

Mitteilungen
über
Forschungsarbeiten

auf dem Gebiete des Ingenieurwesens

insbesondere aus den Laboratorien
der technischen Hochschulen

herausgegeben vom

Verein deutscher Ingenieure.

Heft 113.

Walther: Versuche über den Arbeitsbedarf und die Widerstände beim Blechbiegen.

1912

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

Preis: 1 *M* für Lehrer und Schüler technischer Schulen,
2 *M* für sonstige Bezieher.

Eine Zusammenstellung des Inhaltes der Hefte 1 bis 107 der Mitteilungen über Forschungsarbeiten zugleich mit einem Namen- und Sachverzeichnis wird auf Wunsch kostenfrei von der Redaktion der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, Berlin N.W., Charlottenstr. 43, abgegeben.

Heft 108 und 109: Vogel: Ueber die Temperaturänderung von Luft und Sauerstoff beim Strömen durch eine Drosselstelle bei 10° C und Drücken bis zu 150 at.

Soennecken: Der Wärmeübergang von Rohrwänden an strömendes Wasser.

Knoblauch und Hilde Mollier: Die spezifische Wärme c_p des überhitzten Wasserdampfes für Drücke von 2 bis 8 kg/cm und Temperaturen von 350 bis 550° C.

Heft 110 und 111: Untersuchungen an elektrisch und mit Dampf betriebenen Fördermaschinen.

Heft 112: E. Heyn und O. Bauer: Untersuchung eines gerissenen Flammrohrschusses. R. Baumann: Versuche mit Aluminium, geschweißt und ungeschweißt, bei gewöhnlicher und bei höherer Temperatur.

Bezugsbedingungen:

Preis des Heftes 1 Mk;

zu beziehen durch Julius Springer, Berlin W. 9, Linkstr. 23/24;

für Lehrer und Schüler technischer Schulen 50 Pfg.

zu beziehen gegen Voreinsendung des Betrages vom Verein deutscher Ingenieure, Berlin N.W. 7, Charlottenstraße 43.

Literarische Unternehmungen d. Vereines deutscher Ingenieure:

ZEITSCHRIFT DES VEREINES DEUTSCHER INGENIEURE.

Redakteur: D. Meyer.

Berlin N.W., Charlottenstraße 43

Geschäftstunden 9 bis 4 Uhr.

Expedition und Kommissionsverlag: Julius Springer, Berlin W. 9, Link-Str. 23-24.

Die Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure erscheint wöchentlich Sonnabends. Je einmal im Monat liegt ihr die Zeitschrift „Technik und Wirtschaft“ bei. Preis bei Bezug durch Buchhandel und Post 40 M jährlich; einzelne Nummern werden gegen Einsendung von je 1.30 M — nach dem Ausland von je 1.60 M — portofrei geliefert.

Anzeigen:

Das Millimeter Höhe einer Spalte kostet 25 Pf.
Bei 6, 13, 26, 52 maliger Wiederholung im Laufe eines Jahres: 10, 20, 30, 40 vH Nachlaß.
Für Stellengesuche von Vereinsmitgliedern, die unmittelbar bei der Annahmestelle, Linkstraße 23-24, aufgegeben und vorausbezahlt werden, kostet das Millimeter Höhe einer Spalte nur 12 Pf.

Beilagen:

Preis und erforderliche Anzahl sind unter Einsendung eines Musters bei der Expedition zu erfragen. Die Beilagen sind frei Berlin zu liefern.

Den Einsendern von Ziffer-Anzeigen wird für Annahme und freie Zusendung einlaufender Angebote mindestens 1 M berechnet.

Bei Bewerbungen um Stellen, die ohne Namen ausgeschrieben sind, empfiehlt es sich nicht, Original-Zeugnisse beizufügen; die Expedition kann sich um die Wiedererlangung der beigefügten Zeugnisse, Zeugnis-Abschriften, Photographien, Zeichnungen usw. nicht bemühen und muß jede Verantwortung in dieser Beziehung ablehnen; ihre Tätigkeit beschränkt sich auf die Annahme und Weiterbeförderung der Angebote.

Schluß der Anzeigen-Annahme: Montag Vorm.; für Stellengesuche: Montag Abend 7 Uhr.

TECHNIK UND WIRTSCHAFT.

MONATSSCHRIFT DES VEREINES DEUTSCHER INGENIEURE.

REDAKTEUR D. MEYER.

IN KOMMISSION BEI JULIUS SPRINGER BERLIN.

Bezugsbedingungen: Die »Technik und Wirtschaft« liegt der ganzen Auflage der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure (Preis des Jahrgangs 40 M) allmonatlich bei. Sie ist außerdem für 8 M für den Jahrgang durch alle Buchhandlungen und Postanstalten sowie durch die Verlagsbuchhandlung von Julius Springer zu beziehen.

Anzeigen: Die ganze Seite 100 M, $\frac{1}{2}$ Seite 50 M, $\frac{1}{4}$ Seite 25 M, $\frac{1}{8}$ Seite 12,50 M. Ein kleinerer Raum als $\frac{1}{8}$ Seite wird nicht abgegeben. Bei 3 6 12 maliger Wiederholung im Jahre. **Beilagen:** Preis und erforderliche Anzahl sind

unter Einsendung eines Musters bei der Verlagsbuchhandlung von Julius Springer zu erfragen. Auflage des Blattes 27000.

Mitteilungen
über
Forschungsarbeiten

auf dem Gebiete des Ingenieurwesens

insbesondere aus den Laboratorien
der technischen Hochschulen

herausgegeben vom

Verein deutscher Ingenieure.

Heft 113.



1912

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

ISBN 978-3-662-01689-3 ISBN 978-3-662-01984-9 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-01984-9

Inhalt.

	Seite
Versuche über den Arbeitsbedarf und die Widerstände beim Blechbiegen. Von Dr.-Ing. Franz Walther	1

Versuche über den Arbeitbedarf und die Widerstände beim Blechbiegen¹⁾.

Von Dr.-Ing. **Franz Walther.**

1) Einleitung.

Die Aufgabe, die Vorgänge bei bildsamer Biegung prismatischer Körper zu verfolgen, ist ein Teil der großen Frage nach Gesetzen über die bleibende Formänderung der festen Körper. Während das Verhalten der Gase und Dämpfe bei Formänderung zwar nicht dem inneren Wesen nach erkannt, jedoch zum großen Teil auf überraschend einfache Beziehungen zurückgeführt ist, zeigen sich schon bei der Untersuchung der Formänderung flüssiger Körper große Schwierigkeiten. Der feste Körper endlich, dessen Untersuchung am nächsten liegt und dessen Eigenschaften für die hausbackene Vorstellung am leichtesten der Untersuchung zugänglich scheinen, setzt einer Erforschung der Vorgänge und erst recht einem rechnerischen Aufbau, etwa wie ihn die mechanische Wärmetheorie für Gase und Dämpfe in so überraschend glücklicher und meist einfacher Weise errichtet hat, bisher noch unüberwindbare Schwierigkeiten entgegen. Ein Teil der Forscher hat sich dazu gewendet, die bleibende Formänderung durch ein Gleiten von Schichten unter Auftreten einer »inneren Reibung« darzustellen. Eine Handhabe zu solchen Untersuchungen bieten die bekannten Fließfiguren fester Körper. Sobald diese jedoch unsichtbar werden, hört auch ein Fortschreiten in dieser Richtung auf. Andere haben unter dem Mikroskop das Gefüge der Körper untersucht. Das Vorschreiten in dieser Richtung hat eine außerordentlich reichhaltige Menge von Entdeckungen gezeitigt und leistet für die Beurteilung der Stoffe wertvolle Dienste, jedoch hat man es noch nicht zu einem allgemeineren rechnerischen Ansatz über das Verhalten der betrachteten Stoffe gebracht. Ohne die Bedeutung und den Wert der oben genannten Untersuchungen verkennen zu wollen, setzen sich wieder andere das Ziel, um jeden Preis Unterlagen für die Rechnung des Praktikers zu finden. Es gibt sehr wichtige Formänderungen, die sowohl wissenschaftliches wie praktisches Interesse haben, die aber nicht warten können, bis man für die dem Anschein nach einfacheren, aber bis auf unabsehbare Zeit noch rätselhaften Beanspruchungen, wie es das bleibende Strecken, Stauchen und Verdrehen ist, Grundlagen gewonnen hat, auf welche sich möglicherweise die anderen recht einfach aufbauen. Die einzige Möglichkeit besteht darin, daß man die fraglichen Vorgänge in besonderen Versuchseinrichtungen sich vollziehen läßt, um beobachtend und messend Unterlagen für den praktischen Gebrauch zu finden.

¹⁾ Ausgeführt im Ingenieurlaboratorium der Technischen Hochschule Hannover.

Es ist wohl möglich, daß diese Bemühungen rückwärts auf die allgemeineren, grundlegenden Ueberlegungen und Untersuchungen befruchtend wirken werden.

In der vorliegenden Arbeit ist der zuletzt genannte Weg für die Untersuchung des bildsamen Biegens eingeschlagen worden. Es wurde nur ein kleiner, allerdings wichtiger Teil der Aufgabe bearbeitet: die Widerstände und der Arbeitsbedarf beim Biegen von Flußeisenblech.

Die Literatur über diese Frage ist nicht umfangreich. Die ältesten, von Hartig stammenden Angaben (Dr. E. Hartig, Versuche über Leistung und Arbeitsverbrauch der Werkzeugmaschinen, Leipzig 1873, Teubner) sind einigen wenigen Versuchen entnommen, die Hartig zusammen mit Studierenden ausgeführt hat. Sie ergeben unwahrscheinlich hohe, außerdem sich widersprechende Werte. Eine eingehende Beurteilung dieser Hartigschen Angaben bringt Paul Ludwik (»Technologische Studie über Blechbiegung«, Technische Blätter 1903 S. 137). Ludwik rollt hier die ganze Frage der Blechbiegung auf und stellt eine Anzahl vereinfachender Voraussetzungen auf, um die Aufgabe rechnerisch behandeln zu können. Im Anschluß daran baut er ein sehr anschauliches zeichnerisches Verfahren zur Bestimmung von Biegemoment, Biegearbeit und Federungsbeitrag aus. Eine ähnliche Ableitung gibt übrigens Feret (Etude graphique de la flexion des prismes imparfaitement élastiques, Baumaterialienkunde 1900 S. 257). Ludwik gibt sodann einige Formeln für die praktische Anwendung. Die Ergebnisse prüft er mit einer besonders dazu gebauten Versuchseinrichtung und findet seine Aufstellungen bestätigt. Leider erfährt man nur wenig über die Versuchseinrichtung und die Versuche selber.

Wir glaubten einige Punkte nachprüfen zu sollen, über die wir in der — im übrigen wertvollen — Arbeit keine erschöpfende Auskunft fanden.

Folgende Punkte wurden der Prüfung unterzogen:

- 1) der Einfluß des Krümmungshalbmessers, auf den gebogen wurde, der Blechstärke und der Blechbreite auf Arbeitsbedarf und Biegemoment,
- 2) Größe und Bedeutung der Federungsarbeit, der Betrag des Federns nach dem Biegen,
- 3) der Einfluß der Geschwindigkeit des Biegens und der Zeiträume zwischen den einzelnen Teilbiegungen auf den Biegewiderstand unerwärmten und erwärmten Eisens,
- 4) die Bedeutung der unbearbeiteten Oberfläche des Bleches für den Rollwiderstand der Walzen der Biegemaschine,
- 5) der Einfluß von absatzweise vollzogenem Biegen auf den gesamten Arbeitsbedarf und den mechanischen Wirkungsgrad der Maschine,
- 6) der Einfluß der schiebenden Wirkung der Auflagerkraft auf Krümmungshalbmesser, Biegemoment und Biegearbeit.

Um Aufschluß über die Leistungsfähigkeit von Walzenbiegemaschinen zu erhalten, wurden noch Versuche angestellt über die Reibung zwischen Walzen und Blech.

Von einfachen Grundlagen abgeleitete Formeln wurden mit den Ergebnissen verglichen und in eine für die praktische Rechnung brauchbare Form gebracht.

Der Schluß enthält die Anwendung der gefundenen Ergebnisse auf den Bau und die Berechnung von Biegemaschinen.

2) Beschreibung der Versuchseinrichtung.

Die Versuche wurden vorgenommen mittels einer eigens zu diesem Zweck gebauten Versuchseinrichtung. Die Ausführung der Versuche wurde in erster

Linie durch den Verein deutscher Ingenieure ermöglicht, der in gütiger Weise Geldmittel zum Bau der Versuchseinrichtung bewilligte. Zu großem Dank bin ich auch dem Blechwalzwerk Schulz Knaut Aktiengesellschaft in Essen verpflichtet, das mich durch Ueberlassung von Kesselblech unterstützte, ferner der Hannoverschen Maschinenbau-Aktiengesellschaft vormals Georg Egstorff, die

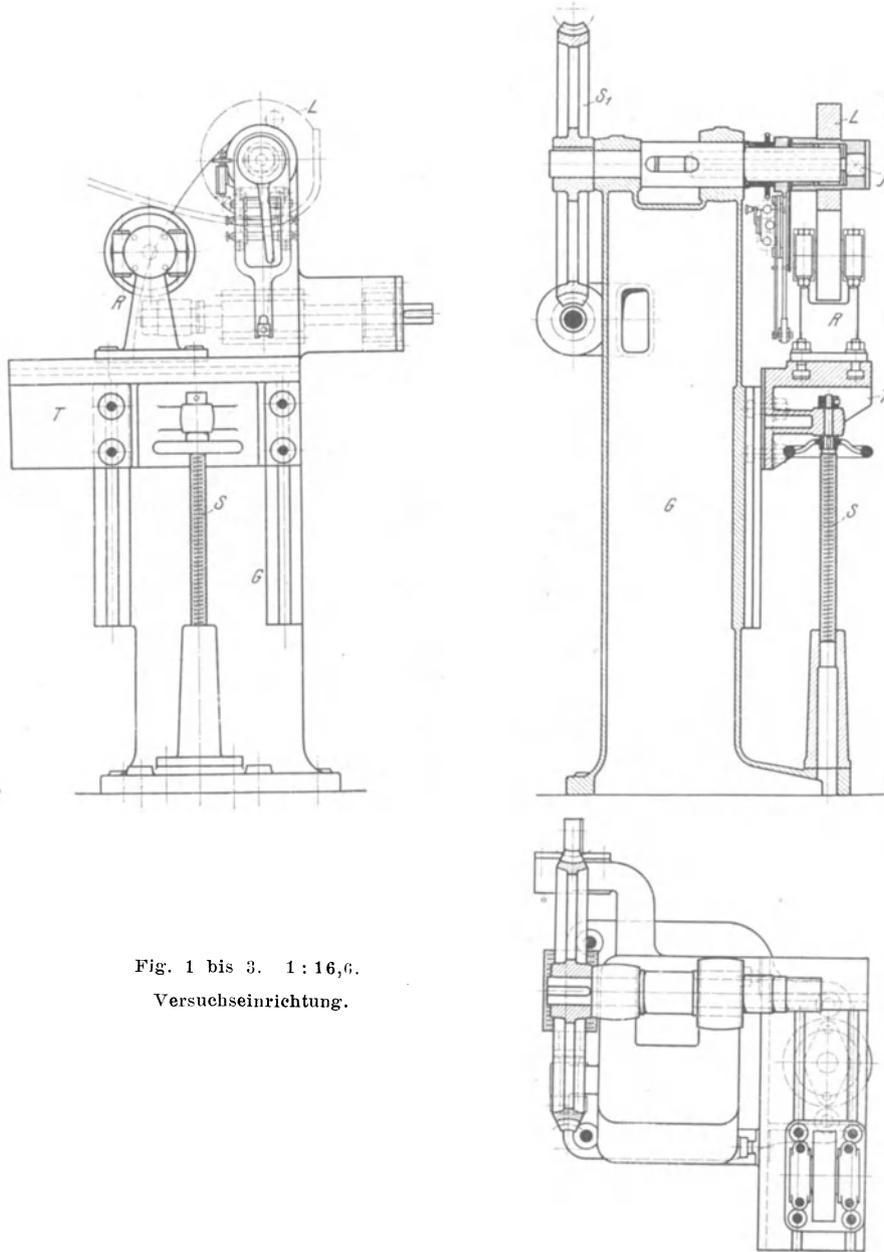


Fig. 1 bis 3. 1:16,6.
Versuchseinrichtung.

einige Arbeiten zu herabgesetztem Preise für mich ausführte, und der Bismarckhütte, der ich die Meßfedern verdankte. Auch von den Hilfsmitteln des Ingenieurlaboratoriums der Technischen Hochschule Hannover konnte ich infolge

der gütigen Erlaubnis des Hrn. Geheimen Regierungsrates Professors Frese Gebrauch machen. Den genannten Herren sei auch an dieser Stelle der wärmste Dank ausgesprochen.

Es liegt nahe, für die Durchführung der Biegeversuche eine Einrichtung herzustellen, deren Aufbau im wesentlichen dem der gewöhnlichen Walzenbiegemaschinen gleicht. Dieser Gedanke mußte aber aufgegeben werden, da sich beim Biegen mit Walzen die jeweils unter der Biegewalze erreichte Krümmung weder durch Beobachtung noch durch Rechnung einigermaßen genau feststellen läßt. Für die Bestimmung der Biegearbeit ist aber die wesentlichste Bedingung die, daß man das Maß der erzeugten Krümmung kennt. Bei unserem Verfahren wird vielmehr das Versuchstück auf eine Rolle aufgewickelt; hierbei ist es

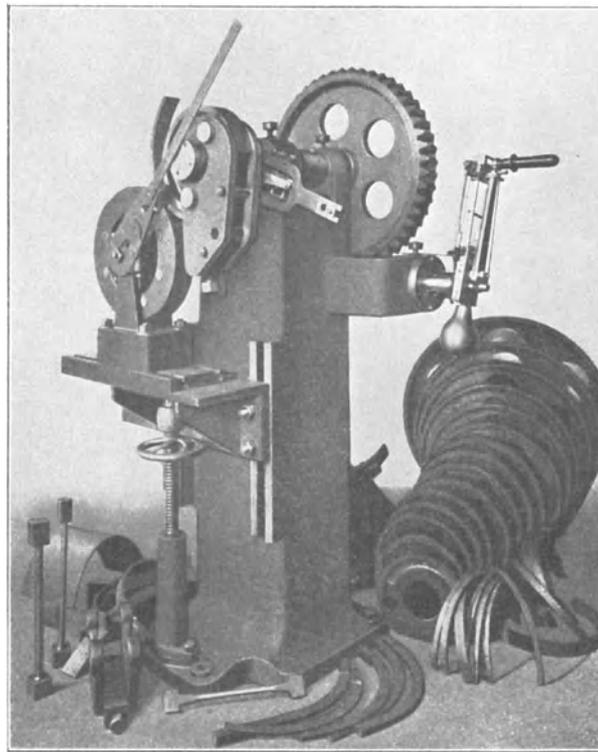


Fig. 4.

möglich, sowohl den Grad der Biegung, den das Blech jedesmal erhält, zu erkennen, als auch den praktisch wichtigen Betrag der Federung beim Freiwerden vom äußeren Zwange zu ermitteln.

Der Formänderungsvorgang ist äußerlich der gleiche, wie bei den gewöhnlichen Walzenbiegemaschinen. Man kann unsere Maschine als die eine Seite einer solchen Walzenbiegemaschine ansehen. Auch die Formänderungen selbst unterscheiden sich in keiner Weise von den dort auftretenden; denn sowohl die Biegemomente wie die Querkräfte werden auf der Seite, auf der die Ursachen für die Formänderung zu suchen sind, die gleichen.

Die Versuchseinrichtung beruht, wie oben angedeutet, auf dem Grundgedanken, daß man den zu untersuchenden Blechstreifen auf eine Rolle, sogenannte Lehre *L* aufwickelt und die Arbeit feststellt, die zu diesem Vorgang

erforderlich ist. Vergl. die Gesamtanordnung der Maschine, Fig. 1 bis 4 oder Fig. 5. Das Blech wird mittels einer Schraube gegen die Oberfläche der Lehre angepreßt. Die Mutter der Befestigungsschraube sitzt mit zwei Zapfen drehbar in einem Bügel, Fig. 5, der mittels zweier Bolzen an der Lehre befestigt ist. Das Blech stützt sich links, Fig. 1, auf eine von Kugellagern getragene Stützrolle *B* von 400 mm Dmr. Der Lagerbock für die Stützrolle ist auf dem Winkel-tisch *T* verschiebbar unb feststellbar, *T* selber wird mittels Schraube *S* am Ge-stell *G* in lotrechter Richtung verstellt und dann festgeklemmt. Die Schraube *S* kann auch dazu benutzt werden, zu Beginn des Versuches das Blech gegen

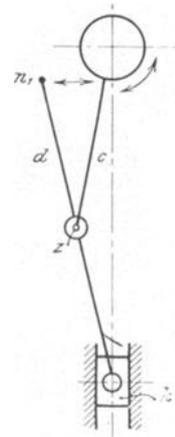
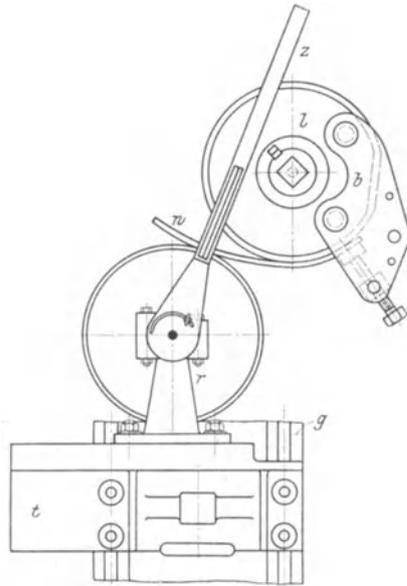


Fig. 8.

Fig. 5. Zeigereinrichtung für die Bestimmung von *J*.

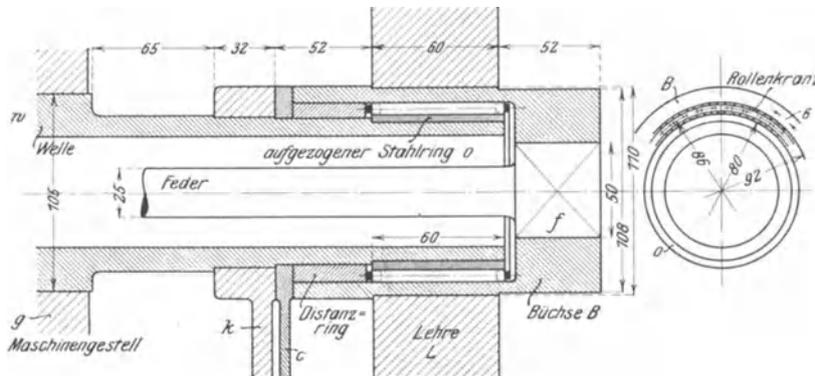


Fig. 6 und 7. Rollenlager zur Biegemaschine.

die Lehre anzubiegen. Die Lehre ist auf einer gehärteten Büchse *B*, Fig. 6 und 7, verkeilt. Diese sitzt unter Vermittelung von Stahlrollen leicht drehbar auf einem gehärteten Ring, welcher auf das geschliffene vordere Ende der Antriebswelle *w* warm aufgezogen und dann auf Maß geschliffen ist. Das Drehmoment an der Lehrenwelle, später mit *M_b* bezeichnet, wird übertragen mittels einer Verdrehungsfeder *f* von kreisförmigem Querschnitt, deren vierkantige Köpfe einerseits in dem Hinterende der Hauptwelle, andererseits in dem Ende der Büchse

B stecken. M_b bringt die Lehre und damit die Büchse gegenüber der Welle zum Ausschwingen. An der Büchse ist ein Hebel c befestigt, Fig. 8 bis 12. Der Hebel c trägt einen Drehzapfen z für den Lenker d . Das eine Ende von d ist in einem Klotz k gelagert, welcher in einer Führung des mit der Hauptwelle verbundenen Armes d gleiten kann. Das andere Ende des Hebels trägt den Schreibstift n_1 , dessen Ausschlag dem Drehmoment M_b entspricht. Die Zuführung des Papiers wird abgeleitet von dem Abrollen eines Schraubenrädchens s_2 auf dem festgehaltenen großen Schraubenrade s_1 . Diese Bewegung wird durch die Winkelräder w_1 und w_2 auf die Rolle e weiter übertragen, diese treibt g mittels schraubenförmig gewickelter Stahlschnur an. Die mittlere Rolle f trägt das noch nicht beschriebene Papier. Das Papier läuft von f über g am Schreib-

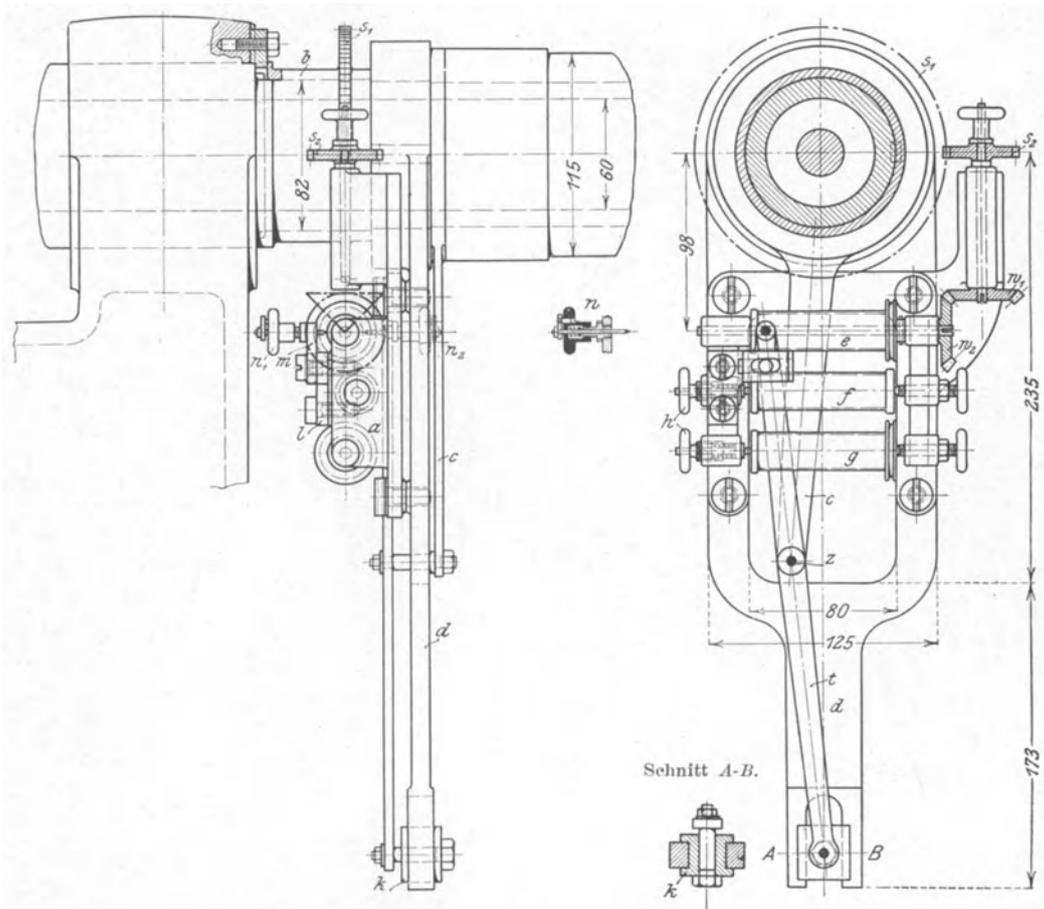


Fig. 9 bis 12. Schreibwerk zur Biegeeinrichtung. 1 : 4.

stift n_1 vorbei nach g , wo es sich aufwickelt. Ein an dem Arm d befestigter Stift n_2 schreibt dauernd eine Linie und macht die später beschriebene Prüfung der nach jedem »Nullschaubild« vom Hauptstift geschriebenen Nulllinie möglich; er gestattet auch eine Aufsicht über etwaiges seitliches Rutschen des Papiers.

Die Maschine wird mittels Schnecke und Schneckenrades S_1 angetrieben, Fig. 1 bis 3. Die Schneckenwelle ist zur Aufnahme einer Kraftmesserkerbel eingerichtet für die Bestimmung des Wirkungsgrades der Maschine im Leerlauf und unter bestimmtem Achsdruck sowie beim Biegen. Im ganzen sind 16 Lehren

vorhanden, welche bei den einzelnen Versuchen alle oder mit Ueberschlagung einer oder mehrerer verwendet wurden. Die Durchmesser der Lehren sind etwa in geometrischer Reihe abgestuft, so daß die jeweiligen Krümmungsänderungen möglichst gleich groß werden. Um die Maschine ähnlich wie eine Biegemaschine mit drei Walzen anwenden zu können, wurde noch ein besonderer zweiter Stützrollenbock beschafft. Die Lehre wirkte dabei als Oberwalze, von ihr ging auch der Antrieb aus. Um aus dem entnommenen Schaubild, dessen Fläche den Arbeitsbedarf für das Blechbiegen angibt, auch das an der Auflaufstelle des Bleches auftretende Biegemoment M später berechnen zu können, wurde ein Zeiger z angewendet (Fig. 13 u. 14, vergl. auch Fig. 5), der zur Ablesung

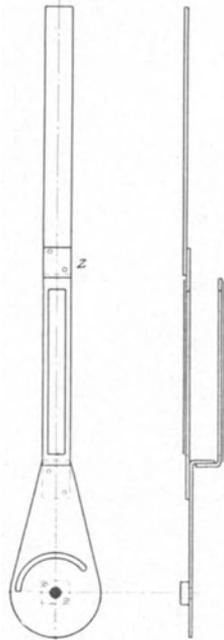


Fig. 13 und 14. Zeigervorrichtung für die Bestimmung von M .

der in Fig. 23 angedeuteten Abstände C, c, g diene. Hinter der Stützrolle war eine Lichtquelle aufgestellt. Es wurde das Fadenpaar des Zeigers auf die Mitte der durch das Auflaufen des Bleches entstehenden dunklen Stelle an der Oberfläche der Stützrolle eingestellt. Auch die Auflaufstelle an der Lehre wurde durch Absehen vermerkt und angerissen, dann wurden die Abstände C, c, g gemessen. Bei nicht gar zu geringer Spannweite des Versuchstückes gewährte dieses Verfahren die wünschenswerte Genauigkeit. Man war bei der Anfertigung des Zeigers mit besonderer Sorgfalt bestrebt, die Richtung der beiden Fäden genau durch die Drehachse gehen zu lassen und die in der Zeichnung rechts gelegene Kante genau gleichlaufend zu diesen zu machen. Von Bedeutung war die zuletzt genannte Einrichtung auch zur Bestimmung des Druckes, mit welchem das Blech auf der Stützrolle auflag. Die Kugellager der Stützrolle hatten die vom Hersteller angegebenen — geringen — Reibungswiderstände. Jedoch war die rollende Reibung zwischen der rauhen Blechoberfläche einerseits und der Stützrolle andererseits beträchtlicher, als wir sie in der Literatur (vergl. Hütte, 18. Auflage S. 207) für Rollen von Eisen auf Eisen angegeben fanden. Dieses Ergebnis ist wohl auf die unebene, mit Walzhaut bedeckte Staboberfläche zurückzuführen. Die rollende Reibung wurde durch Eichung festgestellt und in entsprechender Weise bei Verwertung des Schaubildes berücksichtigt.

Fig. 4 gibt ein Schaubild der Versuchseinrichtung während der Biegung eines Stabes wieder. Man bemerkt Lehre und Aufspannbügel, Stützrolle mit Zeiger, einen Teil des Schreibwerkes, die Befestigung des Stützrollenbockes auf dem Winkeltisch, die zum Einstellen dienende Spindel und den Antrieb durch Schneckenrad und Kurbelkraftmesser. Rechts unten sieht man die zum Biegen verwendeten Lehren und gebogene Blechstücke, links zwei Verdrehungsfedern, den alten Aufspannbügel und einen Zerreißstab.

3) Begründung der gewählten Anordnung.

Bei der zuerst gewählten Einrichtung des Rollenlagers der Hauptwelle waren Welle und Büchse sauber geschliffen und trugen zwischen sich die in 2 Kränzen gelagerten Rollen. Die Rollenkränze waren durch Stehbolzen miteinander verbunden. Jedoch zeigten sich sowohl in der Büchse wie auf der Lauffläche der Welle bald Riefen, welche den Ausschlag der Feder hemmten. Nach dem Aufbringen eines gehärteten Ringes o auf die Welle, Fig. 6, und dem Härten der Büchse zeigten sich keinerlei Schwierigkeiten mehr. Die Rollen bestehen aus blank gezogenem ungehärtetem bestem Werkzeugstahl, ihr Durchmesser ließ mittels der genauesten vorhandenen Schraubenlehren keine Abweichungen erkennen. Büchse und Welle waren mit großer Genauigkeit geschliffen. Nach längerem Gebrauche haben sich trotz großen Druckes (bis 2000 kg) wohl Schattierungen, aber keine sichtbaren Abblätterungen und Eindrücke an den Laufflächen und den Rollen gezeigt.

Sowohl bei dem Schreibhebel wie bei der Papierzuführung für das Schreibwerk war ein gewisser toter Gang in den Gelenken und zwischen den Zähnen der Rädchen unvermeidlich. Erfahrungen mit anderen, auch mit Hebelübertragung arbeitenden Schreibwerken an Kraftmessern ließen es als wichtig erscheinen, die Gelenke recht genau herzustellen und sie dauernd unter Aufsicht zu halten. Auf diese Weise wurde der tote Gang gering gehalten. Der tote Gang im Räderantrieb wurde dadurch unwirksam gemacht, daß man vor Beginn jedes Versuches durch Drehen der Räder von Hand die Zähne untereinander in Fühlung brachte.

Aus den Zahlentafeln ersieht man, daß die Abstände C ziemlich klein genommen wurden. Beim Biegen auf Lehre empfahl es sich nämlich, C nicht zu groß zu wählen, weil das aufgewinkelte Blech das Bestreben zeigte, nach Durchlaufen eines gewissen Winkels etwas von der Lehre abzufedern und dadurch anderes Blech über die Stützrolle nachzuziehen. Einerseits sank dadurch die Ablesung der Meßfeder, andererseits aber krümmte sich das abgespreizte Versuchstück schärfer, so daß es nicht auf die ganze Länge dieselbe Krümmung zeigte. Sobald ein Abfedern beobachtet wurde, galt der Versuch als beendet.

Die Befestigung des Bleches wurde ursprünglich mittels des in Fig. 15 bis 19 gekennzeichneten Bügels vorgenommen. Der Bügel hing mit 2 Bolzen an der Lehre, das Blech wurde durch einen im Bügel liegenden Keil fest gegen die Lehre angezogen, mußte aber einen scharfen Knick erleiden, bevor die verlangte Krümmung zum Vorschein kam. Infolge des Knickes lief das Blech erst ziemlich spät auf die Lehre auf und war bald darauf dem oben beschriebenen Abfedern ausgesetzt. Diese Art der Aufspannung des Bleches wurde daher verworfen. Die in Fig. 20 und 21 angegebene neuere Einrichtung ermöglichte eine bessere Ausnutzung des Versuchstückes und ließ vor allem ein Abfedern erst nach dem Aufbiegen eines größeren Blechstückes zu.

Bei einigen Eichversuchen und beim Biegen erwärmten Eisens war der alte Bügel jedoch recht vorteilhaft zu verwenden.

Um dem Blech immer die richtige Lage auf der Lehre zuzuweisen, wurde nach Fig. 20 und 21 jeder Stab durchbohrt und mittels Stiftes gegenüber einem Zwischenstücke ausgerichtet, in welches die Spitze der Druckschraube hineingriff. Ein gerades Aufliegen, Fig. 22, wurde durch Absehen nach einem an die Seiten-

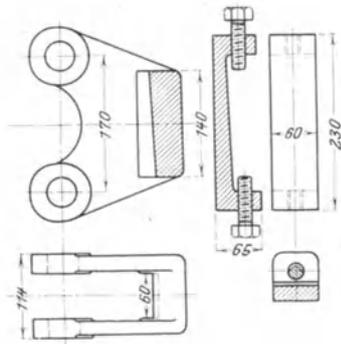


Fig. 15 bis 19. Aelterer Aufspannbügel zur Biegemaschine. 1 : 10.

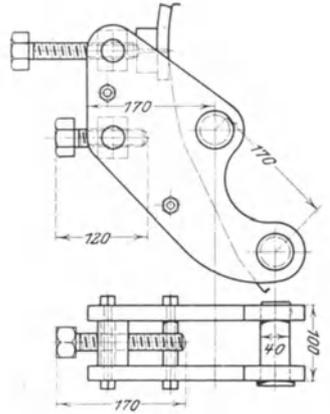


Fig. 20 und 21. Neuer Aufspannbügel zur Biegemaschine. 1 : 10.

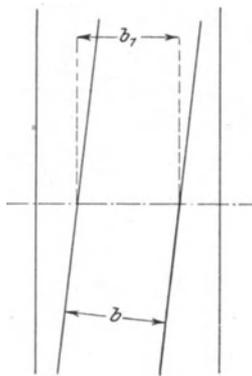


Fig 22.

fläche der Lehre angelegten Richtsicht erreicht. Die dabei erzielte Genauigkeit war völlig ausreichend, da, wie wir durch besondere Vergleichsbiegungen feststellten, die Veränderung des Biege widerstandes durch Schiefbiegen nur gleich dem Verhältnis der zum Biegen kommenden wirklichen Blechbreite b_1 zu der Breite b war.

4) Gang der einzelnen Versuche.

Bei dem — vorzugsweise angewendeten — Aufwickeln des Bleches auf Lehre schwang der an der Einspannstelle befindliche Bügel während des Biegens zusammen mit der Lehre herum und beeinflusste durch sein Gewicht den Ausschlag der Feder. Es wurde deshalb Anfang- und Endstellung der Lehre beim Biegen vermerkt und nach jedem Versuch eine Schwenkung der Lehre mit dem Stabe unter gleichzeitigem Antrieb des Schreibwerkes ausgeführt, um ein »Nullschaubild« zu entnehmen, dessen mittlere Höhe von der des Biegeschaubildes abzuziehen war, um die Biegearbeit zu erhalten. Ferner wurde ein

»Federungsversuch« vorgenommen, bei welchem das nach dem Biegeversuch abgefederte Blech von neuem auf die Lehre gebogen wurde. Wurde der Ausschlag des Schreibstiftes bei dieser Biegung von dem des entsprechenden Biegunsschaubildes abgezogen und bei allem die Roll- und Lagerwiderstände entsprechend berücksichtigt, so ergab sich die reine Arbeit für bildsame Biegung.

Der Einfluß der Geschwindigkeit beim Biegen wurde in der Weise erforscht, daß man nach einigen Drehungen der Handkurbel im Versuche innehielt und nach einiger Zeit von Hand das Schreibpapier ein kleines Stück unter dem Stift fortbewegte. Dieses Verfahren wurde nachgeprüft, indem man öfters mit außerordentlicher Langsamkeit ($\frac{1}{5}$ mm Blechlänge in 1 sk) den Versuch führte. Der oben genannte Strich für »Geschwindigkeit gleich Null« fiel außerordentlich nahe dem für die genannte, sehr geringe Geschwindigkeit entnommenen Schaubilde.

Die Versuche über den Einfluß der Breite zur Dicke für Breiterehältnisse von $\frac{1}{4}$ bis 80 konnten nicht mit demselben Versuchstoffe durchgeführt werden. Wir beschränkten uns darauf, mehrere Gruppen von Stäben gleichen Stoffes in gleicher Dicke, aber verschiedener Breite anfertigen zu lassen. Uebrigens ließen sich auch Stäbe von 400 mm Breite in der Biegemaschine mit Lehren von 60 mm Breite ohne Schwierigkeit biegen. Die Pfeilhöhe der Querbiegung war bei Blechen von 400 mm Breite sehr gering und unterscheidet sich nicht von derjenigen der in der Maschine mit breiten Walzen gebogenen Bleche.

Die Einstellung des Zeigers für die Beobachtung der Größen C, c, g konnte nur in den Ruhepausen vorgenommen werden. Jedoch ließ sich eine Veränderung der genannten Entfernungen durch Anhalten oder Bewegen der Lehre nicht feststellen, so daß auch hier die für den Ruhezustand gewonnenen Werte auf den Beharrungszustand übertragen werden konnten.

Für die Bestimmung der zum Biegen verwendeten »Roharbeit« wurde auf die Schneckenwelle die bewährte Clairsche Kraftmesser-kurbel aufgesetzt und bei einer Anzahl von Versuchen Schaubilder entnommen.

5) Formeln für Moment und Arbeit beim Biegeversuche.

Es bedeuten beim Biegen auf Lehre, Fig. 23:

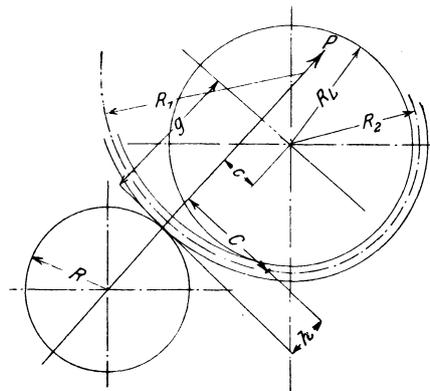


Fig. 23.

δ in cm die Blechstärke,

b in cm die Blechbreite,

C, c, g in cm die am Stabe beim Versuche genommenen Messungen,

R in cm den Halbmesser der Stützrolle,

- D_L in cm den Durchmesser der Lehre,
 D_1 in cm den Durchmesser der neutralen Faser des Stabes vor dem Biegen,
 D_2 in cm den Durchmesser der neutralen Faser des aufgewickelten Stabes,
 D_3 in cm den Durchmesser der neutralen Faser des Stabes nach dem Biegen,
 R_L, R_1, R_2, R_3 in cm die entsprechenden Halbmesser,
 s_1, s_2, s_3 die zu entsprechenden Zeiten vorhandenen Streckungen und Stauchungen in der äußersten Faser in Hundertstel der Länge,
 f_r in cm den Hebelarm der rollenden Reibung in der Formel $M_r = P f_r$,
 f_k in cm den Hebelarm der Kugellagerreibung,
 f in cm den ideellen Hebelarm der vereinigten Roll- und Lagerwiderstände an der Stützrolle,
 M in cmkg das an der Auflaufstelle auf das Blech wirkende Biegemoment,
 P in kg den Druck des in Biegung befindlichen Stabes auf die Stützrolle beim Biegeversuch,
 P_1 in kg desgleichen beim Federungsversuch,
 M_b in cmkg das die Feder verdrehende Moment beim Biegeversuche,
 M_f in cmkg das beim Federungsversuche die Feder verdrehende Moment (beide mit Abzug des durch das Bügelgewicht entstehenden Drehmomentes),
 M_{b1} in cmkg das beim Biegeversuche wirkende Moment der Feder mit Abzug aller Reibungen,
 M_{f1} in cmkg das beim Federungsversuche wirkende verdrehende Moment der Feder mit Abzug aller Reibungen,
 M_{f2} in cmkg das beim Federungsversuche auf das Blech an der Auflaufstelle wirkende Blechbiegemoment,
 M_{b2} in cmkg das beim Biegeversuche wirkende Moment der Feder mit Abzug von Reibung und Federungsbetrag,
 $A_b = \frac{M_{b2}}{R_2}$ in cmkg/cm die durch die Feder übertragene, reine bildsame Biegearbeit für 1 cm Länge des Bleches in der Neutralen,
 $A_f = \frac{M_{f1}}{R_2}$ in cmkg/cm die durch die Feder übertragene Federungsarbeit für 1 cm Länge des Bleches in der Neutralen,
 A_e in cmkg/cm die jeweils zum bildsamen Biegen erforderliche Arbeit, bezogen auf 1 cm Blechlänge und 1 vH Dehnungszuwachs in der äußersten Faser.

Die Versuche wurden nach folgenden Formeln verwertet:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } M &= \frac{M_b c}{c + d}, \\
 \text{b) } A_e &= \frac{M_{b2}}{R_2} \left(\frac{\delta}{D_3} - \frac{\delta}{D_1} \right) 100.
 \end{aligned}$$

Zur Bestimmung des an der Auflaufstelle auf die Lehre auftretenden Momentes M und des zum Biegen nutzbar verwendeten Momentes M_{b1} sollen folgende Ableitungen dienen, Fig. 23, 24 und 25. Wir stellen die Momentengleichung für Blech und Lehre, bezogen auf den Punkt O , auf. Dazu sind in Fig. 24 sämtliche äußeren Kräfte und Momente an Blech und Lehre anzubringen. In Punkt A wirkt P und T , in Punkt O wirken P , T , M_b (das Federdrehungs-

moment) und M_z (das Zapfenreibungsmoment). Alle anderen Kräfte treten als innere Kräfte paarweise und entgegengesetzt auf, fallen also in der Momentengleichung heraus. Man hat daher bezüglich O :

$$M_b = P c + T g + M_z \dots \dots \dots (1).$$

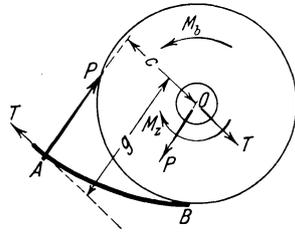


Fig. 24.

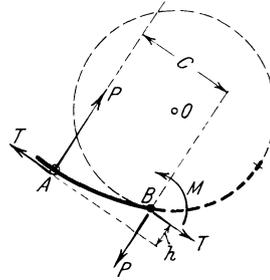


Fig. 25.

Das von den Roll- und Lagerwiderständen der Stützrolle (vom Halbmesser R) herrührende Moment Tg kann gleich $\left(P \frac{f_k}{R} + P \frac{f_r}{R}\right) g = P f \frac{g}{R}$ gesetzt werden, worin $f = f_k + f_r$ ein ideeller Hebelarm der vereinigten Roll- und Lagerwiderstände der Stützrolle ist. M_z kann durch $P f_z$ ersetzt werden, worin f_z ein Hebelarm der Zapfenreibung ist. Es wird somit

$$M_b = P \left(c + \frac{f}{R} g + f_z \right).$$

Das Biegemoment M des Bleches an der Auflaufstelle B wird aus den Gleichgewichtsbedingungen des linken Blechstückes AB nach Fig. 15 ermittelt. Die Momentengleichung bezüglich B ergibt

$$M = P c + T h \dots \dots \dots (2).$$

Da beide Faktoren von Th gegenüber denen von Pc klein sind, so kann mit guter Annäherung $M = P c$ oder $P = \frac{M}{c}$ geschrieben werden. Es wird somit aus Gl. (2)

$$M_b = \frac{M}{c} \left(c + \frac{f}{R} g + f_z \right) \text{ und } M = \frac{M_b c}{c + \frac{f}{R} g + f_z}.$$

$P f_z$ ist, wie die Versuche, Fig. 29, zeigen, sehr klein gegenüber dem Biege- widerstände und dem Widerstande an der Stützrolle; es kann daher f_z im Nenner des aufgeführten Bruches vernachlässigt werden. Wir finden demnach die oben gegebene Formel a)

$$M = \frac{M_b c}{c + \frac{f}{R} g} \text{ oder } \left(\frac{f}{R} g = d \text{ gesetzt} \right) M = \frac{M_b c}{c + d} \dots \dots (3).$$

Der Betrag des Federmomentes M_b , welcher nutzbringend zum Biegen verwendet wird, heiße M_{b1} . Er ergibt sich, wenn wir die Wirkung des vereinigten Roll- und Kugellagerwiderstandes, der am Umfang der Stützrolle auftritt und auf die Lehrenachse O am Hebelarm g wirkt, zugleich mit M_z von M_b abziehen. Es wird $M_{b1} = M_b - P \frac{f}{R} g - M_z$. Wird M_z wie oben vernachlässigt und $\frac{f}{R} g = d$ gesetzt, so ergibt sich

$$M_{b1} = M_b - P d \dots \dots \dots (4).$$

Eine ganz ähnliche Ueberlegung führt zur Ermittlung von M_{j1} .

Für einen Teil der Biegeversuche wurden Schaubilder am Kurbelkraftmesser entnommen. Um die reine Biegearbeit mit der zu ihrer Erzeugung in die Kurbel hineingeschickten Arbeit vergleichen zu können, ist die beobachtete Umfangskraft k an der Kurbel noch zu verändern. Die beim Biegen für die Roharbeit erforderliche Umfangskraft ist

$$k' = k - (k_2 - k_0) - \frac{M_{b1}}{H \cdot 50 \cdot \eta_1}.$$

$(k_2 - k_0)$ wird aus dem Schaubild des Leerlaufes am Kurbelkraftmesser entnommen; es ist der Zusatz in kg, der durch das Anheben des Einspannbügels im Biegeschaubild der Kurbel entsteht.

$\frac{M_{b1}}{H \cdot 50 \cdot \eta_1}$ ist das Moment in cmkg, das für die Federungsarbeit in die Kurbel geschickt werden muß, wenn 50 die Uebersetzung des Schneckenantriebes, H in cm den Kurbelarm und η_1 den Wirkungsgrad des Schneckenantriebes bedeutet.

Es bedeutet ferner:

$A_1 = 2 H \pi k'$ die Roharbeit in cmkg für eine Umdrehung der Kurbel,

A_2 in cmkg die reine Biegearbeit für eine Umdrehung der Kurbel (abgeleitet aus M_{b2}),

$\eta = \frac{A_2}{A_1}$ unter Vornahme oben genannter Verbesserungen den Wirkungsgrad der Biegung.

6) Für die Bearbeitung der Versuchsergebnisse erforderliche Eichungen.

1) Bei der Eichung der Federn wurde wie folgt verfahren, Fig. 26:

Um eine auf die Büchse b aufgebrachte Lehre L wurde ein Drahtseil geschlungen. An diesem hing ein Zugkraftmesser D und ein Gehänge g , welches mit einer Schneide unter den Wagebalken w faßte. w war in dem Boocke c

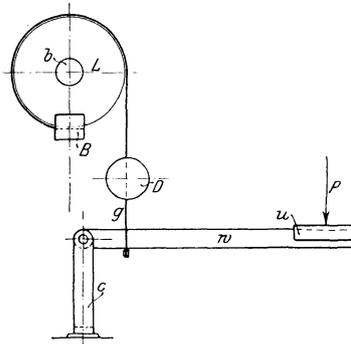


Fig. 26.

gelagert und trug am anderen Ende einen Untersatz u , auf den sich Gewichte auflegen ließen. Nach jeder neuen Belastung wurde der Antrieb des Schreibwerks von Hand gedreht und so ein kleiner Strich gezogen. Es wurden Versuche mit verschiedenen Lehren vorgenommen, um unter verschiedenem Achsdruck zu eichen. Es ergaben sich für dieselben Momente auch bei verschiedenen Achslasten recht genau dieselben Ausschläge, was für die Empfindlichkeit der Einrichtung spricht. Bei den soeben erwähnten Eichungsergebnissen spielt die Seilsteifigkeit eine gewisse Rolle. Ihr Einfluß wurde dadurch entfernt, daß man sowohl belastend wie entlastend eichte. Das Mittel aus den Ausschlägen

bei Be- und Entlastung war bei der Bearbeitung der Versuchsergebnisse zu verwenden. Fig. 27a bis d gibt als Beispiel das Ergebnis der Eichung der »Feder 1« bei Anwendung einer Lehre von großem und einer Lehre von kleinem Durchmesser sowohl für Belastung wie für Entlastung.

2) Für die Empfindlichkeit der Meßeinrichtung ist von großer Bedeutung die Reibung der Rollenlagerung. Diese Reibung ist gering, sie hat bei einem Achsdruck von 500 kg etwa einen Betrag von 8 cmkg, der bei der schwachen

Fig. 27a bis d. Eichung der Verdrehungsfeder »1«.

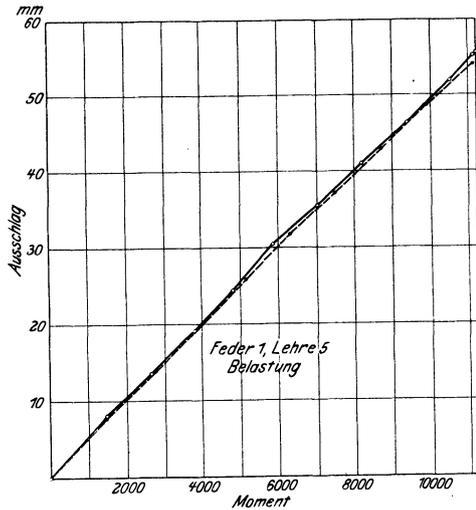


Fig. 27 a.

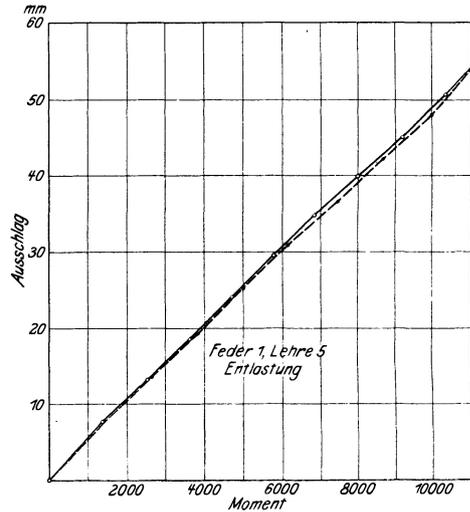


Fig. 27 b.

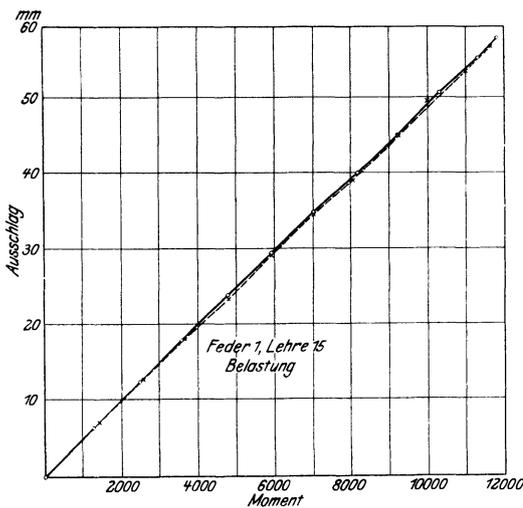


Fig. 27 c.

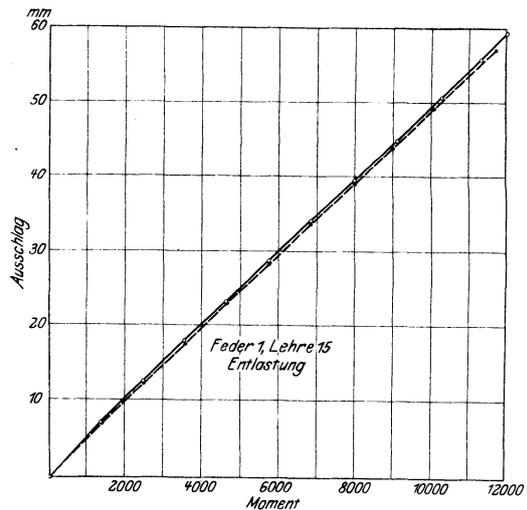


Fig. 27 d.

»Feder 3« einem Ausschlag von etwa $\frac{1}{7}$ mm entspricht. Möglicherweise sind hierauf und auf kleine Totgänge im Schreibwerk die nicht sehr erheblichen Abweichungen der Versuchsergebnisse gleich behandelter Stäbe zurückzuführen. Andere Unsicherheiten der Versuchsergebnisse mögen daher rühren, daß das Blech abfederte und die Federungsarbeit zum Teil zum Biegen neuen Bleches benutzt wurde, zum anderen Teile aber durch Gleiten des Stabes an der Lehre verloren ging.

Zur Feststellung der Reibung und der Empfindlichkeit des Rollenlagers wurde folgende Einrichtung benutzt, Fig. 28. Die Büchse b saß lose ohne Feder auf der Welle. Um eine darauf aufgebrachte Lehre wurde mit Hilfe des älteren Aufspannbügels B ein Seil geschlungen, welches beiderseits belastet werden konnte. Ein Gegengewicht G war zum Ausgleich des Bügelgewichtes an einem Arm A befestigt. Auf der Büchse b wurde eine Wasserwage w und ein Arm a mit Oesen zum Anhängen des Zugkraftmessers d und eines Gegengewichtes g befestigt. Nach dem Anhängen der Gewichte P wurde die Lehre so eingestellt, daß die Wasserwage auf null einspielte. Dann wurde die Welle unter der Büchse herumgedreht und von Hand ein solcher Zug an dem Kraftmesser ausgeübt, daß die Wage dauernd auf null einspielte. Dasselbe wurde mit anderer Drehrichtung der Welle mit umgehängtem Kraftmesser und Gegengewicht g wiederholt, da die beiderseits angehängten Belastungsstücke P verhältnismäßig erhebliche Abweichungen in ihrem Gewichte zeigten. Die Ergebnisse der Versuche sind in Fig. 29 aufgetragen.

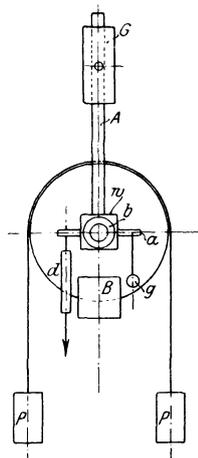


Fig. 28.

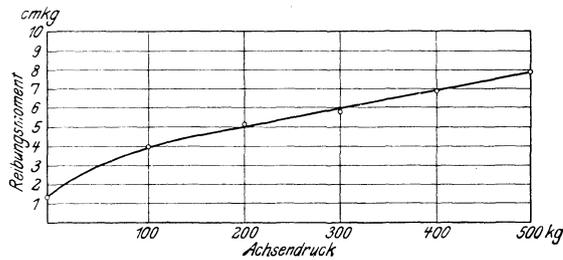


Fig. 29. Versuche über die Empfindlichkeit des Rollenlagers der Hauptwelle.

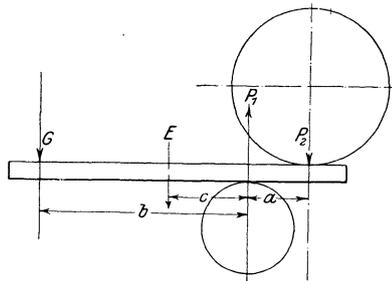


Fig. 30.

3) Der Betrag der rollenden Reibung wurde in folgender Weise ermittelt, Fig. 30. Eine starke Schiene wird an ihrem linksseitigen Ende belastet und übt dadurch einen Druck P_1 auf die Stützrolle und einen Druck P_2 auf die Lehre aus. Wird jetzt die Lehre in Umdrehung versetzt, so zieht sie unter gleichzeitiger Verdrehung der Meßfeder die Schiene nach rechts herüber. Mehrmals während des Versuches wurden die Abstände a , b und der für den Einfluß des Eigengewichtes der Schiene maßgebende Abstand c vermerkt. Nachher wird in umgekehrter Richtung die Schiene wieder nach links bewegt, da beim Herüberbewegen nach rechts infolge der Durchbiegung der Schiene das Belastungsgewicht G gehoben, also der Ausschlag der Feder erhöht wird und beim Verschieben nach links das Gewicht sinkt, also der Federausschlag sich verringert. Beide Einflüsse heben sich auf, man erhält die reine rollende Reibung, wenn man die nach den Angaben des Erbauers geringfügigen Kugellagerreibungen abzieht.

Fig. 31, 32¹ und 33 geben ein älteres von mir benutztes Verfahren zur Bestimmung der rollenden Reibung an. Ein Flacheisen F ist an einem Zugbande S_2 mittels Schneide aufgehängt und wird durch den Zug des Bandes S_1 gegen die Stützrolle R gepreßt. An S_1 greift der Zugkraftmesser D_1 an, der seinerseits mittels Balken B und der Bleigewichte bei P belastet ist. Eine Schnur greift

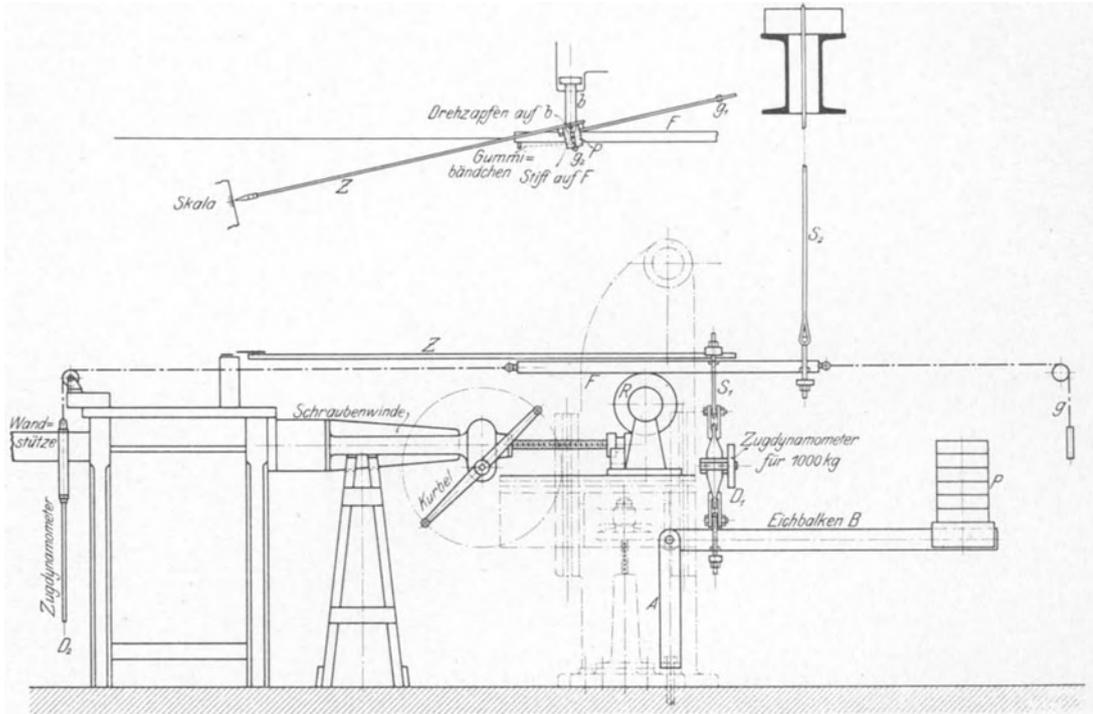


Fig. 31 und 32. Versuchseinrichtung zur Bestimmung des Widerstandes am Umfange der Stützrolle an der Vorrichtung zum Blechbiegen.

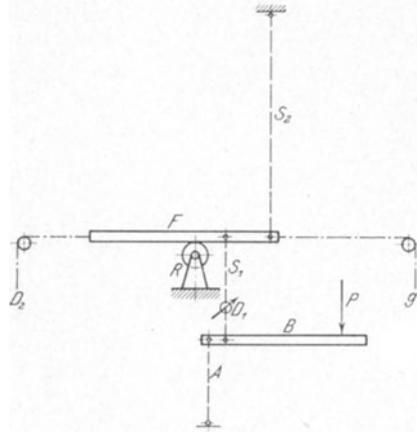


Fig. 33. Schema der Anordnung.

an F an, führt links in den Fig. 31 und 33 über eine Rolle und trägt einen Zugkraftmesser D_2 , dessen Gewicht ganz rechts durch das Gegengewicht g ausgeglichen ist. Wir setzen die Schiene unter Druck und üben am Kraftmesser D_2 links einen Zug aus, derart, daß eine kleine Bewegung des Flacheisens zu

bemerken ist. Diese Bewegung wird deutlich gemacht durch Vergrößerung mit einem langen Zeiger, der in der Fig. 31 und 32 klar zu erkennen ist. Haben wir links gezogen und einen kleinen Ausschlag vermerkt, so bringen wir den Kraftmesser D_2 nach rechts, tauschen das Gegengewicht nach links um und wiederholen den geschilderten Vorgang. Dies geschieht, weil durch geringe Schiefelage der Bänder S_1 und S_2 seitliche Kräfte vorhanden sein können, welche die Wirkung von D_2 hemmen oder fördern. Um für verschiedene Belastungen, also für verschiedene Stellungen des Rollenbocks, Messungen machen zu können, wird der Rollenbock durch eine Schraubenwinde verstellt.

Die Einrichtung war brauchbar, wie auch der Vergleich mit den Ergebnissen zeigte, welche die Einrichtung nach Fig. 30 ergab. Sie war aber nicht so einfach anzubringen und zu bedienen, wie die vorher beschriebene. Außerdem mußten viele einzelne Punkte vermerkt werden, da wegen der rauhen Staboberfläche sehr große Schwankungen des Reibungsbetrages beobachtet wurden.

Die Reibungen des Kugellagers und des Rollenlagers können aus den gemessenen Widerständen leicht abgetrennt werden. Die Versuche über die rollende Reibung ergeben die Anwendbarkeit des Gesetzes $M_r = P f_r$, wobei f_r gleich 0,066 cm gefunden wurde.

4) Die vorher beschriebene Einrichtung nach Fig. 30 wurde auch dazu benutzt, die Reibungsziffer zwischen Schmiedeisen von unbearbeiteter Oberfläche und glatten gußeisernen Walzen festzustellen. Die Flachschiene wurde durch ein Zugband nach links gehalten, mit Gewichten beschwert und die Lehre darüber her gedreht. Es fand dann eine Verdrehung der Feder statt, aus welcher die an der Lehre wirkende Umfangskraft und damit die Reibung zwischen Stab und Walze für Ruhe und Bewegung berechnet werden konnte.

5) Die Reibung der Kugellager im Stützbocke war gering. Sie wurde mangels einer geeigneten Einrichtung nach den Angaben des Erbauers eingesetzt. Die Leerlaufversuche mit der unbelasteten Rolle geben für den Leergang Werte, die sich den für bestimmte Belastungen vom Hersteller angegebenen Werten gut anschließen.

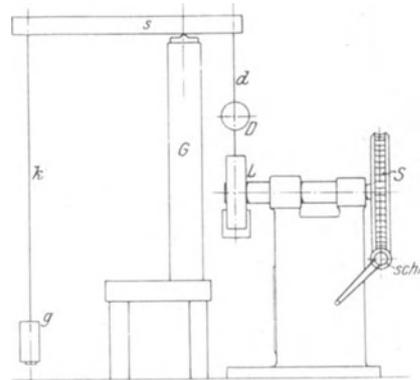
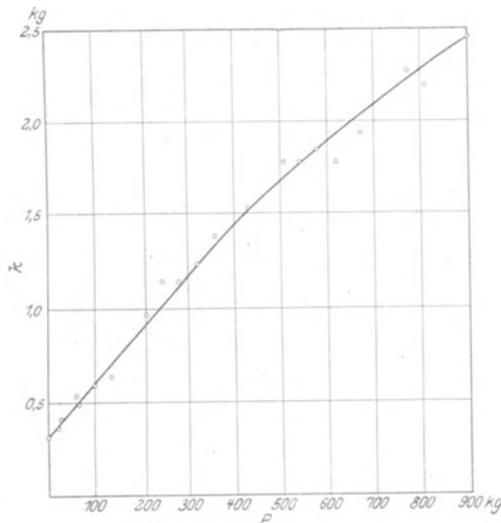


Fig. 35.

Fig. 34. Eichung der Eigenreibung der Versuchsmaschine. k = Kurbelkraft bei verschiedenen Achsdrücken P .

6) Durch die Feststellung der Eigenreibung der Maschine wurde eine Prüfung der berechneten Drücke P ermöglicht. Diese, wenn auch nicht sehr genaue Nachprüfung war bei den Federungsversuchen von Wichtigkeit. Es war dort c zu gering, um mit dem Zeiger einigermaßen genau abgelesen werden zu können. Das »Federungsschaubild« am Kurbelkraftmesser enthielt nun zum allergrößten Teile Lagerreibungen, die aus dem Drucke P_1 hervorgingen. Die Federungsarbeit war dabei fast ganz bedeutungslos. Aus der Höhe des Federungsschaubildes am Kurbelkraftmesser konnte daher an Hand von Fig. 34 der Druck P_1 einigermaßen genau bestimmt und mit Hilfe der Ablesung von C mittels Zeigers das beim Anfedern wirksame Moment M_{r_2} ermittelt werden. Das nach abwärts gerichtete Gewicht von Lehre und Welle und das Anheben des Bügels wurden dabei berücksichtigt. Die Eichung wurde im übrigen durchgeführt, als wenn ein Biegeversuch vorgenommen würde, Fig. 35. Ein Galgen G trägt auf seinem Querholz eine Schneide, auf welcher die Schiene s liegt. s wird einerseits durch Kette k und Gewichte g belastet, andererseits wird sie von einem Drahtseil angegriffen, welches um die Lehre geschlungen ist und den Zugkraftmesser D trägt. Die Ergebnisse sind in Fig. 34 aufgetragen.

Auf S. 19 ist eine größere Zahl von Schaubildern wiedergegeben, die bei Biegeversuchen und bei Eichungen entnommen wurden und besonders kennzeichnend sind.

7) Aufführung und Deutung der Versuchsergebnisse.

Eine große Rolle spielt bei Biegeversuchen die Lage der »neutralen Schicht«. Wir bestimmten diese Schicht auf zwei Arten. Es wurden in einem bestimmten Abstand am ungebogenen Stabe quer zur Stabdicke zwei Marken angeritzt und durch Anlegen eines Stahlbandmaßes nach vorgenommener Biegung die Länge des Versuchstückes auf der Zug- und auf der Druckseite gemessen. Es war nicht leicht, zumal auf der Druckseite, das Bandmaß gut zum Anliegen zu bringen. Das andere Verfahren bestand darin, daß man nach Fig. 36 den Krümmungshalbmesser aus den Werten von s und f ermittelte und die Länge des Bogens ABC berechnete. Dasselbe wurde für die äußere Schicht bezüglich $A_1 B_1 C_1$ durchgeführt.

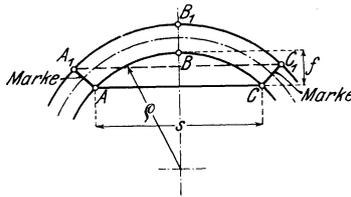


Fig. 36.

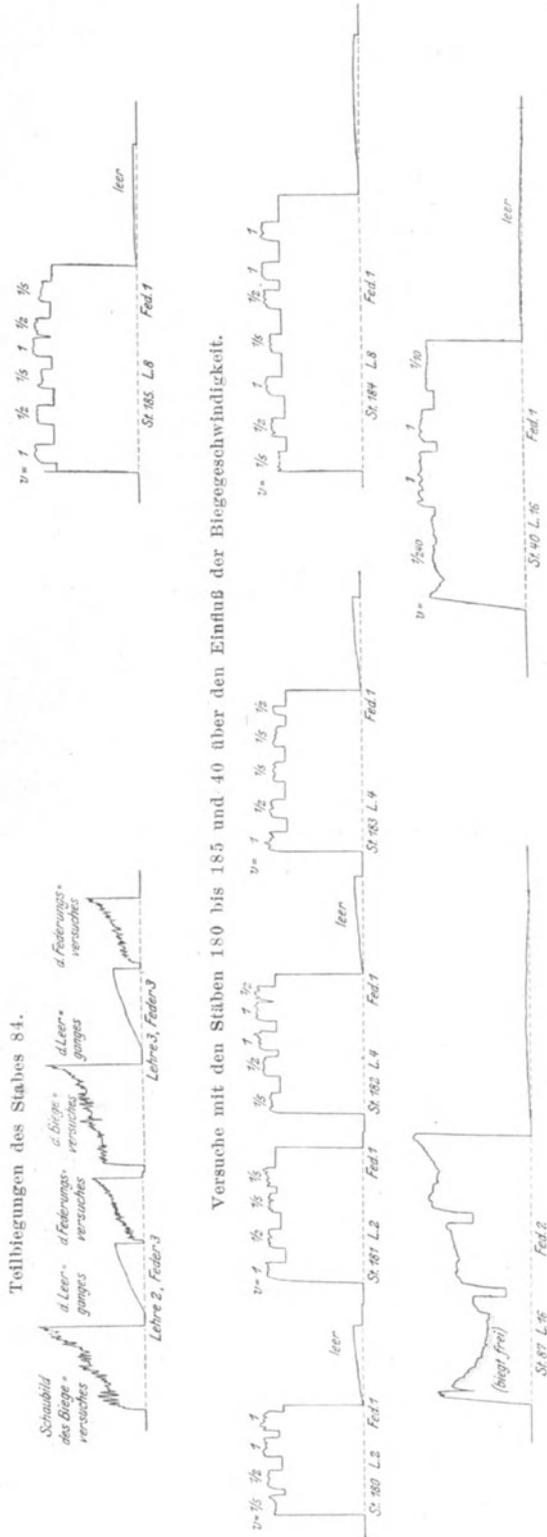
Hier war die Messung des Abstandes f bei schwacher Biegung nicht sehr zuverlässig, bei schärferen Biegungen verringert sich dieser Nachteil.

Wir fanden das einfache Ergebnis, daß die neutrale Schicht, soweit sich dieses prüfen ließ, in der Mitte zwischen Druck- und Zugseite lag, ein Ergebnis, das wir bei der Verschiedenartigkeit des Zug- und des Druckschaubildes nicht vermutet hatten.

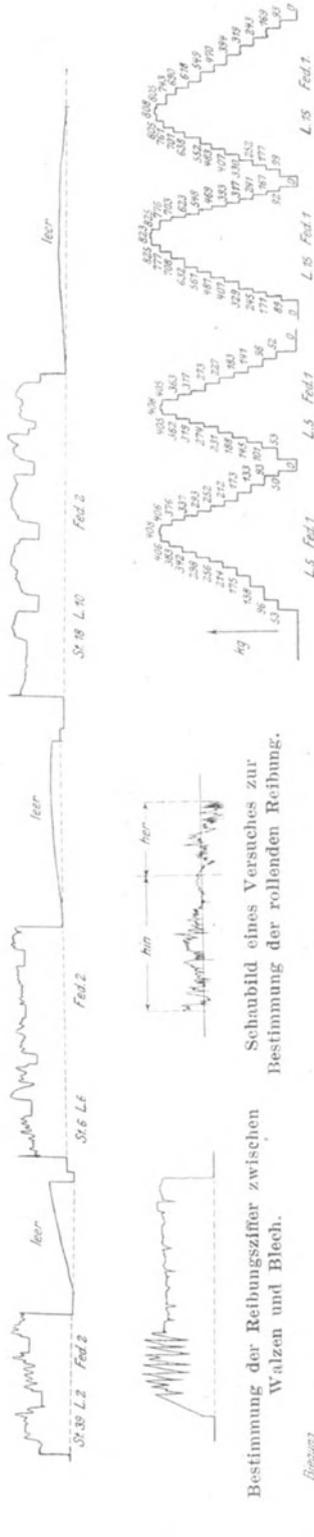
Die Querschnitte wurden mit der Genauigkeit, mit welcher man dieses feststellen konnte, nach der Biegung als eben befunden.

Es wurde sodann untersucht, ob bei absatzweise vollzogenem Biegen sich gegenüber einer einzigen entsprechend schärferen Biegung ein Mehrbedarf an

Beispiele von Schaubildern der Versuchsmaschine.



Versuche über den Biegezustand und den Einfluß der Geschwindigkeit bei erhitzten Stäben. Geschwindigkeit = 1/4 Umdrehung in der Sekunde.



Schaubilder von der Eichung der Drehungsfedern.

reiner Biegearbeit fühlbar macht. Hierzu gab Anlaß die Tatsache, daß beim Zugversuch nach vorher gegangener Entlastung und darauf folgender Wiederbelastung von manchen eine sofortige Erhöhung der Streckspannung über den zuletzt erreichten Höchstbetrag der Spannung beobachtet wurde. Von uns angestellte Zugversuche, Fig. 37, bestätigten dieses für das untersuchte Siemens-Martin-Kesselblech nicht — nach der Wiederbelastung hob sich die Streckgrenze

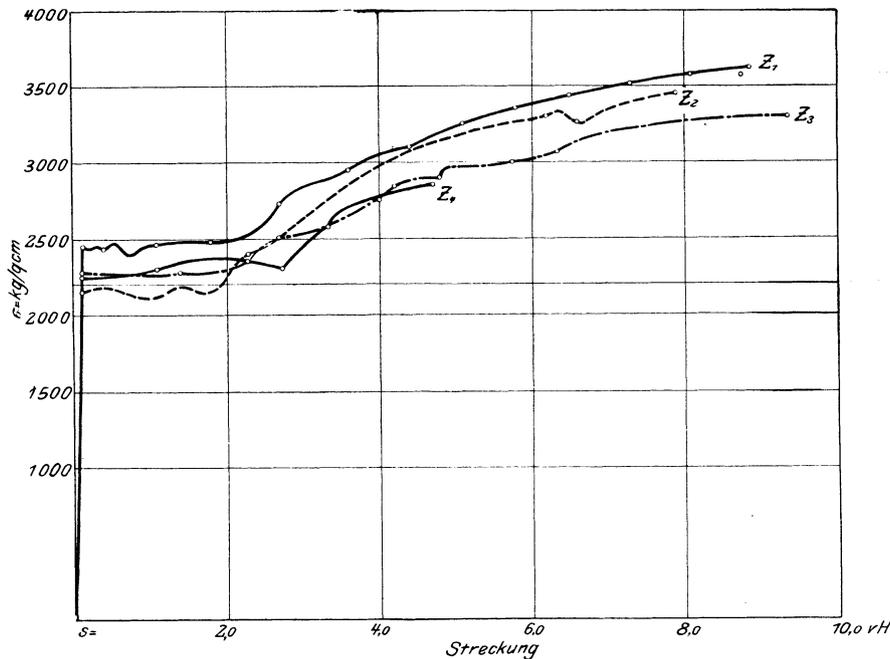


Fig. 37. Zugversuche mit abgedrehten Stäben aus Siemens-Martin-Kesselblech über den Einfluß unmittelbar vorher stattgefundener Streckung auf die Lage der Streckgrenze.

nur auf den zuletzt erreichten Höchstbetrag der Spannung —, da aber der Biegeversuch sich aus Zug und Druck zusammensetzt und über die entsprechenden Erscheinungen bei Druck infolge der großen Schwierigkeiten des Druckversuches nichts bekannt ist, so waren Biegeversuche nach dieser Richtung hin wohl angebracht.

Zugversuche mit Stäben aus Schweißstahl, die wir angestellt haben, zeigten auch bei sofortiger Wiederbelastung einen Spannungsverlauf, wie er in Fig. 38 angedeutet ist.

Bei den Zugversuchen nach Fig. 37 ist der Einfachheit halber der Verlauf der Spannungs-Dehnungskurve bis zur Streckgrenze weggelassen und nur die Streckgrenze und der fernere Verlauf bis zur Entlastung aufgetragen. Die durch \circ angemerkten Punkte sind die Stellen der Entlastung und Wiederbelastung.

Die bereits erwähnten Biegeversuche über den Arbeitsbedarf bei absatzweise vollzogenem Biegen sind in den Zahlentafeln 17 bis 28, S. 37 bis 39 und der Fig. 39 zu finden. Man hat bei den einzelnen Biegeversuchen für eine Biegegeschwindigkeit gleich null die Werte A_b , also die Biegearbeiten für 1 cm Länge des Stabes mit Abzug der Reibungswiderstände in der Versuchsmaschine und des Teiles der Arbeit, der auf federnde Formänderung entfällt, festgestellt. Der Arbeitsbetrag, der zum bildsamen Biegen auf die Lehre 2 erforderlich ist, sei A_1 und die Arbeit für die ferneren Biegungen bis auf Lehre 16 sei Z . Wir

haben $Q = \frac{Z}{A}$ als Ordinaten aufgetragen und als Abszissen die Zahl der verwendeten Lehren. Dasselbe geschah nach Fig. 40 mit einigen Stäben von 10 mm Stärke aus Thomas-Flußeisen von 50 mm Breite. Die Fig. 39 macht es wahrscheinlich, daß bei größerer Zahl Lehren, also einer größeren Zeit seit der ersten Biegung, die gesamte Arbeit geringer wird; bei Fig. 40 ist das Entgegen-

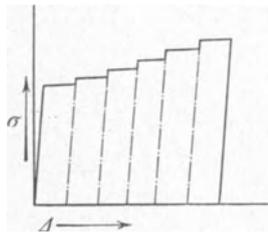


Fig. 38.

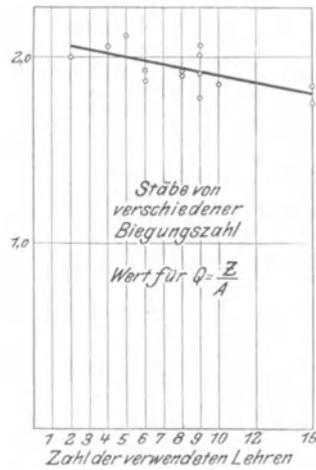


Fig. 39.

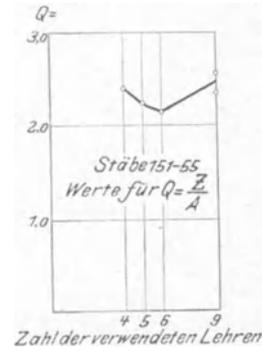


Fig. 40.

gesetzte der Fall. Die Auftragungen der Fig. 54, S. 31, für $Q = \frac{Z}{A}$ nach einer vor verschiedenen langen Zeiträumen vollzogenen Vorbiegung lassen bei geringeren Vorbiegungen ein Gleichbleiben von Q vermuten, bei größeren (Vorbiegung auf Lehre 8) ein Abfallen.

Im ganzen können wir schließen, daß der Einfluß, wenn er überhaupt vorhanden ist, nur eine geringe Bedeutung hat.

Die oft ziemlich beträchtlichen Unterschiede in den Werten Q können der Verschiedenartigkeit des Stoffes, die sich ja auch in dem recht verschiedenen Verlaufe der Zugschaubilder für denselben Stoff zeigt, zugeschrieben werden.

In vielen Zahlentafeln und Auftragungen kommen die Werte A_e und M vor. Es bedeutet A_e die Einheitsarbeit für ein Stabstück von 1 cm Länge, das so stark gebogen wird, daß der Dehnungs- bzw. Stauchungszuwachs in der äußersten Faser 1 vH beträgt. Dieser Wert wird aus den Versuchsergebnissen nach den Formeln im 5. Abschnitt dieser Arbeit hergeleitet.

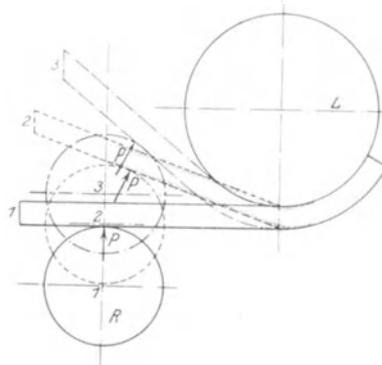


Fig. 41.

M bedeutet das an der Auflaufstelle auf das Blech einwirkende Biegemoment, das natürlich von den Stababmessungen, dem Krümmungsgrade und der stofflichen Beschaffenheit des Stabes abhängt. Wir fanden noch eine weitere Abhängigkeit des Biegemomentes von dem Hebelarm C der biegenden Kraft P . Es tritt bei geringer werdendem C eine schiebende Wirkung von P ein, welche den Betrag von M herabmindert.

Wie die schiebende Wirkung von P sich in eine Biegung umsetzt, ist in Fig. 41 verdeutlicht. 1 ist die Stellung vor dem Hochdrücken der Stützrolle, 2 würde die Form des Stabes nach dem Andrücken sein, wenn er ohne Wirkung des Biegemomentes und ohne Hindernis an der Lehre der schiebenden Kraft nachgeben könnte, in 3 ist die wirklich erzeugte Biegung zu erkennen. Um Aufschluß über den Einfluß der Schubspannungen zu erhalten, wurden Versuche angestellt, von denen diejenigen mit den Stäben 01, 02 und 8 dargestellt sind. Bei diesen Stäben waren die Einflüsse am größten, da ohne Weglassung einzelner Lehren gebogen wurde.

In der Zahlentafel 1 und der Fig. 42 ist für die Stäbe 01 und 02 das Verhältnis der angewendeten Hebelarme C und das Verhältnis der gleichzeitig

Einflüsse eines veränderten Hebelarmes C der biegenden Kraft.

Alle Werte gelten für Biegegeschwindigkeit = null.

Zahlentafel 1. Stäbe 01 und 02.

L	Art des Spanns	M_b	C	d	$c+d$	M	P	Pd	M_{b1}	Verhältnis der C	Verhältnis der M	R_2	D_1	R_1	R_2	$1 - \frac{R_2}{R_1}$	y
		ckg	cm	cm	cm	ckg	kg	ckg	ckg			cm	cm	cm	R_1		
3	lang	7190	21,2	0,178	20,6	7380	347	61,5	7128	2,55	1,02	34,1	∞	∞	0	1	0,97
	kurz	7500	8,3		8,5	7260	880	156	7344								0,97
4	lang	700	10,4	0,167	1,97	3700	—	—	(590)	2,0	—	30,7	72,3	36,1	0,85	0,15	1,06
	kurz	720	5,2		0,92	4050	780	130	590								0,97
5	lang	1055	15,0	0,157	2,34	6780	450	71	984	4,0	1,35	27,7	66,7	33,4	0,83	0,17	0,86
	kurz	1240	3,8		0,94	5000	1320	206	1034								1,22
6	lang	1140	3,1	0,148	0,63	5580	1800	266	874	5,4	1,26	25,2	59,5	29,7	0,85	0,15	1,05
	kurz	975	16,7		2,34	6950	415	61	914								0,88
7	lang	870	15,6	0,142	1,83	7410	480	68	802	4,6	1,47	23,3	53,9	26,9	0,87	0,13	0,83
	kurz	1035	3,4		0,69	5080	1500	214	821								1,25
8	lang	836	4,7	0,139	0,69	5670	1210	167	669	3,24	1,37	21,9	49,5	24,7	0,88	0,12	0,98
	kurz	760	15,2		1,50	7750	510	71	689								0,74
9	lang	730	14,2	0,132	1,30	7950	560	74	656	5,3	1,62	20,5	46,5	23,3	0,88	0,12	0,69
	kurz	905	2,69		0,50	4900	1840	242	663								1,13
10	lang	853	3,43	0,128	0,59	4960	1450	185	668	3,6	1,50	19,5	43,3	21,7	0,90	0,10	1,34
	kurz	760	12,36		1,26	7440	600	77	683								0,92
11	lang	712	12,5	0,124	1,20	7400	590	73	639	4,45	1,69	18,1	40,7	20,3	0,89	0,11	0,78
	kurz	880	2,8		0,56	4400	1560	193	687								1,42
12	lang	822	2,7	0,121	0,42	5300	1960	237	585	3,8	1,26	17,2	37,9	18,9	0,91	0,09	1,23
	kurz	668	10,3		1,04	6680	650	79	589								0,98
13	lang	602	12,6	0,118	1,08	7050	560	66	536	5,72	1,23	16,4	36,1	18,0	0,91	0,09	0,85
	kurz	848	2,2		0,33	5750	2600	306	542								1,05
16	lang	1560	3,2	0,111	0,78	6440	2000	221	1339	3,0	1,37	14,2	34,3	17,1	0,83	0,17	1,22
	kurz	1360	10,0		1,67	8150	815	91	1269								0,92

Erklärung der Ziffer y .

$$\frac{M_{b1}}{R_2} = yM \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right), \quad y = \frac{M_{b1}}{M \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) R_2}, \quad y = \frac{M_{b1}}{M \left(1 - \frac{R_2}{R_1} \right)}$$

Bei rein elastischer Biegung ist $y = 1/2$; bei rein bildsamer Biegung ohne Schubwirkung = 1.

Infolge der Verringerung von M durch Verkleinerung von C steigt y trotz der schwachen bleibenden Biegungen bedeutend an.

Fig. 42 bis 44. Versuche mit den Stäben 01 und 02 über die Einwirkung verschiedener Hebelarme C auf das biegende Moment, die Biegearbeit usw.

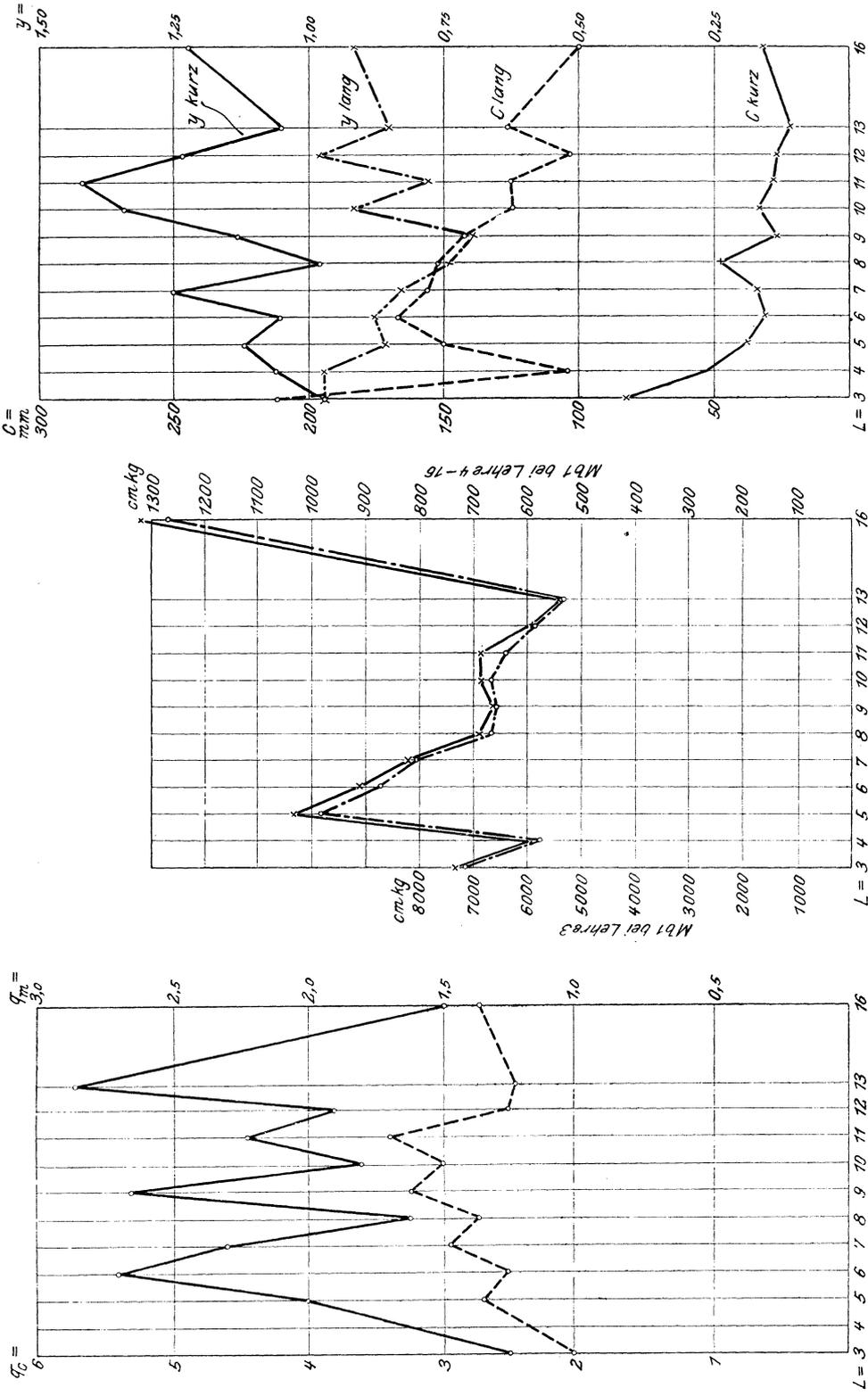


Fig. 42. Nachweis der Veränderlichkeit des biegenden Momentes M vom Hebelarm C der biegenden Kraft. $q_c =$ Verhältnis der bei beiden geprüften Stäben angewandten Hebelarme C . $q_m =$ Verhältnis der dabei beobachteten Momente $\gg M \ll$.

Fig. 43. Bei denselben Versuchen festgestellte, von dem Hebelarm C der biegenden Kraft nicht beeinflusste Momente $\gg M_{01} \ll$.

Fig. 44. Nachweis der Veränderlichkeit des Faktors γ in der Gleichung $\frac{M_{01}}{R_2} = \gamma M \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right)$ bei verändertem Hebelarm C .

beobachteten Werte von M aufgetragen. Man sieht deutlich, daß bei geringerem C , also größerem Drucke P , das Moment M nicht unbeträchtlich herabsinkt. Ferner sind in Fig. 43 die bei denselben Stäben gemessenen Momente M_{b1} aufgeführt, welche der reinen Biegearbeit auf ein 1 cm langes Blechstück entsprechen. Die Linienzüge laufen entsprechend der stofflichen Verschiedenheit und kleiner Unterschiede in den Stababmessungen dauernd dicht übereinander her. Daraus läßt sich schließen, daß die Arbeit zum Biegen auf eine bestimmte Krümmung immer gleich ist, ob nun die Formänderung nur durch ein Biegemoment oder — mehr oder weniger — auch durch Schubkräfte herbeigeführt worden ist. Als drittes findet man unter Fig. 44 die Ziffer γ aufgetragen, welche neben der Krümmungsänderung $\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)$ für das Verhältnis zwischen M und $\frac{M_{b1}}{R_2}$ maßgebend ist. Bei rein elastischer Biegung besitzt der Faktor den Wert $\frac{1}{2}$, bei rein bildsamer Biegung ohne Schubwirkung den Wert 1. Man sieht, daß sich γ bei den lang gespannten Stäben zwischen 0,75 und 1,00 bewegt, aber bei kurzer Spannweite trotz der verhältnismäßig schwachen bleibenden Biegung weit über 1,00 hinaus bis zu 1,40 ansteigt.

Stab 8 (Zahlentafel 2, Fig. 45) ist für mehrere Spannweiten bei jeder Lehre untersucht worden. Wir preßten den Stützbock von unten gegen das Blech, bogen dann ein bestimmtes Stück, beobachteten die Abstände C, c, g , drückten dann die Rolle weiter an, so daß C sich verkleinerte, und bogen weiter. Die Ausschläge des Schaubildes wurden nach der Formel $M = M_b \frac{C}{c+d}$ verwertet. Wir fanden einen ziemlich stetigen Verlauf der Werte von M , der deutlich das Abfallen von M zugleich mit C erkennen läßt.

Auch bei den Federungsversuchen machte sich eine bedeutende Beeinflussung des Wertes von M_{f2} durch die Veränderung der Spannweite C bemerkbar, eine Veränderung der Federungsarbeit konnte nicht festgestellt werden.

Zahlentafel 2.

Stab 8. Biegeversuche über die Veränderlichkeit des biegenden Momentes M bei verändertem Hebelarm C der biegenden Kraft.

Der Stab war früher auf Lehre 5 gebogen.

$b = 5,05 \text{ cm}$ $\delta = 1,518 \text{ cm}$

Lehre	M_b	M_b	c	$\frac{C}{c+d}$	M	Lehre	M_b	M_b	C	$\frac{C}{c+d}$	M
	mm	ckg					cm	ckg			
6	15,0	870	14,7	7,85	3840	9	10,9	632	12,9	9,7	6110
»	16,8	975	7,5	6,06	3910	»	11,1	643	7,0	9,48	6090
»	21,0	1220	2,2	5,21	3360	»	14,8	860	3,5	6,46	5520
						»	14,8	860	3,4	5,44	4670
7	12,6	730	13,0	8,4	3110	10	10,1	588	13,7	10,3	6020
»	13,0	754	8,6	7,63	3740	»	11,1	642	6,7	8,9	5720
»	14,4	835	4,4	6,8	3680	»	13,9	808	3,7	6,9	5570
»	14,6	848	2,8	5,3	3490	»	14,0	811	3,7	6,9	5600
						11	12,0	698	15,4	12,5	8700
8	11,4	660	12,9	9,6	3310	»	11,2	650	9,4	11,4	7400
»	11,4	660	5,9	8,0	3290	»	10,7	620	5,0	10,4	6480
»	14,6	790	2,5	5,46	3300	»	11,5	670	3,9	6,38	4280
						»	14,4	837	3,5	6,70	5590

In Zahlentafel 3 und den Auftragungen Fig. 46 sind die Ergebnisse für die Biegung der Stäbe 121 und 121a ausführlich angegeben. Es ist das der gewöhnlich vorkommende Fall der Biegung. Nach einer erstmaligen, hier nicht zu vermeidenden größeren Biegung wurde der Stab mit mäßiger Geschwindigkeit auf eine Lehre nach der anderen gebogen. Außer M und A_e ist die Federungsarbeit und der mechanische Wirkungsgrad bei den einzelnen Teilbiegungen angegeben. Die Werte für η sind recht gering, sie würden, um für gewöhnliche Biegemaschinen zu passen, eine Vergrößerung erfahren müssen. Die fliegende Anordnung der Hauptwelle, der Antrieb durch Schnecke, der verhältnismäßig kleine Abstand C wirken ungünstiger auf den Wirkungsgrad ein, als dies bei Walzenbiegemaschinen der Fall zu sein pflegt.

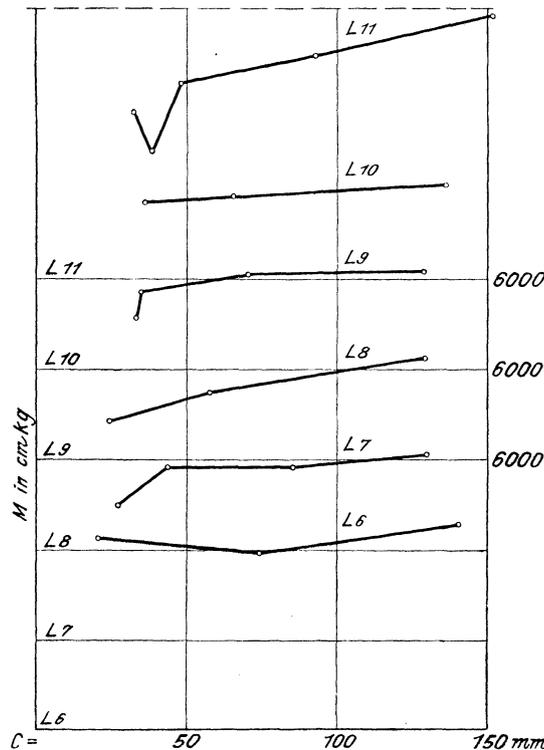


Fig. 46.

Der Geschwindigkeitseinfluß ist bei der ersten verwendeten Lehre verhältnismäßig groß, da hier die größte Biegeschwindigkeit herrschte, von Lehre 3 bis 16 ist er dagegen sehr gering. Die Stäbe 58 und 58a (jedesmal eine Lehre überschlagen, Fig. 47, Zahlentafel 4) zeigen ein ähnliches Bild. Federungsarbeit und Geschwindigkeitseinfluß sind ungefähr dieselben, wie beim vorigen Stabpaar, der Wirkungsgrad steigt. Der gesamte Arbeitsbedarf, verglichen mit der Arbeit zum Aufwickeln auf die erste Lehre, ist etwas höher als bei 121 und 121a.

Bei den Stäben 33 und 89 (jedesmal 2 Lehren überschlagen, Fig. 48 und 49, Zahlentafel 5) steigen Federungsarbeit und Geschwindigkeitseinfluß etwas an, der Wirkungsgrad ist beträchtlich größer.

Um den von uns vermuteten Einfluß größerer Vorbiegung auf die Widerstände bei gleich darauf folgendem Weiterbiegen zu prüfen, wurden die im Folgenden bezeichneten Stäbe in der angedeuteten Weise bearbeitet.

L

- Stab 27 1 4, 5 8, 9 12, 13 . . . 15, 16
- » 76 und 76 a 1 4, 5, 6 9, 10, 11 14, 15 16
- » 107 und 107 a 2, 3, 4 8, 9, 10 14, 15, 16.

Es ergaben sich jedoch gegenüber den bisher besprochenen Stäben keine Unterschiede.

Man kann die Ergebnisse der bisher aufgeführten Versuche so fassen:

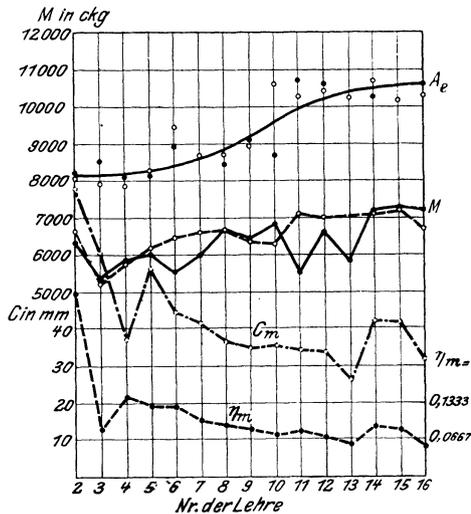


Fig. 46. Stäbe 121 und 121 a.

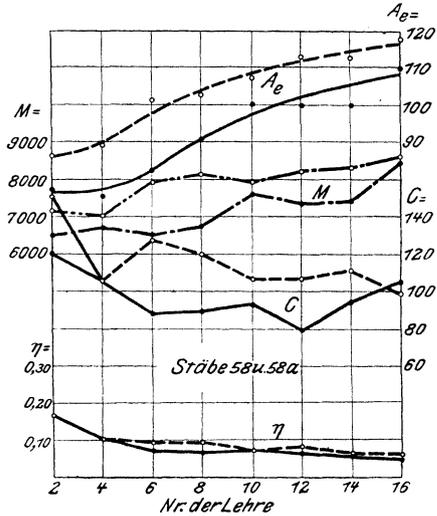


Fig. 47.

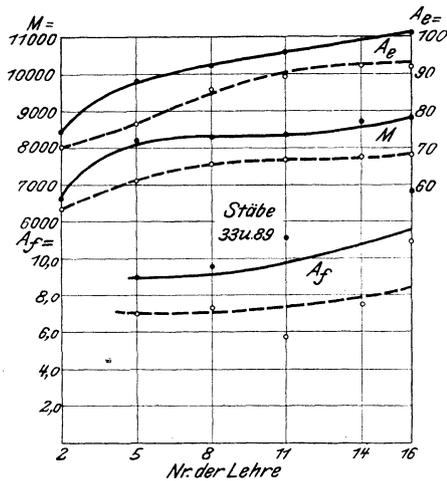


Fig. 48.

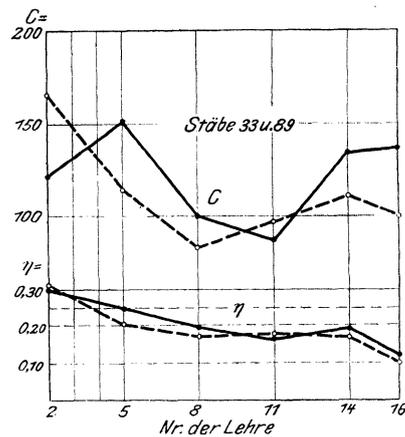


Fig. 49.

Das Biegemoment M steigt mit wachsender Krümmung allmählich an. Es ändert sich von einem Krümmungsverhältnis $\frac{\delta}{\rho} = 1/55$ bis $1/18$ um etwa 25 vH. Die neutrale Schicht liegt, so weit sich dies prüfen läßt, in halber Höhe des Querschnittes. Bei einer Spannweite $C < 10 \delta$ sinkt das Biegemoment merklich ab.

Die gesamte reine Biegearbeit steigt ungefähr in gleichem Grade wie die Krümmung, also im umgekehrten Verhältnis des Krümmungshalbmessers; gerade

wie beim Biegemoment tritt bei stärkeren Biegungen eine Erhöhung von A_e ein es steigt also die Arbeit für die Einheit des Bieungsgrades.

Die gesamte reine Biegearbeit wird durch Biegen in mehreren Absätzen nicht beeinflusst, ebenso auch nicht durch Veränderung des biegenden Hebelarmes C .

Bemerkenswert sind die Erscheinungen beim Biegen mit Zeitzwischenräumen. Der Plan der Versuche ist in Folgendem angegeben. Die Zahlen ohne Klammern bezeichnen die Nummer der Lehre, die eingeklammerten Zahlen die Zeitzwischenräume zwischen den Teilbiegungen in Tagen.

Gruppe I	{	A) 2 (1), 3 (1), 4 (1) 14 (1), 15
		B) 2 (2), 3 (2), 4 (2) 7 (2), 8
Gruppe II	{	C) 2 (1), 3, 4, 5 16
		D) 2 (2), 3, 4, 5 16
		E) 2 (4), 3, 4, 5 16
		F) 2 (8), 3, 4, 5 16
		R) 2 (14) 16
Gruppe III	{	G) 4 (1), 5, 6, 7 16
		H) 4 (2), 5, 6, 7 16
		J) 4 (3), 5, 6, 7 16
		K) 4 (6), 5, 6, 7 16
		S) 4 (14) ————— 16
Gruppe IV	{	L) 8 (1), 9, 10. 16
		M) 8 (2), 9, 10. 16
		N) 8 (4), 9, 10. 16
		T) 8 (14) ————— 16

Die Versuchsergebnisse sind in den Zahlentafeln 6 bis 16 ausführlich angegeben. Dort ist auch die Art der Bearbeitung der Versuchsergebnisse zu ersehen. Obgleich ziemlich große Stablängen der Biegung ausgesetzt wurden, so zeigten sich doch bei gleich behandelten Stäben infolge der stofflichen Verschiedenheit ziemlich große Unterschiede. Die Betrachtung der Zugversuche in Fig. 37 zeigt, daß man auch nichts anderes erwarten kann. Um die Versuchsergebnisse aber untereinander vergleichen zu können, setzen wir die auf 1 cm Länge des Bleches und auf 1 vH Dehnungszuwachs der äußersten Faser umgerechnete Biegearbeit, die bei der ersten Biegung beobachtet wurde, gleich A_{e0} und vergleichen die Einheitsarbeiten A_e der späteren Biegungen mit diesem Werte. Die Biegeschwindigkeit ist überall gleich null. In den Fig. 50 bis 53 sind als Ordinaten die bei den einzelnen Lehren beobachteten Verhältnisse $\frac{A_e}{A_{e0}}$ aufgetragen. Der Einfluß der Zeitzwischenräume ist erkennbar.

Eine Zusammenfassung der Fig. 50 und 53 stellt die Fig. 54 dar. Die reine Biegearbeit für das Aufwickeln auf die erste benutzte Lehre (bei Biegeschwindigkeit = null) sei = A , die Summe der Arbeiten bei den späteren Biegungen bis Lehre Nr. 16 (gleichfalls bei Geschwindigkeit = null) sei = Z .

In Fig. 54 ist die Abszisse die nach der ersten Biegung bis zum Weiterbiegen verfllossene Zeit, die Ordinate ist $Q = \frac{Z}{A}$. Es ergibt sich ein eigenartiges Bild; die Gruppe C bis R (erste Biegung auf Lehre 2) zeigt zunächst ein Gleichbleiben von Q , nach zwei Tagen ein Ansteigen und weiterhin ein stetiges Abfallen bis 7 vH unterhalb des Wertes für Zeit = null. Die Linienzüge für die Stäbe G bis S (Ausgang von Lehre 4) zeigen ebenfalls ein allmähliches Sinken

Versuche über den Betrag des Biegemomentes,

Alle Werte gelten für Biege-

Zahlentafel 3.

L	D ₁	R ₂	C	c	g	d	M _b	M _l	M	P	Pd	M _{b1} = M _b - Pd	M _f	M _f	M _{f2}	C ₁	P ₁	P ₁ d
	cm	cm	cm	cm	R	cm	mm	ckg	ckg	kg	cmkg		mm	ckg	ckg	cm	kg	ckg
2	73,9	37,7	16,9	15,4	1,96	0,188	29,8	6120	6610	395	74	6046	—	—	—	—	—	—
			14,4	14,4			30,6	6290	6210	430	81	6209	—	—	—	—	—	—
3	66,8	34,1	10,8	1,33	1,69	0,178	12,5	725	5200	480	85	640	6,9	400	2700	8,0	340	61
			13,5	1,66			11,8	686	5300	390	69	617	5,9	342	3250	11,0	290	52
4	60,1	30,7	7,3	1,27	1,56	0,167	18,2	1058	5790	790	132	926	5,5	319	2600	7,5	350	58
			7,8	1,24			18,1	1050	5820	750	125	925	5,2	301	2600	7,5	350	58
5	53,9	27,7	8,5	1,31	1,42	0,157	18,4	1065	6180	730	115	950	5,3	307	2700	8,0	335	52
			14,0	2,25			17,05	990	6000	425	73	917	5,4	314	2500	7,0	360	56
6	48,9	25,2	11,1	1,44	1,31	0,148	15,9	922	6450	580	86	836	4,2	244	3200	11,0	290	43
			6,6	0,95			16,75	914	5500	830	123	791	4,8	279	2500	6,8	370	53
7	45,1	23,3	9,9	1,20	1,21	0,142	13,9	808	6600	670	95	713	4,7	273	3100	10,0	310	44
			6,75	0,90			14,2	825	5990	890	126	699	—	—	—	—	—	—
8	42,3	21,9	7,2	0,75	1,14	0,139	12,55	729	6650	930	129	600	4,0	232	2450	7,2	340	47
			7,4	0,78			12,25	710	6700	910	126	584	3,6	209	2450	7,2	340	47
9	39,5	20,5	6,9	0,78	1,06	0,132	12,55	729	6350	930	123	606	4,1	238	2450	7,0	350	46
			7,0	0,78			12,4	717	6400	920	121	596	3,9	226	2450	7,0	350	46
10	37,1	19,5	6,1	0,67	1,01	0,128	11,9	689	6260	1030	132	557	3,1	180	3100	10,0	310	40
			8,1	0,75			10,9	631	6800	840	108	523	4,0	232	2500	6,5	385	49
11	34,8	18,1	9,3	0,88	0,91	0,124	11,5	666	7100	765	95	571	3,2	185	2750	8,5	320	40
			4,3	0,50			13,0	751	5500	1280	159	592	3,4	197	2500	6,5	390	48
12	32,9	17,2	6,6	0,57	0,88	0,121	10,9	630	7000	1060	128	502	3,3	190	2450	6,0	410	50
			6,8	0,67			11,1	640	6600	970	117	523	—	—	—	—	—	—
13	31,3	16,4	5,2	0,49	0,79	0,118	11,1	640	5800	1120	132	508	3,4	196	2150	5,5	390	46
			7,8	0,68			10,9	631	7100	920	106	525	2,4	139	3050	9,5	320	37
14	29,6	15,5	9,0	0,63	0,75	0,115	10,2	592	7160	800	92	500	2,2	128	3100	10,0	310	35
			8,8	0,50			8,7	501	7200	820	92	409	3,1	180	1800	4,0	450	51
15	28,3	14,8	7,8	0,43	0,70	0,113	8,7	501	7250	930	105	396	2,5	145	2750	8,5	340	38
			5,9	0,48			9,5	551	6700	1140	126	425	2,9	168	2450	7,0	350	39
16	27,0	14,2	6,8	0,48	0,66	0,111	8,8	510	7200	1060	118	392	—	—	—	—	—	—

Zahlentafel 4.

2	73,9	37,7	12,0	11,3	1,95	0,188	33,4	6850	7150	595	112	6738	—	—	—	—	—	—
			15,0	14,0			30,1	6170	6500	435	82	6088	—	—	—	—	—	—
4	60,1	30,8	10,5	1,97	1,56	0,167	13,8	1430	7000	670	112	1328	3,6	375	3040	8,7	350	59
			10,5	1,75			11,8	1225	6700	635	106	1119	3,1	322	2900	8,4	345	57
6	48,9	25,2	12,8	2,54	1,31	0,148	30,6	1780	7900	620	92	1688	4,1	238	3260	10,6	307	45
			8,8	1,94			26,7	1550	6500	740	109	1441	4,6	267	2100	5,0	420	62
8	42,3	21,9	12,0	1,88	1,15	0,139	23,7	1375	8150	680	94	1281	3,6	210	3280	9,5	345	48
			8,9	1,46			20,9	1210	6740	750	104	1106	3,6	210	2700	7,2	375	52
10	37,1	19,5	10,6	1,41	1,01	0,128	19,9	1152	7900	745	95	1057	3,4	198	2700	7,7	350	45
			9,3	1,20			18,7	1083	7600	820	105	978	3,1	180	2600	6,5	400	51
12	32,9	17,2	10,6	1,33	0,88	0,121	19,4	1123	8200	775	94	1029	3,2	186	3480	8,7	400	48
			7,9	1,00			18,0	1040	7300	925	112	928	3,1	180	2700	6,7	405	49
14	29,6	15,5	11,1	1,20	0,75	0,115	17,7	1026	8300	750	86	940	3,1	180	2990	7,9	380	44
			9,4	1,03			15,5	900	7400	790	91	809	2,3	134	2700	6,5	415	48
16	27,0	14,2	9,8	0,91	0,66	0,111	15,5	900	8600	880	97	803	3,5	204	2360	5,6	420	47
			10,4	0,93			14,4	835	8350	800	89	746	2,6	151	2820	7,3	390	43

Zahlentafel 5.

2	73,9	37,7	16,0	1,58	1,95	0,188	29,6	6080	6300	380	68	6012	—	—	—	—	—	—
			12,1	1,16			31,6	6490	6640	550	104	6386	—	—	—	—	—	—
5	53,9	27,7	11,4	2,92	1,42	0,157	18,5	1920	7100	625	98	1822	2,3	240	3040	10,2	300	47
			15,2	4,02			21,8	2260	8250	540	85	2175	2,9	300	2800	8,2	340	53
8	42,3	21,9	8,3	1,78	1,14	0,139	16,5	1760	7600	910	126	1634	2,0	208	2800	8,0	350	48
			9,9	2,15			18,5	1920	8300	840	116	1804	2,6	270	2200	5,0	440	61
11	34,8	18,1	9,7	1,74	0,91	0,124	14,2	1475	7700	730	91	1384	(1,4)	146	2620	7,7	340	42
			8,7	1,67			16,6	1720	8350	960	119	1601	2,4	250	2480	6,3	395	49
14	29,6	15,5	11,1	1,70	0,75	0,115	12,3	1275	7750	695	80	1195	1,5	156	2600	7,3	355	41
			13,4	2,10			13,9	1445	8700	650	75	1370	1,1	114	2800	8,8	320	37
16	27,0	14,2	9,9	0,96	0,66	0,111	8,1	841	7800	790	98	753	1,9	198	2500	6,2	400	44
			13,6	1,25			8,5	884	8800	650	72	812	2,3	240	2240	5,3	420	47

der Biegearbeit, des Wirkungsgrades usw.

geschwindigkeit = null.

Stäbe 121 und 121a.

$M_{f1} =$ $M_f - P_1 d$	M_{f1} R_2	$M_{b2} =$ $M_{b1} - M_{f1}$	$A_{b1} =$ M_{b2} R_2 ekg	D_3 cm	D_1 cm	$\frac{\delta}{D_3} 100$ $= s_3$	$\frac{\delta}{D_1} 100$ $= s_1$	$s_3 - s_1$ vH	A_e cmkg	k kg	$k_2 - k_0$ kg	$\frac{M_{f1}}{900}$ kg	k' kg	A_1 cmkg	A_2 cmkg	$\eta =$ $\frac{A_2}{A_1}$
(300)	8,0	5746	153	79,5	∞	1,905	0	1,905	80,2	9,8	0,1	0,33	9,52	2130	720	0,338
(300)	8,0	5909	157	79,0		1,916	0	1,916	82,0	10,3		0,33	10,0	2250	740	0,328
339	9,9	301	8,82	75,0	79,5	2,017	1,905	0,112	78,9	2,73	0,1	0,35	2,42	546	42,5	0,078
290	8,5	327	9,56	74,8	79,0	2,028	1,916	0,112	85,2	2,42		0,32	2,10	474	45,0	0,095
261	8,5	665	21,7	66,4	75,0	2,293	2,017	0,276	78,4	2,97	0,1	0,26	2,74	612	87,0	0,142
243	7,9	682	22,3	65,8	74,8	2,304	2,028	0,276	81,0	2,97		0,23	2,77	623	89,0	0,143
255	9,2	695	25,1	58,1	66,4	2,598	2,293	0,305	82,6	3,21	0,05	0,25	3,03	684	90,5	0,132
258	10,7	659	23,7	58,1	65,8	2,598	2,304	0,294	81,0	3,34		0,26	3,15	709	85,0	0,120
199	7,9	637	25,2	52,9	58,1	2,865	2,598	0,267	94,5	2,67	0,05	0,20	2,54	570	81,0	0,142
226	9,0	565	22,5	53,1	58,1	2,851	2,598	0,253	89,0	3,09		0,22	2,94	660	73,0	0,110
229	9,8	484	20,75	48,8	52,9	3,100	2,865	0,235	86,5	2,55	0,05	0,24	2,38	539	63,0	0,117
(230)	—	469	20,1	49,5	53,1	3,055	2,851	0,204	99,0	3,27		0,24	3,10	598	57,1	0,082
185	8,5	415	19,0	45,8	48,8	3,319	3,100	0,219	87,0	2,91	0,05	0,16	2,71	610	57,0	0,094
162	7,4	422	19,3	46,0	49,5	3,285	3,055	0,230	84,0	2,03		0,14	2,95	666	58,0	0,088
192	9,3	414	20,1	42,8	45,8	3,544	3,319	0,225	89,0	2,97		0,17	2,91	654	56,0	0,086
180	8,8	416	20,3	43,1	46,0	3,509	3,285	0,224	91,0	3,15		0,16	3,10	672	56,3	0,084
140	7,2	417	21,4	40,5	42,8	3,744	3,544	0,200	107	3,34		0,14	3,30	741	52,9	0,071
183	9,4	340	17,4	40,8	43,1	3,710	3,509	0,201	86,5	2,67		0,16	2,61	589	44,3	0,076
145	8,0	426	23,5	38,0	40,5	3,974	3,744	0,230	102,5	2,67		0,14	2,63	590	57,3	0,097
149	8,3	443	24,5	38,5	40,8	3,939	3,710	0,229	107	3,82		0,14	3,78	851	54,0	0,063
140	8,2	362	21,0	36,2	38,0	4,176	3,974	0,202	104	3,15		0,15	3,09	695	44,5	0,064
(140)	—	380	22,1	36,5	38,5	4,149	3,939	0,210	105,6	3,03		0,17	2,95	665	46,5	0,070
(140)	—	—	—	34,6	36,2	4,376	4,176	0,200	—	—		—	—	—	—	—
(140)	9,2	358	21,8	34,7	36,5	4,363	4,149	0,214	102	3,53		0,14	3,47	780	43,8	0,056
102	6,6	423	27,3	32,7	34,6	4,632	4,376	0,256	106,5	2,79		0,10	2,77	622	55,7	0,089
93	6,0	407	26,2	32,8	34,7	4,618	4,363	0,255	102,5	2,61		0,10	2,59	581	53,2	0,092
129	8,7	280	18,9	31,5	32,7	4,819	4,632	0,187	101	2,55		0,10	2,52	567	37,5	0,066
107	7,2	289	19,5	31,5	32,8	4,811	4,618	0,193	101	2,73		0,10	2,70	609	39,6	0,065
129	9,1	296	20,8	30,2	31,5	5,022	4,819	0,203	102,5	3,28		0,10	3,25	732	39,6	0,054
—	—	—	—	30,3	31,5	5,011	4,811	0,200	—	3,03		—	—	—	—	—

Stäbe 58 und 58a.

(320)	8,50	6418	171	78,5	∞	1,980	0	1,980	86,3	11,4	0,1	0,39	11,05	2480	830	0,333
(300)	7,95	5788	153	78,5		1,990	0	1,990	77,0	9,40		0,32	9,12	2052	685	0,332
316	10,3	1012	32,8	65,1	78,5	2,348	1,980	0,368	89,0	3,51	0,1	0,37	3,18	716	146	0,204
365	8,6	854	27,7	65,8	78,5	2,358	1,990	0,368	75,3	3,20		0,31	2,93	660	137	0,208
193	7,67	1495	59,3	52,9	65,1	2,939	2,348	0,591	100,1	4,49	0,05	0,22	4,34	975	182	0,187
205	8,13	1236	49,0	52,6	65,8	2,953	2,358	0,595	82,4	4,79		0,21	4,65	1050	153	0,146
162	7,40	1119	51,1	44,7	52,9	3,432	2,939	0,493	102,6	3,51	0,05	0,19	3,38	760	144	0,189
158	7,21	948	43,4	44,7	52,6	3,432	2,953	0,479	90,5	4,00		0,18	3,88	872	118	0,135
153	7,88	904	46,4	40,2	44,7	3,868	3,432	0,436	107,0	3,63		0,18	3,55	800	117	0,146
129	6,65	849	43,5	40,4	44,7	3,862	3,432	0,430	100,0	3,26		0,14	3,22	724	105	0,145
138	8,05	891	52,0	35,8	40,2	4,330	3,868	0,462	112,6	3,14		0,16	3,08	691	114	0,165
131	7,65	797	46,3	36,3	40,4	4,303	3,862	0,465	99,5	3,70		0,13	3,67	824	106	0,129
136	8,79	804	51,9	32,1	35,8	4,793	4,330	0,463	112,0	3,63		0,14	3,57	804	103	0,128
(86)	(4,67)	723	46,6	32,6	36,3	4,771	4,303	0,498	99,8	3,57		0,10	3,55	799	90	0,113
157	11,02	646	45,5	29,7	32,1	5,180	4,793	0,387	117,5	3,57		0,15	3,49	784	95	0,121
108	7,61	638	44,9	29,7	32,6	5,181	4,771	0,410	109,5	3,74		0,11	3,70	831	79	0,095

Stäbe 33 und 89.

(230)	6,10	5782	153	80,5	∞	1,910	0	1,910	80,2	10,6	0,1	0,256	10,39	2340	721	0,310
(250)	6,61	6136	163	80,5		1,930	0	1,930	84,5	11,65		0,278	11,42	2560	770	0,300
193	7,01	1629	58,8	59,6	80,5	2,591	1,910	0,681	86,0	4,50	0,05	0,200	4,42	990	205	0,207
247	8,95	1928	69,8	58,9	80,5	2,637	1,930	0,707	98,5	4,60		0,246	4,42	990	245	0,249
160	7,30	1474	67,4	46,7	59,6	3,299	2,591	0,708	95,5	4,85	0,05	0,170	4,84	1080	186	0,172
209	9,52	1595	73,0	46,5	58,9	3,330	2,637	0,719	102,0	4,75		0,220	4,59	1030	201	0,195
(104)	(5,73)	1280	70,6	38,4	46,7	4,013	3,299	0,714	99,0	4,00		0,110	3,99	898	160	0,178
201	11,10	1401	77,7	38,0	46,5	4,068	3,330	0,738	105,6	4,85		0,152	4,80	1080	177	0,164
(115)	(7,42)	1080	70,0	32,7	38,4	4,703	4,013	0,690	102,0	3,70		0,114	3,67	825	137	0,166
(77)	(4,96)	1220	78,9	32,8	38,0	4,739	4,068	0,671	117,5	3,65		0,166	3,54	792	152	0,192
154	10,85	599	42,0	30,3	32,7	5,115	4,703	0,412	102,0	3,52		0,158	3,43	770	76,5	0,099
193	13,60	619	43,5	30,2	32,8	5,120	4,739	0,391	111,5	3,23		0,214	3,09	690	81,3	0,118

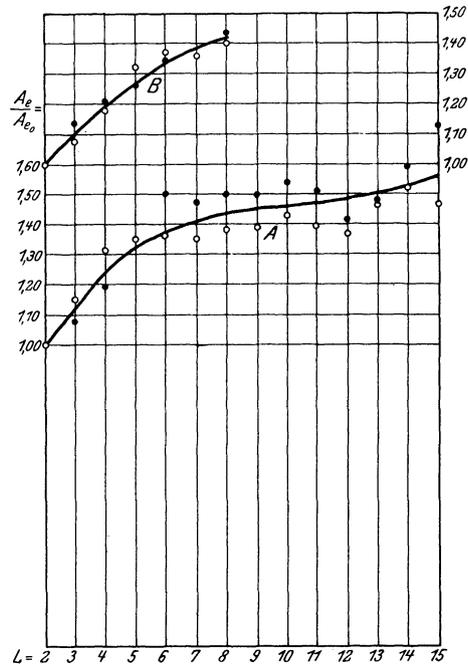


Fig. 50.

Fig. 51 und 52. Verlauf der » A_e « beim Aufwickeln der Stäbe von Gruppe 1 bis 4.

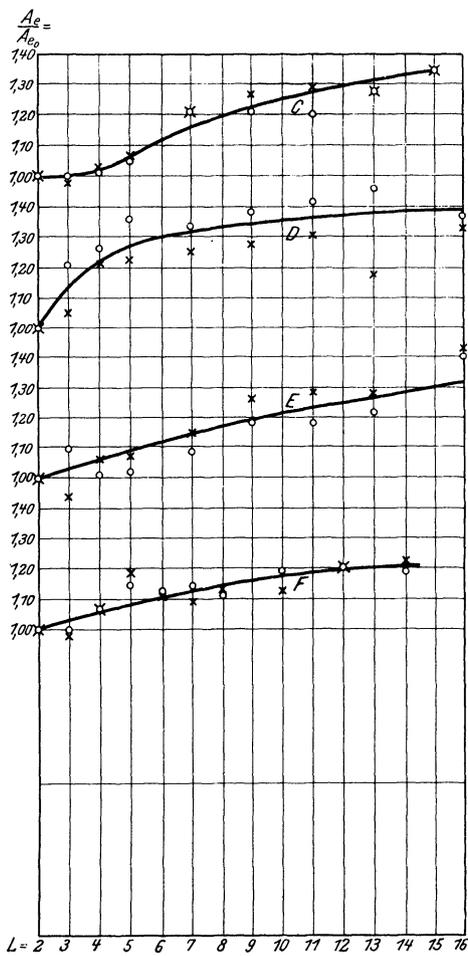


Fig. 51.

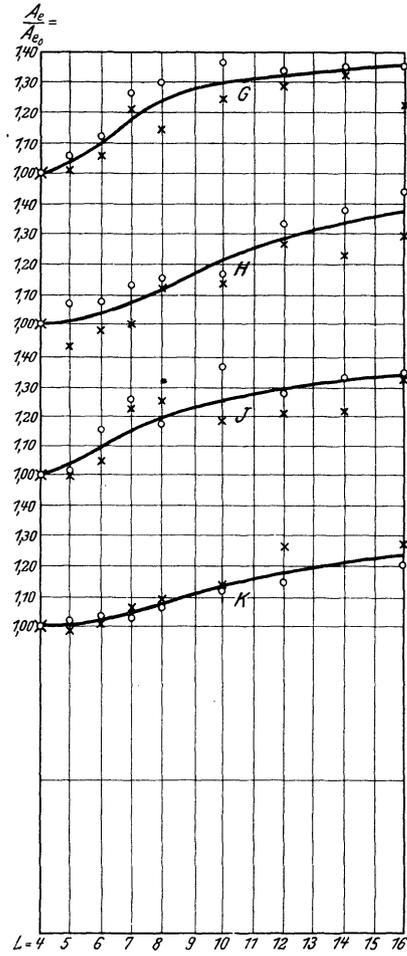


Fig. 52.

von Q , jedoch ohne den oben bezeichneten Sprung. Die Gruppe L bis T (erste Biegung auf Lehre 8) weist zunächst ein rasches Abfallen des Widerstandes auf, dann steigt Q wieder an, um weiterhin gleich zu bleiben.

Der benutzte Baustoff war Siemens-Martin-Kesseleisen von 15,5 mm Stärke und 50 mm Breite.

Bei den dazugehörigen Ergebnissen der Stäbe A , Fig. 50 (Zwischenräume zwischen 2 Biegungen je 1 Tag) zeigt sich ein starkes Ansteigen; bei den Ergebnissen des Stabpaares B (Zwischenräume zwischen 2 Biegungen je 1 Tag) ist eine ähnliche Vergrößerung der Arbeiten zu beobachten.

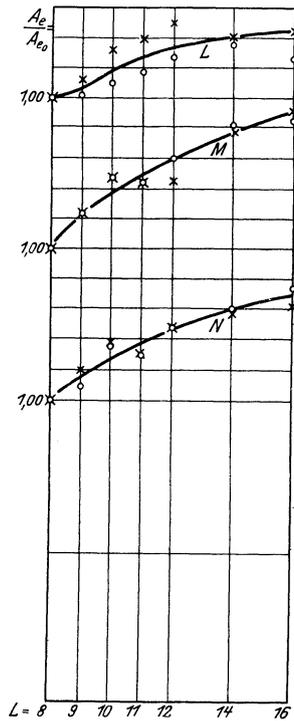


Fig. 53.

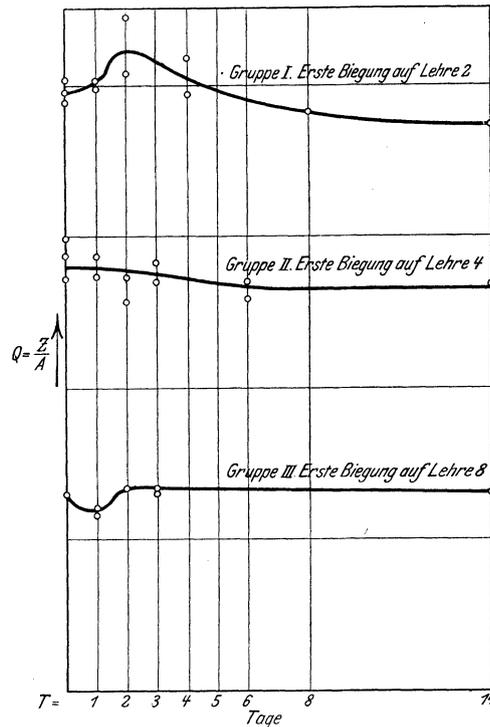


Fig. 54. Gruppe II bis IV, Werte für $Q = \frac{Z}{A}$.

A = Arbeit zum Biegen des Stabes auf die erste benutzte Lehre, Z = Zusatzarbeit zum Weiterbiegen bis auf Lehre 16 bei verschiedenen Zeiträumen zwischen Vorbiegen und Weiterbiegen.

Für alle »Zeitstäbe« sind auch die Auftragungen über die »Federungsarbeiten« für 1 cm Stablänge aufgetragen, Fig. 55 bis 58. Es zeigt sich im ganzen eine ähnliche Veränderlichkeit der Arbeiten, wie dies unter dem Einfluß von Zeitzwischenräumen bei den Biegeversuchen zu beobachten war. Um einen Vergleich der aufgetragenen Kurven untereinander zu ermöglichen, ist in — — — Linien das für die erste Lehre ermittelte A_f aufgetragen.

Die Ergebnisse der Federungsversuche, Fig. 55 bis 58 und 59 bis 61, lassen sich in die Beziehung fassen:

$$A_f = \xi f \frac{\sigma_s^2}{2E},$$

worin f die gesamte Querschnittfläche, σ_s die Spannung in der Fließperiode darstellt und ξ vom Grade der bisher vollzogenen Biegung und in geringem Maße auch von der jeweils vollzogenen Biegung abhängt. Für eine Biegung,

Einfluß von Zeiträumen zwischen den einzelnen Biegungen.

Alle Werte gelten für Biegeschwindigkeit = null.

Zahlentafel 6. Stäbe C. Stab 60: $b = 5,093$ cm, $\delta = 1,567$ cm, $b\delta^2 = 12,45$ cm³; Stab 60a: $b = 5,051$ cm, $\delta = 1,559$ cm, $b\delta^2 = 12,30$ cm³.

L	l_3	C	c	$\frac{g}{R}$	d	M_b	M	P	Pd	$\frac{M_0 - P_0}{M_0 - P_0}$	M_f	M_{f2}	C_1	P_1	$P_{1,d}$	$\frac{M_{f1} - M_{f2}}{M_{f1} - M_{f2}}$	$\frac{M_{f1} - M_{f2}}{M_{f1} - M_{f2}}$	$\frac{A_b}{R_2}$	$\frac{\delta}{D_3} = s_3$	vH	$\frac{\delta}{D_1} = s_1$	$s_3 - s_1$	A_e	
	cm	cm	cm		cm	emkg	ckg	kg	ckg		ckg	emkx	cm	kg	ckg			ckg					ckg	
2	37,7	13,5	13,0	1,96	0,188	7000	7200	530	100	6900	—	—	—	—	—	(360)	6540	174	1,921	0	1,921	0	1,921	90,4
		13,5	13,0	1,96	0,188	7000	7200	530	100	6900	—	—	—	—	—	(360)	6540	174	1,921	0	1,921	0	1,921	91,0
3	34,1	10,2	1,35	1,69	0,178	973	6780	665	118	855	400	2520	6,4	390	70	330	525	15,4	2,091	1,921	1,921	1,921	90,5	
		9,8	1,25	1,69	0,178	980	6780	685	122	858	440	2050	4,8	425	76	364	494	14,4	2,072	1,911	1,911	1,911	89,5	
4	30,7	9,6	1,16	1,56	0,167	1155	8340	870	146	1009	314	2250	5,4	415	69	245	784	25,0	2,366	2,072	2,072	2,072	91,0	
		9,4	1,16	1,56	0,167	1155	8340	870	146	1009	280	2880	8,2	350	59	221	790	25,8	2,347	2,072	2,072	2,072	93,0	
5	27,7	6,0	0,57	1,42	0,157	1180	8120	1360	215	915	325	2040	4,9	415	65	260	655	23,6	2,617	2,366	2,366	2,366	94,5	
		9,8	1,18	1,42	0,157	1010	7450	760	120	890	255	3010	8,8	340	53	202	688	24,8	2,605	2,347	2,347	2,347	96,0	
7	23,3	7,4	1,26	1,21	0,142	1700	9000	1220	173	1527	250	2540	6,4	400	57	193	1384	57,0	3,139	2,617	2,617	2,617	108,8	
		8,6	1,43	1,21	0,142	1655	9020	1050	149	1506	265	2080	4,8	435	62	203	1303	56,0	3,115	2,605	2,605	2,605	110,0	
9	20,5	9,0	1,20	1,06	0,132	1335	9050	1010	134	1201	238	2380	6,7	385	51	187	1014	49,5	3,589	3,139	3,139	3,139	110,0	
		5,0	0,73	1,06	0,132	1475	8600	1720	226	1249	250	2250	5,5	410	54	196	1053	51,2	3,560	3,115	3,115	3,115	115,6	
11	18,1	8,8	1,07	0,91	0,124	1200	8380	1000	124	1076	232	2370	5,8	410	51	181	895	49,6	4,045	3,589	3,589	3,589	108,6	
		6,5	0,82	0,91	0,124	1270	8700	1340	166	1104	215	2610	6,9	380	47	168	936	51,9	4,002	4,045	4,045	4,045	117,2	
13	16,4	9,4	1,08	0,79	0,118	1090	9210	980	116	974	203	2330	6,4	390	46	157	817	49,7	4,473	4,002	4,002	4,002	115,8	
		6,0	0,69	0,79	0,118	1210	9480	1580	186	1024	209	2500	6,6	380	45	164	860	52,3	4,551	4,473	4,473	4,473	116,7	
15	14,8	6,1	0,60	0,66	0,113	1060	9110	1500	169	891	116	2680	7,0	385	44	72	819	55,3	4,984	4,551	4,551	4,551	122,5	
		3,0	0,52	0,66	0,113	1090	8600	1720	194	896	150	2170	5,4	405	46	104	792	53,8	4,883	4,984	4,984	4,984	123,2	

Zahlentafel 7. Stäbe D. Stab 113: $b = 5,11$ cm, $\delta = 1,536$ cm, $b\delta^2 = 12,05$ cm³; Stab 113a: $b = 5,09$ cm, $\delta = 1,537$ cm, $b\delta^2 = 12,05$ cm³.

2	37,7	14,0	13,3	1,96	0,188	6110	6380	455	85	6025	—	—	—	—	—	(360)	5665	151	1,940	0	1,940	0	1,940	77,9
		14,0	13,3	1,96	0,188	6110	6380	455	85	6025	—	—	—	—	—	(360)	5665	151	1,940	0	1,940	0	1,940	77,9
3	34,1	12,7	1,46	1,69	0,178	987	7600	610	108	879	400	2550	6,8	375	67	338	546	16,0	2,111	1,940	1,940	1,940	94,0	
		11,5	1,33	1,69	0,178	998	6700	580	103	895	505	1900	4,2	435	81	424	471	13,8	2,111	1,940	1,940	1,940	81,2	
4	30,7	8,5	1,08	1,56	0,167	1120	7620	700	116	1004	343	2030	4,9	425	71	272	732	24,0	2,356	2,111	2,111	2,111	97,4	
		8,0	1,09	1,56	0,167	1130	7200	900	150	980	343	1980	4,6	430	72	271	709	23,1	2,356	2,111	2,111	2,111	94,0	
5	27,7	8,5	1,07	1,42	0,157	1115	7710	910	142	973	239	2100	5,3	400	63	176	797	23,8	2,632	2,356	2,356	2,356	104,1	
		8,5	1,05	1,42	0,157	1050	7400	870	136	914	260	1900	4,3	440	69	191	723	26,1	2,632	2,356	2,356	2,356	94,8	
7	23,3	8,1	1,44	1,21	0,142	1530	7820	970	138	1412	250	1930	4,1	470	66	184	1228	52,9	3,142	2,632	2,632	2,632	103,5	
		9,1	1,59	1,21	0,142	1430	7520	830	118	1312	204	3150	9,8	320	45	159	907	49,5	3,142	2,632	2,632	2,632	97,0	
9	20,5	9,1	1,35	1,06	0,132	1220	8020	1070	141	1079	220	2780	7,8	360	48	172	907	44,3	3,555	3,142	3,142	3,142	107,5	
		7,5	1,36	1,06	0,132	1105	7450	890	118	987	204	3060	9,5	325	43	161	826	40,4	3,555	3,142	3,142	3,142	97,8	
11	18,1	6,8	0,89	0,91	0,124	1210	8100	1190	148	1062	215	2300	5,5	420	52	163	899	49,5	4,006	3,555	3,555	3,555	109,8	
		7,4	0,96	0,91	0,124	1110	7540	1020	126	984	210	2560	6,4	403	50	160	824	45,5	4,006	4,006	4,006	4,006	101,0	
13	16,4	6,2	0,87	0,79	0,118	1020	7680	1240	146	874	206	2000	4,3	465	55	181	693	34,0	4,382	4,006	4,006	4,006	112,5	
		8,7	0,98	0,79	0,118	860	6800	780	92	768	267	2000	4,1	485	57	210	558	34,0	4,382	4,006	4,006	4,006	90,5	
16	14,2	10,2	1,55	0,65	0,111	1355	8300	810	89	1266	198	2050	4,5	455	50	148	1118	78,6	5,125	4,382	4,382	4,382	105,5	
		10,5	1,57	0,65	0,111	1280	8000	760	84	1196	162	2650	6,3	420	46	116	1080	76,0	5,125	4,382	4,382	4,382	102,0	

Zahlentafel 8. Stäbe E. Stab 101: $\delta = 1,541$ cm, $b = 5,054$ cm, $b\delta^2 = 11,86$ cm³; Stab 114: $\delta = 1,530$ cm, $b = 5,084$ cm, $b\delta^2 = 12,00$ cm³.

L	R_2 cm	C cm	c cm	$\frac{g}{R}$	d cm	M_b cmkg	M ckg	P kg	$P \cdot d$ ckg	$\frac{M_b}{M_0 - Pd}$	M_f ckg	M_{f_2} cmkg	C_1 cm	P_1 kg	$P_1 \cdot d$ ckg	$\frac{M_{f_1}}{M_f - P_1 d}$	$\frac{M_{f_2}}{M_{f_1} - M_{f_2}}$	$\frac{A_b}{R_2} = \frac{M_{f_2}}{R_2}$ ckg	$\frac{\delta}{D_3} = \frac{\delta}{100}$ vH	$\frac{\delta}{D_1} = \frac{\delta}{100}$ vH	$\delta_3 - \delta_1$	A_e ckg
2	37,8	11,6	1,40	1,96	0,188	6200	6380	435	82	6118	—	—	—	—	—	(200)	5918	157	1,890	0	1,890	88,1
	12,3	1,18	1,18	—	—	5540	5680	460	87	5453	—	—	—	—	—	(200)	5253	139	1,881	0	1,881	74,0
3	34,2	10,5	1,92	1,69	0,178	865	7580	720	128	787	225	2960	9,8	303	54	171	566	16,6	2,072	1,890	0,172	91,0
	7,8	0,79	0,92	—	—	790	6310	810	144	646	295	1960	5,3	370	66	229	417	12,2	2,061	1,881	0,180	67,8
4	30,8	8,9	0,85	1,56	0,167	890	7750	870	145	745	255	2800	6,2	370	62	193	552	18,0	2,285	2,072	0,213	84,6
	7,5	0,85	—	—	—	885	6520	870	145	740	249	2800	6,2	370	62	187	553	18,0	2,291	2,061	0,230	78,4
5	27,8	9,2	1,94	1,42	0,157	1010	7740	840	132	878	310	2040	5,4	377	59	251	627	22,5	2,550	2,285	0,265	84,9
	5,1	0,71	—	—	—	1010	5910	1160	182	828	290	2200	5,8	380	60	230	598	21,5	2,563	2,291	0,272	79,1
7	23,4	7,4	1,10	1,21	0,142	1335	7960	1080	154	1181	186	2450	7,3	337	48	138	1043	44,6	3,048	2,550	0,498	90,0
	7,0	1,08	—	—	—	1295	7400	1060	151	1144	186	2450	7,3	337	48	138	1006	48,0	3,047	2,563	0,510	84,5
9	20,5	8,4	0,99	1,06	0,132	1065	8000	960	127	938	174	2550	7,5	340	45	139	809	39,4	3,447	3,048	0,399	98,5
	8,0	0,95	—	—	—	1046	7730	970	128	918	203	2410	6,8	355	47	136	762	37,2	3,475	3,073	0,402	92,8
11	18,2	10,0	1,22	0,91	0,124	1060	7920	792	98	962	156	2760	9,2	300	37	119	843	46,4	3,919	3,447	0,472	98,0
	7,8	0,90	—	—	—	1055	8010	1030	127	928	203	2800	6,2	370	46	137	771	42,4	3,925	3,475	0,450	94,2
13	16,4	8,7	0,90	0,79	0,118	985	8480	975	115	870	150	2440	6,8	360	42	108	762	46,5	4,380	3,919	0,461	100,9
	7,8	0,80	—	—	—	942	8020	1030	121	821	162	2200	5,8	380	45	117	704	42,9	4,382	3,925	0,457	98,8
16	14,3	9,3	1,24	0,66	0,111	1270	8720	940	104	1166	184	2880	6,6	360	40	94	1072	75,0	5,021	4,380	0,641	117,0
	6,7	1,05	—	—	—	1275	7390	1100	122	1153	184	2880	6,4	372	41	93	1060	74,2	5,091	4,382	0,709	105,0

Zahlentafel 9. Stäbe F. Stab 72: $\delta = 1,567$ cm, $b = 5,030$ cm, $b\delta^2 = 12,40$ cm³; Stab 72a: $\delta = 1,566$ cm, $b = 5,045$ cm, $b\delta^2 = 12,40$ cm³.

L	R_2 cm	C cm	c cm	$\frac{g}{R}$	d cm	M_b cmkg	M ckg	P kg	$P \cdot d$ ckg	$\frac{M_b}{M_0 - Pd}$	M_f ckg	M_{f_2} cmkg	C_1 cm	P_1 kg	$P_1 \cdot d$ ckg	$\frac{M_{f_1}}{M_f - P_1 d}$	$\frac{M_{f_2}}{M_{f_1} - M_{f_2}}$	$\frac{A_b}{R_2} = \frac{M_{f_2}}{R_2}$ ckg	$\frac{\delta}{D_3} = \frac{\delta}{100}$ vH	$\frac{\delta}{D_1} = \frac{\delta}{100}$ vH	$\delta_3 - \delta_1$	A_e ckg
2	37,7	14,0	1,34	1,96	0,188	7020	7280	520	98	6922	—	—	—	—	—	(350)	6372	175	2,021	0	2,021	86,9
	14,0	1,34	—	—	—	7110	7370	525	99	7011	—	—	—	—	—	(350)	6661	176	2,021	0	2,021	87,1
3	34,1	8,2	0,94	1,69	0,178	824	6040	740	132	692	440	3020	8,0	378	67	373	319	9,3	2,122	2,021	0,108	86,0
	8,4	0,88	—	—	—	766	6060	720	128	638	383	3000	7,8	380	68	315	323	9,4	2,122	2,021	0,108	87,2
4	30,7	9,0	1,27	1,56	0,167	1120	7020	780	130	990	272	2580	6,8	380	63	209	781	25,5	2,398	2,122	0,276	92,5
	12,1	1,65	—	—	—	1104	7350	610	102	1002	284	2510	6,2	405	68	216	786	25,6	2,398	2,122	0,276	93,0
5	24,7	9,1	1,04	1,42	0,157	1050	7360	810	127	923	266	3550	9,5	375	59	207	716	26,0	2,662	2,398	0,264	99,0
	8,7	1,14	—	—	—	1110	7450	860	135	975	252	2980	8,0	365	57	198	777	28,1	2,672	2,398	0,274	108,0
6	25,2	10,0	1,17	1,31	0,148	992	7510	750	111	881	238	2880	7,5	385	57	181	700	27,8	2,949	2,662	0,287	97,0
	11,0	1,20	—	—	—	987	7320	730	108	879	349	2810	7,2	390	58	191	688	27,2	2,949	2,672	0,277	98,2
7	23,2	11,0	0,97	1,21	0,142	806	7300	662	94	712	249	3640	9,0	405	57	192	520	22,5	3,178	2,949	0,229	98,4
	11,0	1,05	—	—	—	835	7700	700	99	736	290	3030	7,9	385	55	235	501	21,6	3,178	2,949	0,229	94,8
8	20,9	11,0	0,97	1,14	0,139	742	7350	670	93	649	249	3250	8,8	370	52	197	552	20,7	3,382	3,178	0,216	95,8
	12,0	1,06	—	—	—	760	7600	635	85	672	266	2850	7,5	380	53	213	459	21,0	3,382	3,178	0,216	97,0
10	19,5	8,0	1,23	1,01	0,128	1224	7200	900	115	1109	203	3220	9,0	360	46	157	952	48,9	3,856	3,382	0,474	108,5
	8,0	1,31	—	—	—	1224	7650	850	109	1113	232	2800	7,1	395	51	181	932	47,9	3,840	3,389	0,458	104,5
12	17,2	9,2	1,24	0,88	0,121	1108	7510	820	99	1009	197	3200	9,0	365	44	133	856	49,8	4,334	3,856	0,478	104,0
	6,3	0,88	—	—	—	1220	7680	1220	148	1072	209	2740	7,0	390	47	162	910	53,0	4,334	3,840	0,494	108,0
14	15,5	5,2	0,76	0,75	0,115	1120	6700	1280	147	978	226	2240	5,0	450	52	176	797	51,5	4,836	4,334	0,502	108,0
	6,4	0,83	—	—	—	1080	7320	1145	132	948	215	2420	5,5	440	51	164	784	50,8	4,813	4,334	0,479	106,0

Zahlentafel 10. Stäbe G. Stab 44: $b = 4,92$ cm, $\delta = 1,550$ cm, $b\delta^2 = 11,8$ cm³; Stab 44a: $b = 4,97$ cm, $\delta = 1,555$ cm, $b\delta^2 = 12,0$ cm³.

L	R ₂ cm	C	c	$\frac{g}{R}$	d	M ₆ cmkz	M	P	Pd	$\frac{M_6}{M_0 - Pd}$	M _f ckg	M _{f2} cmkg	C ₁	P ₁	P ₁ d	$\frac{M_{f1}}{M_{f1} - P_1 d}$	$\frac{M_{f2}}{R_2}$	$\frac{A_b}{R_2}$	$\frac{\delta}{D_3} = \frac{100}{83}$	$\frac{\delta}{D_1} = \frac{100}{81}$	83 - s ₁	A _e ckg
4	30,8	14,5	18,7	1,56	0,167	6750	7040	488	81	6669	—	—	—	—	—	(250)	6119	198	2,400	0	2,400	82,7
		14,0	13,4	1,56	0,167	7100	7380	525	88	7012	—	—	—	—	—	(250)	6762	208	2,400	0	2,400	87,0
5	27,8	12,9	1,31	1,42	0,157	812	7150	555	77	735	285	2550	6,5	394	62	223	512	18,4	2,611	2,400	0,211	87,2
		13,9	1,38	1,42	0,157	766	6900	495	77	689	225	3400	9,5	358	56	169	520	18,5	2,611	2,400	0,211	87,6
6	25,3	12,6	1,37	1,31	0,148	986	7240	575	85	901	290	3000	10,0	300	44	246	655	25,8	2,891	2,611	0,280	92,2
		12,0	1,46	1,31	0,148	980	7350	615	91	889	279	3050	10,5	290	43	236	653	25,7	2,891	2,611	0,280	92,0
7	23,4	12,4	1,38	1,21	0,142	950	7720	625	89	861	248	3080	8,5	362	51	197	664	28,5	3,166	2,891	0,275	104,6
		13,0	1,45	1,21	0,142	940	7700	590	84	856	237	3260	9,9	330	47	190	666	28,5	3,166	2,891	0,275	104,6
8	22,0	9,6	0,77	1,14	0,139	749	7880	820	114	635	279	2550	6,3	405	56	223	412	18,7	3,354	3,166	0,188	99,5
		10,4	1,43	1,14	0,139	754	7840	925	129	625	226	3200	9,7	330	46	180	445	20,2	3,354	3,166	0,188	107,5
10	19,3	10,1	1,36	1,01	0,128	1205	8030	775	99	1106	255	3080	9,0	343	44	211	895	46,4	3,769	3,354	0,415	112,0
		11,7	1,48	1,01	0,128	1100	7950	790	101	1069	249	3050	8,8	348	45	204	865	44,8	3,769	3,354	0,415	108,0
12	17,3	10,3	1,29	0,88	0,121	1100	8020	780	94	1006	220	3650	8,2	365	44	194	822	47,5	4,201	3,769	0,432	111,2
		11,0	1,20	0,88	0,121	968	8040	730	84	884	174	2940	8,0	368	42	192	752	48,2	4,639	4,201	0,438	110,5
14	15,6	9,8	1,11	0,75	0,115	997	8000	815	94	903	162	3300	10,5	333	38	134	779	49,9	5,090	4,639	0,451	111,0
		10,8	1,16	0,75	0,115	950	8100	750	84	866	191	3150	8,9	355	39	132	714	50,0	5,090	4,639	0,451	111,0
16	14,3	9,9	1,07	0,66	0,111	956	8020	810	90	866	232	2450	6,1	400	44	188	678	47,4	5,090	4,639	0,451	104,6

Zahlentafel 11. Stäbe H. Stab 123: $\delta = 1,538$ cm, $b = 5,165$ cm, $b\delta^2 = 11,84$ cm³; Stab 123a: $\delta = 1,520$ cm, $b = 5,480$ cm, $b\delta^2 = 12,48$ cm³.

L	R ₂ cm	C	c	$\frac{g}{R}$	d	M ₆ cmkz	M	P	Pd	$\frac{M_6}{M_0 - Pd}$	M _f ckg	M _{f2} cmkg	C ₁	P ₁	P ₁ d	$\frac{M_{f1}}{M_{f1} - P_1 d}$	$\frac{M_{f2}}{R_2}$	$\frac{A_b}{R_2}$	$\frac{\delta}{D_3} = \frac{100}{83}$	$\frac{\delta}{D_1} = \frac{100}{81}$	83 - s ₁	A _e ckg
4	30,8	15,3	14,7	1,56	0,167	6830	7020	460	77	6753	—	—	—	—	—	(280)	6473	210	2,392	0	2,392	87,0
		16,3	15,7	1,56	0,167	7100	7310	450	75	7025	—	—	—	—	—	(280)	6745	219	2,392	0	2,392	91,6
5	27,8	12,0	1,27	1,42	0,157	910	6400	640	100	810	285	3200	12,5	265	42	243	567	20,3	2,611	2,392	0,218	93,0
		12,9	1,44	1,42	0,157	860	6450	540	85	775	354	2800	8,8	318	50	304	471	16,9	2,592	2,392	0,200	84,5
6	25,3	11,6	1,37	1,31	0,148	940	7180	620	92	848	282	3090	11,4	270	40	192	656	25,8	2,888	2,611	0,277	93,5
		11,6	1,41	1,31	0,148	945	7070	610	91	854	273	2780	9,2	300	41	229	625	24,7	2,870	2,592	0,278	89,0
7	23,4	11,9	1,12	1,21	0,142	784	7400	625	89	695	180	2860	10,2	290	41	159	556	23,8	3,130	2,888	0,242	98,2
		12,4	1,16	1,21	0,142	765	7300	590	81	681	203	2900	9,8	295	42	161	520	22,2	3,111	2,870	0,241	92,1
8	22,0	7,2	0,60	1,14	0,139	680	7600	660	92	588	225	2680	8,5	315	34	191	397	18,0	3,310	3,130	0,180	100,0
		10,8	1,43	1,14	0,139	728	7100	990	138	590	215	2720	9,0	302	42	173	417	18,9	3,295	3,111	0,184	102,7
10	19,3	8,7	1,21	1,01	0,128	1168	7560	870	111	1057	174	2850	9,2	310	40	134	923	47,8	3,295	3,111	0,462	103,6
		9,4	1,24	1,01	0,128	1140	7900	840	101	1039	203	2800	8,4	330	40	163	876	50,7	4,202	3,760	0,442	114,5
12	17,3	10,9	1,45	0,88	0,121	1060	7860	720	87	973	151	3150	11,0	287	35	116	857	49,5	4,187	3,757	0,430	115,0
		7,8	0,97	0,88	0,121	1100	7900	1020	117	983	180	2760	8,5	325	37	143	840	53,9	4,654	4,202	0,452	119,0
14	15,6	11,5	1,27	0,75	0,115	1000	8300	725	83	917	180	2800	8,7	322	37	143	774	49,5	4,628	4,187	0,441	112,0
		9,8	1,05	0,66	0,111	991	8420	860	95	896	232	2820	8,3	340	38	194	702	49,1	5,080	4,628	0,426	115,0
16	14,3	8,0	0,87	0,66	0,111	1021	8330	1040	116	905	225	2600	7,2	360	40	185	720	50,3	5,033	4,628	0,425	118,2

Zahlentafel 12. Stäbe J. Stab 122: $\delta = 1,518$ cm, $b = 4,88$ cm, $b\delta^2 = 11,22$ cm³; Stab 96: $\delta = 1,550$ cm, $b = 5,05$ cm, $b\delta^2 = 12,18$ cm³.

L	R ₂ cm	C	c	$\frac{g}{R}$	d	M _b cmkg	M	P	Pd	$\frac{M_{b1}}{M_b - Pd}$	M _f ckg	M _{f2} cmkg	C ₁	P ₁ kg	P _{1d} ckg	$\frac{M_{f1}}{M_f - P_1d}$	$\frac{M_{b2}}{M_{b1} - M_{f1}}$	$\frac{Ab}{R_2}$ ckg	$\frac{\delta}{D_3} \frac{100}{= s_3}$ vH	$\frac{\delta}{D_1} \frac{100}{= s_1}$ vH	$s_3 - s_1$	A _e ckz
4	30,8	12,4	11,8	1,56	0,167	5880	6050	490	82	5798	—	—	—	—	—	(280)	5518	179	2,380	0	2,380	75,2
		11,7	11,2			6460	6650	570	95	6365	—	—	—	—	—	(280)	6085	197	2,422	0	2,422	81,4
5	27,8	11,3	1,25	1,42	0,157	749	6000	530	83	666	279	3100	12,5	248	39	240	426	15,3	2,582	2,380	0,202	75,8
		10,8	1,18			775	6280	580	91	684	266	3000	11,0	272	43	223	461	16,6	2,628	2,422	0,206	82,0
6	25,3	9,4	1,00	1,31	0,148	836	6940	740	110	736	185	2700	9,0	300	44	141	595	23,5	2,854	2,582	0,272	86,5
		7,3	0,80			900	6890	950	141	759	197	2520	8,2	307	45	152	607	24,0	2,909	2,628	0,281	85,2
7	23,4	9,7	0,83	1,21	0,142	670	7020	725	103	567	180	2900	9,5	305	43	137	430	18,4	3,050	2,854	0,196	94,0
		9,5	0,78			719	7400	780	111	608	186	2850	9,0	315	45	141	467	20,0	3,110	2,909	0,201	99,5
8	22,0	8,4	0,64	1,14	0,139	639	6830	815	113	526	203	2360	7,0	338	47	156	370	16,8	3,242	3,050	0,192	87,5
		7,9	0,60			685	6900	880	123	562	156	2780	8,5	330	46	110	452	20,5	3,313	3,110	0,203	101,0
10	19,3	8,7	1,20	1,01	0,128	1110	7280	835	106	1004	128	2600	8,1	320	41	87	917	47,5	3,706	3,242	0,464	102,5
		9,0	1,21			1082	7210	805	103	979	197	2380	6,9	345	34	163	816	42,2	3,758	3,313	0,445	95,0
12	17,3	7,6	0,91	0,88	0,121	985	7250	955	116	869	156	2960	9,5	312	38	118	751	43,5	4,157	3,706	0,451	96,5
		8,9	1,10			1020	7400	830	100	920	185	2680	8,3	325	39	146	771	44,6	4,213	3,758	0,455	98,0
14	15,6	8,7	0,92	0,75	0,115	890	7480	860	98	792	162	2980	9,8	305	35	127	665	42,5	4,582	4,157	0,425	100,5
		9,1	1,02			940	7530	830	95	845	150	2790	9,0	310	36	114	731	47,0	4,646	4,213	0,433	100,5
16	14,3	9,1	0,91	0,66	0,111	830	7600	855	93	757	122	2670	8,5	315	35	87	670	46,9	5,048	4,582	0,466	108,5
		8,7	0,95			929	7640	875	97	832	133	2550	8,0	320	36	97	735	51,4	5,118	4,646	0,472	109,0

Zahlentafel 13. Stäbe K. Stab 19: $\delta = 1,544$ cm, $b = 5,13$ cm, $b\delta^2 = 12,20$ cm³; Stab 38: $\delta = 1,550$ cm, $b = 4,92$ cm, $b\delta^2 = 11,80$ cm³.

L	R ₂ cm	C	c	$\frac{g}{R}$	d	M _b cmkg	M	P	Pd	$\frac{M_{b1}}{M_b - Pd}$	M _f ckg	M _{f2} cmkg	C ₁	P ₁ kg	P _{1d} ckg	$\frac{M_{f1}}{M_f - P_1d}$	$\frac{M_{b2}}{M_{b1} - M_{f1}}$	$\frac{Ab}{R_2}$ ckg	$\frac{\delta}{D_3} \frac{100}{= s_3}$ vH	$\frac{\delta}{D_1} \frac{100}{= s_1}$ vH	$s_3 - s_1$	A _e ckz
4	30,8	13,1	12,4	1,56	0,167	7000	7160	548	91	6909	—	—	—	—	—	(240)	6669	216	2,370	0	2,370	91,2
		14,0	13,5			6300	6480	462	77	6223	—	—	—	—	—	(240)	5983	194	2,370	0	2,370	82,1
5	27,8	11,0	1,25	1,42	0,157	865	6760	610	96	769	285	2820	11,5	245	39	246	523	18,8	2,572	2,370	0,202	93,0
		10,1	1,12			770	6090	602	94	676	250	2900	12,5	232	35	215	461	16,6	2,575	2,370	0,205	81,1
6	25,3	12,1	1,42	1,31	0,148	931	7190	592	87	844	209	2850	12,0	232	34	175	669	26,4	2,853	2,572	0,281	93,5
		10,2	1,17			845	6530	620	92	753	209	2800	11,2	250	37	172	581	23,0	2,853	2,575	0,278	82,8
7	23,4	10,8	1,01	1,21	0,142	770	7220	670	95	675	220	2550	8,5	220	31	189	486	20,3	3,077	2,853	0,224	93,3
		8,0	0,72			715	6670	830	118	597	174	2800	10,8	242	34	140	457	19,5	3,077	2,853	0,224	87,1
8	22,0	10,4	0,78	1,14	0,139	655	7280	700	97	558	174	2900	10,8	270	37	137	421	19,3	3,275	3,077	0,198	97,3
		7,8	0,61			660	6880	875	122	538	192	2800	9,7	290	40	152	386	17,6	3,275	3,077	0,198	88,6
10	19,3	10,5	1,38	1,01	0,128	1095	7600	725	93	1002	157	2850	10,5	270	35	122	880	45,5	3,275	3,275	0,450	101,2
		9,4	1,28			1070	7120	760	94	976	209	2600	8,4	310	40	169	807	41,6	3,730	3,275	0,455	91,9
12	17,3	10,6	1,32	0,88	0,121	1060	7750	730	88	972	180	2850	10,3	275	33	147	825	47,6	4,181	3,725	0,456	104,3
		9,4	1,17			1039	7590	810	98	947	174	2850	10,4	275	33	141	800	46,4	4,181	3,730	0,451	102,8
16	14,3	9,0	1,80	0,66	0,111	1680	7900	880	98	1552	145	2800	9,5	295	33	112	1470	103,0	5,123	4,582	0,942	109,5
		8,3	1,62			1620	7780	935	104	1506	162	2700	8,8	306	34	128	1578	96,4	5,123	4,582	0,942	102,5

ce*

Zahlentafel 14. Stäbe L. Stab 37: $\delta = 1,540$ cm, $b = 4,98$ cm, $b\delta^2 = 11,80$ cm³; Stab 37a: $\delta = 1,550$ cm, $b = 4,97$ cm, $b\delta^2 = 11,95$ cm³.

L	R ₂	C	c	$\frac{Q}{R}$	d	M _b	M	P	Pd	$\frac{M_{b1}}{M_b - Pd}$	M _f	M _{f2}	C ₁	P ₁	P ₁ d	$\frac{M_{f1}}{M_f - P_1 d}$	$\frac{M_{f2}}{M_{b1} - M_{f1}}$	$\frac{A_b}{\frac{M_{f2}}{R_2}}$	$\frac{\delta}{D_3} \frac{100}{= s_3}$	vH	$\frac{\delta}{D_1} \frac{100}{= s_1}$	vH	$s_3 - s_1$	A _e
	cm	cm	cm		cm	cmkg	ckg	kg	ckg		ckg	cmkg	cm	kg	ckg		ckg	ckg						ckg
8	22,0	12,5	12,1	1,14	0,139	7000	7190	574	80	6920	—	—	—	—	(240)	6680	303	3,390	0	3,39	89,5			
		12,2	11,6			6400	6650	545	76	6324	—	—	—	—	(240)	6084	277	3,410	0	3,41	81,2			
9	20,5	11,4	0,89	1,06	0,132	602	6730	590	78	524	226	3150	11,4	276	34	192	16,2	3,570	3,390	0,180	90,0			
		10,1	0,78			590	6580	652	86	504	244	3100	10,2	304	40	204	14,6	3,580	3,410	0,170	86,0			
10	19,3	13,6	1,27	1,01	0,128	741	7220	532	68	673	244	3320	12,0	277	35	209	24,0	3,816	3,570	0,246	93,6			
		18,1	1,17			697	7040	538	69	628	244	3210	10,8	298	38	206	21,9	3,814	3,580	0,234	93,9			
11	18,2	11,6	0,94	0,91	0,124	697	7250	610	76	621	250	2900	8,9	325	40	210	411	4,050	3,816	0,234	97,2			
		11,9	1,01			650	7080	610	76	574	191	3150	10,5	300	37	154	420	4,054	3,814	0,240	96,8			
12	17,2	11,9	0,95	0,88	0,121	655	7300	615	74	581	226	3200	10,0	320	39	187	394	4,477	4,050	0,227	101,0			
		10,5	0,77			598	7040	670	81	517	191	3150	9,8	322	39	152	365	4,264	4,054	0,210	101,0			
14	15,6	10,2	1,22	0,75	0,115	996	7600	750	86	910	174	3100	9,5	326	37	137	773	4,751	4,277	0,474	104,8			
		10,2	1,19			916	7120	698	80	836	168	3100	9,8	316	36	132	704	45,1	4,707	4,264	0,463	97,5		
16	14,3	9,4	0,90	0,66	0,111	829	7690	815	90	739	203	3040	8,6	352	39	164	575	5,151	4,751	0,400	100,2			
		10,0	1,02			840	7410	741	82	758	197	3210	10,3	312	34	163	595	41,6	5,129	4,707	0,452	98,7		

Zahlentafel 15. Stäbe M. Stab 34: $\delta = 1,550$ cm, $b = 4,93$ cm, $b\delta^2 = 11,86$ cm³; Stab 34a: $\delta = 1,540$ cm, $b = 4,96$ cm, $b\delta^2 = 11,80$ cm³.

L	R ₂	C	c	$\frac{Q}{R}$	d	M _b	M	P	Pd	$\frac{M_{b1}}{M_b - Pd}$	M _f	M _{f2}	C ₁	P ₁	P ₁ d	$\frac{M_{f1}}{M_f - P_1 d}$	$\frac{M_{f2}}{M_{b1} - M_{f1}}$	$\frac{A_b}{\frac{M_{f2}}{R_2}}$	$\frac{\delta}{D_3} \frac{100}{= s_3}$	vH	$\frac{\delta}{D_1} \frac{100}{= s_1}$	vH	$s_3 - s_1$	A _e
	cm	cm	cm		cm	cmkg	ckg	kg	ckg		ckg	cmkg	cm	kg	ckg		ckg	ckg						ckg
8	22,0	14,2	13,5	1,14	0,139	6400	6650	470	65	6335	—	—	—	—	(230)	6105	279	3,320	0	3,320	87,5			
		14,5	13,9			5990	6210	430	60	5930	—	—	—	—	(230)	5600	255	3,340	0	3,340	85,1			
9	20,5	11,4	0,95	1,06	0,132	712	6640	638	87	625	232	3180	11,0	290	38	194	431	21,1	3,567	3,320	0,247	91,8		
		10,1	0,89			580	5780	506	67	513	244	2860	9,3	308	41	203	310	15,2	3,555	3,340	0,215	93,6		
10	19,3	11,0	0,97	1,01	0,128	735	7370	671	86	649	232	3170	11,8	258	33	199	450	23,3	3,812	3,567	0,245	103,8		
		12,5	1,05			643	6800	544	69	574	174	3150	10,6	297	38	136	438	22,6	3,800	3,555	0,245	101,5		
11	18,2	12,5	0,96	0,91	0,124	643	7450	600	75	568	192	2850	9,2	310	38	154	414	22,7	4,051	3,812	0,239	100,5		
		12,5	0,96			—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4,025	3,800	0,225	98,5			
12	17,2	11,8	0,87	0,88	0,121	643	7640	645	78	565	186	3020	10,4	290	35	151	414	24,0	4,240	4,051	0,189	108,4		
		12,9	0,90			546	6930	540	65	481	174	2700	8,5	318	39	135	346	20,2	4,232	4,025	0,207	105,8		
14	15,6	10,8	1,11	0,75	0,115	957	8440	780	90	867	156	2920	9,5	306	35	121	746	47,8	4,693	4,240	0,453	113,8		
		10,2	1,09			920	7770	760	88	832	151	2920	9,6	304	35	116	716	45,9	4,681	4,232	0,449	109,3		
16	14,3	9,2	0,84	0,66	0,111	885	8530	905	100	785	151	3040	10,2	297	33	118	667	46,5	5,121	4,693	0,428	119,6		
		9,9	0,89			850	8410	855	95	755	162	3000	9,8	306	34	128	627	43,8	5,116	4,681	0,435	111,6		

Zahlentafel 16. Stäbe N. Stab 25: $\delta = 1,540$ cm, $b = 5,180$ cm, $b\delta^2 = 12,30$ cm³; Stab 25a: $\delta = 1,530$ cm, $b = 5,145$ cm, $b\delta^2 = 12,06$ cm³.

L	R ₂ cm	C	c	$\frac{g}{R}$	d	M _b cmkg	M	P	Pd	$\frac{M_{b1}}{M_b - Pd}$	M _f cmkg	M _{f2}	C ₁	P ₁ kg	P _{1d} cmkg	$\frac{M_{f1}}{M_f - P_{1d}}$	$\frac{M_{f2}}{M_{f1} - M_{f2}}$	$\frac{A_b}{R_2} = \frac{M_{b2}}{R_2}$ cmkg	$\frac{\delta}{L_2} = \frac{100}{D_1}$ vH	$\frac{\delta}{L_3} = \frac{100}{D_1}$ vH	$\frac{\delta}{D_1} = \frac{100}{vH}$ vH	A _e cmkg	
8	22,0	15,2 14,1	14,7 13,6	1,44	0,139	6650 6500	6860 6700	466 495	65 69	6585 6431	—	—	—	—	—	(200) (200)	6385 6231	290 284	3,320 3,340	0 0	3,320 3,340	0 0	87,5 85,1
9	20,5	10,6 7,7	0,90 0,66	1,06	0,132	701 749	7210 7300	680 950	126 126	623 611	204 232	2600 3170	8,0 12,3	325 258	43 34	161 198	462 413	22,6 20,1	3,567 3,555	3,320 3,340	3,320 3,340	0,247 0,215	91,8 93,6
10	19,3	12,2 10,1	0,99 0,87	1,01	0,128	708 749	7750 7520	636 740	81 94	627 655	174 210	2960 2950	10,3 10,6	288 277	37 35	137 175	490 480	25,4 24,9	3,812 3,800	3,567 3,555	3,567 3,555	0,245 0,245	103,8 101,5
11	18,2	9,3 10,6	0,70 0,81	0,91	0,124	668 660	7580 7540	815 714	101 88	567 572	168 210	2950 2920	9,8 9,3	301 312	37 39	131 171	486 401	24,0 22,1	4,051 4,025	3,812 4,051	3,812 4,051	0,339 0,225	100,5 98,5
12	17,2	10,4 10,7	0,72 0,83	0,88	0,121	629 694	7750 7800	745 745	90 90	539 604	226 274	2900 3400	9,2 8,9	315 382	38 46	188 228	376 376	21,9 21,9	4,240 4,232	4,025 4,025	4,025 4,025	0,207 0,207	105,8 105,8
14	15,6	9,2 11,6	1,05 1,36	0,75	0,115	1035 1029	8130 8060	885 695	102 80	933 949	168 226	2910 2740	9,0 8,1	325 337	37 39	181 187	802 762	51,5 49,0	4,693 4,681	4,693 4,681	4,693 4,681	0,453 0,449	113,8 109,3
16	14,3	9,8 9,4	1,03 0,97	0,66	0,111	953 925	8200 8050	835 855	93 95	860 830	168 174	2710 2840	7,8 8,4	348 338	39 38	129 136	731 694	51,1 48,5	5,121 5,116	4,693 4,681	4,693 4,681	0,428 0,435	119,6 111,6

Einfluß der Anzahl der Einzelbiegungen auf den gesamten Arbeitsbedarf zur Erreichung einer bestimmten Krümmung.

Alle Werte gelten für Biegeschwindigkeit = null.

Zahlentafel 17. Stab 90. Zahlentafel 18. Stäbe 107 und 107a. Zahlentafel 19. Stab 27.

L	M _b mm	M _b cmkg	Pd cmkg	M _{b1} cmkg	M _{f1} cmkg	$\frac{M_{b2}}{R_2}$ cmkg	L	M _b mm	M _b cmkg	M _{b1} cmkg	M _{f1} cmkg	$\frac{M_{b2}}{R_2}$ cmkg	L	M _b mm	M _b cmkg	M _{b1} cmkg	M _{f1} cmkg	$\frac{M_{b2}}{R_2}$ cmkg	L	M _b mm	M _b cmkg	M _{b1} cmkg	M _{f1} cmkg	$\frac{M_{b2}}{R_2}$ cmkg	L	M _b mm	M _b cmkg	M _{b1} cmkg	M _{f1} cmkg	$\frac{M_{b2}}{R_2}$ cmkg	L	M _b mm	M _b cmkg	M _{b1} cmkg	M _{f1} cmkg	$\frac{M_{b2}}{R_2}$ cmkg	L	M _b mm	M _b cmkg	M _{b1} cmkg	M _{f1} cmkg	$\frac{M_{b2}}{R_2}$ cmkg	L	M _b mm	M _b cmkg	M _{b1} cmkg	M _{f1} cmkg	$\frac{M_{b2}}{R_2}$ cmkg
1	34,4	7040	100	6940	240	6700	157	34,6	7100	7000	240	6760	180	7,1	740	640	180	460	23,6	1	33,0	6800	6700	240	6460	151	1	33,0	6800	6700	240	6460	151	1	33,0	6800	6700	240	6460	151	1	33,0	6800	6700	240	6460	151	
3	24,0	1390	105	1285	224	1061	31,2	34,0	6990	6890	240	6650	177	7,8	810	710	190	520	26,7	4	18,1	1880	1780	210	1570	51,1	4	18,1	1880	1780	210	1570	51,1	4	18,1	1880	1780	210	1570	51,1								
5	27,6	1600	95	1505	190	1315	47,4	6,1	632	562	220	342	10,0	14	17,5	1820	1720	180	1540	100	5	9,55	995	895	211	684	24,7	5	9,55	995	895	211	684	24,7	5	9,55	995	895	211	684	24,7							
7	25,3	1470	110	1360	166	1194	53,1	7,5	780	670	346	224	6,6	14	17,3	1800	1700	190	1510	97,5	8	18,0	1880	1780	160	1620	74,2	8	18,0	1880	1780	160	1620	74,2	8	18,0	1880	1780	160	1620	74,2							
9	23,5	1360	100	1260	200	1060	51,8	10,5	1090	990	366	624	20,4	15	5,6	582	482	159	323	21,9	9	6,5	675	575	149	426	20,8	9	6,5	675	575	149	426	20,8	9	6,5	675	575	149	426	20,8							
11	19,8	1150	90	1060	179	881	48,2	10,2	1060	960	335	625	20,4	16	5,3	550	450	148	302	20,4	12	15,1	1570	1470	138	1332	77,0	12	15,1	1570	1470	138	1332	77,0	12	15,1	1570	1470	138	1332	77,0							
13	17,6	1020	105	915	172	748	48,6	22,4	2360	2260	190	2070	95	16	6,2	644	544	138	406	28,6	13	5,4	560	460	128	332	20,2	13	5,4	560	460	128	332	20,2	13	5,4	560	460	128	332	20,2							
16	18,0	1040	105	935	195	740	50,3	6,2	644	564	200	364	17,8	16	5,9	612	512	138	374	26,4	15	8,9	925	825	138	687	46,5	15	8,9	925	825	138	687	46,5	15	8,9	925	825	138	687	46,5							
								7,1	740	630	210	420	20,5	107.	7,1	740	630	210	420	20,5	107.	7,1	740	630	210	420	20,5	107.	7,1	740	630	210	420	20,5	107.	7,1	740	630	210	420	20,5	107.	7,1	740	630	210	420	20,5

$A_{L_2} = 167$ } $Q = 2,06$
 $Z = 342,6$
 $A_{L_2} = 180$ } $Q = 1,76$
 $Z = 317,3$
 $A_{L_2} = 177$ } $Q = 1,79$
 $Z = 316,5$
 $A_{L_2} = 161$ } $Q = 2,01$
 $Z = 324,3$

Zahlentafel 20. Stab 76 und 76a.

<i>L</i>	<i>M_b</i> mm	<i>M_s</i> ckg	<i>Pd</i> ckg	<i>M_{b1}</i> ckg	<i>M_{f1}</i> ckg	<i>M_{b2}</i> ckg	$\frac{M_{b2}}{R_2}$ ckg
1	35,0	7180	100	7080	200	6880	161
	34,1	7000	100	6900	200	6700	156
4	18,2	1890	100	1790	200	1590	52,0
	18,2	1890	100	1790	160	1630	53,0
5	10,1	1050	110	840	190	750	27,1
	9,0	940	70	870	190	680	24,5
6	8,8	916	100	816	156	660	26,2
	8,3	862	90	772	156	616	24,5
9	14,5	1510	80	1430	140	1290	63,0
	15,0	1560	110	1450	158	1292	63,0
10	6,6	686	100	576	150	426	21,9
	6,2	643	100	543	150	393	20,2
11	6,4	666	100	566	160	406	22,5
	6,0	624	100	524	180	344	19,0
14	12,5	1300	100	1200	140	1060	68,4
	12,8	1330	100	1230	148	1082	69,6
15	5,4	561	110	451	116	335	22,6
	4,6	479	80	399	116	383	26,0
16	4,6	479	100	379	110	269	18,9
	4,3	447	85	362	110	252	17,8

$$76) \left. \begin{array}{l} AL_2 = 171 \\ Z = 312,6 \end{array} \right\} Q = 1,84$$

$$76a) \left. \begin{array}{l} AL_2 = 166 \\ Z = 307,6 \end{array} \right\} Q = 1,85$$

Zahlentafel 21. Stab 54.

1	28,7	5890	104	5786	110	5676	132,5
5	19,0	1980	93	1887	105	1782	64,5
9	17,0	1770	100	1670	106	1564	75,4
13	15,0	1560	78	1482	43	1439	90,5
16	12,5	1300	105	1195	33	1162	82,0

$$\left. \begin{array}{l} AL_2 = 142,5 \text{ ckg} \\ Z = 302,5 \\ Q = 2,12 \end{array} \right\}$$

Zahlentafel 22. Stab 74.

1	27,8	5700	143	5557	100	5457	128,0
6	25,5	2650	96	2554	85	2469	98,0
11	18,2	1900	98	1802	85	1717	94,6
16	15,6	1620	82	1538	85	1453	102,0

$$\left. \begin{array}{l} AL_2 = 138,0 \text{ ckg} \\ Z = 284,6 \\ Q = 2,06 \end{array} \right\}$$

Zahlentafel 23. Stab 117.

1	34,3	6850	213	6637	180	6457	151,0
3	25,6	1485	126	1359	172	1187	34,9
5	27,7	1605	81	1524	134	1390	50,1
7	22,7	1320	97	1223	142	1081	46,4
9	16,0	928	126	802	135	667	32,5
11	17,8	1020	101	919	78	841	46,5
13	14,4	836	92	744	89	655	40,0
16	20,5	1190	153	1037	83	954	67,1

$$\begin{array}{l} AL_2 = 161 \text{ ckg} \\ Z = 307,5 \text{ ckg} \\ Q = 1,91 \end{array}$$

Zahlentafel 24. Stab 151. $b = 5,0$ cm, $\delta = 1,0$ cm.

L	M	C	P	d	Pd	M_b	M_b	M_{b1}	R_2	M_{f1}	M_{b2}	$A_{b1} = \frac{M_{b2}}{R_2}$
	ckg	cm	kg	cm	ckg	mm	ckg	ckg	cm	ckg	ckg	ckg
1	3100	4,7	660	0,199	192	30,3	3150	3018	42,8	120	2898	67,8
3	2800	6,8	412	0,178	73	11,0	639	666	34,1	122	544	16,0
5	3200	5,1	628	0,157	99	14,0	812	713	27,7	88	625	22,6
7	3100	7,7	403	0,142	57	10,3	600	543	23,3	70	473	20,2
9	3250	7,2	453	0,132	60	9,8	570	510	20,5	69	441	21,5
11	3400	10,6	320	0,124	40	10,4	602	562	18,1	44	518	28,6
13	3200	5,0	640	0,118	75	7,5	435	360	16,4	45	315	19,2
15	3500	6,3	555	0,113	63	7,1	412	349	14,8	38	311	21,0
16	3700	4,2	882	0,111	98	8,7	506	408	14,2	64	344	24,2

$$\left. \begin{array}{l} A = 67,8 \\ Z = 173,3 \end{array} \right\} Q = 2,56.$$

Zahlentafel 25. Stab 152. $b = 5,0$ cm, $\delta = 1,0$ cm.

1	3000	14,8	202	0,199	40	28,2	2930	2890	42,8	65	2915	68,0
3	2680	10,6	252	0,178	45	10,0	580	535	34,1	60	475	13,9
5	2700	10,3	264	0,157	42	11,8	682	640	27,7	55	585	21,1
7	2600	11,4	228	0,142	33	9,4	544	511	23,3	32	479	20,5
9	2600	11,7	222	0,132	29	6,8	394	365	20,5	38	327	16,0
11	2600	5,8	448	0,124	55	8,0	464	409	18,1	40	369	20,4
13	2900	8,4	345	0,118	40	8,4	486	446	16,4	40	406	24,8
15	3000	5,2	579	0,113	65	6,9	400	335	14,8	40	295	20,0

$$\left. \begin{array}{l} A = 68,0 \\ Z = 136,7 (+ 24,2) = 160,9 \end{array} \right\} Q = 2,36.$$

Zahlentafel 26. Stab 153. $b = 5,0$ cm, $\delta = 1,0$ cm.

1	3000	18,7	160	0,199	32	27,3	2830	2798	42,8	45	2753	64,6
4	2860	21,0	137	0,167	23	14,1	818	795	30,7	38	757	24,7
7	2890	14,9	194	0,142	28	13,3	712	684	23,3	45	639	27,4
10	2770	15,1	184	0,128	24	9,3	540	516	19,5	55	461	23,6
13	2860	9,6	300	0,118	35	10,4	602	567	16,4	60	507	30,9
16	2900	5,5	530	0,111	59	10,1	586	527	14,2	67	460	32,4

Zahlentafel 27. Stab 154. $b = 5,0$ cm, $\delta = 1,0$ cm.

1	3250	14,4	226	0,199	45	27,4	2840	2795	42,8	50	2745	64,1
5	3050	18,2	167	0,157	26	18,3	1060	1034	27,7	44	990	35,8
9	3150	14,5	217	0,132	29	14,6	847	818	20,5	32	786	38,4
13	3050	13,1	234	0,118	27	11,7	680	653	16,4	32	621	38,0
16	3000	9,7	310	0,111	35	8,5	493	458	14,2	26	432	30,5

Zahlentafel 28. Stab 155. $b = 5,0$ cm, $\delta = 1,0$ cm.

1	2770	17,0	163	0,199	32	23,1	2410	2378	42,8	50	2328	54,4
6	2810	15,2	185	0,148	27	20,8	1210	1183	25,2	40	1143	45,5
11	2800	14,6	192	0,124	24	14,7	851	827	18,1	38	789	43,5
16	2910	7,0	416	0,111	46	11,9	690	644	14,2	49	595	41,9

Stab	A	Z	Q
	ckg	ckg	
153	64,6	139,0	2,15
154	64,1	142,7	2,22
155	54,4	130,9	2,40

die gerade auf der Grenze zwischen bildsamer und elastischer Formänderung liegt, wäre $\xi = 1/2$, für starke Biegung = 1. Entsprechend der bei den Biegeversuchen beobachteten Erhöhung der Streckgrenze müßte bei den Lehren von geringem Krümmungshalbmesser sich eine beträchtliche — ungefähr von dem Quadrate der jeweiligen Streckspannung abhängige — Erhöhung des Wertes

Fig. 55 bis 61. Federungsarbeiten $\frac{M_{f1}}{R_2}$.

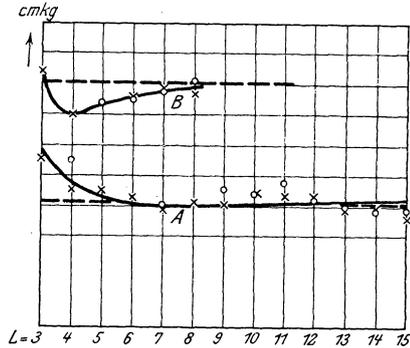


Fig. 55.

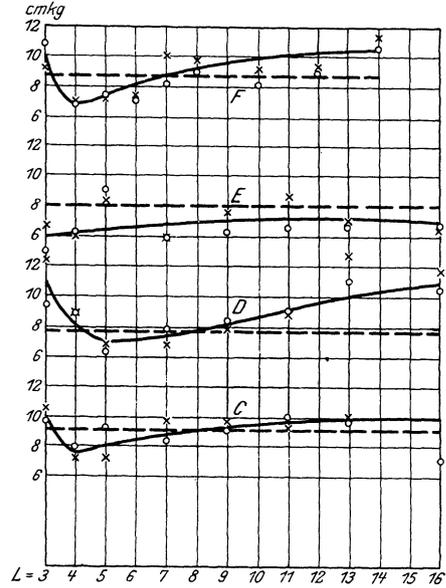


Fig. 56.

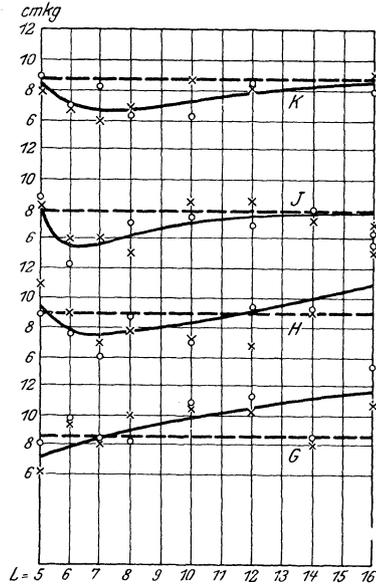


Fig. 57.

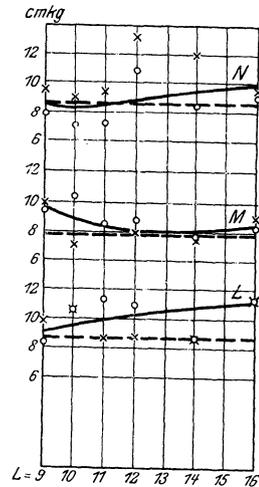


Fig. 58.

A_f ergeben. Das ist aber bei den aufgeführten Stäben 121 und 121a sowie bei 58 und 58a nicht der Fall, bei 33 und 89 (stärkere Teilbiegungen) ist die beobachtete Erhöhung auf Rechnung der bedeutenden Biegung mit Ueberschlagung mehrerer Lehren zu setzen, bei den Zeitstäben wohl nur auf die durch den Zeitzwischenraum zwischen den Biegungen erfolgte »Festigung« des Eisens, die ja auch bei den entsprechenden Biegeversuchen zum Teil zu beobachten ist.

Im übrigen waren die Beobachtungen über die Federungsarbeit außerordentlich schwankend, was wohl auf die bei schwächeren Biegungen unangenehm fühlbare Veränderlichkeit der rollenden Reibung an der Oberfläche der Stützrolle zurückzuführen ist, auch darauf, daß die benutzte schwächste Feder 3 für die schwachen Federungswiderstände einen recht geringen Ausschlag gab.

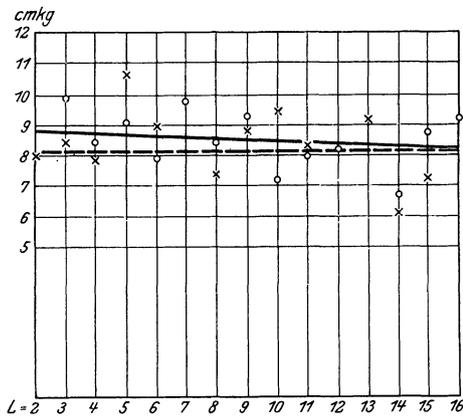


Fig. 59. Stäbe 121, 121 a.

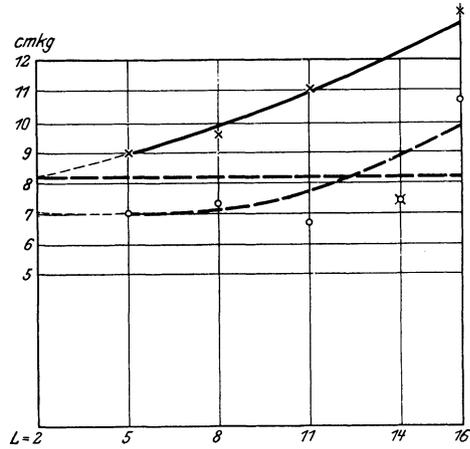


Fig. 60. Stäbe 33 und 89.

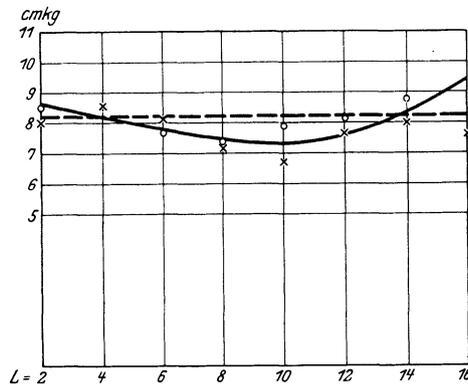


Fig. 61. Stäbe 58 und 58 a.

Einfluß der Geschwindigkeit auf die Biegegewiderstände.

Die Zahlentafeln 29 bis 41.¹⁾ und Fig. 62 bis 67 geben den Einfluß der Geschwindigkeit beim Biegen unerwärmten Eisens wieder. Es bedeutet v die Zahl der Umdrehungen der Schnecke in einer Sekunde, u die Geschwindigkeit in cm sk, mit der sich die neutrale Faser des Bleches bewegt, s in Hundertteilen die bei der jeweiligen Teilbiegung vollzogene Streckung bzw. Stauchung in der äußersten Faser des Versuchstückes, C den Hebelarm der biegender Kraft in cm, b die Länge des Bogens von Stützrolle bis Auflaufstelle an der Lehre in cm, p in Hundertteilen die Erhöhung der reinen Biegearbeit, die sich bei der Geschwindigkeit u zeigt gegenüber derselben Arbeit bei der Geschwindigkeit null. Die Stäbe 180 bis 185 und 40, Fig. 62 bis 65, wurden auf die Lehre 2, 4, 8, 16 gebogen. Während des Versuches wurde die Geschwindigkeit der Schnecke zwischen bestimmten Grenzen verändert. Unter

¹⁾ Zahlentafeln 39 bis 41 sind ausgefallen.

»Geschwindigkeit des Biegens« verstehen wir den Krümmungszuwachs $\Delta \frac{1}{\rho}$, be-

zogen auf die Zeiteinheit, also $\frac{\Delta \frac{1}{\rho}}{\Delta t}$, worin Δt die Zeit für das Durchlaufen des Bogens b von der Stützrolle bis zur Auflaufstelle an der Lehre ist. Diese Geschwindigkeit ist zunächst von der Krümmungsänderung, die gerade vollzogen wird, abhängig und steigt im gleichen Maße wie diese. Als Maß der Formänderung setzen wir die oben erklärte Größe s an. Δt ist $= \frac{b}{u}$ oder mit guter

Annäherung $= \frac{c}{u}$, so daß $\frac{\Delta \frac{1}{\rho}}{\Delta t}$ verhältnismäßig mit $\frac{s}{c} = \frac{us}{c}$ ist.

Unter Weglassung der Verhältnisziffer kann man die Geschwindigkeit der Biegung unmittelbar gleich $\frac{us}{c}$ setzen. Weiter kann man dann die Erhöhung

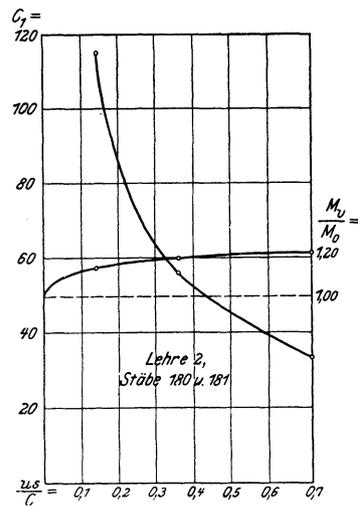


Fig. 62.

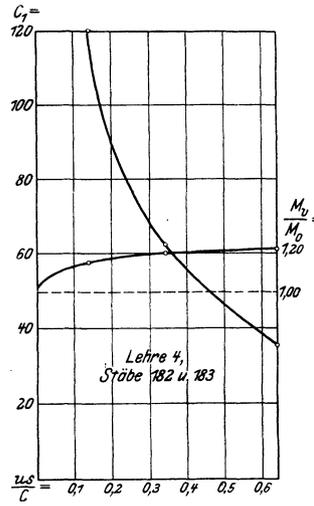


Fig. 63.

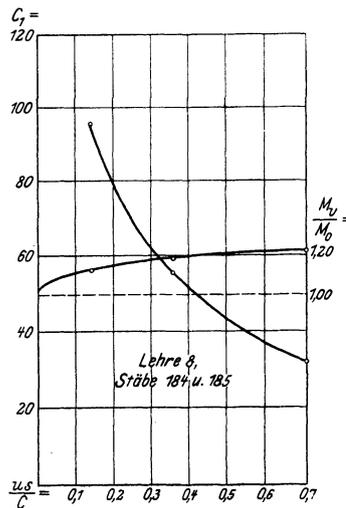


Fig. 64.

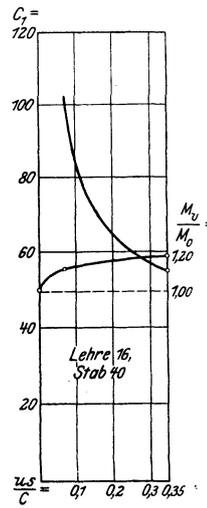


Fig. 65.

der reinen Biegearbeit p als abhängig von $\frac{us}{C}$ betrachten und schreiben $p = C_1 u s \frac{1}{C}$, worin C_1 aus Versuchen bestimmt werden soll.

Zunächst prüften wir nach, ob C_1 veränderlich war bei gleichem $\frac{us}{C}$.

Wendete man als Geschwindigkeit der Schnecke eine Umdrehung in der Sekunde an, so war die Geschwindigkeit u im Verhältnis der Lehrendurchmesser verschieden, dagegen die Streckung s im umgekehrten Verhältnis, so daß das Produkt us bei gleicher Umdrehungszahl v dasselbe war. Der Hebelarm C war bei allen diesen Versuchen = 150 mm. Wir fanden folgendes bemerkungswerte Ergebnis:

War bei gleichem Versuchstoffe $\frac{us}{C}$ unveränderlich, so war auch der Einfluß der Biegeschwindigkeit sehr genähert gleich groß. Wenn wir unseren Vorgang auf Zug und Druck zurückführen dürfen, so ist der Einfluß der Geschwindig-

Fig. 66 und 67. Werte für C_1 in der Gleichung $p = C_1 u s \frac{1}{C}$ für Biegung unerwärmten Eisens.

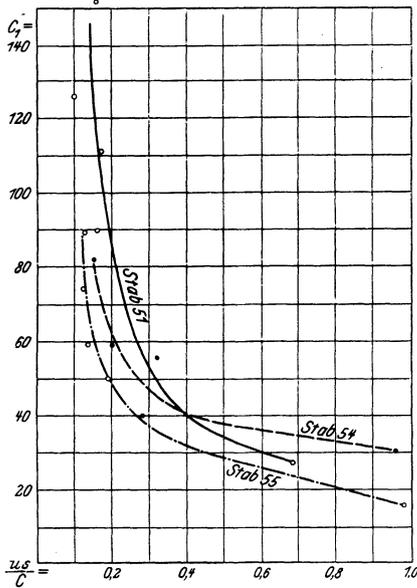


Fig. 66.

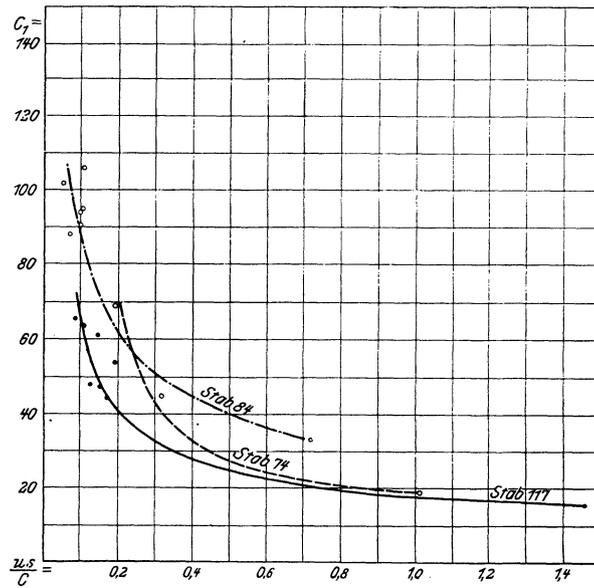


Fig. 67.

keit unabhängig davon, ob die jeweils erreichte Gesamtformänderung groß oder klein ist, wenn nur die in der Zeiteinheit vollzogene Dehnung dieselbe bleibt.

Die Beziehung $p = C_1 u s \frac{1}{C}$ wurde bei den Stäben 54, 74, 117, 51, 84 und 55 auch für schwache Biegungsgrade nachgeprüft. Auch hier fanden wir das oben Gesagte bestätigt. In den Zahlentafeln 29 bis 41 und den Auftragsungen Fig. 66 und 67 sind alle sowohl für schwache als für starke Biegungen berechneten Werte von C_1 aufgetragen. Die Linienzüge für C_1 laufen einander sehr ähnlich, zeigen aber für die letztgenannten Stäbe allerdings große Abweichungen. Da jedoch dort die Einflüsse der Geschwindigkeit an sich recht gering sind, so machen kleine Totgänge im Schreibwerk und Verschiedenheiten in der rollenden Reibung, nicht zu vergessen auch stoffliche Ungleichheiten, genug aus, um das Bild zu verwirren. Jedenfalls genügt uns die Erkenntnis, daß der

**Zahlentafeln über den Einfluß der Biegegeschwindigkeit auf den
Arbeitsbedarf beim Biegen von nicht erwärmtem Eisen.**

Ermittlung der Ziffer C_1 in der Gleichung $p = C_1 \frac{us}{C}$.

Zahlentafel 29. Stab 54.

L	p vH	C cm	pC	u cm/sk	s vH	us	$\frac{us}{C}$	$C_1 = \frac{pC}{us}$
1	28,2	11,2	315	5,8	1,85	10,8	0,96	30
5	17,5	11,0	194	3,4	1,03	3,45	0,32	56
9	10,6	9,2	97	2,45	1,03	2,53	0,275	39
13	11,5	10,6	122	2,00	1,03	2,06	0,195	59
16	12,5	8,4	105	1,70	0,75	1,28	0,152	87

Zahlentafel 30. Stab 74.

1	19,6	9,6	188	5,3	1,85	9,7	1,01	19,4
6	8,4	9,6	80	3,06	1,32	4,1	0,429	19,0
11	14,0	8,4	118	2,19	1,19	2,6	0,310	45,0
16	12,9	10,6	137	1,70	1,17	1,98	0,188	69,0

Zahlentafel 31. Stab 117.

1	22,1	6,7	148	5,3	1,85	9,7	1,45	15,4
3	9,7	9,6	93	3,8	0,46	1,74	0,181	54,0
5	5,85	14,0	82	3,1	0,55	1,70	0,121	48,0
7	7,5	8,7	65	2,65	0,47	1,24	0,142	52,0
9	8,7	7,7	67	2,34	0,47	1,10	0,142	61,0
11	6,9	9,3	64	2,06	0,49	1,01	0,108	64,0
13	7,95	9,9	79	1,86	0,45	0,84	0,085	66,0
16	9,1	5,5	50	1,70	0,52	0,87	0,158	44,0

Zahlentafel 32. Stab 51.

1	18,6	9,2	173	3,4	1,85	6,3	0,685	27,4
4	13,3	7,5	100	2,8	0,72	2,02	0,270	50,0
7	19,2	9,0	172	1,94	0,80	1,55	0,172	111,0
10	24,5	7,9	193	1,80	0,70	1,26	0,160	153,0
13	11,7	10,5	123	1,36	0,72	0,98	0,093	126,0
16	9,7	6,2	60	1,24	0,70	0,87	0,090	(69)

Zahlentafel 33. Stab 84.

L	p vH	C cm	pC	us	$\frac{us}{C}$	$C_1 = \frac{pC}{us}$
2	23,7	13,6	325	9,7	0,715	33,5
3	10,6	10,8	114	1,08	0,10	106
4	9,1	9,9	90	0,96	0,097	94
5	9,4	9,9	93	0,98	0,099	95
6	8,6	9,4	81	0,89	0,095	91
8	16,5	8,0	132	0,63	0,079	(201)
9	5,7	9,2	52	0,59	0,064	88
10	7,5	11,0	83	0,56	0,051	148
13	5,0	6,6	33	0,49	0,074	67
14	5,0	8,2	41	0,44	0,054	94
15	5,0	9,0	45	0,44	0,049	102
16	4,0	9,5	38	0,39	0,041	97

Zahlentafel 34. Stab 55.

<i>L</i>	<i>p</i> vH	<i>C</i> cm	<i>pC</i>	<i>us</i>	$\frac{us}{C}$	$C_1 = \frac{pC}{us}$
1	15,1	9,9	150	9,7	0,98	15,8
5	9,4	10,2	96	1,90	0,186	50
7	8,7	9,8	85	1,43	0,145	59
9	13,8	7,4	102	1,14	0,154	90
11	11,6	8,6	100	1,11	0,129	90
13	9,0	7,5	68	0,93	0,123	73
14	2,8	8,7	24	0,49	0,056	49
16	3,0	7,4	22	0,87	0,117	(26)

Zahlentafel 35. Stäbe 180 und 181. Lehre 2.

<i>v</i>	<i>u</i> cm/sk	<i>s</i> vH	<i>us</i>	<i>p</i> vH	<i>C</i> cm	<i>pC</i>	$\frac{us}{C}$	$C_1 = \frac{pC}{us}$
0,2	0,95	2,06	1,96	15,5	13,6	226	0,144	116
0,5	2,36	2,06	4,85	20,2	13,6	273	0,360	56,2
1,0	4,72	2,06	9,70	23,8	13,6	323	0,715	33,3
Zahlentafel 36. Stäbe 182 und 183. Lehre 4.								
0,2	0,77	2,53	1,96	16,9	14,0	236	0,140	121
0,5	1,92	2,53	4,85	21,8	14,0	305	0,346	63
1,0	3,85	2,53	9,70	24,9	14,0	349	0,692	36
Zahlentafel 37. Stäbe 184 und 185. Lehre 8.								
0,2	0,55	3,55	1,96	14,0	13,5	188	0,145	96
0,5	1,37	3,55	4,85	20,0	13,5	270	0,361	56
1,0	2,75	3,55	0,70	23,2	13,5	312	0,717	32,5
Zahlentafel 38. Stab 40. Lehre 16.								
0,004	0,0072	5,42	0,039	2,0	14,0	28	0,00379	720
0,1	0,18	5,42	0,97	13,1	14,0	183	0,069	189
0,5	0,90	5,42	4,88	19,5	14,0	273	0,349	56

Versuche mit erhitzten Stäben.

Geschwindigkeit überall 1,25 Umdrehungen der Schnecke in 1 sk.

Zahlentafel 42. Geschwindigkeitseinfluß bei etwa 1100° C (hellrot).

Stab	<i>L</i>	<i>M</i> ₀ mm	<i>M</i> mm	$\frac{M}{M_0}$	Feder
39	2	5,9	12,5	2,12	2
6	6	6,9	12,5	1,80	2
18	10	6,7	16,9	2,52	2
87	16	8,8	22,0	2,50	2

Zahlentafel 43.

»Festigkeiten σ_0 « in der Formel $M_0 = \frac{b\delta^2}{4} \sigma_0$.

Stab	Feder	<i>L</i>	Abl. mm		<i>M</i> ₀ ckg		$\frac{b\delta^2}{4}$ cm ³	σ_0	
			hellrot	kirschrot	hellrot	kirschrot		hellrot	kirschrot
39	2	2	5,9	7,9	610	820	3,0	204	274
6	2	6	7,2	9,6	750	1000	3,0	250	333
18	2	10	6,7	9,4	690	980	3,0	230	328
Zahlentafel 43. (Fortsetzung)									
Stab	Feder	<i>L</i>	hellrot	dunkelrot	hellrot	dunkelrot	$\frac{b\delta^2}{4}$ cm ³	hellrot	dunkelrot
87	2	16	8,8	21,9	915	2270		3,0	305

Einfluß der Geschwindigkeit bei diesen letzten Fällen, die der Praxis am nächsten kommen, recht gering ist und daß er sich aus der Beziehung $p = \frac{C_1}{C} u s$ ergibt.

Die Zahlentafeln 42 und 43 und die Fig. 68 zeigen Versuche mit erwärmten Stäben von heller bis dunkler Rotglut, die auf Lehren verschiedenen Durchmessers aufgewickelt wurden. Die Umdrehungszahl der Antriebschnecke in der Sekunde und der Hebelarm C waren dieselben, also auch hier das Produkt $\frac{u s}{C} = \text{konst.}$

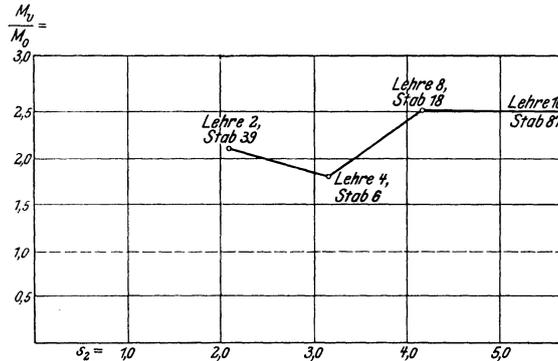


Fig. 68. Biegeversuche mit erhitzten Stäben über den Einfluß der Biegeschwindigkeit. Geschwindigkeit: 1,25 Umdrehung der Schnecke in 1 sk.

Es wurde eine Erhöhung des Widerstandes gegenüber demjenigen bei einer Geschwindigkeit gleich null bis zu **150 vH** vermerkt. Der Unterschied bei Stab 6 ist darauf zurückzuführen, daß dieser Stab bei der Erwärmung eine starke Krümmung im Sinne der zu vollziehenden Biegung angenommen hatte, also das Produkt $u s$ einen geringeren Wert besaß (Zahlentafel 42).

Die Zahlentafel 43 gibt Auskunft über die Beträge der Biegegewiderstände bei Geschwindigkeit null bei denselben Stäben. Legt man auch hier die einfache Beziehung zugrunde $M = \frac{b \delta^2}{4} \sigma_0$, welche für unerwärmtes Eisen an anderer Stelle abgeleitet wird, so ergeben sich die in der Zahlentafel berechneten Werte für σ_0 . Das sind Werte, die der Zerreißfestigkeit von auf die betreffende Temperatur erwärmtem, langsam zerrissenem Eisen entsprechen.

Der bedeutende Einfluß der Geschwindigkeit auf den Biegegewiderstand erwärmten Eisens überraschte, da in der Literatur nichts vorzufinden war, was auf eine derartige Erscheinung hätte hindeuten können. Der Grund für dieses Verhalten liegt nicht klar.

Die alltägliche Erfahrung, daß bildsame Stoffe wie Teer und Pech, wenn man ihnen viel Zeit zur Formänderung gibt, durch ihr eigenes Gewicht ins Fließen geraten, dagegen einer schnellen Formänderung einen beträchtlichen Widerstand entgegensetzen, bietet etwas Ähnliches wie der oben geschilderte Vorgang.

Alle vorbenannten Ergebnisse über den »Einfluß der Geschwindigkeit« sind im Grunde nichts anderes als das, was man sonst »elastische Nachwirkung« nennt. Bringt man in der Materialprüfungsmaschine einen Stab unter eine bestimmte Belastung und läßt diese längere Zeit einwirken, so zeigt sich eine je nach der Art des Stoffes verschiedene Nachdehnung derart, daß eine gewisse Gesamtdehnung bei geringerer Kraft eintritt, als es bei ständigem Anwachsen der Belastung der Fall sein würde.

Die uns bekannt gewordenen Versuche über den Einfluß der Geschwindigkeit bei Formänderungen stammen 1) von Hugo Fischer (Zivilingenieur 1872), und 2) von Martens (Handbuch der Materialkunde bei »Schlagbiegeproben«). Beide finden bei den gebräuchlichen Baustoffen Einflüsse, aber in geringem Betrage. Dies rührt wohl daher, daß beide nur ein enges Geschwindigkeitsgebiet bearbeitet haben: Fischer zerreißt mit verhältnismäßig kleinen Geschwindigkeiten und Martens stellt Schlagbiegeversuche an. Bei den letzteren ist die Geschwindigkeit der Formänderung durchweg groß. Da jedoch nach den Ergebnissen unserer Versuche die Schaulinie des Einflusses bei großen Geschwindigkeiten etwa der Abszissenachse gleichläuft, so lassen sich durch Vergleich der Schlagbiegeversuche untereinander keine großen Unterschiede feststellen.

Es ist wohl möglich, daß dem bei schnellerer Formänderung des Eisens steigenden Widerstand eine geringere »Dehnung« im Zugschaubild gegenüber steht. Ueber diese Vorgänge könnten nur Zugversuche mit verschiedener Geschwindigkeit Auskunft geben.

Wir hätten diesen Punkt in der Weise erforschen müssen, daß wir Eisen bogen, dann ausglühten, es dann auf der Dreiwalzenbiegemaschine mit verschiedenen Geschwindigkeiten richteten und endlich dem Zugversuch aussetzten. Jedoch war dieses Beginnen ziemlich aussichtslos, da die genannte Maschine für eine einigermaßen beträchtliche Biegung zu viele Durchläufe erfordert, also zu langsam biegt.

Einfluß der Stabbreite auf den Biege­widerstand.

Eine größere Anzahl von Stäben wurde gebogen, um den Einfluß der Breite des Versuchstückes auf den Biege­widerstand festzustellen. Die Gruppe 1 (Stäbe 215 bis 219) hatte eine Dicke von 26,1 mm und eine Breite zwischen 26,1 und 6,5 mm (die schmaleren Stäbe waren aus derselben Stange durch Abhobeln hergestellt). Die Stäbe der Gruppe 2 (Stäbe Nr. 200 bis 206) hatten eine Dicke von 7,85 mm und eine Breite zwischen 80 und 8,12 mm, die der Gruppe 3 (Stäbe Nr. 207 bis 214) eine Dicke von 4 mm und eine Breite zwischen 30 und 380 mm. Es stellten sich in dem auf die Einheit der Breite bezogenen Biege­widerstand Unterschiede heraus, wie aus den Zahlentafeln 44 bis 52 und den Auftragungen Fig. 69 bis 71 zu ersehen ist.

Die Unterschiede sind nicht groß und schwanken zum Teil verhältnismäßig erheblich; jedoch läßt sich nicht verkennen, daß mit geringerer Breite der auf die Einheit der Breite bezogene Biege­widerstand, wenn auch wenig, so doch ersichtlich wächst, daß er jedenfalls nicht abfällt. Die nähere Ueberlegung führt uns zu der Einsicht, daß nicht die Breite an sich das Maßgebende für den beobachteten Unterschied der Widerstände ist, sondern vielmehr die Form, in welche der Querschnitt bei der Biegung übergeführt wird. In Fig. 72 ist die Form dargestellt, in welche ein rechteckiger Querschnitt bei Biegung übergehen will: es entsteht eine Nebenkrümmung von etwa dem doppelten Halbmesser der Hauptkrümmung. Die neutrale Schicht wird keine Zylinderfläche, sondern eine Sattelfläche. Diese Nebenkrümmung kann sich aber in Wirklichkeit nicht zu dem oben angegebenen Betrage auswachsen, vielmehr tritt durch die Wirkung der Auflagerkräfte, vor allem an der Stützrolle, eine Abflachung ein. Diese Abflachung wird stärker sein bei breitem Blech oder auch kleineren Auflagerkräften, die bei kleinem Hebelarm der biegenden Kraft auftreten, und sie wird in geringerem Maße vorhanden sein bei schmalere­m Blech oder auch geringeren Auflagerkräften infolge größerer Hebelarmes der biegenden Kraft.

Bei den früher angegebenen Versuchen waren diese Einflüsse der verschiedenen Abflachung bei verschiedenem C auf den Arbeitsbedarf offenbar auch vorhanden. Sie waren nur zu klein, um durch die Versuche erwiesen werden zu können und praktisch ins Gewicht zu fallen. Wie oben gesagt, stellten wir diesen Einfluß bei den Stäben verschiedener Breite dagegen fest.

Daß eine Formänderung der geschilderten Art auf Arbeitsbedarf und Widerstände von Einfluß sein kann, leuchtet ein, jedoch zeigt der beschriebene Einfluß das entgegengesetzte Vorzeichen, als bei der elastischen Biegung gefunden wurde.

In seiner grundlegenden Arbeit über die Verdrehung elastischer Prismen, welche dem Hookeschen Gesetze folgen (de Saint-Venant, Mémoire sur la torsion des Prismes, Paris 1855; vergl. auch Love, Lehrbuch der Elastizität, deutsch

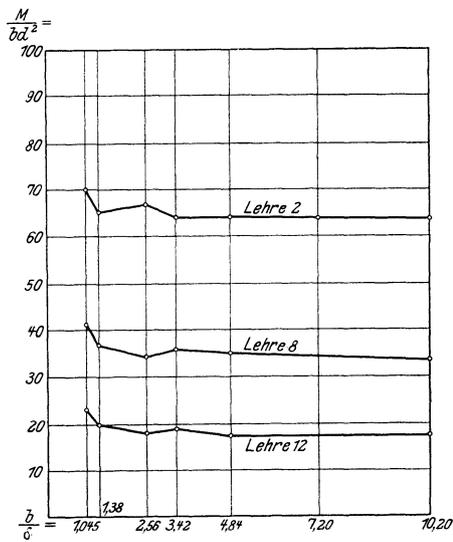


Fig. 69. Versuche über den Einfluß der Breite auf den Biege­widerstand. Stäbe 200 bis 206.

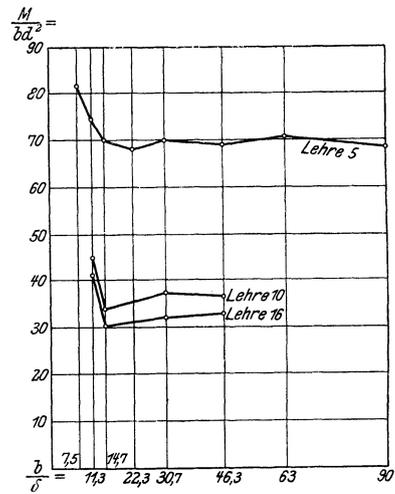


Fig. 70. Stäbe 207 bis 214.

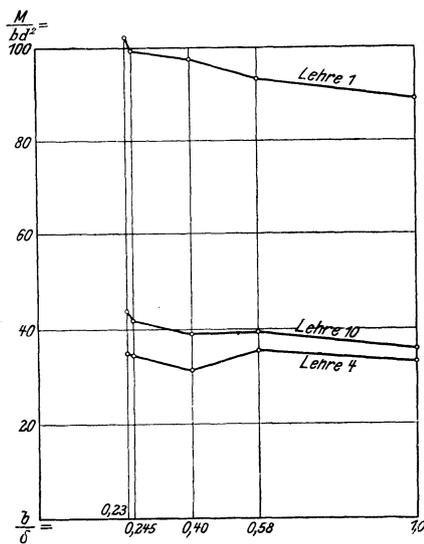


Fig. 71. Stäbe 215 bis 219.

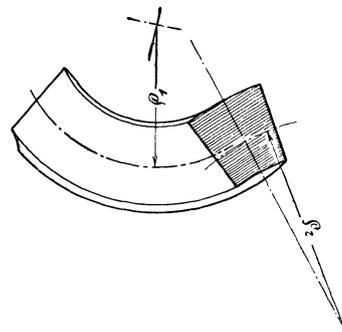


Fig. 72.

Breiteneinflüsse.

Zahlentafel 44. Stabdicke 26,1 mm.

Lehre	Stab	M_b mm	M_b ckg	Breite b cm	M_b b ckg	C mm
1	215	56,8	11600	2,61	4450	150
1	216	34,6	7100	1,528	4650	150
1	217	24,3	4980	1,023	4880	150
1	218	15,1	3100	0,605	5120	150
1	219	15,3	3140	0,630	4980	150

Zahlentafel 45. Stabdicke 26,1.

4	215	41,4	4300	2,61	1650	150
4	216	26,2	2725	1,528	1780	150
4	217	15,3	1590	1,023	1550	150
4	218	10,2	1060	0,605	1750	150
4	219	10,4	1080	0,630	1720	150

Zahlentafel 46. Stabdicke 26,1.

10	215	23,0	4700	2,61	1800	
10	216	14,7	3010	1,528	1980	
10	217	9,7	1990	1,023	1960	
10	218	6,5	1330	0,605	2200	
10	219	6,4	1310	0,630	2100	

Zahlentafel 47.

Lehre	Stab	δ mm	b mm	$b \delta^2$ cm ³	M_b mm	Feder	M_b ckg	$\frac{M_b}{b \delta^2}$
5	207	3,98	30,0	4,75	6,7	3	388	81,8
5	208	4,05	45,8	7,51	9,65	3	560	74,6
5	209	4,12	60,7	11,10	13,4	3	777	70,0
5	210	4,10	91,4	15,35	18,1	3	1048	68,3
5	211	4,05	124,6	20,48	24,7	3	1440	70,0
5	212	4,10	190	31,90	38,0	3	2200	69,2
5	213	4,14	260	44,40	30,2	3	3140	70,6
5	214	4,25	380	68,70	22,8	3	4675	68,3

Zahlentafel 48.

10	208	4,05	45,8	7,51	5,8	3	336	44,8
10	209	4,12	60,7	11,1	6,45	3	375	33,8
10	211	4,05	124,6	20,48	13,1	3	760	37,1
10	212	4,10	190	31,9	20,1	3	1164	36,5

Zahlentafel 49.

16	208	4,05	45,8	7,51	5,3	3	308	41,0
16	209	4,12	60,7	11,1	5,8	3	337	30,2
16	211	4,05	124,6	20,48	11,3	3	655	31,9
16	212	4,10	190	31,9	17,9	3	1040	32,7

Zahlentafel 50.

2	200	7,86	8,21	5,07	6,1	3	354	70,0
2	201	7,81	10,74	6,48	7,25	3	420	64,9
2	202	7,85	20,70	12,75	14,70	3	851	66,9
2	203	7,82	26,75	16,30	17,90	3	1040	63,9
2	204	7,85	38,00	23,40	25,9	3	1500	64,1
2	205	7,86	56,30	34,80	21,4	2	2220	63,9
2	206	7,85	80,00	49,50	30,4	2	3150	63,6

Zahlentafel 51.

8	200	7,86	8,21	5,07	3,6	3	209	41,2
8	201	7,81	10,74	6,48	4,1	3	238	36,8
8	202	7,85	20,70	12,75	7,5	3	435	34,2
8	203	7,82	26,75	16,30	10,1	3	585	36,0
8	204	7,85	38,00	23,40	14,2	3	824	35,3
8	206	7,85	80,00	49,50	28,6	3	1660	33,5

Zahlentafel 52.

12	200	7,86	8,21	5,07	2,0	3	116	22,9
12	201	7,81	10,74	6,48	2,2	3	128	19,8
12	202	7,85	20,70	12,75	4,0	3	232	18,2
12	203	7,82	26,75	16,30	5,3	3	307	18,8
12	204	7,85	38,00	23,40	7,1	3	411	17,6
12	206	7,85	80,00	49,50	15,3	3	885	17,9

von Timpe, Leipzig 1907, S. 152—157), betrachtet de Saint-Venant auch diese »antiklastische« Krümmung. Er zeigt, daß das Verhältnis der Hauptkrümmungen am gebogenen Stabe gleich der Poissonschen Zahl ist. Für den gewöhnlichen Fall der Praxis, daß sich die Nebenkrümmung nicht zu dem berechneten Betrage auswächst, gibt de Saint-Venant Momente an, durch welche die Platte zu einer rein zylindrischen Fläche gebogen werden kann, durch welche überhaupt das Verhältnis der beiden Hauptkrümmungen sich beliebig ändern läßt, und stellt eine Gleichung für die Formänderungsarbeit auf, welche zur Biegung mit gegebenen Hauptkrümmungen erforderlich ist. Dabei ergibt sich für die beiden Fälle, daß sich einmal die Nebenkrümmung zum vollen Betrage auswächst und das andere Mal, daß sie ganz vernichtet wird, ein bestimmter Unterschied der Arbeit. Verschwindet die Nebenkrümmung ganz (breites Blech), so ist ein Mehrarbeitsaufwand von etwa 9 vH erforderlich gegenüber dem anderen Grenzfalle (schmales Blech). Natürlich darf man nicht elastisches und bildsames Biegen miteinander vergleichen; jedoch ist es auffällig, daß wir für schmaleres Blech (an welchem die Nebenkrümmung fast ungeschwächt bestehen bleibt) einen Mehrbetrag an Arbeit finden.

Wir sind nicht in der Lage, für diese Erscheinung eine zwingende Erklärung zu geben. Es ist nicht ausgeschlossen, daß hier gewisse Vorgänge eine Rolle spielen, welche bei der elastischen Biegung nicht berücksichtigt werden. Wir meinen die »innere Reibung« zwischen nebeneinander liegenden, n ungleichem Maße verlängerten oder verkürzten Fasern.

Es wird in allen Abhandlungen über elastische Biegung, sowohl bei Biegung durch ein Kräftepaar wie auch durch eine Schubkraft, davon ausgegangen, daß die benachbarten Fasern einen gegenseitigen Zwang zufolge ihrer verschiedenen Formänderung nicht ausüben. Auch die »strenge« Elastizitätstheorie wendet nach dem Vorgange von de Saint-Venant diese Vereinfachung sowohl für den Fall der Biegung als für den der Verdrehung irgendwie gestalteter Querschnitte an. Die bisher angestellten Versuche, namentlich über die elastische Verdrehung rechteckiger Querschnitte, geben mit der de Saint-Venantschen Theorie sehr gute Uebereinstimmung, so daß in der Tat das Fehlen der genannten Spannungen bei elastischer Formänderung wahrscheinlich wird.

Es ist nicht ausgeschlossen, daß bei bildsamer Biegung solche gegenseitige Beeinflussung der Fasern auftritt, und wir glauben, daß eine Verschiedenheit des Arbeitsbedarfs bei größerem oder geringerem Verschwinden der Nebenkrümmung darauf zurückgeführt werden könnte.

Eine Besprechung dieses Einflusses ist in Bach, »Elastizität und Festigkeit«, 4. Auflage S. 100 (Zugversuche mit Stäben von plötzlicher Querschnittverminderung und S. 208 bis 210 (über Biegung) zu finden. Jedoch gelang es uns trotz eingehender Ueberlegung nicht, an Hand dieser Abhandlungen für unseren Fall einen zwingenden Schluß zu ziehen. So einleuchtend auch das dort über Zugversuche Angeführte ist, so fanden wir dennoch nicht aus diesen Erwägungen eine unanfechtbare Erklärung für unseren Fall.

Eine Beeinflussung von Schichten gleichlaufend der neutralen Schicht untereinander ist wohl möglich, konnte aber nicht nachgewiesen werden. Bei den von uns untersuchten Querschnitten ist die vermutete Beeinflussung dem Anscheine nach durchaus gleichartig, so daß durch die Veränderung der Dicke nichts über diese Frage zu erfahren ist.

Betrag des Federns nach dem Biegen.

Der Strahl I, Fig. 73, ist eine in der Halbmesserrichtung gezogene Linie an dem auf die Lehre gewickelten Stabe, Strahl II dieselbe Linie nach dem Federn. Könnte jede Faser sich frei bewegen, so würde der Querschnitt so zurückfedern, daß Strahl I in die gedachte Linie $a b c d$ überginge. Es scheint

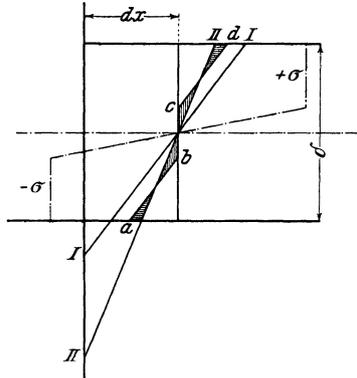


Fig. 73.

nicht leicht, diese Lage II wegen der vermuteten Beeinflussungen der Fasern untereinander zu finden. Eine Theorie des Vorgangs stellte zuerst Wöhler auf (vergl. Rudeloff, Einfluß des Biegens und Richtens auf die Festigkeitseigenschaften von Flußeisen, Mitteilungen des Königlichen Material-Prüfungsamtes, Groß-Lichterfelde 1901); vergl. die Fig. 73, welche die von den genannten Schriftstellern vertretene Anschauung verdeutlicht. Daran anschließend geht auch Ludwik in seiner Arbeit davon aus, daß die Querschnitte nach dem Federn eben bleiben, daß also der Strahl II wirklich eine Gerade ist. Die Lage dieser Geraden folgt daraus, daß für die in den Fasern verbleibenden Längsspannungen sowohl Summe als auch Moment gleich null sein muß. Wir fanden diese Theorie durch unsere Versuche, soweit wie eine Prüfung möglich war, im ganzen bestätigt. Wir bemühten uns, den Sinn des von Ludwik angegebenen zeichnerischen Verfahrens rechnerisch zu fassen, um eine Formel zu finden, welche den Vorgang darstellt. Zu diesem Zwecke gingen wir von Fall 1a für das Schaubild des Zugversuches (vergl. Fig. 76) und von sofortiger Biegung auf die betreffende Krümmung aus, um für eine zu bildende Formel ungefähr den richtigen Bau kennen zu lernen. Die Rechnung war etwas verwickelt, führte aber zu einfachen Ergebnissen. Wir fanden:

$$A) \frac{R_2}{R_3} = 1 - a \frac{R_2}{\delta} x,$$

worin R_2 der bei der Biegung erreichte Krümmungshalbmesser der Neutralen, R_3 der Halbmesser derselben Faser nach dem Federn, δ die Blechstärke, $a = \frac{\sigma_s}{E}$ ist und x sich aus der Formel ergibt:

$$B) x = 3 - 4 \left(\frac{R_2}{\delta} \right)^2 a^2.$$

Für $\frac{R_2}{\delta}$ läßt sich setzen $\frac{1}{2 s_2}$, worin s_2 die gesamte Streckung der äußersten Faser in vH ist, also

$$x = 3 - \frac{a^2}{s_2^2}.$$

Nach Formel B) schwankt x zwischen 2 und 3 für schwache oder starke Biegung. Nach den von uns vorgenommenen Versuchen haben wir auf Fig. 74 (Linienzug $\Delta s_2 = s_2$) x in seiner Abhängigkeit von s_2 dargestellt. Wir finden eine recht glatte Schaulinie, die allerdings von der Kurve der Formel B) abweicht. Das kommt bei geringeren Streckungen vielleicht daher, daß sich im Zugschaubild der Uebergang von elastischer zu bildsamer Formänderung nicht

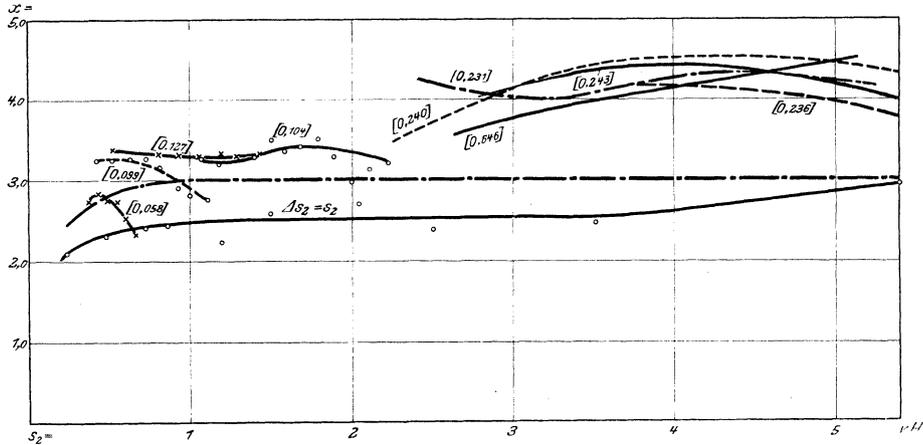


Fig. 74. Versuche über den Betrag des Federn gebogener Stäbe. Werte des Faktors x in der Gleichung $\frac{R_2}{R_3} = 1 - a \frac{R_2}{\delta} x$, vergl. Zahlentafeln. Die in [] Klammern bei den einzelnen Kurven angegebenen Zahlen bedeuten die bei den einzelnen Teilbiegungen erreichten Dehnungen bzw. Stauchungen der äußersten Fasern in $\%$ der Länge.

in scharfem Knick vollzieht, und bei größeren Formänderungen daher, daß sich der Uebergang im Punkte 2 bemerkbar macht (vergl. Fig. 81). Außerdem haben wir zwar festgestellt, daß für den Betrag des Biegemomentes ein gleicher Verlauf des Zug- und des Druckschaubildes angenommen werden darf, das scheint hier aber nicht erlaubt zu sein. Man wird also die Formel B) nach dem Vergleich der Schaulinien I und II berichtigen müssen.

Die Zuverlässigkeit des von Wöhler und Ludwik angegebenen Verfahrens ist durch unsere Ergebnisse natürlich nicht widerlegt, vielmehr macht das Fehlen des Druckschaubildes die genauere Nachprüfung unmöglich.

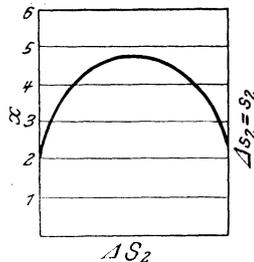


Fig. 75.

Die oben angegebene Formel A) läßt sich auch für absatzweises Biegen anwenden, wenn nur x richtig eingesetzt wird. Wir haben, um x zu finden, mehrere Versuche angestellt, die in den Zahlentafeln 53 bis 63 und auf Fig. 74 wiedergegeben sind. Es bedeutet in den Zahlentafeln $q = \frac{R_2}{R_3}$ das Verhältnis des Krümmungshalbmessers auf der Lehre zu demjenigen nach dem Federn.

Versuche über den Betrag des Federns.

Zahlentafel 53. Stab 88.

<i>L</i>	$1 - q$	$\frac{\delta}{h_2}$	$\frac{1}{a}$	s_2 vH	x
8	0,041	0,071	850	3,53	2,45
9	0,066	0,076	»	3,79	4,20
10	0,060	0,080	»	3,99	4,10
11	0,059	0,086	»	4,29	4,30
12	0,053	0,090	»	4,50	4,00
13	0,038	0,095	»	4,71	3,06
14	0,048	0,100	»	5,00	4,10
15	0,041	0,105	»	5,22	3,64
16	0,041	0,109	»	5,42	3,80

Δs_2 im Mittel = 0,236 vH.

Zahlentafel 54. Stab 10.

<i>L</i>	$1 - q$	$\frac{\delta}{h_2}$	$\frac{1}{a}$	s_2 vH	x
4	0,056	0,050	850	2,53	2,40
5	0,086	0,056	»	2,80	4,12
6	0,080	0,062	»	3,07	4,24
7	0,070	0,066	»	3,32	3,90
8	0,064	0,071	»	3,53	3,85
9	0,070	0,076	»	3,79	4,50
10	0,065	0,080	»	3,99	4,40
11	0,060	0,086	»	4,29	4,40
12	0,058	0,090	»	4,50	4,40
13	0,050	0,095	»	4,71	4,05
14	0,050	0,100	»	5,00	4,25
15	0,052	0,105	»	5,22	4,61
16	0,040	0,109	»	5,42	3,70

Δs_2 im Mittel = 0,243 vH.

Zahlentafel 55. Stab 54.

<i>L</i>	$1 - q$	$\frac{\delta}{h_2}$	$\frac{1}{a}$	s_2 vH	x
2	0,078	0,041	850	2,05	2,70
3	0,087	0,045	»	2,25	3,30
4	0,090	0,050	»	2,53	3,84
5	0,082	0,056	»	2,80	3,94
6	0,080	0,061	»	3,07	4,25
7	0,091	0,066	»	3,32	5,10
8	0,092	0,071	»	3,53	5,50
9	0,071	0,076	»	3,79	4,55
10	0,064	0,080	»	3,99	4,35
11	0,059	0,086	»	4,29	4,30
12	0,052	0,090	»	4,50	3,95
13	0,050	0,095	»	4,71	4,05
14	0,055	0,100	»	5,00	4,69
15	0,055	0,105	»	5,22	4,90
16	0,050	0,109	»	5,42	4,65

Δs_2 im Mittel = 0,24 vH.

Zahlentafel 56. Stab 011.

<i>L</i>	$1 - q$	$\frac{\delta}{h_2}$	$\frac{1}{a}$	s_2 vH	x
4	0,110	0,048	800	2,40	4,24
5	0,098	0,053	»	2,65	4,19
6	0,089	0,058	»	2,91	4,16
7	0,080	0,063	»	3,15	4,06
8	0,074	0,067	»	3,37	3,95
9	0,071	0,072	»	3,59	4,06
10	0,070	0,075	»	3,77	4,29
11	0,070	0,081	»	4,06	4,55
12	0,061	0,086	»	4,28	4,20
13	0,058	0,090	»	4,48	4,21
(14), (15)	0,050	0,104	»	5,18	4,16

$\Delta s_2 = 0,231$ vH.

Zahlentafel 57. Stab 010.

<i>L</i>	$1 - q$	$\frac{\delta}{h_2}$	$\frac{1}{a}$	s_2 vH	x
5	0,087	0,053	800	2,64	3,70
8	0,067	0,067	»	3,34	3,56
11	0,063	0,081	»	4,06	4,10
14	0,058	0,094	»	4,70	4,40
16	0,058	0,104	»	5,13	4,75

Δs_2 im Mittel = 0,646 vH.

Zahlentafel 58. Stab 140, $\delta=0,658$ cm

<i>L</i>	$1 - q$	$\frac{\delta}{h_2}$	$\frac{1}{a}$	s_2 vH	x
3	0,182	0,0193	730	0,965	2,56
4	0,210	0,0215	»	1,075	3,30
5	0,185	0,0237	»	1,185	3,20
6	0,174	0,0260	»	1,300	3,30
7	0,162	0,0282	»	1,41	3,30
8	0,160	0,0300	»	1,50	3,50
9	0,144	0,0320	»	1,60	3,36
10	0,139	0,0337	»	1,68	3,41
11	0,133	0,0363	»	1,81	3,51
12	0,118	0,0381	»	1,90	3,29
13	0,101	0,0400	»	2,00	2,95
14	0,101	0,0421	»	2,12	3,12
15	0,099	0,0444	»	2,22	3,21

$\Delta s_2 = 0,104$ vH.

Zahlentafel 59. Stab 141, $\delta=4,1$ mm.

<i>L</i>	$1 - q$	$\frac{\delta}{h_2}$	$\frac{1}{a}$	s_2 vH	x
2	0,504	0,0109	610	0,550	3,35
4	0,504	0,0134	»	0,670	4,50
6	0,335	0,0163	»	0,815	3,31
8	0,288	0,0188	»	0,940	3,32
10	0,258	0,0211	»	1,05	3,30
12	0,228	0,0238	»	1,19	3,34
14	0,190	0,0264	»	1,32	3,06
16	0,190	0,0288	»	1,44	3,35

$\Delta s_2 = 0,127$ vH.

Zahlentafel 60. Stab 142, $\delta=3,2$ mm.

<i>L</i>	$1 - q$	$\frac{\delta}{h_2}$	$\frac{1}{a}$	s_2 vH	x
2	0,695	0,0085	550	0,425	3,25
4	0,570	0,0104	»	0,520	3,25
3	0,468	0,0127	»	0,635	3,26
8	0,408	0,0146	»	0,730	3,28
10	0,352	0,0164	»	0,820	3,17
12	0,284	0,0186	»	0,930	2,90
14	0,248	0,0206	»	1,03	2,82
16	0,225	0,0224	»	1,12	2,76

$\Delta s_2 = 0,099$ vH.

Zahlentafel 61. Stab 143, $\delta=1,9$ mm.

<i>L</i>	$1 - q$	$\frac{\delta}{h_2}$	$\frac{1}{a}$	s_2 vH	x
6	0,669	0,00755	550	0,377	2,76
8	0,600	0,00870	»	0,435	2,87
10	0,515	0,00975	»	0,490	2,75
12	0,456	0,0110	»	0,550	2,75
14	0,380	0,0122	»	0,610	2,55
16	0,319	0,0134	»	0,670	2,35

$\Delta s_2 = 0,058$ vH.

Zahlentafel 62. Theoretisches x zu Zahlentafel 63 ($s_2' = 100 s_2$).

Versuch Nr.	a	s_2' vH	$\frac{a}{s_2}$	$\left(\frac{a}{s_2}\right)^2$	$3 - \left(\frac{a}{s_2}\right)^2$
1	$\frac{1}{555}$	0,238	0,758	0,575	2,425
2	$\frac{1}{476}$	0,480	0,439	0,193	2,807
3	$\frac{1}{638}$	0,864	0,182	0,0331	2,967
4	$\frac{1}{850}$	2,05	0,0578	0,00333	2,997
5	$\frac{1}{850}$	2,51	0,047	0,00230	2,998
6	$\frac{1}{850}$	3,53	0,0235	0,000551	3,000
7	$\frac{1}{850}$	5,42	0,0217	0,00047	3,000
8	$\frac{1}{550}$	0,74	0,246	0,0608	2,940
9	$\frac{1}{550}$	1,18	0,154	0,0236	2,976
10	$\frac{1}{610}$	1,50	0,110	0,0121	2,988

Zahlentafel 63 (vergl. Zahlentafel 62).

Versuch Nr.	δ mm	L	$1 - q$	$\frac{1}{a}$	$\frac{\delta}{R_2}$	$\frac{1}{a} \frac{\delta}{R_2}$	s_2' vH	x
1	2,0	1	0,795	555	0,00476	2,65	0,238	2,10
2	4,0	1	0,505	476	0,0095	4,50	0,480	2,30
3	8,0	1	0,202	638	0,0190	12,1	0,864	2,45
4	15,5	2	0,073	850	0,041	34,9	2,05	2,54
5	15,5	4	0,056	850	0,050	42,5	2,51	2,39
6	15,5	8	0,044	850	0,071	60,2	3,53	2,65
7	15,5	16	0,032	850	0,109	92,6	5,42	2,95
8	1,9	16	0,300	550	0,0147	8,10	0,74	2,42
9	3,2	16	0,170	550	0,0235	12,8	1,18	2,18
10	4,1	16	0,145	610	0,0295	18,0	1,50	2,60

$$\Delta s_2 = s_2.$$

Bei den angegebenen Schaulinien steht in eckigen Klammern der bei jedesmaliger Biegung erreichte Zuwachs Δs_2 an Formänderung der äußersten Faser in Hundertstel angegeben. Die Abszisse bedeutet die gesamte erreichte Formänderung s_2 . Wir verzeichnen ein Anwachsen des Wertes x mit fallendem Δs_2 bei den rechts gezeichneten Schaulinien, andererseits aber ein Abfallen von x bei noch kleinerem in den links gezeichneten Linien.

Es steigt also, wie Fig. 75 zeigt, der Wert für x für ein bestimmtes s_2 mit fallendem Δs_2 zunächst an, um bei $\Delta s_2 = \text{null}$ auch hier auf den Wert $x = 2$ zu fallen.

Krümmungshalbmesser und dementsprechend Federungsbetrag waren durch größeren oder kleineren biegenden Hebelarm C nicht beeinflusst.

Bei den warm gebogenen Stäben war ein Abfedern nicht vorhanden.

8) Rechnerische Fassung der Versuchsergebnisse.

Die folgenden Rechnungen gelten für ein breites Blech, das mit sehr geringer Geschwindigkeit gebogen wird. Der Hebelarm, an welchem die biegende Kraft angreift, sei groß, also ein schiebender Einfluß von Querkräften nicht vorhanden. Das Blech werde auf den Krümmungshalbmesser ρ gebogen, die Krümmung vor der Biegung sei gleich null.

Die von uns angegebenen Formeln stützen sich auf das von Feret und Ludwik (vergl. Seite 2 dieser Arbeit) angegebene zeichnerische Verfahren zur Bestimmung von Biegemoment und Biegearbeit. Dieses Verfahren führt zu Werten, die sich recht genau an die von uns beobachteten anschließen. Es beruht auf dem Grundgedanken, daß jede Faser der bei Biegung eintretenden Verlängerung oder Verkürzung den Widerstand entgegengesetzt, den sie bei einem mit gleicher Geschwindigkeit vollzogenen Zug- oder Druckversuche leisten würde. Wird die Biegung in mehreren Absätzen vollzogen, so bewegt sich die Formänderungs-Spannungslinie so, wie es beim Zugversuche beobachtet wurde (vergl. Versuche mit Siemens-Martin-Kesseleisen, Fig. 37). Eine wesentliche Vereinfachung konnten wir an Hand unserer Versuche noch dadurch hineinbringen, daß die neutrale Fläche in der Mitte lag und alles auf das Schaubild des Zugversuches zurückgeführt werden konnte.

Das oben erwähnte zeichnerische Verfahren hat ohne Zweifel den Vorzug, daß es recht anschaulich ist und daß es allen Launen des Zugschaubildes folgt. Daß die Genauigkeit bei diesem Verfahren bei gewöhnlicher Sorgfalt und bei Anwendung handlicher Größen für die Zeichenblätter nicht sehr groß ist, stört den Praktiker nicht, wohl aber ein anderer Umstand: Er kommt nicht oft in die Lage, eine solche Ermittlung machen zu müssen. Will er die Aufgabe dann richtig lösen, so ist der Aufwand an Mühe, der dazu gehört, sich in den Sinn des Verfahrens hineinzudenken und sich über die Maßstäbe klar zu werden, in unserem Falle so groß, daß eine wenn auch etwas verwickelte Formel ihn schneller und mit geringerer Mühe zum Ziele führen würde, wenn er nur beim gewöhnlichen Rechnen keinen Fehler macht. Es ist übrigens gelungen, die Formeln recht einfach zu halten, so daß sie nach unserer Meinung für den praktischen Gebrauch die Mehrzahl der vorkommenden Fälle umfassen und doch übersichtlich sind. Zu betonen ist noch, daß eine allgemeine rechnerische Fassung der Spannungs-Dehnungslinie bisher unmöglich ist. Wir haben deshalb die Kurve in gerade Linien zerlegt und werden bei den einzelnen Formeln ausdrücklich den Bereich angeben müssen, für den sie gelten.

Die in Folgendem abgeleiteten Formeln geben Biegemoment und Biegearbeit für verschiedene Arten von Zugschaubildern an. Die Formeln müssen dann noch mit den durch unsere Versuche ermittelten Verbesserungen bei Einfluß der Breite, der Geschwindigkeit, der Zeitzwischenräume und der Zahl der Biegungen (für das Biegemoment M) versehen werden.

Die in den Formeln wiedergegebenen Arbeitsbeträge enthalten nicht den federnden Teil der Arbeit, da dieser, wie besondere Versuche lehrten, in der Walzenbiegemaschine wiedergewonnen wird.

Wir wollen 3 unterscheidende Formen der Spannungs-Dehnungsschaubildlinie behandeln, Fig. 76:

1a) Schaubild eines Stoffes mit ausgesprochenem Fließbereich; schwächere Biegungen,

1b) Schaubild eines Stoffes mit ausgesprochenem Fließbereich; stärkere Biegungen.

2) Schaubild eines Stoffes ohne Fließbereich.

Man sieht, daß wir das Zugschaubild aus geraden Linien zusammengesetzt haben, was nach Vergleich mit den Versuchsergebnissen wohl zulässig ist. Hat man von irgend einem Baustoffe das Schaubild des Zugversuches, so kann man sich aus diesem leicht die für die geraden Linien maßgebenden Zahlen ermit-

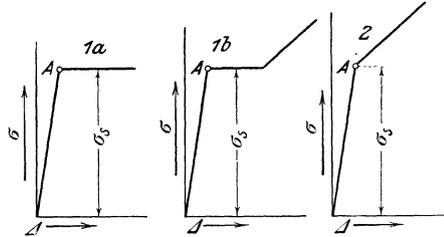


Fig. 76.

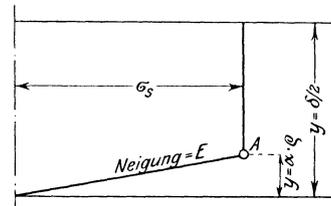


Fig. 77.

eln. Allerdings wird man dieses gewöhnlich nicht zur Verfügung haben, da die Handelsbezeichnungen meist nur über die Härte und über die Zugfestigkeit Auskunft geben, während für uns die Streckgrenze das Wesentliche ist. Man wird dann schätzen müssen, wenn man Zerreiβversuche nicht anstellen kann.

Fall 1a (Fig. 77).

Es ist δ die Blechstärke, b die Blechbreite, ϱ der Krümmungshalbmesser der neutralen Schicht unter der Walze, l die Länge des zu biegenden Blechstückes.

1) rein elastische Biegung

$$\text{Biegemoment } M = 2 \int_0^{\frac{\delta}{2}} b y \frac{y}{\varrho} E d y = \frac{E}{\varrho} b \frac{\delta^3}{12} = \sigma_b \frac{\delta^2}{6}.$$

$$\text{Arbeit} = \frac{1}{2} M \frac{l}{\varrho} = \frac{1}{24} E b \frac{\delta^3}{\varrho^2} l.$$

2) bildsame Biegung. Rein elastische Biegung findet hier statt bis zu einer bestimmten Schichthöhe h_a derart, daß

$$\frac{h_a}{\varrho} = \frac{\sigma_s}{E} = \alpha.$$

Lassen wir im Punkte A, Fig. 77, Proportionalitäts-, Elastizitäts- und Streckgrenze zusammenfallen, so setzt sich M zusammen aus zwei Beträgen:

$$M = 2 \int_0^{\alpha \varrho} \sigma_s \frac{y}{\alpha \varrho} b y d y + 2 \int_{\alpha \varrho}^{\frac{\delta}{2}} \sigma_s b y d y,$$

$$M = 2 \sigma_s \frac{b}{\alpha \varrho} \int_0^{\alpha \varrho} y^2 d y + 2 \sigma_s b \int_{\alpha \varrho}^{\frac{\delta}{2}} y d y.$$

$$M = \sigma_s b \frac{\delta^2}{4} - \sigma_s b \alpha^2 \varrho^2 + \frac{2}{3} \sigma_s \alpha^2 \varrho^2 b = \sigma_s b \frac{\delta^2}{4} - \frac{1}{3} \sigma_s b \alpha^2 \varrho^2.$$

Die Formel gilt für $\varrho < \frac{\delta}{2\alpha}$, sie geht für $\varrho = 0$ in $M = \sigma_s b \frac{\delta^2}{4}$ und für $\varrho = \frac{\delta}{2\alpha}$ in $\sigma_s \frac{b \delta^2}{6}$ über. Letzteres ist die bekannte Formel für elastische Bie-

gung, wenn nur in den äußersten Schichten auf Zug- und Druckseite die Spannung σ_s herrscht.

Für schärfere Biegungen ist eine Vereinfachung auf $M = \sigma_s b \frac{\delta^2}{4}$ zulässig, d. h. das Spannungsbild der Fig. 78 wird durch das der Fig. 79 ersetzt. Der Fehler werde für eine ziemlich schwache Biegung ermittelt. Sei

$$\begin{aligned} \delta &= 1 \text{ cm,} \\ \varrho &= 100 \text{ cm,} \\ \sigma_s &= 2500 \text{ kg/qcm,} \\ b &= 1 \text{ cm,} \\ a &= \frac{\sigma_s}{E} = \frac{2500}{2\,000\,000} = \frac{1}{800} \end{aligned}$$

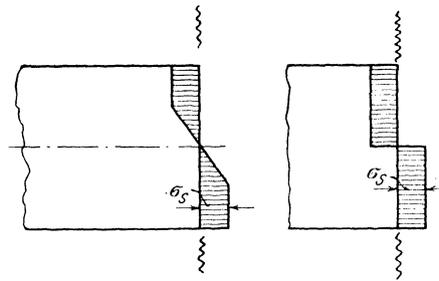


Fig. 78 und 79.

dann ist nach der genaueren Formel:

$$M = \frac{2500}{4} - \frac{1}{3} \cdot 2500 \cdot \left(\frac{100}{800}\right)^2 = 625 - 13 = 612 \text{ cmkg.}$$

Durch Vernachlässigung des Gliedes $(-\frac{1}{3} \sigma_s b a^2 \varrho^2)$ — in unserem Falle $= -13 \text{ cmkg}$ —, wird ein Fehler von 2,1 vH begangen.

Die Biegearbeit setzt sich aus einem elastischen und einem bildsamen Teil zusammen. Hier kommt nur der bildsamen Teil in Betracht, weil, wie an anderer Stelle nachgewiesen wird, die Arbeit zum elastischen Biegen wiedergewonnen wird.

$$\begin{aligned} A &= 2 \int_0^{\frac{\delta}{2}} \int_{a\varrho}^{\frac{\delta}{2}} \sigma_s b \frac{\delta}{2\varrho} \frac{y - a\varrho}{\frac{\delta}{2} - a\varrho} dy dx = lb \sigma_s \frac{\delta}{\varrho} \frac{1}{\frac{\delta}{2} - a\varrho} \int_0^{\frac{\delta}{2}} (y - a\varrho) dy \\ A &= lb \sigma_s \frac{\delta}{2\varrho} \frac{1}{\left(\frac{\delta}{2} - a\varrho\right)} \left(\frac{\delta}{2} - a\varrho\right)^2 = lb \frac{\delta}{2\varrho} \sigma_s \left(\frac{\delta}{2} - a\varrho\right). \end{aligned}$$

Bei stärkeren Biegungen verschwindet auch hier $a\varrho$ gegen $\frac{\delta}{2}$, so daß die Formel übergeht in

$$A = lb \frac{\delta^2}{4\varrho} \sigma_s.$$

Die Formel gilt auch hier, Zutreffen des Zugschaubildes nach Fig. 76 (nach 1a) vorausgesetzt, für $\varrho = 0$ bis $\varrho = \frac{\delta}{2a}$.

Fall 2 (Fig. 81).

Es bedeutet E_1 die Zunahme der Spannung für 1 vH Streckung im Zugschaubild oberhalb des »Fließbereiches« in kg/qcm, ein Maß, welches leicht aus einem vorliegenden Zugschaubild entnommen werden kann.

Die Spannung in einer beliebigen Faser ist

$$\sigma = \sigma_s + E_1 \left(\frac{\delta}{2\rho} - a \right) 100.$$

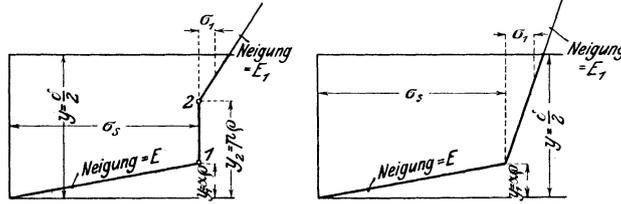


Fig. 80 und 81.

Biegemoment:

$$M = M_1 + M_2,$$

$$M_1 = 2 \int_0^{a\rho} \sigma_s \frac{y}{a\rho} y b d y,$$

$$M_2 = 2 \int_{a\rho}^{\frac{\delta}{2}} \left[\sigma_s + \frac{y-a\rho}{\frac{\delta}{2}-a\rho} E_1 \left(\frac{\delta}{2\rho} - a \right) 100 \right] b y d y.$$

$$M_1 = 2 \sigma_s \frac{b}{a\rho} \int_0^{a\rho} y^2 d y = \frac{2}{3} \sigma_s \frac{b}{a\rho} (a\rho)^3 = \frac{2}{3} \sigma_s b (a\rho)^2,$$

$$M_2 = \sigma_s b \frac{\delta^2}{4} - \sigma_s b a^2 \rho^2 + \frac{2b}{\left(\frac{\delta}{2} - a\rho \right)} E_1 \left(\frac{\delta}{2\rho} - a \right) 100 \int_{a\rho}^{\frac{\delta}{2}} (y-a\rho) y d y,$$

$$\int_{a\rho}^{\frac{\delta}{2}} (y-a\rho) y d y = \frac{\delta^3}{24} - \frac{\delta^2 a\rho}{8} + \frac{1}{6} (a\rho)^3,$$

$$M = \frac{2}{3} \sigma_s b (a\rho)^2 + \sigma_s b \frac{\delta^2}{4} - \sigma_s a^2 b \rho^2 + 2b E_1 100 \left(\frac{\delta^3}{24\rho} - \frac{\delta^2 a}{8} + \frac{1}{6} \rho^2 a^3 \right),$$

$$M = b\rho^2 \left[-\frac{1}{3} \sigma_s a^2 + E_1 \frac{100}{3} a^3 \right] + b\delta^2 \left[\frac{\sigma_s}{4} - 2 E_1 \frac{100 a}{8} \right] + 2b E_1 100 \frac{\delta^3}{24\rho},$$

$$M = b\rho^2 \frac{a^2}{3} \left[100 E_1 a - \sigma_s \right] + \frac{b\delta^2}{4} \left[\sigma_s - 100 E_1 a \right] + \frac{200}{24} b E_1 \frac{\delta^3}{\rho},$$

$$M = b\rho^2 \left[(\sigma_s - 100 E_1 a) \left(\frac{\delta^2}{4\rho^2} - \frac{a^2}{3} \right) + 8,33 E_1 \left(\frac{\delta}{\rho} \right)^3 \right].$$

Eine gute Annäherung gibt schon

$$M = b\rho^2 \left[\sigma_s \frac{\delta^2}{4\rho^2} + 8,33 E_1 \left(\frac{\delta}{\rho} \right)^3 \right] = \delta^2 b \left[\frac{\sigma_s}{4} + 8,33 E_1 \frac{\delta}{\rho} \right].$$

Die bildsame Arbeit ist gleich der Summe der Arbeiten, welche dem bildsamen Wege der einzelnen Flächenstreifen $b dy$ mal der mittleren Spannung bei deren Formänderung entspricht.

$$A = 2 \int_0^{\frac{\delta}{2}} \int_{a\rho}^{\frac{\delta}{2}} \left(\frac{\delta}{2\rho} - a \right) \frac{y-a\rho}{\frac{\delta}{2}-a\rho} \left[\sigma_s + \frac{E_1}{2} 100 \left(\frac{\delta}{2\rho} - a \right) \frac{y-a\rho}{\frac{\delta}{2}-a\rho} \right] b dy dx.$$

$$A = \frac{1}{\rho} \frac{1}{2} \frac{\frac{\delta}{2}-a\rho}{\frac{\delta}{2}-a\rho} l b \int_{a\rho}^{\frac{\delta}{2}} (y-a\rho) \sigma_s d y + 2 \frac{\left(\frac{\delta}{2}-a\rho \right)}{\rho \left(\frac{\delta}{2}-a\rho \right)} l b \frac{E_1 100}{2\rho} \frac{\left(\frac{\delta}{2}-a\rho \right)}{\left(\frac{\delta}{2}-a\rho \right)} \int_{a\rho}^{\frac{\delta}{2}} (y-a\rho)^2 d y.$$

$$A = \sigma_s \frac{2}{\varrho} lb \int_{a\varrho}^{\frac{\delta}{2}} (y - a\varrho) dy + \frac{lb}{\varrho^2} E_1 100 \int_{a\varrho}^{\frac{\delta}{2}} (y - a\varrho)^2 dy = B + C,$$

$$B = \sigma_s \frac{lb}{\varrho} \left(\frac{\delta^2}{4} - \varrho \delta a + \varrho^2 a^2 \right),$$

$$C = \frac{lb}{\varrho^2} E_1 100 \left(\frac{\delta^3}{24} - \frac{1}{3} a^2 \varrho^2 - a \varrho \frac{\delta^2}{4} + a^2 \varrho^2 \frac{\delta}{2} \right),$$

$$A = \sigma_s \frac{lb}{\varrho} \left(\frac{\delta}{2} - a\varrho \right)^2 + \frac{lb E_1 100}{3 \varrho^2} (\delta - a\varrho)^2.$$

Für schärfere Biegung ist $a\varrho$ klein gegenüber $\frac{\delta}{2}$. Dann ist eine Vereinfachung möglich auf:

$$A = bl \left(\sigma_s \frac{\delta^2}{4\varrho} + 3,33 E_1 \frac{\delta^3}{\varrho^2} \right).$$

Die Formeln sowohl für das Biegemoment wie für die Biegearbeit gelten für den Bereich $\varrho = 0$ bis $\varrho = \frac{\delta}{2a}$; vorausgesetzt, daß das Zugschaubild nach Fig. 81 zutrifft.

Fall 1b (Fig. 80).

Es bedeutet p die am Ende des Fließbereiches erreichte Streckung im absoluten Maß; E_1 wie früher die Zunahme der Spannung für 1 vH Streckung oberhalb des Fließbereiches im Zugschaubild.

Das Biegemoment setzt sich aus drei Beträgen zusammen:

$$M = 2 \sigma_s \frac{b}{\alpha \varrho} \int_0^{a\varrho} y^2 dy + 2 \sigma_s \int_{a\varrho}^{p\varrho} y dy + 2 \int_{p\varrho}^{\frac{\delta}{2}} \left[\sigma_s + E_1 \left(\frac{\delta}{2\varrho} - p \right) 100 \frac{y - p\varrho}{\frac{\delta}{2} - p\varrho} \right] b y dy,$$

$$M = 2 \sigma_s \frac{b}{\alpha \varrho} \frac{1}{3} (a\varrho)^3 + \sigma_s b (p^2 \varrho^2 - a^2 \varrho^2) + 2 \sigma_s b \int_{p\varrho}^{\frac{\delta}{2}} y dy + 2 \frac{E_1}{\varrho} 100 b \int_{p\varrho}^{\frac{\delta}{2}} (y - p\varrho) y dy,$$

$$M = 2 \sigma_s \frac{b}{3} (a\varrho)^2 + \sigma_s b \varrho^2 (p^2 - a^2) + \sigma_s b \left(\frac{\delta^2}{4} - p^2 \varrho^2 \right) + \frac{2 E_1}{\varrho} 100 b \left[\int_{p\varrho}^{\frac{\delta}{2}} y^2 dy - p \varrho \int_{p\varrho}^{\frac{\delta}{2}} y dy \right].$$

Die Auflösung der eckigen Klammer ergibt für das letzte Glied:

$$X = \frac{2}{\varrho} E_1 100 b \left[\frac{1}{3} \left(\frac{\delta^3}{8} - \varrho^3 p^3 \right) - p \varrho \frac{1}{2} \left(\frac{\delta^2}{4} - p^2 \varrho^2 \right) \right]$$

$$= \frac{2}{\varrho} E_1 100 b \left[\frac{\delta^3}{24} - \frac{1}{3} \varrho^3 p^3 - \frac{1}{8} \delta^2 p \varrho + \frac{1}{2} p^3 \varrho^3 \right]$$

$$= \frac{2}{\varrho} E_1 100 b \left[\frac{\delta^3}{24} - \frac{1}{8} p \varrho \delta^2 + \frac{1}{6} p^3 \varrho^3 \right].$$

Durch Einsetzen von X folgt:

$$M = b \varrho^2 \left[\frac{2}{3} \sigma_s a^2 + \sigma_s (p^2 - a^2) + \sigma_s \left(\frac{\delta^2}{4\varrho^2} - p^2 \right) + 200 E_1 \left(\frac{1}{24} \frac{\delta^3}{\varrho^3} - \frac{1}{8} p \frac{\delta^2}{\varrho^2} + \frac{1}{6} p^3 \right) \right],$$

$$M = b \varrho^2 \left[-\frac{1}{3} \sigma_s a^2 + \frac{1}{4} \frac{\delta^2}{\varrho^2} (\sigma_s - E_1 100 p) + 33 E_1 p^3 + \frac{200}{24} E_1 \frac{\delta^3}{\varrho^3} \right],$$

$$M = b \varrho^2 \left[\frac{\delta^2}{4\varrho^2} (\sigma_s - E_1 100 p) + 33 E_1 p^3 - \frac{1}{3} \sigma_s a^2 + 8,33 E_1 \frac{\delta^3}{\varrho^3} \right].$$

Vor Anwendung der Formeln zu 1b muß man sich zunächst überzeugen, ob man bei der Formänderung in das Gebiet der wieder ansteigenden Spannung

hineinkommt, sonst gilt die Formel nicht. Man muß dann die Rechnung nach 1 a anwenden.

Da das Anwendungsgebiet der Formel nach 2 für alle Krümmungen mit $\varrho < \frac{\delta}{2p}$ gilt, also schärfere Biegungen umfaßt, so macht das zweite und das dritte Glied in der eckigen Klammer sehr wenig aus, so daß man schreiben kann:

$$M = b\varrho^2 \left[\frac{\delta^2}{4\varrho^2} (\sigma_s - E_1 100 p) + 8,33 E_1 \left(\frac{\delta}{\varrho} \right)^3 \right]$$

oder

$$M = b\delta^2 \left[\frac{\sigma_s}{4} + E_1 \left(8,33 \frac{\delta}{\varrho} - 25 p \right) \right].$$

Biegearbeit. $A = A_1 + A_2$.

A_1 = bildsame Arbeit entsprechend einer gleichbleibenden Spannung σ von $y = a\varrho$ bis zur äußersten Faser:

$$A_1 = 2 \int_0^{\frac{l}{2}} \int_{a\varrho}^{\frac{\delta}{2}} \sigma_s b dy dx \frac{\delta}{2\varrho} \frac{y - a\varrho}{\frac{\delta}{2} - a\varrho}.$$

Entsprechend einer früheren Ableitung finden wir

$$A_1 = \frac{\sigma_s b l \delta}{2\varrho} \left(\frac{\delta}{2} - a\varrho \right).$$

Dazu kommt die Arbeit A_2 durch die zusätzliche Spannung in den äußersten Fasern

$$A_2 = 2 \int_0^{\frac{l}{2}} \int_{p\varrho}^{\frac{\delta}{2}} \left(\frac{\delta}{2\varrho} - p \right) dx \frac{y - p\varrho}{\frac{\delta}{2} - p\varrho} \frac{E_1}{2} 100 \left(\frac{\delta}{2\varrho} - p \right) \frac{y - p\varrho}{\frac{\delta}{2} - p\varrho} b dy.$$

Dieser Ausdruck läßt sich vereinfachen zu

$$A_2 = \frac{100 E_1 b}{\varrho^2} \int_{p\varrho}^{\frac{\delta}{2}} (y - p\varrho)^2 dy,$$

$$A_2 = \frac{100 E_1 b l}{\varrho^2} \left(\frac{\delta^3}{24} - \frac{p^3 \varrho^3}{3} - p\varrho \frac{\delta^2}{4} + \frac{p^2 \varrho^2 \delta^2}{2} \right) = 100 E_1 \frac{b l}{3 \varrho^2} \left(\frac{\delta}{2} - p\varrho \right)^3.$$

$$A = \frac{\sigma_s b l \delta}{2\varrho} \left(\frac{\delta}{2} - a\varrho \right) + \frac{100 E_1 b l}{3 \varrho^2} \left(\frac{\delta}{2} - p\varrho \right)^3.$$

Für die hier in Betracht kommenden schärferen Biegungen läßt sich $a\varrho$ gegen $\frac{\delta}{2}$ vernachlässigen, so daß wir finden:

$$A = \sigma_s \frac{b l \delta}{4\varrho} + 33,3 E_1 \frac{b l}{\varrho^2} \left(\frac{\delta}{2} - p\varrho \right)^3. \quad \text{Geltungsbereich: } \varrho < \frac{\delta}{2p}.$$

Zusammenfassung der Formeln über Biegemoment und Biegearbeit.

Moment:

- all 1 a) $M = b \frac{\delta^2}{4} \sigma_s$ für $\varrho < \frac{\delta}{2a}$,
- » 1 b) $M = b\delta^2 \left[\frac{\sigma_s}{4} + E_1 \left(8,33 \frac{\delta}{\varrho} - 25 p \right) \right]$ für $\varrho < \frac{\delta}{2p}$,
- » 2) $M = b\delta^2 \left[\frac{\sigma_s}{4} + 8,33 E_1 \frac{\delta}{\varrho} \right]$ für $\varrho < \frac{\delta}{2a}$.

Arbeit:

$$\text{Fall 1a) } A = b l \frac{\sigma_s}{4} \frac{\delta^2}{\varrho} \quad \text{für } \varrho < \frac{\delta}{2a},$$

$$\text{» 1b) } A = b l \left[\frac{\sigma_s}{4} \frac{\delta^2}{\varrho} + 33,3 E_1 \frac{\left(\frac{\delta}{2} - \rho \varrho \right)^3}{\varrho^2} \right] \quad \text{für } \varrho < \frac{\delta}{2\rho},$$

$$\text{» 2) } A = b l \left[\frac{\sigma_s}{4} \frac{\delta^2}{\varrho} + 3,93 E_1 \frac{\delta^3}{\varrho^2} \right] \quad \text{für } \varrho < \frac{\delta}{2a}.$$

Die Fig. 82 und 83 sind die Auftragungen, welche sich aus der Einsetzung bestimmter Zahlenwerte bei den Fällen 1a, 1b und 2 ergeben.

Die Formeln für M bedürfen nach unseren Versuchen im Falle eines absatzweisen Biegens einer Verringerung von 5 bis 10 vH bei der höchsten mit Walzenbiegemaschinen auf einmal zu erreichenden Teilkrümmung. Für die Größe der bei geringem $\frac{c}{\delta}$ auftretenden Verkleinerung von M geben die früher aufgeführten Versuche einen Anhalt.

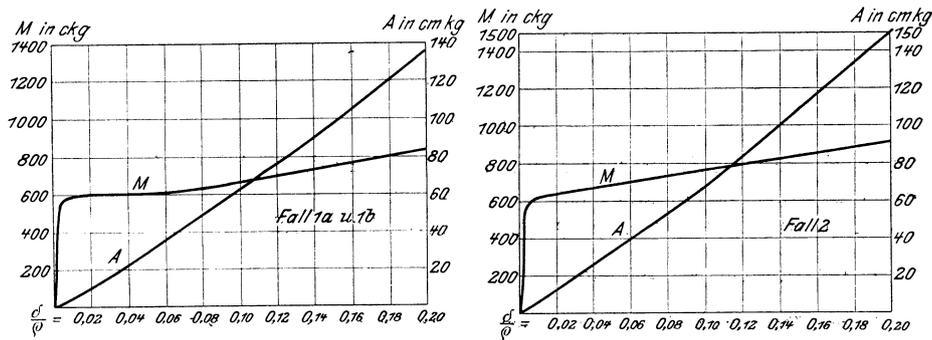


Fig. 82 und 83. Beziehung zwischen Krümmung, Biegemoment und Biegearbeit nach den Formeln in Abschnitt 8.

Sei überall: $\delta = 1$, $b = 1$, $l = 1$, $\frac{\sigma}{\delta} = 2400$, $E = 2\,000\,000$ kg/qcm, $a = 1,832$, $\rho = 2$ vH, $E_1 = 200$ kg/qcm.

Die Formeln für die Biegearbeit sind ohne weiteres verwendbar, da aus unseren Versuchen auf einen Einfluß absatzweise vorgenommenen Biegens und veränderlichen biegender Hebelarms auf den Arbeitsbedarf nicht geschlossen werden kann.

Ausführungen über den Arbeitsbedarf ausgeführter Biegemaschinen und über deren Leistungsfähigkeit.

Wir haben die Wahrnehmung gemacht, daß das in der Praxis zur Ermittlung der Biege widerstände angewendete Verfahren zwar theoretisch nicht auf richtigen Grundlagen beruht, daß man aber durch entsprechendes Einsetzen der Festigkeitsziffer σ_s recht gut das Richtige trifft. Jedoch herrscht über den Arbeitsbedarf noch große Unklarheit, da die Ermittlung nach der naheliegenden Formel

$$A = M \frac{l}{\varrho},$$

die von uns im ganzen als richtig befunden worden ist, sehr geringe Werte liefert. Das rührt nur daher, daß man den außerordentlichen Einfluß der Reibung in der Biegemaschine übersieht.

Wir wollen im Folgenden ein Beispiel für die Ermittlung des Wirkungsgrades geben. Zunächst muß eine Formel für die Mindestzahl der Durchgänge beim Biegen mit Walzen aufgesucht werden.

Sei (vergl. Fig. 74)

r der Halbmesser der Walzen,

$\frac{r}{2}$ der Zapfenhalbmesser der Walzen,

C (im Mittel = $1,5 r$) der Hebelarm der biegenden Kraft,

P der Druck des Bleches auf die Unterwalzen für 1 cm Breite,

$1,5 P$ im Mittel der Druck des Bleches auf die Oberwalze für 1 cm Breite,

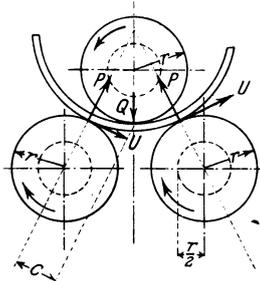


Fig. 84.

dann ist die am Umfange der Unterwalzen übertragbare Arbeit für ein Blechstück von 1 cm Länge und 1 cm Breite = $2 Pf$.

Diese wird, wenn voll ausgenutzt, aufgezehrt durch

- 1) die Biegearbeit = $\frac{\delta^2}{4 \varrho} \sigma_s$,
- 2) die Reibungsarbeit der Oberwalzenzapfen = $\mu \frac{r}{2} 1,5 P \frac{1}{r}$,
- 3) den Rollwiderstand an den 3 Walzen = $3,5 P f_r \frac{1}{r}$ (entstanden aus $(2 P + Q) f_r \frac{1}{r}$).

Es ist also:

$$2 Pf = \frac{\delta^2}{4 \varrho} \sigma_s + \mu \frac{r}{2} 1,5 P \frac{1}{r} + 3,5 P f_r \frac{1}{r}.$$

Für P läßt sich setzen $P = \frac{1}{4} \frac{\delta^2 \sigma_s}{1,5 r}$.

Daraus folgt

$$2 f = 1,5 \frac{r}{\varrho} + 0,75 \mu + 3,5 \frac{f r}{r}$$

und für das Verhältnis:

$$\frac{r}{\varrho} = \frac{2 f - 0,75 \mu - 3,5 \frac{f r}{r}}{1,5},$$

oder bei Vernachlässigung des Rollwiderstandes

$$\frac{r}{\varrho} = (1,33 f - 0,5 \mu).$$

Der Krümmungshalbmesser ϱ ist dann mit einem Durchgange erzielbar.

Beispiel: Sei $f = 0,23$ (Reibung der Ruhe),

$\mu = 0,12$ (nicht zu ungünstig!),

$$f r = \frac{6,5}{100} \text{ cm}; \quad r = 20 \text{ cm}; \quad \frac{f r}{r} = \frac{6,5}{2000},$$

dann ist $\frac{r}{\varrho} = (1,33 \cdot 0,23 - 0,06 - 0,0076) = 0,256$.

Es müßten für $r = \varrho$ etwa 4 Durchläufe stattfinden.

Die Zahl der nötigen Durchläufe, die wir oben ermittelt haben, muß gewöhnlich um 50 vH erhöht werden, weil man gegen Ende der Biegungen, um möglichst genau das verlangte Krümmungsmaß zu erhalten, mit schwächeren Biegungen vorgehen muß. Wir setzen demnach die in einem Durchgange mögliche Biegung

$$\frac{r}{\varrho} = 0,9 f - 0,33 \mu.$$

Um auf einen Halbmesser ϱ_1 zu biegen, ist dann die Zahl der nötigen Durchläufe:

$$n = \frac{\varrho}{\varrho_1} = \frac{r}{\varrho_1 (0,9 f - 0,33 \mu)}.$$

Im Folgenden soll eine einfache Rechnung gegeben werden, um den Wirkungsgrad von Biegemaschinen bei der aus $\frac{r}{\varrho}$ sich ergebenden Zahl der Durchgänge n mit einer für praktische Zwecke ausreichenden Genauigkeit zu bestimmen.

n sei die Zahl der Durchläufe, ϱ_1 der verlangte Krümmungshalbmesser; der Halbmesser der Walzen sei wieder r , der Halbmesser der Zapfen $\frac{r}{2}$, die Kraft Q als Resultierende von P sei im Mittel $= 1,5 P$.

Die Gewichte der Walzen der Biegemaschine sollen vernachlässigt werden, ebenso die Einwirkung der Umfangskräfte U auf die Größe der Zapfendrucke.

Für die Kraft P gelte wieder die einfache Beziehung

$$P = \frac{M}{C} = \frac{1}{C} \frac{b \delta^2}{4} \sigma_s;$$

für die Biegearbeit:

$$A = \frac{1}{4} \frac{b \delta^2}{\varrho_1} \sigma_s.$$

η_1 ist der Wirkungsgrad der Arbeit, welche durch die Zahnräder in die Unterwalzen eingeleitet wird, η_2 der mechanische Wirkungsgrad der Biegemaschine von Wellenleitung oder Elektromotor bis zu den Zahnrädern der Unterwalzen.

Die reine Biegearbeit ist $= \frac{1}{4} \frac{b \delta^2}{\varrho_1} \sigma_s,$

die Zapfenreibungsarbeit $= 3,5 P \mu \frac{r}{2} \frac{l}{r} n,$

die Rollarbeit $= 3,5 P f_r \frac{l}{r} n.$

Auch die außerdem noch hervorzubringende Beschleunigung der Massen spielt eine Rolle, auf welche aber hier nicht eingegangen werden soll.

Es ist dann

$$\eta_1 = \frac{\frac{1}{4} \frac{b \delta^2}{\varrho_1} \sigma_s}{\frac{1}{4} \frac{b \delta^2}{\varrho_1} \sigma_s + 3,5 \frac{1}{C} n \frac{b \delta^2}{4} \sigma_s \left[\mu \frac{r}{2} \frac{1}{r} + \frac{f_r}{r} \right]}$$

$$\eta_1 = \frac{1}{1 + \frac{3,5}{1,5} \frac{\varrho_1}{r} n \left[\frac{\mu}{2} + \frac{f_r}{r} \right]}$$

$$\eta_1 = \frac{1}{1 + 2,23 \frac{\varrho_1}{r} n \left[\frac{\mu}{2} + \frac{f_r}{r} \right]}$$

Setzt man aus der oben gefundenen Gleichung μ ein und vernachlässigt das Glied mit f_r , so findet man

$$\eta_1 = \frac{1}{1 + 2,23 \frac{q_1 \mu}{r} - 2 q_1 (0,9 f - 0,33 \mu)}$$

$$\eta_1 = \frac{1}{1 + 1,12 \frac{\mu}{0,9 f - 0,33 \mu}}$$

$$\eta_1 = \frac{1}{1 + \frac{f}{0,8 \mu} - 0,294} = \frac{f - 0,366 \mu}{0,88 \mu + f}$$

$\eta = \eta_1 \eta_2$, wobei $\eta_2 \approx 0,5$. Wegen der vielen für die große Uebersetzung nötigen Vorgelege und der Verluste beim Umsteuern ist dieser Wert für η_2 nicht zu niedrig angesetzt.

Beispiel: $\frac{f}{\mu} = 1 \dots \dots \eta = 0,167$

» 1,5 » 0,259

» 2,0 » 0,284

» 2,5 » 0,316.

Setzt man für $\frac{f}{\mu} = 2$, $\sigma_s = 2500 \text{ kg/qcm}$, V das Volumen der stündlich gebogenen Bleche von der Länge l in cm, q den Krümmungshalbmesser der Biegung in cm, δ die Blechstärke in cm, so wird

$$N = N_0 + \frac{lb \delta^2 \sigma_s}{4 q 3600 \cdot 7500 \cdot 0,284},$$

also

$$N = N_0 + V \frac{\delta}{q} \frac{1}{12 \cdot 200} \text{ in PS.}$$

Die angegebene Rechnung soll keinen Anspruch auf Genauigkeit erheben, sie soll nur ein Rechenbeispiel sein, welchem man sich beim Entwerfen anschließen kann. Immerhin hatten wir die Genugtuung, daß die Angaben einiger Biegemaschinen bauenden Werke über den Arbeitsbedarf sich recht genau an die soeben abgeleitete Formel anschließen.

Für die genauere Ermittlung kann man je nach dem vorliegenden Falle die Eigenreibung der Maschine, die Veränderlichkeit des Abstandes C , das dem Biegedruck entgegenwirkende Gewicht der Oberwalze, das etwaige Vorhandensein einer vierten Walze, die Verhältnisse beim Umsteuern sinngemäß verwerten, jedoch liegt in allen diesen Bestimmungen der Mangel, daß die Reibungsziffer an den Walzen von deren Zustand und dem Zustand der Blechoberfläche, vor allem aber die Reibung der Zapfen zu sehr von deren Schmierung abhängt. Entsprechend wäre die Rechnung beim Biegen kegelförmiger Gestalten auszuführen, dabei ist das an anderer Stelle genannte Rutschen des Bleches an den Walzen zu berücksichtigen.

Es ist erwünscht, besonders bei elektrischem Einzelantrieb, auch den nötigen Höchstbetrag der Antriebsleistung zu kennen. Man kommt dann auf folgendem Wege einfach zum Ziele. In Fig. 84 seien z. B. die Unterwalzen angetrieben. Am Umfange jeder Unterwalze ist eine Kraft $U = Pf$ verfügbar, worin f die Reibungsziffer zwischen Walzen und Blech darstellt. $2Pfr$ ist der Höchstbetrag des am Umfange der Unterwalzen übertragbaren Momentes, er wird unter gewöhnlichen Verhältnissen erreicht, wenn das Blech die schärfste

Krümmung erreicht hat. Das Moment $2Pfr$ wird zur Ueberwindung der Reibung an den Zapfen der Oberwalze und zum Biegen des Bleches verbraucht. Stellt man nur wenig an, so ist das durch die Unterwalzen übertragene Moment kleiner als $2Pfr$, doch ist das hier gleichgültig. Geht man nun bis auf den Motor zurück, so ist es nicht schwer, mit Berücksichtigung der Lager- und Zahnreibungen die größte auftretende Antriebsleistung zu kennen.

Für die Berechnung von Biegepressen sind die von uns angestellten Versuche über Federungsbetrag, Federungsarbeit und über die Veränderlichkeit des Biegemomentes M mit der Spannweite C von Bedeutung.

Die im Vorigen aufgeführten Versuche und Darlegungen lassen sich sinngemäß auch auf Richtmaschinen erweitern, vor allem für solche, welche zum Richten von Stäben rechteckigen Querschnittes bestimmt sind. Man wird verstehen, daß auch die Richtmaschinen eine bedeutende Menge Reibungsarbeit verzehren müssen. Die Formänderungsarbeit ist wegen der schwachen zu vernichtenden Krümmungen recht gering, die Lagerdrücke aber sehr groß, darum die Antriebsarbeit erheblicher, als man vermuten möchte. Bei Richtmaschinen wird man zur Bestimmung des Arbeitsbedarfes zweckmäßig nur die Reibung der Lager und der Zahnräder in Rechnung stellen und die Biegearbeit ganz vernachlässigen.

Die Biegungslinie.

Es wurde oben erwähnt, daß bildsame Biegung beim Biegen auf Lehre oder unter Walzen sich in scharfem Knick vollzieht, daß also die verlangte scharfe Krümmung erst kurz vor dem Auflaufen auf die Lehre oder die Oberwalze der Biegemaschine stattfindet. Das wird auch recht anschaulich gemacht durch folgendes zeichnerische Verfahren, welches gestattet, die Biegungslinie für den Fall der Biegung durch reines Kräftepaar — nicht auch durch Schub — mit einiger Genauigkeit zu entwerfen. Es lehnt sich dieses Verfahren an das bekannte Mohrsche für die Auffindung der Biegungslinie bei Biegung unterhalb der Proportionalitätsgrenze an. Für nicht zu scharfe Biegung, d. h. zu große Pfeilhöhe ist

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{\rho}.$$

Kennen wir nun von einem Stabe die Momente in den einzelnen Querschnitten, so können wir an Hand der Fig. 82 und 83 die zugehörigen Krüm-

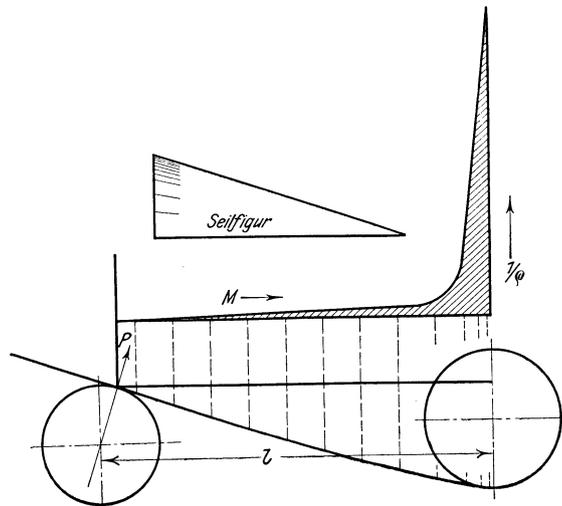


Fig. 85. Aufzeichnung der Biegungslinie bei bildsamer Biegung.

mungshalbmesser ermitteln und winkelrecht zur Längsrichtung des Stabes die Beträge der Krümmungen auftragen. Die aufgetragene Figur behandeln wir als eine Belastung des Stabes und entwerfen das zugehörige Seileck. Dieses ist dann die gesuchte Biegungslinie.

In Fig. 85 soll die Stützrolle links einen Biegedruck ausüben. Das Biegemoment steigt geradlinig bis zum Auflaufpunkt an der Lehre an. Die Fig. 82 oder 83 läßt sich ohne weiteres über dem Stab auftragen, dann wird auf die bekannte Weise das Seileck konstruiert.

Die Wirkung der Schubkräfte auf die Form der Biegungslinie ist dabei vernachlässigt.

9) Zusammenfassung der Versuchsergebnisse und Schlußfolgerungen für den Bau und die Berechnung von Biegemaschinen.

Die Versuche wurden vorgenommen mit weichem Siemens-Martin-Kesselblech, Fließgrenze 2200 bis 2500 at, Festigkeit 4300 at bei 25 vH Dehnung, außerdem mit Flachstäben und Blechen von gewöhnlichem Thomas-Handelseisen von verschiedener Stärke. Das Biegemoment verändert sich bei absatzweise vollzogenem Biegen bei sofortigem Weiterbiegen nur wenig, es steigt z. B. bei einem Kesselmantel von 2000 mm Dmr. und 20 mm Wandstärke vom ersten bis zum letzten Durchlaufe etwa um 8 vH. Bei den in der Praxis in Betracht kommenden schwachen Biegeungsgraden beim Blechbiegen kann man für schnelle Rechnung die alte Formel

$$M = \frac{J}{e} \sigma = W \sigma$$

weiter in der Weise anwenden, daß man für σ die beim Fließen auftretende Spannung, bei Kesselblech etwa 2200 bis 2500 kg/qcm, einsetzt und die Größe $W = \frac{b \delta^2}{4}$, bei sehr scharfen Biegungen oder härterem Stoff ohne ausgesprochene Fließperiode $W = \frac{b \delta^2}{3}$ gegenüber $W = \frac{b \delta^2}{6}$ bei elastischer Biegung einsetzt.

Die Schubspannungen haben bei diesem Ansatz auf den Arbeitsbedarf und bei den Spannweiten $C > 10 \delta$ auf das Biegemoment keinen in Rechnung zu stellenden Einfluß.

Die Tatsache, daß sich das Biegemoment bei gleicher Entfernung der angreifenden Kraft von der Auflaufstelle an der Lehre oder den Biegewalzen nicht im Verhältnis der Breite ändert, sondern bei schmaleren Stäben höher gefunden wurde, hat, wie die Auftragungen zeigen, nur für ganz schmale Stäbe größere Bedeutung; schon bei Stäben vom Breitenverhältnis $\frac{b}{\delta} = 20$ verschwindet der Einfluß.

Die gesamte Biegearbeit steigt ungefähr im gleichen Grade wie die Krümmung, bei schärferer Krümmung etwas rascher.

Die Ergebnisse der Federungsversuche lassen sich in die einfache Formel fassen:

$$A_f = \xi f \frac{\sigma_s^2}{2E} \text{ (vergl. Seite 31).}$$

Von großer Bedeutung für die Bearbeitung der Ergebnisse war der Betrag des Federns, also das Verhältnis des Krümmungshalbmessers nach dem Losnehmen gegenüber dem Halbmesser, auf den der Stab aufgewickelt war (vergl. Abschnitt 7).

Es wurde untersucht, ob sich bei absatzweisem Biegen ein Mehrbedarf an reiner Biegearbeit fühlbar macht gegenüber einer einzigen Biegung. Es konnte das nicht festgestellt werden. Es ist möglich, daß derartiges bei hartem Eisen und Stahl auftritt, jedoch kommen diese Stoffe für das Kaltbiegen weniger in Betracht. Eine Aenderung wurde dagegen vermerkt, wenn zwischen den einzelnen Biegungen Zeiträume von einem oder mehreren Tagen lagen; die eigenartigen Erscheinungen sind in Abschnitt 7 näher behandelt.

Es fragte sich noch, ob ein Biegen in Absätzen nicht dadurch einen Mehrbedarf an Arbeit verlangt, daß nach jeder Teilbiegung der Stab um einen bestimmten Betrag zurückfedert.

Ohne Zweifel gilt dies für die benutzte Einrichtung. Zieht man nach stattgefundenem Aufwickeln des Bleches den Stützbock nach unten, so wird die Federungsarbeit durch Reibung in den Gängen des Gewindes vernichtet. Kurbelt man die Lehre rückwärts, so geht die genannte Arbeit durch Reibung zwischen Schnecke und Schneckenrad verloren.

Auf den Walzenbiegemaschinen hingegen ist der Vorgang anders. Es wurden mit Hilfe einer zweiten Stützrolle Versuche vorgenommen, derart daß das Blech auf die beiden Stützrollen gelegt und dann durch Hochschrauben des Tisches gegen die Lehre gepreßt wurde, ohne bildsame Formänderung zu erleiden.

Die Schaubilder zeigten nur den Ausschlag, der dem Rollenwiderstand an den 3 Walzen und den Lagerreibungen entsprach.

Der Einfluß der Geschwindigkeit des Biegens beträgt bei einer Streck- bzw. Stauchgeschwindigkeit in der äußersten Schicht von 3 vH der Länge in einer Sekunde etwa 20 vH.

Für erwärmtes Eisen ist der Einfluß sehr groß, es wurde eine Erhöhung der Widerstände bis zu 150 vH beobachtet.

Der Grund für das langsame Biegen der gebräuchlichen Walzenbiegemaschinen liegt offenbar nicht in dem etwas höheren Widerstande beim schnellen Biegen, auch nicht an der durch schnelle Formänderung vielleicht verringerten Zähigkeit, sondern vielmehr daran, daß bei geringerer Geschwindigkeit eine genauere Wegesbegrenzung vor dem Umsteuern möglich ist. Bei der Massenerstellung von Röhren, bei welcher selbsttätige Wegesbegrenzung und Umsteuerung stattfindet, wendet man heute Umfangsgeschwindigkeiten der Walzen bis zu 250 mm in der Sekunde an gegenüber 20 mm bei gewöhnlichen Biegemaschinen. Der Hauptgrund dafür, daß man die Biegung absatzweise vornimmt, wurde darin gefunden, daß an der Oberfläche der treibenden Walzen nur die Reibung zur Arbeitsübertragung verfügbar ist. Diese Reibung hängt von dem Druck zwischen Blech und Walzen ab und wird größer bei engerer Walzenstellung. Die genannte Reibung muß dazu dienen, das Blech auf die verlangte Krümmung zu biegen und ferner — was das Wichtigste ist — die Reibung der Zapfen der Oberwalze, den Rollwiderstand und den Beschleunigungswiderstand beim Anlaufen zu überwinden. Zwischen gußeiserner Walze und unbearbeitetem Flußeisenblech fanden wir die Reibungsziffer der Ruhe = 0,23, die der Bewegung = 0,16 bei einer Gleitgeschwindigkeit von 2,5 cm/sk.

Für die Reibung der Zapfen ist bei den vorkommenden kleinen Geschwindigkeiten auch bei geschmierten Flächen eine Reibungsziffer von 0,12 bis 0,15 einzusetzen. Außerdem sind die Zapfen recht dick, der eine Zapfen der Oberwalze ist manchmal kugelförmig und zuweilen so dick wie die Walze selber. Beim Biegen von Formeisen, z. B. von Winkeleisen nach Fig. 88, ist außerdem noch eine beträchtliche gleitende Reibung zwischen Stab und Füh-

rungsflächen zu überwinden. Auch beim Biegen kegelförmiger Gestalten mittels gewöhnlicher Biegemaschinen mit zylindrischen Walzen tritt ein Rutschen ein, welches die in einem Durchgange mögliche zusätzliche Krümmung — entsprechend der Verjüngung des Kegels — mehr oder weniger herabsetzt. Es findet dort nur an einer einzigen Stelle der Unterwalzen ein Mitnehmen statt, an den übrigen rutscht das Blech. Einerseits kommt dadurch nur die Reibungsziffer der Bewegung für das Mitnehmen in Betracht, anderseits wird viel Arbeit durch Reibung vernichtet. Von der geringeren auf das Blech übertragenen Arbeit geht nun noch ein großer Teil durch Rutschen an der Oberwalze verloren. Es ist darum zu verstehen, daß die doppelte, manchmal sogar die dreifache Zahl der Durchgänge wie beim Biegen von Zylindern erforderlich ist.

Ein anderer wichtiger Grund kommt noch hinzu, der die Zahl der nötigen Durchläufe noch über das zur Uebertragung der erforderlichen Arbeit nötige Maß erhebt. Gegen Ende des Biegevorganges muß man, um die Krümmung möglichst genau auf das verlangte Maß zu bringen, mit größerer Vorsicht, also schwächeren Biegungen vorgehen. Die auch wohl gehörte Begründung, daß bei einer größeren Zahl Teilbiegungen eine bessere Gleichmäßigkeit der Krümmung zu erzielen wäre, ist nach Vergleichsversuchen, die ich nach dem System der drei Walzen vorgenommen habe, hinfällig.

Bei der Biegemaschine mit 3 Walzen wird der Einfluß der Zapfenreibung verringert durch Anwendung einer recht dicken Oberwalze, jedoch wird man zu diesem Mittel nur selten greifen können, da es erwünscht ist, auch auf recht kleine Durchmesser biegen zu können, also die Oberwalze möglichst dünn zu halten. Solche kleine Durchmesser kommen ja eigentlich meist nur bei entsprechend dünnerem Blech vor, das man in einer schwächeren Maschine biegen könnte. Jedoch begnügen sich die meisten Maschinenbauwerkstätten mit der Anschaffung einer — entsprechend starken — Biegemaschine.

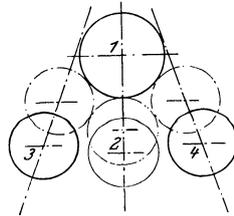


Fig. 86.

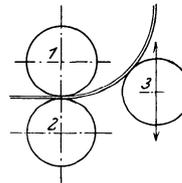


Fig. 87.

Man hat eine Anordnung mit 4 Walzen nach Fig. 86 vorgeschlagen, bei welcher die Walzen 1 und 2 treiben und 3 und 4 lose laufen. Diese Bauweise ermöglicht eine schärfere Krümmung, namentlich bei erhitztem Eisen, dessen Oberfläche eine geringere Reibung hat, jedoch hat sie auch Schwierigkeiten. Die Walze 1 wird durch die rückwirkenden Auflagerkräfte der Walzen 3 und 4 und außerdem durch die Pressung der Walze 2 stark auf Biegung beansprucht, die Sicherheit des Durchziehens wird durch Verschiedenheiten in der Blechdicke gefährdet, außerdem kann der Druck auf die Walzen 1 und 2 durch zufällige Krümmung in der Querrichtung erhöht werden. Beim Biegen dünnen Bleches wendet man wohl eine Bauart mit drei Walzen nach Fig. 87 an. Die Walzen 1 und 2 ziehen das Blech durch, 3 läuft lose mit und kann verstellt werden. Die treibenden Walzen 1 und 2 bekommen infolge des kleinen biegenden Hebelarmes einen verhältnismäßig großen Druck, weshalb sie entsprechend stark gemacht werden müssen, wogegen die geschleppte Walze 3 infolge des größeren Abstandes einen kleineren Druck und kleinere Zapfenrei-

bung aufweist. Ein Vorteil ist, daß das ungebogene Stück am Ende des Bleches klein ausfällt.

Die Zahl der erforderlichen Durchläufe ist von großer Bedeutung für die Leistungsfähigkeit der Maschinen, von ebenso großer für den gesamten Arbeitsbedarf. Die Ableitung einer Formel, aus welcher sich die Zahl der nötigen Durchläufe ergibt, ist in Abschnitt 8 zu finden. Diese Formel gibt die Mindestzahl der Durchläufe an. In der Praxis pflegt die Zahl aus den oben angegebenen Gründen größer zu sein, wir schlagen darum 50 vH zu.

Auf der oben genannten Formel für die Zahl der nötigen Durchläufe wurde eine andere aufgebaut für den gesamten Arbeitsbedarf beim Biegen von unerwärmtem Blech. Sie lautet:

$$N = N_0 + V \frac{\delta}{\rho} \frac{1}{12 \cdot 200} .$$

Darin ist N die Zahl der Pferdestärken, N_0 die Zahl der Pferdestärken für den Leerlauf, V der Rauminhalt der stündlich gebogenen Bleche in cm^3 , δ die Blechstärke und ρ der Krümmungshalbmesser der Biegung in cm.

Querschnitte von anderer als Blech- oder flachstabähnlicher Form lassen sich mit zylindrischen Walzen nicht einwandfrei biegen. Entweder tritt ein Verdrücken der Form ein wie bei Röhren, Wellblechen oder ein Kanten und Knicken wie bei Winkeleisen, Hochkantflacheisen. Im ersteren Falle — eine Wirkung des Biegemomentes in einer Symmetrieebene — verdrückt die Oberflächenpressung den Querschnitt; im zweiten Falle — Biegemoment in einer Ebene ohne Symmetrie — ist ein Kanten die Folge (bei Hochkanteneisen, **I**-Eisen u. dergl. gibt es eine Grenze, bei welcher auch an praktisch durchaus symmetrischen Querschnitten ein Umknicken erfolgt). Die äußeren Einwirkungen suchen den Stab nach der verlangten Achse ohne Symmetrie zu biegen, der Stab selber ist aber bestrebt, sich nach der Hauptsymmetrieebene zu biegen, aus diesem Widerstreit ergibt sich ein Windschiefwerden.

Für die Praxis wird es sich neben hinreichender Stützung des Werkstückes empfehlen, mit 4 Walzen zu biegen, von welchen zwei angetrieben werden, weil sonst die Leistungsfähigkeit zu gering sein würde.

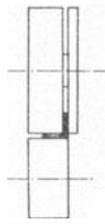


Fig. 88.



Fig. 89.

Die zur Verhütung des Kantens angewendeten Mittel bringen so viel Fremdes und den eigentlichen Biegevorgang Verschleiernendes in die Versuchsanordnung hinein, daß von der Verfolgung dieser Fälle leider abgesehen werden mußte. Für den Fall des Biegens von Winkeleisen nach Fig. 88 wurde die Versuchseinrichtung geeignet gemacht, die angegebenen Gründe erschwerten aber die Gewinnung brauchbarer Ergebnisse zu sehr. Es ist bei der angegebenen Anordnung ein Rutschen nicht zu vermeiden. Da die erforderlichen Stützkkräfte sehr groß sind, so spielen diese Reibungsverluste eine zu große Rolle gegenüber der Biegearbeit. Das ist um so mehr zu bedauern, als solche

Versuche über die Beeinflussung der Fasern untereinander vielleicht klarere Auskunft geben würden als das Biegen von Blech.

Beim Biegen auf Lehre könnte man die Versuche mit Winkeleisen ermöglichen durch Anbringung einer Stützrolle nach Fig. 89, jedoch bietet diese Bauweise so viele Schwierigkeiten, daß ich auf sie verzichten mußte.



Sonderabdrücke aus der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure,

die in folgende Fachgebiete eingeordnet sind:

- | | |
|---|--|
| <ol style="list-style-type: none">1. Bagger.2. Bergbau (einschl. Förderung und Wasserhaltung).3. Brücken- und Eisenbau (einschl. Behälter).4. Dampfkessel (einschl. Feuerungen, Schornsteine, Vorwärmer, Überhitzer).5. Dampfmaschinen (einschl. Abwärmekraftmaschinen, Lokomobilen).6. Dampfturbinen.7. Eisenbahnbetriebsmittel.8. Eisenbahnen (einschl. Elektrische Bahnen).9. Eisenhüttenwesen (einschl. Gießerei).10. Elektrische Kräftezeugung und -verteilung.11. Elektrotechnik (Theorie, Motoren usw.).12. Fabrikanlagen und Werkstatteinrichtungen.13. Faserstoffindustrie.14. Gebläse (einschl. Kompressoren, Ventilatoren). | <ol style="list-style-type: none">15. Gesundheitsingenieurwesen (Heizung, Lüftung, Beleuchtung, Wasserversorgung und Abwässerung).16. Hebezeuge (einschl. Aufzüge).17. Kondensations- und Kühlanlagen.18. Kraftwagen und Kraftboote.19. Lager- und Ladevorrichtungen (einschl. Bagger).20. Luftschifffahrt.21. Maschinenteile.22. Materialkunde.23. Mechanik.24. Metall- und Holzbearbeitung (Werkzeugmaschinen).25. Pumpen (einschl. Feuerspritzen und Strahlapparate).26. Schiffs- und Seewesen.27. Verbrennungskraftmaschinen (einschl. Generatoren).28. Wasserkraftmaschinen.29. Wasserbau (einschl. Eisbrecher).30. Meßgeräte. |
|---|--|

Einzelbestellungen auf diese Sonderabdrücke werden gegen Voreinsendung des in der Zeitschrift als Fußnote zur Überschrift des betr. Aufsatzes bekannt gegebenen Betrages ausgeführt.

Vorausbestellungen auf sämtliche Sonderabdrücke der vom Besteller ausgewählten Fachgebiete können in der Weise geschehen, daß ein Betrag von etwa 5 bis 10 M eingesandt wird, bis zu dessen Erschöpfung die in Frage kommenden Aufsätze regelmäßig geliefert werden.

Zeitschriftenschau.

Vierteljahrsausgabe der in der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure erschienenen Veröffentlichungen 1898 bis 1910.

Preis bei portofreier Lieferung für den Jahrgang
3,— M für Mitglieder. 10,— M für Nichtmitglieder.

Seit Anfang 1911 werden von der Zeitschriftenschau der einzelnen Hefte einseitig bedruckte gummierte Abzüge angefertigt.

Der Jahrgang kostet

2,— M für Mitglieder.

4,— M für Nichtmitglieder.

Portozuschlag für Lieferung nach dem Ausland 50 Pfg für den Jahrgang. Bestellungen, die nur gegen vorherige Einsendung des Betrages ausgeführt werden, sind an die **Redaktion der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, Berlin NW., Charlottenstraße 43** zu richten.

Mitgliederverzeichnis d. Vereines deutscher Ingenieure.

Preis 2,50 M. Das Verzeichnis enthält die Adressen sämtlicher Mitglieder sowie ausführliche Angaben über die Arbeiten des Vereines.

Bezugsquellen.

Zusammengestellt aus dem Anzeigenteil der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure. Das Verzeichnis erscheint zweimal jährlich in einer Auflage von 35 bis 40000 Stück. Es enthält in deutsch, englisch, französisch, italienisch, spanisch und russisch ein alphabetisches und ein nach Fachgruppen geordnetes Adressenverzeichnis. Das Bezugsquellenverzeichnis wird auf Wunsch kostenlos abgegeben.