

Mitteilungen
über
Forschungsarbeiten

auf dem Gebiete des Ingenieurwesens

insbesondere aus den Laboratorien
der technischen Hochschulen

herausgegeben vom

Verein deutscher Ingenieure.

Heft 137.

Richm: Ueber die experimentelle Bestimmung des Ungleichförmigkeitsgrades.
Wieselsberger: Ueber die statische Längsstabilität der Drachenflugzeuge.

Berlin 1913

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

Preis 2 M

(Bezugsbedingungen umstehend.)

Bezugsbedingungen:

Preis des Heftes 1 bis 112 je 1 Mk,

u beziehen durch Julius Springer, Berlin W. 9, Linkstr. 23/24;
für Lehrer und Schüler technischer Schulen 50 Pfg,
zu beziehen gegen Voreinsendung des Betrages vom Verein deutscher Ingenieure, Berlin N.W. 7
Charlottenstraße 43.

Von Heft 113 an sind die Preise entsprechend auf 2 *M* und 1 *M* erhöht.

Eine Zusammenstellung des Inhaltes der Hefte 1 bis 124 der Mitteilungen über Forschungsarbeiten zugleich mit einem Namen- und Sachverzeichnis wird auf Wunsch kostenfrei von der Redaktion der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, Berlin N.W., Charlottenstr. 43, abgegeben.

Heft 125: Wild, Die Ursache der zusätzlichen Eisenverluste in umlaufenden glatten Ringankern. Beitrag zur Frage der drehenden Hysterese.

Heft 126: Preuß, Versuche über die Spannungsverminderung durch die Abrundung scharfer Ecken.

Preuß, Versuche über die Spannungsverteilung in Kranhaken.

Preuß, Versuche über die Spannungsverteilung in gelochten Zugstäben.

Heft 127 und 128: Schöttler, Biegungsversuche mit gußeisernen Stäben.

Heft 129: Gramberg, Wirkungsweise u. Berechnung der Windkessel von Kolbenpumpen.

Heft 130: Gröber, Der Wärmeübergang von strömender Luft an Rohrwandungen.
Poensgen, Ein technisches Verfahren zur Ermittlung der Wärmeleitfähigkeit plattenförmiger Stoffe.

Heft 131: Blasius, Das Ähnlichkeitsgesetz bei Reibungsvorgängen in Flüssigkeiten.
Baumann, Versuche über die Elastizität und Festigkeit von Bambus, Akazien-, Eschen- und Hikoryholz.

Heft 132: Kammerer, Versuche mit Riemen besonderer Art.

Heft 133: Häußler, Neue Versuche über die Stickstoffverbrennung in explodierenden Gasgemischen.

Plank, Betrachtungen über dynamische Zugbeanspruchung.

Plank, Das Verhalten des Querkontraktionskoeffizienten des Eisens bis zu sehr großen Dehnungen.

Heft 134: Holm, Untersuchungen über magnetische Hysterese.

Watzinger und Nissen, Versuche über die Druckänderungen in der Rohrleitung einer Francis-Turbinenanlage bei Belastungsänderungen.

Preuß, Versuche über die Spannungsverteilung in gekerbten Zugstäben.

Heft 135 und 136: Baumann, 30 Kesselbleche mit Ribbildung.

Literarische Unternehmungen d. Vereines deutscher Ingenieure:

ZEITSCHRIFT DES VEREINES DEUTSCHER INGENIEURE.

Redakteur: D. Meyer.

Berlin N.W., Charlottenstraße 43

Geschäftstunden 9 bis 4 Uhr.

Expedition und Kommissionsverlag: Julius Springer, Berlin W., Linkstr. 23/24.

Die Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure erscheint wöchentlich Sonnabends. Je einmal im Monat liegt ihr die Zeitschrift „Technik und Wirtschaft“ bei. Preis bei Bezug durch Buchhandel und Post 40 *M* jährlich; einzelne Nummern werden gegen Einsendung von je 1.30 *M* — nach dem Ausland von je 1.60 *M* — portofrei geliefert.

Den Einsendern von Ziffer-Anzeigen wird für Annahme und freie Zusendung einlaufender Angebote mindestens 1 *M* berechnet.

Schluß der Anzeigen-Annahme: Montag Vorm.; für Stellengesuche: Montag Abend 7 Uhr.

TECHNIK UND WIRTSCHAFT.

MONATSSCHRIFT DES VEREINES DEUTSCHER INGENIEURE.

REDAKTEUR D. MEYER.

IN KOMMISSION BEI JULIUS SPRINGER BERLIN.

Die »Technik und Wirtschaft« liegt der ganzen Auflage der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure (Preis des Jahrgangs 40 *M*) allmonatlich bei. Sie ist außerdem für 8 *M* für den Jahrgang durch alle Buchhandlungen und Postanstalten sowie durch die Verlagsbuchhandlung von Julius Springer zu beziehen.

Mitteilungen
über
Forschungsarbeiten

auf dem Gebiete des Ingenieurwesens

insbesondere aus den Laboratorien
der technischen Hochschulen

herausgegeben vom

Verein deutscher Ingenieure.

Heft 137.



Berlin 1913
Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

ISBN 978-3-662-01712-8 ISBN 978-3-662-02007-4 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-02007-4

Inhalt.

	Seite
Ueber die experimentelle Bestimmung des Ungleichförmigkeitsgrades. Von W. Riehm	1
Ueber die statische Längsstabilität der Drachenflugzeuge. Von C. Wieselsberger	33

Ueber die experimentelle Bestimmung des Ungleichförmigkeitsgrades.

Von **W. Riehm.**

(Mitteilungen aus dem Maschinen-Laboratorium der Kgl. Techn. Hochschule
in Dresden.)

Der Wirbelstromtachograph.

1) Gesichtspunkte für die Ausführung des Tachographen.

Die Bestimmung des Ungleichförmigkeitsgrades ist eine Aufgabe, die schon sehr häufig und auf sehr verschiedenen Wegen zu lösen versucht worden ist; sie besteht darin, den Geschwindigkeitsverlauf innerhalb einer Umdrehung einer Maschine festzustellen. Die meisten der bekannt gewordenen Verfahren gehen mittelbar davon aus, den Weg oder einen Wegunterschied der zu untersuchenden Bewegung als Funktion der Zeit aufzuzeichnen¹⁾; diesen gegenüber kennen wir nur wenige Vorrichtungen, die unmittelbar ein Geschwindigkeitsdiagramm liefern (Tachographen).

Die Tatsache nun, daß keines der bisherigen Verfahren eine endgültige Lösung gebracht hat, gab die Anregung zur Ausbildung des vorliegenden Gerätes, bei dessen Bau folgende Gesichtspunkte als maßgebend erachtet wurden. Bei der Frage, ob von dem mittelbaren Verfahren der Weg- oder Wegunterschiedmessung oder dem unmittelbaren der Geschwindigkeitsmessung auszugehen sei, ist vor allem der Umstand entscheidend, daß ein Geschwindigkeitsdiagramm einen klareren Einblick in einen Bewegungsvorgang gestattet als ein Diagramm der Weg- oder Winkelabweichung; es bedarf keiner umständlichen Auswertung und läßt den Ungleichförmigkeitsgrad leicht ermitteln. Ist dagegen die Kenntnis der Kurve der Winkelabweichungen erwünscht, so kann diese in einfacher und sicherer Weise aus der Geschwindigkeitskurve durch Integration entwickelt werden. Wesentlich unsicherer ist es aber, aus den Winkelabweichungen durch Differentiation das Geschwindigkeitsdiagramm abzuleiten. Außerdem bietet ein

¹⁾ s. u. a.:

Radinger, Ueber Dampfmaschinen mit hoher Kolbengeschwindigkeit. 3. Aufl. S. 337.

Engineering, Jahrg. 1892 S. 23 und Z. d. V. d. I. 1892 S. 674.

Dr. Göpel, Die Bestimmung des Ungleichförmigkeitsgrades rotierender Maschinen durch das Stimmgabelverfahren. Mitteilungen über Forschungsarbeiten Heft 2 und Z. d. V. d. I. 1900 S. 1359.

Lux, Vorrichtung zum Aufzeichnen der Umlaufgeschwindigkeit und des Ungleichförmigkeitsgrades von Maschinen. ETZ 1906 S. 557.

D. R. P. 81572.

Franke, Ueber die Bestimmung des Ungleichförmigkeitsgrades von Kraftmaschinen. ETZ 1901 S. 887.

Dr. Wagner, Apparat zur strobographischen Aufzeichnung von Pendeldiagrammen. Mitteilungen über Forschungsarbeiten Heft 33 und Z. d. V. d. I. 1906 S. 1981.

Klönne, Ueber ein neues Verfahren zur Messung des Ungleichförmigkeitsgrades und der Winkelabweichung. ETZ 1902 S. 715.

Mader, Der Resonanz-Undograph, ein Mittel zur Messung des Ungleichförmigkeitsgrades. Dingers polyt. Journal 1909, S. 529.

Mitteilungen. Heft 137.

Gerät, das ein Geschwindigkeitsdiagramm liefert, also ein Tachograph, eine größere Verwendungsmöglichkeit, so bei An- und Auslaufversuchen, bei der Untersuchung von Regelvorgängen usw.

Was die zu fordernde Meßgenauigkeit angeht, so ist zu beachten, daß diese bei einem Tachographen mit schwingendem Anzeigeteil abhängig ist von der Frequenz der zu untersuchenden periodischen Bewegung. Ein Vorgang von großer Schwingungsdauer wird wesentlich genauer wiedergegeben als ein solcher von kürzerer Dauer; der Tachograph wird also bei langsam laufenden Maschinen bessere Werte ergeben als bei schnellaufenden. Diese Frage soll in einem späteren Abschnitt eingehend verfolgt werden.

Weiterhin ist es erforderlich, daß das Gerät möglichst an beliebiger Stelle an eine Maschine angebaut werden kann, da das Geschwindigkeitsbild bei Teilnahme elastischer Maschinenteile an der Kraftübertragung an jeder Stelle anders ist. Endlich ist auch eine einfache Handhabung bei Ausführung der Messungen erwünscht.

Dem nach diesen Gesichtspunkten ausgebildeten Tachographen wurde das Prinzip des Wirbelstromtachometers, wie es u. a. von den Deuta-Werken in Berlin zur Ausführung gebracht wird, zugrunde gelegt. In dem Kraftfeld eines permanenten Magneten schwingt hier, leicht drehbar gelagert, ein Aluminiumzylinder. Im Innern des Zylinders schließt ein Kern aus weichem Eisen den magnetischen Kraftlinienweg; bei der Drehung des Magneten, der von der Maschine angetrieben wird, schneiden die Kraftlinien den Zylinder und induzieren dort Wirbelströme, die ihrerseits wieder ein Drehmoment erzeugen, das den Zylinder in der Drehrichtung mitzunehmen sucht. Diesem Moment entgegen wirkt die Kraft zweier Schraubenfedern; der Ausschlagwinkel ist proportional der Umlaufzahl des Magneten.

Damit der Tachograph möglichst genau aufzeichnet, muß eine hohe Eigenschwingungszahl des Anzeigeteils erstrebt werden; aus der Formel für die Dauer einer Schwingung $T = 2\pi \sqrt{\frac{\Theta}{\tau}}$ ergibt sich, daß eine kleine Schwingungszeit T zu erreichen ist durch ein kleines Trägheitsmoment Θ und durch ein großes Direktionsmoment τ , d. h. ein großes Drehmoment für den Bogenwinkel τ ; das an sich schon kleine Trägheitsmoment der Aluminiumtrommel kann nicht mehr wesentlich verringert werden; dagegen bietet die Vergrößerung des Drehmomentes durch Anwendung eines Elektromagneten ein sehr wirksames Mittel, um eine hohe Schwingungszahl zu erzielen.

2) Konstruktion und Versuchseinrichtung.

Damit ergibt sich die in Abb. 1 und 2 dargestellte Anordnung des Wirbelstromtachographen. Auf der Grundplatte A aus weichem Eisen sitzen die Kerne B von 4 Elektromagneten gut eingepaßt und mit versenkten Schrauben befestigt; sie tragen am vorderen Ende die Polschuhe, die nach der Mitte hin schmaler werden, um die Streuung des Kraftlinienfeldes klein zu halten. Ein Kern C schließt den Kraftlinienstrom. Die Spulen der Elektromagnete bestehen aus je 500 Windungen eines mit Seide doppelt umspinnenen, 0,7 mm starken Kupferdrahtes; sie sind so hintereinander geschaltet, daß Nord- und Südpol abwechselnd aufeinanderfolgen. Um die Polschuhe ist ein Ring E aus Rotguß gelegt, der auf einer Preßspanunterlage die beiden Kupferschleifringe für die Stromzuführung trägt; die Schleifbürsten sitzen isoliert auf den Säulen F . Das Magnetensystem wird umschlossen von dem Hohlzylinder H , der gleichzeitig als Antrieb-

scheibe dient. Der ganze drehbare Teil sitzt auf der hohlen Rotgußspindel *G* die in Kugellagern gelagert ist.

Der schwingende Anzeigeteil besteht aus dem Aluminiumanker *D* und dem Stahldraht *I*. Der Zylinder besitzt einen Durchmesser von 28 mm und eine Wandstärke von 0,4 mm. Der Stahldraht, der als Torsionsfeder dient, ist an beiden Enden in Klemmbacken *K* eingespannt, die in den Scheiben *L* drehbar

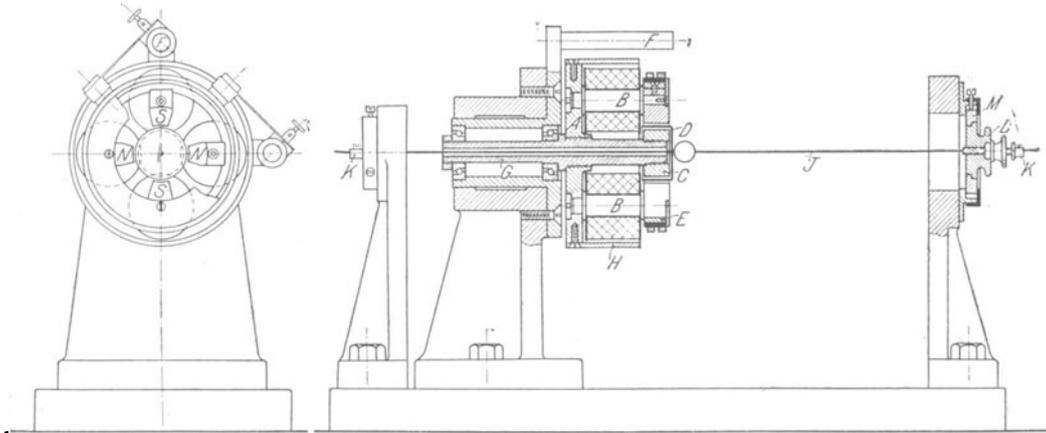


Abb. 1 und 2.

sind. Diese sind wiederum in den Scheiben *M* gelagert, die durch drei Schrauben eingestellt werden können. Das vordere Klemmfutter sitzt auf einer Spindel mit Gewinde zum Anspannen des Drahtes.

Die Diagramme werden auf optisch-photographischem Wege aufgezeichnet; s. Abb. 3. Der Torsionsdraht trägt einen kleinen Spiegel; dieser wirft den von der Blende durch die bikonvexe Linse kommenden Lichtstrahl nach der Kassette hin. Die Entfernung der Blende von der Linse ist so eingestellt, daß das Bild genau auf dem lichtempfindlichen Papier der Kassette entsteht. Zur Beleuchtung der Blende dient eine Bogen- oder eine Nernstlampe. Die photographische Kammer ist eine Metallkassette, die an der Vorderwand einen durch einen Schieber verschließbaren Schlitz besitzt. Auf einer Spindel sitzt die Indikator-trommel, die mit dem Papier bespannt wird. Die hohle Achse der Trommel ist lichtdicht nach außen geführt und trägt die Schnurscheibe zum Antrieb. Dieser geht von einem besonderen kleinen Elektromotor aus, kann aber auch von der Maschine aus oder durch ein Uhrwerk bedient werden.

Um die Totpunkte der Maschine oder Zeitmarken auf dem Indikatorpapier aufzuzeichnen, trägt die Kassette eine Hartgummikapsel, in die eine kleine Funkenstrecke eingeschlossen ist. Durch einen Kontakt am Umfang des Schwungrads wird in jedem Totpunkt der Maschine der Primärstromkreis einer kleinen Induktionsspule geschlossen und dadurch im Sekundärkreis ein Stromstoß induziert. Dieser springt an der Funkenstrecke über, und der dabei auftretende Lichtblitz verzeichnet auf dem photographischen Papier einen Punkt, der unter Berücksichtigung der seitlichen Lage der Funkenstrecke gegenüber dem registrierenden Lichtstrahl die Totpunkte der Maschine im Diagramm festlegt.

Die Kassette wird mit zwei Schrauben an einem Holzrahmen befestigt. Der schmale Schacht vor dem Schlitz verhindert das Eindringen seitlichen Lichtes in die Kassette. Vor der Aufnahme des Diagrammes wird der Lichtpunkt auf der Klapptür beobachtet. Durch Umlegen der Türe wird dann dem

Lichtstrahl der Weg zum Papier freigegeben und gleichzeitig der Stromkreis für die Totpunktaufzeichnung geschlossen.

Der Tachograph wird in einfacher Weise mittels Bandes unter Zwischenschaltung einer Lenix-Spannrolle von der Maschinenwelle aus angetrieben. Bei der geringen Masse arbeitet diese Antriebsweise durchaus einwandfrei und gestattet, den Tachographen überall leicht anzubauen. Um ein endloses Band

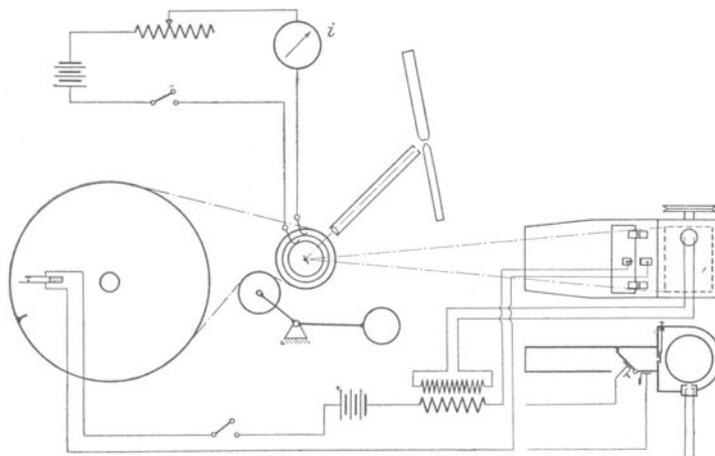


Abb. 3.

ohne Naht- oder Leimstelle zu schaffen, wird eine kräftige Indikatorscheur in 8 bis 10 Windungen in Form eines Bandes aufgewickelt und die einzelnen Gänge durch einen feinen Faden miteinander vernäht; dadurch wird ein starker, unelastischer Bandtrieb erhalten. Die Länge dieses Antriebes ist für hohe Genauigkeit natürlich möglichst kurz zu halten. Das Uebersetzungsverhältnis kann beliebig gewählt werden; es ist lediglich darauf Rücksicht zu nehmen, daß bei der vorhandenen Ungleichförmigkeit ein genügend großes Diagramm erhalten wird.

Eine andere Antriebsweise des Tachographen zeigt Abb. 4. Am Umfang der Scheibe *A* auf der Maschinenwelle nimmt ein Magnetrad *I* die zu untersuchende Bewegung ab. Das Magnetrad, wie es von Mader angegeben ist, ist ein Elektromagnet, dessen Kraftlinien sich durch die anliegende Scheibe schließen; die Räder haften dadurch sehr fest aneinander und sichern eine gleitungsfreie Uebersetzung. Der ungleichförmigen Bewegung der Welle *I* wird von der anderen Seite des Differentialgetriebes *B* durch die Welle *II* eine gleichförmige Bewegung von nahezu dem gleichen Mittelwert entgegengeleitet. Das Differentialgetriebe gibt dann an die Welle *III* den Unterschied dieser beiden Bewegungen weiter, so daß die Welle *III* nur eine verhältnismäßig langsame, mit der zu messenden Ungleichförmigkeit behaftete Geschwindigkeit besitzt. Diese Bewegung kann nun wieder in beliebiger Uebersetzung auf den Tachographen übertragen werden. Durch diese Antriebsweise läßt sich eine sehr hohe Empfindlichkeit bei verhältnismäßig kleiner Umlaufzahl erreichen. Ist beispielsweise die Uebersetzung von Maschinenwelle zu Welle *I* des Getriebes = 1 : 5, so beträgt bei 100 Uml./min der Maschine und 1 vH Ungleichförmigkeitsgrad die Schwankung der Umlaufzahl der Wellen *I* und *III* 5 Umdrehungen. Wird diese Bewegung wieder mit der Uebersetzung 1 : 5 auf den Tachographen übertragen, so entspricht dessen Schwankung $5 \cdot 5 = 25$ Umdrehungen. Dabei sind die Umlaufzahlen der Wellen *I* und *II* nur rd. 500/min, der Welle *III* rd. 5/min und die des Tachographen rd. 25/min. Wollte man diese Ungleichförmigkeit in der

Umlaufzahl des Tachographen bei unmittelbarem Antrieb, d. h. ohne Differentialgetriebe erreichen, so müßte dieser mit einer Uebersetzung 1 : 25 angetrieben werden; seine Umlaufzahl wäre dann 2500/min.

Dieser Antrieb mit Differentialgetriebe setzt allerdings ein genaues Arbeiten aller Teile voraus, um einwandfreie Diagramme zu liefern, da sowohl das Ge-

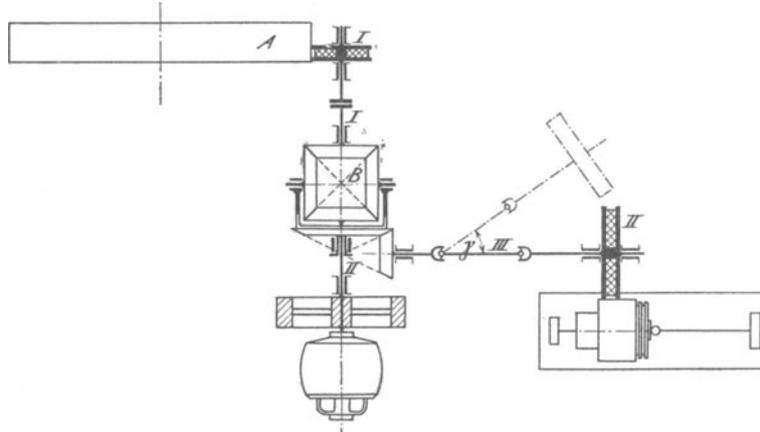


Abb. 4.

triebe wie auch die Magneträder die Quelle von Fehlern sein können. Im allgemeinen dürfte der unmittelbare Antrieb mittels Bandes genügen, da die Umlaufzahl des Tachographen leicht bis 2000/min gesteigert werden kann, so daß auch bei kleinen Ungleichförmigkeiten ein genügend großes Diagramm erzielt wird.

3) Berechnung des Tachographen.

Die rechnerischen Grundlagen des Tachographen sollen hier an Hand der zur Ausführung gebrachten Bauart gezeigt werden. Die im Aluminiumzylinder induzierten Wirbelströme lassen sich im Rahmen einer einfachen Rechnung nur näherungsweise verfolgen; die folgende Entwicklung soll daher nur in der Größenordnung über den Einfluß der in Betracht kommenden Faktoren Aufschluß geben.

Der magnetische Kreis im Tachographen bildet sich in der Weise aus, daß er, von einem Nordpol ausgehend, bei den Polschuhen den Luftspalt und den Aluminiumanker durchschneidet, sich im inneren Eisenkern teilt und durch den Luftspalt und die Magnetkerne der benachbarten Südpole in der eisernen Grundplatte zum Nordpol zurückkehrt.

Machen wir eine Feldstärke $H_e = 10000$ Kraftl./qcm im Luftspalt zur Voraussetzung, so ergibt folgende Rechnung die erforderlichen Amperewindungszahlen des Elektromagneten. In der Ausführung ist:

Querschnitt des Kraftlinienweges in Luft	$Q_e = 0,8 \cdot 1,4 = 1,12$ qcm
» » » im Magneten . . .	$Q_m = \frac{\pi 1,1^2}{4} = 0,95$ »
» » » in Eisenkern und Grundplatte . . .	$Q_y =$ rd. 2,00 »
Länge des Kraftlinienweges in Luft	$l_e = 2 \cdot 0,125 = 0,25$ cm
» » » im Magneten	$l_m = 2 \cdot 3,0 = 6,00$ »
» » » in Eisenkern und Grundplatte	$l_y =$ rd. 10,00 »

Bei der Feldstärke im Luftspalt von $H_e = 10000$ Kraftlinien/qcm und unter Annahme eines Streuverlustes von 15 vH ergibt sich der gesamte Kraftlinienfluß $N = 1,15 \cdot 10000 \cdot 1,12 = 13000$ Kraftl.; damit beträgt die

magnet. Induktion im Magnetkern $B_m = \frac{13000}{0,95} = 13700$ Kraftl./qcm,
 » » in Eisenkern und Grund-
 platte $B_g = \frac{13000}{2} = 6500$ »

Die für diesen Kraftlinienfluß erforderliche magnetomotorische Kraft berechnet sich nun zu:

$$\begin{aligned} X_e &= 0,8 H l_e = 2000 \text{ Amp-Windg.} \\ \left(\frac{X}{l}\right)_m \cdot l_m &= 12 \cdot 6 = 72 \quad \text{»} \\ \left(\frac{X}{l}\right)_g \cdot l_g &= 1,8 \cdot 10 = 18 \quad \text{»} \\ &\hline &\text{rd. 2100 Amp-Windg.} \end{aligned}$$

Diese Amp-Windungszahl verteilt sich auf 2 Spulen, deren jede rd. 500 Windungen besitzt, so daß eine Erregerstromstärke $i = 2,1$ Amp erforderlich wird.

Wir wollen nun das bei der Drehung des Magnetsystems auf dem Aluminiumanker ausgeübte Drehmoment ermitteln, wenn die Umlaufzahl des Tachographen $n = 100/\text{min}$ beträgt. In Abb. 5 ist ein Stück der Trommel mit 2 davorstehenden Magnetpolen abge-

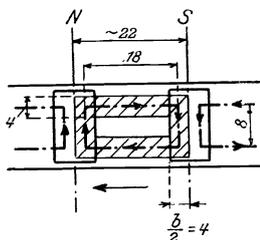


Abb. 5.

wickelt gezeichnet. Beim Nordpol dringen die Kraftlinien in die Bildebene ein und treten beim Südpol wieder heraus. Bewegen sich beide Pole in der Pfeilrichtung an der Trommel vorbei, so werden durch den Schnitt der Kraftlinien vor dem Nord- und Südpol elektromotorische Kräfte von einander entgegengesetzter Richtung induziert. Diese haben einen Strom zur Folge,

über dessen Verlauf wir näherungsweise die Annahme treffen wollen, daß er sich in einem Leiter von der in der Figur schraffiert angegebenen Form schließt. Bedeutet nun

H die Feldstärke = 10000 Kraftl./qcm,
 l die Länge des von den Kraftlinien senkrecht geschnittenen Leiters = $0,8$ cm,

v die Geschwindigkeit der Bewegung = $\frac{2 \pi r n}{60} = 14,7$ cm/sk,

wenn r = Halbmesser der Trommel = $1,4$ cm,

n = Umlaufzahl des Tachographen = $100/\text{min}$,

so ist die induzierte elektromotorische Kraft

$$E = H l v 10^{-8} \text{ Volt} = 10000 \cdot 0,8 \cdot 14,7 \cdot 10^{-8} = 0,00117 \text{ V}$$

Der Widerstand des Leiters, in dem sich der Strom schließen möge, ist

$$w = k \frac{L}{q} = 0,04 \cdot \frac{0,052}{1,6} = 0,0013 \Omega,$$

worin

k der spezifische Leitungswiderstand des Aluminiums = $0,04$,

L die Länge des Leiters = $0,052$ m,

q der Querschnitt des Leiters = $\frac{8b}{2} = 0,04 \cdot 4 = 1,6$ qmm.

Damit ergibt sich die Wirbelstromstärke

$$J = \frac{2 E}{w} = \frac{2 \cdot 0,00117}{0,0013} = 1,8 \text{ Amp.}$$

Nun ist die von einem Pol auf einen Leiter ausgeübte Kraft nach dem Biot-Savartschen Gesetz gegeben durch

$$f = H \frac{J}{10} l \text{ Dyn} = H \frac{J}{10 \cdot 981} l g;$$

in unserem Falle bestimmt sich damit das von 4 Polen auf den Anker ausgeübte Drehmoment zu

$$M_d = \frac{4 \cdot 2 H J l r}{10 \cdot 981} = \frac{4 \cdot 2 H 2 H l 2 \pi r n 10^{-8} s b l r}{k L 60 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 981} = c_1 H^2 n = \text{rd. } 16 \text{ cmg.}$$

Diesem Drehmoment des Magnetfeldes wirkt das Torsionsmoment des Stahldrahtes entgegen, das gegeben ist zu

$$M_d = \frac{\pi \alpha G d^4 4 \cdot 1000}{32 S} \text{ cmg};$$

hier ist

- α der Torsionswinkel im Bogenmaß,
- G » Schubmodul = 850000 kg/qcm,
- d » Drahtdurchmesser = 0,06 cm,
- S die Länge des Drahtes = 34 cm.

Für das oben ermittelte Drehmoment $M_d = 16 \text{ cmg}$ ergibt sich der Torsionswinkel zu

$$\alpha = M_d \frac{32 S}{\pi 4 G d^4 1000} = c_2 H^2 n = 0,125 = 7,2^\circ.$$

Dieser durch Rechnung gefundene Wert stimmt mit dem durch Eichung für $n = 100/\text{min}$ und $i = 2,1 \text{ Amp}$ ermittelten Wert ($\alpha = 5,4^\circ$) in der Größenordnung überein, so daß die getroffene Annahme den wirklichen Verhältnissen nahekommen dürfte.

Wie schon früher erwähnt, bietet ein großes Direktionsmoment neben einem kleinen Trägheitsmoment des Anzeigeteiles die Möglichkeit, eine kleine Eigenschwingungsdauer und damit eine große Genauigkeit des Instrumentes zu erzielen. Für das Direktionsmoment τ haben wir gefunden:

$$\tau = M_d = c_3 \frac{H^2 n l^2 r^2 s b}{L} \text{ cmg},$$

während sich für das Trägheitsmoment des Ankers (unter Vernachlässigung des Bodens) ergibt: $\Theta = c_4 s l r^2 \text{ cmg/sk}^2$.

Die Formel für die Eigenschwingungsdauer

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{\Theta}{\tau}} = 2 \pi \sqrt{\frac{c_4 s l r^2 L}{c_3 H^2 n l^2 r^2 s b}} = c_5 \frac{1}{H} \sqrt{\frac{\tau L}{n l b}} \text{ sk}$$

zeigt nun, daß vor allem eine große Feldstärke eine kleine Eigenschwingungsdauer erzielen läßt. In geringerem Maße wirkt eine Steigerung der Umlaufzahl des Tachographen günstig, während eine wesentliche Verbesserung durch entsprechende Wahl der Abmessungen r , l und b aus konstruktiven Gründen nicht zu erreichen ist.

4) Abhängigkeit des Torsionswinkels von der Erregerstromstärke

Für den Torsionswinkel α haben wir gefunden

$$\alpha = c_2 H^2 n.$$

Bei gleichbleibender Umlaufzahl n ist demnach α eine Funktion der Feldstärke H und damit der Erregerstromstärke i des Elektromagneten. Die Kurve dieser Funktion $\alpha = f(i)$ muß durch Eichen des Tachographen bei gleichbleibender

Umlaufzahl gewonnen werden. In der Zahlentafel 1 sowie Abb. 6 und 7 ist bei $n = 100$ die Eichkurve für einen Torsionsdraht von 0,6 mm Dmr. und in Zahlentafel 2 für einen solchen von 0,8 mm Dmr. dargestellt. Bei kleiner Stromstärke

Zahlentafel 1.

Torsionsdraht Dmr. = 0,6 mm	
Erregerstromstärke	Torsionswinkel
i Amp	α_{100}
2,55	5,84
3,02	6,31
3,62	6,78
3,93	7,02

Zahlentafel 2.

Torsionsdraht Dmr. = 0,8 mm	
Erregerstromstärke	Torsionswinkel
i Amp	α_{100}
2,39	1,685
2,72	1,79
2,89	1,835
3,53	1,99
3,92	2,08

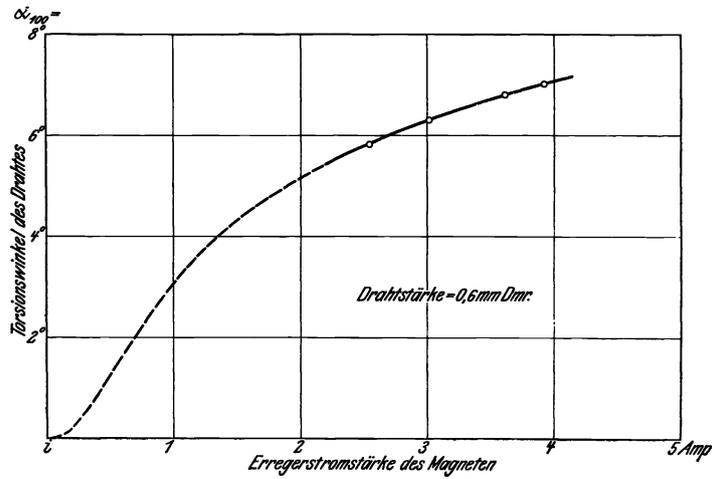


Abb. 6.

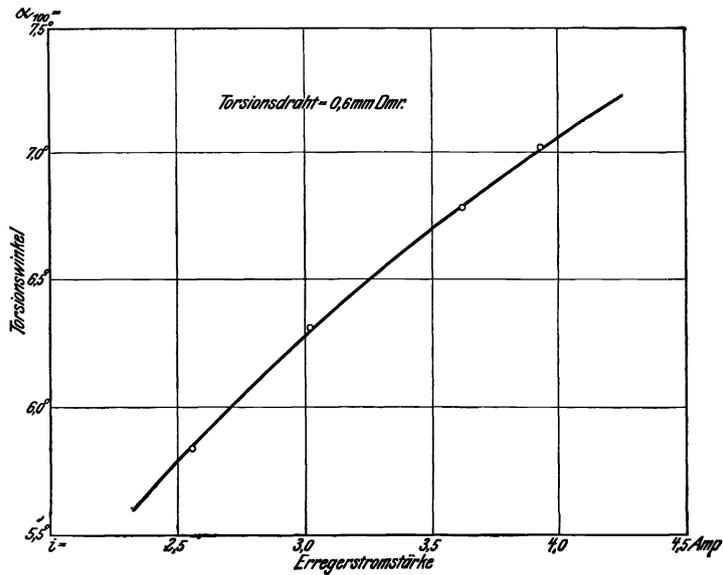


Abb. 7. Eichkurve für 100 Uml./min des Tachographen.

und geringer Sättigung der Magnete ist die Aenderung von α mit i groß, während bei höherer Stromstärke, großer Sättigung und großem Streufluß der Torsionswinkel sich nur noch wenig mit i ändert. Für die Dauer einer Messung ist daher eine stetsgleiche Spannung der Stromquelle Bedingung, obwohl auf dem flachen Ast der α - i -Kurve eine Spannungsschwankung nur geringe Fehler mit sich bringt; die Stromstärke wird an einem Strommesser beobachtet.

Die Abhängigkeit des Torsionswinkels von der Stromstärke bietet ein bequemes Mittel, den Meßbereich des Tachographen zu ändern, indem man bei großen Ungleichförmigkeiten mit geringer Stromstärke, bei kleinen dagegen mit großer Stromstärke arbeitet. Ferner kann durch Auswechseln des Torsionsdrahtes der Meßbereich in weiten Grenzen geändert werden.

5) Abhängigkeit des Torsionswinkels von der Umlaufzahl.

Wie oben abgeleitet wurde, ist der Torsionswinkel α dem Drehmoment M_d und dieses der Umlaufzahl n des Tachographen proportional. Diese Proportionalität wird auch durch den Versuch bestätigt¹⁾ und ist in weiten Grenzen gültig. Das aufgezeichnete Diagramm stellt stets zugleich ein Geschwindigkeitsdiagramm der untersuchten Bewegung dar. Der Tachograph kann deshalb mit beliebiger Uebersetzung und Umlaufzahl betrieben werden und gestattet, alle Geschwindigkeitsänderungen bis zu null herunter zu beherrschen.

6) Abhängigkeit des Torsionswinkels von der Temperatur.

Auf den Torsionswinkel ist die Temperatur insofern von Einfluß, als einige der Konstanten in den abgeleiteten Gleichungen von der Temperatur abhängig sind. Von der Veränderlichkeit des Schubmoduls des Drahtes und der Kraftlinienzahl des Magneten mit der Temperatur wollen wir absehen, da es sich doch immer nur um verhältnismäßig geringe Temperaturschwankungen handelt. Dagegen übt die Abhängigkeit des spezifischen Leitungswiderstandes des Aluminiums von der Temperatur einen merklichen Einfluß auf den Torsionswinkel aus. Wenn k_0 den spezifischen Leitungswiderstand bei der Temperatur 0° bedeutet, so ist er bei der Temperatur t : $k_t = k_0 (1 + \beta t)$, wobei $\beta = \text{rd. } 0,0036$. Für eine Temperatur von $t = 10^\circ$ wäre demnach $k_t = 1,036 k_0$, d. h. der Widerstand im Wirbelstromkreis wird um 3,6 vH größer. Gleichzeitig werden die Stromstärken J , das Drehmoment M_d und der Torsionswinkel um ebensoviel kleiner. In Wirklichkeit ist dieser Einfluß nicht unwesentlich geringer, wie die Versuche von Hofmann²⁾ an einem Tachometer der Deutschen Tachometerwerke zeigen. Danach beträgt bei einer Temperaturänderung

	von 17° auf 30°	30° auf 40°	40° auf 50°
der Fehler im Mittel . . .	2,2	2,3	4,1 vH.

Dieser Fehler könnte durch Wahl eines geeigneten Stoffes an Stelle von Aluminium noch weiter verringert werden. Nun bietet gerade das Aluminium infolge seines kleinen spez. Gewichtes den Vorteil eines möglichst kleinen Trägheitsmomentes der Trommel. Ueberschreiten daher die Temperaturschwankungen, denen das Gerät unterliegt, nicht eine gewisse Grenze, so können diese Fehler vernachlässigt oder näherungsweise rechnerisch berücksichtigt werden. Die Schwankungen der Raumtemperatur, bei der Untersuchungen an-

¹⁾ Hoffmann, Prüfung von Geschwindigkeitsmessern. Mitteilungen über Forschungsarbeiten Heft 100.

²⁾ Hoffmann, a. a. O. S. 79.

gestellt werden, dürften im allgemeinen 10° kaum übersteigen; dagegen kann die Erwärmung des Zylinders durch die Wirbelströme eine merkliche Temperatursteigerung zur Folge haben. Darüber soll folgende Rechnung Aufschluß geben.

Bei den später beschriebenen Versuchen an einem Gasmotor war die mittlere Erregerstromstärke $i = 2,5$ Amp und die mittlere Umlaufzahl des Tachographen $n = 700/\text{min}$. Dies ergibt nach der Eichkurve einen Torsionswinkel

$$\alpha = 7 \alpha_{100} = 7 \cdot 5,8^{\circ} = 40,6^{\circ}$$

und ein Drehmoment

$$M_a = \text{rd. } 91 \text{ cmg.}$$

Die sekundlich geleistete Arbeit, die in Wärme umgesetzt wird, ist

$$\begin{aligned} A &= M_a w = 91 \frac{\pi 700}{30} = 6660 \text{ cmg/sk} \\ &= \frac{6660}{42700} = 0,156 \text{ cal/sk.} \end{aligned}$$

Für den Beharrungszustand ist diese Wärmemenge gleich der von dem Zylinder durch Strahlung und Leitung nach außen abgegebenen Wärme, also $A = kF\Delta t$,

wenn k die Wärmeübergangszahl = rd. 10 WE/qm st $^{\circ}\text{C}$,

$$= \frac{1}{3600} \text{ cal/sk qcm } ^{\circ}\text{C},$$

F die Oberfläche des Zylinders = rd. 40 qcm,

Δt der Temperaturunterschied.

Damit ergibt sich die Temperatursteigerung

$$\Delta t = \frac{0,156 \cdot 3600}{40} = 14^{\circ} \text{ C.}$$

Diese nicht unbeträchtliche Temperaturerhöhung kann bei der Auswertung des Diagrammes rechnerisch berücksichtigt werden. Bei den später beschriebenen Versuchen wurde jedoch so verfahren, daß zur Aufnahme des eigentlichen Diagrammes der Erregerstrom nur höchstens 20 sk eingeschaltet war, nachdem vorher der Anker Raumtemperatur angenommen hatte. Während dieser kurzen Zeit wird der größere Teil der entwickelten Wärme zur Erwärmung des Ankers verwendet und der andere Teil nach außen abgegeben. Das Gewicht des Zylinders beträgt 2,2 g, die spezifische Wärme des Aluminiums = 0,21 cal/g, so daß für 1°C die aufgenommene Wärmemenge $q = 2,2 \cdot 0,21 = 0,46$ cal beträgt. Die Temperatursteigerung nach 20 sk ergibt sich dann näherungsweise aus:

$$\begin{aligned} 20 \cdot 0,156 &= 0,46 \Delta t + \frac{20 \cdot 40}{3600} \frac{\Delta t}{2}, \\ \Delta t &= 5,5^{\circ} \text{ C.} \end{aligned}$$

Der hierdurch bedingte Fehler von etwa 1 vH kann vernachlässigt werden.

7) Untersuchung der Genauigkeit des Tachographen.

Die Einfachheit des schwingenden Anzeigeteiles des Tachographen, bestehend aus Anker und Torsionsdraht, sowie der Wegfall jeder mechanischen Reibung in der Schreibvorrichtung ermöglichen es, die Genauigkeit der Aufzeichnung rechnerisch zu prüfen. Das von der Maschine angetriebene Magnet-

system des Tachographen führt periodische Schwingungen um die mittlere Geschwindigkeit aus; diesen erregenden Schwingungen entsprechen die erzwungenen Schwingungen des Anzeigeteiles, die durch den optischen Indikator aufgezeichnet werden. Die Beziehungen zwischen diesen erregenden und erzwungenen Schwingungen sollen in Folgendem näher untersucht werden.

In Abb. 8 sei ψ der Ausschlagwinkel der erregenden Schwingung des Magnetsystems aus der Mittel- lage und φ der Ausschlagwinkel der erzwungenen Schwingung der Trommel zu derselben Zeit. Bezeichnet ferner:

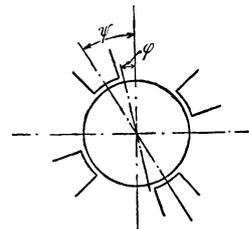


Abb. 8.

Θ das Trägheitsmoment des Anzeigeteiles,

τ das Direktionsmoment des Stahldrahtes, d. i. das Drehmoment für den Bogenwinkel τ ,

so gilt nach dem d'Alembertschen Prinzip:

$$\Theta \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \tau \varphi = \varepsilon \left(\frac{d\psi}{dt} - \frac{d\varphi}{dt} \right).$$

Das erste Glied der Gleichung stellt das Massendrehmoment der Trommel, das zweite das Torsionsmoment des Drahtes dar, während auf der rechten Seite das vom Magnetfeld ausgeübte Moment steht, das proportional ist der Relativgeschwindigkeit des Feldes gegen die Trommel. Dabei bedeutet ε die Kraft, die bei der Winkelgeschwindigkeit τ vom Magnetsystem auf die Trommel ausgeübt wird, oder den Dämpfungsfaktor.

Schreiben wir

$$\Theta \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \tau \varphi + \varepsilon \frac{d\varphi}{dt} = \varepsilon \frac{d\psi}{dt},$$

so haben wir die charakteristische Form der Differentialgleichung einer erzwungenen Schwingung mit Dämpfung¹⁾. Die allgemeine Lösung dieser Gleichung erhalten wir, indem wir uns den Ausschlagwinkel φ der erzwungenen Schwingung in zwei Teile zerlegt denken und $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$ einsetzen; dann ergibt sich

$$\left(\Theta \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} + \tau \varphi_1 + \varepsilon \frac{d\varphi_1}{dt} \right) + \left(\Theta \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} + \tau \varphi_2 + \varepsilon \frac{d\varphi_2}{dt} - \varepsilon \frac{d\psi}{dt} \right) = 0.$$

φ_1 und φ_2 sind nun so zu bestimmen, daß jeder der Klammerausdrücke für sich zu null wird.

Der erste Ausdruck

$$\Theta \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} + \tau \varphi_1 + \varepsilon \frac{d\varphi_1}{dt} = 0$$

stellt die Gleichung der gedämpften Eigenschwingungen des Systems dar, während der zweite Ausdruck

$$\Theta \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} + \tau \varphi_2 + \varepsilon \frac{d\varphi_2}{dt} - \varepsilon \frac{d\psi}{dt} = 0$$

auf erzwungene Schwingungen führt. Beide Schwingungen überlagern sich und ergeben zusammengesetzt die resultierende Bewegung des Systems.

Die Lösung der Differentialgleichung der Eigenschwingungen lautet:

$$\varphi_1 = e^{-\frac{\varepsilon}{2\Theta} t} (A \sin \gamma t + B \cos \gamma t).$$

¹⁾ Föppl, Bd. IV, Dynamik; 3. Aufl. S. 58 ff.

Hier sind A und B zwei willkürliche Integrationskonstanten, die aus den Anfangsbedingungen zu bestimmen sind, während γ die Frequenz der Eigenschwingungen zum Ausdruck bringt. Wir erkennen, daß mit wachsender Zeit t der Ausschlagwinkel φ_1 infolge des Faktors $e^{-\frac{\varepsilon}{2\Theta}t}$ immer kleiner wird; die Eigenschwingungen werden also bei der in Wirklichkeit starken Dämpfung ε sehr rasch erlöschen, so daß kurze Zeit nach Einleitung des Schwingungsvorganges das System nur noch die in dem zweiten Ausdruck gegebenen erzwungenen Schwingungen ausführt. Wir können daher unsere Verfolgung auf den Teil φ_2 des Ausschlagwinkels beschränken.

In der Gleichung

$$\Theta \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} + \tau \varphi_2 + \varepsilon \frac{d \varphi_2}{dt} = \varepsilon \frac{d \psi}{dt}$$

stellt das Glied auf der rechten Seite, auch Störungsglied genannt, die erregende Ursache der Schwingung dar; es enthält das Gesetz der Winkelgeschwindigkeit $v = \frac{d \psi}{dt}$; dieses ist eine periodische Funktion der Zeit und läßt sich als solche in eine Fouriersche Reihe entwickeln in der Form

$$\begin{aligned} v &= \frac{d \psi}{dt} = f(t) \\ &= a_0 + A_1 \cos(\eta t) + A_2 \cos(2 \eta t) + \dots + A_k \cos(k \eta t) + \dots \\ &\quad + B_1 \sin(\eta t) + B_2 \sin(2 \eta t) + \dots + B_k \sin(k \eta t) + \dots \end{aligned}$$

oder

$$v = a_0 + a_1 \sin(\eta t + \delta_1) + \dots + a_k \sin(k \eta t + \delta_k) + \dots,$$

wenn

$$A_k = a_k \sin \delta_k \quad \text{und} \quad B_k = a_k \cos \delta_k.$$

Die Konstante a_0 entspricht der mittleren Geschwindigkeit¹⁾, während die Konstante a_k die Amplitude und der Winkel δ_k den Phasenwinkel der k ten harmonischen Schwingung bedeuten. Die Differentialgleichung geht damit über in

$$\Theta \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} + \tau \varphi_2 + \varepsilon \frac{d \varphi_2}{dt} = \varepsilon (a_0 + a_1 \sin(\eta t + \delta_1) + \dots + a_k \sin(k \eta t + \delta_k) + \dots)$$

Die Lösung dieser Gleichung lautet:

$$\varphi_2 = C_0 + C_1 \sin(\eta t + \delta_1 + \lambda_1) + \dots + C_k \sin(k \eta t + \delta_k + \lambda_k) + \dots$$

Die Konstanten C und λ müssen durch Einsetzen von φ_2 in obige Gleichung so bestimmt werden, daß diese Gleichung erfüllt wird; es ergibt sich dann

$$\begin{aligned} C_0 &= \frac{\varepsilon}{\tau} a_0; & C_k &= \frac{\varepsilon a_k}{(\tau - k^2 \eta^2 \Theta) \cos \lambda_k - \varepsilon k \eta \sin \lambda_k}; \\ \operatorname{tg} \lambda_k &= - \frac{\varepsilon k \eta}{\tau - k^2 \eta^2 \Theta}. \end{aligned}$$

Der Ausschlagwinkel φ_2 der erzwungenen Schwingung ist also ebenfalls eine periodische Funktion der Zeit t und setzt sich aus einzelnen harmonischen Schwingungen von derselben Frequenz wie die erregenden Schwingungen des Störungsgliedes zusammen. Die Amplituden dieser Schwingungen sind durch die Konstanten C bestimmt, während λ den Phasenverschiebungswinkel bedeutet, um den die erzwungene Schwingung der sie erregenden nacheilt. Multiplizieren wir die Gleichung für den Ausschlagwinkel φ_2 mit dem Faktor

¹⁾ Als mittlere Geschwindigkeit ist hier die Geschwindigkeit bezeichnet, die sich als mittlere Höhe des Geschwindigkeitsdiagrammes ergibt.

$\frac{\tau}{\varepsilon} = \left[\frac{\text{cmg}}{\text{cmg sk}} \right] = \left[\frac{\mathbf{I}}{\text{sk}} \right]$, so erhalten wir die Gleichung der von dem Gerät aufgezeichneten Kurve in der Dimension der Winkelgeschwindigkeit; es ist dann

$$\frac{\tau}{\varepsilon} v_2 = v_2 = \frac{\tau}{\varepsilon} C_0 + \frac{\tau}{\varepsilon} C_1 \sin(\eta t + \delta_1 + \lambda_1) + \dots$$

Setzen wir die für die Konstanten C ermittelten Werte ein, so ergibt sich

$$v_2 = a_0 + \frac{\tau}{(\tau - \eta^2 \Theta) \cos \lambda_1 - \varepsilon \eta \sin \lambda_1} a_1 \sin(\eta t + \delta_1 + \lambda_1) \\ + \dots + \frac{\tau}{(\tau - k^2 \eta^2 \Theta) \cos \lambda_k - \varepsilon k \eta \sin \lambda_k} a_k \sin(k \eta t + \delta_k + \lambda_k) + \dots$$

Aus der Gegenüberstellung dieser Beziehung, die wir als Gleichung der erzwungenen Winkelgeschwindigkeit bezeichnen wollen, mit der Gleichung der erregenden Winkelgeschwindigkeit:

$$v = a_0 + a_1 \sin(\eta t + \delta_1) + \dots + a_k \sin(k \eta t + \delta_k) + \dots$$

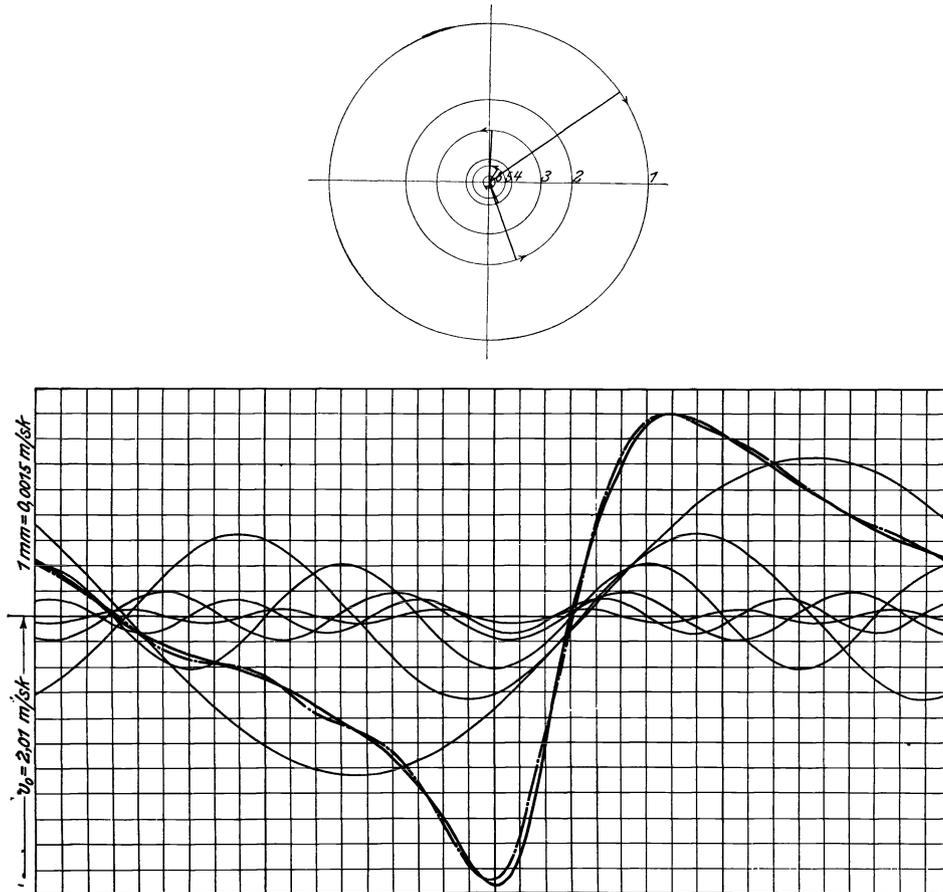
können wir nun Aufschluß gewinnen über die Genauigkeit der Aufzeichnung und über den Einfluß der hier in Betracht kommenden Größen.

Zunächst erkennen wir, daß die mittlere Geschwindigkeit a_0 in richtiger Größe wiedergegeben wird. Dann aber unterscheiden sich die Amplituden der entsprechenden harmonischen Schwingungen in den beiden Gleichungen um den Faktor $\frac{\tau}{(\tau - k^2 \eta^2 \Theta) \cos \lambda_k - \varepsilon k \eta \sin \lambda_k}$; diese Größe stellt also das Verhältnis der Amplitude der erzwungenen Schwingung zu derjenigen der erregenden dar, weshalb wir sie das Amplitudenverhältnis $\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{A}}$ nennen wollen. Die Genauigkeit der Aufzeichnung ist demnach bedingt durch den Phasenverschiebungswinkel und das Amplitudenverhältnis, und zwar wird sie umso größer sein, je kleiner der Winkel λ ist und je weniger $\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{A}}$ von der Einheit abweicht.

Auf diese Größen ist zunächst die Eigenschwingungszahl des Systems von Einfluß, da ein großes Direktionsmoment τ und kleines Trägheitsmoment Θ in günstigem Sinne auf λ und $\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{A}}$ einwirken; ferner ist der Dämpfungsfaktor ε von Bedeutung; es wird deshalb bei verschieden starkem Magnetfeld, d. h. bei verschiedener Erregerstromstärke i eine etwas verschiedene Genauigkeit erreicht werden. Dann erkennen wir aber, daß vor allem mit der steigenden Periodenzahl der erregenden Schwingung sowohl der Winkel λ als auch $\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{A}}$ sich stark ändern; die erzwungenen Schwingungen höherer Frequenz werden also nach Amplitude und Phase immer mehr von den erregenden abweichen; das Gerät wird daher bei der Untersuchung rasch verlaufender Geschwindigkeitsänderungen weniger genaue Werte liefern als bei langsamer verlaufenden.

Um den quantitativen Einfluß dieser Faktoren kennen zu lernen, wollen wir für den Wirbelstromtachographen und im Vergleich dazu für einen Drehpendeltachographen in einem bestimmten Fall untersuchen, wie das aufgezeichnete Geschwindigkeitsbild mit dem erregenden übereinstimmt. Wir legen dazu das aus dem Tangentialkraftdiagramm entwickelte Geschwindigkeitsdiagramm des später

beschriebenen 10 PS-Viertaktgasmotors zugrunde, wie es einer Belastung von 4,85 PS_i bei $n = 120$ Uml./min entspricht. In Abb. 9 ist das Diagramm der Ge-



$$v = \frac{d\varphi}{dt} = 4020 - 62,55 \sin(2\pi t - 30^\circ 30') + 32,6 \sin(4\pi t - 69^\circ 53') \\ + 20,73 \sin(6\pi t + 89^\circ 10') - 9,3 \sin(8\pi t + 69^\circ 14') \\ + 6,61 \sin(10\pi t + 58^\circ) - 2,66 \sin(12\pi t + 55^\circ 41') \\ + \dots$$

Abb. 9. Grundkurve und Resultierende der 1. bis 6. harmonischen Schwingung.

schwindigkeit des Kurbelzapfens für eine Kraftzuführungsperiode = 2 Umdrehungen dargestellt, wobei 1 mm Ordinate = 0,0015 m/sk bedeutet. Die Zerlegung der Kurve mit Hilfe des harmonischen Analysators von Mader ergibt für die Funktion $v = f(t)$ die Reihe:

$$v_0 = 4020 - 62,55 \sin(2\pi t - 35^\circ 30') + 32,6 \sin(2 \cdot 2\pi t - 69^\circ 53') \\ + 20,73 \sin(3 \cdot 2\pi t + 89^\circ 10') - 9,3 \sin(4 \cdot 2\pi t + 69^\circ 14') \\ + 6,61 \sin(5 \cdot 2\pi t + 58^\circ) - 2,66 \sin(6 \cdot 2\pi t + 55^\circ 41') \\ + 2,14 \sin(7 \cdot 2\pi t - 52^\circ 36') - 1,41 \sin(8 \cdot 2\pi t + 45^\circ) \\ + \dots,$$

wobei die Konstanten im Maßstab des Diagrammes in mm gemessen sind, oder:

$$\begin{aligned}
 v_0 = & 2,01 - 0,0312 \sin(2 \pi t - 35^\circ 30') + 0,0163 \sin(4 \pi t - 69^\circ 53') \\
 & + 0,0104 \sin(6 \pi t + 89^\circ 10') - 0,00465 \sin(8 \pi t + 69^\circ 14') \\
 & + 0,0033 \sin(10 \pi t + 58^\circ) - 0,00133 \sin(12 \pi t + 55^\circ 41') \\
 & + 0,0011 \sin(14 \pi t - 52^\circ 36') - 0,0007 \sin(16 \pi t + 45^\circ) \\
 & + \dots,
 \end{aligned}$$

wenn die Konstanten Geschwindigkeiten des Kurbelzapfens in m/sk bedeuten. Die Dauer einer Periode beträgt hier $t_0 = \frac{2 \cdot 60}{n} = 1$ sk. Für η haben wir zu setzen $\eta = \frac{2 \pi}{t_0} = 2 \pi$.

Mit der Zerlegung des Diagrammes in harmonische Schwingungen bis zur sechsten Ordnung kann dasselbe für praktische Zwecke als erschöpft gelten; die daraus resultierende Kurve schneidet die Grundkurve in 14 Punkten und zeigt eine gute Uebereinstimmung mit dieser.

Zu diesem erregenden Diagramm wollen wir nun das erzwungene bestimmen, wie es durch den Wirbelstromtachographen bei einem Torsionsdraht von $d = 0,6$ mm Dmr. und einer Erregerstromstärke $i = 2,4$ Amp aufgezeichnet wird. Das Direktionsmoment dieses Drahtes beträgt

$$\tau = 128 \text{ cmg.}$$

Die Schwingungsdauer der ungedämpften Eigenschwingung des Anzeigteils ergibt der Versuch zu $T = 1/33$ sk, damit berechnet sich das

$$\text{Trägheitsmoment } \Theta = 0,00298 \text{ cmg/sk}^2.$$

Aus der Eichkurve für den Torsionswinkel entnehmen wir für $i = 2,4$ Amp einen Winkel $\alpha_{100} = 5,68^\circ$; für eine Winkelgeschwindigkeit $w = 1$ des Tachographen ist dann das vom Magnetfeld ausgeübte Drehmoment oder der Dämpfungsfaktor $\varepsilon = 5,68 \frac{\pi}{180} \cdot \frac{1}{10,46} \tau = 1,214 \text{ cm g sk}$. Mit diesen Werten für τ , Θ und ε können wir die Konstanten der erzwungenen Schwingungen für jede Periodenzahl berechnen. In Zahlentafel 3 sind der Phasenwinkel λ und das Amplitudenverhältnis $\frac{C}{\mathfrak{A}}$ für verschiedene Erregerstromstärken zusammen-

Zahlentafel 3.

Torsionsdraht Dmr. $d = 0,6$ mm						
Erregerstromstärke i Amp.	1,8		2,4		3,4	
Dämpfungsfaktor ε	1,025		1,21		1,41	
Frequenz $n \eta =$	$\frac{C}{\mathfrak{A}}$	$-\lambda$	$\frac{C}{\mathfrak{A}}$	$-\lambda$	$\frac{C}{\mathfrak{A}}$	$-\lambda$
2π	1,0	$2^0 53'$	0,999	$3^0 25'$	0,999	$3^0 59'$
4π	0,999	$5^0 45'$	0,997	$6^0 49'$	0,995	$7^0 56'$
8π	0,994	$11^0 32'$	0,989	$13^0 36'$	0,978	$15^0 39'$
16π	0,978	$23^0 7'$	0,949	$26^0 51'$	0,917	$30^0 27'$
24π	0,948	$34^0 50'$	0,891	$39^0 31'$	0,835	$43^0 44'$
40π	0,845	$58^0 0'$	0,745	$62^0 15'$	0,660	$65^0 34'$
66π	0,604	$90^0 0'$	0,509	$90^0 0'$	0,440	$90^0 0'$

Zahlentafel 4.

Torsionsdraht Dmr. $d = 0,8$ mm		
Erregerstromstärke i Amp	2,4	
Dämpfungsfaktor ε	1,21	
Frequenz $n \eta =$	$\frac{\zeta}{\mathfrak{M}}$	$-\lambda$
2π	1,00	$0^0 59'$
4π	1,00	$1^0 59'$
8π	1,004	$3^0 58'$
16π	1,008	$8^0 1'$
24π	1,017	$12^0 11'$
40π	1,048	$21^0 12'$
122π	0,955	$90^0 0'$

Zahlentafel 5.

Drehpendeltachograph		
Frequenz $n \eta =$	$\frac{\zeta}{\mathfrak{M}}$	$-\lambda$
2π	1,016	$1^0 44'$
4π	1,074	$3^0 53'$
8π	1,392	$9^0 34'$
12π	2,58	$27^0 36'$
14π	4,08	$63^0 21'$
$(14,9 \pi)$	(4,53)	($90^0 0'$)
16π	-3,42	$-54^0 43'$
20π	-1,14	$-19^0 48'$
24π	-0,58	$-12^0 23'$
40π	-0,157	$-6^0 52'$

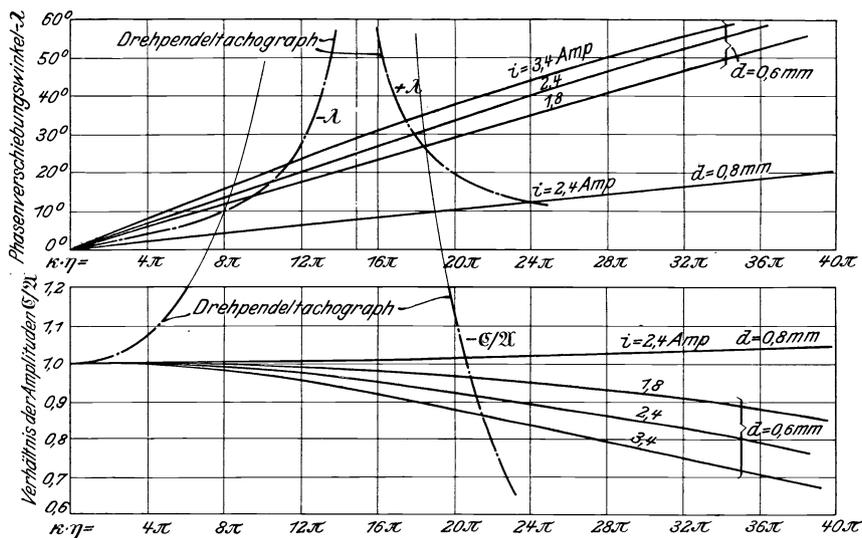


Abb. 10. Abhängigkeit des Phasenverschiebungswinkels π und der Amplitudenverhältnisses $\frac{\zeta}{\mathfrak{M}}$ von der Periodenzahl der Schwingung.

gestellt; ferner in Zahlentafel 4 für einen Torsionsdraht von $d = 0,8$ mm Dmr.; hierfür ist:

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{1}{61} \text{ sk} & \tau &= 438 \text{ cmg} \\
 \Theta &= 0,00298 \text{ cmg/sk}^2 & \varepsilon &= 1,21 \text{ cmg/sk.}
 \end{aligned}$$

Die Zahlenwerte dieser Tafeln sind in Abb. 10 dargestellt; die Größen $\frac{\zeta}{\mathfrak{M}}$ und λ sind als Funktionen von $k \eta$ aufgetragen. Für den Fall $d = 0,6$ mm erkennen wir, daß die Dämpfung im Vergleich zur Direktionskraft schon ziemlich groß ist, so daß das Verhältnis $\frac{\zeta}{\mathfrak{M}}$ stets kleiner als 1 bleibt. Bei $i = 2,4$ Amp haben wir nahezu aperiodische Dämpfung ($\varepsilon_{ap} = 1,235$), und bei $i = 3,4$ Amp über-aperiodische. Mit steigender Frequenz der Schwingung

weicht das Verhältnis $\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{A}}$ immer mehr von 1 ab; gleichzeitig wächst auch der Phasenverschiebungswinkel λ und erreicht im Falle der Resonanz, bei $t = 1/33$ sk, den Wert -90° .

Den Einfluß der Eigenschwingungszahl erkennen wir aus dem Vergleich mit den Kurven für $d = 0,8$ mm; der Wert $\frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{A}}$ weicht hier nur wenig von der Einheit ab; der Phasenwinkel λ steigt langsamer an und erreicht erst für $t = 1/61$ sk die Größe von -90° . Der Tachograph arbeitet also hier wesentlich genauer, ergibt aber natürlich unter sonst gleichen Verhältnissen kleinere Diagramme.

In der gleichen Weise wollen wir diese Untersuchung für einen Drehpendeltachographen bekannter Bauart durchführen. Innerhalb des Meßbereiches des Tachographen, wo Proportionalität zwischen Winkelgeschwindigkeit und Schreibstiftweg gilt, können wir auch näherungsweise die Aenderung des Fliehkraftmomentes in bezug auf den Drehpunkt des Pendels proportional der Zunahme der Winkelgeschwindigkeit und die Aenderung des Direktionsmomentes der Feder proportional dem Ausschlagwinkel des Pendels setzen. Ferner wollen wir eine unveränderliche Reibung vernachlässigen und nur eine der Geschwindigkeit proportionale Dämpfung voraussetzen. Mit diesen Vereinfachungen lautet die Differentialgleichung der erzwungenen Schwingung:

$$\Theta \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \tau \varphi + \varepsilon \frac{d\varphi}{dt} = \mu \frac{d\psi}{dt},$$

wenn bedeutet:

Θ das Trägheitsmoment der reduzierten Pendelmassen in bezug auf ihren Drehpunkt,

φ den Ausschlagwinkel des Pendels,

τ das Direktionsmoment der Feder in bezug auf den Drehpunkt des Pendels,

μ das Moment der Fliehkraft für $\Delta v = 1$,

ε den Dämpfungsfaktor,

$\frac{d\psi}{dt}$ das Gesetz der Winkelgeschwindigkeit innerhalb des Meßbereiches

$$= a_1 \sin(\eta t + \delta_1) + a_2 \sin(2 \eta t + \delta_2) + \dots + a_k \sin(k \eta t + \delta_k) + \dots$$

Die Lösung der Differentialgleichung geschieht in der gleichen Weise wie oben, und es ergibt sich wieder:

$$\text{Amplitudenverhältnis } \frac{\mathfrak{G}_k}{\mathfrak{A}_k} = \frac{\tau}{(\tau - k^2 \eta^2 \Theta) \cos \lambda_k - \varepsilon k \eta \sin \lambda_k},$$

$$\text{Phasenverschiebungswinkel } \operatorname{tg} \lambda = - \frac{\varepsilon k \eta}{\tau - k^2 \eta^2 \Theta}.$$

In Abb. 11 ist ein Diagramm der gedämpften Eigenschwingungen eines Drehpendeltachographen bei einem Meßbereich von ± 3 vH wiedergegeben; daraus entnehmen wir die Eigenschwingungsdauer

$$T = \frac{4 \pi \Theta}{\sqrt{4 \tau \Theta - \varepsilon^2}} = \frac{1}{7,4} \text{ sk,}$$

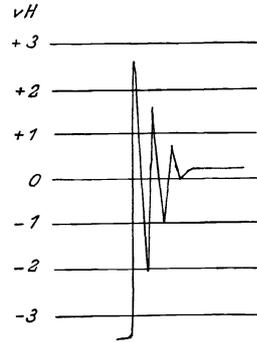
das logarithmische Dekrement

$$\lg a_k - \lg a_{k+1} = \frac{\varepsilon T}{4 \Theta} = \text{rd. } 0,35;$$

damit ist

$$\varepsilon = 10,4 \Theta \quad \text{und} \quad \tau = 2190 \Theta.$$

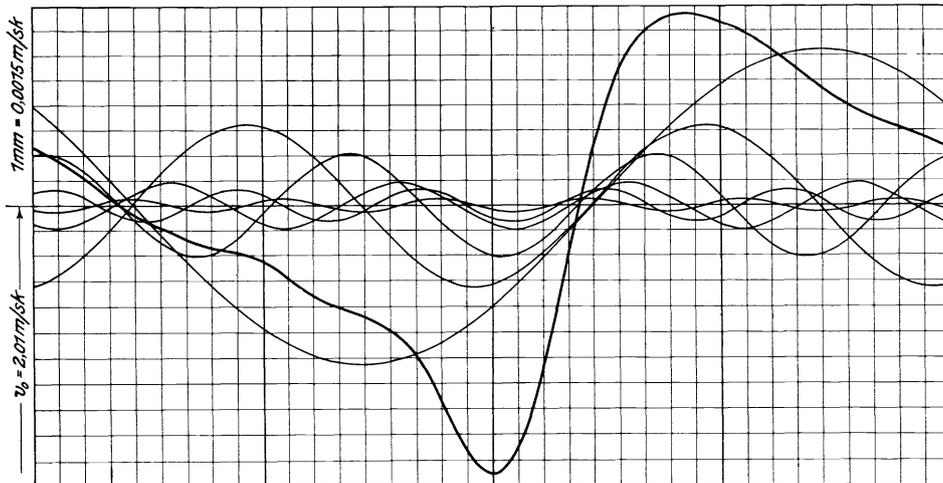
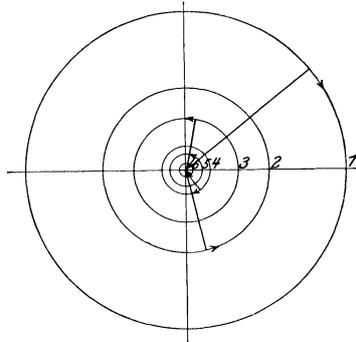
Mit diesen Konstanten ergeben sich die in Zahlentafel 5 zusammengestellten Werte für $\frac{\zeta}{\eta}$ und λ ; aus der Darstellung in Abb. 10. erkennen wir, daß sie infolge der kleinen Eigenschwingungszahl mit steigender Frequenz sehr rasch ansteigen; bei $t = \frac{1}{7,45}$ sk tritt Resonanz auf, wobei $\frac{\zeta}{\eta}$ seinen Höchstwert mit 4,53 erreicht. Weiterhin nimmt $\frac{\zeta}{\eta}$ wieder sehr schnell ab, so daß die Schwingungen höherer Ordnung nur sehr geringe Ausschläge zur Folge haben.



Papiergeschwindigkeit = 20 mm/sk

Abb. 11.

Mit den so berechneten Werten für $\frac{\zeta}{\eta}$ und λ bestimmen wir nun die dem erregenden Geschwindigkeitsdiagramm entsprechende erzwungene Schwingung



$$\begin{aligned} v_w = & 4020 - 62,54 \sin(2\pi t - 38^\circ 55') + 32,5 \sin(4\pi t - 76^\circ 42') \\ & + 20,65 \sin(6\pi t + 79^\circ 25') - 9,2 \sin(8\pi t + 55^\circ 38') \\ & + 6,48 \sin(10\pi t + 41^\circ 30') - 2,58 \sin(12\pi t + 35^\circ 41') \\ & + \dots \end{aligned}$$

Abb. 12. Erzwungene Schwingung des Wirbelstrom-Tachographen.

für den Wirbelstrom- und den Drehpendeltachographen. Für den ersteren ergibt sich, im Maßstab der Zeichnung gemessen:

$$v_w = 4020 - 62,54 \sin(2 \pi t - 38^\circ 55') + 32,5 \sin(4 \pi t - 76^\circ 42') \\ + 20,65 \sin(6 \pi t + 79^\circ 25') - 9,2 \sin(8 \pi t + 55^\circ 38') \\ - 6,48 \sin(10 \pi t + 41^\circ 30') - 2,58 \sin(14 \pi t + 35^\circ 41') \\ + \dots$$

Die Resultierende aus diesen 6 harmonischen Schwingungen ist in Abb. 12 gebildet; der Vergleich mit der erregenden Schwingung in Abb. 13 zeigt, daß die Abweichung im wesentlichen nur in einer geringen Phasenverschiebung der

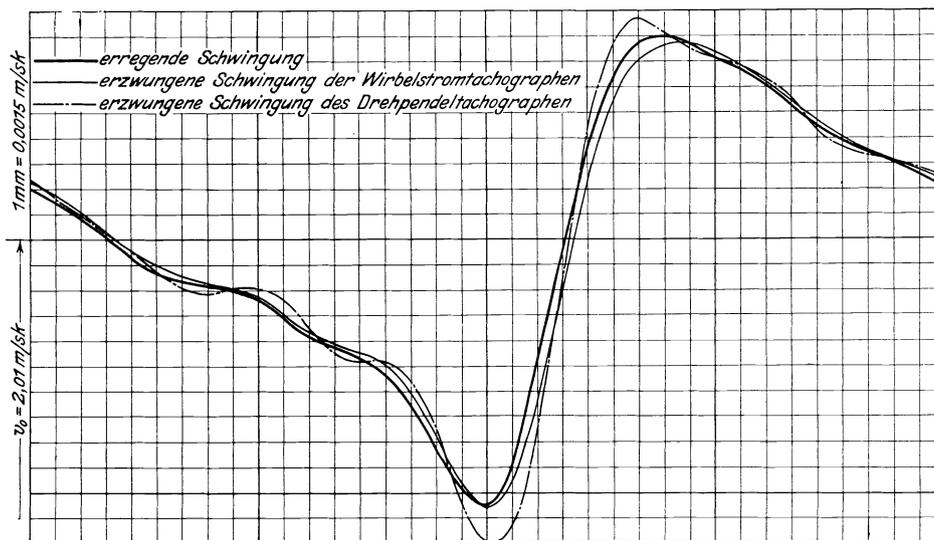


Abb. 13.

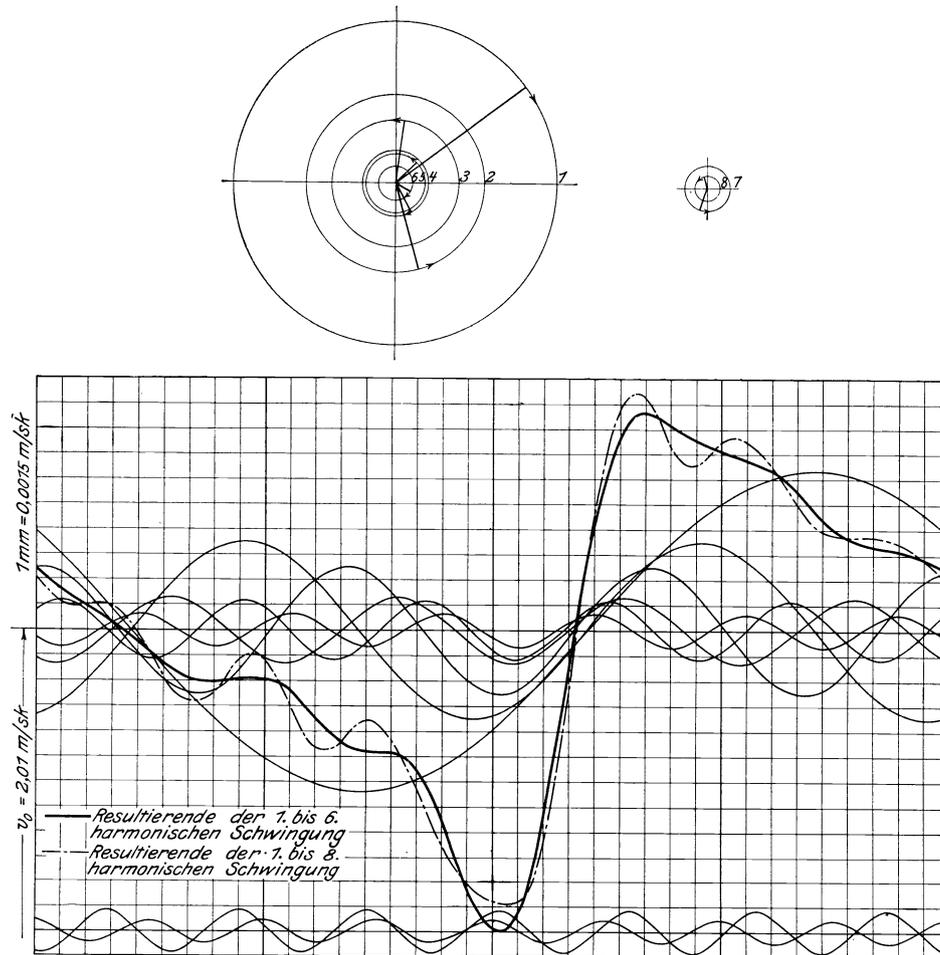
Kurven gegeneinander besteht. In der größten Höhe, die das Maß für den Ungleichförmigkeitsgrad gibt, weichen sie nur wenig voneinander ab. Die Schwingungen höherer Ordnung bringen infolge ihrer kleinen Amplitude keinen weiteren Unterschied. Die Uebereinstimmung befriedigt also in diesem Falle durchaus.

Für den Drehpendeltachographen lautet die Gleichung der erzwungenen Geschwindigkeitskurve:

$$v_D = 4020 - 63,55 \sin(2 \pi t - 37^\circ 14') + 35,0 \sin(4 \pi t - 73^\circ 16') \\ + 24,9 \sin(6 \pi t + 83^\circ 10') - 12,95 \sin(8 \pi t + 59^\circ 40') \\ + 11,7 \sin(10 \pi t + 42^\circ 39') - 6,86 \sin(12 \pi t + 28^\circ 5') \\ + 8,75 \sin(14 \pi t + 115^\circ 57') + 4,83 \sin(16 \pi t + 99^\circ 43') \\ + \dots$$

In Abb. 14 ist zunächst die Resultierende aus den Schwingungen der ersten bis sechsten Ordnung gezeichnet. Von der Grundkurve in Abb. 13 weicht sie im größten Ausschlag um rd. 11 vH ab und zeigt auch im allgemeinen Verlauf nur eine unbefriedigende Uebereinstimmung. In Wirklichkeit dürfen aber hier die Schwingungen der siebenten und achten Ordnung nicht vernachlässigt werden; in der Nähe der Resonanzschwingungszahl gelegen, werden sie mit beträchtlich vergrößerter Amplitude wiedergegeben. In Abb. 14 ist über der Resultierenden aus der ersten bis sechsten Ordnung die aus der ersten bis achten Ordnung eingezeichnet. Wir erkennen, daß bei der geringen Dämpfung

die an sich kleinen erregenden Schwingungen einen wesentlichen Einfluß auf das Diagramm gewinnen. Für die Untersuchung von Bewegungsvorgängen der vorliegenden Art ist daher der Drehpendeltachograph nicht mehr geeignet.



$$\begin{aligned}
 v_D = 4020 &- 63,5 \sin(2\pi t - 37^\circ 14') + 35,0 \sin(4\pi t - 73^\circ 46') \\
 &+ 24,9 \sin(6\pi t + 83^\circ 10') - 12,95 \sin(8\pi t + 59^\circ 40') \\
 &+ 11,7 \sin(10\pi t + 42^\circ 39') - 6,86 \sin(12\pi t + 28^\circ 5') \\
 &+ 8,75 \sin(14\pi t - 110^\circ 57') + 4,83 \sin(16\pi t + 99^\circ 43')
 \end{aligned}$$

Abb. 14. Erzwungene Schwingung des Wirbelstrom-Tachographen.

Wir wollen nun noch feststellen, wie weit die Aufzeichnungen des Wirbelstromtachographen bei $n = 240$ Uml./min der Maschine zuverlässig sind. In diesem Falle haben wir zu setzen: $t_0 = \frac{2 \cdot 60}{n} = \frac{2 \cdot 60}{240} = \frac{1}{2}$ sk; $\eta = \frac{2\pi}{t_0} = 4\pi$.

Legen wir das gleiche erregende Diagramm wie oben ohne Rücksicht auf den Maßstab zugrunde, so lautet die Gleichung der erzwungenen Schwingung:

$$\begin{aligned}
 v_w = c_0 &- 62,4 \sin(4\pi t - 42^\circ 19') + 32,3 \sin(8\pi t - 83^\circ 29') \\
 &+ 20,2 \sin(12\pi t + 69^\circ 10') - 8,85 \sin(16\pi t + 42^\circ 53') \\
 &+ 6,1 \sin(20\pi t + 25^\circ) - 2,37 \sin(24\pi t + 16^\circ 10') \\
 &+ \dots
 \end{aligned}$$

In den Amplituden stimmen auch hier die erzwungenen Schwingungen mit den erregenden gut überein. Der Einfluß der Phasenverschiebungswinkel ist,

wie wir aus der Kurve für $n = 120$ erkennen, verhältnismäßig gering, so daß die Genauigkeit des Tachographen auch bei dieser Umlaufzahl noch befriedigt.

Im allgemeinen läßt sich zur Frage der Genauigkeit der Aufzeichnungen noch Folgendes sagen. Am günstigsten erweist sich ein Dämpfungsfaktor, der etwas größer ist als die halbe aperiodische Dämpfung; die $\frac{6}{24}$ -Kurve schließt sich dann am engsten an die Abzissenachse an. Ferner ist für die Genauigkeit der Umstand von Bedeutung, bis zu welcher Ordnung die harmonischen Schwingungen des zu untersuchenden Bewegungsvorganges noch praktisch in die Erscheinung treten. Die Koeffizienten der vier ersten harmonischen Schwingungen zeigen bei den Kolbenmaschinen, die meist zur Untersuchung stehen, ungefähr folgendes Verhalten.

Bei einem Viertaktgasmotor $a_1 : a_2 : a_3 : a_4 = 6 : 3 : 2 : 1$.
 » » Dieselmotor (nach Mader) . . . $a_1 : a_2 : a_3 : a_4 = 6 : 4 : 3 : 1$,

hierbei ist

$$\eta = 2 \pi \frac{n}{2 \cdot 60}.$$

Bei einer Einzylinderdampfmaschine (Diagramm aus Tolle, Tafel 8)

$$a_1 : a_2 : a_3 : a_4 = 2 : 8 : 0 : 3.$$

Bei einer Verbunddampfmaschine (Diagramm aus Tolle, Tafel 10)

$$a_1 : a_2 : a_3 : a_4 = 3 : 0 : 0 : 4,$$

hier ist

$$\eta = 2 \pi \frac{n}{60}.$$

Während also bei der Verbunddampfmaschine die Schwingung 4. Ordnung bei einer Frequenz von $4 \eta = 4 \cdot 2 \pi \frac{n}{60}$ noch die größte Amplitude besitzt, hat beim Viertaktmotor die vierte Schwingung bei nur halber Frequenz $4 \eta = 4 \cdot 2 \pi \frac{n}{60 \cdot 2}$ eine wesentlich kleinere Amplitude. Bei gleichen Verhältnissen stellt also die Gasmaschine geringere Anforderungen an die Genauigkeit des Tachographen wie die Dampfmaschine.

8) Prüfung des Wirbelstromtachographen.

Um die Genauigkeit der Aufzeichnung des Tachographen nachzuprüfen, wurde das bekannte Bewegungsgesetz des Hookeschen Gelenkes der Messung unterworfen. Bedeutet

- v die gleichförmige Geschwindigkeit der treibenden Welle,
- v_1 die ungleichförmige Geschwindigkeit der getriebenen Welle,
- γ den Winkel, unter dem sich beide Wellen schneiden,
- $\omega = vt$ den jeweiligen Drehwinkel der ersten Welle von der Nulllage aus,

so lautet dieses Gesetz:

$$v_1 = v \frac{\cos \gamma}{1 - \sin^2 \gamma \cos^2 \omega}.$$

Die Entwicklung nach einer Fourierschen Reihe zeigt, daß eine harmonische Schwingung 1. Ordnung fehlt und das Geschwindigkeitsdiagramm für nicht zu große Winkel γ beherrscht ist von der Schwingung 2. Ordnung, die alle höheren weitaus übertrifft. Wir haben es also praktisch nur mit einer

Sinusschwingung von der doppelten Frequenz der Umlaufzahl zu tun. Die größte und die kleinste Geschwindigkeit ergeben sich zu

$$v_{1\max} = v \frac{1}{\cos \gamma}; \quad v_{1\min} = v \cos \gamma$$

und der Ungleichförmigkeitsgrad

$$\delta = \frac{v_{\max} - v_{\min}}{v} = \frac{\sin^2 \gamma}{\cos \gamma}.$$

Die Versuchseinrichtung ist aus Abb. 4 ersichtlich; es wurde dazu die früher beschriebene 2. Antriebweise des Tachographen benutzt, indem das Magnetrad I festgehalten und die Welle III im Kreuzgelenk um einen Winkel $\gamma = 30^\circ$ gedreht wurde. Die gleichförmige Bewegung lieferte der mit einem besonderen Schwungrad ausgestattete Elektromotor. Die ungleichförmige Geschwindigkeit der Welle III wurde durch das Magnetrad II auf den Tachographen übertragen.

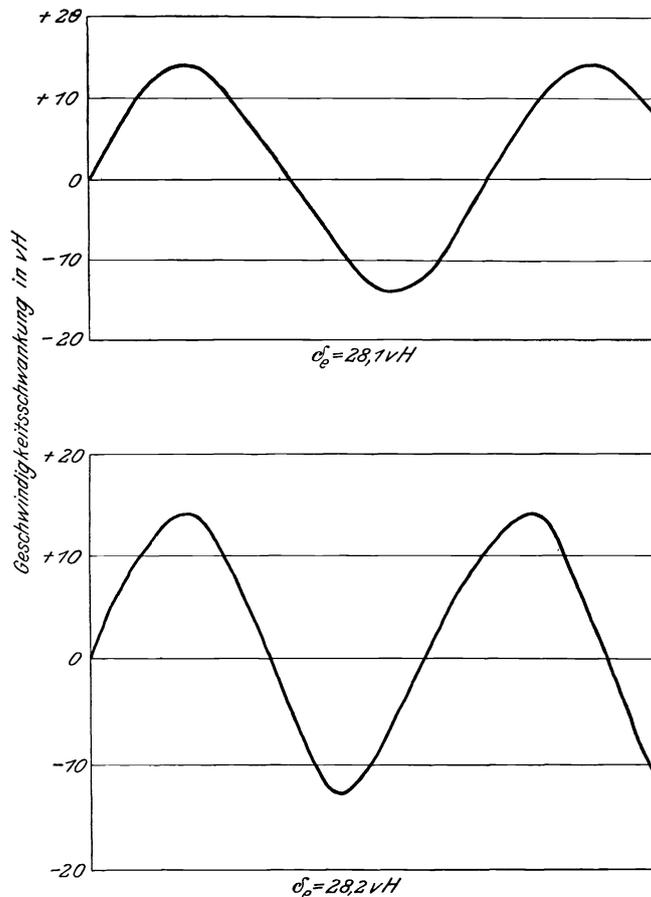


Abb. 15. Originaldiagramm 1 und 2.

Das Ergebnis der experimentellen Prüfung zeigen die Diagramme 1 und 2, Abb. 15. Der allgemeine Verlauf gibt den Sinuscharakter des Bewegungsgesetzes in guter Uebereinstimmung wieder; die Unregelmäßigkeiten, die die Diagramme aufweisen, haben ihre Ursache in der nicht völlig genauen Ausführung des Gelenkes sowie in den Fehlern des Getriebes und der Uebersetzung. Bei der

kleinen Belastung des Motors wirken auch geringe Klemmungen und Reibungen störend auf den Geschwindigkeitsverlauf ein. Die Diagramme sind aufgenommen mit einem Torsionsdraht $d = 0,6$ mm Dmr. und bei $i = 2,4$ Amp; der Abstand der Indikatortrommel vom Spiegel war $l = 840$ mm; das Uebersetzungsverhältnis vom Magnetrad II zu Tachograph 1 : 1,25. Der Ungleichförmigkeitsgrad ergibt sich dann

aus Diagramm 1: bei $n = 102$ Uml./min der Welle III = 28,1 vH,
 » » 2: » $n = 128$ » » » III = 28,2 » .

Für $\gamma = 30^\circ$ beträgt der theoretische Ungleichförmigkeitsgrad $\delta_u = 28,9$ vH. Unter Berücksichtigung des Amplitudenverhältnisses für die hier in Betracht kommenden Frequenzen $2\eta = 2 \cdot 2\pi \frac{102}{60} = \text{rd. } 7\pi$ bzw. $2\eta = 2 \cdot 2\pi \frac{128}{60} = \text{rd. } 9\pi$ sollte die von dem Gerät angezeigte Ungleichförmigkeit sein

$$\delta_u = 0,982 \cdot 28,9 = 28,4 \text{ vH bzw. } \delta_u = 0,97 \cdot 28,9 = 28,0 \text{ vH.}$$

Die gute Uebereinstimmung der durch Versuch gefundenen Werte mit diesen berechneten bestätigt die im vorigen Abschnitt über die Genauigkeit des Tachographen angestellten Untersuchungen.

9) Anwendung des Wirbelstromtachographen. — Untersuchung des Ungleichförmigkeitsgrades einer Gasmaschine.

Mit dem Wirbelstromtachographen wurde eine Untersuchung des Ungleichförmigkeitsgrades an dem 10 PS-Gasmotor des Maschinenlaboratoriums ausgeführt. Die Maschine ist ein liegender Viertaktmotor mit einer Durchschnittsleistung von 10 PS₆ bei $n = 220$ Uml./min. Die Maschine wurde durch eine Wirbelstrombremse belastet, die am Umfang des Schwungrades wirkt.

Die Festwerte des Motors sind:

Zylinderdurchmesser	= 0,210 m
Hub	= 0,32 »
Gewicht der hin- und hergehenden Massen .	= 56 kg
Trägheitsmoment des Schwungrades J . .	= 52,4 mkg/sk ²
Gesamtgewicht des Schwungrades G . . .	= 880 kg.

Durch die Versuche sollte festgestellt werden, wie weit das auf Grund des Drehkraft- oder Massenwuchtdiagrammes entwickelte Geschwindigkeitsdiagramm dem wirklichen Geschwindigkeitsverlauf der Maschine entspricht. Die Bewegung wurde deshalb an dem freien Wellenende am rechten Kurbellager abgenommen; nach dieser Seite findet keine Kraftabgabe statt, so daß elastische Formänderungen ausgeschaltet sind; das theoretische Geschwindigkeitsbild wird hier am unmittelbarsten in die Erscheinung treten. Ferner erstreckte sich die Untersuchung auf die Bestimmung des Ungleichförmigkeitsgrades bei verschiedener Belastung und Umlaufzahl sowie bei verschiedenen Kompressionsgraden und verschiedenen Mischungsverhältnissen der Maschine. Bei den Versuchen arbeitete die Maschine mit festgestelltem Regler.

Die Versuchsanordnung ist aus der schematischen Darstellung in Abb. 3 sowie im Bilde in Abb. 16 zu ersehen. Der Tachograph wird durch ein Schnurband mit Lenix-Spannrolle von einer auf der Kurbelwelle sitzenden Scheibe aus angetrieben. Durch Ausrücken der Spannrolle wird das Band lose und der Tachograph ausgeschaltet. Der Durchmesser der Antriebscheibe beträgt 501 mm, der des Tachographen 96,6 mm, somit das Ueber-

setzungsverhältnis 1 : 5,19. Als Lichtquelle für den optischen Indikator dient eine der im Maschinensaale aufgehängten Bogenlampen. Als Antrieb für die Indikatortrommel wird ein Elektromotor mit Zentratorgetriebe verwendet.

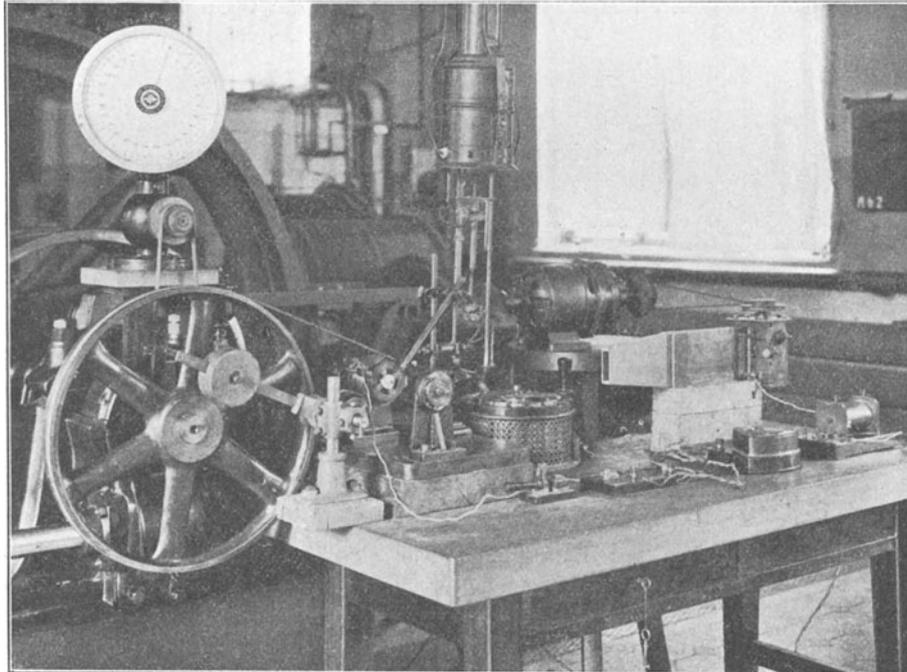
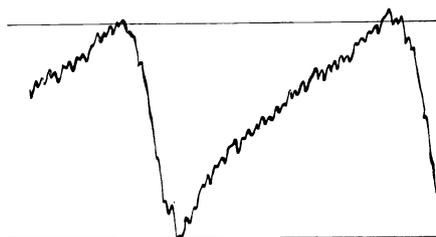


Abb. 16.

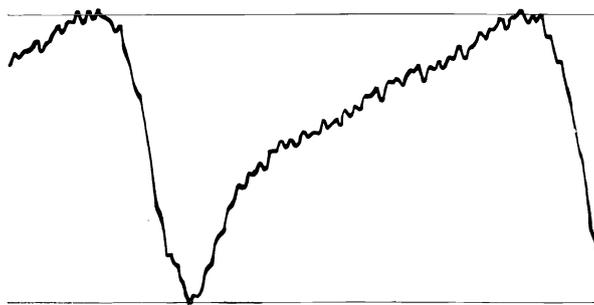
Die Ausführung eines Versuches geht nun in folgender Weise vor sich. Wenn der gewünschte Beharrungszustand der Maschine erreicht ist, wird der Tachograph durch Umlegen der Spannrolle eingeschaltet; sodann wird der Erregerstromkreis des Magnetsystems geschlossen und der Torsionsdraht an der Einspannvorrichtung so gedreht, daß der vom Spiegel zurückgeworfene Lichtstrahl auf der kleinen Klapptür erscheint. Durch Aenderung der Stromstärke kann noch eine passende Diagrammhöhe eingestellt werden. Darauf wird die Indikatortrommel in Drehung versetzt und der Schieber der Kassette geöffnet. Um einen etwaigen Fehler infolge der Erwärmung des Aluminiumankers durch die Wirbelströme auszuschließen, wird der Erregerstrom noch einmal auf kurze Zeit geöffnet, bis der Anker wieder Raumtemperatur angenommen hat. Nach dem Wiedereinschalten des Stromes wird sofort die Klapptür nach außen umgelegt, dem Lichtstrahl der Weg zur Kassette freigegeben und so das Geschwindigkeitsdiagramm als Funktion der Zeit aufgeschrieben. Gleichzeitig wird durch den Kontakt an der Tür der Primärstromkreis der Spule für die Totpunktaufzeichnung geschlossen. Nach einer oder auch mehreren Umdrehungen der Trommel wird die Klapptür zurückgedreht, und die Aufnahme ist beendet. Währenddessen wird auch ein Indikatordiagramm der Maschine genommen und die Umlaufzahl am Tachometer abgelesen.

Die in den vorliegenden Originaldiagrammen, Abb. 17, auftretenden Oberschwingungen, die den eigentlichen Kurvenzug überlagern, haben ihre Ursache darin daß der Aluminiumanker nicht genau mitten in dem umlaufenden Magnet-

system steht. Bei dieser ersten Ausführung des Gerätes, die in Anlehnung an vorhandene Modelle entstanden ist, ist die freitragende Lagerung des Rotors zu schwach, um bei dem immerhin beträchtlichen Schnurzug eine elastische Verbiegung der Achse zu verhindern; infolgedessen ist keine genaue Mittellage des Zylinders zu erzielen. Das vom Magnetfeld auf den Zylinder ausgeübte Drehmoment ist deshalb nicht stets gleich, sondern schwingt bei einer Umdrehung entsprechend der Polzahl viermal um einen Mittelwert. Die Diagramme gestatten jedoch, die schwingungsfreie Grundkurve in eindeutiger Weise einzuzichnen, so daß die gewonnenen Werte als durchaus zuverlässig gelten müssen.



Originaldiagramm zu Versuch 3. $\frac{1}{2}$ nat. Gr.



Originaldiagramm zu Versuch 18. $\frac{1}{2}$ nat. Gr.

Abb. 17.

Die Berechnung des Ungleichförmigkeitsgrades aus den Diagrammen geschieht in einfacher Weise. Aus dem Diagramm wird die größte Amplitude $= h$ mm abgemessen. Bei einer Entfernung der Indikatortrommel vom Spiegel $= l$ mm entspricht diese einem Torsionswinkel $\Delta\alpha = \frac{h}{2} \frac{360^\circ}{2\pi l}$. Nach dem Eichdiagramm beträgt bei der beobachteten Stromstärke i bei 100 Umläufen des Tachographen der Torsionswinkel $= \alpha_{100}^\circ$; dem Winkel $\Delta\alpha$ entspricht demnach eine Schwankung der Geschwindigkeit um $\Delta n = \frac{\Delta\alpha}{\alpha_{100}} 100$ Umläufe, die durch die Ungleichförmigkeit bedingt ist. Der Ungleichförmigkeitsgrad selbst ist dann $\delta_e = \frac{\Delta n}{n u}$, wenn n die Umlaufzahl der Maschine und u das Uebersetzungsverhältnis zwischen Maschine und Tachograph bedeuten.

Die Ergebnisse dieser Untersuchung sind in den folgenden Zahlentafeln zusammengestellt; sie enthalten die Größen:

- n die minutliche Umlaufzahl der Maschine,
- N_e die effektive Leistung der Maschine,
- N_i die indizierte Leistung der Maschine,
- i die Erregerstromstärke,

Zahlentafel 6 bis 9.
Abhängigkeit des Ungleichförmigkeitsgrades von Leistung
und Kompressionsgrad.

Kom- pressions- grad	Ver- such- Nr.	n	N_e	N_i	i	h	α_{100}	$\Delta\alpha$	Δn	δ_e	ϱ	δ_g	
		min ⁻¹	PS	PS	Amp	mm	0	0		vH		vH	
$\epsilon = 3,441$	$l = 1040 \text{ mm}$	1	120	2,0	3,15	2,44	37,6	5,71	1,035	18,1	2,91	0,25	2,91
		2	120	3,0	3,97	2,45	48,0	5,72	1,32	23,1	3,72	0,25	3,69
		3	120	4,0	4,85	2,42	57,8	5,69	1,575	27,7	4,50	0,27	4,55
		4	150	5,5	6,88	2,45	49,1	5,72	1,35	23,65	3,04	0,23	3,20
$\epsilon = 4,162$	$l = 1040 \text{ mm}$	5	120	2,0(?)	3,45	3,30	49,0	6,60	1,35	20,45	3,28	0,295	3,33
		6	120	3,0	3,91	2,41	49,0	5,68	1,35	23,8	3,82	0,30	3,80
		7	120	4,0	4,85	2,41	62,0	5,68	1,71	30,1	4,83	0,35	4,92
		8	150	5,5	6,97	2,76	56,3	6,05	1,55	25,6	3,30	0,32	3,53
$\epsilon = 5,605$	$l = 1040 \text{ mm}$	9	120	0	1,61	2,45	22,8	5,72	0,628	11,0	1,76	0,43	1,75
		11	120	1,0	2,51	2,44	35,0	5,71	0,964	16,9	2,71	0,40	2,67
		12	120	2,0	3,15	2,46	42,6	5,73	1,175	20,55	3,30	0,39	3,31
		13	120	3,0	3,99	2,45	56,4	5,72	1,55	27,4	4,35	0,42	4,33
		14	120	4,0	4,85	2,46	60,2	5,73	1,83	31,9	5,12	0,39	5,10
$\epsilon = 6,708$	$l = 1105 \text{ mm}$	15	120	1,0	2,42	2,82	41,5	6,10	1,08	17,6	2,83	0,55	2,92
		16	120	2,0	3,15	2,85	52,5	6,13	1,36	22,2	3,57	0,55	3,79
		17	120	3,0	3,89	2,81	65,2	6,10	1,69	27,6	4,45	0,61	4,90
		18	120	4,0	4,84	2,42	75,5	5,69	1,96	34,5	5,53	0,56	5,87
		19	160	0	2,34	3,30	21,5	6,54	0,584	8,93	1,08	0,61	1,24
		20	160	3,0	5,0	3,25	45,7	6,50	1,24	19,0	2,30	0,57	2,54
	$l = 1055 \text{ mm}$	21	160	4,0	6,06	3,31	55,0	6,55	1,495	22,8	2,75	0,55	3,07
		22	160	5,0	7,08	3,31	60,0	6,55	1,63	24,9	3,05	0,52	3,50

Zahlentafel 10 und 11.
Abhängigkeit des Ungleichförmigkeitsgrades von der
Umlaufzahl.

Ver- such- Nr.	n	N_e	N_i	i	h	α_{100}	$\Delta\alpha$	Δn	δ_e	$\frac{\delta_e}{\text{red. 6PS}_i}$	ϱ	δ_g
	min ⁻¹	PS	PS	Amp	mm	0	0		vH	vH		vH
14	120	4,5	5,7	2,42	78,0	5,69	2,15	37,7	5,94	6,26	0,41	6,10
23	130	5,0	5,98	2,42	70,8	5,69	1,95	34,2	5,08	5,10	0,39	4,97
24	140	5,0	6,2	2,42	59,0	5,69	1,628	28,6	3,93	3,80	0,385	4,08
25	150	5,0	6,31	2,42	53,2	5,69	1,465	25,7	3,30	3,14	0,36	3,31
26	160	5,0	6,54	3,12	52,1	6,38	1,435	22,5	2,71	2,48	0,37	2,81
27	170	5,0	6,75	3,12	47,4	6,38	1,305	20,5	2,32	2,06	0,36	2,43
28	180	5,0	6,83	3,15	41,5	6,41	1,145	17,9	1,92	1,68	0,35	2,05
29	200	5,0	6,95	3,12	33,5	6,38	0,925	14,5	1,40	1,21	0,275	1,43
Kompressionsgrad $\epsilon = 5,605$.										$l = 1040 \text{ mm}$.		
30	110	4,0	4,71	2,41	85,0	5,68	2,20	38,7	6,78	7,20	0,554	7,38
18	120	4,0	4,84	2,42	75,5	5,69	1,96	34,5	5,53	5,71	0,560	5,87
31	130	4,0	5,02	2,40	66,2	5,67	1,715	30,3	4,49	4,47	0,565	4,80
32	140	4,0	5,18	2,40	57,5	5,67	1,49	26,3	3,61	3,48	0,54	3,96
33	150	4,0	5,43	2,85	54,5	6,14	1,41	23,0	2,95	2,72	0,50	3,20
34	170	4,0	5,63	3,10	46,2	6,36	1,197	18,8	2,13	1,89	0,515	2,32
35	190	4,0	5,96	3,12	38,0	6,38	0,984	15,4	1,57	1,32	0,51	1,75
Kompressionsgrad $\epsilon = 6,708$.										$l = 1105 \text{ mm}$.		

- h die größte Höhe des Diagrammes,
- α_{100} den der Stromstärke i entsprechenden Torsionswinkel,
- $\Delta\alpha$ den der Höhe h entsprechenden Torsionswinkel,
- Δn die Geschwindigkeitschwankung des Tachographen,
- δ_e den durch Versuch bestimmten Ungleichförmigkeitsgrad.

Zahlentafel 6 bis 9 zeigen die Abhängigkeit des Ungleichförmigkeitsgrades von der Belastung bei stetgleicher Umlaufzahl; die Versuche wurden bei 4 verschiedenen Kompressionsgraden durchgeführt, so daß damit auch der Einfluß dieser Größe festgelegt ist. Zahlentafel 10 und 11 enthalten die Versuche bei stetgleicher Belastung und veränderlicher Umlaufzahl bei zwei verschiedenen Kompressionsgraden. Die Aenderung des Mischungsverhältnisses und die Verstellung des Zündzeitpunktes innerhalb praktischer Grenzen hatte auf den Ungleichförmigkeitsgrad keinen Einfluß, und auch die Form des Diagrammes wurde nur unwesentlich geändert.

Um klarzustellen, wie weit diese durch Versuch gefundenen Werte für δ_e sich mit denen decken, die sich aus der theoretischen Berechnung ergeben, wollen wir uns der von Güldner angegebenen Formel¹⁾ für den Ungleichförmigkeitsgrad von Gasmaschinen bedienen; diese lautet:

$$\delta_g = (0,75 + \varrho) \frac{8200 N_i}{G R^2 n^3};$$

hier bedeutet

- $\varrho = \frac{p_c}{p_i}$ das Verhältnis der Kompressionsarbeit zur indizierten Arbeit der Maschine,
- G das Gewicht des Schwungradkranzes in t,
- R den Halbmesser des Schwerpunktkreises des Schwungradkranzes in m.

Diese Formel ist auf der Grundlage des Drehkraftdiagrammes entwickelt und gibt die theoretischen Werte in guter Annäherung wieder. Das Verhältnis $\varrho = \frac{p_c}{p_i}$ ist aus dem Indikatorgramm zu entnehmen. Das Produkt $G R^2$ ergibt sich aus dem Trägheitsmoment des Schwungrades zu

$$G R^2 = Jg = \frac{52,4}{1000} \cdot 9,81 = 0,515 \text{ m}^2\text{kg}.$$

Die Größen ϱ und δ_g sind in die Zahlentafeln mit aufgenommen.

Der Vergleich der durch Versuch gefundenen und der berechneten Werte des Ungleichförmigkeitsgrades zeigt bei niedrigen Kompressionsgraden eine sehr gute Uebereinstimmung beider; erst bei dem Kompressionsgrad $\varepsilon = 6,708$ gibt der Versuch um durchschnittlich 8 vH niedrigere Werte als die Rechnung. Dieser Unterschied dürfte darin begründet sein, daß die bei hoher Kompression im Augenblick der Zündung auftretenden Kolbendrucke so groß sind, daß auf kurze Zeit das Öl zwischen Kurbelwelle und Lagerschale herausgepreßt wird und so die Lagerreibung sehr stark anwächst; die Arbeitszufuhr zum Schwungrad in diesem Zeitpunkt wird infolge des plötzlich vergrößerten Widerstandes geringer sein, als sie das Drehkraftdiagramm auf der Annahme eines gleichmäßigen Umfangswiderstandes angibt; damit ergibt sich eine kleinere Ungleichförmigkeit.

In den Abb. 18 bis 24 sind die Zahlenwerte obiger Tafeln dargestellt. Die Abhängigkeit des Ungleichförmigkeitsgrades von der indizierten Leistung zeigen

¹⁾ Güldner, Entwerfen und Berechnen der Verbrennungsmotoren S. 322 und Z. d. V. d. I. 1901 S. 305.

die Abb. 18 bis 23 bei den verschiedenen Kompressionsgraden. Die Punkte liegen alle auf Geraden, die durch den Ursprung gehen; damit ist die in der Güldnerschen Formel gegebene Proportionalität zwischen N_i und δ erwiesen. Den Einfluß der Kompression erkennen wir aus Abb. 22; auch hier ist die Abhängigkeit eine lineare. In der Formel ist diese Beziehung ausgedrückt durch das Verhältnis $\varrho = \frac{p_c}{p_i}$. Aus den Zahlentafeln ergibt sich, daß im Mittel gesetzt werden kann $\varrho = 0,07$ bis $0,075 \varepsilon$; für konstantes N_i und n gilt demnach

$$\delta_g = c_1 + c_2 \varrho \quad \text{oder} \quad \delta_g = c_3 + c_4 \varepsilon$$

entsprechend dem Diagramm. Führen wir den Wert $\varrho = 0,075 \varepsilon$ in die Gleichung für δ_g ein, so ergibt sich:

$$\delta_g = (0,75 + 0,075 \varepsilon) \frac{8200 N_i}{GR^2 n^3} = (1 + 0,1 \varepsilon) \frac{6150 N_i}{GR^2 n^3}.$$

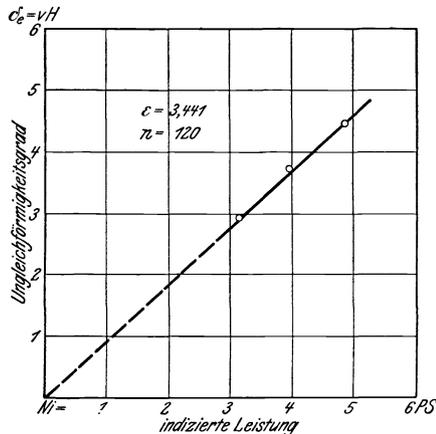


Abb. 18.

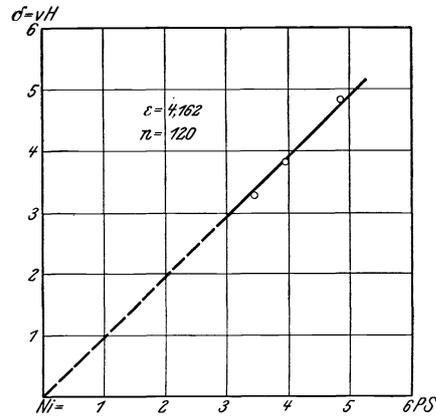


Abb. 19.

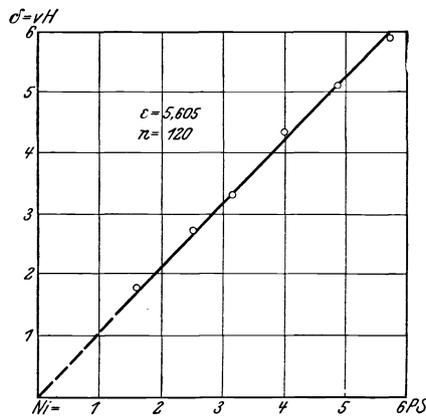


Abb. 20.

Abb. 18 bis 20. Abhängigkeit des Ungleichförmigkeitsgrades von Leistung und Kompressionsverhältnis.

Diese letztere Form der Gleichung kann verwendet werden, wenn zur Bestimmung von ϱ kein Indikatordiagramm vorliegt und nur das Kompressionsverhältnis bekannt ist.

Die Abb. 23 zeigt die Beziehung des Ungleichförmigkeitsgrades zur Umlaufzahl der Maschine. Die aufgetragenen Werte von δ_e sind zum Vergleich

auf gleiche indizierte Leistung von 5,0 bzw. 6,0 PS umgerechnet. In der Abb. 24 sind die Logarithmen der Größen δ_e und n aufgetragen; die Punkte liegen auf einer Geraden, deren Neigung gegen die Abszissenachse sich ergibt zu $\text{tg } \mu = \text{rd. } 3$; es gilt somit

$$\log \delta_1 - \log \delta_2 = \text{rd. } 3 (\log n_2 - \log n_1)$$

oder

$$\delta_1 : \delta_2 = n_2^3 : n_1^3.$$

Damit zeigt sich, daß der Ungleichförmigkeitsgrad der rd. dritten Potenz der Umlaufzahl umgekehrt proportional ist, wie es auch in der angezogenen Gleichung zum Ausdruck kommt.

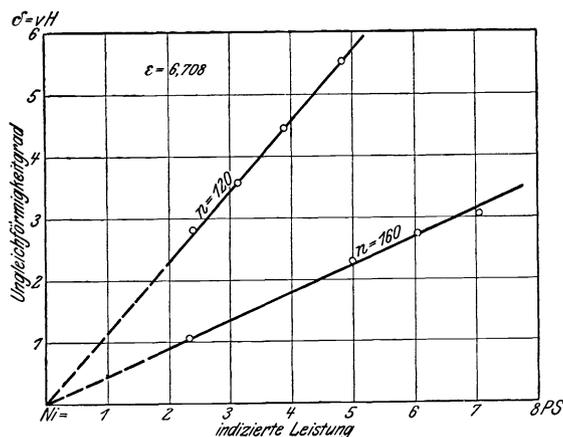


Abb. 21.

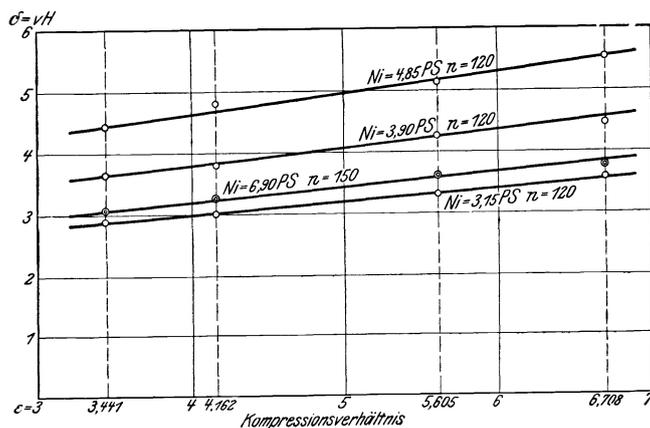


Abb. 22.

Fig. 21 und 22. Abhängigkeit des Ungleichförmigkeitsgrades von Leistung und Kompressionsverhältnis.

Haben wir im Vorstehenden gesehen, daß die in der Güldnerschen Formel für den Ungleichförmigkeitsgrad aufgestellten Beziehungen in quantitativer Hinsicht durch den Versuch durchaus bestätigt werden, so lehren die Abb. 25 bis 28, daß auch in qualitativer Hinsicht das aus dem Drehkraftdiagramm entwickelte Geschwindigkeitsbild dem wirklichen Verlauf sehr nahe kommt. Für eine Leistung von $N_i = 4,85$ PS bei $n = 120$ Uml./min und einem Kompressionsgrad $\varepsilon = 3,441$ ist in Abb. 25 das theoretische Diagramm in bekannter Weise aus dem Indikatorgramm ermittelt. Auf zeichnerischem Wege ergibt sich $\delta_n = 4,63$ vH,

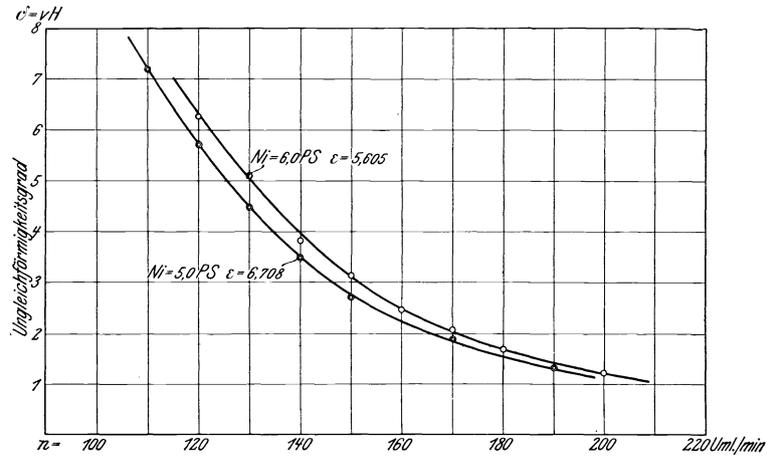


Abb. 23.

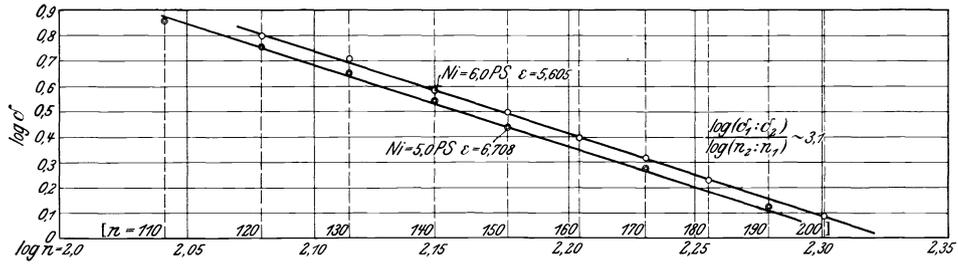


Abb. 24

Fig. 23 und 24. Abhängigkeit des Ungleichförmigkeitsgrades von der Umlaufzahl.

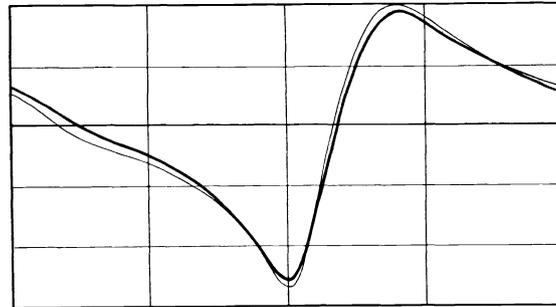


Abb. 25. Versuch 3: $N_i = 4,85 \text{ PS}$, $n = 120$, $\epsilon = 3,441$, $\delta_e = 4,50 \text{ vH}$, $\delta_{in} = 4,65 \text{ vH}$.

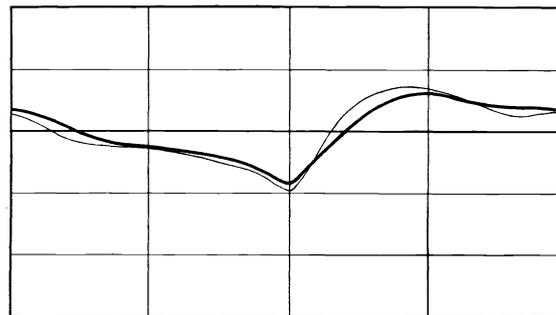


Abb. 26. Versuch 19. $N_i = 2,34 \text{ PS}$, $n = 160$, $\epsilon = 6,708$, $\delta_e = 1,08 \text{ vH}$. $\delta_{in} = 1,27 \text{ vH}$.

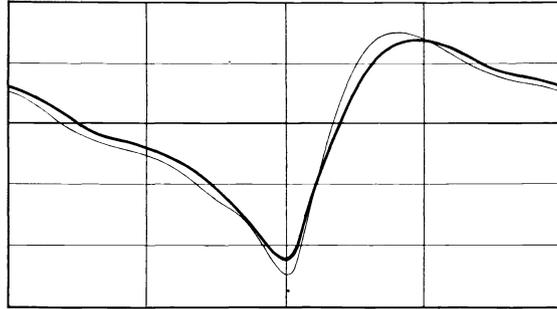


Abb. 27. Versuch 26. $N_i = 6,54$ PS, $n = 160$, $\varepsilon = 5,605$, $\delta_e = 2,71$ vH, $\delta_{th} = 2,94$ vH.



Abb. 28. Versuch 32. $N_i = 5,18$ PS, $n = 140$, $\varepsilon = 6,708$, $\delta_e = 3,60$ vH, $\delta_{th} = 3,98$ vH.

nach der Güldnerschen Formel $\delta_y = 4,55$ vH und durch den Versuch $\delta_e = 4,50$ vH in guter Uebereinstimmung. Zum Vergleich sind das theoretische und das durch Versuch gefundene Diagramm in gleichem Maßstab übereinander gezeichnet. Beide zeigen denselben charakteristischen Verlauf und weichen nur wenig voneinander ab. In derselben Weise sind in Abb. 26 die Diagramme für $N_i = 2,3$ PS bei $n = 160$ und $\varepsilon = 6,7$, in Abb. 27 für $N_i = 6,54$ PS bei $n = 160$ und $\varepsilon = 5,6$ und Abb. 28 für $N_i = 5,18$ PS bei $n = 140$ und $\varepsilon = 6,7$ gezeichnet; auch hier finden wir eine befriedigende Uebereinstimmung; bei den höheren Kompressionsgraden erkennen wir aus dem langsameren Anstieg der Geschwindigkeit nach dem Zündpunkte den Einfluß der erhöhten Lagerreibung infolge der hohen Kolbendrücke. Der Versuch, diesen Einfluß zahlenmäßig zu fassen, führt mangels näherer Kenntnis über das Verhalten des Lagerreibungswertes bei dieser mehr stoßweisen Belastung nur zu unsicheren Ergebnissen.

Schlußbemerkung.

Als Ergebnis der vorliegenden Untersuchung zeigt sich, daß es berechtigt ist, bei Gasmaschinen und wohl bei Kolbenkraftmaschinen überhaupt das auf theoretischem Wege gewonnene Geschwindigkeitsdiagramm dem wirklichen gleichzusetzen, solange keine elastischen Wirkungen von Transmissionsteilen in die Erscheinung treten. In der Praxis sind jedoch die Fälle nicht selten, wo solche Einflüsse derart störend auf den Geschwindigkeitsverlauf einwirken, daß der Gleichgang der Maschine nicht mehr befriedigt. Die Rechnung kann hier nur unter Berücksichtigung der dynamischen Wirkungen der auftretenden Kräfte zum Ziele führen; in manchen Fällen, wie bei den Torsionsschwingungen von Wellen, gelingt es auch, das Auftreten derartiger Wirkungen rechnerisch

nachzuweisen; sie quantitativ zu fassen, stößt dagegen auf sehr erhebliche Unsicherheiten und Schwierigkeiten. Meist ist aber eine rechnerische Verfolgung überhaupt nicht angängig. Hier muß die versuchsmäßige Bestimmung des Geschwindigkeitsverlaufes mittels eines geeigneten Meßgerätes von genügender Genauigkeit Platz greifen. Daß es möglich ist, ein solches Gerät auf der Grundlage der unmittelbaren Geschwindigkeitsmessung zu schaffen, dürfte die Untersuchung über die Genauigkeit des Wirbelstromtachographen gezeigt haben.

Ueber die statische Längsstabilität der Drachenflugzeuge.

Von Dr.-Ing. **Carl Wieselsberger.**

Einleitung.

Die Stabilität eines Flugzeuges kann nach zwei verschiedenen Verfahren, nach dem dynamischen und nach dem statischen, untersucht werden. Das dynamische Verfahren unterzieht die Schwingungen, die ein Flugzeug nach einer vorausgegangenen unendlich kleinen Störung ausführt, einer genauen Betrachtung und sieht das Kennzeichen der Stabilität in der Art der zeitlichen Aenderung der Schwingungsweiten. Je nachdem diese im Laufe der Zeit zunehmen oder abklingen, hat man ein labiles oder stabiles System vor sich. Die Beschränkung auf unendlich kleine Abweichungen des Flugzeugs aus der Gleichgewichtslage ist als ein Mangel des Verfahrens anzusehen und ist dadurch bedingt, daß für beliebige endliche Störungen die vorhandenen mathematischen Hilfsmittel nicht ausreichend sind. Entsprechend den 6 Freiheitsgraden eines Körpers erhält man als Ansatz für die dynamische Untersuchung sechs Differentialgleichungen zweiter Ordnung. Diese spalten sich in zwei von einander unabhängige Gruppen von je dreien mit je nur drei Veränderlichen. Die eine Gruppe umfaßt die Längs-, die andere die Querstabilität. Eine weitere Vereinfachung der Gleichungen ergibt sich, indem man nur die Differentialquotienten der Schwerpunktkoordinaten und nicht die Koordinaten selbst einführt. Es ergeben sich dann für jede Gruppe endgültig eine Differentialgleichung zweiter Ordnung und zwei Differentialgleichungen erster Ordnung, aus denen sich die entstehenden Schwingungen ableiten lassen. Im allgemeinen führt die dynamische Untersuchung zu äußerst verwickelten mathematischen Ausdrücken, deren Deutung sich sehr schwierig gestaltet.

Das statische Verfahren hingegen begnügt sich mit der Betrachtung der Drehmomente, die bei einer Verdrehung des Flugkörpers um beliebige endliche Winkel aus seiner Gleichgewichtslage auftreten, und bezeichnet ein System als stabil, wenn ein Moment vorhanden ist, das nach einer Störung die ursprüngliche Lage wiederherzustellen bestrebt ist; als labil, wenn das auftretende Moment die Störung zu vergrößern sucht. Damit vollständige Stabilität herrscht, muß ein Flugzeug im allgemeinen den Forderungen der beiden Verfahren genügen. Während über erstere Art bereits eingehende theoretische Untersuchungen vorliegen (vergl. die Arbeiten von Bryan, Williams, Deimler, Runge, Reißner, Bothézat), ist das statische Verfahren noch verhältnismäßig wenig in den Kreis wissenschaftlicher Betrachtung gezogen worden. In vorliegender Arbeit

soll deshalb über die experimentelle Untersuchung der statischen Längsstabilität eines einfachen Drachenflugzeuges, das aus einer Kopffläche und einer hinter dieser angeordneten Schwanzfläche besteht, eingehend berichtet werden. Die Längsstabilität, welche die Bewegungsvorgänge in der lotrechten Symmetrieebene des Flugkörpers behandelt, ist, wie bereits erwähnt, unabhängig von der Querstabilität und kann daher gesondert untersucht werden.

Die Versuche wurden an der Technischen Hochschule zu München als Modellversuche in einem künstlichen Luftstrom ausgeführt. Die Versuchsanordnung, welche nachfolgend beschrieben wird, ist nicht allein für diese besonderen Versuche tauglich; bei ihrem Bau wurde vielmehr von dem Gesichtspunkt ausgegangen, daß sie Versuche nach den verschiedensten Richtungen der versuchsmäßigen Aerodynamik und Flugtechnik zuläßt.

Die Versuchsanordnung. (Abb. 1).

Der künstliche Luftstrom.

Wie in allen neueren aerodynamischen Versuchsstätten wird auch hier zu den Versuchen ein künstlicher Luftstrom verwendet. Er wird durch einen Doppel-Blackmann-Ventilator von 946 mm Flügeldurchmesser erzeugt, den ein Elektromotor von 3,5 PS höchster Leistung mittels Riemens antreibt, und der die Luft durch einen kreisförmigen Kanal von 950 mm Dmr. und 4 m Länge einsaugt, s. Abb. 2 bis 4. Bei einer höchsten Umlaufzahl von 1000 in der Minute konnte

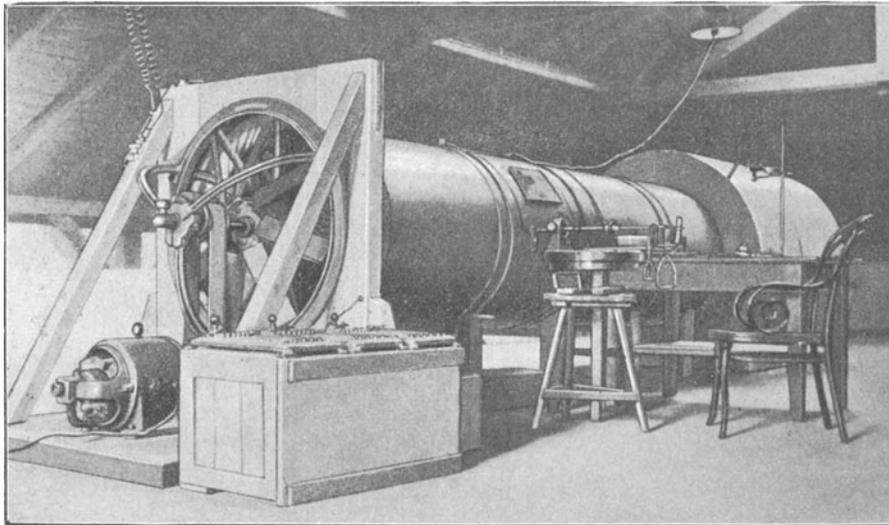


Abb. 1.

trotz der eingebauten Ausgleichvorrichtungen eine Luftgeschwindigkeit bis 7 m/sk erreicht werden. Motor und Ventilator sind auf ein Holzgestell aufgebaut. Der Kanal besteht aus vier zusammengesetzten, gleich langen Rohren aus verzinnem Eisenblech von 1,5 mm Wandstärke, welche durch T-Eisen, die auf dem Umfang aufgenietet sind, versteift werden. Das ganze Rohrsystem wird von Holzböcken getragen, so daß sich die Rohrachse 900 mm über dem Boden befindet. Die Verbindung *D* zwischen Kanal und Ventilator ist biegsam aus Ballonstoff hergestellt, und zwar so, daß auf dem Gestell ein Blechring *R* aufgeschraubt ist

und der Ballonstoff, der entsprechend schräg zugeschnitten wurde, auf dem Ring *R* und dem Kanalende mittels Blechbänder festgehalten wird. Diese biegsame Verbindung verhindert, daß die Ersitterungen des Ventilators bei hohen Umlaufzahlen auf den Kanal und damit auf die Meßgeräte übertragen werden.

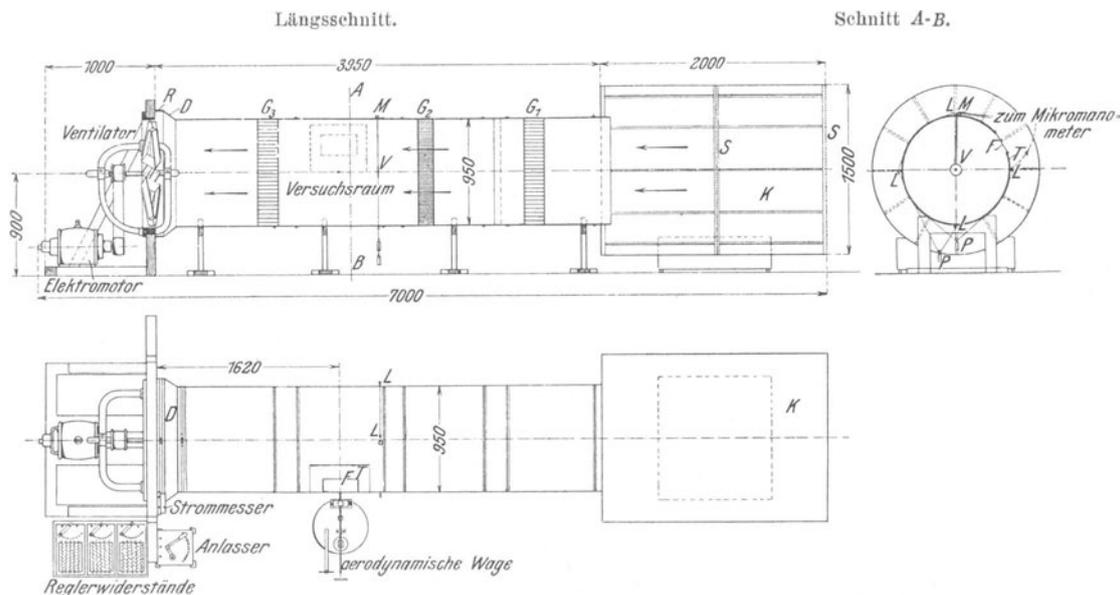


Abb. 2 bis 4. Aerodynamische Versuchsanordnung.

Da die den Kanal durchströmende Luft zunächst noch sehr viel Turbulenz besaß, war es vor allem notwendig, den Luftstrom so auszugleichen, daß er für die in Frage kommenden Versuche tauglich war; dies ist aber nur der Fall, wenn er folgende Bedingungen erfüllt:

Die Luftteilchen müssen den Kanal

- 1) geradlinig,
- 2) parallel zur Wandung durchlaufen;
- 3) die Strömungsgeschwindigkeit muß an jeder Stelle des Kanalquerschnittes die gleiche sein.

Die beiden ersten Forderungen lassen sich sehr gut, letztere jedoch nur angenähert erreichen.

Es wurde bereits erwähnt, daß die Luft durch den Kanal eingesaugt und gegen den Motor hinausgeschleudert wird. Der Grund dieser Anordnung liegt in den Ergebnissen früherer Versuche, die gezeigt haben, daß die Gleichförmigkeit besser ist, wenn die Luft durch den Kanal eingesaugt, als wenn sie durch den Kanal geblasen wird. Erklärt kann dies dadurch werden, daß die auf diese Weise den Kanal durchströmende Luft den Ventilator noch nicht durchströmt hat und daher von den Flügeln noch nicht in Wirbelbewegung versetzt worden ist, wie dies mit dem austretenden Strom geschieht. Immerhin genügt aber diese Maßnahme den beiden ersten Bedingungen noch nicht, denn die an der Kanalmündung eintretende Luft besitzt noch so viel innere Unruhe, daß besondere Vorkehrungen getroffen werden müssen, um die Luftfäden parallel und geradlinig zu richten. Zu diesem Zwecke dienen drei Gleichrichter G_1 , G_2

und G_3 , von denen sich G_1 und G_2 vor, G_3 hinter dem Versuchsraum befinden. Die Gleichrichter G_1 und G_3 sind 18 cm tief, in der Anordnung gleich und bestehen aus Kanälen, deren Querschnitt ein Quadrat von 3 cm Seitenlänge darstellt. Als Baustoff wurde verbleites Eisenblech verwendet. G_2 ist 13 cm tief und besteht aus 3500 prismatischen Kanälen mit dreieckigem Querschnitt. Um dem Strom möglichst wenig Widerstand zu bieten, ist G_2 aus Weißblech von 0,3 mm Stärke hergestellt. Nach dem Einbau dieser Gleichrichter wurde versucht, die Verteilung der Geschwindigkeit über den Querschnitt des Kanales festzustellen. Dabei zeigte sich, daß die Strömung vor allem nicht gleichmäßig, sondern an Ort und Stelle mit der Zeit sehr großen Schwankungen unterworfen war, was sehr deutlich am Mikromanometer hervortrat, indem dessen Meniskus um 15 bis 20 vH um die Mittellage schwankte. Diese Ungleichmäßigkeit der Strömung war natürlich eine Folge der immer noch vorhandenen Wirbelung, und es ist klar, daß eine vollkommen geradlinige und parallele Strömung erst dann möglich wird, wenn die Verteilung der Geschwindigkeit über den Querschnitt möglichst gleichförmig ist.

In Abb. 5 links ist die Geschwindigkeitsverteilung über einen wagerechten Durchmesser des Kanalquerschnitts dargestellt. Dabei wurde am Mikromanometer immer die Mittellage der Einstellungen bestimmt. Diese Verteilung wäre,

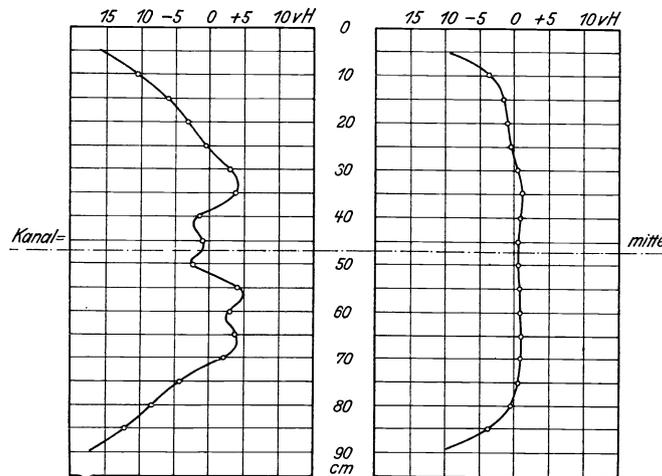


Abb. 5. Verteilung der Luftgeschwindigkeit in der Wagerechten (links vor, rechts nach Ausgleich).

wie aus dem Verlauf der Kurve zu ersehen ist, sehr schlecht gewesen. Zu Messungen würde ein derartiger Luftstrom nicht brauchbar sein. Es müssen deshalb Mittel zur Beruhigung der Strömung und besseren Verteilung der Geschwindigkeit zu Hülfe gezogen werden. Als solche wurden Siebe benützt, deren günstige Wirkung in dieser Hinsicht schon länger bekannt ist. Ich wählte Stoffsiebe, sogenannten Stramin, und brachte zuerst hinter dem Gleichrichter G_2 ein Verteilungssieb an; nachdem sich dieses als zu wenig wirksam erwiesen hatte, hinter G_1 ein weiteres. Der Erfolg, obwohl sehr zufriedenstellend, war jedoch auf Kosten der Geschwindigkeit errungen. Die Höchstgeschwindigkeit war nunmehr bloß 4,5 m/sk.

Nun wurde versucht, durch andere Anordnung der Siebe diesen starken Geschwindigkeitsverlust zu vermeiden. Ich baute eine zylindrische Verteilungs-

kammer K , (Abb. 2), von 2 m Länge und 1,5 m Dmr. aus Karton, der um ein Holzgerippe gelegt wurde. Diese Kammer wurde an die Kanalmündung angeschlossen und am Anfang und in der Mitte derselben ein Sieb S gespannt. Der Erfolg dieser Vorrichtung ist in Abb. 3 rechts dargestellt; die Geschwindigkeit weicht nur mehr um etwa 2 vH vom Mittelwert ab, wenn man die den Wandungen benachbarten Stellen für die Messungen ausschaltet. Die größte erreichbare Geschwindigkeit beträgt rd. 7 m/sk.

Der eigentliche Versuchsraum befindet sich zwischen den Gleichrichtern G_2 und G_3 . Zur Einbringung des Versuchsstückes ist ein Ausschnitt der Kanalwand, der gleichzeitig das Beobachtungsfenster F enthält, aufklappbar eingerichtet. Durch eine Glühlampe wird der Versuchsraum beleuchtet.

Die aerodynamischen Meßgeräte.

Die zu den Versuchen nötigen Meßgeräte wurden in der mechanischen Werkstätte des physikalischen Institutes hergestellt. Sie bestehen aus

- a) verschiedenen Luftgeschwindigkeitsmessern mit Mikromanometer,
- b) einer aerodynamischen Wage zur dynamischen Messung der Windkräfte auf beliebig geformte Flächen und Körper,
- c) einer Vorrichtung, die besonders für unsere nachfolgenden Untersuchungen bestimmt ist und die die Lage des Druckmittelpunktes unseres Drachenfliegers für beliebige Anstellwinkel angibt.

a) Ueber die Messung der Luftgeschwindigkeit.

Zur Messung der Luftgeschwindigkeit im Versuchskanal, deren genaue Kenntnis von großer Bedeutung für die Ergebnisse ist, standen drei Geräte zur Verfügung. Die beiden ersten benutzen das manometrische Meßverfahren und sind ein Pitot-Rohr nach Angabe von Professor Prandtl und eine abgeänderte Stauscheibenkonstruktion nach Prof. Rietschel. Das dritte Gerät ist ein Flügelradanemometer von Dr. Rosenmüller. Die manometrischen Geschwindigkeitsmesser enthalten in ihrer Angabe das Quadrat der Geschwindigkeit; sie sind deshalb für unsere Zwecke wegen der Genauigkeit der Messung sehr geeignet.

Die manometrische Geschwindigkeitsmessung beruht auf folgender Gleichung:

$$p = \frac{v^2 \gamma}{2g}, \text{ wenn}$$

- p der Druckunterschied in mm Wassersäule,
 v die Luftgeschwindigkeit in m/sk,
 γ das spezifische Gewicht der Luft in kg/m³,
 g die Erdbeschleunigung in m/sk² ist.

Wenn man den Druckunterschied, der die Geschwindigkeit hervorbringt, mißt, so kann man jederzeit die Geschwindigkeit angeben, da γ und g stets bekannt sind. Die Messung geschieht in der Weise, daß einerseits die Geschwindigkeit im Kanal in Druck umgesetzt, andererseits der Druck der ungestörten Strömung bestimmt wird. Der Unterschied dieser beiden Drücke liefert die Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2 \gamma}{2g}$. Der Druck der beruhigten angesaugten Luft ist geringer als der äußere atmosphärische Druck, da durch die Ausgleichvorrichtungen die Strömung an Energie einbüßt. Es ist daher nicht erlaubt, diesen äußeren Druck an das Manometer anzuschließen.

Abb. 6 zeigt die von mir benutzte Pitotsche Röhre nach Prandtl. Der Druck des ungestörten Luftstromes wird durch sechs am Umfang der Zylinderfläche befindliche kleine Oeffnungen aufgenommen und durch eine Leitung, die

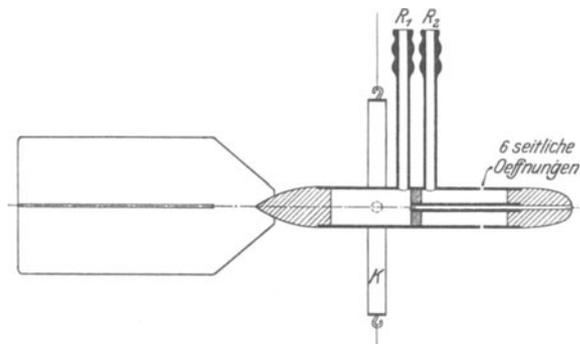


Abb. 6. Pitotsche Röhre nach Prandtl.

an R_2 angeschlossen ist, an den einen Schenkel des Mikromanometers geführt, während der Druck der beruhigten Luftströmung am Scheitel gemessen und durch R_1 mit dem andern Schenkel des Manometers verbunden wird. Durch diese Gegenschaltung erhält man unmittelbar am Manometer die Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2 \gamma}{2g}$, woraus sich v berechnen läßt.

Die Messung des Druckes der ungestörten Strömung ist jedoch nicht ganz einwandfrei. Folgendes diene zur Klärung: Die Göttinger Modellversuchsanstalt hat Versuche über den Druckverlauf längs eines Körpers von Stromlinienform angestellt.

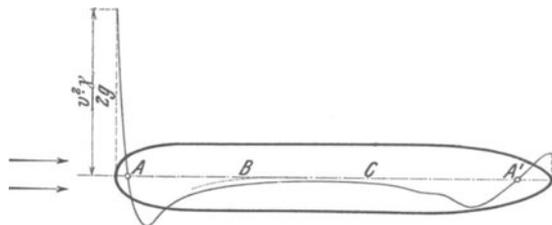


Abb. 7. Druckverlauf längs eines Stromlinienkörpers.

Abb. 7 zeigt den Druckverlauf an einem solchen Körper, der in Pfeilrichtung angeströmt wird, und zwar ist es ein Körper von ganz ähnlicher Form, wie ihn die Pitot-Röhre, Abb. 6, als Grundkörper hat. Die Achse dieses Umdrehungskörpers ist als Abzissenachse angenommen und der Druck der strömenden Luft senkrecht dazu als Ordinate aufgetragen.

Am Scheitel des Körpers wird die ganze Geschwindigkeit in Druck umgesetzt. Dort kann die Geschwindigkeitshöhe unmittelbar gemessen werden, wenn der andere Schenkel des Manometers an den Druck der ungestörten Strömung angeschlossen ist. Dieser könnte theoretisch vollkommen einwandfrei gemessen werden, wenn sich die seitlichen Bohrungen bei A oder A' befänden, denn an diesen Stellen wird die Geschwindigkeit der Strömung nicht geändert und kein Teil derselben in Druck verwandelt.

Bei der praktischen Anwendung dieses Verfahrens treten jedoch verschiedene Hindernisse auf. Es müßte zunächst einer der Punkte A oder A' bestimmt wer-

den, denn sie liegen für jeden Stromlinienkörper, der nur ein klein wenig anders geformt ist als der unsere, an einer anderen Stelle. Die Lage von A und A' könnte bei der erforderlichen Genauigkeit nur durch Versuch bestimmt werden. Andererseits würden aber, wenn die Punkte A und A' — sei es bei der Bestimmung oder bei der mechanischen Ausführung der seitlichen Bohrungen — nicht genau getroffen würden, ganz bedeutende Fehler entstehen, da gerade an diesen Stellen, besonders bei A , die Druckkurve die Nulllinie sehr steil durchsetzt.

In Anbetracht dieser Umstände, die eine genaue Herstellung des Meßgerätes in Frage stellen, ist man dazu gekommen, den Druck der ungestörten Strömung durch seitliche Bohrungen, die sich zwischen B und C befinden, zu messen, da sich innerhalb dieses Teiles die Druckkurve sehr stark der Nulllinie nähert. Auf diese Weise ist es möglich, die Luftgeschwindigkeit auf zwei bis drei vH genau zu messen, wenn man einen Stromlinienkörper wie in Abb. 7 benutzt. Will man die Messungen noch genauer gestalten, so muß die Pitot-Röhre geeicht werden, was z. B. an einer Rundlaufvorrichtung geschehen kann. Die am Mikromanometer abgelesene Geschwindigkeitshöhe ist dann mit einer Zahl zu multiplizieren, die sehr nahe bei 1 liegt.

Die von uns ausgeführte Pitot-Röhre, Abb. 6, wurde mit einem geeichten Rohr im Kanal der Göttinger Modell-Versuchsanstalt verglichen, und es ergab sich für unser Instrument mit großer Genauigkeit die Berichtigungsanzahl = 1,00. Bei dem von mir benützten Stromlinienkörper berührt also die Druckkurve die Nulllinie an der Stelle, wo sich die seitlichen Oeffnungen befinden, wie dies in Abb. 5 punktiert angedeutet ist. Die Art des Druckverlaufes ist von der Formgebung der Enden des zylindrischen Körpers abhängig.

Der zweite manometrische Geschwindigkeitsmesser war ein der Recknagel'schen Stauscheibe ähnliches Gerät, Abb. 8 und 9, welches meines Wissens von Rietschel angegeben worden ist. Bei der Stauscheibe wird ebenso wie beim Pitot-Rohr an der Vorderseite die Geschwindigkeit vollständig in Druck umgesetzt; auf der Rückseite wird dagegen nicht der Druck der ungestörten Strömung, sondern der Druck des Wirbelgebietes gemessen. Es ist daher nicht zu erwarten, daß wir bei Gegenschaltung dieser beiden Drücke am Manometer unmittelbar

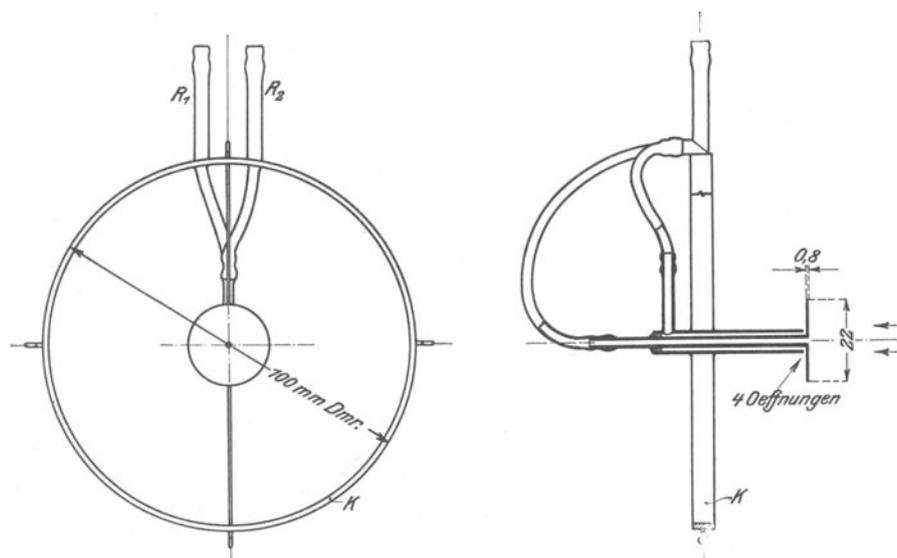


Abb. 8 und 9. Stauscheibe.

die Geschwindigkeitshöhe erhalten. Es ist vielmehr der abgelesene Wert mit einer Zahl zu multiplizieren, die durch die Bauart des Gerätes bedingt ist. Diese Zahl wurde von Recknagel zu 1,37 angegeben und ist bis jetzt von mehreren Forschern ohne Bedenken benutzt worden. Durch die Versuche von Rietschel an der Prüfungsanstalt für Heizungs- und Lüftungseinrichtung der Technischen Hochschule Charlottenburg erwies sich diese Zahl unsicher, und es ist vorläufig für die Recknagelsche Stauscheibe der Wert 1,50 angegeben worden.

Da nicht anzunehmen war, daß dieser Wert auch für unsere abgeänderte Stauscheibe gültig ist, wurde sie ebenfalls im Kanal der Göttinger Versuchsanstalt geeicht. Als Berichtigungszahl ergab sich ebenfalls der Wert 1,50.

Das Flügelradanemometer von Rosenmüller, welches noch zur Verfügung stand, wurde auch einer Prüfung unterzogen. Bezeichnet v die wirkliche Luftgeschwindigkeit in m/sk, v' die am Anemometer abgelesene in m/sk so ist:

$$v = 1,22 v' + 0,45 \text{ m/sk.}$$

Es eignet sich hauptsächlich zur Bestimmung einer mittleren Geschwindigkeit über ein bestimmtes Gebiet.

Im Versuchskanal befindet sich der Geschwindigkeitsmesser vor dem Versuchstück an der Stelle V , Abb. 2. Der Geschwindigkeitsmesser wird durch einen Ring gehalten (in Abb. 6 sowie 8 und 9 mit K bezeichnet). Von diesem Ring gehen nach vier Richtungen Schnüre aus, welche über Rollen L laufen und durch Gewichte P gespannt werden. Diese Anordnung ermöglicht die Verschiebung des Geschwindigkeitsmessers an jede Stelle des Kanalquerschnittes. Die Verbindungsleitung zwischen Pitot-Rohr oder Stauscheibe und Mikromanometer besteht aus Gummischläuchen, die bei M aus dem Kanal heraustreten und über eine Führungsrolle zum Manometer laufen.

Das Mikromanometer weicht nur in einzelnen Punkten von der gewöhnlichen Form ab. Der Durchmesser des Manometergefäßes beträgt 96,4 mm, die Länge der Steigröhre 250 mm, ihre Neigung war $1/30$. Mittels zweier senkrecht zu einander aufgeschraubter empfindlicher Libellen konnte es wagrecht eingestellt werden. Als Füllflüssigkeit wurde Alkohol vom spezifischen Gewicht 0,8 verwendet, der mit Fuchsin rot gefärbt war. Die Eichung des Manometers, d. h. die Herstellung einer bestimmten Neigung geschieht mit Hilfe der Beziehung:

$$p = \frac{n q k^1}{10},$$

wenn

- p die Menge einzugießenden Alkohols bedeutet, die nötig ist, um ein Vordringen des Meniskus in der Steigröhre um n mm zu bewirken,
- q den Querschnitt des Manometergefäßes (in unserem Falle 73 cm^2),
- k die Tangente der Neigung der Steigröhre gegen die Wagerechte ($1/30$).

Die Neigung der Steigröhre und die im Manometergefäß vorhandene Flüssigkeitsmenge wird nun so lange verändert, bis bei Eingießen von diesen berechneten p gr Alkohol genau ein Vordringen des Meniskus um n mm in der Steigröhre erfolgt. Bei unserem Manometer mußte man also

$$p = \frac{250 \cdot 73 \cdot 0,033}{10} = 60,8 \text{ g oder } 75,5 \text{ cm}^3$$

¹⁾ Ableitung der Formel in Schillings Journal für Gasbeleuchtung. 20. Jahrgang.

Alkohol eingießen, um ein Vordringen des Meniskus um 250 mm zu bewirken. Ferner wurden von je 25 zu 25 mm Zwischenpunkte geeicht, um den Einfluß Krümmung des Steigrohres und dessen Querschnittsänderung zu beseitigen. Innerhalb eines Stückes von 25 mm wurde sie als gerade und von gleichem Querschnitt betrachtet.

b) Die aerodynamische Wage.

Um die Windkräfte, die auf den Versuchskörper wirken, unmittelbar zu messen, wurde eine Wage gebaut, welche gestattet, in bequemer Weise die Resultierende der Luftkräfte zu bestimmen durch Messung der Auftriebs- und Widerstandskomponente.

Die Wage, Abb. 10, besteht aus einem gleicharmigen Wagebalken, zu dem wegen des geringen Gewichtes ein Aluminiumrohr von 14 mm Dmr. und 115 mm Länge gewählt wurde. In der Mitte des Balkens befindet sich eine Messingnabe,

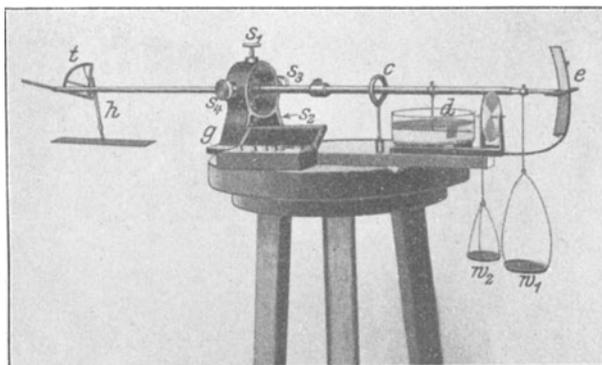


Abb. 10.

welche vier Stahlspitzen enthält. Je zwei gegenüberliegende Spitzen haben eine gemeinsame Achse, von denen die eine senkrecht, die andere wagerecht eingestellt ist. Diesen vier Spitzen entsprechend sind in dem Gehäuse g vier Schrauben (s_1 bis s_4) angebracht, die im Innern des Gehäuses an ihren Enden Kugellager tragen. Diese Lager haben die Stahlspitzen aufzunehmen und sorgen für eine hohe Empfindlichkeit der Wage. Die Schrauben treten immer nur paarweise in Tätigkeit, so daß, wenn s_1 und s_2 die Spitzen aufnehmen, der Wagebalken in einer wagerechten Ebene, wenn dagegen s_3 und s_4 in Tätigkeit sind, der Wagebalken in einer senkrechten Ebene schwingt. Der Wagebalkenteil, der sich links vom Gehäuse g befindet, reicht nun, wie in Abb. 3 zu sehen ist, bis in die Mitte des Versuchskanals.

Die zu untersuchende Fläche oder Flächenanordnung ist an einer dünnen Stange h befestigt; mittels der Gradteilung t kann sie unter verschiedenen Winkeln gegen den Luftstrom eingestellt werden.

Wir können also, wenn der Wagebalken in einer senkrechten Ebene schwingt, den Auftrieb, wenn er in einer wagerechten Ebene schwingt, den Widerstand einer schräg vom Luftstrom getroffenen Fläche messen. Dem entsprechend sind am andern Wagebalkenende zwei Wageschalen angebracht, von denen w_1 die senkrechten, w_2 die wagerechten Kräfte aufzunehmen hat. An der kreuzförmigen Teilung e wird das spitz auslaufende Wagebalkenende zum Einspielen gebracht.

Ferner ist bei d ein in Wasser eintauchendes Blech zur Dämpfung der Schwingungen und bei c ein mit Gummi überzogener Ring zur Begrenzung der Schwingungsweiten und als Anschlag für den Wagbalken angeordnet. Mittels eines Laufgewichtes werden kleinere Gewichtsunterschiede ausgeglichen. Der

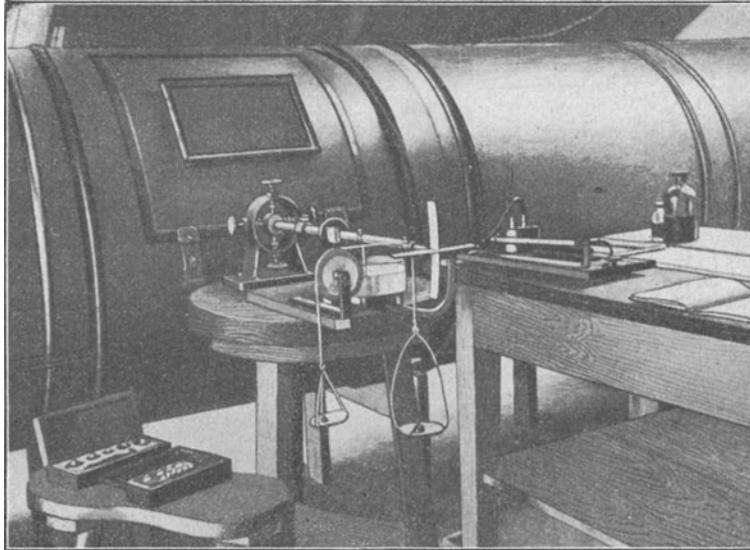


Abb. 11.

größte Teil des Gewichtes des Versuchskörpers wird ausgeglichen durch Auflegen von Gewichten auf w_1 . Was die Genauigkeit der Wägungen betrifft, so konnten 0,1 g noch mit ziemlicher Sicherheit gemessen werden.

e) Bestimmung des Angriffspunktes der Windkräfte.

Die aerodynamische Wage ermöglicht es also, wie vorher erläutert wurde, die absolute Größe der Komponenten der Winddrücke zu bestimmen. Somit ist auch die Resultierende nach Größe und Richtung bekannt. Ihr Angriffspunkt jedoch, der bei Betrachtung der statischen Stabilität von Bedeutung ist, muß erst noch besonders festgestellt werden. Im nachfolgenden soll auf die Art seiner Bestimmung näher eingegangen werden.

Allgemein kann man sagen, daß zur Bestimmung der drei Stücke: Größe, Richtung und Angriffspunkt, drei Messungen nötig sind. Sie können, wenn von der manometrischen Druckbestimmung abgesehen wird, durch drei Wägungen erhalten werden, wie dies von G. Eiffel und in der Göttinger Modellversuchsanstalt geschieht. In letzterer Anstalt wird der Angriffspunkt dadurch bestimmt, daß die Auftriebskomponente in zwei parallele Auftriebskräfte zerlegt wird, welche getrennt gemessen werden. Aus dem Abstand und dem Verhältnis ihrer Größen ist die Lage der Resultierenden zu finden. Da die mir zur Verfügung stehende Wage eine derartige Zerlegung der Auftriebskomponente nicht gestattet, so muß das Druckzentrum für sich mittels einer besonderen Vorrichtung bestimmt werden. Ich benütze zu diesem Zwecke eine ähnliche Vorrichtung, wie M. Dines zur Bestimmung des Druckzentrums von rechteckigen Flächen benutzt hat. Sie besteht, Abb. 12, aus einer senkrechten Achse a , welche unten auf einer Stahlspitze läuft und seitlich durch ein Kugellager

geführt wird, so daß sie außerordentlich leicht beweglich ist. Am oberen Ende befindet sich ein Kopf, an welchem die zu untersuchende Flächenanordnung befestigt wird. In der Mitte spielt ein Zeiger auf einer Gradteilung. Das Ganze ist auf zwei T-förmige Schienen geschraubt und kann in den Versuchskanal eingelegt werden. Die Kanalwand hat zu diesem Zwecke angelötete Ansätze; mittels 4 Stellschrauben wird die Achse a , um Wirkungen der Schwerkraft auszuschalten, genau senkrecht eingestellt.

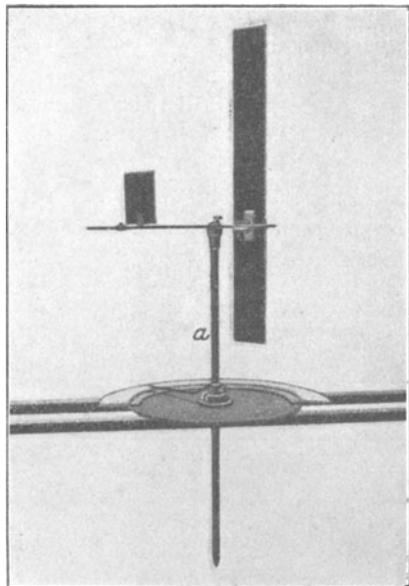


Abb. 12.

sie die Fläche um die Achse drehen, und es würde nicht Gleichgewicht vorhanden sein. Wird nun die Fläche an verschiedenen Stellen an der Achse befestigt, so erhält man zu jeder Einspannstelle einen bestimmten Einstellwinkel, und es kann somit das Druckzentrum als Funktion des Anstellwinkels angegeben werden. Die Nullstellung des Zeigers erhält man, wenn man die Fläche am vordersten Rand, d. h. als Windfahne einspannt.

Die Messung wird folgendermaßen ausgeführt: Eine Fläche F , Abb. 13, wird an der Achse A befestigt und dem Luftstrom ausgesetzt. Die Fläche stellt sich nun für eine bestimmte Einspannstelle unter einem

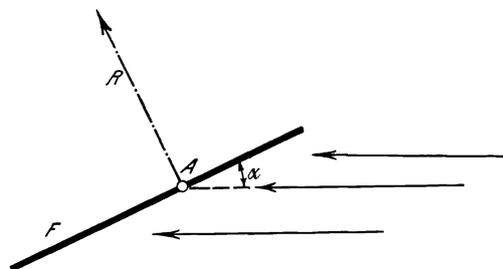


Abb. 13.

ganz bestimmten Winkel α , welcher an der Teilung abgelesen werden kann, gegen den Wind ein. Daraus ist zu schließen, daß für den Anstellwinkel α der Angriffspunkt der Resultierenden R in A liegt; denn wäre das nicht der Fall und würde R an einer anderen Stelle angreifen, so würde

Die Untersuchungen.

Ueber die Genauigkeit der Beobachtungen.

Was die Genauigkeit der vorliegenden Messungen anbetrifft, so ist darauf hinzuweisen, daß die Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2 \gamma}{2g}$ sicher auf 1,5 vH genau angegeben wird. Die Winkel an der Gradteilung der Wage konnten auf $0,2^\circ$ genau eingestellt werden. Der mittlere Fehler, der bei den Wägungen möglich ist, beträgt rd. $\pm 0,5$ vH, also auf jeden Fall unter 1 vH, da $0,1$ gr noch mit ziemlicher Sicherheit bestimmt werden konnte. Die genaue Windrichtung wurde dadurch ermittelt, daß bei Stellung des Zeigers der Gradteilung auf 0 an den Befestigungsarm h eine Spiegelglasplatte befestigt wurde, so daß sie annähernd wagerecht stand. Hierauf wurde der Wagebalken solange um seine eigene Achse gedreht, bis die Platte weder Auftrieb noch Abtrieb besaß, also genau in Windrichtung stand; dann erst trat der Versuchskörper

an die Stelle der Glasplatte. Die Winkel an dem Apparat zur Bestimmung des Druckzentrums konnten bis zu 15° ebenfalls auf $0,2^\circ$ abgelesen werden; bei den größeren Winkeln hingegen wegen der auftretenden kleinen Pendelungen nur mehr auf $0,5$ bis 1° .

Noch zu bemerken ist, daß bei den gemessenen Werten der Auftriebs- und Widerstandskomponente Berichtigungen anzubringen sind. Es hat sich gezeigt, daß der eine Teil des Wagebalkens, der sich im Versuchskanal befindet, infolge verschiedener schräg stehender Konstruktionsteile Abtrieb besitzt, der mit dem Winkel sich ändert, da die Stellung des Armes h bei Änderung des Anstellwinkels sich ebenfalls ändert. Ferner wird bei Messung der wagerechten Kräfte der Widerstand des Wagebalkens mitgemessen, von dem andererseits wieder ein Teil durch das Gewicht der Wagschale w_2 ausgeglichen ist. Die Berichtigungen, die natürlich für jede Geschwindigkeit verschieden sind, bestimmt man in der Weise, daß der Versuchskörper unter den verschiedenen Meßwinkeln so fest gehalten wird, daß er nicht mit dem Wagebalken verbunden ist. Dann werden nur die Kräfte, die auf den Wagebalken wirken, gemessen, und man erhält so die Berichtigungen A'' und W'' . Für eine Geschwindigkeitshöhe $\frac{v^2 \gamma}{2g} = 1,97$ mm Wassersäule ($= 5,78$ m/sk) haben die Berichtigungen beispielsweise folgende Werte:

Anstellwinkel α . . .	-10°	-5°	0°	$+5^\circ$	$+10^\circ$	$+15^\circ$	$+20^\circ$	$+25^\circ$	$+30^\circ$
A'' (g)	+1,5	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4
W'' (g)	-4,4	4,5	4,6	4,5	4,4	4,3	4,2	4,1	4,0

Eine Beeinflussung der Strömung um den Versuchskörper durch den Wagebalken und durch die Befestigung scheint unbedeutend, da sie sich in beträchtlichem Abstand von einander befinden.

Eine weitere Frage ist die: In wie weit werden die Messungen durch die Kanalwandungen beeinflusst? Der Versuchskörper besteht aus zwei Flächen. Die Kopffläche ist 35 cm breit, die Schwanzfläche 3 bzw. 6,7 und 15 cm; es wird also von der Kanalweite in der Wagerechten nur etwas mehr als $\frac{1}{3}$ ausgenutzt. Die Ausnutzung in der Senkrechten ist ebenfalls sehr gering, da nur Anstellwinkel bis zu 30° gemessen werden. Demnach können also die Wandungen des Kanales die Strömung um den Drachenflieger nur unbedeutend beeinflussen.

Etwas unangenehm machte sich die Schwankung der dem Motor zugeführten Spannung bemerkbar. Der Motor wird mit Strom aus dem Kraftwerk der Technischen Hochschule gespeist, welche zum großen Teil die Versuchstätten versorgt. Es ist leicht begreiflich, daß dadurch die Stromabnahme unregelmäßig ist, und demnach sind auch die Spannungsschwankungen ziemlich erheblich.

Eine Fehlerquelle bildet der Umstand, daß die Geschwindigkeitsverteilung über dem Kanalquerschnitt noch nicht vollkommen ist. Um diesen Fehler möglichst zu beheben, wurde die Strömung, welche auf den Versuchskörper traf, mit dem Geschwindigkeitsmesser an mehreren Stellen abgetastet und daraus ein Mittelwert genommen.

¹⁾ O. Föppl, Windkräfte an ebenen und gewölbten Platten. (Aachener Dissertation.)

Zur Gewinnung eines Vergleiches darüber, wie weit meine Messungen mit den Ergebnissen anderer Forscher übereinstimmen, sind in Abb. 14 die Werte ζ_A meiner Versuche und die Ergebnisse der Göttinger Modell-Versuchsanstalt¹⁾ für eine quadratische Fläche dargestellt. Die Bedeutung von ζ_A ist aus der Gleichung ersichtlich:

$$A = \zeta_A \frac{\gamma}{g} v^2 F \text{ (kg)}, \text{ in der}$$

- A den resultierenden Auftrieb in kg,
- γ das spezifische Gewicht der Luft in kg/m^3 ,
- v die Luftgeschwindigkeit in m/sk,
- F den Flächeninhalt in m^2 darstellt.

Die geringe Abweichung rührt wahrscheinlich daher, daß in diesem Falle meine Messung durch die Kanalwände etwas beeinflusst ist, was hier wohl möglich ist, da eine Fläche von verhältnismäßig großer Tiefe verwendet wurde.

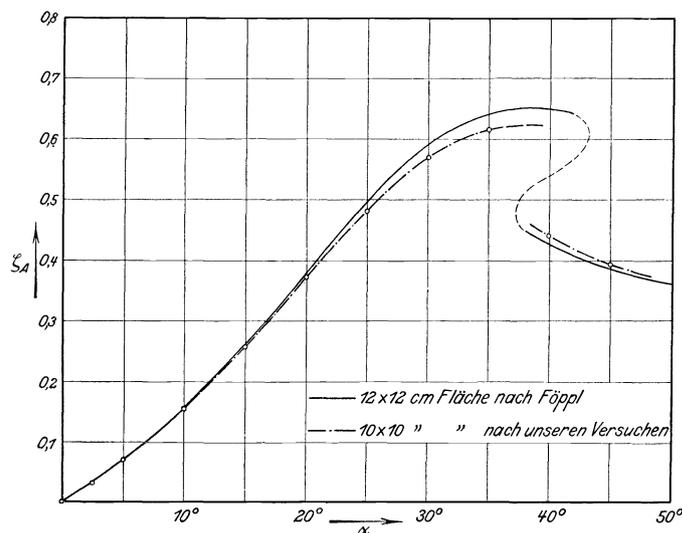


Abb. 14.

Immerhin ist die Uebereinstimmung ziemlich gut, und wir können annehmen, daß sie bei unserem Versuchskörper noch besser ist, da dieser Flächen von so großer Tiefe nicht besitzt (mit Ausnahme der Schwanzfläche III, welche aber eine sehr geringe Breite hat).

Schließlich wird es auch nicht so sehr darauf ankommen, ganz genau richtige Absolutwerte zu erhalten; mein Bestreben ist darauf gerichtet, die einzelnen Kombinationen unter sich zu vergleichen.

Der Versuchskörper.

Wie eingangs erwähnt, stellt der Versuchskörper die einfachste Form eines Drachensfliegers dar, bestehend aus einer Kopf- oder Tragfläche und einer hinter ihr befindlichen Schwanzfläche, Abb. 15 und 16. Kopf- und Schwanzfläche sind durch einen Kiel von 2 mm Stärke (in Windrichtung) verbunden. Die Kopffläche wurde auf einen Arm T aufgeschraubt und kann beliebig gegen den

Kiel geneigt werden; die Schwanzfläche wurde am Arm *S* befestigt, welcher auf dem Kiel verschiebbar angeordnet ist, um die Entfernung zwischen den beiden Flächen veränderlich zu machen. Der Anstellwinkel ist in den Versuchsreihen I und III stets auf den Kiel bezogen. Der Anstellwinkel der Kopffläche ergibt sich leicht, da die Neigung dieser Fläche gegen den Kiel stets angegeben ist. Bei Messung des Druckmittelpunktes befand sich die Drehachse stets an der unteren Kante des Kiels, welcher mit einer Millimeterteilung versehen ist. Die in nachfolgenden Kurven dargestellten Druckzentren beziehen sich daher

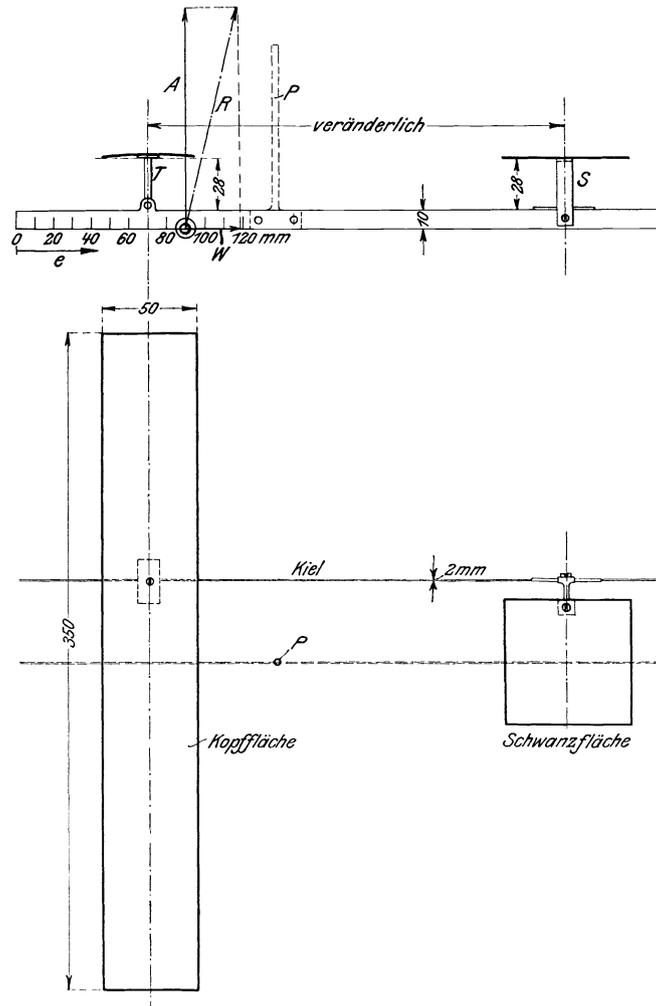


Abb. 15 und 16. Der Versuchskörper.

stets auf diese untere Kante des Kiels, können aber für jede andere Verbindungslinie der beiden Flächen leicht bestimmt werden, da die Richtung der Resultierenden bekannt ist. Bei der Ermittlung des Angriffpunktes der Resultierenden war der Kiel etwas seitlich angeordnet, damit die Schwanzfläche nicht durch den Wind Schatten der Drehachse, s. Abb. 12, an welcher der Versuchskörper befestigt ist, beeinflusst wird. Der Abstand der Achse *a* von der Kopffläche wurde nach eingehender Prüfung so gewählt, daß eine Störung durch die Drehachse für Anstellwinkel bis zu 30° als unbedeutend gelten kann.

Da der Kiel in Windrichtung nur 2 mm stark ist und außerdem die Kanten abgerundet sind, so ist die Beeinflussung der Strömung durch ihn sehr gering. Man kann sie deshalb ohne besonderen Fehler vernachlässigen. Die Messung geht in der Weise vor sich, daß der Kiel, an welchem die beiden Flächen angebracht sind, der Reihe nach an den verschiedenen Stellen der Teilung befestigt wird. Der Versuchskörper stellt sich dann für jede Einspannstelle unter einem bestimmten Winkel zur Windrichtung ein, welcher hierauf durch eine am Versuchskanal befindliche Oeffnung an der Gradteilung abgelesen wird.

Bei Messung der Windkräfte an der aerodynamischen Wage ist der Kiel in der Symmetrieachse der Flächen angeordnet. An dem Kiel wird ein Arm P angeschraubt, mit dem er an der Wage befestigt wird.

Jede Versuchsreihe wurde für eine ebene und für eine kreisförmig gewölbte Kopffläche durchgeführt. Wenngleich die beiderseits ebene Kopffläche für praktische Zwecke wohl nur ausnahmsweise in Anwendung kommen dürfte, so ist doch ein Vergleich der Stabilitätsverhältnisse bei ebener und bei gekrümmter Fläche von Interesse. Die Kopfflächen bestanden aus Aluminiumblech von 1,5 mm Dicke und 35×5 cm² Größe, hatten also ein Seitenverhältnis (Verhältnis der kürzeren zur längeren Rechteckseite) = $1/7$. Der Pfeil der Wölbung betrug bei der gekrümmten Fläche 3,6 mm, was einer Wölbung von $1/14$ entspricht. Als Schwanzfläche verwendete ich 3 ebene Flächen, ebenfalls aus Aluminiumblech von 1,5 mm Stärke von 45 cm² Flächeninhalt, und zwar:

Schwanzfläche I: 15×3 cm², breit gestellt (d. h. mit der längeren Seite senkrecht zur Windrichtung),

Schwanzfläche II: $6,71 \times 6,71$ cm² (quadr. Fläche),

Schwanzfläche III: 3×15 cm² langgestellt (d. h. mit der längeren Seite parallel zur Windrichtung).

Die Bedeutung der statischen Stabilitätsbetrachtung.

Die beiden Faktoren, welche bei der statischen Stabilitätsbetrachtung eine Rolle spielen, sind die Aenderung der Lage des Druckzentrums der Windkräfte und die Aenderung ihrer Größe, wenn der Anstellwinkel des Flugzeuges verändert wird. Um zunächst eine Vorstellung zu gewinnen, auf welche Weise die Stabilität durch entsprechende Verschiebung des Druckpunktes aufrecht erhalten wird, wollen wir die Verhältnisse an einem einfachen Flugmodell, an einem Ballastaeroplan, wie es Lanchester nennt, beobachten. Der Ballastaeroplan besteht aus einer dünnen, starren Platte von länglich rechteckiger Form, die so belastet wird, daß der Schwerpunkt des Systems etwa $1/3$ vom vorderen Rand der längeren Seite entfernt zu liegen kommt. Ein solcher Flugkörper besitzt innerhalb gewisser Grenzen Stabilität, und es sei zur Erklärung des Vorganges bei einer Gleichgewichtstörung der folgende Absatz aus Lanchester (Aerodynamik, Bd. 1 § 162) angeführt: »Nehmen wir an, daß die Lage des Schwerpunktes so gewählt sei, daß sie mit der des Druckzentrums für einen gewissen Neigungswinkel α gegen seine Bewegungsrichtung übereinstimmt, Abb. 17a. Nun wissen wir, daß die Lage des Druckmittelpunktes als Funktion von α sich ändert und daß sein Abstand von der Vorderkante mit dem Winkel abnimmt. Wenn nun der Winkel aus irgend einem Grunde kleiner als α wird, so wird der Druckmittelpunkt nach vorn rücken vor den Schwerpunkt, so daß die auf die Platte wirkenden Kräfte ein Drehmoment geben werden, das den Winkel vergrößert und so die Bedingung des Gleichgewichtes

wieder herstellt, Abb. 17b. Ebenso wenn der Winkel zu groß wird, so wird der Druckmittelpunkt zurückrücken, das sich ergebende Kräftepaar wird den Winkel zu verkleinern streben, und das Gleichgewicht ist abermals wiederhergestellt, Abb. 17c. Auf diese Weise herrschen die Bedingungen des stabilen

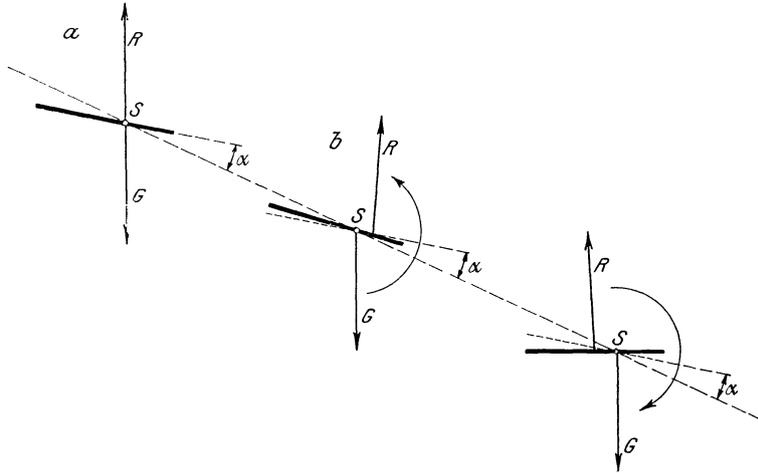


Abb. 17. Darstellung der Kräfte, die bei Gleichgewichtsstörung des Ballast-Aeroplans in Aktion treten.

Gleichgewichtes, die Platte strebt, die ihr eigentümliche Neigung gegen die Flugrichtung aufrecht zu erhalten.«

In Abb. 18 ist der Abstand e des Druckzentrums von der Vorderkante der Fläche als Funktion des Anstellwinkels α für eine ebene (a) und für eine gewölbte Fläche (b) dargestellt. Wir wollen in Zukunft diese Kurven als e - α -Kurven bezeichnen. Dabei zeigt sich, daß ein Ballastaeroplan mit gewölbter Fläche, die konkave

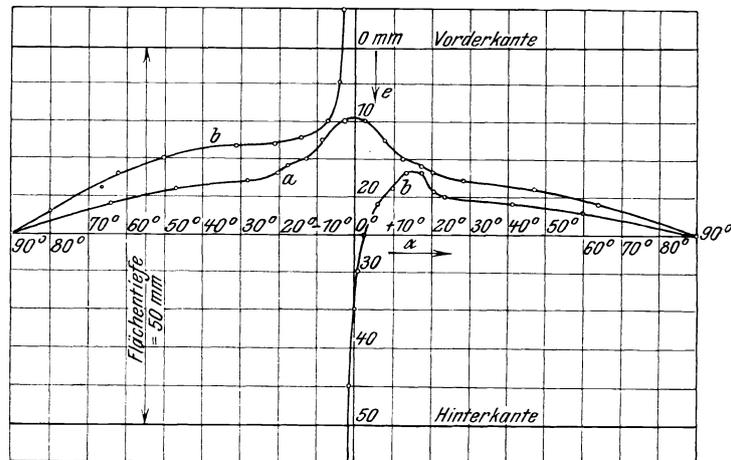


Abb. 18. Lage des Druckzentrums für eine ebene (a) und eine gewölbte Fläche (b) 35×5 cm abhängig vom Anstellwinkel.

Seite nach unten gekehrt, bei Winkeln $< 15^\circ$ eines stabilen Fluges nicht fähig ist, da von hier ab bei Verkleinerung von α der Druckmittelpunkt gegen den hinteren Rand der Fläche wandert und somit eine Gleichgewichtsstörung nicht

rückgängig, sondern vergrößert wird. Wenn wir den Versuch ausführen, so sehen wir, daß die Fläche sofort umkippt und auf dem Rücken weiter fliegt, d. h. also mit der konvexen Fläche nach unten, welche ähnliche Stabilitätsbedingungen besitzt, wie die ebene Fläche. Wir müssen stets im Auge behalten, daß ein Flugkörper, der sich in der Luft befindet, ein freies System mit 6 Freiheitsgraden ist. Greift an diesen Körper eine Kraft an, die nicht durch den Schwerpunkt geht, so bringt diese Kraft eine Drehung des Systems hervor. Wird also beim Ballistaeroplan der natürliche Flugwinkel verkleinert oder vergrößert, so entsteht stets ein Drehpaar GR , welches eine Drehung im gewünschten Sinne um den Schwerpunkt S hervorbringt und somit die natürliche Neigung der Fläche gegen die Bewegungsrichtung wiederherstellt. Beim freien Fluge werden bei Abweichung vom natürlichen Anstellwinkel infolge Aenderung der Größe des resultierenden Widerstandes auch Bewegungen des Schwerpunktes hervorgerufen, so daß der Aeroplan von seiner geradlinigen Bahn abweicht. Dadurch werden nun sekundäre Luftwiderstände hervorgerufen, die unter dem Einfluß des Trägheitsmomentes eine Schwingung erzeugen, welche zunehmende oder abnehmende Ausschläge zeigen kann. Die genaue Untersuchung dieser Schwingungen ist Aufgabe der dynamischen Stabilitätsuntersuchung.

Bei der statischen Untersuchung hingegen wird angenommen, daß die Flugbahn beim normalen wagerechten Fluge geradlinig ist. Dies ist in Wirklichkeit auch mit großer Annäherung der Fall. Die Voraussetzungen, welche also den statischen Verfahren zugrunde liegen, sind erfüllt, wenn der im Schwerpunkt drehbar festgehaltene Flugkörper, wie bei unseren folgenden Versuchen, einem gleichförmigen Luftstrom ausgesetzt wird. Bei den praktischen Abmessungen der heutigen Flugzeuge ist als maßgebende Bedingung der Längsstabilität in der Regel nur das Vorhandensein eines zurückführenden Momentes zu betrachten¹⁾. Außerdem gestattet die statische Untersuchung, beliebige endliche Störungen zu untersuchen, während das dynamische Verfahren infolge der mathematischen Schwierigkeiten bis jetzt nur auf unendlich kleine Störungen angewendet werden kann.

Das Kennzeichen für die Stabilität, d. h. ob ein System stabil oder nicht stabil ist, gibt uns der Ausdruck $\frac{de}{d\alpha}$. In zweiter Linie haben wir dann noch zu untersuchen, welche Aenderung die Normalkräfte R bei Aenderung von α erleiden; dadurch ist dann die Größe des zurückdrehenden Momentes bekannt.

Die folgenden Untersuchungen beschränkten sich, wie bereits erwähnt, auf den Fall einer praktisch wichtigen Flächenverbindung, auf die Koppelung einer Kopffläche mit einer ebenen Stabilisierungsfläche. Die Schwanzfläche hat im allgemeinen den Zweck, der Verbindung Stabilität zu verleihen. Wenn sie beim ungestörten Flug keine Normalkräfte aufnimmt, so bezeichnet man sie als Penaudsche Schwanzfläche.

Die Schwanzfläche erlangt besondere Bedeutung bei Anwendung einer gewölbten Kopffläche, da diese nur in Verbindung mit einer Schwanzfläche die Fähigkeit eines stabilen Fluges erlangt.

Bei den Untersuchungen wird ins Auge gefaßt:

- 1) Der Einfluß des Abstandes zwischen Kopf- und Schwanzfläche;
- 2) der Einfluß des Winkels, den die Ebene (Sehnenebene) der Kopffläche mit der Ebene der Schwanzfläche bildet. Den Nebenwinkel dieses Winkels, also den spitzen Winkel, bezeichnen wir als Schränkung σ ;

¹⁾ H. Reißner, Wissenschaftl. Fortschritte der Flugtechnik (Jahrbuch der Luftfahrt 1912). Mitteilungen. Heft 137.

3) der Einfluß des Seitenverhältnisses der Schwanzfläche.

Von einer weiteren Möglichkeit, die Größe der Schwanzfläche zu ändern, wurde abgesehen.

Vor den eigentlichen Versuchen wollen wir die zur Verwendung kommenden Flächen, die beiden Kopfflächen und die drei Schwanzflächen, einzeln auf ihre Auftriebskräfte untersuchen, um die Verhältnisse bei den kombinierten Flächen leichter verständlich zu machen. In Abb. 19 sind die spezifischen Auf-

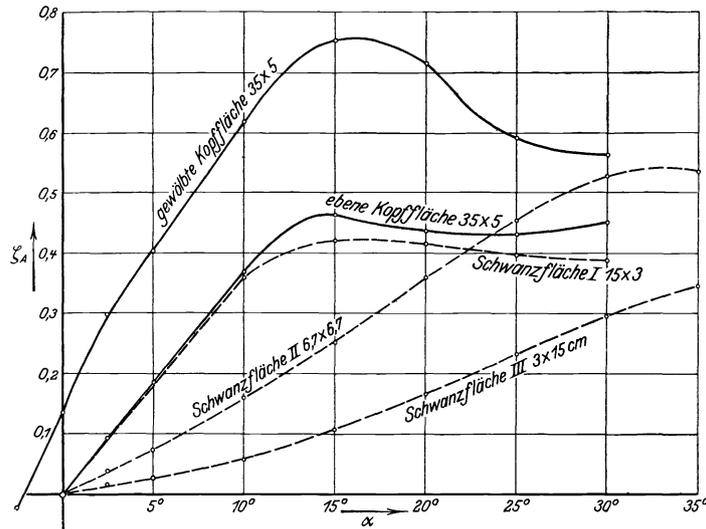


Abb. 19. Spezifische Größen der Auftriebskomponenten.

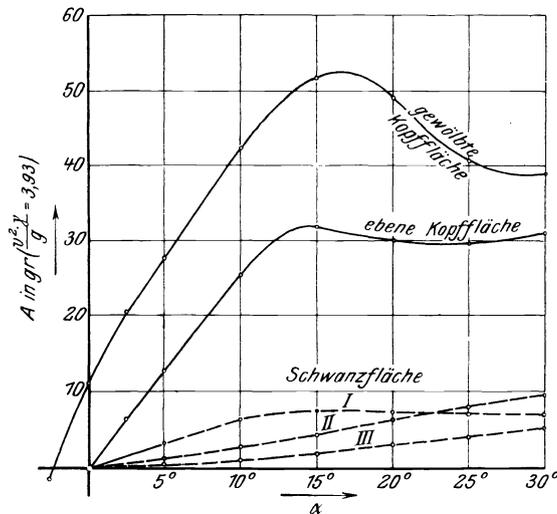


Abb. 20. Absolute Größen der Auftriebskomponenten.

triebskomponenten abhängig vom Anstellwinkel α dargestellt. Es zeigt sich zunächst die bedeutende Ueberlegenheit der gewölbten Kopffläche gegenüber der ebenen. Ferner sehen wir das rasche Anwachsen der Kräfte auf die Schwanzfläche I, die bereits bei etwa 15° ihren Höchststand erreichen. Bei der Schwanzfläche II wachsen die Kräfte allmählicher an und erreichen den Höchstwert erst

bei 45° . Die Werte der Fläche III sind in dem gezeichneten Bereich sehr niedrig; der Höchstwert würde bei einem noch größeren Winkel erreicht werden. Die absoluten Größen des Auftriebes der Kopf- und Schwanzflächen sind in Abb. 20 angegeben. Bei kleinen Winkeln verschwinden die Werte der Schwanzfläche III sehr stark gegenüber der gewölbten Kopffläche.

Zahlentafel I.

Die ebene Kopffläche 35×5 cm (breit gestellt). $\frac{v^2 \gamma}{g} = 3,93$ mm Wassersäule.
 Tariergewicht $B = 70$ g.

Anstellwinkel α	0°	$2,5^\circ$	5°	10°	15°	20°	25°	30°
Gewichte auf der Wagschale G g	71,8	65,4	59,2	46,8	40,4	42,3	42,8	41,5
$(B - G)$ g	-1,8	+4,6	10,8	23,2	29,6	27,7	27,2	28,5
Auftrieb $A = (B - G + A'')$ g . .	0	+6,4	12,7	25,2	31,7	29,9	29,5	30,9
Widerstand mit Wagbalkenwiderstand W'	5,8	—	7,0	9,8	14,4	17,7	21,1	25,9
Widerstand $W = (W' - W'')$ g . .	1,2	—	2,5	5,4	10,1	13,5	17,0	21,9
ζ_A	0	0,093	0,185	0,367	0,461	0,436	0,429	0,450
ζ_W	0,0174	—	0,0363	0,0786	0,174	0,197	0,247	0,320

Zahlentafel II.

Die gewölbte Kopffläche 35×5 cm (breit gestellt). $\frac{v^2 \gamma}{g} = 3,93$ mm Wassersäule.
 Wölbung $1/14$.

Anstellwinkel α	-5°	$-2,5^\circ$	0°	$+2,5^\circ$	5°	10°	15°	20°	25°	30°
Auftrieb A	-10,1	-1,5	+11,0	20,4	27,6	42,3	51,7	49,0	40,3	38,7
Widerstand W	4,3	—	3,7	—	4,8	7,2	10,7	17,8	21,0	25,7
ζ_A	-0,147	-0,0218	+0,160	0,297	0,402	0,617	0,752	0,713	0,588	0,562
ζ_W	0,0625	—	0,0538	—	0,0700	0,105	0,156	0,259	0,306	0,374

Zahlentafel III.

Schwanzfläche 15×3 cm, breit gestellt.

Anstellwinkel α	0°	$2,5^\circ$	5°	10°	15°	20°	25°	30°
Auftrieb A g	0	1,6	3,3	6,3	7,4	7,3	7,0	6,8
Widerstand W g	0,9	—	1,5	2,5	3,2	3,9	4,5	5,1
ζ_A	0	0,091	0,188	0,357	0,419	0,413	0,396	0,385
ζ_W	0,0510	—	0,0850	0,141	0,181	0,220	0,255	0,288

Zahlentafel IV.

Schwanzfläche quadratisch, $6,71 \times 6,71$ cm.

Anstellwinkel α	0°	$2,5^\circ$	5°	10°	15°	20°	25°	30°
Auftrieb A g	0	0,7	1,3	2,8	4,4	6,3	8,0	9,3
Widerstand W g	0,2	—	0,4	1,0	1,4	2,7	3,6	5,5
ζ_A	0	0,0396	0,073	0,158	0,250	0,357	0,452	0,527
ζ_W	0,013	—	0,0226	0,0565	0,0792	0,153	0,204	0,311

Zahlentafel V.
Schwanzfläche 3×15 cm, lang gestellt.

Anstellwinkel α	0°	$2,5^\circ$	5°	10°	15°	20°	25°	30°
Auftrieb A g	0	0,3	0,5	1,0	1,9	2,9	4,1	5,2
Widerstand W g	0,1	—	0,2	0,4	0,8	1,7	2,5	3,8
ζ_A	0	0,0170	0,0283	0,0564	0,107	0,164	0,231	0,295
ζ_W	0,0056	—	0,0113	0,0226	0,0452	0,0963	0,141	0,215

I. Versuchsreihe.

Untersuchung des Einflusses des Abstandes zwischen Kopf- und Schwanzfläche.

Wie bereits erwähnt, ist die Schwanzfläche so angeordnet, daß sie in verschiedenen Abstand von der Kopffläche eingeststellt werden kann. Die Versuche der ersten Reihe sind ausgeführt mit der quadratischen Schwanzfläche und bei einer Schränkung $\sigma = 4^\circ$. (Schwanzfläche parallel zum Kiel.)

Die Abstände der beiden Flächen waren, von Mitte zu Mitte gemessen, 14, 18 und 22 cm.

Es ist klar, daß bei rein statischer Betrachtung verlangt werden müßte, die Entfernung der beiden Flächen möglichst groß zu machen (theoretisch unendlich groß), da in diesem Falle das zurückführende Moment am größten wird. Die dynamische Stabilitätsbedingung fordert hingegen ein kleines Trägheitsmoment und infolge dessen geringen Abstand. Wir haben die Verhältnisse untersucht, wie sie etwa bei der praktischen Ausführung in Anwendung kommen.

Zahlentafel VI.

Kombination mit ebener Kopffläche und quadratischer Schwanzfläche.

Winkel zwischen Kopf- und Schwanzfläche $\sigma = 4^\circ$. $\frac{v^2 \gamma}{g} = 3,94$ mm.

1) Abstand $a = 22$ cm.

Anstellwinkel α	-5°	$-2,5^\circ$	0°	$+2,5^\circ$	5°	10°	15°	20°	25°	30°
Auftrieb A g	-5,9	+1,3	8,1	16,0	22,9	34,3	34,8	36,0	39,3	42,9
Widerstand W g	2,7	2,4	2,4	3,1	4,7	9,7	13,3	18,6	23,4	29,8
ζ_A	-0,0682	+0,0150	0,093	0,185	0,266	0,397	0,403	0,417	0,455	0,498
ζ_W	0,0312	0,0277	0,0277	0,0358	0,0543	0,112	0,154	0,215	0,271	0,346
$\frac{A}{W}$	-2,18	+0,54	3,37	5,16	4,88	3,54	2,62	1,94	1,68	1,44

Zahlentafel VII.

2) Abstand $a = 18$ cm.

Auftrieb A g	-6,0	+1,5	8,3	16,0	22,8	34,3	34,9	36,4	39,5	42,9
Widerstand W g	2,6	2,5	2,5	3,2	4,6	9,6	13,4	18,4	23,3	29,8
ζ_A	-0,070	+0,0175	0,097	0,186	0,266	0,400	0,407	0,424	0,460	0,498
ζ_W	0,0302	0,0291	0,0291	0,0373	0,053	0,112	0,156	0,214	0,272	0,347
$\frac{A}{W}$	-2,31	+0,60	3,32	5,00	4,98	3,58	2,61	1,98	1,70	1,44

Zahlentafel VIII.

3) Abstand $a = 14$ cm.

Auftrieb A g	-6,1	+1,6	8,4	16,0	22,9	34,3	34,8	37,0	39,3	42,8
Widerstand W g	2,5	2,4	2,4	3,1	4,4	9,5	13,4	18,3	23,1	30,6
ζ_A	-0,071	+0,0186	0,097	0,186	0,267	0,400	0,406	0,430	0,458	0,498
ζ_W	0,029	0,028	0,028	0,036	0,051	0,110	0,156	0,213	0,269	0,349
$\frac{A}{W}$	-2,44	+0,67	3,50	5,16	5,21	3,62	2,61	2,02	1,70	1,43

Greifen wir z. B. aus Abb. 21 diejenige e - α -Kurve heraus, für welche der Abstand zwischen Kopf- und Schwanzfläche $a = 18$ cm beträgt, und nehmen einen Flugwinkel $\alpha = 5^\circ$ an. Für diesen Fall geht der resultierende Luftwiderstand durch S ($e = 5,4$ cm). Betrachtet man den Flugkörper als Gleitflieger, so muß R senkrecht nach oben gerichtet sein, und der Schwerpunkt des Systems muß in der Richtung von R liegen, Abb. 22, da das Gewicht G stets im Schwerpunkt angreift und senkrecht nach unten gerichtet ist. Ferner müssen G und R gleich groß, aber von entgegengesetztem Vorzeichen sein. Die Luft strömt also gegen die Kielrichtung unter 5° an; gegen die Kopffläche unter 9° , da diese gegen den Kiel unter 4° geneigt ist.

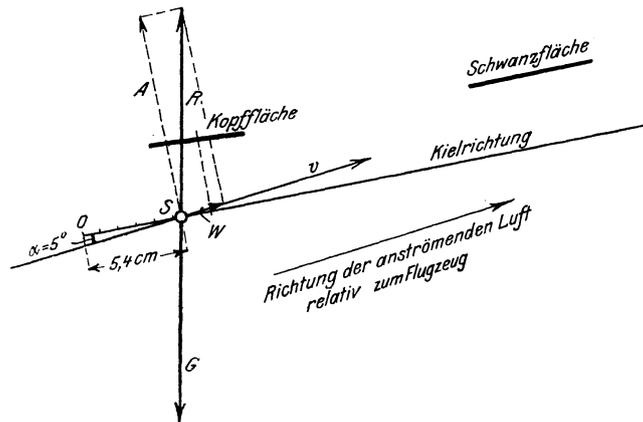


Abb. 22.

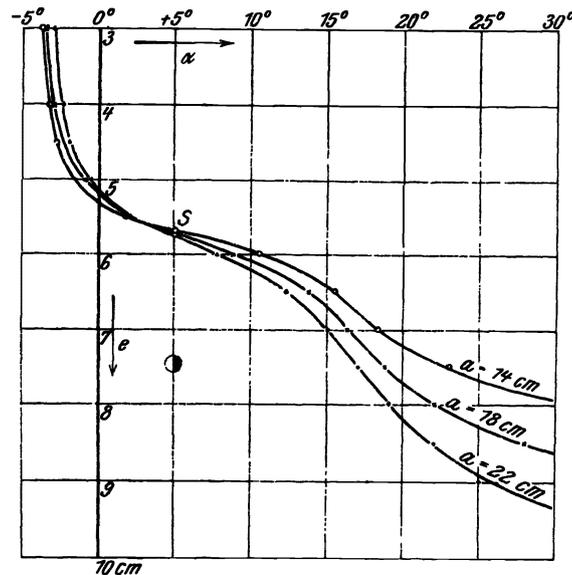


Abb. 23.

Man sieht ferner aus Abb. 22, daß in diesem Falle der resultierende Luftwiderstand R vor der Mitte der Kopffläche liegt, obwohl sich die Schwanzfläche in beträchtlicherem Abstand hinter derselben befindet.

Wenn man zu größeren Abständen der beiden Flächen übergeht, so verschieben sich die e - α -Kurven gegenseitig und erstrecken sich mehr in Richtung e .

Je stärker dies der Fall ist, desto größer wird der Hebelarm der zurückführenden Kraft, d. h. desto statisch stabiler wird die Anordnung. Die Verschiebung des Druckzentrums ist größer bei der Anordnung mit ebener Kopffläche; diese hat einen geringeren wirksamen Flächenwert als die gewölbte Kopffläche, und es kann daher eine Vergrößerung des Abstandes der beiden Flächen die Lage der Resultierenden stärker beeinflussen. Die Wanderung des Druckpunktes ist in Abb. 23 besonders zwischen 0° und $+10^\circ$ ziemlich gering und rührt davon her, daß in diesem Winkelbereich die Resultierende der gewölbten Kopffläche nach rückwärts, die Resultierende der Schwanzfläche aber nach vorn wandert, so daß sich diese beiden Verschiebungen teilweise aufheben. (S. Abb. 18, Kurve *b*). Des weiteren sehen wir, daß sich die e - α -Kurven schneiden. Die Bedeutung des Schnittpunktes erkennen wir aus folgender Ueberlegung: Der Schnittpunkt zweier Kurven sagt uns, daß die Lage der Resultierenden bei einem bestimmten Anstellwinkel unverändert bleibt, ob wir die Flächenanordnung bei größerem oder kleinerem Abstand der beiden Flächen untersuchen. Dies ist aber nur dann möglich, wenn auf die Schwanzfläche keine Windkräfte wirken, d. h. wenn die Luft gegen dieselbe unter 0° anströmt (streichende Anströmung). In diesem Falle ist dann für die Lage des Druckzentrums nur die Lage des Druckmittelpunktes der Kopffläche maßgebend. Zwei benachbarte e - α -Kurven müßten sich also auf unserer Darstellung bei 0° schneiden, wenn die Kopffläche keine Ablenkung des Luftstromes nach unten hervorrufen würde. Da aber eine solche wohl angenommen werden muß, so ist ein Anstellwinkel $> 0^\circ$ erforderlich, bis die Schwanzfläche unter 0° angeströmt wird und somit dann der Schnitt der beiden Kurven eintritt.

Bei der Anordnung mit ebener Kopffläche erfolgt der Schnitt der e - α -Kurven bei etwa $+2^\circ$; bei dem System mit gewölbter Kopffläche bei $+3^\circ$. Diese Werte der Ablenkung des Luftstromes nach unten sind natürlich als Mittelwerte in dem Gebiet zwischen $a = 14$ und $a = 22$ cm aufzufassen. Die Ablenkung ist von dem Abstände von der Kopffläche abhängig. Sie ist am größten unmittelbar hinter derselben und wird in großem Abstand zu null. Wenn wir den Abstand der beiden Flächen immer mehr vergrößern, so rückt der Schnittpunkt mehr und mehr gegen 0° hin, und er erfolgt tatsächlich in 0° , wenn die Schwanzfläche dem Windschatten der Kopffläche entrückt ist.

Durch dieses Verfahren läßt sich demnach die Ablenkung des Luftstromes durch die Kopffläche bestimmen, wenn wir für zwei benachbarte (theoretisch unendlich benachbarte) Stellungen der Schwanzfläche die Kurven aufnehmen.

Abb. 24 und 25 stellen abhängig vom Anstellwinkel die Werte der Auftriebs- und Widerstandskomponenten ζ_A und ζ_w , ferner das Verhältnis Auftrieb zu Widerstand $\frac{A}{w}$ des Systems für ebene und für gewölbte Kopffläche dar. Die einzelnen Werte für verschiedene Abstände weichen nur sehr wenig voneinander ab, so daß die Kurven in der Zeichnung fast zusammenfallen würden. Deshalb sind die Werte nur für den Abstand $a = 18$ cm eingezeichnet. Diese beiden Darstellungen zeigen ebenfalls wieder die Ueberlegenheit des Systems mit gewölbter Kopffläche gegenüber dem mit ebener in bezug auf das Verhältnis Tragkraft zu Schraubenzug.

Um zu sehen, wie weit die Werte der Windkräfte der Flächenverbindung übereinstimmen mit der Summe der Kräfte an den einzelnen Flächen, ist in Abb. 26 das System mit ebener Kopffläche und quadratischer Schwanzfläche bei $\sigma = 4^\circ$ und $a = 18$ cm untersucht. A_1 und A_2 stellen den Auftrieb in g der Kopf- bzw. Schwanzfläche für sich dar ($\frac{v^2 \gamma}{g} = 3,93$ mm Wassersäule).

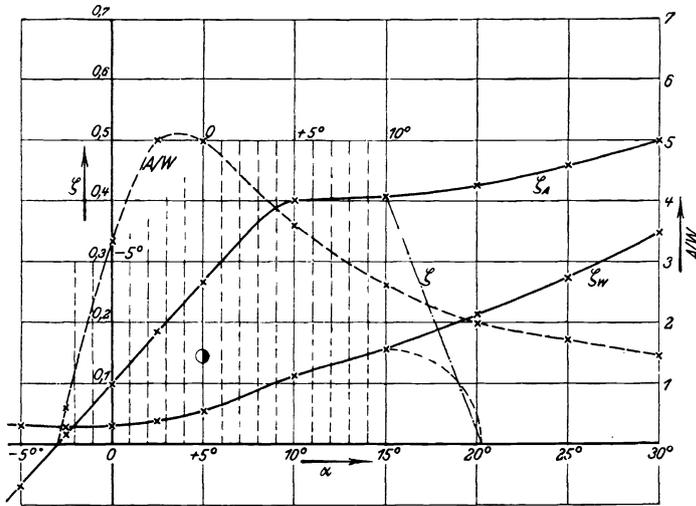


Abb. 24.

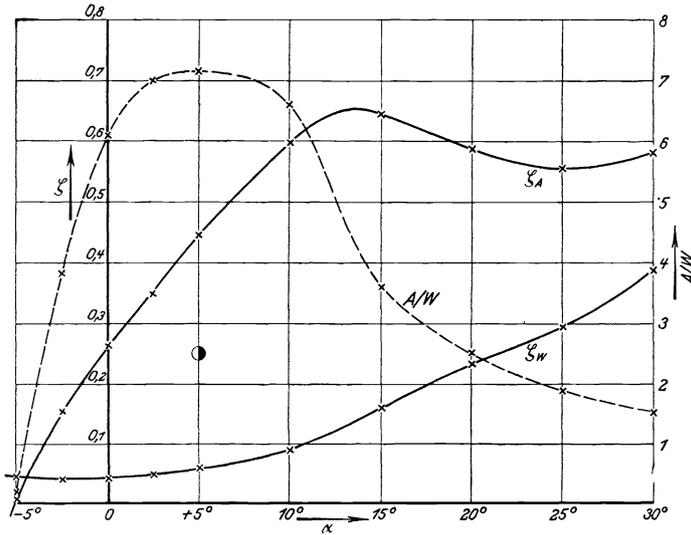


Abb. 25.

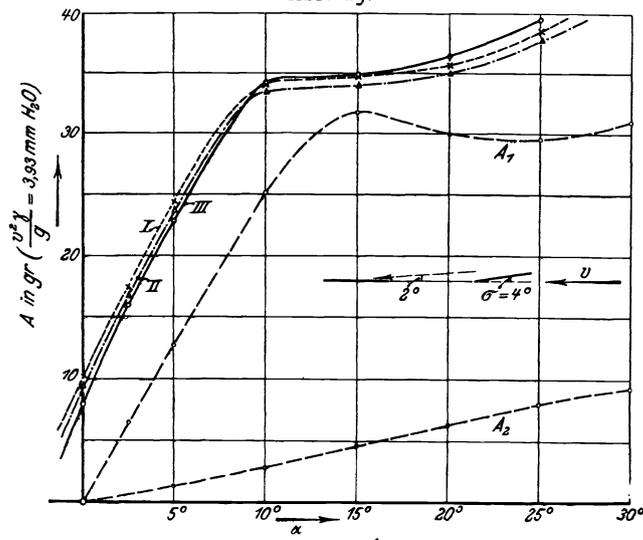


Abb. 26.

Kurve I stellt die Summe der Auftriebskomponenten dar, wenn man die Ablenkung des Luftstromes durch die Kopffläche außer Acht läßt. Die Summierung unter Berücksichtigung einer Ablenkung von 2° , wie wir sie gefunden haben, liefert uns die Kurve II, deren Werte bis 10° größer, über 10° kleiner sind als die wirklichen Werte der Flächenverbindung, welche durch Kurve III gegeben sind. Der Unterschied zwischen Kurve II und III rührt wahrscheinlich davon her, daß außer einer Ablenkung des Luftstromes, auch eine Verzögerung durch die Kopffläche hervorgerufen wird; deshalb werden die Werte von Kurve II nicht ganz erreicht. Bei Anstellwinkeln über 10° erhält man besseren Anschluß an die wirklichen Werte, wenn man von einer Ablenkung absieht, und es ist klar, daß beim Uebergang zu größeren Winkeln die Schwanzfläche dem Windschatten der Vorderfläche allmählich entrückt und sich daher nicht mehr im abgelenkten Strom befindet. Beim Anstellwinkel 0° (die Kopffläche wird hierbei unter 4° angeströmt, da sie unter 4° gegen den Kiel geneigt ist) sind die Werte der Kurve I um 25 vH, die Werte der Kurve II um 16 vH höher als die wirklichen Werte. Bei unserem angenommenen Flugwinkel von 5° sind die Abweichungen nicht mehr so groß. Die Werte der Kurve I sind bei diesem Winkel um 7,5 vH, die Werte der Kurve II um etwa um 3,3 vH zu hoch.

Daraus ergibt sich, daß eine theoretische Behandlung dieser Frage, welche die Beeinflussung der Schwanzfläche durch die Kopffläche außer Acht läßt, mit ziemlich großen Fehlern behaftet wäre.

Wenn wir nun die statischen Stabilitätsverhältnisse allgemein betrachten wollten, so müßten wir die rückführenden Momente für verschiedene Lagen des Schwerpunktes untersuchen. Wir wollen aber hier nur einen besonderen Fall behandeln und diejenige Schwerpunktlage herausgreifen, welche dem besten Verhältnis $\frac{A}{W}$ entspricht. Man wird dies, wenn möglich, immer tun, da in diesem Falle der Wirkungsgrad des Fluges am besten ist, d. h. also das System hat bei einem gewissen Auftrieb den verhältnismäßig kleinsten Widerstand.¹⁾ Da nun bei einem Drachenflieger bei wagerechtem Fluge der Auftrieb gleich dem Gewicht des Flugzeugs, der Widerstand gleich dem Schraubenzug sein muß, so kommt man also bei einem bestimmten Anstellwinkel mit dem verhältnismäßig geringsten Schraubenzug aus. In unserm Falle erhalten wir aus Abb. 25 das günstigste Verhältnis $\frac{A}{W} = 7,15$ bei $\alpha = 5^\circ$ (auf den Kiel bezogen, die Kopffläche wird demnach unter 9° angeströmt, da $\sigma = 4^\circ$). Bei der ebenen Kopffläche wäre das günstigste $\frac{A}{W}$ bei etwa 4° ; wir nehmen aber auch hier, um die beiden

¹⁾ Nach den Untersuchungen von Painlevé (vergl. v. Sanden, Painlevé's Untersuchungen über Gleichgewicht und Stabilität von Drachenfliegern; Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt 1910) ist der Flug, der unter dem dem günstigsten Verhältnis $\frac{A}{W}$ entsprechenden Flugwinkel ausgeführt wird, gerade an der Grenze zwischen Stabilität und Labilität, wobei den letzteren Begriffen eine von unserer Vorstellung etwas abweichende Bedeutung beigelegt ist. Ein stabiler Flug im Sinne Painlevés ist nur bei den kleineren Flugwinkeln möglich. Wenn im vorliegenden Falle die rückführenden Drehmomente für den dem günstigsten $\frac{A}{W}$ zugehörigen Flugwinkel bestimmt werden, so ist dies dadurch begründet, daß man sich in Wirklichkeit von diesem Flugwinkel aus wirtschaftlichen Erwägungen nicht zu weit entfernen will, und es wird eine geringe Verkleinerung dieses Flugwinkels, wodurch die Momente nicht wesentlich verändert werden, genügen, um den Painlevéschen Forderungen gerecht zu werden. Im Uebrigen lassen sich die rückführenden Momente für jeden beliebigen Anstellwinkel auf dieselbe Weise ermitteln.

Kombinationen vergleichen zu können, $\alpha = 5^\circ$. Aus der e - α -Kurve erhält man die zu diesem Flugwinkel gehörige Schwerpunktlage, welche für verschiedene Abstände der beiden Flächen verschieden ist und in Abb. 21 und 23 mit S bezeichnet ist. Der angenommene Flugwinkel ist auf allen Diagrammen durch das Zeichen \bullet hervorgehoben.

Nehmen wir nun an, daß das Gleichgewicht durch eine zufällige Ursache gestört wird, daß also der natürliche Flugwinkel sich ändert. Der resultierende Luftwiderstand R , der bei ungestörtem Fluge durch den Schwerpunkt S geht (im Falle des Gleitfluges), wird nun die Lage R_1 einnehmen, Abb. 27. In dem Falle der Abbildung hat sich also der Flugwinkel vergrößert. Das nun auf-

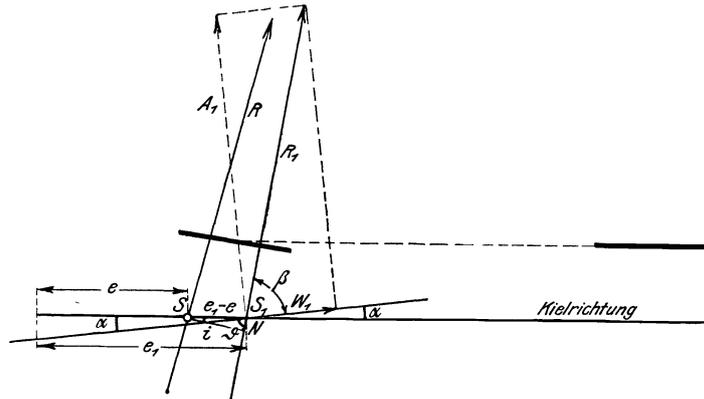


Abb. 27.

tretende Moment, welches den natürlichen Flugwinkel wieder herzustellen sucht, ist $R_1 i$. Statt der absoluten Größe der Windkraft R wollen wir die spezifische Windkraft ζ , d. h. die auf die Flächeneinheit und auf die Geschwindigkeit $v = 1$ m/sk bezogene Größe einführen. Dadurch erhalten diese Betrachtungen eine allgemeinere Bedeutung. Die Größe von ζ ergibt sich aus den Komponenten ζ_A und ζ_W als Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks mit den Katheten ζ_A und ζ_W , da zwischen diesen drei Größen die Beziehung besteht:

$$\zeta^2 = \zeta_A^2 + \zeta_W^2$$

(Konstruktion s. Abb. 24). Der Hebelarm der Kraft ist der senkrechte Abstand des Schwerpunktes S von R_1 , also gleich $SN = i$. Die Größe i ergibt sich zu

$$i = (e_1 - e) \sin \vartheta,$$

wenn e_1 und e die aus der Abbildung ersichtliche Bedeutung haben und deren Größen die e - α -Kurven angeben. Ferner ist

$$\vartheta = \alpha + \beta,$$

so daß

$$\begin{aligned} i &= (e_1 - e) \sin (\alpha + \beta) \\ &= (e_1 - e) \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \\ &= (e_1 - e) \sin \alpha \frac{W_1}{R_1} + \cos \alpha \frac{A_1}{R_1} \end{aligned}$$

wird.

Ersetzt man nun R_1 , A_1 und W_1 durch ζ , ζ_A und ζ_W , so erhält man den Hebelarm

$$i = (e_1 - e) \frac{1}{\zeta} (\zeta_W \sin \alpha + \zeta_A \cos \alpha).$$

Unter α ist hierbei wieder der Anstellwinkel, auf den Kiel bezogen, zu verstehen.

Durch die Produkte ζi sind nun die spezifischen zurückdrehenden Momente für jeden Anstellwinkel bekannt, und man kann diese Momente abhängig von der Abweichung vom natürlichen Flugwinkel zeichnen. Diese Momentenkurven sind in Abb. 28 gezeichnet, wobei rechts die Momente aufgetragen sind, welche eine Vergrößerung des Flugwinkels rückgängig machen, und links die Momente,

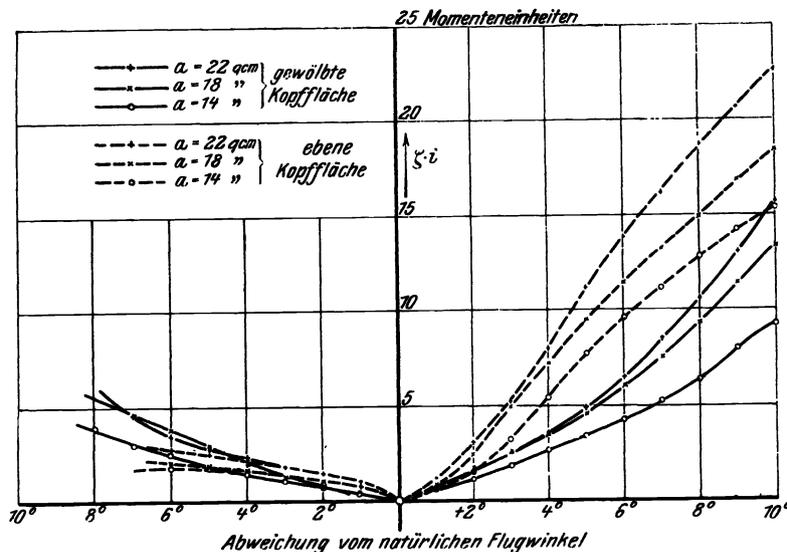


Abb. 28. Kurven der zurückdrehenden Momente bei Abweichung vom natürlichen Flugwinkel für verschiedene Abstände der Schwanzfläche.

die einer Verkleinerung des Flugwinkels entgegentreten. Aus diesen Kurven sehen wir zunächst, daß die rechts gezeichneten Momente bedeutend größer sind als die links gezeichneten, d. h. die Stabilität gegen Aufdrehen (Vergrößerung des natürlichen Flugwinkels) ist größer als die Stabilität gegen Kippen (Verkleinerung des Flugwinkels). Dies tritt besonders bei dem System mit ebener Kopffläche hervor. Bei der Anordnung mit gewölbter Kopffläche ist dieser Gegensatz nicht mehr so stark ausgeprägt. In diesem Falle ist zwar die Stabilität gegen Aufdrehen geringer als im erstem Falle, dafür wird aber die Stabilität gegen Kippen größer. Dieses Verhalten tritt bei den folgenden Versuchsreihen ebenfalls noch hervor.

2. Versuchsreihe.

Einfluß der Schränkung σ der beiden Flächen.

Die folgenden Versuche erstrecken sich auf den Einfluß der Schränkung σ , auf die statische Stabilität. Eine geschränkte Flächenkombination kann man sich aus einer gewölbten Fläche entstanden denken, aus der zwei Flächen herausgeschnitten und mit einander verbunden sind, Abb. 29. Eine solche Kombination besitzt ähnliche Eigenschaften wie eine gewölbte Fläche. Wird die konvexe Seite vom Winde getroffen, so rückt der Druckmittelpunkt bei Abnahme des Anstellwinkels stets nach vorne; wird dagegen die konkave Seite angeströmt, so wandert das Druckzentrum bei Abnahme des Anstellwinkels zunächst

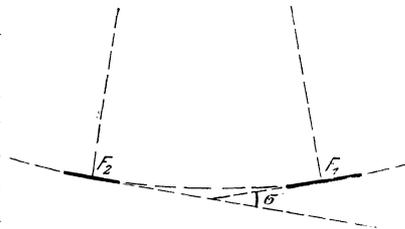
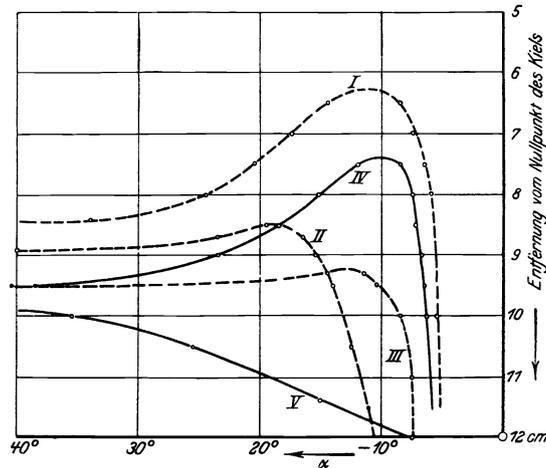


Abb. 29.

nach vorne, von einer bestimmten Grenze an aber nach rückwärts. Im ersten Fall ist ein stabiler Flug möglich, während im letzten Falle ein solcher nur labil sein kann. Abb. 30 zeigt die Lage des Druckpunktes für verschiedene Flächenanordnungen als Funktion des Anstellwinkels, wenn die konkave Seite



Kurve I;	ebene Kopffläche	35 × 5 cm,	Schwanzfläche	3 × 15 cm,	$\sigma = 4^{\circ}$,	$a = 18$ cm
» II:	»	35 × 5 »	»	15 × 3 »	$\sigma = 8^{\circ}$,	$a = 14$ »
» III:	»	35 × 5 »	»	15 × 3 »	$\sigma = 4^{\circ}$,	$a = 14$ »
» IV:	gewölbte	35 × 5 »	»	3 × 15 »	$\sigma = 4^{\circ}$,	$a = 18$ »
» V:	»	35 × 5 »	»	15 × 3 »	$\sigma = 4^{\circ}$,	$a = 18$ »

Abb. 30.

vom Winde getroffen wird. Die Wanderung des Druckpunktes wird begreiflich, wenn man bedenkt, daß bei kleinen Anstellwinkeln die Kräfte auf die Kopffläche kleiner werden als die Kräfte auf die Schwanzfläche; es rückt also die Resultierende mehr gegen die Schwanzfläche zu. Wenn z. B. die ebene Kopffläche unter 0° angeströmt wird, so ist das Druckzentrum des ganzen Systems durch den Druckmittelpunkt der Schwanzfläche bestimmt.

Um einen Vergleich der Kombinationen mit verschiedenen Schränkungen zu ermöglichen, sind die Anstellwinkel in dieser Versuchsreihe nicht auf den Kiel, sondern auf den mittleren Anstellwinkel der beiden Flächen bezogen. Es wird dabei der Anstellwinkel für jedes Flächenelement der Kopf- und Schwanzfläche im Verhältnis ihrer Größe berücksichtigt und daraus ein Mittelwert gebildet. Betrachten wir das System bei $\sigma = 8^{\circ}$ und nehmen zunächst an, daß die Luft in Kielrichtung anströmt. Die Kopffläche mit $35 \times 5 = 175 \text{ cm}^2$ Fläche hat dann einen Anstellwinkel $\alpha = 8^{\circ}$, die Schwanzfläche mit 45 cm^2 Inhalt einen Anstellwinkel $\alpha = 0^{\circ}$. Der mittlere Anstellwinkel α' ergibt sich dann:

$$\alpha' = \frac{175 \cdot 8 + 45 \cdot 0}{175 + 45} = 6,37^{\circ}.$$

Auf die gleiche Weise ergibt sich für eine Schränkung $\sigma = 4$ der mittlere Anstellwinkel $\alpha' = 3,18^{\circ}$. Um nun einen Vergleich dieser beiden Systeme mit dem ungeschränkten System ($\sigma = 0^{\circ}$) herbeiführen zu können, sind die e - α -Kurven und die ζ -Kurven vom Nullpunkte aus um $6,37^{\circ}$ bzw. $3,18^{\circ}$ zu verschieben (da α in Bezug auf den Kiel gemessen wurde), was in den Diagrammen Abb. 33 und 34 geschehen ist.

Aus Abb. 31 und 32 ersieht man, daß bei Vergrößerung der Schränkung die e - α -Kurve mehr nach vorne rückt, da bei größerer Schränkung die Kräfte

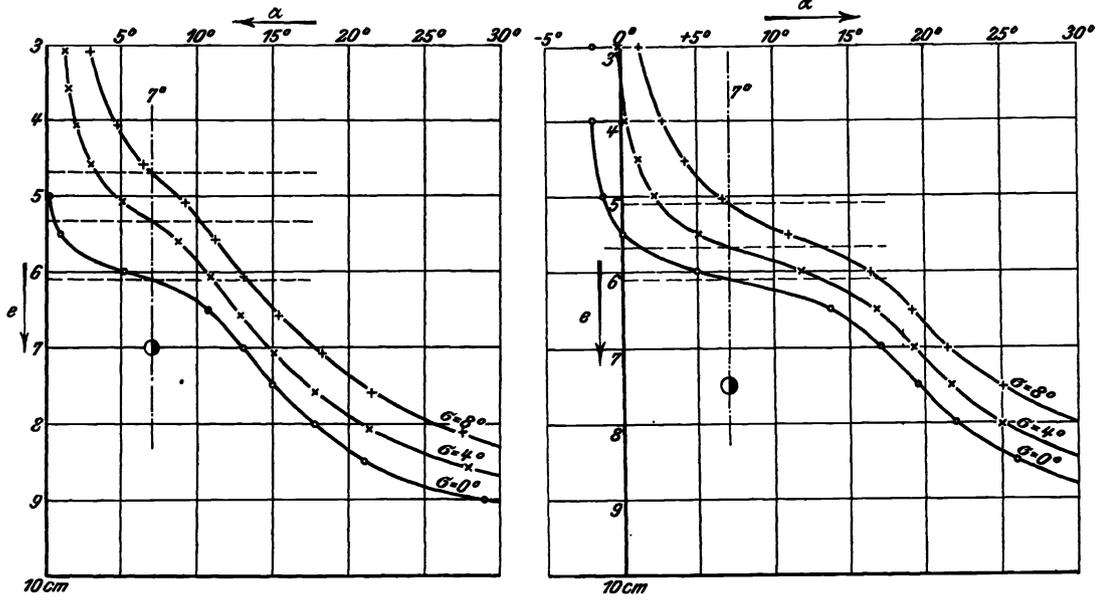


Abb. 31.

Abb. 32.

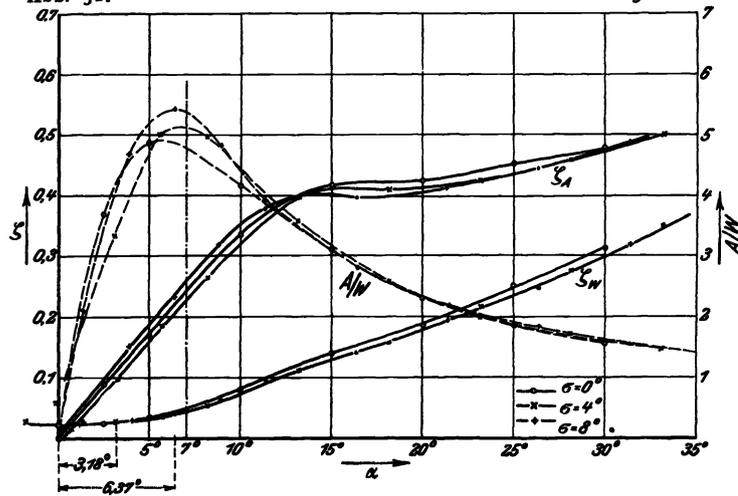


Abb. 33.

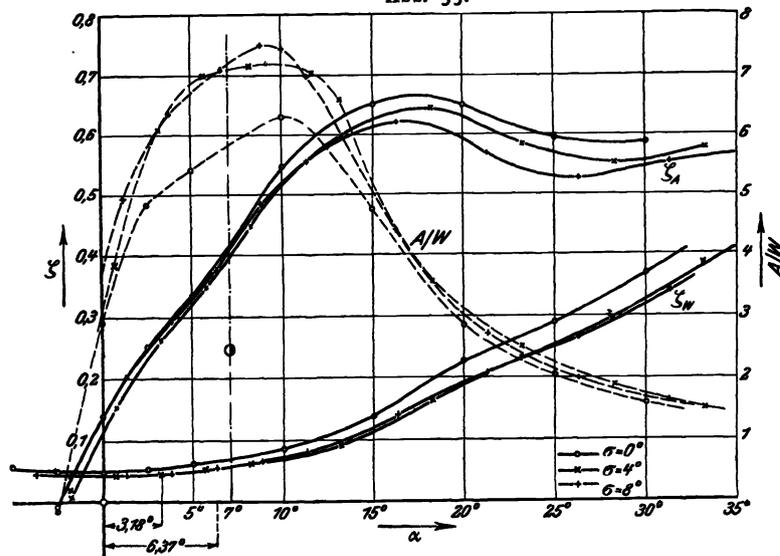


Abb. 34.

auf die Kopffläche stärker zunehmen als die Kräfte auf die Schwanzfläche. Was die Windkräfte betrifft, Abb. 33 und 34, so nimmt der Auftrieb für größer werdende Schränkung ab. Der Widerstand scheint dagegen noch verhältnismäßig stärker abzunehmen, so daß das Verhältnis $\frac{A}{W}$ für größere Schränkung günstiger wird.

Als günstiger mittlerer Flugwinkel ergibt sich 7° . Dementsprechend wurden die Schwerpunktlagen angenommen und nun für eintretende Gleichgewichtstörungen die Kurven der zurückführenden Momente gezeichnet, Abb. 35. Wie man daraus ersieht, wächst die Stabilität mit zunehmender Schränkung so-

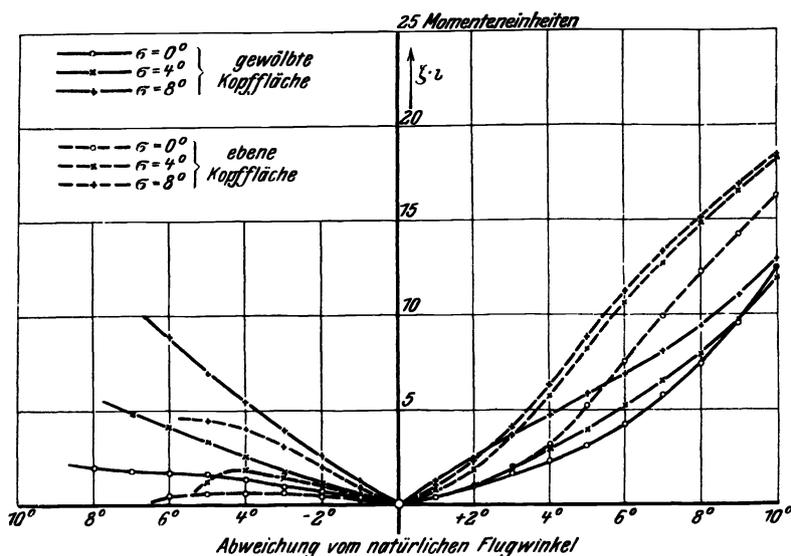


Abb. 35. Kurven der zurückdrehenden Momente bei Abweichung vom natürlichen Flugwinkel für verschiedene Schränkungen.

wohl bei ebener wie bei gewölbter Kopffläche. Die Stabilisierung geht allerdings auf Kosten der Tragfähigkeit. Was die Anordnung mit gewölbter Kopffläche besonders auszeichnet, ist der Umstand, daß sie gegen Kippen ebenso stabil ist wie gegen Aufdrehen; bei großer Schränkung ist die Kippstabilität sogar noch größer.

Das Wesentliche, was durch Schränkung der Flächen erreicht wird, ist, daß die Normalkräfte bei einer Abweichung vom natürlichen Flugwinkel auf Kopf- und Schwanzfläche sich verschieden ändern. Die Kräfte auf die Kopffläche müssen bei Verkleinerung des Anstellwinkels langsamer abnehmen, als die Kräfte auf die Schwanzfläche, damit ein zurückführendes Moment auftritt.

Zahlentafel XII.

Einfluß der Schränkung.

1) Ebene Kopffläche. $a = 18$ cm. Quadratische Schwanzfläche.

a) Schränkung $\sigma = 0^\circ$.

Anstellwinkel α	0°	$2,5^\circ$	5°	10°	15°	20°	25°	30°
Auftrieb A g	+0,1	+7,7	14,6	29,0	35,9	36,7	39,1	41,3
Widerstand W g	1,8	2,1	3,0	7,0	11,9	16,0	21,4	26,9
ζ_A	-0,001	+0,089	0,169	0,336	0,416	0,423	0,452	0,478
ζ_W	0,0210	0,0243	0,0347	0,0810	0,138	0,185	0,248	0,312
$\frac{A}{W}$	-0,059	3,67	4,87	4,14	3,10	2,30	1,83	1,54

b) Schränkung $\sigma = 4^\circ$, s. Zahlentafel VII.

Zahrentafel XIII.
c) Schränkung $\sigma = 8^\circ$.

Anstellwinkel α	-5°	$-2,5^\circ$	0°	$+2,5^\circ$	5°	10°	15°	20°	25°	30°
Auftrieb A g . . .	+5,7	13,7	20,0	27,5	32,7	33,8	35,6	38,2	41,8	43,4
Widerstand W g . . .	2,7	2,8	3,7	5,7	8,4	12,1	16,5	21,1	27,5	34,0
ζ_A	0,066	0,152	0,232	0,318	0,378	0,392	0,412	0,442	0,484	0,500
ζ_W	0,0312	0,0324	0,0428	0,0660	0,0972	0,140	0,191	0,245	0,319	0,393
$\frac{A}{W}$	2,11	4,68	5,40	4,82	3,90	2,80	2,16	1,81	1,52	1,28

Zahrentafel XIV.
Einfluß der Schränkung.
2) Gewölbte Kopffläche. $a = 18$ cm.
a) Schränkung $\sigma = 0^\circ$.

Anstellwinkel α	-5°	$-2,5^\circ$	0°	$+2,5^\circ$	5°	10°	15°	20°	25°	30°
Auftrieb A g . . .	-10,5	-0,6	+12,0	21,7	28,7	46,5	55,6	55,2	50,4	50,2
Widerstand W g . . .	5,0	4,2	4,1	4,5	5,3	7,4	11,7	19,4	24,7	31,6
ζ_A	-0,123	-0,007	+0,140	0,253	0,336	0,545	0,630	0,647	0,592	0,588
ζ_W	0,0585	0,0492	0,0480	0,0528	0,0621	0,0867	0,137	0,227	0,289	0,371
$\frac{A}{W}$	-2,10	-0,143	+2,93	4,82	5,41	6,30	4,76	2,85	2,05	1,59

b) Schränkung $\sigma = 4^\circ$, s. Zahrentafel X.

Zahrentafel XV.
c) Schränkung $\sigma = 8^\circ$.

Auftrieb A g . . .	+17,8	25,4	32,7	42,0	48,0	53,5	49,1	45,6	48,1	49,4
Widerstand W g . . .	3,6	4,0	4,7	5,6	6,9	12,1	18,0	22,7	29,5	35,2
ζ_A	+0,206	0,293	0,378	0,485	0,555	0,620	0,568	0,527	0,556	0,571
ζ_W	0,0417	0,0463	0,0543	0,0648	0,0800	0,140	0,208	0,262	0,341	0,407
$\frac{A}{W}$	4,94	6,35	6,95	7,50	6,98	4,43	2,73	2,01	1,63	1,41

Die Kräfte und Hebelarme der Kopffläche müssen sich also derart ändern, daß ihre Momente in Bezug auf den Schwerpunkt des Apparates nach einer Kurve K , Abb. 36, verlaufen, während sich die Momente der Schwanzfläche nach der Kurve S ändern müssen. Ferner müssen die Momente der Kopf- und

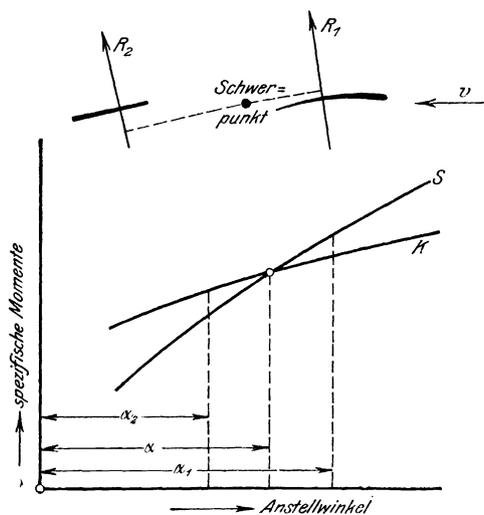


Abb. 36

der Schwanzfläche stets entgegengesetztes Vorzeichen haben. Sind diese Bedingungen erfüllt, so herrscht für einen bestimmten Anstellwinkel α Gleichgewicht. Geht er in den größeren Anstellwinkel α_1 über, so sehen wir, daß nun das Moment der Schwanzfläche größer ist, als das der Kopffläche; es tritt also eine Verkleinerung des Anstellwinkels ein. Ebenso tritt ein stabilisierendes Moment auf, wenn der Flugwinkel in den kleineren Winkel α_2 übergeht. Diese Betrachtungen gelten nur, wenn sich die Kopffläche vor der Schwanzfläche befindet, wie dies bei unseren Versuchen stets der Fall ist. Im umgekehrten Falle werden jedoch nur die Rollen gegenseitig vertauscht. Es ist klar, daß sich in dem Falle, wo sich die Schwanzfläche vor der Kopffläche befindet, ebenfalls Stabilität erreichen läßt. Bedingung hierfür ist nur, daß stets die vorangehende Fläche, hier also die Schwanzfläche, einen größeren Anstellwinkel besitzt, als die nachfolgende, wie z. B. beim Wasserflugapparat von Fabre, beim Canard von Voisin und beim Eindecker von Prof. Reißner praktisch ausgeführt wurde. Instabilität tritt nur ein, wenn die vorangehende Fläche flacher gestellt ist als die nachfolgende, wie z. B. beim Wright-Flieger. Es läßt sich die Bedingung für die Stabilität auch so ausdrücken, daß man sagt, die vorangehende Fläche muß spezifisch stärker belastet sein als die nachfolgende; denn wenn die vorangehende Fläche einen größeren Anstellwinkel besitzt, so ist sie auch spezifisch stärker belastet.

3. Versuchsreihe.

Einfluß des Seitenverhältnisses der Schwanzfläche.

Diese Versuche sollen zeigen, wie die Stabilitätsverhältnisse sich gestalten, wenn wir Schwanzflächen vom gleichen Flächeninhalt, aber von verschiedenen Seitenverhältnissen mit unseren Kopfflächen zusammenstellen. Es ist klar, daß der

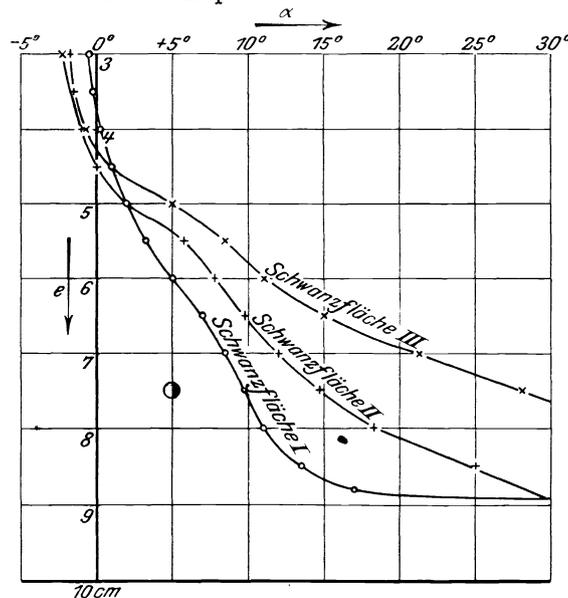


Abb. 37.

Einfluß des Seitenverhältnisses der Schwanzfläche von großer Bedeutung ist, da bei verschiedenen Seitenverhältnissen mit zunehmendem Anstellwinkel die Kräfte ganz verschieden anwachsen. Die verwendeten Schwanzflächen wurden bereits beschrieben, und der Verlauf von ζ_A als Funktion von α und das Verhältnis der absoluten Größen der Windkräfte sind in Abb. 19 und 20 dargestellt.

Die e - α -Kurven, Abb. 37 und 38, zeigen eine ziemlich starke Verschiebung des Druckzentrums bei Anwendung der Schwanzfläche I und Anstellwinkeln bis etwa 15° ; von hier ab tritt fast Indifferenz ein. Die quadratische Schwanzfläche II dagegen weist bei kleinen Winkeln geringe Wanderung des Druckpunktes auf, behält sie aber auch bei größeren Winkeln bei und sichert daher

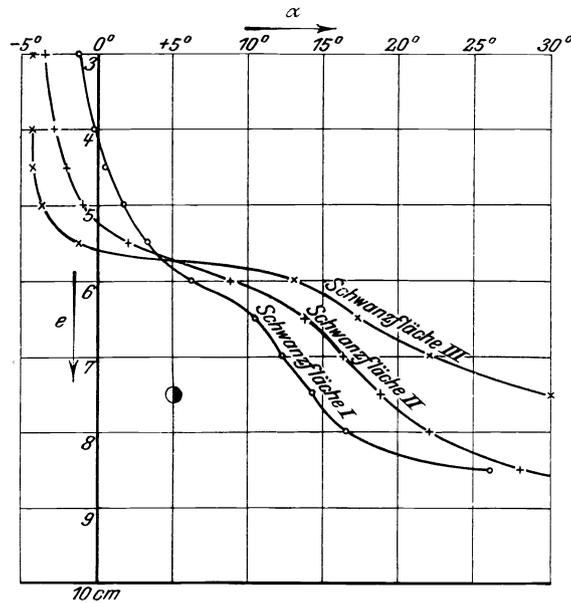


Abb. 38.

das Gleichgewicht auch bei größeren Störungen. Die Schwanzfläche III erweist sich, mit der ebenen Kopffläche verbunden, noch als stabil; mit der gewölbten Fläche gekoppelt, erhalten wir zwischen 0° und 10° eine fast unmerkliche Wanderung des Druckzentrums, also fast indifferentes Gleichgewicht des Systems. Wolte man dies vermeiden, so wäre nur nötig, die Schwanzfläche größer zu machen.

Die spezifischen Windkräfte, Abb. 39 und 40, nehmen entsprechend den einzelnen Schwanzflächen zu. Die Wirkung der quadratischen Fläche tritt be-

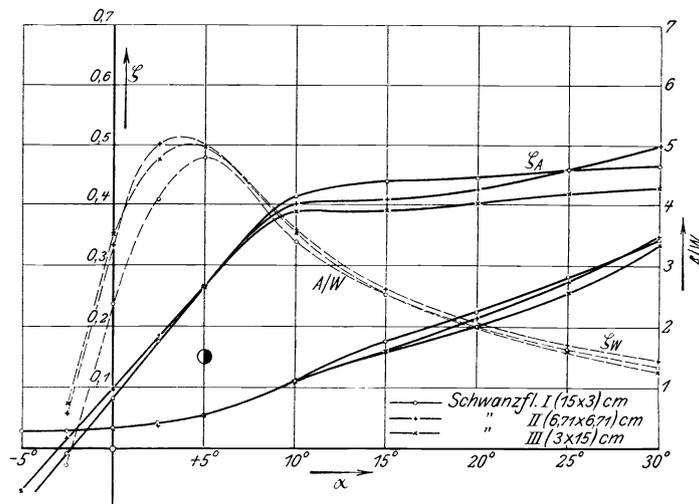


Abb. 39.

sonders in Abb. 39 bei den Werten ζ_A deutlich hervor. Die Kurven schneiden sich in der Gegend von 5° bzw. 3° , was seine Erklärung darin findet, daß unter diesen Winkeln die Schwanzfläche auf der oberen Seite angeströmt wird und Abtrieb erhält. Die wirksameren Flächen vermindern natürlich auch die ζ -Werte stärker als die Flächen mit geringerem spezifischem Luftwiderstand.

Als Flugwinkel wurde 5° (auf den Kiel bezogen) angenommen und die Momentkurven für Abweichungen vom natürlichen Flugwinkel gezeichnet, Abb. 41. Die größten rückführenden Momente liefert die Schwanzfläche I. Die gewölbte Kopf- fläche mit Schwanzfläche I liefert gegen Kippen größere Stabilität als gegen

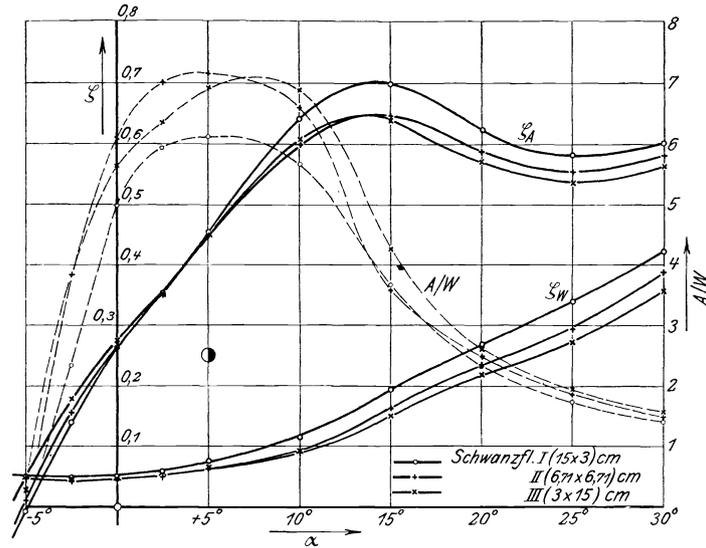


Abb. 40.

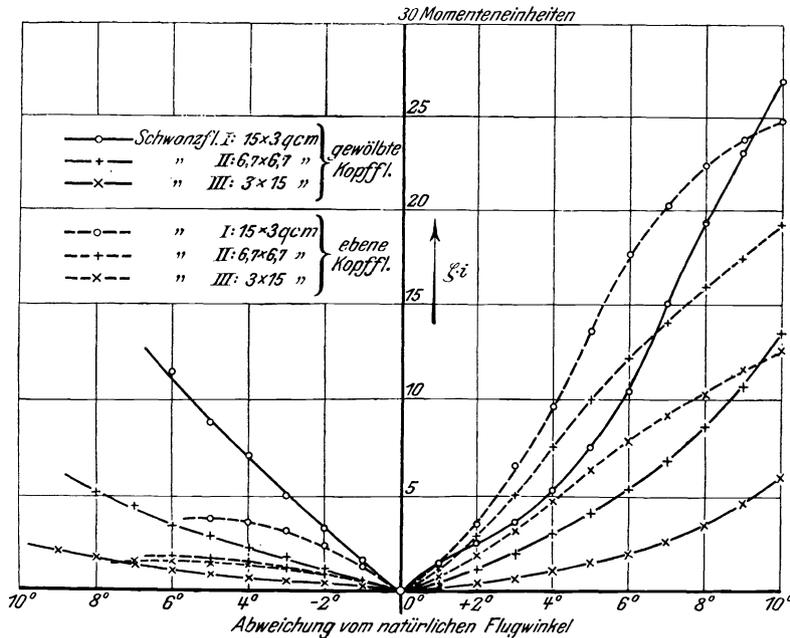


Abb. 41. Kurven der zurückdrehenden spezifischen Momente bei Abweichung vom natürlichen Flugwinkel für verschiedene Seitenverhältnisse der Schwanzfläche.

Zahlentafel XVI.

Einfluß des Seitenverhältnisses der Schwanzfläche.

1) Ebene Kopffläche. Abstand $a = 18$ cm, Schränkung $\sigma = 4^\circ$.

a) Schwanzfläche 15×3 cm, breit gestellt.

Anstellwinkel α	-5°	$-2,5^\circ$	0°	$+2,5^\circ$	5°	10°	15°	20°	25°	30°
Auftrieb A g . . .	-8,9	-0,7	+7,1	15,1	22,9	35,8	38,1	38,6	39,9	40,4
Widerstand W g . .	2,5	2,6	3,0	3,7	4,8	10,6	15,1	19,3	24,5	29,7
ζ_A	-0,102	-0,008	+0,0815	0,174	0,264	0,412	0,438	0,444	0,458	0,466
ζ_W	0,0287	0,0299	0,0344	0,0426	0,0550	0,122	0,174	0,222	0,281	0,341
$\frac{A}{W}$	-3,57	-0,27	+2,37	4,08	4,77	3,38	2,52	2,00	1,63	1,36

b) Quadratische Schwanzfläche $6,71 \times 6,71$ cm, s. Zahlentafel VII.

Zahlentafel XVII.

c) Schwanzfläche 3×15 cm, lang gestellt.

Auftrieb A g . . .	-6,2	+1,6	8,4	15,2	22,7	33,5	33,5	34,7	36,1	37,0
Widerstand W g . .	2,5	2,2	2,4	3,2	4,6	9,5	13,5	17,5	22,1	29,0
ζ_A	-0,072	+0,0185	0,097	0,176	0,262	0,388	0,388	0,401	0,418	0,428
ζ_W	0,0290	0,0255	0,0278	0,0371	0,0532	0,110	0,156	0,203	0,256	0,336
$\frac{A}{W}$	-2,48	+0,73	3,50	4,75	4,94	3,52	2,48	1,98	1,164	1,28

Zahlentafel XVIII.

Einfluß des Seitenverhältnisses der Schwanzfläche.

2) Gewölbte Kopffläche. Abstand $a = 18$ cm, Schränkung $\sigma = 4^\circ$.

a) Schwanzfläche 15×3 cm, breit gestellt.

Anstellwinkel α	-5°	$-2,5^\circ$	0°	$+2,5^\circ$	5°	10°	15°	20°	25°	30°
Auftrieb A g . . .	-0,7	+11,9	22,2	30,2	38,9	54,8	59,6	53,0	49,7	51,2
Widerstand W g . .	4,4	4,2	4,5	5,1	6,4	9,7	16,4	22,9	28,9	36,1
ζ_A	-0,0082	+0,139	0,262	0,353	0,452	0,640	0,698	0,620	0,582	0,600
ζ_W	0,0515	0,0491	0,0527	0,0597	0,0748	0,114	0,192	0,268	0,338	0,422
$\frac{A}{W}$	-0,16	+2,83	4,97	5,92	6,10	5,66	3,64	2,31	1,72	1,42

b) Quadratische Schwanzfläche $6,71 \times 6,71$ cm, s. Zahlentafel X.

Zahlentafel XIX.

c) Schwanzfläche 3×15 cm, lang gestellt.

Auftrieb A g . . .	+2,3	15,3	23,6	30,4	38,7	52,2	54,9	48,9	46,1	48,7
Widerstand W g . .	4,2	4,0	4,2	4,8	5,6	7,6	12,9	18,8	23,5	30,8
ζ_A	0,0283	0,178	0,274	0,353	0,448	0,607	0,637	0,569	0,535	0,563
ζ_W	0,0488	0,0464	0,0488	0,0577	0,0650	0,0882	0,150	0,218	0,273	0,357
$\frac{A}{W}$	0,55	3,82	5,62	6,34	6,91	6,89	4,26	2,61	1,96	1,58

Aufdrehen. Die Anwendung von Schwanzflächen mit verschiedenen Seitenverhältnissen ist, ebenso wie bei der Schränkung, in dem Umstand begründet, verschiedenes Anwachsen der Kräfte auf Kopf- und Schwanzfläche hervorzubringen. Die kleinsten Momente erzeugt die Schwanzfläche III, und diese würde deshalb, bei der gleichen Größe wie die beiden anderen Flächen angewendet, ungünstig zu beurteilen sein. Trotzdem hat aber gerade diese Fläche Eigenschaften, die sie als Stabilisierungsfläche besonders wertvoll machen. Wie die Untersuchung der Schwanzflächen für sich zeigt, vergl.⁸ Abb. 19, wachsen die Windkräfte auf

die breitgestellte Fläche mit zunehmendem Anstellwinkel bedeutend rascher an als die Kräfte auf die langgestellte Fläche; dagegen liegt bei der langgestellten Fläche der höchste Widerstand bei einem bedeutend größeren Winkel als bei jener und erreicht zudem noch einen größeren absoluten Betrag. Als Schwanzfläche angewandt, ergibt daher die langgestellte Fläche bei kleinen Abweichungen vom Flugwinkel sehr kleine rückführende Momente, welche jedoch mit zunehmender Abweichung sehr rasch anwachsen. Dieses Verhalten wird nun gerade gewünscht. Die kleinen rückführenden Momente in der Nachbarschaft des Flugwinkels bedingen eine große Steuerfähigkeit des Apparates; die großen Momente bei größeren Abweichungen sichern das Gleichgewicht auch noch bei groben Störungen. Bei Anwendung einer langgestellten Fläche ist jedoch besonders auf genügende Größe derselben zu achten.

Es dürfte noch von Interesse sein zu erfahren, wie groß sich die rückführenden Momente bei einer Flächenverbindung von der ungefähren Größe der heutigen Flugzeuge gestalten. Zu diesem Zwecke wurde eine 30-fache Vergrößerung der Flächenverbindung mit gewölbter Kopffläche und quadratischer Schwanzfläche ($\sigma = 4^\circ$) zu Grunde gelegt, so daß wir eine Kopffläche von 10,5 m Spannweite und 1,5 m Tiefe, ferner eine Schwanzfläche von 2,01 m Seitenlänge vor uns haben. Die Eigengeschwindigkeit wurde zu $v = 30$ m/sk (108 km/Stde) angenommen. Die Momente sind in Abb. 42 in mkg aufgetragen, und zwar für

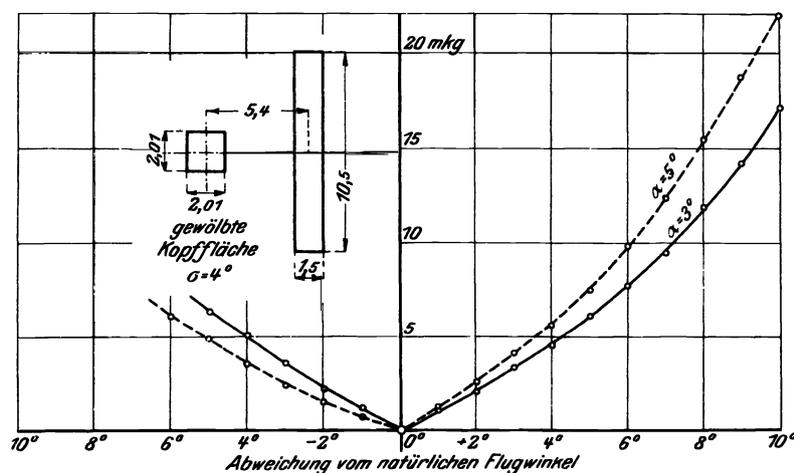


Abb. 42.

zwei verschiedene Schwerpunktlagen, entsprechend einem Anstellwinkel von 3° und von 5° . Dabei zeigt sich, was auch zu erwarten ist, daß die Momente sich ändern, wenn unter einem anderen Flugwinkel geflogen wird; ihr Charakter bleibt aber im wesentlichen erhalten.

Stabilitätsbetrachtung mittels metazentrischer Kurven.

Wird eine Fläche oder ein Flächensystem unter allen möglichen Anstellwinkeln von 0° bis 360° vom Winde getroffen, so hüllen die Richtungen der zu den verschiedenen Anstellwinkeln gehörigen und durch die entsprechenden Druckpunkte gehenden Windkräfte eine Kurve ein, die man als metazentrische Kurve bezeichnet. M. Brillouin hat in seinem Werke »Stabilité des aéroplanes« theoretische Untersuchungen über die statische Stabilität unter Zuhilfenahme dieser Kurven angestellt. Mit der Wirklichkeit stimmen seine Er-

gebnisse nicht gut überein, da dieser Autor von Voraussetzungen ausgegangen ist die in der Tat nicht gegeben sind. Brillouin hat den Zusammenhang zwischen Anstellwinkel, Lage des Druckpunktes und Größe der Windkraft nach dem Gesetz von Rayleigh angenommen und dafür seine Kurven analytisch bestimmt. Die Beziehung der erwähnten drei Größen ist nach dem Rayleighschen Gesetz aus Abb. 43 ersichtlich. Trifft der Wind auf eine ebene Fläche F unter dem

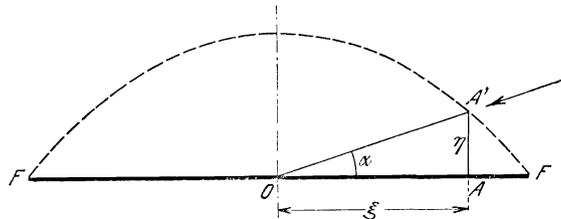


Abb. 43. Zusammenhang zwischen Einfallswinkel α , Druckzentrum und Luftwiderstand nach dem Gesetz von Rayleigh.

Winkel α , so ist der Druckmittelpunkt durch A , die Größe des Widerstandes durch die Strecke AA' gegeben. Der Widerstand steht also stets senkrecht auf der Platte. Die Entfernung ξ des Druckpunktes von der Plattenmitte ist

$$\xi = \frac{\cos \alpha}{1 + \frac{\pi}{4} \sin \alpha}.$$

Die Größe des Widerstandes ist

$$AA' = \eta = \frac{\sin \alpha}{1 + \frac{\pi}{4} \sin \alpha}.$$

In beiden Formeln sind die Einheiten so gewählt, daß die von α nicht abhängigen Glieder = 1 werden.

Bei Flächenverbindungen sind die Kräfte auf die einzelnen Flächen zu einer Resultierenden zu vereinigen, und es wird angenommen, daß eine gegenseitige Beeinflussung der Flächen nicht stattfindet. Für diese Voraussetzungen gibt Abb. 44 die metazentrische Kurve einer Flächenverbindung $F_1 F_2$. Einer Drehung der relativen Windrichtung von V nach V' entspricht das Stück RS der Kurve.

Bezeichnet man mit R_1 und R_2 die Widerstände der Flächen, mit ξ und η die Abstände der Druckpunkte von der Mitte der Flächen, so lautet die allgemeine Form der Differentialgleichung dieser metazentrischen Kurve in Bezug auf das schiefwinklige Koordinatensystem XY , dessen Koordinatenachsen normal zu den beiden Flächen orientiert sind:

$$x \sin \sigma \frac{dR_1}{d\alpha} - y \sin \sigma \frac{dR_2}{d\alpha} + \frac{d}{d\alpha} (\eta R_2 - \xi R_1) = 0^1).$$

Bedeutet ferner k das Verhältnis der Flächenbreiten, λ das Verhältnis der Flächentiefen, so lautet die Gleichung der metazentrischen Kurve bei Annahme des Rayleighschen Gesetzes:

$$\left. \begin{aligned} & \frac{x \sin \sigma \sin \alpha}{1 + \frac{\pi}{4} \sin \alpha} \cdot \frac{1}{2} \frac{\sin 2\alpha}{\left(1 + \frac{\pi}{4} \sin \alpha\right)^2} \\ & - y \sin \sigma \frac{k \sin(\sigma - \alpha)}{1 + \frac{\pi}{4} \sin(\sigma - \alpha)} + \frac{k \lambda}{2} \frac{\sin(2\sigma - 2\alpha)}{\left[1 + \frac{\pi}{4} \sin(\sigma - \alpha)\right]^2} \end{aligned} \right\} = 0.$$

¹⁾ M. Brillouin, Stabilité des aéroplanes. — Surface métacentrique (Paris 1910) S. 21.

Da sich die Richtung des resultierenden Widerstandes relativ zur Flächenkombination für kleine Schränkungen wenig ändert, so verläuft die Kurve sehr schmal und lang gestreckt. Legt man eine Tangente an die metazentrische Kurve, so ist durch ihre Richtung die Richtung des Widerstandes für einen bestimmten Anstellwinkel und damit die Lage des Druckzentrums gegeben. Bei Schiffen, wo die Richtung und Größe des Auftriebes unverändert bleibt, geben die Kurven auch quantitativ ein Kriterium der Stabilität. In unserem Falle hingegen verwickeln sich die Verhältnisse insofern, als bei einer Aenderung des Anstellwinkels des Flugzeuges die Lage, Größe und Rich-

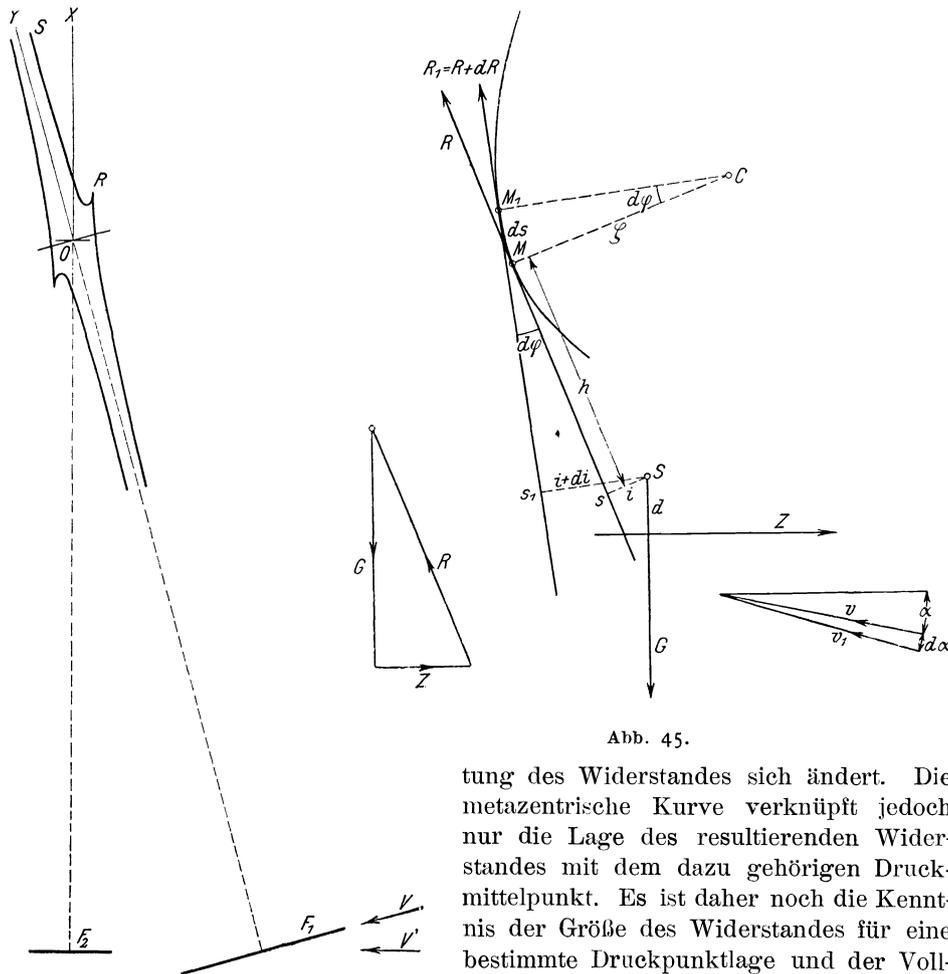


Abb. 44. Metazentrische Kurve einer Flächenkombination nach Brillouin.
 Daten: Schränkung $\sigma=15^\circ$, $\lambda=1/2$,
 $k=3/8$.

Abb. 45.

tung des Widerstandes sich ändert. Die metazentrische Kurve verknüpft jedoch nur die Lage des resultierenden Widerstandes mit dem dazu gehörigen Druckmittelpunkt. Es ist daher noch die Kenntnis der Größe des Widerstandes für eine bestimmte Druckpunktlage und der Vollständigkeit halber der hinzugehörige Anstellwinkel nötig. Diese fehlenden Stücke können jedoch, wie wir noch sehen werden, durch entsprechende Kurven ange-

geben werden. Die Stabilität eines Flugzeuges kann mittels der metazentrischen Kurven auf folgende Weise untersucht werden¹⁾:

Bedeutet S die Lage des Schwerpunktes, Abb. 45, Z den Schraubenzug, der im Abstand d vom Schwerpunkt wirkt, R die resultierende Windkraft beim normalen Flug und G das Gewicht des Flugkörpers, dann gilt als erste Gleich-

¹⁾ P. Léroux, Equilibre longitudinal de l'aéroplane. (La Technique aéronautique 1912.)

gewichtsbedingung, daß die geometrische Summe der drei Kräfte, d. h. die Addition unter Berücksichtigung der Richtungen, gleich null sein muß:

$$G + R + Z = 0.$$

Das Kraftdreieck aus diesen drei Kräften muß sich also schließen. Damit nun die statische Stabilitätsbedingung erfüllt ist, daß also keine Drehung des Systems um den Schwerpunkt eintritt, muß sein:

$$D = Ri + Zd = 0,$$

wenn D das auf den Schwerpunkt bezogene Drehmoment bedeutet.

Denkt man sich nun den Apparat festgehalten, so entspricht einer Vergrößerung des Anstellwinkels eine Drehung der relativen Windrichtung im Uhrzeigersinn. Tritt nun eine unendlich kleine Vergrößerung des Anstellwinkels ein, so geht er in den Winkel $\alpha_1 = \alpha + d\alpha$ über und die Resultierende R in $R_1 = R + dR$.

Aus der Beziehung:

$$D = Ri + Zd$$

folgt, falls Zd unverändert bleibt:

$$dD = R di + i dR.$$

Unter Vernachlässigung der unendlich kleinen Glieder zweiter Ordnung kann man ferner setzen:

$$di = h d\varphi.$$

Hierbei ist h der Abstand des Punktes s (Projektion des Schwerpunktes auf die Richtung von R) vom Metazentrum M (metazentrische Höhe), $d\varphi$ der Winkel, um den sich R um das Metazentrum gedreht hat. Die Winkel $d\varphi$ und $d\alpha$ sind positiv im Uhrzeigersinn zu zählen; h ist positiv, wenn der Vektor sM die Richtung von R hat.

Damit das Glied

$$R di = R h d\varphi$$

nützlich ist, muß $h d\varphi$ dasselbe Vorzeichen wie $d\alpha$ haben.

Ist also $h > 0$, dann muß $\frac{d\varphi}{d\alpha} > 0$, und $h < 0$, dann muß $\frac{d\varphi}{d\alpha} < 0$ sein.

Zwischen dem Winkel $d\varphi$, dem Krümmungshalbmesser $CM = \rho$ der metazentrischen Kurve und dem Bogen $MM_1 = ds$ besteht die Beziehung:

$$ds = \rho d\varphi$$

und daraus $d\varphi = \frac{ds}{\rho}$.

$\frac{1}{\rho}$ ist nichts anderes, als die Krümmung der metazentrischen Kurve im Punkte M . Setzt man dies in den Ausdruck für das zurückdrehende Moment ein, so erhält man:

$$\begin{aligned} dD &= i dR + R di \\ &= i dR + R h d\varphi \\ &= i dR + R h \frac{1}{\rho} ds. \end{aligned}$$

Da nun der Grad der Stabilität durch den Ausdruck $\frac{dD}{d\alpha}$ bestimmt ist, so erhalten wir hierfür:

$$\frac{dD}{d\alpha} = i \frac{dR}{d\alpha} + R h \frac{1}{\rho} \frac{ds}{d\alpha} = C = \text{Koeffizient}$$

der Stabilität für den Anstellwinkel α .

Der Hebelarm der Kraft R , welchen der Ausdruck

$$di = h \frac{I}{\rho} \frac{ds}{d\alpha}$$

darstellt, ist somit vollständig durch die Form der metazentrischen Kurve bestimmt.

Um zu sehen, wie sich die metazentrischen Kurven in Wirklichkeit gestalten, habe ich einige nach den Versuchsergebnissen konstruiert. Zunächst die Enveloppe einer ebenen Fläche. Nach dem Gesetz von

Rayleigh, wonach die Widerstände stets senkrecht auf der Fläche stehen, würde sie sich auf einen unendlich fernen Punkt in Richtung S reduzieren. In Wirklichkeit aber nimmt sie, wegen der auftretenden Stirn- und Reibungswiderstände die in Abb. 46 gezeichnete Gestalt an. Die Kurve ist symmetrisch zur Flächenebene und deren Normalen S , welcher sie sich beiderseits asymptotisch nähert. Der Anschluß an die Fläche erfolgt tangential. Wird die Fläche zunächst in Pfeilrichtung angeströmt, und dreht sich hierauf die relative Windrichtung im Sinne des Uhrzeigers um 360° , so ist die metazentrische Kurve im Sinne der Bezeichnung $abcdefa$ zu durchlaufen. Damit nun sämtliche in Betracht kommenden Größen bekannt sind, ist weiterhin nötig zu wissen, welcher Anstellwinkel einer bestimmten Lage des Widerstandes entspricht. Hierzu stehen uns zwei verschiedene Mittel zu Gebote. Wir können zunächst auf der metazentrischen Kurve diejenigen Berührungspunkte der Tangenten fixieren, welche bestimmten Anstellwinkeln entsprechen, wie dies auf dem einen Ast der Enveloppe in Abb. 46 geschehen ist. Legt man also beispielsweise eine Tangente an die metazentrische Kurve, welche diese im Punkte mit der Bezeichnung 10° berührt, so entspricht diese Lage des Widerstandes einem Flugwinkel von 10° . Die zweite Darstellungsweise gründet sich auf den Umstand, daß die durch die entsprechenden Druckpunkte gehenden Richtungen der anströmenden Luft eine Kurve einhüllen, welche als eine Konfiguration unserer $e-\alpha$ -Kurve betrachtet werden kann (in Abb. 46 mit $e-\alpha$ bezeichnet).

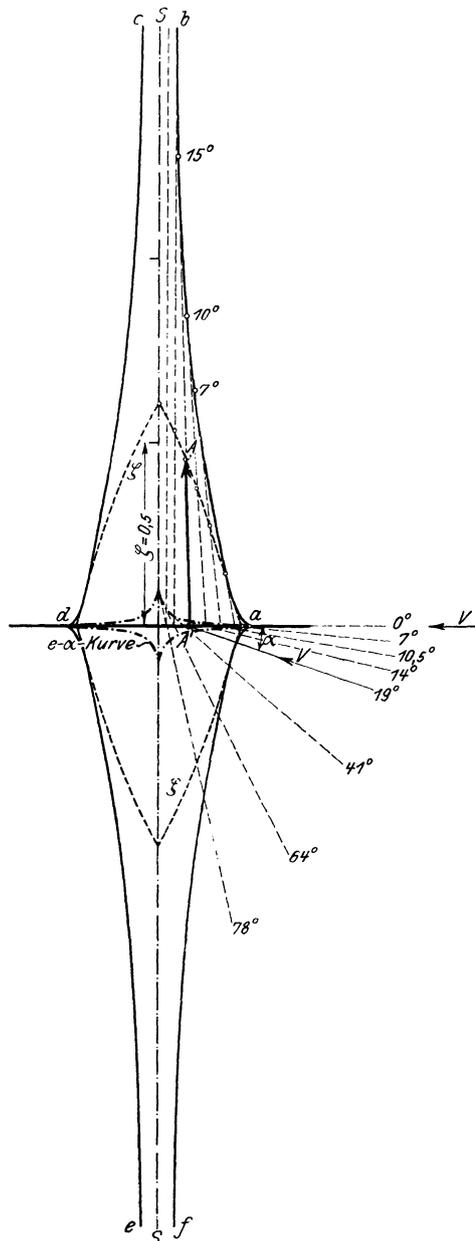


Abb. 46. Metazentrische Kurve einer ebenen Fläche $20 \times 10 \text{ cm}^2$.

In diesem Falle erhält man den zu einer bestimmten Lage des resultierenden Widerstandes gehörigen Anstellwinkel, wenn man vom Druckpunkte aus, d. h. also vom Durchstoßpunkt des Widerstandes mit der Fläche — bzw. Sehnenfläche bei gewölbten Flächen — eine Tangente an die $e-\alpha$ -Kurve legt. Die nun noch fehlende Größe, die spezifische Windkraft, kann ebenfalls durch eine Kurve dargestellt werden, die in Abb. 46 mit ζ bezeichnet ist. Für eine Druckpunktsanlage A' ist die Größe der spezifischen Windkraft beispielsweise durch die Strecke $A'A$ dargestellt.

Weiterhin ist in Abb. 47 die metazentrische Kurve nebst der Kurve der spezifischen Windkräfte ζ dargestellt für eine gewölbte Fläche $20 \times 10 \text{ cm}^2$ und $1:20$ Wölbung (nach unseren Versuchsergebnissen). Läßt man die

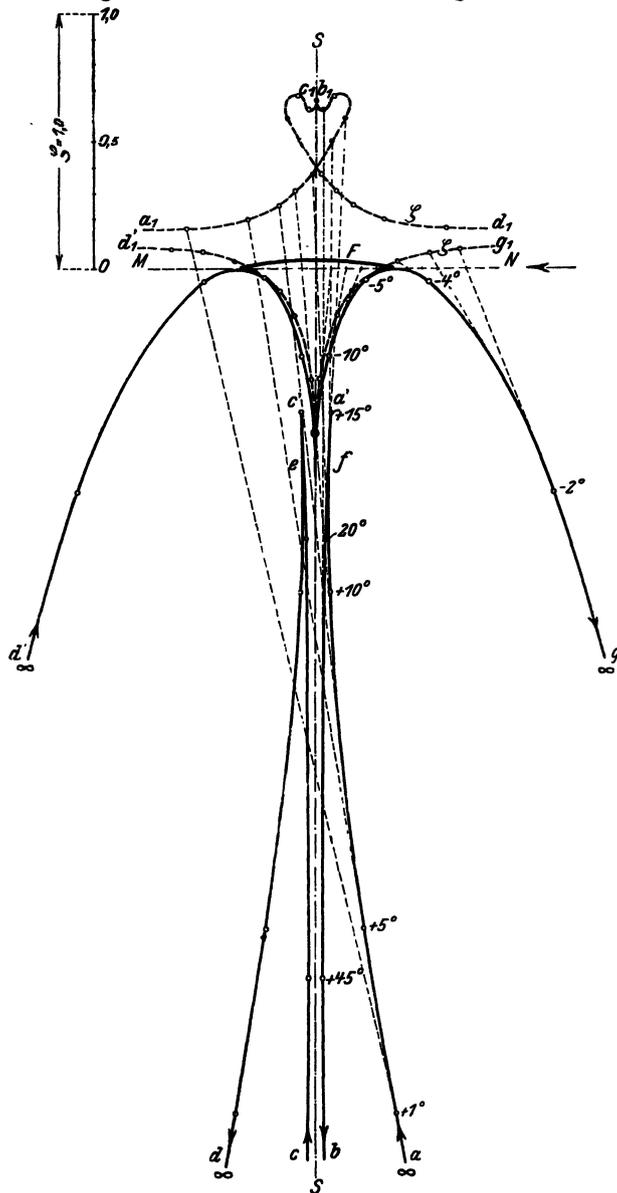


Abb. 47. Metazentrische Kurve einer gewölbten Fläche $20 \times 10 \text{ cm}^2$, $1/20$ Wölbung.

Fläche zunächst in Pfeilrichtung anströmen, und dreht sich hierauf die Windrichtung im Sinne der Uhrzeigerbewegung um 360° , so ist die metazentrische Kurve im Sinne der Bezeichnung $a' b c c' d d' e f g a$ zu durchlaufen. Die Enveloppe ist also, wie alle metazentrischen Kurven, zusammenhängend; ferner ist sie symmetrisch zur Flächennormalen S . Die Spitzen bei a' bzw. c' sind durch den Umstand begründet, daß, wenn die konkave Seite der Fläche zunächst senkrecht vom Winde getroffen wird, nun bei Verkleinerung des Anstellwinkels das Druckzentrum zunächst nach vorne rückt, von einem bestimmten Winkel ab (hier 15°) aber dann nach rückwärts. Die spezifischen Windkräfte sind von der Flächensehne aus in Richtung der Tangente bis zum Schnitt mit der ζ -Kurve abzunehmen, und zwar nach oben positiv, nach unten negativ. Die ζ -Kurve ist dem Verlauf der metazentrischen Kurve entsprechend mit $a_1 b_1 c_1 d_1 d_1' g_1$ bezeichnet. Ferner sind einige Berührungspunkte der Tangente, die den betreffenden Anstellwinkeln entsprechen, fixiert. In Abb. 48 sind die Enveloppen der zu den verschiedenen Druckpunkten gehörigen Richtungen der anströmenden Luft für sich dargestellt (e - α -Kurve), da

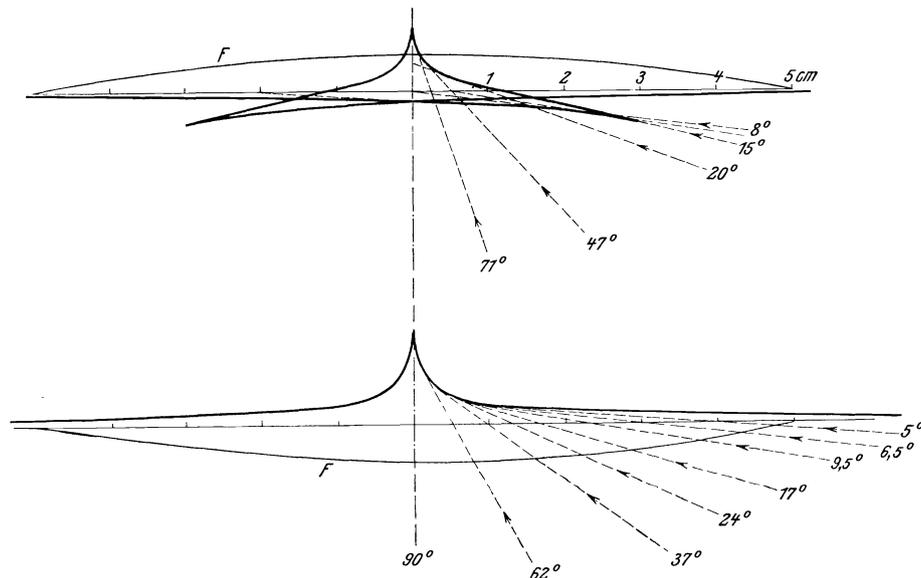


Abb. 48.

sie wegen ihrer Kleinheit in Abb. 47 nicht deutlich erkennbar wären. Die obere Kurve gilt, wenn die konkave Seite der gewölbten Fläche der anströmenden Luft ausgesetzt ist; die untere Kurve bei Anströmung an die konvexe Seite.

Es dürfte an dieser Stelle zu beachten sein, wie sich die metazentrischen Kurven für eine ebene und für eine gewölbte Fläche nach der Strömungstheorie von Professor Kutta gestalten. Die Kuttasche Theorie setzt bekanntlich ein vollkommenes Medium, d. h. eine reibungslose und wirbelfreie Flüssigkeit, ferner unendlich breite Fläche voraus.

Der Grund dieser letzteren Annahme liegt in einem rein mathematischen Vorteil der Untersuchung: das dreidimensionale Problem vereinfacht sich zu einem zweidimensionalen und wird dadurch der Behandlung mit funktionentheoretischen Methoden zugänglich gemacht. Die Strömung liefert eine Querkraft, die stets normal zur Strömungsrichtung steht. Für die ebene Fläche ist der Druckpunkt unabhängig vom Anstellwinkel und liegt stets $\frac{1}{4}$ der Flächen-

tiefe vom Vorderrand der Fläche entfernt¹⁾. Die metazentrische Kurve reduziert sich also in diesem Falle auf einen Punkt, der so gelegen ist, daß er die Flächentiefe im Verhältnis 1 : 3 teilt.

Für die gewölbte Fläche ist die Lage der Querkraft bestimmt durch einen Punkt mit den Koordinaten:

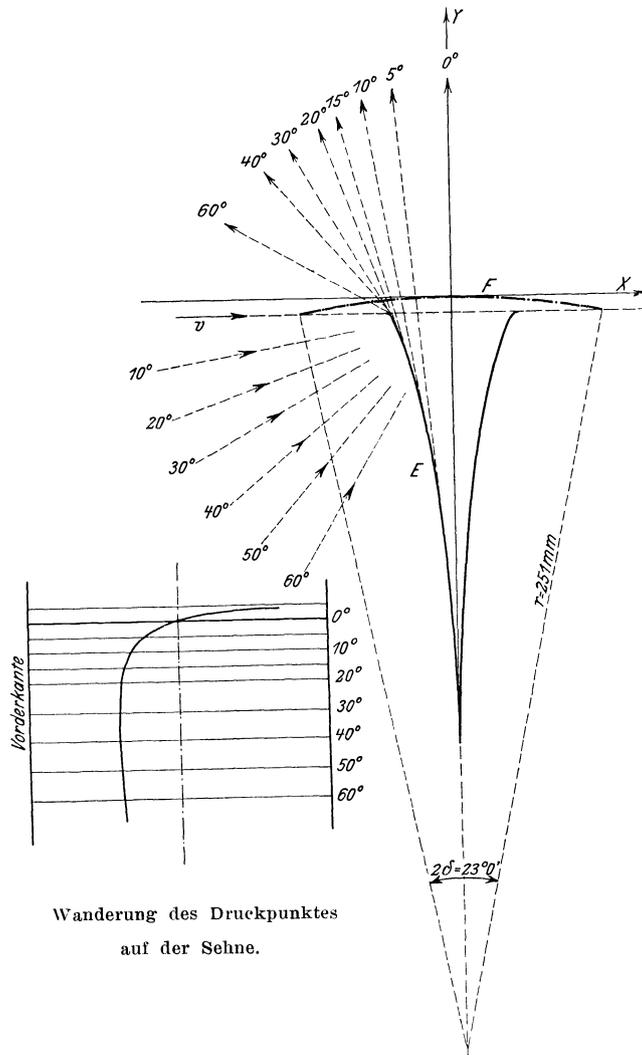
$$x = -\frac{\sin \gamma}{\cos (\delta - \gamma)} r; \quad y = \left(-1 + \frac{\cos \gamma}{\cos (\delta - \gamma)} \right) r.$$

Dabei bedeuten:

2δ den Zentriwinkel des Kreisbogens (s. Abb. 45),

r den Halbmesser des Kreisbogens,

γ bestimmt sich aus dem Ausdruck:



Wanderung des Druckpunktes
auf der Sehne.

Abb. 49. Metazentrische Kurve für eine unendlich breite Fläche nach der Kuttaschen Theorie.
(Wölbung $1/20$), Tiefe 10 cm.

¹⁾ s. W. M. Kutta, Ueber eine mit den Grundlagen des Flugproblems in Beziehung stehende zweidimensionale Strömung. (Sitz.-Ber. d. kgl. bayr. Akad. d. Wiss., mathem. physikal. Klasse 1910.)

$$\operatorname{tg} \gamma = - \frac{\sin\left(\frac{\delta}{2} + \alpha\right) \sin \alpha - \cos^3 \frac{\delta}{2} \sin^2 \alpha \cos \delta}{\sin\left(\frac{\delta}{2} + \alpha\right) \cos \alpha + \cos^3 \frac{\delta}{2} \sin^2 \alpha \sin \delta}$$

Unter α ist der Anstellwinkel der Fläche (in bezug auf die Sehne) zu verstehen.

Für diese Verhältnisse ergibt sich für die metazentrische Kurve einer Fläche von $1/20$ Wölbung der in Abb. 49 dargestellte Verlauf, wenn die konkave Seite vom Winde getroffen wird. Wegen der bereits erwähnten vereinfachenden Voraussetzungen ist eine gute Uebereinstimmung mit der metazentrischen Kurve der Fläche 20×10 cm, Abb. 47, von vornherein nicht zu erwarten. Es muß ferner noch bemerkt werden, daß die Kuttasche Theorie nur für kleine Anstellwinkel — bis etwa 15° — Gültigkeit besitzt. Innerhalb dieses Bereiches ist der Verlauf der Kurve E dem Charakter nach derselbe wie der Verlauf der metazentrischen Kurve in Abb. 47.

Schließlich habe ich noch für einen Drachenflieger den für die Wirklichkeit in Betracht kommenden Teil der metazentrischen Kurve zu zeichnen versucht, Abb. 50. Für kleine Anstellwinkel erhält man wohl Schnittpunkte der aufeinander folgenden Richtungen und somit einen Teil E der metazentrischen Kurve. Für größere Winkel fallen sie zum Teil weit über die Zeichenebene hinaus, und es tritt eine ziemliche Unregelmäßigkeit in den Richtungen hervor, welche vielleicht durch Meßfehler entsteht. Da die Richtungen im großen Ganzen nur wenig voneinander abweichen, so verlaufen diese Kurven sehr schmal und langgestreckt in Richtung S , ähnlich wie bei Brillouin. Die spezifischen Windkräfte sind wieder durch die ζ -Kurve gegeben.

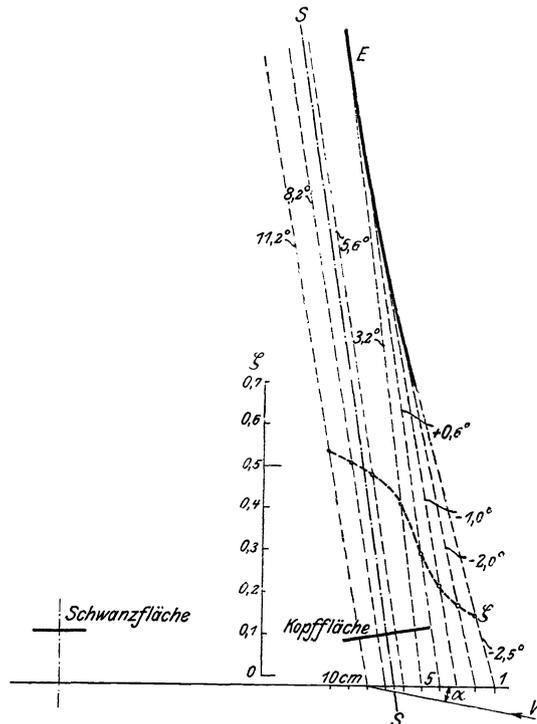


Abb. 50. Metazentrische Kurve eines Drachenfliegers.
Ebene Kopffläche 35×5 cm², Schwanzfläche 15×3 cm², $\sigma = 8^\circ$, $\alpha = 18$ cm.

Wie wir also wissen, lautet die Bedingung zur qualitativen Erkenntnis der Stabilität:

$$\text{Ist } h > 0, \text{ dann muß } \frac{d\varphi}{d\alpha} > 0,$$

$$h < 0, \text{ dann muß } \frac{d\varphi}{d\alpha} < 0 \text{ sein.}$$

Damit nun $\frac{d\varphi}{d\alpha} > 0$ ist, müssen $d\varphi$ und $d\alpha$ stets gleiches Vorzeichen haben, d. h. bei Vergrößerung des Anstellwinkels muß sich das Metazentrum auf der Enveloppe in der angegebenen Pfeilrichtung, Abb. 51, verschieben, wenn $d\alpha > 0$; im umgekehrten Sinne wenn $d\alpha < 0$.

Wenn wir statt der Drehung der relativen Windrichtung die Drehung des Flugzeuges ins Auge fassen, so können wir sagen:

1) $h > 0$: damit $d\varphi$ und $d\alpha$ das gleiche Vorzeichen haben, d. h. damit das Flugzeug stabil ist, ist es nötig, daß bei einer Drehung um seinen Schwerpunkt sich das Metazentrum im entgegengesetzten Sinne um den augenblicklichen Krümmungsmittelpunkt der metazentrischen Kurve dreht.

2) $h < 0$: bei einer Drehung des Flugzeuges um den Schwerpunkt muß sich das Metazentrum im selben Sinne um den augenblicklichen Krümmungsmittelpunkt der metazentrischen Kurve drehen.

Wenden wir nun diese Stabilitätsbedingungen beispielsweise auf unsere gewölbte Fläche, Fig. 47, an und betrachten sie zunächst, wenn die konkave Seite unter einem Winkel $\alpha > 15^\circ$ angeströmt wird. Die metazentrische Höhe h ist in diesem

Falle negativ. Es kommen also die Bedingungen unter 2) in Betracht. Erfährt die Fläche z. B. eine Drehung im Uhrzeigersinn (= der Anstellwinkel wird verkleinert), so wandert das Metazentrum auf dem entsprechenden Ast $b'a'$ der Enveloppe weiter nach oben, d. h. es dreht sich ebenfalls im Uhrzeigersinn um den augenblicklichen Krümmungsmittelpunkt der Kurve. Wie wir wissen, ist dies die Bedingung für stabilen Flug, wenn $h < 0$.

Betrachten wir nun die Fläche bei Winkeln $\alpha < 15^\circ$. Die Strecke h ist ebenfalls wieder negativ. Dreht sich die Fläche um den Schwerpunkt, so verschiebt sich das Metazentrum auf dem Stück $a'a$ der Enveloppe, dreht sich aber hierbei im entgegengesetzten Sinn um den Krümmungsmittelpunkt der metazentrischen Kurve. Daraus ergibt sich, daß in diesem Winkelbereich der Flug labil ist.

Für die konvexe Seite der Fläche erhält man zu allen Flugwinkeln einen stabilen Flug. Die metazentrische Höhe ist in diesem Falle stets positiv. Einer Drehung der Fläche um den Schwerpunkt entspricht eine Drehung des Metazentrums im entgegengesetzten Sinne um den Krümmungsmittelpunkt.

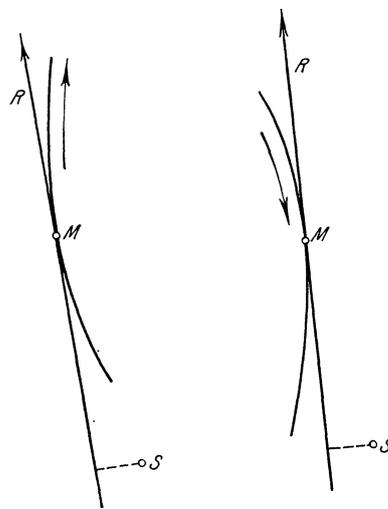


Abb. 51.