

Metronomische Beiträge

№ 6.

Kapillaritäts-Untersuchungen

und ihre

Verwerthung bei der Bestimmung der alkoholometrischen Normale

von

Dr. B. Weinstein.

Herausgegeben

von der

Kaiserlichen Normal-Aichungs-Kommission.

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1889.



Metronomische Beiträge

№ 6.

Kapillaritäts-Untersuchungen

und ihre

Verwerthung bei der Bestimmung der alkoholometrischen Normale

von

Dr. B. Weinstein.

Herausgegeben

von der

Kaiserlichen Normal-Aichungs-Kommission.



Additional material to this book can be downloaded from <http://extras.springer.com>

ISBN 978-3-662-32021-1 ISBN 978-3-662-32848-4 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-662-32848-4

Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1889

V o r w o r t.

In vorliegender Arbeit werden die Ergebnisse der experimentellen und theoretischen Kapillaritäts-Untersuchungen mitgetheilt, mit welchen Herr Dr. B. Weinstein im Interesse des alkoholometrischen Aichungswesens innerhalb der Normal-Aichungs-Kommission betraut gewesen ist.

Die Untersuchungen haben sich auf die Erforschung der Unsicherheiten, welche in wasserreicheren Spiritus-Mischungen die Angaben der Alkoholometer bieten, und im Anschlusse hieran auf die Bestimmung der Kapillaritäts-Konstanten der in Frage kommenden Flüssigkeiten erstreckt. Sie sind zum grösseren Theil in den Jahren 1883 bis 1885 angestellt worden, haben aber in den Jahren 1888 und 1889 einige Vervollständigungen, insbesondere hinsichtlich des einschlägigen Verhaltens neuerer Glassorten, erfahren.

Die wesentlichen Ergebnisse der Arbeit hat der Verfasser auf Seite 36 zusammengefasst. Man wird aus dieser Zusammenfassung ersehen, welcher ansehnliche Gewinn an Zuverlässigkeit für die Bestimmung alkoholometrischer Normale erzielt wurde, während auch Einiges für die wissenschaftliche Erforschung der Kapillaritäts-Erscheinungen und für die Klärung der mit ihnen zusammenhängenden allgemeineren Fragen der Molekular-Physik gewonnen ist.

Bei der Feststellung der Prototype und Normale des alkoholometrischen Aichungswesens haben die Ergebnisse praktische Verwerthung gefunden. Eingehende Mittheilungen über diese letzteren Arbeiten, sowie überhaupt über die bei der Feststellung der alkoholometrischen Normalskalen befolgten Gesichtspunkte und Methoden hat die Normal-Aichungs-Kommission für später vorbehalten.

Berlin, im Juli 1889.

W. Foerster
Geheimer Regierungsrath.

Inhalt.

	Seite
Einleitung.	
1. Ueber die Gleichgewichtslage schwimmender Körper und die Abhängigkeit der Angaben von Alkoholometern von den Kapillaritätserscheinungen	1
2. Bedeutung der Veränderlichkeit aräometrischer Angaben nach der Kapillaritätstheorie .	6
3. Einführung von Mischungen aus Glyzerin und Spiritus und Reduktion der Angaben eines Alkoholometers in solchen Mischungen auf Angaben in reinen Wasser-Alkoholmischungen	7
4. Bestimmung der Kapillaritätskoeffizienten für Glyzerin, Wasser, Alkohol und deren Mischungen bei gewöhnlicher Temperatur	10
5. Einfluss der Temperatur auf die Kapillarität der Flüssigkeiten	17
6. Abhängigkeit des Kapillaritätskoeffizienten des Wassers von der Temperatur	23
7. Abhängigkeit des Kapillaritätskoeffizienten des Alkohols und Glyzerins von der Temperatur	30
8. Abhängigkeit des Kapillaritätskoeffizienten der Wasser-Alkoholmischungen von der Temperatur	31
9. Die Kapillaritätskoeffizienten der Wasser-Alkoholmischungen bei der Normal-Temperatur .	33
10. Ergebnisse für die Reduktion aräometrischer Beobachtungen in Glyzerinmischungen auf solche in Spiritusmischungen	35
11. Schlussergebnisse	36
Tafel I bis IV.	

Einleitung.

Die nachfolgend veröffentlichten Untersuchungen sind zunächst durch eine rein praktische Frage des Maass- und Gewichtswesens veranlasst. Es handelte sich um Bestimmung derjenigen Fehler, welche erfahrungsmässig bei Dichtigkeitsbestimmungen von Flüssigkeiten mit Hülfe von Aräometern durch Unregelmässigkeiten in der Ausbildung der Flüssigkeitsberge, welche durch die kapillaren Kräfte an den Aräometern angehoben werden, entstehen. Solche Unregelmässigkeiten in den Kapillaritätserscheinungen an eingetauchten Körpern sind schon vielen Forschern, so namentlich Hagen, Wilhelmi, Jakobi, Simon, Volkmann, aufgefallen. Für die Normal-Aichungs-Kommission gewannen sie besonderes Interesse, als man daran ging, die Normale für die Alkoholometer mit einer Genauigkeit herzustellen, welche der bei Konstruktion der Normale für Gewichte, Längenmaasse und Thermometer erreichten, wenigstens annähernd, entsprechen sollte. Die bei dieser Gelegenheit unternommenen Arbeiten führten zu der Untersuchung der Kapillaritätskräfte verschiedener Flüssigkeiten, sowie derjenigen Verhältnisse, von welchen die Wirkungen dieser Kräfte beeinflusst werden können. Demgemäss enthält die vorliegende Veröffentlichung Beobachtungen über die Gleichgewichtslage schwimmender Körper (von der Form der Alkoholometer) nach vorheriger verschiedener Behandlung dieser Körper und der betreffenden Flüssigkeiten, sodann Bestimmungen der Kapillaritätskonstanten für Wasser, Alkohol, Glyzerin und Mischungen dieser Flüssigkeiten und der Abhängigkeit dieser Konstanten von der Temperatur. Dazu kommen die praktischen Anwendungen der Ergebnisse für die Alkoholometrie und für die Bestimmung der Alkoholometernormale der Kommission, daneben einige mehr theoretische Darlegungen.

Entsprechend der Veranlassung zu diesen Arbeiten waren die metronomisch wichtigen Beobachtungen und Ergebnisse in den Vordergrund zu stellen, doch dürften einige der Untersuchungen, weil sie allgemeinere Probleme der Physik berühren, auch theoretisch nicht ohne Interesse sein.

1. Ueber die Gleichgewichtslage schwimmender Körper und die Abhängigkeit der Angaben von Alkoholometern von den Kapillaritätserscheinungen.

Die Form und Masse des Wulstes, welcher an einem in einer benetzenden Flüssigkeit schwimmenden Körper da, wo letzterer die Flüssigkeitsoberfläche verlässt, vermöge der Kapillarwirkungen ansteigt, hängt zunächst ab von der Art und Temperatur der betreffenden Flüssigkeit, dann aber auch von der Oberflächenbeschaffenheit dieser Flüssigkeit und anscheinend in noch höherem Grade von der des Körpers an der Eintauchungsstelle. Nicht bei allen Flüssigkeiten tritt der Einfluss der Oberflächenbeschaffenheit gleich auffällig hervor; bei nahezu reinem Alkohol z. B. ist er so gering, dass eingesenkte Körper immer die nämlichen Erscheinungen bieten, wie auch der Zustand ihrer Oberfläche sein mag. Bei anderen Flüssigkeiten dagegen, so namentlich bei Wasser, sind die Kapillaritätserscheinungen in so hohem Maasse von der Oberflächenbeschaffenheit der eingesenkten Körper abhängig, dass der Flüssigkeitswulst kaum in zwei Fällen an Form und Masse gleich gefunden wird. Da nun dieser Wulst mit seinem ganzen Gewicht an dem schwimmenden Körper hängt und somit als Beschwerung des Körpers dient, so werden in solche Flüssigkeiten eingesenkte Körper bald mehr, bald weniger tief herabgezogen. Die Gleichgewichtslage der Körper folgt so sehr dem Gewicht des angehobenen Flüssigkeitsringes, dass vielfach (so namentlich von Arago und Wilhelmi) versucht worden ist, aus derselben und ihrer Variation auf die Grösse und Veränderlichkeit der kapillaren Kräfte zu schliessen. Demnach machen auch Aräometer zunächst in Wasser und dann in wasserreichen Mischungen mit Alkohol so

schwankende Angaben, dass die bei solcher volumetrischen Bestimmung der Dichtigkeit zu erreichende Sicherheit weit hinter der durch hydrostatische Wägungen zu erzielenden zurückbleibt. Speziell für Mischungen aus Wasser und Alkohol lehren die von der Normal-Aichungs-Kommission während einer längeren Reihe von Jahren gesammelten Erfahrungen, dass man, sobald der Alkoholgehalt weniger als 15 Gewichtsprozent (Gp) beträgt, die Richtigkeit der Angabe eines eingesenkten Alkoholometers selbst bei Instrumenten feinerer Konstruktion nicht auf $\frac{2}{10}$ des Prozents verbürgen kann. Bei 0 Gp, das heisst in reinem Wasser, kann die Differenz zwischen zwei unter verschiedenen Verhältnissen vorgenommenen Eintauchungen sogar bei Instrumenten, bei welchen auf der Skale das Intervall von einem Prozent 5 mm oder mehr beträgt, bis auf 0,8 Gp steigen, so dass hier jede Angabe illusorisch wird.

Von den vielen auf der Kommission in mannigfachen Versuchsreihen erhaltenen Zahlen mögen hier einige als Beispiele vorgeführt werden.

Es wurden die Nullpunkte zweier in 0,25 Gp getheilte, von $-0,5$ bis 35 Gp reichender Alkoholometer aus Glas, bei denen das Prozentintervall nahezu 6 mm betrug, zu verschiedenen Zeiten mit aller Sorgfalt in reinem destillirten Wasser bestimmt. Man fand folgende, auf eine bestimmte Temperatur ($15,56^{\circ}$ C) reduzierte, wie im deutschen Aichungswesen üblich, an der Schnittlinie des Flüssigkeitsspiegels mit dem Instrument ausgeführte Ablesungen:

Reihe	Erstes Alkoholometer			Zweites Alkoholometer		
	Datum	Ablesung	Mittel	Datum	Ablesung	Mittel
1	1. 6. 76	erste Eintauchung + 0,20 Gp	+ 0,19 Gp = + 1,10 mm	13. 6. 76	erste Eintauchung + 0,38 Gp	+ 0,35 Gp = + 2,10 mm
		zweite » + 21 »			zweite » + 36 »	
		dritte » + 16 »			dritte » + 30 »	
2	15. 9. 77	erste » - 0,20 »	- 0,23 Gp = - 1,33 mm	11. 11. 79	erste » - 0,20 »	- 0,18 Gp = - 1,08 mm
		zweite » - 24 »			zweite » - 18 »	
		dritte » - 26 »			dritte » - 16 »	
3	11. 11. 79	erste » - 0,33 »	- 0,31 Gp = - 1,80 mm	15. 11. 79	erste » - 0,12 »	- 0,09 Gp = - 0,54 mm
		zweite » - 30 »			zweite » - 09 »	
		dritte » - 30 »			dritte » - 07 »	
4	9. 3. 81	erste » - 0,07 »	- 0,13 Gp = - 0,75 mm	3 ^m später	erste » - 0,13 »	- 0,14 Gp = - 0,84 mm
		zweite » - 17 »			zweite » - 13 »	
		dritte » - 15 »			dritte » - 16 »	
5	28. 7. 81	erste » - 0,04 »	+ 0,01 Gp = + 0,06 mm	9. 3. 81	erste » + 0,14 »	0,00 Gp = - 0,02 mm
		zweite » + 06 »			zweite » - 08 »	
		dritte » + 01 »			dritte » - 07 »	
6	28. 7. 81	erste » - 0,04 »	+ 0,01 Gp = + 0,06 mm	28. 7. 81	erste » + 0,01 »	0,00 Gp = - 0,02 mm
		zweite » + 06 »			zweite » - 01 »	
		dritte » + 01 »			dritte » - 01 »	
7	10. 8. 81	erste » - 0,08 »	- 0,11 Gp = - 0,63 mm	10. 8. 81	erste » - 0,10 »	- 0,07 Gp = - 0,42 mm
		zweite » - 13 »			zweite » - 04 »	

Die Abweichungen der einzelnen Mittelzahlen von einander sind erheblich und steigen bei beiden Instrumenten bis zu 0,5 Gp = etwa 3 mm. Die Deutung der Erscheinungen wird aber dadurch erschwert,

dass trotzdem in einer und derselben Reihe von Bestimmungen häufig zwischen den einzelnen Zahlen die beste Uebereinstimmung herrscht. So sind die mittleren Abweichungen der Einzelbeobachtungen vom Mittel der betreffenden Reihe bei den extremen Mittelzahlen:

erstes Alkoholometer	zweites Alkoholometer
0,02 Gp = 0,11 mm	0,03 Gp = 0,18 mm
0,01 » = 0,06 »	0,01 » = 0,06 »

und in keiner Reihe übersteigt die Abweichung zwischen den einzelnen Beobachtungen 0,25 Gp = 1,5 mm. Man kann also bei einer solchen Bestimmung mit einander relativ gut harmonisirende Zahlen bekommen, ohne doch der Richtigkeit dieser Zahlen, wie in den angegebenen Beispielen, auf 0,5 Gp sicher zu sein.

Die obigen Angaben betreffen Fälle, in denen die Spindeln bei den einzelnen Versuchen in ziemlich gleicher Weise behandelt worden sind. Die Differenz zwischen zwei Eintauchungen wird noch grösser, wenn man ein Instrument absichtlich unter verschiedenen Verhältnissen benutzt, wie aus den folgenden Versuchen erhellt.

Ein Normalalkoholometer aus Glas, dessen Spindel eine Dicke von 4,2 mm hatte, wurde 50 mal in destillirtes Wasser eingesenkt und abgelesen, nachdem es zwischen den einzelnen Einsenkungen verschiedenen Einfettungen und Reinigungen unterzogen war. Die nachfolgende Zusammenstellung enthält: in der ersten Spalte die Nummer des Versuchs, in der zweiten das Datum, die dritte giebt die Behandlungsweise des Alkoholometers und die zu den Reinigungen benutzten Chemikalien: Wasser, Ammoniak, Mischung aus Ammoniak und Spiritus von 90 Gp, Mischung aus Ammoniak und Alkohol, stark konzentrierte Natronlauge, Salpetersäure, Alkohol, bezeichnet mit *aq*, *A*, *M₁*, *M₂*, *N*, *S*, *Alk*; die vierte Spalte enthält Bemerkungen über die Benetzung an der Stelle, wo der Wulstrand sich befindet, entnommen aus dem Anblick, welchen der Wulst darbot, und aus der Art, wie das Alkoholometer, wenn es ein wenig in die Flüssigkeit hineingestossen wurde, sich auf und ab bewegte, die fünfte giebt die Ablesungen des Instrumentes bei den einzelnen Eintauchungen in Theilen des Prozents 0 bis 1, sowie in Millimetern Höhe über der Marke 0 der Skale, in der letzten endlich ist die Höhe des Wulstes in Millimetern angemerkt.

Nummer des Versuchs	Datum	Behandlung des Alkoholometers und des benutzten Wassers	Benetzung	A b l e s u n g		Höhe des Wulstes in mm
				in Theilen der Gp	in mm	
1	16. 1. 84	Kalte <i>S</i> , <i>aq</i> , heisse <i>N</i> , 30 ^m , <i>M₁</i> , Wasser vor Ver- such filtrirt	sehr gut	+ 0,10	+ 0,68	2,4
2		<i>M₁</i>		+ 0,13	+ 0,88	
3		<i>M₁</i>		+ 0,16	+ 1,09	
4		mit nicht ganz reinem Leinen abgewischt	nicht schlechter wie vorher	+ 0,06	+ 0,41	
5		ebenso		+ 0,01	+ 0,07	2,4
6		mit Talg bestrichen und blank geputzt		- 0,01	- 0,07	
7		<i>Alk</i> , zwischen die (durch Streichen durch das Haar etwas fettig gemachten) Finger gezogen, nicht abgewischt	nicht schlecht	- 0,09	- 0,61	
8		mit Talg eingerieben, nicht abgewischt	» »	- 0,02	- 0,14	
9		Spindel und Taucher eingefettet		- 0,12	- 0,82	0,5
10		» » » mit Talg eingerieben, nicht abgewischt		+ 0,03	+ 0,20	
11		Spindel stark eingefettet, nicht abgewischt	zuerst Depression dann eben dann Wulst	- 0,37	- 2,52	
12		abgewischt und stark abgerieben				
13		ebenso		- 0,15	- 1,02	2,1
14		»		- 0,12	- 0,82	
15		» , reines Tuch		- 0,08	- 0,54	
16		<i>M₁</i> , fein abgetrocknet		- 0,02	- 0,14	
17		ebenso		+ 0,10	+ 0,68	
18		»		+ 0,19	+ 1,29	
19		<i>M₁</i> , <i>N</i> , 5 ^m , <i>aq</i> , <i>M₁</i>		+ 0,20	+ 1,36	2,1
20	17. 1. 84 über Nacht in <i>N</i> , dann <i>aq</i> , <i>M₁</i>		+ 0,22	+ 1,50		
			+ 0,30	+ 2,04		

Nummer des Versuchs	Datum	Behandlung des Alkoholometers und des benutzten Wassers	Benetzung	A b l e s u n g		Höhe des Wulstes in mm
				in Theilen der Gp	in mm	
21	17. 1. 84	M_1, Alk	ganz schlecht	keine Ab- lesung		
22		M_1	immer noch schlecht	+ 0,29	+ 1,97	
23		M_1	sehr gut	+ 0,29	+ 1,97	
24		Alk, M_1	gut	+ 0,23	+ 1,56	
25		M_1, N, M_1	gut	+ 0,08	+ 0,54	
26		M_1		+ 0,07	+ 0,48	
27		M_1, M_2		+ 0,09	+ 0,61	
28		$N, 10^m$, Stelle — 0,5 bis 2 Gp mit Tuch allein, ohne die Spindel zwischen die Finger zu nehmen, abgestrichen		— 0,04	— 0,27	
29	18. 1. 84	S, M_1, M_2 , heisse N, aq, M_1, M_2 , in N über Nacht, dann aq, M_1, M_2		+ 0,29	+ 1,97	
30		M_2		+ 0,24	+ 1,63	
31		ebenso		+ 0,24	+ 1,63	
32		»		+ 0,19	+ 1,29	
33		» die Eintauchstelle nicht abgewischt, sondern das M_2 daselbst verdunsten lassen .	nicht schlecht	+ 0,07	+ 0,48	
34		ebenso, aber abgewischt	ganz schlecht	+ 0,06	+ 0,41	
35		S, N, aq, M_1, M_2		+ 0,27	+ 1,84	
36		heisse $S, 15^m$, heisse $N, 15^m, aq, M_1, M_2$		+ 0,31	+ 2,11	2,38
37	19. 1. 84	über Nacht in N, aq, M_1, M_2 , neues Tuch, Wasser filtrirt		+ 0,32	+ 2,18	
38		N, aq, M_1, M_2		+ 0,27	+ 1,84	
39		heisses Wasser 60^0	sehr gut	+ 0,31	+ 2,11	
40	21. 1. 84	44 Stunden in N, aq, M_1, M_2, Alk , gewogen, M_2 , Wasser filtrirt	sehr gut	+ 0,36	+ 2,45	2,11
41		M_2		+ 0,36	+ 2,45	2,04
42		M_2		+ 0,33	+ 2,24	
43		20^m in kochendem Wasser gespült, M_2		+ 0,32	+ 2,18	
44		$N, 5^m, aq, M_1, M_2$		+ 0,37	+ 2,52	
45		N, aq, M_1, M_2		+ 0,37	+ 2,52	
46		N, aq, M_1, M_2 heisses Wasser 70^0		+ 0,33	+ 2,24	
47		N, aq , heisses Wasser $70^0, M_1, M_2$	sehr schön	+ 0,36	+ 2,45	2,24
48		N , heisses Wasser, M_1, M_2		+ 0,33	+ 2,24	2,04
49		N, M_2 , heisses Wasser, M_1, M_2		+ 0,38	+ 2,58	
50		N, M_2 , heisses Wasser, M_1, M_2		+ 0,35	+ 2,38	

Besonders zu bemerken ist:

Bei allen Reinigungen ist das Instrument in die betreffende Flüssigkeit ganz hineingethan worden.

Das Wasser, in welchem die Ablesungen des Alkoholometers geschahen, war käufliches destillirtes Wasser, es wurde so oft als möglich zwischen den einzelnen Versuchen filtrirt. Seine Dichtigkeit fand sich am Ende der Versuche durch Auswägung eines Schwimmkörpers von bekanntem Volumen bei $16^0 C$ zu 0,998993; da reines destillirtes Wasser bei der nämlichen Temperatur nach den Tabellen der Kommission (Metronomische Beiträge No. 1, Tafel 16) genau dieselbe Dichtigkeit aufweist, ist das Wasser durch die ganze Reihe von Versuchen rein geblieben.

Das Gewicht des Alkoholometers betrug in Luft von mittlerer Beschaffenheit vor den Versuchen 59,449 g, nach dem 39. Versuch fand es sich von ganz derselben Grösse, darf also bis zum 40. Versuche sicher und späterhin mit hoher Wahrscheinlichkeit als bis auf wenige Milligramm unverändert geblieben ange-

sehen werden. Zur grösseren Sicherheit ist das Alkoholometer einmal durch 48 Stunden in Natronlauge gelassen und dann wieder gewogen worden, auch hier fand sich die früher angegebene Zahl wieder.

Bei jeder Eintauchung wurde das Alkoholometer bis zu 10 mm tiefer als der Gleichgewichtslage entsprach eingesenkt; es geschah das, um die Benetzung einigermaassen zu erleichtern.

Alle Ablesungen sind auf eine und dieselbe Temperatur reduziert.

Die ausserordentliche Verschiedenheit zwischen den einzelnen Ablesungen fällt sofort in die Augen; die kleinste Ablesung, entsprechend der höchsten Stellung des Instruments, findet sich in Versuch 11, wo die Spindel durch Fett stark verunreinigt war, die grösste, entsprechend der tiefsten Stellung in Versuch 49, nach der ausserordentlichen Reinigung in Versuch 40. Die Differenz zwischen beiden Ablesungen beträgt 0,75 Gp, das ist 5 mm und entspräche einer Unsicherheit von 0,0015 in der Bestimmung der Dichtigkeit.

Hier kommt es nur auf dieses einzige Ergebniss an, andere wichtige Folgerungen aus der vorstehenden Tafel werden weiterhin nachzuholen sein.

Zu einem dem hervorgehobenen ähnlichen oder entsprechenden Resultate ist Jacobi in seinen diesbezüglichen Untersuchungen gelangt. Er bediente sich bei seinen Versuchen messingener Aräometer, deren Spindeln rechteckigen Querschnitt hatten. Die Resultate, die er mit einem Instrument, dessen Spindel vergoldet war, erhalten hat, sind folgende:

1) Instrument gereinigt in Natronlauge, konzentrierter Schwefelsäure und destillirtem Wasser	taucht ein bis + 2,89 mm
2) Instrument mit reinem Leinentuch abgewischt	» » » + 2,70 »
3) Instrument abgewischt und durch die Finger gezogen	» » » + 1,43 »
4) Instrument abgewischt und durch die Finger gezogen, nachdem diese durch das Haar gestrichen	» » » + 0,43 »
5) dieselbe Behandlung wiederholt	» » » + 0,25 »
6) mit Talg bestrichen und mit Lederlappen vollkommen blank geputzt	» » » 0,00 »
7) mit nassem Tuch abgerieben	» » » + 1,16 »
8) mit Talg bestrichen und mit Lederlappen vollkommen blank geputzt	» » » — 0,26 »
9) desgleichen	» » » — 0,67 »
10) Instrument gereinigt in Natronlauge, konzentrierter Schwefelsäure und destillirtem Wasser	» » » + 1,71 »
11) desgleichen	» » » + 2,23 »
12) desgleichen	» » » + 3,89 »
13) Instrument gereinigt in Natronlauge, konzentrierter Schwefelsäure und destillirtem Wasser	» » » + 4,05 »

Hier beträgt die grösste Differenz 4,72 mm, also ungefähr soviel wie bei den Versuchen der Normal-Aichungs-Kommission.

Je mehr Alkohol im Verhältniss zum Wasser eine Mischung enthält, desto konstanter und sicherer werden die Angaben der Alkoholometer in derselben. Die folgende Zusammenstellung dürfte in dieser Beziehung lehrreich sein. Sie enthält die Differenzen der von zwei verschiedenen Beobachtern zu verschiedenen Zeiten an denselben Instrumenten in ausgedehnten Versuchsreihen erhaltenen Ablesungen, ausgedrückt in Hunderttheilen des Prozents.

Skalenstelle (Prozent)	Instrumente								
	21	34	40	41	42	43	44	46	47
	Differenzen der Ablesungen in 0,01 Gp								
0	+ 23	+ 19	+ 15	+ 18	+ 17	+ 19	+ 13	+ 15	+ 20
5	— 4	— 12	+ 3	+ 2	— 6	+ 9	— 1	— 7	+ 2
10	+ 8	+ 11	+ 24	+ 15	+ 15	+ 19	+ 17	+ 23	+ 20
15	— 4	— 6	+ 2	0	— 2	— 5	+ 3	— 1	— 10
20	— 9	0	— 10	0	— 5	— 11	— 3	— 2	— 14
25	— 4	+ 1	0	0	— 4	— 2	— 3	— 1	— 2
30	0	— 2	0	0	— 4	0	— 6	0	— 3
35	0	+ 6	0	+ 3	+ 2	0	0	+ 2	+ 6

Man sieht, diese Differenzen zwischen den unter verschiedenen Ums ändern erlangten Resultaten nehmen mit wachsendem Alkoholgehalt ab, aber noch bei 20 Gp kommen Abweichungen bis zu 0,14 Gp = 0,60 mm vor.

Die Beständigkeit des Sinnes der Abweichungen an denselben Ablesungsstellen lässt darauf schliessen, dass die Instrumente in der einen Versuchsreihe weniger gut gereinigt waren als in der anderen, doch dürfte manches auch von der Beschaffenheit der Oberfläche der benutzten Flüssigkeit abhängen.

Es sei noch darauf hingewiesen, dass, wie aus einer Vergleichung der Zahlenwerthe in der vorletzten und letzten Spalte der Zusammenstellung auf Seite 3 und 4 folgt, Ablesungen am Wulstrande zu noch bedeutenderen Unsicherheiten führen können, als sie sich unter der hier befolgten Methode der Ablesung ergeben haben.

2. Bedeutung der Veränderlichkeit aräometrischer Angaben nach der Kapillaritätstheorie.

Es ist leicht, mit Hilfe der Lehren der Kapillaritätstheorie für diese Veränderlichkeit der Gleichgewichtslage in Flüssigkeiten eingesenkter Körper einen mathematischen Ausdruck zu gewinnen und auf die Veränderlichkeit bestimmter Grössen zurückzuführen. Wie schon bemerkt, ist der Grund in der ungleichmässigen Ausbildung des an dem Körper durch die Kapillaritätskräfte angehobenen Flüssigkeitswulstes zu suchen. Das Gewicht dieses Wulstes ist für die Gleichgewichtslage bestimmend. Dieses Gewicht wächst mit der Grösse des Umfanges des Körpers an der Stelle, wo die kapillare Erscheinung sich ausbildet, und zwar bei ungestörter Ausbildung derselben streng diesem Umfange proportional, so dass der Quotient aus dem Gewicht des Wulstes und dem Umfange des Körpers an der betreffenden Stelle bei einer und derselben Flüssigkeit und in derselben Temperatur, ganz unabhängig von der Stärke des Körpers, stets eine und dieselbe Grösse besitzt. Hiernach hängt an einer Längeneinheit des Umfanges eines Körpers, wie gestaltet und wie gross dieser auch ist, von einer bestimmten Flüssigkeit bei einer bestimmten Temperatur immer eine und dieselbe Menge.

Sei der Umfang des eingetauchten Körpers an der Stelle, wo der Rand des Wulstes sich befindet, gleich U , bezeichne M die Masse des Wulstes, w den Winkel, unter dem die Oberfläche des Wulstes in die Oberfläche des Körpers einschneidet, s die Dichtigkeit der Flüssigkeit im Wulste, dann ist nach den bekannten Entwicklungen von Laplace, Poisson und Gauss

$$A) \quad M = a^2 s U \cos w.$$

a^2 giebt in Bezug auf die Form und die Dimensionen des eingetauchten Körpers eine Konstante, sie hängt lediglich von der Natur und dem Zustande der Flüssigkeit ab und wird als deren Kapillaritätskonstante bezeichnet. w wird durch die Oberflächenbeschaffenheit des Körpers und die der Flüssigkeit bestimmt, hängt physikalisch von dem Verhalten der Flüssigkeitsoberfläche gegen die Körperoberfläche ab und heisst der Randwinkel.

Die obige Formel, nach ihrem Entdecker das Laplace'sche Gesetz genannt, hat zur Voraussetzung, dass die Oberfläche des Körpers an der Stelle, wo derselbe von der des Wulstes getroffen wird, überall gleich beschaffen ist. Wenn das nicht zutrifft, variiert w längs des Umfanges, die Formel gilt dann für einzelne Strecken, und es ist, wenn U_1, U_2, U_3, \dots einzelne Theile des Umfanges des Körpers bezeichnen, längs deren der Randwinkel die bezüglichen Beträge w_1, w_2, w_3, \dots besitzt,

$$B) \quad M = a^2 s (U_1 \cos w_1 + U_2 \cos w_2 + U_3 \cos w_3 + \dots).$$

An gleichen Längen des Umfanges hängt dann im Allgemeinen nicht gleich viel Flüssigkeit, der Wulst erhebt sich nicht überall gleich hoch, sein Rand sieht in Folge dessen unregelmässig geformt und oft gezackt aus.

Ist so bei einem einzelnen Körper der Zustand seiner Oberfläche maassgebend für die Ausbildung des Wulstes, so kann man weiter schliessen, dass zwei gleich geformte und gleich dicke Körper in eine und dieselbe Flüssigkeit unter sonst gleichen Umständen nur dann gleich tief einsinken, wenn sie genau gleiche Oberflächenbeschaffenheit haben. Also wird auch ein und derselbe Körper zu verschiedenen Zeiten unter sonst gleichen Umständen in dieselbe Flüssigkeit nur dann gleich tief eintauchen, wenn seine Oberflächenbeschaffenheit immer die nämliche ist. Hat man ein Alkoholometer einmal in besonders reinem, ein anderes Mal in besonders fettigem Zustande in eine Spiritusmischung getaucht, so kann das Instrument nicht beide Male dieselbe Angabe machen. Im ersten Falle ist der Randwinkel w fast gleich 0° , im zweiten fast gleich 90° ; dort wird $M = a^2 s U$, hier verschwindet es fast ganz, somit sinkt das Alkoholometer beim ersten Versuch tiefer ein als beim zweiten. Das gilt im Wesentlichen für jede Flüssigkeit, es gilt auch für Spiritusmischungen von 0 Gp bis 100 Gp; da aber die Konstante a^2 und auch die Dichtigkeit s und dadurch die Masse des Wulstes um so kleiner wird, je mehr der Gehalt einer Mischung an Alkohol zunimmt, so muss der Einfluss der Oberflächenbeschaffenheit auf die Tiefe des Einsinkens um so kleiner sein, je hochprozentiger der Spiritus ist.

Bei Wasser und schwachen Spiritusmischungen ist a^2 ziemlich gross, bei Wasser selbst mehr als doppelt so gross wie bei Alkohol, und da auch s bedeutender ist als bei alkoholreicheren Mischungen, muss hier jede Unregelmässigkeit in der Wulstausbildung besonders stark in Erscheinung treten.

Der Cosinus des Randwinkels w erhält seinen grössten Werth 1, wenn der Winkel w gleich 0 geworden ist. Das kann dann geschehen, wenn die Flüssigkeit den Körper vollkommen benetzt, das heisst, wenn ein Tropfen von ihr auf den Körper gebracht, sich auf ihm völlig ausbreitet, oder wenigstens, sobald man ihn zerdrückt, sich nicht zu einzelnen Tröpfchen wieder zusammenballt.

Die Erfahrung scheint zu lehren, dass eine solche vollkommene Benetzung von Wasser gegen einen Glaskörper nur dann eintritt, wenn die Oberfläche dieses Glaskörpers wirklich aus Glas besteht, wenn sie also ganz rein und frei von fremden Bestandtheilen ist. In diesem Falle hat man

$$A_1) \quad M = a^2 s U.$$

Weiter weiss man, dass Wasser Fett fast gar nicht benetzt. Wie stark Fettschichten die Gleichgewichtslage von Aräometern in Wasser beeinflussen, ist aus der auf Seite 3 und 4 zusammengestellten Reihe von Versuchen zu ersehen, und da Aräometer dadurch, dass sie oft mit der Hand angefasst werden, hauptsächlich mit Fett verunreinigt sein werden, wird bei Reinigung von solchen Instrumenten vornehmlich auf Entfernung aller Fettanlagerungen zu sehen sein.

3. Einführung von Mischungen aus Glyzerin und Spiritus und Reduktion der Angaben eines Alkoholometers in solchen Mischungen auf Angaben in reinen Wasser-Alkoholmischungen.

Ein Kennzeichen für die Güte einer Eintauchung lässt sich in allgemeiner Gültigkeit nicht aufstellen. Der Anblick des kapillaren Wulstes an der Spindel giebt keine genügende Auskunft; man kann wohl sagen, dass, wenn dieser Wulst unregelmässig gestaltet ist oder zu niedrig ausfällt, die Eintauchung missrathen ist, aber es kommt vor, dass man zwei von einander stark abweichenden Eintauchungen eine dem Anscheine nach gleich gute Ausbildung des Wulstes zuschreiben muss. Als Beleg mögen die in der Tafel auf Seite 3 und 4 mitgetheilten Versuche unter No. 2 und 37 dienen; die Differenz der Ablesungen beträgt hier mehr als 1 mm, die Wulsthöhen sind aber fast ganz gleich; bei der viel tieferen Eintauchung in Versuch 41 ist sogar eine geringere Wulsthöhe angemerkt, als in den beiden angezogenen Versuchen zu finden ist.

Die augenscheinliche Höhe des Wulstes kann also nicht als zweifelloses Kennzeichen für die Güte der Eintauchung benutzt werden. Durch die Messung der Koordinaten eines Meridianschnittes des Wulstes würde man wohl zum Ziele gelangen, doch kann eine solche Ausmessung natürlich nur bei Spezialuntersuchungen vorgenommen werden.

Weiter glaubte man eine Zeit lang als Kennzeichen die anscheinende Benetzung der Spindel benutzen zu können. Indem man das Instrument in der Flüssigkeit auf und nieder schwingen lässt, kann man sehen, ob es bei der Bewegung Widerstand zu überwinden hat; oscillirt es in dem Wulst wie in einem starren Körper ohne ihn dabei zu deformiren, so sollte man meinen, dass die Flüssigkeit die Spindel gut benetzt. Aber auch diese Annahme scheint nicht allgemein gerechtfertigt zu sein, wie aus den Versuchen 1, 7, 22, 23, 24, 25, 34 der Tafel auf Seite 3 und 4, die hier nochmals wiederholt sein mögen, erhellt:

Angabe des Instruments	Benetzung
+ 0,10 Gp	sehr gut
— 0,09 »	nicht schlecht
+ 0,29 »	schlecht
+ 0,29 »	sehr gut
+ 0,23 »	gut
+ 0,08 »	gut
+ 0,06 »	ganz schlecht.

Man sieht, dass der aus Schätzung beurtheilte Grad der Benetzung nur sehr allgemein der Güte der Eintauchung entspricht. Zwischen einer »sehr guten« und einer »nicht schlechten« Benetzung ist der Unterschied für den Anblick nur gering, die Differenz zwischen den zugehörigen beiden Eintauchungen geht aber fast bis 0,4 Gp = 2,7 mm.

Da also ein sicheres und zugleich genügend bequemes Merkmal für die Güte einer Eintauchung und damit für die Richtigkeit der Angaben fehlt, eine Reinigung des Instruments mit der Subtilität wie sie hier verlangt wird, aber einerseits viel zu zeitraubend und andererseits oft nicht ungefährlich für den Bestand desselben ist, so hat sich die Normal-Aichungs-Kommission zuletzt entschlossen, für die Herstellung ihrer eigenen Alkoholometer-Hauptnormale und für die Vergleichung derselben mit den Normalen der Aichungs-Aufsichtsbehörden in den niedrigprozentigen Flüssigkeiten die Spiritusmischungen ganz aufzugeben und an Stelle derselben entsprechende besser benetzende Flüssigkeiten einzuführen. Das Augenmerk derselben richtete sich nach einigen ungünstig ausgefallenen Versuchen mit Salzlösungen auf Mischungen aus Glyzerin und Spiritus. Glyzerin ist ein verhältnissmässig indifferenten Körper, und da sein spezifisches Gewicht bei gewöhnlicher

Temperatur etwas mehr als 1,2 beträgt, lassen sich aus ihm und einem hochprozentigen Spiritus alle nöthigen Mischungen herstellen. Bei der Wahl des hinzuzufügenden Spiritus musste sowohl auf Gleichmässigkeit der Eintauchung als — weil Glyzerin ziemlich dickflüssig ist — auf genügende Fluidität geachtet werden.

Eine Reihe hierauf bezüglicher von verschiedenen Beobachtern angestellter Versuche zeigte, dass man allen Anforderungen verhältnissmässig am besten genügte, wenn man Glyzerin mit Spiritus von etwa 62,5 Gp in den geeigneten Verhältnissen mischte. So hergestellte Mischungen haben Kapillaritätskoeffizienten, welche noch nicht halb so gross sind wie die des Wassers, etwaige Unregelmässigkeiten in der Ausbildung des kapillaren Wulstes können also hier bei Weitem nicht den Einfluss ausüben wie bei gleich dichten reinen Spiritusmischungen. Ausserdem benetzen sie Glas mit solcher Leichtigkeit, dass beispielsweise in Mischungen von der Dichte des Wassers die Gleichgewichtslage eines Alkoholometers von der Oberflächenbeschaffenheit der Spindel in demselben Maasse unabhängig ist, wie in einer Spiritusmischung von mindestens 63 Gp. Zahlreiche im Laufe der Jahre gemachte Anwendungen dieser Glyzerin-Spiritusmischungen haben gelehrt, dass die Konstanz der Eintauchung der Alkoholometer in ihnen nur wenig zu wünschen übrig lässt. Doch muss man auf die Eigenheit dieser Mischungen, dass sie nämlich nicht so leichtflüssig wie Alkohol-Wassermischungen sind, Rücksicht nehmen, man hat nach der Eintauchung eines Alkoholometers einige Minuten zu warten, ehe man zur Ablesung seiner Angabe schreiten kann. Ausserdem muss man Sorge tragen, dass das Instrument und die Mischung während des Versuchs ihre Temperatur möglichst wenig ändern.

Ein Körper taucht in zwei Flüssigkeiten bei gleicher Temperatur und gleicher Dichtigkeit derselben nur dann gleich tief ein, wenn die Kapillaritätsverhältnisse für beide Flüssigkeiten die nämlichen sind. Die bezeichneten Mischungen aus Glyzerin und Spiritus haben aber andere Kapillaritätskoeffizienten als gleich dichte aus Wasser und Alkohol. Da nun für die Praxis naturgemäss nur die Angaben der Instrumente in Wasser-Alkoholmischungen in Frage kommen können, musste man, um von den Ablesungen in Glyzerinmischungen auf solche in reinen Spiritusmischungen überzugehen, noch eine Korrektion anbringen, welche sich leicht berechnen lässt.

Wir bezeichnen das Produkt aus dem Kapillaritätskoeffizienten α^2 in den Cosinus des Randwinkels w für eine Mischung aus Wasser und Alkohol durch α_s , für eine von gleicher Dichtigkeit aus Glyzerin und aus Spiritus von 62,5 Gp durch α_g . Dann ist die Masse des an dem Alkoholometer sich erhebenden Wulstes bei der ersten Mischung

$$1) \dots M_s = s \alpha_s U,$$

bei der andern

$$2) \dots M_g = s \alpha_g U,$$

woselbst s die, bei beiden Mischungen als gleich angenommene, Dichtigkeit angiebt. Das Instrument sinkt in derjenigen Flüssigkeit tiefer ein, welche den grösseren Koeffizienten α aufweist.

Die Spindeln der Alkoholometer sollen zylindrisch gestaltet sein und ihre Querschnitte genau oder nahezu Kreisform haben. Nennen wir den mittleren Durchmesser desjenigen Querschnitts, an dessen Umfang der Rand des Wulstes in der einen beziehungsweise andern Mischung sich befindet, D' bzw. D'' , so bekommen wir hiernach

$$3) \dots M_s - M_g = \Delta M = \pi s (\alpha_s D' - \alpha_g D'').$$

ΔM bezeichnet das Gewicht, welches das Alkoholometer in der Wasser-Alkoholmischung scheinbar mehr besitzt als in der Glyzerin-Spiritusmischung, ist also δ das Stück der Spindel, welches in der ersten Mischung mehr eintaucht als in der zweiten, und \bar{D} der mittlere Durchmesser der Querschnitte dieses Stückes, so wird

$$\pi \delta \frac{\bar{D}^2}{4} s = \Delta M = \pi s (\alpha_s D' - \alpha_g D'')$$

also

$$4) \dots \delta = 4 \frac{\alpha_s D' - \alpha_g D''}{\bar{D}^2}$$

Dividirt man noch durch die Anzahl p von Millimetern, welche an der betreffenden Stelle des Alkoholometers die Länge eines Prozentintervalls angiebt, so hat man in

$$5) \dots \delta_p = 4 \frac{\alpha_s D' - \alpha_g D''}{\bar{D}^2 \cdot p}$$

die Grösse, um welche man die in einer Glyzerin-Spiritusmischung gefundene Angabe des Instruments in Theilen des Prozents vergrössern muss, um seine Angabe in einer Wasser-Alkoholmischung gleicher Dichtigkeit zu bekommen. D', D'', \bar{D} sind meist einander so nahe gleich, dass es nicht nöthig ist, sie von einander zu unterscheiden. Lassen wir D den mittleren Durchmesser für diejenige Stelle der Spindel bedeuten, für welche die Korrektion δ gesucht wird, so können wir einfach setzen

$$6) \dots \delta_p = \frac{4(\alpha_s - \alpha_g)}{D \cdot p}.$$

Wenn zwei Alkoholometer gleich dicke Spindeln und gleiche Theilung besitzen, so ist die Reduktion ihrer Angaben in Glycerin-Spiritusmischungen auf solche in entsprechenden Wasser-Alkoholmischungen bei beiden gleich gross; wenn die Spindeln aber verschieden geartet sind, so verhalten sich die Reduktionen an entsprechenden Stellen umgekehrt wie die Produkte aus Durchmesser und Prozentlänge. Zwei Instrumente, die in einer Glycerin-Spiritusmischung gleiche Angaben machen, werden also in einer entsprechenden Wasser-Alkoholmischung wieder gleiche Ablesungen geben, wenn das Produkt aus Durchmesser und Prozentlänge bei beiden gleich gross ist, dagegen hier von einander abweichen, wenn das Produkt bei der einen Spindel grösser oder kleiner als bei der anderen ist. Daraus lässt sich leicht ersehen, wie man aus der Vergleichung eines zu bestimmenden Instruments mit einem Normal in Glycerin-Spiritusmischungen die Fehler des ersteren in Wasser-Alkoholmischungen zu ermitteln vermag.

Seien:

A_n, A_i die Ablesungen des Normal's bezw. des zu bestimmenden Instruments in einer bestimmten Glycerin-Spiritusmischung und in Theilen des Prozents an der Ablesungsstelle,

p_n, p_i die Längen eines Prozentintervalls an der Ablesungsstelle bei dem Normal bezw. dem zu bestimmenden Instrument,

D_n, D_i die Durchmesser der Spindeln an der Ablesungsstelle bei dem Normal bezw. dem zu bestimmenden Instrument,

dann ist zunächst die Differenz der beiden Ablesungen in einer Glycerin-Spiritusmischung gleich $A_i - A_n = \Delta A_G$. Die Ablesungen der Instrumente in einer Spiritusmischung gleicher Dichtigkeit wären aber

$$A_n + 4 \frac{\alpha_s - \alpha_G}{D_n p_n} \text{ bezw. } A_i + 4 \frac{\alpha_s - \alpha_G}{D_i p_i},$$

somit bekommen wir für die Abweichung, welche die Ablesungen beider Instrumente von einander in dieser reinen Spiritusmischung aufweisen würden, den Betrag

$$\begin{aligned} 7) \quad . \quad . \quad . \quad \Delta A_s &= A_i - A_n + 4(\alpha_s - \alpha_G) \left(\frac{1}{D_i p_i} - \frac{1}{D_n p_n} \right) \\ &= \Delta A_G + 4(\alpha_s - \alpha_G) \left(\frac{1}{D_i p_i} - \frac{1}{D_n p_n} \right). \end{aligned}$$

Jeder Prozentangabe auf einem der beiden Instrumente soll eine bestimmte Dichtigkeit entsprechen. Finden wir, dass die zu der Prozentablesung eines Instruments in einer Flüssigkeit aus den dafür geltenden Tafeln zu entnehmende Dichtigkeit nicht derjenigen gleichkommt, welche wir für dieselbe Flüssigkeit direkt, etwa durch hydrostatische Wägung eines Körpers von bekanntem Volumen, ableiten können, so sprechen wir von einem Fehler des Instruments an der betreffenden Stelle, indem wir darunter diejenige Grösse in Theilen des Prozents verstehen, welche zu der Ablesung hinzugefügt werden muss, damit die so korrigirte Angabe die wahre Dichtigkeit ergibt.

Die so definirten Fehler von Aräometern werden bei Flüssigkeiten von gleicher Dichtigkeit und gleicher Temperatur verschieden sein, wenn die Kapillaritätsverhältnisse nicht gleich sind. F_n, F_i seien die Fehler des Normal's bezw. des zu bestimmenden Instruments an der betreffenden Ablesungsstelle in reiner Spiritusmischung, f_n, f_i die Fehler an derselben Stelle in der entsprechenden Glycerinmischung.

Wir haben dann zunächst

$$8) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad A_n - A_i + f_n = f_i$$

als Fehler des zu bestimmenden Instruments in der betreffenden Glycerin-Spiritusmischung bei der Ablesungsstelle A_i . Weiter ist

$$9) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad F_i = f_i - \frac{4(\alpha_s - \alpha_G)}{p_i D_i}$$

$$10) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad F_n = f_n - \frac{4(\alpha_s - \alpha_G)}{p_n D_n}.$$

Damit wird der Fehler des zu bestimmenden Instruments an derselben Stelle in einer entsprechenden Wasser-Alkoholmischung

$$11) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad F_i = f_i + \frac{p_n D_n}{p_i D_i} (F_n - f_n)$$

oder

$$12) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad F_i = A_n - A_i + f_n + \frac{p_n D_n}{p_i D_i} (F_n - f_n)$$

oder auch

$$13) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad F_i = A_n - A_i + f_n - \frac{4(\alpha_s - \alpha_G)}{p_i D_i}$$

Die beiden Grössen A_n , A_i sind durch direkte Ablesung gegeben, p_n , D_n , p_i , D_i werden durch Linear-messungen gefunden, und je nachdem f_i , F_n oder $4(\alpha_s - \alpha_G)$ bekannt ist, wird man die eine oder die andere Formel anzuwenden haben.

Offenbar wird man nun bei der direkten Bestimmung von F_n mit allen den Schwierigkeiten zu kämpfen haben, welche schon im Eingange dieser Arbeit angegeben sind, man wird F_n mit ausreichender Genauigkeit auch nicht anders erlangen können als auf dem Wege, welcher durch die Gleichung 10) vorgeschrieben ist. In letzter Instanz sind es also die Gleichungen 10) und 13), welche maassgebend sind und diese zeigen, wie die nunmehr zu beschreibenden Untersuchungen der Normal-Aichungs-Kommission über die Kapillaritätskoeffizienten von Wasser, Alkohol, Glyzerin und Mischungen dieser Flüssigkeiten entstanden sind.

4. Bestimmung der Kapillaritätskoeffizienten für Glyzerin, Wasser, Alkohol und deren Mischungen bei gewöhnlicher Temperatur.

Diese Untersuchungen haben eine etwas grössere Ausdehnung erhalten müssen, als für die unmittelbaren praktischen Ziele nöthig war. Sie zerfallen in zwei Theile, der eine bezieht sich auf die Bestimmung der als Kapillaritätskonstanten bezeichneten Grössen der genannten Flüssigkeiten und ihrer Mischungen bei gewöhnlicher Temperatur (durchschnittlich 15^0 C), der andere auf das Studium der Veränderungen, welche diese Konstanten mit wachsender Wärmezufuhr erleiden, durch Beobachtung ihrer Beträge bei verschiedenen Temperaturen.

Für die Bestimmung der Kapillaritätskonstanten hat man bekanntlich eine sehr grosse Zahl von Methoden; fast jede der Erscheinungen, zu welchen die Kapillaritätskräfte Veranlassung geben, kann hierzu dienstbar gemacht werden. Auf der Normal-Aichungs-Kommission ist die einfachste Methode der Ableitung aus Steighöhen in engen Röhren benutzt worden, da es sich hier nicht sowohl um die Kenntniss der wahren Kapillaritätskoeffizienten a^2 , als vielmehr um die Ableitung der Produkte dieser Koeffizienten in die Cosinus der Randwinkel handelte.

Wenn eine Röhre in eine sie benetzende Flüssigkeit eingesenkt wird, steigt letztere in dieselbe auf und erhebt sich über das Niveau der Flüssigkeit. Das obere Ende der angestiegenen Säule wird von einer hohlen Fläche begrenzt, die bei Röhren, deren Durchmesser 2 mm nicht überschreiten, als Stück einer Kugel-fläche, und zwar als Halbkugel angesehen werden darf. Bezeichnet man den senkrechten Abstand des tiefsten Punktes dieser Fläche von dem horizontalen Niveau mit h , den Radius der Röhre mit r und das Produkt aus dem Kapillaritätskoeffizienten a^2 in den Cosinus des Randwinkels w — welches Produkt wir hinfort als »Kapillaritätskonstante« bezeichnen wollen — wie bisher mit α , so bildet die Gleichung

$$c) \quad 2\alpha = r \left(h + \frac{r}{3} \right)$$

den Ausdruck des unter Gleichung A angeführten Gesetzes für diesen Fall, vorausgesetzt, dass r sich in gewissen Grenzen hält. Die benutzten Röhren hatten Radien zwischen 0,7 und 0,09 mm, für sie reicht die Genauigkeit, welche die obige Formel gewährleistet, vollständig aus, und es ist nicht nöthig, die weiteren, von Poisson gerechneten, Verbesserungsglieder mitzunehmen.

Die Radien r der Röhren sind nach der bekannten Arago'schen Methode durch Auswägung von Quecksilberfäden, deren Längen in den Röhren mit einer Theilmaschine gemessen waren, bestimmt worden.

Da die Röhren nicht kalibrisch zu sein brauchten und es auch thatsächlich nicht waren, ist die Länge des Fadens in jeder Röhre an mehreren Stellen beobachtet worden. Die Berechnung kann hier, wo es sich um enge Röhren und kurze Strecken derselben handelte, in folgender Weise geführt werden. Man betrachtet zunächst jeden Faden als zylindrisch und die ihn beiderseits abschliessenden Kuppen als Halbkugeln. Als-dann hat man für den mittleren Radius ρ eines Fadens in einer bestimmten Lage desselben innerhalb der Röhre, ausgedrückt in Millimetern, in völlig ausreichender Genauigkeit

$$\log \rho = \frac{1}{2} (\log G - 1,63053 - \log l) - 0,29 \frac{\bar{\rho}}{l}.$$

G bedeutet das Gewicht des betreffenden Fadens in Milligrammen, l dessen gemessene Länge in Milli-metern, soweit derselbe die Röhrenwandung berührt (also abzüglich der beiderseits begrenzenden Kuppen), ρ einen Näherungswerth für ρ . Die Lage des Fadens wird dadurch fixirt, dass man den Abstand L seiner Mitte von einem Ende der Röhre angiebt, und ρ ist auf diese Mitte zu beziehen. l und ρ werden mit L variiren; sind dieselben für verschiedene Werthe von L bestimmt, so kann man sie als Funktionen von L darstellen, etwa $l = \varphi(L)$, $\rho = \psi(L)$. Bei einigermaassen guten Röhren darf man den so berechneten

mittleren Radius als in der Mitte des Fadens wirklich vorhanden ansehen. Wie weit das geschehen darf, zeigt folgende zur Ableitung der wahren Radien führende Näherungsrechnung. Ist nämlich q der wirkliche Querschnitt der Röhre an irgend einer Stelle derselben und geben x, x_1, x_2 die Abstände dieser Stelle und des Anfanges und Endes des zylindrischen Theiles des Fadens von dem Ende der Röhre, von welchem aus L gerechnet wird, so haben wir

$$\int_{x_1}^{x_2} q dx + \frac{2}{3} \pi r_1^3 + \frac{2}{3} \pi r_2^3 = \pi \rho^2 l + \frac{4}{3} \pi \rho^3.$$

r_1, r_2 sind die Radien an den bezüglichen Enden des Fadens. Bei relativ guten Röhren dürfen wir die Glieder $\frac{2}{3} \pi r_1^3 + \frac{2}{3} \pi r_2^3$ gegen $\frac{4}{3} \pi \rho^3$ aufheben; alsdann wird, weil $x_1 = L - \frac{l}{2}, x_2 = L + \frac{l}{2}$ ist,

$$\int_{L - \frac{l}{2}}^{L + \frac{l}{2}} q dx = \pi \varphi(L) \psi^2(L).$$

In den uns hier interessirenden Fällen konnten φ und ψ als algebraische Funktionen angenommen werden; setzen wir

$$\begin{aligned} l &= \varphi(L) = a_0 + a_1 L + a_2 L^2 + \dots, \\ \rho &= \psi(L) = \alpha_0 + \alpha_1 L + \alpha_2 L^2 + \dots, \end{aligned}$$

so dürfen wir auch q als algebraische Funktion von x betrachten und

$$q = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + \dots$$

machen. Wir bekommen also zur Bestimmung der Konstanten $A_0, A_1, A_2 \dots$ die Gleichung

$$A_0 l + A_1 l L + A_2 \left(L^2 l + \frac{l^3}{12} \right) + \dots = \pi (a_0 + a_1 L + a_2 L^2 + \dots) (\alpha_0 + \alpha_1 L + \alpha_2 L^2 + \dots)^2$$

oder

$$A_0 + A_1 L + A_2 \left(L^2 + \frac{l^2}{12} \right) + \dots = \pi (\alpha_0 + \alpha_1 L + \alpha_2 L^2 + \dots)^2.$$

Ersetzen wir hierin die linkerseits noch vertretenen Potenzen von l durch die Potenzen von $\alpha_0 + \alpha_1 L + \alpha_2 L^2 + \dots$ und ordnen links und rechts noch Potenzen von L , so geben die Faktoren gleicher Potenzen von L einander gleichgesetzt alle nöthigen Gleichungen zur Berechnung der A .

Beispielsweise sei $\rho = \alpha_0 + \alpha_1 L, l = a_0 + a_1 L$, dann müssen wir $q = A_0 + A_1 L + A_2 L^2$ ansetzen, und es wird

$$A_0 + \frac{a_0^2}{12} A_2 + \left(A_1 + \frac{a_0 a_1}{6} A_2 \right) L + A_2 \left(1 + \frac{a_1^2}{12} \right) L^2 + \dots = \pi (\alpha_0^2 + 2 \alpha_0 \alpha_1 L + \alpha_1^2 L^2),$$

woraus durch Gleichsetzen gleicher Potenzen von L folgt:

$$A_0 + \frac{a_0^2}{12} A_2 = \pi \alpha_0^2,$$

$$A_1 + 2 \frac{a_0 a_1}{12} A_2 = 2 \pi \alpha_0 \alpha_1,$$

$$A_2 \left(1 + \frac{a_1^2}{12} \right) = \pi \alpha_1^2.$$

Aus diesen Gleichungen ergibt sich sofort:

$$A_2 = \frac{\pi \alpha_1^2}{1 + \frac{a_1^2}{12}},$$

$$A_1 = 2 \pi \alpha_1 \left(\alpha_0 - \frac{a_0 a_1}{12} \frac{\alpha_1}{1 + \frac{a_1^2}{12}} \right),$$

$$A_0 = \pi \left(\alpha_0^2 - \frac{a_0^2}{12} \frac{\alpha_1^2}{1 + \frac{a_1^2}{12}} \right).$$

Demnach wird

$$q = \pi (\alpha_0 + \alpha_1 L)^2 - \frac{\pi \alpha_1^2}{12 + a_1^2} (a_0 + a_1 L)^2 = \pi \left(\rho^2 - \frac{\alpha_1^2}{12 + a_1^2} l^2 \right).$$

Der gesuchte Radius r ergibt sich hieraus

$$r = \sqrt{\frac{q}{\pi}} = \sqrt{\rho^2 - \frac{\alpha_1^2}{12 + a_1^2} l^2} = \rho \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\alpha_1^2 l^2}{\rho^2 (12 + a_1^2)} \right),$$

oder mit völlig ausreichender Genauigkeit nach einfacher Zwischenrechnung

$$r = \alpha_0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\alpha_1^2}{\alpha_0^2} \frac{a_0^2}{12 + a_1^2} \right) + \alpha_1 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\alpha_1}{\alpha_0} \frac{a_0 \left(2a_1 - a_0 \frac{\alpha_1}{\alpha_0} \right)}{12 + a_1^2} \right) L - \frac{1}{2} \frac{\alpha_1}{\alpha_0} \frac{\alpha_1 \left(a_1 - a_0 \frac{\alpha_1}{\alpha_0} \right)^2}{12 + a_1^2} L^2.$$

Für die numerische Rechnung setzt man

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_0} a_0 = \xi, \quad \frac{1}{2} \frac{\xi}{12 + a_1^2} = \eta \quad \text{und bekommt}$$

$$r = \alpha_0 (1 - \xi \eta) + \alpha_1 [1 - \eta (2a_1 - \xi)] L - \frac{\alpha_1}{\alpha_0} \eta (a_1 - \xi)^2 L^2.$$

Als Beispiel möge folgende Bestimmung dienen:

$$\text{Gewicht des in die Röhre eingesaugten Quecksilberfadens: } G = 280,06 \text{ mg}$$

$$\lg G - 1,63053 = 0,81672 = C.$$

1. Abstand der Fadenmitte vom Anfang der Röhre = L	2. Länge des Fadens = l	3. $\lg l$	4. $C - \lg l$	5. $\frac{1}{2} (C - \lg l)$ = $\lg \bar{\rho}$	6. $0,29 \frac{\bar{\rho}}{l}$	7. = Spalte 5-6 = $\lg \rho$	8. ρ
29,7 mm	24,14 mm	1,3827	9,4340	9,7170	0,0063	9,7107	0,5137 mm
35,8 »	24,64 »	1,3916	9,4251	9,7125	0,0061	9,7064	0,5086 »
42,4 »	25,14 »	1,4004	9,4163	9,7082	0,0059	9,7023	0,5039 »
54,6 »	26,16 »	1,4176	9,3991	9,6995	0,0056	9,6940	0,4942 »
56,9 »	26,36 »	1,4209	9,3958	9,6979	0,0055	9,6924	0,4925 »
59,1 »	26,55 »	1,4241	9,3926	9,6963	0,0054	9,6909	0,4908 »
60,7 »	26,68 »	1,4262	9,3905	9,6953	0,0054	9,6899	0,4807 »
66,3 »	27,30 »	1,4362	9,3805	9,6903	0,0052	9,6851	0,4843 »
72,7 »	27,93 »	1,4461	9,3706	9,6853	0,0050	9,6803	0,4790 »
81,7 »	28,73 »	1,4583	9,3584	9,6792	0,0048	9,6744	0,4725 »

Die letzte Spalte giebt die gesuchten mittleren Radien ρ . Man sieht, dass dieselben in diesem Falle ziemlich stark mit wachsender Entfernung vom Anfang der Röhre abnehmen. Man kann die Folge der ρ sehr gut durch die einfache Formel

$$\rho = 0,5367 - 0,00078 L$$

wiedergeben. Die Abweichung der aus dieser Formel berechneten Ergebnisse von den entsprechenden beobachteten beträgt für keine Stelle mehr als 0,0005 mm.

Die l wieder lassen sich darstellen durch

$$l = 21,40 + 0,0887 L. \quad \text{Es ist also}$$

$$a_0 = 0,5367, \quad \alpha_1 = -0,00078; \quad a_0 = 21,40, \quad \alpha_1 = 0,0887,$$

dennach

$$\xi = -0,0311, \quad \eta = -0,0013;$$

$$\xi \eta = +0,00004, \quad \eta (2a_1 - \xi) = -0,00027, \quad \frac{\alpha_1}{\alpha_0} \eta (a_1 - \xi)^2 = +0,00000000066.$$

Somit sind alle Korrekturen ganz unerheblich und wir dürfen die Gleichung $r = 0,5367 - 0,00078 L$ ohne Aenderung als die Darstellung für die wirkliche Weite der Röhre an verschiedenen Stellen ansehen. Die vielen anderen benutzten Röhren haben eine noch geringere Veränderlichkeit der Weite gezeigt, für sie konnten die mittleren Radien ohne Weiteres als den wirklichen gleichkommend angenommen werden.

Für die Beobachtung der Steighöhen bei denjenigen Bestimmungen, welche unter gewöhnlicher Temperatur ausgeführt worden sind, ist die folgende Einrichtung getroffen worden:

Ein Trog von 240 mm Länge, 115 mm Breite und 165 mm Tiefe ist auf drei Spitzen in einen zweiten weiteren Trog, der auf drei durch Schrauben justirbaren Füßen steht, eingesetzt. In den inneren Trog giesst man die Mischung, deren Kapillaritätskoeffizient bestimmt werden soll, der äussere Trog dient als Wasserbad. Bei beiden Trögen wird die Vorder- und Hinterwand durch ebene Glasplatten gebildet. Die Metalltheile sind mit einem in Spiritus nicht auflöslchen Lack bedeckt.

Der innere Trog trägt einen beliebig hoch und niedrig zu stellenden, ihn in Richtung seiner Länge überspannenden Halter, auf diesem sind Klemmstücke zum Festhalten der Kapillarröhren aufgezogen. Da jedes

Klemmstück um den Halter drehbar und letzterer zu beiden Seiten beliebig vertikal verstellbar war, konnte man die Röhren immer so richten, dass sie einem daneben gehängten Loth parallel standen.

Hinter den Trögen und von ihnen ganz getrennt stand ein Stativ mit einem auf ihm verschiebbaren Schlitten, der einen Arm zum Halten eines Metallzylinders trug. Der Arm konnte mit dem Schlitten zusammen roh, und für sich allein durch eine Mikrometerschraube fein, in vertikaler Richtung auf und ab bewegt werden. Der von dem Arm vertikal getragene Metallzylinder bestand aus einem Stahlstück und war an dem einen Ende zu einer feinen Spitze, an dem anderen zu einer Kugelkalotte von grossem Radius abgedreht. In Richtung seiner Achse war eine ebene Fläche angearbeitet und mit einer Theilung von 10 mm versehen. Spitze, Theilungsfläche und der höchste Punkt der Kalotte lagen in einer Ebene. Das ganze Stahlstück wurde, um es gegen Oxydierung zu schützen, vergoldet.

Man stellte das Stativ so, dass der Stahlzylinder vorne an der Mitte des Halters der Röhren vorbeiging, richtete dasselbe gehörig aus und brachte den Stahlzylinder durch geringes Nachjustiren in die Richtung eines daneben gehängten Lothes. Zu beiden Seiten des Zylinders, aber in genügender Entfernung von ihm, spannte man die Röhren in die Klemmstücke ein. Bei den Messungen wurde der Arm des Stativs vermittelt der erwähnten Mikrometerschraube soweit vorgeschoben, bis die Spitze des Zylinders die Flüssigkeitsoberfläche traf, ihr Spiegelbild also sich mit ihr vereinigte, und nun bestimmte man mit einem gegenüberstehenden Kathetometer zugleich die Höhen der tiefsten Punkte der Kuppen der in den Röhren emporgestiegenen Flüssigkeitssäulen und die eines Theilstrichs auf dem Stahlstück. Bezeichnet h_R die am Kathetometer abgelesene Höhe der Kuppe in einer der Röhren, h_S die Höhe eines Theilstrichs S des Stahlstücks, beide gemessen von irgend einer Grundfläche, n den Abstand dieses Theilstrichs von der Spitze des Stahlstücks, so ist die gesuchte Steighöhe

$$h = h_R - h_S + n.$$

n war durch voraufgegangene Linearmessungen auf einer Theilmaschine für die einzelnen Striche des Stahlstücks sorgfältig bestimmt worden.

Die Röhren bestanden aus gewöhnlichem Thüringer Glas, sowie aus Jenaer Glas. Sie waren frisch gezogen, wurden aber vor ihrer Verwendung meist für mehrere Tage ganz in die Flüssigkeit gelegt, für welche sie benutzt werden sollten. Alle zeigten eine recht gute innere Benetzung.

Nach der Einspannung der Röhren liess man meist 24 Stunden vergehen, bevor man die Steighöhe der gehobenen Flüssigkeit bestimmte; für jede Röhre wurden, indem man sie bei den Wiederholungen der Messungen immer ein wenig aus der Flüssigkeit herauszog, die Messungen an mehreren Stellen ausgeführt.

Was die Flüssigkeiten anbetrifft, deren Steighöhen zur Beobachtung kamen, so waren das destillirte Wasser, das Glyzerin und der Alkohol nicht anders, als man sie in chemischen Fabriken käuflich erhält; das Wasser zeigte in seiner Dichtigkeit keine Abweichungen von normalen Verhältnissen, das Glyzerin hatte bei 16° C das spezifische Gewicht 1,2280, der Alkohol war nicht wasserfrei, zeigte jedoch noch eine Stärke von 99,3 Gp.

Die Wasser - Alkoholmischungen sind in gewöhnlicher Weise aus destillirtem Wasser und absolutem Alkohol hergestellt worden. Ihre spezifischen Gewichte wurden vor und nach den Versuchen durch Auswägung in einem Maass von bekanntem Raumgehalt bestimmt; der Prozentgehalt an Alkohol ergab sich dann aus den zugehörigen Tafeln. Die Glyzerinmischungen sind aus Glyzerin und einer Wasser - Alkoholmischung von 62,5 Gp hergestellt, ihre Dichtigkeiten brauchten aus Gründen, die weiterhin folgen, nur aräometrisch bestimmt zu werden. In jeder Mischung wurden die Messungen an mindestens zwei, in ihren bezüglichen Weiten thunlichst verschiedenen Röhren ausgeführt. Die Temperatur hielt sich in der Nähe von 15° C.

Es hat keinen Werth, die Versuche einzeln mitzutheilen, der Gang derselben ist einfach und lässt sich nach der gegebenen Beschreibung leicht übersehen. Die Resultate sind aber in der nachfolgenden Zusammenstellung, um einen Ueberblick über die erreichte Genauigkeit zu gewähren, vollständig gegeben.

Flüssigkeit	Dichtigkeit	Angaben eines Alkoholometers in Gewichtsprozenten	Datum 1883	Temperatur Gr. C	Radien der Röhren in mm	Konstante 2α der Kapillarität in qmm
Glyzerin	1,2280 bei 16° C	—	17. II	14,7	0,265	10,70
»	»	—	»	»	0,254	10,73
»	»	—	19. II	14,6	0,269	10,87
»	»	—	»	»	0,253	10,71
»	»	—	»	15,5	0,265	10,74
»	»	—	»	»	0,254	10,75
»	»	—	20. II	14,9	0,273	10,92
»	»	—	»	»	0,253	10,73
»	»	—	21. II	16,0	0,082	10,24
»	»	—	»	»	0,629	10,40

Flüssigkeit	Dichtigkeit	Angaben eines Alkoholometers in Gewichtsprozenten	Datum 1883	Temperatur Gr. C	Radien der Röhren in mm	Konstante 2α der Kapillarität in qmm
Glyzerin	1,2280 bei 16° C	—	22. II	16,2	0,082	10,16
»	»	—	»	»	0,629	10,39
»	»	—	23. II	15,4	0,470	10,28
»	»	—	»	»	0,312	8,72
»	»	—	»	16,4	0,319	9,26
»	»	—	»	»	0,473	10,70
»	»	—	24. II	16,1	0,473	10,70
»	»	—	»	»	0,319	9,84
Glyzerin u. Spiritus 62,5	—	0	2. III	15,9	0,198	6,13
»	—	—	»	»	0,100	6,49
»	—	—	»	»	0,203	6,07
»	—	—	»	»	0,099	6,31
»	—	5,6	4. III	14,6	0,216	6,15
»	—	»	»	»	0,104	6,29
»	—	»	5. III	13,7	0,216	6,18
»	—	»	»	»	0,104	6,37
»	—	»	7. III	14,3	0,216	6,25
»	—	»	»	»	0,104	6,50
»	—	16,3	2. III	15,9	0,160	6,19
»	—	»	»	»	0,101	6,22
»	—	»	3. III	»	0,164	6,19
»	—	»	»	»	0,100	6,12
»	—	»	11. III	13,3	0,206	6,15
»	—	»	»	»	0,115	6,42
»	—	»	12. III	12,9	0,209	6,06
»	—	»	»	»	0,115	6,19
»	—	24,7	8. III	15,1	0,161	6,30
»	—	»	»	»	0,096	6,06
»	—	»	10. III	14,2	0,164	6,37
»	—	»	»	»	0,094	6,45
»	—	33,4	3. III	15,1	0,243	6,19
»	—	»	»	»	0,130	6,10
»	—	»	4. III	»	0,240	6,25
»	—	»	»	»	0,130	6,17
Wasser	—	—	18. III	14,4	0,336	14,95
»	—	—	»	»	0,124	14,74
»	—	—	19. III	13,8	0,463	15,09
»	—	—	»	»	0,119	14,96
»	—	—	20. III	13,1	0,124	14,71
»	—	—	21. III	16,4	0,231	14,97
»	—	—	»	»	0,124	15,00
Wasser und Alkohol	0,9927 bei 15° C	4,08	14. VI	18,4	0,444	12,26
»	—	»	»	»	0,120	12,58
»	—	»	15. VI	18,8	0,439	12,46
»	—	»	»	»	0,120	12,52

Flüssigkeit	Dichtigkeit	Angaben eines Alkoholometers in Gewichtsprozenten	Datum 1883	Temperatur Gr. C	Radien der Röhren in mm	Konstante 2α der Kapillarität in qmm
Wasser und Alkohol	0,9874 bei 15° C	7,65	12. VI	19,5	0,440	11,13
»	»	»	»	»	0,087	11,63
»	»	»	13. VI	18,8	0,437	11,23
»	»	»	»	»	0,085	11,57
»	0,9840 bei 15° C	9,94	10. VI	19,5	0,336	10,55
»	»	»	»	»	0,094	10,61
»	»	»	11. VI	»	0,336	10,54
»	»	»	»	»	0,093	10,53
»	0,9809 bei 15° C	12,37	16. III	13,6	0,350	9,73
»	»	»	»	»	0,106	10,20
»	»	»	17. III	13,7	0,342	9,78
»	»	»	»	»	0,103	10,32
»	0,9747 bei 15° C	17,50	22. I	14,7	0,201	9,37
»	»	»	»	»	0,130	9,10
»	0,9715 bei 15° C	20,07	14. III	14,3	0,350	8,36
»	»	»	»	»	0,082	8,69
»	»	»	15. III	13,4	0,380	8,50
»	»	»	»	»	0,082	8,82
»	0,9517 bei 15° C	33,57	18. I	13,0	0,201	7,25
»	»	»	»	»	0,130	7,19
»	0,9487 bei 15° C	35,24	13. III	13,3	0,407	6,85
»	»	»	»	»	0,114	6,90
»	»	»	14. III	14,0	0,412	6,88
»	»	»	»	»	0,114	7,09
»	0,9118 bei 15° C	53,08	13. I	16,1	0,336	6,45
»	»	»	»	»	0,100	6,38
»	0,8904 bei 15° C	62,43	24. II	16,0	0,422	6,00
»	»	»	»	»	0,160	6,24
»	»	»	25. II	15,3	0,421	6,05
»	»	»	»	»	0,161	6,23
»	»	»	27. II	15,2	0,268	6,24
»	»	»	»	»	0,082	6,39
»	»	»	28. II	15,7	0,131	6,18
»	»	»	»	»	0,083	6,23
»	0,8610 bei 15° C	74,94	8. I	16,6	0,195	5,98
»	»	»	»	»	0,130	5,96
»	»	»	9. I	15,8	0,195	6,00
»	»	»	»	»	0,130	5,98
»	0,8276 bei 15° C	88,25	7. I	16,9	0,336	5,87
»	»	»	8. I	16,2	0,336	5,79
»	»	»	»	»	0,100	5,88
»	0,7966 bei 15° C	99,3	5. I	12,5	0,336	5,75
»	»	»	»	»	0,100	5,83
»	»	»	6. I	14,7	0,336	5,75
»	»	»	»	»	0,100	5,79
»	»	»	7. I	16,2	0,336	5,73
»	»	»	»	»	0,100	5,77

Die Ueberschriften kennzeichnen die Angaben in den betreffenden Spalten in ausreichendem Maasse, und es ist nur zu bemerken, dass die Zahlen der letzten Spalte aus den beobachteten Steighöhen nach der auf Seite 10 angeführten Formel C) berechnet sind. Aus diesen Zahlen erhellt zunächst, dass die einzelnen Versuche mit einander relativ gut übereinstimmen, doch kommen auch hin und wieder Zahlen vor, die ganz aus der Reihe der anderen herausfallen, ohne dass man einen Grund für ihre Sonderstellung hätte finden können. Bedeutende zufällige Fehler kennzeichnen aber alle Kapillaritätsversuche. Bei der Zusammenziehung der Resultate wurden solche Zahlen ausgeschlossen.

Ferner zeigt sich auch hier die schon bekannte Erscheinung, dass aus Steighöhen in engen Röhren bestimmt der Kapillaritätskoeffizient meist etwas grösser ausfällt, als wenn man ihn aus Beobachtungen der Steighöhe in weiteren Röhren ableitet. Die Abweichungen sind zwar nicht bedeutend und verlaufen auch nicht ganz regelmässig, sie treten aber bei einzelnen Mischungen unzweifelhaft hervor. Die Zusammenstellung der Mittel ergibt folgende Tabelle:

Angabe eines eingesenkten Alkoholometers	Temperatur	Die Konstante 2α der Kapillarität	Angabe eines eingesenkten Alkoholometers	Dichtigkeit bei 15° C	Temperatur	Die Konstante 2α der Kapillarität
Reines Glycerin			Reines Wasser			
	15,5° C	10,60 qmm			14,6° C	14,92 qmm
Mischung aus Glycerin und Spiritus von 62,5 Gp			Mischung aus Wasser und absolutem Alkohol			
0,0	15,9° C	6,25 qmm	4,08	0,9927	18,6° C	12,45 qmm
5,6	14,2 »	6,29 »	7,65	0,9874	19,1 »	11,39 »
16,3	14,5 »	6,19 »	9,94	0,9840	19,5 »	10,56 »
24,7	14,6 »	6,29 »	12,37	0,9809	13,6 »	10,01 »
33,4	15,1 »	6,18 »	17,50	0,9747	14,7 »	9,23 »
			20,07	0,9715	13,9 »	8,59 »
			33,57	0,9517	13,0 »	7,22 »
			35,24	0,9487	13,6 »	6,93 »
			53,08	0,9118	16,1 »	6,41 »
			62,43	0,8904	15,6 »	6,20 »
			74,94	0,8609	16,2 »	5,98 »
			88,25	0,8276	16,5 »	5,85 »
			99,30	0,7966	14,5 »	5,77 »

Das auffallendste Resultat bieten die aus Glycerin und Spiritus von 62,5 Gp hergestellten Mischungen. Obgleich die dem Wasser entsprechende Mischung mindestens den vierten Theil ihres Volumens an Glycerin enthält, ist ihre Kapillaritätskonstante von dem des Spiritus von 62,5 Gp doch nur ganz unmerklich verschieden und weicht von dem zu erwartenden Werth um mehr als eine Einheit ab. Die für den Koeffizienten des reinen Glycerins hier gefundene Zahl kommt sehr genau mit der von Wilhelmi angegebenen überein, auch dem für die Konstante der betreffenden Wasser-Alkoholmischung von 62,5 Gp eruirten Betrag dürfte eine genügende Sicherheit zuzuschreiben sein. Es bleibt also nichts übrig, als anzunehmen, dass der Koeffizient einer Mischung der beiden genannten Flüssigkeiten sich nicht aus den Koeffizienten der Komponenten im Verhältniss der Volumina oder Massen zusammensetzt. Für Mischungen anderer Flüssigkeiten hat Quincke etwas Aehnliches schon in weit älteren Untersuchungen gefunden¹⁾; er bemerkt sogar, dass der Koeffizient einer Mischung zweier Flüssigkeiten kleiner als der jeder ihrer Komponenten sein kann. Auch bei Mischungen aus Wasser und Alkohol tritt das Nämliche ein; dem Gehalt an Alkohol nach müsste beispielsweise der Koeffizient eines vierprozentigen Spiritus etwa 14,3 betragen, er ist aber nur gleich 12,5. Zur Erklärung dieses Verhaltens könnte man an eine gänzliche oder theilweise Entmischung der Flüssigkeiten denken, sei es durch überwiegende Verdampfung einer derselben, oder vermöge des höheren Ansteigens derjenigen Komponente, welcher der grössere Koeffizient zukommt, oder endlich durch mechanisches Niedersinken der dichteren Flüssigkeit. In unserem Falle kann weder die Verdampfung, noch die bedeutendere Steighöhe einer der Flüssigkeiten in Betracht kommen; jene würde den Spiritus betreffen, diese das Glycerin; die Kuppe der in der Röhre angehobenen Säule müsste also vornehmlich aus Glycerin bestehen, und der Koeffizient der Mischung sollte viel näher dem des Glycerin, als dem des Spiritus kommen. Es bleibt also nur die Annahme einer Entmischung durch Niedersinken der schwereren Flüssigkeit, welche hier eben das Glycerin ist. Eine solche Annahme scheint aber nach allen Erfahrungen, welche bisher auf der Normal-Aichungs-Kommission

¹⁾ Poggendorffs Annalen für Physik und Chemie Bd. 139, S. 1 ff.

mit Mischungen aus Glycerin und Spiritus gemacht sind, selbst für weite Gefässe, in denen die Schwerkraft nicht so, wie in engen Röhren, mit den Kapillaritätskräften zu kämpfen hat, durchaus unstatthaft. Es wird auch später gezeigt werden, dass die Kapillaritätsbestimmungen der genannten Mischungen aus Steighöhen in engen Röhren mit solchen aus Steighöhen an Aussenflächen von Zylindern gut übereinstimmen. Wir dürfen die gefundenen Koeffizienten, wenn dieselben auch nicht die erwarteten Beträge erreichen, wirklich den Mischungen als solchen zuschreiben. Volkmann hat neuerdings auf einem Wege, den schon Poisson¹⁾ betreten hat, die Frage über das Verhältniss der Kohäsion von Flüssigkeitsmischungen zu der ihrer bezüglichen Komponenten theoretisch untersucht, und auch danach muss die Kohäsionskonstante einer Mischung zweier Flüssigkeiten geringer sein, als man nach dem Mengungsverhältniss der Komponenten erwarten sollte. Zu weiteren Schlüssen reichen die Versuche an Glycerinmischungen indessen nicht aus.

Nachdem sich einmal ergeben hat, dass der Kapillaritätskoeffizient einer Mischung von $\frac{1}{4}$ Glycerin und $\frac{3}{4}$ Spiritus von dem dieser letzteren Flüssigkeit zugehörigen nur wenig abweicht, ist es nicht mehr auffallend, dass für alle anderen an Glycerin noch ärmeren Mischungen auch fast dieselbe Zahl wie für den Spiritus von 62,5 Gp gefunden worden ist. Im Mittel kann man bei allen hier in Frage kommenden Mischungen von Glycerin und 62,5prozentigem Spiritus für das Doppelte des Kapillaritätskoeffizienten die Zahl 6,25 schreiben. Diese Zahl ist denn auch in allen weiteren Rechnungen als maassgebend angenommen worden.

Anderweite Untersuchungen giebt es für diese Mischungen, so weit bekannt, bisher nicht.

Für die Mischungen aus Wasser und Alkohol liegt schon eine so grosse Anzahl von Bestimmungen vor, dass die auf der Kommission ausgeführten Messungen nicht gesondert behandelt werden dürfen, sondern in die anderen einzureihen sind.

Da aber die verschiedenen Bestimmungen bei verschiedenen Temperaturen ausgeführt sind, empfiehlt es sich, zunächst die zweite Reihe von Versuchen, die auf Veränderung der Kapillarität der Flüssigkeiten mit steigender Temperatur sich beziehen, zur Diskussion zu bringen.

5. Einfluss der Temperatur auf die Kapillarität der Flüssigkeiten.

Nach der von Laplace begründeten Theorie der Kapillarität soll sich der Einfluss der Temperatur auf die Steighöhe einer Flüssigkeit in einer engen Röhre nur dadurch äussern, dass mit der Temperatur die Dichtigkeit der Flüssigkeit geändert wird. Demgemäss müsste nach Laplace der Kapillaritätskoeffizient mit wachsender Temperatur genau so abnehmen wie die Dichtigkeit der Flüssigkeit. Dass das in der Wirklichkeit nicht zutrifft, dürfte nach den Versuchen von Brunner, Simon, Frankenheim, Wolf, Bède u. A. nicht mehr zu bezweifeln sein. Wenn aber die Temperatur die Steighöhe einer Flüssigkeit noch in anderer Weise bestimmt als dadurch, dass sie die Dichtigkeit derselben ändert, so fragt es sich zunächst, an welcher Stelle der gehobenen Säule sich ihr Einfluss geltend macht.

Von vornherein sei bemerkt, dass Erhöhung der Temperatur die Kohäsion einer Flüssigkeit im Allgemeinen verringert, der Kapillaritätskoeffizient und mit ihm die Steighöhe in kapillaren Röhren also mit wachsender Temperatur abnimmt. Es hat schon Emmet in dem Philosophical Magazine von 1817 die Behauptung aufgestellt, dass die Höhe, bis zu welcher eine Flüssigkeit in einer Kapillarröhre ansteigt, fast nur von der Temperatur der Kuppe der angestiegenen Flüssigkeitssäule abhängt, gar nicht beeinflusst wird von der Temperatur, der eigentlichen Flüssigkeitssäule, und namentlich auch nicht von derjenigen, die der Flüssigkeit zukommt, in welche die Röhre taucht. Später haben dann Wolf²⁾ an Wasser und Bède³⁾ an Alkohol, indem sie bald die ganze Flüssigkeitsmasse, bald die Mitte der angestiegenen Säule, und endlich nur die Kuppe derselben erwärmten, Emmets Behauptung bis zu einem gewissen Grade bestätigt gefunden.

Wolf bemerkte, wenn er den mittleren Theil der angestiegenen Säule erwärmte, dass die Flüssigkeit sich in der Kapillare noch höher erhob, und zwar anscheinend um so viel, als der durch die Erwärmung bedingten Ausdehnung des betreffenden Theiles der Säule entsprach. Wurde aber auch die Kuppe zu einer höheren Temperatur erhoben, so sank die Säule und sie fiel, wenn die Kuppe allein erwärmt wurde, stärker, als wenn das mit der ganzen Säule geschah.

In einer zweiten Versuchsreihe hielt Wolf die angestiegene Säule ihrer ganzen Länge nach stets auf derselben Temperatur und erhitzte die Flüssigkeitsmasse, in welche die Röhre tauchte.

Die Steighöhe nahm dann wohl mit wachsender Temperatur der Flüssigkeitsmasse stetig ab, aber diese Abnahme war sehr gering und stand nach Versuchen, die weiterhin anzuführen sein werden, in keinem

1) Nouvelle Théorie de l'Action Capillaire art. 137, p. 293.

2) Poggendorffs Annalen Bd. 101, S. 570 ff.

3) Bède, Recherches sur la capillarité, p. 198.

Verhältniss zu dem bei einer entsprechenden Erwärmung der Kuppe eintretenden Abfall der Steighöhe. Sie betrug für eine Temperaturdifferenz von 50^0 zwischen Flüssigkeitssäule und Flüssigkeitsmasse nur wenig mehr als 0,001 des Gesamtwertes der Steighöhe. Würde die Temperaturerhöhung der Flüssigkeitsmasse von demselben Einfluss auf die Steighöhe gewesen sein wie die der Kuppe, so hätte die Abnahme der Steighöhe wohl hundertmal grösser sein müssen.

Dass bei der Erwärmung der Kuppe der Säule eine Abnahme der Steighöhe eintrat, bei der eines mittleren Stückes derselben eine Zunahme der Steighöhe erfolgte, dagegen die Steighöhe zwar nur sehr wenig, aber doch unzweifelhaft wieder kleiner wurde, wenn die untere Flüssigkeitsmasse eine Temperaturerhöhung erfuhr, dürfte seine Erklärung darin finden, dass in diesem letzteren Falle auch die Aenderung der Kohäsion an der Oberfläche der unteren Flüssigkeitsmasse in Mitwirkung trat.

Eine andere an Alkohol ausgeführte Versuchsreihe rührt von Bède her. Es wurde die Veränderung der Steighöhe dieser Flüssigkeit mit wachsender Temperatur bestimmt, einmal indem in einem Wasserbade die ganze Flüssigkeitsmasse sammt der ganzen gehobenen Säule, und dann, indem allein der obere Theil der gehobenen Säule erwärmt wurde.

Aus den von Bède angegebenen Zahlen findet man

A. Wenn die ganze Flüssigkeitsmasse erwärmt wird

$$\alpha) h_t = 46,220 \pm 0,046 - (0,09600 \pm 0,00171)t.$$

B. Wenn nur die Kuppe erwärmt wird

$$h_t = 46,810 \pm 0,185 - (0,1598 \pm 0,00369)t + (0,000397 \pm 0,000163)t^2.$$

Eine lineare Abhängigkeit der Steighöhe von der Temperatur anzunehmen, wie Bède es that, reicht zur Darstellung der Ergebnisse seiner zweiten Versuchsreihe nicht aus.

Will man die beiden Formeln mit einander vergleichbar machen, so hat man für den zweiten Fall die Verhältnisse herzustellen, welche im ersten maassgebend waren; es ist also nachträglich dem nicht erwärmten Theil der Säule die Dichtigkeit zu verleihen, die ihm zukommen würde, wenn er die Temperatur der Kuppe hätte. Bezeichnet l die Länge, τ die konstante Temperatur des nicht erwärmten Theiles der Säule, t die Temperatur der Kuppe, v_t, v_τ das Volumen des Alkohols bei der Temperatur t bzw. τ , dann ist zu h_t hinzuzufügen die Grösse $lv_t/v_\tau - l$. Nach Versuchen, die hier nicht darzulegen sind, ist

$$v_\tau = v_0(1 + 0,00098357\tau + 0,0000024057\tau^2).$$

Ferner war in Bèdes Versuchen

$$l = 33 \text{ mm}, \tau = 16^0 \text{ C},$$

damit wird

$$l \frac{v_t}{v_\tau} - l = -0,534 + 0,03194t + 0,0000781t^2,$$

also im zweiten Fall, wenn wir die nur über die erreichte Genauigkeit orientirenden mittleren Fehler fortlassen,

$$\beta) h_t = 46,276 - 0,1279t + 0,000476t^2.$$

Der zweite Koeffizient ist hier grösser als in der Formel des ersteren Falles, dafür aber ist das noch hinzugekommene von t^2 abhängige Glied positiv.

Berechnet man nach diesen beiden Formeln die den Beobachtungstemperaturen des ersten Falles entsprechenden Steighöhen, so bekommt man

Temperatur Gr. C	Steighöhe in mm		
	beobachtet	berechnet	
		Formel α	Formel β
0	46,20	46,22	46,28
15,1	44,75	44,77	44,46
18,2	44,43	44,47	44,12
20,3	44,30	44,28	43,89
21,7	44,25	44,14	43,73
22,4	44,05	44,07	43,65
29,1	43,40	43,43	42,97
36,0	42,85	42,77	42,29
45,0	41,85	41,91	41,49

Nach der zweiten Formel berechnet ist die Steighöhe kleiner wie nach der ersten. Indessen kann zunächst die für den nicht erwärmten Theil der Säule nöthige Korrektion noch mit einer gewissen systematischen Unsicherheit behaftet sein. Ausserdem ist aber noch Folgendes zu beachten: bei 16° ist diese Korrektion gleich Null, und da hier die Differenz zwischen den Ergebnissen der beiden Formeln schon 0,3 mm beträgt, wird man annehmen müssen, dass bei der zweiten Versuchsreihe die Steighöhe an sich schon 0,3 mm niedriger war als bei der ersten; dann bleiben zwischen den beiden Formeln bei den bezüglichen Temperaturen als Differenzen + 0,36, - 0,01, - 0,05, - 0,09, - 0,11, - 0,12, - 0,16, - 0,18, - 0,12. Diese Zahlen haben zwar einen systematischen Gang, geben jedoch kein Recht, zwischen den beiden Fällen eine erheblichere systematische Verschiedenheit anzunehmen, und man wird schliessen können, dass in der That der Kapillaritätskoeffizient vorzüglich von der Temperatur der Kuppe abhängt, von der der übrigen Masse der Flüssigkeit nur unwesentlich beeinflusst wird.

Auch auf der Normal-Aichungs-Kommission sind ähnliche Erfahrungen gemacht worden; es liegen Versuche vor, zwar nicht in sehr weiten Temperaturintervallen, aber dafür an mehreren Flüssigkeiten, ausser an Wasser und Spiritus von 62,5 Gp auch noch an Glyzerin.

Der Trog, welcher die Flüssigkeit enthielt, in welche die Kapillarröhre tauchte, war von einem Wasserbade umgeben, und dieses Bad wurde abwechselnd erwärmt und abgekühlt. An einem in den Trog eingesenkten Thermometer wurde die Temperatur der darin befindlichen Flüssigkeit, an einem in der Nähe der Kuppe angebrachten die der umgebenden Luft abgelesen. Die Temperatur der Kuppe ist damit nicht sicher bestimmt, auch lässt sich die Reduktion auf gleiche Dichte innerhalb der angestiegenen Säule nicht ausführen, aber für das, was hier bewiesen werden soll, reicht diese Bestimmungsweise aus.

In der folgenden Zusammenstellung geben die Zahlen der ersten Spalte die Beobachtungszeit, die der zweiten die Temperatur t_T im Troge, die der dritten die Temperatur t_L der die Kuppe umgebenden Luft, die der vierten die Radien r der benutzten Röhren, in der fünften Spalte steht die Steighöhe h , in der sechsten der daraus für jede der Röhren berechnete Kapillaritätskoeffizient 2α , in der siebenten das Mittel der an den einzelnen Röhren für 2α erhaltenen Zahlen, in der letzten die Differenz der Temperaturen $t_T - t_L$.

Datum 1883	t_T	t_L	r	h	2α	Mittel	$t_T - t_L$
W a s s e r							
19. III 23 ^h	13,8	13,8	0,463	32,44	15,09	15,02	0
»	»	»	119	125,68	14,96		
20. III 3 ^h 15 ^m	0,6	13,8	0,463	32,41	15,08	15,00	- 13,2
» »	»	»	119	125,28	14,91		
» 8 ^h 30 ^m	5,9	14,2	0,463	32,42	15,08	15,01	- 8,3
» »	»	»	119	125,58	14,94		
» 23 ^h	13,1	13,1	0,124	118,58	14,71	14,71	0
» 1 ^h 30 ^m	36,0	13,1	0,124	119,22	14,79	14,79	+ 22,9
» 3 ^h 15 ^m	30,2	13,1	0,124	119,78	14,85	14,85	+ 17,1
S p i r i t u s 62,5 Gp							
25. III 23 ^h	15,2	15,2	0,421	14,23	6,05	6,14	0
»	»	»	161	38,63	6,23		
24. III 0 ^h 30 ^m	33,0	15,2	0,421	14,00	5,95	6,06	+ 17,8
» »	»	»	161	38,31	6,17		
» 1 ^h 30 ^m	30,0	15,2	0,421	14,08	5,99	6,09	+ 14,8
» »	»	»	161	38,48	6,19		
» 3 ^h 0 ^m	26,0	15,2	0,421	14,26	6,07	6,13	+ 10,8
» »	»	»	161	38,48	6,19		

Datum 1883	t_T	t_L	r	h	$2a$	Mittel	$-t_r$
Glyzerin							
20. II 23 ^h	14,9	14,9	0,273	39,88	10,92		
»	»	»	253	42,34	10,73	10,83	0
21. II 2 ^h 30 ^m	27,1	14,9	0,273	39,96	10,92		
» »	»	»	253	42,32	10,73	10,83	+ 12,2
» 4 ^h	25,1	14,9	0,273	40,01	10,95		
»	»	»	253	42,47	10,77	10,86	+ 10,2
» 8 ^h	20,0	15,0	0,273	40,01	10,93		
»	»	»	253	42,43	10,76	10,85	+ 5,0
22. II 0 ^h	16,0	16,0	0,629	16,32	10,40		
»	»	»	082	124,82	10,24	10,32	0
» 3 ^h	6,5	16,0	0,629	16,22	10,33		
»	»	»	082	124,90	10,24	10,28	— 9,5
» 8 ^h	12,7	16,6	0,629	16,15	10,29		
»	»	»	082	124,60	10,22	10,25	— 3,9

Die Zahlen der vorletzten Spalte schwanken innerhalb der mit denselben Röhren angestellten Versuche unbedeutend und ohne ausgesprochene Regel, obwohl die Temperatur der Flüssigkeiten im Troge sich in weiten Grenzen bewegt. Sie bestätigen also die aus Wolfs und Bèdes Versuchen gezogenen Schlüsse. Aus alledem folgt, dass für die Intensität der durch die Kapillaritätskräfte hervorgerufenen Erscheinungen fast ganz diejenigen Temperaturen maassgebend sind, welche an den freien Oberflächen herrschen. So hängt das Gewicht des an einem eingesenkten Aräometer sich emporhebenden Wulstes von der Temperatur der Oberfläche dieses Wulstes, und die Steighöhe in einer Röhre von der Temperatur der abgrenzenden Kuppe ab. Hat man aus der Steighöhe den Kapillaritätskoeffizienten abgeleitet, so bezieht sich die erhaltene Zahl wesentlich auf die Temperatur an der Kuppe der gemessenen Säule.

Diese anscheinend unerwarteten Ergebnisse führen, wie hier nicht weiter erörtert werden kann, zu dem Resultat, dass die Kohäsion zwischen zwei verschieden temperirten Theilen einer Flüssigkeit gleich ist dem Mittel der inneren Kohäsionen dieser Theile für sich.

Die angezogene Erfahrung ist noch in anderer Hinsicht von Bedeutung. Nach Laplace soll nämlich die Steighöhe in einer Röhre, die zwei Flüssigkeiten enthält, reduzirt auf die Dichtigkeit der unteren Flüssigkeit, allein von der Natur dieser unteren Flüssigkeit abhängen. Hier haben wir einen Fall, wo diese Steighöhe gerade von der Natur der oberen Flüssigkeit bedingt wird, und das ist ein neuer Widerspruch gegen jene auch durch viele andere Erfahrungen nicht zu rechtfertigende Behauptung. Bemerkenswerth ist aber, dass Bède auch bei wirklich differenten Flüssigkeiten ein ganz ähnliches Verhältniss gefunden hat, wie es sich bei einer aus einem erwärmten und einem nicht erwärmten Theil bestehenden gleichartigen Flüssigkeit zeigt. Taucht eine Röhre in Schwefelsäure und wird in die Röhre Naphta geschüttet, so hat die angestiegene Säule, reduzirt auf die Dichtigkeit des Naphta, nahezu die Länge, die sie vermöge der Kohäsion der oberen Flüssigkeit, des Naphta haben müsste.

Wie die Aenderung der Steighöhe mit wachsender Temperatur zu Stande kommt, darüber sind die Meinungen noch sehr getheilt. Wir wollen, um die Verhältnisse besser übersehen zu können, statt a^2 und $\cos w$ die analytischen Definitionen dieser Grössen einführen. Wir stellen uns vor, dass die Flüssigkeit überall die Temperatur t hat, und dass diese Temperatur auch der Röhre zukommt; ist dann s das spezifische Gewicht der Flüssigkeit bei dieser Temperatur, S das der Substanz, aus welcher die Röhre besteht, so hat man nach Laplace, Gauss u. A.

$$2a^2 = s\Phi_1, \quad \cos w = \frac{2S\Phi_2 - s\Phi_1}{s\Phi_1},$$

wo

$$\Phi_1 = \pi \int_0^\infty dz \int_z^\infty f^2 df \int_f^\infty \varphi(r) dr, \quad \Phi_2 = \pi \int_0^\infty dz \int_z^\infty f^2 df \int_f^\infty \varphi'(r) dr$$

ist, und φ die Anziehung zweier Flüssigkeitstheilchen auf einander, φ die eines Theilchens der Substanz, an welcher die Kuppe hängt, auf ein Theilchen der Flüssigkeit feststellt. Es wird hiernach die mittlere Steighöhe (falls q den Querschnitt der Röhre bedeutet)

$$h = \frac{U}{2q} (2S\Phi_2 - s\Phi_1).$$

Als Substanz, an welcher die Kuppe hängt, pflegt man bei benetzenden Flüssigkeiten eine von der Röhrenwand festgehaltene Schicht dieser Flüssigkeit selbst anzusehen. Man macht dann $S = s$, $\Phi_2 = \Phi_1$, und erhält so

$$h = s \frac{U}{2q} \Phi_1.$$

Indem man weiter, weil die Attraktionsfunktionen φ sich auf Molekel beziehen, diese Funktionen als von der Temperatur unabhängig ansehen zu dürfen glaubte, hat sich die schon erörterte Ansicht herausgebildet, die Theorie verlange, dass die Steighöhe in einer Röhre mit wachsender Temperatur so abnehme wie die Dichtigkeit der Flüssigkeit. Indessen ist es nach unseren jetzigen Ansichten von der Konstitution der Körper und den physikalischen und mechanischen Eigenschaften der Molekel sehr wohl denkbar und sogar sehr wahrscheinlich, dass die Attraktionsfunktionen von der Temperatur abhängen. Dann aber giebt nichts ein Recht, selbst wenn die Kuppe unter allen Umständen an einer Flüssigkeitsschicht hängen sollte, dieser Schicht dieselbe Dichtigkeit zuzuschreiben wie der eigentlichen Flüssigkeit, denn da sie von der Wand festgehalten wird, kann sie sich auch nicht so ausdehnen wie die freie Flüssigkeit. Die Erfahrung wenigstens rechtfertigt eine solche Voraussetzung nicht. Wäre nämlich unter allen Umständen

$$S = s, \quad \Phi_1 = \Phi_2,$$

so hätte man stets

$$\cos w = 1, \quad w = 0^0.$$

Der Randwinkel bliebe sich in allen Temperaturen gleich, und darnach müsste in zylindrischen Röhren die Höhe der Kuppe, von ihrem tiefsten Punkt bis zum Rande gemessen, ebenfalls von der Temperatur unabhängig sein.

Wolf, der zuerst auf diesen Punkt aufmerksam geworden ist, findet für diese Höhe

	bei		
	Wasser	Aether	Schwefelsäure
in der Temperatur 18° C . . .	1,95 mm	1,80 mm	1,80 mm
» » » 100° C . . .	1,87 »	1,60 »	1,73 »

also eine sichere Verringerung mit wachsender Temperatur.

Bei der Normal-Aichungs-Kommission sind entsprechende Erfahrungen für Wasser und Alkohol gesammelt worden, welche Wolfs Angabe, dass die Kuppe schon in den Grenzen von 0 bis 100° ihre Höhe ändert, bestätigen.

Von zwei ineinander gestellten Bechergläsern diente das äussere Glas als Bad, das innere zur Aufnahme der Untersuchungsflüssigkeit. In letztere tauchte eine Röhre von solcher Weite, dass die Kuppe der in ihr angestiegenen Flüssigkeit genügende Grösse besass; über sich liess die Kuppe noch eine bedeutende Strecke frei, in welcher die Temperatur herrschte, bei der die Höhe der Flüssigkeitssäule bestimmt werden sollte. Die Kuppe wurde auf geradem Wege dadurch ausgemessen, dass mit einem Mikrometernmikroskop einmal der Rand und dann der tiefste Punkt derselben eingestellt wurde. Natürlich erhält man so nicht genau die wirkliche Höhe, weil der bei durchfallendem Licht erscheinende Rand nur ein optischer ist, entsprechend der Grenze, bis zu welcher alles Licht von der Fläche der Kuppe nach hinten und oben zurückgeworfen wird; indessen handelt es sich hier mehr um Differenzen, nicht um absolute Werthe, und es ist dafür Sorge getragen worden, dass die Beleuchtung möglichst wenig variierte. Ferner ist die Höhe der Kuppe sowohl bei steigender als auch bei fallender Temperatur bestimmt, weil zu erwarten stand, dass der Rand beim Ansteigen ein wenig zurückgedrängt wird, beim Fallen etwas nachschleppt. Ausserdem sind die Ablesungen bei jeder Temperatur stark gehäuft worden, um Messungsfehler möglichst auszuschneiden. Für Wasser sind an zwei Röhren je zwei Versuchsreihen zu verschiedenen Zeiten ausgeführt. Für Alkohol ist nur eine Röhre zur Verwendung gekommen. Die folgende Zusammenstellung, zunächst für Wasser, enthält für beide Röhren die Temperatur sammt der Angabe über deren Gang während der betreffenden Beobachtung, dann die Anzahl der Einstellungen, aus welchen die betreffende Höhe der Kuppe abgeleitet ist, ferner diese Höhe selbst in Millimetern, endlich in den beiden letzten Spalten die Mittel für Temperatur und Höhe und die mittleren Fehler dieser letzteren.

I. Wasser.

Erste Reihe					Zweite Reihe										
Temperatur Gr. C	Anzahl der Messungen	Höhe der Kuppe	Mittlere Tempe- ratur	Mittlere Höhe der Kuppe, mittlerer Fehler	Temperatur Gr. C	Anzahl der Messungen	Höhe der Kuppe	Mittlere Tempe- ratur	Mittlere Höhe der Kuppe, mittlerer Fehler						
1. Erste Röhre, Durchmesser 2,944 mm															
40° steigend	3	1,192 mm	40°	1,192 mm ± 0,009 »	20° konstant	6	1,138 mm	21°	1,126 mm ± 0,007 »						
					22° konstant	10	1,120 »								
					40° steigend	8	1,131 »	43°	1,124 » ± 0,002 »						
					42° fallend	6	1,125 »								
43° konstant	10	1,121 »													
45° fallend	5	1,124 »													
47° fallend	6	1,118 »	64°	1,146 » ± 0,017 »											
62° steigend	6	1,163 »			60° fallend	10	1,113 »								
66° fallend	6	1,130 »			61° fallend	10	1,129 »	62°	1,119 » ± 0,005 »						
72° steigend	7	1,182 »			64° steigend	9	1,117 »								
72° fallend	6	1,127 »	75°	1,156 » ± 0,012 »	71° fallend	11	1,129 »	72°	1,118 » ± 0,009 »						
77° fallend	7	1,160 »			72° steigend	15	1,110 »								
72° steigend	9	1,152 »			88°	1,180 » ± 0,014 »	78° konstant	14	1,140 »	81°	1,129 » ± 0,007 »				
84° steigend	18	1,148 »					82° steigend	20	1,121 »						
86° fallend	5	1,205 »	82° fallend	16			1,128 »								
88° steigend	11	1,180 »	90° steigend	7			1,201 »								
90° steigend	7	1,201 »	90° fallend	7	1,204 »	2. Zweite Röhre, Durchmesser 3,957 mm									
37° steigend	10	1,864 »	39°	1,856 » ± 0,002 »	21° konstant	10	1,970 »	21°	1,970 » ± 0,003 »						
					42° steigend	10	1,923 »			41°	1,925 » ± 0,002 »				
40° fallend	10	1,849 »	58°	1,830 » ± 0,002 »	40° fallend	12	1,926 »								
58° steigend	14	1,834 »			65° steigend	12	1,905 »	65°	1,891 » ± 0,004 »						
59° fallend	14	1,825 »			65° fallend	12	1,876 »								
70° steigend	10	1,810 »			72°	1,807 » ± 0,005 »	86° steigend	22	1,824 »	86°	1,823 » ± 0,004 »				
73° fallend	14	1,805 »	87° fallend	20			1,821 »								

Wie man sieht, bringen die Versuche an der ersten Röhre keine rechte Entscheidung, diejenigen an der zweiten Röhre lassen aber die Abnahme der Kuppe mit steigender Temperatur so unzweideutig erkennen, dass an derselben nicht gut gezweifelt werden kann. Es sind auch diese letzteren von höherer Bedeutung, weil den Messungen hier viel grössere Sicherheit zugesprochen werden muss, als denen bei den Versuchen an der ersten Röhre, da bei diesen die Schwierigkeiten der Beleuchtung und Messung erheblich unterschätzt worden sind. Die ganze Abnahme der Höhe der Kuppe beträgt bei der zweiten Röhre in der ersten Versuchsreihe 0,049 mm für 33°, in der zweiten 0,147 mm für 65°, beide Zahlen sind jedenfalls erheblich grösser als die (unter die Mittelbeträge zur Orientirung über die Sicherheit der Messung gesetzten) mittleren Fehler der Messungen.

Hiernach ist der Schluss wohl gerechtfertigt, dass die Kuppe einer aufgestiegenen Wassersäule schon in dem Temperaturintervall 20 bis 90° ihre Krümmung nicht mehr beibehält. In höhere Temperaturen wird die Krümmung sicher noch stärker abnehmen, da sie ja bei der kritischen Temperatur ganz verschwindet.

II. Alkohol.

Durchmesser der Röhre: 2,944 mm

Erste Reihe					Zweite Reihe				
Temperatur Gr. C	Anzahl der Messun- gen	Höhe der Kuppe	Mittlere Tempera- tur	Mittlere Höhe der Kuppe	Temperatur Gr. C	Anzahl der Messun- gen	Höhe der Kuppe	Mittlere Tempera- tur	Mittlere Höhe der Kuppe
20°	8	1,095 mm	20°	1,099 mm	20°	10	1,117 mm	20°	1,117 mm
36°	14	1,097 »	40°	1,093 »	41°	12	1,103 »	43°	1,101 »
44°	13	1,089 »	55°	1,077 »	46°	10	1,099 »	53°	1,090 »
55°	11	1,077 »	68°	1,049 »	50°	11	1,085 »	71°	1,095 »
68°	12	1,049 »			56°	11	1,095 »		
					71°	16	1,095 »		

Im Mittel haben wir
 Temperatur: 20 42 54 70°
 Kuppenhöhe: 1,108 1,098 1,087 1,072 mm.

Hier ist die Abnahme der Kuppenhöhe eine stetige, sie beträgt freilich von 20 bis 70° nur 0,036 mm, ist aber jedenfalls grösser als der mittlere Fehler der Messungen, welcher auf 0,010 mm geschätzt werden darf.

Nachdem sich so unzweideutig ergeben hat, dass eine Temperaturerhöhung nicht allein die Steighöhe, sondern zugleich auch die Kuppenhöhe erniedrigt, stand in Verbindung mit den Resultaten, welche über die Abhängigkeit des Randwinkels von der Substanz, an welcher die gehobene Flüssigkeit hängt, gewonnen waren, zu erwarten, dass die Ableitung der Veränderung des Kapillaritätskoeffizienten mit wachsender Temperatur aus der Abnahme der Steighöhe nicht zu einfachen Resultaten führen wird, namentlich musste einer starken Beeinflussung der Ergebnisse durch die Beschaffenheit der Röhren selbst, in welchen die Messungen ausgeführt wurden, entgegengesehen werden. In der That haben die bezüglichlichen Bestimmungen, wenigstens bei Wasser, zu sehr verschiedenartigen Ergebnissen geführt.

6. Abhängigkeit des Kapillaritätskoeffizienten des Wassers von der Temperatur.

Die Anordnung der Versuche war eine sehr einfache. Zwei Bechergläser wurden in einander gestellt, das innere diente zur Aufnahme der Versuchsflüssigkeit, das äussere als Bad. Röhren und Thermometer steckten in einem Kork, welcher von einem Stativ gehalten wurde. Von der Flüssigkeit wurde in das innere Becherglas immer nur soviel eingefüllt, dass die Kuppen der in den Röhren angestiegenen Säulen sich nicht über der Mitte des Becherglases erhoben. Die Röhren ragten entweder noch aus dem Glase heraus, oder sie befanden sich ganz innerhalb des Glases, sie waren natürlich gehörig gerichtet; von den Thermometern hatte das eine sein Gefäss in unmittelbarer Nähe der am tiefsten, das andere in der Umgebung der am höchsten stehenden Kuppe. Das innere Becherglas war, um die Temperatur in seinem Innern gleichmässiger zu verteilen und zugleich die Verdampfung der Flüssigkeit einzuschränken, überdeckt. Die Messungen der Steighöhen wurden bei steigender, fallender und nahezu konstanter Temperatur ausgeführt. Das Niveau stellte man auf direktestem Wege ein, indem man mit dem Kathetometer nach den Stellen visirte, an welchen die Röhren den ebenen Flüssigkeitsspiegel verliessen. Es sind diese Stellen bei geeigneter Beleuchtung leicht durch eine dunkle, die betreffende Röhre umgebende elliptische Figur erkennbar, welche für eine Visirung im Spiegel der Flüssigkeit sich fast zu einer Linie zusammenzieht und aus leicht erkennbaren Gründen in der Ebene dieses Spiegels liegt. Zwar bietet diese Art der Niveaubestimmung nicht solche Sicherheit wie die vermittelt einer Spitze, aber sie ist bei der in solchen Messungen überhaupt erreichbaren Genauigkeit völlig ausreichend und empfiehlt sich wegen der Leichtigkeit der Ausführung, weil namentlich in höheren Temperaturen, wo Verdampfung und von der Bedeckung herabfallende Tropfen das Niveau fortwährend verändern, Raschheit in den Einstellungen Hauptbedingung für die Sicherheit der einzelnen Messungen ist.

Die grösste Zahl von Bestimmungen ist für Wasser ausgeführt; hier liegen 19 Versuchsreihen an 14 Röhren verschiedenster Weite vor. Die Temperaturen gehen von 0 bis 96°, fangen jedoch bei einzelnen Reihen später an und hören bei anderen früher auf. In jeder Temperatur sind bis zu 12 Messungen ausgeführt, und zwar nicht hintereinander, sondern an verschiedenen Tagen und an verschiedenen Stellen der Röhren.

In der nachfolgenden Tafel sind die Ergebnisse dieser Messungen, geordnet nach den Temperaturen und Versuchsreihen, zusammengestellt; die erste Spalte enthält alle Temperaturen, für welche Bestimmungen vorliegen, die folgenden 19 Spalten geben die zugehörigen Bestimmungen für die Konstante 2α in den 19 Versuchsreihen, in den Ueberschriften dieser Spalten stehen zunächst die Nummern der benutzten Röhren und darunter zur Orientirung genäherte Werthe für die Durchmesser der letzteren — auf Hunderttheile des Millimeter angegeben. Die Röhren 1 bis 5 einschliesslich bestanden aus gewöhnlichem Thüringer Glas, die übrigen aus Jenaer Glas. Letztere haben sich als viel widerstandsfähiger gegen die Einwirkungen des heissen Wassers erwiesen als erstere, denn bei diesen war schon nach Erhitzungen des Wassers auf 80° unter Umständen deutlich eine Korrosion der inneren Oberfläche zu bemerken, bei jenen hat selbst siedendes Wasser keinen in die Augen fallenden Einfluss auf die Oberfläche gehabt.

Temperatur Gr. C	1.	2.	3.	4.	5.	6.		7.		8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.
	0,28	0,40	1,08	0,36	0,38	0,72		0,98		0,69	0,81	1,01	0,40	0,62	0,72	1,03
- 0,5	14,929	.	.	14,901
+ 0,8	14,927	15,066	14,961
1,8	15,183	15,045	14,892
4,8	14,789	14,959	14,851
5,1	14,581
5,5	14,822	.	.	14,708
9,4	14,593	.	.	.	14,949
9,9	14,725	.	.	14,706
11,2	14,674	.	.	.	14,853
13,5	14,644	.	.	14,599
14,0	14,744	.	.	.
14,1
14,2	14,952	14,801	14,741
14,5	14,71	14,26	14,95
14,6	14,781	14,665
14,8	14,615	.	.
15,5	.	.	.	14,38	14,56
17,1	14,294
18,3	14,530	.	.	14,218
22,1	14,545	.	14,617	14,409
23,8	14,46	14,32	14,74
24,4	14,172
26,0	14,372	.	.	14,351
27,1	14,089	.	.	14,491	14,569	14,369	14,329	.	.	.
28,3	.	.	.	14,25	14,21	14,248	.	.
30,7	14,205	.	.	13,939	14,392	14,351
32,7	13,973	14,225	.	.	.
35,4	14,16	13,99	14,39
36,9	14,306	14,265	14,202
37,0	.	.	.	13,98	13,96
39,1	13,987	.	.	13,752
39,4	13,974	.	.	13,959
39,6	14,192	14,075
39,7	13,781	.	.	14,249	.	.	14,007	.	.	.
43,3	13,96	13,63	14,03
43,8	13,856	.	.	13,617
45,3	13,692	13,543	.	14,086
45,6	13,812	.	.	13,750
46,2	.	.	.	13,71	13,71
47,1	14,090	14,021	14,000
48,2	13,708	.	.	14,060

Tempe- ratur Gr. C	1.	2.	3.	4.	5.	6.		7.			8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.
	0,28	0,40	1,08	0,36	0,38	0,72		0,98			0,69	0,81	1,01	0,40	0,62	0,72	1,03
49,5	13,728	.	.	.
50,2	13,854	13,825
50,6	13,491	.	.	.	13,883
50,8	13,819	.	.
52,6	13,43	13,36	13,67
53,6	3,557	.	.	.	13,515
54,8	.	.	.	13,43	13,50	13,569	.	.	.	13,414
56,1	13,260
58,7	13,883	13,770	13,843
59,1	13,398	.	13,614	13,663
60,7	13,391	.	.	.	13,377
63,1	13,297	.	.	.	13,192
63,9	13,04	13,00	13,21
64,8	13,127	.	.	.	13,500
65,0	13,306	.	12,971	.	13,207
66,9	.	.	.	12,85	13,05
67,4	13,157	.	.	.	13,137
68,3	13,223	.	.	.
69,3	13,369	13,449
69,7	13,138	13,007	.	.	13,012	13,439
70,1	13,595	13,483	13,589
71,0	13,311	.	.
71,2	12,87	12,78	12,86
73,0	13,079	.	.	.	12,989
74,5	12,557
75,2	12,932	.	.	.	12,824
76,4	.	.	.	12,79	12,88
78,5	12,884	.	.	.
79,1	.	.	12,76
79,3	13,080	.
79,4	13,045
79,7	13,073	.	.
80,8	12,858	.	.	.	12,667	.	.	13,268
80,9	13,249	.	13,264
81,2	12,842	.	.	.	12,755
84,5	12,527
84,8	12,721	.	.	.	12,660
85,6	.	.	.	12,47	12,64
87,9	12,669	.	.	.	12,440
89,9	12,702	12,630	.
90,0	12,774
92,9	13,059
93,1	12,886	12,982
93,3	12,523
94,4	.	.	.	12,10	12,33
96,2	12,515	.	.	.	12,329

Zur besseren Uebersicht über den Werth und die Bedeutung der Ergebnisse sind dieselben zur Zeichnung von Kurven für den Gang des Koeffizienten 2α mit wachsender Temperatur verwendet, indem die Temperaturen als Abszissen, die zugehörigen Werthe von 2α als Ordinaten aufgetragen wurden. Alle Kurven

zeigten zunächst einen starken Abfall der Ordinaten mit wachsender Abszisse, keine der Kurven konnte als gerade Linie angesehen werden, denn jede erscheint im Ganzen und in ihren einzelnen Theilen mehr oder weniger gekrümmt. Im Uebrigen aber herrscht zwischen den einzelnen Kurven eine starke Verschiedenheit, in der Lage wie in der Form. Nicht allein ist also der Koeffizient der Kapillarität verschieden gross in verschiedenen Röhren, sondern derselbe variirt auch mit wachsender Temperatur nicht in allen Röhren in gleicher Weise. Es wird so eine Bemerkung bestätigt, welche namentlich von Wolf¹⁾ hervorgehoben ist, dass nämlich »das Verhältniss der Höhen, zu welchen eine selbe Flüssigkeit in verschiedenen Röhren sich erhebt, mit der Temperatur variirt«. Da α gleich ist dem von der Flüssigkeit abhängenden eigentlichen Kapillaritätskoeffizienten α^2 , multipliziert mit dem Cosinus des auch durch die Substanz und Oberflächenbeschaffenheit der benutzten Röhre bestimmten Randwinkels, wird man zunächst vermuthen müssen, dass die Variabilität dieses Randwinkels in seiner Grösse und in seiner Abhängigkeit von der Temperatur die Divergenz der einzelnen Kurven verursacht. Es würde dadurch ein etwas vom Zufall abhängendes Element in die Bestimmungen hineingebracht sein, welches allgemeinen Aussagen in Bezug auf den Einfluss der Wärmezufuhr auf die Kapillaritätserscheinung Eintrag thun müsste.

Um nun aus der Gesamtheit der Versuche zu mittleren Ergebnissen zu gelangen, sind die 19 Kurven nach übereinstimmenden Merkmalen durchgesehen worden, es fand sich, dass dieselben in 8 Gruppen vertheilt werden konnten, deren jede einander ähnliche Kurven enthielt; die Kurven jeder Gruppe sind zu einer mittleren Kurve vereinigt worden, indem man für jede Abszisse das Mittel aus den verschiedenen Ordinaten nahm. Dabei hat man diejenigen Kurven, welche nach der einen oder anderen Seite unvollständig waren, um in den Mitteln Sprünge zu vermeiden, unter Berücksichtigung ihres eigenen Verlaufs sowie ihres Verhältnisses zu den anderen Kurven der betreffenden Gruppe einerseits bis 0° , andererseits bis 96° fortgesetzt. Die so resultirenden 8 neuen Kurven liessen sich weiter in 2 Gruppen *A*, *B* einreihen, deren eine 5, deren andere 3 Kurven enthielt. Die aus diesen beiden Gruppen resultirenden 2 Mittelkurven sind auf der Tafel I dargestellt und zwar *A* gestrichelt, *B* punktirt. Man sieht, dass dieselben nicht wenig von einander abweichen und in ihren Krümmungen namentlich bei den höheren Temperaturen einander widersprechen. Die Kurve *A* fasst alle Versuche an den Röhren 1, 2, 3, 4, 5, 6 (erste und zweite Versuchsreihe), 7 (erste, dritte und vierte Versuchsreihe), 11, 13, 14 zusammen; zur Kurve *B* gehören alle diejenigen, welche mit den Röhren 6 (dritte Versuchsreihe), 7 (zweite Versuchsreihe), 8, 9, 10, 12 ausgeführt sind. Es fällt auf, dass Versuche mit den Röhren 6 und 7 in beiden Gruppen vertreten sind; da nun diese Röhren sich nicht stets in demselben Zustande befunden haben — denn sie sind zwischen den einzelnen Reihen jedesmal sorgfältig gereinigt worden —, so kann man schliessen, dass die Veränderung der Steighöhe in einer Röhre mit wachsender Temperatur auch von dem Zustand der inneren Oberfläche dieser Röhre abhängt. Indessen ist noch auf einen Umstand aufmerksam zu machen, auf den leider nur bei 7 Versuchsreihen besonders geachtet worden ist. Es scheint nämlich, als ob in höheren Temperaturen die Steighöhe in einer Röhre auch durch die Temperatur des herausragenden Theiles der Röhre mitbestimmt wird, wahrscheinlich weil die Verdampfung an der Kuppe der aufgestiegenen Säule energischer vor sich geht, wenn auch am Ende der Röhre eine hohe Temperatur herrscht, als wenn daselbst in Folge geringeren Temperaturgrades der Dampf sich condensirt. In der That ist es auffallend, dass alle Versuche, bei welchen man vorsätzlich die Röhren aus dem Bade weit herausragen liess (es sind das die Versuche mit den Röhren 8, 9, 10, 12), in eine, die erste Gruppe, fallen, während diejenigen, wo die Röhren sich ganz innerhalb des Bades befanden (die mit den Röhren 11, 13, 14 ausgeführten), sich in die andere, die zweite Gruppe einreihen; und man wird in jener Vermuthung um so mehr bestärkt, als die Versuche an den Röhren 11, 13, 14 gleichzeitig mit den Versuchen an der Röhre 12 ausgeführt wurden und trotzdem jene sich in der zweiten Gruppe zusammenfanden, diese sich von ihnen trennend, der ersten Gruppe zufielen. Bei den anderen 12 Versuchsreihen werden die Röhren bald mehr bald weniger aus dem Bade herausgeragt haben.

Vereinigt man wieder die beiden Gruppen *A*, *B* miteinander, und zwar indem man der ersteren, weil sie aus doppelt so viel Versuchsreihen abgeleitet ist wie die zweite, dieser gegenüber das doppelte Gewicht beilegt, so resultirt die auf der Tafel II voll ausgezogene, alle Versuche zusammenfassende Kurve. Sie ist von bemerkenswerth einfacher Form und besteht aus einem flachen, schräg verlaufenden Bogen mit nur sehr unbedeutenden Nebenkrümmungen. Zur analytischen Darstellung des Ganges dieser Kurve stellte sich das folgende Verfahren als besonders einfach heraus. Die Ordinaten der Kurve geben die nach allen 19 Versuchsreihen im Mittel den einzelnen Temperaturen zugehörigen Beträge der Konstante 2α . Dividirt man jeden dieser Beträge durch die Dichtigkeit des Wassers bei der betreffenden Temperatur, so erhält man eine neue Reihe von Zahlen und wenn man diese dann wieder graphisch aufträgt, erscheint eine in der Tafel II gestrichelt gezeichnete Kurve, die man ohne Weiteres als eine gerade Linie auffassen darf. Für die Dichtigkeit des Wassers bei verschiedenen Temperaturen ist die von Rossetti aus den Versuchen von ihm selbst und denen von Kopp, Despretz, Hagen, Matthiessen abgeleitete und in Wiedemanns Annalen, Ergänzungsband V Seite 268, veröffentlichte Tabelle zu Grunde gelegt worden, welche auch Landolt und Börstein in ihre bekannte Sammlung »Physikalisch-Chemische Tabellen« aufgenommen haben.

Die nachfolgende Tafel enthält jedesmal in der ersten Spalte die Temperaturen von Grad zu Grad, in der zweiten die in der angegebenen Weise erhaltenen zugehörigen Mittelbeträge von 2α , in der dritten die Dichtigkeit s des Wassers, in der vierten die Quotienten $\frac{2\alpha}{s}$.

¹⁾ Poggendorffs Annalen für Physik und Chemie, Bd. 103.

Temperatur Gr. C	2α	s	$\frac{2\alpha}{s}$	2α Beob.-Rechnung		Temperatur Gr. C	2α	s	$\frac{2\alpha}{s}$	2α Beob.-Rechnung	
				Formel 1	Formel 2					Formel 1	Formel 2
0	14,989	0,99987	14,991	+ 4	- 13	50	13,727	0,98819	13,891	- 4	- 4
1	14,966	0,99993	14,967	+ 2	- 12	51	13,701	0,98772	13,871	- 1	- 3
2	14,944	0,99997	14,944	0	- 11	52	13,674	0,98725	13,851	+ 1	- 2
3	14,922	0,99999	14,922	0	- 11	53	13,647	0,98677	13,830	0	- 2
4	14,900	1,00000	14,900	0	- 8	54	13,620	0,98629	13,809	+ 2	- 1
5	14,877	0,99999	14,877	- 1	- 7	55	13,592	0,98581	13,788	+ 3	- 1
6	14,855	0,99997	14,855	- 1	- 5	56	13,563	0,98534	13,765	+ 1	- 2
7	14,833	0,99993	14,834	- 1	- 3	57	13,534	0,98486	13,742	+ 1	- 3
8	14,812	0,99989	14,814	+ 1	0	58	13,504	0,98437	13,718	0	- 5
9	14,791	0,99982	14,794	+ 3	+ 3	59	13,474	0,98388	13,695	- 3	- 7
10	14,769	0,99975	14,773	+ 4	+ 5	60	13,445	0,98338	13,672	- 4	- 8
11	14,746	0,99966	14,751	+ 5	+ 6	61	13,416	0,98286	13,650	- 5	- 9
12	14,724	0,99955	14,731	+ 6	+ 9	62	13,388	0,98234	13,629	- 3	- 8
13	14,701	0,99943	14,709	+ 6	+ 10	63	13,359	0,98182	13,606	- 4	- 9
14	14,678	0,99930	14,688	+ 7	+ 12	64	13,331	0,98128	13,585	- 4	- 8
15	14,654	0,99916	14,666	+ 7	+ 12	65	13,302	0,98074	13,563	- 4	- 9
16	14,629	0,99900	14,644	+ 6	+ 12	66	13,274	0,98019	13,542	- 3	- 8
17	14,605	0,99884	14,622	+ 6	+ 13	67	13,246	0,97964	13,521	- 3	- 7
18	14,580	0,99865	14,600	+ 6	+ 12	68	13,217	0,97908	13,499	- 2	- 8
19	14,554	0,99846	14,576	+ 4	+ 11	69	13,189	0,97851	13,479	0	- 7
20	14,528	0,99826	14,553	+ 3	+ 10	70	13,162	0,97794	13,459	+ 1	- 4
21	14,501	0,99805	14,529	0	+ 8	71	13,135	0,97736	13,439	+ 3	- 2
22	14,474	0,99783	14,505	- 2	+ 6	72	13,108	0,97677	13,420	+ 7	0
23	14,447	0,99760	14,482	- 3	+ 5	73	13,081	0,97618	13,400	+ 9	+ 2
24	14,421	0,99737	14,459	- 4	+ 4	74	13,052	0,97558	13,379	+ 10	+ 2
25	14,394	0,99712	14,436	- 5	+ 2	75	13,025	0,97498	13,359	+ 11	+ 5
26	14,368	0,99687	14,413	- 6	+ 2	76	12,996	0,97438	13,338	+ 12	+ 5
27	14,343	0,99660	14,392	- 6	+ 2	77	12,967	0,97377	13,316	+ 13	+ 6
28	14,317	0,99633	14,370	- 6	+ 2	78	12,937	0,97316	13,294	+ 12	+ 5
29	14,293	0,99605	14,350	- 4	+ 3	79	12,907	0,97255	13,271	+ 11	+ 5
30	14,268	0,99577	14,329	- 3	+ 4	80	12,877	0,97194	13,249	+ 10	+ 5
31	14,243	0,99547	14,308	- 2	+ 5	81	12,846	0,97132	13,225	+ 8	+ 4
32	14,218	0,99517	14,287	- 1	+ 6	82	12,815	0,97070	13,202	+ 7	+ 3
33	14,193	0,99485	14,266	+ 1	+ 7	83	12,784	0,97007	13,179	+ 6	+ 2
34	14,167	0,99452	14,245	+ 1	+ 7	84	12,752	0,96943	13,154	+ 3	0
35	14,141	0,99418	14,224	+ 2	+ 7	85	12,721	0,96879	13,131	+ 1	- 1
36	14,114	0,99383	14,202	+ 1	+ 7	86	12,692	0,96815	13,109	- 1	0
37	14,087	0,99347	14,180	+ 1	+ 6	87	12,659	0,96751	13,084	- 2	- 2
38	14,059	0,99310	14,157	0	+ 4	88	12,628	0,96687	13,061	- 4	- 3
39	14,030	0,99273	14,133	- 2	+ 2	89	12,597	0,96622	13,037	- 4	- 3
40	14,001	0,99235	14,109	- 4	- 1	90	12,567	0,96556	13,015	- 6	- 2
41	13,972	0,99197	14,085	- 6	- 3	91	12,537	0,96490	12,993	- 6	- 2
42	13,944	0,99158	14,062	- 7	- 4	92	12,507	0,96423	12,971	- 5	- 1
43	13,915	0,99118	14,039	- 9	- 6	93	12,477	0,96356	12,949	- 5	- 2
44	13,887	0,99078	14,016	- 10	- 7	94	12,448	0,96288	12,928	- 5	+ 2
45	13,860	0,99037	13,995	- 10	- 8	95	12,419	0,96219	12,907	- 4	+ 4
46	13,832	0,98996	13,972	- 10	- 8						
47	13,805	0,98954	13,951	- 9	- 8						
48	13,779	0,98910	13,931	- 7	- 7						
49	13,753	0,98865	13,911	- 6	- 6						

Die Zahlen dieser vierten Spalte sollten nach Laplace und Poisson alle einander gleich sein, sie fallen aber sehr stark mit wachsender Temperatur; gleicht man dieselben gemäss der obigen Bemerkung durch eine lineare Formel $a + bt$ aus, woselbst t die Temperatur bedeutet, so findet sich:

$$\frac{2\alpha}{s} = 14,9871 - 0,021848 t = 14,987(1 - 0,001458 t).$$

Die Fehler, welche diese Formel in der Darstellung der Zahlen der vierten Spalte noch übrig lässt, sind in der fünften Spalte der obigen Tabelle zusammengestellt und erreichen nur den unbedeutenden Betrag von 0,013.

Hiernach hätten wir als Schlussresultat aller auf der Normal-Aichungs-Kommission ausgeführten Bestimmungen für Wasser

$$1) \dots 2\alpha = 14,987(1 - 0,001458 t)s.$$

Dieses so einfache Resultat könnte vielleicht deshalb weniger gesichert erscheinen, weil die endgültige Mittelreihe aus einer immerhin unsicheren Vertheilung des Gewichts zwischen den beiden genannten Gruppen gewonnen ist. Es sei deshalb hervorgehoben, dass man in dem Wesentlichen zu gleichen Ergebnissen gelangt, wenn man der zweiten Gruppe statt eines halb so grossen ein ebenso grosses Gewicht beilegt wie der ersten. Die Formel bleibt in ihrer Form bestehen, die Zahlenkoeffizienten fallen natürlich ein wenig anders aus, und wenn auch die Fehler, welche die Formel unter Annahme einer gleichen Berechtigung der beiden Gruppen übrig lässt, grösser sind, als wenn der Werth der ersten Gruppe doppelt so hoch geschätzt wird als der der zweiten, so übersteigen doch auch sie 0,025 nicht. Selbst wenn das Gewicht der ersten Gruppe etwas grösser als 2 angesetzt wird, gelangt man analytisch nicht zu anderen Ergebnissen. Die obige Gewichtsvertheilung schien die wahrscheinlichste zu sein, ist aber für die Form des Resultats nicht von Bedeutung.

Darf man Mittelergebnisse aus 19 Versuchsreihen, welche zu den verschiedensten Zeiten, unter den verschiedensten Umständen ausgeführt sind, als von Zufälligkeiten, wie eine grössere oder geringere Reinheit des Wassers und der Röhren, ferner stärkere oder schwächere Verdampfung, u. s. f. weniger bedingt ansehen, dann hat die obige Formel auch physikalisch eine gewisse Bedeutung; denn man kann aus derselben folgern, dass die Anziehung zwischen zwei Theilchen des Wassers proportional der Temperatur abnimmt, und das dürfte für Betrachtungen über die sogenannte Zustandsgleichung der Körper von einiger Wichtigkeit sein.

Nach derselben Methode, wie auf der Kommission ausgeführt, liegen noch 3 andere vollständige Untersuchungen über die Abhängigkeit der Kapillarität des Wassers von der Temperatur vor, von Sondhauss¹⁾, Brunner²⁾ und Wolf³⁾. Die Untersuchung von Sondhauss scheidet aus den von Wolf dargelegten Gründen aus. Brunner und Wolf glaubten ihre Ergebnisse schon für 2α durch eine lineare Funktion darstellen zu können. Trägt man aber ihre Beobachtungsergebnisse graphisch auf, so kommen Linien zum Vorschein, welche eine ausgesprochene systematische Krümmung zeigen; lineare Gleichungen genügen also streng genommen nicht zu deren Darstellung. Bei Wolfs Beobachtungen freilich reicht für den Gang der Grösse $\frac{2\alpha}{s}$ eine lineare Funktion der Temperatur noch weniger aus als für den der Grösse 2α , Brunners Versuche dagegen lassen eine solche Funktion für $\frac{2\alpha}{s}$ eher zu als für 2α selbst, so dass dieselben in dieser Beziehung mit denen der Normal-Aichungs-Kommission in Einklang stehen.

Nach Brunner wäre

$$2\alpha = (15,2661 - 0,02371 t)s = 15,266(1 - 0,001553 t)s,$$

nach Wolf

$$2\alpha = (15,7273 - 0,02407 t)s = 15,727(1 - 0,001530 t)s.$$

Die Zahlenwerthe in diesen Formeln stimmen mit den bei der Kommission gefundenen wenig überein; es liegt das daran, dass namentlich in den niederen Temperaturen von beiden Forschern weit grössere Steighöhen beobachtet sind; die von Wolf gefundenen Zahlenwerthe sind sogar so hoch, wie sie sich — abgesehen von einer vereinzelt Beobachtung von Quincke — kaum einem anderen Experimentator ergeben haben. Indessen haben beide Beobachter ihre Messungen nur an einer einzigen Röhre ausgeführt; nach dem was oben gesagt ist, kann darum ihren Resultaten allgemeine Bedeutung nicht beigelegt werden. Wahrscheinlich bedingt auch die Verschiedenheit der Glassorten eine Abweichung in den Resultaten, denn es scheint beispielsweise die Steighöhe in Röhren aus Jenaer Glas geringer zu sein, als in solchen aus Thüringer Glas. Die sonst noch vorhandenen Bestimmungen anderer Forscher können mit den hier dargelegten nicht gut verglichen werden, weil sie nach anderen Methoden ausgeführt sind, sich meist auch auf die Grösse a^2 , nicht auf die hier nöthige 2α erstrecken.

Man kann nun noch den Gang des Koeffizienten 2α direkt durch eine Funktion der Temperatur darstellen. Hierzu reicht eine Funktion zweiten Grades schon aus; man findet

$$2) \dots 2\alpha = 15,0018 - 0,02339 t - 0,0000404 t^2 \\ = 15,002(1 - 0,001558 t - 0,000027 t^2).$$

¹⁾ De vi quam calor habet in fluidorum capillaritatem (Dissertation) 1841.

²⁾ Ueber die Kohäsion der Flüssigkeiten.

³⁾ Poggendorffs Annalen für Physik und Chemie, Bd. 103.

Die Fehler, welche diese Formel übrig lässt, sind in der letzten Spalte der Tafel auf Seite 27 zusammengestellt; sie übersteigen 0,013 nicht, sind also nicht grösser als diejenigen, welche aus der Anwendung der Formel 1) resultirten. Die neue Gleichung ist aber gegen die frühere im Nachtheil, denn obwohl sie eine Konstante mehr enthält als diese, ist die Summe ihrer Fehlerquadrate nicht unerheblich grösser als bei dieser; auch ist der Gang der übrig bleibenden Fehler nach ihr systematischer als nach jener Formel. Sie ist jedoch sehr bequem und für praktische Bedürfnisse ausreichend.

Vereinzelte Beobachtungen über die Kapillarität des Wassers sind in erheblicher Anzahl vorhanden. Sie sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

No.	Beobachter	Litteraturnachweis	Methode	2α	Temperatur Gr. C
1	Gay-Lussac	Poisson: Nouvelle Théorie de l'action Capillare p. 113	Steighöhe in Röhren	15,13	8,5 ⁰
2	»	» » » » » p. 182	Steighöhe zwischen 2 Platten	14,65	16
3	»	» » » » » p. 234	Steighöhe in Röhren	15,12	8,5
4	»	» » » » » p. 294	» » »	15,15	8,5
5	Frankenheim	Brunner: Ueber die Cohäsion von Flüssigkeiten S. 38	» » »	15,36	0
6	»	» » » » » S. 38	» » »	14,84	16,5
7	Sondhauss	» » » » » S. 33	» » »	15,52	0
8	Artur	» » » » » S. 38	» » »	15,16	0
9	Hagen	Ueber die Oberfläche von Flüssigkeiten	» » »	14,88	10
10	»	» » » » »	Steighöhe zwischen 2 Platten	11—15,27	10
11	»	» » » » »	abfallende Tropfen	11,15	10
12	Bède	Recherches sur la capillarité	Steighöhe in Röhren	14,82	15,2
13	»	» » » »	Steighöhe an Platten frisch	13,1	15,2
14	»	» » » »	» » » »	9,3	15,2
15	»	» » » »	» » » »	8,7	15,2
16	Quincke	Poggendorff: Ann. f. Phys. u. Chem. 135, S. 642	Steighöhe in weiten Röhren	17,58	0
17	»	» » » » » 139, S. 9	» » » »	14,47	16,2
18	»	» » » » » 139, S. 9	Höhe von Luftblasen	14,90	25
19	Volkman	Wiedemann: Ann. f. Phys. u. Chem. 11, S. 193	Steighöhe in Röhren	14,53	16
20	»	» » » » » 11, S. 193	Steighöhe an Platten	14,63	16
21	Rodenbeck	» Beiblätter 4, S. 105.	Steighöhe in Röhren	14,64	17,5
22	N.-A.-Kommission	Diese Arbeit, erste Bestimmung S. 16.	Steighöhe in Röhren	14,92	14,4
23	Magie	Inaugural-Dissertation, Berlin 1885	» » »	14,45	19,3
24	Rother	Wiedemann: Ann. f. Phys. und Chem. 21, S. 585	» » »	14,71	15

Versuche von Maragnoni, Mensbrugge, Lütge u. a. sind wegen mangelnder Temperaturangaben ausgeschlossen.

Die Zahlen weichen von einander sehr stark ab; namentlich die Bestimmungen aus Steighöhen an freiliegenden Flächen wie Platten und weiten Röhren zeigen, wie nach den Ausführungen im Beginn dieser Arbeit nicht anders zu erwarten war, starke Divergenzen. Schliesst man die Ergebnisse unter 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16 als gänzlich unwahrscheinlich aus, so bleibt eine Reihe von Zahlen übrig, welche wieder auf eine stärkere Zunahme der Kapillarität mit fallender Temperatur hinweist, als sich aus den oben behandelten 19 vollständigen Versuchsreihen der Normal-Aichungs-Kommission ergab. Woran das liegt, hat sich mit Bestimmtheit nicht ermitteln lassen, doch sei hervorgehoben, dass alle Röhren, an welchen Steighöhen im Temperaturintervall 0° bis 14° gemessen sind, aus Jenaer Glas bestanden. In mittleren Temperaturen, wie solche für die Praxis in Frage kommen, stimmen die mittleren Ergebnisse dieser vereinzelt Beobachtungen mit denen der 19 Versuchsreihen hinreichend überein. Da nun letztere Versuchsreihen für sehr viele Temperaturen und in weit auseinanderliegenden Temperaturgrenzen ausgeführt sind, und da zudem durch fortwährende Variirung der einzelnen Verhältnisse und Häufung der Messungen für Ausschliessung systematischer Fehler gesorgt ist, dürfte es wohl gerechtfertigt erscheinen, bei der aus ihnen allein folgenden Formel 1) oder 2) stehen zu bleiben, zumal namentlich die erstere Formel sehr einfach ausgefallen ist, und wenigstens die mittleren Ergebnisse so genau darstellt, wie das sonst bei keiner aus anderen Beobachtungen abzuleitenden Gleichung der Fall ist.

7. Abhängigkeit des Kapillaritätskoeffizienten des Alkohols und Glycerins von der Temperatur.

Viel einfacher als für Wasser gestalten sich die Bestimmungen für Alkohol. Diese Flüssigkeit benetzt Glas so gut, dass Versuche an zwei Röhren schon ausreichen, die Abhängigkeit der Kapillarität von der Temperatur festzustellen. Die Ergebnisse der Versuche sind in der folgenden Tabelle enthalten. Die erste Spalte giebt die Temperaturen, die beiden anderen Spalten enthalten die in den beiden Versuchsreihen gefundenen Werthe für 2α .

Temperatur Gr. C	2α			$\frac{s_0}{s}$	$2\alpha \frac{s_0}{s}$
	Röhre 1	Röhre 2	Mittel		
14,5	5,743	5,797	5,770	1,014768	5,855
29,7	5,508	5,556	5,532	1,031333	5,705
50,9	5,190	5,237	5,214	1,056297	5,508
66,3	4,978	4,980	4,979	1,075786	5,356

Die Abweichungen zwischen entsprechenden Zahlen sind unbedeutend, die beiden Reihen sind darum zu einer Mittelreihe zusammengezogen, deren Zahlen in der vierten Spalte stehen. Man kann diese Zahlen mit sehr grosser Genauigkeit durch die lineare Gleichung

$$3) \dots 2\alpha = 5,9883 - 0,01523t = 5,988(1 - 0,00254t)$$

darstellen, denn die Fehler, welche diese Formel übrig lässt, sind nur + 0,003; - 0,004; + 0,001; 0,000.

Bildet man auch hier die Grösse $\frac{2\alpha s_0}{s}$, indem man für $\frac{s_0}{s}$ diejenigen Werthe benutzt, welche aus der auf Seite 18 mitgetheilten Formel erfolgen und für die betreffenden Temperaturen in der obigen Tafel in der fünften Spalte zusammengestellt sind, so erhält man die in der sechsten Spalte stehenden Beträge. Auch diese lassen sich durch eine lineare Gleichung

$$4) \dots \frac{2\alpha s_0}{s} = 5,9925 - 0,00958t = 5,992(1 - 0,00160t)$$

zusammenfassen, welche nicht minder gut ist wie die für 2α , da sie als Fehler + 0,001; - 0,003; + 0,003; - 0,001 übrig lässt.

Entsprechende anderweitige Versuche für Alkohol selbst sind nicht bekannt, für Spiritus von 97 Gp giebt Frankenheim als Formel

$$2\alpha = 2\alpha_0(1 - 0,00240t),$$

der Koeffizient von t stimmt nicht schlecht mit dem bei der Normal-Aichungs-Kommission für absoluten Alkohol gefundenen überein. Ferner ist nach Bède für Spiritus von 95 Gp

$$2\alpha = 2\alpha_0(1 - 0,00205t).$$

Der Faktor von t dürfte aus Gründen, die bald erhellen werden, in beiden Formeln zu klein ausgefallen sein.

Den Einfluss der Wärme auf die Kapillarität des Glycerins zu bestimmen, wurde zuerst vergeblich versucht. Zwar benetzt Glycerin Glas sehr gut, aber es ist so zähflüssig, dass es in einer nicht genügend weiten Röhre viele Stunden zur Einstellung in die Gleichgewichtslage braucht. Zuletzt gelang es unter Beachtung aller Vorsichtsmaassregeln, welche sich im Laufe der ergebnisslosen Untersuchungen als nöthig erwiesen hatten, indem als Bad erst Wasser und dann Paraffin benutzt wurde, zwei in sich widerspruchsfreie und mit einander gut harmonirende Bestimmungen zu bekommen, deren Resultate in derselben Anordnung, wie bei Alkohol, die nachfolgende Tabelle enthält:

Temperatur Gr. C	2α			$\frac{s_0}{s}$	$2\alpha \frac{s_0}{s}$
	Röhre 1	Röhre 2	Mittel		
15,5	10,671	10,692	10,682	1,0018	10,701
52,1	10,481	10,539	10,510	1,0106	10,621
76,5	10,241	10,276	10,259	1,0195	10,459
112,5	9,824	9,848	9,836	1,0414	10,243
147,9	9,340	9,294	9,317	1,0663	9,935
163,9	9,165	9,076	9,121	1,0772	9,825

Die in der vierten Spalte stehende Reihe von Mittelwerthen giebt graphisch aufgetragen eine Kurve, die ausser einem starken Abfall eine sehr regelmässige Krümmung aufweist (siehe Tafel II). Sie lässt sich bis auf Differenzen, welche 0,04 nicht erreichen, durch die Gleichung

$$5) \dots 2\alpha = 10,7650 - 0,00342t - 0,0000416t^2$$

darstellen. Um hier gleichfalls die Beträge von $\frac{2\alpha s_0}{s}$ bilden zu können, ist auch die Ausdehnung des Glycerins in dem Intervall 15° bis 180° bestimmt worden. Man fand so, wenn das Volumen bei 0° gleich 1 gesetzt wird, für die Zunahme des Volumens mit wachsender Temperatur in Einheiten der vierten Dezimale

0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°	100°	110°	120°	130°	140°	150°	160°	170°	180°
0	12	26	49	72	100	129	168	212	266	328	397	466	536	606	676	745	818	888

Das Volumen steigt erst langsam und dann sehr rasch an und die Zunahme desselben ist sehr bedeutend. Grosse Sicherheit dürfte jedoch den Zahlen nicht innewohnen, denn da es hier auf besondere Genauigkeit nicht ankam, sind die Bestimmungen, wenn auch in zwei Reihen, die eine bei steigender, die andere bei fallender Temperatur, nur in roher Weise ausgeführt, vielleicht erreichen die Fehler schon eine Einheit der dritten Dezimale; andere Bestimmungen für die Ausdehnung des Glycerins sind nicht bekannt. Nach graphischer Auftragung dieser Zahlen (siehe Tafel III) sind aus der Kurve die in der fünften Spalte der obigen Tabelle für die betreffenden Temperaturen angegebenen Werthe von $\frac{s_0}{s}$ entnommen. Die Zahlen der sechsten Spalte enthalten die durch Multiplikation dieser Werthe mit den Mittelwerthen von 2α resultirenden Produkte $\frac{2\alpha s_0}{s}$. Trägt man auch diese graphisch auf, so erscheint eine Kurve (siehe Tafel II die gestrichelte Kurve), welche zwar weniger gekrümmt ist, wie die für 2α , aber von einer geraden Linie systematisch abweicht, und der für 2α augenscheinlich ähnlich verläuft. Diese Kurve lässt sich bis auf Fehler, welche 0,025 nicht überschreiten, durch die Gleichung

$$6) \dots \frac{2\alpha s_0}{s} = 10,7427 - 0,00149t - 0,0000260t^2$$

darstellen. Hier ist also $\frac{2\alpha s_0}{s}$ keine gerade Linie. Es ist aber sehr bemerkenswerth, dass man eine Kurve erhält, welche einer Geraden weit näher kommt, wenn man auch $\frac{2\alpha s_0}{s}$ noch mit $\frac{s_0}{s}$ multipliziert. Man kann sogar einen Exponenten n so bestimmen, dass $2\alpha \left(\frac{s_0}{s}\right)^n$ eine Konstante wird und in eine horizontale Linie übergeht. Setzt man nämlich $\frac{s_0}{s} = V$, so bekommt man

$$2\alpha V^{2,1889} = 10,7312,$$

oder

$$7) \dots 2\alpha = 10,7312 \left(\frac{s}{s_0}\right)^{2,1889}, \quad \frac{2\alpha s_0}{s} = 10,7312 \left(\frac{s}{s_0}\right)^{1,1889},$$

und diese Gleichung, welche nur 2 Konstanten enthält, stellt die Beobachtungen bis auf Differenzen dar, welche 0,030 nicht übersteigen, also so genau wie die obige dreigliedrige Gleichung.

Die hier mitgetheilten Zahlen gelten für Glycerin von der auf Seite 13 angegebenen Beschaffenheit. Das Glycerin wird nicht ganz wasserfrei gewesen sein. Da ausserdem Glycerin stark hygroskopisch ist, wird dasselbe auch noch während der Versuche, zumal in niederen Temperaturen, aus der Atmosphäre Feuchtigkeit aufgenommen haben. Beachtet man noch, dass das Wasser in den höheren Temperaturen wieder ausgetrieben wird, dann kann man wohl vermuthen, dass den Ergebnissen eine gewisse systematische Unsicherheit innewohnt. Vielleicht ist bei reinem Glycerin die Abnahme der Kapillarität mit wachsender Temperatur nicht so stark wie oben gefunden ist. Bedeutend kann aber diese systematische Unsicherheit nicht sein.

Dass die verschiedenen Formeln hier ebenso wenig wie diejenigen für Alkohol oder Wasser bei 0° zu demselben Werthe von 2α führen, kann nach einfachen rechnerischen Erwägungen nicht Wunder nehmen.

8. Abhängigkeit des Kapillaritätskoeffizienten der Wasser-Alkoholmischungen von der Temperatur.

Bei den entsprechenden Bestimmungen für Wasser-Alkoholmischungen trifft man auf eine Schwierigkeit, die sich anscheinend nicht überwinden lässt. Steigt nämlich die Temperatur einer solchen Mischung, so verdampfen zwar das Wasser und der Alkohol zugleich, aber die Verdampfung des Wassers bleibt immer mehr

gegen die des Alkohols zurück; die Folge davon ist, dass die Kuppe einer in einer Röhre angestiegenen Säule einer Wasser-Alkoholmischung immer ärmer an Alkohol und verhältnissmässig reicher an Wasser wird. Da nun der Kapillaritätskoeffizient mit wachsendem Wassergehalt ansteigt, so sinkt die Steighöhe einer Wasser-Alkoholmischung mit zunehmender Temperatur nicht in dem Maasse, wie es geschehen müsste, wenn die Mischung an der Kuppe ihre Zusammensetzung stets beibehielte. Es kann sogar zuletzt statt einer Abnahme der Steighöhe, ein Anwachsen derselben eintreten, und so wird es unmöglich, aus dem Gang der Steighöhe auf die Abhängigkeit der Kapillarität der betreffenden Mischung von der Temperatur zu schliessen. Die bezüglichen Untersuchungen zeigen dieses Verhalten der Wasser-Alkoholmischungen auf das Deutlichste.

Schon bei Mischungen mit nur etwa 18 Prozent Wasser macht sich die Ungleichheit in der Verdampfung des Wassers und des Alkohols geltend. Zwei in einer solchen Mischung ausgeführte Versuchsreihen ergaben im Mittel

für die Temperaturen	16°	32°	50,2°	67,3°
die Kapillaritätskoeffizienten	6,010	5,785	5,610	5,445.

Der Koeffizient nimmt zwar mit wachsender Temperatur ab, aber in den höheren Temperaturen in geringerem Maasse, als in den tieferen. Sucht man seinen Gang durch eine Formel darzustellen, so findet sich

$$2\alpha = 6,247 - 0,01607t + 0,0000625t^2.$$

Der Faktor von t^2 , der bei allen bisher behandelten Flüssigkeiten negativ war, zeigt sich hier positiv, und dabei wird die obige Formel den Beobachtungen bis auf Beträge, welche 0,012 nicht überschreiten, gerecht. Es ist also wohl die Vermuthung gerechtfertigt, dass dieselbe nicht eigentlich die Abnahme von 2α für die betreffende Mischung darstellt, sondern neben dieser Abnahme zugleich auch der Zunahme durch die mit wachsender Temperatur eintretende Zunahme des relativen Wassergehaltes an der Kuppe Rechnung trägt.

Für eine Mischung aus gleichen Theilen Wasser und Alkohol fanden sich

für die Temperaturen	15,8°	29,9°	49,3°	72,3°
die Kapillaritätskoeffizienten	6,440	6,242	6,066	5,950.

Die Gleichung lautet hier

$$2\alpha = 6,710 - 0,0191t + 0,000120t^2.$$

Der Faktor von t^2 ist wieder positiv und fast doppelt so gross wie im vorigen Fall, bei 160° etwa würde 2α aufhören abzunehmen und mit weiter steigender Temperatur anwachsen, was der Erfahrung kaum entsprechen dürfte. Bei Mischungen mit weiter überwiegendem Wassergehalt zeigt sich der Einfluss der stärkeren Verdampfung des Alkohols auch darin, dass der Kapillaritätskoeffizient bei einer und derselben Temperatur sich um so höher findet, je stärkeren und andauernderen Erwärmungen die Mischung ausgesetzt gewesen ist. Für eine Mischung aus etwa 33 Prozent Alkohol betrug derselbe bei 14° nach Erwärmungen auf 51°, 77°, 83° bezw. 7,22, 7,62, 8,04. Die Diffusion war also nicht im Stande den in Folge der überwiegenden Verdampfung des Alkohols an der Kuppe aufgetretenen Ueberschuss an Wasser wieder auszugleichen.

Unter solchen Umständen musste von einer Verwerthung der Beobachtungen an Mischungen aus Wasser und Alkohol abgesehen werden. Indessen zeigen die entsprechenden Untersuchungen an Wasser und Alkohol selbst, dass jene Beobachtungen, wo es sich um Reduktionen durch nicht zu grosse Temperaturintervalle handelt, entbehrt werden können. Die obigen Rechnungen thaten nämlich dar, dass für diese beiden Flüssigkeiten 2α dargestellt werden konnte durch

$$2\alpha = A(1 - \varepsilon t) s.$$

ε war für Wasser 0,001458, für Alkohol 0,00160, diese beiden Zahlen sind nahezu gleich, sie kommen einander noch näher, wenn man das ε für Wasser nicht aus allen Temperaturen, sondern nur aus denen zwischen 0° und 30° berechnet. Man darf daher wohl schliessen, dass für Mischungen aus Wasser und Alkohol, wenn auch nicht ganz streng, so doch bei numerischen Rechnungen in dem Intervall 0° bis 30° hinreichend genau

$$8) \quad 2\alpha = A(1 - 0,00155t) s$$

sich setzen lässt. A variirt von Mischung zu Mischung, und muss durch Beobachtung von 2α für irgend eine Temperatur bestimmt werden.

9. Die Kapillaritätskoeffizienten der Wasser-Alkoholmischungen bei der Normaltemperatur.

Die vorstehenden Erörterungen haben nunmehr alle Mittel gegeben, den mehr praktischen Theil der Aufgabe zu Ende zu führen. Zunächst lassen sich die auf Seite 16 zusammengestellten Beobachtungen für die Beträge von 2α bei Wasser-Alkoholmischungen, um sie mit einander vergleichbar zu machen, auf eine und dieselbe Temperatur reduzieren. Anderweitig angestellte Bestimmungen sollen hierbei gleich mit berücksichtigt werden.

Vereinzelte Beobachtungen über die Kapillarität der Wasser-Alkoholmischungen liegen in ziemlich grosser Zahl vor, systematischere Untersuchungen haben wir von Gay-Lussac¹⁾, Langberg²⁾, Jacobi³⁾, Baumann⁴⁾, Duclaux⁵⁾ und Rodenbeck⁶⁾. Die Bestimmungen von Langberg, Jacobi und Baumann scheiden von vornherein aus, so grosse Genauigkeit auch die Messungen selbst, zumal bei Baumann, gewährleisten, weil dieselben aus den so unsicheren Beobachtungen der Steighöhe an der Aussenseite von eingetauchten Körpern abgeleitet sind. Auch die von Duclaux angewendete Methode, aus der Grösse herabfallender Tropfen auf die Kapillarität zu schliessen, kann zu hinreichend genauen Resultaten wohl nicht führen; zudem hat Duclaux nicht die absoluten Werthe der Konstanten 2α bestimmt, sondern die Verhältnisse dieser Koeffizienten in Bezug auf den Koeffizienten des Wassers angegeben. Zur Beschaffung eines homogenen Materials kommen hiernach ausser den Beobachtungen der Normal-Aichungs-Kommission nur diejenigen von Gay-Lussac und Rodenbeck in Betracht. Gay-Lussacs Bestimmungen sind alle bei der Temperatur $8,5^{\circ}$, Rodenbecks bei $17,5^{\circ}$ ausgeführt. Alle Bestimmungen sind auf die für aräometrische Messungen maassgebende Normaltemperatur 15° zu reduzieren. Bezeichnet man den bei irgend einer Temperatur τ bestimmten Betrag des Koeffizienten 2α irgend einer Wasser-Alkoholmischung mit $2\alpha_{\tau}$, den für 15° geltenden mit $2\alpha_{15}$, die Dichtigkeit der betreffenden Mischung bei den Temperaturen τ und 15° mit s_{τ} bzw. s_{15} , so erhält man dem Obigen zufolge

$$2\alpha_{15} = 2\alpha_{\tau} [1 + 0,00155(\tau - 15)] \frac{s_{15}}{s_{\tau}}.$$

Nach dieser Formel sind die Beobachtungen der Kommission wie diejenigen von Gay-Lussac und Rodenbeck auf die Temperatur 15° umgerechnet. Die folgende Zusammenstellung enthält die Resultate, und zwar in der ersten Spalte die aus den angegebenen spezifischen Gewichten abgeleiteten Stärken der betreffenden Mischungen in Gewichtsprozenten, in der dritten, vierten und fünften die zugehörigen Werthe von 2α bei 15° , geordnet nach den Beobachtern.

Gewichts- procente	s_{15}	2α			$2\alpha \cdot s_{15}$		
		Kom- mission	Roden- beck	Gay- Lussac	Kom- mission	Roden- beck	Gay- Lussac
0,0	1,0000	14,654	14,714	14,910	14,654	14,714	14,910
4,08	0,9927	12,529	—	—	12,439	—	—
7,65	0,9874	11,470	—	—	11,325	—	—
9,94	0,9840	10,641	—	—	10,471	—	—
12,0	0,9813	—	10,217	—	—	10,026	—
12,37	0,9809	9,983	—	—	9,792	—	—
16,4	0,9760	—	—	8,950	—	—	8,735
17,50	0,9747	9,230	—	—	8,996	—	—
17,7	0,9744	—	8,745	—	—	8,521	—
20,07	0,9715	8,572	—	—	8,328	—	—
27,1	0,9621	—	7,911	—	—	7,611	—
27,2	0,9619	—	—	7,370	—	—	7,089
33,5	0,9519	—	7,456	—	—	7,097	—
33,57	0,9517	7,189	—	—	6,842	—	—

1) Poisson, Nouvelle Théorie de l'action capillaire, p. 294.

2) Om capillaritetens, p. 15.

3) Untersuchungen über die Konstruktion identischer Aräometer.

4) Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure 1862.

5) Fortschritte der Physik 1877, p. 264.

6) Wiedemann, Beiblätter, Bd. 1884, p. 105.

Gewichts- procente	s_{15}	2α			$2\alpha \cdot s_{15}$		
		Kom- mission	Roden- beck	Gay- Lussac	Kom- mission	Roden- beck	Gay- Lussac
35,24	0,9487	6,910	—	—	6,556	—	—
38,9	0,9419	—	7,101	—	—	6,688	—
41,4	0,9369	—	—	6,535	—	—	6,123
43,7	0,9322	—	6,818	—	—	6,356	—
48,5	0,9219	—	6,775	—	—	6,246	—
53,08	0,9118	6,431	—	—	5,864	—	—
57,4	0,9020	—	6,591	—	—	5,945	—
57,7	0,9013	—	—	6,250	—	—	5,633
62,43	0,8904	6,204	—	—	5,524	—	—
65,9	0,8822	—	6,463	—	—	5,702	—
72,4	0,8669	—	—	6,150	—	—	5,332
74,0	0,8631	—	6,288	—	—	5,427	—
74,94	0,8610	6,003	—	—	5,168	—	—
77,7	0,8541	—	—	6,090	—	—	5,202
83,0	0,8411	—	6,118	—	—	5,146	—
88,25	0,8276	5,868	—	—	4,856	—	—
93,3	0,8140	—	—	6,005	—	—	4,888
95,4	0,8081	—	—	6,000	—	—	4,849
97,2	0,8028	—	5,825	—	—	4,677	—
100,0	0,7943	5,760	—	—	4,575	—	—

Trägt man diese Ergebnisse graphisch auf, so kommen Kurven zum Vorschein, deren Verlauf einige, gemäss dem Folgenden in der Natur der Sache begründete, Nebenwellen aufweist, welche Interpolationen erschweren. Dagegen findet man, dass, wenn aus den Werthen für 2α durch Multiplikation mit den zugehörigen Dichtigkeiten s Beträge $2\alpha s$ gebildet werden, diese graphisch, als Funktionen der Stärken dargestellt, sehr regelmässige Kurven liefern. Die nöthigen Daten zur Rechnung und Konstruktion sind in der vorstehenden Tabelle mit enthalten, die auf Wasser von 15° bezogenen Dichtigkeiten s der betreffenden Mischungen bei 15° stehen in der zweiten Spalte, die Beträge $2\alpha s$ sind in den drei letzten Spalten zusammengestellt. Die Kurven sind in Tafel IV eingetragen, sie haben bei allen drei Beobachtungsreihen den gleichen Verlauf und treten bei mittleren Stärken am meisten, aber immer noch verhältnissmässig wenig auseinander, wobei die aus der Beobachtungsreihe der Kommission resultirende Kurve bei diesen mittleren Stärken gerade zwischen den beiden anderen Kurven läuft. Diese Kurven nun sind von Prozent zu Prozent abgelesen worden; man erhielt so drei Reihen von Zahlen, welche die aus den drei Beobachtungsreihen sich ergebenden Werthe von $2\alpha s$ für die einzelnen an Stärke von Prozent zu Prozent wachsenden Wasser-Alkoholmischungen darstellen.

In der Beobachtungsreihe von Rodenbeck sind die den Originalzahlen entsprechenden Stärkeangaben, weil die Dichtigkeiten anscheinend nur mit sehr geringer Genauigkeit bestimmt sind, etwas unsicher, in derjenigen von Gay-Lussac wieder besteht über die Temperatur, welche während der Bestimmungen geherrscht hat, einige Ungewissheit. Da nun einerseits bei den bezüglichen Untersuchungen der Kommission in Bezug auf Stärke und Temperatur Zweifel möglichst ausgeschlossen worden sind, und andererseits diese sowohl absolut als auch gerade in denjenigen Stärken, in welchen geringe Zunahmen des Gehaltes an Alkohol die bedeutendsten Aenderungen der Kapillarität entsprechen, die meisten Beobachtungen enthalten, schien es berechtigt, den beiden Zahlenreihen von Gay-Lussac und Rodenbeck zusammen nicht mehr Bedeutung beizulegen als der Reihe der Kommission für sich. Indem man also aus beiden erstgenannten Reihen eine Mittelreihe bildete und diese dann mit der zuletzt angeführten vereinigte, erhielt man eine alle Beobachtungen zusammenfassende Reihe für $2\alpha s$. Durch Division mit den zugehörigen Beträgen von s ergaben sich dann die in der nachstehenden Tabelle zusammengestellten Werthe von 2α für alle Mischungen aus Wasser und Alkohol mit nach dem Gewicht prozentual ansteigendem Gehalt an Alkohol.

	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
0	14,714	10,594	8,510	7,384	6,762	6,455	6,306	6,200	6,105	5,959	5,779
1	14,151	10,326	8,366	7,305	6,721	6,436	6,297	6,187	6,094	5,941	
2	13,626	10,074	8,230	7,227	6,682	6,419	6,284	6,176	6,081	5,925	
3	13,141	9,836	8,103	7,154	6,645	6,401	6,274	6,165	6,068	5,908	
4	12,689	9,611	7,981	7,085	6,610	6,387	6,263	6,157	6,055	5,888	
5	12,270	9,397	7,867	7,021	6,578	6,371	6,253	6,149	6,040	5,870	
6	11,881	9,196	7,757	6,960	6,548	6,357	6,242	6,140	6,025	5,851	
7	11,521	9,006	7,655	6,904	6,520	6,342	6,232	6,132	6,010	5,833	
8	11,187	8,829	7,558	6,853	6,496	6,329	6,221	6,124	5,993	5,815	
9	10,878	8,663	7,468	6,805	6,475	6,316	6,210	6,115	5,976	5,796	

Eine analytische Darstellung dieser Zahlen durch eine Interpolationsformel böte keine Schwierigkeiten, hat aber kein Interesse; eine rationale Formel für die Aenderung von 2α mit Aenderung der Zusammensetzung der Mischungen hat Poisson¹⁾ geben zu können geglaubt, aber dieser grosse Mathematiker hat schon selbst gefunden, dass seine Formel mit den Beobachtungen von Gay-Lussac an Wasser-Alkoholmischungen nicht in Einklang zu bringen war.

10. Ergebnisse für die Reduktion aräometrischer Beobachtungen in Glycerinmischungen auf solche in Spiritusmischungen.

Es bleibt nunmehr nur noch von den Zahlen der letzten Tabelle die Zahl 6,250 abziehen und den Rest mit 2 zu multiplizieren, um zu denjenigen Zahlenwerthen zu gelangen, welche die Anwendung der auf Seite 8 angegebenen Formel 6) zur Reduktion von Ablesungen an Alkoholometern in Mischungen aus Glycerin und Spiritus von 62,5 Gp auf solche in Mischungen aus Wasser und Alkohol ermöglichen.

Die nachfolgende Tabelle enthält die Zahlenwerthe für $4\alpha_s - 4\alpha_G$ für alle von Gewichtsprozent zu Gewichtsprozent fortschreitenden Spiritusmischungen zwischen 0 bis 40 Prozent. Glycerinmischungen an Stelle der Spiritusmischungen von mehr als 40 Prozent Stärke zu setzen, hat sich als unnöthig erwiesen.

	0	10	20	30	40
0	16,928	8,688	4,520	2,268	1,024
1	15,802	8,152	4,232	2,110	
2	14,752	7,648	3,960	1,954	
3	13,782	7,172	3,706	1,808	
4	12,878	6,722	3,462	1,670	
5	12,040	6,294	3,234	1,542	
6	11,262	5,892	3,014	1,420	
7	10,542	5,512	2,810	1,308	
8	9,874	5,158	2,616	1,206	
9	9,256	4,826	2,436	1,110	

Jahrelanger Gebrauch dieser Zahlen in Verbindung mit der Formel 6) (Seite 8) unter den verschiedensten Verhältnissen der Alkoholometer in Bezug auf Dicke und Skalenlänge hat deren hinreichende Genauigkeit dargethan. Dass man in alkoholarmen Mischungen die mit Hilfe dieser Zahlen berechneten Reduktionen mit etwa direkt beobachteten nicht immer in Einklang findet, darf nach den Darlegungen gleich im Eingange nicht Wunder nehmen. Ist es gelungen ein Aräometer wirklich rein zu bekommen, dann findet

¹⁾ Poisson, Nouvelle Théorie de l'action capillaire pag. 293.

man als Differenz seiner Angaben in einer Wasser-Alkoholmischung gegen diejenige in einer gleich dichten Glycerinmischung in direkter Beobachtung wirklich die Grösse, wie sie aus der Formel 6) unter Zugrundelegung der obigen Zahlenwerthe rechnerisch folgt. Bei Wasser ist die grösste Subtilität in der Reinigung erforderlich, aber selbst hier ist es wenigstens einmal geglückt, die Uebereinstimmung der berechneten Reduktion mit der beobachteten nachzuweisen. Nachdem nämlich ein Alkoholometer, wie in der Zusammenstellung auf Seite 3 und 4 angegeben, mit aller Sorgfalt unter mehrfacher Anwendung von heisser Salpetersäure, heisser Natronlauge, destillirtem Wasser, Ammoniak und Alkohol gereinigt war, gab dasselbe in einem destillirten Wasser bei 15° als höchste Ablesung 2,52 mm. In einer gleich dichten Mischung aus Glycerin und Spiritus von 62,5 Gp zeigte dasselbe bei gleicher Temperatur nur — 1,56 mm. Die beobachtete Differenz beträgt also 4,08 mm, aus der Formel 6) mit der Zahl 16,928 für $4g_s - 4\alpha_g$ berechnet, sollte die Differenz 4,06 mm sein. Je mehr Alkohol dem Wasser zugesetzt wird, desto weniger eingehend braucht die Reinigung des Instruments ausgeführt zu werden; hat der Gehalt an Alkohol 10 Gp überschritten, so reicht in vielen Fällen schon ein Abwaschen des Instruments in Alkohol aus, um im Spiritus diejenigen Angaben zu finden, welche rechnermässig aus den Angaben in entsprechenden Glycerinmischungen abzuleiten sind.

11. Schlussergebnisse.

Fassen wir die Ergebnisse dieser Untersuchungen zusammen, so ist zunächst hervorzuheben, dass die Graduierung der Alkoholometer nunmehr durch die ganze Skale hindurch mit der gleichen Genauigkeit sich ausführen lässt, und zwar mit ebenderselben Genauigkeit, welche für alkoholreiche Mischungen zu erzielen ist, indem man die Bestimmung derjenigen Skalenstellen, welche zu wasserreichen Spiritusmischungen gehören, in Mischungen aus Glycerin und Spiritus von 62,5 Gp ausführt und zur Reduktion auf diejenigen Kapillaritätsverhältnisse, welche für Wasser-Alkoholmischungen maassgebend sind, von den hier (Seite 8 und 35) gegebenen Formeln und Konstanten Gebrauch macht. Selbstverständlich kann man bei allen Aräometern, die sich wegen starker Veränderlichkeit der Kapillarität der Flüssigkeiten, für welche sie dienen sollen, in diesen Flüssigkeiten selbst nicht genau genug graduiren lassen, von ganz derselben Methode zur Herstellung von Normalen und Vergleichung mit Normalen Gebrauch machen. Die Formeln sind immer dieselben; die Konstanten werden jedesmal aus entsprechenden Beobachtungen für die betreffenden Flüssigkeiten und die Ersatzflüssigkeiten zu bestimmen sein.

In der alkoholometrischen — überhaupt aräometrischen — Praxis selber muss man sich natürlich den besonderen Uebelständen unterwerfen, welche jene Veränderlichkeit der Kapillarität bei den zu messenden Flüssigkeiten mit sich bringt. Aber diese Uebelstände sind dort im Vergleich mit den sonstigen Fehlern verhältnissmässig unerheblich, und es ist durch obiges Verfahren wenigstens der grosse Vortheil auch für den Verkehr gewonnen, dass man mit richtigeren und übereinstimmenden Normalen arbeitet.

In physikalischer Beziehung aber ist Folgendes zu erwähnen.

Einmal bestätigen die Untersuchungen diejenigen Ansichten, welche von mehreren Forschern hinsichtlich des Sitzes der Kapillaritätserscheinungen aus gewissen Erfahrungen gewonnen sind, indem sich überall gezeigt hat, dass für die Intensität dieser Erscheinungen die an den Kuppen der gehobenen Flüssigkeiten herrschenden Verhältnisse maassgebend sind. Die Theorie sagt in dieser Beziehung eigentlich nichts voraus, man kann sie durch gewisse Annahmen, die ihre Grundlagen nicht berühren, diesen Erfahrungen anpassen, und es sind diese Annahmen selbst physikalisch nicht ohne Bedeutung. Sodann stimmen auch die aus den Messungen der Normal-Aichungs-Kommission abgeleiteten Ergebnisse für den Zusammenhang der Kapillaritätserscheinungen mit der Temperatur und der Zusammensetzung der untersuchten Flüssigkeiten im Wesentlichen mit anderweitig erhaltenen Resultaten, wenn diese ausreichend interpretirt werden, überein. In den Zahlenbeträgen freilich weichen diese Ergebnisse in einzelnen Fällen nicht unerheblich von denen anderer Forscher ab; es darf aber nicht übersehen werden, dass gerade die Kapillaritätserscheinungen in ihrer Intensität ausserordentlich von äusseren Verhältnissen bedingt werden und diese letzteren naturgemäss von den besonderen Versuchsanordnungen und den benutzten Materialien abhängen.

Endlich ist zu erwähnen, dass die Bestimmungen über den Einfluss der Temperatur auf die Kapillaritätserscheinungen zu physikalisch bemerkenswerthen und analytisch einfachen Beziehungen geführt haben, die für eingehendere Untersuchungen über die Zustandsgleichungen der Körper vielleicht nicht ohne Interesse sind. Es können diese Beziehungen mit einigem Vertrauen gegeben werden, weil die Beobachtungen, welche zu ihnen geführt haben, unter mannigfachster Variirung der Verhältnisse und grosser Häufung der Messungen gewonnen sind.

Additional material from *Kapillaritäts-Untersuchungen*,
ISBN 978-3-662-32021-1, is available at <http://extras.springer.com>

