung wird von dem unvermeidlichen Ohmschen Widerstand gehemmt, der die hin- und herwogende Energie allmählich als Stromwärme verbraucht.

Eine Hochfrequenzmaschine, wenn sie für die erforderliche Periodenzahl gebaut werden könnte, hätte lediglich die Aufgabe, den Energieverbrauch der Schwingungen des Sendestromkreises zu decken. Sie soll ihre Periodenzahl gar nicht durchzudrücken versuchen, sie paßt sich vielmehr der Eigenperiodenzahl des Stromkreises an. Sie überwacht einfach den Stromkreis, ersetzt ihm in jeder Periode den Energieverlust, nährt fortlaufend die Schwingung, übernimmt, wenn man will, die Stromwärme, so daß die Schwingung unbeschädigt dauernd bestehen kann, daß sie, mit anderen Worten ungedämpft bleibt.

Das reizvolle physikalische Bild der genau nach Perioden eingeteilten, genau abgemessenen dauernden Energiezugabe zeigt sofort, daß die Lösung

an keine Maschine im Sinne der Starkstromtechnik gebunden ist. Irgendein Erzeuger elektrischer Energie, der sich genau steuern läßt, genügt. In der vorangehenden Vorlesung konnten wir den Lichtbogensender als Ersatz einer Wechselstrommaschine beschreiben. Seine Energiequelle braucht keine Maschine zu sein.

Wir wollen uns einer anderen Möglichkeit zuwenden, die für die Hochfrequenztechnik von ganz hervorragender Bedeutung geworden ist und die eigentlich erst die drahtlose Telephonie sich entwickeln ließ. Die Glühkathodenröhre oder Elektronenröhre, mit der wir uns im Folgenden beschäftigen werden, ist nicht nur ein Hilfsmittel der drahtlosen Nachrichtenübertragung. Sie ist schon heute für die gesamte Elektrotechnik ein Gerät von ganz besonderer Bedeutung.

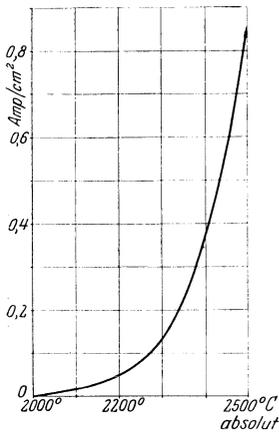


Abb. 329.

Die im Inneren metallische Leiter frei beweglichen Elektronen als kleinste Teilchen der Elektrizität sind, wie wir schon aus der ersten Vorlesung wissen, die Bausteine der Metallatome. Die Temperatur eines Leiters ist ein Maß der Atombewegungen. Es ist unmöglich, sich vorzustellen, daß die Wärmeschwingungen der Atome auf die zwischen ihnen herumerschwingenden freien Elektronen ohne Einfluß seien. Bei hohen Temperaturen muß es wohl möglich sein, daß die heftigen Atombewegungen die freien Elektronen in die Lage versetzen, ganz aus dem Anziehungskreis der Atome herauszukommen, so daß sie an der Leiteroberfläche herausgeschleudert werden.

In der Tat kann man bei hohen Temperaturen beobachten, daß Leiter aus ihrer Oberfläche Elektronen austreten lassen, und zwar in einer um so höheren Zahl, je höher die Temperatur ist (Edison effekt). Die Elektronenstrahlung hängt von den Eigenschaften des Leiters, außerdem aber natürlich auch von den Eigenschaften des den Leiter umgebenden Stoffes ab.

O. W. Richardson hat die Anzahl der je Quadratcentimeter Leiteroberfläche in der Sekunde ausgestrahlten Elektronen S zu

$$S = A \cdot \sqrt{T} \cdot e^{-\frac{B}{T}}$$

angegeben, wobei

A eine Materialkonstante,
 T die absolute Temperatur in $^{\circ}\text{C}$,
 B durchwegs ungefähr $5 \cdot 10^4$ $^{\circ}\text{C}$

ist.

Dem Richardsonschen Strahlungsgesetz entspricht die Abb. 329, die für Wolfram im luftleeren Raum mit

$$A = 1,6 \cdot 10^{26}$$

$$b = 5,3 \cdot 10^4$$

entworfen wurde, wobei zu beachten ist, daß die Elektronen einen Strom bilden, dessen Stärke sich in Ampere leicht berechnen läßt.

In der 2. Vorlesung hatten wir die Elektrizitätsmenge eines Elektrons zu $4,774 \cdot 10^{-10}$ elektrostatischen Einheiten angegeben, was bekanntlich

$$\frac{4,774 \cdot 10^{-10}}{3 \cdot 10^9} = 1,591 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb}$$

entspricht. Der sekundlichen Ausstrahlung von S Elektronen je Quadratcentimeter Leiteroberfläche entspricht demnach ein elektrischer Strom von $1,591 \cdot 10^{-19} \cdot S$ Ampere/cm².

Die Richardsonsche Formel kann offenbar auch in der Form

$$J = 1,591 \cdot 10^{-19} \cdot A \cdot \sqrt{T} \cdot e^{-\frac{B}{T}} \text{ Ampere/cm}^2$$

geschrieben werden, was für Wolfram

$$J = 2,6 \cdot 10^7 \cdot \sqrt{T} \cdot e^{-\frac{5,3 \cdot 10^4}{T}} \text{ Ampere/cm}^2$$

gibt.

Bei dieser Gelegenheit muß auf eine Einzelheit aufmerksam gemacht werden, die wohl an sich unwichtig, formal dagegen immerhin einige Bedeutung hat. Der unsichtbare elektrische Strom in Leitern hat immer eine bestimmte Richtung. In den ersten Zeiten der Elektrotechnik, als über das Wesen der Elektrizität noch keine festen Begriffe vorlagen, wurde den elektrolytischen Erscheinungen, mit denen wir uns noch zu beschäftigen haben werden, entsprechend eine bestimmte Stromrichtung als positiv angenommen und die Annahme blieb.

Später stellte sich heraus, daß Elektronen als kleinste Teilchen der Elektrizität zu betrachten seien und der einmal getroffenen Vorzeichenwahl entsprechend wurde die Elektrizität des Elektrons negativ gefunden. Elektrische Ströme sind bewegte Elektronen. In Wirklichkeit fließt somit negative Elektrizität in entgegengesetzter Richtung der fiktiven Bewegung positiver Elektrizität.

Wir nehmen also, durch alte Annahmen gezwungen, an, daß positive Elektronen, sagen wir, von links nach rechts strömen, in der Wirklichkeit bewegen sich negative Elektronen von rechts nach links. Dort, wo wir z. B. einen Gleichstrom aus dem Zuführungsleiter in einen Lichtbogen eintreten sehen, tritt in Wirklichkeit der Elektronenstrom aus dem Lichtbogen in den Leiter ein.

Man bezeichnet gewöhnlich das Austrittsende eines Leiters, der einen Gleichstrom zuführt, als Anode und die entgegengesetzte Metalleintrittsstelle als Kathode. Für den Wechselstrom sind die Richtungen ohne Bedeutung, deshalb spricht man dann nur von Elektroden.

Wenn nach all dem aus einem glühenden Leiter ein Elektronenstrom in die Umgebung austritt, muß bedauerlicherweise ein fiktiver, aus der Leiterumgebung in die Leiteroberfläche eintretender Strom vorausgesetzt werden, solange nicht der alte Fehlgriff der Praxis auf der ganzen Linie ausgebessert wird. Für die Leiterumgebung ist der glühende Leiter noch eine Kathode und der Name Kathodenröhre wird verständlicher. Wir wollen in der Folge die Bezeichnung Elektronenröhre benützen.

Der Elektronenstrom des glühenden Leiters ist nicht gerichtet, solange jede Richtkraft fehlt. Die Elektronen werden aus der Leiteroberfläche

ausgestoßen, sind aber dann, wenn nicht irgend etwas dazukommt, sich selbst überlassen. Es ist leicht verständlich, daß sie in der unmittelbaren Leiterumgebung bleiben, daß sie ihn wie eine Gasschicht umgeben. Versuche zeigen, daß die Elektronen ziemlich fest an der Leiteroberfläche festhalten.

Das Bild ändert sich, wenn man der glühenden Oberfläche eine natürlich normal kalte Metalloberfläche gegenüberstellt und an die beiden Metalloberflächen eine Gleichspannung anlegt. Dies muß allerdings so geschehen, daß die Gleichspannung einen Strom von der kalten zur glühenden Oberfläche zu treiben versucht, denn nur dann werden die herausgeschleuderten Elektronen, der Kraft des entstehenden elektrischen Feldes folgend, den Weg von der glühenden Kathode zur kalten Anode einschlagen.

Die Elektronenröhre wird am einfachsten in der Form einer elektrischen Glühlampe gebaut. Die Glasbirne nach Abb. 32 kann luftleer gemacht werden und der Glühdraht kann ebenso wie der normale Leuchtdraht der Lampe eingeführt werden. Die Schaltung der Abb. 330 ist nach den gegebenen Aufklärungen leicht verständlich. Der Kathodenleiter wird von einer kleinen elektrischen Batterie zum Glühen gebracht. Eine andere Batterie, mit ihrem Pluspol an die kalte Anode, mit ihrem Minuspol an den Kathodendraht angeschlossen, setzt den Elektronenstrom in Bewegung, der sich außerhalb

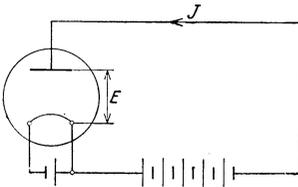


Abb. 330.

der Röhre natürlich als gewöhnlicher Gleichstrom zeigt.

Die den Elektronenstrom treibende Spannung E hat selbstverständlich einen großen Einfluß auf die Stromstärke. Schließlich ist ja die Elektronenröhre nur eine Einrichtung, die auf eigentümliche Weise zu einem Leiter geworden ist, obwohl der die beiden Elektroden trennende luftleere Raum ein unbedingter Nichtleiter ist. Die Elektronenröhre hat demnach einen elektrischen Widerstand, dessen Größe bestimmt von der Oberfläche der Anode und der Entfernung zwischen Anode und Kathode abhängen wird.

Die treibende Röhrenspannung reißt die Elektronen aus der Leiterhülle heraus und formt sie zum Strom. Sie hat um so mehr Erfolg, je stärker sie eingreifen kann. Sie kann aber selbstverständlich nicht mehr Elektronen dauernd zum Röhrenstrom ordnen, als dauernd aus dem glühenden Kathodendraht ausgeschleudert werden.

Langmuir stellte für den Röhrenstrom das Gesetz

$$J = 14,65 \cdot 10^{-6} \frac{l}{r} \cdot E^{\frac{3}{2}} \text{ Ampere}$$

auf, worin

r der Durchmesser der Anode in Zentimetern und

l der Elektrodenabstand in Zentimetern sind.

Das Gesetz gilt selbstverständlich nur für eine unbegrenzte Strahlungsfähigkeit des Kathodendrahtes und verliert seine Geltung, sobald der Röhrenstrom den Strahlungsstrom erreicht.

Eine gewaltige Verbesserung der Elektronenröhre bildet die Einführung einer dritten Elektrode, der Gitterelektrode. Zwischen Anode und

Kathodenglühdraht wird ein Metallgitter nach Abb. 331 eingeschoben und zwischen Gitter und Kathode eine Gleichspannung E_g gelegt, während nach wie vor zwischen Anode und Kathode die Glühspannung E_a wirkt.

Die Gitteranode zieht natürlich ebenso wie die Anode selbst die Elektronen aus der Glüh-drahthülle. Da sie aber wesentlich näher an die Kathode heranrückt ist sie erheblich wirksamer. Die einmal in Bewegung gesetzten Elektronen fliegen durch das Gitter hindurch der Anode zu, der Gitterstrom ist unbedeutend, der Anodenstrom dagegen wird durch die Mitwirkung der Gitterspannung erheblich verstärkt.

Versuche zeigen, daß man den Anodenstrom J_a nach Abb. 331 bei Anwesenheit der Gitterspannung ebenso nach der Langmuir-schen Formel berechnen kann, wie bei Abwesenheit der dritten Elektrode, nur hat man als treibende Spannung

$$E = E_a + v \cdot E_g$$

einzusetzen. Es ist also $J_a = A (E_a + v \cdot E_g)^2$.

A ist die Röhrenkonstante, v der Verstärkungsfaktor. Das Gesetz gilt natürlich ebenfalls nur für den Bereich unterhalb der Strahlungsstromstärke der Kathode.

Die Kennlinie einer Dreielektrodenröhre, die Abhängigkeit des Anodenstromes J_a von der Gitterspannung E_g festhaltend, würde für eine gegebene Anodenspannung die Form der Abb. 332 annehmen. Ihr parabolischer Charakter zeigt sich nur bei kleinen Anodenstromstärken, später hat sie einen fast geradlinigen Verlauf und kippt endlich bei der Grenzstromstärke. Für jede Anodenspannung entsteht selbstverständlich eine andere Kennlinie.

Mit der im vorstehenden gegebenen Beschreibung der Eigenschaften der Elektronenröhre müssen wir uns begnügen. Sie genügt vollauf, um uns die Darstellung der Verwendungsmöglichkeiten der Röhre in der Hochfrequenz-technik zu ermöglichen. Wir wollen deshalb vor allem zeigen, wie die Röhre die Erzeugung ungedämpfter Wellen gestattet, wie sie also als Hochfrequenz-erzeuger verwendet werden kann.

Nach Abb. 333 schalten wir in den Gitterstromkreis einen Schwingungs-kreis, jedoch so, daß ein Zweig des Schwingungsstromkreises die Induktivität

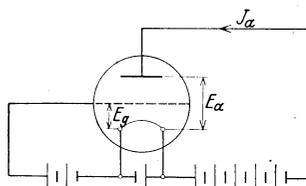


Abb. 331.

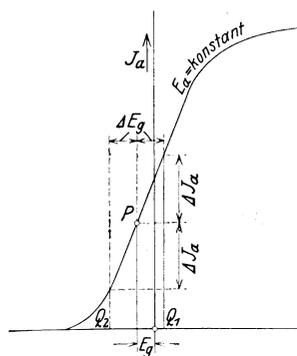


Abb. 332.

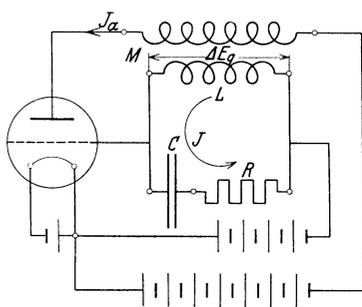


Abb. 333.

L, der andere eine Kapazität C und einen Ohmschen Widerstand R in Reihe enthält. Die Induktivität verkörpern wir durch die Sekundärwicklung eines Transformators ohne Eisenkern, dessen Primärwicklung in den Anodenstromkreis eingeschaltet ist. Der Anodengleichstrom entspreche einem Punkte P der Röhrenkennlinie (Abb. 332), der auf dem geraden Teil der Linie liegt.

Solange der Schwingungskreis ruht, fließen der ungestörte Anodenstrom und der schwache Gitterstrom. Im Schwingungsstromkreis ist der Strom J null. Sobald aber irgendein Spannungsstoß den Schwingungskreis trifft, entsteht eine Schwingung, deren Periodenzahl bekanntlich ungefähr

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

sein wird, und an den Klemmen der Induktivität L zeigt sich eine Wechselspannung ΔE_g , die natürlich die Gitterspannung zwischen E_{g1} und E_{g2} ändert.

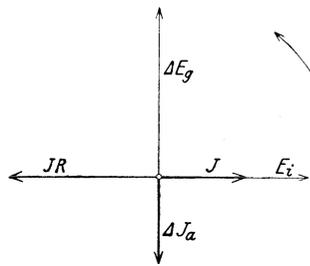


Abb. 334.

Mit der Gitterspannung schwankt natürlich jetzt auch der Anodenstrom um ΔJ_a Ampere. Neben dem Anodengleichstrom J_a entsteht nach all dem noch ein Anodenwechselstrom ΔJ_a .

Dieser Wechselstrom erregt natürlich den Transformator und an den Sekundärklemmen des Transformators zeigt sich eine induzierte Spannung E_i , die in den Schwingungsvorgang eingreift. Wie sie sich auswirkt, zeigt am besten das Vektorenbild.

In der Abb. 334 ist ΔE_g der Vektor der Selbstinduktionsspannung der angeregten Schwingung und in Gegenphase mit ihm muß der Vektor des Anodenzusatzstromes ΔJ_a eingezeichnet werden. Dem Höchstwert von ΔE_g entspricht nämlich nach Abb. 332 zeitlich der Höchstwert von ΔJ_a .

Andererseits muß der Spannung ΔE_g als Selbstinduktionsspannung der Schwingungsstrom J um 90° voreilen. In Gegenphase mit ihm liegt die Widerstandsspannung JR, die bestrebt ist, die Schwingung zu dämpfen.

Die vom Transformator im Schwingungskreis induzierte Spannung E_i eilt dem Transformatorkraftfluß und damit dem Erregerstrom ΔJ_a um 90° nach. So kommt E_i in Gegenphase mit der störenden Widerstandsspannung JR.

Es ist leicht

$$E_i = JR$$

zu machen. Überwiegt die Spannung E_i so wird die Schwingung verstärkt, statt gedämpft zu werden, der Schwingungsstrom J steigt an, mit ihm die Widerstandsspannung JR, bis das Gleichgewicht erreicht ist.

Die einmal ausgelöste Schwingung arbeitet sich offenbar selbsttätig in den Gleichgewichtszustand hinein, in dem sie dann ungestört, d. h. ungedämpft, verbleibt. So ist auf die einfachste Weise ein Weg zur Erzeugung hochfrequenter ungedämpfter Schwingungen gefunden, wobei die Periodenzahl gar keine Schwierigkeiten macht. Sie hängt lediglich vom Aufbau des Schwingungskreises ab.

Röhrensender werden schon mit großen Abmessungen gebaut. Die Anodenspannung kann Tausende von Volt erreichen und kräftige Schwingungsströme werden ohne Schwierigkeit erzielt. Der Röhrensender scheint berufen zu sein, alle übrigen Sender zu verdrängen.

Die Idee des Röhrensenders, im Vorstehenden kurz beschrieben, verwertet das sog. Rückkoppelungsprinzip, das nichts anderes ist als die Verwirklichung der dauernden richtig abgemessenen Energiezufuhr mit Hilfe eines Transformators aus dem Anodenstromkreis in den Schwingungsstromkreis. In der Schaltung der Abb. 333 liefert die Anodenbatterie die notwendige Schwingungsenergie.

Koppelung ist nichts anderes als Verkettung der Leiter zweier elektrisch getrennter Stromkreise mit den Kraftlinien des gemeinsamen Kraftflusses. Jede Primärwicklung eines Transformators ist mit der Sekundärwicklung „gekoppelt“. Bei Starkstromtransformatoren spricht man fast nie von der Koppelung, weil man als selbstverständlich annimmt, daß mit Hilfe des Eisenkernes alle Kraftlinien, die die eine Wicklung umschlingen auch durch die andere Wicklung hindurchgehen, weil man also ohnehin mit der vollständigen Koppelung rechnet.

In der Hochfrequenztechnik ist das Eisen ein schlechter Helfer und die verwendeten Transformatoren arbeiten ohne Eisen. Die natürliche Folge ist die mangelhafte doppelte Verkettung, die mehr oder weniger feste Koppelung. Man spricht deshalb in der Hochfrequenztechnik um so mehr von der magnetischen Koppelung, je weniger man vom Transformator spricht, der natürlich hinter jeder Koppelung versteckt ist.

Die Transformation ohne Eisen ermöglicht übrigens die Rechnung mit Induktivitäten und zwar Eigen- und gegenseitigen Induktivitäten. Es erscheint nicht unwichtig, dieser Rechnungsweise etwas Aufmerksamkeit zu schenken. Für die Probleme der Hochfrequenztechnik ist sie jedenfalls von praktischer Bedeutung.

Ein Transformator ohne Eisenkern habe zwei Wicklungen mit w_1 bzw. w_2 Windungen. Die Ohmschen Widerstände dieser beiden Wicklungen wollen wir vorderhand vernachlässigen. Wird nun der Transformator sekundär mit dem Augenblicksstrom J_2 belastet, während ihm primär die Spannung E_t aufgedrückt wurde, so wird er primär den Strom J_1 aufnehmen, dessen Größe sich aus den Bedingungen des elektrischen und des magnetischen Gleichgewichtes leicht berechnen läßt. Die sekundäre Belastung werde durch einen Ohmschen Widerstand R bewirkt.

Die Durchflutungen beider Wicklungen erregen gemeinsam den gemeinsamen Kraftfluß Φ . Mit einer Konstanten k kann man also schreiben:

$$\Phi = (J_1 w_1 + J_2 w_2) k.$$

Andererseits bleiben sowohl primär als auch sekundär noch Kraftlinien, Φ_1 bzw. Φ_2 übrig, die nur je mit der betreffenden Wicklung verkettet sind. Sie sind natürlich je der Durchflutung der entsprechenden Wicklung proportional:

$$\Phi_1 = k_1 \cdot J_1 w_1,$$

$$\Phi_2 = k_2 \cdot J_2 w_2.$$

Nach all dem muß

$$E_t = w_1 \frac{d(\Phi_1 + \Phi)}{dt} \cdot 10^{-8}$$

$$J_2 R + w_2 \frac{d(\Phi_2 + \Phi)}{dt} \cdot 10^{-8} = 0$$

sein.

Den beiden Gleichgewichtsgleichungen kann man auch die Form

$$E_t = w_1 \cdot \frac{\Phi_1}{J_1} \cdot 10^{-8} \cdot \frac{dJ_1}{dt} + w_1 \cdot k \cdot 10^{-8} \left(\frac{dJ_1}{dt} \cdot w_1 + \frac{dJ_2}{dt} \cdot w_2 \right)$$

$$J_2 R + w_2 \cdot \frac{\Phi_2}{J_2} \cdot 10^{-8} \cdot \frac{dJ_2}{dt} + w_2 \cdot k \cdot 10^{-8} \left(\frac{dJ_1}{dt} \cdot w_1 + \frac{dJ_2}{dt} \cdot w_2 \right) = 0$$

geben, um sofort zu erkennen, daß nach den Festsetzungen der 7. Vorlesung

$$w_1 \cdot \frac{\Phi_1}{J_1} \cdot 10^{-8} = L_1 \text{ Henry}$$

die Streuinduktivität der Primärwicklung und ebenso

$$w_2 \cdot \frac{\Phi_2}{J_2} \cdot 10^{-8} = L_2 \text{ Henry}$$

die Streuinduktivität der Sekundärwicklung ist.

Fließt ferner nur durch die Primärwicklung 1 Amper, so entsteht ein gemeinsamer Kraftfluß

$$k \cdot w_1,$$

der mit allen w_2 Sekundärwindungen verkettet ist, so daß

$$M_{12} = k \cdot w_1 \cdot w_2 \cdot 10^{-8} \text{ Henry}$$

als gegenseitige Induktivität der Sekundärwicklung und ebenso

$$M_{21} = k \cdot w_2 \cdot w_1 \cdot 10^{-8} \text{ Henry}$$

als gegenseitige Induktivität der Primärwicklung betrachtet werden kann.

Man sieht, daß immer

$$M_{12} = M_{21} = M$$

sein muß. Die Transformatorgleichungen kann man demnach in die Form

$$E_t = L_1 \cdot \frac{dJ_1}{dt} + \frac{w_1}{w_2} \cdot M \frac{dJ_2}{dt} + M \frac{dJ_2}{dt}$$

$$J_2 R + L_2 \frac{dJ_2}{dt} + \frac{w_2}{w_1} \cdot M \frac{dJ_2}{dt} + M \frac{dJ_1}{dt} = 0.$$

bringen.

Die Streuinduktivitäten der Wicklungen darf man nicht mit deren Gesamtinduktivitäten verwechseln, die natürlich allen mit der betreffenden Wicklung verketteten Kraftlinien entsprechen. Es ist also

$$L_{11} = L_1 + \frac{w_1}{w_2} M$$

die primäre und

$$L_{22} = L_2 + \frac{w_2}{w_1} \cdot M$$

die sekundäre Gesamtinduktivität. Für Transformatoren ohne Eisenkern, für die alle hier entwickelten Induktivitäten wirkliche Konstanten sind, ergeben sich so die endgültigen Gleichungen:

$$E_t = L_{11} \frac{d J_1}{d t} + M \frac{d J_2}{d t}$$

$$J_2 R + L_{22} \frac{d J_2}{d t} + M \frac{d J_1}{d t} = 0.$$

Es ist vorteilhaft, den Primärstrom in den Magnetisierungsstrom J_m und in den Belastungsstrom

$$J_1 - J_m$$

zu spalten. Der Magnetisierungsstrom erregt eigentlich den gemeinsamen Kraftfluß Φ

$$\Phi = k \cdot J_m \cdot w_1,$$

so daß

$$J_1 - J_m = - \frac{J_2 w_2}{w_1}$$

in Übereinstimmung mit dem bekannten Transformationsgesetz wird.

Dann ist

$$E_t = L_{11} \frac{d J_m}{d t} + \left(M - L_{11} \cdot \frac{w_2}{w_1} \right) \frac{d J_2}{d t}$$

und nun muß zweifellos

$$\left(M - L_{11} \frac{w_2}{w_1} \right) \frac{d J_2}{d t} = 0$$

werden, wenn bei vorzüglichster Koppelung

$$\frac{L_{11} - L_1}{L_{11}} = 1 = \frac{w_1}{w_2} \cdot \frac{M}{L_{11}}$$

alle primären Kraftlinien mit allen sekundären Windungen verkettet sind.

Der Koppelungsfaktor

$$k = \frac{L_{11} - L_1}{L_{11}}$$

kann alle Werte zwischen eins und null annehmen. Dem Koppelungsfaktor ist die gegenseitige Induktivität M proportional

$$M = k \cdot \frac{w_2}{w_1} \cdot L_{11}.$$

Bei schwacher Koppelung ist annähernd

$$J_1 = - J_2$$

und die Transformatorgleichungen lauten einfach

$$E_t = L_{11} (1 - k) \frac{d J_1}{d t}$$

$$J_2 R + \left[L_{22} - k \left(\frac{w_2}{w_1} \right)^2 L_{11} \right] \frac{d J_2}{d t} = 0.$$

Die Kennlinie der Elektronenröhre folgt auf ihrem geraden Teil der Gleichung

$$J_a = A' + B' (E_a + v \cdot E_g).$$

Es ist demnach

$$d J_a = \frac{\partial J_a}{\partial E_a} \cdot d E_a + \frac{\partial J_a}{\partial E_g} \cdot d E_g = B' \cdot d E_a + B' \cdot v \cdot d E_g.$$

Mit Hilfe dieser Beziehung und der entwickelten Transformatorgleichungen ist es nicht schwer, noch einmal die Wirksamkeit der Elektronenröhre als Erzeuger ungedämpfter Wellen nach der Schaltung der Abb. 333 nachzuweisen.

Wir wollen statt dessen die Elektronenröhre in der Schaltung der Abb. 331 untersuchen, wobei wir uns im Anodenstromkreis noch einen Ohmschen Widerstand R denken. Wir setzen im Gitterstromkreis eine Schwingung voraus und versuchen festzustellen, wie sich die Schwingung im Anodenstromkreis äußert.

Einer Änderung der Gitterspannung um $d E_g$ entspricht immer eine Änderung des Anodenstromes um $d J_a$. Die Widerstandsspannung des Anodenstromkreises ändert sich dabei um $+ R d J_a$, d. h. die Anodenspannung, die Spannung zwischen den Hauptelektroden der Röhre wird um $- R \cdot d J_a$ kleiner.

Es ist also

$$d E_a = - R \cdot d J_a = - R B' (d E_a + v \cdot d E_g)$$

oder einfacher

$$d E_a = - d E_g \cdot \frac{v \cdot R \cdot B'}{1 + R \cdot B'} = - d E_g \cdot v \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{R \cdot B'}}.$$

Würde der Anodenstrom dem Ohmschen Gesetz folgen, so wäre $\frac{1}{B'}$ der Ohmsche Widerstand der Röhre

$$B' = \frac{E_a}{J_a}.$$

Macht man demnach R genügend groß, jedenfalls mehrfach größer als den Röhrenwiderstand, so erreicht man es, daß jede Schwingung der Gitterspannung mehrfach, im äußersten Falle v -fach, verstärkt als Schwingung der Anodenspannung nachgebildet wird.

Für den Empfang drahtlos übermittelter Nachrichten ist es von höchster Wichtigkeit, daß ein Mittel zur Verfügung steht, das die schwachen, mit der Empfangsantenne aufgefangenen Zeichen wesentlich verstärkt. Die Elektronenröhre zeigt damit ihre Verwendbarkeit für eine zweite hochwichtige Aufgabe der Hochfrequenztechnik.

Es liegt auf der Hand, daß man theoretisch die Verstärkung beliebig weit treiben kann. Man braucht offenbar nur die einmal verstärkte Schwingung wieder dem Gitterstromkreis eines zweiten Röhrenverstärkers aufzudrücken, um sie abermals verstärkt in dessen Anodenstromkreis wiederzufinden.

Durch die Verwendung der Elektronenröhre als Erzeuger ungedämpfter Schwingungen und auf der anderen Seite als Verstärker hat man die Verwendbarkeit dieses vorzüglichen Gerätes noch nicht erschöpft. Sie kann nämlich auch noch als Gleichrichter, als elektrisches Ventil, verwendet werden, was nach den Feststellungen der vorangehenden Vorlesung vor allem für die drahtlose Telephonie von großer Bedeutung ist.

Zum Gleichrichten von Wechselströmen verwendet man elektrische Ventile, die, wenn sie ideal gut wirken, den Strom nur in einer Richtung durchlassen, so daß von der Sinusstromkurve nur der oberhalb der Zeitlinie befindliche Teil übrig bleibt. Der Name Ventil ist dem Maschinenbau entnommen, wo das Ventil immer eine Absperrvorrichtung ist, die dem Flüssigkeitsstrom nur in einer Richtung den Weg freigibt.

Jeder elektrische Widerstand, der sich dem Ohmschen Gesetz nicht fügt, ist ein elektrisches Ventil. Der Strom J , den eine Spannung E über einen Ohmschen Widerstand R treibt, ist

$$J = \frac{E}{R},$$

die Kennlinie des Ohmschen Widerstandes ist demnach nach Abb. 335 eine Gerade. Hat der Ventilwiderstand die allgemein mathematisch ausgedrückte Kennlinie

$$J = f(E),$$

so verhält er sich verschieden, wenn sein Strom J zu schwingen anfängt, je nachdem, um welchen Mittelwert die Schwingung sich bewegt.

Wir können immer mit Hilfe einer Batterie den Strommittelwert J_0 einstellen. Ändert sich dann infolge einer dem Gleichstrom J_0 überlagerten Stromschwingung die Stromstärke um den kleinen Betrag i , so kann man nach dem Taylorschen Satz schreiben

$$J + i = f(E + e) = f(E) + e f'(E) + \frac{e^2}{2!} f''(E) + \dots$$

wenn $f'(E)$ die erste $f''(E)$ die zweite Ableitung von $f(E)$ in bezug auf E ist.

Es ist also

$$i = e \cdot f'(E) + \frac{e^2}{2!} f''(E) + \dots$$

und für eine Schwingungsspannung, die dem Sinuszeitgesetz folgt:

$$e = e_{\max} \cdot \sin(\omega t)$$

wird der Schwingungsstrom nicht mehr den Mittelwert null haben, wie ein reiner Sinusstrom, sondern:

$$i_{\text{mittel}} = \frac{i_{\max}^2}{4} \cdot f''(E).$$

Die Elektronenröhre hat die Kennlinie

$$J_a = A [E_a + v \cdot E_g]^3 = f(E_g).$$

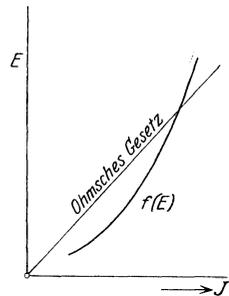


Abb. 335.

Sie richtet demnach jeden ihr aufgedrückten Sinusstrom i_{\max} , der von einer Sinusspannung e_{\max} getrieben wird, zu einem schwankenden Gleichstrom, dessen Mittelwert

$$i_{\text{mittel}} = \frac{i_{\max}^2}{4} \cdot f''(E_g) = \frac{i_{\max}^2}{4} \cdot \frac{d^2 J_a}{d E_g^2}$$

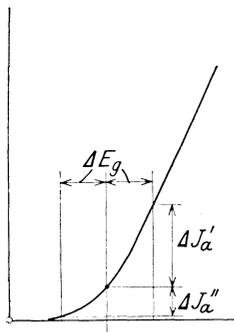


Abb. 336.

erreicht, gerade.

Die Kennlinie der Elektronenröhre ist bei schwachen Anodenströmen merklich gekrümmt. Abb. 336 zeigt deutlich, daß eine nach dem Sinusgesetz schwingende Spannung e , im Gitterstromkreis wirkend, einen Anodenwechselstrom hervorbringen wird, der zum großen Teil schon gleichgerichtet ist. Er hat sich mit anderen Worten in einen Gleichstrom i_{mittel} umgewandelt, dem ein Wechselstrom von der Form und Periodenzahl der Spannung e überlagert ist.

Kommt demnach über die Empfangsantenne in den Gitterstromkreis eine hochfrequente, ungedämpfte Sinusspannung mit überlagerten Tonschwingungen niedriger Frequenz nach Abb. 323, so wird sie von der Elektronenröhre gleichgerichtet, so daß sie die Form der Abb. 337 annimmt.

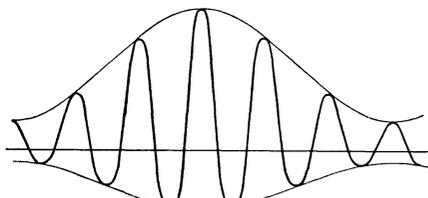


Abb. 337.

Um nun die Tonwelle zu hören, leiten wir den gleichgerichteten Anodenstrom nach Abb. 338 durch ein Telephone, dem wir einen Kondensator parallel schalten. Wir brauchen nur den verzweigten Teil des Stromkreises zu untersuchen, um die Wirkung auf das Telephone festzustellen.

Es empfiehlt sich sehr, folgendes Verfahren anzuwenden. Wir nehmen zunächst einfach an, daß der volle unverzweigte Strom durch einen Zweig fließt. In diesem Zweig entsteht deshalb eine Widerstandsspannung. Diese Spannung denken wir uns nun in der in sich geschlossenen Bahn, die von den beiden Zweigen gebildet wird, wirkend. Sie gibt einen Ausgleichstrom, der schon im zweiten Stromzweig den wahren Zweigstrom darstellt, während er im ersten Stromzweig zusammen mit dem unverzweigten Strom den wahren Stromzweig gibt.

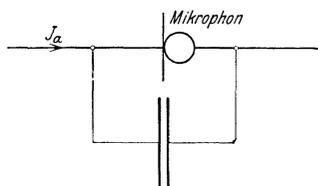


Abb. 338.

Wenn z. B. ein Gleichstrom J nach Abb. 339 über zwei parallele Ohmsche Widerstände R_1 und R_2 fließen soll, so nehmen wir vorerst an, daß er nur über R_1 fließt. Die entstehende Widerstandsspannung JR_1 ist gegen den Strom J gerichtet, sie erzeugt im geschlossenen Widerstandsstromkreis den Ausgleichstrom

$$J_2 = \frac{J R_1}{R_1 + R_2}.$$

Das ist schon der wahre Zweigstrom des Widerstandes R_2 . Der wahre Zweigstrom des Widerstandes J_1 ist nach Abb. 339

$$J_1 = J - J_2 = \frac{J R_2}{R_1 + R_2}.$$

Wenden wir nun das Verfahren an der Telephonstromverzweigung an und lassen zunächst den vollen, gleichgerichteten Anodenstrom nach Abb. 340 über den Kondensator fließen, so sehen wir sofort, daß die Kondensatorspannung die Periodenzahl der Tonwelle haben wird. Der Kondensator wird in den Abschnitten 2, 4, 6 der Abb. 340 geladen und verliert unterdessen in den Abschnitten 1 und 3 nur wenig Ladung. So entsteht zunächst die Kondensatorspannungswelle der Abb. 340, die leicht durch eine Sinuswelle — in der Abb. 340 besonders eingezeichnet — ersetzt werden kann.

Die Kondensatorspannungswelle wirkt jetzt auf den geschlossenen Stromkreis Telephon-Kondensator und bestimmt den wahren Telephonzweigstrom. Nur dieser Zweigstrom aber ist für uns wichtig. Er bestimmt den gehörten Ton.

Die Elektronenröhre ist in ihren verschiedenen Wirkungsformen die Seele der Empfangseinrichtungen der drahtlosen Telephonie geworden. Von der Antenne wird dem Gitterstromkreis der ersten Röhre die Zeichenspannung aufgedrückt, die als ungedämpfte Hochfrequenzspannung die niederfrequenten Tonschwingungen trägt. Aus dem Anodenstromkreis der ersten Röhre geht die Zeichenspannung mehrfach verstärkt hervor.

Genügt die einmalige Hochfrequenzverstärkung nicht, so kann man eine zweite Röhre heranziehen und wenn dies auch noch nicht genügen sollte, eine dritte, um die Zeichenspannung genügend stark werden zu lassen.

Nun wird der genügend verstärkte Zeichenstrom einer weiteren Röhre zugeführt, die ihn gleichrichtet und im Telephon hörbar macht. Man kann aber den gleichgerichteten, d. h. den niederfrequenten Hörstrom auch noch mit Hilfe einer Elektronenröhre weiter verstärken, was meist für Lautsprecher notwendig ist.

So entstehen Empfangseinrichtungen mit mehreren Röhren. Je nach der Entfernung der Empfangsstelle von den in Betracht kommenden Sende-

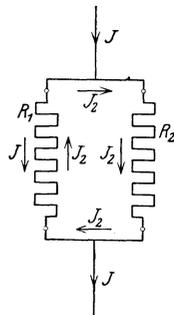


Abb. 339.

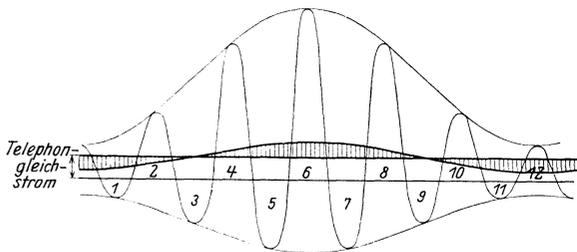


Abb. 340.

stellen muß man offenbar mehr oder weniger Verstärkerröhren zu Hilfe nehmen. Immer aber spielt die Kennlinie der Elektronenröhre die Hauptrolle.

Die drahtlose Telephonie ist in voller Entwicklung und kaum erst aus den Anfängen heraus. Schon aber zeigt sich die Möglichkeit der drahtlosen Bilderübertragung. In der Tat kann die merkwürdige Eigenschaft der lichtelektrischen Zelle, auf Lichteindrücke mit elektrischen Spannungen zu antworten, dazu ausgenützt werden, daß Lichtschwankung in Spannungsschwankungen umgesetzt werden, die dann wieder, auf Senderschwingungen aufgetragen, drahtlos übermittelt werden können.

Sucht ein Lichtstrahl ein vorliegendes Bild vollständig ab, so verwandelt er das örtliche System der Lichtpunkte in eine zeitliche Folge von Spannungen. Die Empfangseinrichtung muß dann lediglich die zeitlich aufeinanderfolgenden Zeichen, über ein Empfangsgerät in Lichtzeichen umgewandelt, örtlich richtig ordnen.

Es ist klar, daß die Bilderübertragung vor allem die Zeitfrage aufrollt. Es ist von höchster Wichtigkeit, die Bildnachricht rasch abzurollen. Das Auge braucht die einzelnen Lichtpunkte auf einmal. Gelingt es einmal, die Übertragungszeit unter die Empfindlichkeitsgrenze des Auges zu drücken, so ist das Problem des drahtlosen Fernsehens gelöst.

Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik haben lediglich die Aufgabe, die Haupthilfsmittel der einzelnen Arbeitszweige zu beschreiben und zu erklären. Das dürfte in der mangelnden kurzen Darstellung der drahtlosen Nachrichtenübertragung erreicht worden sein. Von Wert dürfte dabei für den angehenden Ingenieur der Übergang aus der Starkstromtechnik in die Schwachstromtechnik sein, der mühelos gemacht wurde.

Wie jeder Anfang brachte auch der Anfang der Hochfrequenztechnik eine Menge Schlacke, Unrat und überflüssiges Zeug mit. Unklare Begriffe kennzeichnen immer die Entwicklungsjahre eines Arbeitsgebietes und nichts ist für sie kennzeichnender als die Unmenge von zum Großteil unschönen Bezeichnungen. Wo eben klare Begriffe fehlen, muß der Name helfen.

Wir können schon heute die meisten neuen Bezeichnungen entbehren. In den vorangehenden Vorlesungen wurden deshalb immer nur dann neue Bezeichnungen eingeführt, wenn eine wirklich neue Erscheinung einen Namen bekommen mußte.

Die Gesetze der Hochfrequenztechnik unterscheiden sich in keiner Weise von den Gesetzen der Starkstromtechnik. Anders sind lediglich die Größenverhältnisse, anders auch die angestrebten Ziele. Die Hochfrequenztechnik geht lediglich der Zeichenübertragung nach, sie spart Energie, wo sie gerade kann. Aber ihre Energiewirkungsgrade sind so ungeheuer schlecht, daß sie überhaupt keine Rolle spielen können. Die Energiewirtschaft ist eben das Hauptziel der Starkstromtechnik.

Vierunddreißigste Vorlesung.

Elektrizitätsdurchgang durch Gase und Flüssigkeiten. Ionisierung. Quecksilberdampfgleichrichter. Elektrolyse. Faradaysche Gesetze der Elektrolyse. Sammler. Der Sammler und die schwankende Belastung des Elektrizitätswerkes. Primärelemente.

Die Hochfrequenztechnik verwendet Geräte, in denen zum Teil elektrische Ströme merkwürdiger Form fließen. Sowohl der Lichtbogenstrom als auch der Strom der Elektronenröhre verleugnen das Ohmsche Gesetz. Sie benützen eben Strombahnen, die von keinem Leiter im Sinne der Starkstromtechnik gebildet werden.

Es genügt offenbar nicht, die Elektrizitätsbewegung lediglich in metallischen Leitern und in Nichtleitern zu berücksichtigen. Wohl benützen die arbeitenden Ströme der Starkstromtechnik fast ausschließlich metallische Bahnen. Wohl gibt es in Nichtleitern im allgemeinen nur Verschiebungsströme. Aber der Kreis schließt sich erst vollständig, wenn auch noch die Elektrizitätsbewegungen in Gasen und in gewissen Flüssigkeiten berücksichtigt werden.

Die Erscheinungen des Lichtbogens kennen wir bereits aus den vorangehenden Vorlesungen. Wir kennen auch schon die Elektronenbewegung in der Kathodenröhre. In beiden Fällen handelt es sich um eine Elektrizitätsbewegung zwischen zwei Metallelektroden durch einen sie trennenden Zwischenraum, der entweder mit Gasmolekülen angefüllt oder aber luftleer ist.

Wir sprechen vom Lichtbogen, wenn wir zwischen den Elektroden ein Gas voraussetzen können und setzen deshalb die notwendig werdende Grenze mit dem Gasdruck von einem Zehntel Millimeter Quecksilbersäule fest. Im Lichtbogen strömen immer freie Elektronen, wie sie infolge der hohen Temperatur aus der Kathode herausgeschleudert werden. Neben den freien Elektronen strömen aber außerdem die ionisierten Gasatome. So entsteht eine gemischte Strömung.

Jedes Gas- oder Flüssigkeitsatom ist normal elektrisch neutral. Es hat in seinen Planetelektronen ebensoviel negative Elektrizität, wie in seinem Sonnenkern positive Elektrizität vorhanden ist. Das elektrische Feld der wirkenden Spannung hat auf die neutralen Atome keinen sichtbaren Einfluß.

Gelingt aber der Feldkraft die Zertrümmerung des Atoms, die meist auch den aus der Kathode herausgeschleuderten Elektronen gelingt, verliert somit ein Gasatom ein Planetelektron, oder aber wird ihm ein überzähliges Planetelektron aufgezwungen, so wird das Atom elektrisch, es wird ionisiert. Das fehlende Planetelektron macht es positiv, das überzählige negativ elektrisch.

Die Gasionen folgen selbstverständlich der Feldkraft. Mit ihnen bewegt sich die nach außen bemerkbare Elektrizitätsmenge des Ions. Wenn aber ein elektrischer Strom teils aus freien Elektronen, teils aus Ionen besteht, ist es gewiß nicht mehr ein einheitliches Gebilde und verständlich wird es nun, daß das Ohmsche Gesetz versagen muß.

Verständlich ist es nun auch, daß der Lichtbogen nur dann bestehen kann, wenn die Elektroden heiß werden. Die Kathode ist es vor allem, die hohe Temperaturen annehmen muß, damit sie freie Elektronen herauschleudern kann.

Der Lichtbogen erhält sich in der Luft mit großer Hartnäckigkeit, weil die Luft die Kathode schlecht kühlt. Im Öl ist der Lichtbogen schwach, denn das Öl kühlt ausgezeichnet. Die Wirksamkeit des Ölschalters beruht vor allem auf der kühlenden Wirkung des Öls.

Beseitigt man jedes Gas aus dem Elektrodenzwischenraum, so bleibt nur noch die Strömung der aus der glühenden Kathode herausgeschleuderten freien Elektronen übrig. Der Übergang vom Lichtbogen zur Elektronenröhre ist eigentlich stetig. Wir können ohnehin nie zur vollständigen Luftleere vordringen.

Einen ganz besonders kräftigen Lichtbogen erhält man, wenn man als Kathode Quecksilber verwendet und aus dem Zwischenraum zwischen Kathode und Anode die Luft möglichst beseitigt, so daß im Betrieb lediglich Quecksilberdampf in der Lichtbogenbahn liegt. Man erreicht auf diese Weise mit 100 Volt Spannung Lichtbogen bis zur Länge eines Meters.

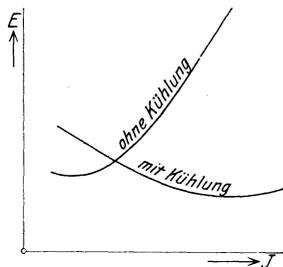


Abb. 341.

Zu Beginn des Stromdurchganges durch den Quecksilberdampf muß ebenso wie beim Luftlichtbogen entweder eine hohe Spannung verwendet werden, die die notwendige Ionisierung einleitet, oder aber muß man das Gerät so neigen, daß das flüssige Quecksilber der Kathode mit der Anode in Berührung kommt und den Einleitungsfunken zieht.

Während des Lichtbogenbestandes hat der Quecksilberdampf einen Druck von 1 bis 2 Millimeter Quecksilbersäule. Der Dampf glüht und das Licht des Bogens geht nur vom glühenden Dampf aus. Macht man das Gefäß aus Quarz, so erhält man starkes ultraviolettes Licht.

Der Quecksilberlichtbogen folgt ebenfalls dem Ohmschen Gesetz nicht. Aber er zeigt eine ganz andere Abhängigkeit des Lichtbogenstromes von der Elektrodenspannung als der Luftlichtbogen. Mit zunehmendem Strom wächst nach Abb. 341 auch die Spannung des Lichtbogens.

Die Kennlinie des Quecksilberlichtbogens ähnelt der Kennlinie der Elektronenröhre. Deshalb ist die Verwendbarkeit des Quecksilberlichtbogens als Gleichrichter naheliegend. In der Tat leistet der Quecksilberdampfgleichrichter in der Starkstromtechnik vorzügliche Dienste.

Vielfach liegen in der Starkstromtechnik die Verhältnisse so, daß man die elektrische Energie in einphasigen oder mehrphasigen Wechselstromgeneratoren erzeugt, überträgt, am Verbrauchsort aber in Gleichstromkreisen verwenden will. Statt der bekannten Umformer verwendet man dann gerne Quecksilberdampfgleichrichter.

Noch vor wenigen Jahren war der Quecksilberdampfgleichrichter in seinen allerersten Anfängen. Die Lebensdauer war sehr kurz. Um große Stromstärken zu erreichen, schaltete man mehrere Gleichrichter parallel. Damit erreichte man wenigstens insofern eine größere Betriebssicherheit, als nach dem Versagen eines Gleichrichters die übrigen doch noch ungestört weiter arbeiten konnten.

Die Kathode braucht eine hohe Temperatur, wenn sie Elektronen heraus-schleudern soll. Aber andererseits hängt der Quecksilberdampfdruck auch von der Temperatur ab und mit dem Druck steigt der Widerstand des Lichtbogens. Die Kühlung des Gleichrichters brachte gewaltige Fortschritte. Abb. 341 zeigt nebeneinander die Kennlinien des Lichtbogens mit und ohne Kühlung.

Ein Gleichrichter, der einen einfachen Wechselstrom in Gleichstrom umzuwandeln hat, würde natürlich nur in jeder zweiten Halbperiode den Strom durchlassen, dann nämlich, wenn er die Richtung von der Anode zur Kathode hat. In der stromlosen Halbperiode würde der Lichtbogen aussetzen. Das gäbe einen unmöglichen Betrieb, denn der Lichtbogen läßt sich nur durch besondere Hilfsvorgänge, wie bereits erwähnt, wieder herstellen.

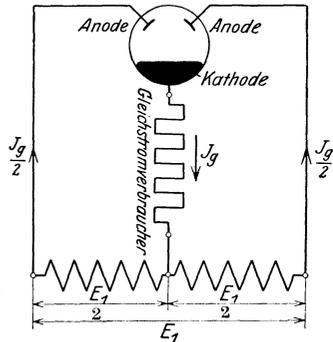


Abb. 342.

Einphasige Gleichrichter schaltet man deshalb nach Abb. 342. Die aufgedrückte Wechselspannung E_1 wird mit Hilfe eines Transformators in zwei Hälften zerlegt, die jede für sich über eine eigene Anode einen Zweiglichtbogen betreiben. Die beiden Spannungshälften sind durch die Schaltung für den Gleichrichter um 180° phasenverschoben und wirksam ist nach Abb. 343 immer nur die positive Hälfte der Halbspannungs-welle.

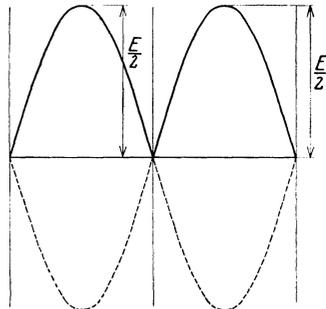


Abb. 343.

Hätte der Gleichrichter selbst keinen Spannungsverbrauch, so wäre die Wellenspannung der Abb. 343 schon die zur Verfügung stehende Gleichspannung. In Wirklichkeit braucht der Lichtbogen immer 10 bis 20 Volt für sich. Die wirkliche Gleichspannung ist dann nach Abb. 344 die Differenz der Wellenspannung und der Lichtbogenspannung E_0 .

Die Gefahr des aussetzenden Lichtbogens ist auch nach der beschriebenen Spaltung der Wechselspannung immer noch vorhanden. Deshalb baut man einphasige Gleichrichter mit einer Hilfsanode, die mit Hilfe einer Gleichstrombatterie einen dauernden Lichtbogen unterhält.

Wesentlich leichter ist der Betrieb eines dreiphasigen Gleichrichters. Nach Abb. 345 bekommt der dreiphasige Gleichrichter für jede Phase eine Anode und der Gleichstrom fließt von der Kathode zum Nullpunkt des dreiphasigen Netzes zurück.

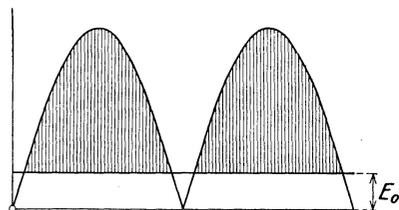


Abb. 344.

Auch der dreiphasige Gleichrichter arbeitet jeweils nur in demjenigen Lichtbogenzweig, dessen Phasenspannung positiv ist, d. h. die Richtung

von der Anode zur Kathode hat. Auf den Gleichstromkreis wirkt demnach die Summe der drei positiven Spannungshalbwellen, die natürlich um je 120° gegeneinander phasenverschoben sind (Abb. 436). Das gibt eine befriedigend gleichmäßige Gleichspannung und damit natürlich auch einen befriedigend gleichmäßigen Gleichstrom.

Wir sind heute bereits bei Großgleichrichtern angelangt. Der Quecksilberdampfgleichrichter fängt mehr und mehr an, in die Starkstromtechnik einzugreifen. Sein vorzüglicher Wirkungsgrad befähigt ihn für die Energieumformung in hohem Maße und macht ihn den maschinellen Umformern überlegen. Es ist nicht unmöglich, daß er berufen ist, die sich mehr und mehr entwickelnden Schwierigkeiten der Kraftübertragung auf große Entfernungen zu überwinden. Er ist heute aus den Anfangsschwierigkeiten heraus und kann bereits für hohe Spannungen gebaut werden.

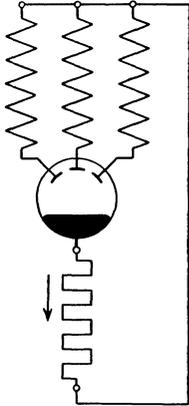


Abb. 345.

Diesem jüngsten Sproß der Starkstromtechnik steht der älteste gegenüber, der die eigentümlichen Erscheinungen des Elektrizitätsdurchganges durch flüssige Leiter ausnützt. Die Elektrolyse hat ihre eigenen Gesetze, ihre eigene Energiebewegung. Sie wird vor allem dadurch gekennzeichnet, daß ihre elektrischen Vorgänge immer von chemischen begleitet sind.

Die flüssigen Stoffe, die uns die Erscheinungen der Elektrolyse beobachten lassen, die sog. Elektrolyte, sind elektrische Leiter ganz besonderer Art. Alle Säuren, Salze und Basen sind Elektrolyte. Das Bild der elektrolytischen Leitung greift auf den Aufbau der Stoffe zurück, benützt demnach die Ergebnisse der Atomtheorie und bestätigt sie, wie wir sehen werden.

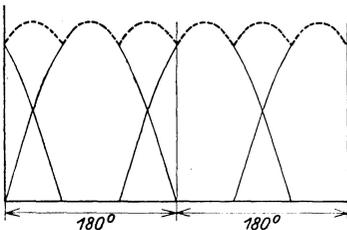


Abb. 346.

Ein Elektrolyt zerfällt unter dem Einfluß des Lösungsmittels und der Temperatur, die immer für die Eigenbewegung der Moleküle maßgebend ist. In jedem elektrolytischen Bad gibt es eine Anzahl zerfallener Moleküle des Elektrolyts. Je höher die Temperatur und je verdünnter die Lösung ist, um so mehr zerfallene Moleküle gibt es. Die Spaltung der Moleküle nennt man Dissoziation und das Verhältnis der Zahl gespaltenen Moleküle zur Gesamtzahl der Elektrolytmoleküle nennt man Dissoziationsgrad.

Das gesplattene Molekül zeigt immer dasselbe elektrische Bild. Die eine Hälfte ist positiv, die andere negativ elektrisch geworden. Vereinigt sind sie als unversehrtes Molekül elektrisch neutral. Das Elektrolyt wird demnach ionisiert. Es ist aber offenbar, daß gerade die zum Vorschein kommenden elektrischen Ladungen entgegengesetzten Zeichens das chemische Band sind, das ohne vorhandene stärkere äußere Einflüsse das Elektrolytmolekül zusammenhält.

Tauchen wir in eine elektrolytische Flüssigkeit zwei Elektroden ein und legen an sie eine Gleichspannung, so werden sich zweifellos die Ionen in Bewegung setzen. Das elektrische Feld gibt die treibende Kraft. Es entsteht ein elektrischer Strom.

Natürlich wandern die positiv elektrischen Ionen, die sog. Kationen in der Richtung des entstehenden Gleichstromes von der positiven Elektrode, von der Anode also, zur Kathode. In der umgekehrten Richtung wandern die negativen Ionen, die Anionen.

Das erste Gesetz der Elektrolyse besagt nun, daß immer das Metallion zur Kathode wandert, d. h. Kation wird. Zu den Metallen zählt auch der Wasserstoff. Der nichtmetallische Rest des Elektrolytmoleküls wandert zur Anode, wird demnach zum Anion.

Die Moleküle der verdünnten Schwefelsäure z. B. zerfallen in H_2 -Kationen und SO_4 -Anionen. Der Wasserstoff wandert mit dem Strom zur Kathode. Nun ist aber die Menge der an den Elektroden ausgeschiedenen Stoffe strengen Gesetzen unterworfen, die einen weiteren tiefen Einblick in diese elektrochemischen Vorgänge gewähren.

Faraday war es, der die Hauptgesetze der Elektrolyse in eine scharfe Form brachte. Er fand, daß erstens die Gewichtsmengen der ausgeschiedenen Stoffe der Stromstärke und der Zeit proportional sind und daß zweitens bei gleicher Stromstärke und gleicher Dauer der Elektrolyse die ausgeschiedenen Gewichtsmengen chemisch gleichwertig sind.

Das erste Faradaysche Gesetz ist leicht verständlich. Der elektrische Strom im Elektrolyt ist offenbar Bewegung der Ionen. Die Menge der in der Zeiteinheit durch den Flüssigkeitsquerschnitt strömenden Ionen ist schon die Stromstärke. Jedes Ion trägt die gleiche Elektrizitätsmenge. Deshalb ist die Stromstärke der Anzahl der bewegten Ionen proportional und deshalb muß umgekehrt die Anzahl und damit das Gewicht der in der Zeiteinheit ausgeschiedenen Ionen der Stromstärke proportional sein.

Das zweite Faradaysche Gesetz verlangt zweifellos die umgekehrte Proportionalität der Elektrizitätsmenge eines Ions mit seiner Wertigkeit. Die Chemie unterscheidet die Verbindungsfähigkeiten der Grundstoffe nach dem Verhältnis der Atomzahlen, in dem sich die Grundstoffe zu chemischen Verbindungen vereinigen. Wenn ein Atom eines Grundstoffes immer mit zwei Atomen eines anderen Grundstoffes die Vereinigung sucht, dann ist es zweiwertig. Wasserstoff z. B. ist einwertig, Sauerstoff zweiwertig.

Die chemischen Wertigkeiten scheinen im Atomaufbau der Grundstoffe verankert zu sein. Jedes Atom ordnet seine Planetelektronen in konzentrischen Bahnen an und immer sind die am weitesten vom Atomkern entfernten Planetelektronen am schwächsten an das Atomgebilde gebunden. Ein Grundstoff nun, dessen Atom leicht ein Planetelektron verliert, wird immer gerne mit dem Atom eines anderen Grundstoffes die Vereinigung anstreben, das leicht ein überzähliges Planetelektron führt. Die chemische Verbindung wird von elektrischen Kräften herbeigeführt. Verliert ein Atom leicht zwei Elektronen, so wird es zwei Atome eines anderen Grundstoffes, die je ein überzähliges Elektron haben, an sich ziehen. Es ist zweiwertig.

Der Wasserstoff hat nur ein Planetelektron, er kann nur eins verlieren, ist demnach einwertig. Ein einwertiges Ion führt die Elektrizitätsmenge eines Elektrons, ein zweiwertiges die Menge zweier Elektronen. Ein gespaltenes Elektrolytmolekül führt je nach der Wertigkeit seiner Hälften eine oder mehrere Elektronenladungen.

Nach all dem folgt die Elektrolyse folgendem Gesetz, in das man die beiden Faradayschen Gesetze zusammenziehen kann. Die Gewichtsmenge des an der Elektrode ausgeschiedenen Stoffes G in Gramm ist proportional dem Atomgewicht des Stoffes a , das für Wasserstoff eins ist, umgekehrt proportional der Wertigkeit y , außerdem proportional der Stromstärke und der Zeit in Ampere bzw. Sekunden

$$G = k \cdot \frac{a}{y} \cdot J \cdot t \text{ Gramm.}$$

Die Konstante k hat den Wert

$$k = 1,04 \cdot 10^{-5}.$$

Für den praktischen Betrieb ist es wichtig, zu wissen, welche Spannung für das Hindurchtreiben eines gegebenen Stromes durch das Elektrolyt erforderlich ist. Wäre das Ohmsche Gesetz auch für elektrolytische Leiter gültig, so könnte mit der Bestimmung des elektrolytischen Widerstandes die Frage sofort beantwortet werden.

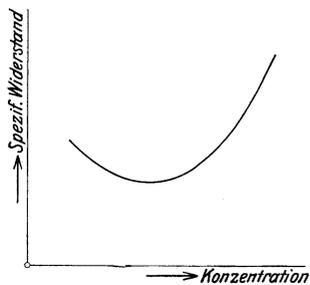


Abb. 347.

In der Tat fügen sich Elektrolyte ganz gut dem Ohmschen Gesetz. Wenigstens insofern, als bei gegebener Stromstärke die treibende Spannung dem Stromquerschnitt im Elektrolyt umgekehrt, dem Abstand der Elektroden direkt proportional ist. Der spezifische Widerstand des Elektrolyts, auf das Quadratcentimeter des Stromquerschnittes und auf das Zentimeter Elektrodenabstand bezogen, hängt allerdings von den besonderen Eigenschaften des Elektrolyts, von der Temperatur, außerdem aber noch vom Mengenverhältnis des Elektrolyts und des Lösungsmittels ab. Das Lösungsmittel ist der Ionisator, es fördert die Dissoziation um so mehr, je kräftiger es dank seiner Menge eingreifen kann.

Es ist aber keineswegs so, daß sehr verdünnte Lösungen die meisten dissoziierten Moleküle geben. In der Raumeinheit der Lösung gibt es natürlich um so weniger Elektrolytmoleküle, gespaltenen und ungespaltenen, je dünner die Lösung ist. In sehr dünnen Lösungen muß es wenig gespaltenen Elektrolytmoleküle geben, selbst wenn der Ionisator alles gespalten haben sollte. Nur von der Anzahl der gespaltenen Elektrolytmoleküle in der Raumeinheit der Lösung hängt aber der spezifische Widerstand des Elektrolyts ab. Deshalb wird, etwa nach Abb. 347, der spezifische Widerstand bei starker Verdünnung groß sein, dann bei schwächer werdender Verdünnung abfallen, um endlich bei großer Konzentration der Lösung wieder anzuwachsen. Es gibt also eine günstigste Verdünnung, die die Gesamtzahl der Elektrolytmoleküle nicht zu sehr heruntersetzt, dabei aber den Dissoziationsgrad hoch macht.

Bei wachsender Temperatur wird die Dissoziation lebhafter. Das gibt einen negativen Temperaturkoeffizienten für den spezifischen Widerstand des Elektrolyts. Er bewegt sich um den Wert $0,02^{\circ} \text{C}^{-1}$, so daß bei 10°C Temperaturerhöhung der spezifische Widerstand um 20% abfällt.

Es ist kein Zweifel möglich, daß jede chemische Verbindung durch Arbeitsleistung elektrischer Anziehungskräfte zustande kommt. Bei der Elektrolyse leistet die wirkende Stromquelle Arbeit, indem sie unter Überwindung der vorhandenen Anziehungskräfte die chemisch einander zustrebenden Ionen räumlich trennt. Die geleistete Arbeit ist unwiederbringlich verbraucht, wenn die Trennung der Ionen Selbstzweck ist, oder wenn die Ionen nicht mehr zusammen kommen können.

Es ist aber denkbar, daß alle Ionen nach beendetem Stromdurchgang noch vorhanden sind. Freigegeben, werden sie wieder den ursprünglichen Zustand anstreben können. Man kann deshalb annehmen, daß nach dem Verlöschen der treibenden Spannung in dem noch geschlossenen Stromkreis ein Strom in umgekehrter Richtung zu fließen anfangen wird. Die vorher geleistete elektrische Arbeit würde wieder zum Vorschein kommen, sie würde durch die Wiederherstellung des ursprünglichen chemischen Zustandes des Elektrolyts frei werden.

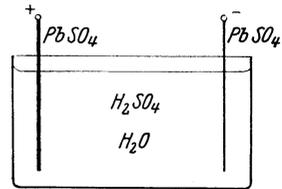


Abb. 348.

In der Tat lehrt die Erfahrung, daß elektrolytische Vorgänge umkehrbar sind, daß das Elektrolyt einen Energieinhalt hat, dessen Form einmal elektrisch, das andere Mal chemisch ist. Wir werden weiter unten sehen, wie die Umkehrbarkeit des elektrolytischen Vorganges in der Starkstromtechnik nützlich verwertet werden kann.

Nicht immer aber geht die praktische Elektrotechnik dieser Umkehrbarkeit nach. Sehr oft handelt es sich ihr lediglich um die Gewinnung des Metalls aus einer chemischen Verbindung. An der Kathode kommt das Metall chemisch rein zum Vorschein. Das Aluminium z. B. wird in großem Maßstab durch Elektrolyse gewonnen und auch das Kupfer gewinnt man vor allem für die Zwecke der Elektrotechnik auf elektrolytischem Wege.

Ein anderes Ziel der Elektrolyse ist das Überziehen der Oberfläche metallischer Körper mit einer dünnen Schichte eines gewünschten Metalls. Der zu versilbernde, verzinnende, verkupfernde Körper wird als Kathode ins elektrolytische Bad gesteckt und solange unter Strom gehalten, bis der Metallüberzug die gewünschte Stärke erreicht hat.

Für die Starkstromtechnik von größter Wichtigkeit sind aber umkehrbare elektrolytische Vorgänge. Sie gestatten das Aufspeichern der zeitweilig überflüssigen elektrischen Energie, die später bei Bedarfseintritt wieder zurückgewonnen wird. Diese ungemein wichtige Aufgabe lösen die Sammler (Akkumulatoren).

Immer noch ist der Bleiakkumulator der beste Energiesammler. Er verwendet als Elektrolyt verdünnte Schwefelsäure, als Elektroden Bleiplatten. Die Bleiplatten überziehen sich durch die Einwirkung der Schwefelsäure mit Bleisulphat PbSO_4 , das die wirksame Schichte bildet (Abb. 348).

Schickt man durch das Bad des Bleiakкумуляtors einen elektrischen Strom, so werden die dissoziierten Moleküle des Elektrolyts, der Schwefelsäure also, zu den beiden Elektroden getrieben. Der Wasserstoff H_2 wandert zur Kathode, reduziert die Sulfatschichte zu reinem Blei:



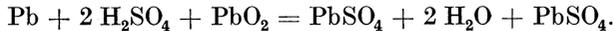
An der Anode langt der Säurerest SO_4 an und unter Mithilfe des Wassers, das als Lösungsmittel vorhanden ist, wird an der Anodenbleiplatte Bleisuperoxyd gebildet:



Das Aufspeichern elektrischer Energie geht demnach mit dem chemischen Gesamtvorgang:

$PbSO_4 + 2 H_2O + H_2SO_4 + PbSO_4 = Pb + 3 H_2SO_4 + PbO_2$ einher. Das ist die chemische Gleichung des Ladungsvorganges des Bleisammlers.

Der umgekehrte Vorgang, die Entladung des Sammlers, die Rückgabe der aufgespeicherten elektrischen Energie spielt sich nach der umgekehrten Gleichung ab:



Ganz allgemein kann man beobachten, daß bei elektrolytischen Vorgängen neben dem eigentlichen chemischen Prozeß auch noch chemische Sekundärerscheinungen einherlaufen, immer dann nämlich, wenn die Elektroden chemisch nicht allzu träge sind. Beim Bleisammler ist die Zerlegung der Schwefelsäure die Hauptsache und eigentlich müßte an der Kathode Wasserstoff entweichen. Daß er sofort wieder eine Verbindung mit SO_4 eingeht und auf diese Weise im Sammler bleibt, ist die Folge eines chemischen Sekundärprozesses.

Der Bleisammler hat anfänglich nur schwache Oxyd- bzw. Sulfatschichten auf der Bleiplattenoberfläche. Deshalb ist es unbedingt notwendig, vor Beginn des eigentlichen Betriebes durch wiederholtes Laden und Entladen dafür zu sorgen, daß diese wirksamen Schichten stärker werden. Nur auf diese Weise steigert man allmählich die Aufnahmefähigkeit oder Kapazität des Sammlers für elektrische Energie. Nach Planté nennt man dieses vorbereitende Laden und Entladen Formieren.

Faure fand, daß man das Formieren abkürzen kann, wenn man die Bleiplatten mit Mennige (Pb_3O_4) überzieht. Um nun diese Hilfsschichte besser auf der Plattenoberfläche festhalten zu können, ging man zur Verwendung von Bleigitterplatten über, in die man Mennige und Bleiglätte auftrug. Es ist aber zu beachten, daß nicht beide Bleielektroden denselben Beanspruchungen im Betrieb ausgesetzt sind. Die Kathodenplatte schwankt zwischen reinem Blei und Bleisulfat, die Anode zwischen Bleisuperoxyd und Bleisulfat.

Die Anodenplatte, die positive Bleiplatte, die im Betrieb mehr leidet, macht man deshalb heute aus metallischem Blei, um ihr eine größere mechanische Festigkeit zu geben. Man versieht sie aber an ihrer arbeitenden Oberfläche mit Furchen, um in sie eine Bleioxydschichte streichen zu können. Dieses Verfahren wurde von Tudor angegeben. Es hat den Zweck, die Formierungsarbeit abzukürzen.

Der geladene Sammler gibt die in ihm aufgespeicherte Energie mit einer Spannung ab, die je Zelle rund 2 Volt beträgt. Es ist klar, daß man deshalb, um den Zwecken der Starkstromtechnik genügen zu können, immer eine ganze Reihe von Zellen nach Abb. 349 in Reihe schalten muß. Um 220 Volt zur Verfügung haben zu können, müßte man z. B. 110 Zellen in Reihe schalten.

Allerdings macht man bei jeder Entladung die Beobachtung, daß mit zunehmender Menge der entnommenen Energie die Spannung der Zelle abnimmt. Es ist aber von großer Bedeutung für die Haltbarkeit der Bleiplatten des Sammlers, daß man die Zellenspannung nicht zu weit sinken läßt. Der Sammler muß deshalb immer wieder rechtzeitig geladen werden.

Im Starkstrombetrieb muß man sich so einrichten, daß etwas mehr Zellen vorhanden sind als bei 2 Volt Zellenspannung eigentlich notwendig wäre. Die überzähligen Zellen werden dann nach Bedarf mit Hilfe eines besonderen Zellenchalters zu oder abgeschaltet.

Bei der Ladung muß natürlich außer der Zelleneigenspannung auch noch die Widerstandsspannung des Elektrolyts überwunden werden, wie sie der Ladestrom entstehen läßt.

Die chemische Gleichung der Ladung zeigt nun, daß während des Ladestromdurchganges Schwefelsäure gebildet wird, so daß die Lösung dichter wird. Deshalb muß die Ladespannung gleich vom Anfang an gesteigert werden. Die Zelleneigenspannung nimmt bei gleichbleibender Stromstärke nach Abb. 350 langsam bis über

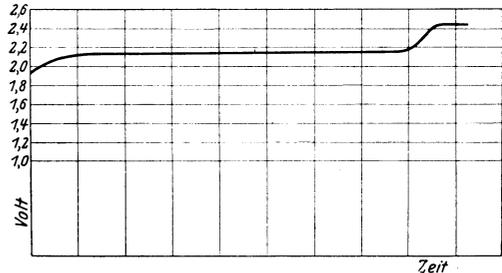
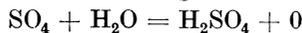


Abb. 350.

2,2 Volt zu, um dann gegen das Ende des Ladevorganges zu ganz scharf ansteigen zu müssen. Außer der Zelleneigenspannung muß, wie erwähnt, auch noch die Widerstandsspannung durch die Ladespannung bewältigt werden, so, daß gegen Ende des Ladevorganges die aufgedrückte Spannung bis 2,7 Volt je Zelle betragen muß.

Die Ladung ist offenbar beendet, wenn das ganze auf den Elektrodenplatten befindliche Sulfat umgearbeitet ist. Von da an fängt an der Kathode der Wasserstoff zu entweichen an. An der Anode gibt der Säurerest mit dem Lösungswasser nach der Gleichung



den Sauerstoff frei, der dann entweicht.

Am Entweichen der Gase an den Elektroden erkennt man die beendete Ladung. Es hat sich gezeigt, daß es notwendig ist, bei der Ladung das

ganze vorhandene Bleisulfat aufzuarbeiten, damit sich nicht feste Sulfatkrusten bilden können.

Im Betrieb beurteilt man die Leistungsfähigkeit des Sammlers nach der Elektrizitätsmenge, die man ihm entnehmen kann, ohne ihn elektrochemischen Gefahren auszusetzen. Man mißt also die Kapazität des Sammlers in Amperestunden.

Es ist aber nicht ohne Bedeutung, wie man die Belastungsamperestunden in Ampere und Stunden zerlegt. Die Kapazität ist nämlich von der Entladezeit abhängig und immer erreicht man eine größere Entnahme, wenn man langsam arbeitet.

Beträgt z. B. die Kapazität eines Sammlers bei dreistündiger Entladung 3000 Amperestunden, so würden sich für andere Entladezeiten die Kapazitäten etwa nach folgender Aufstellung ergeben:

Entladezeit in Stunden	1,	2,	3,	5,	7½,	10
Kapazität in Amperestunden	2070,	2500,	3000,	3330,	3700,	4000
Mögliche Strombelastung in Ampere.	2070,	1250,	1000,	660,	495,	400

Gute Sammler sind imstande, 90 bis 95% der Elektrizitätsmenge zurückzugeben, die sie bei der Ladung aufgenommen haben. Aber die zurück-

gegebene Energie beträgt dabei nur 70 bis 75% der aufgenommenen, denn der Sammler wird, wie wir gesehen haben, immer mit erheblich größerer Spannung geladen als er später arbeiten kann.

Trotz des verhältnismäßig niedrigen Wirkungsgrades ist der Sammler ein außerordentlich wertvoller Helfer der Gleichstromtechnik, so daß man mit gutem Recht darauf

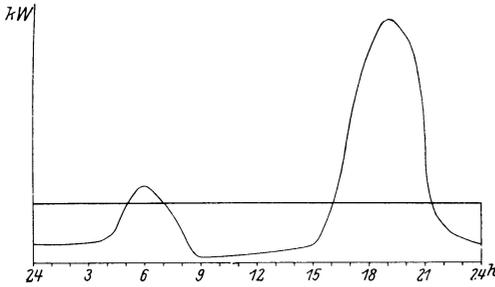


Abb. 351.

hinweisen kann, daß der Gleichstrom ebenso dem Wechselstrom wegen der nur ihm möglichen Sammlung elektrischer Energie überlegen ist, wie der Wechselstrom den Gleichstrom mit seiner Transformationsmöglichkeit übertrifft.

Wie wertvoll der Sammler im Betrieb werden kann, zeigt am besten die Betrachtung der Belastungsverhältnisse eines Elektrizitätswerkes, dessen Hauptaufgabe es ist, seine Stadt mit Lichtstrom zu versorgen, das aber außerdem nebenbei auch Kraftstrom für größere und kleinere Industriebetriebe liefert.

Das Ideal wäre selbstverständlich für jedes Elektrizitätswerk eine gleichmäßige, Tag und Nacht, im Sommer und im Winter gleichbleibende Belastung. Dieser Belastung müßte die ganze Anlage gerade gewachsen sein, die Maschinen, die Leitungen müßten für sie gerade ausreichen.

Von diesem Ideal ist die Wirklichkeit weit entfernt. Licht braucht man nur am Spätnachmittag und Abend, in der Nacht fällt die Lichtbelastung fast auf null. Die Industrien arbeiten normal nur zu gewissen

Tagesstunden. Sie arbeiten aber vor allem auch am Spätnachmittag, vergrößern durch ihren Lichteigenbedarf die ohnehin starke Lichtbelastung dieser Stunden und so muß sich am Spätnachmittag die berüchtigte Belastungsspitze ausbilden.

Nebenstehende Abb. 351 zeigt die Belastungslinie eines Wintertages, wie man sie immer wieder antrifft. Ihre Steigungen und Senkungen sind leicht verständlich. Sie zeigt eindringlich, wie die Belastungsspitze erheblich über die mittlere Belastung hinaufschnellt, eine wesentliche Verteuerung der Anlage verursachend, eine Quelle ständiger Sorge des Betriebsingenieurs, ein Problem, das man immer wieder zu lösen gezwungen wird.

Ein Blick auf die Belastungskurve der Abb. 351 erklärt den Sinn der Stromtarife, die mit viel Scharfsinn ausgeklügelt, letzten Endes doch nur dem Abbau der Belastungsspitze gelten. Die Belastungskurve zeigt sofort, daß die gelieferten Kilowattstunden sehr verschiedene Werte annehmen können, je nach der Tageszeit, zu der sie erzeugt werden mußten.

Bei schwacher Belastung laufen die Maschinen der Anlage fast leer, ihr Wirkungsgrad ist gering. Wohl kann man diesem Übel entgehen, indem man die Höchstleistung auf mehrere Maschinen aufteilt und jeweils nur soviel Maschinen laufen läßt, wie sie die Belastung gerade verlangt.

Man könnte sehr leicht zu dem Schluß kommen, daß bei schwacher Belastung die Erzeugungskosten der Energie am höchsten sind und daß man deshalb den Verkaufspreis für diese Energie am höchsten ansetzen müßte. Man findet aber in der Praxis gerade das entgegengesetzte Bild. Zur Zeit der Belastungsspitze ist der Strom am teuersten, der Nachtstrom erreicht den niedrigsten Preis.

Zweierlei ist hierfür maßgebend. Sehr viele Werke arbeiten mit Wasserenergie und decken die Belastungsspitzen mit Wärmekraftmaschinen. Natürlich kostet die mit Kohle oder Öl erzeugte Kilowattstunde dann mehr als die Wasserkilowattstunde. Andererseits ist die Belastungsspitze für die Bemessung der Anlage verantwortlich und muß deshalb auch die für sie notwendigen Anschaffungskosten decken.

Die Tarifpolitik rechnet weniger mit den wirklichen Schwankungen der Herstellungskosten der elektrischen Energie als mit dem Bestreben, die Belastungsspitze abzubauen, die Belastung gleichmäßiger zu machen. Sie muß den Edelstrom der späten Nachmittagsstunden sehr teuer, den Nachtstrom sehr billig bewerten. Sie muß die Verbraucher zur gleichmäßigeren Aufteilung über die 24 Tagesstunden drängen.

Lichtstrom ist deshalb immer teurer als Kraftstrom und Nachtbetriebe arbeiten immer mit dem billigsten Kraftstrom. Das sind die einfachsten Grundsätze der Tarifpolitik, die übrigens eine Menge von Feinheiten enthält und ihre eigene Wissenschaft aufgebaut hat.

Neben der kaufmännischen Lösung des schwierigen Problems der Belastungsspitze gibt der Sammler eine vorzügliche technische Lösung. Es ist ganz gut denkbar, mit Hilfe des Sammlers die Belastung für die Stromerzeuger gleichmäßig zu machen.

Hätte der Sammler einen Wirkungsgrad von 100%, so würde man einfach die Maschinen den ganzen Tag, die ganzen 24 Stunden hindurch

mit der Durchschnittsbelastung laufen lassen. Zur Zeit schwacher Belastung des Netzes würde dann der Sammler die überschüssige Energie aufspeichern, um sie zur Zeit der Belastungsspitze dem Netz zu liefern.

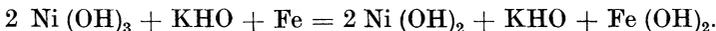
Die einfache Idee läßt sich leider nicht restlos verwirklichen. Sammler sind teure Einrichtungen. Aber eine gewaltige Hilfe muß offenbar für jedes Gleichstromwerk, das sehr ungleichmäßig belastet wird, der Sammler werden. Es gibt auch wohl kein Gleichstromwerk ohne Sammler.

Der Bleisammler hat eine große Schwäche. Er ist schwer. Das Blei ist ein sehr schweres Metall. Folgende Zusammenstellung gibt einen kleinen Überblick über die Zellengewichte bei verschiedenen Sammlerkapazitäten:

Kapazität in Amperstunden . .	50, 100, 500, 1000, 2000, 5000, 10000
Gewicht je Zelle in kg	22, 37, 145, 295, 560, 1350, 2600

Das Gewicht hat zwar bei ortsfesten Sammleranlagen keine große Bedeutung, es wird aber sofort ungemein wichtig, wenn die aufgespeicherte Energie für die Bewegung von Fahrzeugen ausgenützt werden soll. Deshalb ist das Problem des leichten Sammlers außerordentlich lockend und immer wieder werden Lösungen versucht.

Der Bleisammler ist bis heute trotz seiner Schwere noch nicht verdrängt worden. Neben ihm kommt nur noch der Edison-Sammler in Betracht, der als Elektroden Eisen und Nickel, als Elektrolyt Kalilauge verwendet. Die chemische Umsetzung des Edisonsammlers folgt der Gleichung



Die Erscheinungen der Elektrolyse wären durch die vorstehende Darstellung nicht erschöpft, wenn man nicht auch noch eine eigentümliche Eigenschaft der Metallelektroden erwähnen würde, die sich immer zeigt, sobald die Elektroden in ein Elektrolyt getaucht werden.

Jede Metallelektrode hat ein mehr oder weniger starkes Bestreben in Lösung zu gehen, mit anderen Worten, sie neigt mehr oder weniger zu chemischer Annäherung an die Elektrolytflüssigkeit. Jede solche chemische Annäherungssucht aber muß man elektrischen Kräften zuschreiben. Mit dem Eintauchen von Metallelektroden ins Elektrolyt entstehen demnach elektrische Spannungen.

Man entdeckt leicht, daß für einen äußeren, an die beiden Elektroden angeschlossenen Stromkreis, die beiden Elektroden-Elektrolyt-Spannungen entgegengesetzt gerichtet sind. Sie heben sich gegenseitig auf, wenn beide Elektroden aus dem gleichen Metall bestehen. Die Differenz muß sich aber zeigen, wenn zwei verschiedene Metalle als Elektrodenstoffe verwendet werden und die Differenzspannung ist gewiß verwertbar.

Das ist das Wesen des sog. Primärelementes, das seine eigene chemische Energie in einem angeschlossenen elektrischen Stromkreis verwerten läßt. Der Sammler wird deshalb auch Sekundärelement genannt, weil er Energie aus zweiter Hand abgibt.

Die Primärelemente sind die ältesten Einrichtungen der Elektrotechnik. Es ist sonderbar, daß die vorliegenden wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik dort schließen, wo die Elektrotechnik angefangen hat. Aber die Entwicklung unserer Technik schob die ältesten Errungenschaften

mehr und mehr zur Seite und heute ist es nur noch die mächtig aufstrebende Schwachstromtechnik, die sich immer noch der Primärelemente bedient.

Die Spannung des Primärelementes ist zuweilen von sehr überraschender Beständigkeit. Diese Beständigkeit geht so weit, daß man die Elementspannung sogar als Einheitsspannung benützen kann. Besonders das Clark-Element zeigt diese vorzügliche Eigenschaft. Etwas weniger verläßlich ist das Weston-Element.

Das Clark-Element benützt als positive Elektrode ein mit Quecksilber amalgamiertes Platinblech, das von einer Pasta von Hg_2SO_4 , Zinksulfat und Quecksilber umgeben ist und in einer Tonzelle untergebracht wird. Die negative Elektrode bildet ein Zinkstab. Im Elektrolytraum sind Zinksulfatkristalle von einer Zinksulfatlösung bedeckt. Das ganze Element ist in einem gut geschlossenen Gefäß eingebaut.

Die Spannung des Clarkelementes hängt nach der Gleichung

$$E = 1,433 - 0,0012 (t - 15) \text{ Volt}$$

von der Temperatur t in $^{\circ}\text{C}$ ab.

Das Daniellsche Primärelement verwendet Zink und Kupfer als Elektroden. Das Elektrolyt ist teils Kupfervitriol, teils Schwefelsäure. Nach Abb. 352 trennt eine poröse Tonwand die Kupfervitriollösung, in die die Kupferelektrode eingetaucht wird, von der Schwefelsäurelösung, in die die Zinkelektrode eingeführt wird. Die Spannung dieses Elementes beträgt ungefähr 1 Volt.

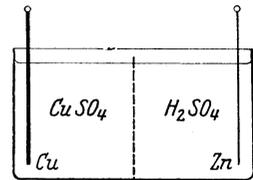


Abb. 352.

Das Element von Leclanché verwendet Zink und Kohle als Elektroden, taucht die Zinkelektrode in eine Salmiaklösung, von der wieder durch eine poröse Tonwand der Raum getrennt ist, in dem die Kohlelektrode in Kohlenstaub und Braunstein ruht. Das Element gibt ungefähr 1,4 Volt.

Man kann die Tatsache schwer übersehen, daß die Spannung der Primärelemente in der Nähe eines Volts bleibt. Unsere Spannungseinheit hat sich offenbar an den Primärelementen gebildet. Der Anfang der Elektrotechnik ist durch die Spannung eines Volts gekennzeichnet. Heute denken wir und arbeiten bei Versuchen bereits mit einer Million Volt. Diese Million wurde in der kurzen Zeit eines halben Jahrhunderts erreicht. Die Elektrotechnik hat uns in jeder Hinsicht gewaltige Geschwindigkeiten gebracht.

Namen- und Sachverzeichnis.

(Die beigedruckten Ziffern geben die Seitenzahlen an.)

- Ableitung 75.
Abschaltüberspannung 323, 325, 396.
Admittanz 259.
Äquipotentialfläche 17.
Akkumulator 439.
Allgemeiner Transformator 196, 225.
Ampere 20, 55.
Amperemeter:
— dynamometrisches 370.
— mit Hitzdraht 66.
— mit Shunt 66.
Analyse, harmonische 341ff.
— nach Wedmore 356.
Anion 437.
Anker 189.
Ankerkraftfluß 242.
Ankerrückwirkung 207, 243.
Ankerspule 199.
Ankerstromzweig 233.
Ankerwicklung 199.
— zweilagige 201.
Ankerwicklungskraftfluß 207.
Anlasser 224, 236, 275.
Anlaßwiderstand 224.
Anlauf:
— des Asynchronmotors 224.
— der Gleichstrommaschine 236.
— des Synchronmotors 251.
— des Wechselstromkollektormotors 249.
Anlaufdrehmoment 224, 238.
Anlegerstrommesser 136.
Anode 421.
Antenne 413.
Anwurfsmotor 251.
Aron 375.
Asynchrongenerator 225.
Asynchronmotor 220, 224, 237, 274.
— als Transformator 221, 276.
— Nachteile des 243.
Ausgeprägte Pole 205.
Ausgleichsschwingung 313, 329.
Ausgleichsvorgang 306, 329.
Auslösezeit (des Selbstschalters) 324.
Ausschalterscheinungen 312, 319.
Außenleiter 163.
Außenleiterspannung 168.
Außenleiterstrom 170.
Außenpoltype 205.
- Bahnbeleuchtungsstrom 364.
Belastungsspitze 442.
Betriebskapazität 49.
Bewegte Wicklung 186.
Biot-Savartsches Gesetz 192.
Blasmagnet 419.
Blechstärke 145.
Bleisammler 439.
Blindstrom 107.
Blondel 353.
Bohrerregel 81.
Booster 159.
Boucherot 283.
Bügeleisen, elektrisches 61.
Bürste 191.
Bürstenübergangswiderstand 241.
Bürstenverschiebung 241.
- Chemische Einflüsse des elektrischen
Feldes 53.
Clark-Element 445.
Compounderregung 235.
Coulomb 20, 55.
Coulombsches Gesetz 14, 17.
- Dampfturbine 203.
Daniell-Element 445.
Dauermagnet 90.
Dielektrikum 13.
Dielektrizitätskonstante 21, 29, 37.
Dissoziation 436.
Dissoziationsgrad 436.
Drahtlose Zeichenübertragung 408.
Drehfeld 208.
Drehmoment 193.
Drehstrom 166.
Drehstromkollektormotor 246.
— Verwendung des 249.
Drehstromvierleitersystem 166.
Drehtransformator 222.
Dreieck 169.
Dreieckschaltung 169.
Dreieckskurve 346, 358.
Dreileitersystem:
— für Gleichstrom 162.
Dreiphasenstrom 166.
Dreiphasensystem 165.
— ohne Nulleiter 172.

- Dreiphasiger Transformator 178.
 Drosselspule 400.
 Duddell 417.
 Durchbruch im elektrischen Feld 23, 76.
 Durchflutung 86.
 Durchgehen des Gleichstrommotors 237.
 Durchlässigkeit, magnetische 78, 91.
 Durchschlag 23, 76.
 Dynamometer 369.

 Edelstrom 443.
 Edison 62.
 Edisoneffekt 420.
 Edisonsammler 444.
 Effektive Höhe von Wechselgrößen 103.
 Eigenschwingung 303.
 — Periodenzahl der 304, 316.
 Einankerumformer 250.
 — Spannungsverhältnisse des 251.
 Eingangstromkreis 405.
 Einpolmaschine 230.
 Einschalterscheinungen 309ff., 326ff.
 Einschaltstrom des Transformators 335.
 Einschaltüberspannung 323, 325.
 Einstein 16.
 Eisenblech 144.
 — hochlegiertes 145.
 — legiertes 145.
 Elastizität und Kapazität 53.
 Elektrische Achse 35.
 — Energie 54, 113.
 — Festigkeit:
 — für Wechselspannungen 105.
 — verschiedener Stoffe 37.
 — von Gasen unter Druck 53.
 Elektrische Leitfähigkeit 58.
 Elektrischer Strom 54.
 Elektrischer Widerstand 56.
 — spezifischer 57, 76.
 Elektrisches Feld 16.
 — einer geladenen Geraden 26.
 — eines geladenen Punktes 21.
 — gleichachsiger Zylinder 26.
 — konzentrischer Kugeln 21.
 — paralleler nichtgleichachsiger Zylinder 29, 35.
 — paralleler sich umhüllender Zylinder 41.
 — Zylinder-Ebene 32.
 Elektrizität:
 — Wesen der 3.
 Elektrizitätsdurchgang durch Gase 433.
 Elektrizitätsmenge 13.
 — eines Elektrons 15.
 — freie 13.
 Elektrizitätsmengeneinheit:
 — elektrostatische 15.
 — praktische 20.
 Elektrode 421.
 Elektrolyse 436.
 — Gesetze der 437.
 Elektrolyt 436.
 Elektromagnetische Welle 406.
 Elektrometallurgie 61.
 Elektron 3, 13.
 — Elektrizitätsmenge des 15.
 Elektronenröhre 420.
 — als Gleichrichter 430.
 — als Sender 423.
 — als Verstärker 428.
 Elektronenstrahlung 420.
 Elektrostatik 10.
 Energie des elektrischen Feldes 54, 113.
 — des magnetischen Feldes 110.
 Energieverluste:
 — der elektrischen Maschine 194.
 — des Transformators 131.
 Erdableiter 397.
 Erdfeld 380.
 Erdkapazität 44, 49.
 Ersatzschaltung:
 — des Asynchronmotors 275.
 — der Fernleitung 279.
 — des Transformators 256.
 Erwärmung 60, 324.

 Farad 23.
 Faraday 15, 19.
 Faure 440.
 Fehlerortsbestimmung 72.
 Feldstärke 20.
 Fernleitung 278.
 — Ersatzschaltung der 279.
 — Konstanten der 290.
 — Ladestrom der 284.
 — mit verteilter Kapazität 289.
 — Spannungsabfall der 298.
 Fernleitungskonstanten 290.
 Festigkeit, elektrische 37.
 Festigkeitslehre, elektrische 23.
 Formfaktor 371.
 Formieren 440.
 Fourier 96, 340.
 Freileitung und Kabelleitung 286.
 Fremdinduktion 95.
 Frequenz 99.
 Funkenstrecke 379, 413.
 — einstellbare 379.

 Gasfüllungslampe 63.
 Gauß 81.
 Geblätterte Eisenkerne 145.
 Generator 7, 55, 185.
 Gesamtkraftfluß der elektrischen Maschine 216.
 Gitterelektrode 422.
 Gleichrichter 430, 434.
 Gleichrichterröhre 430.
 Gleichstrom 10.
 Gleichstromdreileitersystem 162.
 Gleichstromfünfleitersystem 164.

- Gleichstromkreis, veränderlicher 252.
 Gleichstromcompoundmaschine 235.
 Gleichstromnebenschlußmaschine 235.
 Gleichstromreihenschlußmaschine 235.
 Gleichstromverbundmaschine 235.
 Gleitende Entladung 51.
 Glimmverluste 280.
 Glühbirne 62.
 Glühkathodenröhre 420.
 Glühlampe 62.
 — Stromverbrauch der 62.
 Graphik veränderlicher Wechselstrom-
 kreise 258ff.
 Graphische Untersuchungsweise 12, 99.
 Grundwelle 341.

Halbpolare 267.
 Halbwattlampe 63.
 Harmonische Analyse 341ff.
 Hautwirkung 147.
 Hefner-Kerze 62.
 Hertz 406.
 Hitzdraht 66.
 Hitzdrahtinstrument 66, 369.
 Hochfrequenzgenerator 416.
 Hochfrequenztechnik 408.
 Hörgrenze 415.
 Hörnerableiter 398.
 Hysteresis 89.
 Hysteresisschleife 90.

Impedanz 116.
Induktion 92.
 — gegenseitige 95.
 Induktionsgesetz 93, 188.
Induktiver Strom 113.
 — Widerstand 108.
Induktivität 79, 86, 425.
 — und Masse 91.
 — zweier paralleler Zylinder 84.
Innenpoltype 205.
Inversion 260.
Ion 437.
Ionisator 438.
Ionisierung 433.
Ionisierung der Luft 29.
Isolator 13.
Isolierstoffe 53.

Joly 417.
 — Umformer 417.
Joulesches Gesetz 59, 103.
Joulesche Wärme 60.
Jungfräuliche Linie 90.

Kabel 43.
Kabelleitung und Freileitung 286.
Kabelmeßbrücke 72.
Kapazität 22.
 — des Sammlers 440.
 — gleichachsiger Zylinder 26.

Kapazität in Parallelschaltung 50.
 — in Reihenschaltung 50.
 — konzentrischer Kugeln 23.
 — paralleler sich umhüllender Zylinder 43.
 — paralleler nichtgleichachsiger Zylinder 31.
 — verteilte 278, 289.
 — Zylinder-Ebene 32.
Kapazität und Elastizität 53.
Kapazitiver Strom 113.
Kapazitiver Widerstand 112.
Kathode 421.
Kathodenzillograph 354.
Kathodenröhre 420.
Kation 437.
Kirchhoffsche Gesetze 68, 116, 118.
Klemme 74.
Kocher, elektrischer 61.
Koerzitivkraft 90.
Kollektor 231, 239.
 — als Periodenumformer 244.
Kollektorbürste 231.
Kollektormotor:
 — für Drehstrom 246.
 — für Wechselstrom 248.
Kommutation 239.
Kommutator 239.
Kondensator 28.
Kondensatorspannung 112.
Koppelung 425.
Koronaverluste 280.
Kraftfluß, magnetischer 82.
Kraftlinie 18.
Kraftübertragung 7.
Kraftübertragungsproblem 160.
Kreisdiagramm 264.
 — des Asynchronmotors 274, 277.
 — des Transformators 273.
 — Theorie des 265ff.
Kriechweg 51.
Kühlung 155, 195.
Kupferbedarf:
 — des Dreiphasensystems 166.
 — des Gleichstromzweileitersystems 161.
 — des Gleichstromdreileitersystems 163.
 — des Wechselstromzweileitersystems 164.
Kupplung:
 — direkte 204.
Kurvenform der Wechselgrößen 339ff.
Kurzschluß 61, 254.
Kurzschlußanker 224.
Kurzschlußpunkt 263, 277.
Kurzschlußstromkraft 339.

Ladestrom:
 — der Fernleitung 284.
Läufer 220.
Langmuir 422.
Leclanché-Element 445.

Leerlauf 254.
 Leerlaufspunkt 263, 277.
 Leistung 59.
 — des Dreiphasenstroms 169.
 Leistungsfaktor 107.
 — im Kreisdiagramm 265.
 Leistungsgerade 268, 272.
 Leistungsgesetz:
 — für Gleichströme 59.
 — für Wechselströme 104.
 Leistungsmesser 373.
 Leiter 13.
 Leitfähigkeit:
 — elektrische 58.
 Lichtbogen 433.
 — Kennlinie des 417.
 Lichtbogensender 417.
 Lichtgeschwindigkeit 20.
 Liniendichte 81.

 Magnetgestell 189.
 Magnetische Energie 111.
 — Hysteresis 89.
 Magnetischer Kraftfluß 82.
 — Strom 82.
 — Widerstand 82.
 Magnetisches Feld 77.
 Magnetisierungsgesetz 78, 81, 82, 86, 106.
 Magnetisierungskurve 87.
 Magnetisierungsstrom 122.
 — des dreiphasigen Transformators 184.
 — Oberwellen des 362.
 Magnetismus:
 — remanenter 90.
 — Wesen des 4, 78.
 Magnetpol 189.
 Marconi 413.
 Maxwell 15, 16, 19, 406.
 Mehrpolige Maschine 203.
 Meßbereich:
 — der Wheatstoneschen Brücke 71.
 — des Spannungsmessers 74.
 — des Strommessers 66.
 Metalldrahtlampe 63.
 Mho 261.
 Mikrofarad 23.
 Mikrophon 415.
 Millikan R. A. 15.
 Mittelleiter 162.
 Motor 8.
 Motor-Generator 250.

 Nadelspitzendurchschlag 24.
 Nebenschlußerregung 235.
 Nebenschlußregler 237.
 Neutrale Zone 190.
 Newton 14, 19.
 Nichtleiter 13.
 — in Reihenschaltung 37.
 Nichtleiterkonstante 21, 29, 37.

Nulleiter 164.
 Nullpunkt 167.
 Nullpunktsbestimmung 173.
 Nut 202.
 Nutenkeil 202.

 Oberwelle 314.
 Öl 53, 153.
 Ölkühlung 153.
 Ölschalter 312.
 Ofen, elektrischer 61.
 Ohmscher Widerstand 56.
 — spezifischer 57, 76.
 Ohmsches Gesetz 56.
 Oszillograph 353.

 Parallelschaltung:
 — von Kapazitäten 50.
 — von Widerständen 65.
 Parallelwicklung 233.
 Periodendauer 97.
 Periodenumformer:
 — Kollektor als 245.
 — ruhender (Joly) 417.
 Periodenzahl 98.
 — der Eigenschwingung 304, 316.
 — der Wanderwelle 389.
 — für elektrische Bahnen 98, 364.
 Periodenzahl und Polzahl 203.
 Permeabilität 78, 91.
 Petersen 279, 388.
 Phasenkompensierung 107, 219.
 — des Kollektormotors 247.
 Phasenschieber 218.
 Phasenspannung 167.
 Phasenverschiebung 98.
 — und Spannungsabfall 181.
 Phasenwicklung 201.
 Planté 440.
 Pol 189.
 — ausgeprägter 205.
 — unausgeprägter 205.
 Polschuh 189.
 Polzahl und Periodenzahl 203.
 Potential 17, 18.
 Potentialdifferenz 18, 58.
 Potentialkreis 199.
 Potentialregler 222.
 Primärelement 444.
 Poulsen 417.
 Pupin 286.
 Pupinspule 287.

 Quecksilberdampfgleichrichter 434.
 Quecksilberlichtbogen 434.
 Querfluß 217, 360.

 Randfeld, elektrisches 28, 40, 51.
 Randwirkung 28, 40.
 Rechteckskurve 345, 348.

- Reihenschaltung:
 — von Kapazitäten 50.
 — von Nichtleitern 37.
 — von Widerständen 65.
 Reihenschlußberregung 235.
 Reihenwicklung 233.
 Remanenter Magnetismus 90, 336.
 Resonanz 305, 409.
 Restleistungsgerade 268, 272.
 Richardson 420.
 Richtungsregel 188, 192.
 Röhrensender 425.
 Rotor 220.
 Rückkoppelung 425.

 Sättigung 87.
 Sammler 439.
 Schalloberwelle 415.
 Schalter mit Vorkontakt 332.
 Schalteröl 53.
 Schering, H. 29.
 Schleifenwicklung 233.
 Schleifring 191, 231.
 Schlupf 223.
 Schmelzsicherung 62.
 Schneiden der Kraftlinien 188.
 Schutzdrosselspule 400.
 Schwachstromtechnik 6.
 Schwebung 324.
 Schwingung 301.
 — Energiemenge der 325.
 — erzwungene 301, 305.
 — freie 303, 305.
 — gedämpfte 414.
 — ungedämpfte 414.
 Schwingungsfähigkeit 301, 302.
 Schwingungskreis, offener 413.
 Sechphasensystem 167.
 Selbstinduktionsspannung 93.
 Selbstschalter 323, 414.
 — Auslösezeit des 324.
 Shunt 66.
 Sicherheitsvorschriften 60.
 Sicherung 62, 325.
 Siemens 261.
 Sinusschwingung 96.
 Skineffekt 147.
 Spannung 18, 58.
 — der Gleichstrommaschine 234.
 Spannungsabfall 64.
 — der Kraftübertragung 161.
 — des Transformators 130.
 Spannungserhöher 159.
 Spannungsgleichgewicht 121.
 Spannungsmesser 74.
 Spannungsspule 374.
 Spannungstransformator 134, 227.
 Spannungsverlust 64.
 Spartransformator 156.
 Spiegelung, elektrische 32.

 Spule 85.
 Stabspannung 189, 197.
 Ständer 220.
 Starkstromtechnik 6.
 Stator 220.
 Steinmetz 148.
 Stern 168.
 Sternpunktbestimmung 173.
 Sternschaltung 168.
 Steuerung:
 — der Wellen 414.
 Strahlungsgesetz, Richardsonsches 420.
 Strom:
 — elektrischer 55.
 — induktiver 113.
 — kapazitiver 113.
 — magnetischer 82.
 Stromdichte 150, 155, 195.
 Stromerzeuger 7, 55, 185.
 Stromkraft 338.
 — des Transformators im Kurzschluß 338.
 Stromkreis 55.
 Strommesser:
 — dynamometrischer 370
 — mit Hitzdraht 66.
 — mit Shunt 66.
 Stromspule 374.
 Stromtarif 443.
 Stromtransformator 134, 215, 227.
 Stromwandler 135.
 Stromwendung 238.
 — im Wechselstrombetrieb 249.
 Supraleitender Zustand 58.
 Symbolische Rechnung 12, 100, 281.
 Synchrongenerator 228.
 — induktiv belasteter 217.
 — kapazitiv belasteter 217.
 Synchronisieren 218.
 Synchronmaschine 218, 227, 229.
 Synchronmotor 217, 228.
 — übererregter 218.

 Telegraphie:
 — drahtlose 7, 405, 414.
 Telephonie:
 — drahtlose 7, 405, 414.
 Temperaturkoeffizient:
 — des Ohmschen Widerstandes 57.
 Temperaturmessung durch Widerstands-
 zunahme 60.
 Trapezkraftfluß 206.
 Trapezkurve 351.
 Transformator 123.
 — allgemeiner 196.
 — Bedeutung des 125, 128.
 — dreiphasiger 178.
 — Spannungsabfall des 130.
 — Verluste des 131.
 Transformatorenöl 53.

- Tudor 440.
 Turbogenerator 204.
 Übererregung 218.
 Übergangswiderstand:
 — der Kollektorbürsten 241.
 Übersetzungsverhältnis 123.
 Überspannung 323.
 Überstrom 323.
 Überstromschutz 325.
 Umformer 9, 232, 250.
 Ummagnetisierungsverluste 148.
 Unausgeprägte Pole 205.
 Unipolarmaschine 230.
 Unregelmäßige Wechselgrößen 339ff.
 Unsymmetrien des Dreiphasensystems 171.
 Ventil:
 — elektrisches 415, 429.
 — magnetisches 417.
 Verbilligungsbestrebungen im Elektromaschinenbau 153.
 Verbunderregung 235.
 Verkettete Spannung 168.
 Verkettung 86.
 — doppelte 137.
 Verluste:
 — der elektrischen Maschine 194.
 — der Gleichstrommaschine 237.
 — der Übertragungsleitung 161.
 — des Transformators 132.
 — im Eisen 149, 271.
 — im Kupfer 150.
 Verlustgerade 266, 271.
 Verschiebung:
 — dielektrische 15.
 Verschiebungsstrom 387, 413.
 Verstärkeröhre 428.
 Verteilte Widerstände 278.
 Vierphasensystem 167.
 Volt 20.
 Voltmeter 74.
 Vorschaltwiderstand 74, 332.
 Wachstumsgesetze des Transformators 153.
 Wagner, K. W. 105.
 Wanderwelle 380.
 — in Maschinenwicklungen 394.
 — Periodenzahl der 389.
 Watt 59.
 Wattmeter 373.
 Wattloser Strom 107.
 Wattstrom 107.
 Wechselfluß 138.
 Wechselstrom 10, 96.
 Wechselstromkollektormotor 248.
 — als Bahnmotor 250.
 Wechselstromkommutation 249.
 Wechselstromkreis, veränderlicher 254.
 Wechselstromleitwert 259.
 Wechselstromreihenschlußmotor 248.
 Wechselstromwendung 249.
 Wechselstromwiderstand 116.
 Wed more 356.
 Welle:
 — elektromagnetische 406.
 — fortschreitende 410.
 — stehende 412.
 Wellenbrechung 387ff.
 Wellenstirne 385, 394.
 — Abbau der 392, 398.
 Wellenwicklung 233.
 Wellenwiderstand 318, 384.
 Wendepol 241.
 Wheatstonesche Brücke 71.
 Wickelkopf 202.
 Wicklung:
 — primäre 123.
 — sekundäre 123.
 Wicklungsschleife 233.
 Wicklungswelle 233.
 Widerstand:
 — elektrischer 56.
 — induktiver 108.
 — kapazitiver 112.
 — magnetischer 82.
 — Ohmscher 56.
 — spezifischer 57, 76.
 Widerstandsspannung 115.
 Windung 85.
 Winkelgeschwindigkeit, elektrische 99.
 Wirbelströme 138.
 Wirbelstromverluste:
 — im Eisen 148.
 — im Kupfer 147.
 — Wirkstrom 107.
 Wirkungsgrad 132, 150, 195.
 — im Kreisdiagramm 270.
 — und Verlustaufteilung 151.
 Zähler 375.
 Zahn 202.
 Zeitkonstante des Ausgleichsvorganges 310.
 Zeitlinie 99.
 Zeitrelais 323.
 Zellschalter 441.
 Zusätzliche Verluste:
 — im Kupfer 147, 150.
 Zweilagige Ankerwicklung 201.
 Zweileiterkabel 44.
 Zweileitersystem:
 — für Gleichstrom 160.
 — für Wechselstrom 164.
 Zweiphasenstrom 310.
 Zweiwattmetermethode 375.