Die automatische
Regulierung der Turbinen.

Von

Dr.-Ing. Walther Bauersfeld,
Assistent an der Königlichen Technischen Hochschule Berlin.

Mit 126 Textfiguren.

Springer-Verlag
Berlin Heidelberg GmbH

1905

Die automatische
Regulierung der Turbinen.

Von

Dr.-Ing. Walther Bauersfeld,
Assistent an der Königlichen Technischen Hochschule Berlin.

Mit 126 Textfiguren.

Springer-Verlag
Berlin Heidelberg GmbH
1905

ISBN 978-3-662-33699-1 ISBN 978-3-662-34097-4 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-34097-4

Vorwort.

In der vorliegenden Abhandlung habe ich versucht, diejenigen Fragen im Zusammenhang zu behandeln, welche sich auf die automatische Geschwindigkeitsregulierung der Turbinen beziehen. Die Untersuchungen gelten zunächst nur für die Regelung der Wasserturbinen, sie sind aber sinngemäß direkt anwendbar auch auf alle anderen Arten von Motoren, bei denen indirekte Regulatoren in Frage kommen, also namentlich auch auf Dampfturbinen.

Die Schwierigkeit, die Vorgänge bei der indirekten Regulierung bis in alle Details genau darzustellen, zwang häufig dazu, gewisse vereinfachende Annahmen zu machen, die sich mit der Wirklichkeit nicht ganz decken, ohne welche sich aber eine Übersicht der Erscheinungen kaum gewinnen ließ. Es ist möglich, daß mir dabei gelegentlich wichtige Gesichtspunkte entgangen sind, oder daß ich dieselben nicht ihrer Bedeutung entsprechend hervorgehoben habe. Für Anregungen und Belehrungen nach dieser Richtung hin würde ich stets dankbar sein.

Mehrere Firmen haben mich durch Überlassung von Material unterstützt. Diesen, sowie Herrn Konstruktions-

Ingenieur W. Wagenbach, der mir verschiedentlich mit seinem Rat zur Seite gestanden hat, sage ich meinen besten Dank.

Ganz besonderen Dank schulde ich Herrn Professor E. Reichel, der mir die Anregung zu der vorliegenden Arbeit gegeben hat und der mich durch Überlassung von reichhaltigem Material und durch vielfache Ratschläge in der liebenswürdigsten Weise unterstützt hat.

Berlin, im Juni 1905.

W. Bauersfeld.

Inhaltsverzeichnis.

Zweiter Teil.

Einleitung.

Hand in Hand mit den Fortschritten der Elektrotechnik ist in den letzten Jahrzehnten eine stete Steigerung in der Ausnutzung der Wasserkräfte vor sich gegangen. Die Möglichkeit, mit Hilfe des elektrischen Stromes Energie auf weite Strecken zu übertragen, führte zu einer großen Zahl von Turbinenanlagen, und zwar vielfach an Orten, wo bis dahin an eine wirtschaftliche Ausnutzung der vorhandenen Wasserkräfte nicht zu denken war. In dem Maße, wie die Turbine als Antriebsmotor für Dynamomaschinen an Bedeutung gewann, trat in den Vordergrund die Frage nach einer exakten automatischen Geschwindigkeitsregulierung, eine Frage, deren Lösung für viele Betriebe von höchster Bedeutung wurde. Das Bestreben, den an eine solche Regulierung gestellten Anforderungen zu entsprechen, hat zu einer großen Zahl von Konstruktionen geführt, die nach sehr verschiedenen Gesichtspunkten durchgebildet sind.

Von allen diesen Konstruktionen sollen im folgenden diejenigen einer näheren Betrachtung unterzogen werden, welche durch Einwirkung eines Fliehkraftreglers betätigt werden, und welche den Leitapparat der zu regulierenden Turbine oder auch eine Drosselvorrichtung vor derselben in der Weise verstellen, daß die der Turbine im Beaufschlagungswasser zugeführte Energie stets der Belastung entsprechend eingestellt wird. Außer diesen sind noch ausgeführt worden:

a) Bremsregulatoren, bei welchen durch Einwirkung eines Fliehkraftreglers die bei geringerer Belastung überschüssige Energie hydraulisch, mechanisch oder elektrisch abgebremst und in Wärme übergeführt wird.

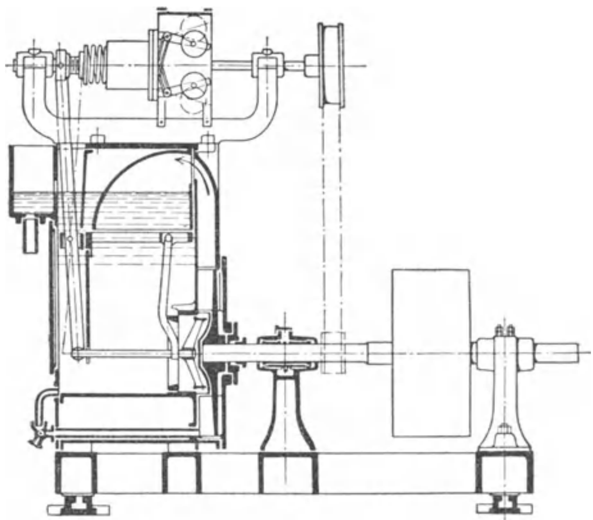


Fig. 1.

Als Beispiel ist in den Fig. 1 und 2.[1]) ein Bremsregulator der Firma J. G. Rüsch, Dornbirn, Vorarlberg, dargestellt. Die Wirkungsweise dieses Regulators beruht darauf, daß ein Flachregler einen Achsialschieber direkt verstellt, welcher je nach seiner Stellung mehr oder weniger Wasser in ein schnell rotierendes Flügelrad eintreten läßt, das von der Turbine angetrieben wird. Das Flügelrad erteilt dem Wasser eine bedeutende Geschwindigkeit und schleudert es aufwärts in einen Sammelbehälter zurück, aus welchem es von neuem in das Flügelrad eintreten kann. Die überschüssige Energie der Turbine wird also durch Vermittelung des Flügelrades als Bewegungsenergie auf das durch das Flügelrad fließende Wasser übertragen und verwandelt sich beim Einströmen des Wassers in den Sammelbehälter in Wärme.

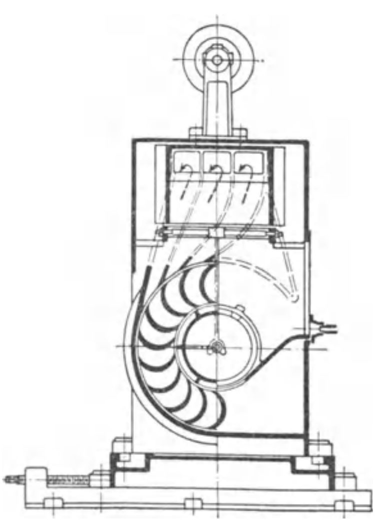


Fig. 2.

[1]) Fig. aus W. Wagenbach, Neuere Turbinenanlagen.

b) Widerstandsregulatoren, welche nicht durch ein Zentrifugalpendel, sondern durch ein in Luft oder Wasser (resp. Öl) gedrehtes Flügelrad betätigt werden, zu dessen gleichförmiger Drehung ein gewisses Moment erforderlich ist. Nimmt die Tourenzahl der Turbine zu, so wächst dieses Moment, und umgekehrt, und dadurch wird die Regulierbewegung eingeleitet[1]).

c) Regulatoren, bei welchen der Pendelregler durch eine Pumpe (Zentrifugalpumpe, Kapselwerk oder Kolbenpumpe) ersetzt ist, welche je nach der Tourenzahl mehr oder weniger Flüssigkeit (Wasser oder Öl) fördert und dadurch die Steuerbewegung herbeiführt[2]).

Von diesen drei Gruppen haben nur die Bremsregulatoren eine gewisse Bedeutung erlangt. Sie finden noch trotz ihrer unökonomischen Wirkungsweise bei kleinen Turbinenanlagen öfter Verwendung, wenn Wasser im Überschuß vorhanden ist. Bei großen Anlagen verbietet sich ihre Anwendung schon deswegen, weil es nicht möglich ist, die bei der Bremsung entstehende Wärme in einfacher Weise abzuführen.

A. Allgemeine Eigenschaften der Fliehkraftregler.

Wegen der Bedeutung, die die Fliehkraftregler für die Wirkungsweise der Turbinenregulatoren haben, sollen deren Eigenschaften zunächst kurz behandelt werden.

Das Charakteristische an einem Fliehkraftregler ist ein Mechanismus, der von der zu regelnden Maschine aus ständig in Rotation erhalten wird, und der unter dem Einfluß der Zentrifugalkräfte eine gewisse Gleichgewichtslage einnimmt. Bei einer Änderung der Rotationsgeschwindigkeit wird das

[1]) Als Beispiel eines solchen Regulators ist zu nennen der Widerstandsregulator von Fauchon-Villeprée. D.R.P. 87360. Eine Beschreibung desselben findet sich in Dinglers Journal, Bd. 303, S. 85.

[2]) In diese Gruppe gehört z. B. der Regulatur von Ribourt. D.R.P. 112287, der beschrieben ist in: Mémoires et Compte rendu des Travaux de la Société des Ingénieurs Civils de France. Juli 1904.

Gleichgewicht gestört, und es treten Kräfte auf, unter deren Wirkung die einzelnen Glieder des Reglers in eine andere Lage übergeführt werden. Dadurch ist der Regler befähigt, bei einer Änderung der Tourenzahl eine gewisse Arbeit nach außen hin zu leisten, die benutzt werden kann für die Verstellung irgend eines Organs, das den Zufluß der motorischen Energie zu der zu regelnden Kraftmaschine beeinflußt.

Je nachdem sich die beweglichen Teile des Reglers in Ebenen, die durch die Drehachse gehen, oder in solchen senkrecht zur Drehachse verschieben, unterscheidet man Kegelpendelregler und Flachregler.

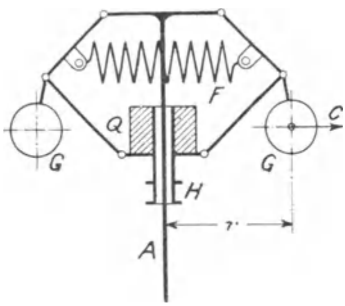


Fig. 3.

Zur Erläuterung der Eigenschaften der Fliehkraftregler werde als Beispiel ein Regler untersucht, welcher in Fig. 3 schematisch gezeichnet ist. Darin bedeutet A die Drehachse, G Schwunggewichte, welche sich unter dem Einfluß der Zentrifugalkräfte nach außen zu verschieben suchen, F und Q eine Zugfeder und ein Gewicht, die dem Einfluß der Zentrifugalkräfte entgegenwirken, und H die Hülse, von welcher aus die Bewegungen der Reglerteile auf andere Organe der Kraftmaschine übertragen werden können.

1. Ungleichförmigkeitsgrad.

Man erkennt sofort, daß es für jede beliebige Stellung der Hülse H eine gewisse Tourenzahl geben muß, bei welcher Gleichgewicht zwischen den auf die Reglerteile wirkenden Kräften herrscht.

Aus konstruktiven Gründen ergibt sich nun für jeden Regler eine gewisse höchste und eine tiefste Lage der Hülse H, über welche dieselbe nicht hinausgehen kann. Es sei n_o diejenige Tourenzahl, welche für die in ihrer höchsten Lage befindliche Hülse Gleichgewicht liefern würde, n_u die entsprechende Tourenzahl für die tiefste Lage der Hülse, und es bezeichne $n_m = \frac{n_o + n_u}{2}$ die mittlere Tourenzahl des Fliehkraftreglers, dann liefert das Verhältnis $\frac{n_o - n_u}{n_m}$ einen Maßstab für den Bereich der Tourenzahlen, innerhalb dessen der Regler zur Wirkung kommt. Man bezeichnet diesen Wert als den Ungleichförmigkeitsgrad des Reglers und gebraucht dafür den Buchstaben δ. Es ist also

$$\delta = \frac{n_o - n_u}{n_m} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

2. Bedeutung der C-Kurve.

Für die Beurteilung eines Fliehkraftreglers ist es zweckmäßig, die Charakteristik oder C-Kurve zu untersuchen, welche von Tolle[1]) für diesen Zweck eingeführt worden ist.

Bei Kegelpendelreglern gelangt man zu dieser Kurve, wenn man für die einzelnen Stellungen des ruhend gedachten Reglers senkrecht unterhalb des Schwerpunktes der (vereinigt gedachten) Hauptschwungmassen diejenige Kraft in irgend einem Maßstabe aufträgt, welche in diesem Schwerpunkt radial nach außen angreifen muß, um den innern Kräften des Reglers (Gewichts- und Federkräften) das Gleichgewicht zu halten.

Bei den meisten gebräuchlichen Reglern sind die Fliehkräfte, welche durch die Rotation der Schwunggewichte hervorgebracht werden, so groß gegenüber den durch die andern Reglerteile hervorgerufenen Fliehkräften, daß es zulässig ist, die letzteren zu vernachlässigen. In diesem Fall ist es sehr leicht, aus der C-Kurve den Verlauf der Tourenzahl abzuleiten, die für jede einzelne Hülsenstellung Gleichgewicht ergibt. Ist nämlich G das Gewicht der Hauptschwungmassen, so ist die bei einer Winkelgeschwindigkeit ω entwickelte Fliehkraft $\frac{G}{g} . r\,\omega^2$. Hierin bedeutet r den Abstand des Schwerpunktes der Schwungmassen von der Drehachse, g die Erdbeschleunigung.

Für Gleichgewichtszustand muß diese Kraft $\frac{G}{g} . r\,\omega^2$ übereinstimmen mit dem Werte C, welcher durch die C-Kurve für

[1]) M. Tolle, Beiträge zur Beurteilung der Zentrifugalpendelregulatoren. Z. d. V. d. Ing. 1895 und 1896. — M. Tolle, Die Regelung der Kraftmaschinen. Berlin 1905. Verlag von Julius Springer.

jede Hülsenstellung festgelegt ist, und damit ergibt sich die Winkelgeschwindigkeit für die einzelnen Reglerstellungen

$$\omega = \sqrt{\frac{C \cdot g}{G \cdot r}}$$

oder, da $\omega = \frac{\pi n}{30}$ ist, wenn n die minutliche Umdrehungszahl bezeichnet,

$$n = \frac{30}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{C \cdot g}{G \cdot r}} \quad \text{. . . . .} \quad 2)$$

In dieser Gleichung sind auf der rechten Seite alle Größen außer C und r konstant. Der Wert $\frac{C}{r}$ läßt sich nun, wie man

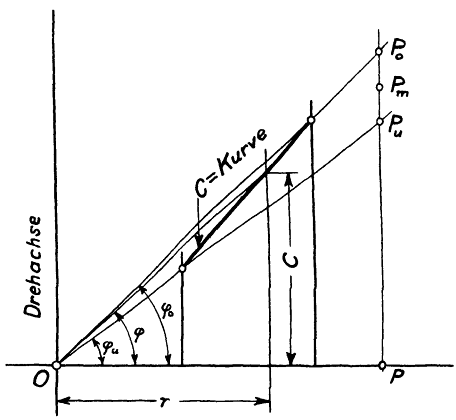


Fig. 4.

aus dem in Fig. 4 dargestellten Beispiel einer C-Kurve ersehen kann, ausdrücken durch die Tangente des Winkels φ, welche in dem durch C und r bestimmten rechtwinkligen Dreieck der Seite C gegenüberliegt. Damit läßt sich auch schreiben:

$$n = \frac{30}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{g}{G}} \cdot \sqrt{\operatorname{tg} \varphi}.$$

3. Bestimmung des Ungleichförmigkeitsgrades aus der C-Kurve.

Der Ungleichförmigkeitsgrad δ (Gleichung 1) kann ausgedrückt werden durch

$$\delta = \frac{n_o - n_u}{{}^1\!/_2 (n_o + n_u)} = \frac{n_o{}^2 - n_u{}^2}{{}^1\!/_2 (n_o + n_u)^2}$$
$$= \frac{n_o{}^2 - n_u{}^2}{2 \,.\, n_m{}^2} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_o - \operatorname{tg} \varphi_u}{2 \,.\, \operatorname{tg} \varphi_m}.$$

In dieser Gleichung bedeuten φ_o, φ_u, φ_m die Werte der Winkel φ für die höchste, tiefste und mittlere Lage der Hülse.

Errichtet man in einem beliebigen Punkt P der horizontalen Achse (Fig. 4), von welcher aus die Werte C aufgetragen sind, ein Lot und verlängert die Schenkel der Winkel φ_o und φ_u bis zum Schnitt mit diesem Lot, so läßt sich δ auch leicht ausdrücken durch die Abschnitte, welche dadurch auf diesem Lot gebildet werden. Unter Benutzung der in Fig. 4 eingetragenen Buchstaben ergibt sich nämlich

$$\operatorname{tg} \varphi_o = \frac{P_o P}{O P}, \quad \operatorname{tg} \varphi_u = \frac{P_u P}{O P}.$$

Mit großer Annäherung kann ferner geschrieben werden:

$$\operatorname{tg} \varphi_m = \frac{{}^1\!/_2 \,.\, (P_o P + P_u P)}{O P} = \frac{P_m P}{O P},$$

und daher wird

$$\delta = \frac{P_o P - P_u P}{2 P_m P} = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_o P_u}{P_m P}.$$

Damit läßt sich also der Wert δ leicht aus der C-Kurve ermitteln.

Man erkennt leicht, daß $\delta = 0$ wird, wenn die C-Kurve eine Gerade ist, die durch den Punkt O geht. In diesem Fall ist der Regler in jeder Lage bei einer und derselben Tourenzahl im Gleichgewicht, bei der geringsten Änderung dieser Tourenzahl nimmt er eine seiner Grenzlagen ein. Man nennt in diesem Fall den Regler *astatisch*. Verläuft die C-Kurve derart, daß der Punkt P_o unterhalb des Punktes P_u liegt, so ist der Regler labil. Solche Regler sind unbrauchbar. Im Gegensatz dazu bezeichnet man einen Regler als stabil, wenn der Punkt P_o oberhalb des Punktes P_u liegt, wenn also einem größeren Ausschlag der Schwunggewichte auch eine höhere Tourenzahl entspricht. Es kann auch der Fall eintreten, daß ein Regler für einen Teil seines Hubes stabil, für den andern labil ist. Diese Eigenschaften lassen sich sofort aus dem Verlauf der C-Kurve erkennen. Das Kriterium dafür, daß ein Regler über den ganzen Hub stabil ist, besteht darin, daß für die einzelnen Punkte der C-Kurve der Winkel φ mit wachsendem Achsenabstand r ständig zunimmt.

Von großem Wert ist es auch, statt der C-Kurve, die die Werte liefert, welche der Summe aller inneren Kräfte des Reglers entsprechen, eine Kurve aufzuzeichnen, welche nur einer einzelnen der am Regler angreifenden Kräfte entspricht. So gelangt man zu einer C_g-Kurve, die allein die Werte C liefert, die der auf die Schwunggewichte G wirkenden Schwerkraft das Gleichgewicht halten. Ebenso lassen sich C_q- und C_f-Kurven aufzeichnen, die einer Hülsenbelastung Q und einer Federkraft F allein Rechnung tragen. Die Ordinaten der C-Kurve selbst ergeben sich dann durch die Summe der Ordinaten aus den C_q-, C_f- . . Kurven. Solche Kurven sind von großer Bedeutung, wenn man den Einfluß untersuchen will, den die Vergrößerung oder Verkleinerung einer dieser Kräfte auf die Eigenschaften des Reglers ausübt. Eine derartige Anderung der Kräfte wird stets die Tourenzahl des Reglers verändern; sie kann aber auch den Ungleichförmigkeitsgrad stark beeinflussen. Am häufigsten tritt praktisch der Fall ein, daß man die Reglerhülse mit einer konstanten Kraft zusätzlich belastet, um die Tourenzahl des Reglers zu erhöhen. Soll in diesem Fall der Ungleichförmigkeitsgrad keine Änderung erfahren, so ist es notwendig, daß die C_q-Kurve, welche der Hülsenbelastung allein entspricht, genau den gleichen Charakter, d. h. auch denselben Ungleichförmigkeitsgrad hat wie die resultierende C-Kurve. Dann würde nämlich eine Vergrößerung der Hülsenbelastung eine Vergrößerung aller Ordinaten der C_q-Kurve im gleichen Verhältnis hervorrufen, und dadurch kann der Ungleichförmigkeitsgrad der C_q-Kurve, der ja gegeben ist durch den Ausdruck $\frac{1}{2} \cdot \frac{P_o P_u}{P_m P}$ (Fig. 4), keine Änderung erfahren. Infolgedessen bleibt auch der Ungleichförmigkeitsgrad der resultierenden C-Kurve unverändert. Soll die Tourenzahl durch Änderung der Hülsenbelastung nur in geringen Grenzen verändert werden, so genügt es auch schon für die angenäherte Konstanthaltung des Ungleichförmigkeitsgrades, wenn die C-Kurve und die C_q-Kurve ungefähr gleichen Charakter haben.

4. Energie und Arbeitsvermögen.

Man bezeichnet als Energie oder Muffendruck des Reglers diejenige Kraft, welche man bei einem stillstehenden Regler in achsialer Richtung auf die Hülse wirken lassen muß, um für jede Stellung Gleichgewicht herbeizuführen. Dieser Wert spielt also eine ähnliche Rolle wie die Kraft C, die ja auch für jede Lage des Reglers Gleichgewicht hervorbringen sollte.

Zwischen der Energie, die mit E bezeichnet werden soll, und der Kraft C besteht daher ein einfacher Zusammenhang. Denkt man sich die Teile des Reglers um ein unendlich kleines Stück verstellt, derart, daß die Schwunggewichte sich um δr nach außen, die Hülse um δh nach oben verschieben, so kann man die gegen die innern Kräfte des Reglers (Federkräfte und Gewichte der Reglerteile) geleistete Arbeit ausdrücken einerseits als $C \cdot \delta r$, andererseits als $E \cdot \delta h$. Da diese Arbeitswerte übereinstimmen müssen, folgt

$$\frac{E}{C} = \frac{\delta r}{\delta h}.$$

Jeder Regler muß nun bei der Verstellung der Regulierorgane einer Kraftmaschine einen gewissen Widerstand überwinden. Das kann nur dadurch geschehen, daß während der Bewegung der Hülse an derselben eine zusätzliche Kraft auftritt, welche für den Regler als zusätzliche Hülsenbelastung in Rechnung zu ziehen ist. Diese Kraft, welche positiv oder negativ sein kann, je nach der Bewegungsrichtung der Hülse, möge den Wert P haben. Um diese Kraft hervorzubringen, oder, mit anderen Worten, um bei Vorhandensein der Kraft P

Gleichgewicht am Regler zu erzielen, ist eine Vergrößerung (resp. Verkleinerung) der Zentrifugalkraft C notwendig um einen gewissen Wert ΔC, der sich leicht ermitteln läßt, wenn man wieder die Reglerteile um ein unendlich kleines Stück verschoben denkt. In diesem Fall läßt sich nämlich die Arbeit, welche gegen die inneren Kräfte des Reglers geleistet wird, noch ausdrücken durch

$$(C + \Delta C) . \delta r - P . \delta h .$$

Da dieser Arbeitswert gleich sein muß den vorher abgeleiteten $C \delta r$ und $E \delta h$, so folgt sofort

$$\frac{P}{\Delta C} = \frac{\delta r}{\delta h} = \frac{E}{C}$$

oder

$$\frac{P}{E} = \frac{\Delta C}{C} .$$

Die Kraft ΔC kann nur dadurch hervorgebracht werden, daß die Tourenzahl des Reglers, welche beim Fehlen der Kraft P für Gleichgewichtszustand den Wert n haben soll, sich auf einen Wert $n + \Delta n$ vergrößert. Das Verhältnis $\frac{\Delta C}{C}$ läßt sich dann ausdrücken durch

$$\frac{\Delta C}{C} = \frac{(n + \Delta n)^2 - n^2}{n^2} .$$

Praktisch ist Δn stets klein gegen n. Daher kann dieser Ausdruck mit hinreichender Annäherung auch geschrieben werden

$$\frac{\Delta C}{C} = 2 . \frac{\Delta n}{n} ,$$

und damit ergibt sich

$$\frac{P}{E} = 2 . \frac{\Delta n}{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3)$$

Diese Gleichung besagt, daß, wenn die Tourenzahl sich beispielsweise um 2 % ändert, eine Hülsenkraft P auftritt, die 4 % der Energie E ausmacht. Der Wert für die Energie kann daher als ein Maß für die an der Hülse auftretenden Stellkräfte angesehen werden; man kann letztere nach der vorstehenden Gleichung aus dem Wert E für jede Tourenänderung sehr einfach ermitteln. Um bei möglichst kleinen Tourenänderungen recht große Stellkräfte zu erhalten, muß man Regler von großer Energie verwenden.

Der Wert E ist im allgemeinen verschieden für die einzelnen Stellungen der Reglerhülse. Die Unterschiede sind aber bei den gebräuchlichen Reglern nicht groß. Bei den folgenden Untersuchungen ist deshalb E als konstant für den ganzen Hub angenommen.

Der Wert für die Energie eines Reglers gibt einen Maßstab für die Kraft, welche der Regler zu überwinden vermag, aber noch nicht für die Arbeit, welche derselbe zu leisten imstande ist. Um einen solchen Maßstab zu gewinnen, muß man den Wert E noch mit dem Hube h_{max} des Reglers multiplizieren. Das entstehende Produkt $E \cdot h_{max}$ bezeichnet man als Arbeitsvermögen des Reglers.

5. Unempfindlichkeitsgrad.

Bei den bisherigen Betrachtungen war abgesehen worden von den Reibungswiderständen, die die einzelnen Reglerteile ihrer Bewegung entgegensetzen. Diese Widerstände haben zur Folge, daß die Tourenzahl erst um einen Betrag Δn über den dem reibungslosen Regler entsprechenden Wert n ansteigen muß, bevor ein Steigen der Reglerhülse eintreten kann, und umgekehrt muß die Tourenzahl erst um den Betrag Δn fallen, bevor die Reglerhülse sinkt. Der Regler bleibt also innerhalb eines Tourenbereichs $2\Delta n$ in Ruhe; er ist für diesen Bereich unempfindlich. Man bezeichnet den Ausdruck $\frac{2\Delta n}{n}$ als den Unempfindlichkeitsgrad des Reglers. Bei praktischen Ausführungen beträgt der Unempfindlichkeitsgrad 0,3—2 %.

Auch der Unempfindlichkeitsgrad ist für die einzelnen Hülsenstellungen im allgemeinen verschieden. Die Unterschiede sind aber nicht groß, sodaß dieselben für die Untersuchung der Reguliervorgänge vernachlässigt werden können.

Es war vorher gezeigt worden, daß zur Überwindung äußerer Widerstände bereits eine Tourenerhöhung Δn auftreten muß, die sich aus Gleichung 3) (S. 10) berechnen läßt. Diese Tourenerhöhung addiert sich natürlich zu derjenigen, die durch die Eigenreibung des Reglers bedingt ist.

B. Schematische Anordnung der Turbinenregulatoren.

1. Servomotor und Steuerung.

Die Verstellung der Beaufschlagungsorgane einer Turbine ist im allgemeinen mit einer bedeutenden Arbeitsleistung verbunden. Nur in seltenen Fällen, bei Turbinen für sehr hohe Gefälle und kleine Leistungen, ist es möglich, die zur Verstellung des Leitapparates nötige Arbeit so klein zu halten, daß dieselbe direkt durch einen Pendelregler geleistet werden kann. Dabei gestaltet sich der Vorgang der Regulierung ähnlich wie bei Dampfmaschinen.

In allen anderen Fällen führt man zur Bewegung des Leitapparates eine Hilfsmaschine (Servomotor) aus, deren Steuerorgan in der Weise mit der Reglerhülse verbunden ist, daß beim Steigen der Tourenzahl ein Schließen des Leitapparates eintritt, und umgekehrt. Die hierbei verwendete Energie ist bei allen Ausführungen entweder mechanische oder hydraulische. Mechanische Energie kann entweder der Turbinenwelle selbst oder einer von der Turbine oder einem anderen Motor angetriebenen Transmissionswelle entnommen werden. Hydraulische Energie wird geliefert entweder aus der Zuführungsleitung der Turbine (falls das Gefälle wenigstens 20—30 m beträgt) oder durch einen hydraulischen Akkumulator (resp. Windkessel), der durch eine kleine Pumpe immer wieder mit der Druckflüssigkeit (Wasser oder Öl) gefüllt wird. Hier wendet man Drucke an bis zu 20 und 30 Atm. Andere Energieformen dürften kaum in Betracht kommen; denn die Forderung einer möglichst schnellen und exakten Bewegung des Stellorgans dürfte sich bei Verwendung von Elektrizität, Druckluft oder Dampf in einfacher Weise nicht verwirklichen lassen.

Das Steuerorgan des Servomotors muß natürlich mit Rücksicht darauf, daß es direkt durch den Pendelregler verstellt werden soll, möglichst leicht beweglich sein. In vielen Fällen, namentlich wenn es sich um größere Ausführungen handelt, werden indessen die Bewegungswiderstände dieses Steuerorgans so bedeutend, daß es zweckmäßig ist, für dasselbe einen zweiten, kleineren Servomotor anzuordnen und erst dessen Steuerorgan an den Pendelregler anzuschließen. In diesen Fällen handelt es sich oft nur um einfache Verschiebungen des Steuerorgans aus seiner Mittellage in eine seiner beiden Grenzlagen, nicht aber in Zwischenstellungen. Hier wendet man dann neben mechanischer und hydraulischer auch elektrische Energie an.

2. Rückführung.

Für eine brauchbare Regulierung genügt es noch nicht, wenn man die Lage des Steuerorgans allein abhängig macht von der Stellung der Reglerhülse. Für eine solche Anordnung wäre ein Gleichgewichtszustand nur möglich bei einer ganz bestimmten Tourenzahl. Tritt eine plötzliche Entlastung der Turbine ein, so steigt die Tourenzahl, und der Regler verstellt das Steuerorgan in dem Sinne, daß der Leitapparat geschlossen wird. Bis zu dem Augenblick, in welchem der Leitapparat die dem neuen Belastungszustande entsprechende Stellung erreicht hat, findet eine Zunahme der Tourenzahl statt. Die Ausrückung des Servomotors kann daher in diesem Augenblick nicht erfolgen, vielmehr wird die Regulierbewegung fortgesetzt, bis die Tourenzahl der Maschine wieder auf ihren normalen Wert gesunken ist. Das tritt aber erst ein, wenn der Leitapparat die zu dem neuen Belastungszustande gehörende Stellung angenähert ebensoweit überschritten hat, als er sich ursprünglich vor derselben befand. Infolge der unvermeidlichen Unvollkommenheiten der Regulierorgane geht er sogar noch weiter über diese Stellung hinaus. Da der Pendelregler nach der Ausschaltung des Servomotors eine Einschaltung desselben im entgegengesetzten Sinne herbeiführt, so entstehen schließlich andauernde Schwingungen der Regulierorgane zwischen ihren Hubgrenzen. Um solche zu vermeiden, muß man eine Einrichtung treffen, die eine Ausrückung des Servomotors bewirkt, bevor die Tourenzahl der Maschine wieder auf ihren ursprünglichen Wert zurückgegangen ist. Man bezeichnet eine solche Einrichtung als Rückführung[1].

---

[1]) Das Prinzip der Rückführung ist zuerst angewandt worden von Farcot. Ein Bericht darüber ist niedergelegt in dem Werke: Farcot,

In einfachster Weise erreicht man eine solche dadurch, daß man dem Steuerorgan eine zweite Bewegung mitteilt, welche von dem Leitapparat (resp. dem Servomotor) abgeleitet wird, und welche der vom Pendelregler herrührenden Verschiebung entgegenwirkt. Dann entsteht das in Fig. 5 skizzierte Schema. S bezeichnet dabei das Steuerorgan, M den Servomotor und R eine mit dem Servomotor verbundene Stange, welche die Rückführung des Steuerorgans bewirkt. Der gleiche Effekt läßt sich auch erzielen, wenn man den Drehpunkt A des Regulatorhebels festlegt und durch eine Rückführungsstange die vertikale Reglerwelle in ihrer Höhenlage verstellt.

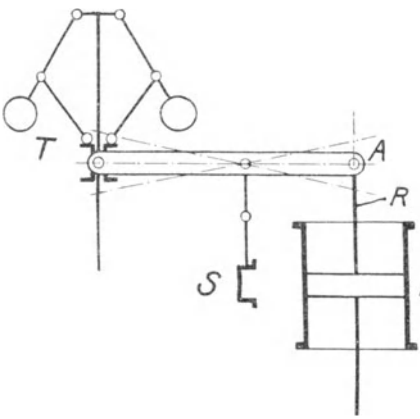


Fig. 5.

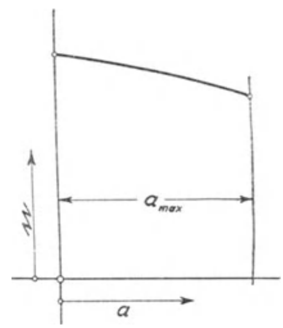


Fig. 6.

Man erkennt leicht, daß bei diesen Anordnungen für Beharrungszustand einer jeden Stellung des Servomotors eine ganz bestimmte Stellung der Reglerhülse und damit auch eine bestimmte Tourenzahl entspricht.

Dieser Zusammenhang läßt sich durch ein Diagramm darstellen von der Art, wie es Fig. 6 zeigt. In dieser Figur be-

---

Le servo-moteur ou moteur asservi, ses principes constitutifs, variantes diverses, application à la manœuvre des gouvernails. Gouvernails à vapeur Farcot. Paris 1873. — Über denselben Gegenstand liegt ferner eine eingehende Untersuchung vor in dem Aufsatz von Lincke: Das mechanische Relais, Z. d. V. d. Ing. 1879, S. 510 ff., welcher auch als Sonderabdruck in erweiterter Form bei Rudolf Gaertner, Berlin 1880, erschienen ist.

deutet n die Tourenzahl des Beharrungszustandes, a die Verschiebung des Servomotors von der dem Leerlauf entsprechenden Lage aus.

Die Stellung des Steuerorgans ist bei den beschriebenen Anordnungen offenbar bedingt durch die relative Stellung der Reglerhülse zu dem Stellorgan des Servomotors; man erreicht daher auch eine korrekte Rückführung, wenn man das Steuerorgan auf diesen Teil des Servomotors aufsetzt. Als Beispiel für eine solche Anordnung ist in Fig. 7 die Skizze eines Servomotors gegeben, der durch Druckwasser betätigt wird.

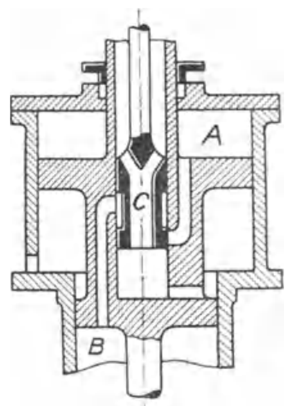


Fig. 7.

Der Raum B unter dem Kolben des Servomotors steht dabei beständig unter Druck. Der Raum A ist in der gezeichneten Stellung des Schiebers C vollständig abgeschlossen. Je nachdem nun dieser Schieber C, welcher mit der Reglerhülse in Verbindung steht, sich nach unten oder oben bewegt, wird der Raum A über dem Kolben entweder mit dem Druckraum B oder mit der freien Atmosphäre in Verbindung gesetzt. Infolge dieser Anordnung muß der Kolben des Servomotors jeder Bewegung des Steuerschiebers folgen.

Ein anderes Mittel, eine Rückführung zu erzielen, besteht darin, daß man das Übersetzungsverhältnis zwischen der Turbinenwelle und der Reglerwelle abhängig macht von der Stellung des Leitapparates. In diesem Falle ist die Stellung des Steuerorgans allein bedingt durch die Stellung der Reglerhülse. Die rechtzeitige Ausschaltung des Servomotors wird dadurch herbeigeführt, daß die Tourenzahl des Reglers ihren normalen Wert wieder erreicht, bevor die Tourenzahl der Maschine auf diesen Wert zurückgegangen ist. Zur Erzielung eines solchen veränderlichen Übersetzungsverhältnisses wird bei den Regulatoren der Sturgess Governor Engineering Company eine verstellbare Riemenscheibe am Regler ausgeführt. (S. Fig. 121, S. 196, Riemenscheibe R.)

Eine Rückführung der Reglerhülse in die Mittellage läßt sich auch dadurch erzielen, daß man eine Kraft auf die Hülse wirken läßt, die von der Belastung abhängig ist. Diesen Weg hat Proell[1]) eingeschlagen, indem er an der Hülse Federn anbrachte und die Spannung der Federn abhängig machte von der Stellung des Leitapparates. Fig. 8 stellt das Schema dieser Anordnung dar. Dabei ist aber zu beachten, daß die Anbringung solcher Federn den Ungleichförmigkeitsgrad des Reglers beeinflußt. Durch die Federn wird zunächst der Regler

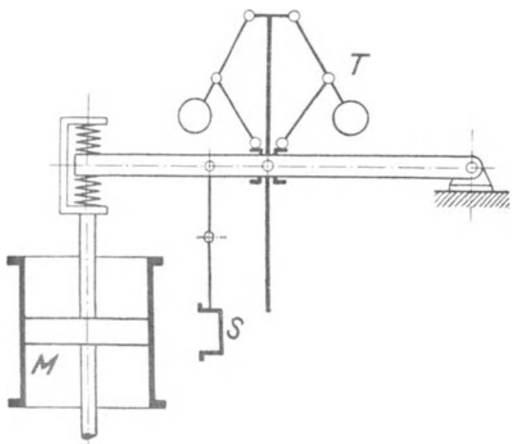


Fig. 8.

stärker statisch. Wenn man eine bestimmte Ungleichförmigkeit haben will, muß man daher den Ungleichförmigkeitsgrad des Pendelreglers an sich in dem Maße geringer wählen, als er nachher durch Anbringung der Federn vergrößert wird. Andererseits kann die durch die Zusammendrückung der Federn bedingte Hinzufügung einer konstanten Kraft zur Hülsenkraft den Ungleichförmigkeitsgrad des Pendelreglers verändern, wenn man nicht Regler verwendet, deren C_q-Kurve für eine konstante Hülsenbelastung einen ähnlichen Charakter hat wie die C-Kurve.

Die beiden zuletzt erwähnten Anordnungen der Rückführung unterscheiden sich grundsätzlich von den vorher be-

[1]) Z. d. V. d. Ing. 1884, S. 458.

schriebenen dadurch, daß bei ihnen der Ungleichförmigkeitsgrad der Regulierung, d. h. das Verhältnis des Tourenunterschiedes bei voller Belastung und bei Leerlauf zur mittleren Tourenzahl, unabhängig ist von dem Ungleichförmigkeitsgrad des Pendelreglers. Bei den ersten Anordnungen ist dagegen der Ungleichförmigkeitsgrad der Regulierung identisch mit dem des Reglers, falls der Hub desselben voll ausgenutzt wird, sodaß im Beharrungszustande die Reglerhülse bei Leerlauf in ihrer höchsten, bei voller Belastung in ihrer tiefsten Lage steht. Jedenfalls ist es bei diesen Rückführungen nicht angängig, den Ungleichförmigkeitsgrad des Reglers geringer zu wählen als den der Regulierung. Das kann aber geschehen bei den beiden letzten Anordnungen der Rückführung, und dieser Umstand ermöglicht es, einen kleineren Regler zu verwenden als im ersteren Falle, da der ganze Hub desselben für die Verstellung des Steuerorgans nutzbar gemacht werden kann, während die anderen Anordnungen wegen der Rückführung langhubige Regler verlangen, deren Arbeitsvermögen nur zu einem kleinen Teil für die Bewegung des Steuerorgans ausgenutzt werden darf. Dafür haben diese aber neben anderen Vorzügen, auf die noch später eingegangen werden soll, den, daß sie konstruktiv einfacher sind.

Alle bisher erwähnten Anordnungen der Rückführung haben die Eigentümlichkeit, daß sie für den Beharrungszustand jeder Stellung des Leitapparates eine ganz bestimmte Tourenzahl der Turbine zuordnen (abgesehen von Reibungswiderständen und totem Gange im Regler und Steuerorgan). Alle diese Rückführungen beeinflussen den Reguliervorgang in der gleichen Weise. In einzelnen Fällen sind noch andere Anordnungen für die Rückführung ausgeführt worden, durch welche bezweckt wurde, die Tourenzahl des Beharrungszustandes für alle Belastungen konstant zu halten. Dieselben sind in einem späteren Abschnitt behandelt.

Erster Teil.

Theoretische Untersuchung des Reguliervorganges.

Die ausgeführten Turbinenregulatoren lassen sich in zwei Gruppen einteilen, für welche sich die Untersuchung des Reguliervorganges ganz verschieden gestaltet. Die Regulatoren der ersten Gruppe wirken in der Weise, daß der Servomotor bei einer geringen Verschiebung des Steuerorgans eingeschaltet wird, und daß nach jeder Einschaltung die Bewegung des Leitapparates mit einer bestimmten, unveränderlichen Geschwindigkeit vor sich geht, bis die Ausrückung erfolgt. Hierfür sind theoretische Untersuchungen angestellt worden von Proell, Léauté, Houkowsky, Pfarr, Rateau[1]). Bei den Regulatoren der zweiten Gruppe ändert sich dagegen die Reguliergeschwindigkeit proportional mit der Abweichung

---

[1]) Proell: Über den indirekt wirkenden Regulierapparat Patent Proell. Z. d. V. d. Ing. 1884, S. 458.

Léauté: Memoires sur les oscillations à longues périodes dans les machines actionnées par des moteurs hydrauliques. Journal de l'Ecole Polytechnique 1885.

Du mouvement troublé des moteurs, consécutif à une perturbation brusque. Journal de l'Ecole Pol. 1891.

Houkowsky: Die Regulierung der Turbinen. Z. d. V. d. Ing. 1896, S. 839.

Pfarr: Der Reguliervorgang bei Turbinen mit indirekt wirkendem Regulator. Z. d. V. d. Ing. 1899, S. 1553.

Rateau: Traité des turbo-machines. Premier fascicule. Paris 1900. S. 189 ff.

des Steuerorgans aus seiner Mittellage. Hierüber liegt eine Untersuchung vor von Stodola[1]). Bei den einzelnen Ausführungen treten allerdings noch kleine Abweichungen von dem angegebenen gesetzmäßigen Verlauf der Reguliergeschwindigkeit ein; diese sind aber nicht so bedeutend, daß sie auf den Reguliervorgang einen wesentlichen Einfluß ausüben können. Von diesen Abweichungen werde bei den folgenden Untersuchungen abgesehen.

A. Der Reguliervorgang für konstante Reguliergeschwindigkeit.

1. Der ideale Reguliervorgang.

Für die theoretische Behandlung des Reguliervorganges sollen vorläufig folgende Annahmen gemacht werden.

1. Die Druckänderungen vor dem Leitapparat seien so klein, daß sie vernachlässigt werden können.
2. Bei einer jeden Belastung sei während der Dauer derselben das Drehmoment, welches der Turbine widersteht, konstant, also unabhängig von der Tourenzahl.
3. Das von der Turbine ausgeübte und auf die angetriebenen Maschinen übertragene Drehmoment $\mathfrak{M}$ sei unabhängig von der Tourenzahl.
4. Ferner soll abgesehen werden von allen Einflüssen, die eine Verzögerung des Vorganges bewirken, das sind Reibungswiderstände im Pendelregler und Steuerorgan, Trägheit der Reglermassen und der Massen im Servomotor und Reguliergetriebe, toter Gang in allen Regulierorganen u. s. w.
5. Der durch die Rückführung bedingte Zusammenhang zwischen der Tourenzahl und der Stellung des Leitapparates für Beharrungszustand sei linear. Entsprechend werde angenommen, daß das von der Turbine ausgeübte Moment $\mathfrak{M}$ proportional sei der Verschiebung des Leitapparates.

---

[1]) Stodola: Über die Regulierung von Turbinen. Schweizerische Bauzeitung 1893 und 1894.

Die Beziehung zwischen der Tourenzahl des Beharrungszustandes, die mit $\mathfrak{n}$ bezeichnet werden möge, und dem Moment $\mathfrak{M}$ ist dann darzustellen durch das Diagramm in Fig. 9.

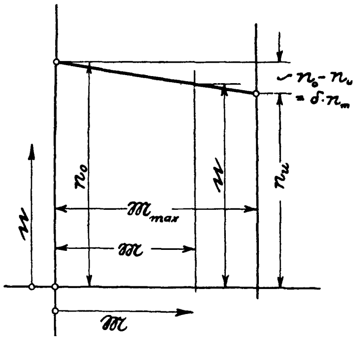


Fig. 9.

In der Zeichnung bedeutet:

n_o die Tourenzahl der Turbine für Leerlauf,

n_u die Tourenzahl für volle Leistung,

$\mathfrak{M}_{max}$ das Drehmoment der Turbine bei größter Leistung.

Ferner sei

n_m die mittlere Tourenzahl der Turbine,

$\delta = \frac{n_o - n_u}{n_m}$ der Ungleichförmigkeitsgrad der Regulierung.

Aus der Fig. 9 ist dann leicht folgende Beziehung abzuleiten:

$$\mathfrak{n} = n_o - \delta \cdot \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 4)$$

Es werde angenommen, daß bis zur Zeit $t = 0$ Beharrungszustand vorliegt, daß also bis zu diesem Zeitpunkte das von der Turbine ausgeübte Moment gleich ist dem widerstehenden Moment. Dieses letztere werde nun plötzlich auf den Wert $\mathfrak{M}_1$ verändert, dann ergibt sich für die Geschwindigkeitssteigerung der Turbine:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{\mathfrak{M} - \mathfrak{M}_1}{L},$$

wobei ω die Winkelgeschwindigkeit der Turbinenwelle, L das Trägheitsmoment aller von der Turbinenwelle angetriebenen umlaufenden Massen, reduziert auf die Turbinenwelle, bedeutet.

Da

$$\omega = \frac{\pi n}{30}$$

ist, entsteht:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{30}{\pi L} \cdot (\mathfrak{M} - \mathfrak{M}_1) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 5)$$

Für konstante Reguliergeschwindigkeit ergibt sich unter Berücksichtigung der Annahme 5 (S. 19):

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_0 \mp \gamma\, t\,,$$

wobei γ ein Maß für die Reguliergeschwindigkeit, $\mathfrak{M}_0$ das Moment für den Zeitpunkt $t = 0$ ist. Das negative Vorzeichen gilt für Schließen, das positive für Öffnen des Leitapparates. Bezeichnet man nach Pfarr als Schlußzeit T diejenige Zeit, welche zur Verstellung des Leitapparates von einer Grenzlage in die andere nötig ist, so läßt sich die vorstehende Gleichung noch etwas anders schreiben. Es muß nämlich sein

$$\mathfrak{M}_{max} = \gamma\, T,$$

also

$$\gamma = \frac{\mathfrak{M}_{max}}{T},$$

sodaß entsteht

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_0 \mp \frac{\mathfrak{M}_{max}}{T} \cdot t \quad \ldots\ldots\ldots \quad 6)$$

Aus den Gleichungen 5) und 6) ergibt sich

$$\frac{dn}{dt} = \frac{30}{\pi L} \cdot \left[\mathfrak{M}_0 \mp \frac{\mathfrak{M}_{max}}{T} \cdot t - \mathfrak{M}_1\right] \quad \ldots\ldots \quad 7)$$

und daraus durch Integration

$$n = C_1 + \frac{30}{\pi L} \cdot \left[(\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1) \cdot t \mp \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathfrak{M}_{max}}{T} \cdot t^2\right].$$

Die Konstante C_1 läßt sich bestimmen aus der Bedingung, daß für $t = 0$ die Tourenzahl dem Moment $\mathfrak{M}_0$ nach Gleichung 4 entsprechen muß:

$$n_{(t=0)} = n_0 - \delta \cdot \frac{\mathfrak{M}_0}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m = C_1\,.$$

Damit entsteht

$$n = n_0 - \delta \cdot \frac{\mathfrak{M}_0}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m + \frac{30}{\pi L} \cdot \left[(\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1) \cdot t \mp \frac{1}{2} \cdot \frac{\mathfrak{M}_{max}}{T} \cdot t^2\right] \quad 8)$$

Diese Gleichung stellt eine Parabel dar, deren Parameter den Wert hat

$$2\,p = \frac{2\,\pi\, L\, T}{30\, \mathfrak{M}_{max}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 9)$$

Derselbe ist unabhängig von $\mathfrak{M}_0$ und $\mathfrak{M}_1$, die Parabel ist daher für alle Belastungsänderungen die gleiche. Die Gleichung 8) gilt aber nur bis zu dem Zeitpunkt, in welchem die Regulierung unterbrochen wird. Das tritt ein, wenn die Tourenzahl n auf den dem Moment $\mathfrak{M}$ entsprechenden Wert $\mathfrak{n}$ heruntergegangen ist. Für diesen Augenblick muß sein (nach Gleichung 4):

$$n = \mathfrak{n} = n_0 - \delta \cdot \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m$$

oder unter Berücksichtigung der Gleichung 6)

$$n = \mathfrak{n} = n_0 - \delta \cdot \frac{\mathfrak{M}_0}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m \pm \frac{\delta n_m}{T} \cdot t = \mathfrak{n}_{(t=0)} \pm \frac{\delta n_m}{T} \cdot t \;. \quad 10)$$

Die weitere Lösung gestaltet sich am einfachsten graphisch. Die Parabel läßt sich in folgender Weise leicht konstruieren. Gleichung 7) liefert die Richtung der Tangente an die Parabel für $t = 0$:

$$\frac{dn}{dt_{(t=0)}} = \frac{30}{\pi L} \cdot (\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1).$$

Die Zeit t_1, in welcher der Scheitel der Parabel erreicht wird, ergibt sich ebenfalls in einfacher Weise aus Gleichung 7). Für den Scheitelpunkt muß nämlich $\frac{dn}{dt} = 0$ sein, also

$$\frac{dn}{dt} = \frac{30}{\pi L} \cdot \left(\mathfrak{M}_0 \mp \frac{\mathfrak{M}_{max}}{T} \cdot t_1 - \mathfrak{M}_1\right) = 0$$

oder

$$t_1 = \pm \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot T.$$

In Fig. 10 ist die Parabel für ein bestimmtes Beispiel gezeichnet. Es wurde dabei zugrunde gelegt eine Turbine für eine größte Leistung $N_{max} = 100$ PS. Die mittlere Tourenzahl wurde zu 270 Umdr. p. Min. angenommen, der Ungleichförmigkeitsgrad der Regulierung zu 3 %. Alle in Frage kommenden Schwungmassen wurden ersetzt gedacht durch einen Schwungkranz von $G = 2000$ kg Gewicht, welcher sich bei normaler Tourenzahl mit einer Geschwindigkeit $v = 30\ \text{msek.}^{-1}$ drehen soll. Der mittlere Durchmesser dieses Schwungrades würde also betragen

$$D = \frac{60 \cdot v}{\pi\, n_m} = \frac{60 \cdot 30}{\pi \cdot 270} = 2{,}12 \text{ m},$$

das Trägheitsmoment

$$L = \frac{G}{g} \cdot \frac{D^2}{4} = \frac{2000}{9{,}81} \cdot \frac{2{,}12^2}{4}$$
$$= 230 \text{ mkgsek.}^2.$$

Das größte Drehmoment $\mathfrak{M}_{max}$ ergibt sich zu

$$\mathfrak{M}_{max} = 75\, N_{max} \cdot \frac{30}{\pi\, n} = 265 \text{ mkg},$$

die Tourenzahl des Leerlaufes ist

$$n_0 = n_m \left(1 + \frac{\delta}{2}\right)$$
$$= 270 \cdot 1{,}015 = 274{,}05,$$

die der Vollbelastung

$$n_u = n_m \cdot \left(1 - \frac{\delta}{2}\right) = 265{,}95.$$

Angenommen wurde eine plötzliche Entlastung der Turbine von $\mathfrak{M}_{max}$ auf $^1/_2\, \mathfrak{M}_{max}$. Damit ergibt sich

$$n_{(t=0)} = n_u = 265{,}95$$

$$\frac{dn}{dt_{(t=0)}} = \frac{30}{\pi L} \cdot \left[\mathfrak{M}_{max} - \frac{1}{2}\,\mathfrak{M}_{max}\right]$$

$$= \frac{30}{\pi \cdot 230} \cdot \frac{1}{2} \cdot 265 = 5{,}50 \text{ sek.}^{-2}$$

und

$$t_1 = \frac{1}{2}\, T.$$

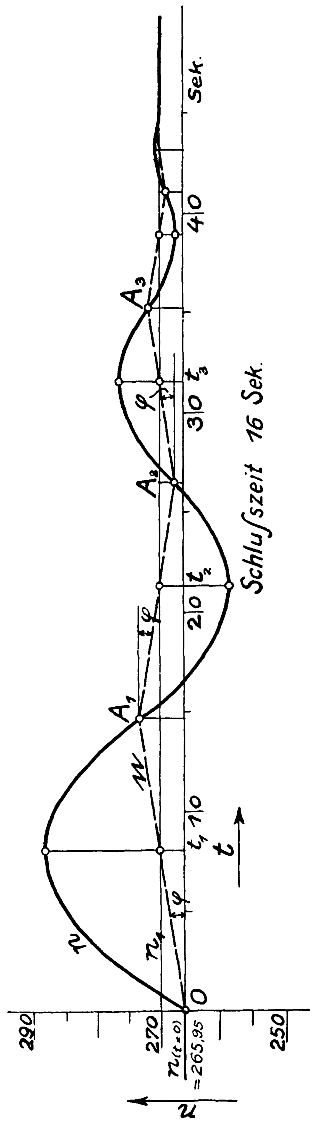


Fig. 10.

Die Schlußzeit T wurde zu 16 sek. angenommen, so daß $t_1 =$ 8 sek. wird. Mit diesen Werten wurde die Parabel gezeichnet (Fig. 10). Dann wurde die Kurve der n nach Gleichung 10) (S. 22) eingetragen.

$$n = n_{(t=0)} + \frac{\delta n_m}{T} \cdot t = n_{(t=0)} + 0{,}505 \cdot t.$$

Das ist eine gerade Linie, welche die Ordinate des Parabelscheitels in einem Punkt schneiden muß, der der Tourenzahl für die neue Belastung $\mathfrak{M}_1$ entspricht, die mit n_1 bezeichnet werden möge. Denn für diesen Zeitpunkt ist das Drehmoment der Turbine gleich dem widerstehenden Moment $\mathfrak{M}_1$, es findet also keine Beschleunigung der Schwungmassen mehr statt; die n-Kurve muß für diesen Punkt eine horizontale Tangente besitzen.

Der Schnitt der n-Linie mit der Parabel liefert den Punkt A_1, in welchem die Regulierung unterbrochen und eine Regulierbewegung im entgegengesetzten Sinne eingeleitet wird. Diese

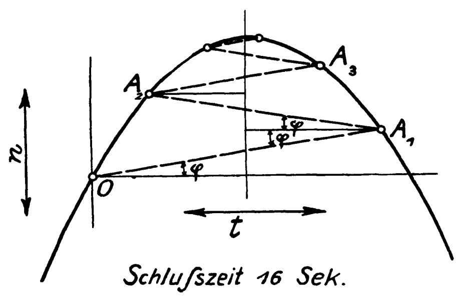


Fig. 11.

wird dargestellt durch eine Parabel von umgekehrter Lage, deren Tangente im Punkt A_1 übereinstimmen muß mit der der ersten Parabel, da das Moment $\mathfrak{M}$ keine plötzlichen Änderungen erfahren kann und $\frac{dn}{dt}$ nach Gleichung 5) (S. 20) proportional $(\mathfrak{M}-\mathfrak{M}_1)$ ist. Da diese Parabel der ersten kongruent sein muß, so ist sie leicht zu zeichnen. Der Endpunkt t_2 der Abszisse ihres Scheitels muß offenbar von der Ordinate des Punktes A_1 ebensoweit entfernt sein wie der entsprechende Punkt t_1 des Scheitels der ersten Parabel. Trägt man nun wieder die n-Linie ein (wobei jetzt das untere Vorzeichen in Gleichung 10) gilt, da der Leitapparat geöffnet wird), so erhält man den Schnittpunkt A_2, in welchem wieder eine Unterbrechung und Einschaltung des Servomotors im entgegengesetzten Sinne vor sich geht. Dieser Vorgang wiederholt sich mehrmals, die n-Kurve setzt sich also aus einer Reihe von Parabeln zusammen.

Die Aufzeichnung läßt sich (nach Proell) dadurch wesentlich vereinfachen, daß man den Linienzug $O A_1 A_2 \ldots$ in die erste Parabel einträgt, was ohne weiteres geschehen kann, da ja alle folgenden Parabeln sich mit der ersten decken. Dann entsteht das in Fig. 11 gezeichnete Diagramm. Da dieselbe Parabel für jede beliebige Belastungsänderung auftritt, so kann man in einer einzigen Parabel für jeden Fall durch Einzeichnung des Linienzuges $O A_1 A_2 \ldots$ den Verlauf des Reguliervorganges darstellen.

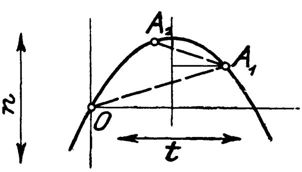
Der Reguliervorgang ist beendet, wenn einer der Punkte A in den Scheitel der Parabel, d. h. ein Parabelscheitel in die n_1-Linie fällt. Tritt das nicht ein, sondern schneidet einer der nach rechts aufsteigenden Teile des Linienzuges die Parabel links vom Scheitelpunkt, so kann sich von diesem Punkt an der Reguliervorgang nicht mehr in der bisher dargestellten Weise abspielen. Es treten dann nur noch Einschaltungen des Servomotors nach einer Richtung hin ein, die entstehende Regulierbewegung wird stets sofort wieder unterbrochen infolge der Einwirkung der Rückführung. So müssen schnell hintereinander eine Reihe von Einzelschaltungen stattfinden, die die Tourenzahl aperiodisch in die dem neuen Beharrungszustande entsprechende überführen.

In bezug auf die in Fig. 10 (S. 23) gezeichneten Regulierkurven ist noch zu erwähnen, daß man die Kurve der Werte $\mathfrak{n}$ auch auffassen kann als die Kurve der Drehmomente. Die zwischen der n_1-Linie und der $\mathfrak{n}$-Linie eingeschlossenen Ordinatenabschnitte $n_1 - \mathfrak{n}$ lassen sich nämlich nach Gleichung 4) (S. 20) ausdrücken durch

$$n_1 - \mathfrak{n} = \delta \cdot \frac{\mathfrak{M} - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m .$$

Die Ordinatenabschnitte sind demnach proportional dem überschüssigen Drehmoment $(\mathfrak{M} - \mathfrak{M}_1)$. Vernachlässigt man noch die Änderungen, welche die Tourenzahl der Turbine erfährt, so kann man die von den $\mathfrak{n}$- und n_1-Linien eingeschlossenen Dreiecksflächen auffassen als die Arbeitsmengen, welche von den Schwungmassen der Turbine aufzunehmen resp. abzugeben sind.

Unter den eingangs gemachten Voraussetzungen entstehen also bei plötzlichen Belastungsänderungen Pendelungen der Tourenzahl mit abnehmenden Amplituden und von abnehmender Zeitdauer. Für eine praktische Ausführung ist es natürlich erwünscht, daß die Amplituden der Schwingungen möglichst klein werden und möglichst schnell abnehmen. Aus der graphischen Darstellung (Fig. 10 und 11) ist sofort zu ersehen, daß eine starke Dämpfung der Schwingungen eintritt, wenn der Neigungswinkel φ der n-Linie gegen die Horizontale möglichst groß, d. h. wenn der Wert $\frac{\delta n_m}{T}$ (Gleichung 10, S. 22) groß gewählt wird. Es ist also zweckmäßig, den Ungleichförmigkeitsgrad δ groß, die Schlußzeit T klein zu halten. Ein großer Wert von δ bedingt aber eine große Verschiedenheit der Tourenzahlen des Beharrungszustandes bei verschiedenen Belastungen, und das ist für die Mehrzahl der Betriebe nicht zulässig. Man ist deshalb gezwungen, einen mittleren Wert zu wählen; bei praktischen Ausführungen liegt δ fast durchgängig in den Grenzen von 3 bis 8%.



Schlußzeit 8 Sek.

Fig. 12.

Daß auch eine Verkleinerung der Schlußzeit sehr günstig auf die Dämpfung einwirkt, geht aus dem in Fig. 12 gezeichneten Diagramm hervor, welches den Reguliervorgang für die gleichen Verhältnisse darstellt wie Fig. 10 u. 11, nur mit dem Unterschiede, daß die Schlußzeit halb so groß gewählt ist.

Die größte Abweichung der Tourenzahl bei einer plötzlichen Belastungsänderung ist gegeben durch den Scheitel der ersten Parabel. Die Abszisse dieses Punktes war

$$t_1 = \pm \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot T.$$

Setzt man diesen Wert in Gleichung 8 (S. 21) ein, so ergibt sich für die größte Tourenabweichung:

$$n_{max} - n_{(t=0)} = \pm \frac{1}{2} \cdot \frac{30}{\pi L} \cdot \frac{(\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1)^2}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot T.$$

Hier werde noch eine kleine Umformung vorgenommen. Bezeichnet man mit $\mathfrak{E}$ die in den Schwungmassen bei normaler Tourenzahl aufgespeicherte Arbeit in mkg, so ist $\mathfrak{E} = \frac{L\,\omega^2}{2}$, wenn ω wieder die Winkelgeschwindigkeit der Turbine bedeutet.

Ferner ist

$$N_{max} = \frac{\mathfrak{M}_{max} \cdot \omega}{75},$$

also

$$\frac{\mathfrak{E}}{N_{max}} = \frac{L \cdot \omega \cdot 75}{2 \cdot \mathfrak{M}_{max}} = \frac{75}{2 \cdot 30} \cdot \frac{\pi\, L\, n_m}{\mathfrak{M}_{max}}$$

oder

$$\frac{30 \cdot \mathfrak{M}_{max}}{\pi \cdot L \cdot n_m} = \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 11)$$

Setzt man diesen Wert in obige Gleichung ein, so entsteht

$$\frac{n_{max} - n_{(t=0)}}{n_m} = \frac{75}{4} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}} \cdot \left(\frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}}\right)^2 \cdot T \quad \ldots \quad 12)$$

Die größte relative Tourenänderung ist also proportional dem Quadrat der Belastungsänderung, proportional der Schlußzeit und umgekehrt proportional der in den Schwungmassen aufgespeicherten Arbeit. Man wird daher mit Rücksicht auf möglichst geringe Tourenabweichungen die Schlußzeit des Servomotors möglichst klein, die Schwungmassen der Turbine groß zu halten suchen.

2. Untersuchung der störenden Einflüsse mit Hilfe des Proellschen Diagramms.

Es soll nun untersucht werden, in welcher Weise der Reguliervorgang sich ändert, wenn man die Voraussetzung 4 (S. 19) fallen läßt. Alle Unvollkommenheiten des Servomotors, des Steuerorgans und des Reglers, die durch Reibungswiderstände, toten Gang, Massenwirkungen und dgl. bedingt sind, bewirken zunächst eine Vergrößerung der ersten Amplitude der Tourenschwingungen gegenüber dem bisher geschilderten idealen Vorgange, da sie alle eine zeitliche Verzögerung der Regulierbewegung ergeben. Außerdem beeinflussen sie aber auch die Dämpfung der entstehenden Schwingungen. Um die verschiedenartigen störenden Einflüsse in ihrer Wirkung auf

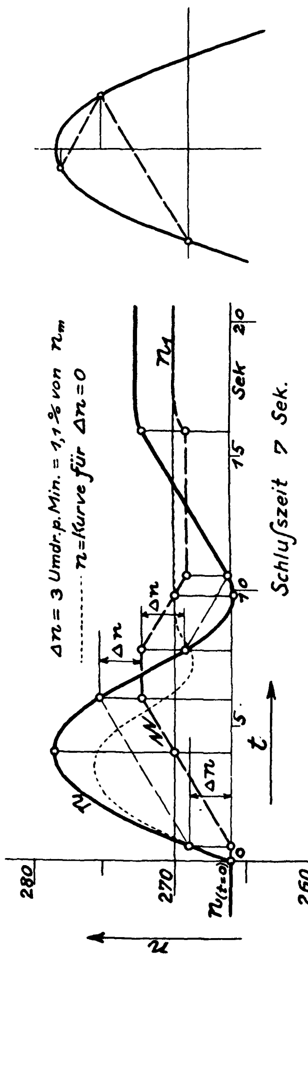

Δn = 3 Umdr. p. Min. = 1,1 % von n_m
n = Kurve für Δn = 0
Schlußzeit 7 Sek.
Sek
280
270
260
n(t=0)
u
t

Fig. 13.

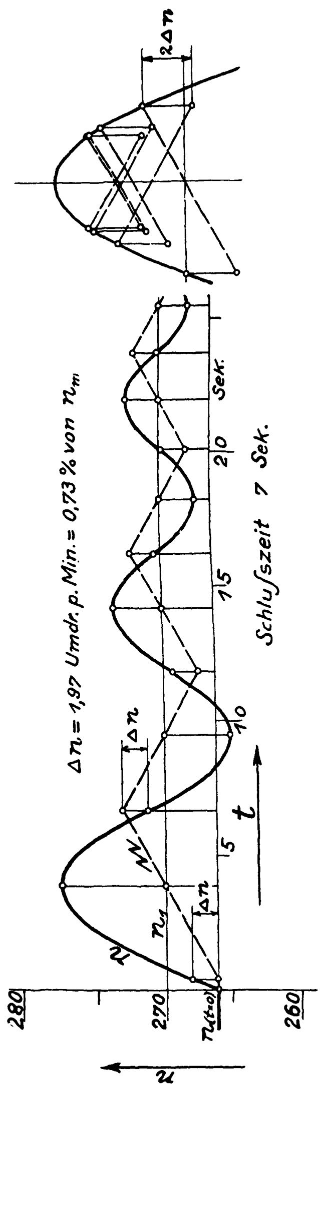

Δn = 1,97 Umdr. p. Min. = 0,73 % von n_m
2Δn
Schlußzeit 7 Sek.
Sek.
280
270
260
n(t=0)
u
t

Fig. 14.

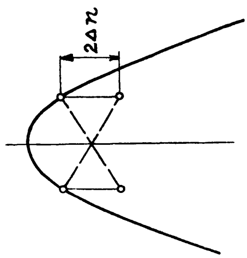


Fig. 15.

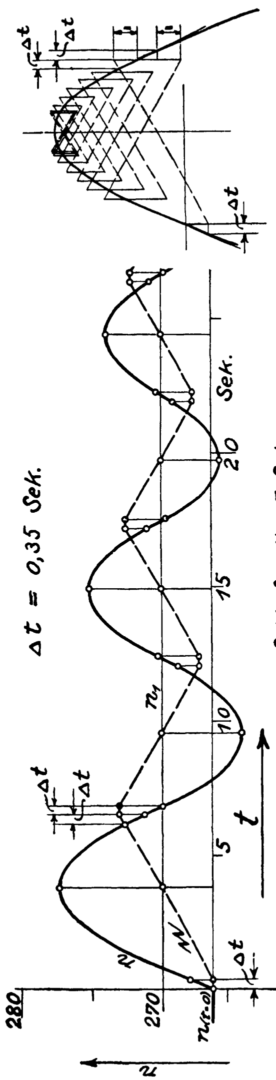


Fig. 16.

den Reguliervorgang zu veranschaulichen, sind in den Fig. 13 bis 16 die Regulierkurven für drei charakteristische Fälle mit Benutzung des Proellschen Verfahrens gezeichnet.

a) Für den in Fig. 13 dargestellten Reguliervorgang wurde angenommen, daß die Konstruktion des Regulators eine gewisse Abweichung Δn der Tourenzahl gegenüber der der Stellung des Servomotors entsprechenden n verlangt, ehe der Servomotor eingeschaltet wird, daß aber die Ausrückung desselben bereits erfolgt, wenn die Tourenzahl der Turbine noch um denselben Wert Δn von n verschieden ist. Diese Bedingung läßt sich auch dahin ausdrücken, daß der Regulator innerhalb eines Tourenbereichs 2Δn um den Wert n herum auf Geschwindigkeitsänderungen der Turbine nicht reagiert. Ein solches Verhalten des Regulators kann eintreten, wenn das Steuerorgan toten Gang besitzt, wie z. B. der Steuerschieber des in Fig. 7 (S. 15) gezeichneten Servomotors infolge seiner Überdeckungen. Die Regulierkurve in Fig. 13 ist ebenso wie die beiden folgenden (in Fig. 14—16) für das bereits behandelte Beispiel ($N_{max} = 100$ PS.) unter Annahme einer Schlußzeit T = 7 sek. gezeichnet. Der bei der Aufzeichnung beschrittene Weg ist ohne weiteres aus der Figur ersichtlich. Die n-Kurve setzt sich aus Parabeln und geradlinigen Zwischenstücken zusammen. Außer der $\mathfrak{n}$-Kurve ist hier noch diejenige n-Kurve eingetragen, welche dem idealen Reguliervorgang entspricht. Es zeigt sich, daß die Amplituden der Schwingungen um den Betrag Δn wachsen, daß aber die Dämpfung in keiner Weise beeinträchtigt wird.

b) Für die in Fig. 14 gezeichnete Regulierkurve wurde angenommen, daß die Einschaltung des Servomotors wieder eine gewisse Abweichung Δn der Tourenzahl von derjenigen verlangt, die der Stellung des Leitapparates entspricht, daß aber die Ausrückung erst erfolgt, wenn die Tourenzahl den Wert $\mathfrak{n}$ um den gleichen Betrag Δn nach der entgegengesetzten Seite überschritten hat. Ein solches Verhalten des Regulators kann hervorgerufen werden durch Reibungswiderstände im Steuerorgan.

Die Punkte, in welchen die Umschaltung vor sich geht, lassen sich im Proellschen Diagramm leicht bestimmen, wenn man den Anfangspunkt der $\mathfrak{n}$-Linie um die Strecke 2Δn tiefer rückt. Es zeigt sich hier, daß nur noch bis zu einem gewissen Grade Dämpfung eintritt. Die Schwingungen nähern sich asymptotisch einem Kreisprozeß, der in Fig. 15 besonders dargestellt ist.

c) Bei dem in Fig. 16 gezeichneten Diagramm wurde angenommen, daß die Einrückung sowohl wie die Ausrückung des Servomotors mit einer bestimmten zeitlichen Verzögerung Δt erfolgt. Die n-Kurve setzt sich hier wieder aus Parabeln und kurzen geradlinigen Zwischenstücken zusammen. Auch hier zeigt sich, daß die Dämpfung stark beeinträchtigt wird, und daß die Schwingungen sich asymptotisch einem Kreisprozeß nähern. Ein Vergleich von Fig. 14 u. 16 lehrt, daß in dem zuletzt behandelten Falle die ersten Amplituden langsamer abnehmen, daß aber trotzdem die Amplituden des Kreisprozesses wesentlich geringer werden als im ersteren Falle.

Es ist nun leicht zu übersehen, welche Störungen der Reguliervorgang erleidet, wenn verschiedenartige Einflüsse der geschilderten Art sich übereinander lagern. Nach den Ergebnissen der vorstehenden Untersuchungen muß jede Verzögerung bei der Einschaltung des Servomotors Veranlassung zu Kreisprozessen geben, wenn nicht auch eine entsprechende vorzeitige Ausrückung erfolgt. Das ist in Wirklichkeit nicht der Fall und zwar deshalb, weil die Voraussetzungen 2 und 3 (S. 19) niemals erfüllt sind, wonach sowohl das treibende Moment der Turbine als auch das widerstehende der angetriebenen Maschine unabhängig von der Tourenzahl sein sollte. In Wirklichkeit nimmt stets das treibende Moment der Turbine bei konstanter Füllung mit steigender Tourenzahl ab, das widerstehende der angetriebenen Maschine bei derselben Belastungsart dagegen zu. Die Einwirkungen, welche dieser Umstand auf den Reguliervorgang ausübt, lassen sich übersichtlich darstellen durch ein graphisches Verfahren, welches von **Léauté** angegeben worden ist.

3. Das Léautésche Diagramm.

Trägt man in ein rechtwinkliges Achsensystem als Abszissen die Öffnungen des Leitapparates, welche mit a bezeichnet werden mögen, als Ordinaten die Tourenzahlen auf, so entspricht einer jeden Belastung eine bestimmte Kurve in diesem Achsensystem. In Fig. 17 sind solche Kurven für zwei verschiedene Belastungen B_1 und B_2 gezeichnet. n_m stellt wieder die mittlere Tourenzahl dar. Die Gestalt der Kurven ist abhängig von der Art der Turbine und von der der angetriebenen Maschine. Über ihren Verlauf läßt sich allgemein nur sagen, daß

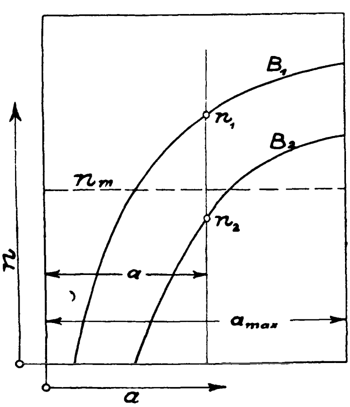


Fig. 17.

sie für $n = 0$ gegen den Nullpunkt zusammenlaufen müssen, und daß sie sich mit zunehmendem Werte a einer Parallelen zur Abszissenachse im Abstande $2 \cdot n_m$ asymptotisch nähern. Das Letztere muß eintreten, weil für jede Turbine das treibende Moment bereits 0 wird, wenn die Tourenzahl sich dem doppelten Werte der normalen nähert.

Durch praktische Versuche lassen sich solche Kurven für vorhandene Maschinen leicht ermitteln. In Fig. 18 sind bei-

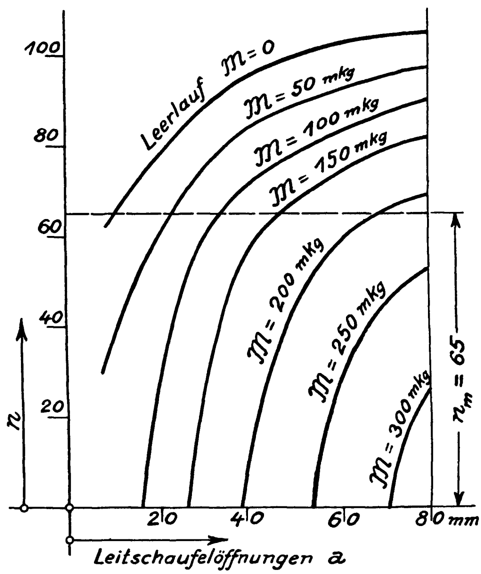


Fig. 18.

spielsweise die Belastungskurven gezeichnet für eine von Voith in Heidenheim ausgeführte schnelllaufende Turbine nach Versuchswerten, die von Schmitthenner in der Zeitschr. d. V. d. I. 1903, S. 845 veröffentlicht sind. Die Leistung der Turbine beträgt für 1 m Gefälle 19,5 PS., die mittlere Tourenzahl ist $n_m = 65$. Da die Versuche sich nur auf die Turbine selbst erstrecken, so mußte für die Aufzeichnung der Belastungskurve eine Annahme über den Zusammenhang zwischen dem widerstehenden Moment, der Belastung und der Tourenzahl gemacht werden, und zwar wurde dieses Moment wieder als unabhängig von der Tourenzahl angenommen, sodaß die Belastung mit dem widerstehenden Moment identifiziert werden konnte.

Für einen bestimmten Wert von a (Fig. 17, S. 31) wird sich bei der Belastung B_1 eine Tourenzahl n_1 und bei der Belastung B_2 eine Tourenzahl n_2 einstellen. Diese Tourenzahlen lassen sich aus dem Diagramm sofort bestimmen, wenn der Verlauf der B-Kurven bekannt ist.

Wie schon gezeigt wurde, läßt nun ein Regulator mit Rückführung, falls zunächst wieder die einschränkenden Annahmen gemacht werden, welche in der Voraussetzung 4) (S. 19) zusammengefaßt sind, einen Beharrungszustand nur zu, wenn zwischen der jeweiligen Öffnung des Leitapparates und der Tourenzahl der Turbine ein ganz bestimmter Zusammenhang besteht. Dieser Zusammenhang läßt sich in dem Léautéschen Diagramm durch eine Kurve darstellen, welche in Fig. 19 als die Kurve R eingetragen ist. Durch diese Kurve wird die Diagrammfläche in zwei Felder geteilt. Befindet sich der Punkt, welcher für einen bestimmten Augenblick der Öffnung des Leitapparates a und der Tourenzahl n der Turbine entspricht, nicht auf der Kurve R, so muß eine Verstellung des Leitapparates vor sich gehen, und zwar ein Schließen, wenn der Punkt sich im oberen Felde, und ein Öffnen, wenn er sich im unteren Felde befindet.

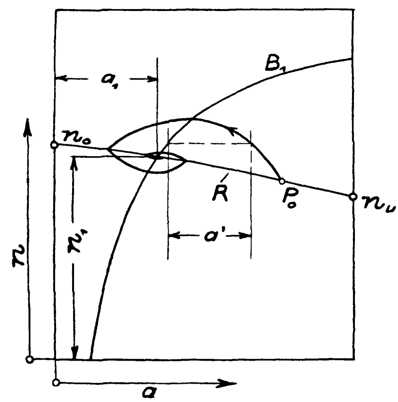


Fig. 19.

Es werde nun angenommen, daß bis zur Zeit $t = 0$ Beharrungszustand vorliegt, und daß die diesem Beharrungszustande entsprechende Öffnung des Leitapparates a und die Tourenzahl n im Diagramm den Punkt P_0 ergeben, welcher natürlich auf der mit R bezeichneten Kurve liegen muß. Es trete eine plötzliche Entlastung ein auf einen Wert, der durch die Kurve B_1 dargestellt ist. Dann vollzieht sich mit steigender Tourenzahl ein Schließen des Leitapparates, und der Diagrammpunkt bewegt sich auf einer Kurve, welche folgende Eigenschaften haben muß. In dem Punkt, wo diese Kurve die B_1-Linie schneidet, muß ihre Tangente horizontal liegen, da in diesem Punkte Gleichgewicht zwischen der Leistung und der Belastung der Turbine besteht, und daher $\frac{dn}{dt}$ und also auch $\frac{dn}{da} = 0$ sein muß. Ferner kann für eine und dieselbe Tourenzahl das treibende Moment der Turbine mit genügender Annäherung proportional a gesetzt werden. Das überschüssige Moment, welches beschleunigend auf die Schwungmassen der Turbine wirkt, kann daher dargestellt werden durch einen Ausdruck $\alpha \,.\, a'$, wenn a' den horizontalen Abstand des Diagrammpunktes von der B_1-Linie und α einen Koeffizienten bezeichnet, der nur von der Tourenzahl abhängig ist. Daher ergibt sich entsprechend der Gleichung 5) (S. 20)

$$\frac{dn}{dt} = \frac{30}{\pi L} \cdot \alpha \cdot a' .$$

Ferner ist für konstante Reguliergeschwindigkeit

$$\frac{da}{dt} = \mp \frac{a_{max}}{T},$$

also

$$\frac{dn}{da} = \mp \frac{30}{\pi L} \cdot \alpha \cdot T \cdot \frac{a'}{a_{max}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 13)$$

Nach dieser Gleichung könnte man die n-Kurve punktweise konstruieren, da sich der Koeffizient α aus den Eigenschaften der Turbine ermitteln läßt. Das Verfahren ist aber umständlich und gestattet nicht, allgemeine Schlüsse aus den Ergebnissen zu ziehen. Um das zu können, müßte man weitere Vereinfachungen vornehmen, indem man die n-Kurve näherungsweise durch andere ersetzt, die sich durch einfache Gleichungen darstellen lassen. Dieser Weg ist eingeschlagen worden von Léauté, Houkowsky und Rateau zur Gewinnung von Grundlagen für die Berechnung der Regulatoren.

Für die vorliegende Betrachtung kommt es auf die genaue Ermittelung des Verlaufes der Kurve nicht an. Für den idealen Regulator, bei dem keine Verzögerung eintritt, ergibt sich ein Diagramm von der Art, wie es in Fig. 19 dargestellt ist. Es stellt sich nach einigen Schwingungen der Tourenzahl Beharrungszustand ein. Das gleiche Ergebnis wurde auch aus dem Proellschen Diagramm gefunden, als die Momente der Turbine und der angetriebenen Maschine unabhängig von der Tourenzahl angenommen wurden.

Es entsteht nun die Frage, worin der durch Fig. 19 dargestellte Vorgang sich von dem früheren unterscheidet. Diese Frage läßt sich leicht beantworten, wenn man das Léautésche Diagramm für die früheren Annahmen aufzeichnet. Die Belastungskurven erscheinen dann nämlich als senkrechte Gerade, und die n-Kurve wird, wie man aus Gleichung 13 (S. 34) leicht ableiten kann, wieder aus kongruenten Parabeln zusammengesetzt. In Fig. 20 ist ein solches Diagramm gezeichnet. Ein Vergleich dieses Vorganges mit dem in Fig. 19 dargestellten zeigt, daß die Änderungen lediglich bedingt sind durch die schräge Lage der B-Kurve. Dieser Umstand hat zur Folge, daß das Maximum der Tourenzahlen früher erreicht wird und daher auch etwas geringer wird als für den Fall, daß die Momente von der Tourenzahl unabhängig sind. Auch die Dämpfung der Tourenschwingungen wird durch die schräge Lage der B-Kurve in günstiger Weise beeinflußt. Doch sind diese Einflüsse nicht so bedeutend, daß es zweckmäßig erschiene, für die Berechnung der Regulatoren darauf Rücksicht zu nehmen. Diese Einflüsse treten übrigens auch um so mehr zurück, je geringer die auftretenden Tourenschwankungen sind, d. h. je höhere Anforderungen man an die Regulierung stellt.

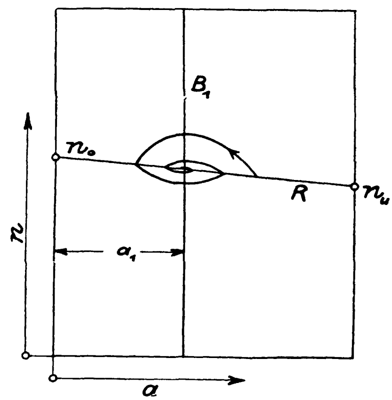


Fig. 20.

4. Untersuchung der störenden Einflüsse mit Hilfe des Léautéschen Diagramms.

Wesentliche Abweichungen liefern aber die beiden Untersuchungsmethoden, wenn verzögernde Einflüsse bei der Ein- und Ausschaltung vorhanden sind. Für die Regulierkurve in

Fig. 21 wurde angenommen, daß die Eigenschaften des Regulators für die Einschaltung des Servomotors eine Abweichung der Tourenzahl von der R-Linie nach oben oder unten verlangen bis zu den strichpunktiert gezeichneten Linien R′, und daß die Ausschaltung erfolgt, wenn die n-Kurve eine der gestrichelt gezeichneten Linien R″ erreicht, welche etwas näher an der R-Kurve liegen. Solange die Tourenzahl und die Öffnung des Leitapparates einem Punkt zwischen den beiden R″-Kurven entsprechen, findet also überhaupt keine Regulierbewegung statt. Nach den früheren Untersuchungen (mit Hilfe des

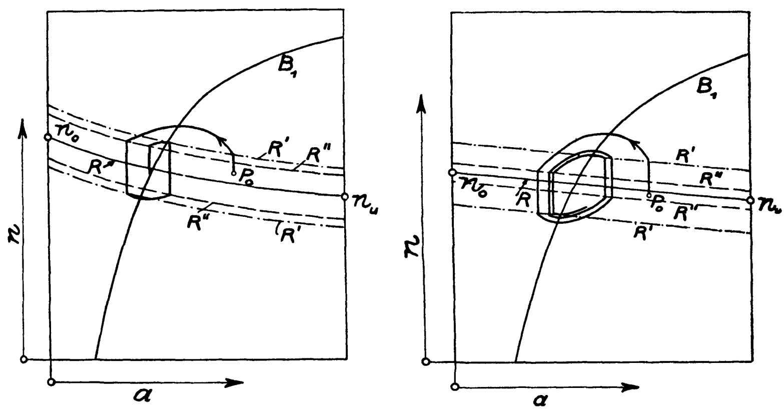


Fig. 21. Fig. 22.

Proellschen Diagramms) müßte sich hier ein Kreisprozeß ergeben. Zeichnet man aber in Fig. 21 die n-Kurve ein, welche durch senkrechte Gerade gebildet wird, solange der Regulator außer Funktion ist, so sieht man, daß nach einigen Schwingungen der Tourenzahl ein neuer Beharrungszustand erreicht wird.

Ein solcher Beharrungszustand stellt sich offenbar um so eher ein, je mehr die B-Linie von der vertikalen Richtung abweicht. Dieser günstige Verlauf der n-Kurve tritt aber nicht unter allen Umständen ein, wenn auch die B-Linie geneigt ist. In Fig. 22 ist ein Beispiel gezeichnet, welches zeigt, daß auch hier Kreisprozesse auftreten können. Aus den Fig. 21 und 22 ist zu ersehen, daß die Entstehung von Kreisprozessen begünstigt wird, wenn eine Verzögerung der Ausschaltung gegenüber der Einschaltung vorhanden ist. Man kann aber diesem schädlichen Einfluß entgegenwirken dadurch, daß man den Tourenbereich, innerhalb dessen überhaupt keine Regulierbewegung eintreten kann, möglichst groß macht. Bis zu welchem Grade dies zu geschehen hat, darüber lassen sich keine allgemeinen Formeln aufstellen, da die Wirkung einer solchen Maßregel sehr abhängig ist von der Gestalt der B-Kurve, die aber von Fall zu Fall verschieden ist. Auch die Lage der R-Linie ist von Einfluß. Je stärker dieselbe nach der linken Seite im Diagramm ansteigt, d. h. je größer der Ungleichförmigkeitsgrad der Regulierung ist, um so leichter lassen sich Kreisprozesse vermeiden. Die B-Kurven sind nun stets bei größeren Belastungen stärker gegen die Vertikale geneigt als bei kleinen. Die ungünstigsten Verhältnisse ergeben sich daher für sehr kleine Belastungen, wo die B-Kurven nahezu vertikal verlaufen. Hier ist das Eintreten von Kreisprozessen am ehesten zu erwarten. Um auch hier noch eine möglichst günstige Wirkung zu erzielen, schlägt Rateau vor, den Pendelregler so zu gestalten, daß eine R-Kurve entsteht, die für kleine Werte a wesentlich stärker gegen die Horizontale geneigt ist als für große, so daß die R-Kurve einen Verlauf hat, wie ihn Fig. 21 (S. 36) zeigt.

Übrigens werden auch da, wo nach den theoretischen Untersuchungen Kreisprozesse zu erwarten sind, dieselben nicht scharf ausgeprägt in die Erscheinung treten, falls die B-Kurve in geringen Grenzen ständigen Schwankungen unterworfen ist. Durch diesen Umstand wird nach einiger Zeit immer wieder ein Beharrungszustand herbeigeführt werden, wenn nämlich die B-Kurve zufällig zum Schnitt kommt mit einem der vertikalen Teile der n-Kurve.

Von Wichtigkeit ist auch noch der Fall, welcher für konstante Drehmomente in Fig. 16 (S. 29) dargestellt wurde, daß nämlich die Ein- und Ausschaltung des Servomotors mit einer konstanten zeitlichen Verzögerung Δt vor sich geht. Dieser Fall läßt sich aus dem vorigen leicht ableiten. Es werde wieder angenommen, daß der Regulator innerhalb eines gewissen Tourenbereichs nicht in Funktion trete. Die Grenzen für diesen Bereich seien gegeben durch die Kurven R′ in Fig. 23. Die n-Linie setzt sich wieder aus vertikalen Geraden und parabelartigen Kurven zusammen. Die Punkte, in denen die Ein- und Ausschaltung des Servomotors stattfindet, würden auf den Linien R′ liegen, wenn keine zeitliche Verzögerung vorhanden wäre. Infolge dieser Verzögerung erfahren sie aber eine Verschiebung gegen die R′-Kurven in dem Sinne, in welchem die n-Kurve durchlaufen wird. Der Verlauf der Tourenschwankungen spielt sich dann ähnlich ab wie für den in Fig. 21 behandelten Fall. Er ist aber wesentlich günstiger, da die Tourenänderungen, welche während der Zeit Δt erfolgen, bei den folgenden Schwingungen immer kleiner werden. In Fig. 23 ist die Regulierkurve für diesen Fall gezeichnet. Es ist leicht zu erkennen, daß eine solche zeitliche Verzögerung zwar die Dämpfung der Schwingungen beeinträchtigt, daß sie aber doch nur dann Veranlassung zu Kreisprozessen geben kann, wenn sie sehr beträchtlich ist. Man kann den schädlichen Einflüssen einer solchen entgegenwirken, indem man wieder den Tourenbereich, innerhalb dessen keine Regulierbewegung eintreten kann, groß macht[1]).

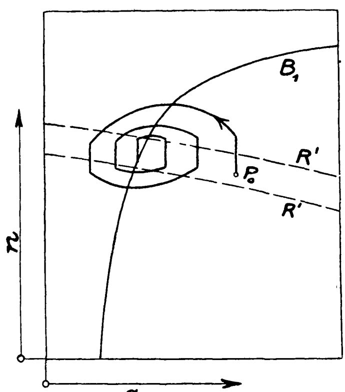


Fig. 23.

Auf Grund der vorstehenden allgemeinen Betrachtungen lassen sich nun leicht die einzelnen Einflüsse der verschiedenen Unvollkommenheiten des Regulators auf den Reguliervorgang verfolgen.

5. Einfluß von Reibungswiderständen am Pendelregler und Steuerorgan.

Die Eigenreibung des Pendelreglers bedingt einen Widerstand, der der Bewegung der Hülse stets entgegenwirkt. Beim Einschalten des Servomotors entsteht infolgedessen eine Verzögerung; die Ausschaltung kann aber in dem gleichen Maße

[1]) Eine eingehende Untersuchung der Kreisprozesse findet sich in der bereits zitierten Abhandlung von Houkowsky.

vorzeitig eintreten, wenn dieselbe bereits erfolgt, während sich die Reglerhülse noch nach derselben Richtung hin bewegt, bei welcher die Einschaltung eingetreten war. Das ist natürlich nur möglich, wenn infolge der Anordnung der Rückführung die Stellung des Steuerorgans nicht bedingt ist allein durch die Stellung der Reglerhülse. Um diese günstige Wirkung zu erreichen, ist es erforderlich, daß die $\mathfrak{n}$-Linie im Proellschen Diagramm (Fig. 11, S. 24) die Parabel bereits vor dem Scheitel schneidet. Für große Belastungsänderungen wird sich das kaum erreichen lassen, dagegen wird es bei geringen leicht zu erzielen sein. Infolgedessen wird die Eigenreibung des Reglers zwar die Dämpfung der Tourenschwingungen beeinträchtigen, aber sie wird doch im allgemeinen nicht Veranlassung zu Kreisprozessen geben, wenn nicht noch andere verzögernde Einflüsse hinzutreten.

Bei den Regulatoren mit konstanter Reguliergeschwindigkeit läßt es sich übrigens leicht erreichen, daß die Ausschaltung des Servomotors stets vor sich geht, bevor die Hülse sich im entgegengesetzten Sinne bewegt. Es ist nämlich für die korrekte Steuerung des Servomotors nicht nötig, daß die Hülsenstellung stets der Tourenzahl der Maschine entspricht. Es genügt, wenn die Hülse überhaupt in dem Sinne, in welchem die Tourenzahl n von der des Beharrungszustandes $\mathfrak{n}$ abweicht, eine geringe Verschiebung erfährt, die eben ausreicht zur Einschaltung des Servomotors. Der weitere Hub der Hülse hat für den Vorgang keine Bedeutung, man kann ihn daher durch Anschläge begrenzen. Diese Anschläge müssen natürlich derart angebracht sein, daß sie die Wirkungsweise der Rückführung, die einer jeden Stellung des Servomotors eine bestimmte Hülsenstellung zuordnet, nicht stören. Für eine Anordnung der Rückführung nach dem Schema der Fig. 5 (S. 14) wären daher die Anschläge am Steuerorgan auszuführen. Bei einigen Regulatorkonstruktionen ergeben sich solche Anschläge von selbst, so z. B. bei dem in Fig. 24 gezeichneten mechanischen Regulator mit Reibräderwendegetriebe[1]). Der Pendelregler T verstellt hierbei eine

[1]) Die Zeichnung ist ausgeführt nach der Patentschrift D.R.P. 59 337 (Regulator von Dales).

Reibscheibe A, deren Bewegung durch die Welle B und das Hooksche Gelenk C auf ein Kegelräderpaar übertragen wird. Dadurch wird die Spindel D achsial verschoben, die den Leitapparat verstellt. Den Antrieb erhält die Scheibe A durch die Reibscheiben E, die in ständiger Rotation erhalten werden, und zwar wird die Scheibe A im einen oder andern Sinne gedreht, je nachdem sie durch den Pendelregler gegen die obere oder untere Scheibe E gedrückt wird. Diese Anordnung läßt

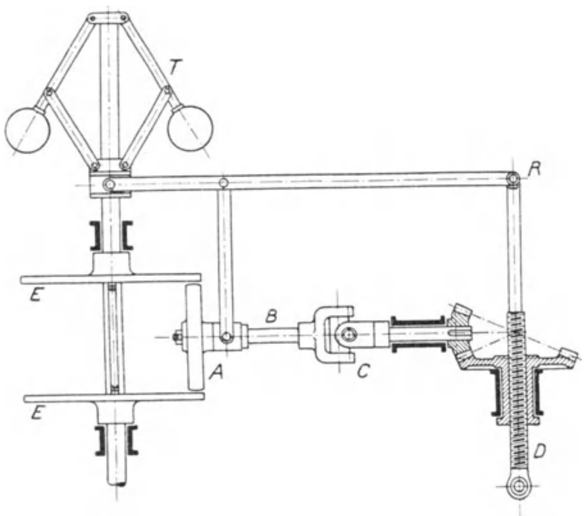


Fig. 24.

für die Reglerhülse nur ein ganz geringes freies Spiel zu, das bedingt ist durch die Zwischenräume zwischen den Scheiben A und E.

Man erkennt leicht, daß bei Vorhandensein solcher Anschläge der der Hülsenstellung entsprechende Punkt im Diagramm (Fig. 10, S. 23) sich nicht mehr auf der n-Linie, sondern längs der n-Linie bewegt, und zwar dicht oberhalb derselben beim Schließen, und dicht unterhalb beim Öffnen des Leitapparates. Sobald die Hülse gegen den oberen Anschlag stößt, tritt eine Schließbewegung des Leitapparates ein, welche so lange anhält, als die Hülse der Verschiebung des Anschlages zu folgen vermag. Die Ausschaltung tritt ein, wenn infolge

Sinkens der Tourenzahl die Hülse stehen bleibt. Es ist also keine Abwärtsbewegung der Hülse nötig, um die Ausschaltung des Servomotors herbeizuführen. Solche Anschläge sind daher sehr geeignet, die schädlichen Einflüsse der Eigenreibung des Reglers aufzuheben.

Diese günstige Wirkung läßt sich aber nicht erzielen bei den Rückführungen, welche zur Ausschaltung des Servomotors stets eine Rückkehr der Hülse in ihre Mittellage verlangen, wie z. B. die Rückführung von Proell (Fig. 8, S. 16). Bei diesen ruft die Eigenreibung des Reglers vielmehr stets eine Verringerung der Dämpfung und unter Umständen Kreisprozesse hervor.

Sehr schädliche Wirkungen treten auf, wenn das *Steuerorgan* seiner Bewegung Reibungswiderstände entgegensetzt. Solche bewirken stets, gleichgültig, wie die Rückführung angeordnet ist, eine Verzögerung sowohl bei der Einschaltung wie bei der Ausschaltung; die schädliche Wirkung läßt sich hier nicht durch Anschläge aufheben. *Es ist daher bei der Konstruktion größter Wert darauf zu legen, daß Reibungswiderstände am Steuerorgan nach Möglichkeit vermieden werden.*

6. Einfluß der Massen am Pendelregler. Bewegungsgleichung der Reglerhülse.

Von Wichtigkeit ist ferner der Einfluß, welcher durch die Massenwirkung im Pendelregler auf den Reguliervorgang ausgeübt wird. Zur Feststellung dieses Einflusses soll kurz die Gleichung für die Bewegung der Reglerhülse entwickelt werden, da dieselbe auch für spätere Betrachtungen Verwendung finden soll. Es werde dabei von der Eigenreibung des Reglers abgesehen; ferner soll ein Fliehkraftregler ohne Beharrungsmassen vorausgesetzt werden.

Es bezeichne

- h den Weg der Reglermuffe, von der höchsten Stellung aus positiv nach unten gerechnet,
- n die Tourenzahl des Reglers,
- $\mathbf{n}$ die Tourenzahl, bei welcher die Reglerhülse in der Stellung h im Gleichgewicht verharren würde.

Die Beziehung zwischen $\mathbf{n}$ und $\mathbf{h}$ kann für die in Frage kommenden Regler angenähert dargestellt werden durch die Gleichung

$$\frac{\mathbf{n}_0 - \mathbf{n}}{\delta_1 \cdot \mathbf{n}_m} = \frac{h}{h_{max}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 14)$$

Hierin bedeutet

δ_1 den Ungleichförmigkeitsgrad des Reglers,

$\mathbf{n}_m$ die mittlere Tourenzahl des Reglers,

$\mathbf{n}_0 = \mathbf{n}_m \left(1 + \frac{\delta_1}{2}\right)$ die dem Werte $h = 0$ entsprechende Tourenzahl.

Die Gleichung 14) ist genau erfüllt, wenn der Ungleichförmigkeitsgrad des Reglers über den ganzen Hub konstant ist.

Bezeichnet

μ eine in ihrem Schwerpunkt vereinigt gedachte kleine Masse am Regler,

ϱ deren Abstand von der Reglerachse,

so ist $\mu \cdot \varrho \cdot \left(\frac{\pi n}{30}\right)^2$ die Fliehkraft, welche auf diese Masse bei einer Tourenzahl n radial nach außen wirkt. Führt man für jede Masse μ, welche an der Drehung teilnimmt, diesen Wert als eine äußere Kraft ein, so kann man die Untersuchung der Hülsenbewegung so durchführen, als ob die Reglerachse keine Drehbewegung ausführte.

Tritt nun während der Zeit dt eine unendlich kleine Verschiebung der Hülse $-dh$ (also nach oben) ein, so bewegt sich jede Masse μ um ein Stück $d\varrho$ radial nach außen, und die Zentrifugalkräfte leisten eine Arbeit

$$\sum \left[\mu \, \varrho \cdot \left(\frac{\pi n}{30}\right)^2 \cdot d\varrho\right].$$

Diese Arbeit muß decken:

1. die gegen die innern Kräfte des Reglers (Gewichts- und Federkräfte) geleistete Arbeit, welche gleich $-E \cdot dh$ zu setzen ist, wenn E die Energie des Reglers bezeichnet,
2. die während der Zeit dt erfolgte Zunahme der lebendigen Kraft der Massen μ. Während der Zeit dt beschreibe die Masse μ den Weg ds in der durch den

Massenpunkt und die Achse gelegten Ebene. Ihre Geschwindigkeit ist dann $\frac{ds}{dt}$ und ihre lebendige Kraft $\frac{\mu}{2}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2$. Die Zunahme der gesamten lebendigen Kraft während der Zeit dt wird daher

$$d\sum\left[\frac{\mu}{2}\cdot\left(\frac{ds}{dt}\right)^2\right],$$

wobei das Summenzeichen sich über alle Massen erstreckt, die von der Hülse zwangläufig verstellt werden, also auch über den Regulatorhebel und die beweglichen Teile des Steuerorgans.

Nun werde der Wert μ_r eingeführt, welcher durch folgende Gleichung definiert werden soll:

$$\frac{\mu_r}{2}\cdot\left(\frac{dh}{dt}\right)^2 = \sum\left[\frac{\mu}{2}\cdot\left(\frac{ds}{dt}\right)^2\right].$$

μ_r stellt die auf den Hülsenhub reduzierte Masse des Reglers dar. Diese ändert sich bei den meisten Reglern ein wenig für verschiedene Werte h, sie kann aber, ohne daß dadurch ein wesentlicher Fehler bedingt wird, als konstant angenommen werden. Dann läßt sich μ_r noch einfacher ausdrücken durch

$$\mu_r = \frac{1}{h^2_{max}}\cdot\Sigma\left[\mu\,.\,s^2_{max}\right] \quad .\ .\ .\ .\ .\quad 15)$$

Hierin ist s_{max} der von der Masse μ bei einer Verschiebung der Reglerhülse aus ihrer höchsten in die tiefste Lage beschriebene Weg.

3. Bei Vorhandensein einer Ölbremse wird durch diese noch eine gewisse Arbeit während der Zeit dt aufgenommen. Die Kraft, welche eine Ölbremse der Bewegung der Hülse entgegensetzt, kann mit genügender Annäherung der Geschwindigkeit $\frac{dh}{dt}$ proportional gesetzt werden. Es sei β die Größe dieser Kraft für $\frac{dh}{dt} = 1$, dann ist die während der Zeit dt von der Ölbremse aufgenommene Arbeit $\beta\,.\,\frac{dh}{dt}\,.\,dh$.

Damit ergibt sich folgende Gleichung:

$$\sum\left[\mu\,\varrho\cdot\left(\frac{\pi\,n}{30}\right)^2 d\varrho\right] = -E\,dh + d\left[\frac{\mu_r}{2}\cdot\left(\frac{dh}{dt}\right)^2\right] + \beta\,.\,\frac{dh}{dt}\,.\,dh\,.$$

Die gegen die inneren Kräfte geleistete Arbeit $-E\,dh$ läßt sich nun auch ausdrücken durch

$$\sum\left[\mu\,\varrho\cdot\left(\frac{\pi\,\mathbf{n}}{30}\right)^2\cdot d\varrho\right],$$

da die inneren Kräfte bei der Tourenzahl $\mathbf{n}$ mit den Zentrifugalkräften im Gleichgewicht sind. Daher ist

$$\sum\left[\mu\,\varrho\cdot\left(\frac{\pi\,n}{30}\right)^2 d\varrho\right] = -\frac{n^2}{\mathbf{n}^2}\,.\,E\,dh,$$

und aus der Gleichung für die Hülsenbewegung wird

$$\frac{\mathbf{n}^2 - n^2}{\mathbf{n}^2}\,.\,E\,dh = +\mu_r\,.\,dh\,.\,\frac{d^2h}{dt^2} + \beta\,.\,\frac{dh}{dt}\,.\,dh\,.$$

Da n für die Fälle, für welche die Gleichung angewendet werden soll, nur wenig verschieden ist von $\mathbf{n}$, resp. $\mathbf{n}_m$, so kann für $\frac{\mathbf{n}^2 - n^2}{\mathbf{n}^2}$ auch angenähert geschrieben werden $2\,.\,\frac{\mathbf{n} - n}{\mathbf{n}_m}$.

Setzt man diese Werte ein und dividiert gleichzeitig durch dh, so entsteht:

$$2\,.\,\frac{\mathbf{n} - n}{\mathbf{n}_m}\,.\,E = \mu_r\,.\,\frac{d^2h}{dt^2} + \beta\,.\,\frac{dh}{dt}\,.$$

Nach Gleichung 14) (S. 42) ist

$$\mathbf{n} = \mathbf{n}_0 - \frac{\delta_1\,\mathbf{n}_m}{h_{max}}\,h\,.$$

Durch Einsetzung dieses Wertes entsteht schließlich die gesuchte Gleichung für die Hülsenbewegung

$$\frac{d^2h}{dt^2} + \frac{\beta}{\mu_r}\cdot\frac{dh}{dt} + \frac{2E}{\mu_r}\cdot\frac{\delta_1}{h_{max}}\cdot h = \frac{2E}{\mu_r}\cdot\frac{\mathbf{n}_0 - n}{\mathbf{n}_m}\,. \qquad 16)$$

Das ist eine lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung mit konstanten Koeffizienten. Da Gleichungen von derselben Form bei den weiteren Rechnungen häufig auftreten, so werde hier kurz auf die Bedeutung derselben hingewiesen.

7. Allgemeine Betrachtungen über die lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung.

Die Gleichung 16) läßt sich, falls der auf der rechten Seite stehende Ausdruck konstant ist, leicht auf die Form bringen:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + a \cdot \frac{dx}{dt} + b\,x = 0,$$

worin a, b konstante Größen sind.

Die Gleichung wird dadurch gelöst, daß für x der Wert e^{wt} gesetzt wird. Aus der Einsetzung ergibt sich dann für die Unbekannte w die Beziehung

$$w^2 + a \cdot w + b = 0.$$

Daraus folgen 2 Werte, w_1 und w_2, die der Gleichung genügen, sodaß das allgemeine Integral lautet

$$x = C_1 \cdot e^{w_1 t} + C_2 \cdot e^{w_2 t} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 17)$$

Die Konstanten C_1 und C_2 bestimmen sich aus den Anfangsbedingungen, d. h. aus den (bekannten) Werten x und $\frac{dx}{dt}$ für den Zeitpunkt $t = 0$.

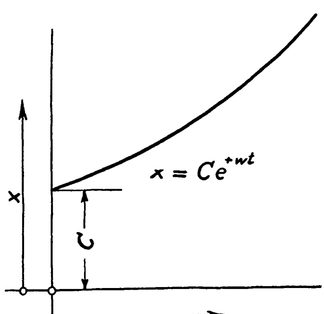


Fig. 25.

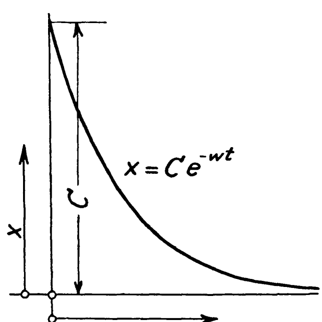


Fig. 26.

Die Gleichung 17) stellt nun verschiedenartige Vorgänge dar, je nachdem die Wurzeln w positiv, negativ oder imaginär sind.

1. Fall. w positiv. In diesem Fall nimmt der Ausdruck $C . e^{wt}$ mit wachsendem Werte t schnell zu, x nimmt für $t = \infty$ unendlich große Werte an. Die Beziehung $x = C . e^{wt}$ läßt sich darstellen durch eine Kurve von der Art, wie es Fig. 25 zeigt.

2. Fall. w negativ. Der Ausdruck $C . e^{wt}$ wird in diesem Fall mit zunehmendem Werte t kleiner und erreicht für $t = \infty$ den Wert 0. Der Vorgang wird dargestellt durch die in Fig. 26 gezeichnete Kurve. Die Kurve nähert sich asymptotisch der t-Achse.

3. Fall. w imaginär. Da die Wurzeln w aus einer Gleichung zweiten Grades hervorgehen, kann in diesem Fall auch geschrieben werden

$$w_{\frac{1}{2}} = p \pm i q,$$

wobei p und q reelle Werte sind.

Setzt man diesen Ausdruck in die Gleichung 17) ein, so läßt sich dieselbe dadurch, daß man für $e^{\pm qt}$ den Ausdruck $\cos(q t) \pm i \sin(q t)$ setzt, leicht auf die Form bringen:

$$x = e^{pt} . [A . \cos(q t) + B . \sin(q t)] , \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 18)$$

wobei A und B Konstanten sind, die sich wieder aus den Anfangsbedingungen bestimmen lassen.

Die in der Klammer stehenden Glieder lassen sich noch zusammenziehen zu

$$\sqrt{A^2 + B^2} . \sin(q t + \varphi),$$

wobei $\operatorname{tg} \varphi = \frac{A}{B}$ ist.

Der in der Klammer stehende Ausdruck in Gleichung 18) läßt sich daher darstellen durch eine Sinuskurve (Fig. 27). Die Maxima und Minima der Kurve nehmen den Wert $\pm \sqrt{A^2 + B^2}$ an. Die Dauer einer vollständigen Schwingungsperiode ist $T = \frac{2\pi}{q}$.

Die Ordinaten dieser Kurve sind nun noch zu multiplizieren mit dem Wert e^{pt}, der für wachsende Werte t größer oder kleiner wird, je nachdem p positiv oder negativ ist. Für $p = 0$ wird der Wert $e^{pt} = 1$, in diesem Fall stellt die Fig. 26 den Vorgang vollständig dar.

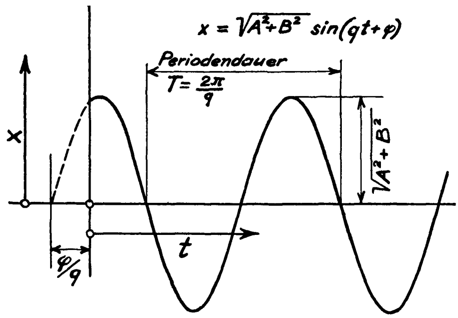


Fig. 27.

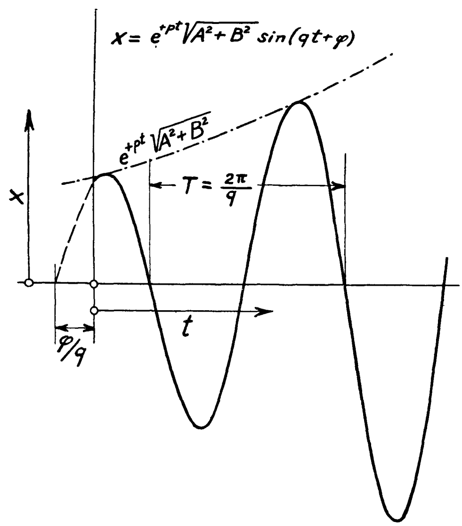


Fig. 28.

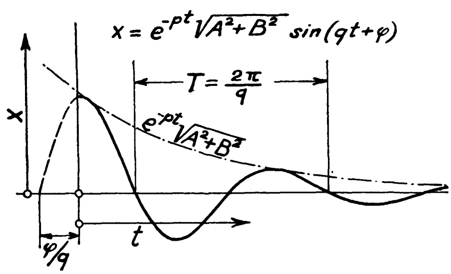


Fig. 29.

Für $p > 0$ ergibt sich der in Fig. 28 dargestellte Verlauf für die Werte x.

Für $p < 0$ entsteht ein Verlauf der Schwingungen, wie ihn Fig. 29 zeigt.

8. Verzögerung des Reguliervorganges durch die Massenwirkung am Regler.

Die Gleichung 16) (S. 44) soll nun benutzt werden zur Ermittelung des verzögernden Einflusses, den die Massen des Pendelreglers auf den Reguliervorgang ausüben. Es werde angenommen, daß in dem Zeitpunkt $t = 0$, in welchem eine plötzliche Entlastung der Turbine eintritt, die Reglerhülse sich in einem kleinen Abstand $\varDelta h$ von derjenigen Lage befindet, bei der die Einschaltung des Servomotors erfolgen muß. Zu bestimmen ist die Zeit, welche die anfänglich stillstehende Hülse zur Zurücklegung dieser Strecke $\varDelta h$ gebraucht. Es werde dabei so gerechnet, als ob die Tourenzahl der Turbine identisch ist mit derjenigen des Reglers. Ist das nicht der Fall, so kann man die Werte n, $\mathfrak{n}_0$, $\mathfrak{n}_m$ in Gleichung 16) ohne weiteres durch die entsprechenden Tourenzahlen der Turbine ersetzen, da nur die Verhältnisse dieser Größen in Gleichung 16) vorkommen. Die sekundliche Zunahme der Tourenzahl ist nach Gleichung 5) (S. 20)

$$\frac{dn}{dt} = \frac{30}{\pi L} \cdot [\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1].$$

Dieselbe ist während der Zurücklegung der Strecke $\varDelta h$ konstant. Es werde dafür der Wert $\alpha \,.\, \mathfrak{n}_m$ gesetzt. Dann wird

$$n = n_{(t=0)} + \alpha \,.\, \mathfrak{n}_m \,.\, t.$$

Der Wert $n_{(t=0)}$ entspricht dem Werte $h_{(t=0)}$, der durch Gleichung 14) (S. 42) zu bestimmen ist, da bis zur Zeit $t = 0$ Beharrungszustand vorliegen sollte. Es muß also sein

$$\frac{\mathfrak{n}_0 - n_{(t=0)}}{\mathfrak{n}_m} = \frac{\delta_1 \,.\, h_{(t=0)}}{h_{max}}.$$

Setzt man diese Werte in Gleichung 16) ein, so entsteht

$$\frac{d^2 h}{dt^2} + \frac{\beta}{\mu r} \cdot \frac{dh}{dt} + \frac{2E}{\mu r} \cdot \frac{\delta_1}{h_{max}} \cdot h = \frac{2E}{\mu r} \cdot \left[\frac{\delta_1 \,.\, h_{(t=0)}}{h_{max}} - \alpha t\right].$$

Der Einfluß einer Ölbremse soll für die vorliegende Rechnung vernachlässigt, also $\beta = 0$ gesetzt werden. Zur Vereinfachung werde noch die neue Veränderliche $\mathfrak{h} = h_{(t=0)} - h$ eingeführt, dann entsteht

$$\frac{d^2 \mathfrak{h}}{dt^2} + \frac{2E}{\mu_r} \cdot \frac{\delta_1}{h_{max}} \cdot \mathfrak{h} = + \frac{2E}{\mu_r} \cdot \alpha \cdot t.$$

Führt man für die Koeffizienten dieser Gleichung einfache Buchstaben ein, nämlich

$$\frac{2E}{\mu_r} \cdot \frac{\delta_1}{h_{max}} = A,$$

$$\frac{2E}{\mu_r} \cdot \alpha = B,$$

so lautet die Gleichung

$$\frac{d^2 \mathfrak{h}}{dt^2} + A \cdot \mathfrak{h} = B\,t.$$

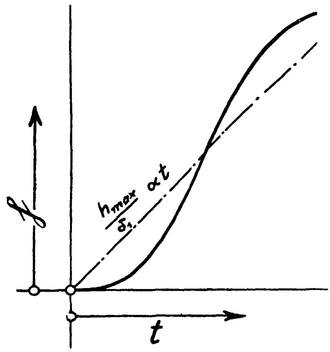


Fig. 30.

Das Integral derselben ist

$$\mathfrak{h} = C_1 \cdot \cos (A^{1/2} \cdot t) + C_2 \cdot \sin (A^{1/2} \cdot t) + \frac{B}{A} \cdot t.$$

Die Konstanten ergeben sich aus den Anfangsbedingungen. Für den Zeitpunkt $t = 0$ muß nämlich $\mathfrak{h} = 0$ und $\frac{d\mathfrak{h}}{dt} = 0$ sein. Die Einsetzung dieser Werte in die vorstehende Gleichung liefert

$$C_1 = 0 \qquad C_2 = - \frac{B}{A^{3/2}}.$$

Mit diesen Werten entsteht

$$\mathfrak{h} = \frac{B}{A^{3/2}} \cdot [A^{1/2} \cdot t - \sin (A^{1/2}\, t)] \quad \ldots\ldots \quad 19)$$

Nach dieser Gleichung ist die Kurve in Fig. 30 gezeichnet. Für den masselosen Regler ($\mu_r = 0$) würde entstehen

$$\mathfrak{h} = \frac{B}{A} \cdot t = \frac{h_{max}}{\delta_1} \cdot \alpha \cdot t \quad \ldots\ldots\ldots \quad 20)$$

Das ist die Gleichung einer Geraden, die in Fig. 30 auch eingetragen ist. Es zeigt sich, daß die Hülse Pendelungen ausführt um denjenigen Punkt herum, der in jedem Augenblick ihrer Gleichgewichtslage entspricht.

Um die Formel für die Bestimmung der zeitlichen Verzögerung bequemer zu gestalten, werde dieselbe noch dadurch vereinfacht, daß die Sinusfunktion durch ihre Reihe ersetzt wird. Da der Bogen $A^{1/2} . t$ voraussichtlich nur klein wird, so sollen in dieser Reihe höhere Potenzen als die dritte vernachlässigt werden. Dann entsteht:

$$\mathfrak{h} = \frac{B}{A^{3/2}} \cdot \left[A^{1/2} \cdot t - A^{1/2} \cdot t + \frac{A^{3/2}\, t^3}{3\,!}\right]$$

$$\mathfrak{h} = \frac{B \cdot t^3}{6} = \frac{1}{3} \cdot \frac{E}{\mu_r} \cdot \alpha \cdot t^3 \quad \ldots\ldots \quad 21)$$

Diese Formel ist nur dann anwendbar, wenn die in der Sinusreihe vernachlässigten Glieder klein sind gegen das Glied $\frac{A^{3/2} . t^3}{3\,!}$. Das folgende Glied würde die Größe $-\frac{A^{5/2} . t^5}{5\,!}$ haben. Die Bedingung, unter welcher die Gleichung 21) zu gebrauchen ist, läßt sich also auch dahin formulieren, daß $\frac{A^{5/2} . t^5}{5\,!}$ klein sein muß gegen $\frac{A^{3/2} . t^3}{3\,!}$, oder daß der Ausdruck $\frac{A\,t^2}{20}$ klein gegen 1 sein muß.

Nun werde noch der von Tolle eingeführte Wert des „reduzierten Muffenhubes“ in die obige Gleichung eingesetzt. Dieser Wert wird definiert durch die Gleichung

$$s_r = \Sigma \frac{[\mu \cdot g \cdot s^2{}_{max}]}{E \cdot h_{max}}.$$

g bedeutet hierbei die Erdbeschleunigung.

Die Summe in diesem Ausdruck erstreckt sich über dieselben Massen μ, welche für den in Gleichung 15) (S. 43) angegeben Ausdruck für μ_r in Frage kommen. Daher kann auch geschrieben werden:

$$s_r = \frac{g \cdot \mu_r \cdot h_{max}}{E} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 22)$$

Damit wird aus Gleichung 21)

$$\mathfrak{h} = \frac{1}{3} g \cdot \frac{h_{max}}{s_r} \cdot \alpha \cdot t^3.$$

Zur Zurücklegung eines Muffenhubes $\varDelta$ h ist also eine Zeit erforderlich von der Größe

$$t = \sqrt[3]{\frac{3 \varDelta h}{g} \cdot \frac{s_r}{h_{max}} \cdot \alpha} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 23)$$

Der Wert $\frac{s_r}{h_{max}}$ schwankt bei den gebräuchlichen Reglern zwischen 1 und etwa $^1/_{15}$[1]. Die großen Werte kommen vor bei Pendelreglern mit Gewichtsbelastung, die kleinen bei Federreglern.

Für das auf Seite 23 behandelte Beispiel soll nun die Zeit t bestimmt werden, welche zu einem Hube von h = 1 mm = 0,001 m nötig ist. Für dieses Beispiel war $\alpha \, . \, \mathfrak{n}_m = \frac{dn}{dt}_{(t=0)} = 5{,}50 \text{ sek.}^{-2}$, $\mathfrak{n}_m = 270$.

Bei Anwendung eines Gewichtsreglers, für welchen $\frac{s_r}{h_{max}} = 1$ zu setzen ist, ergibt sich

$$t = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 0{,}001 \text{ m}}{9{,}81 \text{ msek.}^{-2}} \cdot 1 \cdot \frac{270 \text{ sek.}^{-1}}{5{,}50 \text{ sek.}^{-2}}} = 0{,}246 \text{ sek.}$$

Für einen Federregler mit $\frac{s_r}{h_{max}} = \frac{1}{10}$ wird

$$t = 0{,}114 \text{ sek.}$$

Um zu untersuchen, ob die Anwendung der Formel 23) im vorliegenden Falle noch berechtigt ist, werde der Ausdruck $\frac{A\,t^2}{20}$ bestimmt, der in diesem Falle klein gegen 1 sein muß. Es ist

$$\frac{A\,t^2}{20} = \frac{2\,E}{\mu_r} \cdot \frac{\delta_1}{h_{max}} \cdot \frac{t^2}{20} = \frac{1}{10} \cdot \frac{g \cdot \delta_1}{s_r} \cdot t^2.$$

Unter Annahme eines Reglers mit einem Ungleichförmigkeitsgrad $\delta_1 = 3\,\%$ und einem Hube $h_{max} = 66$ mm wird im ersteren Falle ($s_r = h_{max}$):

$$\frac{A\,t^2}{20} = 0{,}0270$$

[1]) Angaben hierüber finden sich in den neueren Auflagen des Taschenbuchs der Hütte.

und im zweiten ($s_r = \frac{1}{10} \mathfrak{h}_{max}$):

$$\frac{A\,t^2}{20} = 0{,}0580.$$

Die Anwendung der Formel 23) war hier also noch zulässig, da es sich nur darum handelt, den Wert t angenähert zu ermitteln. Wäre keine Massenwirkung im Regler vorhanden, so wäre nach Gleichung 20)

$$\mathfrak{h} = \frac{\alpha \cdot t}{\delta_1} \cdot \mathfrak{h}_{max},$$

und daher würde sich die Zeit, welche zur Verschiebung der Hülse um die Strecke Δh notwendig ist, zu

$$t_{(\mu = 0)} = \frac{\delta_1}{\alpha} \cdot \frac{\Delta h}{\mathfrak{h}_{max}}$$

ergeben. Für das berechnete Beispiel würde unter Annahme einer Hülsenverschiebung $\Delta h = 1$ mm

$$t_{(\mu = 0)} = 0{,}0223 \text{ sek.}$$

werden.

Als Verzögerung durch die Reglermassen kann natürlich nur der Unterschied zwischen den vorher berechneten Werten und diesem Wert $t_{(\mu = 0)}$ gelten. Die Verzögerung beträgt danach für den Gewichtsregler 0,224 sek., für den Federregler 0,092 sek. Die Werte sind ziemlich gering; sie dürfen aber doch nicht vernachlässigt werden, wenn die Schlußzeit selbst sehr klein ist. Die Werte werden außerdem noch größer, wenn der Regler mit einer Ölbremse versehen ist. Die Rechnungen zeigen deutlich die Überlegenheit des Federreglers gegenüber dem Gewichtsregler.

Eine angenähert ebenso große Verzögerung wie beim Einschalten tritt natürlich auch beim Ausschalten des Servomotors auf. Die Verzögerung wird um so geringer, je kleiner der Wert α wird, d. h. je geringer die Tourenschwankungen werden; sie werden sich also bei den ersten Schwingungen im Reguliervorgang mehr bemerkbar machen als bei den späteren.

Es ergibt sich aus diesen Untersuchungen, daß die Massenwirkung am Pendelregler eine geringe Vergrößerung der Tourenschwankungen und eine Verschlechterung der Dämpfung herbeiführt; dagegen ist das Auftreten von Kreisprozessen infolge dieser Massenwirkung nicht zu erwarten, da mit kleiner werdenden Schwingungen auch die verzögernde Wirkung geringer wird. Zweckmäßig ist es, Federregler von geringem reduzierten Muffenhube zu verwenden.

9. Schädliche Wirkung der freien Hülsenbewegung. Das Pfarrsche Hemmwerk.

Besondere Störungen können die Reglermassen auch noch herbeiführen, wenn die Bewegung der Hülse nicht in irgend einer Weise gehemmt wird. Auf Seite 37 war gezeigt worden, daß es zur Vermeidung von Kreisprozessen zweckmäßig ist, der Hülse in möglichst weiten Grenzen freies Spiel zu geben, aber einen weiteren Ausschlag zu verhindern, als er eben für die Einschaltung des Servomotors erforderlich ist. Bei einem Regulator, der nach diesen Rücksichten ausgeführt ist, kann aber leicht folgendes eintreten. Bei einer plötzlichen starken Belastungsänderung wird die Hülse mit verhältnismäßig großer Geschwindigkeit gegen den einen der beiden Anschläge stoßen, die ihren Hub begrenzen, und wird infolge der Elastizität der Reglerteile wieder zurückprallen. Dieser Vorgang kann sich mehrmals wiederholen und abwechselnde Ein- und Ausschaltungen zur Folge haben, die natürlich bedeutende Störungen des Reguliervorganges hervorrufen würden. Diese Übelstände werden sich nicht zeigen, wenn der freie Hub des Reglers sehr klein bemessen ist. Man kann die schädlichen Wirkungen auch durch Anordnung einer Ölbremse unterdrücken, muß dann aber die dadurch bedingte Verzögerung bei der Ein- und Ausschaltung mit in Kauf nehmen. Ganz besonders ungünstige Verhältnisse können eintreten, wenn das Steuerorgan bei der Einschaltung stoßweise Rückdrucke auf die Reglerhülse ausübt, wie es bei einigen Konstruktionen der Fall ist. Das kann beispielsweise eintreten bei der in Fig. 69 (S. 164) gezeichneten Konstruktion, sobald die steuernden Kanten der vom Regler in ihrer Höhenlage verstellten unrunden Scheibe D und der Anschlagrollen B ein wenig abgenutzt sind. Hier würde ein mehrmaliges Ein- und Ausschalten des Servomotors auch durch Anwendung einer Ölbremse kaum zu vermeiden sein.

Sehr bewährt hat sich hier eine von Pfarr herrührende Anordnung, welche als „Hemmwerk“ bezeichnet wird. Es ist das ein Mechanismus, der genau ebenso durchgebildet ist, wie ein kleiner Servomotor für konstante Reguliergeschwindigkeit mit korrekter Rückführung. Dieser Servomotor hat aber nur den Zweck, zwei Anschläge zu verstellen, zwischen denen die Reglerhülse sich mit ganz geringem Spiel bewegen kann, ganz ähnlich wie bei der in Fig. 24 (S. 40) gezeichneten Konstruktion. Die Verschiebung der Anschläge erfolgt mit konstanter Geschwindigkeit nach oben oder unten, je nachdem die Hülse sich gegen den oberen oder unteren Anschlag legt. Dadurch wird die Hülse gezwungen, sich nur mit einer mäßigen, ganz bestimmten Geschwindigkeit zu bewegen, die der konstanten Verschiebungsgeschwindigkeit der Anschläge entspricht. Auch Stöße können die Hülse nicht beeinflussen, da die Anschläge keine schnellen Bewegungen ausführen können. Man wird natürlich die Verschiebungsgeschwindigkeit der Anschläge so wählen, daß die Hülse während der Regulierbewegung in jedem Augenblick nur möglichst wenig von der Lage entfernt ist, welche bei der jeweiligen Stellung des Leitapparates den Beharrungszustand wieder herbeiführen würde, damit zu frühes oder zu spätes Ausschalten des Servomotors vermieden wird. Es ist leicht zu erkennen, daß sich das erreichen läßt, wenn man die Zeit, welche zur Verschiebung der Hülse aus einer Grenzlage in die andere notwendig ist, ebenso groß wählt wie die Schlußzeit des Servomotors. Einen Nachteil besitzt das Hemmwerk insofern, als es eine ziemlich beträchtliche zeitliche Verzögerung beim Einschalten des Servomotors hervorrufen kann, namentlich wenn der Hub der Hülse, innerhalb dessen keine Regulierbewegung eintritt, sehr groß wird. Dieser Nachteil fällt aber nicht sehr ins Gewicht, da die Verzögerung im vorliegenden Falle zwar die Amplituden der Tourenschwingungen vergrößert und die Dämpfung beeinträchtigt, aber doch nicht leicht Veranlassung zu Kreisprozessen geben kann. Die Anordnung eines Hemmwerks ist natürlich nicht anwendbar für die Rückführungen, welche zur Ausschaltung des Servomotors eine Rückkehr der Reglerhülse in ihre Mittellage verlangen.

10. Hintereinander geschaltete Servomotoren.

Geschieht die Verstellung des Steuerorgans nicht direkt durch den Regler, sondern durch einen zweiten (kleineren) Servomotor, so erleidet der Reguliervorgang nur insofern eine kleine Änderung, als auch dieser zweite Servomotor eine gewisse, wenn auch meist kleine Zeit gebraucht, um die nötige Verschiebung des Steuerorgans auszuführen. Berücksichtigt man aber diese Zeit, welche fast stets einer Verzögerung sowohl beim Einschalten wie beim Ausschalten des Hauptservomotors entspricht, so lassen sich die Vorgänge für jeden einzelnen Fall in der gleichen Weise untersuchen, wie es vorstehend geschildert wurde.

B. Der Reguliervorgang für veränderliche Reguliergeschwindigkeit.

1. Ableitung der allgemeinen Grundgleichungen.

Hier sollen zunächst wieder die gleichen Voraussetzungen gemacht werden, welche anfangs bei der Untersuchung des Vorganges für konstante Reguliergeschwindigkeit gemacht wurden (S. 19). Dann gelten auch hier die Gleichungen 4 und 5 (S. 20), welche des Zusammenhanges wegen wiederholt werden sollen:

$$\mathfrak{n} = n_0 - \delta \cdot \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{30}{\pi L} \cdot (\mathfrak{M} - \mathfrak{M}_1) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 5)$$

Wie schon in der Einleitung dieses Teiles gesagt wurde, ist die Reguliergeschwindigkeit proportional zu setzen der Abweichung des Steuerorgans aus seiner Mittellage. An die Stelle der Gleichung 6) (S. 21) tritt also hier die Gleichung

$$\frac{d\,\mathfrak{M}}{dt} = \zeta \cdot (\mathfrak{n} - n) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 24)$$

ζ ist hierin ein Maß für die Reguliergeschwindigkeit. Dieser Wert hängt bei einer gegebenen Anordnung noch ab von dem

Ungleichförmigkeitsgrad des Reglers. Es werde nun mit T_1 diejenige Zeit bezeichnet, in welcher eine Bewegung des Leitapparates von einer Grenzlage in die andere vor sich gehen würde, wenn während dieser Zeit das Steuerorgan konstant um eine Strecke von seiner Mittellage entfernt wäre, die einer Verschiebung der Reglerhülse um die Längeneinheit entspricht. Dieser Wert soll im folgenden als „relative Schlußzeit“ bezeichnet werden.

Die Tourendifferenz $\mathfrak{n} - n$ bewirkt nach Gleichung 14) (S. 42) eine Verschiebung der Reglerhülse

$$\Delta h = \frac{\mathfrak{n} - n}{\delta_1 \cdot n_m} \cdot h_{max},$$

wobei h_{max} den ganzen Hub des Reglers, δ_1 den Ungleichförmigkeitsgrad des Reglers bezeichnet.

Soll $\Delta h = 1$ sein, so muß

$$\mathfrak{n} - n = \frac{\delta_1 \, . \, n_m}{h_{max}}$$

sein.

Für diesen Wert $(\mathfrak{n} - n)$ muß in Gleichung 24) $\frac{d\mathfrak{M}}{dt} = \frac{\mathfrak{M}_{max}}{T_1}$ sein, d. h.

$$\frac{\mathfrak{M}_{max}}{T_1} = \zeta \cdot \frac{\delta_1 \, . \, n_m}{h_{max}},$$

und daraus ergibt sich

$$\zeta = \frac{h_{max}}{\delta_1 \, . \, n_m} \cdot \frac{\mathfrak{M}_{max}}{T_1}.$$

Aus Gleichung 24) wird daher

$$\frac{d\mathfrak{M}}{dt} = \frac{h_{max} \, . \, \mathfrak{M}_{max}}{\delta_1 \, . \, n_m \, . \, T_1} [\mathfrak{n} - n] \quad \ldots\ldots \quad 25)$$

Setzt man hier für den Wert $\mathfrak{n}$ den durch Gleichung 4) (S. 55) gegebenen Ausdruck ein, so entsteht

$$\frac{d\mathfrak{M}}{dt} = \frac{h_{max} \, . \, \mathfrak{M}_{max}}{\delta_1 \, . \, n_m \, . \, T_1} \left[n_0 - \delta \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}_{max}} \, . \, n_m - n \right].$$

Nach Gleichung 5) (S. 55) ist nun

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_1 + \frac{\pi L}{30} \cdot \frac{dn}{dt},$$

und daher

$$\frac{d\mathfrak{M}}{dt} = \frac{\pi L}{30} \cdot \frac{d^2 n}{dt^2}.$$

Die Einsetzung dieser Werte in die obige Gleichung liefert

$$\frac{\pi L}{30} \cdot \frac{d^2 n}{dt^2} = \frac{h_{max} \cdot \mathfrak{M}_{max}}{\delta_1 n_m \cdot T_1} \cdot \left[n_0 - \delta \cdot \frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m \right.$$
$$\left. - \delta \frac{\pi L}{30} \cdot \frac{n_m}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot \frac{dn}{dt} - n \right].$$

Hier sind noch einige Vereinfachungen auszuführen. Der Ausdruck auf der rechten Seite $n_0 - \delta \frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m$ läßt sich nach Gleichung 5) (S. 55) durch die konstante Tourenzahl n_1 ersetzen, die für den Beharrungszustand dem Moment $\mathfrak{M}_1$ entspricht, die also nach der Beendigung des Reguliervorganges eintreten muß. Bezeichnet man die Abweichung der wirklichen Tourenzahl n von diesem konstanten Werte n_1 mit ν, also

$$n - n_1 = \nu,$$

so entsteht

$$\frac{\pi L}{30} \cdot \frac{d^2 \nu}{dt^2} = - \frac{h_{max} \cdot \mathfrak{M}_{max}}{\delta_1 \cdot n_m \cdot T_1} \cdot \nu - \frac{\delta}{\delta_1} \cdot \frac{\pi L}{30} \cdot \frac{h_{max}}{T_1} \cdot \frac{d\nu}{dt}$$

oder

$$\frac{d^2 \nu}{dt^2} + \frac{\delta}{\delta_1} \cdot \frac{h_{max}}{T_1} \cdot \frac{d\nu}{dt} + \frac{h_{max}}{\delta_1 T_1} \cdot \frac{30\, \mathfrak{M}_{max}}{\pi L \cdot n_m} \cdot \nu = 0.$$

In dieser Gleichung werde schließlich noch nach Gleichung 11) (S. 27)

$$\frac{30 \cdot \mathfrak{M}_{max}}{\pi L n_m} = \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}}$$

gesetzt, dann wird

$$\frac{d^2 \nu}{dt^2} + \frac{\delta}{\delta_1} \cdot \frac{h_{max}}{T_1} \cdot \frac{d\nu}{dt} + \frac{75}{2} \frac{h_{max}}{\delta_1 T_1} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}} \cdot \nu = 0 \,. \quad 26)$$

Das Integral dieser Gleichung ist

$$\nu = C_1 \cdot e^{w_1 t} + C_2 \cdot e^{w_2 t}, \quad \dots\dots\dots \quad 27)$$

wobei w_1 und w_2 die Wurzeln der Gleichung sind:

$$w^2 + \frac{\delta}{\delta_1} \cdot \frac{h_{max}}{T_1} \cdot w + \frac{75}{2} \cdot \frac{h_{max}}{\delta_1 T_1} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}} = 0, \quad . \quad 28)$$

also

$$w_{\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\delta}{\delta_1} \cdot \frac{h_{max}}{T_1} \pm \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{\delta}{\delta_1} \cdot \frac{h_{max}}{T_1}\right)^2 - \frac{75}{2} \cdot \frac{h_{max}}{\delta_1 T_1} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}}} \qquad 29)$$

Solange die Differenz, welche unter der Wurzel steht, positiv ist, treten 2 negative reelle Wurzeln auf, und daher muß in diesem Falle eine asymptotische Annäherung des Wertes ν an den Wert 0, d. h. ein aperiodischer Übergang der Tourenzahl n in den Wert n_1 stattfinden. Praktisch kommt aber fast nur der Fall in Betracht, daß der Ausdruck unter der Wurzel in Gleichung 29) negativ wird, also die Werte w_1 und w_2 komplexe Größen werden. In diesem Falle läßt die Gleichung 27) sich schreiben:

$$\nu = e^{p\,t} \cdot [C_1 \cdot \cos(q\,t) + C_2 \cdot \sin(q\,t)], \quad \ldots . \quad 30)$$

worin zu setzen ist

$$p = \frac{1}{2}(w_1 + w_2) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{\delta}{\delta_1} \cdot \frac{h_{max}}{T_1} \quad \ldots . \quad 31)$$

$$q = \frac{1}{2}\,i\,(w_1 - w_2) = \sqrt{\frac{75}{2} \cdot \frac{h_{max}}{\delta_1 T_1} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}} - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{\delta}{\delta_1} \cdot \frac{h_{max}}{T_1}\right)^2} \quad 32)$$

In diesem Falle treten also periodische Schwankungen der Tourenzahl um den Wert n_1 ein, und zwar mit abnehmenden Amplituden, da p stets negativ wird. Die Amplituden nehmen um so schneller ab, je größer p ist, d. h. je kleiner der Wert T_1 gewählt wird. Die Konstanten in Gleichung 30) (resp. in Gleichung 27) lassen sich leicht aus den Werten von ν und $\frac{\delta\nu}{dt}$ für den Zeitpunkt $t = 0$ bestimmen. Es muß nämlich sein

$$\nu_{(t=0)} = n_{(t=0)} - n_1$$

oder, unter Berücksichtigung der Gleichung 4) (S. 55)

$$\nu_{(t=0)} = n_0 - \delta \cdot \frac{\mathfrak{M}_0}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m - \left(n_0 - \delta \cdot \frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m\right)$$

$$\nu_{(t=0)} = -\delta \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots . \quad 33)$$

und nach Gleichung 5) (S. 55)

$$\frac{d\nu}{dt_{(t=0)}} = \frac{30}{\pi L} \cdot (\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1)$$

$$\frac{d\nu}{dt_{(t=0)}} = \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}} \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m \quad . \; . \; . \; . \quad 34)$$

(unter Berücksichtigung der Gleichung 11) (S. 22).

Setzt man diese Werte in Gleichung 30) ein, so ergeben sich die Konstanten aus den Beziehungen:

$$-\delta \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m = C_1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 35)$$

$$+\frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}} \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m = p\,C_1 + q\,C_2 \quad . \; . \; . \quad 36)$$

Die Gleichungen zeigen, daß die Konstanten C_1 und C_2 proportional der Belastungsänderung $(\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1)$ sind, da dieser Wert in den Ausdrücken für p und q nicht vorkommt. Daraus folgt, daß für eine gegebene Anordnung der Regulierung bei beliebigen Belastungsänderungen Kurven der gleichen Art sich ergeben; die Dauer der entstehenden Schwingungen ist in allen Fällen konstant, nur die Ordinaten der Kurven nehmen andere Werte an, und zwar proportional den Belastungsänderungen.

2. Untersuchung spezieller Fälle.

Von Wichtigkeit ist die Bestimmung der größten auftretenden Tourenschwankung, d. h. des ersten Maximums (resp. Minimums) der n-Kurve. Für den Fall, daß die Rückführung fehlt, ist $\delta = 0$ zu setzen. In diesem Fall wird $p = 0$, $C_1 = 0$, und aus Gleichung 30) wird:

$$\nu = C_2 \cdot \sin(q\,t),$$

worin

$$q = \sqrt{\frac{75}{2} \cdot \frac{h_{max}}{\delta_1 T_1} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}}}$$

ist. Wie nach dem früher Gesagten zu erwarten war, entstehen hier also andauernde Schwingungen.

Die größten Amplituden nehmen den Wert $\pm C_2$ an, der nach Gleichung 36) für diesen Fall wird

$$C_2 = \frac{1}{q} \cdot \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}} \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m,$$

und daher wird die größte relative Tourenänderung

$$\frac{\nu_{max}}{n_m} = \sqrt{\frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}} \cdot \frac{\delta_1 T_1}{h_{max}}} \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \quad . \; . \; . \quad 37)$$

Für den Fall, daß $\delta = 0$ ist, läßt sich also die größte relative Tourenänderung in einfacher Weise aus den Daten der Regulierung bestimmen. Zu erwähnen ist noch, daß diese Formel (wie auch die folgenden) mit Vorsicht zu gebrauchen ist, wenn es sich um Regulierbewegungen dicht an den Hubgrenzen handelt; denn man wird stets eine solche Anordnung treffen, daß der Servomotor automatisch ausgeschaltet wird, sobald der Leitapparat eine seiner Grenzlagen erreicht. Da nun die Ausschaltung bei den Regulatoren mit veränderlicher Reguliergeschwindigkeit bereits eine kurze Strecke vor der Erreichung der Hubgrenze beginnen muß, so nimmt in diesem Falle ν_{max} etwas größere Werte an, als die Gleichung 37) ergibt.

Ist eine Rückführung vorhanden, so läßt sich die auftretende größte Tourenänderung nicht in so einfacher Weise durch eine Formel darstellen wie beim Fehlen derselben. Jedenfalls tritt stets eine Vergrößerung des durch Gleichung 37) dargestellten Wertes ν_{max} ein, da die Rückführung ja immer auf einen Abschluß des Regulierorgans, also auf eine Verringerung der Reguliergeschwindigkeit hinwirkt. Diese Vergrößerung der ersten Amplitude nimmt offenbar mit wachsendem δ zu. Gleichzeitig tritt aber zunehmende Dämpfung der Schwingungen ein. Die Schwingungsdauer T' ist nach Gleichung 30) (S. 58)

$$T' = \frac{2\pi}{q}.$$

Da q mit zunehmendem δ kleiner wird, so wird diese Schwingungsdauer größer.

Für einen speziellen Wert von δ läßt sich ν_{max} noch in einfacher Weise darstellen, nämlich für den Fall, daß $-p = q$ wird. Das ist der Fall, wie die Gleichungen 31) und 32) (S. 58) lehren, wenn

$$\frac{75}{2} \cdot \frac{\mathfrak{h}_{max}}{\delta_1 T_1} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}} = 2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{\delta}{\delta_1} \cdot \frac{\mathfrak{h}_{max}}{T_1}\right)^2,$$

oder

$$\delta^2 = 75 \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}} \cdot \frac{\delta_1 T_1}{\mathfrak{h}_{max}}$$

ist.

Mit diesem Wert schreiben sich die Gleichungen 35) und 36) (S. 59) für die Konstanten:

$$-\delta \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m = C_1$$

$$\frac{1}{2} \delta^2 \cdot \frac{\mathfrak{h}_{max}}{\delta_1 T_1} \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m = - \frac{1}{2} \frac{\delta}{\delta_1} \frac{\mathfrak{h}_{max}}{T_1} [C_1 - C_2],$$

und daraus geht hervor, daß $C_2 = 0$ wird, sodaß aus Gleichung 30) (S. 58) entsteht:

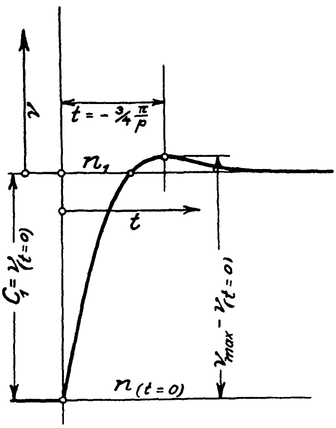


Fig. 31.

$$\nu = C_1 \cdot e^{pt} \cdot \cos(-pt) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 38)$$

Nach dieser Gleichung ist die Kurve in Fig. 31 gezeichnet.

Für den größten Wert von ν muß $\frac{d\nu}{dt} = 0$ sein, d. h.

$$C_1 \cdot e^{pt} [p \cdot \cos(-pt) + p \cdot \sin(-pt)] = 0$$

oder

$$\mathrm{tg}(-pt) = -1.$$

Für das erste Maximum (resp. Minimum) ist daher $-pt = \frac{3}{4}\pi$ und $\cos(-pt) = -\sqrt{\frac{1}{2}}$.

Nach Einsetzung dieser Werte und des Wertes C_1 in Gleichung 38) entsteht

$$\nu_{max} = \delta \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m \cdot e^{-\frac{3}{4}\pi} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}}$$

oder

$$\nu_{max} = 0{,}0673 \cdot \delta \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m .$$

Das ist der Betrag, um welchen die Tourenzahl bei der ersten Schwingung über den Wert hinausschießt, der der neuen Belastung entspricht. Der Unterschied der Tourenzahlen für den Beharrungszustand bei der alten und neuen Belastung ist identisch mit dem Werte von ν für $t = 0$, also

$$\nu_{(t=0)} = C_1 = -\delta \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m \,.$$

Daher ergibt sich die größte Tourenänderung zu

$$\nu_{max} - \nu_{(t=0)} = 1{,}0673 \cdot \delta \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m \,,$$

und die größte relative Tourenänderung

$$\frac{n_{max} - n_{(t=0)}}{n_m} = 1{,}0673\, \delta \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \quad \ldots . \quad 39)$$

Die vorstehende Gleichung galt nur unter der Bedingung, daß

$$\delta = \sqrt{75 \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}} \, \frac{\delta_1 \, T_1}{h_{max}}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 40)$$

ist. Daher kann man auch schreiben

$$\frac{n_{max} - n_{(t=0)}}{n_m} = 1{,}0673 \sqrt{75 \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}} \cdot \frac{\delta_1 \, T_1}{h_{max}}} \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \,. \quad 41)$$

Vergleicht man diesen Ausdruck mit dem für $\delta = 0$, also ohne Rückführung berechneten, (Gleichung 37, S. 60), so sieht man, daß hier die größte Tourenänderung das $1{,}0673 \,.\, \sqrt{2} =$ 1,51 fache der Tourenänderung für $\delta = 0$ wird. Andererseits tritt aber nicht mehr ein Zurückgehen der Tourenzahl über den ursprünglichen Wert nach der entgegengesetzten Seite ein, wie in diesem Falle, wo eine Regulierkurve nach Art der in Fig. 27 (S. 47) gezeichneten entstehen würde. Daher sind die maximalen Tourenschwankungen doch kleiner als für $\delta = 0$. Den Ungleichförmigkeitsgrad δ noch größer zu wählen, als er durch Gleichung 40) geliefert wird, dürfte für die meisten Fälle nicht empfehlenswert sein, da bereits für diesen Wert die Dämpfung der Schwingungen eine vorzügliche ist, wie Fig. 31 (S. 61) zeigt. Die Amplituden in zwei aufeinander folgenden Perioden verhalten sich in diesem Falle, wie man aus Gleichung 38) leicht ersehen kann, zu einander wie $1 : e^{-2\pi}$. Jede folgende Amplitude beträgt daher nur $\frac{1}{e^{2\pi}} = \frac{1}{540}$ der vorhergehenden.

Um den Verlauf der Tourenschwankungen auch für andere Fälle als die bisher behandelten deutlich zu machen, ist in Fig. 32 die n-Kurve für einen bestimmten Fall gezeichnet. Es wurden dabei, soweit es möglich war, die gleichen Verhältnisse für die Turbine zugrunde gelegt, wie bei dem auf Seite 22 behandelten Beispiel. Es wurde also angenommen:

$$\begin{aligned} N_{max} &= 100 \text{ PS.} \\ n_m &= 270 \text{ Umdr. p. Min.} \\ \delta &= 0{,}03 \\ \mathfrak{E} &= 91\,800 \text{ mkg} \end{aligned}$$

(Dieser Wert $\mathfrak{E}$ bestimmt sich am einfachsten aus der reduzierten Schwungmasse, welche einem Gewicht $G = 2000$ kg entsprechen sollte, und welche bei normaler Tourenzahl eine Geschwindigkeit $v = 30$ msek.$^{-1}$ haben sollte, zu

$$\mathfrak{E} = \frac{G}{g} \cdot \frac{v^2}{2} = \frac{2000}{9{,}81} \cdot \frac{30^2}{2} = 91800 \text{ mkg.})$$

Ferner wurde der Ungleichförmigkeitsgrad des Pendelreglers δ_1 gleich dem der Regulierung $\delta = 0{,}03$ angenommen und der Hub des Reglers zu $h_{max} = 6{,}6$ cm.

Vorausgesetzt wurde wieder eine plötzliche Entlastung der Turbine von $\mathfrak{M}_{max}$ auf $\frac{1}{2}\,\mathfrak{M}_{max}$. In Fig. 32 ist die Kurve für die angegebenen Werte gezeichnet unter Zugrundelegung einer relativen Schlußzeit von $T_1 = 13{,}38$ sekcm. Das ist also diejenige Schlußzeit, welche einer Verschiebung der Reglerhülse um 1 cm entspricht.

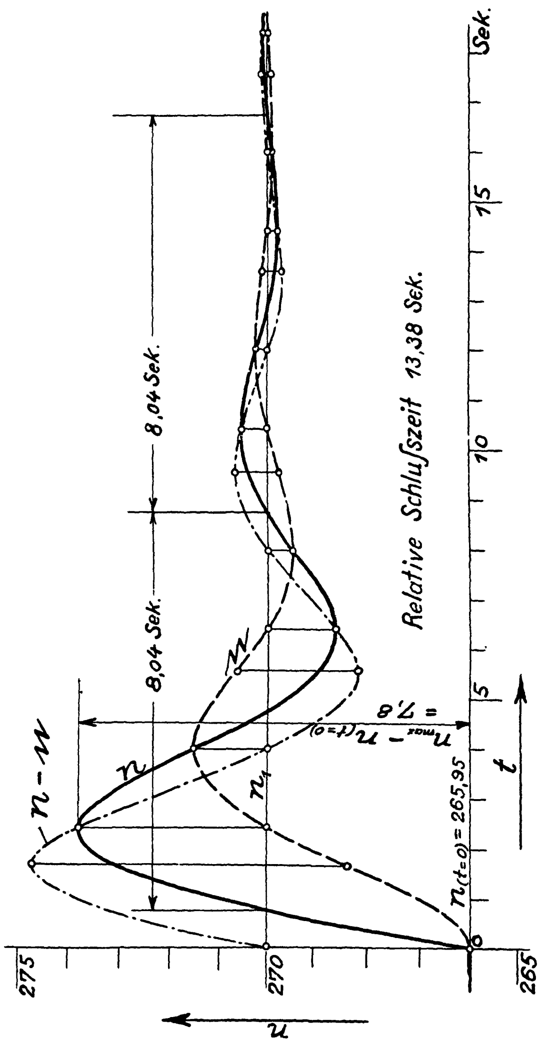
Mit diesen Werten ergeben sich die Koeffizienten in Gleichung 26) (S. 57) zu

$$\frac{\delta}{\delta_1} \cdot \frac{h_{max}}{T_1} = \frac{6{,}6 \text{ cm}}{13{,}38 \text{ cmsek.}} = 0{,}494 \text{ sek.}^{-1}$$

$$\frac{75}{2} \cdot \frac{h_{max}}{\delta_1\, T_1} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}} = \frac{6{,}6 \text{ cm} \cdot (75 \cdot 100) \text{ mkgsek.}^{-1}}{0{,}03 \cdot 13{,}38 \text{ sekcm} \cdot 91\,800 \text{ mkg}} = 0{,}672 \text{ sek.}^{-2},$$

sodaß entsteht:

$$w^2 + 0{,}494\, w + 0{,}672 = 0\,.$$



8,04 Sek.
8,04 Sek.
Relative Schlußzeit 13,38 Sek.
n - w
n
w
n_1
$n_{max} - n_{(t=0)} = 7,8$
$n_{(t=0)} = 265,95$
275
270
265
5
10
15
Sek.
t
n

Fig. 32.

Die Werte p und q werden nach Gleichung 31) und 32) (S. 58):

$$p = -\frac{1}{2} \cdot 0{,}494 = -0{,}247 \text{ sek}^{-1}$$

$$q = \sqrt{0{,}672 - 0{,}247^2} = +0{,}782 \text{ sek}^{-1}.$$

Die Dauer einer Periode beträgt:

$$\frac{2\pi}{q} = \frac{2\pi}{0{,}782} = 8{,}04 \text{ sek.}$$

Die Gleichungen für die Konstanten 35) und 36) (S. 59) liefern:

$$C_1 = -\delta \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m = -0{,}03 \cdot \frac{1}{2} \cdot 270 = -4{,}05 \text{ sek}^{-1}$$

$$p \cdot C_1 + q\, C_2 = \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}} \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m$$

$$-0{,}247\, C_1 + 0{,}782\, C_2 = {}^1/_2 \cdot \frac{75 \cdot 100}{91800} \cdot \frac{1}{2} \cdot 270 = +5{,}50 \text{ sek}^{-2},$$

also

$$C_2 = +5{,}76 \text{ sek}^{-1}.$$

Daher wird

$$\nu = e^{-0{,}247\, t} \cdot [-4{,}05 \cdot \cos \cdot (0{,}782\, t) + 5{,}76 \cdot \sin (0{,}782\, t)].$$

Nach dieser Gleichung ist die ausgezogene Kurve in Fig. 32 gezeichnet. In dieselbe Figur ist eingetragen die Kurve der Werte $\mathfrak{n}$, d. h. derjenigen Tourenzahlen, die der jeweiligen Stellung des Leitapparates entsprechen. Es ist nämlich

$$\mathfrak{n} - n_1 = \left[n_0 - \delta \cdot \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m\right] - \left[n_0 - \delta \cdot \frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m\right] =$$

$$-\delta \cdot \frac{\mathfrak{M} - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m = -\delta \cdot \frac{\pi L}{30} \cdot \frac{n_m}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot \frac{dn}{dt}$$

(unter Berücksichtigung von Gleichung 5) (S. 55).

$\frac{\pi L n_m}{30 \cdot \mathfrak{M}_{max}}$ läßt sich nach Gleichung 11) (S. 27) wieder ersetzen durch $\frac{2}{75} \cdot \frac{\mathfrak{E}}{N_{max}}$, daher wird

$$\mathfrak{n} - n_1 = -\delta \cdot \frac{2}{75} \cdot \frac{\mathfrak{E}}{N_{max}} \cdot \frac{dn}{dt}.$$

Danach ist die Kurve leicht zu zeichnen. Die Nullpunkte dieser Kurve müssen natürlich gleichen Zeitwerten entsprechen wie die Maxima und Minima der n-Kurve, während ihre Maxima und Minima zusammenfallen müssen mit den Wendepunkten der n-Kurve. Die $\mathfrak{n}$-Kurve stellt gleichzeitig (in einem anderen Maßstab) die überschüssigen Drehmomente der Turbine gegenüber dem Moment $\mathfrak{M}_1$ dar, da $(\mathfrak{n} - n_1)$ proportional $(\mathfrak{M} - \mathfrak{M}_1)$ ist. Daher bedeuten auch die von der $\mathfrak{n}$-Kurve und der n_1-Linie eingeschlossenen Flächen die Arbeitsmengen, welche die Schwungmassen aufzunehmen, resp. abzugeben haben, falls man für diese Betrachtung von den Änderungen der Tourenzahl n absieht.

Schließlich ist als strichpunktierte Linie eingetragen die Differenzkurve der beiden anderen, welche ein Bild gibt von den Verschiebungen des Steuerorgans aus seiner Mittellage. Zwischen dieser Kurve und der $\mathfrak{n}$-Kurve bestehen dieselben Beziehungen wie zwischen der $\mathfrak{n}$- und der n-Kurve. Der Grund hierfür liegt darin, daß $\mathfrak{n} - n$ (nach Gleichung 25) (S. 56) proportional $\frac{d\mathfrak{M}}{dt}$ und damit auch proportional $\frac{d\mathfrak{n}}{dt}$ ist. Es müssen also wieder die Nullpunkte der $(n - \mathfrak{n})$- Kurve gleiche Abszissen haben wie die Maxima und Minima der $\mathfrak{n}$-Kurve, und ihre Maxima und Minima müssen zusammenfallen mit den Wendepunkten der $\mathfrak{n}$-Kurve.

Von besonderem Interesse ist das erste Maximum der Kurve. Die größte Tourenänderung beträgt, wie die Figur zeigt, 7,8 Umdr. p. Min., das sind 2,89 % von n_m. Wäre $\delta = 0$, d. h. wäre keine Rückführung vorhanden, so würde nach Gleichung 37) (S. 60) sein

$$\frac{n_{max} - n_{(t=0)}}{n_m} = 0{,}0249.$$

Die größte Tourenänderung würde also 2,49 % betragen, also nicht viel weniger als für $\delta = 3\,\%$.

Soll andererseits die Kurve einen der Gleichung 38) (Fig. 31, S. 61) entsprechenden Verlauf haben, so muß δ größer sein als im vorliegenden Falle, nämlich (nach Gleichung 40), S. 62):

$$\delta = 0{,}0704 = 7{,}04\,\%.$$

In diesem Falle würde also die größte Tourenänderung das 1,51 fache derjenigen für $\delta = 0$ betragen, d. h. $1{,}51 \,.\, 2{,}49\,\% = 3{,}76\,\%$. Die Dämpfung der Schwingungen ist für die in Fig. 32 ($\delta = 3\,\%$) gezeichnete Kurve schon eine recht gute, obwohl der Ungleichförmigkeitsgrad noch nicht die Hälfte des Wertes beträgt, den Gleichung 40) (S. 62) liefert. Eine Dämpfung, die dem durch Fig. 31 (S. 61) dargestellten Verlauf der n-Kurve entspricht, würde sich nur erreichen lassen auf Kosten einer Vergrößerung der ersten Amplitude um $3{,}76 - 2{,}89 = 0{,}87\,\%$ von n_m.

3. Grundgleichungen für die Berechnung.

Für praktische Ausführungen wird man δ so wählen, daß man möglichst geringe Tourenabweichungen erhält, daß aber auch gleichzeitig noch eine gute Dämpfung der Tourenschwingungen stattfindet. Maßgebend für den Verlauf der n-Kurve ist, wie die vorstehenden Rechnungen erkennen lassen, das Verhältnis $\dfrac{\delta}{\sqrt{75 \cdot \dfrac{N_{max}}{\mathfrak{G}} \cdot \dfrac{\delta_1\, T_1}{h_{max}}}}$, welches mit K bezeichnet werden möge:

$$K = \frac{\delta}{\sqrt{75 \cdot \dfrac{N_{max}}{\mathfrak{G}} \cdot \dfrac{\delta_1\, T_1}{h_{max}}}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 42)$$

Je größer dieses Verhältnis wird, desto stärker wird die Dämpfung, aber desto größer werden auch die Tourenänderungen.

Die größte auftretende Tourenänderung läßt sich, wie die behandelten Beispiele zeigen, allgemein ausdrücken durch eine Gleichung von der Form:

$$\frac{n_{max} - n_{(t=0)}}{n_m} = K_1 \cdot \sqrt{75 \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}} \cdot \frac{\delta_1\, T_1}{h_{max}} \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}}} \cdot \quad 43)$$

Hierin ist K_1 eine Konstante, die lediglich abhängt von der Größe K. Die Beziehung zwischen K_1 und K ist durch die Kurve darzustellen, welche in Fig. 33 gezeichnet ist. Als Abszissen sind dabei die Werte K, als Ordinaten die Werte K_1

eingetragen. Für die speziellen Beispiele, welche vorher behandelt wurden, sind die Werte K und K_1 besonders hervorgehoben. Diese Werte sind

für $\delta = 0$	$K = 0$	$K_1 = \sqrt{1/_2} = 0{,}707$
- $\delta = 3\,\%$	$K = 0{,}426$	$K_1 = 0{,}821$ (Fig. 32, S. 64)
- $\delta = 7{,}04\,\%$ $(p = -q)$	$K = 1$	$K_1 = 1{,}067$ (Fig. 31, S. 61).

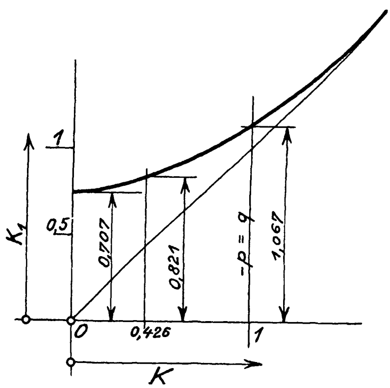


Fig. 33.

Ein Vergleich dieser Werte zeigt, daß man einen günstigen Verlauf der n-Kurve erhält, wenn man

$$K = 0{,}5 \cdots\cdots 1 \quad . \quad 44)$$

wählt. Je größer K ist, desto stärker werden die Schwingungen gedämpft; für Werte K, die größer sind als 1, ergibt sich praktisch bereits ein fast schwingungsfreier Übergang der Tourenzahl in den Wert n_1. Welche Größe die Tourenänderung in jedem Falle annimmt, läßt sich aus dem Diagramm (Fig. 33) in Verbindung mit Gleichung 43) (S. 67) leicht bestimmen.

4. Einfluß der Hubbegrenzungen auf den Reguliervorgang.

Es wurde bereits darauf hingewiesen, daß die Regulierbewegungen in der Nähe der Hubgrenzen etwas anders verlaufen, als es die gezeichneten Kurven (Fig. 31, S. 61, und Fig. 32, S. 64) ergeben.

Um den Einfluß der Hubbegrenzungen anschaulich zu machen, soll im Anschluß an das vorher behandelte Zahlenbeispiel die Regulierbewegung für eine solche Belastungsänderung untersucht werden, bei welcher dieser Einfluß am meisten zur Geltung kommt, nämlich für eine Belastungsänderung von voller Belastung auf Nullbelastung.

Es werde dabei angenommen, daß eine Rückführungsanordnung nach dem Schema der Fig. 5 (S. 14) vorliegt. Bei dieser Anordnung läßt man, um mit Sicherheit eine Ausschaltung des Servomotors an den Hubgrenzen zu erhalten, die Grenzstellungen der Hülse mit denjenigen Stellungen zusammenfallen, die für Beharrungszustand den Grenzlagen des Servomotors entsprechen. Daher vermag der Pendelregler sich nur so lange der Tourenzahl entsprechend einzustellen, als die Tourenzahl der Turbine innerhalb der Grenzen n_o und n_u, also für das behandelte Beispiel (S. 63) zwischen 265,95 und 274,05 liegt. Geht die Tourenzahl nach der einen oder andern Seite über diese Grenzen hinaus, so bleibt die Hülse in einer ihrer Grenzstellungen stehen, und die Reguliergeschwindigkeit ist nicht mehr proportional $\mathfrak{n} - n$, sondern proportional $\mathfrak{n} - n_o$ (resp. $\mathfrak{n} - n_u$) zu setzen.

In Fig. 34 sind die Regulierkurven für eine Belastungsänderung von $^1/_1$ auf 0 gezeichnet, und zwar für dieselben Daten der Regulierung wie in Fig. 32 (S. 64). Zu Anfang des Vorganges treten die gleichen Kurven auf wie bei der Entlastung von $^1/_1$ auf $^1/_2$ (Fig. 32), nur werden die Ordinaten doppelt so groß, da dieselben proportional der Belastungsänderung sind. Von demjenigen Zeitpunkt ab, in welchem die n-Kurve zum Schnitt kommt mit der n_o-Linie, wird aber der Verlauf ein anderer. An die Stelle der Gleichung 25 (S. 56) tritt hier die Gleichung

$$\frac{d\mathfrak{M}}{dt} = \frac{h_{max}}{\delta_1 \cdot n_m} \cdot \frac{\mathfrak{M}_{max}}{T_1} (\mathfrak{n} - n_o) \quad \ldots\ldots \quad 45)$$

Für den Wert $(\mathfrak{n} - n_o)$ kann nach Gleichung 4 (S. 55) $- \delta \cdot \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m$ gesetzt werden. Damit entsteht

$$\frac{d\mathfrak{M}}{dt} = - \frac{\delta}{\delta_1} \cdot \frac{h_{max}}{T_1} \cdot \mathfrak{M}$$

oder

$$- \frac{d\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}} = + \frac{\delta}{\delta_1} \cdot \frac{h_{max}}{T_1} \cdot dt.$$

Das Integral dieser Gleichung ist

$$\ln \left(\frac{\mathfrak{M}_0}{\mathfrak{M}} \right) = \frac{\delta}{\delta_1} \cdot \frac{h_{max}}{T_1} \cdot t.$$

$\mathfrak{M}_0$ stellt hierbei denjenigen Wert von $\mathfrak{M}$ dar, welcher für den Zeitpunkt $t = 0$ gilt.

Die vorstehende Gleichung läßt sich noch anders schreiben, nämlich

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_0 \cdot e^{-\frac{\delta}{\delta_1} \cdot \frac{h_{max}}{T_1} \cdot t} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 46)$$

Daraus folgt für den Verlauf der Werte $\mathfrak{n}$ nach Gleichung 4) (S. 55)

$$\mathfrak{n} = n_0 - \delta n_m \cdot \frac{\mathfrak{M}_0}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot e^{-\frac{\delta}{\delta_1} \cdot \frac{h_{max}}{T_1} \cdot t} \quad \ldots \quad 47)$$

Die Zeit t werde nun von demjenigen Zeitpunkt aus gerechnet, in welchem die Hülse ihre obere Grenzlage erreicht

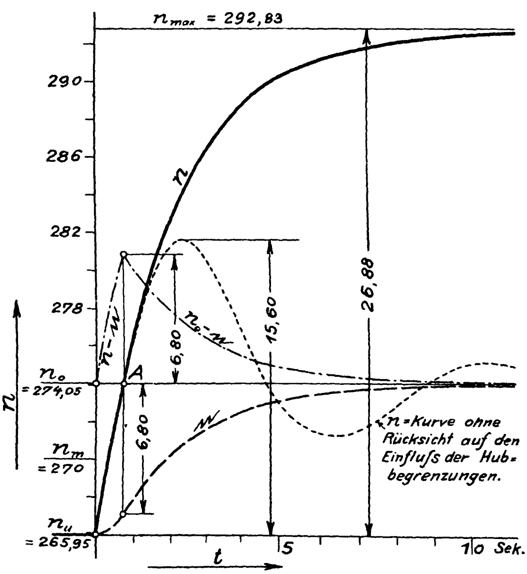


Fig. 34.

(Punkt A in Fig. 34). Für diesen Zeitpunkt hat die Differenz $n_0 - \mathfrak{n}$ den Wert 6,80, wie man aus der Zeichnung leicht entnehmen kann. Setzt man diesen Wert für den Zeitpunkt $t = 0$ in Gleichung 47) ein, so entsteht

$$6{,}80 = \delta \cdot n_m \cdot \frac{\mathfrak{M}_0}{\mathfrak{M}_{max}}.$$

Daraus folgt nach Einsetzung auch der übrigen Zahlenwerte in Gleichung 47)

$$\mathfrak{n} = n_0 - 6{,}80 \cdot e^{-0{,}494\,t}.$$

Danach ist die $\mathfrak{n}$-Kurve in Fig. 34 gezeichnet. Es zeigt sich, daß die Tourenzahl $\mathfrak{n}$ aperiodisch in den Wert n_0 übergeht. Dieser aperiodische Verlauf war auch zu erwarten; denn der Wert $\mathfrak{n}$ kann ja nicht über den Grenzwert n_0 hinausgehen, weil sonst das von der Turbine ausgeübte Moment $\mathfrak{M}$ nach Gleichung 4) (S. 55) negativ werden müßte.

Für den Verlauf der Tourenzahlen n folgt aus Gleichung 5) (S. 55) nach Einsetzung des Wertes für $\mathfrak{M}$ (Gleichung 46):

$$\frac{dn}{dt} = \frac{30}{\pi \cdot L} \cdot \left[\mathfrak{M}_0 \cdot e^{-\frac{\delta}{\delta_1} \cdot \frac{h_{max}}{T_1} \cdot t} - \mathfrak{M}_1\right].$$

Hier liefert die Integration:

$$n - n_{(t=0)} =$$

$$\frac{30}{\pi \cdot L} \cdot \left[\mathfrak{M}_0 \cdot \frac{\delta_1}{\delta} \cdot \frac{T_1}{h_{max}} \cdot \left(1 - e^{-\frac{\delta}{\delta_1} \cdot \frac{h_{max}}{T_1} \cdot t}\right) - \mathfrak{M}_1\, t\right]. \qquad 48)$$

Für das vorliegende Beispiel ist

$$\mathfrak{M}_1 = 0, \qquad n_{(t=0)} = n_0$$

zu setzen. Die Einsetzung der Zahlenwerte liefert

$$n - n_0 = 18{,}78 \cdot (1 - e^{-0{,}494\,t}).$$

Danach ist die n-Kurve in Fig. 34 gezeichnet. Die Kurve nähert sich asymptotisch einem größten Wert n_{max}, den man erhält, wenn man in der vorstehenden Gleichung $t = \infty$ setzt:

$$n_{max} - n_0 = 18{,}78 \text{ Umdr. p. Min.}$$

Da für den Zeitpunkt $t = 0$ die Tourenzahl bereits von dem Werte $n_u = 265{,}95$ auf den Wert $n_0 = 274{,}05$, also um 8,1 gestiegen ist, so ergibt sich eine gesamte Tourenänderung von

$$18{,}78 + 8{,}1 = 26{,}88 \text{ Umdr. p. Min.}$$

Würde man von dem Einfluß der Hubbegrenzungen absehen, d. h. dieselben Kurven, welche für die Entlastung von $^1/_1$ auf $^1/_2$ entwickelt waren, mit Verdoppelung der Ordinaten auch auf den vorliegenden Fall anwenden, so ergäbe sich eine maximale Tourenänderung von 15,60 Umdr. p. Min. Der Verlauf der n-Kurve für diesen Fall ist in Fig. 34 durch eine fein gestrichelte Linie dargestellt. Die größte Tourenschwankung hätte sich um $\frac{26{,}88 - 15{,}60}{26{,}88} = 42\,\%$ zu klein ergeben.

Auffällig ist noch an dem Verlauf der Regulierkurve der Umstand, daß der Wert n gar nicht wieder auf den Wert n_0 zurückgeht, der für Nullbelastung die Tourenzahl des Beharrungszustandes darstellt. Das liegt daran, daß nach der Gleichung 4) (S. 55) für die kleinstmögliche Füllung, welche die automatische Regulierung zuläßt, das von der Turbine ausgeübte Moment $\mathfrak{M} = 0$ gesetzt wurde. Diese Annahme trifft nicht ganz zu. Wenn das Moment $\mathfrak{M} = 0$ ist, so ist doch wegen der Leerlaufwiderstände der Turbine noch eine, wenn auch kleine Öffnung des Leitapparates notwendig, um die Turbine auf der Tourenzahl n_0 zu erhalten. So zeigt sich z. B. in Fig. 18 (S. 46), daß für die dort untersuchte Francisturbine bei Leerlauf ($\mathfrak{M} = 0$) noch eine Leitschaufelöffnung von 10 mm, d. h. von $^1/_8$ der größten Öffnung, vorhanden sein mußte, um die Turbine auf ihrer normalen Tourenzahl zu halten. Die Regulierung ordnet man nun stets so an, daß die Öffnung des Leitapparates nahezu auf 0 gebracht werden kann oder doch jedenfalls auf einen kleineren Wert, als zur Erzielung der normalen Tourenzahl bei Leerlauf nötig wäre. In der Gleichung 5) (S. 55) würde dies dadurch zum Ausdruck kommen, daß man den Wert $\mathfrak{M}$ auffaßt als die Summe des Momentes $\mathfrak{M}_l$, das bedingt ist durch die Leerlaufwiderstände der Turbine, und des Momentes $\mathfrak{M}_n$, welches nützlich nach außen übertragen wird. Nur $\mathfrak{M}_n$ kann in diesem Falle $= 0$ werden (bei Leerlauf), der Wert $\mathfrak{M}_1$ kann also nicht kleiner werden als $\mathfrak{M}_l$. Infolgedessen verschwindet das Glied $\mathfrak{M}_1 . t$ in Gleichung 48) (S. 71) niemals, und das hat zur Folge, daß die Tourenzahl n doch wieder auf den Wert zurückgebracht wird, der nach den früheren Betrachtungen für Beharrungszustand eintreten muß. Das Maximum, welches dabei auftritt, erreicht nicht ganz den Wert n_{max}, welcher aus Gleichung 48) (S. 71) unter der Annahme $\mathfrak{M}_1 = 0$ berechnet war. Wenn man diese Annahme macht, so rechnet man also etwas zu ungünstig.

Die vorstehende Betrachtung zeigt, daß es für die schnelle Erreichung eines neuen Beharrungszustandes wertvoll ist, die kleinste Füllung der Turbine, welche die automatische Regulierung noch einstellen kann, möglichst auf 0 zu reduzieren. Die gleichen Betrachtungen lassen sich nun auch für die zweite Hubgrenze anstellen, die für Belastungsänderungen auf volle Belastung zur Geltung kommt. Auch hier ist es zweckmäßig, mit Rücksicht auf schnelle Erreichung eines neuen Beharrungszustandes die Turbine so auszuführen, daß die Leistung noch ein wenig über den Wert gesteigert werden kann, der der größten Belastung entspricht.

Der Umstand, daß bei Regulierbewegungen in der Nähe der Hubgrenzen die Tourenschwankungen viel bedeutender werden als in mittleren Lagen, kommt naturgemäß nur dann zur Geltung, wenn die Tourenzahl n bei einer Belastungsänderung überhaupt das Bestreben hat, über den Wert n_1 hinauszugehen, der der neuen Belastung entspricht. Das ist nun nicht der Fall, wenn ein aperiodischer Übergang der Tourenzahl n in den Wert n_1 eintritt, wenn also die Reguliergeschwindigkeit oder der Ungleichförmigkeitsgrad δ so groß gewählt ist, daß in Gleichung 29) (S. 58) der Ausdruck unter der Wurzel positiv wird. Auch wenn nur geringe Überschreitungen des Wertes n_1 eintreten, wie z. B. bei der in Fig. 31 (S. 61) gezeichneten Regulierkurve, kann der Einfluß der Hubbegrenzungen vernachlässigt werden. Starke Dämpfung oder vollständige Unterdrückung der Regulierschwingungen bietet daher gleichzeitig eine Gewähr für ein gleichmäßiges Arbeiten der Regulierung über dem ganzen Hube.

5. Störende Einflüsse.

Bei der Benutzung der entwickelten Gleichungen für den Reguliervorgang ist noch zu berücksichtigen, daß dieselben nur für den idealen Regulator gelten, daß dabei noch in keiner Weise dem Einfluß der Reibung im Pendelregler und Steuerorgan und den sonstigen Einflüssen, die eine Verzögerung des Reguliervorganges bedingen, Rechnung getragen ist.

Alle die Unvollkommenheiten, die bei der Konstruktion des Regulators unvermeidlich sind, bewirken Abweichungen von dem bisher behandelten Vorgange in ähnlicher Weise wie bei den Regulatoren mit konstanter Reguliergeschwindigkeit. Alle diese Unvollkommenheiten bewirken auch hier eine Vergrößerung der ersten Amplitude, die sich in jedem Falle rechnerisch leicht ermitteln läßt. Außerdem wird wieder die Dämpfung der Schwingungen beeinträchtigt. Hierfür lassen sich die gleichen Betrachtungen anstellen, wie für konstante Reguliergeschwindigkeit, namentlich, was die Entstehung von Kreisprozessen anbetrifft. Solche Kreisprozesse können auch hier entweder durch zu große Eigenreibung des Pendelreglers oder durch Reibung im Steuerorgan oder durch zeitliche Verzögerung der Ein- und Ausschaltung herbeigeführt werden. Der schädliche Einfluß der Eigenreibung des Reglers ließ sich für Regulatoren mit konstanter Reguliergeschwindigkeit aufheben durch Anbringung einer Hubbegrenzung für die Reglerhülse bezw. durch ein Hemmwerk. Dieses Mittel ist für Regulatoren mit veränderlicher Geschwindigkeit nicht anwendbar, da durch eine Hubbegrenzung der große Vorzug dieser Regulatoren, nämlich die Zunahme der Reguliergeschwindigkeit mit wachsendem Hülsenhube, wieder verloren gehen würde. Wohl aber kann man auch hier der Reglerhülse bezw. dem Steuerorgan toten Gang geben (z. B. Überdeckungen am Steuerschieber bei hydraulischen Servomotoren), um der Entstehung von Kreisprozessen entgegenzuwirken (s. Fig. 21, S. 36). Das wirksamste Mittel zur Vermeidung von Kreisprozessen besteht darin, daß man die Dämpfung der Tourenschwingungen so stark macht, daß ein aperiodischer Verlauf der n-Kurve entsteht. In diesem Fall muß der Ausdruck unter der Wurzel in Gleichung 29) (S. 58) positiv sein, d. h. der Wert K, der durch Gleichung 42) (S. 67) gegeben ist, muß, wie eine einfache Umrechnung ergibt, $>\sqrt{2}$ gewählt werden. An sich sind Kreisprozesse für Regulatoren mit veränderlicher Geschwindigkeit bei weitem nicht so schädlich als für solche mit konstanter Reguliergeschwindigkeit, weil die Einleitung der Regulierbewegung stets ohne Stoß vor sich geht. Man wird natürlich trotzdem andauernde Schwingungen möglichst zu vermeiden suchen mit Rücksicht auf die Abnutzung in den Regulierorganen, und um den Energieaufwand zur Betätigung der Regulierung nicht zu groß werden zu lassen.

6. Einfluß der Massen am Pendelregler.

Da, wie schon gesagt wurde, die Reglerhülse keine Hubbegrenzungen erhalten darf, die die Eigenschwingungen des Reglers unterdrücken könnten, so ist es nötig, den Einfluß dieser Eigenschwingungen auf den Reguliervorgang besonders zu untersuchen. Zu diesem Zweck sollen die Gleichungen noch einmal mit Berücksichtigung der Massen im Regler behandelt werden.

Für die folgenden Rechnungen werde angenommen, daß die Tourenzahl des Reglers identisch sei mit derjenigen der Turbine. Es war schon früher darauf hingewiesen worden, daß die Betrachtungen trotzdem ganz allgemein gelten, weil in der Bewegungsgleichung des Reglers (Gleichung 16), S. 44) nur Verhältniswerte von Tourenzahlen vorkommen. Ferner soll angenommen werden, daß eine Rückführung nach dem Schema der Fig. 5 (S. 14) vorliege. Für diesen Fall kann man, wie schon hervorgehoben wurde, $\delta_1 = \delta$ setzen. Zunächst gelten wieder die Gleichungen 4) und 5) (S. 20):

$$\mathfrak{n} = \mathfrak{n}_0 - \delta \cdot \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot \mathfrak{n}_m \quad \ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

$$\frac{d\mathfrak{n}}{dt} = \frac{30}{\pi L} \cdot (\mathfrak{M} - \mathfrak{M}_1) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 5)$$

Rechnet man den Hülsenhub wieder von der höchsten Lage an, so entspricht nach Gleichung 14) (S. 42) für den Gleichgewichtszustand des Reglers einer Tourenzahl $\mathfrak{n}$ der Hülsenhub

$$\mathfrak{h} = \frac{\mathfrak{n}_0 - \mathfrak{n}}{\delta \mathfrak{n}_m} \cdot h_{max} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 49)$$

Das ist zugleich der Wert, welcher für Beharrungszustand dem Moment $\mathfrak{M}$ entspricht. Ist der wirklich vorhandene Hülsenhub $h = \mathfrak{h}$, so ist die Reguliergeschwindigkeit $= 0$.

An die Stelle von Gleichung 25) (S. 56) tritt daher für diese Untersuchung die Gleichung

$$\frac{d\mathfrak{M}}{dt} = \frac{\mathfrak{M}_{max}}{T_1} \cdot (h - \mathfrak{h}), \quad \ldots\ldots\ldots \quad 50)$$

wobei T_1 wieder die Schlußzeit darstelllt, die einer Verschiebung der Reglerhülse um die Maßeinheit entspricht. Die Gleichungen 4) und 49) lassen sich zusammenziehen zu

$$\mathfrak{h} = \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot h_{max} \quad \text{. . . . . 51)}$$

Gleichung 5) liefert

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_1 + \frac{\pi L}{30} \cdot \frac{dn}{dt}$$

$$\frac{d\mathfrak{M}}{dt} = \frac{\pi L}{30} \cdot \frac{d^2 n}{dt^2}.$$

Setzt man diese Werte in Gleichung 50) ein, so entsteht

$$\frac{\pi L}{30} \cdot \frac{d^2 n}{dt^2} = + \frac{\mathfrak{M}_{max}}{T_1} \cdot h - \frac{h_{max}}{T_1} \cdot \left(\mathfrak{M}_1 + \frac{\pi L}{30} \cdot \frac{dn}{dt}\right).$$

Nun werde noch eingeführt der Wert h_1, welcher dem Moment $\mathfrak{M}_1$ entspricht (nach Gleichung 51),

$$h_1 = \frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot h_{max}, \quad \text{. . . . . 52)}$$

und zur Vereinfachung

$$h - h_1 = \mathbf{h} \quad \text{. . . . . 53)}$$

gesetzt.

Mit diesen Werten entsteht

$$\frac{\pi L}{30} \cdot \frac{d^2 n}{dt^2} + \frac{h_{max}}{T_1} \cdot \frac{\pi L}{30} \cdot \frac{dn}{dt} = \frac{\mathfrak{M}_{max}}{T_1} \cdot \mathbf{h} \quad \text{. . 54)}$$

Diese Gleichung tritt hier an die Stelle der Gleichung 26) (S. 57) bei der ersten Untersuchung. Zwischen h und n besteht nun noch die Beziehung, welche durch die Bewegungsgleichung des Reglers gegeben ist. Dieselbe lautet (Gleichung 16) S. 44):

$$\frac{d^2 h}{dt^2} + \frac{\beta}{\mu r} \cdot \frac{dh}{dt} + \frac{2E}{\mu r} \cdot \frac{\delta_1}{h_{max}} \cdot h = \frac{2E}{\mu r} \cdot \frac{\mathbf{n}_0 - n}{\mathbf{n}_m}.$$

Hier sind wegen der Voraussetzung $\delta = \delta_1$ die Tourenzahlen $\mathbf{n}_0 = n_0$ und $\mathbf{n}_m = n_m$ zu setzen. Ferner werde noch nach Gleichung 53)

$$h = h_1 + \mathbf{h}$$

gesetzt und die dem Werte h_1 entsprechende Tourenzahl n_1 für den Beharrungszustand eingeführt (nach Gleichung 49):

$$n_1 = n_0 - \delta \cdot \frac{h_1}{h_{max}} \cdot n_m \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 55)$$

Setzt man schließlich wieder $n - n_1 = \nu$, so wird

$$\frac{d^2 \mathbf{h}}{dt^2} = \frac{\beta}{\mu r} \cdot \frac{d\mathbf{h}}{dt} + \frac{2E}{\mu r} \cdot \frac{\delta}{h_{max}} \cdot (h_1 + \mathbf{h})$$

$$= \frac{2E}{\mu r} \cdot \frac{\left(-\nu + \delta \cdot \frac{h_1}{h_{max}} \cdot n_m\right)}{n_m}$$

oder

$$\frac{d^2 \mathbf{h}}{dt^2} + \frac{\beta}{\mu r} \cdot \frac{d\mathbf{h}}{dt} + \frac{2E}{\mu r} \cdot \frac{\delta}{h_{max}} \cdot \mathbf{h} = -\frac{2E}{\mu r} \cdot \frac{\nu}{n_m} \quad . \quad 56)$$

Nach Gleichung 54) ist nun

$$\mathbf{h} = \frac{T_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot \frac{\pi L}{30} \left[\frac{d^2 \nu}{dt^2} + \frac{h_{max}}{T_1} \cdot \frac{d\nu}{dt}\right]$$

oder, wenn man wieder für $\frac{30\, \mathfrak{M}_{max}}{\pi L n_m}$ den Wert $\frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}}$ einführt,

$$\mathbf{h} = T_1 \cdot \frac{2}{75} \cdot \frac{\mathfrak{G}}{N_{max}} \cdot \frac{1}{n_m} \left[\frac{d^2 \nu}{dt^2} + \frac{h_{max}}{T_1} \cdot \frac{d\nu}{dt}\right].$$

Setzt man diesen Wert und dessen Differentialquotienten in die obige Gleichung 56) ein, so entsteht schließlich

$$\frac{d^4 \nu}{dt^4} + \left(\frac{h_{max}}{T_1} + \frac{\beta}{\mu r}\right) \cdot \frac{d^3 \nu}{dt^3} + \left(\frac{h_{max}}{T_1} \cdot \frac{\beta}{\mu r} + \frac{2E}{\mu r} \cdot \frac{\delta}{h_{max}}\right) \frac{d^2 \nu}{dt^2}$$

$$+ \frac{2E}{\mu r} \cdot \frac{\delta}{T_1} \cdot \frac{d\nu}{dt} + \frac{1}{T_1} \cdot \frac{2E}{\mu r} \cdot \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}} \cdot \nu = 0 \quad . \quad 57)$$

Das Integral dieser Gleichung ist

$$\nu = C_1 \cdot e^{w_1 t} + C_2 \cdot e^{w_2 t} + C_3 \cdot e^{w_3 t} + C_4 \cdot e^{w_4 t},$$

wobei die Werte w die Wurzeln der Gleichung 4. Grades sind:

$$w^4 + \left(\frac{h_{max}}{T_1} + \frac{\beta}{\mu r}\right) \cdot w^3 + \left(\frac{h_{max}}{T_1} \cdot \frac{\beta}{\mu r} + \frac{2E}{\mu r} \cdot \frac{\delta}{h_{max}}\right) \cdot w^2$$

$$+ \frac{2E}{\mu r} \cdot \frac{\delta}{T_1} \cdot w + \frac{1}{T_1} \cdot \frac{2E}{\mu r} \cdot \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}} = 0 \quad . \quad 58)$$

Damit eine brauchbare Regulierung entsteht, müssen sämtliche Wurzeln dieser Gleichung negativ sein, oder, wenn komplexe Wurzeln dabei sind, müssen deren reelle Teile negativ sein. Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so nimmt ν mit der Zeit zu. Praktisch würde das heißen, die Regulierung befindet sich in einem labilen Zustande; eine geringe Störung des Gleichgewichts würde Tourenschwankungen mit wachsenden Amplituden und nach einiger Zeit ein andauerndes Hin- nnd Herpendeln der Regulierorgane zwischen ihren äußersten Lagen ergeben.

Nach der Theorie der Gleichungen ist die vorstehende Bedingung erfüllt, wenn in der allgemeinen Gleichung

$$a\,w^4 + b\,w^3 + c\,w^2 + d\,w + e = 0$$

die Koeffizienten sämtlich positiv sind, und außerdem der Ausdruck

$$b\,c\,d - b^2\,e - d^2\,a > 0$$

ist. Dieser Ausdruck läßt sich auch schreiben:

$$d\,(b\,c - a\,d) - b^2\,e > 0\,.$$

Setzt man die Koeffizienten der Gleichung 58) hier ein, so sieht man, daß für $\beta = 0$ der in der Klammer stehende Wert $(b\,c - a\,d) = 0$ wird; in diesem Falle ist also der Ausdruck $b\,c\,d - b^2\,e - d^2\,a$ negativ, d. h. ein reibungsloser Pendelregler ohne Ölbremse ruft einen labilen Zustand der Regulierung hervor.

Um festzustellen, in welcher Weise der Reguliervorgang, wie er vorher ohne Berücksichtigung der Reglermassen untersucht worden war, durch dieselben eine Änderung erfährt, wurde das gleiche Beispiel, für welches in Fig. 32 (S. 64) die Regulierkurve gezeichnet ist, nach Gleichung 58) durchgerechnet. Es wurde dabei zunächst ein reibungsloser Federregler vorausgesetzt, mit folgenden Daten:

$\delta_1 \quad = \delta = 0{,}03$

$h_{max} = 66\text{ mm} = 0{,}066\text{ m}$

s_r (der reduzierte Muffenhub) $= 5\text{ mm} = \dfrac{1}{13{,}2}\,h_{max}$

$E \quad = 252\text{ kg}$

Daraus berechnet sich nach Gleichung 22) (S. 50)

$$\mu_r = \frac{s_r}{h_{max}} \cdot \frac{E}{g} = \frac{1}{13{,}2} \cdot \frac{252 \text{ kg}}{9{,}81 \text{ msek}^{-2}} = 1{,}95 \text{ kgm}^{-1} \text{ sek}^2$$

Außerdem wurden die bereits auf S. 63 angegebenen Werte übernommen, nämlich

$$\begin{aligned} N_{max} &= 100 \text{ PS.} \\ n_m &= 270 \text{ Umdr. p. Min.} \\ \mathfrak{E} &= 91\,800 \text{ mkg} \\ T_1 &= 13{,}38 \text{ sekcm} = 0{,}1338 \text{ sekm.} \end{aligned}$$

Für $\beta = 0$ ergeben sich die Zahlenwerte für die Koeffizienten in Gleichung 58) folgendermaßen:

$$\frac{h_{max}}{T_1} + \frac{\beta}{\mu_r} = \frac{6{,}6 \text{ cm}}{13{,}38 \text{ sekcm}} + 0 = 0{,}494 \text{ sek}^{-1},$$

$$\frac{h_{max}}{T_1} \cdot \frac{\beta}{\mu_r} + \frac{2\,E}{\mu_r} \cdot \frac{\delta}{h_{max}} = 0 + \frac{2 \cdot 252 \text{ kg}}{1{,}95 \text{ kgm}^{-1} \text{ sek}^2} \cdot \frac{0{,}03}{0{,}066 \text{ m}} = 118 \text{ sek}^{-2},$$

$$\frac{2\,E}{\mu_r} \cdot \frac{\delta}{T_1} = 0{,}494 \text{ sek}^{-1} \cdot 118 \text{ sek}^{-2} = 58{,}30 \text{ sek}^{-3},$$

$$\frac{1}{T_1} \cdot \frac{2\,E}{\mu_r} \cdot \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}} = \frac{1}{0{,}1338 \text{ sekm}} \cdot \frac{2 \cdot 252 \text{ kg}}{1{,}95 \text{ kgm}^{-1} \text{ sek}^2} \cdot \frac{(75 \cdot 100) \text{ mkgsek}^{-1}}{2 \cdot 91\,800 \text{ mkg}} = 79{,}0 \text{ sek}^{-4}.$$

Damit entsteht:

$$w^4 + 0{,}494\, w^3 + 118\, w^2 + 58{,}30\, w + 79{,}0 = 0\,.$$

Die 4 Wurzeln der Gleichung lassen sich in dem vorliegenden Fall leicht bestimmen. Es liegt nämlich die Vermutung nahe, daß die Wurzeln, welche sich bei der Behandlung dieser Aufgabe ohne Berücksichtigung der Reglermassen ergaben, auch mit geringen Abweichungen in dieser Gleichung auftreten, daß also der obige Ausdruck teilbar ist durch den Ausdruck

$$w^2 + 0{,}494\, w + 0{,}672\,,$$

welcher bei dieser Untersuchung gefunden wurde (S. 63). Die Division ergibt in der Tat einen sehr kleinen Rest.

Führt man nun die Division mit etwas veränderten Koeffizienten durch, nämlich mit

$$w^2 + 0{,}494\,(1 + \Delta_1)\,w + 0{,}672\,(1 + \Delta_2),$$

und vernachlässigt wegen der Kleinheit der Werte Δ_1 und Δ_2 deren höhere Potenzen, so kann man diese Werte selbst dadurch bestimmen, daß man den bei der Division verbleibenden Rest, welcher eine Funktion ersten Grades in w ist, gleich 0 setzt. Auf diese Weise ergibt sich

$$\Delta_1 = 0{,}00574, \qquad \Delta_2 = 0{,}00571.$$

Der oben entwickelte Ausdruck für w zerlegt sich dann folgendermaßen:

$$\begin{aligned} w^4 + 0{,}494\,w^3 + 118\,w^2 + 58{,}30\,w + 79{,}0 \\ = (w^2 + 0{,}497\,w + 0{,}674)\,(w^2 - 0{,}00298\,w + 117{,}3)\,. \end{aligned}$$

Setzt man die beiden in den Klammern stehenden Ausdrücke einzeln gleich 0, so erhält man die 4 Wurzeln

$$\begin{aligned} w_{\frac{1}{2}} &= -0{,}2485 \pm i \cdot 0{,}7828\,, \\ w_{\frac{3}{4}} &= +0{,}00149 \pm i \cdot 10{,}82\,. \end{aligned}$$

Daher entsteht für ν folgende Gleichung:

$$\begin{aligned} \nu = e^{-0{,}2485\,t} \cdot [C_1 \cdot \cos(0{,}7828\,t) + C_2 \cdot \sin(0{,}7828\,t)] \\ + e^{+0{,}00149\,t} \cdot [C_3 \cdot \cos(10{,}82\,t) + C_4 \cdot \sin(10{,}82\,t)]\,. \end{aligned}$$

Die Konstanten dieser Gleichung lassen sich aus der Bedingung bestimmen, daß für $t = 0$ Beharrungszustand vorlag, daß also für diesen Zeitpunkt folgende Beziehungen gelten:

$$\nu_{(t=0)} = -\delta \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m = -4{,}05$$

$$\frac{d\nu}{dt}_{(t=0)} = \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}} \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m = +5{,}50$$

$\dfrac{d\mathfrak{M}}{dt}_{(t=0)} = 0$ oder nach Gleichung 5) (S. 75): $\dfrac{d^2\nu}{dt^2}_{(t=0)} = 0$

$\dfrac{d\mathbf{h}}{dt}_{(t=0)} = 0$ oder nach Gleichung 54) (S. 76): $\dfrac{d^3\nu}{dt^3}_{(t=0)} = 0\,.$

Aus diesen Bedingungen ergeben sich durch wiederholte Differentiation des für ν gefundenen Ausdruckes vier Gleichungen für die Konstanten, aus denen sich die folgenden Werte ermitteln lassen:

$$C_1 = -4{,}05 \qquad C_2 = +5{,}79$$
$$C_3 = -0{,}000715 \qquad C_4 = -0{,}002944.$$

Mit diesen Werten entsteht schließlich

$$\nu = e^{-0{,}2485\,t} \cdot [-4{,}05 \cdot \cos(0{,}7828\,t) + 5{,}79 \cdot \sin(0{,}7828\,t)]$$
$$+ e^{+0{,}00149\,t} \cdot [-0{,}000715 \cdot \cos(10{,}82\,t) - 0{,}002944 \cdot \sin(10{,}82\,t)].$$

Das Ergebnis zeigt, daß die Regulierbewegung durch die Übereinanderlagerung zweier Schwingungsreihen dargestellt wird. Die erste, die Hauptschwingung, welche stark gedämpft ist, unterscheidet sich nur sehr wenig von derjenigen, welche sich ohne Berücksichtigung der Reglermassen ergab. Die zweite ist bedingt durch die Eigenschwingungen des Reglers. Die dadurch entstehenden Schwingungen der Tourenzahl sind außerordentlich klein. In Fig. 35 ist die n-Kurve gezeichnet. Dieselbe stimmt fast genau mit der früheren (Fig. 32, S. 64) überein; die Nebenschwingungen werden wegen ihrer geringen Größe in der Figur gar nicht sichtbar. Um diese Nebenschwingungen deutlich zu machen, ist in Fig. 35 als gestrichelte Linie noch die mit n_h bezeichnete Kurve hinzugefügt, die ein Bild gibt von den Bewegungen der Reglerhülse. Der Wert n_h stellt diejenige Tourenzahl dar, welche die Reglerhülse in der Lage h im Gleichgewicht erhalten würde. Die Beziehung zwischen n_h und h ist entsprechend Gleichung 14) (S. 42) darzustellen durch die Gleichung

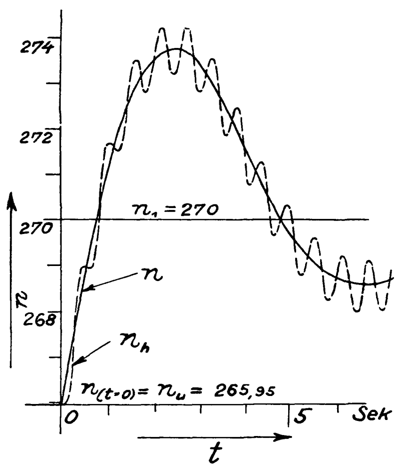


Fig. 35.

$$n_h = n_0 - \delta \cdot \frac{h}{h_{max}} \cdot n_m \,.$$

Ersetzt man hier noch nach den früheren Gleichungen den Wert h durch einen Ausdruck, der nur die Veränderliche n resp. ν enthält, so gelangt man zu folgender Beziehung:

$$n_h = n_1 - \delta \cdot \frac{2\,\mathfrak{E}}{75 \cdot N_{max}} \cdot \left[\frac{T_1}{h_{max}} \cdot \frac{d^2\nu}{dt^2} + \frac{d\nu}{dt}\right].$$

Für das vorliegende Zahlenbeispiel entsteht daher

$$n_h = n_1 - 1{,}492\,\frac{d^2\nu}{dt^2} - 0{,}736\,\frac{d\nu}{dt}$$

oder, nach Einsetzung der Gleichung für ν,

$$\begin{aligned} n_h = n_1 &+ e^{-0{,}2485\,t} \cdot [-3{,}96 \cdot \cos(0{,}7828\,t) + 5{,}855 \cdot \sin(0{,}7828\,t)] \\ &+ e^{+0{,}00149\,t} \cdot [-0{,}1019 \cdot \cos(10{,}82\,t) - 0{,}5212 \cdot \sin(10{,}82\,t)]. \end{aligned}$$

Die hiernach gezeichnete n_h-Kurve läßt erkennen, daß die Hülse um ihre jeweilige Gleichgewichtslage Schwingungen ausführt, deren Amplituden sehr langsam zunehmen. Der Grund für das Auftreten der ungedämpften Nebenschwingungen liegt im folgenden.

Denkt man sich an einem vorliegenden Regulator, welcher sich im Beharrungszustand befindet, durch einen äußeren Anstoß die Hülse in Schwingungen versetzt, so würden zunächst unter der Annahme, daß keine Reibung vorhanden ist, diese Schwingungen mit konstanten Amplituden fortbestehen, in gleicher Weise, wie ein reibungsloses Pendel dauernd schwingen würde. Die Schwingungen würden darstellbar sein durch eine Sinuslinie. Die periodischen Bewegungen veranlassen aber auch entsprechende Bewegungen des Steuerorgans und dadurch auch periodische Schwingungen des Leitapparates, die ihrerseits wieder entsprechende Schwingungen der Tourenzahl zur Folge haben.

Offenbar muß eine Rückwirkung dieser Tourenschwingungen auf die Bewegungen der Reglerhülse stattfinden. Um zu erkennen, in welcher Weise die einzelnen Bewegungen voneinander abhängen, werde zunächst angenommen, daß eine solche Rückwirkung nicht vorliegt. Dann müssen offenbar alle Teile der Regulierung ebenso wie die Reglerhülse ungedämpfte Pendelungen ausführen, die darstellbar sind durch Sinuslinien. In Figur 36 sind alle diese Kurven dargestellt. Zunächst wurde die mit n_s bezeichnete Sinuslinie eingetragen, welche die Bewegungen des Steuerorgans darstellen soll. Solange diese Kurve oberhalb der n_1-Linie verläuft, muß ein Schließen des Leitapparates und, soweit sie sich unter der n_1-Kurve befindet, ein Öffnen vor sich gehen, in genau derselben Weise, wie das für die $(n - \mathfrak{n})$-Kurve in Fig. 32 (S. 64) galt. Daher ist die $\mathfrak{n}$-Kurve, welche die Bewegungen des Leitapparates veranschaulichen soll, so einzutragen, daß sie ansteigt, solange $(n_s - n_1)$ positiv ist, und umgekehrt. Ihre Maxima und Minima müssen mit den Nullpunkten der n_s-Linie zusammenfallen, so daß sie um Zeitabstände von $^1/_4$ Periodendauer hinter die entsprechenden Maxima und Minima der n_s-Linie fallen. Die Kurve der n_s eilt also der $\mathfrak{n}$-Kurve um $^1/_4$ Periode vor.

Nun tritt aber eine Zunahme der Tourenzahl n ein, solange der Leitapparat weiter geöffnet ist, als es der Belastung entspricht. Im Diagramm kommt das dadurch zum Ausdruck, daß die n-Kurve ansteigt, wenn die $\mathfrak{n}$-Kurve unterhalb der n_1-Linie verläuft, und umgekehrt muß sie abfallen, wenn die $\mathfrak{n}$-Kurve über die n_1-Linie hinausgeht. Die n-Linie hat daher zeitlich genau den gleichen Verlauf wie die n_s-Linie, die Maxima und die Nullpunkte der beiden Kurven fallen zeitlich zusammen.

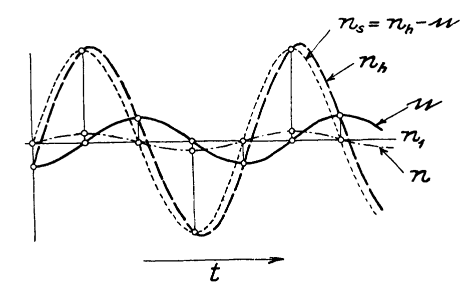


Fig. 36.

Schließlich ist noch die Kurve der Hülsenbewegungen (n_h) eingetragen. Für die Aufzeichnung dieser Kurve ist zu berücksichtigen, daß die Stellung des Steuerorgans bestimmt ist durch die Differenz der Verschiebungen der Reglerhülse und des Leitapparates, so daß $n_s = n_h - \mathfrak{n}$ zu setzen ist. Die Ordinaten der n_h-Kurve bestimmen sich daher als die Summen der gleichzeitigen Ordinaten der n_s- und der $\mathfrak{n}$-Kurve. Es war gezeigt worden, daß die $\mathfrak{n}$-Kurve gegenüber der n_s-Kurve um $^1/_4$ Periode nacheilt. Infolgedessen muß auch ein Zurückbleiben der n_h-Kurve gegenüber der n_s-Kurve und daher auch gegenüber der n-Kurve eintreten, die ja zeitlich in derselben Weise verläuft wie die n_s-Linie.

Der Umstand, daß die n-Kurve abwechselnd nach oben und unten von der n_1-Linie abweicht, bewirkt nun, daß an der Reglerhülse infolge der wechselnden Zentrifugalkraft zusätzliche Kräfte auftreten, die dieselbe abwechselnd nach oben und nach unten zu verschieben suchen. Diese Kräfte wirken teils im Sinne, teils entgegengesetzt der Bewegungsrichtung der Hülse, sie werden daher teilweise eine Beschleunigung, teilweise eine Verzögerung der Hülsenbewegung zur Folge haben. Wäre die n_h-Kurve gegen die n-Kurve nicht verschoben, so könnten die zusätzlichen Kräfte keinen verstärkenden oder schwächenden Einfluß auf die Schwingungen ausüben, da alsdann die gesamten auf die Hülse wirkenden Kräfte, die ja nach Gleichung 3) (S. 10) proportional $n - n_h$ sind, sich proportional dem Abstande der Hülse von der durch die n_1-Linie gegebenen Mittellage verändern. Weil aber die n-Kurve gegenüber der n_s-Kurve voreilt, so überwiegen die Kräfte, welche in der Bewegungsrichtung der Hülse wirken, gegenüber den ihrer Bewegung entgegengesetzten Kräften. Die Amplituden der Schwingungen müssen daher zunehmen.

Ein Regulator, der diese Eigenschaft hat, wäre natürlich nicht brauchbar. In den meisten Fällen genügt schon die Reibung des Reglers und des Steuerorgans, um diese Schwingungen zu dämpfen. Bei Reglern von sehr geringer Eigenreibung würde es sich empfehlen, Ölbremsen anzubringen. Das beste Mittel, um die Entwicklung der Schwingungen zu verhindern, besteht darin, daß man die Impulse, die durch die Änderung der Tourenzahl auf die Hülse ausgeübt werden, möglichst klein hält, so daß die n_h-Kurve gegenüber der n-Kurve (Fig. 36, S. 83) möglichst wenig nacheilt. Zu diesem Zweck muß man Regler anwenden, die eine Eigenschwingung von möglichst kurzer Zeitdauer haben, d. h. Regler von großer Energie und möglichst geringen Massen (Federregler), und muß ferner dafür sorgen, daß die Geschwindigkeitsänderungen der Turbine langsam vor sich gehen. Es ist also hiernach zweckmäßig, große relative Schlußzeiten und große Schwungmassen an der Turbine anzuwenden. In diesem Falle wird auch die Dauer der Eigenschwingung der Regulierung groß gegenüber derjenigen des Reglers, und dieser Umstand hat zur Folge, daß der Reguliervorgang fast ebenso verläuft, als wenn der

Regler masselos wäre. Es entsteht dann zwar im ersten Augenblick ein Zurückbleiben der Reglerhülse hinter der Tourenzahl, wenn bei plötzlicher Belastung die Tourenzahl fällt, dafür schwingt aber die Hülse nach sehr kurzer Zeit nach der entgegengesetzten Seite über die Lage hinaus, die der Tourenzahl entspricht. Es tritt also ein abwechselndes Zurückbleiben und Voreilen des Reglers gegenüber der Tourenzahl ein, wie auch Fig. 35 (S. 81) zeigt. Die Fehler, welche die Massen des Reglers auf den Reguliervorgang hervorrufen, gleichen sich also immer wieder aus, aber nur unter der Bedingung, daß die Schwingungsdauer des Reglers klein ist gegenüber derjenigen der Regulierung.

Die Gleichung 58) (S. 77) läßt noch in einem speziellen Fall eine sehr einfache Lösung zu, nämlich wenn

$$\frac{h_{max}}{T_1} = \frac{\beta}{\mu r}$$

ist. Das läßt sich stets erreichen durch passende Wahl von β, d. h. durch passende Einstellung der Ölbremse.

In diesem Fall besteht nämlich zwischen den vier Wurzeln der Gleichung folgender Zusammenhang:

$$w_1 + w_2 = w_3 + w_4 = -\frac{h_{max}}{T_1} = -\frac{\beta}{\mu r}.$$

Daß dies der Fall ist, kann man leicht erkennen, wenn man die Gleichungen aufstellt, welche die allgemeinen Beziehungen zwischen den 4 Wurzeln der Gleichung 58) und ihren Koeffizienten darstellen, nämlich:

$$\text{a)}\ w_1 + w_2 + w_3 + w_4 = -\frac{h_{max}}{T_1} - \frac{\beta}{\mu r},$$

$$\text{b)}\ w_1 w_2 + w_1 \cdot w_3 + w_1 \cdot w_4 + w_2 \cdot w_3 + w_2 \cdot w_4 + w_3 w_4 =$$

$$(w_1 + w_2)(w_3 + w_4) + w_1 w_2 + w_3 w_4 = +\frac{h_{max}}{T_1} \cdot \frac{\beta}{\mu r} + \frac{2E}{\mu r} \cdot \frac{\delta}{h_{max}}$$

oder

$$w_1 w_2 + w_3 w_4 = \frac{2E}{\mu r} \cdot \frac{\delta}{h_{max}},$$

$$\text{c)}\ w_1 w_2 w_3 + w_1 w_2 w_4 + w_1 w_3 w_4 + w_2 w_3 w_4 =$$

$$w_1 w_2 (w_3 + w_4) + w_3 w_4 (w_1 + w_2) = -\frac{2E}{\mu r} \cdot \frac{\delta}{T_1}$$

oder

$$(w_1 w_2 + w_3 w_4)(w_1 + w_2) = \frac{2E}{\mu r} \cdot \frac{\delta}{h_{max}} \cdot \left(- \frac{h_{max}}{T_1}\right),$$

$$\text{d)} \quad w_1 w_2 w_3 w_4 = \frac{1}{T_1} \cdot \frac{2E}{\mu r} \cdot \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}}.$$

Diese Bedingungen sind ohne Widerspruch sämtlich erfüllt, wenn

$$w_1 \cdot w_2 + w_3 w_4 = \frac{2E}{\mu r} \cdot \frac{\delta}{h_{max}}$$

und

$$w_1 \cdot w_2 \cdot w_3 \cdot w_4 = \frac{1}{T_1} \cdot \frac{2E}{\mu r} \cdot \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}}$$

ist. Daraus berechnet sich

$$\begin{matrix} w_1 \cdot w_2 \\ w_3 \cdot w_4 \end{matrix} = + \frac{E}{\mu r} \cdot \frac{\delta}{h_{max}} \pm \sqrt{\left(\frac{E}{\mu r} \cdot \frac{\delta}{h_{max}}\right) - \frac{1}{T_1} \cdot \frac{2E}{\mu r} \cdot \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}}},$$

und damit ergeben sich die einzelnen Wurzeln w unter Berücksichtigung der Beziehung:

$$w_1 + w_2 = w_3 + w_4 = - \frac{h_{max}}{T_1} = - \frac{\beta}{\mu r}.$$

Die vorstehenden Gleichungen lassen sich übersichlicher gestalten durch Einführung der Werte für die Schwingungszeiten des Pendelreglers und der Regulierung. Aus den Gleichungen 30) und 32) (S. 58) ist zu ersehen, daß die Dauer T_r einer vollständigen Schwingung der Regulierung, falls keine Dämpfung vorliegt, d. h. falls keine Rückführung vorhanden, also $\delta = 0$ ist, den Wert hat:

$$T_r = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{2}{75} \cdot \frac{\mathfrak{G}}{N_{max}} \cdot \frac{\delta_1 T_1}{h_{max}}} \quad \ldots \ldots \quad 59)$$

Entsprechend läßt sich die Schwingungsdauer des nicht gebremsten Reglers ($\beta = 0$) aus Gleichung 16) (S. 44) ableiten zu

$$T_t = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\mu r}{2E} \cdot \frac{h_{max}}{\delta_1}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 60)$$

Mit diesen Werten ergibt sich

$$w_{\frac{1}{3}} \cdot w_{\frac{2}{4}} = + \frac{2\pi^2}{T_t^2} \cdot \left[1 \pm \sqrt{1 - \left(2 \cdot \frac{T_t}{T_r}\right)^2}\right].$$

Ist die Schwingungsdauer des Reglers klein gegenüber der der Regulierung, so kann für den Ausdruck

$$\sqrt{1 - \left(2 \frac{T_t}{T_r}\right)^2}$$

auch annäherungsweise geschrieben werden

$$1 - 2 \cdot \left(\frac{T_t}{T_r}\right)^2,$$

und damit ergibt sich

$$w_1 \cdot w_2 = \frac{4\pi^2}{T_t^2} \cdot \left[1 - \left(\frac{T_t}{T_r}\right)^2\right] = \sim \frac{4\pi^2}{T_t^2},$$

$$w_3 \cdot w_4 = \frac{4\pi^2}{T_r^2} = \frac{75}{2} \cdot \frac{h_{max}}{\delta_1 T_1} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}}.$$

Das Ergebnis liefert eine Bestätigung dafür, daß eine wesentliche Beeinflussung des Reguliervorganges durch die Massen des Reglers nicht eintritt, wenn die Eigenschwingungsdauer des Reglers klein ist gegenüber derjenigen der Regulierung; denn die Wurzeln w_3 und w_4, welche sich auf die Hauptschwingung beziehen, stimmen mit den Werten überein, die sich aus der Untersuchung des Reguliervorganges ohne Berücksichtigung der Reglermassen ergaben.

Führt man das vorher behandelte Beispiel, bei welchem ein reibungsloser Federregler vorausgesetzt war, jetzt unter Annahme einer Ölbremse durch, welche der angegebenen Bedingung (S. 85) entspricht, daß

$$\frac{\beta}{\mu_r} = \frac{h_{max}}{T_1} = 0{,}494 \text{ sek.}^{-1}$$

ist, so ergibt sich aus den vorstehenden Gleichungen:

$$w_{\frac{1}{2}} = -0{,}247 \pm i \cdot 0{,}782$$

$$w_{\frac{3}{4}} = -0{,}247 \pm i \cdot 10{,}84\,,$$

und damit

$$\nu = e^{-0{,}247\,t} \cdot [C_1 \cdot \cos(0{,}782\,t) + C_2 \cdot \sin \cdot (0{,}782\,t) + C_3 \cdot \cos(10{,}84\,t) + C_4 \cdot \sin(10{,}84\,t)]\,.$$

Die Konstanten C bestimmen sich in derselben Weise, wie es auf S. 80 gezeigt war. Das Ergebnis ist

$$\nu = e^{-0{,}247\,t} \cdot [-4{,}05 \cos(0{,}782\,t) + 5{,}795 \cdot \sin(0{,}782\,t) + 0{,}000039 \cos(10{,}84\,t) - 0{,}002911 \sin(10{,}84\,t)]\,.$$

Nach dieser Gleichung ist die n-Kurve in Fig. 37 gezeichnet. Auch hier ist die n_h-Kurve hinzugefügt, die ein Bild gibt von

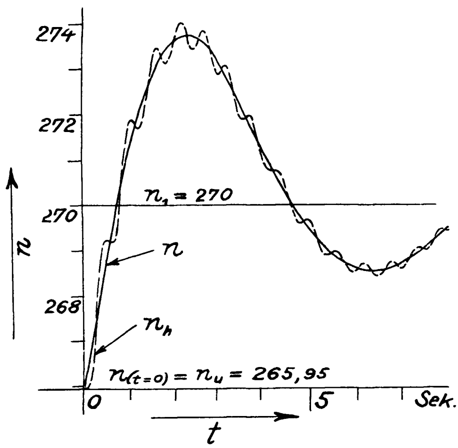


Fig. 37.

den Bewegungen der Reglerhülse. Die Ermittelung dieser Kurve erfolgt natürlich in der gleichen Weise wie für die n_h-Kurve in Fig. 35 (S. 81).

Wie Fig. 37 zeigt, erfolgt die Dämpfung der durch die Reglermassen hervorgerufenen Schwingungen im vorliegenden Falle zeitlich ebenso schnell wie die der Hauptschwingungen, obwohl die Kräfte, welche die Ölbremse der Bewegung der Reglerhülse entgegensetzt, sehr gering sind. Denn für den vorliegenden Fall ist β, d. h. die Kraft, welche von der Ölbremse auf die Reglerhülse bei einer Verschiebungsgeschwindigkeit derselben von 1 $msek.^{-1}$ ausgeübt wird, nur

$$\beta = \mu_r \cdot \frac{h_{max}}{T_1} = 1{,}95\,\mathrm{kgm}^{-1}\,\mathrm{sek.}^{-2} \cdot 0{,}494\,\mathrm{sek.}^{-1} = 0{,}962\,\mathrm{kgsekm}^{-1}\,.$$

Von Interesse ist noch der Fall, daß die Schwingungsdauer des Pendelreglers (T_t) übereinstimmt mit der der Regulierung (T_r). Nimmt man auch hier der leichteren Rechnung wegen an, daß

$$\frac{\beta}{\mu_r} = \frac{h_{max}}{T_1}$$

ist, so läßt sich die auf S. 78 angegebene Bedingung dafür, daß die reellen Bestandteile der Wurzeln in Gleichung 58) (S. 77) sämtlich negativ werden, auf folgende einfache Form bringen:

$$\left(\frac{h_{max}}{T_1}\right)^2 - \frac{6\pi^2}{T_r{}^2} > 0$$

oder, wenn man den Ausdruck für T_r einsetzt:

$$\delta > \frac{3}{4} \cdot 75 \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}} \cdot \frac{T_1}{h_{max}}\,.$$

Diese Stabilitätsbedingung läßt sich noch anders schreiben durch Einführung des Faktors K, welcher nach Gleichung 42) (S. 67) für das Verhältnis

$$\frac{\delta}{\sqrt{75 \cdot \dfrac{N_{max}}{\mathfrak{G}} \cdot \dfrac{\delta_1\, T_1}{h_{max}}}}$$

gesetzt wurde.

Im vorliegenden Falle war $\delta = \delta_1$ angenommen, so daß

$$K = \sqrt{\frac{\delta}{75 \cdot \dfrac{N_{max}}{\mathfrak{G}} \cdot \dfrac{T_1}{h_{max}}}}$$

wird.

Damit vereinfacht sich die Stabilitätsbedingung zu

$$K > \sqrt{\frac{3}{4}} \quad \text{oder} \quad K > 0{,}866.$$

Unter Vernachlässigung der Reglermassen ergab sich für diesen Wert von K nach den Untersuchungen auf S. 68 bereits eine sehr gute Dämpfung der Tourenschwingungen. Im gleichen Maß müssen auch die Eigenschwingungen des Pendelreglers an sich im vorliegenden Falle gedämpft sein, da die für die Dämpfung maßgebenden Koeffizienten in den Differentialgleichungen für die Regulierung $\left(\frac{h_{max}}{T_1}\right.$ in Gleichung 26) S. 57$\Big)$ und für den Pendelregler $\left(\frac{\beta}{\mu r}\right.$ in Gleichung 16) S. 44$\Big)$ einander gleich gesetzt waren. Daraus folgt, daß es auch in diesem Fall ($T_r = T_t$) noch möglich ist, eine Dämpfung der Tourenschwingungen zu erzielen, wenn sowohl diejenigen Faktoren sehr groß gemacht werden, welche maßgebend sind für die Dämpfung der Eigenschwingungen des Pendelreglers, als auch diejenigen, welche die Dämpfung der Eigenschwingungen der Regulierung bedingen. Da durch dieses Mittel aber gleichzeitig die Amplituden der Schwingungen stark vergrößert werden, so wird man nur im Notfalle dazu greifen. Praktisch läßt es sich fast in allen Fällen erreichen, daß die Schwingungsdauer des Reglers klein wird im Verhältnis zu der der Regulierung, selbst wenn die Schwungmassen und die relative Schlußzeit sehr klein gewählt werden. Man muß dann aber Federregler von kleinem Hube, großer Energie, großem Ungleichförmigkeitsgrad und möglichst geringen Massen verwenden. In den meisten Fällen wird es nicht nötig sein, eine Ölbremse auszuführen. Ist man aber doch dazu gezwungen, so ist es zweckmäßig, dieselbe nur so einzustellen, daß eine mäßige Dämpfung der Hülsenschwingungen eintritt, nicht aber derart, daß die Eigenschwingungen des Pendelreglers ganz unterdrückt werden.

Die vorstehenden Entwickelungen gelten streng nur für den Fall, daß $\delta_1 = \delta$ ist, und daß eine Rückführung nach dem Schema der Fig. 5 (S. 14) vorliegt. Für die Rückführungen, welche zum Ausschalten des Servomotors ein Zurückgehen der Reglerhülse in ihre Mittellage verlangen, ist der Einfluß der Massen des Reglers etwas ungünstiger als für den vorstehend behandelten Fall. Das zeigt sich darin, daß die Grenzen, innerhalb derer ein stabiler Zustand der Regulierung möglich ist, etwas enger gerückt werden; doch soll hierauf nicht weiter eingegangen werden, da man doch stets Regulatoren ausführen wird, die mit voller Sicherheit eine gute Stabilität ergeben, und hierfür gilt ganz allgemein die Bedingung, gleichgültig, wie die Rückführung angeordnet ist, daß die Eigenschwingungsdauer des Pendelreglers klein sein muß gegenüber derjenigen der Regulierung.

C. Der Reguliervorgang für hintereinander geschaltete Servomotoren mit veränderlicher Reguliergeschwindigkeit.

Der Vorgang, wie er bisher behandelt wurde, erleidet noch eine wesentliche Änderung, wenn die Verstellung des Steuerorgans nicht direkt vom Pendelregler aus, sondern durch Vermittelung eines zweiten Servomotors geschieht. Man könnte diesen zweiten Servomotor mit konstanter oder veränderlicher Reguliergeschwindigkeit ausführen, in gleicher Weise wie den Hauptservomotor. Praktisch kommt nur der letztere Fall in Frage, wobei die Reguliergeschwindigkeit sich proportional dem Wege ändert, um welchen das Steuerorgan des zweiten Servomotors aus der Mittellage verschoben wird. Sehr wichtig ist aber, daß auch der zweite Servomotor mit korrekter Rückführung versehen ist, da sich sonst ein stabiler Zustand der Regulierung nicht erzielen läßt.

1. Allgemeine Grundgleichungen.

Die Rückführungen für die beiden Steuerorgane lassen sich in verschiedener Weise aus den Bewegungen der Servomotoren ableiten. Die Rückführung des Steuerorgans am zweiten Servomotor kann sowohl vom ersten wie vom zweiten Servomotor aus geschehen. Der allgemeinste Fall ist der, daß beides zugleich vorgesehen wird, sodaß die Stellung dieses Steuerorgans abhängig ist von 3 Werten, nämlich der Stellung der Reglerhülse und der Stellung beider Servomotoren. Das Steuerorgan des ersten Servomotors muß vom zweiten Servomotor aus verstellt werden, man kann aber die Lage dieses Steuerorgans auch noch gleichzeitig abhängig machen von der des ersten Servomotors. Damit ergibt sich als allgemeinster Fall für die Anordnung der Rückführung die Kombination, welche in Fig. 38 dargestellt ist. In dieser Figur bezeichnet T den Pendelregler, M_1 den Hauptservomotor, M_2 den zweiten Servomotor, S_1 und S_2 die zugehörigen Steuerorgane.

Für die Untersuchung des Reguliervorganges sollen wieder alle die Annahmen gemacht werden, welche auf S. 19 in den Voraussetzungen 1—4 angegeben sind, auch sollen, soweit es möglich ist, die gleichen Bezeichnungen beibehalten werden

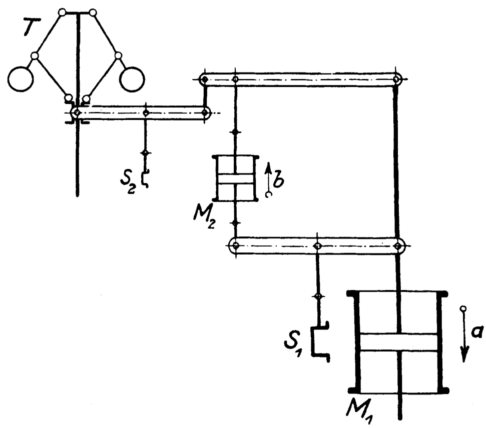


Fig. 38.

wie bei den früheren Untersuchungen. Daneben sind einige Bezeichnungen neu einzuführen, nämlich:

a die Verschiebung des mit dem Leitapparat verbundenen Stellorgans am Hauptservomotor,

b die Verschiebung des Stellorgans am zweiten Servomotor.

Man erkennt leicht, daß für den Beharrungszustand, bei welchem ja die Steuerorgane in Mittellage stehen müssen, zu jeder Stellung des Hauptservomotors eine bestimmte Stellung des zweiten Servomotors und eine bestimmte Stellung der Hülse gehört. Damit ist auch die Tourenzahl für jede Belastung festgelegt. Die Werte a und b sollen von denjenigen Lagen aus gerechnet werden, welche dem Leerlauf der Turbine, d. h. dem Moment $\mathfrak{M} = 0$ entsprechen. a_{max} und b_{max} seien die

Werte, welche a und b bei voller Belastung der Turbine ($\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_{max}$) annehmen. Zwischen der Verschiebung a und dem Moment $\mathfrak{M}$ werde wieder Proportionalität vorausgesetzt, so daß geschrieben werden kann

$$\mathfrak{M} = \alpha a \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 61)$$

α ist hierbei ein konstanter Koeffizient, der sich einfach bestimmt zu $\alpha = \frac{\mathfrak{M}_{max}}{a_{max}}$.

Die sekundliche Zunahme der Tourenzahl ist wieder durch Gleichung 5) (S. 20) darzustellen:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{30}{\pi L} \cdot (\mathfrak{M} - \mathfrak{M}_1) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 62)$$

Unter $\mathfrak{n}$ werde jetzt diejenige Tourenzahl verstanden, bei welcher das Steuerorgan S_2 sich in Mittellage befinden muß, bei welcher also die Reguliergeschwindigkeit des zweiten Servomotors $= 0$ ist. Der Wert $\mathfrak{n}$ hängt ab von der Stellung der beiden Servomotoren, also von den Größen a und b. Diese Abhängigkeit ist auszudrücken durch die Gleichung:

$$\mathfrak{n} = n_0 - c_1 \cdot a - c_2 \cdot b \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 63)$$

Hierin sind c_1 und c_2 Konstanten, die durch die Längenverhältnisse der Regulatorhebel und durch die Größen a_{max} und b_{max}, also jedenfalls durch Konstruktionswerte festgelegt sind. n_o ist in der Gleichung 63) wieder die Tourenzahl, welche die Turbine bei Leerlauf annimmt, da a und b in diesem Falle 0 werden. Für volle Belastung nimmt die Tourenzahl $\mathfrak{n}$ den kleinsten Wert n_u an, die Gleichung 63) schreibt sich für diesen Fall

$$n_u = n_o - c_1 \cdot a_{max} - c_2 \cdot b_{max}.$$

Da der Wert $\frac{n_o - n_u}{n_m}$ den Ungleichförmigkeitsgrad δ der Regulierung darstellt, ergibt sich also für die Konstanten c_1 und c_2 die Beziehung:

$$c_1 \cdot a_{max} + c_2 \cdot b_{max} = \delta \cdot n_m \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 64)$$

Nun werde als relative Schlußzeit T_2 für den zweiten Servomotor diejenige Zeit bezeichnet, welche zur Verschiebung des Stellorgans von $b = 0$ auf $b = b_{max}$ nötig ist, wenn das Steuerorgan während dieser Zeit aus seiner Mittellage um eine konstante Strecke entfernt ist, die durch eine Verschiebung der Reglerhülse um die Maßeinheit hervorgebracht werden kann. Dann ist die Reguliergeschwindigkeit des zweiten Servomotors folgendermaßen auszudrücken:

$$\frac{db}{dt} = -\frac{b_{max}}{T_2} \cdot \frac{n - \mathfrak{n}}{\delta_1 \cdot n_m} \cdot h_{max} \quad \ldots \ldots \quad 65)$$

Diese Gleichung tritt an die Stelle der Gleichung 25) (S. 56), welche für den einfachen Servomotor abgeleitet war.

Für den Hauptservomotor hängt die Reguliergeschwindigkeit von den Werten b und a ab. Als relative Schlußzeit T_1 werde diejenige Zeit bezeichnet, in welcher eine Verstellung desselben von $a = 0$ auf $a = a_{max}$ erfolgt, wenn während dieser Zeit das Steuerorgan S_1 um eine konstante Strecke aus seiner Mittellage entfernt ist, die einer Verschiebung b des Stellorgans am zweiten Servomotor um die Maßeinheit entspricht. Damit ergibt sich die Gleichung:

$$\frac{da}{dt} = \frac{a_{max}}{T_1} \cdot [b - c_3 \cdot a] \quad \ldots \ldots \ldots \quad 66)$$

c_3 ist wieder ein Koeffizient, der durch Konstruktionswerte festgelegt ist. Welche Bedeutung dieser Koeffizient hat, erkennt man leicht, wenn man die Gleichung für den Beharrungszustand bei größter Belastung anwendet. Für diesen Fall muß nämlich $\frac{da}{dt} = 0$, $b = b_{max}$, $a = a_{max}$ sein. Daher ist

$$c_3 = \frac{b_{max}}{a_{max}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 67)$$

Die Gleichungen 61), 62), 63), 65), 66) lassen sich leicht zusammenziehen zu

$$\frac{d^3 n}{dt^3} + \left[\frac{c_3 \cdot a_{max}}{T_1} + \frac{c_2 h_{max}}{\delta_1 n_m} \cdot \frac{b_{max}}{T_2}\right] \cdot \frac{d^2 n}{dt^2}$$

$$+ \frac{h_{max}}{\delta_1 n_m} \cdot (c_1 + c_2 c_3) \cdot \frac{a_{max}}{T_1} \cdot \frac{b_{max}}{T_2} \cdot \frac{dn}{dt}$$

$$+ \frac{h_{max}}{\delta_1} \cdot \frac{1}{T_1} \cdot \frac{b_{max}}{T_2} \cdot \frac{30\, \mathfrak{M}_{max}}{\pi L n_m} \cdot \left[n - n_0 + (c_1 + c_2 c_3) \frac{\mathfrak{M}_1}{\alpha}\right] = 0. \quad 68)$$

Der Wert $\frac{30\,\mathfrak{M}_{max}}{\pi\, L\, n_m}$ kann nach Gleichung 11) (S. 27) ersetzt werden durch $\frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}}$.

Für Beharrungszustand müssen die Differentialquotienten von n verschwinden. Für diesen Fall geht der Wert n in den konstanten Wert n_1 über, welcher dem Moment $\mathfrak{M}_1$ entspricht. Aus der vorstehenden Gleichung 68) ergibt sich dieser Wert zu

$$n_1 = n_0 - (c_1 + c_2\, c_3) \cdot \frac{\mathfrak{M}_1}{\alpha}.$$

Ebenso wie bei den früheren Untersuchungen läßt sich der Wert n_1 ausdrücken durch den Ungleichförmigkeitsgrad δ der Regulierung:

$$n_1 = n_0 - \delta \cdot \frac{\mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m .$$

Da die beiden Ausdrücke für n_1 identisch sein müssen, so entsteht:

$$c_1 + c_2\, c_3 = \frac{\delta \cdot n_m}{a_{max}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 69)$$

Diese Beziehung geht übrigens auch durch die Kombination der Gleichungen 64) und 67) hervor.

Wird schließlich für den Unterschied $n - n_1$ wieder der Wert ν eingeführt, so läßt sich die Gleichung 68) schreiben:

$$\frac{d^3\nu}{dt^3} + \left[c_3 \cdot \frac{a_{max}}{T_1} + c_2 \cdot \frac{h_{max}}{\delta_1\, n_m} \cdot \frac{b_{max}}{T_2}\right] \cdot \frac{d^2\nu}{dt^2}$$

$$+ \delta \cdot \frac{h_{max}}{\delta_1} \cdot \frac{1}{T_1} \cdot \frac{b_{max}}{T_2} \cdot \frac{d\nu}{dt} + \frac{h_{max}}{\delta_1} \cdot \frac{1}{T_1} \cdot \frac{b_{max}}{T_2} \cdot \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}} \cdot \nu = 0. \quad 70)$$

Die Integration dieser Gleichung ergibt

$$\nu = C_1 \cdot e^{w_1 t} + C_2 \cdot e^{w_2 t} + C_3 \cdot e^{w_3 t}, \quad \ldots\ldots \quad 71)$$

wobei die Werte w_1, w_2, w_3 die Wurzeln der Gleichung 3. Grades sind:

$$w^3 + \left[c_3 \cdot \frac{a_{max}}{T_1} + c_2 \cdot \frac{h_{max}}{\delta_1\, n_m} \cdot \frac{b_{max}}{T_2}\right] \cdot w^2$$

$$+ \delta \cdot \frac{h_{max}}{\delta_1} \cdot \frac{1}{T_1} \cdot \frac{b_{max}}{T_2} \cdot w + \frac{h_{max}}{\delta_1} \cdot \frac{1}{T_1} \cdot \frac{b_{max}}{T_2} \cdot \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}} = 0 . \quad 72)$$

Die Konstanten der Gleichung 71) ergeben sich wieder aus den Anfangsbedingungen. Wenn eine plötzliche Belastungsänderung von $\mathfrak{M}_0$ auf $\mathfrak{M}_1$ vorliegt, so müssen, falls die Zeitwerte t von dem Zeitpunkt aus gezählt werden, in welchem die Belastungsänderung erfolgt, die Beziehungen erfüllt sein:

$$\left.\begin{aligned} \nu_{(t=0)} &= -\delta \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m , \\ \frac{d\nu}{dt}_{(t=0)} &= \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}} \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m , \\ \frac{d^2\nu}{dt^2}_{(t=0)} &= 0. \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; 73)$$

Man erkennt leicht, daß wieder die Konstanten proportional der Belastungsänderung $\frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}}$ sind.

Die Gleichung 71) stellt einen aperiodischen Übergang der Tourenzahl ν in den Wert 0, und damit der Tourenzahl n in den Wert n_1 dar, falls die drei Wurzeln w negativ und reell sind. Sind zwei dieser Wurzeln imaginär, so treten wieder Schwingungen von konstanter Schwingungsdauer auf. Für die Stabilität der Regulierung ist wieder die Bedingung zu erfüllen, daß die reellen Wurzeln der Gleichung, resp. die reellen Bestandteile komplexer Wurzeln, negativ sind. Das ist für die Gleichungen 3. Grades der Fall, wenn in der allgemeinen Gleichung von der Form

$$a\,w^3 + b \cdot w^2 + c\,w + d = 0$$

alle Koeffizienten, sowie der Ausdruck

$$b\,c - a\,d$$

positiv sind. Die erste Bedingung ist bei richtiger Anordnung der Rückführung stets erfüllt; die zweite ergibt die Beziehung:

$$c_3 \cdot \frac{a_{max}}{T_1} + c_2 \cdot \frac{h_{max}}{\delta_1\, n_m} \cdot \frac{b_{max}}{T_2} > \frac{1}{\delta} \cdot \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}} \quad . \; 74)$$

Die Stabilität der Regulierung wird um so mehr gesichert sein, d. h. die auftretenden Schwingungen werden um so stärker gedämpft sein, je größer die linke Seite der Ungleichung 74) gegenüber der rechten ist.

2. Spezielle Anordnungen der Rückführung.

Es ist nun nicht notwendig, die Rückführungen in der komplizierten Weise durchzubilden, wie Fig. 38 (S. 92) zeigt. Es ergeben sich auch brauchbare Regulierungen, wenn man die Anordnungen dahin vereinfacht, daß einer der Koeffizienten c_1, c_2, c_3 aus den Gleichungen verschwindet. Hiernach sind 3 Fälle möglich.

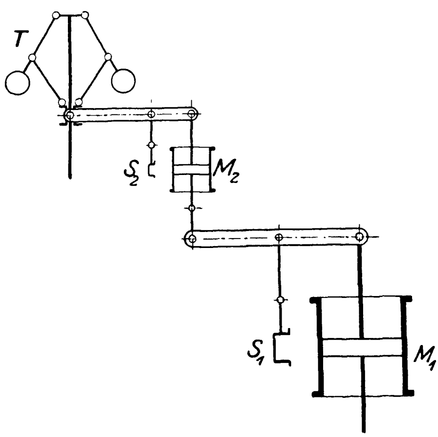


Fig. 39.

1. Fall. Wird $c_1 = 0$ gesetzt, so bestimmt sich nach Gleichung 64 (S. 93)

$$c_2 = \frac{\delta \cdot n_m}{b_{max}},$$

während nach Gleichung 67) (S. 94)

$$c_3 = \frac{b_{max}}{a_{max}}$$

ist. c_2 darf in diesem Fall nicht 0 werden, weil dadurch δ und damit die Vorzahl von $\frac{d\nu}{dt}$ in Gleichung 70) zu 0 würde. Aus demselben Grunde muß auch $c_3 > 0$ sein. Die Art und Weise, in welcher sich die Anordnung vereinfacht, ist aus Fig. 39 ersichtlich. Der Unterschied gegen die frühere allgemeine Anordnung besteht darin, daß die Abhängigkeit der Stellung des zweiten Steuerorgans S_2 von der Stellung des ersten Servomotors M_1 nicht mehr vorhanden ist. Die Beziehung 74) (S. 96), welche für Stabilität der Regulierung erfüllt sein muß, schreibt sich in diesem Fall

$$\frac{b_{max}}{T_1} + \frac{\delta}{\delta_1} \cdot \frac{h_{max}}{T_2} > \frac{1}{\delta} \cdot \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}} \quad \ldots \ldots \quad 75)$$

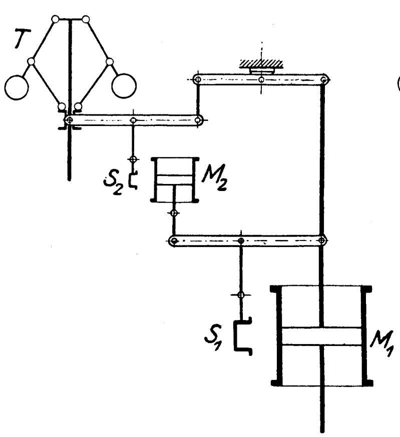


Fig. 40.

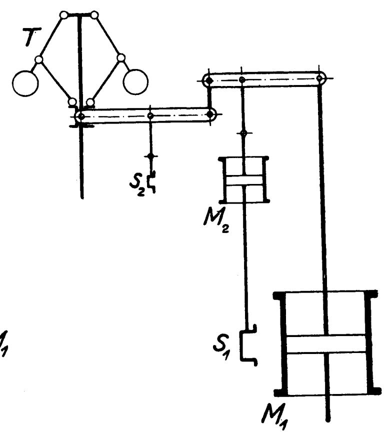


Fig. 41.

2. Fall. Setzt man $c_2 = 0$, so darf sowohl c_1 als auch c_3 nicht 0 werden, damit die Regulierung stabil bleibt. Es wird in diesem Fall nach Gleichung 64) (S. 93)

$$c_1 = \frac{\delta \cdot n_m}{a_{max}}$$

und nach Gleichung 67) (S. 94)

$$c_3 = \frac{b_{max}}{a_{max}}.$$

Die hier entstehende Anordnung ist in Fig. 40 gezeichnet. Die Stabilitätsbedingung wird für diesen Fall

$$\frac{b_{max}}{T_1} > \frac{1}{\delta} \cdot \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 76)$$

3. Fall. Für $c_3 = 0$ vereinfacht sich die Anordnung in der Weise, wie es Fig. 41 zeigt. Auch in diesem Fall dürfen die beiden andern Werte c_1 und c_2 nicht zu 0 werden, und zwar c_1 deshalb nicht, weil dadurch nach Gleichung 69) (S. 95) δ auch zu 0 würde; für $c_2 = 0$ würde die Vorzahl von $\frac{d^2\nu}{dt^2}$ in Gleichung 70) (S. 95) verschwinden. c_1 bestimmt sich aus Gleichung 69) zu

$$c_1 = \frac{\delta \cdot n_m}{a_{max}}.$$

b_{max} wird in diesem Fall zu 0, wie man aus Fig. 41 erkennen kann; denn für Beharrungszustand muß das Steuerorgan S_1 in seiner Mittellage stehen, und daher ergibt sich für den Beharrungszustand bei allen Belastungen die gleiche Stellung des Servomotors M_2. Der Wert b_{max} tritt nun als Faktor bei den Vorzahlen in Gleichung 70) (S. 95) auf. Diese Vorzahlen werden dadurch aber nicht zu 0, weil b_{max} stets in Verbindung mit T_2 in der Form $\frac{b_{max}}{T_2}$ vorkommt, und dieses Verhältnis verschwindet nicht, es bedeutet die Reguliergeschwindigkeit des zweiten Servomotors bei einer Verschiebung des Steuerorgans, die einem Hube der Reglerhülse um die Maßeinheit entspricht.

Für c_2 liefert die Gleichung 64) (S. 93) die unbestimmte Form $\frac{0}{0}$. Das besagt, daß in diesem Fall der Wert c_2 noch nicht durch die Werte a_{max}, b_{max}, δ festgelegt ist, man kann vielmehr noch frei über denselben verfügen.

Die Bedingung dafür, daß die Regulierung stabil ist, wird

$$c_2 \cdot \frac{h_{max}}{\delta_1 \cdot n_m} \cdot \frac{b_{max}}{T_2} > \frac{1}{\delta} \cdot \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}} \quad . \; . \; . \; . \quad 77)$$

Bei allen Methoden der Rückführung, welche vorstehend beschrieben sind, wird der Reguliervorgang durch dieselbe Differentialgleichung 3. Ordnung (Gleichung 70) dargestellt. Unterschiede treten für die einzelnen Anordnungen nur auf in der Vorzahl von $\frac{d^2\nu}{dt^2}$. Diese Vorzahl ist, wie im folgenden gezeigt wird, von Einfluß auf die Dämpfung der entstehenden Schwingungen. Sie möge als Dämpfungsglied D bezeichnet werden.

3. Einfluß des Dämpfungsgliedes.

Um den Einfluß der Größe des Dämpfungsgliedes auf den Reguliervorgang näher zu untersuchen, werde die Regulierkurve für ein bestimmtes Beispiel mit verschiedenen Werten D ermittelt. Es sollen bei diesem Beispiel, soweit es möglich ist, dieselben Werte zugrunde gelegt werden, welche bereits bei den früheren Zahlenrechnungen benutzt wurden, nämlich

$$\begin{aligned} N_{max} &= 100 \text{ PS.} \\ n_m &= 270 \text{ Umdr. p. Min.} \\ \delta = \delta_1 &= 0{,}03 \\ \mathfrak{E} &= 91\,800 \text{ mkg} \\ h_{max} &= 66 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Ferner ist angenommen

$$\begin{aligned} \frac{b_{max}}{T_2} &= 3{,}3 \text{ sek}^{-1} \\ T_1 &= 0{,}03 \text{ sekm} = 3 \text{ sekcm.} \end{aligned}$$

Vorausgesetzt wurde wieder eine plötzliche Entlastung von $\mathfrak{M}_{max}$ auf $^1/_2\, \mathfrak{M}_{max}$.

Die Einsetzung der vorstehenden Zahlen in Gleichung 70) (S. 95) liefert

$$\frac{d^3\nu}{dt^3} + D \cdot \frac{d^2\nu}{dt^2} + 7{,}26 \cdot \frac{d\nu}{dt} + 9{,}89\,\nu = 0\,.$$

Die Bedingung für die Stabilität wird

$$\begin{aligned} D &> \frac{1}{\delta} \cdot \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}} \\ D &> 1{,}363\,. \end{aligned}$$

Die Konstanten bestimmen sich aus den Gleichungen 73), die sich für diesen Fall schreiben:

$$\begin{aligned} \nu_{(t=0)} &= -4{,}05 \\ \frac{d\nu}{dt}_{(t=0)} &= +5{,}50 \\ \frac{d^2\nu}{dt^2}_{(t=0)} &= 0\,. \end{aligned}$$

Die Rechnung wurde durchgeführt für vier verschiedene Werte des Dämpfungsgliedes D. Es ergibt sich für

$$D = 1{,}363 \text{ (Grenzfall für die Stabilitätsbedingung)}$$
$$\nu = -3{,}23 \cdot e^{-1{,}363\,t} - 0{,}8245 \cos(2{,}696\,t) + 0{,}4085 \sin(2{,}696\,t)$$

$$D = 2{,}20$$
$$\nu = -2{,}81 \cdot e^{-1{,}578\,t} + e^{-0{,}311\,t}\,[-1{,}24 \cos(2{,}481\,t) + 0{,}271 \sin(2{,}481\,t)]$$

$$D = 5{,}50$$
$$\nu = -0{,}410 \cdot e^{-4{,}34\,t} + e^{-0{,}56\,t}\,[-3{,}64 \cos(1{,}393\,t) + 1{,}155 \sin(1{,}393\,t)]$$

$$D = 10{,}63$$
$$\nu = -0{,}00513\, e^{-10{,}0\,t} + e^{-0{,}3135\,t}\,[-4{,}045 \cos(0{,}944\,t) + 4{,}182 \sin(0{,}944\,t)].$$

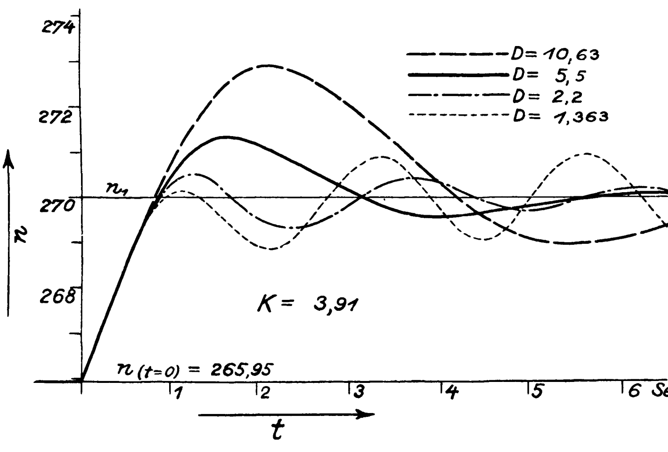


Fig. 42.

Nach diesen Gleichungen sind die Kurven in Fig. 42 gezeichnet. Für den Grenzfall der Stabilitätsbedingung (D = 1,363) ergeben sich andauernde Schwingungen mit konstanten Amplituden. Mit zunehmendem Werte D wird das erste Maximum der n-Kurve vergrößert. Gleichzeitig tritt zunehmende Dämpfung ein, und die Schwingungsdauer wird schnell größer. Für den größten Wert D (= 10,63) ist aber nach Ausweis der Fig. 42 die Dämpfung bereits etwas ungünstiger als für den vorhergehenden

Wert $D = 5{,}5$. Es gibt daher offenbar einen günstigsten Wert D, der gleichzeitig die Forderung möglichst geringer Tourenüberschreitung und guter Dämpfung erfüllt. Eine zahlenmäßige Festlegung dieses günstigsten Wertes D dürfte in allgemeiner Form nicht möglich sein; für das vorliegende Beispiel ist dieser Wert nur das 2—3fache desjenigen Wertes D, der die Stabilitätsbedingung [Gleichung 74), S. 96] gerade erfüllt.

4. Konstruktive Durchbildung der Rückführung zur Erzielung einstellbarer Dämpfung.

Für praktische Ausführungen lassen sich leicht Anordnungen treffen, durch welche man nachträglich die Dämpfung beliebig einstellen kann, ohne daß dabei eine der anderen Größen, die für den Reguliervorgang maßgebend sind, eine

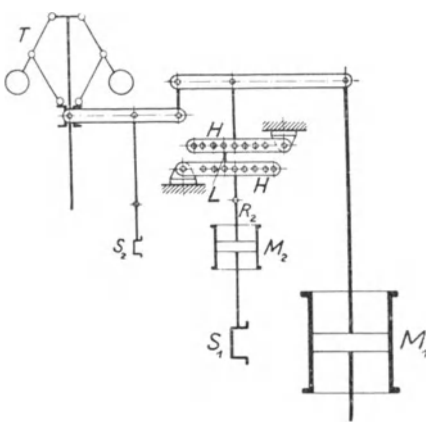


Fig. 43.

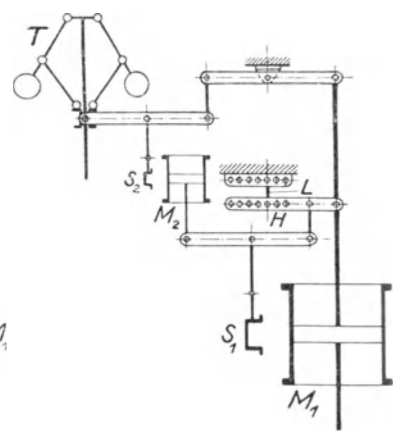


Fig. 44.

Änderung erfährt. Es war bei der Behandlung des 3. Falles der vereinfachten Rückführungen (Fig. 41, S. 98) bereits gesagt worden, daß der Faktor c_2 in der Vorzahl von $\frac{d^2\nu}{dt^2}$ [Gleichung 70), S. 95] noch nicht durch die übrigen Daten der Regulierung bestimmt ist. Hier läßt sich in einfacher Weise eine Änderung des Faktors c_2 und damit der Dämpfung erreichen, wenn man die vom zweiten Servomotor abgeleitete Rückführung des zweiten Steuerorgans veränderlich macht. Das kann beispielsweise geschehen durch eine Anordnung nach dem Schema der Fig. 43. Die Rückführungsstange R_2 ist dabei unterbrochen, die beiden Enden sind angeschlossen an je einen einseitig festgelagerten Hebel H. Die beiden Hebel sind verbunden durch einen Lenker L, dessen Lage leicht geändert werden kann. Durch eine derartige Anordnung hat man es in der Hand, am fertigen Regulator durch Ausprobieren die günstigste Einstellung der Dämpfung zu erzielen.

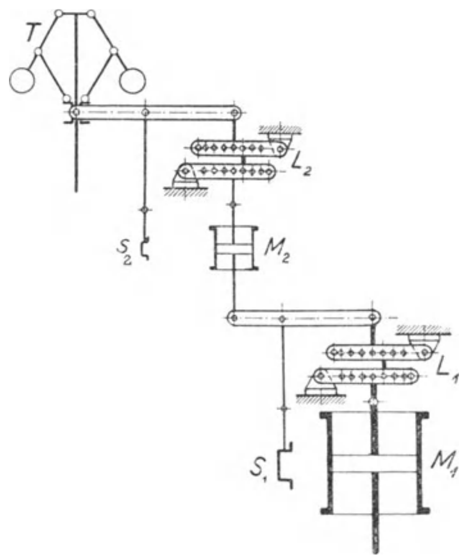


Fig. 45.

Für den 2. Fall der vereinfachten Rückführungen (Fig. 40, S. 98) erreicht man denselben Zweck dadurch, daß man den Wert b_{max} veränderlich macht, der ja nach Gleichung 76) (S. 98) maßgebend ist für die Dämpfung. Gleichzeitig muß auch T_2 geändert werden, damit die Reguliergeschwindigkeit des zweiten Servomotors $\frac{b_{max}}{T_2}$ keine Änderung erfährt. Als Beispiel für eine derartige Anordnung ist das Schema in Fig. 44 gezeichnet. Auch hier läßt sich die Veränderung der Dämpfung dadurch erzielen, daß ein Lenker L an verschiedenen Stellen des Hebels H angebracht wird.

Die als 1. Fall bezeichnete Anordnung (Fig. 39, S. 97) läßt nicht eine ebenso einfache Konstruktion für veränderliche Dämpfung zu wie die beiden vorher behandelten Rückführungen. Wie Gleichung 75) (S. 98) erkennen läßt, ist auch hier b_{max} veränderlich zu machen, wenn dieser Zweck erreicht werden soll. Daraus ergibt sich die in Fig. 45 gezeichnete Anordnung. Hier sind beide Rückführungsstangen unterbrochen und Hebel und Lenker (L_1 und L_2) in der gleichen Weise zwischengeschaltet wie bei der in Fig. 43 (S. 102) skizzierten Anordnung. Durch Verstellung des Lenkers L_1 wird eine Veränderung von b_{max} erzielt. Dadurch ändert sich aber gleichzeitig der Ungleichförmigkeitsgrad δ der Regulierung, da die zu den einzelnen Stellungen des Servomotors M_1 für den Beharrungszustand gehörenden Hülsenlagen andere werden. Um diesen unerwünschten Einfluß wieder zu kompensieren, ist der zweite Lenker L_2 angebracht, bei dessen Verstellung allein der Wert δ geändert wird.

5. Einfluß der Schwungmassen, des Ungleichförmigkeitsgrades der Regulierung und des Pendelreglers, und der Reguliergeschwindigkeit.

Nachdem der Einfluß des Dämpfungsgliedes D festgelegt ist, ist es nun erforderlich, den Einfluß aller übrigen Daten der Regulierung festzustellen, um Grundlagen zu gewinnen für den Entwurf eines Regulators. Zu diesem Zweck soll für das behandelte Beispiel untersucht werden, wie der Reguliervorgang sich ändert, wenn einzelne von den Daten der Regulierung geändert werden. Um ein klares Bild zu gewinnen, müßte man in jedem Fall das Dämpfungsglied D so wählen, daß möglichst günstige Regulierkurven entstehen. Dadurch würde sich aber die Untersuchung außerordentlich umfangreich gestalten. Es ist deshalb auf diesen Weg verzichtet worden; alle Kurven bei den folgenden Betrachtungen sind vielmehr berechnet für einen solchen Wert D, der der Grenzbedingung der Stabilität entspricht, der also andauernde Schwingungen mit konstanten Amplituden gibt. Einmal scheinen diese Grenzkurven nicht allzusehr abzuweichen von den Kurven günstigster Dämpfung, wenigstens in bezug auf die Größe des ersten Tourenmaximums und die Schwingungsdauer, sodaß sie auch einen Anhalt geben für den Kurvenverlauf bei günstigster Dämpfung, und dann gestaltet sich die Berechnung und Aufzeichnung für diesen Fall besonders einfach.

Die zu lösende Gleichung 72) (S. 95) hat die Form

$$w^3 + D\,w^2 + k_1\,w + k_0 = 0\,.$$

k_1 und k_0 sind hier der kürzeren Schreibweise wegen an die Stelle der entsprechenden Koeffizienten in Gleichung 72) gesetzt.

Für die Grenzbedingung der Stabilität muß sein:

$$D = \frac{k_0}{k_1}.$$

Führt man diesen Wert ein, so kann man die Gleichung auch schreiben:

$$w^2 \frac{k_1 w + k_0}{k_1} + k_1 w + k_0 = 0.$$

Hieraus erkennt man, daß die drei Wurzeln der Gleichung folgende Werte haben:

$$w_1 = -\frac{k_0}{k_1} = -D$$

$$w_{\frac{2}{3}} = \pm i \sqrt{k_1}.$$

Daher entsteht für die n-Kurve die Gleichung:

$$\nu = C_1 \cdot e^{-Dt} + C_2 \cdot \cos(\sqrt{k_1}\, t) + C_3 \cdot \sin(\sqrt{k_1}\, t).$$

Die Bestimmung der Konstanten geschieht nach den Gleichungen 73) auf S. 96.

a) Einfluß der Schwungmassen. Die Schwungmassen sind proportional dem Wert $\mathfrak{E}$. Fig. 46 zeigt außer der bereits in Fig. 42 (S. 101) gebrachten Grenzkurve je eine Kurve für den doppelten und für den halben Wert von $\mathfrak{E}$, also für doppelte und halbe Schwungmasse. Die Einsetzung der Zahlenwerte in die allgemeine Gleichung liefert

für doppelte Schwungmasse:

$$w^3 + 0{,}682\, w^2 + 7{,}26\, w + 4{,}95 = 0$$

$$\nu = -3{,}807 \cdot e^{-0{,}682\, t} - 0{,}244 \cos(2{,}696\, t) + 0{,}0575 \sin(2{,}696\, t),$$

für halbe Schwungmasse:

$$w^3 + 2{,}73\, w^2 + 7{,}26\, w + 19{,}78 = 0$$

$$\nu = -1{,}996 \cdot e^{-2{,}73\, t} - 2{,}050 \cdot \cos(2{,}696\, t) + 2{,}060 \sin(2{,}696\, t).$$

Die nach diesen Gleichungen gezeichneten Kurven lehren, daß eine Verkleinerung der Schwungmasse auf den halben

Wert den Vorgang ganz bedeutend verschlechtert, während eine Vergrößerung auf das Doppelte eine Kurve liefert, die bei geringer Dämpfung einen fast schwingungslosen Übergang der Tourenzahl auf den Wert n_1 gibt. Die Schwingungsdauer wird durch die Größe der Schwungmassen nicht beeinflußt.

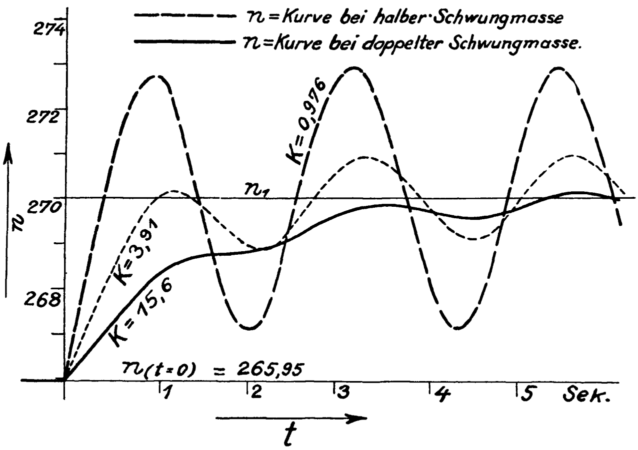


Fig. 46.

b) Einfluß von δ. Eine Änderung des Ungleichförmigkeitsgrades δ läßt sich durch Veränderung der auf das Steuerorgan S_2 wirkenden Rückführung erzielen, wie beispielsweise bei der in Fig. 45 (S. 103) gezeichneten Anordnung durch Verstellung des Lenkers L_2. Für das berechnete Beispiel war δ zu 3 % angenommen. Außer der hierfür gültigen Grenzkurve ist in Fig. 47 noch die Kurve für den doppelten und den halben Wert von δ eingetragen. In diesem Fall entstehen folgende Gleichungen:

Für $\delta = 6\,\%$

$$w^3 + 0{,}682\,w^2 + 14{,}52\,w + 9{,}89 = 0$$

$$\nu = -7{,}85 \cdot e^{-0{,}682\,t} - 0{,}2511 \cos(3{,}81\,t) + 0{,}0394 \cdot \sin(3{,}81\,t),$$

und für $\delta = 1{,}5\,\%$

$$w^3 + 2{,}73\,w^2 + 3{,}63\,w + 4{,}95 = 0$$

$$\nu = -0{,}665 \cdot e^{-2{,}73\,t} - 1{,}362 \cos(1{,}905\,t) + 1{,}938 \sin(1{,}905\,t).$$

Wegen der Verschiedenheit von δ ist auch der Wert $\nu_{(t=0)}$, der sich aus den Gleichungen 73) (S. 96) bestimmt, für die drei Fälle ein anderer. Dieser Wert ist identisch mit $n_1 - n_{(t=0)}$. Um eine bequeme Übersicht zu gestatten, wurde $n_{(t=0)}$ für alle drei Fälle gleich angenommen, so daß die Werte n_1 verschieden werden.

Aus der Figur 47 ist ersichtlich, daß eine Vergrößerung von δ in noch günstigerer Weise auf den Charakter der Regulierkurve einwirkt wie eine entsprechende Vergrößerung der Schwungmassen. Aber die absoluten Beträge der Tourenabweichungen nehmen mit größerem Werte δ auch zu. Die Schwingungsdauer nimmt mit wachsendem δ ab.

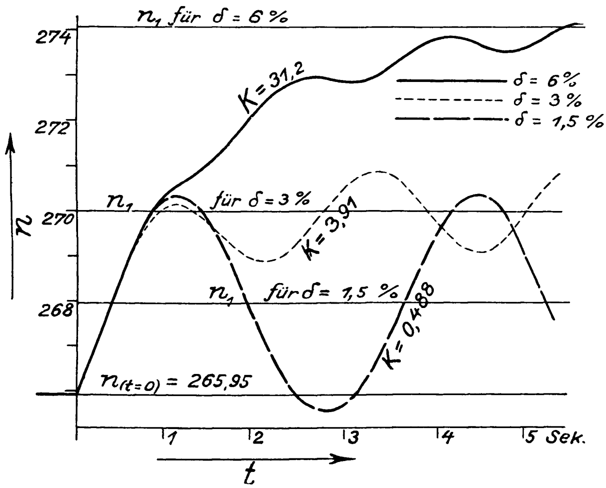


Fig. 47.

c) Einfluß einer gleichzeitigen Anderung von δ und δ_1. Eine solche Änderung läßt sich erzielen, wenn bei den in den Figuren 39—41 (S. 97) resp. 43—45 (S. 102) skizzierten Rückführungsanordnungen eine Änderung des Ungleichförmigkeitsgrades δ_1 des Pendelreglers vorgenommen wird. Eine solche ist bei den gebräuchlichen Federreglern meist durch Änderung der Federspannung möglich. Dadurch ändert sich, wie man leicht erkennen kann, bei diesen Rückführungen gleichzeitig der Ungleichförmigkeitsgrad δ der Regulierung.

In Fig. 48 sind außer der Kurve für $\delta = \delta_1 = 3\,\%$ noch die Kurven für den doppelten und halben Wert eingetragen. Die Gleichungen sind

für $\delta = \delta_1 = 6\,\%$

$$w^3 + 0{,}682\,w^2 + 7{,}26\,w + 4{,}95 = 0$$

$$\nu = -7{,}614 \cdot e^{-0{,}682\,t} - 0{,}488 \cos(2{,}696\,t) + 0{,}115 \sin(2{,}696\,t),$$

für $\delta = \delta_1 = 1{,}5\,\%$

$$w^3 + 2{,}73\,w^2 + 7{,}26\,w + 19{,}78 = 0$$

$$\nu = -0{,}998 \cdot e^{-2{,}73\,t} - 1{,}025 \cos(2{,}696\,t) + 1{,}030 \sin(2{,}696\,t).$$

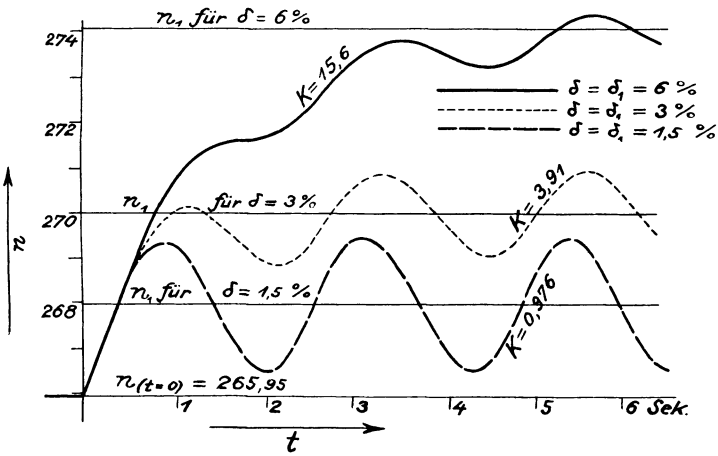


Fig. 48.

Auch hier wird wegen der Verschiedenheit von $\nu_{(t=0)}$ der Wert n_1 für die drei Kurven verschieden, da der Wert $n_{(t=0)}$ für alle drei Fälle beibehalten wurde. Die entstehenden Kurven gleichen in ihrem Charakter vollständig den Kurven in Fig. 46 (S. 106), welche bei Veränderung der Schwungmasse erhalten wurden, nur die Ordinaten haben sich proportional dem Werte $n_1 - n_{(t=0)}$ verändert. Die Schwingungsdauer ist die gleiche geblieben. Eine Vergrößerung von δ und δ_1 wirkt daher in der gleichen Weise günstig auf den Charakter der Kurven wie eine Vergrößerung der Schwungmassen. Aber die auftretenden Tourenänderungen nehmen mit wachsendem δ und δ_1 zu.

d) **Einfluß der Reguliergeschwindigkeit.** Wie die Gleichung 70) (S. 95) erkennen läßt, ist es gleichgültig für den Reguliervorgang, ob die relative Schlußzeit T_1 oder T_2 geändert wird; in beiden Fällen muß das Ergebnis dasselbe sein, da, abgesehen von dem Dämpfungsgliede, nur das Produkt $T_1 T_2$ in der Gleichung vorkommt. In Fig. 49 sind außer der Grenzkurve von Fig. 42 (S. 101) die Kurven für doppelte und für halbe Reguliergeschwindigkeit, d. h. für den halben und

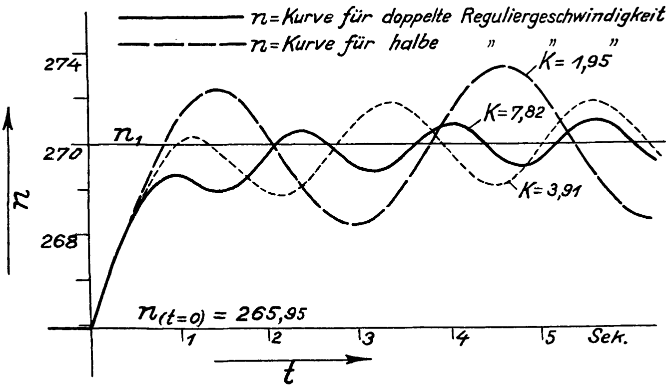


Fig. 49.

den doppelten Wert des Produktes $T_1 T_2$ eingetragen. Die Gleichungen werden in diesem Fall

für doppelte Reguliergeschwindigkeit

$$w^3 + 1,363\, w^2 + 14,52\, w + 19,78 = 0$$

$$\nu = -3,591 \cdot e^{-1,363\, t} - 0,460 \cdot \cos(3,81\, t) + 0,158 \sin(3,81\, t),$$

für halbe Reguliergeschwindigkeit

$$w^3 + 1,363\, w^2 + 3,63\, w + 4,95 = 0$$

$$\nu = -2,679 \cdot e^{-1,363\, t} - 1,372 \cdot \cos(1,905\, t) + 0,969 \sin(1,905\, t).$$

Die gezeichneten Kurven lassen erkennen, daß mit wachsender Reguliergeschwindigkeit der Vorgang günstiger wird, gleichzeitig wird die Schwingungsdauer kleiner.

6. Grundgleichungen für die Berechnung.

Die gezeichneten Kurven geben in ihrer Gesamtheit einen Aufschluß über die Faktoren, die günstig sind für die Erzielung einer guten Regulierung. Das sind nämlich große Schwungmassen, großer Ungleichförmigkeitsgrad δ der Regulierung, große Reguliergeschwindigkeit. Maßgebend für den Reguliervorgang ist, wie schon gesagt wurde, nur das Produkt beider relativer Schlußzeiten $T_1 T_2$, nicht die Größe der Einzelwerte. Für die Wahl dieser wird man sich daher nur durch konstruktive Rücksichten bestimmen lassen.

Die Daten der Regulierung sind zweckmäßig so zu bemessen, daß eine Regulierkurve entsteht, die bei hinzutretender Dämpfung einen nahezu schwingungsfreien Verlauf hat. Eine derartige Kurve ist beispielsweise die Kurve für $\delta = 6\,\%$ in Fig. 47 (S. 107). Die periodischen Schwingungen, die bei ungünstiger Wahl der Regulierungsdaten auftreten, sind schädlich, weil sie, wie die berechneten Beispiele zeigen, eine sehr kurze Periodendauer haben, die in vielen Fällen nicht mehr sehr verschieden sein wird von der Eigenschwingungsdauer des Pendelreglers. Infolgedessen würden die Massenwirkungen des Reglers den Vorgang in unerwünschter Weise stören. Auch der Einfluß der sonstigen Unvollkommenheiten des Regulators wird, soweit er auf die Entstehung von Kreisprozessen hinwirkt, aufgehoben, wenn die Regulierkurven aperiodisch verlaufen.

Um zu ermitteln, in welcher Weise die Daten der Regulierung zu berechnen sind, ist es nötig, diejenigen Faktoren festzustellen, durch welche der Charakter der n-Kurve bestimmt ist. Bei der Untersuchung des Einflusses einer gleichzeitigen Änderung von δ und δ_1 war schon darauf hingewiesen worden, daß die dabei auftretenden Kurven den gleichen Charakter hatten wie bei einer entsprechenden Änderung der Schwungmassen. Die Kurven unterschieden sich nur dadurch, daß die Ordinaten im einen Falle gleiche Vielfache der zu gleichen Zeitwerten gehörenden Ordinaten im andern Falle waren. Der Charakter der Kurve ändert sich also nicht, wenn alle Ordinaten der Kurve im gleichen Verhältnis vergrößert oder verkleinert werden. Das gleiche gilt auch für die Abszissen der Kurve.

Die n-Kurve wird nun dargestellt, wie gezeigt war, durch eine Gleichung von der Form

$$\nu = C_1 \cdot e^{w_1 t} + C_2 \cdot e^{w_2 t} + C_3 \cdot e^{w_3 t} \quad \ldots\ldots \quad 78)$$

Werden alle Ordinaten dieser Kurve im gleichen Verhältnis vergrößert, also beispielsweise auf den λ fachen Wert gebracht, so müßte die Gleichung der veränderten Kurve lauten:

$$\nu = \lambda \cdot C_1 e^{w_1 t} + \lambda C_2 e^{w_2 t} + \lambda C_3 e^{w_3 t}.$$

Eine entsprechende Veränderung der Abszissen t der Kurve, derart, daß dieselben z. B. den $\frac{1}{\mu}$ fachen Wert annehmen, würde in der Gleichung dadurch zum Ausdruck kommen; daß an die Stelle von t überall der Wert $\mu . t$ gesetzt wird. Gleichzeitige Änderung der Abszissen und Ordinaten liefert daher folgende Form der Gleichung:

$$\nu = \lambda C_1 \cdot e^{\mu w_1 t} + \lambda C_2 e^{\mu w_2 t} + \lambda C_3 e^{\mu w_3 t} \quad \ldots\ldots \quad 79)$$

Diese Gleichung stellt also eine Kurve dar von demselben Charakter wie Gleichung 78), solange μ und λ positiv und reell sind.

Die Werte w in Gleichung 78) wurden geliefert durch die Gleichung 3. Grades

$$w^3 + D w^2 + k_1 w + k_o = 0, \quad \ldots\ldots \quad 80)$$

in welcher

$$\left.\begin{aligned} k_1 &= \delta \cdot \frac{h_{max}}{\delta_1} \cdot \frac{b_{max}}{T_2} \cdot \frac{1}{T_1} \\ k_o &= \frac{h_{max}}{\delta_1} \cdot \frac{b_{max}}{T_2} \cdot \frac{1}{T_1} \cdot \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 81)$$

ist.

Für die Gleichung 79) müssen dementsprechend die Werte $\mu . w$ geliefert werden durch eine Beziehung von der Form

$$(\mu w)^3 + D' (\mu w)^2 + k_1' (\mu w) + k_o' = 0 \quad \ldots\ldots \quad 82)$$

Diejenige Gleichung, welche die drei Wurzeln μw_1, μw_2, μw_3 liefert, läßt sich nun auch aus Gleichung 80) ableiten durch Multiplikation derselben mit μ^3:

$$(\mu w)^3 + \mu D (\mu w)^2 + \mu^2 k_1 (\mu w) + \mu^3 k_o = 0 \quad \ldots \quad 83)$$

Da diese Gleichung mit Gleichung 82) identisch sein muß, so folgt für die Koeffizienten:

$$\left.\begin{aligned} D' &= \mu D \\ k_1' &= \mu^2 k_1 \\ k_0' &= \mu^3 k_0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 84)$$

Diese Gleichungen drücken zusammen das Gesetz aus, nach welchem die Koeffizienten, die ja abhängen von den Daten der Regulierung, geändert werden dürfen, ohne daß der Charakter der Regulierkurve sich ändert.

Das gilt aber zunächst nur unter der Bedingung, daß bei einer solchen Änderung der Koeffizienten die Konstanten C der Gleichung 78) entweder unverändert bleiben oder doch nur im gleichen Verhältnis wachsen oder abnehmen. Diese Konstanten bestimmen sich für Gleichung 78) (S. 111) durch die Ausdrücke:

$$\left.\begin{aligned} \nu_{(t=0)} &= + C_1 + C_2 + C_3 = -\delta \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m \\ \frac{d\nu}{dt}_{(t=0)} &= - w_1 C_1 - w_2 C_2 - w_3 C_3 = \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}} \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m \\ \frac{d^2\nu}{dt^2}_{(t=0)} &= + w_1^2 C_1 + w_2^2 C_2 + w_3^2 C_3 = 0\,. \end{aligned}\right\} \quad 85)$$

Für die veränderte Gleichung (79, S. 111) würden sich die Konstanten λC_1, λC_2, λC_3 entsprechend ergeben durch die Beziehungen:

$$\nu_{(t=0)} = \lambda (C_1 + C_2 + C_3) = -\delta \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m$$

$$\frac{d\nu}{dt}_{(t=0)} = -\mu\lambda (w_1 C_1 + w_2 C_2 + w_3 C_3) = \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}} \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m$$

$$\frac{d^2\nu}{dt^2}_{(t=0)} = + \mu^2 \lambda \cdot (w_1^2 C_1 + w_2^2 C_2 + w_3^2 C_3) = 0.$$

Diese Gleichungen lassen sich noch vereinfachen zu:

$$\left.\begin{aligned} C_1 + C_2 + C_3 &= -\frac{1}{\lambda} \cdot \delta \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m \\ - w_1 C_1 - w_2 C_2 - w_3 C_3 &= \frac{1}{\mu\lambda} \cdot \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}} \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m \\ w_1^2 C_1 + w_2^2 C_2 + w_3^2 C_3 &= 0\,. \end{aligned}\right\} \quad 86)$$

In dieser Form stimmen die Ausdrücke auf der linken Seite der Gleichungen überein mit den entsprechenden Ausdrücken der Gleichungen 85). Infolgedessen müssen auch die auf der rechten Seite stehenden Ausdrücke in den Gleichungssystemen 85) und 86) übereinstimmen. Die Gleichungen 86) geben daher, ähnlich wie die Gleichungen 84) (S. 112), ein Gesetz an, nach welchem die Daten der Regulierung geändert werden dürfen, ohne daß der Charakter der n-Kurve sich ändert. Sollen sich allein die Ordinaten der n-Kurve auf das λ-fache verändern, so ist es erforderlich, wie die Gleichungen 86) zeigen, in welchen in diesem Fall $\mu = 1$ zu setzen ist, daß die auf der rechten Seite stehenden Ausdrücke

$$\delta \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m \quad \text{und} \quad \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}} \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m$$

das λ-fache ihres ursprünglichen Wertes annehmen. Für den Fall, daß außerdem eine Veränderung der Abszissen auf das $\frac{1}{\mu}$-fache eintreten soll, ist das Gesetz, nach welchem die Daten der Regulierung geändert werden müssen, leicht zu finden, wenn man zur Beseitigung von λ aus den Gleichungen 86) die zweite Gleichung durch die erste dividiert:

$$-\frac{w_1 C_1 + w_2 C_2 + w_3 C_3}{C_1 + C_2 + C_3} = -\frac{1}{\mu} \cdot \frac{75}{2} \cdot \frac{1}{\delta} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}}.$$

Die entsprechende Division liefert für die Gleichungen 85) (S. 112):

$$-\frac{w_1 C_1 + w_2 C_2 + w_3 C_3}{C_1 + C_2 + C_3} = -\frac{75}{2} \cdot \frac{1}{\delta} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}}.$$

Eine Vergleichung der beiden Beziehungen lehrt, daß für eine Veränderung der Abszissen auf das $\frac{1}{\mu}$-fache der Ausdruck

$$\frac{75}{2} \cdot \frac{1}{\delta} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}}$$

das μ-fache seines ursprünglichen Wertes annehmen muß.

Diese Bedingung ist aber schon in den Gleichungen 84) (S. 112) enthalten. Der Ausdruck $\frac{75}{2} \cdot \frac{1}{\delta} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{E}}$ ist nämlich identisch mit dem Werte $\frac{k_0}{k_1}$, wie man aus den Gleichungen 81) (S. 111) leicht ersehen kann, resp. mit dem Verhältnis $\frac{k_0'}{k_1'}$ für die veränderte Kurve, und die Gleichungen 84) verlangen bereits, daß

$$\frac{k_0'}{k_1'} = \frac{\mu^3 k_0}{\mu^2 k_1} = \mu \cdot \frac{k_0}{k_1}$$

wird, d. h., daß der Wert $\frac{75}{2} \cdot \frac{1}{\delta} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}}$ für eine Änderung der Abszissen auf das $\frac{1}{\mu}$-fache das μ-fache seines ursprünglichen Wertes annimmt.

Die Gleichungen 84) gelten daher ohne jede Einschränkung.

Um die Beziehung zwischen den Daten der Regulierung zu gewinnen, von welcher der Charakter der n-Kurve abhängt, ist aus diesen Gleichungen der Wert μ zu eliminieren. Die erste dieser Gleichungen 84) ist dabei nicht zu benutzen, da in derselben das Dämpfungsglied D vorkommt, und dieses hängt, wie gezeigt wurde, nicht nur von den Hauptdaten der Regulierung, sondern noch von beliebig veränderlichen Konstruktionswerten ab, die von den zu berechnenden Hauptdaten unabhängig sind. Die zweite und dritte der Gleichungen 84) (S. 112) geben die Beziehung:

$$\frac{k_1'^3}{k_0'^2} = \frac{k_1^3}{k_0^2}.$$

Die Größe des Verhältnisses $\frac{k_1^3}{k_0^2}$ ist daher bestimmend für den Charakter der n-Kurve. Dieser Wert werde mit K bezeichnet.

Die Ersetzung der Werte k_1 und k_0 durch die in den Gleichungen 81) (S. 111) gegebenen Ausdrücke liefert dann schließlich die gesuchte Gleichung für die Berechnung der Hauptdaten der Regulierung:

$$\delta^3 \cdot \frac{h_{max}}{\delta_1} \cdot \frac{b_{max}}{T_2} \cdot \frac{1}{T_1} = K \cdot \left[\frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}}\right]^2 \quad . \; . \; . \quad 87)$$

Um einen Anhaltspunkt zu geben für die Wahl des Koeffizienten K, sind bei den gezeichneten Regulierkurven (Fig. 46 bis 49, S. 106—109) die Werte K für jede Kurve beigeschrieben. K bewegt sich bei diesen Kurven zwischen den Werten 0,488 und 31,2. Es zeigt sich, daß der Verlauf der Kurve um so günstiger wird, je größer K ist. Brauchbare Regulierkurven ergeben sich nach Ausweis der Figuren, wenn

$$K = 10 \ldots 30 \qquad \ldots\ldots\ldots \quad 88)$$

gewählt wird. Eine Vergrößerung von K über 30 hinaus ist für die n-Kurve günstig, aber kaum erforderlich, da bereits für diesen Wert die Regulierkurve bei passender Dämpfung nahezu schwingungsfrei verläuft, und ein Hinausschießen der Tourenzahl n über den Wert n_1 des neuen Beharrungszustandes kaum noch eintritt. Dagegen dürfte eine Verkleinerung von K unter den Wert 10 nicht zu empfehlen sein, weil dann ziemlich bedeutende Pendelungen der Tourenzahl entstehen.

D. Der Reguliervorgang für abweichende Anordnungen der Rückführung.

Außer den Anordnungen der Rückführung, welche auf Seite 14—17 beschrieben wurden, und welche allen bisherigen theoretischen Untersuchungen des Reguliervorganges zugrunde gelegt waren, sind von einzelnen, namentlich amerikanischen Firmen, auch andere Anordnungen ausgeführt worden, bei denen nicht mehr an dem Grundsatz festgehalten wurde, daß zu jeder Stellung des Leitapparates eine bestimmte Tourenzahl gehören müsse, um Beharrungszustand herbeizuführen, sondern welche für den Beharrungszustand bei beliebigen Belastungsänderungen stets eine und dieselbe Tourenzahl ergeben. Bei Ausführungen europäischer Firmen haben diese Anordnungen, soweit durch Veröffentlichungen bekannt geworden ist, bis jetzt nur wenig Anwendung gefunden. Sie besitzen aber manche Vorzüge gegenüber den üblichen Anordnungen, sodaß es wünschenswert erscheint, daß denselben mehr Aufmerksamkeit geschenkt wird, als es anscheinend bisher der Fall gewesen ist.

1. Rückführung von J. J. Rieter & Cie.

Eine Rückführung dieser Art läßt sich in einfacher Weise gewinnen, wenn man bei der Anordnung von Proell (S. 16) in die starre Rückführungsstange einen Ölkatarakt einbaut. Dann entsteht die Anordnung, welche in Fig. 50 schematisch dargestellt ist. T bezeichnet hierbei den Pendelregler, S das Steuerorgan, M den Servomotor. K ist ein einstellbarer Ölkatarakt. Es ist leicht zu erkennen, daß diese Anordnung einen Beharrungszustand nur zuläßt, wenn die Reglerhülse sich in Mittelstellung befindet. Da nun infolge der Einwirkung des Katarakts die Federn nicht dauernd Kräfte auf die Hülse ausüben können, so ist Beharrungszustand nur bei einer einzigen Tourenzahl möglich. Diese Rückführung wurde, soweit dem Verfasser bekannt geworden ist, zuerst von der Firma J. J. Rieter & Cie., Winterthur, im Jahre 1893 ausgeführt[1]).

Der Reguliervorgang spielt sich bei einer solchen Rückführung naturgemäß etwas anders ab als bei den üblichen. Für die folgenden Untersuchungen sollen wieder die Annahmen gemacht werden, welche auf S. 19 als die Voraussetzungen 1 bis 4 festgelegt sind.

Bei einer Regulierbewegung wird im Rückführungsgestänge eine gewisse Kraft auftreten, welche mit P bezeichnet werden soll. Diese Kraft werde positiv gerechnet, wenn sie auf die Reglerhülse einen Druck ausübt, der dieselbe abwärts zu verschieben sucht. Infolge der Kraft P wird die eine der Federn zusammengedrückt, die andere gedehnt. Mit λ soll die Größe einer solchen Zusammendrückung (resp. Dehnung), d. h. die Verschiebung des Hebelendes B relativ zu dem Rahmen C bezeichnet werden, wenn eine Kraft $P = 1$ kg vorhanden ist. Für eine beliebige Kraft P beträgt daher die Verschiebung $P \cdot \lambda$. Dieser Wert stellt eine Verkürzung des Rückführungsgestänges zwischen den Punkten A und B dar. Der Abstand der beiden Punkte A und B hängt aber noch ab von der Verschiebung des Kataraktkolbens relativ gegen den Zylinder.

---

[1]) Eine Beschreibung dieser Rückführung gibt Prasil in seinem Bericht: Die Turbinen und deren Regulatoren auf der schweizerischen Landesausstellung in Genf 1896.

Diese Verschiebung werde mit s bezeichnet, und zwar soll s von einem beliebigen Anfangspunkte aus positiv im Sinne einer Verkürzung des Gestänges gerechnet werden. Während der unendlich kleinen Zeit dt erfahre die Feder eine Verschiebung $\lambda\, dP$, der Kolben eine Verschiebung ds. Dann beträgt die Verkürzung des Gestänges zwischen den Punkten A und B

$$\lambda\, dP + ds\,.$$

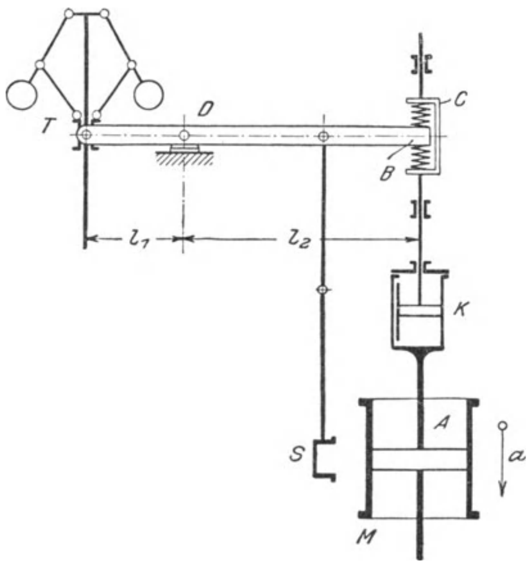


Fig. 50.

Diese Verkürzung läßt sich noch in anderer Weise ausdrücken. Die Lage des Punktes A hängt ab von der Stellung des Leitapparates. Mit genügender Annäherung kann die Verschiebung a des Punktes A proportional dem von der Turbine ausgeübten Moment $\mathfrak{M}$ gesetzt werden, sodaß geschrieben werden kann

$$\frac{a}{a_{max}} = \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}_{max}}\,,$$

wenn a von dem Punkt aus gemessen wird, der dem Leerlauf der Turbine entspricht, und wenn a_{max} den ganzen Hub des Punktes A bezeichnet.

Während der Zeit dt erfährt daher der Punkt A eine Verschiebung nach unten um die Strecke

$$da = \frac{a_{max}}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot d\,\mathfrak{M},$$

wobei d $\mathfrak{M}$ die während der Zeit dt erfolgte Änderung von $\mathfrak{M}$ bezeichnet. Schließlich erfährt noch die Reglerhülse eine Verschiebung um die Strecke dh, wodurch eine Verschiebung des Punktes B um den Wert $\frac{l_2}{l_1} \cdot dh$ nach oben herbeigeführt wird, wenn l_1 und l_2 die Abstände der Hülse und des Punktes B von dem festen Drehpunkt des Regulatorhebels bezeichnen. Die Verkürzung des Abstandes zwischen A und B kann daher auch ausgedrückt werden durch

$$-\frac{a_{max}}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot d\,\mathfrak{M} - \frac{l_2}{l_1} \cdot dh.$$

Die Gleichsetzung der beiden Ausdrücke für die Verkürzung ergibt die Beziehung:

$$\lambda\, d\,P + ds + \frac{a_{max}}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot d\,\mathfrak{M} + \frac{l_2}{l_1} \cdot dh = 0.$$

Die Kraft P hängt ab von der Geschwindigkeit, mit welcher sich der Kataraktkolben im Zylinder bewegt. Mit genügender Annäherung kann gesetzt werden:

$$P = \beta \cdot \frac{ds}{dt},$$

wobei β die Kraft bezeichnet, welche auftritt, wenn der Kolben sich mit der Geschwindigkeit 1 bewegt.

Unter Berücksichtigung dieser Beziehung entsteht aus der obigen Gleichung:

$$\lambda \cdot \frac{dP}{dt} + \frac{P}{\beta} + \frac{a_{max}}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot \frac{d\,\mathfrak{M}}{dt} + \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{dh}{dt} = 0. \qquad 89)$$

Die Stellung der Reglerhülse h ist abhängig von der Tourenzahl und von der Kraft P. Wäre P = 0, so würde (nach Gleichung 14, S. 42) die Beziehung gelten:

$$h = h_{max} \cdot \frac{n_m - n}{\delta_1 \cdot n_m},$$

wobei h jetzt von der n_m entsprechenden Mittellage aus gerechnet ist. Daraus ergibt sich

$$n = n_m - \frac{h}{h_{max}} \cdot \delta_1 \, n_m.$$

Tritt nun noch eine Hülsenbelastung H ein, so ist zur Erhaltung des Gleichgewichts eine Steigerung der Tourenzahl nötig um den Betrag

$$\Delta n = \frac{1}{2} \cdot \frac{H}{E} \cdot n$$

(nach Gleichung 3, S. 10). Hierbei bedeutet E die Energie des Pendelreglers.

Die Gleichung kann auch geschrieben werden

$$\Delta n = \frac{1}{2} \cdot \frac{H}{E} \cdot n_m,$$

da n von n_m praktisch nur wenig abweicht.

Infolge der Kraft P entsteht nun eine Hülsenbelastung von der Größe $\frac{l_2}{l_1} . P$. Diese verlangt für Gleichgewicht eine Tourensteigerung

$$\Delta n = \frac{1}{2} \cdot \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{P}{E} \cdot n_m.$$

Die wirkliche Tourenzahl ist daher auszudrücken durch die Gleichung

$$n = n_m - \frac{h}{h_{max}} \cdot \delta_1 \, n_m + \frac{1}{2} \cdot \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{P}{E} \cdot n_m \quad . \quad . \quad 90)$$

a) Konstante Reguliergeschwindigkeit.

Für konstante Reguliergeschwindigkeit ist

$$\frac{d\mathfrak{M}}{dt} = \pm \frac{\mathfrak{M}_{max}}{T},$$

wobei T wieder die Schlußzeit bezeichnet. Das positive Vorzeichen gilt für Öffnen, das negative für Schließen des Leitapparates. Die n-Kurve wird in diesem Falle wieder eine Parabel, da die Gleichungen, nach welchen n bestimmt werden muß, genau ebenso lauten wie bei der früheren Untersuchung (S. 20—22). Die Konstruktion der Parabel kann in der gleichen Weise durchgeführt werden, wie es dort angegeben wurde. Dagegen nimmt die Kurve der Tourenzahlen $\mathfrak{n}$, welche maßgebend ist für die Ausschaltung resp. Umschaltung des Servomotors, einen ganz anderen Verlauf. Die Umschaltung des Servomotors tritt ein für den Wert $h = 0$, daher ergibt sich die Gleichung für $\mathfrak{n}$ aus der Beziehung 90) zu

$$\mathfrak{n} = n_m \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{E} \cdot \frac{l_2}{l_1}\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad 91)$$

Die Berechnung von P kann mit Hilfe der Gleichung 89) (S. 118) erfolgen. Es werde noch angenommen, daß der Hub des Reglers durch Anschläge begrenzt sei, die weitere Ausschläge der Hülse nicht zulassen, als eben zur Einschaltung des Servomotors nötig sind. Eine solche Anordnung empfiehlt sich stets, damit die Eigenschwingungen des Reglers unterdrückt werden. In diesem Fall befindet sich während der Regulierbewegung die Hülse stets in einer ihrer Grenzlagen, daher ist $\frac{dh}{dt}$ gleich 0 zu setzen. Damit liefert die Gleichung 89):

$$\frac{dP}{dt} + \frac{1}{\beta\lambda} \cdot P = -\frac{1}{\lambda} \cdot \frac{a_{max}}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot \frac{d\mathfrak{M}}{dt},$$

und da

$$\frac{d\mathfrak{M}}{dt} = \pm \frac{\mathfrak{M}_{max}}{T}$$

ist,

$$\frac{dP}{dt} + \frac{1}{\beta\lambda} \cdot P = \mp \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{a_{max}}{T}.$$

Die Integration dieser Gleichung ergibt:

$$P = C_1 \cdot e^{-\frac{1}{\beta\lambda} t} \mp \beta \cdot \frac{a_{max}}{T} \quad \ldots\ldots \quad 92)$$

C_1 ist hierbei eine Integrationskonstante, die sich aus den Anfangsbedingungen bestimmen läßt. Durch Einsetzung dieses Wertes P in die Gleichung 91) erhält man einen Ausdruck für $\mathfrak{n}$, nach welchem man die Aufzeichnung der Kurve vornehmen könnte, nämlich:

$$\mathfrak{n} = n_m \cdot \left[1 + \frac{1}{2E} \cdot \frac{l_2}{l_1} \cdot \left(\mp \beta \cdot \frac{a_{max}}{T} + C_1 \cdot e^{-\frac{1}{\beta\lambda} t}\right)\right]. \quad 93)$$

Um eine bessere Übersicht über die Bedeutung der einzelnen in diesen Gleichungen vorkommenden Werte zu erhalten, und um einen Vergleich des Reguliervorganges mit dem früher untersuchten zu ermöglichen, sollen die Gleichungen zunächst auf den Fall angewandt werden, welcher den früheren Bedingungen entspricht. Man kann diesen Fall aus dem vorliegenden ableiten, wenn man an die Stelle des Ölkatarakts eine starre Verbindung setzt. In den Gleichungen kommt dies zum Ausdruck, wenn $\beta = \infty$ gesetzt wird. Für diesen Wert schreibt sich die Gleichung 89) (S. 118)

$$\lambda \cdot \frac{dP}{dt} + \frac{a_{max}}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot \frac{d\,\mathfrak{M}}{dt} + \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{dh}{dt} = 0.$$

Diese Gleichung liefert:

$$\lambda (P - P_0) + \frac{a_{max}}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot \mathfrak{M} + \frac{l_2}{l_1} \cdot h = 0,$$

wobei P_0 eine Integrationskonstante ist. Damit wird

$$P = + P_0 - \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{l_2}{l_1} \cdot h - \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{a_{max}}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot \mathfrak{M}.$$

Für die Mittelstellung der Hülse, die dem Beharrungszustande entspricht, d. h. für $h = 0$, wird

$$P = + P_0 - \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{a_{max}}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot \mathfrak{M}.$$

Die Einsetzung dieses Wertes in Gleichung 91) (S. 120) ergibt die Tourenzahl für den Beharrungszustand:

$$n = n_m \cdot \left[1 + \frac{1}{2E} \cdot \frac{l_2}{l_1} \cdot \left(+ P_0 - \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{a_{max}}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot \mathfrak{M}\right)\right].$$

Diese Gleichung muß identisch sein mit der früher aufgestellten (Gleichung 4, S. 20), welche lautet:

$$\begin{aligned} n &= n_0 - \delta \cdot \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m \\ &= n_m \cdot \left[1 + \frac{1}{2}\,\delta - \delta \cdot \frac{\mathfrak{M}}{\mathfrak{M}_{max}}\right]. \end{aligned}$$

Wegen dieser Identität muß sein

$$\frac{1}{2\,E} \cdot \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{a_{max}}{\lambda} = \delta \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 94)$$

Diese Gleichung stellt die Beziehung dar, die zwischen den Werten l_1, l_2, a_{max}, λ vorhanden sein muß, wenn bei der Proellschen Anordnung der Rückführung ein bestimmter Ungleichförmigkeitsgrad δ erzielt werden soll. Mit Berücksichtigung dieser Beziehung läßt sich die Gleichung 93) schreiben:

$$n = n_m \cdot \left[1 \mp \beta\lambda \cdot \frac{\delta}{T} + C_2 \cdot e^{-\frac{1}{\beta\lambda} \cdot t}\right] \quad . \; . \; . \; . \quad 95)$$

Hierbei ist gleichzeitig für den Ausdruck $C_1 \cdot \frac{1}{2\,E} \cdot \frac{l_2}{l_1}$ die neue Konstante C_2 eingeführt worden. n nähert sich also mit zunehmendem t dem Werte $n_m \cdot \left[1 \mp \beta\lambda\frac{\delta}{T}\right]$, die n-Kurve verläuft also asymptotisch gegen eine Parallele zur n_m-Linie im Abstande $\beta\lambda \cdot \frac{\delta}{T} \cdot n_m$, und zwar oberhalb derselben beim Schließen des Leitapparates und unterhalb beim Öffnen. Die

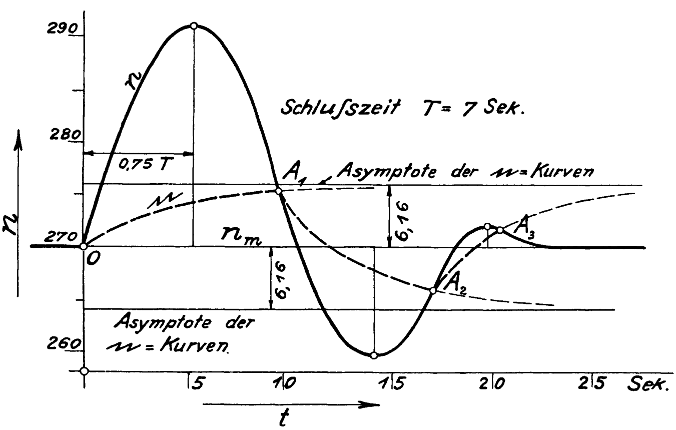


Fig. 51.

Aufzeichnung der Kurve wird nun sehr einfach, da die Gestalt derselben für beliebige Werte C_2 völlig die gleiche ist. Bequem ist es ferner für die Aufzeichnung, daß der Wert n keine sprungweisen Änderungen erfahren kann, da P wegen des Vorhandenseins der Federn einen stetigen Verlauf nehmen muß. In Fig. 51 ist die Regulierkurve für ein bestimmtes Beispiel gezeichnet. Es wurde angenommen:

$$\begin{aligned} N_{max} &= 100 \text{ PS.} \\ n_m &= 270 \text{ Umdr. p. Min.} \\ \mathfrak{E} &= 91800 \text{ mkg.} \\ T &= 7 \text{ sek.} \end{aligned}$$

Vorausgesetzt wurde eine plötzliche Entlastung von 75 %. Die für die $\mathfrak{n}$-Kurve in Frage kommenden Größen wurden angenommen zu

$$\delta = \frac{1}{2E} \cdot \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{a_{max}}{\lambda} = 0{,}04 = 4\,\%,$$

$$\beta\lambda = 4.$$

Damit wird

$$\frac{1}{\beta\lambda} = 0{,}25,$$

$$\beta\lambda \cdot \frac{\delta}{T} \cdot n_m = 6{,}16 \text{ Umdr. p. Min.}$$

Durch den letzten Wert wird die Lage der Asymptoten für die $\mathfrak{n}$-Kurve bestimmt. Die Aufzeichnung des Diagramms geht nun so vor sich, daß zuerst die n-Kurve gezeichnet wird in der auf S. 22 beschriebenen Weise. Dann wird die $\mathfrak{n}$-Kurve eingetragen. Da die Asymptoten derselben festliegen, und da andererseits die $\mathfrak{n}$-Kurve von dem Anfangspunkt 0 ausgehen muß, so ist ihre Aufzeichnung nach Gleichung 95) (S. 122) leicht auszuführen. Am einfachsten zeichnet man die Kurve $C_2 \,.\, e^{-\frac{1}{\beta\lambda}t}$ von einem Werte C_2 ausgehend, der ungefähr dem doppelten Werte des Asymptotenabstandes $\beta\lambda \,.\, \frac{\delta}{T} \,.\, n_m$ entspricht, zuerst auf Pauspapier auf. Für das vorliegende Beispiel ist diese Kurve in Fig. 52 gezeichnet. Dieselbe verläuft asymptotisch gegen die Abszissenachse.

Diese Kurve ist nun so in Fig. 51 eingetragen, daß sie durch den Punkt 0 geht, und daß ihre Asymptote zusammenfällt mit der Geraden, welche im Abstande $\beta\lambda \,.\, \frac{\delta}{T} \,.\, n_m = 6{,}16$

parallel zur n_m-Linie gezogen ist. Der Punkt A_1, in welchem die n-Kurve die n-Linie schneidet, liefert den Zeitpunkt für die Umschaltung des Servomotors. Die n-Kurve setzt sich darüber hinaus als Parabel fort, deren Scheitel jetzt aber nach unten liegt. Die n-Linie verläuft hinter dem Punkt A_1 gegen die Asymptote unterhalb der n_m-Linie. Da sie von dem Punkt A_1 ausgehen muß, so ist sie wieder leicht einzutragen. Die Aufzeichnung erfolgt so in ganz ähnlicher Weise wie bei dem Verfahren für normale Rückführung, welches auf S. 24 beschrieben wurde. Auch hier ist es von Vorteil, den Linienzug, welcher durch die n-Kurven gebildet wird, in eine einzige Parabel einzuzeichnen. Das ist zulässig, weil die n-Kurve stets

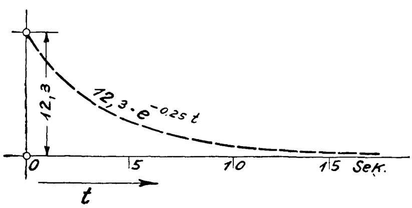


Fig. 52.

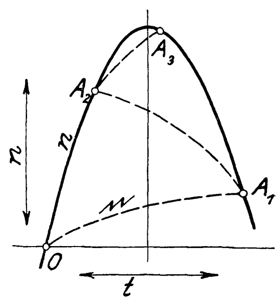


Fig. 53.

durch dieselbe Parabel gebildet wird. Fig. 53 zeigt das dann entstehende Diagramm. Der Reguliervorgang ist beendet, wenn die n-Linie die Parabel in ihrem Scheitel schneidet. Für den Fall, daß der Schnittpunkt vor den Scheitel fällt, gilt das gleiche, was bereits auf S. 25 gesagt wurde.

Der Verlauf der Tourenschwankungen ist bei dieser Rückführung ähnlich wie bei der früher behandelten; es ist auch leicht zu erkennen, daß eine starke Dämpfung der Schwingungen eintritt, wenn δ groß, T klein gewählt wird. Bei der früheren Anordnung durfte nun δ nicht über einen gewissen Wert gewählt werden, weil dadurch die Tourenzahl der Turbine für verschiedene Belastungen sehr verschieden wird. Im vorliegenden Falle ist aber die Tourenzahl der Turbine für alle Belastungen die gleiche. Man kann also hier δ sehr groß wählen. Darin liegt ein wesentlicher Vorzug dieser Anordnung.

Es macht auch keine Schwierigkeiten, die Abweichungen festzustellen, welche der Reguliervorgang erleidet infolge des Umstandes, daß die Voraussetzungen 2 bis 4 (S. 19) niemals genau erfüllt sind. Es lassen sich hier ähnliche Betrachtungen anstellen wie bei der früheren Untersuchung, namentlich auch in bezug auf die Entstehung von Kreisprozessen. Die Wege, welche zur Vermeidung solcher einzuschlagen sind, sind die gleichen, wie dort angegeben wurde. Auch in dieser Hinsicht zeigt sich die vorliegende Anordnung der früheren überlegen; denn man kann hier den Wert δ, wie schon gesagt wurde, sehr hoch wählen und dadurch der Entstehung von Kreisprozessen entgegenwirken, während das bei der früheren Anordnung nur bis zu einem geringen Grade möglich war.

b) Veränderliche Reguliergeschwindigkeit.

Für Regulatoren mit veränderlicher Reguliergeschwindigkeit ist es nicht zulässig, den Ausdruck $\frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{dh}{dt}$ in der Gleichung 89) (S. 118) zu vernachlässigen, da hierbei die Hülse frei ausschwingen muß. Hier sind also die entwickelten Gleichungen in ihrer ursprünglichen Form zu benutzen. Diese Gleichungen sind:

$$\lambda \cdot \frac{dP}{dt} + \frac{P}{\beta} + \frac{a_{max}}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot \frac{d\mathfrak{M}}{dt} + \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{dh}{dt} = 0 \quad . \; . \quad 89)$$

$$n = n_m - \frac{h}{h_{max}} \cdot \delta_1 \, n_m + \frac{1}{2} \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{P}{E} \cdot n_m \quad . \; . \quad 90)$$

Dazu kommen noch die schon früher aufgestellten Beziehungen:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{30}{\pi L} \cdot (\mathfrak{M} - \mathfrak{M}_1) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 96)$$

$$\frac{d\mathfrak{M}}{dt} = \frac{\mathfrak{M}_{max}}{T_1} h \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 97)$$

In der letzten Gleichung stellt T_1 wieder die relative Schlußzeit dar, entsprechend einer Verschiebung h der Reglerhülse um die Längeneinheit. Zur Vereinfachung werde $n - n_m = \nu$ gesetzt; dann liefert Gleichung 96)

$$\frac{d\mathfrak{M}}{dt} = \frac{\pi L}{30} \cdot \frac{d^2\nu}{dt^2}$$

und damit Gleichung 97)

$$h = \frac{T_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot \frac{\pi L}{30} \cdot \frac{d^2\nu}{dt^2}.$$

Die Einsetzung dieser Werte in Gleichung 90) ergibt:

$$P = \frac{l_1}{l_2} \cdot 2E \cdot \frac{\delta_1}{h_{max}} \cdot \frac{T_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot \frac{\pi L}{30} \cdot \frac{d^2\nu}{dt^2} + \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{2E}{n_m} \cdot \nu,$$

sodaß schließlich aus Gleichung 89) entsteht:

$$\frac{T_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot \frac{\pi L}{30} \cdot \left[\frac{l_2}{l_1} + \lambda \cdot \frac{l_1}{l_2} \cdot 2E \cdot \frac{\delta_1}{h_{max}}\right] \cdot \frac{d^3\nu}{dt^3}$$
$$+ \frac{\pi L}{30} \cdot \left[\frac{a_{max}}{\mathfrak{M}_{max}} + \frac{1}{\beta} \cdot \frac{l_1}{l_2} \cdot 2E \cdot \frac{\delta_1 T_1}{h_{max}\,\mathfrak{M}_{max}}\right] \cdot \frac{d^2\nu}{dt^2}$$
$$+ \lambda \cdot \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{2E}{n_m} \cdot \frac{d\nu}{dt} + \frac{1}{\beta} \cdot \frac{l_1}{l_2} \cdot \frac{2E}{n_m} \cdot \nu = 0. \quad 98)$$

Diese Gleichung ist noch sehr unübersichtlich. Sie läßt sich aber erheblich vereinfachen, wenn man nach Gleichung 94) (S. 122) wieder den Wert δ einführt, welcher beim Fehlen des Ölkatarakts den Ungleichförmigkeitsgrad der Regulierung darstellen würde.

$$\delta = \frac{1}{2E} \cdot \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{a_{max}}{\lambda}.$$

Ferner war bereits bei der Beschreibung der Proellschen Rückführung hervorgehoben worden, daß die Anordnung der Federn den Ungleichförmigkeitsgrad des Pendelreglers verändert. Die Beziehung zwischen h, n, P war in Gleichung 90) (S. 119) abgeleitet worden zu

$$n = n_m - \frac{h}{h_{max}} \cdot \delta_1 n_m + \frac{1}{2} \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{P}{E} n_m.$$

Sieht man jetzt von den Verschiebungen ab, welche der Federrahmen C (in Fig. 50, S. 117) erfährt, so kann man P allein durch h ausdrücken:

$$P \cdot \lambda = -\frac{l_2}{l_1} \cdot h$$

und damit läßt sich die vorstehende Gleichung umformen:

$$\frac{h}{h_{max}} \cdot \left[\delta_1 + \frac{1}{2E} \cdot \frac{1}{\lambda} \cdot \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2 \cdot h_{max}\right] = \frac{n_m - n}{n_m}.$$

Aus der Form der Gleichung ist zu ersehen, daß der in der Klammer stehende Ausdruck den Ungleichförmigkeitsgrad des Reglers darstellt mit Berücksichtigung der Änderung, welche er durch die Federn erfahren hat. Bezeichnet man diesen Wert mit δ_1^f, so ist also

$$\delta_1^f = \delta_1 + \frac{1}{2E} \cdot \frac{1}{\lambda} \cdot \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2 \cdot h_{max} \quad \ldots\ldots \quad 99)$$

Führt man auch diesen Wert in die Gleichung 98) ein und ersetzt ferner den Ausdruck $\frac{30\,\mathfrak{M}_{max}}{\pi\, L\, n_m}$ wieder durch $\frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}}$ (nach Gleichung 11, S. 27), so entsteht:

$$\frac{d^3\nu}{dt^3} + \left[\frac{\delta}{\delta_1^f} \cdot \frac{h_{max}}{T_1} + \frac{\delta_1}{\delta_1^f} \cdot \frac{1}{\beta\lambda}\right] \cdot \frac{d^2\nu}{dt^2} + \frac{1}{\delta_1^f} \cdot \frac{h_{max}}{T_1} \cdot \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}} \cdot \frac{d\nu}{dt}$$
$$+ \frac{1}{\beta\lambda} \cdot \frac{1}{\delta_1^f} \cdot \frac{h_{max}}{T_1} \cdot \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}} \cdot \nu = 0 \quad \ldots\ldots \quad 100)$$

Man erkennt leicht, daß diese Gleichung für $\beta = \infty$ übergeht in den Ausdruck, welcher früher für den Reguliervorgang bei veränderlicher Reguliergeschwindigkeit abgeleitet worden war. Die Gleichung gibt wieder eine Lösung von der Form

$$\nu = C_1 \cdot e^{w_1 t} + C_2 \cdot e^{w_2 t} + C_3 \cdot e^{w_3 t},$$

wobei die Werte w_1, w_2, w_3 die Wurzeln der Gleichung sind

$$w^3 + \left[\frac{\delta}{\delta_1^f} \cdot \frac{h_{max}}{T_1} + \frac{\delta_1}{\delta_1^f} \cdot \frac{1}{\beta\lambda}\right] w^2 + \frac{1}{\delta_1^f} \cdot \frac{h_{max}}{T_1} \cdot \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}}\, w$$
$$+ \frac{1}{\beta\lambda} \cdot \frac{1}{\delta_1^f} \cdot \frac{h_{max}}{T_1} \cdot \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}} = 0 \quad \ldots\ldots \quad 101)$$

Die Bedingung, welche für einen stabilen Zustand der Regulierung erfüllt sein muß, läßt sich im vorliegenden Fall zusammenziehen zu:

$$\delta > \frac{\delta_1^f - \delta_1}{\beta\lambda} \cdot \frac{T_1}{h_{max}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 102)$$

Es ist danach also zweckmäßig, den Unterschied $\delta_1^f - \delta_1$, welcher nach Gleichung 99) zu

$$\delta_1^f - \delta_1 = \frac{1}{2E} \cdot \frac{1}{\lambda} \cdot \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2 \cdot h_{max}$$

berechnet wurde, möglichst klein zu halten. Dieser Wert kann mit Berücksichtigung der Gleichung 94) (S. 122) auch geschrieben werden:

$$\delta_1^f - \delta_1 = \delta \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{h_{max}}{a_{max}}.$$

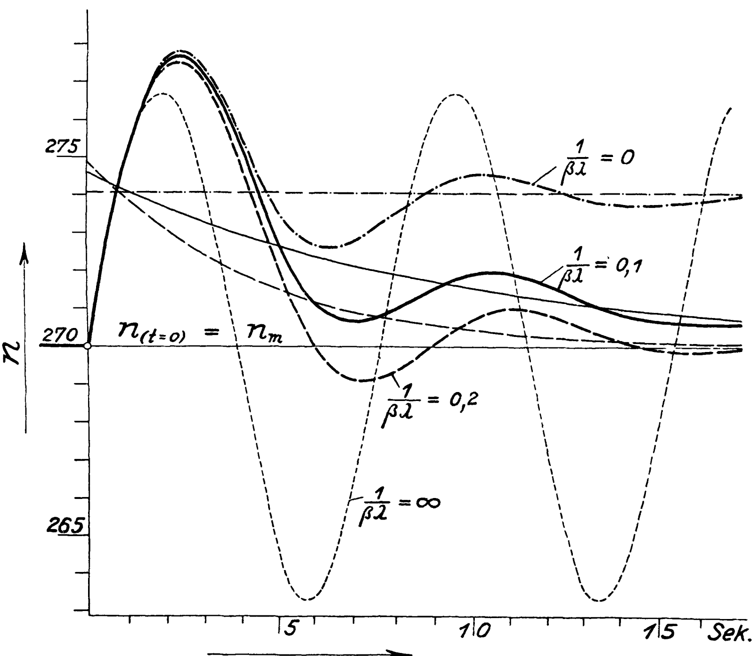


Fig. 54.

Bei gegebenem δ ist es daher nötig, $\frac{l_2}{l_1}$ klein, a_{max} aber groß zu halten, damit die Tourenschwankungen möglichst gut gedämpft werden.

Um den Verlauf des Reguliervorganges deutlich zu machen, sind in Fig. 54 die Regulierkurven für verschiedene Fälle gezeichnet. Die Rechnung wurde für das gleiche Beispiel durchgeführt, welches schon mehrfach behandelt war. Es wurde dabei angenommen, daß der Unterschied $\delta_1^{\,f} - \delta_1$ vernachlässigt werden konnte, es wurde also $\delta_1^{\,f} = \delta_1$ gesetzt. Alle Werte außer $\beta\,\lambda$ wurden von gleicher Größe angenommen wie für das in Fig. 32, S. 64 behandelte Beispiel. Für diese Werte war früher berechnet worden:

$$\frac{\delta}{\delta_1} \cdot \frac{h_{max}}{T_1} = 0{,}494 \text{ sek}^{-1},$$

$$\frac{1}{\delta_1} \cdot \frac{h_{max}}{T_1} \cdot \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}} = 0{,}672 \text{ sek}^{-2}.$$

Daher lautet die Gleichung 101) (S. 127) für das vorliegende Beispiel:

$$w^3 + \left(0{,}494 + \frac{1}{\beta\,\lambda}\right) w^2 + 0{,}672\, w + \frac{1}{\beta\,\lambda} \cdot 0{,}672 = 0.$$

Für die ausgezogene Kurve in Fig. 54 wurde nun angenommen

$$\frac{1}{\beta\,\lambda} = 0{,}1 \text{ sek}^{-1}.$$

Damit ergeben sich die Wurzeln der Gleichung zu

$$w_1 = -0{,}1086 \qquad w_{\substack{2\\3}} = -0{,}2427 \pm i\,0{,}749.$$

Die Konstanten bestimmen sich aus den Bedingungen

$$\nu_{(t=0)} = 0$$

$$\frac{d\nu}{dt}_{(t=0)} = \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}} \cdot \frac{\mathfrak{M}_0 - \mathfrak{M}_1}{\mathfrak{M}_{max}} \cdot n_m = +5{,}50$$

$$\frac{d^2\nu}{dt^2}_{(t=0)} = 0.$$

Damit ergibt sich die Gleichung für die n-Kurve, nach welcher die Zeichnung ausgeführt wurde, zu

$$\nu = +4{,}615 \cdot e^{-0{,}1086\, t} + e^{-0{,}2427\, t} \cdot [-4{,}615 \cdot \cos \cdot (0{,}749\, t) + 6{,}52 \cdot \sin (0{,}749\, t)].$$

In der gleichen Weise wurde die Rechnung durchgeführt für den Wert

$$\frac{1}{\beta\,\lambda} = 0{,}2 \text{ sek}^{-1}$$

und danach die gestrichelte Kurve in Fig. 54 eingetragen.

Die Gleichung für ν lautet in diesem Falle:

$$\nu = +4{,}91 \cdot e^{-0{,}2379\,t} + e^{-0{,}228\,t}\,[-4{,}91 \cdot \cos \cdot (0{,}716\,t) + 7{,}76 \cdot \sin \cdot (0{,}716\,t)].$$

Für $\frac{1}{\beta\lambda} = 0$ entspricht der Vorgang, wie schon gesagt wurde, dem früher behandelten, welcher in Fig. 32 (S. 64) dargestellt ist. Die dabei gefundene Kurve ist auch in Fig. 54 als strichpunktierte Kurve eingetragen. Ein Vergleich der Kurven lehrt nun folgendes. Ist $\frac{1}{\beta\lambda}$ sehr klein, so vollzieht sich der Reguliervorgang anfangs fast ebenso wie für die früher behandelten Rückführungen, die Schwingungen verlaufen aber nicht mehr um einen konstanten Wert, welcher die Tourenzahl des neuen Belastungszustandes darstellt, sondern um einen veränderlichen Wert, der sich asymptotisch der normalen (mittleren) Tourenzahl nähert. Die Kurven, um welche herum die Schwingungen verlaufen, sind in Fig. 54 in feineren Linien, aber in derselben Strichmanier eingetragen wie die zugehörigen n-Kurven. Ihre Gleichungen ergeben sich, wenn man in den vorstehenden Gleichungen für ν die beiden letzten Glieder fortläßt, die die periodischen Schwingungen darstellen.

Die erste Amplitude, welche der größten auftretenden Tourenänderung entspricht, ist bei der neuen Rückführung etwas kleiner, als sie sich für die früher behandelten Rückführungen ergab. Gleichzeitig ist aber auch die Dämpfung der Tourenschwankungen etwas geringer. Dieses Ergebnis war zu erwarten, da ja die Rückführung überhaupt erst eine Dämpfung der Tourenschwingungen herbeiführt und dabei gleichzeitig die ersten Amplituden vergrößert, während der Ölkatarakt bei der vorliegenden Anordnung bewirkt, daß die Rückführung gewissermaßen langsam wieder ausgeschaltet wird, sobald eine Regulierbewegung eintritt. Je größer $\frac{1}{\beta\lambda}$ wird, desto mehr nimmt die Dämpfung der Schwingungen ab. Für $\frac{1}{\beta\lambda} = \infty$, d. h. für $\beta\lambda = 0$, ist die Anordnung identisch mit derjenigen ohne Rückführung, welche auf S. 59 behandelt worden war. In diesem Fall treten andauernde Schwingungen der Tourenzahl um den mittleren Wert n_m auf, die erste Amplitude erreicht hierbei ihren kleinsten Wert. Die hier entstehende Kurve ist als fein gestrichelte Linie in Fig. 54 eingetragen.

Bei der Berechnung eines Regulators, welcher mit der vorstehend behandelten Rückführung versehen werden soll, geht man daher zweckmäßig so vor, als ob man es mit einer starren Rückführung zu tun hätte, unter Benutzung der auf S. 67 u. 68 angegebenen Formeln, die gleichzeitig der Forderung einer guten Dämpfung und einer dabei möglichst geringen Tourenänderung entsprechen, und führt die Federn und den Ölkatarakt so aus, daß $\frac{1}{\beta\lambda}$ klein gegen den Wert 1 wird. Im letzteren Fall ist nämlich, wie man aus den berechneten Beispielen ersehen kann, die Wurzel w_1 nur wenig von $\frac{1}{\beta\lambda}$ verschieden. w_1 bestimmt aber den Verlauf derjenigen Kurve, welcher sich die eigentlichen Schwingungen überlagern, die durch die Wurzeln w_2 und w_3 bestimmt werden. Günstige Verhältnisse werden sich ergeben, wenn

$$\frac{1}{\beta\lambda} = \sim 0{,}05 \quad . \; . \; . \quad 0{,}2 \text{ sek}^{-1},$$

also

$$\beta\lambda = \sim 20 \quad . \; . \; . \quad 5 \text{ sek}$$

wird.

Zweckmäßig ist es, den Ölkatarakt einstellbar zu machen, um noch nachträglich Änderungen vornehmen zu können. Das Mittel, welches für die Erzielung einer guten Dämpfung bei konstanter Reguliergeschwindigkeit vorgeschlagen wurde, nämlich den Wert δ sehr groß zu machen, ist für veränderliche Reguliergeschwindigkeit nicht zu empfehlen, weil dadurch gleichzeitig die Amplituden der Tourenschwankungen vergrößert werden.

2. Rückführung der Woodward Governor Co.

Eine andere Anordnung der Rückführung wird bei den Regulatoren der Woodward Governor Co. Rockford, Illinois ausgeführt. Dieselbe ist in Fig. 55 schematisch dargestellt. (S. auch Fig. 71 S. 166.) Bei dieser Anordnung wird die Stellung des Steuerorgans von der Lage der Reglerhülse und von der Lage einer vertikalen Welle A abhängig gemacht, die durch eine Riemenscheibe in gleichmäßiger Drehung erhalten wird. Diese Welle A ist längs verschiebbar, sie trägt eine Reibscheibe B, die mit der Reibscheibe C in Berührung steht. Die letztere ist in ihrer Bohrung mit Gewinde versehen und sitzt auf einer Schraubenspindel D. So lange diese Spindel D ruht, wird daher die Scheibe C infolge der Rotation von B stets in eine solche Lage geführt, daß der Berührungspunkt beider Scheiben in den Mittelpunkt von B fällt. Die Welle D steht nun mit dem Servomotor in direkter Verbindung. Sie erfährt eine Drehung in gleichem Maße, wie die Regulierbewegungen vor sich gehen, und verschiebt dabei das Reibrad C längs ihrer Achse. Infolgedessen tritt ein Heben oder Senken der Welle A ein, und damit wird das Steuerorgan S wieder in seine Mittellage zurückgeführt. Die Welle A bleibt aber nicht in dieser Lage, sondern kehrt infolge ihrer Rotation immer wieder in ihre Mittellage zurück, so daß Beharrungszustand nur bei einer ganz bestimmten Hülsenstellung, d. h. bei einer ganz bestimmten Tourenzahl, eintreten kann.

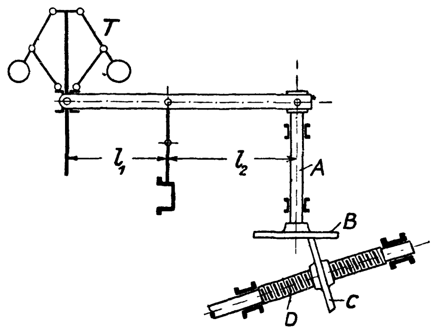


Fig. 55.

Für die Untersuchung des durch diese Rückführung bedingten Reguliervorganges sollen außer den bereits mehrfach verwendeten noch folgende Bezeichnungen gebraucht werden.

h sei der Hülsenhub, von der Mittellage aus positiv nach unten gerechnet,

a die Verschiebung der Welle A, von der Mittellage aus positiv nach oben gerechnet,

l_1 und l_2 die Abstände der Angriffspunkte des Pendelreglers und der Welle A von dem Angriffspunkt des Steuerorganes am Regulatorhebel.

Würde die Scheibe B nicht rotieren, so würde die Lage der Welle A allein abhängen von der Stellung des Leitapparates, d. h. von dem Moment $\mathfrak{M}$. Infolge der Rotation tritt aber noch eine vertikale Verschiebung der Welle A ein, deren Geschwindigkeit proportional ist dem Abstande des Berührungspunktes beider Reibscheiben von der Mitte der Scheibe B. Da andererseits dieser Abstand proportional a ist, so entsteht die Beziehung:

$$\frac{da}{dt} = \varphi_1 \cdot \frac{d\mathfrak{M}}{dt} - \varphi_2 \cdot a \quad \ldots\ldots\ldots \quad 103)$$

Hierin sind φ_1 und φ_2 konstante Koeffizienten, deren Größen von den Konstruktionsdaten und von den Tourenzahlen der Wellen A und D abhängen, und deren Berechnung in jedem Falle leicht durchzuführen ist. Außerdem gelten unter Beibehaltung der früheren Bezeichnungen wieder die Gleichungen

$$\frac{dn}{dt} = \frac{30}{\pi L}(\mathfrak{M} - \mathfrak{M}_1) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 104)$$

$$h = \frac{n_m - n}{\delta_1 \cdot n_m} \cdot h_{max} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 105)$$

Liegt konstante Reguliergeschwindigkeit vor, so verläuft die Kurve der Tourenzahlen n genau so, wie schon früher untersucht worden war. Es handelt sich im vorliegenden Falle nur darum, die Kurve der Werte $\mathfrak{n}$ zu bestimmen, da alsdann die Aufzeichnung des Regulierdiagramms in der gleichen Weise erfolgen kann, wie in den früher behandelten Fällen.

a) Konstante Reguliergeschwindigkeit.

Die Ausschaltung des Servomotors erfolgt, wenn das Steuerorgan sich in der Mittellage befindet, d. h. wenn

$$h = \frac{l_2}{l_1} \cdot a$$

ist. Der Wert a bestimmt sich aus der Gleichung 103), in welcher für konstante Reguliergeschwindigkeit $\frac{d\mathfrak{M}}{dt} = \pm \frac{\mathfrak{M}_{max}}{T}$ zu setzen ist, zu

$$a = C_1 \cdot e^{-\varphi_2 t} \pm \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \cdot \frac{\mathfrak{M}_{max}}{T}.$$

Damit wird

$$h = \frac{l_2}{l_1} \cdot \left[C_1 \cdot e^{-\varphi_2 t} \pm \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \cdot \frac{\mathfrak{M}_{max}}{T}\right].$$

Andererseits ist nach Gleichung 105) in diesem speziellen Fall:

$$h = \frac{n_m - n}{\delta_1 n_m} h_{max}.$$

Die Gleichsetzung beider Ausdrücke liefert

$$n = n_m \cdot \left[1 \mp \frac{\delta_1}{h_{max}} \cdot \frac{l_2}{l_1} \cdot \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \cdot \frac{\mathfrak{M}_{max}}{T} - C_2 \cdot e^{-\varphi_2 t}\right].$$

Hierbei ist C_2 an die Stelle des Ausdruckes $\frac{\delta_1}{h_{max}} \cdot \frac{l_2}{l_1} \cdot C_1$ gesetzt worden. Wenn die Welle A nicht rotiert, so ist die Anordnung in ihrer Wirkungsweise mit den früher behandelten (normale Rückführung) identisch. Der Fall läßt sich durch die vorstehenden Gleichungen ausdrücken, wenn man in diesen $\varphi_2 = 0$ setzt. Man findet dann durch eine ganz ähnliche Betrachtung wie bei der vorhergehenden Untersuchung, daß der Ausdruck $\frac{\delta_1}{h_{max}} \cdot \frac{l_2}{l_1} \cdot \varphi_1 \cdot \mathfrak{M}_{max}$ den Ungleichförmigkeitsgrad δ der Regulierung darstellt. Setzt man diesen Wert dafür ein, so entsteht schließlich:

$$n = n_m \cdot \left[1 \mp \frac{1}{\varphi_2} \cdot \frac{\delta}{T} - C_2 \cdot e^{-\varphi_2 t}\right] \quad . \; . \; . \; . \quad 106)$$

Diese Gleichung hat dieselbe Form wie die Gleichung 95) (S. 122), welche in der vorhergehenden Untersuchung gefunden wurde. Der einzige Unterschied besteht darin, daß an die Stelle von $\frac{1}{\beta \lambda}$ der Wert φ_2 getreten ist. Alle Betrachtungen, welche dabei über den Reguliervorgang angestellt wurden, behalten auch hier ihre volle Gültigkeit. Praktisch ist die vorliegende Anordnung etwas günstiger als die vorher behandelte, weil es hier für die Umschaltung des Servomotors nicht notwendig ist, daß die Reglerhülse in ihre Mittellage zurückkehrt. Wegen dieses Umstandes kommen einerseits die schädlichen Wirkungen der Reglermassen weniger zur Geltung, andererseits können nicht so leicht Kreisprozesse infolge von Reibungswiderständen im Regler entstehen.

b) Veränderliche Reguliergeschwindigkeit.

Für veränderliche Reguliergeschwindigkeit gilt im vorliegenden Falle die Gleichung

$$\frac{d\mathfrak{M}}{dt} = \frac{\mathfrak{M}_{max}}{T_1} \cdot \left[h - \frac{l_2}{l_1} \cdot a\right] \quad \ldots \ldots \quad 107)$$

T_1 stellt hierbei wieder die relative Schlußzeit dar, entsprechend einer Verschiebung der Reglerhülse um die Maßeinheit. Diese Gleichung ist mit den Gleichungen 103) bis 105) (S. 133) in Verbindung zu bringen. Setzt man hier wieder

$$n - n_m = \nu,$$

$$\frac{30\,\mathfrak{M}_{max}}{\pi\, L\, n_m} = \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}},$$

$$\frac{\delta_1}{h_{max}} \cdot \frac{l_2}{l_1} \cdot \varphi_1 \cdot \mathfrak{M}_{max} = \delta,$$

so ergibt sich schließlich

$$\frac{d^3\nu}{dt^3} + \left(\frac{\delta}{\delta_1} \cdot \frac{h_{max}}{T_1} + \varphi_2\right) \cdot \frac{d^2\nu}{dt^2} + \frac{h_{max}}{\delta_1 T_1} \cdot \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}} \cdot \frac{d\nu}{dt}$$

$$+ \varphi_2 \cdot \frac{h_{max}}{\delta_1 T_1} \cdot \frac{75}{2} \cdot \frac{N_{max}}{\mathfrak{G}}\,\nu = 0 \quad \ldots \ldots \quad 108)$$

Diese Gleichung stimmt ebenfalls mit der bei der vorhergehenden Untersuchung gefundenen überein (Gleichung 100), S. 127), wenn in dieser $\delta_1^f - \delta_1 = 0$ ist, und wenn an die Stelle von $\frac{1}{\beta\lambda}$ der Wert φ_2 gesetzt wird. Die weiteren Betrachtungen, welche über den Reguliervorgang im Anschluß an die Gleichung 100) angestellt wurden, bezogen sich aber auf den Fall, daß δ_1^f von δ_1 nur wenig verschieden ist. Dieselben können daher direkt auf den vorliegenden Fall übertragen werden.

Die Bedingung, welche zur Erzielung einer stabilen Regulierung innegehalten werden muß, ist hier *stets* erfüllt, sie nimmt nämlich die Form an

$$\frac{\delta}{\delta_1} \cdot \frac{h_{max}}{T_1} > 0.$$

3. Rückführung der Sturgess Governor Eng. Co.

Im Anschluß an diese Untersuchungen ist noch eine Rückführungsanordnung zu erwähnen, die sich an Regulatoren der Sturgess Governor Engineering Co. Watervliet, N. J. findet. Ein Regulator dieser Art ist in Fig. 121 (S. 196) dargestellt. Vom Servomotor aus wird der Hebel A und der Kolben B zwangläufig bewegt. Dieser Bewegung muß auch der mit Öl gefüllte Zylinder C folgen, solange der Schieber D die nach beiden Zylinderseiten führenden Kanäle geschlossen hält. In dem Maße, in welchem C aus seiner Mittellage abweicht, tritt aber durch den Hebel E eine Bewegung des Schiebers D relativ zu dem Zylinder C ein. Dadurch wird die eine Zylinderseite mit dem Druckraum in Verbindung gesetzt, während auf der anderen eine Abflußöffnung für das Öl freigegeben wird. Infolgedessen kehrt der Zylinder C immer wieder in seine Mittellage zurück, unabhängig von der Stellung des Kolbens B. Der Zylinder C bewirkt durch einen Hebel E, der bei F fest gelagert ist, die Rückführung des Steuerorgans in seine Mittellage.

Man erkennt leicht, daß die Bewegung des Zylinders C durch eine Gleichung darzustellen ist, die genau dieselbe Form hat wie die Gleichung 103) S. 133. Der Reguliervorgang spielt sich daher in der gleichen Weise ab wie bei der zuletzt behandelten Rückführung.

Die beschriebenen abweichenden Anordnungen der Rückführung wirken, wie die vorstehenden Untersuchungen zeigen, alle in der gleichen Weise auf den Reguliervorgang ein. Sie geben konstante Tourenzahl für den Beharrungszustand und gestatten, den Wert δ, der in diesem Fall nicht mehr die Bedeutung eines Ungleichförmigkeitsgrades der Regulierung hat, beliebig groß zu halten, was für Regulatoren mit konstanter Reguliergeschwindigkeit von sehr großem Vorteil ist. Der Umstand, daß die Tourenzahl für alle Belastungen die gleiche bleibt, ist für manche Betriebe von großer Bedeutung, wie z. B. für Papierfabriken und Spinnereien.

Man ist andererseits keineswegs gezwungen, bei Anwendung der nachgiebigen Rückführungen mit konstanten Tourenzahlen zu arbeiten, es steht nichts im Wege, die übrigen Vorteile dieser Rückführungsart auszunutzen und doch einen ganz beliebigen Ungleichförmigkeitsgrad der Regulierung zu erzielen; man hat dann nur diese Rückführungen mit den früher beschriebenen zu kombinieren. Für das in Fig. 50 (S. 117) dargestellte Schema würde sich das erreichen lassen, wenn man vom Servomotor aus den Drehpunkt D des Regulatorhebels gleichzeitig in seiner Höhenlage verstellen läßt. Die gleiche Wirkung wird bei der Anordnung in Fig. 55 (S. 132) erzielt, wenn der ganze Rahmen, welcher die Spindel D trägt, in seiner Höhenlage verstellt wird. Man kann solche Verstellungen auch in der Weise vor sich gehen lassen, daß bei voller Belastung die Tourenzahl des Beharrungszustandes größer wird als bei Leerlauf, daß also gewissermaßen der Ungleichförmigkeitsgrad der Regulierung negativ wird.

Derartige Anordnungen der Rückführung werden ausgeführt von den Replogle Governor Works, Akron, Ohio und von der Lombard Governor Company, Ashland, Mass.

Läßt man die angegebenen Verstellungen nicht vom Servomotor aus, sondern durch äußeren Eingriff von Hand erfolgen, so hat man dadurch ein Mittel, die Tourenzahl des Motors während des Ganges verändern zu können.

E. Der Einfluſs von Rohrleitungen auf den Reguliervorgang.

1. Schädlicher Einfluß der Massenwirkung des Wassers in der Zuleitung.

Bei den bisherigen Untersuchungen des Reguliervorganges wurde stets die Annahme gemacht, daß die Druckschwankungen vor dem Leitapparat zu vernachlässigen seien. Diese Annahme ist gerechtfertigt, wenn es sich um eine Turbine handelt, welcher das Wasser in einem kurzen, offenen Schacht zugeführt wird. Es wird zwar hier bei schnellem Schließen des Leitapparates eine geringe Stauung des Wassers und ebenso bei schnellem Öffnen vorübergehend eine geringe Senkung des Oberwasserspiegels eintreten, aber auf den Reguliervorgang können diese Umstände keinen bedeutenden Einfluß ausüben. Anders liegen die Verhältnisse, wenn die Turbine mit einer längeren geschlossenen Zuführungsleitung versehen ist. Wird hier der Leitapparat schnell geschlossen, so muß eine Verzögerung der in der Rohrleitung befindlichen Wassermenge stattfinden, und das ist nur möglich, wenn am unteren Ende derselben, d. h. vor dem Leitapparat der Turbine, eine Drucksteigerung auftritt, die einerseits für die Druckleitung und das Turbinengehäuse gefährlich werden kann, andererseits den Reguliervorgang in ungünstiger Weise beeinflußt.

Ein schnelles Schließen des Leitapparates wird durch den automatischen Regulator herbeigeführt, wenn die Turbine entlastet wird, wenn also die von der Turbine geleistete Arbeit verringert werden soll. Infolge der auftretenden Drucksteigerung nimmt aber die durchfließende Wassermenge nicht in dem Maße ab, wie der Leitapparat geschlossen wird. Sowohl die Wassermenge als auch der vor dem Leitapparat wirksame Druck werden größer, als sie es im Beharrungszustande bei der betreffenden Stellung des Leitapparates wären. Ehe die größte Tourenzahl erreicht wird, d. h. ehe die Leistung der Turbine mit der Belastung gleich wird, muß daher der Leitapparat viel weiter geschlossen werden, als es ohne die Drucksteigerung der Fall wäre. Eine entsprechende Überregulierung findet statt, wenn der Leitapparat geöffnet wird. In diesem Falle entsteht eine Druckverminderung vor dem Leitapparat. Die Druckschwankungen führen daher zu einer Vergrößerung der Tourenschwankungen und zu einer Verschlechterung der Dämpfung.

Um zu übersehen, in welchem Maße solche Drucksteigerungen auftreten können, werde ein einfaches Beispiel untersucht. Es handele sich um eine Rohrleitung von $L = 1000$ m Länge, $F = 1$ qm Querschnitt, in welcher das Wasser mit einer größten Geschwindigkeit $v_{max} = 1{,}5$ msek^{-1} fließt. Das Gefälle sei $H = 100$ m. Die sekundliche Wassermenge beträgt daher $Q_{max} = F \cdot v_{max} = 1{,}5$ m^{3}sek^{-1} und die größte Leistung der angeschlossenen Turbine unter Annahme eines Wirkungsgrades von 75 %

$$N_{max} = 10\,Q\,H = 1500 \text{ PS}.$$

Es werde angenommen, daß die ursprünglich voll belastete Turbine plötzlich vollständig entlastet wird. Der Leitapparat wird dann durch die automatische Regulierung vollständig geschlossen. Die Zeit, in welcher das geschieht, betrage $T = 10$ sek. Während dieser Zeit muß die Geschwindigkeit des Wassers in der Rohrleitung von 1,5 $msek^{-1}$ auf 0 verringert werden, die ursprünglich im Wasser vorhandene lebendige Kraft muß demselben in dieser Zeit vollständig entzogen werden. Im vorliegenden Falle ist die lebendige Kraft des Wassers

$$\frac{L \cdot F \gamma}{g} \cdot \frac{v^2_{max}}{2} = 114000 \text{ mkg.}$$

Hierin ist $\gamma = 1000$ kgm^{-3} das Gewicht von 1 cbm Wasser, und $g = 9{,}81$ $msek^{-2}$ die Erdbeschleunigung.

Dieser Arbeitswert kann natürlich nicht verschwinden, er geht auf die Wassermenge über, welche während der Schließperiode durch den Leitapparat strömt, und ist daher von den Schwungmassen der Turbine aufzunehmen. Sieht man von den Änderungen ab, welche der Wirkungsgrad ε der Turbine bei Erhöhung des Gefälles erfährt, so stellt das ε-fache des berechneten Betrages die Arbeitsmenge dar, welche von den Schwungmassen der Turbine aufzunehmen ist. Für $\varepsilon = 0{,}75$ würde dieser Wert 85500 mkg betragen.

Der Verlauf der Druckschwankungen vor dem Leitapparat hängt ab von dem Gesetz, nach welchem die Schließbewegung vor sich geht. Es werde nun die günstigste Annahme gemacht, daß nämlich während der Schlußzeit das Wasser in der Rohrleitung gleichmäßig verzögert wird. In diesem Falle muß offenbar eine konstante Druckerhöhung vor dem Leitapparat vorhanden sein. Die aus dem Leitapparat heraustretende Wassermenge bestimmt sich unter dieser Annahme zu

$$10 \text{ sek} \cdot \frac{1{,}5 \text{ m}^3 \text{sek}^{-1}}{2} = 7{,}5 \text{ m}^3,$$

sodaß, wenn keine Drucksteigerung stattfinden würde, auf die Schwungmassen eine Arbeitsmenge von dem Werte

$$\varepsilon \cdot 7{,}5 \cdot \gamma \cdot H = 0{,}75 \cdot 7{,}5 \text{ m}^3 \cdot 1000 \text{ kgm}^{-3} \cdot 100 \text{ m} = 562000 \text{ mkg}$$

übertragen würde. Hierbei ist der Wirkungsgrad ε als konstant für alle Öffnungen des Leitapparates angenommen, was in Wirklichkeit nicht zutrifft. Da es sich aber nur um eine angenäherte Bestimmung handelt, so ist diese Annahme zulässig. Die gesamte, von den Schwungmassen aufzunehmende Arbeit beträgt also

$$85500 \text{ mkg} + 562000 \text{ mkg} = 647500 \text{ mkg}$$

und der vor dem Leitapparat wirksame Druck muß einem Gefälle entsprechen von

$$\frac{647500}{562000} \cdot 100 \text{ m} = 115{,}2 \text{ m}.$$

Damit ergibt sich die Druckerhöhung zu 15,2 m, resp. 15,2 % von H.

Nimmt man statt einer Schlußzeit von 10 sek eine solche von 5 sek an, so ergibt sich die Drucksteigerung doppelt so groß, also zu 30,4 % von H. Hervorzuheben ist, daß in Wirklichkeit diese Werte noch höher werden, da die Annahme, daß die Verzögerung des Wassers in der Rohrleitung während der Schlußzeit konstant ist, im allgemeinen nicht zutrifft.

2. Einfluß eines Windkessels. Resonanzerscheinungen.

Ein Mittel, durch welches die Druckänderungen klein gehalten werden können, besteht in der Anordnung eines Windkessels unmittelbar vor dem Leitapparat. Untersuchungen über die Wirkungsweise eines solchen im Zusammenhang mit der automatischen Regulierung sind angestellt worden von Stodola und von Rateau[1]). Der im folgenden beschrittene Weg zur Bestimmung des Einflusses eines Windkessels schließt sich im wesentlichen an die Untersuchungen von Rateau an. Zunächst soll die Bewegungsgleichung des Wassers in der Rohrleitung bei Vorhandensein eines Windkessels abgeleitet werden. Es bezeichne

L die Länge der Rohrleitung in m,
H das Gefälle in m,
F den Querschnitt der Leitung in qm,
v die Geschwindigkeit des Wassers zur Zeit t,

[1]) Stodola, Über die Regulierung von Turbinen. Schweiz. Bauztg. 1893 u. 1894. — Rateau, Traité des turbo-machines. Premier fascicule. Paris 1900, S. 238 ff.

Q_{max} die bei voller Belastung durch die Leitung fließende Wassermenge in cbm p. sek,
W das Volumen des Windkessels in cbm,
p den absoluten Druck im Windkessel in kg p. qm,
p_a den Druck der Atmosphäre in kg p. qm.

Diese Werte sind der besseren Übersicht wegen in Fig. 56 zusammengestellt.

Von der Reibung des Wassers soll abgesehen werden, da der Einfluß derselben, wie auch die Untersuchungen von Stodola lehren, sehr gering ist.

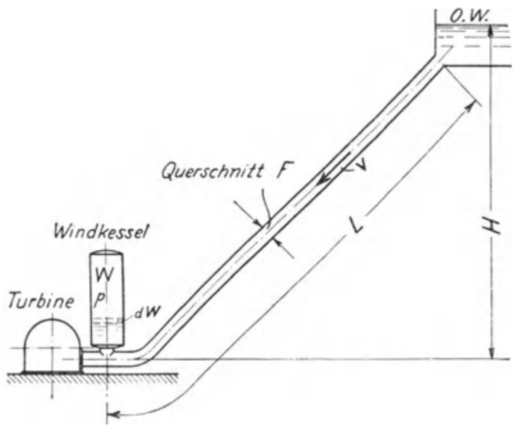


Fig. 56.

Die Wassersäule in der Rohrleitung verschiebt sich während der Zeit dt um ein Stück vdt. Dabei wird eine Arbeit geleistet einerseits durch die Schwerkraft von der Größe $F \cdot vdt \cdot \gamma H$ und andererseits durch die äußere Atmosphäre, nämlich $F vdt \cdot p_a$. Die Arbeit wird aufgenommen

1. durch die Wassersäule, welche eine Erhöhung ihrer Geschwindigkeit um dv erfährt,
2. durch den Windkessel,
3. durch das während der Zeit dt aus dem Leitapparat austretende Wasser.

Die Arbeitsaufnahme der Wassersäule ist identisch mit der Zunahme der lebendigen Kraft derselben, hat also die Größe

$$d\left(\frac{F L \gamma}{g} \cdot \frac{v^2}{2}\right) = \frac{F \cdot L \cdot \gamma}{g} \cdot v dv .$$

Die Summe der beiden letzten Arbeiten ist identisch mit der Arbeit, welche durch Verschiebung des Endquerschnittes F gegenüber dem Druck p um die Strecke vdt geleistet wird, dieselbe ist also F vdt . p, sodaß die Gleichung entsteht

$$F\,v\,dt\,(\gamma H + p_a) = \frac{F\,L\,\gamma}{g} \cdot v\,dv + F\,v\,dt \cdot p\,.$$

Der für Beharrungszustand im Windkessel vorhandene Druck werde mit p_0 bezeichnet. Derselbe muß sein

$$p_0 = \gamma H + p_a\,.$$

Hierbei ist abgesehen einmal von der Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2}{2\,g}$, andererseits von den Reibungsverlusten in der Rohrleitung. Führt man diesen Wert noch ein, so läßt sich die vorstehende Gleichung zusammenziehen zu

$$\frac{d\,v}{dt} = -\frac{g}{\gamma\,L} \cdot (p - p_0). \quad \ldots \ldots \ldots \quad 109)$$

Eine zweite Beziehung zwischen p und v ergibt sich durch Aufstellung der Kontinuitätsgleichung für den vorliegenden Fall. Bei voller Leistung der Turbine fließt durch den Leitapparat im Beharrungszustand eine Wassermenge Q_{max}. Die bei geringerer Leistung hindurchfließende Wassermenge werde mit $x \,.\, Q_{max}$ bezeichnet. Der Wert x hängt von der Stellung des Leitapparates ab, er stellt die Füllung der Turbine dar. Liegt nicht Beharrungszustand vor, so ist bei einem bestimmten Werte x die durchfließende Wassermenge noch abhängig von dem Druck p. Die Beziehung zwischen diesen Größen ist bedingt durch die hydraulischen Eigenschaften der an die Rohrleitung angeschlossenen Turbine. Angenähert kann für alle Turbinenarten die durchfließende Wassermenge proportional der Wurzel aus dem Gefälle gesetzt werden, sodaß sie darzustellen ist durch den Ausdruck

$$x \cdot Q_{max} \cdot \sqrt{\frac{H + \frac{p - p_0}{\gamma}}{H}}$$

oder, da praktisch $\frac{p - p_0}{\gamma}$ stets klein sein muß gegen H,

$$x \cdot Q_{max} \cdot \left[1 + \frac{p - p_0}{2\,\gamma\,H}\right].$$

Damit schreibt sich die Kontinuitätsgleichung:

$$F\,v\,dt + d\,W = x \cdot Q_{max} \cdot \left[1 + \frac{p - p_0}{2\,\gamma\,H}\right] dt\,. \quad . \quad . \quad 110)$$

Zwischen den Werten W und p besteht unter Annahme isothermischer Zustandsänderung für die im Windkessel befindliche Luft die Beziehung

$$W \cdot p = \text{konst.} = W_0\,p_0.$$

W_0 bedeutet hierbei das Volumen der Luft im Windkessel für Beharrungszustand.

Der in Gleichung 110) vorkommende Wert dW kann daher ersetzt werden durch

$$dW = -\frac{W}{p} \cdot dp$$

oder, da die Werte W und p von W_0 und p_0 nur wenig abweichen, mit genügender Annäherung durch

$$dW = -\frac{W_0}{p_0} \cdot dp\,. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 111)$$

So entsteht die Gleichung

$$F\,v - \frac{W_0}{p_0} \cdot \frac{dp}{dt} = x \cdot Q_{max}\left[1 + \frac{p - p_0}{2\,\gamma\,H}\right] . \quad . \quad . \quad . \quad 112)$$

Diese liefert in Verbindung mit Gleichung 109) (S. 142):

$$\frac{d^2 v}{dt^2} + \frac{x \cdot Q_{max} \cdot p_0}{2\,\gamma\,H \cdot W_0} \cdot \frac{dv}{dt} + \frac{p_0\,g}{\gamma\,W_0\,L} \cdot F \cdot v = \frac{p_0\,g}{\gamma \cdot W_0\,L} \cdot x \cdot Q_{max}. \quad 113)$$

Diese Differentialgleichung stellt ganz allgemein die Vorgänge in der Rohrleitung dar bei Vorhandensein eines Windkessels. Für eine Lösung derselben ist es noch nötig, das Gesetz zu kennen, nach welchem x sich ändert.

Ist x konstant, d. h. tritt keine Verstellung des Leitapparates ein, so ist das Integral dieser Gleichung

$$v = C_1 \cdot e^{w_1 t} + C_2 \cdot e^{w_2 t} + \frac{x \cdot Q_{max}}{F},$$

wobei

$$w_{\frac{1}{2}} = -\frac{x \cdot Q_{max} \cdot p_0}{4\,\gamma\,H \cdot W_0} \pm \sqrt{\left(\frac{x \cdot Q_{max} \cdot p_0}{4\,\gamma\,H \cdot W_0}\right)^2 - \frac{p_0\,g}{\gamma \cdot W_0\,L} \cdot F} \quad 114)$$

ist.

Praktisch ist fast stets, wie man durch Nachrechnung ausgeführter Anlagen feststellen kann, der erste Ausdruck unter der Wurzel kleiner als der zweite, so daß $w_{\frac{1}{2}}$ imaginär wird. Es entsteht daher ein Verlauf der Geschwindigkeit v, der einer periodischen Schwingung mit abnehmenden Amplituden entspricht. Die Dauer einer Periode beträgt, wenn das positive Glied unter der Wurzel in Gleichung 114) vernachlässigt wird,

$$T_w = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\gamma \cdot W_0 \cdot L}{g \cdot p_0 \cdot F}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 115)$$

Der Grad der Dämpfung hängt ab von dem Werte der Vorzahl von $\frac{dv}{dt}$ in Gleichung 113). Es zeigt sich daher, daß eine um so bessere Dämpfung eintritt, je größer die Öffnung des Leitapparates und je kleiner das Volumen des Windkessels ist. Für $x = 0$ würde die Gleichung überhaupt keine Dämpfung mehr ergeben. In diesem Falle tritt aber praktisch doch noch eine Dämpfung ein infolge der Wasserreibung, die bei der vorliegenden Untersuchung vernachlässigt wurde. Ähnliche periodische Änderungen wie die Geschwindigkeit v erfährt auch der Überdruck $p - p_0$, wie man aus Gleichung 109 (S. 142) ersehen kann.

Ist x nicht konstant, so muß für die weitere Behandlung der Gleichung 113) das Gesetz bekannt sein, nach welchem x sich ändert. Dann ist aber eine strenge Lösung nicht mehr möglich, da auch die Vorzahl von $\frac{dv}{dt}$ in Gleichung 113) (S. 143) von t abhängig wird. Rateau hat für den Fall konstanter Reguliergeschwindigkeit eine angenäherte Lösung durchgeführt, auf welche hier nicht eingegangen werden soll. Es zeigt sich dabei, daß wieder ein Schwingungsvorgang entsteht, dessen Periode der Gleichung 115) entspricht.

Die Untersuchungen lehren jedenfalls, daß die Kombination des Windkessels und der Rohrleitung ein mechanisches System darstellt, welches bei einer Störung des Gleichgewichts in Schwingungen von ganz bestimmter Periodendauer gerät. Nun stellt auch der automatische Regulator in Verbindung mit der Turbine ein solches schwingendes System dar. Es müssen nun, worauf Rateau zuerst hingewiesen hat, sehr ungünstige Verhältnisse entstehen, wenn die Schwingungsdauer bei den beiden Systemen gleich oder auch nur angenähert gleich ist. Es treten dann nämlich Resonanzerscheinungen ein. Das Schließen des Leitapparates würde zu einer Druckerhöhung Veranlassung geben, der nach einer gewissen Zeit, die der halben Schwingungsperiode des Leitungssystems entspricht, eine Druckerniedrigung folgen würde. Tritt nun zur gleichen Zeit ein Öffnen des Leitapparates ein, so wird diese Druckerniedrigung viel bedeutender, als es sonst der Fall wäre. Diese führt andererseits wieder dazu, daß der Leitapparat durch den automatischen Regulator viel weiter geöffnet wird, als es bei konstantem Druck geschehen würde. Bei dem darauf folgenden Schließen des Leitapparates, dem wieder eine Drucksteigerung entspricht, wiederholt sich der Vorgang in verstärktem Maße. Die abwechselnden Bewegungen des Leitapparates würden daher zu zunehmenden Druckschwankungen und zu immer stärker werdenden Schwingungen des Regulators Veranlassung geben, sodaß ein Gleichgewichtszustand nicht mehr eintreten kann, und infolge der Druckschwankungen schließlich ein Bruch der Rohrleitung herbeigeführt werden muß. Bei Verwendung eines Windkessels ist daher die Forderung zu stellen, daß die durch denselben bedingte Schwingungsdauer des Leitungssystems, welche durch Gleichung 115) (S. 144) dargestellt wird, verschieden sei von der Schwingungsdauer der Regulierung.

Es bleibt noch die Möglichkeit, die Schwingungsdauer des Windkessels entweder kleiner oder größer zu wählen als die der Regulierung.

Um hier eine Entscheidung zu treffen, werde noch einmal die Gleichung 109) (S. 142) herangezogen:

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{g}{\lambda L} \cdot (p - p_0) \quad \ldots\ldots\ldots \quad 109)$$

Die Integration dieser Gleichung liefert

$$v_0 - v_1 = + \frac{g}{\lambda L} \cdot \int_{t=0}^{t=t_1} (p - p_0)\, dt \quad \ldots\ldots \quad 116)$$

v_0 und v_1 sind hier die Wassergeschwindigkeiten für die Zeitpunkte $t = 0$ und $t = t_1$. Die Gleichung gilt ganz allgemein, auch für den Fall, daß kein Windkessel vorhanden ist. Sie besagt, daß, um eine Änderung der Wassergeschwindigkeit in der Rohrleitung herbeizuführen, das Zeitintegral der auftretenden Druckänderung einen ganz bestimmten, allein von dem Geschwindigkeitsunterschied abhängigen Wert haben muß. Diese Beziehung läßt sich am einfachsten graphisch deutlich machen. In Fig. 57 sind in einem rechtwinkligen Achsensystem als Abszissen die Zeiten t, als Ordinaten die Drucke p aufgetragen. Das Gesetz, nach welchem p sich ändert, hängt ab von der Art und Weise, in welcher der Leitapparat am Ende der Rohrleitung verstellt wird, und von dem Einfluß des Windkessels. Im allgemeinen wird sich für den

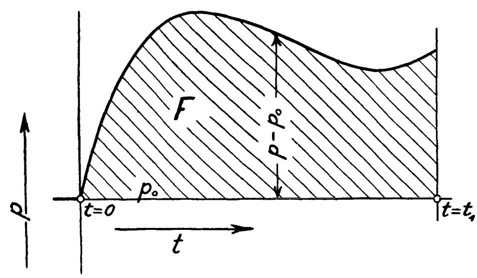


Fig. 57.

Verlauf von p irgend eine unregelmäßige Kurve ergeben. Der Wert p_0 wird im Diagramm durch eine horizontale Gerade dargestellt. Das Integral $\int\limits_{t=0}^{t=t_1} (p - p_0)\,dt$ ist daher gegeben durch die Fläche F, welche von der p-Kurve und der p_0-Linie zwischen den Abszissen $t = 0$ und $t = t_1$ eingeschlossen wird. Diese Fläche ist im Diagramm durch Schraffierung kenntlich gemacht. Die Gleichung 116) besagt nun, daß für die Erzielung einer gewissen Geschwindigkeitsänderung $v_0 - v_1$ die Fläche F einen bestimmten Wert haben muß, der ganz unabhängig ist von dem Verlauf der p-Kurve:

$$F = \frac{\lambda L}{g} \cdot (v_0 - v_1).$$

Zunächst werde diese Beziehung benutzt für den Fall, daß kein Windkessel vorhanden ist, und daß auch sonst keine Einrichtungen ausgeführt sind, die einer Geschwindigkeitsänderung entgegenwirken. Während der Zeit t_1 werde der ursprünglich ganz geöffnete Leitapparat vollständig geschlossen. v_1 ist dann $= 0$ zu setzen. t_1 ist für Regulatoren mit konstanter Reguliergeschwindigkeit identisch mit dem Werte für die Schlußzeit T. Da damit die Größe der Fläche F im Diagramm gegeben ist, so werden offenbar die während der Abschlußbewegung auftretenden Druckänderungen $(p - p_0)$ am kleinsten, wenn die p-Kurve eine horizontale Gerade ist. Bei gleichmäßiger Abschlußbewegung (konstanter Reguliergeschwindigkeit) ist das angenähert der Fall, wie die Berechnungen von Rateau lehren. Nur am Anfang tritt eine Abweichung ein, weil der Druck

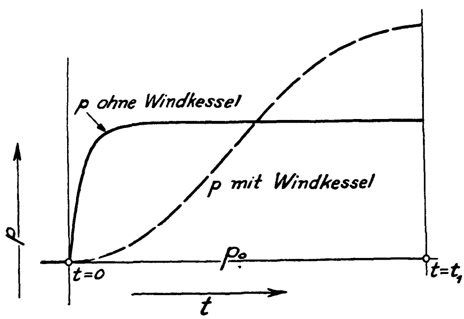


Fig. 58.

nicht plötzlich von dem Werte p_0 auf den Wert p springen kann. Es ergibt sich eine Kurve von der Art wie die ausgezogene Linie in Fig. 58.

Es werde nun angenommen, daß ein Windkessel vorhanden sei von solcher Größe, daß die Periodendauer des Leitungssystems doppelt so groß ist wie die Schlußzeit t_1. Dadurch wird der Verlauf der p-Kurve natürlich vollständig verändert. Für den Zeitpunkt $t = 0$ muß die p-Kurve eine horizontale Tangente besitzen, da $\frac{dp}{dt}$ für diesen Zeitpunkt, wie man aus Gleichung 112) (S. 143) erkennen kann, $= 0$ ist. Danach müssen die Werte p zunehmen, der Zeitpunkt $t = 0$ entspricht also einem Minimum der p-Kurve. Für den Zeitpunkt $t = t_1$ muß p einen größten Wert erreichen, da p sich bei Vorhandensein eines Windkessels periodisch verändert, und da bei einer solchen Veränderung die Maxima gegen die Minima um die halbe Periodendauer verschoben sind, die in diesem Fall $= t_1$ sein sollte[1]). Für den Zeitpunkt t_1 ist daher auch die Geschwindigkeit in der Rohrleitung $v_1 = 0$, da in diesem Augenblick kein Wasser mehr in den Windkessel tritt oder aus demselben heraustritt. Die durch die p-Kurve abgegrenzte Fläche F muß daher in diesem Fall den gleichen Inhalt haben wie beim Fehlen des Windkessels. Aus diesen Gründen folgt, daß die p-Kurve einen Verlauf haben muß, wie er in Fig. 58 durch die gestrichelte Linie gegeben ist. Es zeigt sich, daß die Druckschwankungen viel größer werden, als wenn kein Windkessel vorhanden wäre.

Die Verhältnisse waren in diesem speziellen Fall so gewählt, daß die Schwingungsdauer des Leitungssystems ungefähr gleich derjenigen der Regulierung wurde, denn die letztere ist angenähert identisch mit dem Werte $2\,t_1$, wenn es sich um konstante Reguliergeschwindigkeit handelt. Der auftretenden Resonanz wegen ist dieser Fall zu vermeiden. Die vorliegende Betrachtung zeigt nun, daß ein Windkessel von einer solchen Schwingungsdauer auch deswegen zwecklos wäre, weil er bereits die mit der ersten Regulierbewegung verbundene Druckänderung nicht nur nicht verringert, sondern sogar steigert. Diese Untersuchung bezog sich nur auf den Fall konstanter Reguliergeschwindigkeit, man erkennt aber leicht aus dem Gange derselben, daß auch für den Fall veränderlicher Reguliergeschwindigkeit ein Windkessel, der gleiche Schwingungsdauer hat wie die Regulierung, die bei der ersten Regulierbewegung auftretenden Druckänderungen nicht verbessern kann, wenn er sie vielleicht auch nicht in dem Maße verschlechtert wie bei konstanter Reguliergeschwindigkeit.

---

[1]) Bei dieser Betrachtung ist abgesehen einmal von dem Einfluß der Dämpfung, die eine Vergrößerung der Schwingungsdauer zur Folge hat, und andererseits von den Störungen, welche der Schwingungsvorgang infolge der gleichzeitig stattfindenden Bewegung des Leitapparates erleidet. Diese Vernachlässigungen dürften aber zulässig sein, da es sich im vorliegenden Falle nicht um eine genaue zahlenmäßige Wiedergabe des Vorganges handelt.

Ist die durch den Windkessel bedingte Schwingungsdauer kleiner als diejenige der Regulierung, so kann ebenfalls der Windkessel keinen Vorteil mehr bieten. Die p-Kurve würde in diesem Fall eine Gestalt haben, wie die gestrichelte Linie in Fig. 59 zeigt. Die durch den Windkessel bedingten Druckschwingungen müssen um denjenigen Wert herum verlaufen, der sich beim Fehlen des Windkessels ergeben würde und der in der Fig. 59 wieder durch eine ausgezogene Linie dargestellt ist. Der Grund hierfür liegt wieder darin, daß die von den p- und p_0-Linien eingeschlossenen Flächen F bei Vorhandensein eines Windkessels und bei Fehlen desselben angenähert den gleichen Inhalt haben müssen. Genau würde das zutreffen,

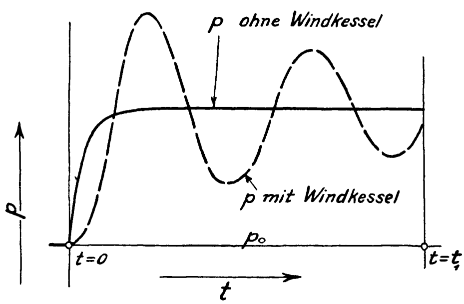


Fig. 59.

wenn der Zeitpunkt t_1 mit einem Maximum oder Minimum der bei Vorhandensein des Windkessels geltenden p-Kurve zusammenfällt.

Die vorstehenden Betrachtungen zeigen, daß man die bei gegebener Reguliergeschwindigkeit auftretenden Druckänderungen nur dadurch verringern kann, daß man die Geschwindigkeitsänderuugen, welche das Wasser in der Rohrleitung bei einer Regulierbewegung erfahren muß, über einen größeren Zeitraum hinzieht. Wird beispielsweise der Leitapparat durch die automatische Regulierung vollständig geschlossen, so ist es erforderlich, daß in dem Zeitpunkt des Abschlusses die Wassergeschwindigkeit in der Rohrleitung noch einen möglichst großen Wert hat, der erst allmählich auf den Wert 0 gebracht werden darf. Durch einen Windkessel läßt sich diese Wirkung erreichen, aber nur dann, wenn die Schwingungsdauer des Leitungssystems viel größer ist als die Schwingungsdauer der Regulierung. In diesem Fall würde nämlich der Windkessel noch für eine gewisse Zeit Wasser aufnehmen, nachdem der Leitapparat bereits geschlossen ist. Um Resonanzerscheinungen auszuschließen, dürfte es sich dann empfehlen, die Reguliergeschwindigkeit so groß wie möglich, also die Schlußzeit sehr klein zu wählen, sodaß die Schwingungsdauer des Leitungssystems ein möglichst großes Vielfaches derjenigen der Regulierung wird.

3. Berechnung des Windkessels.

Die Berechnung des Windkessels kann dann geschehen unter Zugrundelegung einer größten Drucksteigerung $(p - p_0)$ in der Weise, als ob der Windkessel bei eintretender Abschlußbewegung die ganze im Wasser der Rohrleitung befindliche Bewegungsenergie aufzunehmen hätte. (Genau trifft diese Annahme nur für unendlich kleine Schlußzeit zu.)

Bei einer Volumänderung dW nimmt der Windkessel eine Arbeit auf von der Größe $-p\,dW$. Dieser Wert muß gleich sein der Summe aus der Verringerung der Bewegungsenergie dA und derjenigen Arbeit, welche die Schwerkraft an dem in den Windkessel eindringenden Wasser leistet. Der letztere Betrag ist $-p_0 . dW$. Daher entsteht die Gleichung

$$dA - p_0 \cdot dW = -p \cdot dW$$

oder

$$dA = -(p - p_0) \cdot dW.$$

Für dW kann nach Gleichung 111) (S. 143) $-\frac{W_0}{p_0} . dp$ gesetzt werden, sodaß

$$dA = +\frac{W_0}{p_0} \cdot (p - p_0) . dp$$

wird und

$$A = \frac{W_0}{p_0} \cdot \frac{(p - p_0)^2}{2}.$$

Die lebendige Kraft des Wassers in der Rohrleitung ist nun

$$A = \frac{L F \cdot \gamma}{g} \cdot \frac{v^2_{max}}{2}$$

oder, wenn man die größte sekundliche Wassermenge Q_{max} einführt:

$$A = \frac{L\gamma}{gF} \cdot \frac{Q^2_{max}}{2}.$$

Daher entsteht die Beziehung:

$$\frac{W_0}{p_0} \frac{(p - p_0)^2}{2} = \frac{L\gamma}{gF} \cdot \frac{Q^2_{max}}{2} \quad \ldots\ldots \quad 117)$$

Aus dieser Gleichung läßt sich unter Annahme einer zulässigen Druckänderung $p - p_0$ das nötige Windkesselvolumen leicht berechnen.

Praktisch stehen der Anordnung eines Windkessels mancherlei Bedenken entgegen. Ganz abgesehen davon, daß ein Windkessel, der die Druckschwankungen auf das gewünschte Maß zu reduzieren imstande ist, oft ganz außerordentliche Dimensionen haben muß, gibt er auch im Betriebe leicht zu Störungen Veranlassung. Wird nämlich das Luftquantum nicht sorgfältig durch andauerndes Nachfüllen von Luft auf dem normalen Wert erhalten, so kann leicht der Fall eintreten, namentlich wenn die Perioden des Windkessels und der Regulierung nicht sehr verschieden gewählt sind, daß durch Verkleinerung des Luftvolumens Resonanzerscheinungen mit sehr schädlichen Folgen hervorgerufen werden. Die Verhältnisse können ziemlich leicht entstehen, da Wasser, welches unter Druck steht, in sehr hohem Maße Luft aufnimmt.

4. Nebenauslässe.

Das beste Mittel zur Vermeidung schädlicher Druckschwankungen besteht in der Anordnung eines Nebenauslasses am Ende der Rohrleitung, der mit dem Servomotor derart in Verbindung steht, daß er bei Regulierbewegungen stets in demselben Maße geöffnet wird, wie der Leitapparat sich schließt. Es ist dann noch eine Einrichtung zu treffen, durch welche immer wieder ein langsames Schließen des Nebenauslasses herbeigeführt wird. Fig. 60 zeigt schematisch die Anordnung eines solchen Nebenauslasses, der hier als Drosselklappe ausgebildet ist. Mit der Drosselklappe in zwangläufiger Verbindung steht ein Zylinder C, der durch Gewichte oder Federn so belastet wird, daß er stets die Drosselklappe zu schließen strebt. In dem Zylinder bewegt sich ein Kolben, der mit dem Leitapparat zwangläufig verbunden ist. Dieser Kolben trägt ein Ventil V, welches so angeordnet ist, daß der Kolben sich zwar in dem Zylinder schnell abwärts bewegen kann, ohne erheblichen Widerstand zu finden, daß aber bei einer Aufwärtsbewegung, die einem Schließen des Leitapparates entspricht, ein Mitnehmen des Zylinders eintreten muß, welches eine Öffnung der Drosselklappe zur Folge hat. Durch eine kleine Bohrung, die das Ventil noch frei läßt, wird unter dem Einfluß der Gewichts- oder Federbelastung ein langsames Schließen der Drosselklappe erzielt.

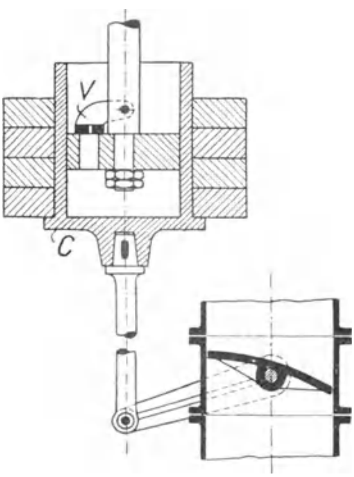


Fig. 60.

Auch durch Druckflüssigkeit kann man einen Abschluß des Nebenauslasses herbeiführen. Eine derartige Konstruktion, die von der Elsässischen Maschinenbau-Gesellschaft Mülhausen (Elsaß) ausgeführt wird, zeigt Fig. 61[1]). Der Servomotor ist dabei zwangläufig mit einem Kolben a verbunden, der sich in dem Zylinder g bewegt. Dieser Zylinder ist achsial verschiebbar und trägt an seinem unteren Ende den hier als Achsialschieber ausgebildeten Verschluß des Nebenauslasses. Der Kolben a ist mit einer größeren Bohrung d versehen, die durch ein Kugelventil geschlossen gehalten wird, solange in dem Raum p über dem Kolben größerer Druck herrscht als in dem Raum o unterhalb des Kolbens. Außerdem ist noch eine kleine Bohrung bei r vorhanden, die die Räume p und o dauernd mit einander verbindet. Der Raum unter dem Kolben (o) steht beständig unter Druck. Man

[1]) Fig. aus W. Wagenbach, Neuere Turbinenanlagen.

erkennt leicht, daß auch hier der Kolben sich in dem Zylinder nach oben hin nur langsam bewegen kann, daß er also bei einer Aufwärtsbewegung den Zylinder mitnehmen muß, während bei einer Abwärtsbewegung des Kolbens kein größerer Widerstand auftritt. Der allmähliche Abschluß erfolgt durch den Flüssigkeitsdruck, da die obere Kolbenfläche um den Querschnitt der Kolbenstange kleiner ist als die untere.

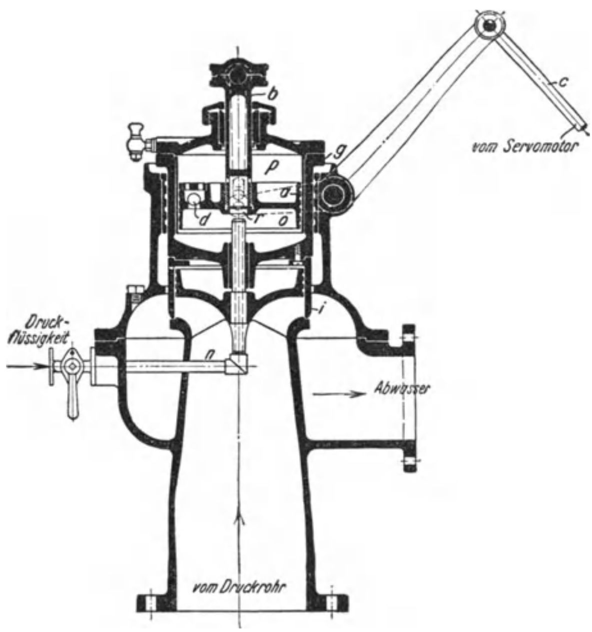


Fig. 61.
Elsässische Maschinenbau-Gesellschaft Mülhausen (Elsaß).

Eine solche Einrichtung läßt keine nennenswerte Druckänderung in der Rohrleitung zu, wenn der Reguliervorgang mit Schließen des Leitapparates beginnt, dagegen tritt eine Druckerniedrigung ein, wenn der Leitapparat zu Anfang geöffnet wird. Diese Druckerniedrigung wirkt insofern schädlich, als sie zu einem Überregulieren Veranlassung gibt. Aber da die folgende Schließbewegung eine gleichzeitige Öffnung des Nebenauslasses zur Folge hat, und von da an die Summe der

Abflußquerschnitte der Rohrleitung (am Leitapparat und am Nebenauslaß) keine schnelle Änderung mehr erfährt, so kann die ganze schädliche Wirkung nur darin bestehen, daß zu Anfang der Regulierbewegung ein stärkeres Zurückgehen der Tourenzahl der Turbine eintritt, als es bei konstantem Druck der Fall wäre. Dieser schädlichen Wirkung kann man entgegenarbeiten durch Vergrößerung der Schwungmassen der Turbine. Besonders ungünstige Verhältnisse entstehen, wenn die Turbine plötzlich voll belastet wird. Dann ist nämlich ein Gleichgewichtszustand zwischen Leitung und Belastung erst zu erreichen, nachdem das Wasser in der Rohrleitung bereits seine volle Geschwindigkeit erlangt hat. Der Arbeitsbetrag, welcher als lebendige Kraft dem Wasser in der Rohrleitung zugeführt werden muß, geht der Turbine verloren, die Schwungmassen müssen gewissermaßen diesen Arbeitsbetrag abgeben. Man kann daraus leicht ermitteln, welche Verringerung die Tourenzahl erfährt.

Will man auch die Druckverminderung bei plötzlicher Belastung der Turbine vermeiden, so muß man entweder einen Windkessel ausführen, dessen Größe in der bereits angegebenen Weise zu ermitteln wäre, oder man muß, wie Rateau vorschlägt, einen hydraulischen Akkumulator anordnen, welcher bei plötzlicher Öffnung des Leitapparates der Rohrleitung Druckwasser zuführen müßte. Das könnte geschehen durch Vermittelung eines Absperrorgans zwischen dem Akkumulator und der Rohrleitung, welches in ähnlicher Weise vom Servomotor aus gesteuert wird wie der Nebenauslaß, der bei plötzlichen Entlastungen in Funktion treten soll. Rateau weist darauf hin, daß es durch Anordnung eines solchen Akkumulators möglich wäre, den Reguliervorgang besser zu gestalten, als er bei konstantem Druck vor dem Leitapparat sein würde. Man kann nämlich dadurch, daß man die Querschnitte des Ein- und Auslaßorgans hinreichend vergrößert, bewirken, daß beim Öffnen des Leitapparates eine Druckerhöhung, beim Schließen eine Druckerniedrigung eintritt, wodurch natürlich die Dämpfung der Tourenschwingungen in sehr günstiger Weise beeinflußt werden muß.

Für Turbinen von geringem Gefälle lassen sich schädliche Druckschwankungen auch vermeiden durch Anordnung eines vertikalen, oben offenen Standrohres, welches möglichst dicht vor der Turbine an die Rohrleitung anzuschließen ist, und aus welchem bei Druckerhöhung Wasser überlaufen kann. Ein solches Standrohr empfiehlt sich aber nur, wenn die Länge der Rohrleitung relativ groß ist gegenüber dem Gefälle, und auch dann muß zur Vermeidung großer Druckschwankungen die Reguliergeschwindigkeit gering gewählt werden.

Außer den bisher angegebenen Mitteln hat man auch noch Sicherheitsventile angewendet, um die Druckschwankungen klein zu halten. Diese dürften aber nicht empfehlenswert sein, da sie einerseits nur auf Druckerhöhungen, nicht auf Druckverminderungen reagieren, und da sie andererseits erst anfangen zu wirken, wenn eine Druckerhöhung bereits vorliegt. Außerdem müssen sie vielfach sehr große Dimensionen erhalten, um den nötigen Abflußquerschnitt freizugeben, und werden daher in der Anlage teurer als Nebenauslässe, die dabei im Betriebe zuverlässiger sind.

Zweiter Teil.

Konstruktive Anordnungen.

Die bisherigen Untersuchungen haben gezeigt, daß der Reguliervorgang sich verschieden abspielt, je nachdem die Reguliergeschwindigkeit konstant oder veränderlich ist. Im letzteren Fall ergeben sich die auftretenden Tourenschwankungen bei plötzlicher Belastungsänderung proportional dieser Belastungsänderung, während sie bei den Regulatoren mit konstanter Reguliergeschwindigkeit proportional dem Quadrat der Belastungsänderung sind. Praktisch tritt aber noch ein weiterer Unterschied auf, der bedingt ist durch die Massenwirkung im Reguliergetriebe. Bei den Regulatoren mit konstanter Reguliergeschwindigkeit muß bei einer bestimmten Abweichung des Steuerorgans aus seiner Mittellage die Einschaltung des Servomotors fast momentan erfolgen. Die Teile des Reguliergetriebes, welche sich vorher in Ruhe befanden, sollen plötzlich eine gewisse Geschwindigkeit erlangen. Es tritt daher ein Stoß auf, der mehr oder weniger Lärm verursacht, und der hohe Beanspruchungen sowie auch schnelle Abnutzung im Reguliergetriebe herbeiführt. Es lassen sich zwar verschiedene Mittel anwenden, durch welche der Stoß gemildert werden kann, z. B. federnde Zwischenglieder oder Reibungskuppelungen, aber jeder Schritt nach dieser Richtung hin bedeutet eine Verzögerung der Einschaltung, die, wie gezeigt wurde, auf den Reguliervorgang einen sehr ungünstigen Einfluß ausübt. Auch beim Ausschalten des Servomotors ergeben sich die gleichen Übelstände, da hierbei die bewegten Massen des Reguliergetriebes plötzlich angehalten werden müssen. Diese

Übelstände treten um so mehr in die Erscheinung, je kürzer die Schlußzeit ist. Man wird aber doch, um große Schwungmassen zu vermeiden, die Schlußzeit möglichst gering wählen. Aus den vorstehend dargelegten Gründen ergibt sich indessen bald eine Grenze, die noch abhängig ist von der Art des Regulators und von der Anordnung des Reguliergetriebes. Zweckmäßig ist es, dasselbe stets so auszubilden, daß die bewegten Massen ebenso wie die Wege, welche dieselben von einer Grenzlage bis zur anderen zurückzulegen haben, möglichst klein werden. Dann lassen sich in den meisten Fällen günstige Verhältnisse erreichen, wenn die Schlußzeit ungefähr 8 bis 15 Sekunden beträgt. Einzelne Firmen geben für ihre Regulatoren sogar noch Schlußzeiten bis herunter auf 4 und 3 Sekunden an.

Die geschilderten Schwierigkeiten treten nicht auf bei den Regulatoren mit veränderlicher Reguliergeschwindigkeit; bei diesen findet stets eine allmähliche Geschwindigkeitsänderung im Reguliergetriebe statt, da die Reguliergeschwindigkeit sich proportional der Abweichung des Steuerorgans aus seiner Mittellage verändert, und da dieses Steuerorgan keine plötzlichen Verschiebungen erfährt. Aus diesem Grunde kann die Reguliergeschwindigkeit bei solchen Regulatoren sehr viel höher gewählt werden als bei Regulatoren mit konstanter Reguliergeschwindigkeit. In vielen Fällen ist es gar nicht nötig, besondere Schwungmassen anzuordnen, was bei Regulatoren mit konstanter Reguliergeschwindigkeit fast stets geschehen muß, um die Tourenschwankungen in den gewünschten Grenzen zu halten; es genügen dann die Schwungmassen, welche in den auf der Turbinenwelle sitzenden Maschinenteilen liegen (Riemenscheiben, Dynamoanker u. dergl.).

Mit der Bemessung der Reguliergeschwindigkeit ist man hier in einzelnen Fällen so weit gegangen, daß der Abschluß des Leitapparates in $^1/_2$ Sekunde erfolgt.

In ihrer Wirkungsweise sind daher die Regulatoren mit veränderlicher Reguliergeschwindigkeit denen mit konstanter weit überlegen. Dem steht allerdings gegenüber, daß die Regulatoren mit konstanter Reguliergeschwindigkeit sowohl in der Anlage als auch im Betriebe meist viel billiger werden als die mit veränderlicher.

Für eine Beschreibung der konstruktiven Anordnung der Regulatoren sollen dieselben geschieden werden in mechanische und hydraulische, mit Rücksicht auf die Energieform, welche im Servomotor zur Verwendung gelangt. Die mechanischen Regulatoren lassen sich ferner einteilen in solche mit konstanter und solche mit veränderlicher Reguliergeschwindigkeit.

A. Mechanische Regulatoren mit konstanter Reguliergeschwindigkeit.

Das Charakteristische der mechanischen Regulatoren mit konstanter Reguliergeschwindigkeit besteht darin, daß sie unter dem Einfluß des Pendelreglers eine Kuppelung herbeiführen zwischen einem Maschinenteil, der mit dem Leitapparat in zwangläufiger Verbindung steht (Regulierwelle oder dergl.), und einem Maschinenteil, welcher von der Turbinenwelle oder einer Transmissionswelle aus in ständiger Bewegung erhalten wird, derart, daß der Leitapparat so lange an dieser Bewegung teilnimmt, bis durch die Einwirkung des Reglers und der Rückführung die Ausrückung der Kuppelung erfolgt. Da der Regulator den Leitapparat sowohl zu öffnen wie zu schließen hat, so sind zwei solcher Kuppelungen anzuordnen, und es ist eine Einrichtung zu treffen, die den Richtungssinn der Bewegung bei der Einschaltung der zweiten Kuppelung umkehrt. Der Hauptbestandteil eines solchen Regulators stellt sich demnach als ein Wendegetriebe dar.

Je nach der Art der Kuppelung sollen unterschieden werden: Regulatoren mit Mitnehmerkuppelungen (Zahn- oder Klinkenkuppelungen), mit Reibungskuppelungen, mit Riemenkuppelungen und mit hydraulischen Kuppelungen.

1. Regulatoren mit Mitnehmerkuppelungen.

Es liegt sehr nahe, den Leitapparat durch eine Regulierspindel verstellen zu lassen, die zu dieser Verstellung eine Anzahl von Umdrehungen zu machen hat, und als Antriebsorgan eine mit gleichmäßiger Geschwindigkeit rotierende Welle anzuordnen. Durch Anwendung eines gewöhnlichen Kegelräder-Wendegetriebes mit Zahnkuppelungen erhält man dann die in Fig. 62 skizzierte Anordnung, bei welcher die beiden Zahnkuppelungen gemeinsam von dem Pendelregler verstellt werden. A ist hierbei die Antriebswelle, B die Regulierwelle. Die Wirkungsweise dürfte aus der Skizze ohne weiteres verständlich sein. Diese Konstruktion hat aber schwerwiegende Nachteile. Einerseits werden die Kuppelungen durch den Pendelregler nie vollständig zum Eingriff gebracht, sondern sie arbeiten meist nur mit den äußersten Kanten, sodaß dieselben sich sehr schnell abnutzen und dann Veranlassung geben zu stoßartigen Rückdrucken auf die Reglerhülse; andererseits wird die Kraft zur Ausrückung der Kuppelung, welche vom Regler hergegeben werden muß, sehr bedeutend. Dieser Umstand würde andauernde Schwankungen der Tourenzahl herbeiführen.

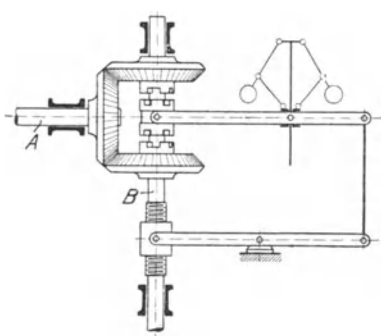


Fig. 62.

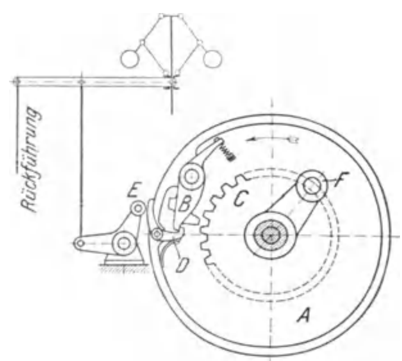


Fig. 63.
Regulator von Schaad.

Wenn die geschilderten Übelstände vermieden werden sollen, so darf die Kuppelung nicht zwangläufig vom Regler aus verstellt werden, sondern nur durch einen Hilfsmechanismus, der durch den Regler ausgelöst wird. Diese Forderung führt zu der in Fig. 63 dargestellten Anordnung. Das Zahnrad C sitzt hierbei auf der mit dem Leitapparat verbundenen Regulierwelle, während das Klinkenrad A ständig rotiert. Auf diesem Rade A sitzt die Schaltklinke B, die eine Kuppelung zwischen den Rädern A und C herbeiführt, wenn sie nicht durch eine Sperrklinke D daran gehindert ist. Diese Sperrklinke D wird nun durch einen Anschlag E ausgelöst, der durch den Fliehkraftregler verstellt wird. Die Ausrückung der Schaltklinke erfolgt bei jeder Umdrehung durch einen festen Anschlag F. Zur umgekehrten Bewegung des Leitapparates ist eine zweite gleiche Kuppelung in Verbindung mit einem Kegelräder-Wendegetriebe anzuordnen. Da die Auslösung stattfinden muß, bevor die Klinke wieder in die Nähe des Anschlages E kommt, so wird bei jeder Umdrehung des Rades A die Regulierwelle nur um ein bestimmtes Stück gedreht, das kleiner sein muß als eine volle Umdrehung. Die Bewegung des Leitapparates setzt sich daher aus einer Anzahl von Einzelverstellungen zusammen. Die Einschaltung der Kuppelung geht nun, wie schon vorher gesagt wurde, mit einem heftigen Stoß vor sich. Solche Stöße würden sich bei der geschilderten Anordnung während der Regulierbewegung ständig wiederholen. Man kann aber einen angenähert kontinuierlichen Verlauf der Bewegung des Leitapparates erzielen, wenn man mehrere Klinken anbringt. Der Umstand, daß die Ein- und Ausrückung der Kuppelung nur in ganz bestimmten Lagen des Klinkenrades erfolgen kann, bedingt naturgemäß eine Verzögerung der Ein- und Ausschaltung des Servomotors, die man aber klein halten kann durch die Wahl einer hohen Geschwindigkeit für das Klinkenrad und durch Anordnung möglichst vieler Klinken. Diese Konstruktion stammt von Schaad. Sie ist ausgeführt worden von der A.-G. der Maschinenfabrik von Th. Bell & Cie. in Kriens[1]). Bei allen Regulatoren mit Mitnehmerkuppelungen ist es zweckmäßig, zur Milderung der Stöße den Leitapparat nicht starr mit der Kuppelung zu verbinden, sondern nachgiebige Zwischenglieder (Gummipuffer, Federn oder dergl.) einzuschalten.

Man kann die Stöße auch dadurch abschwächen, daß man dem treibenden Gliede des Servomotors nicht eine gleichförmige Bewegung, sondern eine solche mit periodisch wechselnder

---

[1]) Prášil, Spezialbericht über die Turbinen und deren Regulatoren an der Weltausstellung in Paris 1900. Schweizer. Bauzeitung 1901, Bd. XXXVII.

Geschwindigkeit gibt. Man muß dann nur dafür sorgen, daß die Einschaltung der Kuppelung stets in einem Zeitpunkt geschieht, in welchem die Geschwindigkeit klein ist. Diese Forderungen lassen sich erfüllen, wenn man dem treibenden Gliede des Servomotors durch Kurbel- oder Exzentertrieb eine oszillierende Bewegung erteilt und die Einrückung der Kuppelung in der Nähe der Totpunkte vor sich gehen läßt. Die Verstellung des Leitapparates setzt sich dann wieder aus einer Anzahl von Einzelverstellungen zusammen, aber die Stöße werden nicht mehr so bedeutend wie bei dem vorher betrachteten Klinkenregulator. Einen Vorteil bietet die Anordnung noch dadurch, daß man nicht nötig hat, alle Teile der Kuppelungen doppelt auszuführen, um Bewegungsumkehr zu erzielen, sondern man kann die Rückbewegung der schwingenden Scheibe zugleich für die umgekehrte Bewegung des Leitapparates nutzbar machen. Die Einschaltung der Kuppelung geschieht durch Vermittelung einer Feder in der gleichen Weise wie bei dem in Fig. 63 dargestellten Regulator. Die Ausschaltung der Klinke kann in einfachster Weise bei der Rückbewegung der schwingenden Scheibe erfolgen. Die Anordnung eines solchen, von der Firma Piccard, Pictet & Co., Genf[1]) ausgeführten Regulators ist in Fig. 64 schematisch dargestellt. A ist hierbei die durch eine Kurbel ständig hin und her bewegte Scheibe, das Zahnradsegment C ist zwangläufig mit dem Leitapparat verbunden. Mit B sind die Schaltklinken bezeichnet, welche bei passender Lage des vom Pendelregler verstellten Anschlages D eine Kuppelung zwischen A und C bewirken. Auch diese Anordnung bedingt eine zeitliche Verzögerung der Ein- und Ausrückung des Servomotors, die sich aber wieder klein halten läßt durch eine genügend hohe Tourenzahl für die Kurbel, welche die schwingende Scheibe A antreibt.

Handelt es sich nur um kleine Leistungen, so kann man die vorstehende Anordnung noch dahin vereinfachen, daß man die Klinken fest auf der oszillierenden Scheibe anbringt und dieser Scheibe durch den Pendelregler noch eine zweite Be-

---

[1]) Prášil, Die Turbinen und deren Regulatoren auf der Schweizerischen Landesausstellung in Genf 1896. Schweizer. Bauzeitung 1896, Bd. XXVIII.

wegung erteilt senkrecht zur Arbeitsbewegung, um die Ein- und Ausschaltung zu bewirken. Die Fig. 65 und 66 geben die schematische Anordnung eines so vereinfachten Regulators. Statt der schwingenden Scheibe ist ein Exzenter A ausgeführt, welches durch den Pendelregler in seiner Höhenlage verstellt wird. Mit dem Leitapparat in Verbindung steht der Rahmen B, der eine Reihe stufenförmig angeordneter Anschläge trägt, so daß jede Bewegung der Reglerhülse eine entsprechende Bewegung des Leitapparates zur Folge hat. Natürlich muß zwischen dem Exzenter und den Anschlagflächen des Rahmens B so viel Spiel sein, daß das Exzenter im Beharrungszustande nicht anschlägt. In der Anordnung liegt zugleich die Rückführung, da für den Beharrungszustand jeder Stellung des Leitapparates eine bestimmte Hülsenstellung am Regler entspricht.

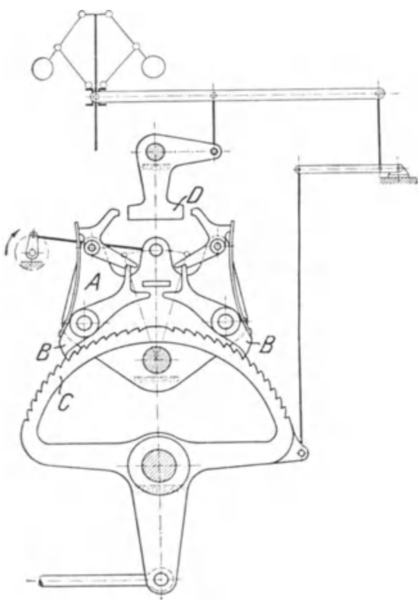


Fig. 64.
Piccard, Pictet & Co., Genf.

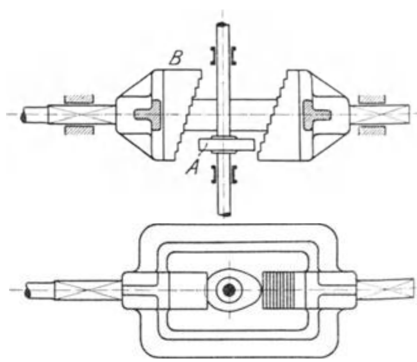


Fig. 65 u. 66.

Nach diesem Prinzip ist der Regulator von Michaud konstruiert, der von den Ateliers de constructions mécaniques de Vevey ausgeführt wird (Fig. 67 u. 68)[1]). Hier ist auf der Reglerwelle ein Exzenter fest angebracht, welches die

[1]) Fig. aus W. Wagenbach, Neuere Turbinenanlagen.

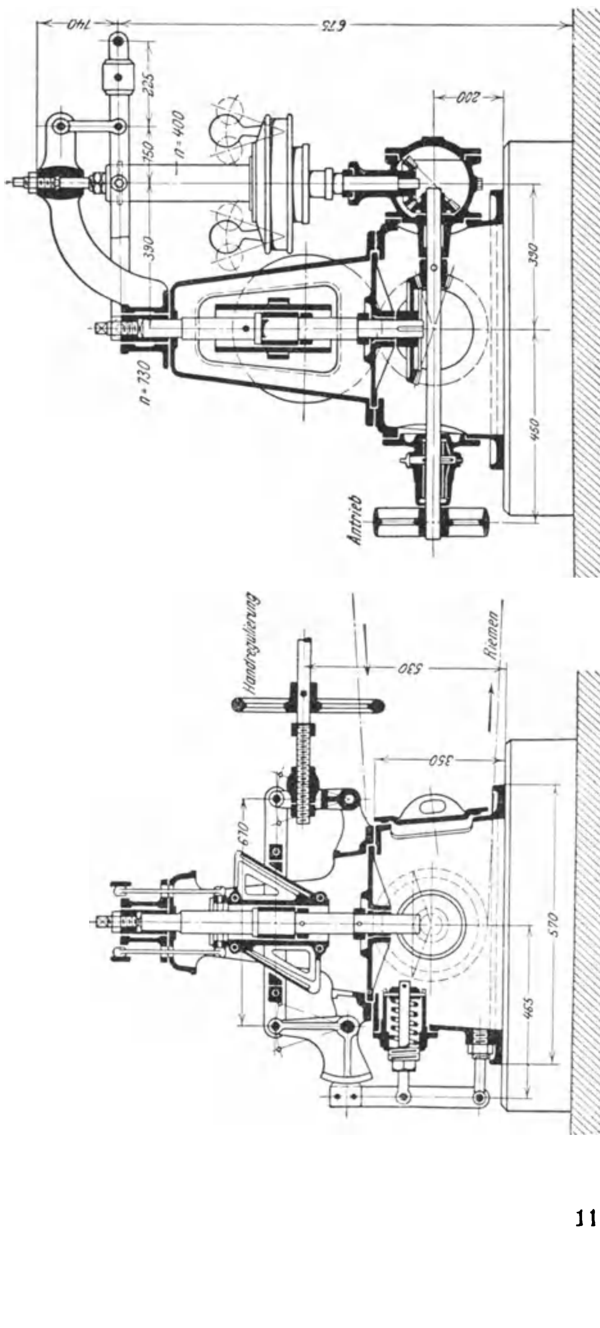


Fig. 67 u. 68.
Regulator von Michaud.

mit der Reglerhülse verbundenen Anschlagflächen in schwingende Bewegung versetzt.

Die in Fig. 65 u. 66 dargestellte Anordnung ist häufig als Hilfsmechanismus (zweiter Servomotor) zur Verstellung einer Riemengabel ausgeführt worden. Man bringt dann nur drei Abstufungen an den Anschlagflächen an, da in diesen Fällen nur eine Verschiebung des Riemens aus der Mittellage in seine beiden Grenzlagen, nicht aber in Zwischenlagen zu erfolgen hat. Fig. 69 stellt eine konstruktive Ausbildung dieses Mechanismus dar, die häufig ausgeführt worden ist. D ist eine in ständiger Drehung gehaltene unrunde Scheibe, die vom Pendelregler in ihrer Höhenlage verstellt wird. Der Doppelhebel A, welcher die Anschlagrollen B trägt, steht in zwangläufiger Verbindung mit der Riemengabel.

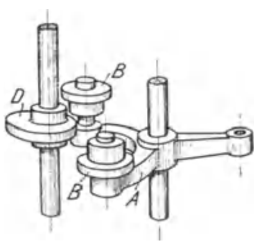


Fig. 69.

Die bisher beschriebenen Regulatoren sind vorzugsweise geeignet für kleine Leistungen und für Reguliergetriebe, deren Massenwirkungen sehr gering sind, also namentlich für die Getriebe, mit welchen man die Düsenquerschnitte an Peltonrädern reguliert. Für größere Leistungen dürften sie nicht mehr anwendbar sein, namentlich wenn auch die Schlußzeit klein gehalten werden soll.

2. Regulatoren mit Reibungskuppelungen.

Die einfachste Anordnung eines Reibräder-Wendegetriebes ist in Fig. 70 dargestellt. Die Reibscheiben A sitzen hierbei fest auf einer Hülse B, die ständig gedreht wird. Die Welle des Reibrades C ist fest gelagert. Setzt man nun die Hülse B mit dem Pendelregler, das Reibrad C mit der Regulierwelle in Verbindung, so tritt bei einer Verschiebung der Reglerhülse nach oben oder unten eine Drehung der Regulierwelle ein, die ein Öffnen oder Schließen des Leitapparates

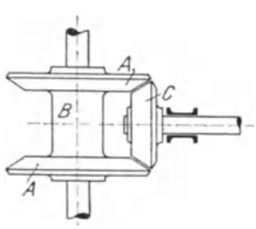


Fig. 70.

bewirkt. Die so geschaffene Anordnung eines Turbinenregulators (s. Fig. 24, S. 40) ist aber nur für sehr kleine Leistungen geeignet, da die Kraft zum Aneinanderpressen der Reibscheiben vom Regler ausgeübt werden muß. Ungünstig ist auch die geringe Größe der Berührungsflächen bei den Reibrädern, da hierdurch eine schnelle und ungleichmäßige Abnutzung derselben herbeigeführt wird.

Die vorliegende Konstruktion ist von Pfarr als Hemmwerk (S. 54) ausgebildet worden, und hierzu ist sie sehr geeignet, da es sich hierbei nur um sehr kleine Kräfte handelt, und da die Reibscheiben A, welche dann zweckmäßig direkt mit der Reglerhülse verbunden werden, in Verbindung mit dem Reibrade C zugleich die Anschlagflächen liefern, die den freien Hub des Reglers in sehr engen Grenzen halten.

Um eine Berührung der Reibräder in einer größeren Fläche zu erzielen, muß man zwei getrennte Reibräderpaare ausführen und die Bewegungsumkehr durch Kegelräder oder dergl. bewirken. Man gelangt dann zu einer Anordnung, die sich von der in Fig. 62 (S. 159) dargestellten nur dadurch unterscheidet, daß statt der Zahnkuppelungen Reibungskuppelungen verwendet sind. Auch hier ist natürlich die zum Anpressen der Reibscheiben nötige Kraft aus dem Pendelregler zu gewinnen. Man kann aber durch Anwendung großer Reibscheiben und durch konische Form der Reibflächen solche Regulatoren für wesentlich größere Leistungen ausführen als die vorher erwähnten Anordnungen. Die konische Form der Reibflächen hat übrigens den Nachteil, daß ein Lösen der Kuppelung erst eintritt, wenn die Achsialkraft weit unter den Wert gesunken ist, der zum Einschalten der Kuppelung notwendig ist. Dieser Umstand kann leicht Veranlassung zu andauernden Schwankungen der Tourenzahl geben, allerdings nicht in dem Maße, wie sie durch Anwendung von Zahnkuppelungen herbeigeführt würden.

Für große Leistungen werden die zur Einschaltung der Kuppelung nötigen Achsialkräfte so bedeutend, daß man zweckmäßig dazu Hilfsmechanismen ausführt, die vom Pendelregler gesteuert werden.

Für diesen Zweck wendet die Woodward Governor Company, Rockford, Illinois den bereits beschriebenen, in Fig. 69 dargestellten Mechanismus an. Fig. 71 zeigt einen

Regulator dieser Firma. Man erkennt in dem Schaubilde deutlich die eigenartige Rückführung, welche von dieser Firma ausgeführt wird und welche auf S. 131 beschrieben wurde.

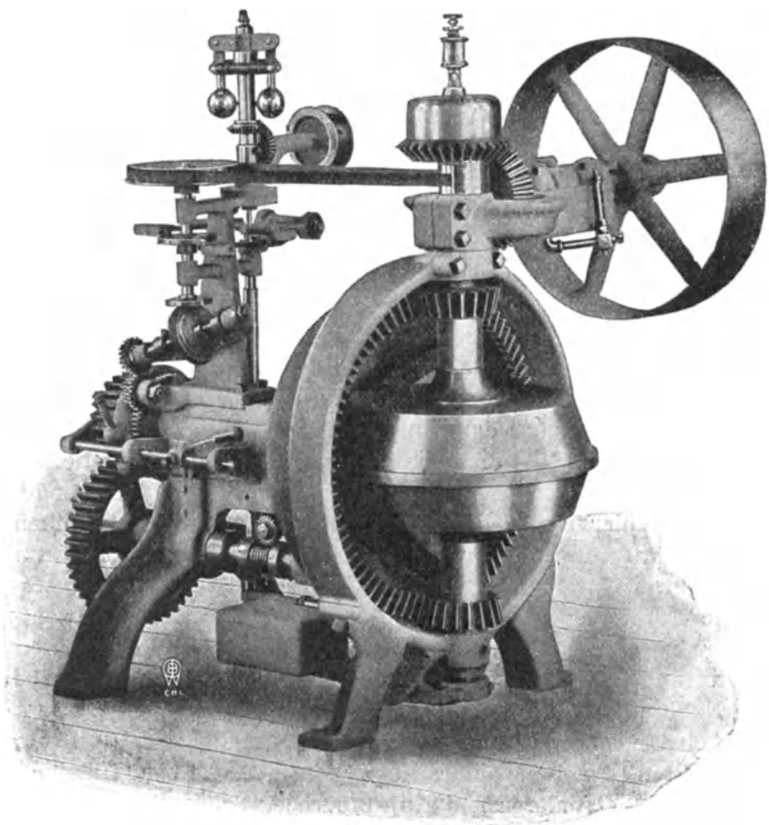


Fig. 71.
Woodward Governor Company, Rockford, Illinois (U. S. A.).

Ein Regulator mit Reibräder-Wendegetriebe der Firma Piccard, Pictet & Co., Genf ist in Fig. 72—75 dargestellt[1]).

[1]) E. Reichel, Der Turbinenbau auf der Weltausstellung in Paris 1900.

Die Reibscheiben sind im unteren Teil der Fig. 75 sichtbar. Der Antrieb erfolgt durch die dort ebenfalls erkennbaren beiden Riemenscheiben, die ständig in entgegengesetztem Sinne rotieren. Als Hilfsmechanismus für die Schaltung des Wendegetriebes ist der gleiche Klinkmechanismus verwendet, welcher von der Firma für kleinere Leistungen als Hauptservomotor verwendet wird, und welcher in Fig. 64 (S. 162) dargestellt war.

In einigen Ausführungen ist statt der mechanischen Hilfskraft zur Einschaltung der Reibungskuppelungen magnetische verwendet worden. In diesem Fall sind sogenannte elektrische Reibungskuppelungen auszuführen, und der Regler hat zwei Kontakte zu öffnen und zu schließen, durch welche die eine oder die andere Kuppelung betätigt wird. Diese Anordnung hat den großen Vorzug, daß die Widerstände des Steuerorgans auf ein Minimum reduziert werden können. Andererseits bedingt aber die elektrische Einrichtung eine Komplikation des Regulators, die leicht zu Störungen Veranlassung geben kann. Man muß nämlich besondere Sorgfalt auf die Löschung der Unterbrechungsfunken an den Kontaktstellen verwenden, auch sind Vorkehrungen zu treffen, daß bei Öffnung des Stromkreises ein sicheres Lösen der Kuppelung herbeigeführt wird. Als Beispiel einer solchen Anordnung ist in den Fig. 76—77 ein Regulator wiedergegeben, der von der Maschinenfabrik Augsburg für das Elektrizitätswerk Gersthofen a. Lech ausgeführt worden ist[1]).

Ein Wendegetriebe mit Reibungskuppelungen findet sich auch bei dem Regulator von Thomann, welcher aber in konstruktiver Hinsicht wesentlich von den bisher angegebenen Ausführungen abweicht. Das Wendegetriebe ist so angeordnet, daß die zu verstellenden Kuppelungsteile an der Drehung nicht teilnehmen. In Fig. 78 ist die Konstruktion dieses Regulators schematisch wiedergegeben. Die ständig gedrehte Riemenscheibe A setzt durch Vermittelung eines Umlaufräderwerkes B die beiden zylindrischen Scheiben C in gleichmäßige Drehung, solange dieselben keinen Widerstand finden. Mit dem Pendel-

---

[1]) K. Meyer, Das Elektrizitätswerk Gersthofen am Lech. Z. d. V. d. Ing. 1903, S. 1109 ff. Die Fig. 76 und 77 sind diesem Bericht entnommen.

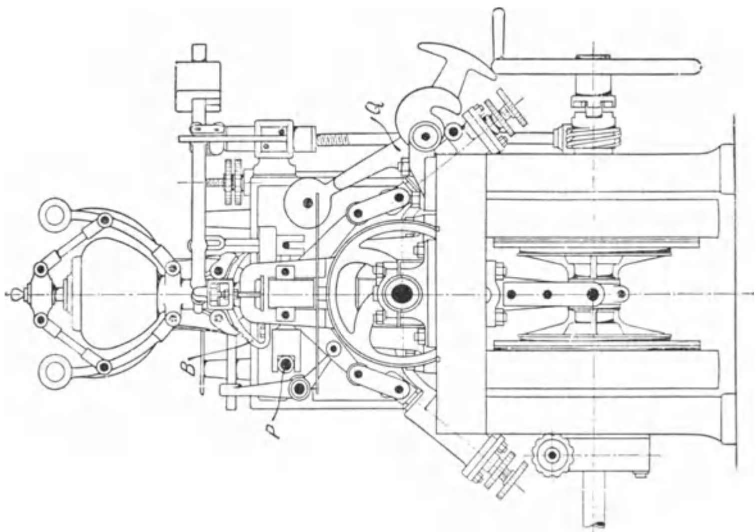


Fig. 73.

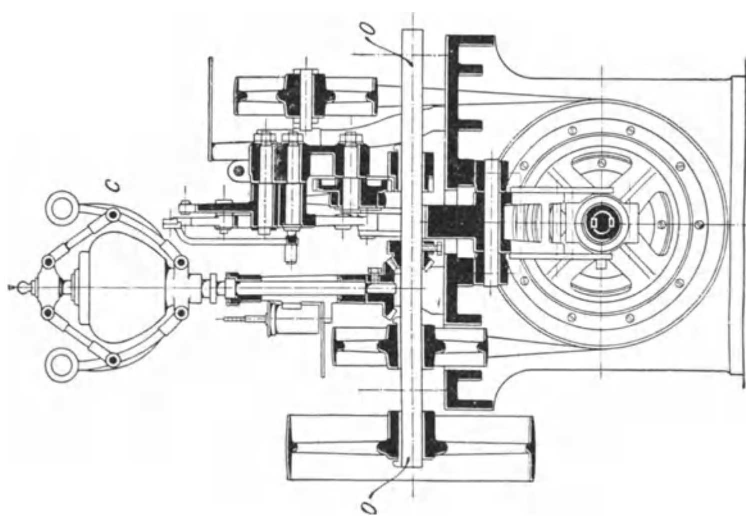


Fig. 72.

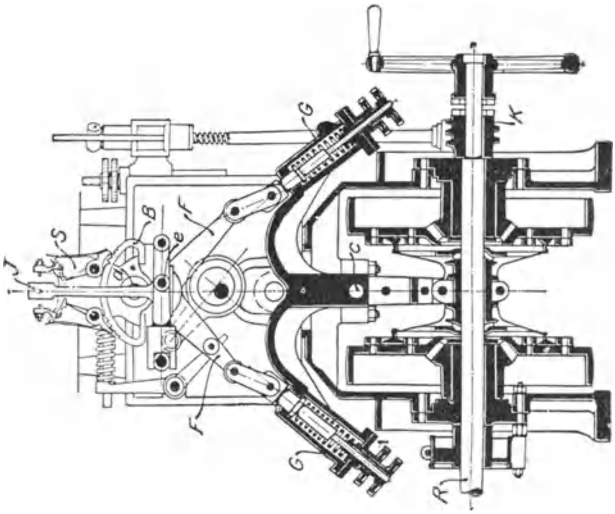


Fig. 75.

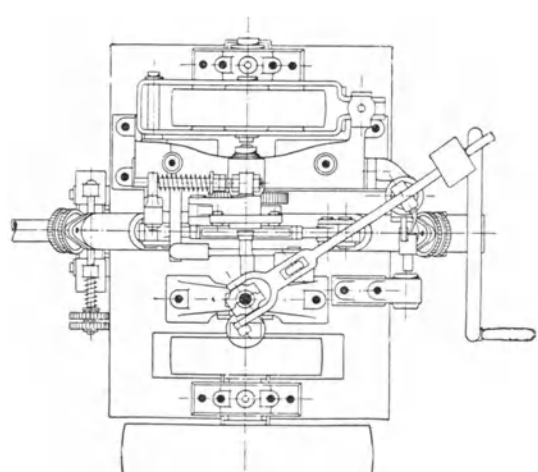
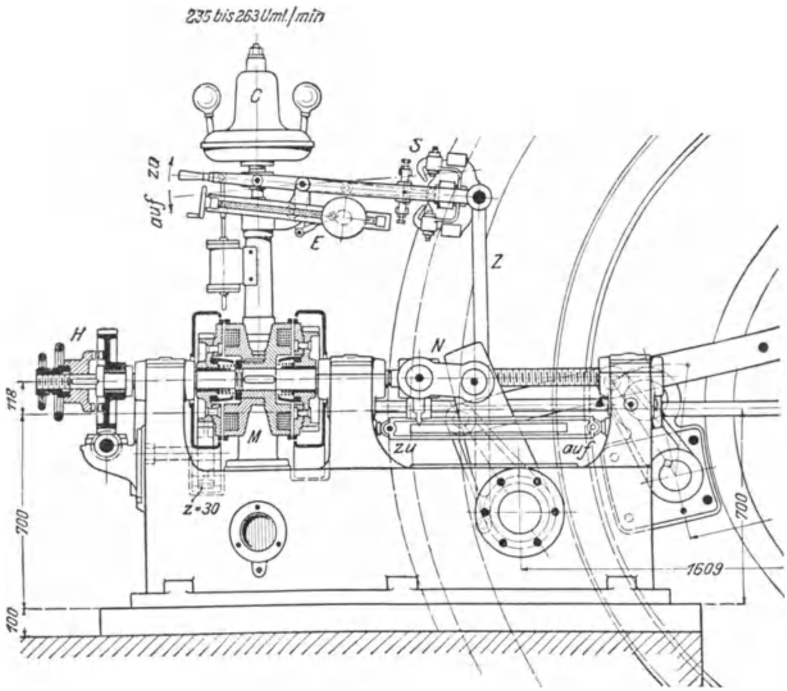


Fig. 74.

Fig. 72—75 Piccard, Pictet & Co., Genf.



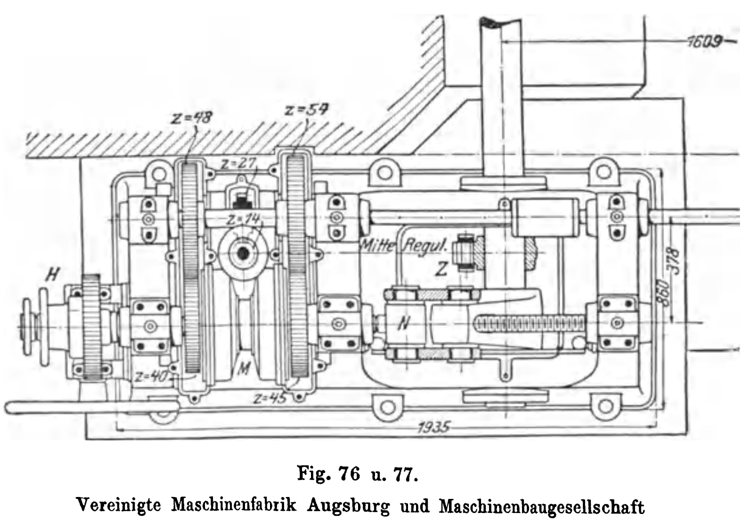


Fig. 76 u. 77.
Vereinigte Maschinenfabrik Augsburg und Maschinenbaugesellschaft Nürnberg A.-G., Werk Augsburg.

regler verbunden sind zwei Bandbremsen, die um die Scheiben C herumgelegt sind, und die eine derselben festhalten, sobald der Regler nach oben oder unten ausschlägt. In diesem Falle dreht sich die andere Scheibe mit doppelter Geschwindigkeit. Die eine der Scheiben C steht nun mit einer Schraubenspindel, die andere mit einer darauf angebrachten Mutter in Verbindung, sodaß dadurch eine Verschiebung der Mutter längs der Spindel eintritt, die eine Verstellung des Leitapparates zur Folge hat. Das Anziehen der Bandbremsen erfolgt übrigens bei den größeren Ausführungen nicht direkt durch den Regler, sondern

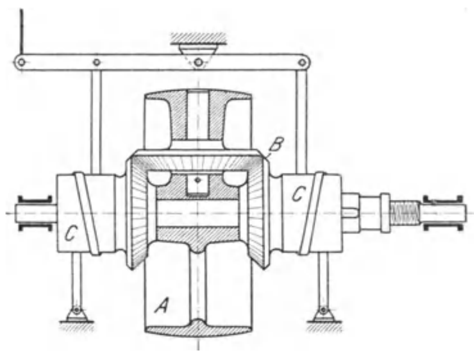


Fig. 78.
Schema des Regulators von Thomann.

durch einen mechanischen Hilfsservomotor mit Reibungskuppelungen. Es ist dies einfach eine in ständiger Drehung erhaltene zylindrische Trommel, um welche ein Band herumgelegt ist, dessen eines Ende am Regulatorhebel befestigt ist, während das andere mit der Bandbremse des Hauptservomotors verbunden ist. Infolge dieser Anordnung wird die Kraft, welche der Regler ausübt, bei passender Drehrichtung der Trommel auf ein Vielfaches übersetzt. Dadurch ist es möglich, die Konstruktion für sehr große Leistungen auszuführen, ohne daß die Kräfte, welche der Regler beim Einschalten der Kuppelung auszuüben hat, übermäßig groß werden.

In den Fig. 79—83 ist ein Thomannscher Regulator dargestellt, wie er von der Maschinenfabrik Germania in

Fig. 79—83 Regulator von Thomann.

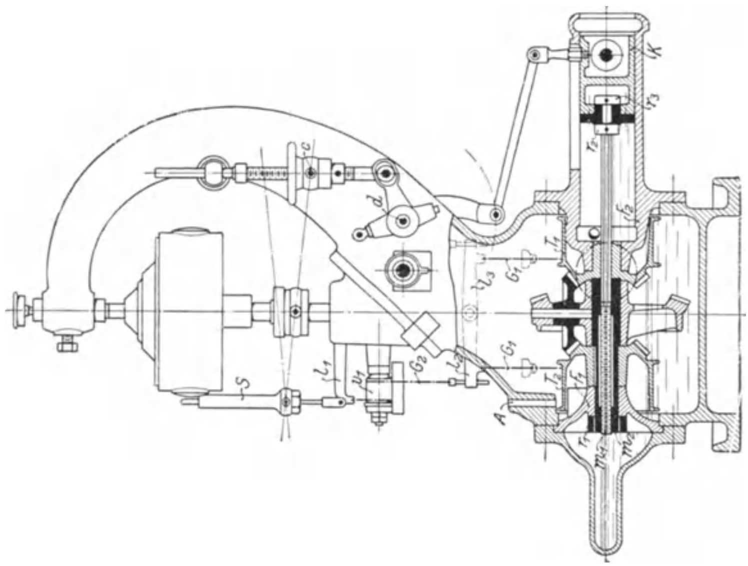


Fig. 80.

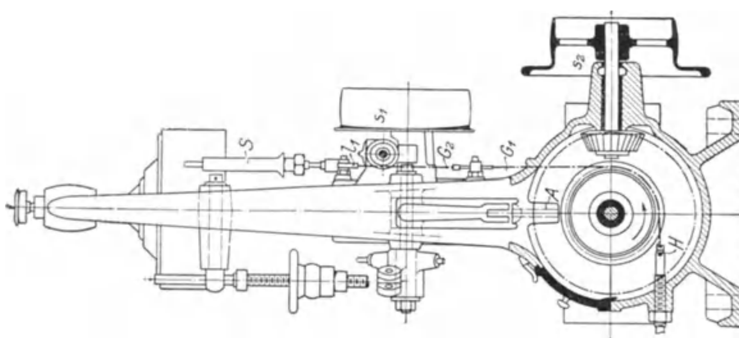


Fig. 79.

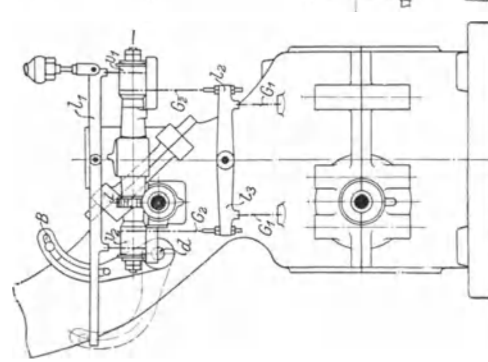


Fig. 81.

Chemnitz und von der Maschinenfabrik Geislingen ausgeführt wird[1]). Die Bremsbänder werden hier durch Gallsche Ketten gebildet, die in mehreren Windungen um die Bremstrommeln herumgelegt sind, wie Fig. 83 erkennen läßt. Es sei hier noch hingewiesen auf das in der Rückführung angebrachte Handrad c (Fig. 80), durch welches es möglich ist, die

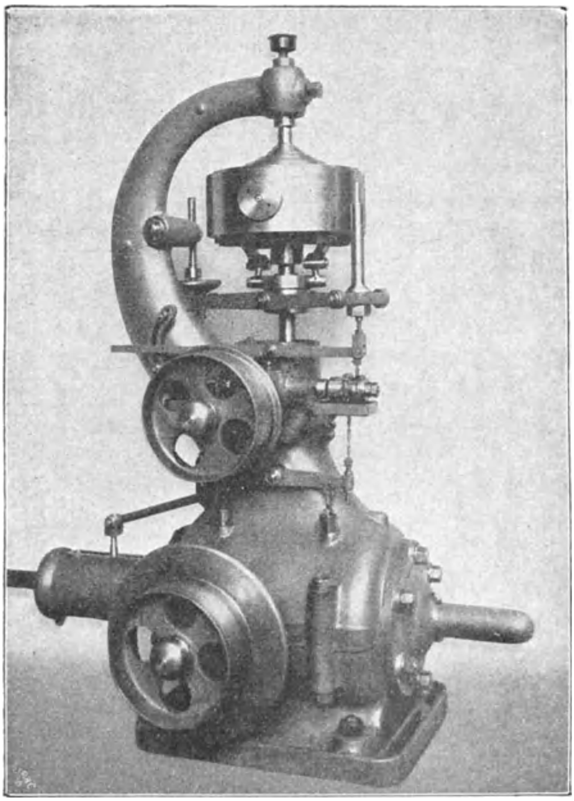


Fig. 82.

[1]) A. Bachert, Mechanischer Turbinenregulator. Z. d. V. d. Ing. 1904, S. 1546 ff. Fig. 79—83 sind diesem Bericht entnommen.

Tourenzahl der Turbine innerhalb der Grenzen, die durch den Ungleichförmigkeitsgrad des Pendelreglers gegeben sind, zu verändern. Eine solche Einrichtung, die sich übrigens an jedem indirekt wirkenden Regulator leicht anbringen läßt, ist von Bedeutung für das Parallelschalten von Wechselstrommaschinen sowie für das Ingangsetzen und Anhalten der

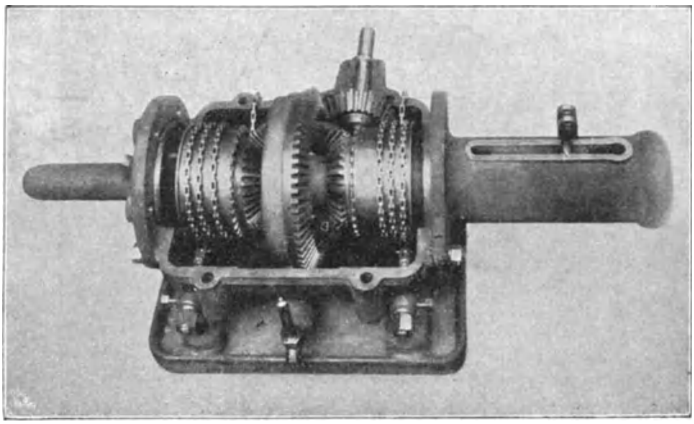


Fig. 83.

Turbine. Der Thomannsche Regulator wird von den angegebenen Firmen in 4 Größen ausgeführt, nämlich für Leistungen von 40, 100, 300 und 800 mkg. Als kleinste zulässige Schlußzeit wird 3 Sek. angegeben.

3. Regulatoren mit Riemenkuppelungen.

In der gleichen Weise wie Reibräderwendegetriebe lassen sich auch Riemenwendegetriebe für die Konstruktion eines Turbinenregulators benutzen. Bei diesen ist die Riemengabel das Steuerorgan, welches unter den Einfluß des Pendelreglers zu stellen ist. Eine direkte Einwirkung des Reglers auf die Riemengabel ist aber nicht durchführbar, da einerseits die Widerstände für die Bewegung derselben zu groß sind, andererseits der Regler den Riemen meist in Lagen zwischen der Mittellage und den beiden Grenzlagen bringen würde, die einen

Additional material from *Die Automatische Regulierung der Turbinen,*
ISBN 978-3-662-33699-1 (978-3-662-33699-1_OSFO1),
is available at http://extras.springer.com

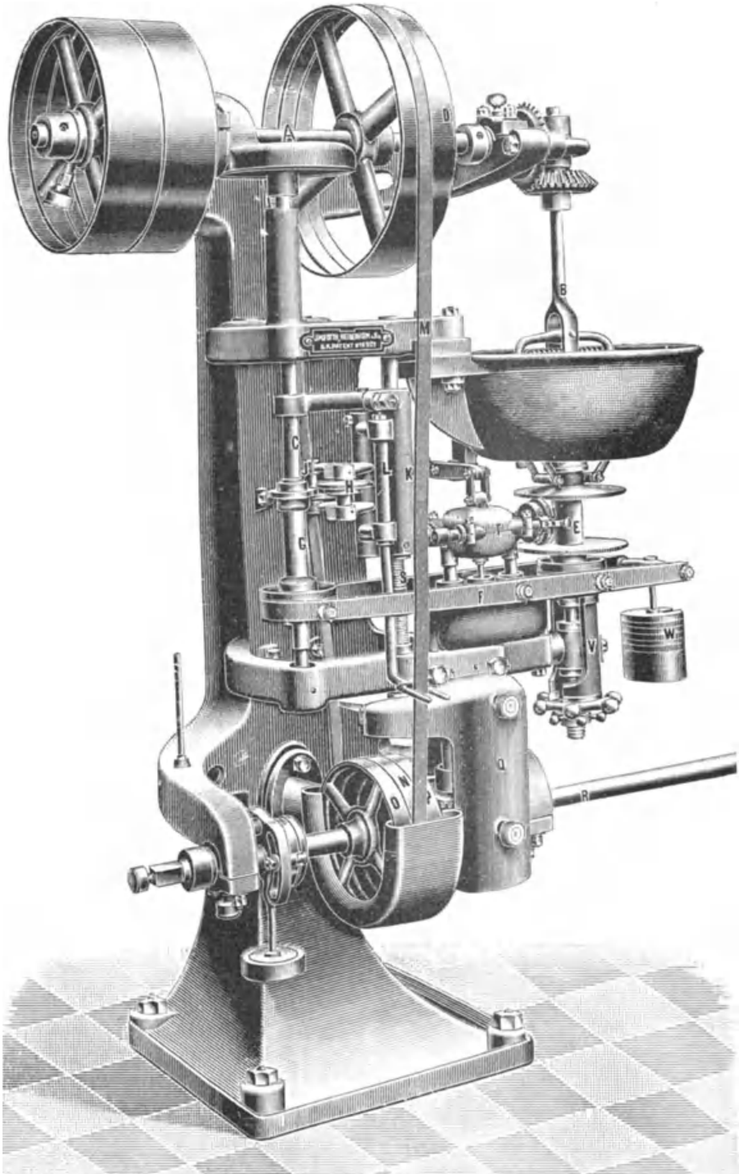


Fig. 87.

J. M. Voith, Heidenheim a. d. Brenz.

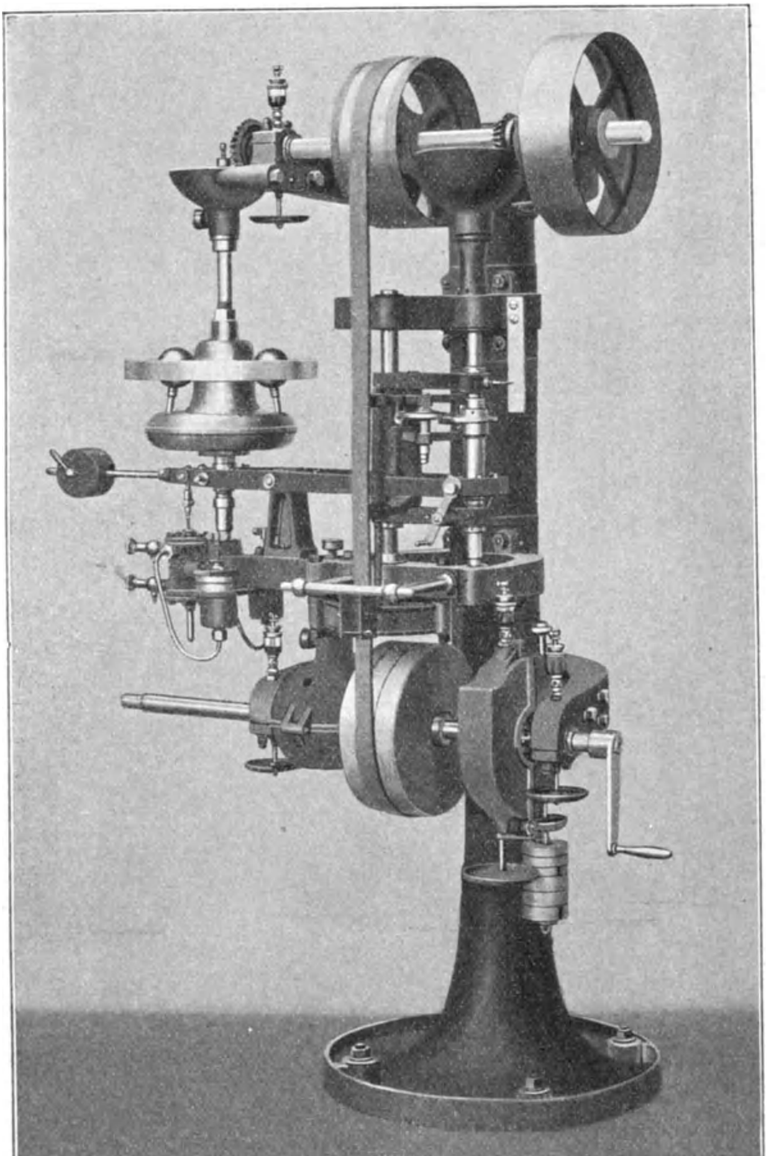


Fig. 88.
Vereinigte Maschinenfabrik Augsburg und Maschinenbaugesellschaft Nürnberg A.-G.

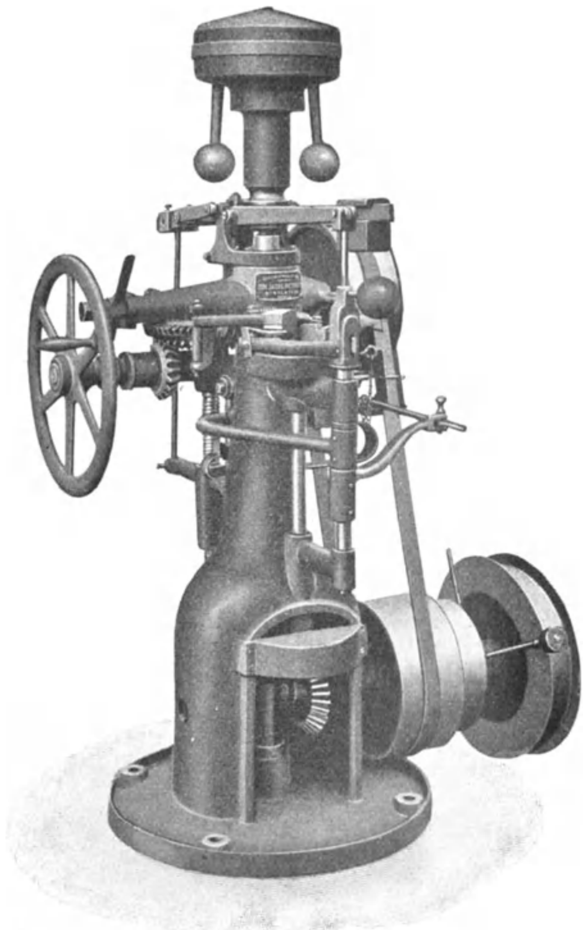


Fig. 89.

J. J. Rieter & Cie., Winterthur.

schnellen Verschleiß des Riemens herbeiführen. Man benutzt für die Riemenverstellung meist den in Fig. 69 dargestellten Hilfsmechanismus. Regulatoren dieser Art sind sehr häufig ausgeführt worden.

Die Fig. 84—86 zeigen eine ältere, von Pfarr stammende Ausführung der Firma J. M. Voith, Heidenheim a. d. Brenz[1]). Eine neuere Ausführung derselben Firma ist in Fig. 87 dargestellt, bei welcher das Pfarrsche Hemmwerk (S. 54 und 165) angewendet ist, um die freie Hülsenbewegung einzuschränken.

Fig. 88 zeigt einen Regulator der Vereinigten Maschinenfabrik Augsburg und Maschinenbaugesellschaft Nürnberg, A.-G. und Fig. 89 einen solchen von J. J. Rieter & Cie., Winterthur. Bei dem letzteren ist eine Rückführung angewendet, die eine Kombination der üblichen Rückführung mit einer nachgiebigen darstellt in der Weise, wie es auf S. 137 beschrieben wurde.

4. Regulatoren mit hydraulischen Kuppelungen.

Um die Widerstände beim Einschalten einer Kuppelung auf ein kleinstes Maß herabzubringen und um gleichzeitig die dabei auftretenden Stöße möglichst abzuschwächen, hat die Aktien-Gesellschaft der Maschinenfabriken von Escher, Wyß & Co., Zürich, hydraulische Kuppelungen ausgeführt. Zur Erläuterung des Prinzips einer solchen Kuppelung diene das

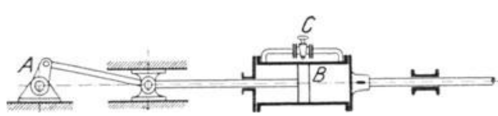


Fig. 90.

in Fig. 90 skizzierte Schema. Eine ständig umlaufende Kurbel A setzt einen Kolben B in hin und hergehende Bewegung. Der Kolben läuft in einem mit Öl gefüllten Zylinder, dessen beide Seiten durch ein Umströmrohr und einen regulierbaren Hahn C miteinander verbunden sind. Ist der Hahn C geschlossen, so ist der Kolben mit dem Zylinder starr verbunden, ist er dagegen ganz geöffnet, so nimmt der Zylinder an der Bewegung des

---

[1]) Pfarr, Regulierung und Regulatoren. Z. d. V. d. Ing. 1891, S. 892. Die Fig. 84—86 sind diesem Bericht entnommen.

Kolbens nicht teil. Bei dem Regulator von Escher, Wyß & Co. ist nun an die Stelle der oszillierenden Bewegung eine rotierende getreten, dadurch, daß der Kolben und Zylinder durch das Räderwerk und Gehäuse einer Kapselpumpe ersetzt worden sind. Der Hahn C, welcher als Zylinderschieber ausgebildet ist, wird durch den Regler direkt verstellt. Da der Abschluß des Schiebers nicht plötzlich erfolgt, so wirkt die Vorrichtung während des Einschaltens der Kuppelung wie ein Ölpuffer. Die Fig. 91 und 92 zeigen die vollständige Anordnung eines solchen von der genannten Firma gebauten Regulators[1]). Zur Erzielung der Bewegungsumkehr sind natürlich zwei derartige Kuppelungen in Verbindung mit Kegelrädern ausgeführt.

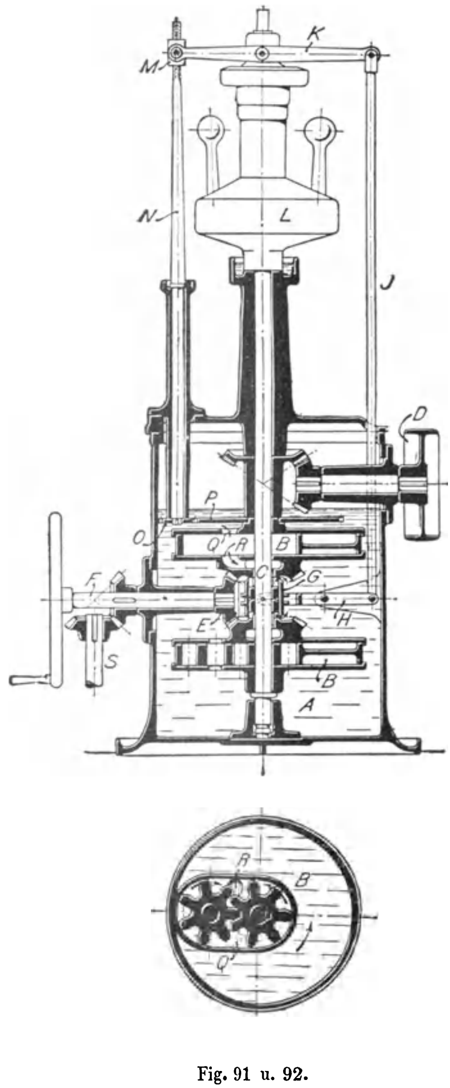


Fig. 91 u. 92.
A.-G. der Maschinenfabriken von Escher, Wyß & Co., Zürich.

[1]) E. Reichel, Der Turbinenbau auf der Weltausstellung in Paris 1900.

B. Mechanische Regulatoren mit veränderlicher Reguliergeschwindigkeit.

Während bei den Regulatoren mit konstanter Geschwindigkeit die Bewegungsumkehr durch Wendegetriebe herbeigeführt werden mußte, geschieht dies bei denen mit veränderlicher Reguliergeschwindigkeit durch Wechselgetriebe.

Eine einfache Anordnung eines Reibräderwechselgetriebes, welches für Turbinenregulatoren von Schmeißer verwendet worden ist, stellt Fig. 93 dar. Die Reibscheiben A, welche lose auf der Regulierwelle B sitzen, werden durch die Scheibe D in entgegengesetztem Sinne gedreht. Solange diese Scheibe D, welche ständig gleichmäßig rotiert, in ihrer Mittellage verbleibt, drehen sich auch die Scheiben A mit gleicher Geschwindigkeit, und die Regulierwelle B, welche durch ein Umlaufräderwerk E mit denselben in Verbindung steht, bleibt in Ruhe. Tritt unter dem Einfluß des Pendelreglers aber eine seitliche Verschiebung von D ein, so wird dadurch eine Drehung der Regulierwelle hervorgerufen, und zwar ist die Drehgeschwindigkeit proportional der Abweichung von D aus der Mittellage. Die Verstellung der Scheibe D kann infolge der großen Widerstände natürlich nicht direkt durch einen Regler ausgeführt werden, sondern nur durch einen Hilfsmechanismus, der auch als Servomotor mit besonderer Rückführung auszubilden ist[1]).

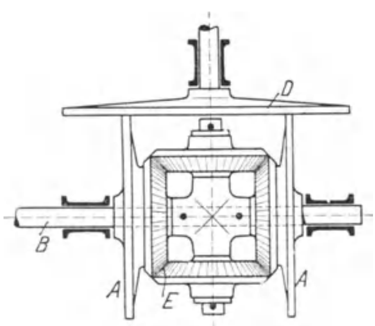


Fig. 93.

Eine eigenartige Anordnung des Reibräderwendegetriebes wird von den Replogle Governor Works, Akron, Ohio,

[1]) Dinglers Journal 1894, Bd. 291, S. 8.

ausgeführt[1]). Fig. 94 stellt einen Servomotor dieser Firma schematisch dar. Die beiden Reibscheiben A, welche wie Kugelschalen geformt sind, werden ständig mit gleicher Geschwindigkeit im entgegengesetzten Sinne angetrieben. Zwischen beiden befindet sich eine kugelförmige Scheibe B, die mit dem Leitapparat in Verbindung steht, und die durch den Regler längs ihrer Drehachse verschoben werden kann. Der nötige Anpressungsdruck der Reibscheiben wird durch Federn E geliefert. Tritt eine Verschiebung der Scheibe B aus ihrer Mittellage ein, so wird dieselbe durch die Scheiben A in

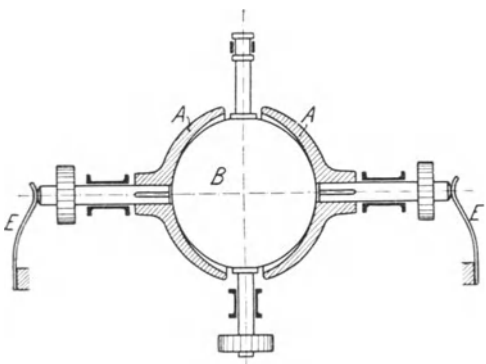


Fig. 94.

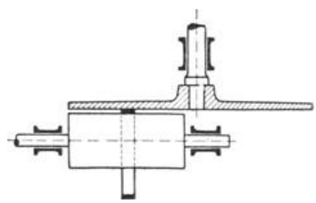


Fig. 95.

Drehung versetzt und zwar mit einer Geschwindigkeit, die für kleine Verschiebungen angenähert proportional diesen Verschiebungen gesetzt werden kann.

Die Konstruktion der Wechselgetriebe, die in den vorstehend beschriebenen Regulatoren ausgeführt worden ist, erfordert eine ziemlich bedeutende Kraft für die Verstellung. Dieser Übelstand ist vermieden bei dem in Fig. 95 dargestellten Wechselgetriebe, bei welchem die Übertragung der Kraft von einer Reibscheibe auf die andere durch Vermittelung eines zwischen beide gepreßten Riemens geschieht. Bringt man in kurzer Entfernung vor der Auflaufstelle des Riemens eine Riemengabel an, so erfordert dieselbe eine nur geringe Kraft,

[1]) Engineering News 1902, S. 409.

sodaß sie direkt durch den Regler verstellt werden kann. Der Riemen folgt bei genügend großer Drehgeschwindigkeit sehr schnell den Verschiebungen der Gabel. Diese Anordnung ist für Turbinenregulatoren von Schmitthenner angewandt

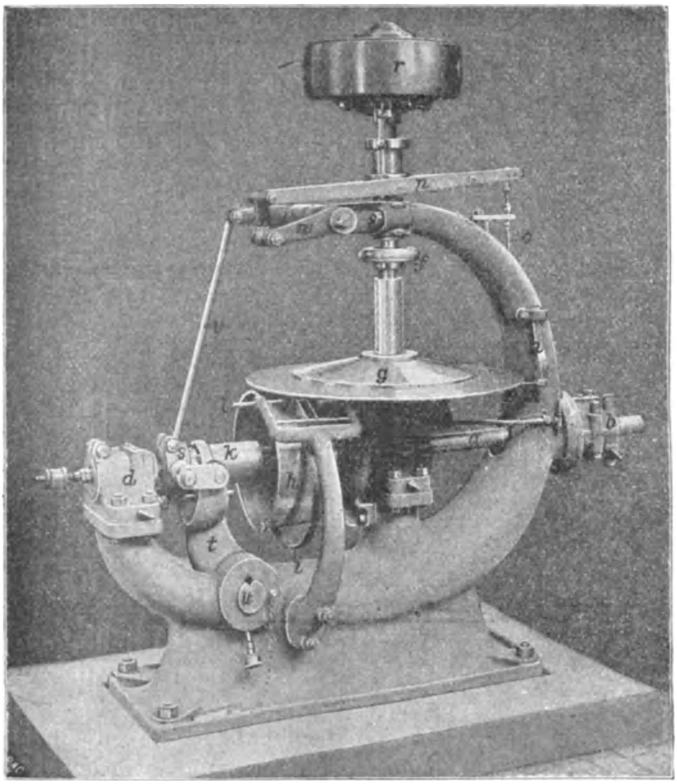


Fig. 96.
Regulator von Schmitthenner.

worden. Fig. 96 stellt einen solchen Regulator dar, der von der Firma J. M. Voith, Heidenheim a. d. Brenz, ausgeführt wird[1]). Durch das Wechselgetriebe wird dabei die Dreh-

[1]) Schmitthenner, Fortschritte im Turbinenbau. Z. d. V. d. Ing. 1903 S. 895. Fig. 96 ist diesem Aufsatz entnommen.

geschwindigkeit einer Mutter geändert, die auf einer mit konstanter Geschwindigkeit rotierenden Schraubenspindel sitzt. Eine Änderung der Drehgeschwindigkeit der Mutter hat eine Längsverschiebung der Mutter auf der Spindel zur Folge, und dadurch wird eine Verstellung des Leitapparates bewirkt.

C. Hydraulische Regulatoren.

Bei hydraulischen Regulatoren ist die Trennung zwischen solchen mit konstanter und mit veränderlicher Reguliergeschwindigkeit nicht streng durchführbar. Für kleine Verschiebungen des Steuerorgans tritt bei allen hydraulischen Regulatoren eine Reguliergeschwindigkeit proportional der Verschiebung ein, während bei großen Verschiebungen die Reguliergeschwindigkeit einen mehr oder weniger konstanten Wert annimmt, je nach der Konstruktion des steuernden Organs. Man wird natürlich die Konstruktion so durchzuführen suchen, daß das Gesetz der Proportionalität zwischen Reguliergeschwindigkeit und Verschiebung des Steuerorgans noch bis zu möglichst großen Verschiebungen bestehen bleibt, da in diesem Fall geringere Tourenschwankungen eintreten, als wenn für größere Verschiebungen die Reguliergeschwindigkeit konstant wird.

Die Anordnung der hydraulischen Regulatoren entspricht stets folgendem Schema. Der Leitapparat steht in zwangläufiger Verbindung mit einem Kolben, der in einem einfach oder doppelt wirkenden Zylinder durch Druckwasser oder Drucköl bewegt wird. In Fig. 97 ist das Schema für einen einfach wirkenden Zylinder gezeichnet. Die Steuerung geschieht dadurch, daß entweder der Zuflußquerschnitt oder der Abflußquerschnitt oder beide gleichzeitig durch den Regler verstellt werden. Bei einfach wirkenden Servomotoren muß natürlich auf die Vorderseite des Kolbens eine angenähert konstante Kraft wirken, die ungefähr halb so groß ist als die größte Kraft, die infolge des zur Verfügung stehenden Flüssig-

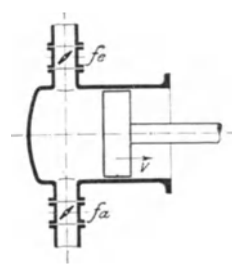


Fig. 97.

keitsdruckes auf die Rückseite des Kolbens ausgeübt werden kann. Eine solche Kraft läßt sich häufig in der gewünschten Weise durch passende Anordnung des Leitapparates erzielen, namentlich bei Peltonrädern, deren Düsenquerschnitt durch einen drehbaren Zungenschieber verstellt wird.

Als Beispiel für eine derartige Anordnung ist in Fig. 98[1]) eine Ausführung der Elsässischen Maschinenbau-Gesellschaft, Mülhausen (Elsaß) gezeichnet. Hierin ist u der Pendelregler, z das Steuerorgan, v der Kolben des Servomotors, der durch eine Schubstange F die Düse eines Peltonrades verstellt. Der Gegendruck auf den Kolben entsteht hier durch den Druck des Wassers in der Zuleitung gegen die verstellbare Zunge s der Düse.

Hier ist außerdem noch ein Nebenauslaß k angebracht, der in derselben Weise gesteuert wird, wie es in Fig. 61 (S. 153) dargestellt war. Mit dem Kolben des Servomotors ist ein Kolben a verbunden, der bei Abwärtsbewegung den Zylinder g mitnimmt. Dieser Zylinder öffnet durch Vermittelung zweier Schubstangen x, die vor und hinter dem Zylinder liegen, den Schieber i des Nebenauslasses. Das langsame Schließen desselben wird durch Druckwasser herbeigeführt, welches durch die Leitung n in die untere Seite des Zylinders g eintritt.

Die Fig. 99—102 zeigen eine ähnliche Ausführung, die von der Aktiengesellschaft der Maschinenfabrik von Th. Bell & Co., Kriens bei Luzern stammt[2]). Auch hier ist ein Nebenauslaß mit Katarakt angebracht. Das Schließen des Nebenauslasses wird hier durch eine Feder bewirkt, die in Fig. 99 und 100 erkennbar ist.

Treten im Reguliergetriebe große Reibungswiderstände auf, so werden sich diese bei einer Bewegung des Kolbens je nach der Bewegungsrichtung zu dieser stets in derselben Richtung wirkenden Kraft addieren oder subtrahieren. Einen großen Einfluß können diese Reibungskräfte auf den Reguliervorgang nicht haben, da die Kolbenfläche und der für den Servomotor zur Verfügung stehende Druck so groß sein müssen, daß die auf den Kolben wirkende Kraft das Zwei- bis Vierfache

---

[1]) Fig. aus W. Wagenbach, Neuere Turbinenanlagen.

[2]) E. Reichel, Der Turbinenbau auf der Weltausstellung in Paris 1900.

des Wertes erreichen kann, der als Widerstand anzunehmen ist. Infolgedessen treten auch die Einflüsse ganz zurück, die durch die Verschiedenheit der Widerstandskräfte am Kolben bei verschiedenen Kolbenstellungen hervorgerufen werden, sodaß man praktisch diesen Widerstand als konstant annehmen kann.

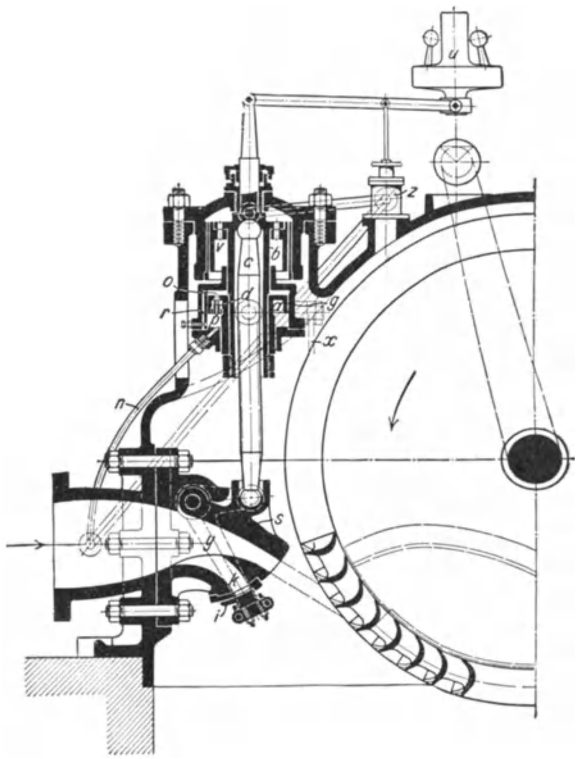


Fig. 98.
Elsässische Maschinenbau-Gesellschaft Mülhausen (Elsaß).

Für den in Fig. 97 skizzierten Servomotor werde angenommen, daß eine konstante Kraft P auf den Kolben wirke, die denselben in den Zylinder hineinzuschieben sucht. Die Kräfte, welche beim Eintreten einer Regulierbewegung zur Beschleunigung der Massen im Reguliergetriebe nötig sind, sollen vernachlässigt werden. Daß diese Vernachlässigung in den allermeisten Fällen zulässig ist, wird im Anschluß hieran durch ein Zahlenbeispiel gezeigt werden. Unter diesen Annahmen ist zur Erhaltung des Gleichgewichts am Kolben ein Druck $p = \frac{P}{F}$ nötig, wobei F die Kolbenfläche bedeutet. Die Dimensionen der Zuleitung und Abflußleitung am Servomotor sind zweckmäßig so zu bemessen, daß bei den größten vorkommenden Geschwindigkeiten der Drückflüssigkeit keine Widerstände in denselben entstehen, die einen erheblichen Druckverlust herbeiführen würden. Der Druck vor dem Zylinder hängt dann allein ab von der Größe der gesteuerten Querschnitte f_e und f_a. Der dem Servomotor zur Verfügung stehende Druck sei p_0. Von dem Druck, welcher zur Beschleunigung der in der Rohrleitung befindlichen Flüssigkeitsmenge aufzuwenden ist, werde abgesehen. Dann bestimmt sich die Durchflußgeschwindigkeit c_e der Druckflüssigkeit durch den Querschnitt f_e zu

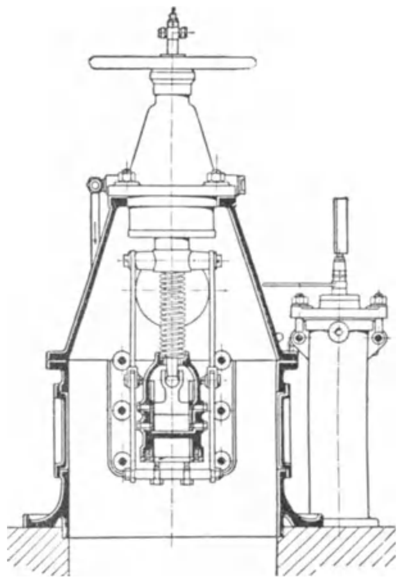


Fig. 100.

Fig. 99—102
A.-G. der Maschinenfabrik von Th. Bell & Co., Kriens bei Luzern.

$$c_e = \xi \cdot \sqrt{\frac{2\,g \cdot (p_0 - p)}{\gamma}}.$$

ξ stellt hierin einen Koeffizienten dar, der durch die Reibung der Flüssigkeit im Steuerorgan bedingt ist, und der im allgemeinen zwischen 0,5 und 0,9 liegen dürfte,
γ bedeutet das spezifische Gewicht der Druckflüssigkeit,
g die Erdbeschleunigung.

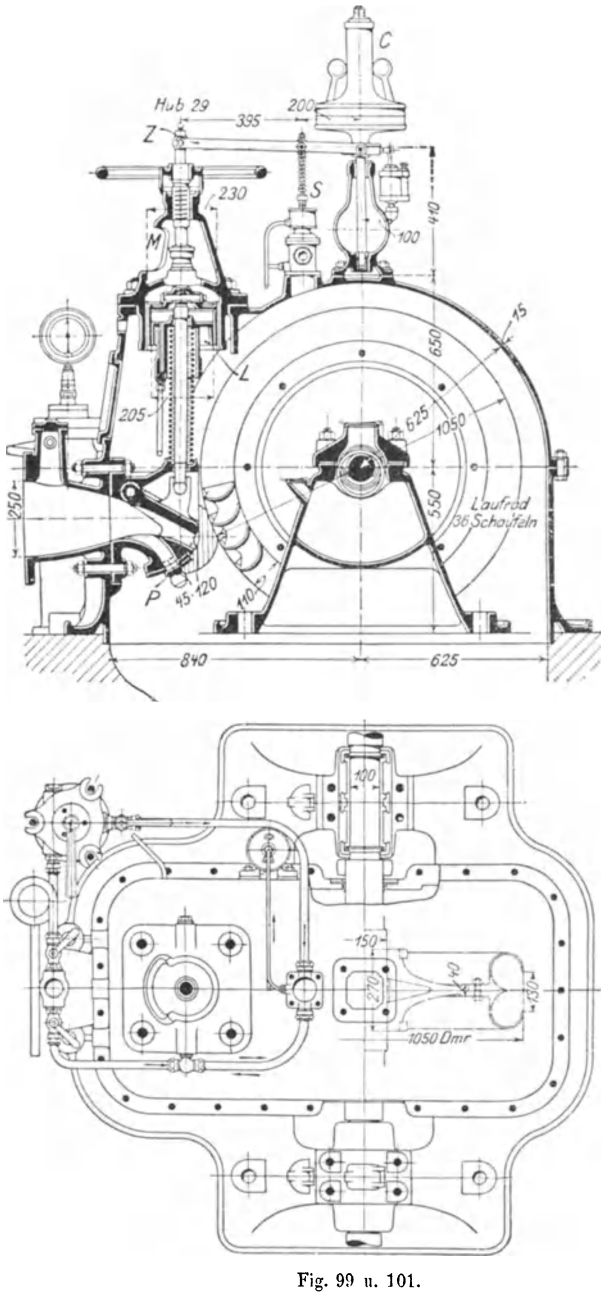

C
Hub 29
200
395
Z
S
230
M
410
100
650
15
L
205
625
1050
250
550
Laufrad
36 Schaufeln
P
45-120
110
840
625
100
150
270
40
130
1050 Dmr

Fig. 99 u. 101.

Entsprechend ergibt sich die Ausflußgeschwindigkeit c_a, wenn man die Reibungswiderstände im Querschnitt f_a ebenso groß annimmt wie im Querschnitt f_e, zu

$$c_a = \xi \cdot \sqrt{\frac{2g \cdot (p - p_a)}{\gamma}}.$$

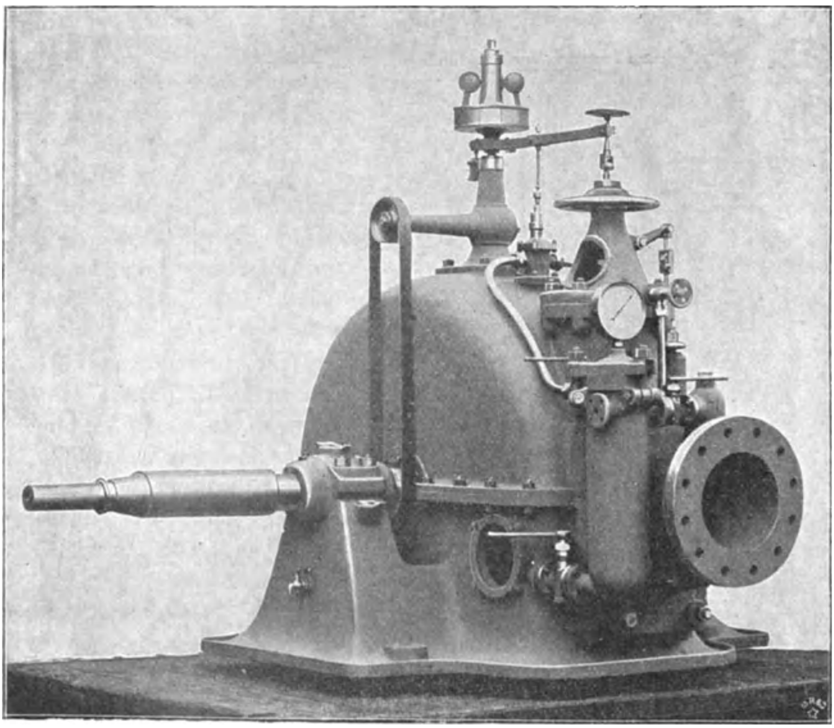


Fig. 102.

p_a stellt hierbei den Gegendruck beim Ausfluß dar, der in den meisten Fällen identisch ist mit dem atmosphärischen Druck. Aus c_e, c_a und den zugehörigen Querschnitten ergibt sich in einfacher Weise die Kolbengeschwindigkeit v zu

$$v = \frac{f_e\, c_e - f_a\, c_a}{F} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 118)$$

Wird nur f_e gesteuert, f_a aber konstant gehalten, so wird für einen gewissen Querschnitt f_{e_0} die Reguliergeschwindigkeit 0, nämlich für

$$f_{e_0} = \frac{c_a}{c_e} \cdot f_a\,.$$

Dieser Querschnitt entspricht derjenigen Stellung des Steuerorgans, die in den früheren Untersuchungen als Mittelstellung bezeichnet wurde. Mit diesem Wert wird

$$v = (f_e - f_{e_0}) \cdot \frac{c_e}{F} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 119)$$

Die Reguliergeschwindigkeit ist demnach der Verschiebung des Steuerorgans proportional, solange der Wert $f_e - f_{e_0}$ sich proportional dieser Verschiebung ändert, und das trifft für die allermeisten Konstruktionen, wenigstens mit großer Annäherung, zu, solange der gesteuerte Querschnitt nicht ganz geöffnet oder ganz geschlossen ist. In dem letzteren Falle würde die Reguliergeschwindigkeit konstant bleiben. Man erkennt sofort, daß die gleiche Wirkung entsteht, wenn nicht der Einlaßquerschnitt f_e, sondern der Ausflußquerschnitt f_a gesteuert wird, während f_e konstant bleibt.

Zur Erzielung einer großen Reguliergeschwindigkeit müssen entweder die Querschnitte f_e und f_a oder die Geschwindigkeiten c_e und c_a groß gewählt werden, und dieser Umstand bedingt, da beide Querschnitte im Beharrungszustande stets geöffnet sind, einen bedeutenden Verlust an Druckflüssigkeit. Trotzdem ist die Anordnung in manchen Fällen gerechtfertigt, wenn nämlich der Servomotor durch Druckwasser aus der Rohrleitung betätigt wird, und wenn solches in hinreichender Menge zur Verfügung steht. Die konstruktive Durchführung gestaltet sich dann sehr einfach, da es genügt, das Steuerorgan als kleines Kegelventil auszubilden, welches zu seiner Bewegung nur eine ganz geringe Kraft erfordert, sodaß man auch mit einem kleinen Pendelregler auskommt.

Will man die unnötigen Verluste an Druckflüssigkeit vermeiden, so muß man beide Querschnitte f_e und f_a gleichzeitig steuern, und zwar derart, daß einer von beiden stets geschlossen ist. In diesem Fall ist das Steuerorgan als Schieber auszubilden. Man wird die Form eines Kolbenschiebers wählen, um die Bewegungswiderstände möglichst klein zu halten. Man erkennt leicht aus der Gleichung 118 (S. 189), daß auch in diesem Fall Proportionalität herrscht zwischen der Reguliergeschwindigkeit und der Verschiebung des Steuerorgans, solange nicht einer der Querschnitte voll geöffnet ist. Die Anordnung eines solchen Servomotors war bereits in Fig. 7 (S. 15) dargestellt.

Bei einem doppelt wirkenden Servomotor ist für die andere Kolbenseite ein gleicher Steuerschieber auszubilden. Man vereinigt zweckmäßig beide miteinander, sodaß das Steuerorgan die Form erhält, welche in Fig. 103 dargestellt ist. Die Zuführung der Druckflüssigkeit erfolgt passend zwischen den beiden Steuerkolben, damit die Schieberstange nicht gegen den vollen Druck abzudichten ist, wodurch große Reibungswiderstände hervorgerufen würden. Um solche Reibungswiderstände möglichst zu vermeiden, dürfte es sich empfehlen, zwischen dem Kolbenschieber und der zylindrischen Bohrung ein geringes Spiel zuzulassen. Den dadurch bedingten Verlust an Druckflüssigkeit kann man klein halten, indem man den Schieber mit Überdeckungen ausführt. Diese erhöhen zwar die Unempfindlichkeit des Regulators, sie wirken aber bei dem Reguliervorgang günstig ein auf die schnelle Erreichung eines neuen Beharrungszustandes. Man hat auch bei hydraulischen Regulatoren häufig für die Bewegung des Steuerschiebers einen zweiten Servomotor ausgeführt, der in gleicher Art durchgebildet ist wie der Hauptservomotor.

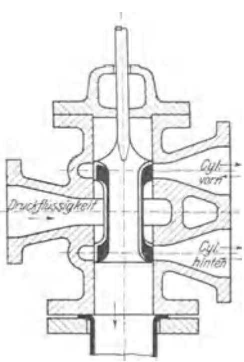


Fig. 103.

In Fig. 104—106 ist ein Öldruckregulator von der Aktiengesellschaft der Maschinenfabrik von Th. Bell & Co., Kriens bei Luzern dargestellt[1]). Hier ist ein Differentialkolben ausgeführt, dessen kleinere Kolbenfläche unter konstantem Druck steht.

Fig. 107 zeigt eine Ausführung von J. M. Voith, Heidenheim a. d. Brenz[2]). Hierbei ist auch eine Einstellung der Tourenzahl von Hand vorgesehen, und zwar dadurch, daß die vertikale Reglerwelle durch ein Handrad k in ihrer Höhenlage verstellt wird. Der Zylinder des Servomotors ist in der Figur nicht dargestellt, er ist getrennt am Reguliergetriebe der Turbine zu denken.

Den Zusammenbau eines hydraulischen Regulators mit einer Spiralturbine zeigen die Figuren 108—110. Diese Ausführung stammt von Ganz & Co., Budapest[1]). Auch hier ist eine Einstellung der Tourenzahl von Hand vorgesehen, dadurch, daß die Hülsenbelastung des Pendelreglers geändert wird. Das in die Rückführung eingebaute Handrad hat den Zweck, auch bei stillstehender Turbine, resp. bei geringerer Tourenzahl, jede beliebige Stellung des Reguliergetriebes zu ermöglichen.

In den Fig. 111—120[3]) sind Regulatoren der Aktiengesellschaft der Maschinenfabriken von Escher, Wyß & Co., Zürich, dargestellt. Die Fig. 113—117 stellen den Servomotor und das Regulierventil eines Öldruckregulators dar, der nicht auf konstante Tourenzahl, sondern auf konstante Stromstärke regulieren soll. Infolgedessen geschieht hier die Verstellung des Regulatorhebels nicht durch einen Pendelregler, sondern durch einen besonderen Regulierapparat, der durch Elektromagnete betätigt wird[4]). Der Kolben des Servomotors ist als Differentialkolben ausgebildet. Auf der kleineren Kolbenfläche lastet konstanter Flüssigkeitsdruck.

---

1) E. Reichel, Der Turbinenbau auf der Weltausstellung in Paris 1900.

2) Schmitthenner, Fortschritte im Turbinenbau. Z. d. V. d. Ing. 1903, S. 895.

3) Fig. 111 u. 112 aus W. Wagenbach, Neuere Turbinenanlagen.

4) Z. d. V. d. Ing. 1903, S. 76. Fig. 113—117 sind daraus entnommen

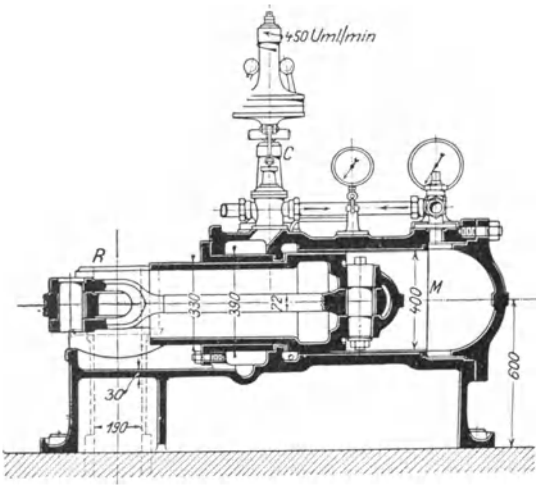


Fig. 104.

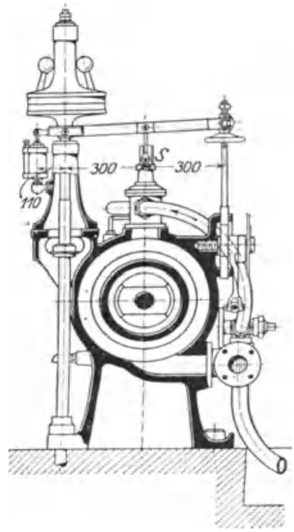


Fig. 105.

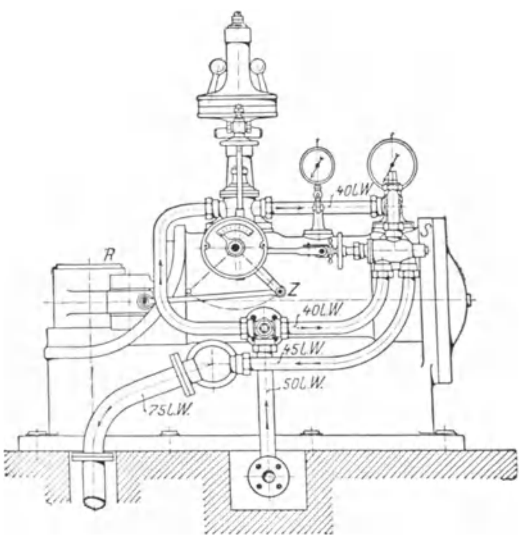


Fig. 106.

Fig. 104—106 A.-G. der Maschinenfabrik von Th. Bell & Co., Kriens bei Luzern.

Additional material from *Die Automatische Regulierung der Turbinen,*
ISBN 978-3-662-33699-1 (978-3-662-33699-1_OSFO2),
is available at http://extras.springer.com

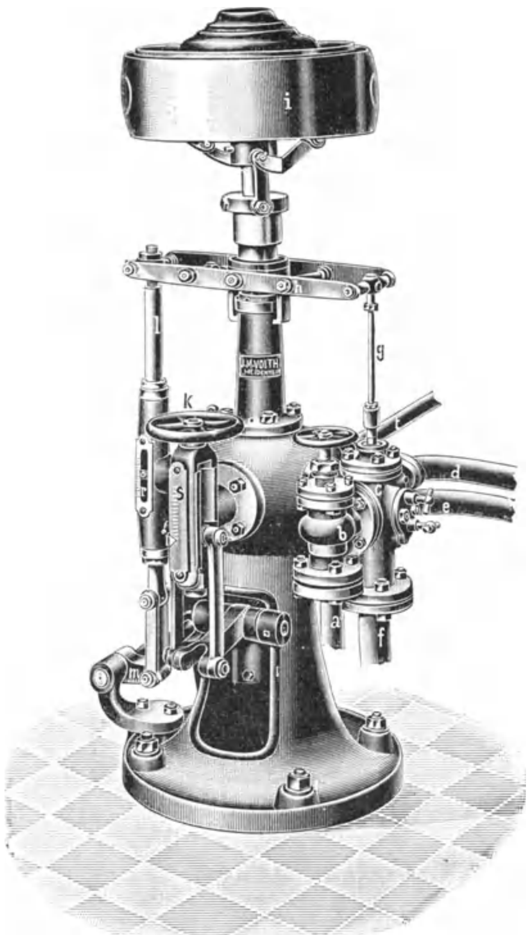


Fig. 107.
J. M. Voith, Heidenheim a. d. Brenz.

Die Fig. 118—120 beziehen sich auf einen Öldruckregulator, der für Turbinen der Kraftanlage der Niagara Falls Power Company (Niagara Falls) konstruiert worden ist[1]. Bei dieser

[1]) Z. d. V. d. Ing. 1901, S. 1239. Fig. 118—120 sind daraus entnommen.

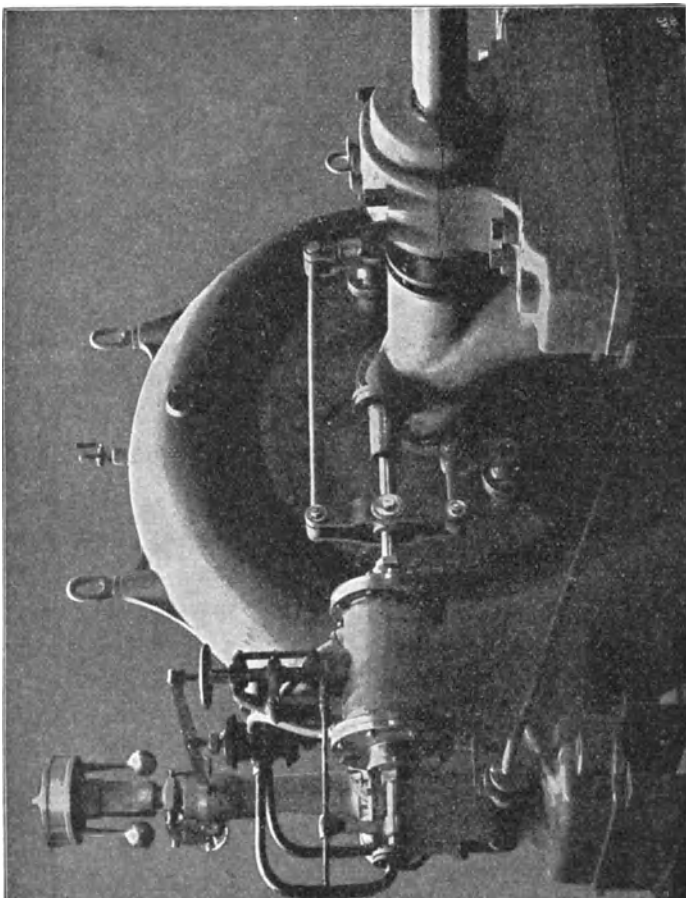


Fig. 110.

Additional material from *Die Automatische Regulierung der Turbinen,*
ISBN 978-3-662-33699-1 (978-3-662-33699-1_OSFO3),
is available at http://extras.springer.com

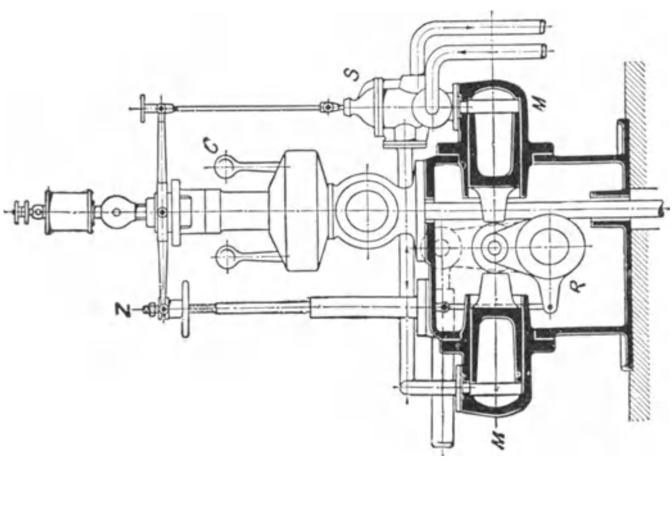


Fig. 111.

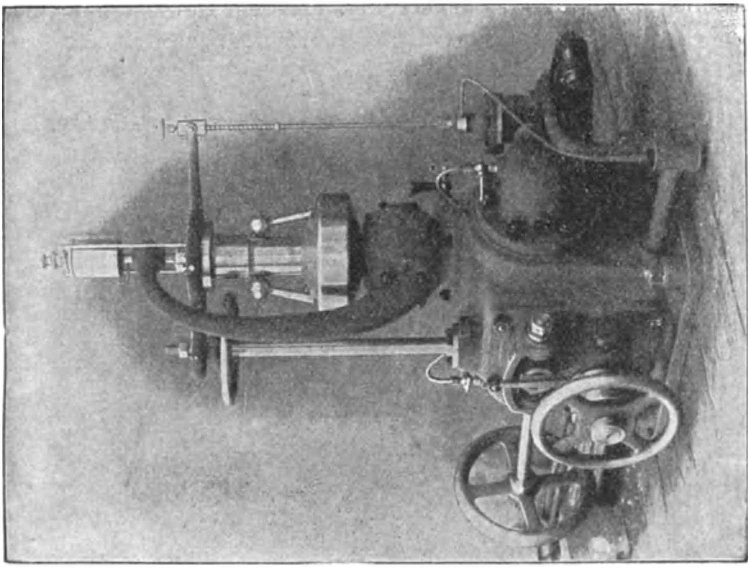


Fig. 112.

Fig. 111 u. 112 A.-G. der Maschinenfabriken von Escher, Wyß & Co., Zürich.

Anlage liegen die Turbinen ungefähr 41 Meter unterhalb des Maschinenraumes, in welchem die Regulatoren stehen. Das Reguliergestänge ist so angeordnet, daß sein Gewicht auf den Kolben des Servomotors einen konstanten, nach oben ge-

Fig. 121 u. 122 Sturgess Governor Engineering Co., Watervliet, N. J. (U. S. A.)

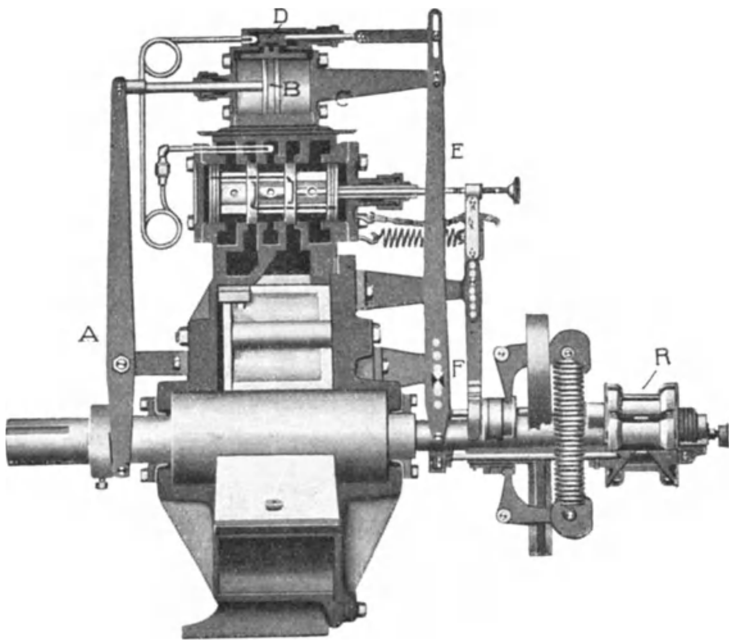


Fig. 121.

richteten Druck hervorruft. Der Flüssigkeitsdruck oberhalb des Kolbens steht unter dem Einfluß des Regulierventils.

Fig. 121 u. 122 zeigen einen Regulator der Sturgess Governor Engineering Co., Watervliet, N. J. (U. S. A.), der verschiedene Eigentümlichkeiten aufweist. Zunächst ist statt des üblichen zylinderförmigen Kolbens ein rechteckiger Kolben ausgeführt, der in einem zylindrischen Hohlraum um einen Winkel von ungefähr 300° gedreht werden kann. Der Regu-

Additional material from *Die Automatische Regulierung der Turbinen,*
ISBN 978-3-662-33699-1 (978-3-662-33699-1_OSFO4),
is available at http://extras.springer.com

EXTRA
MATERIALS
extras.springer.com

lator arbeitet mit Vorsteuerung, resp. mit hintereinander geschalteten Servomotoren. Die Steuerung geschieht durch einen Kolbenschieber, welcher mit dem Kolben des Hilfsservomotors

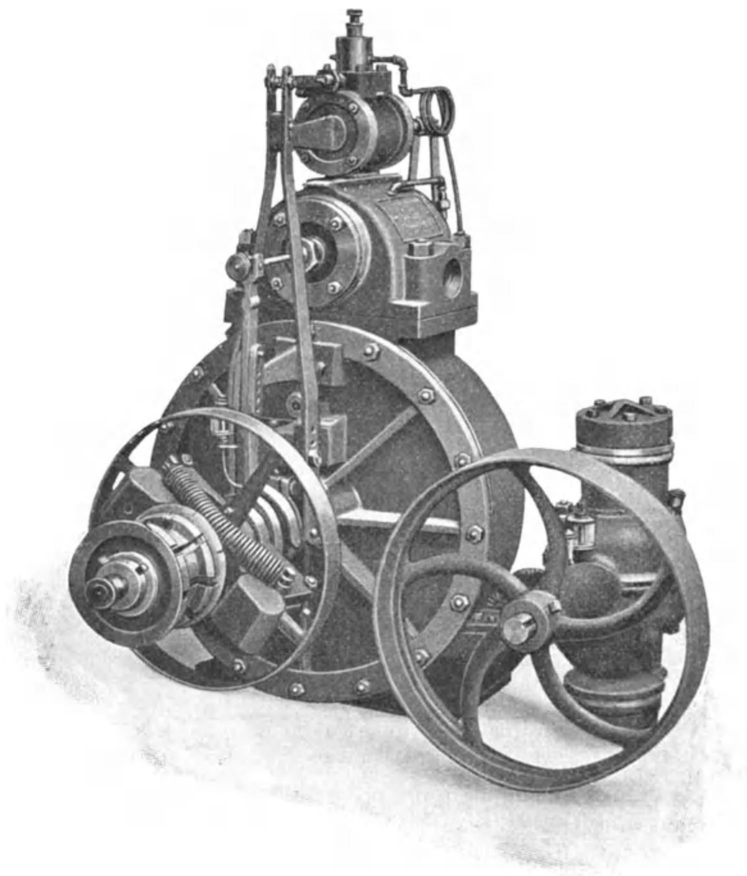


Fig. 122.

zu einem Stück vereinigt ist. Der Steuerschieber des Hilfsservomotors ist in den Kolben in gleicher Weise hineingelegt wie bei dem in Fig. 7 (S. 15) dargestellten Servomotor; die hierdurch bedingte Anordnung der Rückführung entspricht, wie man leicht ersehen kann, dem Schema, welches in Fig. 41 (S. 98) wiedergegeben ist. Von der eigenartigen Rückführung des Hauptservomotors, welche hier durch Änderung des Durchmessers der Riemenscheibe für den Fliehkraftregler bewerkstelligt wird, ist bereits früher die Rede gewesen, ebenso von der Anordnung des oben auf dem Servomotor angebrachten Mechånismus, durch welchen eine konstante Tourenzahl für alle Belastungen erzielt wird.

Die Art und Weise, in welcher hier die Vorsteuerung ausgebildet ist, findet sich bei einer ganzen Reihe von Ausführungen. Als ein weiteres Beispiel hierzu ist in Fig. 123 ein Steuerkolben von A. Bravo abgebildet[1]). Der Steuerschieber des Hauptservomotors ist hier als Differentialkolben ausgebildet. Unterhalb des Kolbens im Raume k herrscht konstanter Druck. Der Gegendruck im Raum f wird dadurch reguliert, daß eine zylindrische Hülse r, die mit dem Pendelregler in Verbindung steht, die Abflußöffnungen q mehr oder weniger zudeckt, während der Zufluß der Druckflüssigkeit zum Raum f durch eine Bohrung l erfolgt, die durch einen Ventilkegel m von Hand beliebig eng eingestellt werden kann.

Die Fig. 124—126 zeigen Öldruckregulatoren der Lombard Governor Company, Ashland, Mass., und zwar Fig. 124 mit horizontaler, Fig. 125 und 126 mit vertikaler Anordnung des Servomotorzylinders. Die dargestellten Regulatoren sind ebenfalls mit Vorsteuerung ausgebildet. Die Anordnung der Rückführung entspricht dabei dem in Fig. 39 (S. 97) gezeichneten Schema. Beachtenswert ist der bei diesen Regulatoren verwendete Fliehkraftregler, bei welchem die Gelenke durch Federn ersetzt sind, sodaß die Eigenreibung sehr gering wird.

Um einen Anhalt zu geben für die nötige Leistung der Ölpumpen bei Öldruckregulatoren, sind im folgenden einige Werte angegeben, die sich auf Ausführungen der Sturgess Governor Eng. Company beziehen. Der verwendete Öldruck beträgt dabei 14 at.

Leistung des Regulators	1880 mkg	3700 mkg	6440 mkg
Leistung der Ölpumpe	62 l/min	74 l/min	115 l/min

[1]) Zeitschr. d. V. d. Ing. 1903, S. 1022. Fig. 123 ist daraus entnommen.

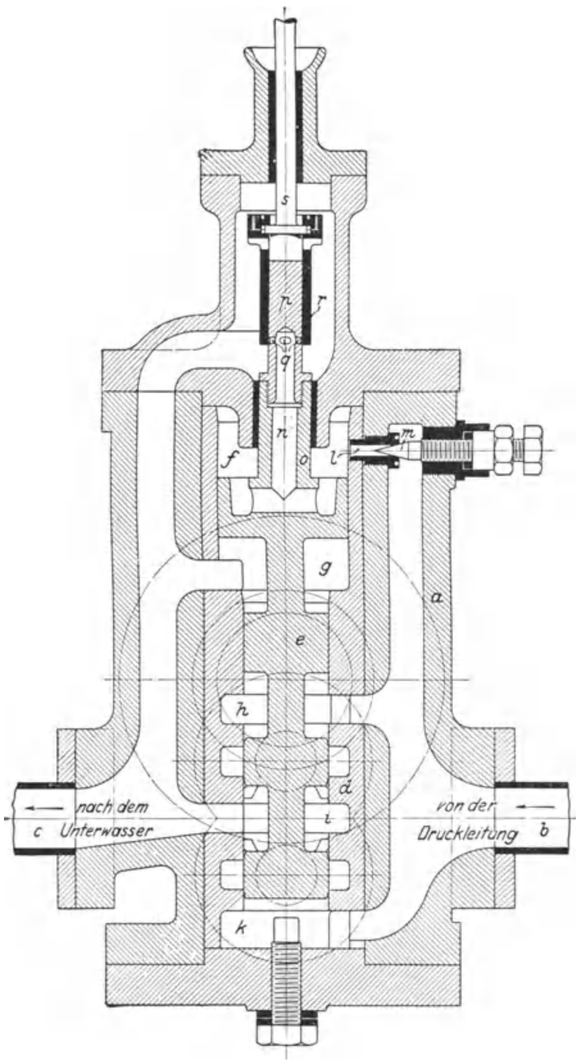


Fig. 123.

Steuerkolben von A. Bravo.

Fig. 124—126 Lombard Governor Gompany, Ashland, Mass. (U. S. A.)

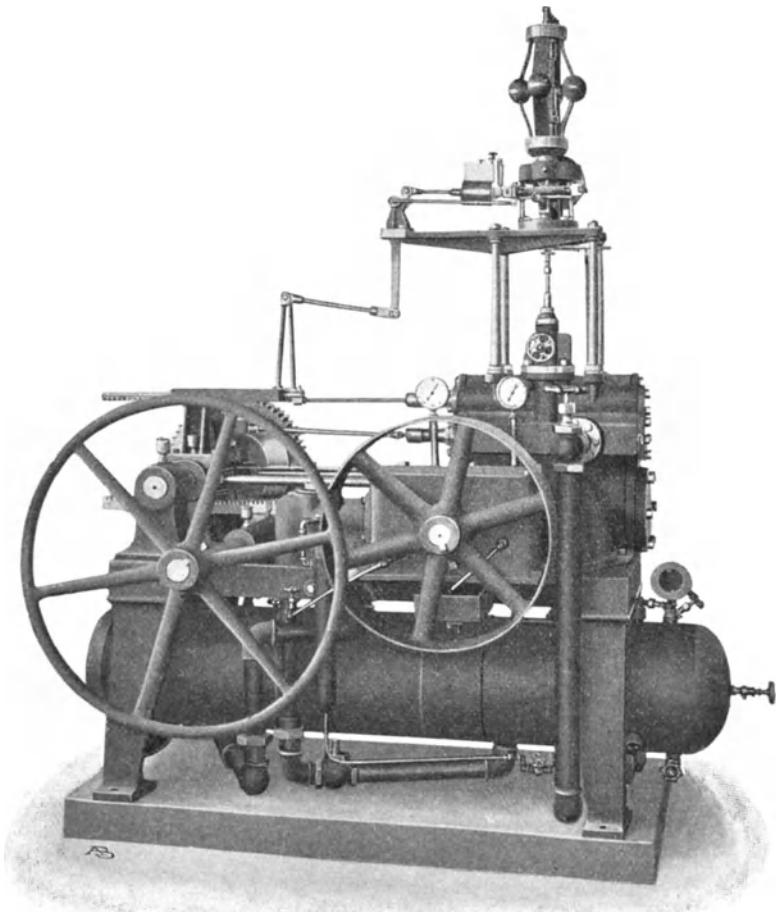


Fig. 124.

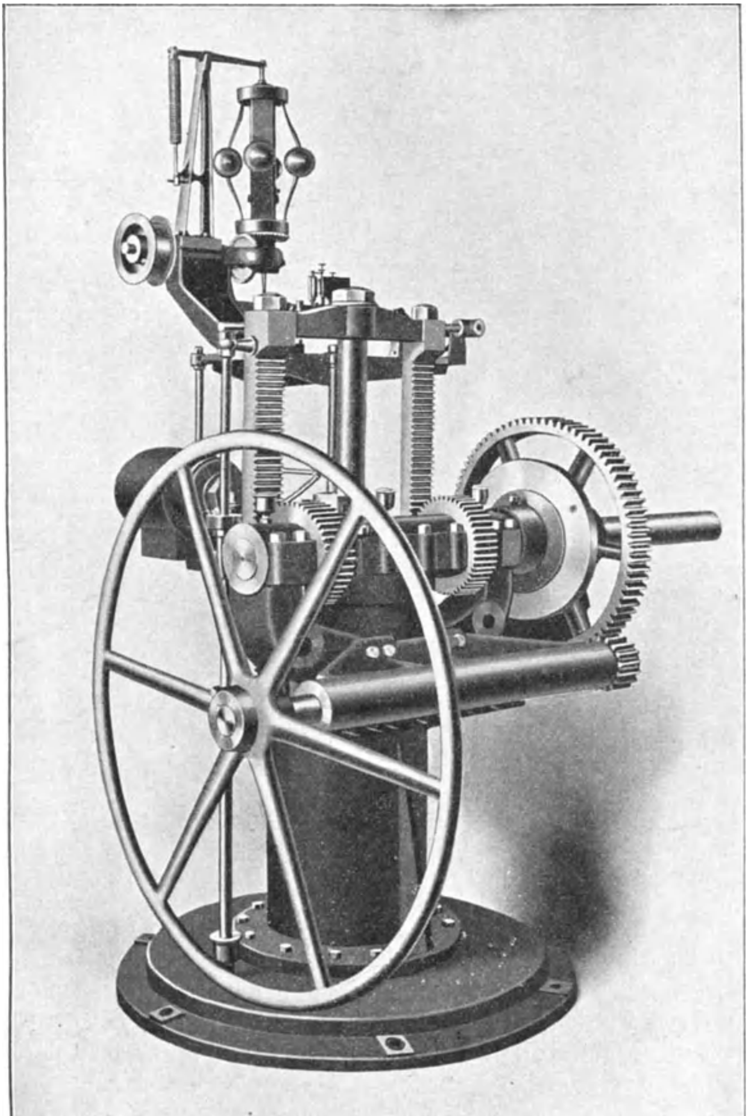


Fig. 125.

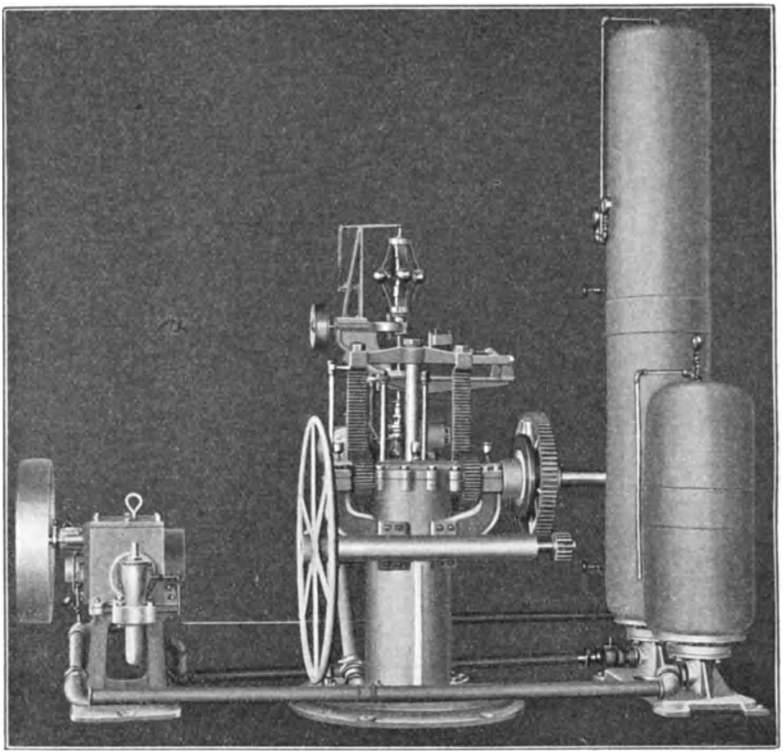


Fig. 126.

Die **Lombard Governor Company** gibt an, daß sie ihre Pumpen so bemißt, daß sie 6—10 volle Hübe des Servomotorkolbens in der Minute ermöglichen.

Im Anschluß an die vorstehenden Untersuchungen sollen als Beispiel die Dimensionen eines hydraulischen Servomotors bestimmt werden, der die in Fig. 32 (S. 64) und Fig. 34 (S. 70) dargestellte Regulierkurve ergibt. Diese Kurve war gezeichnet für die Werte

$$N_{max} = 100 \text{ PS.}$$
$$n_m = 270 \text{ Umdr. p. Min.}$$
$$\mathfrak{E} = 91\,800 \text{ mkg}$$
$$\delta = \delta_1 = 0{,}03$$
$$h_{max} = 6{,}6 \text{ cm}$$
$$T_1 = 13{,}38 \text{ sekcm}$$

Die für die Verstellung des Leitapparates nötige Arbeit werde zu 500 mkg angenommen. Dieser Wert dürfte für eine Spiralturbine von der angegebenen Leistung für mittlere Gefälle ungefähr zutreffen. Der Hub des Servomotorkolbens betrage $a_{max} = 250$ mm $= 0,250$ m. Damit bestimmt sich die mittlere Kolbenkraft zu

$$\frac{500 \text{ mkg}}{0,25 \text{ m}} = 2000 \text{ kg}.$$

Diese Kraft werde als konstant angenommen über den ganzen Hub. Der Durchmesser des Kolbens werde gewählt zu 250 mm, so daß die Kolbenfläche $F = 0,049 \text{ m}^2$ beträgt. Die Druckflüssigkeit, als welche Öl von einem spezifischen Gewicht $\gamma = 0,92$ angenommen werden soll, stehe unter einem Druck von $p_0 = 10$ at. Dieser Wert soll den Überdruck über den atmosphärischen Druck darstellen.

Aus der Kolbenkraft und der Kolbenfläche ergibt sich der Druckunterschied, welcher für die Bewegung des Kolbens zwischen beiden Zylinderseiten im Sinne der Bewegung auftreten muß, zu

$$\varDelta p = \frac{2000 \text{ kg}}{490 \text{ cm}^2} = 4,08 \text{ at}.$$

Ferner werde angenommen, daß die Widerstände in der Zufluß- und Abflußleitung zum Servomotor gleich seien, und daß ebenso in jedem Augenblick die Querschnitte, welche im Steuerorgan für den Zufluß des Öles zur einen Zylinderseite und für den Abfluß aus der anderen freigegeben werden, von gleicher Größe sind. Dann kann das Druckgefälle vom Ölakkumulator zur treibenden Seite des Kolbens ebenso groß angenommen werden, wie von der anderen Kolbenseite bis zum Saugraum der Ölpumpe. Im letzteren werde atmosphärischer Druck vorausgesetzt. Die Größe der Druckgefälle ergibt sich daher zu

$$\frac{p_0 - \varDelta p}{2} = \frac{10 \text{ at} - 4,08 \text{ at}}{2} = 2,96 \text{ at}.$$

Ein Teil dieses Druckes geht durch Reibung in der Leitung verloren, und zwar ist dieser Teil abhängig von der Geschwindigkeit des durchfließenden Öles. Man wird zweckmäßig dadurch, daß man die Leitung mit weitem Querschnitte ausführt, diesen Verlust gering zu halten suchen. Im vorliegenden Falle werde zur Vereinfachung der Rechnung dieser Verlust als konstant angenommen und zwar zu 0,5 at. Hierdurch kommt ein kleiner Fehler in die Rechnung. Infolge der Verschiedenheit des Druckes wird bei geringen Verschiebungen des Steuerorgans die Durchflußgeschwindigkeit c des Öles durch das Steuerorgan größer werden als bei großen, und damit wird die Reguliergeschwindigkeit nicht mehr genau proportional der Verschiebung des Steuerorgans sein. Aber die Abweichungen sind nur geringe, solange die Geschwindigkeit des Öles in der Rohrleitung in mäßigen Grenzen gehalten wird. In der Annahme eines Druckverlustes von 0,5 at, der nur bei ziemlich großen Geschwindigkeiten eintreten kann, liegt also eine gewisse Sicherheit, der Reguliervorgang wird in Wirklichkeit noch etwas günstiger verlaufen, als es die Rechnung ergibt.

Der Druck, welcher zur Erzeugung der Ölgeschwindigkeit c im Steuerorgan übrig bleibt, beträgt daher

$$2{,}96\ \mathrm{at} - 0{,}5\ \mathrm{at} = 2{,}46\ \mathrm{at}.$$

Damit berechnet sich die Geschwindigkeit c zu

$$c = \xi \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}46 \cdot g}{\gamma}},$$

und mit

$$\xi = 0{,}9, \qquad \gamma = 0{,}00092\ \mathrm{kgcm}^{-3}, \qquad g = 981\ \mathrm{cmsek}^{-2}$$

zu

$$c = 2060\ \mathrm{cmsek}^{-1} = 20{,}6\ \mathrm{msek}^{-1}.$$

Nun sollte bei einer Verschiebung der Reglerhülse um 1 cm der Kolben seinen ganzen Hub in $T_1 = 13{,}38$ sek zurücklegen, daher ergibt sich für diesen Fall die durch das Steuerorgan in 1 Sekunde hindurchströmende Ölmenge zu

$$q = \frac{0{,}049\ \mathrm{m}^2 \cdot 0{,}25\ \mathrm{m}}{13{,}38\ \mathrm{sek}} = 0{,}000915\ \mathrm{m}^3\mathrm{sek}^{-1} = 915\ \mathrm{cm}^3\mathrm{sek}^{-1}.$$

Um diese Ölmenge hindurchzulassen, ist ein Schieberquerschnitt f notwendig von der Größe

$$f = \frac{1}{\zeta}\,\frac{q}{c}.$$

Hierin stellt ζ einen Koeffizienten dar, der der Kontraktion Rechnung tragen soll. Dieser Wert werde zu $\zeta = 0{,}7$ angenommen. Dann wird

$$f = \frac{1}{0{,}7} \cdot \frac{915 \text{ cm}^3\text{sek}^{-1}}{2060 \text{ cmsek}^{-1}} = 0{,}635 \text{ cm}^2.$$

Der Durchmesser des Kolbenschiebers werde zu 3 cm angenommen. Damit ergibt sich der Hub, welcher bei einer Verschiebung der Reglerhülse um 1 cm eintreten muß, zu

$$\frac{0{,}635 \text{ cm}^2}{\pi \cdot 3 \text{ cm}} = 0{,}0672 \text{ cm} = 0{,}672 \text{ mm}.$$

Dadurch ist die Übersetzung zwischen Reglerhub und Hub des Steuerorgans festgelegt, welche durch passende Anordnung des Regulatorhebels hergestellt werden muß.

Um die Dimensionen der Rohrleitung für den Ölzufluß und -abfluß zu bestimmen, muß man die größte durchfließende sekundliche Ölmenge kennen, und diese bestimmt sich wieder aus der größten Verschiebung des Steuerorgans. Aus der Fig. 34 (S. 70), welche für die Belastungsänderung von $^1/_1$ auf 0 gezeichnet war, ergibt sich, daß die größte mögliche Verschiebung des Steuerorgans einer Tourenänderung von $n - \mathfrak{n} =$ 6,80 Umdr. p. Min. $= \frac{6{,}80}{270} = 2{,}52\,\%$ der normalen Tourenzahl n_m entspricht. Bei dieser Abweichung würde der Regler einen Hub von $\frac{2{,}52\,\%}{3\,\%} \cdot 6{,}6$ cm $= 5{,}5$ cm ausführen, und damit ergibt sich die größte sekundliche Ölmenge zu

$$\frac{5{,}5 \text{ cm}}{1 \text{ cm}} \cdot q = 5{,}5 \cdot 915 \text{ cm}^3\text{sek}^{-1} = 5030 \text{ cm}^3\text{sek}^{-1}.$$

Läßt man in der Rohrleitung für das Drucköl eine Geschwindigkeit von 2,5 msek^{-1} zu, so ergibt sich für diese sekundliche Ölmenge ein Rohrquerschnitt von

$$\frac{5030 \text{ cm}^3\text{sek}^{-1}}{250 \text{ cm} \cdot \text{sek}^{-1}} = 20{,}1 \text{ cm}^2.$$

Diesem Wert würde ein Durchmesser von 5,06 cm entsprechen, der für die Ausführung auf 5 cm abzurunden wäre.

Es soll nun noch untersucht werden, ob die Vernachlässigung der Massenwirkung im Reguliergetriebe und in den Ölleitungen zulässig ist. Zu diesem Zweck ist zunächst die größte auftretende Beschleunigung im Reguliergestänge zu bestimmen. Bezeichnet man den Weg des Servomotorkolbens mit a, und zwar von der Lage an gerechnet, welche dem Leerlauf der Turbine entspricht, so läßt sich nach den früheren Annahmen das von der Turbine ausgeübte Drehmoment

$$\mathfrak{M} = \alpha \cdot a$$

setzen, wobei α ein konstanter Koeffizient ist. Daher kann die Kolbenbeschleunigung

$$\frac{d^2 a}{dt^2} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{d^2 \mathfrak{M}}{dt^2}$$

gesetzt werden. In Fig. 34 (S. 70) stellt nun die strichpunktiert gezeichnete Kurve den Verlauf des Wertes $(n - \mathfrak{n})$ dar. Dieser Wert ist nach Gleichung 25) (S. 56) proportional $-\frac{d\mathfrak{M}}{dt}$. Daher tritt der größte Wert $\frac{d^2\mathfrak{M}}{dt^2}$ in demjenigen Punkte ein, in welchem die Tangente an die strichpunktierte Kurve am stärksten gegen die Horizontale geneigt ist, und das ist der Fall für den Zeitpunkt $t = 0$. Aus Gleichung 25) ergibt sich für diesen Fall

$$\frac{d^2\mathfrak{M}}{dt^2}_{(t=0)} = -\frac{\mathfrak{M}_{max}}{T_1} \cdot \frac{h_{max}}{\delta_1 n_m} \cdot \frac{dn}{dt}_{(t=0)},$$

da

$$\frac{d\mathfrak{n}}{dt}_{(t=0)} = 0$$

ist. Daher wird

$$\left(\frac{d^2 a}{dt^2}\right)_{max} = -\frac{a_{max}}{T_1} \cdot \frac{h_{max}}{\delta_1 n_m} \cdot \frac{dn}{dt}_{(t=0)}$$

$$= -\frac{0{,}25\ m}{13{,}38\ sekcm} \cdot \frac{6{,}6\ cm}{0{,}03 \cdot 270\ sek^{-1}} \cdot 11{,}0\ sek^{-2}$$

$$= -0{,}1676\ msek^{-2}.$$

Für die Bestimmung der Beschleunigungskraft müßten alle bewegten Massen im Reguliergetriebe auf den Hub des Servomotors reduziert werden. Es werde angenommen, daß die

Summe dieser reduzierten Massen einem Gewicht von 2000 kg entspricht. Dieser Wert ist reichlich hoch gerechnet, er wird in den allermeisten Fällen viel niedriger sein. Für diesen Wert ergibt sich eine Regulierkraft von

$$\frac{2000 \text{ kg}}{9{,}81 \text{ msek}^{-2}} \cdot 0{,}1676 \text{ msek}^{-2} = 34{,}2 \text{ kg}.$$

Diese Kraft ist so gering (sie beträgt weniger als 2 % derjenigen Kraft, welche als Widerstand am Kolben angenommen war), daß ihre Vernachlässigung durchaus berechtigt ist.

Für die Bestimmung des Beschleunigungsdruckes in der Rohrleitung werde die Geschwindigkeit des Öles mit v, der Rohrquerschnitt mit f_r bezeichnet. Dieser Wert ist im vorliegenden Fall

$$f_r = \frac{5^2 \pi}{4} = 19{,}6 \text{ cm}^2.$$

Dann besteht die Beziehung

$$f_r \cdot v = F \cdot \frac{da}{dt},$$

und daher wird

$$\left(\frac{dv}{dt}\right)_{max} = \frac{F}{f_r} \cdot \left(\frac{d^2 a}{dt^2}\right)_{max}$$

$$= \frac{490 \text{ cm}^2}{19{,}6 \text{ cm}^2} \cdot 0{,}1676 \text{ msek}^{-2}$$

$$= 4{,}19 \text{ msek}^{-2}.$$

Es werde nun angenommen, daß die Gesamtlänge der Rohrleitung 6 m betrage. Dann ergibt sich die Masse des Öles in der Leitung zu

$$\frac{6 \text{ m} \cdot 0{,}00196 \text{ m}^2 \cdot 920 \text{ kgm}^{-3}}{9{,}81 \text{ msek}^{-2}} = 1{,}10 \text{ kgm}^{-1} \text{ sek}^2.$$

Um diese Masse um den Wert $\left(\frac{dv}{dt}\right)_{max}$ zu beschleunigen, ist ein Beschleunigungsdruck $\Delta' p$ erforderlich, der eine Kraft

$$f_r \cdot \Delta' p = 1{,}10 \cdot \left(\frac{dv}{dt}\right)_{max}$$

hervorbringt, und daraus ergibt sich

$$\varDelta' p = \frac{1{,}10 \text{ kgm}^{-1} \text{ sek}^2 \cdot 4{,}19 \text{ msek}^{-2}}{19{,}6 \text{ cm}^2} = 0{,}235 \text{ at.}$$

Dieser Wert ist zwar noch so klein gegenüber dem Druck, welcher für die Erzeugung der Durchflußgeschwindigkeit im Steuerschieber vorhanden ist, daß seine Vernachlässigung zulässig war, aber der Rechnungsgang läßt doch erkennen, daß man durch zu große Länge der Ölleitung und durch zu geringe Bemessung des Querschnittes leicht eine ungünstige Wirkung auf den Reguliervorgang hervorbringen kann. Denn das Auftreten größerer Beschleunigungsdrucke bedeutet eine Verzögerung des Reguliervorganges und hat daher Vergrößerung der Tourenschwankungen und Verschlechterung der Dämpfung zur Folge.