



Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik

Zur Einführung in das Verständnis
der allgemeinen Relativitätstheorie

Von

Moritz Schlick



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH
1917

Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik

Zur Einführung in das Verständnis
der allgemeinen Relativitätstheorie

Von

Moritz Schlick



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH
1917

**Alle Rechte, insbesondere das der
Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.**

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1917

Ursprünglich erschienen bei Julius Springer in Berlin 1917

ISBN 978-3-662-40585-7

ISBN 978-3-662-41063-9 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-662-41063-9

Inhalt.

	Seite
I. Von Newton zu Einstein	1
II. Die geometrische Relativität des Raumes	6
III. Die mathematische Formulierung der räumlichen Relativität	13
IV. Die Untrennbarkeit von Geometrie und Physik in der Erfahrung	16
V. Die Relativität der Bewegungen und ihr Verhältnis zur Trägheit und Gravitation	22
VI. Das allgemeine Relativitätspostulat und die Maßbestimmungen des Raum-Zeit-Kontinuums	31
VII. Aufstellung und Bedeutung des Grundgesetzes der neuen Theorie	41
VIII. Beziehungen zur Philosophie	51

I. Von Newton zu Einstein.

In unsern Tagen ist die physikalische Erkenntnis zu einer solchen Allgemeinheit ihrer letzten Prinzipien und zu einer solchen wahrhaft philosophischen Höhe ihres Standpunktes hinaufgestiegen, daß sie an Kühnheit alle bisherigen Leistungen wissenschaftlichen Denkens weit hinter sich läßt. Die Physik hat Gipfel erreicht, zu denen sonst nur der Erkenntnistheoretiker emporschaute, ohne sie jedoch immer ganz frei von metaphysischer Bewölkung zu erblicken. Der Führer, der einen gangbaren Weg zu diesen Gipfeln zeigte, ist *Albert Einstein*. Er reinigte durch eine erstaunlich scharfsinnige Analyse die fundamentalsten Begriffe der Naturwissenschaft von Vorurteilen, die durch all die Jahrhunderte unbemerkt geblieben waren, begründete so ganz neue Anschauungen und schuf auf ihrem Boden eine physikalische Theorie, die der Prüfung durch die Beobachtung zugänglich ist. Die Verbindung der erkenntnis-kritischen Klärung der Begriffe mit der physikalischen Anwendung, durch die er seine Ideen sofort in empirisch prüfbarer Weise nutzbar machte, ist wohl das Bedeutsamste an seiner Leistung, und bliebe es selbst dann, wenn das Problem, das *Einstein* mit diesen Waffen angreifen konnte, auch nicht gerade das Gravitationsproblem gewesen wäre, jenes hartnäckige Rätsel der Physik, dessen Lösung uns notwendig tiefe Einblicke in den Zusammenhang des Universums gewähren mußte.

Die fundamentalsten Begriffe der Naturwissenschaften aber sind Raum und Zeit. Die beispiellosen Erfolge der

Forschung, durch die unsere Naturerkenntnis in den vergangenen Jahrzehnten bereichert wurde, ließen bis zum Jahre 1905 diese Grundbegriffe vollkommen unangetastet. Die Bemühungen der Physik richteten sich immer nur auf das Substrat, welches Raum und Zeit „erfüllt“: was sie uns immer genauer kennen lehrten, war die Konstitution der Materie und die Gesetzmäßigkeit der Vorgänge im Vakuum, oder, wie man bis vor kurzem sagte, im „Äther“. Raum und Zeit wurden gleichsam als Gefäße betrachtet, die jenes Substrat in sich enthielten und die festen Bezugssysteme abgaben, mit deren Hilfe die gegenseitigen Verhältnisse der Körper und Vorgänge zueinander bestimmt werden mußten; kurz, sie spielten tatsächlich die Rolle, die *Newton* in seinen bekannten Worten für sie festlegte: „Die absolute, wahre und mathematische Zeit verfließt an sich und vermöge ihrer Natur gleichförmig und ohne Beziehung auf irgendeinen äußeren Gegenstand“, „Der absolute Raum bleibt vermöge seiner Natur und ohne Beziehung auf einen äußeren Gegenstand stets gleich und unbeweglich.“

Von der Seite der Erkenntnistheorie wandte man schon früh gegen *Newton* ein, daß es keinen Sinn habe, von Zeit und Raum „ohne Beziehung auf einen Gegenstand“ zu reden; aber die Physik hatte vorerst keine Veranlassung, sich um diese Fragen zu kümmern, sie suchte eben in der gewohnten Weise alle Beobachtungen dadurch zu erklären, daß sie ihre Vorstellungen von der Konstitution und den Gesetzmäßigkeiten der Materie und des „Äthers“ immer weiter verfeinerte und modifizierte. Ein Beispiel für dies Verfahren ist die von *H. A. Lorentz* und *Fitzgerald* zur Erklärung des bekannten Michelsonschen Versuches aufgestellte Hypothese, daß alle Körper, die sich gegen den

Äther bewegen, in der Bewegungsrichtung eine bestimmte, von der Geschwindigkeit abhängige Verkürzung („Lorentz-Kontraktion“) erfahren sollten. Ich führe dies Beispiel natürlich deshalb an, weil es, wie man weiß, den ersten Anstoß zur Aufstellung der Relativitätstheorie gegeben hat. *Einstein* erkannte nämlich, daß es einen prinzipiell viel einfacheren Weg gibt, den Michelsonversuch zu erklären: es bedarf dazu überhaupt keiner besonderen physikalischen Hypothese, sondern nur einer kritischen Besinnung über die Voraussetzungen, die unsern Raum- und Zeitmessungen bisher stillschweigend zugrunde gelegt wurden. Es finden sich darunter unnötige, ungerechtfertigte (z. B. die, daß dem Begriff der „Gleichzeitigkeit“ eine absolute Bedeutung zukomme, während es ganz wohl sein kann, daß zwei Ereignisse, die für einen Beobachter zu gleicher Zeit stattfinden, von einem andern zum ersten bewegten Beobachter mit demselben Rechte als nacheinander folgend beurteilt werden); läßt man sie fallen und hält den auch sonst in der Erfahrung wohlbestätigten Satz aufrecht, daß die Lichtausbreitung stets nach allen Seiten mit gleicher Geschwindigkeit erfolgt, so erhält man das Ergebnis des Michelsonschen Versuchs als etwas Selbstverständliches. Von einer Bewegung relativ zum „Äther“ kann man nicht mehr sprechen (sie spielte vorher physikalisch die Rolle einer „absoluten“ Bewegung), der Äther als eine Substanz, der man Ruhe oder Bewegung zuschreiben könnte, ist aus der Physik verbannt, und es gilt das „spezielle Relativitätsprinzip“. Es besagt, daß alle Naturgesetze, in bezug auf ein bestimmtes Koordinatensystem formuliert, in vollständig derselben Form gültig bleiben, wenn man sie auf ein anderes Koordinatensystem bezieht, das sich in bezug auf das erste geradlinig gleichförmig bewegt. Dieses Prinzip ist so oft besprochen

worden — auch in trefflichen populären Darstellungen —, daß wir hier wohl nicht dabei zu verweilen und auf seine Konsequenzen einzugehen brauchen. Zu ihnen gehört bekanntlich die Relativität der Längen und Zeiten; d. h. für die Dauer eines Vorganges und für die Länge eines Körpers ergeben sich verschiedene Werte, je nachdem, von welchem Bezugssystem aus die Messung vorgenommen wird. Da nun alle gleichförmig zueinander bewegten Systeme völlig gleichberechtigt sind — jedes kann mit gleichem Rechte als ruhend betrachtet werden —, so ist von jenen Werten keiner vor den andern als der allein wahre ausgezeichnet. Wir bezeichnen dieses Relativitätsprinzip und den Komplex der aus ihm gezogenen Folgerungen als die „spezielle Relativitätstheorie“, weil sie sich allein auf geradlinig-gleichförmige, nicht etwa auf beliebige Bewegungen bezieht. Hiermit ist man über den Newtonschen Raum- und Zeitbegriff noch nicht allzu weit hinausgekommen, denn das spezielle Relativitätsprinzip hatte auch schon in der Newtonschen Mechanik volle Gültigkeit, und beschleunigte Bewegungen hatten auch in der neuen Theorie keineswegs relativen Charakter; ihnen gegenüber behielt also der Raum nach wie vor seine absoluten Eigenschaften.

Aber seit dem Jahre 1905, in dem *Einstein* das spezielle Prinzip für die gesamte Physik aufstellte, ist er unablässig bemüht gewesen, es zu verallgemeinern, so daß es nicht nur für geradlinig gleichförmige, sondern für ganz beliebige Bewegungen gültig bleibt. Diese Bemühungen sind im Jahre 1915 zu einem glücklichen Abschluß gebracht und von vollständigem Erfolg gekrönt worden. Sie führten zu einer neuen Theorie der Gravitationserscheinungen und zu einer denkbar weitestgehenden, nicht mehr überbietbaren Relativierung aller Raum- und Zeitbestimmungen; beide Be-

griffe spielen in der modernen Einsteinschen Physik eine von Grund aus andere Rolle als in der Newtonschen.

Das sind Ergebnisse von so ungeheurer prinzipieller Bedeutung, daß kein irgendwie naturwissenschaftlich oder erkenntnistheoretisch Interessierter an ihnen vorbeigehen kann. Man muß sich weit in der Geschichte der Wissenschaften umsehen, um theoretische Errungenschaften von vergleichbarer Wichtigkeit zu finden. Man könnte etwa an die Leistung des *Kopernikus* denken; und wenn auch *Einsteins* Resultate wohl nicht eine so große Wirkung auf die Weltanschauung der Allgemeinheit haben können wie die kopernikanische Umwälzung, so ist dafür ihre Bedeutung für das rein theoretische Weltbild um so höher, denn die letzten Grundlagen unserer Naturerkenntnis erfahren durch *Einstein* eine viel tiefer gehende Umgestaltung als durch *Kopernikus*.

Es ist daher begreiflich und erfreulich, daß auf allen Seiten das Bedürfnis besteht, in die neue Gedankenwelt einzudringen. Viele aber werden durch die äußere Form der Theorie davon abgeschreckt, weil sie sich die höchst komplizierten mathematischen Hilfsmittel, die zum Verständnis der Einsteinschen Arbeiten nötig sind, nicht erwerben mögen. Der Wunsch, auch ohne jene Hilfsmittel in die neuen Anschauungen eingeweiht zu werden, muß aber erfüllt werden, wenn die Theorie den ihr gebührenden Anteil bei der Ausgestaltung des modernen Weltbildes gewinnen soll. Und er ist wohl auch erfüllbar, denn die Grundgedanken der neuen Lehre sind ebenso einfach wie tief. Die Begriffe von Raum und Zeit sind ursprünglich nicht erst durch komplizierte wissenschaftliche Denktätigkeit erzeugt, sondern schon im täglichen Leben müssen wir un-aufhörlich mit ihnen arbeiten. Von den vertrautesten, ge-

läufigsten Anschauungen ausgehend kann man Schritt für Schritt alle willkürlichen und ungerechtfertigten Voraussetzungen aus ihnen entfernen und behält dann Raum und Zeit ganz rein in der Gestalt, mit der sie in der Einsteinschen Physik allein noch fungieren. Auf diesem Wege soll nun hier versucht werden, die Grundideen besonders der neuen Raumlehre herauszuarbeiten. Man gelangt ganz von selbst zu ihnen, indem man die altgewohnte Raumvorstellung von allen Unklarheiten und unnötigen Denkszutaten befreit. Wir verfolgen hier also nicht sowohl den Zweck, einen orientierenden Überblick über die allgemeine Relativitätstheorie im ganzen zu gewinnen — einen solchen hat *Erwin Freundlich* in seiner Schrift: „Die Grundlagen der Einsteinschen Gravitationstheorie“ bereits trefflich gegeben —, sondern wir wollen uns einen Zugang zu ihr bahnen, indem wir in kritischer Besinnung die Ideen über Raum und Zeit zur Klarheit zu bringen suchen, die das Fundament der neuen Lehre bilden und ihr Verständnis mit sich führen.

II. Die geometrische Relativität des Raumes.

Die fundamentalste Frage, die man über Zeit und Raum stellen kann, lautet, zunächst in ganz populärer, vorläufiger Formulierung: Sind Raum und Zeit eigentlich etwas *Wirkliches*?

Bereits im Altertum herrschte unter den Philosophen ein unfruchtbarer Streit darüber, ob der leere Raum, das *κενόν*, etwas Wirkliches oder einfach mit dem Nichts identisch sei. Aber auch heutzutage wird nicht jeder, mag er Naturforscher, Philosoph oder Laie sein, ohne weiteres eine bejahende oder verneinende Antwort auf jene Hauptfrage erteilen wollen. Niemand zwar betrachtet wohl Raum und Zeit als etwas Reales in ganz demselben Sinne wie

etwa den Stuhl, auf dem ich sitze, oder die Luft, die ich atme; ich kann mit dem Raume nicht verfahren wie mit körperlichen Gegenständen oder mit der Energie, die ich von einem Platz zum andern transportieren, handgreiflich verwenden, kaufen und verkaufen kann. Jeder fühlt, daß da irgendein Unterschied besteht: Raum und Zeit sind in irgendeinem Sinne weniger *selbständig* als die in ihnen existierenden Dinge, und Philosophen haben diese Unselbständigkeit oft hervorgehoben, indem sie sagten, beides existiere nicht für sich, man könnte vom Raum nicht reden, wenn keine Körper da wären, und der Begriff der Zeit würde gleichermaßen sinnlos, wenn keine Vorgänge, keine Veränderungen in der Welt existierten. Aber doch sind Raum und Zeit auch für das populäre Bewußtsein keineswegs einfach *nichts*; gibt es doch große Zweige der Technik, die allein ihrer Überwindung dienen sollen.

Natürlich hängt die Entscheidung der Frage davon ab, was man unter „Wirklichkeit“ verstehen will. Mag nun auch dieser Begriff so im allgemeinen sehr schwer oder gar nicht zu definieren sein, so ist doch der Physiker in der glücklichen Lage, daß er sich darüber mit einer Bestimmung begnügen kann, die ihm die Abgrenzung seines Reiches mit voller Sicherheit gestattet. „Was man messen kann, das existiert auch.“ Diesen Satz *Plancks* darf der Physiker als allgemeines Kriterium benutzen und sagen: nur was meßbar ist, besitzt sicher Realität oder, um es vorsichtiger zu formulieren: physikalische Gegenständlichkeit.

Sind nun Raum und Zeit meßbar? Die Antwort scheint auf der Hand zu liegen. Was wäre überhaupt meßbar, wenn nicht Raum und Zeit? Wozu sonst dienen denn unsere Maßstäbe und Uhren? Gibt es nicht sogar eine besondere Wissenschaft, die es mit gar nichts anderem zu

tun hat als mit der Raummessung ohne Rücksicht auf irgendwelche Körper, nämlich die metrische Geometrie?

Aber gemacht! Der Kundige weiß, daß Streit herrscht über die Natur der geometrischen Objekte — und selbst wenn dies nicht der Fall wäre, haben wir doch neuerdings gelernt, gerade in den Grundbegriffen der Wissenschaften nach verborgenen, ungeprüften Voraussetzungen zu fahnden, und so werden wir nachforschen müssen, ob nicht auch die gewohnte Auffassung der Geometrie als Lehre von den Eigenschaften des Raumes durch gewisse unrechtmäßige Vorstellungen beeinflusst ist, von denen sie gereinigt werden muß. In der Tat hat schon seit längerer Zeit die erkenntnistheoretische Kritik die Notwendigkeit einer solchen Reinigung behauptet und an ihr gearbeitet. Dabei hat sie bereits Gedanken über die Relativität aller räumlichen Verhältnisse entwickelt, als deren konsequente Ausgestaltung und Anwendung wir die Raum-Zeit-Auffassung der Einsteinschen Theorie ansehen können. Von jenen Gedanken führt zu ihr ein kontinuierlicher Weg, auf dem der Sinn der Frage nach der „Wirklichkeit“ des Raumes und der Zeit immer deutlicher wird, und den wir hier als Zugang zu den neuen Ideen benutzen wollen.

Wir beginnen mit einer einfachen Überlegung, die wohl fast jeder, der über solche Dinge nachdenkt, schon als Gedankenexperiment angestellt hat, die wir aber besonders schön bei *H. Poincaré* beschrieben finden. Denken wir uns, sämtliche Körper der Welt wüchsen über Nacht ins Riesenhafte, ihre Dimensionen vergrößerten sich um das Hundertfache ihres ursprünglichen Betrages: mein Zimmer, heute noch 6 m lang, hätte morgen früh eine Länge von 600 m, ich selbst wäre ein Goliath von 180 m und würde mit einem 15 m langen Federhalter meterhohe Buchstaben aufs Papier

werfen, und in analoger Weise sollen sich alle Größen des Universums geändert haben, so daß die neue Welt, wenn auch hundertfach vergrößert, doch der alten geometrisch ähnlich ist. — Wie würde mir, fragt *Poincaré*, nach einer so erstaunlichen Änderung am Morgen zumute sein? und er antwortet: ich würde davon nicht das geringste merken. Denn da nach der Voraussetzung alle Gegenstände an der hundertfachen Ausdehnung teilgenommen haben, mein eigener Körper, alle Maßstäbe und Instrumente, so würde jedes Mittel fehlen, die gedachte Veränderung festzustellen; ich würde also die Länge meines Zimmers nach wie vor als 6 m bezeichnen, denn mein Meterstab würde sich in ihm sechsmal abtragen lassen, usw. Ja — und dies ist das Wichtigste —, jene ganze Umwälzung *existiert* überhaupt nur für die, welche fälschlich so argumentieren, als wenn der Raum absolut wäre. „In Wahrheit müßte man sagen, daß, da der Raum relativ ist, überhaupt gar keine Änderung stattgefunden hat, und daß wir eben deshalb auch nichts bemerken konnten.“ Also: das hundertfach vergrößert gedachte Universum ist von dem ursprünglichen nicht bloß ununterscheidbar, sondern es ist einfach *dasselbe* Universum, es hat keinen Sinn, von einem Unterschiede zu reden, weil die absolute Größe eines Körpers nichts „Wirkliches“ ist.

Diese Erörterungen *Poincarés* bedürfen freilich, um zwingend zu sein, noch einer Ergänzung. Die Fiktion einer durchgehenden Größenänderung der Welt oder eines Teiles derselben entbehrt nämlich von vornherein jedes angebbaren Sinnes, solange nicht zugleich etwas darüber vorausgesetzt ist, wie sich denn die physikalischen Konstanten bei dieser Deformation verhalten sollen. Denn die Naturkörper haben ja nicht bloß eine geometrische Gestalt, sondern auch vor allem physische Eigenschaften, z. B. Masse.

Setzen wir etwa nach einer hundertfachen Linearvergrößerung der Welt für die Masse der Erde und der Gegenstände auf ihr dieselben Zahlen wie vorher in die Newtonsche Attraktionsformel ein, so würden wir für das Gewicht eines Körpers auf der Erdoberfläche nur den 10 000sten Teil seines früheren Wertes erhalten, denn es ist ja umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung vom Erdmittelpunkte. Ließe sich nun diese Gewichtsänderung, und damit indirekt die absolute Größenzunahme, nicht feststellen? Man könnte meinen, das sei durch Pendelbeobachtungen möglich, denn ein Pendel würde wegen der Gewichtsabnahme und wegen der Vergrößerung seiner Länge gerade 1000 mal langsamer schwingen als vorher. Aber wäre diese Verlangsamung feststellbar, hat sie physikalische Realität? Wiederum ist die Frage unbeantwortbar, solange nicht gesagt ist, wie es sich mit der Rotationsgeschwindigkeit der Erde nach der Deformation verhalten soll, denn durch Vergleich mit der letzteren entsteht ja erst das Zeitmaß. Zwecklos wäre auch der Versuch, die Gewichtsverminderung etwa mit Hilfe einer Federwage beobachten zu wollen, denn es bedürfte dazu wieder besonderer Voraussetzungen über das Verhalten des Elastizitätskoeffizienten der Feder bei der gedachten Vergrößerung.

Die Fiktion einer bloß geometrischen Deformation aller Körper ist mithin völlig nichtssagend, sie hat keine bestimmte physikalische Bedeutung. Beobachteten wir also eines schönen Morgens eine Verlangsamung des Ganges aller unserer Pendeluhrn, so könnten wir daraus nicht etwa auf eine nächtliche Vergrößerung des Universums schließen, sondern die merkwürdige Erscheinung wäre stets auch durch andere physikalische Hypothesen erklärbar. Umgekehrt: wenn ich behaupte, daß alle linearen

Abmessungen sich seit gestern um das Hundertfache verlängert hätten, so kann mir keine Erfahrung das Gegenteil beweisen; ich brauche nur gleichzeitig etwa zu behaupten, daß auch alle Massen den hundertfachen Wert angenommen, das Tempo der Erddrehung und der andern Vorgänge dagegen sich hundertfach verlangsamt habe. Man sieht nämlich leicht aus den elementaren Formeln der Newtonschen Mechanik, daß sich unter diesen Voraussetzungen für alle beobachtbaren Größen (wenigstens soweit Trägheits- und Gravitationswirkungen in Betracht kommen) genau die gleichen Zahlen ergeben wie vorher. Die Änderung hat also keinen physikalischen Sinn.

Durch dergleichen beliebig zu vervielfältigende Überlegungen, die noch ganz auf dem Boden der Newtonschen Mechanik bleiben, wird bereits klar, daß raumzeitliche Bestimmungen in der Wirklichkeit mit anderen physischen Größen untrennbar verbunden sind, und wenn man die einen unter Abstraktion von den übrigen für sich betrachtet, so muß man sorgfältig an der Erfahrung prüfen, inwieweit der Abstraktion ein realer Sinn zukommt.

Vervollständigt durch diese Erörterungen, lehren uns nun die Betrachtungen *Poincarés* einwandfrei, daß wir uns die Welt durch gewisse gewaltige geometrisch-physikalische Änderungen in eine neue übergeführt denken können, die von der ersten schlechthin ununterscheidbar und mithin physikalisch völlig mit ihr identisch ist, so daß jene Änderung in der Wirklichkeit gar keinen realen Vorgang bedeuten würde. Wir hatten die Betrachtung zunächst durchgeführt für den Fall, daß die gedachte transformierte Welt der ursprünglichen geometrisch *ähnlich* ist; an den dargelegten Schlüssen ändert sich aber nicht das geringste, wenn wir diese Voraussetzung fallen lassen. Nehmen wir z. B. an,

daß die Abmessungen aller Objekte sich nur nach einer Richtung hin beliebig verlängerten oder verkürzten, etwa in der Richtung der Erdachse, so würden wir von dieser Transformation wiederum nichts bemerken, obgleich die Gestalt der Körper sich gänzlich verändert hätte, denn aus Kugeln wären Rotationsellipsoide, aus Würfeln Parallelepipede geworden, und zwar vielleicht sogar sehr langgestreckte. Aber wollten wir mit Hilfe eines Maßstabes die Änderung der Längendimension gegenüber der Querdimension konstatieren, so wäre dies Bemühen vergeblich, weil ja der Maßstab, sobald wir ihn zum Zwecke der Messung in die Richtung der Erdachse drehen, sich nach unserer Voraussetzung selber in entsprechendem Maße verlängert oder verkürzt. Wir könnten auch die Deformation nicht sehend oder tastend direkt wahrnehmen, denn unser eigener Körper hat sich im gleichen Sinne deformiert, mitsamt unserem Augapfel, ebenso die Wellenflächen des Lichts: wiederum ist zu schließen, daß zwischen beiden Welten ein „wirklicher“ Unterschied nicht besteht, die gedachte Deformation ist durch keine Messung feststellbar, sie hat keine physikalische Gegenständlichkeit.

Man sieht leicht, daß die vorgetragenen Überlegungen noch einer Verallgemeinerung fähig sind: wir können uns mit *Poincaré* die Gegenstände des Universums nach beliebigen Richtungen beliebig verzerrt vorstellen, und die Verzerrung braucht nicht für alle Körper die gleiche zu sein, sondern kann von Ort zu Ort wechseln — sobald wir voraussetzen, daß alle Meßinstrumente, wozu auch unser Leib mit seinen Sinnesorganen gehört, an jedem Orte die dort vorhandene Deformation mitmachen, wird die ganze Änderung schlechthin ungreifbar, sie existiert für den Physiker nicht „wirklich“.

III. Die mathematische Formulierung der räumlichen Relativität.

In mathematischer Sprechweise können wir dies Resultat ausdrücken, indem wir sagen: zwei Welten, die durch eine völlig beliebige (aber stetige und eindeutige) Punkttransformation ineinander übergeführt werden können, sind hinsichtlich ihrer physikalischen Gegenständlichkeit miteinander *identisch*. Das heißt: wenn das Universum sich irgendwie deformierte, so daß die Punkte aller physischen Körper dadurch an neue Orte gerückt werden, so ist damit (unter Berücksichtigung der obigen ergänzenden Erwägungen) überhaupt gar keine meßbare, keine „wirkliche“ Änderung eingetreten, wenn die Koordinaten eines physischen Punktes am neuen Orte auch ganz beliebige Funktionen der Koordinaten seines alten Ortes sind; nur wird natürlich voraussetzen sein, daß die Körperpunkte ihren Zusammenhang bewahren, daß also solche, die vor der Deformation benachbart waren, es auch nachher bleiben (d. h. jene Funktionen müssen stetig sein), und ferner darf jedem Punkt der ursprünglichen Welt nur *ein* Punkt der neuen entsprechen, und umgekehrt (d. h. die Funktionen müssen eindeutig sein).

Man kann sich die geschilderten Verhältnisse anschaulich klarmachen, wenn man sich den Raum durch ein System dreier Scharen von Ebenen, die zu den Koordinatenebenen parallel sind, in lauter Würfel geteilt denkt. Diejenigen Punkte der Welt, die auf einer solchen Ebene liegen (z. B. der Decke des Zimmers), werden nach der Deformation eine mehr oder weniger verbogene Fläche bilden. Die zweite Welt wird also durch das System aller derartigen Flächen in achteckige Zellen geteilt werden, die im allgemeinen alle verschiedene Größe und Gestalt haben. Wir würden aber

in dieser Welt jene Flächen nach wie vor als „Ebenen“ und ihre Schnittkurven als „Gerade“, die Zellen als „Würfel“ bezeichnen, denn es fehlte ja jedes Mittel, festzustellen, daß sie es „eigentlich“ nicht sind. Denken wir uns die Flächen fortlaufend numeriert, so ist jeder physische Punkt der deformierten Welt durch drei Zahlen bestimmt, nämlich die Nummern der drei Flächen, die durch ihn hindurchgehen; wir können also diese Zahlen als Koordinaten jenes Punktes benutzen und werden sie füglich als „Gaußsche Koordinaten“ bezeichnen, weil sie für dreidimensionale Gebilde genau dieselbe Bedeutung haben wie die seinerzeit von *Gauß* zur Untersuchung zweidimensionaler Gebilde (Flächen) eingeführten Koordinaten. Er dachte sich nämlich eine beliebig gekrümmte Fläche von zwei sich kreuzenden ganz in der Fläche liegenden Kurvenscharen durchzogen und jeden Punkt auf ihr als Schnitt zweier solcher Kurven bestimmt. — Nun ist klar, daß unter den gemachten Voraussetzungen die Begrenzungsflächen der Körper, der Lauf der Lichtstrahlen, alle Bewegungen und überhaupt alle Naturgesetze in der deformierten Welt, in diesen neuen Koordinaten ausgedrückt, durch identisch dieselben Gleichungen dargestellt werden wie die entsprechenden Gegenstände und Vorgänge der ursprünglichen Welt, bezogen auf gewöhnliche Cartesische Koordinaten, wenn nur jene Numerierung der Flächen in der richtigen Weise vollzogen wurde. Ein Unterschied zwischen beiden Welten besteht ja, wie gesagt, nur so lange, als man fälschlich annimmt, man könne im Raume Flächen und Linien überhaupt definieren ohne Rücksicht auf Körper in ihm, als wäre er also mit „absoluten“ Eigenschaften ausgestattet.

Beziehen wir aber nun das neue Universum auf die *alten* Koordinaten, also auf das System der rechtwinklig

sich schneidenden Ebenen, so erscheint nunmehr *dieses* als ein — in entgegengesetzter Weise — gänzlich verbogenes, gekrümmtes Flächensystem, und die geometrischen Gestalten und physikalischen Gesetze erhalten auf dieses System bezogen ein völlig verändertes Aussehen. Statt zu sagen: ich deformiere die Welt in bestimmter Weise, kann ich ebensogut sagen: ich beschreibe die unveränderte Welt durch neue Koordinaten, deren Flächensystem gegenüber dem ersten in bestimmter Weise deformiert ist. Beides ist einfach dasselbe, und jene gedachten Deformationen würden gar keine reale Änderung der Welt bedeuten, sondern nur eine Beziehung auf andere Koordinaten.

Es ist daher auch erlaubt, unsere eigene Welt, in der wir leben, als die deformierte aufzufassen und zu sagen: die Körperoberflächen (z. B. die Zimmerdecke), die wir Ebenen nennen, sind „eigentlich“ gar keine; unsere Geraden (Lichtstrahlen) sind „in Wahrheit“ krumme Linien usw. Wir können ohne Widerspruch etwa annehmen, daß ein Würfel, den ich ins Nebenzimmer transportiere, auf dem Wege dahin seine Gestalt und Größe beträchtlich ändert, und wir würden es nur nicht gewahr, weil wir selbst nebst allen Meßinstrumenten und der ganzen Umgebung analoge Änderungen erleiden; gewisse krumme Linien würden als die „wahren“ Geraden zu gelten haben; die Winkel unseres Würfels, die wir als Rechte bezeichnen, würden es „in Wahrheit“ nicht sein — doch könnten wir es nicht konstatieren, weil der Maßstab, mit dem wir die Schenkel des Winkels gemessen haben, seine Länge entsprechend ändern würde, wenn wir ihn herumdrehen, um den zugehörigen Kreisbogen zu messen. Die Winkelsumme unseres Quadrats betrüge „in Wahrheit“ gar nicht vier Rechte — kurz, es wäre so, als ob wir eine von der Euklidischen verschiedene

Geometrie benutzen. Die ganze Annahme käme also hinaus auf die Behauptung, daß gewisse Flächen und Linien, die uns als krumm erscheinen, eigentlich die wahren Ebenen und Geraden seien, und daß wir uns ihrer als Koordinaten bedienen müßten.

Warum nehmen wir tatsächlich nichts dergleichen an, obwohl es theoretisch möglich wäre, obwohl alle unsere Erfahrungen dadurch zu erklären wären? Nun, einfach deshalb nicht, weil diese Erklärung dann nur auf eine sehr komplizierte Weise geleistet werden könnte, nämlich nur durch die Annahme höchst verwickelter physikalischer Gesetzmäßigkeiten. Die Gestalt eines Körpers wäre ja von seinem Orte abhängig, der Einwirkung äußerer Kräfte entzogen würde er eine krumme Linie beschreiben usw., kurz, wir gelangten zu einer höchst verworrenen Physik, und — was die Hauptsache ist — sie wäre gänzlich willkürlich, denn es gäbe beliebig viele gleich komplizierte Systeme der Physik, die alle der Erfahrung in gleichem Maße gerecht würden. Ihnen gegenüber zeichnete sich das übliche, die Euklidische Geometrie benutzende System als das *einfachste* aus, soweit man es bisher beurteilen konnte. Die Linien, die wir als „Gerade“ bezeichnen, spielen eben physikalisch eine besondere Rolle, sie sind, wie *Poincaré* es ausdrückt, *wichtiger* als andere Linien; ein an diese Linien sich anschließendes Koordinatensystem liefert daher die einfachsten Formeln für die Naturgesetze.

IV. Die Untrennbarkeit von Geometrie und Physik in der Erfahrung.

Die Gründe, weswegen man das gebräuchliche System der Geometrie und Physik allen anderen möglichen vorzieht und als das allein „wahre“ betrachtet, sind genau dieselben,

welche die Überlegenheit der Kopernikanischen über die Ptolemäische Weltansicht begründen: die erstere führt zu einer außerordentlich viel einfacheren Himmelsmechanik. Die Formulierung der Gesetze der Planetenbewegungen wird eben ganz unübersichtlich kompliziert, wenn man sie, wie *Ptolemäus*, auf ein mit der Erde fest verbundenes Koordinatensystem bezieht, höchst durchsichtig dagegen, wenn ein in bezug auf den Fixsternhimmel ruhendes System zugrunde gelegt wird.

So sehen wir, daß uns die Erfahrung keineswegs zwingt, bei der physikalischen Naturbeschreibung eine bestimmte, etwa die Euklidische Geometrie zu benutzen; sondern sie lehrt uns nur, welche Geometrie wir verwenden müssen, wenn wir zu den einfachsten Formeln für die Naturgesetze gelangen wollen. Hieraus folgt sofort: es hat überhaupt keinen Sinn, von einer bestimmten Geometrie „des Raumes“ zu reden ohne Rücksicht auf die Physik, auf das Verhalten der Naturkörper, denn da die Erfahrung uns nur dadurch zur Wahl einer bestimmten Geometrie führt, daß sie uns zeigt, auf welche Weise das Verhalten der Körper am einfachsten formuliert werden kann, so ist es sinnlos, eine Entscheidung zu verlangen, wenn von Körpern überhaupt nicht die Rede sein soll. *Poincaré* hat dies prägnant in dem Satze ausgedrückt: „Der Raum ist in Wirklichkeit gestaltlos, und allein die Dinge, die darin sind, geben ihm eine Form.“ Ich will noch einige Ausführungen von *Helmholtz* ins Gedächtnis rufen, in denen er die gleiche Wahrheit verkündet. Er sagt gegen den Schluß seines Vortrages über den Ursprung und die Bedeutung der geometrischen Axiome folgendes: „Wenn wir es zu irgendeinem Zwecke nützlich fänden, so könnten wir in vollkommen folgerichtiger Weise den Raum, in welchem wir leben, als den scheinbaren

Raum hinter einem Konvexspiegel mit verkürztem und zusammengezogenem Hintergrunde betrachten; oder wir könnten eine abgegrenzte Kugel unseres Raumes, jenseit deren Grenzen wir nichts mehr wahrnehmen, als den unendlichen pseudosphärischen Raum betrachten. Wir müßten dann nur den Körpern, welche uns als fest erscheinen, und ebenso unserm eigenen Leibe gleichzeitig die entsprechenden Dehnungen und Verkürzungen zuschreiben und würden allerdings das System unserer mechanischen Prinzipien gleichzeitig gänzlich verändern müssen; denn schon der Satz, daß jeder bewegte Punkt, auf den keine Kraft wirkt, sich in gerader Linie mit unveränderter Geschwindigkeit fortbewegt, paßt auf das Abbild der Welt im Konvexspiegel nicht mehr ... Die geometrischen Axiome sprechen also gar nicht über Verhältnisse des Raumes allein, sondern gleichzeitig auch über das mechanische Verhalten unserer festesten Körper bei Bewegungen.“

Seit *Riemann* und *Helmholtz* ist man gewohnt, von ebenen sphärischen, pseudosphärischen und andern Räumen zu reden und von Beobachtungen, die darüber entscheiden sollten, welcher von diesen Klassen unser „wirklicher“ Raum angehöre. Wir wissen jetzt, wie diese Redeweise zu verstehen ist: nämlich *nicht* so, als ob dem Raum ohne Rücksicht auf die Gegenstände in ihm eines jener Prädikate zugeschrieben werden könnte; sondern so, daß die Erfahrung uns nur darüber belehrt, ob es praktischer ist, die Euklidische oder eine nicht Euklidische Geometrie bei der physikalischen Naturbeschreibung zu verwenden. *Riemann* selbst war sich natürlich wie *Helmholtz* über den Sachverhalt vollkommen klar; aber die Ergebnisse dieser beiden Forscher sind oft mißverständlich formuliert worden, so daß sie sogar gelegentlich zu einer Stärkung des Glaubens an den

absoluten Raum führten als an etwas, dem eine bestimmte erfahrbare Gestalt für sich zukomme. In diesem Punkte scheint mir z. B. *E. Study* fehlzugehen, der in seinem Buche „Die realistische Weltansicht und die Lehre vom Raume“ die Meinung vertritt, den Gegenständen der Geometrie, also dem Raume, komme eine gewisse „physische Realität“ zu: „Eine Art von Realität, die der ebenfalls angenommenen Realität der Körper verwandt, aber doch von ihr verschieden ist“ (S. 58 der zitierten Schrift). Er glaubt an die Existenz einer „natürlichen Geometrie“; sie sei „ein in jeder Beziehung treues Abbild des Raumes, in dem wir leben“ (S. 59). Diese Ausdrucksweise werden wir nach dem Dargelegten nicht für erlaubt halten können. — Bekanntlich versuchte *Gauß* durch Ausmessung mit Hilfe von Theodoliten festzustellen, ob in einem sehr großen Dreieck die Winkelsumme zwei Rechte betrage oder nicht. Er maß also die Winkel, die drei Lichtstrahlen an drei festen Punkten (Brocken, Hoher Hagen, Inselsberg) miteinander bildeten. Gesetzt, es hätte sich eine Abweichung von zwei Rechten gezeigt, so hätte man *entweder* die Lichtstrahlen als krummlinig annehmen und die Euklidische Geometrie beibehalten können, *oder* man könnte den Weg eines Lichtstrahls nach wie vor als Gerade bezeichnen, müßte dann aber eine nicht-Euklidische Geometrie einführen. Es ist also nicht richtig, daß die Erfahrung uns jemals eine „nicht-Euklidische Struktur des Raumes“ *beweisen*, d. h. zu der zweiten der beiden möglichen Annahmen zwingen könnte. Andererseits hat aber auch *Poincaré* nicht recht, wenn er an einer Stelle meint, daß tatsächlich der Physiker immer die erste Annahme wählen werde. Denn niemand konnte voraussagen, ob es nicht einmal nötig werden würde, von Euklidischen Maßbestimmungen abzugehen, um das physikalische Verhalten

der Körper auf die einfachste Weise beschreiben zu können.

Nur dies konnte man schon sagen, daß man niemals Veranlassung finden würde, in *erheblichem* Grade von der Euklidischen Geometrie abzugehen, denn sonst hätten wir durch unsere Beobachtungen, besonders astronomische, längst darauf aufmerksam werden müssen. Es ist aber bisher unter Zugrundelegung der Euklidischen Geometrie vortrefflich gelungen, zu einfachen physikalischen Prinzipien zu gelangen. Daraus ist zu schließen, daß sie mindestens zur näherungsweise Darstellung stets geeignet bleibt. Sollte uns daher die physikalische Zweckmäßigkeit ein Aufgeben der Euklidischen Maßbestimmungen nahelegen, so werden doch die Abweichungen nur geringfügig sein und an der Grenze des Beobachtbaren liegen. Ob aber groß oder klein, prinzipiell ist ihre Bedeutung natürlich genau dieselbe.

Dieser Fall, bis dahin nur eine theoretische Möglichkeit, ist jetzt eingetreten. *Einstein* zeigte, daß man tatsächlich nicht-Euklidische Beziehungen zur Darstellung räumlicher Verhältnisse in der Physik verwenden muß, um diejenige ungeheure prinzipielle Vereinfachung der Naturauffassung aufrechterhalten zu können, die jetzt in der Gestalt der *allgemeinen* Relativitätstheorie vorliegt. Wir kommen sogleich darauf zurück. Einstweilen halten wir das Resultat fest, daß der Raum für sich auf keinen Fall irgendeine Struktur besitzt, weder Euklidische noch nicht-Euklidische Konstitution ist ihm eigentümlich, ebensowenig wie es einer Strecke eigentümlich ist, nach Kilometern gemessen zu werden, nicht aber nach Meilen. Wie eine Strecke eine angebbare Länge erst dadurch erhält, daß ich einen Maßstab als Einheit wähle und dazu die Bedingungen der Messung genau festsetze, so wird die Anwendung einer be-

stimmten Geometrie auf die Wirklichkeit erst möglich, wenn bestimmte Gesichtspunkte festgelegt sind, nach denen die räumlichen Beziehungen aus den physikalischen abstrahiert werden sollen. Alles Messen von Raumstrecken geschieht in letzter Linie durch Aneinanderlegen von Körpern; damit eine solche Vergleichung zweier Körper zu einer *Messung* werde, muß man sie erst nach gewissen Prinzipien *interpretieren* (man muß z. B. annehmen, daß gewisse Körper als starr zu betrachten sind, also einen Transport ohne Gestaltänderung überstehen).

Ganz analoge Betrachtungen wie für den Raum lassen sich *mutatis mutandis* für die Zeit anstellen. Die Erfahrung kann uns nicht zwingen, der Naturbeschreibung ein bestimmtes Maß und Tempo des Zeitlaufs zugrunde zu legen, sondern wir wählen dasjenige, welches die einfachste Formulierung der Gesetze ermöglicht. Alle zeitlichen Bestimmungen sind mit physischen Vorgängen ebenso unlöslich verknüpft wie die räumlichen mit physischen Körpern. Die messende Beobachtung irgendeines physikalischen Prozesses, z. B. der Lichtausbreitung von einem Orte zu andern, schließt zugleich die Ablesung von Uhren ein und setzt mithin eine Methode voraus, nach welcher verschieden lokalisierte Uhren zu regulieren sind; ohne eine solche haben die Begriffe der Gleichzeitigkeit und der gleichen Dauer keinen bestimmten Sinn. Doch das sind Dinge, auf welche die spezielle Relativitätstheorie schon lange die allgemeine Aufmerksamkeit gelenkt hat. Alle Zeitmessung findet durch Vergleichung zweier Vorgänge statt, und damit ein solcher Vergleich eine Messung bedeute, muß eine Vereinbarung, ein Prinzip vorausgesetzt werden, dessen Wahl wiederum durch das Streben nach möglichst einfacher Formulierung der Naturgesetze bestimmt wird.

So sehen wir denn: Raum und Zeit sind nur in der Abstraktion von den physischen Dingen und Vorgängen trennbar. *Wirklich* ist nur die Vereinigung, die Einheit von Raum, Zeit und Dingen; jedes für sich ist eine Abstraktion. Und bei einer Abstraktion muß man sich immer fragen, ob sie auch naturwissenschaftlichen Sinn hat, d. h. ob das durch die Abstraktion Getrennte auch tatsächlich voneinander unabhängig ist.

V. Die Relativität der Bewegungen und ihr Verhältnis zur Trägheit und Gravitation.

Wäre man sich dieser letzten Wahrheit stets bewußt gewesen, so hätte der berühmte immer wieder erneuerte Streit über die Existenz der sogenannten *absoluten Bewegung* von vornherein ein anderes Antlitz bekommen. Der Begriff der Bewegung nämlich hat einen realen Sinn zunächst nur in der Dynamik, als Ortsveränderung materieller Körper mit der Zeit; die sogenannte reine Kinematik (zu *Kants Zeiten* „Phoronomie“ genannt) entsteht aus der Dynamik dadurch, daß man von der *Masse* abstrahiert, sie ist also die Lehre von der zeitlichen Änderung des Orts bloßer mathematischer Punkte. Inwieweit dieses Abstraktionsgebilde zur Naturbeschreibung dienen kann, läßt sich nur durch die Erfahrung entscheiden. Die Gegner der absoluten Bewegung (z. B. *Mach*) argumentierten vor *Einstein* immer folgendermaßen: Jede Ortsbestimmung ist, da nur für ein bestimmtes Bezugssystem definiert, ihrem Begriff nach relativ, also auch jede Ortsveränderung; es gibt mithin nur relative Bewegung, d. h. es kann kein ausgezeichnetes Bezugssystem geben; da nämlich der Begriff der Ruhe ein relativer ist, muß ich jedes beliebige Bezugssystem als ruhend betrachten können.

Diese Beweisführung übersieht aber, daß die Definition der Bewegung als *Ortsveränderung schlechthin* nur die Bewegung im Sinn der Kinematik trifft. Für reale Bewegungen, d. h. für die Mechanik oder Dynamik, braucht der Schluß nicht bindend zu sein; erst die Erfahrung muß zeigen, ob er berechtigt war. Rein kinematisch ist es natürlich dasselbe, ob man sagt: die Erde rotiert, oder: der Fixsternhimmel dreht sich um die Erde; daraus folgt aber nicht, daß beides auch dynamisch ununterscheidbar sein müsse. *Newton* nahm vielmehr bekanntlich das Gegenteil an. Er glaubte — scheinbar im besten Einklang mit der Erfahrung —, daß man einen rotierenden Körper von einem ruhenden durch die Zentrifugalkräfte (Abplattung) unterscheiden könnte, und eben durch das Fehlen der Zentrifugalkräfte würde dann die absolute Ruhe (von gleichförmiger Translation abgesehen) *definiert* sein. In der erfahrbaren Wirklichkeit geht eben jede beschleunigte Ortsveränderung mit dem Auftreten von Trägheitswiderständen (z. B. Fliehkräften) Hand in Hand; und es ist willkürlich, von diesen beiden Momenten, die gleichermaßen zur physischen Bewegung gehören und nur in der Abstraktion trennbar sind, das eine als die Ursache des andern zu erklären, nämlich die Trägheitswiderstände als *Wirkung* der Beschleunigung aufzufassen. Es läßt sich also nicht aus dem bloßen Begriff der Bewegung beweisen (wie *Mach* das wollte), daß es kein ausgezeichnetes Bezugssystem, d. h. keine absolute Bewegung geben könne, sondern die Entscheidung muß der Beobachtung vorbehalten bleiben.

Darin freilich hatte *Newton* unrecht, daß er glaubte, die Beobachtung *habe* bereits die Frage entschieden, nämlich so, daß zwar geradlinig-gleichförmige Bewegungen in der Tat relativ seien (d. h. die Gesetze der Dynamik sind genau

die gleichen für zwei Bezugssysteme, die sich geradlinig-gleichförmig zueinander bewegen), daß dies aber nicht gelte für beschleunigte Bewegungen (also z. B. rotierende); vielmehr hätten alle Beschleunigungen absoluten Charakter, gewisse Bezugssysteme seien dadurch ausgezeichnet, daß allein in ihnen das Trägheitsgesetz gültig ist. Man nennt sie deshalb Inertialsysteme. Ein Inertialsystem würde also nach *Newton* dadurch definiert und daran zu erkennen sein, daß ein Körper, auf den keine Kräfte wirken, in ihm sich geradlinig-gleichförmig bewegt (oder ruht), daß also an einem Körper nur dann keine Fliehkräfte (keine Abplattung) auftreten, wenn er in bezug auf das Inertialsystem nicht rotiert. Diese Anschauungen machte *Newton*, wie gesagt, mit Unrecht zum Fundament der Mechanik, denn sie haben in Wahrheit *keine* ausreichende Grundlage in der Erfahrung; keine Beobachtung nämlich zeigt uns einen Körper, auf den gar keine Kräfte wirken, und es liegen keine Erfahrungen darüber vor, ob ein in einem Inertialsystem ruhender Körper nicht vielleicht doch Zentrifugalkräfte aufweist, wenn etwa eine außerordentlich große Masse in seiner Nähe rotiert, ob also nicht doch vielleicht auch jene Kräfte nur Eigentümlichkeiten der *relativen* Rotation sind.

Die Sachlage war also tatsächlich folgende: Einerseits reichten die bekannten Erfahrungen nicht aus, um die Richtigkeit der Newtonschen Annahme von der Existenz absoluter Beschleunigungen (d. h. ausgezeichneter Bezugssysteme) zu erweisen; andererseits waren aber auch, wie eben gezeigt, die allgemeinen Argumente (z. B. *Machs*) für die Relativität aller Beschleunigungen keineswegs zwingend. Vom Standpunkte der Erfahrung mußten also einstweilen beide Ansichten als möglich zugelassen werden. Erkenntnistheoretisch betrachtet hat aber natürlich der Standpunkt,

welcher die Existenz ausgezeichneter Bezugssysteme leugnet und mithin an der Relativität *aller* Bewegungen festhielt, großen Reiz und gewaltige Vorzüge vor dem Newtonschen, denn wenn er sich durchführen läßt, so würde das eine ganz außerordentliche Vereinfachung des Weltbildes bedeuten. Es wäre überaus befriedigend, wenn wir sagen dürften: nicht bloß gleichförmige, sondern überhaupt alle Bewegungen sind relativ; der kinematische und der dynamische Bewegungsbegriff würden dann realiter zusammenfallen; zur Feststellung des Charakters einer Bewegung würden rein kinematische Beobachtungen genügen, es brauchten nicht noch Beobachtungen von Trägheitswiderständen (Fliehkräften) hinzuzukommen, deren es bei *Newton* bedurfte. Eine auf relative Bewegungen aufgebaute Mechanik würde also ein sehr viel geschlosseneres, vollendetes Weltbild ergeben als die Newtonsche. Es wäre zwar nicht etwa (wie *Mach* meinte) als das einzig richtige Weltbild erwiesen, wohl aber empfähle es sich (wie *Einstein* hervorhebt) von vornherein durch seine imposante Einfachheit und Abrundung¹⁾.

¹⁾ *Einstein* fügt hinzu, die Newtonsche Mechanik leiste z. B. in bezug auf den Fall des rotierenden sich abplattenden Körpers der Forderung der Kausalität nur scheinbar Genüge (Ann. d. Physik 49, 771 ff.) und *E. Freundlich* (Die Grundlagen der Einsteinschen Gravitationstheorie, S. 30) meint gleichfalls, erst das neue Weltbild verleihe dem Kausalprinzip „wirklich die Bedeutung eines für die Erfahrungswelt gültigen Gesetzes“. Diese Formulierung erscheint mir aber nicht ganz einwandfrei. Man braucht die Newtonsche Lehre wohl nicht so aufzufassen, als erkläre sie den Galileischen Raum, der ja freilich keine beobachtbare Sache ist, für die *Ursache* der Zentrifugalkräfte, sondern man kann die Redeweise vom absoluten Raum wohl auch als eine Umschreibung der bloßen Tatsache des Daseins dieser Kräfte betrachten; sie wären dann eben ein schlechthin Gegebenes, und die Frage, aus welchem Grunde sie bei dem einen Körper auftreten, bei dem anderen fehlen, würde auf derselben

Bis zu *Einstein* war aber solch ein Weltbild, d. h. der Gedanke einer allein auf relative Bewegungen gegründeten Mechanik, immer nur eine Forderung, ein lockendes Ziel gewesen, eine derartige Mechanik war nie aufgestellt oder auch nur ein gangbarer Weg zu ihr gewiesen worden; man konnte nicht einmal wissen, ob und unter welchen Voraussetzungen sie überhaupt möglich, mit den Erfahrungstatsachen vereinbar war. Ja, die Wissenschaft schien sogar in der entgegengesetzten Richtung fortschreiten zu müssen, denn während in der klassischen Mechanik alle in bezug auf ein Inertialsystem geradlinig-gleichförmig bewegten Systeme gleichfalls Inertialsysteme waren, so daß wenigstens alle gleichförmigen Translationsbewegungen relativen Charakter behielten, schien für die elektromagnetisch-optischen Erscheinungen selbst dies nicht mehr zu gelten: in der Lorentzschen Elektrodynamik gab es nur noch ein einziges ausgezeichnetes Bezugssystem (man bezeichnete es als das „im Äther ruhende“). Wie bekannt, gelang es dann aber *Einstein* schon 1905, das in der alten Mechanik bereits geltende Prinzip der Relativität aller gleichförmigen Translation — das spezielle Relativitätsprinzip — auf die gesamte Physik auszudehnen, wozu er den Begriff der Zeit und der Länge in der besprochenen Weise relativieren, d. h. abhängig vom Bezugssystem annehmen mußte. Erst auf dem so geschaffenen Boden konnte nun der Gedanke der ganz all-

Stufe stehen wie die Frage, aus welchem Grunde sich an dem einen Ort der Welt ein Körper befinde, am andern nicht. Die absolute Rotation braucht nicht als die Ursache der Abplattung bezeichnet zu werden, sondern man kann sagen: jene ist eben durch diese *definiert*. Ich glaube also, daß *Newtons* Dynamik hinsichtlich des Kausalprinzips ganz in Ordnung ist; gegen den Einwand, sie führe bloß fingierte Ursachen ein, könnte sie sich wohl verteidigen, wenn auch *Newtons* eigene Ausdrucksweise nicht korrekt war.

gemeinen Relativität beliebiger Bewegungen wiederaufgenommen werden, und wiederum war es *Einstein*, der ihn wirklich nutzbar machte. Er hat ihn gleichsam aus den erkenntnis-theoretischen Regionen auf den Boden der Physik verpflanzt und damit erst in greifbare Nähe gerückt.

Einstein stellte den erkenntnistheoretischen Gründen, so schwerwiegend sie auch sein mochten, vor allem ein physikalisches Argument dafür zur Seite, daß in der Tat alle Bewegungen in Wirklichkeit höchstwahrscheinlich relativen Charakter hätten. Dieses physikalische Argument stützt sich auf die Gleichheit der trägen und der schweren Masse. Wir können es uns folgendermaßen verdeutlichen. Gesetzt, alle Beschleunigungen sind relativ, dann beruhen alle Zentrifugalkräfte oder sonstigen Trägheitswiderstände, die wir beobachten, auf der Relativbewegung zu andern Körpern, wir müssen folglich die Ursache der Trägheitswiderstände in der Anwesenheit jener andern Körper suchen. Wären z. B. außer der Erde überhaupt keine andern Himmelskörper vorhanden, so könnte man nicht von einer Rotation der Erde reden, und sie könnte nicht abgeplattet sein. Die Zentrifugalkräfte, durch die ihre tatsächliche Abplattung zustande gekommen ist, müssen also einer *Wirkung* der Himmelskörper auf die Erde ihr Dasein verdanken. Nun kennt aber die klassische Mechanik in der Tat eine Wirkung, welche alle Körper gegenseitig aufeinander ausüben: das ist die *Gravitation*. Gibt die Erfahrung irgendeinen Anhalt dafür, daß etwa diese Gravitation auch für die Trägheitswirkungen verantwortlich gemacht werden könnte? Ein solcher Anhalt ist tatsächlich vorhanden, und zwar ein höchst bemerkenswerter: es ist der Umstand, daß es für irgendeinen bestimmten Körper eine und dieselbe Konstante ist, welche für die Trägheits- wie für die Gravi-

tationswirkungen maßgebend ist; sie heißt bekanntlich die *Masse*. Beschreibt z. B. ein Körper eine Kreisbahn relativ zu einem Inertialsystem, so ist nach der klassischen Mechanik die dazu nötige Zentralkraft proportional einem für den Körper charakteristischen Faktor m ; wird aber der Körper von einem andern vermöge der Gravitation angezogen (z. B. von der Erde), so ist die auf ihn wirkende Kraft (z. B. sein Gewicht) diesem selben Faktor m proportional. Hierauf beruht es, daß an derselben Stelle des Gravitationsfeldes alle Körper ohne Ausnahme *dieselbe* Beschleunigung erleiden, denn die Masse m des Körpers hebt sich fort, da sie sowohl in dem Ausdruck für den Trägheitswiderstand wie für die Attraktion als Proportionalitätskonstante auftritt.

Den Zusammenhang zwischen Gravitation und Trägheit hat *Einstein* durch folgende Betrachtung überaus anschaulich gemacht. Wenn ein irgendwo in der Welt in einem geschlossenen Kasten befindlicher Physiker beobachtete, daß alle sich selbst überlassenen Gegenstände in eine bestimmte Beschleunigung geraten, etwa stets mit konstanter Beschleunigung auf den Boden des Kastens fallen, so könnte er diese Erscheinung auf zwei Arten erklären: erstens könnte er annehmen, daß sein Kasten auf einem Himmelskörper ruhe, und den Fall der Gegenstände auf die Gravitationswirkung desselben zurückführen; zweitens aber könnte er auch annehmen, daß der Kasten sich mit konstanter Beschleunigung nach „oben“ bewege: dann wäre das Verhalten der „fallenden“ Gegenstände durch ihre Trägheit erklärt. Beide Erklärungen sind genau gleich möglich, jener Physiker hat kein Mittel, zwischen ihnen zu entscheiden. Nimmt man an, daß alle Beschleunigungen relativ sind, daß also ein Unterscheidungsmittel *prinzipiell* fehlt, so läßt sich dies verallgemeinern: an jedem Punkte des Uni-

versums kann man die beobachtete Beschleunigung eines sich selbst überlassenen Körpers entweder als Trägheitswirkung auffassen oder als Gravitationswirkung, d. h., man kann entweder sagen: „das Bezugssystem, von dem aus ich den Vorgang beobachte, ist beschleunigt“ oder: „der Vorgang findet in einem Gravitationsfelde statt“. Die Gleichwertigkeit beider Auffassungen bezeichnen wir mit *Einstein* als das *Äquivalenzprinzip*. Es beruht, wie gesagt, auf der Identität von träger und gravitierender Masse.

Dieser Umstand der Identität der beiden Faktoren ist nun höchst auffällig, und wenn man sich ihn einmal recht vor Augen stellt, muß man staunen, daß vor *Einstein* niemand daran gedacht hat, Schwere und Trägheit in eine engere Verbindung miteinander zu bringen. Hätte man auf einem anderen Gebiete Analoges beobachtet, hätte man z. B. irgendeine Wirkung gefunden, die der auf einem Körper vorhandenen Elektrizitätsmenge proportional ist, so würde man sie von vornherein in Zusammenhang mit den übrigen elektrischen Erscheinungen gebracht haben, man würde die elektrischen Kräfte und die gedachte neue Wirkung als verschiedene Äußerungen einer und derselben Gesetzmäßigkeit aufgefaßt haben. In der klassischen Mechanik ist aber nicht die geringste Beziehung hergestellt zwischen Trägheits- und Gravitationserscheinungen, sie sind nicht in einer einzigen Gesetzmäßigkeit zusammengefaßt, sondern stehen ganz unverbunden nebeneinander; und daß bei beiden ein und derselbe Faktor — die Masse — eine Rolle spielt, ist für *Newton* rein zufällig. Sollte es wirklich Zufall sein? Das wäre unwahrscheinlich im höchsten Maße.

Die Identität der trägen und der gravitierenden Masse ist also der eigentliche Erfahrungsgrund, der uns erst das Recht gibt zu der Annahme oder der Behauptung, daß die Trägheits-

wirkungen, die wir an einem Körper beobachten, auf den Einfluß zurückzuführen sind, den er von andern Körpern erleidet. (Natürlich ist der Einfluß gemäß den modernen Anschauungen nicht als eine Fernwirkung aufzufassen, sondern als durch ein Feld vermittelt.)

Jene Behauptung bedeutet die Forderung einer unbeschränkten Relativität der Bewegungen, denn da jetzt alle Erscheinungen nur von der *gegenseitigen* Lage und Bewegung der Körper abhängen sollen, so kommt der Bezug auf irgend-ein besonderes Koordinatensystem gar nicht mehr vor. Der Ausdruck der Naturgesetze in bezug auf ein in einem beliebigen Körper (z. B. der Sonne) ruhendes Koordinatensystem muß derselbe sein wie in bezug auf ein in einem beliebigen andern Körper (z. B. ein Karussell auf der Erde) ruhendes; man muß beide mit gleichem Rechte als „ruhend“ betrachten können. Die Newtonsche Mechanik mußte ihre Gesetze auf ein ganz bestimmtes System (ein Inertialsystem) beziehen, das von der gegenseitigen Lage der Körper unabhängig war, denn nur für dieses galt das Trägheitsgesetz; in der neuen Mechanik dagegen, welche Trägheits- und Gravitationswirkungen als Ausdruck eines einzigen Grundgesetzes zu fassen hat, müssen nicht nur die Erscheinungen der Schwere, sondern auch die der Trägheit allein von der relativen Lage und Bewegung der Körper zueinander abhängen. Der Ausdruck jenes Grundgesetzes muß demnach so beschaffen sein, daß durch ihn kein Koordinatensystem vor den andern ausgezeichnet wird, sondern daß er für jedes beliebige seine Geltung unverändert behält. Es ist klar, daß die alte Newtonsche Dynamik nur eine erste Näherung an die neue Mechanik bedeuten kann, denn die letztere fordert ja im Gegensatz zur ersteren, daß z. B. an einem Körper Zentrifugalbeschleunigungen auftreten müssen,

wenn große Massen um ihn herum rotieren, und der Widerspruch der neuen gegen die klassische Mechanik tritt in diesem besonderen Falle nur deshalb nicht zutage, weil jene Kräfte auch für die größten bei einem Experiment verwendbaren Massen noch so klein sind, daß sie sich der Beobachtung entziehen

Einstein ist es nun wirklich gelungen, ein Grundgesetz aufzustellen, welches Trägheits- und Gravitationserscheinungen in gleicher Weise umfaßt. Wir sind nun bald genügend vorbereitet, um den Weg klar zu überschauen, auf welchem er dahin gelangte.

VI. Das allgemeine Relativitätspostulat und die Maßbestimmungen des Raum-Zeit-Kontinuums.

Soweit wir den Gedanken der Relativität zuletzt im physikalischen Denken verfolgt haben, bezog er sich nur auf Bewegungen. Sind diese wirklich ausnahmslos relativ, so sind ganz beliebig zueinander bewegte Koordinatensysteme gleichberechtigt, und der Raum hat seine Gegenständlichkeit insoweit eingebüßt, als es nicht möglich ist, irgendwelche Bewegungen oder Beschleunigungen in bezug auf ihn zu definieren. Er hat aber doch noch eine gewisse Gegenständlichkeit behalten, solange er noch stillschweigend mit ganz bestimmten Maßeigenschaften ausgestattet gedacht wird. In der alten Physik legte man jedem Meßverfahren ohne weiteres die Idee eines starren Stabes zugrunde, der zu jeder Zeit dieselbe Länge besäße, an welchem Ort und in welcher Lage und Umgebung er sich auch befinden möge, und an der Hand dieses Gedankens wurden alle Maße nach den Vorschriften der Euklidischen Geometrie ermittelt. Hieran wurde durch die neuere, auf der speziellen

Relativitätstheorie aufgebaute Physik nichts geändert, sofern nur die Voraussetzung erfüllt war, daß die Messungen alle innerhalb desselben Bezugssystems mit einem jeweils in ihm ruhenden Maßstabe ausgeführt wurden. Damit war dem Raume eine „Euklidische Struktur“ noch gleichsam als selbständige Eigenschaft gelassen, denn das Resultat jener Maßbestimmungen wurde ja als gänzlich unabhängig gedacht von den im Raume herrschenden physischen Bedingungen, z. B. von der Verteilung der Körper und ihren Gravitationsfeldern. Nun sahen wir aber allerdings, daß es stets möglich ist, die Lagen- und Größenbeziehungen der Körper und Vorgänge nach den gewöhnlichen Euklidischen Vorschriften, etwa durch Cartesische Koordinaten, festzulegen, wenn man nur die dazu gehörende Formulierung der physikalischen Gesetze einführt. Nun sind wir aber jetzt in bezug auf die zu wählende Formulierung der Physik bereits in einer Hinsicht gebunden: wir hatten ja die Aufgabe gestellt, sie, wenn möglich, so zu bestimmen, daß das allgemeine Relativitätspostulat erfüllt wird. Und daß wir *unter dieser Bedingung* mit der Euklidischen Geometrie auskommen, versteht sich keineswegs von selbst. Wir müssen damit rechnen, daß es nicht der Fall ist. Hatte sich doch gezeigt, daß sogar dem speziellen Relativitätspostulat nur Genüge geleistet werden kann, wenn der in der Physik bis dahin stets vorausgesetzte Zeitbegriff modifiziert wird; da könnte es ganz wohl sein, daß das verallgemeinerte Relativitätsprinzip uns zwänge, von der gewohnten Euklidischen Geometrie abzugehen.

Einstein kommt durch Betrachtung eines ganz einfachen Beispiels zu dem Ergebnis, daß dies in der Tat der Fall ist. Er zeigt nämlich (Ann. d. Physik 49, 774), daß die Länge eines Stabes als von seiner Orientierung abhängig anzusehen

ist, wenn wir z. B. zwei zueinander rotierende Koordinatensysteme als gleichberechtigt betrachten. (Haben wir zwei Koordinatensysteme mit gemeinsamer z -Achse als Rotationsachse, und bestimmen wir in dem einen derselben für einen um den Koordinatenanfang geschlagenen Kreis das Verhältnis des Umfangs zum Durchmesser durch Aneinanderlegen eines unendlich kleinen jeweils im System ruhenden Maßstabes, so erleidet, vom andern System aus betrachtet, der Stab eine Lorentzkontraktion bei der Umfangsmessung, nicht aber bei der Radiusmessung; für das Verhältnis ergibt sich also ein größerer Wert als π , wir sind mithin nicht in der Euklidischen Geometrie.) Wenn wir also in der Physik das allgemeine Relativitätspostulat aufrechterhalten wollen, so müßten wir darauf verzichten, die Abmessungen und Lagebeziehungen der Körperwelt mit Hilfe Euklidischer Methoden zu beschreiben. Es ist aber nicht etwa so, daß an die Stelle der Euklidischen Geometrie nun eine bestimmte andere, etwa die Lobatschewskysche oder die Riemannsche, für den ganzen Raum zu treten hätte, so daß unser Raum als pseudosphärischer oder sphärischer zu behandeln wäre, wie Mathematiker und Philosophen sich das wohl vorzustellen pflegten — sondern es sind die verschiedenartigsten Maßbestimmungen zu verwenden, im allgemeinen an jeder Stelle andere; und welche es sind, hängt nun von dem Gravitationsfelde an jenem Orte ab. Darin liegt nicht die geringste Denkschwierigkeit, denn wir haben uns ja oben ausführlich davon überzeugt, daß es überhaupt erst die Dinge im Raum sind, die ihm eine bestimmte Struktur, eine Konstitution geben, und es ergibt sich jetzt nur — wir werden das alsbald sehen —, daß wir eben den schweren Massen bzw. ihren Gravitationsfeldern diese Rolle zuweisen müssen.

Damit wird es nun ganz unmöglich, dem Raum irgendwelche Eigenschaften zuzuschreiben ohne Rücksicht auf die Dinge in ihm, und es ist nun auch in der Physik die Relativierung des Raumes so vollständig vollzogen, wie wir sie oben aus allgemeineren Betrachtungen heraus als das einzig Natürliche erkannten. Der Raum und die Zeit sind für sich niemals Gegenstände der Messung; sie bilden zusammen nur ein vierdimensionales Schema, in welches wir mit Hilfe unserer Beobachtungen und Messungen die physikalischen Objekte und Prozesse einordnen. Wir wählen das Schema so (und wir können es, da es sich um ein Abstraktionsgebilde handelt), daß das auf diese Weise entstehende System der Physik einen möglichst einfachen Bau erhält.

Wie findet denn nun diese Einordnung statt? Was beobachten und messen wir eigentlich?

Man sieht leicht ein, daß die Möglichkeit alles exakten Beobachtens darauf beruht, identisch dieselben physischen Punkte zu verschiedenen Zeiten und an verschiedenen Orten ins Auge zu fassen, und daß alles Messen hinausläuft auf die Konstatierung des Zusammenfallens zweier solcher festgehaltenen Punkte am selben Ort und zur gleichen Zeit. Die Messung einer Länge geschieht, indem wir einen Einheitsmaßstab an einen Körper anlegen und die Koinzidenz seiner Enden mit bestimmten Punkten an dem Körper feststellen. Die Messung aller physikalischen Größen wird nun durch unsere Apparate in letzter Linie auf Längenmessung zurückgeführt. Die Einstellung und Ablesung aller Meßinstrumente, welcher Art sie auch sein mögen, ob sie mit Zeigern und Skalen, Winkelteilungen, Wasserwagen, Quecksilbersäulen oder was sonst arbeiten, geschieht stets durch die Beobachtung der zeiträumlichen Koinzidenz zweier oder mehrerer Punkte. Das gilt vor allem auch für alle der Zeit-

messung dienenden Apparate, die bekanntlich *Uhren* heißen. Solche Koinzidenzen sind also strenggenommen das einzige, was sich beobachten läßt, und die ganze Physik kann aufgefaßt werden als ein Inbegriff von Gesetzen, nach denen das Auftreten dieser zeiträumlichen Koinzidenzen stattfindet. Alles, was sich in unserm Weltbilde *nicht* auf derartige Koinzidenzen zurückführen läßt, entbehrt der physikalischen Gegenständlichkeit und kann ebenso gut durch etwas anderes ersetzt werden. Alle Weltbilder, die hinsichtlich der Gesetze jener Punktkoinzidenzen übereinstimmen, sind physikalisch absolut gleichwertig. Wir sahen früher, daß es überhaupt keine beobachtbare, physikalisch reale Änderung bedeutet, wenn wir uns die ganze Welt in völlig beliebiger Weise deformiert denken, falls nur die Koordinaten eines jeden physischen Punktes *nach* der Deformation stetige, eindeutige, im übrigen aber ganz willkürliche Funktionen seiner Koordinaten *vor* der Deformation sind. Bei einer derartigen Punkttransformation bleiben nun in der Tat alle räumlichen Koinzidenzen restlos bestehen, sie werden durch die Verzerrung nicht berührt, so sehr auch alle Entfernungen und Lagen durch sie geändert werden mögen. Befinden sich nämlich zwei koinzidierende — d. h. unendlich benachbarte — Punkte A und B vor der Verzerrung an einem Orte, dessen Koordinaten x_1, x_2, x_3 sind, und gelangt A durch die Deformation an den Ort x'_1, x'_2, x'_3 , so muß, da nach Voraussetzung die x' stetige und eindeutige Funktionen der x sind, auch B nach der Verzerrung die Koordinaten x'_1, x'_2, x'_3 haben, sich also in demselben Orte, d. h. in unmittelbarer Nachbarschaft von A befinden. Alle Koinzidenzen bleiben mithin bei der Deformation ungestört erhalten.

Wir hatten früher unsere Betrachtungen der Anschaulichkeit wegen zunächst für den Raum allein durchgeführt;

wir können sie jetzt dadurch verallgemeinern, daß wir uns die Zeit t als vierte Koordinate hinzugefügt denken. Besser noch wählen wir als vierte Koordinate das Produkt $ct = x_4$, worin c die Lichtgeschwindigkeit bedeutet. Das sind Festsetzungen, welche die mathematische Formulierung und Rechnung erleichtern und also zunächst rein formale Bedeutung haben. Es wäre mithin verkehrt, an die Einführung der vierdimensionalen Betrachtungsweise irgendwelche metaphysischen Spekulationen knüpfen zu wollen.

Auch unabhängig von der mathematischen Formulierung kann man den Nutzen einsehen, den die Auffassung der Zeit als vierte Koordinate mit sich bringt, und die innere Berechtigung dieser Darstellungsart erkennen. Denken wir uns, um dies zu verdeutlichen, ein Punkt bewege sich irgendwie in einer Ebene, die wir als x_1 - x_2 -Ebene wählen; er beschreibt also in ihr irgendeine Kurve. Zeichnen wir diese Kurve auf, so können wir aus ihrer Betrachtung wohl die Gestalt seiner Bahn entnehmen, nicht aber die übrigen Daten der Bewegung ablesen, etwa die Geschwindigkeit, die er an verschiedenen Orten seiner Bahn hat, und die Zeit, zu welcher er sich an diesen Orten befindet. Nehmen wir aber die Zeit als dritte Koordinate x_3 hinzu, so wird dieselbe Bewegung durch eine dreidimensionale Kurve dargestellt, deren Gestalt restlos über den Charakter der Bewegung Aufschluß gibt, denn man kann an ihr unmittelbar erkennen, welches x_3 zu irgendeinem Ort $x_1 x_2$ der Bahn gehört, und auch die Geschwindigkeit läßt sich jeweils aus der Neigung der Kurve gegen die x_1 - x_2 -Ebene ablesen. Wir nennen die Kurve mit *Minkowski* passend die *Weltlinie* des Punktes. Eine Kreisbewegung in der x_1 - x_2 -Ebene würde z. B. durch eine schraubenförmige Weltlinie in der x_1 - x_2 - x_3 -Mannigfaltigkeit wiedergegeben. Die Bahnkurve

des Punktes drückt gleichsam willkürlich nur eine Seite seiner Bewegung aus, nämlich die Projektion der dreidimensionalen Weltlinie auf die x_1 - x_2 -Ebene. Findet nun die Bewegung des Punktes selbst schon im dreidimensionalen Raume statt, so erhält man als seine Weltlinie eine Kurve in der vierdimensionalen Mannigfaltigkeit der x_1 - x_2 - x_3 - x_4 , und an dieser Linie kann man sämtliche Eigenschaften der Bewegung des Punktes äußerst bequem studieren. Die Bahnkurve des Punktes im Raume ist die Projektion der Weltlinie auf die Mannigfaltigkeit der x_1, x_2, x_3 , sie stellt also willkürlich und einseitig nur einige Eigenschaften der Bewegung dar, während die Weltlinie sie alle vollständig zum Ausdruck bringt.

Die in bezug auf die allgemeine Relativität des Raumes angestellten Überlegungen lassen sich ohne weiteres übertragen auf die vierdimensionale Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit; sie bleiben auch hier richtig, denn durch die Vermehrung der Zahl der Koordinaten um eine wird ja im Prinzip nichts geändert. In dieser Mannigfaltigkeit der x_1, x_2, x_3, x_4 stellt nun das System aller Weltlinien den zeitlichen Verlauf aller Vorgänge des Universums dar. Während eine Punkttransformation *im Raume allein* eine Deformation des Universums darstellte, also eine Lageänderung und Verzerrung der Körper, bedeutet eine Punkttransformation im vierdimensionalen Universum zugleich auch eine Änderung des *Bewegungszustandes* der dreidimensionalen Körperwelt, denn die Zeitkoordinate wird ja von der Transformation mit betroffen. Die für die vierdimensionalen Gestalten erhaltenen Resultate kann man sich stets wieder anschaulich machen, indem man sie als Bewegungen dreidimensionaler Gebilde auffaßt. Denken wir uns eine derartige durchgehende Veränderung im Universum vorgenom-

men, welche jeden physischen Punkt so an einen andern Raum-Zeit-Punkt bringt, daß seine neuen Koordinaten x'_1, x'_2, x'_3, x'_4 ganz beliebige (nur stetige und eindeutige) Funktionen seiner vorherigen Koordinaten x_1, x_2, x_3, x_4 sind, so ist wiederum die neue Welt von der alten physikalisch überhaupt gar nicht verschieden, die ganze Änderung ist weiter nichts als eine Transformation auf andere Koordinaten. Denn das durch unsere Apparate allein Beobachtbare, die raum-zeitlichen Koinzidenzen, bleibt ja erhalten. Zwei Punkte, die in dem einen Universum in dem Weltpunkt x_1, x_2, x_3, x_4 zusammenfielen, konzidieren im andern in dem Weltpunkt x'_1, x'_2, x'_3, x'_4 ; ihr Zusammenfallen — und weiter läßt sich ja nichts beobachten — findet in der zweiten Welt genau so gut statt, wie in der ersten.

Der Wunsch, in den Ausdruck der Naturgesetze nur physikalisch Beobachtbares aufzunehmen, führt mithin zu der Forderung, daß die Gleichungen der Physik ihre Form bei jener ganz beliebigen Transformation nicht ändern, daß sie also für *beliebige* Raum-Zeit-Koordinatensysteme gelten, mithin, mathematisch ausgedrückt, *allen* Substitutionen gegenüber „kovariant“ sind. Diese Forderung enthält unser allgemeines Relativitätspostulat in sich, denn zu *allen* Substitutionen gehören natürlich auch die, welche Transformationen auf gänzlich beliebige bewegte dreidimensionale Koordinatensysteme darstellen — sie geht aber noch darüber hinaus, indem sie auch noch *innerhalb* dieser Koordinatensysteme die Relativität des Raumes in jenem allgemeinsten Sinne bestehen läßt, den wir so ausführlich besprochen haben. Auf diese Weise wird in der Tat, wie *Einstein* es ausdrückt, dem Raum und der Zeit „der letzte Rest physikalischer Gegenständlichkeit“ genommen.

Wie oben erläutert, können wir die Lage eines Punktes in der Weise bestimmen, daß wir uns im Raume drei Scharen von Flächen gelegt denken, jeder Fläche innerhalb ihrer Schar eine bestimmte Zahl — einen Parameterwert — zuordnen und die Zahlen derjenigen drei Flächen, die sich in dem Punkte schneiden, als seine Koordinaten benutzen. Zwischen den so bestimmten (Gaußschen) Koordinaten bestehen dann im allgemeinen natürlich nicht die Beziehungen, welche für die gewöhnlichen Cartesischen Koordinaten der Euklidischen Geometrie gelten. Die Cartesische x -Koordinate eines Punktes stellt man z. B. in der Weise fest, daß man auf der x -Achse von ihrem Anfang bis zur Projektion des Punktes auf die Achse einen starren Einheitsmaßstab abträgt; dann gibt die Zahl der nötigen Abtragungen den Wert der Koordinate. Bei den neuen Koordinaten ist das anders, denn der Wert eines Parameters ist dort nicht so ohne weiteres durch eine Anzahl von Abtragungen gegeben. Die x_1, x_2, x_3, x_4 der vierdimensionalen Welt müssen wir nun auch als Parameter ansehen, deren jeder einer Schar dreidimensionaler Mannigfaltigkeiten entspricht; von vier solchen Scharen ist das Raum-Zeit-Kontinuum durchzogen, und in jedem Weltpunkt schneiden sich vier dreidimensionale Kontinua, deren Parameter dann eben seine Koordinaten sind.

Wenn man nun bedenkt, daß prinzipiell eine ganz beliebige Einteilung des Kontinuums durch Flächenscharen zur Festlegung der Koordinaten soll dienen können — es sollen ja die physikalischen Gesetze *beliebigen* Transformationen gegenüber invariant sein —, so scheint zunächst jeder feste Halt und alle Orientierung verloren zu sein. Man sieht auf den ersten Blick nicht, wie überhaupt noch Messungen möglich sind, wie man überhaupt dazu kommen kann, den neuen

Koordinaten noch bestimmte Zahlenwerte beizulegen, selbst wenn diese keine unmittelbaren Meßresultate mehr sind. Ein Vergleichen von Maßstäben, ein Beobachten von Koinzidenzen wird, wie wir sahen, erst dadurch zu einer *Messung*, daß wir irgendeine Idee zugrunde legen, irgendeine physikalische Voraussetzung machen, oder vielmehr Festsetzung treffen, deren Wahl streng genommen in letzter Linie stets willkürlich bleibt, wenn sie uns auch durch die Erfahrung als die einfachste so nahe gelegt wird, daß wir praktisch nicht schwanken. Es ist also hier nötig, eine Festsetzung zu treffen, und wir gelangen zu ihr durch eine Art Kontinuitätsprinzip auf folgende Weise. In der üblichen Physik pflegte man ohne weiteres anzunehmen, daß man von starren Maßstäben sprechen und sie mit gewisser Annäherung realisieren könne, deren Länge an jedem beliebigen Orte, in jeder Lage und Geschwindigkeit als ein und dieselbe Größe betrachtet werden darf. Schon durch die spezielle Relativitätstheorie wurde diese Annahme in gewisser Hinsicht eingeschränkt; nach ihr ist eine Stablänge im allgemeinen von der Geschwindigkeit seiner Bewegung relativ zum Beobachter abhängig, und das gleiche gilt von den Angaben einer Uhr. Die Vermittlung mit der alten Physik und gleichsam der kontinuierliche Übergang zu ihr ist nun dadurch hergestellt, daß die Änderungen der Längen- und Zeitangaben unmerklich klein werden, wenn die Geschwindigkeit nicht groß ist; für kleine Geschwindigkeiten (verglichen mit der des Lichtes) kann man also die Annahmen der alten Theorie als zulässig betrachten. In der Tat gelangt die spezielle Relativitätstheorie zu ihren Gleichungen, indem sie sie so einrichtet, daß sie für geringe Geschwindigkeiten in die Gleichungen der gewöhnlichen Physik übergehen. In der allgemeinen Theorie

ist nun die Relativität der Längen und Zeiten eine noch viel weitergehende; eine Stablänge wird in ihr z. B. auch vom Ort und von der Orientierung abhängen können. Um überhaupt einen Ausgangspunkt, ein *Δός μοι ποῦ στῶ* zu gewinnen, werden wir nun natürlich die Kontinuität mit der bisher bewährten Physik aufrechterhalten und demgemäß annehmen, daß jene Relativität für ganz minimale Änderungen verschwindet. Wir werden also die Länge eines Stabes so lange als konstant betrachten, als sein Ort, seine Orientierung und seine Geschwindigkeit nur um ein geringes sich ändert — m. a. W., wir setzen fest, daß in unendlich kleinen Bereichen und in einem solchen Bezugssystem, in welchem die betrachteten Körper keine Beschleunigung besitzen, die spezielle Relativitätstheorie gilt. Da die spezielle Theorie sich der Euklidischen Maßbestimmungen bedient, so liegt darin die Annahme eingeschlossen, daß in bezug auf die gekennzeichneten Systeme die Euklidische Geometrie im unendlich Kleinen gültig bleiben soll. (Ein solcher „unendlich kleiner“ Bereich kann immer noch groß sein im Vergleich mit den Dimensionen, die sonst für die Physik in Betracht kommen.) Die Gleichungen der allgemeinen Relativitätstheorie müssen für den angegebenen Spezialfall in diejenigen der speziellen Theorie übergehen. Damit ist nun eine Idee zugrunde gelegt, welche Messung ermöglicht, und wir haben die Voraussetzungen überschaut, von denen man zur Lösung der im allgemeinen Relativitätspostulat gestellten Aufgabe gelangen kann.

VII. Aufstellung und Bedeutung des Grundgesetzes der neuen Theorie.

Gemäß den letzten Bemerkungen begeben wir uns ins unendlich Kleine und wählen dort ein dreidimensionales

Euklidisches Koordinatensystem so, daß die zu betrachtenden Körper in bezug auf dieses keine merklichen Beschleunigungen besitzen. Diese Wahl kommt dann der Einführung eines bestimmten vierdimensionalen Koordinatensystems für das betreffende Gebiet gleich. Wir fassen nun in diesem Gebiet irgendein Punkt ereignis ins Auge, also einen Weltpunkt A des Raum-Zeit-Kontinuums, dessen Koordinaten in unserm lokalen System X_1, X_2, X_3, X_4 sein mögen, wo nun X_1, X_2, X_3 in der gewohnten Weise durch wiederholtes Anlegen eines kleinen Einheitsmaßstabes gemessen werden, und der Wert von X_4 durch Uhrenablesung bestimmt wird. Ein zeiträumlich unendlich benachbartes Punkt ereignis möge durch den Weltpunkt B repräsentiert werden, dessen Koordinaten sich von denen des Punktes A um die Werte dX_1, dX_2, dX_3, dX_4 unterscheiden. Der „Abstand“ der beiden Weltpunkte ist dann gegeben durch die bekannte einfache Formel

$$ds^2 = dX_1^2 + dX_2^2 + dX_3^2 - dX_4^2.$$

Dieser „Abstand“, das Linienelement der die beiden Punkte A und B verbindenden Weltlinie, ist natürlich im allgemeinen keine Raumstrecke, sondern hat, da es eine Verbindung von Raum- und Zeitgrößen ist, die physikalische Bedeutung eines Bewegungsvorganges, wie wir uns das ja bei der Einführung des Weltlinienbegriffs klargemacht haben. Der Zahlenwert von ds ist immer derselbe, welche Orientierung auch das gewählte lokale Koordinatensystem haben möge.

(Die spezielle Relativitätstheorie gibt über die Bedeutung von ds näheren Aufschluß. Ist z. B. ds^2 negativ, so kann man, lehrt sie, es durch geeignete Wahl der Koordinatenrichtungen erreichen, daß $ds^2 = -dX_4^2$ wird, wäh-

rend die drei andern dX verschwinden. Dann besteht also zwischen den beiden Weltpunkten kein Unterschied ihrer Raumkoordinaten, die ihnen entsprechenden Ereignisse finden mithin in jenem System an demselben Orte, aber mit der Zeitdifferenz dX_4 statt. Man nennt daher ds in diesem Falle „zeitartig“. Dagegen nennt man es „raumartig“, wenn ds^2 positiv ist; denn in diesem Falle lassen sich die Koordinatenrichtungen so wählen, daß dX_4 verschwindet, die beiden Punkt ereignisse finden dann also für dies System zur gleichen Zeit statt, und ds gibt ihre räumliche Entfernung an. $ds = 0$ endlich bedeutet eine Bewegung mit Lichtgeschwindigkeit, wie man leicht sieht, wenn man für dX_4 seinen Wert $c \cdot dt$ einsetzt.)

Jetzt führen wir irgendwelche neuen Koordinaten x_1, x_2, x_3, x_4 ein, die ganz beliebige Funktionen der X_1, X_2, X_3, X_4 sein mögen; d. h. wir gehen von unserm lokalen System nunmehr zu einem beliebigen andern über. Dem „Abstand“ der Punkte A und B entsprechen in diesem neuen Systeme gewisse Koordinatendifferenzen dx_1, dx_2, dx_3, dx_4 , und die alten Koordinatendifferenzen dX lassen sich durch die neuen dx mit Hilfe elementarer Formeln der Differentialrechnung ausdrücken¹⁾. Setzt man die so erhaltenen Ausdrücke der dX in die obige Formel für das Linienelement ein, so erhält man den Wert desselben in den neuen Koordinaten ausgedrückt in der Gestalt:

$$ds^2 = g_{11} dx_1^2 + g_{22} dx_2^2 + g_{33} dx_3^2 + g_{44} dx_4^2 + 2 g_{12} dx_1 dx_2 + 2 g_{13} dx_1 dx_3 + \dots,$$

1) Es ist nämlich

$$dX_1 = \frac{\partial X_1}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial X_1}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial X_1}{\partial x_3} dx_3 + \frac{\partial X_1}{\partial x_4} dx_4,$$

$$dX_2 = \frac{\partial X_2}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial X_2}{\partial x_2} dx_2 + \frac{\partial X_2}{\partial x_3} dx_3 + \frac{\partial X_2}{\partial x_4} dx_4$$

usw.

also eine Summe von 10 Gliedern, in der die 10 Größen g gewisse Funktionen der Koordinaten x sind¹⁾. Sie hängen nicht von der besonderen Wahl des lokalen Systems ab, denn der Wert von ds^2 war ja selber davon unabhängig.

Als *Riemann* und *Helmholtz* die dreidimensionalen nicht-Euklidischen Mannigfaltigkeiten untersuchten, sprachen sie von den im obigen Ausdruck für das Linienelement auftretenden Faktoren g als rein geometrischen Größen, durch welche die Maßeigenschaften des Raumes bestimmt würden. Sie wußten aber wohl, daß man von Messen und vom Raume ohne physikalische Voraussetzungen nicht gut reden kann. *Helmholtz'* Worte haben wir oben bereits zitiert; hier sei nur noch auf die Ausführungen von *Riemann* am Schlusse seiner Habilitationsschrift hingewiesen (Werke S. 268). Er sagt dort, bei einer stetigen Mannigfaltigkeit sei das Prinzip der Maßverhältnisse nicht schon in dem Begriff dieser Mannigfaltigkeit enthalten, sondern es müsse „anderswoher hinzukommen“, es sei in „bindenden Kräften“ zu suchen, d. h. der Grund der Maßverhältnisse muß physikalischer Natur sein. Wir wissen ja: Betrachtungen der metrischen Geometrie werden erst sinnvoll, wenn man die Beziehungen zur Physik nicht aus den Augen verliert. Jene g gestatten also nicht nur, sondern fordern direkt eine physikalische Interpretation. In *Einsteins* allgemeiner Relativitätstheorie erhalten sie eine solche ohne weiteres.

¹⁾ Es bedeutet nämlich, wie man durch Ausführung der beschriebenen Operationen leicht findet,

$$g_{11} = \left(\frac{\partial X_1}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial X_2}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial X_3}{\partial x_1}\right)^2 - \left(\frac{\partial X_4}{\partial x_1}\right)^2$$

$$g_{12} = \frac{\partial X_1}{\partial x_1} \frac{\partial X_1}{\partial x_2} + \frac{\partial X_2}{\partial x_1} \frac{\partial X_2}{\partial x_2} + \frac{\partial X_3}{\partial x_1} \frac{\partial X_3}{\partial x_2} - \frac{\partial X_4}{\partial x_1} \frac{\partial X_4}{\partial x_2}$$

usw.

Um nämlich die Bedeutung der g zu erkennen, brauchen wir uns nur den physikalischen Sinn der soeben besprochenen Transformation von dem lokalen System auf das allgemeine zu vergegenwärtigen. Das erstere war dadurch definiert, daß ein sich selbst überlassener materieller Punkt sich im Raume der X_1, X_2, X_3 geradlinig-gleichförmig bewegen sollte; seine Weltlinie — d. h. das Gesetz seiner Bewegung — ist also eine vierdimensionale Gerade¹⁾, deren Linienelement gegeben ist durch

$$ds^2 = dX_1^2 + dX_2^2 + dX_3^2 - dX_4^2.$$

Transformieren wir nun auf die neuen Koordinaten x_1, x_2, x_3, x_4 , so heißt dies: wir betrachten denselben Vorgang, dieselbe Bewegung des Punktes von irgendeinem anderen System aus, in bezug auf welches das lokale sich natürlich in irgendeinem Beschleunigungszustand befindet. In dem Raume der x_1, x_2, x_3 bewegt sich daher der Punkt krummlinig und ungleichförmig; die Gleichung seiner Weltlinie, d. h. sein Bewegungsgesetz, ändert sich insofern, als ihr Linienelement, in den neuen Koordinaten ausgedrückt, nunmehr gegeben ist durch

$$ds^2 = g_{11} dx_1^2 + \dots + g_{12} dx_1 dx_2 + \dots$$

Nun entsinnen wir uns des „Äquivalenzprinzips“ (S. 29). Nach ihm ist die Aussage „ein sich selbst überlassener Punkt bewegt sich mit gewissen Beschleunigungen“ identisch mit der Aussage „der Punkt bewegt sich unter dem Einfluß eines Gravitationsfeldes“. In den neuen Koordinaten stellt also die Gleichung der Weltlinie die Bewegung eines Punktes im Gravitationsfelde dar; die Faktoren g sind mithin die

¹⁾ Ihre Gleichung, als Gleichung der kürzesten (geodätischen) Linie, lautet:

$$\delta(\int ds) = 0.$$

Größen, durch welche dieses Feld bestimmt ist. Sie spielen, wie man sieht, eine analoge Rolle wie das Gravitationspotential in der Newtonschen Theorie, und man kann sie daher auch als die 10 Komponenten des Gravitationspotentials bezeichnen.

Die Weltlinie des Punktes, die für das lokale System eine Gerade war, also die kürzeste Verbindungslinie zwischen zwei Weltpunkten, stellt in dem neuen System der $x_1 \dots x_4$ gleichfalls eine kürzeste Linie dar, denn die Definition der geodätischen Linie ist unabhängig vom Koordinatensystem. Dürften wir nun den Bereich des „lokalen“ Systems wirklich nur als unendlich klein ansehen, so schrumpfte die ganze Weltlinie in ihm auf ein Element ds zusammen, unsere eben angestellte Betrachtung würde sinnlos, und man könnte nichts weiter schließen. Da aber das Galileische Trägheitsgesetz und die spezielle Relativitätstheorie sich in der Erfahrung in so weiten Grenzen bewährt haben, so ist klar, daß es tatsächlich endliche Bereiche geben kann, für die bei passender Wahl des Bezugssystems $ds^2 = dX_1^2 + dX_2^2 + dX_3^2 - dX_4^2$ ist: nämlich solche Teile der Welt, in denen bei jener Wahl kein merklicher Einfluß gravitierender Materie besteht. In ihnen ist die Weltlinie für jenes System eine Gerade, mithin für beliebige Systeme eine geodätische Linie. Und nun stützen wir uns wieder auf das Kontinuitätsprinzip (nach welchem die neuen Gesetze so anzunehmen sind, daß sie die alten möglichst unverändert in sich enthalten und im Grenzfall in sie übergehen) und machen also die Hypothese, daß die so gewonnene Beziehung ganz allgemein für *jede* Bewegung eines Punktes unter dem Einfluß von Trägheit und Schwere gilt, daß also auch bei Anwesenheit von Materie seine Weltlinie stets eine geodätische Linie sei. Damit ist dann das gesuchte Grundgesetz gefunden. Während

das Trägheitsgesetz von *Galilei* und *Newton* lautete: „Ein kräftefreier Punkt bewegt sich geradlinig-gleichförmig“, lautet das Einsteinsche Gesetz, welches Trägheits- und Gravitationswirkungen in sich begreift: „Die Weltlinie eines materiellen Punktes ist eine geodätische Linie im Raum-Zeit-Kontinuum.“ Dieses Gesetz erfüllt die Bedingung der allgemeinen Relativität, denn es ist beliebigen Transformationen gegenüber kovariant, weil die geodätische Linie unabhängig vom Bezugssystem definiert ist.

Noch einmal sei hervorgehoben, daß die Koordinaten $x_1 \dots x_4$ Zahlenwerte sind, welche Ort und Zeit bestimmen, nicht aber die Bedeutung von auf gewöhnlichem Wege meßbaren Strecken und Zeiten haben. Das „Linielement“ ds dagegen hat unmittelbar physikalischen Sinn und läßt sich direkt durch Maßstäbe und Uhren ermitteln. Es ist ja definitionsgemäß vom Koordinatensystem unabhängig; wir brauchen uns also nur in das lokale System der $X_1 \dots X_4$ zu begeben, und der darin für ds ermittelte Wert gilt dann allgemein.

Damit sind diejenigen Schritte vollzogen, die von allgemeiner erkenntnistheoretischer Bedeutung und für die Auffassung von Raum und Zeit in der neuen Lehre grundlegend sind, und die uns hier interessieren. Für *Einstein* waren sie nur die Vorbereitung zu der physikalischen Aufgabe, die Größen g nun wirklich zu ermitteln, d. h. ihre Abhängigkeit von der Verteilung und Bewegung der gravitierenden Massen aufzufinden. Gemäß dem Kontinuitätsprinzip schließt sich *Einstein* dabei wieder an die Ergebnisse der speziellen Relativitätstheorie an. Diese hatte gelehrt, daß nicht nur der Materie im üblichen Sinne, sondern jeder Energie schwere Masse zugeschrieben werden muß, daß die träge Masse überhaupt mit Energie identisch ist. Also

nicht die „Massen“, sondern die Energien¹⁾ mußten in den Differentialgleichungen für die g figurieren. Die Gleichungen müssen natürlich beliebigen Substitutionen gegenüber kovariant sein. Außer diesen Ansätzen, die vom Standpunkt der Theorie sich eigentlich von selbst verstehen, macht *Einstein* bloß noch die Annahme, daß die Differentialgleichungen von zweiter Ordnung seien; hierbei diene als Fingerzeig der Umstand, daß das alte Newtonsche Potential einer ebensolchen Differentialgleichung genügt. Auf diesem Wege wird man zu ganz bestimmten Gleichungen für die g geführt, und mit ihrer Aufstellung ist das Problem gelöst. Man sieht also: von jener letzterwähnten rein formalen Analogie abgesehen, erhebt die gesamte Theorie sich auf Grundlagen, die mit der alten Newtonschen Gravitationslehre nicht das geringste zu tun haben; sie wird vielmehr ganz allein aus dem Postulat der allgemeinen Relativität und den bekannten Ergebnissen der (durch das spezielle Relativitätsprinzip geformten) Physik entwickelt. Um so überraschender ist es, daß nun jene auf so ganz anderem Wege erhaltenen Gleichungen tatsächlich in erster Näherung die Newtonsche Formel für die allgemeine Massenanziehung ergeben. Dies allein ist schon eine so vortreffliche Bestätigung der Gedankengänge, daß sie das allerhöchste Vertrauen zu ihrer Richtigkeit erwecken muß. Aber bekanntlich geht die Leistung der neuen Theorie noch weiter: verfolgt man nämlich die Gleichungen bis zur zweiten Näherung, so geben sie ganz von selbst, ohne irgendwelche Hilfsannahmen, die restlose, quantitativ genaue Erklärung der Anomalie der Perihelbewegung des Merkur, einer Er-

¹⁾ Sie werden in der speziellen Relativitätstheorie durch die Komponenten eines vierdimensionalen „Tensors“, des Impuls-Energie-Tensors, dargestellt.

scheinung, welcher die Newtonsche Theorie nur mit Hilfe ad hoc eingeführter Hypothesen ziemlich willkürlicher Natur gerecht werden konnte. Das sind erstaunliche Erfolge, deren Tragweite nicht leicht überschätzt werden kann, und jeder wird gerne zugeben, daß *Einstein* vollständig recht hat, wenn er (am Schluß des § 14 seiner Schrift „Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie“) sagt: „Daß diese aus der Forderung der allgemeinen Relativität auf rein mathematischem Wege fließenden Gleichungen . . . in erster Näherung das Newtonsche Attraktionsgesetz, in zweiter Näherung die Erklärung der von *Leverrier* entdeckten . . . Perihelbewegung des Merkur liefern, muß nach meiner Ansicht von der physikalischen Richtigkeit der Theorie überzeugen.“

Das neue Grundgesetz hat vor der Newtonschen Attraktionsformel ferner den Vorzug, daß es ein Differentialgesetz ist, d. h. nach ihm hängen die Vorgänge in einem Raum- und Zeitpunkt unmittelbar nur ab von den Vorgängen der unendlich benachbarten Punkte, während in der Newtonschen Formel die Gravitation ja als eine Fernkraft auftritt. Es bedeutet entschieden eine beträchtliche Vereinfachung des Weltbildes und folglich einen erkenntnistheoretischen Fortschritt, wenn nunmehr mit der Gravitation die letzte Fernwirkung aus der Physik verbannt und alle Gesetze des Geschehens allein durch Differentialgleichungen ausgedrückt werden.

Natürlich müssen auch alle andern Naturgesetze eine Formulierung erhalten, die gegenüber beliebigen Transformationen invariant ist. Der Weg dazu ist durch die spezielle Relativitätstheorie und das Kontinuitätsprinzip vorgezeichnet und auch von *Einstein* und andern bereits beschrieben worden. Vor allem kommt hier die Elektrodynamik in Betracht, von der zu hoffen ist, daß sie im Verein mit

der Gravitationstheorie zum Aufbau eines lückenlosen Systems der Physik hinreichend sein wird. Auch für die Hydrodynamik hat *Einstein* bereits die Aufgabe gelöst, ihre Gesetze in einer Form darzustellen, in welcher sie dem allgemeinen Relativitätspostulat genügen.

Außer der vorhin erwähnten astronomischen Bestätigung gibt es noch andere Möglichkeiten einer Prüfung der Theorie durch die Beobachtung, denn es muß nach ihr in sehr starken Gravitationsfeldern eine immerhin wohl merkliche Verlängerung der Schwingungsdauer des Lichtes und eine Krümmung der Lichtstrahlen stattfinden (letztere sind die geodätischen Linien $ds = 0$). Die Astronomen hegen begründete Hoffnung, daß beides sich bei höchster Verfeinerung der Beobachtungsmethoden wird feststellen lassen. Die schon vorliegenden und die Möglichkeit neuer Bestätigungen zeigen, wie fest die ganze scheinbar so abstrakte Theorie in der Erfahrung und den Tatsachen verankert ist. Darin liegt ein wertvoller Beweis der Richtigkeit ihres physikalischen Gehaltes und der Wahrheit ihrer erkenntnistheoretischen Grundlagen.

Die Behauptung der allgemeinen Relativität aller Bewegungen und Beschleunigungen ist gleichbedeutend mit der Behauptung der physikalischen Gegenstandslosigkeit von Raum und Zeit. Mit dem einen wird auch das andere verbürgt. Raum und Zeit sind nichts für sich Meßbares, sie bilden nur ein Ordnungsschema, in welches wir die physikalischen Vorgänge einordnen. Wir können es im Prinzip beliebig wählen, richten es aber so ein, daß es sich den Vorgängen möglichst anschmiegt (so daß z. B. die „geodätischen Linien“ des Ordnungssystems eine physikalisch besonders ausgezeichnete Rolle spielen), dann erhalten wir für die Naturgesetze die einfachste Formulierung. Eine

Ordnung ist nichts Selbständiges, sie hat Realität nur an den geordneten Dingen. Hatte *Minkowski* als Ergebnis der speziellen Relativitätstheorie in prägnanter, wenn auch vielleicht nicht einwandfreier Formulierung den Satz aufgestellt, Raum und Zeit für sich sänken völlig zu Schatten herab, und nur noch eine unauflösliche Union der beiden bewahre Selbständigkeit, so dürfen wir auf Grund der allgemeinen Relativitätstheorie nunmehr sagen, daß auch diese Union für sich noch zum Schatten, zur Abstraktion geworden ist, und daß nur noch die Einheit von Raum, Zeit und Dingen zusammen eine selbständige Wirklichkeit besitzt.

VIII. Beziehungen zur Philosophie.

Es braucht kaum gesagt zu werden, daß hier von Raum und Zeit allein in jenem „objektiven“ Sinne die Rede war, in dem diese Begriffe in der Naturwissenschaft auftreten. Das „subjektive“, psychologische Erlebnis räumlicher und zeitlicher Ausdehnung und Ordnung ist etwas davon ganz Verschiedenes.

Für gewöhnlich hat man keine Veranlassung, sich diesen Unterschied deutlich zum Bewußtsein zu bringen; der Physiker braucht sich um die Untersuchungen des Psychologen über die Raumanschauung nicht im geringsten zu kümmern. Sobald es sich aber um die letzte erkenntnistheoretische Klärung der Naturwissenschaft handelt, wird es nötig, sich von dem Verhältnis beider volle Rechenschaft zu geben. Das ist Sache der philosophischen Besinnung, denn der Philosophie fällt anerkanntermaßen die Aufgabe zu, die letzten Voraussetzungen der Einzelwissenschaften bloßzulegen und untereinander in Einklang zu bringen.

Wie kommen wir überhaupt dazu, von Raum und Zeit zu sprechen? Welches ist die psychologische Quelle dieser Vorstellungen? Unzweifelhaft wurzeln alle unsere räum-

lichen Erfahrungen und Schlüsse in gewissen Eigenschaften unserer Sinnesempfindungen, nämlich denjenigen Eigenschaften, die wir eben als „räumliche“ bezeichnen und die sich nicht weiter definieren lassen, da sie uns nur durch unmittelbares Erleben bekannt werden. So wenig ich einem Blindgeborenen durch eine Definition erklären kann, was ich erlebe, wenn ich eine grüne Fläche sehe, so wenig läßt sich beschreiben, was gemeint ist, wenn ich dem gesehenen Grün eine bestimmte Ausdehnung und einen bestimmten Ort im Gesichtsfelde zuschreibe. Um zu wissen, was es bedeutet, muß man es eben *schauen* können, man muß Gesichtswahrnehmungen oder -vorstellungen besitzen. Diese Räumlichkeit, die mit den optischen Wahrnehmungen als deren Eigenschaft gegeben ist, ist also eine *anschauliche*. Und wir bezeichnen dann als „anschaulich“ im weiteren Sinne auch alle übrigen Daten unseres Wahrnehmungs- und Vorstellungslebens, nicht bloß die optischen. Auch den Wahrnehmungen der andern Sinne, vornehmlich aber den Tastempfindungen und kinästhetischen (Muskel- und Gelenk-)Empfindungen kommen Eigenschaften zu, die wir gleichfalls *räumlich* nennen; die Raumanschauung des Blinden baut sich sogar ganz allein aus dergleichen Daten auf. Eine Kugel fühlt sich beim Betasten anders an als ein Würfel; ich erlebe verschiedene Muskelempfindungen im Arme, je nachdem ich mit der Hand eine lange oder kurze, eine sanft gebogene oder eine zackige Linie beschreibe: diese Unterschiede machen die „Räumlichkeit“ der Tast- und Muskelempfindungen aus; sie sind es, die der Blindgeborene sich vorstellt, wenn von verschiedenen Orten oder Ausdehnungen die Rede ist.

Nun sind aber die Daten verschiedener Sinnesgebiete untereinander ganz unvergleichbar, die Räumlichkeit der

taktilen Empfindungen z. B. ist etwas toto genere Verschiedenes von der Räumlichkeit der optischen; wer, wie der Blinde, nur die erstere kennt, kann sich auf Grund ihrer keinerlei Vorstellung von der letzteren machen. Der Tastraum hat also nicht die geringste Ähnlichkeit mit dem Gesichtsraum, und der Psychologe muß sagen: es gibt so viele anschauliche Räume als wir verschiedene Sinne besitzen.

Der Raum des Physikers dagegen, den wir als den objektiven jenen subjektiven Räumen gegenüberstellen, ist nur *einer* und wird von unsern Sinneswahrnehmungen unabhängig gedacht (aber natürlich nicht unabhängig von den physischen Objekten; vielmehr kommt ihm ja Wirklichkeit nur in Gemeinschaft mit ihnen zu). Er ist nicht etwa identisch mit irgendeinem jener anschaulichen Räume, denn er hat ganz andere Eigenschaften als sie. Betrachten wir z. B. einen starren Würfel, so wechselt dessen Form für den Gesichtssinn, je nachdem von welcher Seite und aus welcher Entfernung ich ihn betrachte; die optische Länge seiner Kanten ist verschieden; und doch schreiben wir ihm dieselbe konstante objektive Gestalt zu. Ähnliches gilt für die Beurteilung des Würfels durch den Tastsinn; auch dieser gibt mir ganz verschiedene Eindrücke, je nachdem die Berührung des Würfels in größerer oder geringerer Ausdehnung oder durch verschiedene Hautstellen geschieht: seine kubische Gestalt erkläre ich dessen ungeachtet für ungeändert. Die physischen Objekte sind mithin überhaupt *unanschaulich*, der physische Raum ist nicht irgendwie mit den Wahrnehmungen gegeben, sondern eine *begriffliche Konstruktion*. Den physischen Objekten darf man daher nicht die anschauliche Räumlichkeit zuschreiben, die wir von den Gesichtsempfindungen her kennen, oder die, welche wir an den Tastwahrnehmungen vorfinden, sondern nur eine un-

anschauliche Ordnung, die wir dann den objektiven Raum nennen und durch eine Mannigfaltigkeit von Zahlen (Koordinaten) begrifflich fassen. Es verhält sich also mit der anschaulichen Räumlichkeit ganz wie mit den sinnlichen Qualitäten, den Farben, Tönen usw.: die Physik kennt nicht die Farbe als Eigenschaft ihrer Objekte, sondern statt dessen nur Frequenzen von Elektronenschwingungen, nicht Wärmequalitäten, sondern kinetische Energie der Moleküle usf.

Ähnliche Betrachtungen lassen sich in bezug auf die subjektive, psychologische Zeit anstellen. Zwar hat nicht etwa jedes Sinnesgebiet seine besondere psychologische Zeit, sondern es ist eine und dieselbe Zeitlichkeit, die allen Erlebnissen — nicht bloß den sinnlichen — in gleicher Weise anhaftet; aber dieses unmittelbare Erlebnis der Dauer, des Früher und Später ist doch ein wechselndes anschauliches Moment, das uns denselben objektiven Vorgang je nach Stimmung und Aufmerksamkeit bald lang, bald kurz erscheinen läßt, im Schläfe ganz verschwindet und je nach der Fülle des Erlebten ganz verschiedenen Charakter trägt: kurz, es ist wohl zu unterscheiden von der physikalischen Zeit, die nur eine Ordnung von den Eigenschaften eines eindimensionalen Kontinuums bedeutet. Diese objektive Ordnung hat mit dem anschaulichen Erlebnis der Dauer ebensowenig zu tun wie die dreidimensionale Ordnung des objektiven Raumes mit den anschaulichen Erlebnissen der optischen oder haptischen Ausdehnung.

Man kann in dieser Einsicht den richtigen Kern der Kantschen Lehre von der „Subjektivität der Zeit und des Raumes“ erblicken, nach welcher bekanntlich beide nur „Formen“ unserer Anschauung sind und nicht den „Dingen an sich“ zugeschrieben werden dürfen. Bei *Kant* freilich kommt jene Wahrheit nur sehr undeutlich zum Ausdruck,

denn er spricht immer nur von „dem“ Raume, ohne die anschaulichen Räume der verschiedenen Sinne voneinander und vom Raum der physischen Körper zu sondern; statt dessen stellt er nur dem Raum und der Zeit der Sinnendinge die unerkennbare Ordnung der „Dinge an sich“ gegenüber. Im Gegensatz dazu finden wir nur Veranlassung, die anschaulichen psychologischen Räume und den unanschaulichen physikalischen voneinander zu scheiden. Da der letztere eben unanschaulich ist, so kann auch — entgegen der Meinung mancher Anhänger der Kantschen Philosophie — die Anschauung uns nichts darüber lehren, ob er etwa als Euklidisch zu bezeichnen ist oder nicht. Er wird zusammen mit der objektiven Zeit durch jenes vierdimensionale Ordnungsschema bezeichnet, von dem wir bisher immer zu sprechen hatten, und das bei der mathematischen Bearbeitung einfach als die Mannigfaltigkeit aller Zahlenquadrupel x_1, x_2, x_3, x_4 behandelt werden kann. In diesem objektiven Schema — und das kommt in der Relativitätstheorie zum erstenmal recht zur Geltung — besteht kein Unterschied zwischen einer „Zeit“-strecke und einer „Raum“-strecke: beide treten einfach als eindimensionale Kontinua auf, und in diesem Begriff hat der anschauliche Unterschied zwischen Zeitdauer und räumlicher Ausdehnung keine Stelle, eine so fundamentale Rolle er auch für die Bewußtseinswirklichkeit spielt.

Es versteht sich von selbst, daß uns ursprünglich nur die anschaulichen psychologischen Räume und Zeiten gegeben sind, und wir müssen fragen, wie man von ihnen aus zur Konstruktion jener objektiven Raum-Zeitmannigfaltigkeit gelangt. Diese Konstruktion ist nicht etwa erst ein Werk der Naturwissenschaft, sondern schon eine Erfordernis des täglichen Lebens, denn wenn wir für gewöhnlich von

Ort und Gestalt der Körper reden, so denken wir dabei stets schon an den physischen Raum, der von den Individuen und Sinnesorganen unabhängig gedacht wird. Natürlich repräsentieren wir uns Gestalten und Entfernungen, über die wir nachdenken, in unserm Bewußtsein stets durch Gesichts-, Tast- oder kinästhetische Vorstellungen, weil wir unanschauliche begriffliche Verhältnisse im Denken nach Möglichkeit immer durch anschauliche Repräsentanten darstellen, aber es handelt sich eben durchaus um sinnliche *Repräsentanten* des physischen Raumbegriffes; man darf jene nicht mit diesem verwechseln und auch ihn für anschaulich halten: ein Fehler, der, wie wir sahen, selbst von *Kant* begangen wurde.

Die Antwort auf die Frage nach der Entstehung des physischen Raumbegriffes aus den anschaulichen Daten der psychologischen Räume liegt nun auf der Hand. Jene Räume sind nämlich zwar untereinander vollkommen unähnlich und unvergleichbar, aber sie sind erfahrungsgemäß einander in ganz bestimmter Weise eindeutig zugeordnet. Unsere Tasterlebnisse z. B. sind von unsern optischen Erfahrungen nicht völlig unabhängig; sondern es findet zwischen beiden Sphären eine gewisse Entsprechung statt; und diese Korrespondenz findet ihren Ausdruck darin, daß alle räumlichen Erlebnisse in dasselbe Schema eingeordnet werden können, und dies ist dann eben der objektive Raum. Ist etwa beim Betasten eines Gegenstandes meinem Hautsinn ein Empfindungskomplex der „Würfelgestalt“ gegeben, so kann ich durch geeignete Maßnahmen (Anzünden von Licht, Öffnen der Augen usw.) stets auch meinem Gesichtsinne gewisse optische Empfindungskomplexe verschaffen, die ich gleichfalls als eine „Würfelgestalt“ bezeichne. Der optische Eindruck ist dabei von dem haptischen *toto coelo*

verschieden, aber die Erfahrung lehrt mich, daß beide Hand in Hand gehen. Bei Blindgeborenen, die durch Operation das Augenlicht wiedererlangen, hat man Gelegenheit, die allmähliche Ausbildung der Assoziationen zwischen den Daten beider Sinnesgebiete zu studieren.

Es ist nun wichtig, sich klarzumachen, welche besonderen Erfahrungen dazu führen, ein ganz bestimmtes Element des optischen Raumes einem ganz bestimmten Element des haptischen zuzuordnen und dadurch den Begriff des „Punktes“ im objektiven Raume zu bilden. Es sind nämlich Erfahrungen über Koinzidenzen, die hier in Betracht kommen. Um einen Punkt im Raume festzulegen, muß man irgendwie direkt oder indirekt auf ihn *hinzeigen*, man muß eine Zirkelspitze oder den Finger oder ein Fadenzirkel mit ihm zur Deckung bringen, d. h. man stellt eine raum-zeitliche Koinzidenz zweier sonst getrennter Elemente her. Und nun stellt sich heraus, daß diese Koinzidenzen für alle anschaulichen Räume der verschiedenen Sinne und Individuen stets übereinstimmend auftreten; eben deshalb wird durch sie ein objektiver, d. h. von den Einzelerlebnissen unabhängiger, für sie alle gültiger „Punkt“ definiert. Ein geöffneter Zirkel ruft bei Applikation auf die Haut im allgemeinen zwei Stichempfindungen hervor; führe ich aber seine beiden Spitzen zusammen, so daß sie für den Gesichtssinn, im optischen Raume, denselben Ort einnehmen, so erhalte ich nunmehr auch nur *eine* Stichempfindung, d. h. es besteht auch im Tastraum Koinzidenz. Bei näherer Überlegung findet man leicht, daß wir zur Konstruktion des physischen Raumes und der Zeit ausschließlich durch diese Methode der Koinzidenzen und auf keinem andern Wege gelangen. Die Raum-Zeitmannigfaltigkeit ist eben nichts anderes als der Inbegriff der durch diese Methode

definierten objektiven Elemente. Daß es gerade eine vierdimensionale Mannigfaltigkeit ist, ergibt die Erfahrung bei der Durchführung der Methode selbst.

Dies ist das Resultat der psychologisch-erkenntniskritischen Analyse des Raum- und Zeitbegriffs, und wir sehen: wir stoßen gerade auf *die* Bedeutung von Raum und Zeit, welche *Einstein* als für die Physik allein wesentlich erkannt und dort zur rechten Geltung gebracht hat. Denn er verwarf die Newtonschen Begriffe, die den geschilderten Ursprung verleugneten, und gründete die Physik statt dessen auf den Begriff der Koinzidenz von Ereignissen. So reichen sich hier physikalische Theorie und Erkenntniskritik zu einem schönen Bündnis die Hände.

In einem Punkte freilich geht die naturwissenschaftliche Theorie doch weit hinaus über den Kreis, in dem die Betrachtung der psychologischen Daten sich bewegen muß. Die Physik nämlich führt als letzten undefinierbaren Begriff das Zusammenfallen zweier *Ereignisse* ein; die psychogenetische Analyse der Idee des objektiven Raumes aber endigt bei dem Begriff der zeiträumlichen Koinzidenz zweier *Empfindungselemente*. Ist beides schlechthin dasselbe?

Der strenge Positivismus eines *Mach* behauptet es. Nach ihm sind die unmittelbar erlebten Elemente, Farben, Töne, Drücke, Wärmen usw. das allein Reale, es gibt keine andern Ereignisse als das Kommen und Gehen dieser Elemente. Wo die Physik dennoch von anderen Koinzidenzen redet, da handelt es sich nach *Mach* nur um abkürzende Sprechweisen, um ökonomische Hilfsbegriffe, nicht um Wirklichkeiten in demselben Sinne wie die Empfindungen Wirklichkeiten sind. Für diese Ansicht wäre der Begriff

der physischen Welt in ihrer objektiven vierdimensionalen Ordnung tatsächlich nur ein abkürzender Ausdruck für die oben beschriebene Korrespondenz der subjektiven raumzeitlichen Erfahrungen verschiedener Sinnesgebiete, und *weiter nichts*.

Aber diese Auffassung ist nicht die einzig mögliche Interpretation des wissenschaftlichen Tatbestandes. Wenn hervorragende Forscher auf exaktem Gebiete immer wieder erklären, daß das streng positivistische Weltbild sie nicht befriedigt, so liegt der Grund dafür unzweifelhaft darin, daß alle in den physikalischen Gesetzen auftretenden Größen nicht „Elemente“ im Machschen Sinne bezeichnen; die Koinzidenzen, welche durch die Differentialgleichungen der Physik ausgedrückt werden, sind nicht unmittelbar erlebbar, sie bedeuten nicht direkt ein Zusammenfallen von Sinnesdaten, sondern zunächst von unanschaulichen Größen, wie elektrischen und magnetischen Feldstärken und dergleichen. Nun zwingt nichts zu der Behauptung, daß nur die anschaulichen Elemente der Farben, Töne usw. in der Welt existieren; man kann ebensogut annehmen, daß außer ihnen auch nicht direkt erlebte Elemente oder Qualitäten da sind, die gleichfalls als „wirklich“ zu bezeichnen wären, mögen sie nun mit jenen anschaulichen vergleichbar sein oder nicht. Elektrische Kräfte z. B. könnten dann ebensogut Wirklichkeitselemente bedeuten wie Farben und Töne. *Meßbar* sind sie ja, und es ist nicht einzusehen, warum die Erkenntnistheorie das Wirklichkeitskriterium der Physik (siehe oben S. 7) verwerfen sollte. Dann würde auch der Begriff eines Elektrons oder Atoms nicht notwendig ein bloßer Hilfsbegriff sein, eine ökonomische Fiktion, sondern könnte ebensowohl einen realen Zusammenhang oder Komplex solcher objektiven Elemente bezeichnen, wie etwa der

Begriff des „Ich“ einen realen Komplex anschaulicher Elemente bedeutet. Das Weltbild der Physik wäre ein in ein vierdimensionales Schema geordnetes Zeichensystem, durch das wir die Realität erkennen: also *mehr* als eine bloße Hilfskonstruktion, um uns zwischen den gegebenen anschaulichen Elementen zurechtzufinden.

Diese beiden Anschauungen stehen sich gegenüber, und ich glaube, daß es einen strengen Beweis für die Richtigkeit der einen und die Falschheit der andern nicht gibt. Wenn ich mich persönlich zu der zweiten bekenne, die man der streng positivistischen gegenüber als eine mehr realistische bezeichnen wird, so bestimmen mich dazu folgende Gründe.

Erstens scheint es mir eine willkürliche, ja dogmatische Festsetzung zu sein, wenn man nur die anschaulichen Elemente und ihre Beziehungen als *real* gelten lassen will. Diese Einengung des Wirklichkeitsbegriffes auf das unmittelbar Gegebene ist durch das Verfahren der Wissenschaften nicht gerechtfertigt. Sie erklärt sich aus der Opposition gegen gewisse fehlerhafte metaphysische Anschauungen, aber diese kann man auch auf andern Wegen vermeiden.

Zweitens erscheint mir das streng positivistische Weltbild infolge einer gewissen Lückenhaftigkeit unbefriedigend: jene Einengung des Realitätsbegriffes reißt gleichsam Löcher in die Wirklichkeit, die durch bloße Hilfsbegriffe ausgefüllt sind. Der Bleistift in meiner Hand soll real sein, die Moleküle aber, die ihn aufbauen, bloße Fiktionen. Dieser oft unscharfe und schwankende Gegensatz zwischen Begriffen, die Reales bezeichnen, und solchen, die nur Hilfskonstruktionen sind, ist auf die Dauer unerträglich, und wir vermeiden ihn durch die gewiß erlaubte Annahme, daß jeder für die Naturbeschreibung tatsächlich brauchbare Begriff

auch in gleicher Weise als Zeichen für etwas Wirkliches betrachtet werden darf. Ich glaube, daß man beim Streben nach letzter erkenntnistheoretischer Klarheit diese Annahme niemals aufzugeben braucht, und daß sie eine wohlgerundete, geschlossene Weltansicht ermöglicht, die auch den Denkforderungen des „Realisten“ genügt, ohne doch irgendeinen der Vorteile aufzugeben, die man der positivistischen Weltansicht mit Recht nachrühmt.

Zu diesen Vorteilen gehört vor allem, daß das Verhältnis der einzelnen Theorien zueinander richtig erkannt und gewertet wird. Wir mußten uns im Laufe der Darstellung mehrmals klarmachen, daß in vielen Fällen keine Möglichkeit und keine Nötigung besteht, unter mehreren verschiedenen Anschauungen eine bestimmte vor den andern als die allein *wahre* auszuzeichnen. Es läßt sich niemals beweisen, daß allein Kopernikus recht, Ptolemäus dagegen unrecht hat; es gibt keinen logischen Zwang, die Relativitätstheorie als die einzig richtige der Absoluttheorie gegenüberzustellen oder die Euklidischen Maßbestimmungen für schlechthin falsch oder schlechthin richtig zu erklären — sondern es läßt sich immer nur zeigen, daß bei diesen Alternativen die eine Anschauung einfacher ist als die andere, zu einem geschlosseneren, befriedigenderen Weltbild führt.

Jede Theorie besteht aus einem Gefüge von Begriffen und Urteilen, und sie ist *richtig* oder *wahr*, wenn das System der Urteile die Welt der Tatsachen *eindeutig* bezeichnet. Besteht nämlich eine solche eindeutige Zuordnung zwischen den Begriffen und der Wirklichkeit, so kann man mit Hilfe des Urteilsgefüges der Theorie den Verlauf der Naturerscheinungen ableiten, also z. B. künftige Ereignisse voraussagen; und das Eintreffen solcher Vorhersagen, die Übereinstimmung zwischen Berechnung und Beobachtungen,

ist bekanntlich der einzige Prüfstein für die Wahrheit einer Theorie. Nun ist es aber möglich, *dieselben* Tatbestände durch *verschiedene* Urteilssysteme zu bezeichnen, es kann folglich verschiedene Theorien geben, für die das Kriterium der Wahrheit in gleicher Weise zutrifft, die also alle in gleichem Maße den Beobachtungen gerecht werden und zu denselben Voraussagungen führen. Es sind eben verschiedene Zeichensysteme, die der gleichen objektiven Realität zugeordnet sind, verschiedene Ausdrucksweisen, die den gleichen Tatbestand wiedergeben. Unter allen möglichen Anschauungen, die solchergestalt den gleichen Wahrheitskern enthalten, muß nun eine die einfachste sein, und daß wir stets gerade dieser den Vorzug einräumen, beruht nicht bloß auf einer praktischen Ökonomie, einer Art geistiger Bequemlichkeit (wie man wohl gemeint hat), sondern es hat einen logischen Grund darin, daß die einfachste Theorie ein Minimum von *willkürlichen* Momenten enthält. Die komplizierteren Anschauungen enthalten nämlich notwendig überflüssige Begriffe, über die ich nach Belieben verfügen kann, die folglich nicht durch die betrachteten Tatsachen bestimmt sind, und von denen ich daher mit Recht sagen darf, daß ihnen für sich allein etwas Wirkliches nicht entspricht. Bei der einfachsten Theorie dagegen ist die Rolle jedes einzelnen Begriffs durch die Tatsachen gefordert, sie bildet ein Zeichensystem ohne entbehrliche Zutaten. Z. B. die Lorentzsche Äthertheorie (s. oben S. 3) erklärt ein Koordinatensystem als vor allen andern ausgezeichnet, hat aber im Prinzip kein Mittel, dieses System jemals wirklich anzugeben; sie schleppt also den Begriff der absoluten Bewegung mit, während doch derjenige der relativen zu einer eindeutigen Bezeichnung der Tatsachen ausreicht. Der erstere findet allein für sich niemals Anwendung, sondern nur in gewissen Kombina-

tionen, die in dem Begriff der relativen Bewegung zusammengefaßt sind.

Zu solchen überflüssigen Momenten gehören nun auch — dies haben wir als Fazit der allgemeinen Relativitätstheorie erkannt — die Begriffe von Raum und Zeit in der Form, in der sie bisher in der Physik auftraten. Auch sie finden keine Anwendung für sich allein, sondern nur insofern, als sie in den Begriff der raumzeitlichen Koinzidenz von Ereignissen eingehen. Wir dürfen also wiederholen, daß sie nur in dieser Vereinigung, nicht schon allein für sich etwas Wirkliches bezeichnen.

Wir erkennen die ungeheure theoretische Tragweite der neuen Anschauungen: *Einsteins* Analyse des Raum- und Zeitbegriffs gehört derselben philosophischen Entwicklungsreihe an wie *David Humes* Kritik der Substanz- und Kausalitätsvorstellung. Wie diese Entwicklung weiterführen wird, läßt sich noch nicht sagen. Die in ihr herrschende Methode aber ist die einzig fruchtbare der Erkenntnistheorie: eine strenge Kritik der wissenschaftlichen Grundbegriffe, die alles Überflüssige von ihnen abstreift und ihren echten, endgültigen Gehalt immer deutlicher ans Licht stellt.
