

Elektrotechnische
Meßkunde

von

P. B. Arthur Linker

Zweite Auflage

Elektrotechnische Meßkunde.

Elektrotechnische Meßkunde.

Von

Dr.-Ing. P. B. Arthur Linker.

Zweite, völlig umgearbeitete und verbesserte Auflage.

Mit 380 in den Text gedruckten Figuren.



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH 1912

ISBN 978-3-662-35925-9

ISBN 978-3-662-36755-1 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-662-36755-1

Softcover reprint of the hardcover 2nd edition 1912

Seinem hochverehrten Lehrer

Herrn Prof. Dr. phil. A. Schleiermacher

in dankbarer Erinnerung ehrerbietigst gewidmet

vom Verfasser.

Aus dem Vorwort zur ersten Auflage.

Mit der Herausgabe dieses Werkes soll dem Studierenden ein Hilfsbuch für die Übungen im elektrotechnischen Laboratorium, dem in der Praxis stehenden Ingenieur ein Hand- und Nachschlagewerk bei seinen Arbeiten geboten werden. Da es jedoch für den weniger Geübten besonders schwierig ist, sich allein durch Formeln mit den bei der Ausführung der Messungen sich abspielenden Vorgängen vertraut zu machen, war ich bestrebt, durch Hilfsvorstellungen und Beispiele aus der Mechanik und Hydraulik das Wesen der Erscheinungen vor allem physikalisch zu erläutern und dann erst die daraus gewonnenen Gesetze in mathematische Form zu kleiden.

Durch zahlreiche Literaturangaben bei den einzelnen Versuchen soll dem Leser die Möglichkeit geboten werden, durch ein Spezialstudium in die ihn besonders interessierenden Versuche tiefer einzudringen.

Karlsruhe, im Dezember 1905.

Vorwort zur zweiten Auflage.

Die neue Auflage stellt eine vollständige Umarbeitung und Erweiterung der ersten dar. Trotzdem ein großer Teil der theoretischen Grundlagen einfacher und daher wesentlich kürzer behandelt ist, insbesondere soweit sie nicht direkt zur Erklärung der Messung notwendig waren, mußte der Umfang des Buches wesentlich vergrößert werden, um die vielen neu hinzugekommenen Messungen aufzunehmen. Der Grundgedanke ist jedoch beibehalten worden, möglichst leichtfaßlich, einfach und elementar die Methoden abzuleiten und zu begründen.

Aus diesem Grunde sind bei den Messungen der Induktion und Kapazität die Formeln nicht nach der allerdings mathematisch eleganteren symbolischen, sondern nach der allgemein üblichen Rechnungsmethode mit reellen Größen entwickelt worden. Ebenso wurden auch die Meßinstrumente nur soweit erklärt, als es zum Verständnis des Versuchs erforderlich war. Zur anschaulicheren Darstellung der durch die analytische Form gefundenen Resultate und zur Umgehung längerer Rechenoperationen sind soviel als möglich zeichnerische Methoden herangezogen worden.

Bei den Zeichen der Formelgrößen und Einheiten habe ich die bisher vom AEF veröffentlichten Vorschläge berücksichtigt. Von den von mir (1904, Die hauptsächl. elektr. Meßinstrumente) vorgeschlagenen Bezeichnungen Gauß, Weber, Maxwell, Oersted und Siemens ist letztere vom AEF angenommen, während die anderen ebenfalls verschiedentlich in der Literatur Verwendung finden.

Ausgehend von dem Grundsatz, daß die Bezeichnungen der Formelgrößen vor allem einen physikalischen Inhalt besitzen müssen, habe ich jedoch abweichend von den Vorschlägen des AEF folgende Begriffe neu aufgenommen: „Feldspannung, Feldstrom, Feldwiderstand“, da sie durch (magnetische oder elektrische) Felder bedingt sind (anstatt: „Querspannung usw.). Ebenso ist der aus Wechselspannung und Stromstärke gegebene Widerstand als „Wechselstrom-Widerstand“ (nicht „Scheinwiderstand“) bezeichnet worden.

Da ferner die Zeichen L für „Leistung“ und \mathcal{L} für „Induktivität“ im schriftlichen Ausdruck nicht zu unterscheiden sind, habe ich für letztere das Zeichen \mathcal{S} (zählt als „Verkettungsfaktor des Kraftflusses“ zu den magnetischen Größen) gewählt, da es als Anfangsbuchstabe von Selbstinduktion, selfinduktion (engl.), la self (franz.) auf internationale Annahme rechnen kann.

Für einige Meßinstrumente sollte man die schon in der I. Aufl. angegebenen Bezeichnungen: „Spannungs-, Strom-, Leistungs- und Arbeitsmesser“ anstatt der unlogischen Bildungen: „Voltmeter, Amperemeter, Wattmeter, Elektrizitätszähler“ benutzen.

Die Literaturangaben bei den einzelnen Versuchen sind wesentlich vermehrt worden, um reichlich Gelegenheit zu Spezialstudien zu bieten.

Den Firmen spreche ich für die freundliche Überlassung von Klischees, sowie der Verlagsbuchhandlung für das Entgegenkommen auf meine Wünsche betr. Druck, Ausstattung usw. meinen verbindlichsten Dank aus.

So hoffe ich nun, daß sich das Buch zu den zahlreichen alten Freunden immer mehr neue erwerbe, eingedenk eines Ausspruchs des hervorragenden Gelehrten Kohlrausch: „Zu den unsere Zeit charakterisierenden Arbeiten gehört das Ausmessen der Natur, ohne welches weder die wissenschaftlichen noch die technischen Fortschritte des abgelaufenen Jahrhunderts möglich gewesen wären.“

Hagen i. W., im Februar 1912.

A. Linker.

Inhaltsverzeichnis.

Einleitung	Seite 1
----------------------	------------

I. Elektrische Meßmethoden.

1. Messung eines Widerstandes m. d. Wheatstoneschen Meßbrücke	4
2. Widerstandsmessung durch Vertauschung	7
3. Widerstandsbestimmung durch Strom- und Spannungsmessung .	8
4. Widerstandsmessung mit dem Differentialgalvanometer	10
5. Messung kleiner Widerstände (Matthiessen und Hockin)	19
6. Messung kleiner Widerstände mit der Thomsonschen Doppel- brücke	21
7. Widerstand eines Galvanometers in der Brücke (Thomson).	25
8. Widerstand von Elementen (Mance)	25
9. Widerstand von Elementen (Nernst)	27
10. Spezifischer Widerstand von Metallen.	28
11. Spezifischer Widerstand von Flüssigkeiten (mit Gleichstrom) . .	29
12. Spezifischer Widerstand von Flüssigkeiten (mit Wechselstrom) .	30
13. Untersuchung von Blitzableitern	33
14. Widerstand von Schienenstößen	35
15. Messung von Isolationswiderständen (Methode des direkten Aus- schlages)	36
16. Isolationsprüfung ausgeführter Anlagen (mittels Spannungsmessers)	39
17. Isolationsmessung bei ausgeführten Anlagen mittels statischen Spannungsmessers.	40
18. Isolationsmessung an Leitungen während des Betriebes.	44
19. Isolationswiderstand von Telephonkabeln	53
20. Bestimmung des Isolationsfehlerorts	55
21. Isolationsprüfung von Wechselstromanlagen	58
22. Ermittlung des Temperaturkoeffizienten	61
23. Vergleichung von EMKen durch Kompensation (Du Bois-Rey- mond)	62
24. Messungen mit dem Kompensationsapparat	63
25. Messungen mit dem Elektrometer	68
26. Strommessung mit dem Voltameter	79
27. Messung von Spannung und Stromstärke bei Hochspannung . .	80
28. Messung von Wechselströmen geringer Intensität und hoher Wechselzahl	87
29. Messung elektrischer Leistung	89

	Seite
30. Eichung eines ballistischen Galvanometers	103
31. Vergleichung von Kapazitäten (ballistisch)	110
32. Vergleichung von Kapazitäten durch Kompensation (W. Thomson)	115
33. Vergleichung von Kapazitäten (de Sauty)	116
34. Absolute Messung einer Kapazität (Maxwell — J. J. Thomson)	118
35. Absolute Messung einer Kapazität. (Mittels Differentialgalvanometers)	120
36. Messung von Koeffizienten der Selbstinduktion	122
37. Messung von Koeffizienten der Selbstinduktion in der Brücke (Maxwell)	125
38. Vergleichung von Selbstinduktionen miteinander (Maxwell)	128
39. Vergleichung von Selbstinduktionen mit dem Differentialtelephon	132
40. Vergleichung von Selbstinduktion mit Kapazität (Maxwell)	133
41. Vergleichung von Selbstinduktion mit Kapazität (Anderson)	134
42. Messung der gegenseitigen Induktion	137
43. Messung der gegenseitigen Induktion (Trowbridge)	138
44. Vergleichung von gegenseitiger Induktion mit Kapazität (Pirani & Roiti)	138
45. Vergleichung von gegenseitiger Induktion mit Selbstinduktion (Maxwell)	140
46. Vergleichung von gegenseitigen Induktionen miteinander (Maxwell)	142
47. Vergleichung von gegenseitigen Induktionen miteinander (Campbell)	144
48. Vergleichung von Induktionen und Kapazität miteinander (Carey-Foster)	145
49. Untersuchung von Kabeln	146
50. Bestimmung von Dielektrizitätskonstanten	147
51. Prüfung der Durchschlagsfestigkeit von Isolierstoffen	148
52. Eichung und Prüfung von Strom- und Spannungsmessern	149
53. Eichung und Prüfung von Leistungs- und Arbeitsmessern (Zählern)	153
54. Untersuchung von Sammlern (Akkumulatoren)	161
55. Untersuchung einer Thermosäule	165
56. Wirkungsgrad eines elektrischen Kochers.	166

II. Magnetische Messungen.

1. Magnetometrische Methode	168
2. Ballistische Methode (Weber und Rowland)	175
3. Isthmismethode (Ewing)	183
4. Eisenuntersuchung mit dem Schlußjoch (Hopkinson)	184
5. Zugkraftmethode	189
6. Magnetische Wage	191
7. Magnetisierungsapparat nach Köpsel (Siemens & Halske)	197
8. Messung magnetischer Felder mit der Wismutspirale	201
9. Nullmethoden zur Eisenuntersuchung	203
10. Bestimmung des Streukoeffizienten	206
11. Praktische Hysteresismesser	210

	Seite
12. Praktische Eisenuntersuchung mit dem Eisenprüfer (Epstein) . . .	211
13. Aufnahme charakteristischer Kurven des Eisens mit Wechselstrom	222
14. Aufnahme von Feldverteilungskurven elektrischer Maschinen (Poldiagramm)	225

III. Messungen der Gleichstromtechnik.

1. Aufnahme von charakteristischen Kurven	236
2. Bestimmung der Ankerrückwirkung	248
3. Messung des Drehmoments von Motoren	250
4. Aufnahme von Geschwindigkeitskurven	254
5. Parallelschaltung von Generatoren	257
6. Bestimmung des Wirkungsgrades von Gleichstrommaschinen . . .	259
7. Temperaturerhöhung von Gleichstrommaschinen	314
8. Untersuchung der Kommutation	315

IV. Messungen der Wechselstromtechnik.

1. Messung des Koeffizienten der Selbstinduktion einer Spule mit Eisen	322
2. Messung der Kapazität von Wechselstromapparaten	324
3. Prüfung eines Transformators	330
4. Das Transformatoridiagramm	336
5. Bestimmung des Spannungsabfalls eines Transformators	347
6. Wirkungsgrad eines Transformators.	354
7. Temperaturerhöhung von Wechselstromgeneratoren.	364
8. Aufnahme von charakteristischen Kurven an Generatoren	366
9. Bestimmung des Spannungsabfalls von Generatoren	372
10. Parallelschaltung von Wechselstrommaschinen	384
11. Untersuchung eines Synchronmotors	397
12. Untersuchung eines asynchronen Mehrphasenmotors	414
13. Untersuchung eines asynchronen Einphasenmotors	441
14. Untersuchung eines Einanker-Umformers	453
15. Bestimmung des Wirkungsgrades von Wechselstrommaschinen . . .	454
16. Aufnahme von Wechselstromkurven	463
17. Analyse periodischer Schwingungen	474

V. Photometrie.

1. Grundbegriffe	490
2. Photometer von Bunsen	493
3. Photometer von Lummer & Brodhun	494
4. Photometer nach Martens	497
5. Photometer von L. Weber.	500
6. Flimmerphotometer	502
7. Polarisationsphotometer	503

	Seite
8. Lichtmessung mittels Ulbrichtscher Kugel.	506
9. Photometrie von Glühlampen	508
10. Photometrie von Bogenlampen	511
11. Bestimmung der mittleren räumlichen Lichtstärke	515
Tabelle einiger Naturkonstanten.	520
Formelzeichen und -Größen	523
Zeichen der Maßeinheiten	526
Maßänderungs-Vorsatzzeichen. — Anhängezeichen (Indices).	527
Sachregister	528

Berichtigungen:

Es soll heißen:

S. 79, Z. 15 v. unten: Es statt E.

S. 105, Z. 13 v. oben: $Q_d = c_1 \cdot \frac{T}{\pi} \cdot s \cdot (\dots)$

S 113, Fußnote 2: Z f I. 1903, S. 242.

S. 119, Z. 14 v. oben: R_2 statt R_3 und R_3 statt R_2 .

S. 119, Z. 16, 17 v. oben: R statt w .

S. 124, letzte Zeile: k_s statt k .

S. 137, Z. 3 v. oben: wenn in dem andern der Strom J „in der Zeiteinheit“
um die Einheit abnimmt.

S. 189, Z. 8 v. oben: Luftschlitzes statt Luftschutzes.

Abkürzungen.

- AFF = Ausschuß für Einheiten und Formelzeichen.
Am. Journ. Sc. = American Journal of Science.
Ann. d. El. = Annalen der Elektrotechnik.
Ann. d. Ph. = Annalen der Physik.
Bl. f. Post u. Tel. = Blätter für Post und Telegraphie.
Bull. Bur. Stand. = Bulletin of the Bureau of Standards.
Bull. Soc. int. El. = Bulletin de la Société internationale des Electriciens.
C f E = Centralblatt für Elektrotechnik, München.
Compt. rend. = Comptes rendues.
Der Mechaniker. — Beilage zur Zeitschrift für Instrumentenkunde.
Dinglers Polyt. Journ. = Dinglers Polytechnisches Journal.
Ecl. El. = L'Eclairage électrique.
El. = The Electrician, London.
El. Anz. = Elektrotechnischer Anzeiger.
El. Eng. = The Electrical Engineer.
El. Kr. u. Bahnen. = Elektrische Kraftbetriebe und Bahnen.
El. Revue, London. = Electrical Revue, London.
El. u. M. Wien. = Elektrotechnik und Maschinenbau, Wien.
El. u. masch. Betr. = Elektrische und maschinelle Betriebe.
El. World. = The Electrical World and Engineer, — — —
Electr. = L'Electricien.
Eng. = Engineering.
ETZ. = Elektrotechnische Zeitschrift (Berlin).
Ewing, Magnet. Ind. im Eisen. = Ewing, Magnetische Induktion im Eisen
und verw. Metallen, 1892.
Fortschr. d. El. = Fortschritte der Elektrotechnik (Strecker).
Helios. = Helios, Exportzeitschrift für Elektrotechnik.
Ind. El. = L'Industrie électrique.
Journ. de phys. = Journal de physique.
Journ. Inst. El. Eng. = Journal of the Institution of Electrical Engineers.
Journ. Soc. Arts. = Journal of the Society of Arts.
Journ. telegr. = Journal télégraphique.
Lum. El. = La Lumière électrique.
Nat. phys. Lab. coll. researches. = Natural physical Laboratory college
researches.
Phil. Mag. = Philosophical Magazine.
Phil. Trans. = Philosophical Transactions.
Phil. Tr. Roy. Soc. = Philosophical Transactions of the Royal Society.

- Phys. Rev = Physical Revue.
 Phys. Zeitschr. = Physikalische Zeitschrift.
 Pogg. Ann. = Poggendorfs Annalen.
 Proc. AIEE. = Proceedings of the American Institute of Electrical Engineers.
 Proc. Phys. Soc. London. = Proceedings of the Physical Society, London.
 Proc. Roy. Soc. = Proceedings of the Royal Society.
 PTR. = Physikalisch-Technische Reichsanstalt.
 Rep. Tokyo. Phys. Math. Soc. = Reports of the Tokyo Physical and Mathematical Society.
 Rev. el. = Revue électrique.
 Rev. prat. de l'Electr. = Revue pratique de l'Electricité.
 Samml. el. Vortr. = Sammlung elektrotechn. Vorträge, Enke, Stuttgart.
 Schw. ETZ. = Schweizer Elektrotechnische Zeitschrift.
 Tr. AIEE. = Transactions of the American Inst. of Electrical Engineers.
 Traction El. = La Traction électrique.
 VdE. = Verband deutscher Elektrotechniker.
 VdGW. = Verband deutscher Gas- und Wasserfachmänner.
 Verh. d. d. phys. Ges. = Verhandlungen der deutschen physikalischen Gesellschaft.
 Verh. d. naturf. Ges. = Verhandlungen der naturforschenden Gesellschaft.
 Wied. Ann. = Wiedemanns Annalen.
 Wien. Ber. = Wiener Berichte.
 Z f Bel. = Zeitschrift für Beleuchtungstechnik.
 Z f E = Zeitschrift für Elektrotechnik, Wien (bis 1905).
 Z f I = Zeitschrift für Instrumentenkunde.
 Z f Math. u. Phys. = Zeitschrift für Mathematik und Physik.
 << = klein gegen.
 >> = groß gegen.
 ≈ = annähernd gleich.
 ~ = proportional.
 † = nicht gleich.

Einleitung.

Man unterscheidet im allgemeinen absolute und relative Messungen. Absolut ist die Messung dann, wenn sie auf den Einheiten des absoluten Maßsystems aufgebaut ist. Vergleicht man dagegen eine Größe mit einer anderen als Normal dienenden, so ist die Messung relativ. Dabei ist es von Wichtigkeit, zu wissen, mit welcher Genauigkeit bzw. welchem Fehler die Messung ausgeführt ist, so daß man auf eventuell vorhandene Fehlerquellen Rücksicht nehmen muß.

Bildet man aus einer großen Anzahl von n Ablesungen das arithmetische Mittel, so geben die Differenzen zwischen diesem und den Einzelwerten die absoluten Fehler f an. Nach der Methode der kleinsten Quadrate ist dann der mittlere Fehler

$$f_{mi} = \pm \sqrt{\frac{\Sigma f^2}{(n-1) \cdot n}}$$

und der wahrscheinliche Fehler $f_w = 0,674 \cdot f_{mi}$.

Hauptsächlich interessiert uns jedoch der relative Fehler, d. h. das Verhältnis des absoluten Betrages des möglichen Fehlers zum Werte der gemessenen Größe, ausgedrückt in $\%$. Fehler können nun durch die Beobachtung (Ablesegenauigkeit, persönliche Gleichung), äußere Störungen, durch die Apparate selbst (Abweichungen vom Sollwert) und durch die Methode in die Messung eintreten.

Die Größe der Beobachtungsfehler läßt sich dadurch bestimmen, daß man von mehreren unter denselben Bedingungen abgelesenen Werten das Mittel nimmt und die größte Abweichung von diesem mittleren Wert in positiver und negativer Richtung feststellt, deren Mittelwert dann den Fehler darstellt. Durch Bildung des Mittelwerts aus mehreren Ablesungen sucht man sich daher von den Ablesungsfehlern möglichst frei zu machen.

Äußere Störungen können ebenfalls Fehler hervorrufen. Sie brauchen jedoch nur dann berücksichtigt zu werden, wenn sie außerhalb der Beobachtungsfehlergrenze liegen oder Änderungen der Beobachtungen hervorrufen, deren Einfluß den zulässigen Fehler übersteigt. Sie können bedingt sein durch die gegenseitige Lage verschiedener Instrumente, durch in der Nähe befindliche Maschinen, Eisenmassen, elektrische und magnetische Felder und durch Temperatureinflüsse. Durch geeignete räumliche Anordnung der Apparate und Leitungen, Verwendung von temperaturfehlerfreien Widerständen und Instrumenten, Fernhalten elektrischer und magnetischer Felder und Maschinen lassen sich Fehler von merklichem Einfluß vermeiden. Sind dagegen in einer Messung Widerstände vorhanden, die von der Temperatur abhängig sind, z. B. bei Dynamoankern, Magnetwicklungen, Transformatorenspulen, so muß ihre Größe für die der betreffenden Belastung entsprechende Temperatur in Rechnung gezogen werden.

Durch die Apparate selbst können sogenannte Instrument- oder Eichfehler auftreten, die durch die Abweichung des abgelesenen Werts vom wirklichen Wert bedingt sind. Ihr Einfluß läßt sich unter gewissen Umständen durch geeignete Hilfsmittel (Umschaltung der Stromrichtung, Vertauschung) vermindern oder muß andernfalls experimentell ermittelt werden.

Zwischen einem Schaltungsschema und seiner praktischen Darstellung kann bisweilen infolge des nicht zu vernachlässigenden Widerstandes der Kontakte, Zuleitungen und Meßinstrumente eine so große Verschiedenheit in der Wirkungsweise vorhanden sein, daß die Methode für die Messung mancher Werte unbrauchbar werden kann. Fehler, die davon herrühren, bezeichnet man als methodische. Man kann sie nur durch Anwendung einer geeigneteren Methode, bei der solche Einflüsse nicht vorkommen, vermeiden, wenn man die Fehler durch Hilfsmessungen oder Rechnung nicht eliminieren kann.

Bei der Notierung abgelesener Werte gewöhne man sich daran, nicht mehr als eine durch Schätzung bestimmte Stelle anzugeben, so daß die vorletzte Stelle als genau angenommen werden kann.

Nachdem man sich für eine bestimmte Methode entschlossen hat, zeichnet man das Schaltungsschema für die Messung hin und führt die Schaltung mit der einfachsten Leitungsführung möglichst

übersichtlich aus. Man vergesse dabei niemals, einen doppel-
poligen Ausschalter und Sicherungen aufzunehmen, wenn es sich
um Arbeiten mit starken Strömen und höheren Spannungen
handelt. Meßinstrumente sind mit einem solchen Meßbereich zu
wählen, daß die Ablesungen möglichst groß werden. Bei der
Auswahl der Widerstände bestimme man durch eine Überschlags-
rechnung die ungefähre Größe in Θ aus dem Spannungsverlust
und wähle die Dimensionen nach der vermutlich darin auftretenden
Stromstärke und Einschaltungsdauer. Ferner ist es notwendig,
sich vor Beginn des Versuchs von der Brauchbarkeit, Polarität
und dem richtigen Meßbereich der Instrumente zu überzeugen,
damit man nicht gezwungen ist, nach teilweiser Ausführung der
Messung Auswechselungen vorzunehmen. Welche besonderen
Maßregeln im einzelnen Falle anzuwenden sind, wird bei den
einzelnen Messungen näher erläutert werden.

I. Elektrische Meßmethoden.

1. Messung eines Widerstandes mit der Wheatstoneschen Meßbrücke.¹⁾

Schaltet man eine Elektrizitätsquelle E mit 4 Widerständen $r_1 r_2 r_3 r_4$, einem Galvanometer G nach Fig. 1, so werden bei geschlossenen Schaltern S die eingezeichneten Ströme i und Potentiale V auftreten. Ändert man nun die Widerstände so ab, daß das Potential V' bei c gleich V'' bei d wird, was man daran erkennt, daß das Galvanometer keine Ablenkung zeigt, da $V' - V'' = 0$ ist, dann ist $i = 0$.

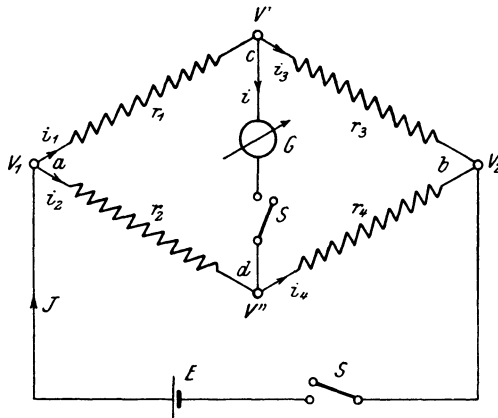


Fig. 1.

Es muß nun für jeden Zweig die Potentialdifferenz gleich dem Produkt aus Stromstärke und Widerstand sein.

$$\begin{aligned} V_1 - V' &= i_1 \cdot r_1 & V_1 - V'' &= i_2 \cdot r_2 \\ V' - V_2 &= i_3 \cdot r_3 & V'' - V_2 &= i_4 \cdot r_4 \end{aligned}$$

¹⁾ Phil. Trans. 1843. S. 313. — Pogg. Ann. 1844, S. 535.

Nun soll $V' = V''$ sein, woraus man durch Gleichsetzen erhält

$$1. \quad i_1 \cdot r_1 = i_2 \cdot r_2 \qquad 2. \quad i_3 \cdot r_3 = i_4 \cdot r_4$$

oder durch Division der Gleichungen 1 und 2:

$$\frac{i_1}{i_3} \cdot \frac{r_1}{r_3} = \frac{i_2}{i_4} \cdot \frac{r_2}{r_4}.$$

Da nun $i = 0$ ist, so muß nach dem ersten Kirchhoffschen Gesetz

$$i_1 = i_3 \quad \text{und} \quad i_2 = i_4$$

sein, so daß $\frac{i_1}{i_3} = 1$ und ebenso $\frac{i_2}{i_4} = 1$

wird. Somit erhalten wir die Beziehung

$$\frac{r_1}{r_3} = \frac{r_2}{r_4} \quad \text{oder} \quad r_1 \cdot r_4 = r_2 \cdot r_3.$$

Sind 3 von diesen 4 Widerständen oder das Verhältnis zweier benachbarter und ein dritter bekannt, so läßt sich der vierte berechnen.

Die beiden Widerstände r_1 und r_3 kann man nach Kirchhoff¹⁾ durch einen geradlinig ausgespannten Meßdraht von nicht zu kleinem Widerstand und verschwindendem Temperaturkoeffizienten ersetzen (Fig. 2).

In diesem Fall ist nur ein bekannter Widerstand R notwendig, um den unbekanntem Widerstand x zu messen. Den Abzweigungspunkt c bildet man als verschiebbaren schneidenförmigen Kontakt aus, um die Längen l_1 und l_2 kontinuierlich verändern zu können.

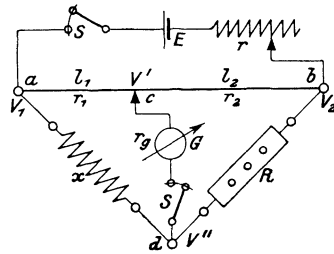


Fig. 2.

G und E können auch vertauscht werden.

Ist der Draht homogen und kalibrisch, d. h. überall von gleichem Material und Querschnitt, dann ist der Widerstand r_1 zwischen a c proportional l_1 und ebenso r_2 zwischen c b proportional l_2 oder

$$r_1 = c \cdot l_1; \quad r_2 = c \cdot l_2.$$

Verschiebt man nun die Schneide c so weit, bis das Galvanometer stromlos ist, dann gilt die Beziehung:

¹⁾ Pogg. Ann. Bd. 100, S. 177.

$$\frac{x}{R} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{c \cdot l_1}{c \cdot l_2}$$

oder

$$\frac{x}{R} = \frac{l_1}{l_2}.$$

Die gebräuchlichste praktische Ausführungsform der Drahtbrücke stellt das von Siemens & Halske gebaute Universalgalvanometer¹⁾ dar. Eine Brücke für kleine Widerstände ist von Böhm-Raffay²⁾ beschrieben worden.

Über die Einzelheiten beim Gebrauch der Brücke wäre folgendes zu bemerken: Besitzen die Widerstände (Fig. 2) Selbstinduktion, so würde auch bei richtig abgeglichenen Widerständen das Galvanometer eine Ablenkung zeigen, wenn der Schalter S der Stromquelle E nach demjenigen des Galvanometers umgelegt wird. Um Fehler zu vermeiden, schließt man daher erst den Batteriezweig. Dagegen schaltet man zuerst das Galvanometer aus. Vorteilhaft sind dabei entsprechend gebaute Doppeltaster. Die günstigste Bedingung für die Messung ergibt sich, wenn $r_1 = r_2 = x = R$ ist. Den günstigsten Galvanometerwiderstand findet man aus

$$r_g = \frac{(r_1 + x) \cdot (r_2 + R)}{r_1 + r_2 + x + R}.$$

Die Meßgenauigkeit ist am größten, wenn die Schneide c in der Mitte des Drahtes liegt. Daher muß man R nicht wesentlich verschieden von x wählen.

Um den Einfluß thermoelektromotorischer Kräfte möglichst zu beseitigen, darf man nur schwache Ströme benutzen und diese nur ganz kurze Zeit durch die Brücke fließen lassen, oder man vertauscht besser Galvanometer G und Element E , darf dabei jedoch die Schneide c nicht zu weit nach den Enden des Drahtes bewegen, um eine eventuelle Erhitzung zu vermeiden. Zweckmäßig ist es ferner, den Batteriestrom zu kommutieren und aus den berechneten Widerständen das Mittel zu nehmen.

Die Methode eignet sich zur Messung von Widerständen zwischen 5 und etwa 10 000 Ω , wenn man bei kleineren Widerständen Korrekturen wegen der Zuleitungswiderstände nicht vornehmen will.

¹⁾ ETZ. 1896, S. 264; 1897, S. 197.

²⁾ Schw. ETZ. 1910, S. 314.

Um die Größe des bei der Messung gemachten Fehlers festzustellen, verschiebt man die Schneide aus der Stellung für die vermeintliche Stromlosigkeit nach beiden Seiten so weit, daß man beiderseitig eben noch merkbare Ablenkungen des Instruments wahrnehmen kann, und rechnet dafür die zugehörigen Widerstände x_1 und x_2 aus. Der gesuchte Widerstand ist dann $x = \frac{x_1 + x_2}{2}$ und der Fehler $\Delta x = \pm \frac{x_1 - x_2}{2}$. Der Widerstand wird dann auch in der Form $x \pm \Delta x \ominus$ angegeben.

Die Wheatstonesche Brücke läßt sich auch mit Benutzung des elektrischen Rechenschiebers von A. Wright zur Lösung von algebraischen Gleichungen beliebigen Grades verwenden.¹⁾

Zur genauen Berechnung von Meßbrücken ist von R. Underhill²⁾ eine analytische Methode angegeben worden.

2. Widerstandsmessung durch Vertauschung.

Für diese Messung ist besonders eine Bedingung zu erfüllen, nämlich, daß die zu benutzende Stromquelle eine konstante EMK besitzen muß.

a) Hintereinanderschaltung (Fig. 3a).

Der zu messende Widerstand W wird mit einem Galvanometer G und einer Stromquelle E unter Verwendung eines Umschalters U hintereinander geschaltet. Der Vergleichswiderstand R wird so angelegt, daß durch Umlegen des Schalters U der Widerstand W aus-, dagegen R eingeschaltet wird. Schließt man nun beim Versuche W an, so wird das Galvanometer eine bestimmte Ablenkung zeigen. Beim Umschalten wird R so reguliert, daß dieselbe Ablenkung auftritt. Dann ist der Widerstand

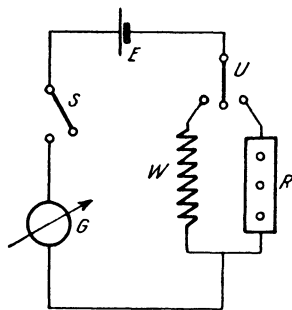


Fig. 3a.

$$W = R.$$

¹⁾ Bl. f. Post u. Tel. 1909, S. 174. El. 1909, S. 903. ETZ. 1910, S. 739.

²⁾ El. World. 1910, S. 29.

Hierbei benutzt man mit Vorteil ein Galvanometer mit kleinem Widerstand.

Diese Methode kommt besonders bei großen Widerständen, z. B. bei der Isolationsprüfung, zur Anwendung, wie es in Nr. 15 angegeben ist.

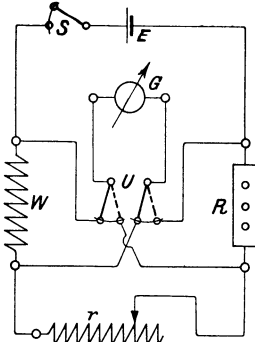


Fig. 3b.

b) Parallelschaltung (Fig. 3 b).

Hierbei werden die Widerstände W und R mit einem Regulierwiderstand r in Reihe geschaltet und das Galvanometer von möglichst großem Widerstand abwechselnd parallel zu W oder R gelegt. Bei gleicher Ablenkung des Galvanometers für beide Lagen des Umschalters U ist dann

$$W = R.$$

3. Widerstandsbestimmung durch Strom- und Spannungsmessung. (Ohmsches Gesetz.)

Diese Methode kann überall dann Anwendung finden, wenn der zu untersuchende Widerstand von der Stromstärke infolge der Erwärmung in seinem Werte beeinflusst wird, z. B. bei Dynamoankern, Feldmagnet- und Transformatorenspulen, brennenden Glühlampen und dergl. Dabei kann der Meßstrom gleichzeitig zur Erwärmung dienen.

Gehen wir von dem Ohmschen Gesetze

$$E = J \cdot R$$

aus, so kann man es in Worten folgendermaßen ausdrücken: Um einen Strom J durch einen Widerstand R hindurchzutreiben, muß man eine Spannung E an die Enden von R anlegen, deren Größe gleich dem Produkt $J \cdot R$ ist. Umgekehrt kann man auch sagen, daß, wenn in dem Widerstande R ein Strom J fließt, an den Enden desselben ein Spannungsverlust E_p als Produkt $J \cdot R$ auftritt. Kennt man nun zwei von den Größen der Gleichung, in diesem Falle E und J , so läßt sich daraus der Widerstand R berechnen.

Für die praktische Ausführung sind zwei Schaltungen möglich, die jedoch beide den Widerstand nicht ohne Korrektion be-

stimmen lassen. Legen wir nach Fig. 4 den Strommesser J so in den Stromkreis, daß er den Strom $J = i_1 + i_2$ als Summe des Stromes i_1 in der Lampe und i_2 im Spannungsmesser E mißt, so würden wir als Quotient $\frac{E}{J}$ den Kombinationswiderstand der Lampe und des Spannungsmessers erhalten, während der Widerstand der Lampe allein

$$R = \frac{E}{i_1} \text{ ist.}$$

Man hat demnach von der Angabe des Strommessers die Stromstärke i_2 des Spannungsmessers zu subtrahieren. Sie bestimmt sich aus $i_2 = \frac{E}{R_s}$, wo R_s der Widerstand des Spannungsmessers ist.

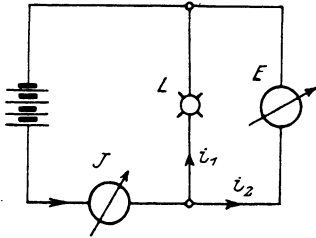


Fig. 4.

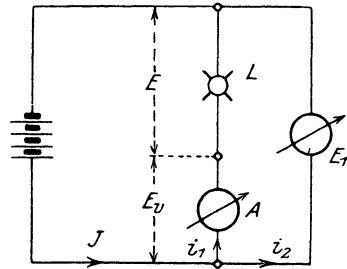


Fig. 5.

Läßt man dagegen (Fig. 5) den Strommesser A nur den Lampenstrom i_1 führen, so ist die Angabe des Spannungsmessers E_1 um den Spannungsverlust E_v im Strommesser größer als die Lampenspannung E . Der Quotient $\frac{E_1}{i_1}$ gibt also die Summe der Widerstände von Lampe und Strommesser an; in diesem Falle muß der Widerstand des Instruments A von dem gefundenen Resultat abgezogen werden.

Aus den beiden Schaltungen erkennt man, daß Korrekturen fortfallen können, sobald bei der ersten Messung (Fig. 4) der gesuchte Widerstand R sehr klein gegenüber dem Widerstand des Spannungsmessers und damit i_2 gegen i_1 zu vernachlässigen ist. Die zweite Schaltung (Fig. 5) wird man da anwenden, wo der zu messende Widerstand R so groß ist, daß der Widerstand des Strommessers dagegen verschwindend klein ist. Benutzt man zur Messung der Spannung statische Instrumente, Multizellular-

elektrometer, die auf dem Prinzip der elektrostatischen Anziehung oder Abstoßung mit ruhenden Elektrizitätsmengen versehener Leiter beruhen, so ist dafür keine Korrektion erforderlich, da hierbei der Spannungskreis die Stromverteilung nicht beeinflußt.

Bei der Messung der Widerstände von Magnetwicklungen an Nebenschlußmaschinen ist wegen der hohen EMK der Selbstinduktion in der Wicklung der Spannungsmesser vor dem Öffnen des Erregerstromkreises auszuschalten.

4. Widerstandsmessung mit dem Differentialgalvanometer.

Ein Differentialgalvanometer besitzt zwei zueinander parallele Spulen, die gemeinsam auf eine zwischen ihnen hängende Magnetnadel eine Kraftwirkung ausüben können. Vorteilhaft ist es dabei, jede Rolle bifilar so zu wickeln, daß man in ihr 2 gleichartige Teilschulen erhält, die eine Veränderung der Eigenschaften des Galvanometers durch entsprechende Schaltung zulassen. Außerdem läßt sich bei Gegenschaltung die elektromagnetische Wirkung vollständig aufheben, so daß seitliche Bewegungen der Nadel vermieden werden. Werden die Spulen derartig vom Strom durchflossen, daß die von ihnen auf die Nadel ausgeübten Drehmomente gleich groß und entgegengesetzt gerichtet sind, so zeigt das Galvanometer keine Ablenkung. Man kann die Instrumente auch nach dem System Deprez-d'Arsonval oder der Weston Co. bauen, indem man eine bifilar gewickelte Spule, an einem Torsionsfaden (Siliziumbronze oder Kupferband) hängend, innerhalb eines kräftigen permanenten Magneten anbringt. Die vier Enden der Spulen haben die mit a_1 (Anfang), e_1 (Ende), a_2 , e_2 bezeichneten Klemmen.

Jedes Differentialgalvanometer hat vor dem Gebrauch zur Widerstandsmessung folgenden Bedingungen zu genügen:

1. Die beiden Spulen sollen gleich große, entgegengesetzt gerichtete Drehmomente auf die Nadel ausüben.
2. Die Widerstände der Spulen müssen gleich groß oder das Verhältnis derselben bekannt sein.
3. Bei Nadelgalvanometern müssen die Spulen in die Meridianebene eingestellt werden.

Um zu erkennen, ob die Bedingung 1 erfüllt ist, macht man folgende Schaltung (Fig. 6).

Die gegeneinander geschalteten Spulen I und II werden unter Zwischenschaltung eines allmählich zu verkleinernden Ballastwiderstandes R mit einem Element E verbunden.

Die Spule II wird dabei in umgekehrter Richtung wie I vom Strom durchflossen, so daß nur die Differenz der Drehmomente auf die Magnetnadel zur Geltung kommt. Im allgemeinen wird diese Differenz nicht Null sein, kann aber durch Verschieben einer Spule in der Achsenrichtung auf Null gebracht werden, d. h. es darf das Instrument keine Ablenkung bei dieser Schaltung zeigen. Lassen sich nun die Spulen nicht verschieben, so kann man durch Anlegen eines großen Widerstandes ρ in den Nebenschluß zur stärkeren Spule eine Ungleichheit in den Kraftwirkungen beseitigen.

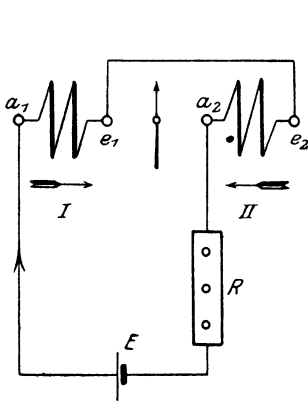


Fig. 6.

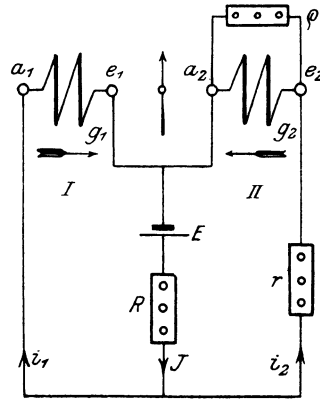


Fig. 7.

Um ferner zu prüfen, ob die Widerstände der Spulen gleich groß sind (Bedingung 2), schaltet man sie nach dem Schema Fig. 7.

Bei dieser Anordnung bestehen die Beziehungen

$$i_1 = \frac{E - J \cdot R}{g_1} \quad \text{und} \quad i_2 = \frac{E - J \cdot R}{g_2},$$

wo g_1 und g_2 die Widerstände der Spulen, eventuell mit Nebenschluß, bedeuten. Zeigt die Nadel keine Ablenkung, so müssen nach Bedingung 1 die Ströme in den Spulen gleich sein, somit

$$i_1 = i_2.$$

Dann ist auch

$$g_1 = g_2.$$

Zeigt sich eine Ablenkung, so wird dieselbe durch Einschalten eines vorgeschalteten Widerstandes r beseitigt.

Um zu erkennen, ob die Bedingung 3 erfüllt ist, macht man folgende Schaltung (Fig. 8).

Die hintereinander geschalteten Spulen I und II werden unter Zwischenschaltung eines Ballastwiderstandes R und eines doppel-poligen Umschalters U mit einem Element E verbunden, so daß sich bei Stromdurchgang ihre Kraftwirkungen unterstützen. Sind beim Umlegen des Umschalters U die Ablenkungen nach beiden Richtungen gleich groß, so stehen die Spulen richtig, im anderen Falle werden sie um die Achse des Instrumentes durch Halbierung der jeweiligen Fehlerablenkung in die richtige Lage eingestellt.

Damit wäre das Instrument für die Widerstandsmessungen richtig eingestellt.

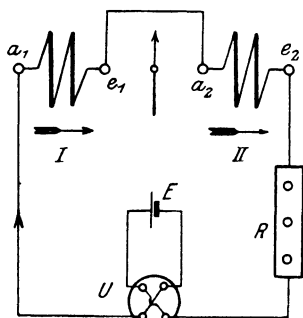


Fig. 8.

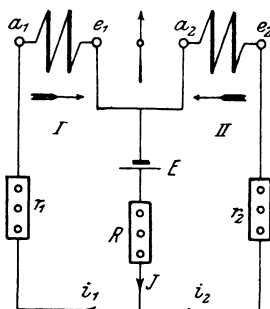


Fig. 9.

Haben die Spulen eine voneinander sehr abweichende Wicklung, so arbeitet man bequemer, wenn man das Verhältnis der Widerstände beider Spulen bestimmt. Zu dem Zweck schaltet man für die Bedingung 1 in folgender Weise (Fig. 9).

Die von den Spulen auf die Nadel ausgeübten Drehmomente wirken hierbei in entgegengesetzter Richtung. Tritt nun eine Ablenkung auf, so wird sie durch Verschieben einer Spule beseitigt. Setzt man das Drehmoment der ersten Spule

$$M_{d_1} = c_1 \cdot i_1,$$

wobei der Proportionalitätsfaktor von der Feldstärke der Nadel,

den Dimensionen und der Windungszahl der Spule abhängt, und ebenso für die zweite Spule

$$M_{d_2} = c_2 \cdot i_2,$$

so ist in diesem Falle

$$M_{d_1} = M_{d_2} \quad \text{und} \quad c_1 \cdot i_1 = c_2 \cdot i_2$$

oder

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{c_2}{c_1} = c.$$

Nach dem zweiten Kirchhoffschen Satz besteht aber die Beziehung

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{g_2}{g_1},$$

wobei g_1 und g_2 den Widerstand der Galvanometerspulen (einschl. Nebenschluß) bezeichnen, so daß daraus

$$\text{I.} \quad \frac{g_2}{g_1} = c$$

folgt. Schaltet man jetzt in jeden Zweig einen bekannten Widerstand r_1 und r_2 ein, so treten die Ströme i_1' und i_2' auf, für die dann die Beziehung

$$\text{II.} \quad \left[\frac{i_1'}{i_2'} \right] = c = \frac{g_2 + r_2}{g_1 + r_1}$$

besteht. Gleichung II umgeformt ergibt

$$c \cdot g_1 + c \cdot r_1 = g_2 + r_2.$$

Da nun aus Gleichung I

$$c \cdot g_1 = g_2$$

ist, so hebt es sich gegen g_2 der rechten Seite fort, und es bleibt

$$c \cdot r_1 = r_2$$

oder

$$c = \frac{r_2}{r_1},$$

d. h. das konstante Widerstandsverhältnis $c = \frac{g_2}{g_1}$ kann durch zwei bekannte Widerstände r_2 und r_1 direkt bestimmt werden.

a) Hintereinanderschaltung.

Nachdem das Instrument in der vorher beschriebenen Weise aufgestellt und justiert ist, macht man folgende von Becquerel (1826) angegebene Schaltung (Fig. 10).

Dabei ersetzt man den Widerstand r_1 durch den zu messenden W und benutzt zur Kompensierung der dabei auftretenden Ab-

lenkung der Nadel im anderen Zweig einen bekannten Widerstand R_2 , so besteht nach früherem die Beziehung:

$$\frac{g_2 + R_2}{g_1 + W} = c$$

oder
$$\frac{R_2}{W} = c.$$

Da nun $c = \frac{r_2}{r_1}$ bekannt ist, so rechnet sich

$$W = R_2 \cdot \frac{r_1}{r_2}.$$

Für den besonderen Fall $c = 1$ wird $\frac{r_2}{r_1} = 1$ und damit

$$W = R_2.$$

Läßt sich bei dem Versuch die Ablenkung infolge eines zu geringen Wertes von R_2 nicht beseitigen, so vertauscht man die Widerstände W und R_2 miteinander, hat aber dann den reziproken Wert der Konstanten c zu benutzen, wofür sich der Widerstand

$$W = R_2 \cdot \frac{r_2}{r_1}$$

rechnen würde.

Diese Methode ist besonders bei großen Widerständen empfehlenswert und ist um so empfindlicher, je kleiner der Widerstand

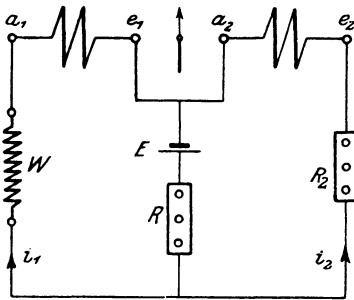


Fig. 10.

des Galvanometers im Verhältnis zum unbekanntem Widerstand ist; denn dann sind die Stromänderungen in den Zweigen nur von den Änderungen der Widerstände W und R_2 abhängig, da die kleinen Spulenwiderstände bei der Hintereinanderschaltung dagegen vernachlässigt werden können. Ist keine absolute Nulllage zu erreichen, so bestimmt man den genauen Wert durch Interpolation. Liest man z. B. bei einem Widerstand R_1 die Ablenkung α_1 und α_3 für R_3 ab, so ergibt sich für die Ruhelage α_2 der entsprechende Widerstand nach der Gleichung:

$$R_2 = R_1 + (\alpha_2 - \alpha_1) \cdot \frac{R_3 - R_1}{\alpha_3 - \alpha_1}.$$

b) Parallelschaltung.

α) Einfacher Nebenschluß (Kirchhoff)¹⁾.

Das Schaltungsschema hierfür zeigt Fig. 11.

Der zu messende Widerstand W , ein bekannter R und ein Ballastwiderstand ρ , der mit zunehmender Abgleichung all-

mählich verringert wird, werden mit einer Stromquelle E hintereinandergeschaltet und die Enden der Galvanometerspulen so an die Punkte 1 \div 4 gelegt, daß die Einwirkungen der Spulen auf die Nadel entgegengesetzt gerichtet sind.

Ist R der Widerstand, für den keine Ablenkung erfolgt, so ist $W = R$, wenn $g_1 = g_2$, d. h. die Kon-

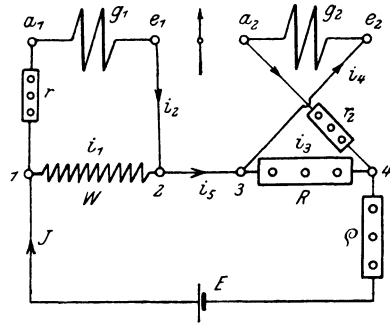


Fig. 11.

stante $c = 1$ ist. Man kann jedoch auch in den Fällen die Messung ausführen, wenn $W \geq R$ ist. Zu dem Zweck schaltet man in jede Zuleitung der Spulen Rheostate ein, um die Ablenkung im Galvanometer auf Null zu reduzieren. Sei dafür im Zweig I ein Widerstand r gezogen, in Zweig II $r_2 = 0$, so müssen folgende Beziehungen bestehen:

1. $J = i_1 + i_2 = i_3 + i_4$
2. $i_1 \cdot W = i_2 \cdot (r + g_1)$
3. $i_3 \cdot R = i_4 \cdot g_2$.

Da nun keine Ablenkung im Galvanometer auftritt, muß die Bedingung erfüllt sein, daß die Drehmomente und damit die Ströme in beiden Spulen gleich groß sind. Demnach kommt noch die Gleichung

$$4. \quad i_2 = i_4$$

hinzu. Aus Gleichung 1 und 4 folgt außerdem

$$5. \quad i_1 = i_3.$$

Dividieren wir jetzt Gleichung 2 und 3 durcheinander, so erhalten wir

¹⁾ Wied. Ann. 1876, Bd. 13, S. 411.

$$\text{I. } \frac{W}{R} = \frac{r + g_1}{g_2},$$

da sich die Ströme nach Gleichung 4 und 5 fortheben.

Schalten wir jetzt in Zweig I noch den Widerstand r_1 und in Zweig II r_2 ein, bis wieder die Ablenkung Null ist, dann ändern sich die Ströme i in i' , und wir erhalten

$$6. \quad i_1' \cdot W = i_2' \cdot (r + r_1 + g_1)$$

$$7. \quad i_3' \cdot R = i_4' \cdot (g_2 + r_2).$$

Durch Division ergibt sich dann

$$\text{II. } \frac{W}{R} = \frac{r + r_1 + g_1}{g_2 + r_2} = \frac{(g_1 + r) \cdot \left(1 + \frac{r_1}{g_1 + r}\right)}{g_2 \cdot \left(1 + \frac{r_2}{g_2}\right)}$$

Setzt man aus Gleichung I:

$$g_1 + r = g_2 \cdot \frac{W}{R}$$

in Gleichung II ein, so erhält man:

$$\frac{W}{R} = \frac{g_2 \cdot \frac{W}{R} \cdot \left(1 + \frac{r_1}{g_1 + r}\right)}{g_2 \cdot \left(1 + \frac{r_2}{g_2}\right)}.$$

Nach Fortheben von $\frac{W}{R}$ und g_2 bleibt

$$1 + \frac{r_1}{g_1 + r} = 1 + \frac{r_2}{g_2}$$

oder

$$\frac{r_1}{g_1 + r} = \frac{r_2}{g_2},$$

woraus

$$\frac{g_1 + r}{g_2} = \frac{r_1}{r_2}$$

folgt. Nun kann man aber nach Gleichung I für die linke Seite $\frac{W}{R}$ einsetzen und erhält als Resultat

$$\frac{W}{R} = \frac{r_1}{r_2}.$$

Wir sehen daraus, daß die Bedingung gleicher Widerstände der Spulen und Zuleitungen nicht erfüllt zu werden braucht, da diese in der Formel nicht vorkommen. Die Übergangswiderstände können jedoch die Empfindlichkeit der Messung beein-

flossen. Deshalb müssen zur Erzielung größerer Genauigkeit die Galvanometerspulen möglichst hohen Widerstand haben.

β) Übergreifender Nebenschluß (Kohlrausch)¹⁾.

Diese Methode hat den Zweck, einwandfreie Messungen von kleinen Widerständen zu ermöglichen, wobei der Einfluß der Übergangswiderstände beseitigt ist. Sie wird in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt zu genauen Widerstandsmessungen verwandt, z. B. für Normalwiderstände mit getrennten Strom- und Spannungszuleitungen oder Quecksilbernormalien mit ziemlich großen Zuleitungswiderständen.

Bei gleich großen Widerständen macht man nach Jäger²⁾ folgende Schaltung (Fig. 12):

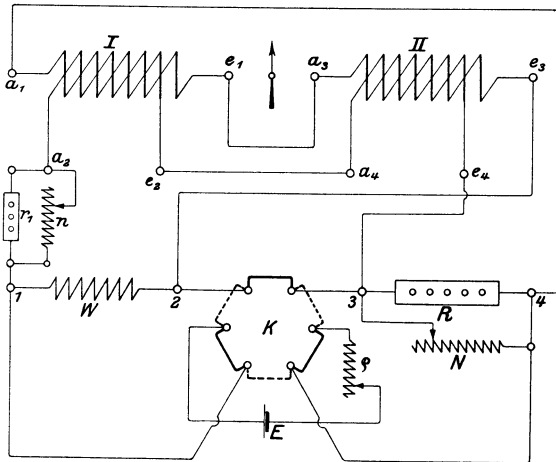


Fig. 12.

Je zwei Teilspulen verschiedener Rollen sind hintereinandergeschaltet und mit den freien Enden an die Klemmen 1 2 3 4 gelegt. Hierbei sind gegenüber Fig. 11 nur die Anschlüsse nach 2 und 3 vertauscht. K ist ein sechsnäpfiger Kommutator, bei dem für schnell hintereinander zu machende Beobachtungen in beiden (ausgezogenen und gestrichelten) Lagen die drei Bügel um eine

¹⁾ Wied. Ann. 1883, S. 76.

²⁾ Z f I. 1904, S. 288.

Achse drehbar angeordnet werden, oder ein dreipoliger Umschalter. Für die beiden Lagen des Kommutators ergibt sich folgender Stromverlauf (Fig. 13 und 14).

Dabei wird E in Fig. 14 umgelegt und der Strom in W und R umgeschaltet. Ist nun bei Nichterfüllung der Bedingung 1 z. B. das Spulensystem $a_2 \div e_3$ stärker, so legt man einen regulierbaren

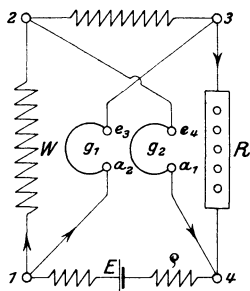


Fig. 13.
(Ausgezogene Lage der Bügel).

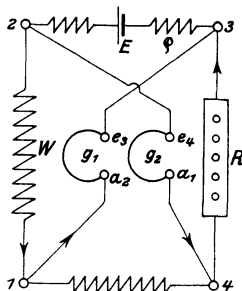


Fig. 14.
(Gestrichelte Lage der Bügel).

Vorschaltwiderstand r_1 mit dazu parallelem Regulierwiderstand n in diesen Spulenzweig. Zur genauen Einstellung der Abgleichung schaltet man parallel zu R einen bekannten größeren Widerstand N . Dabei bewirkt eine Veränderung von N beim Umlegen des Kommutators Ablenkungen des Galvanometers von gleicher Größe, aber entgegengesetzter Richtung, dagegen eine Veränderung des Nebenschlusses n Ablenkungen gleicher Größe und Richtung. Man hat daher bei dieser Anordnung nicht nötig, vorher auf gleiche Stromwirkung und gleichen Widerstand der Spule einzustellen, wenn man nur N und n passend wählt, daß bei der Messung das Galvanometer keine oder gleichgroße, gleichgerichtete Ablenkungen zeigt.

In diesem Fall ist dann:

$$W = \frac{R \cdot N}{R + N}.$$

Läßt sich jedoch die Bedingung gleichgroßer und gleichgerichteter Ablenkungen nicht erzielen, so stellt man für 2 Widerstände N_1 und N_2 die aus beiden Lagen des Kommutators sich ergebenden mittleren Ablenkungen α_1 und α_2 nach entgegengesetzten Richtungen fest. Durch Interpolation berechnet sich der richtige Wider-

stand. Dabei ist es erlaubt, zwischen den Nebenschlüssen $1/N_1$ und $1/N_2$ zu interpolieren¹⁾.

Die größte Empfindlichkeit der Methode ist dann vorhanden, wenn der Widerstand der Galvanometerspulen $g = W$ ist.

Bei kleinen Widerständen W wird man diese Bedingung schwer erfüllen können.

Da die Messungen durch Isolationsfehler der Galvanometerwicklungen beeinflusst werden, muß der Isolationswiderstand sehr groß sein. Die bifilare Wicklung der Spulen hat dabei den Vorteil, daß man den Isolationswiderstand zwischen den Klemmen leicht bestimmen kann.

Nach Hausrath²⁾ läßt sich diese Methode auch dahin erweitern, daß man durch sogenannte „Doppelabgleichung“ auch ungleiche Widerstände miteinander vergleichen kann.

Gegenüber anderen Methoden der Widerstandsbestimmung hat die Benutzung des Differentialgalvanometers den Vorzug, daß man dabei keine absolut konstante Stromquelle nötig hat.

5. Messung kleiner Widerstände (Matthiessen und Hockin).

Während bei der Wheatstoneschen Meßbrücke die Bestimmung kleiner Widerstände leicht durch die auftretenden Zuleitungswiderstände fehlerhaft werden kann, ist diese Methode unabhängig von den Übergangswiderständen. Das Schaltungsschema zeigt Fig. 15.

Darin ist W der unbekannte und R der bekannte Widerstand hintereinandergeschaltet und parallel zu einem Meßdraht $A \div B$ gelegt. Die Enden sind dann mit einer Stromquelle E verbunden. Nehmen wir an, daß das Potential bei A (+) höher als bei B (—) sei, so wird sich die Potentialdifferenz durch die Ströme J_1 und J_2 in den Zweigen I und II ausgleichen. Besitzt nun ein Punkt a auf dem Widerstande W das Potential V_1 , so muß es auch auf dem Meßdraht einen Punkt geben, der dasselbe Potential besitzt. Dieses sei der Punkt 1. Um nun denselben zu finden, legen wir ein mit zwei Schneiden verbundenes Galvanometer G mit der einen

¹⁾ Jäger, Wiss. Abh. der PTR. 1895, S. 425; Z f I. 1903, S. 37.

²⁾ Ann d. Ph. 1905, S. 134. Samml. el. Vortr., Bd. VII, 12:
Eine Differentialmethode zur Abgleichung kleiner Widerstände.

Schneide an a , die andere Schneide verschieben wir auf dem Meßdraht $A \div B$ so weit, bis das Galvanometer keine Ablenkung zeigt. Da in diesem Fall der Strom im Galvanometer Null sein muß, so folgt daraus, daß das Galvanometer zwischen Punkten

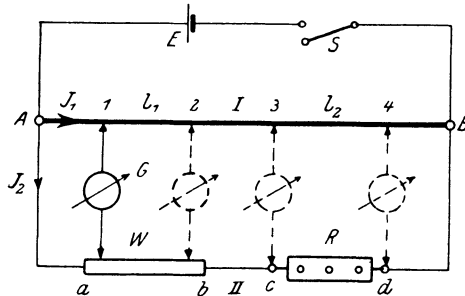


Fig. 15.

gleichen Potentials liegt. Ebenso bestimmen wir zu den Punkten b, c, d die zugehörigen 2, 3, 4. Nehmen wir an, daß die gefundenen Punkte die Potentiale $V_1 \div V_4$ besitzen, so können wir folgende Beziehungen aufstellen:

$$\begin{aligned} V_1 - V_2 &= J_1 \cdot l_1 = J_2 \cdot W \\ V_3 - V_4 &= J_1 \cdot l_2 = J_2 \cdot R, \end{aligned}$$

wobei l_1 und l_2 die Widerstände zwischen den Punkten 1 und 2 bzw. 3 und 4 bezeichnen. Durch Division beider Gleichungen erhält man:

$$\frac{W}{R} = \frac{l_1}{l_2}$$

oder

$$W = \frac{l_1}{l_2} \cdot R.$$

Nun kann man voraussetzen, daß der Meßdraht homogen und kalibrisch ist, d. h. für alle Punkte gleichen Querschnitt besitzt, dann vereinfacht sich die Messung dahin, daß das Widerstandsverhältnis $\frac{l_1}{l_2}$ auch durch das Verhältnis der zwischen den Punkten gelegenen Drahtlängen ersetzt werden kann.

Diese Methode ist zwar sehr genau für die Messung spezifischer Widerstände, sie erfordert jedoch eine große Anzahl zeitlich aufeinanderfolgender Operationen und Beobachtungen, so daß sie für fundamentale Messungen sowie zur schnellen Abgleichung von Widerständen wenig geeignet erscheint.

6. Messung kleiner Widerstände mit der Thomsonschen Doppelbrücke.

Die Doppelbrücke¹⁾ wird praktisch in verschiedenen Ausführungsformen benutzt, jedoch zeigen sie alle folgendes Schema (Fig. 16a).

Hierbei ist der zu messende Widerstand $W = 1 \div 2$ mit einem Meßdraht $R = 3 \div 4$, einer Batterie E , Strommesser J und einem Regulierwiderstand ρ in Reihe geschaltet. Vier verschiebbare Kontakte 1 \div 4 sind durch die Widerstände r und n in 2 Zweigen untereinander verbunden, zwischen denen wieder ein Galvanometer G eingeschaltet ist. Die Widerstände n sind meistens als ein Vielfaches von r gewählt, so daß die Beziehung besteht

$$n = c \cdot r,$$

wobei $c = 10$ oder 100 am gebräuchlichsten ist. Die Kontakte 1, 2, 3, 4 werden nun so weit verschoben, daß im Galvanometer keine Ablenkung erfolgt; dann ist im Galvanometerzweig der Strom $i = 0$.

Daraus folgt nun, daß die Potentialdifferenzen im Zweig I zwischen 1 und den beiden Galvanometerklemmen untereinander gleich sein müssen. Dasselbe gilt für Zweig II von den Galvanometerklemmen bis 4. Somit bestehen die Gleichungen:

1. $i_1 \cdot W + i_3 \cdot r_2 = i_2 \cdot r_1$
2. $i_6 \cdot R + i_4 \cdot n_2 = i_5 \cdot n_1$

Durch die Ausdrücke der rechten Seiten dividiert, erhält man:

3. $\frac{i_1 \cdot W}{i_2 \cdot r_1} + \frac{i_3 \cdot r_2}{i_2 \cdot r_1} = 1$
 4. $\frac{i_6 \cdot R}{i_5 \cdot n_1} + \frac{i_4 \cdot n_2}{i_5 \cdot n_1} = 1$
- oder
5. $\frac{i_1}{i_2} \cdot \frac{W}{r_1} = 1 - \frac{i_3}{i_2} \cdot \frac{r_2}{r_1}$

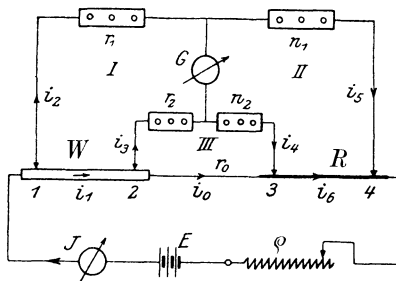


Fig. 16a.

¹⁾ W. Thomson, Phil. Mag. 1862, S. 149.

$$6. \quad \frac{i_5}{i_6} \cdot \frac{R}{n_1} = 1 - \frac{i_4}{i_5} \cdot \frac{n_2}{n_1}.$$

Da nun $i_1 = i_6$, $i_2 = i_5$ und $i_3 = i_4$ oder $\frac{i_3}{i_2} = \frac{i_4}{i_5}$ und nach Voraussetzung $\frac{r_2}{r_1} = \frac{n_2}{n_1}$ ist, sind die rechten Seiten von 5 und 6 gleich, woraus folgt:

$$\frac{i_1}{i_2} \cdot \frac{W}{r_1} = \frac{i_6}{i_5} \cdot \frac{R}{n_1}.$$

Darin ist ferner

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{i_6}{i_5},$$

so daß sich als Endresultat ergibt:

$$\frac{W}{R} = \frac{r_1}{n_1} = \frac{1}{c}.$$

Setzt man darin $r_1 = r_2$ und $n_1 = n_2$, so kann man auch den Beweis einfacher führen. Es ist dann

$$\begin{aligned} i_1 \cdot W &= (i_2 - i_3) \cdot r \\ i_6 \cdot R &= (i_5 - i_4) \cdot n \end{aligned}$$

oder durch Division $\frac{W}{R} = \frac{r}{n}.$

Als Resultat unserer Betrachtungen ergibt sich demnach die Tatsache, daß die Widerstände der Verbindungen keinen Einfluß auf die Messung ausüben und ebenfalls die Kontaktwiderstände gegenüber r und n vernachlässigt werden können, wenn man r und n nicht zu klein wählt.

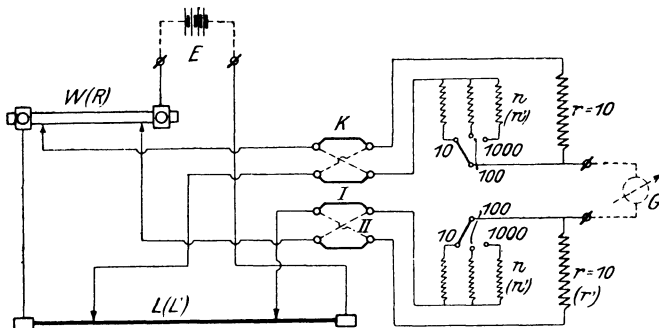


Fig. 16 b.

Eine für praktische Messungen nach diesem Prinzip ausgeführte Brücke besitzt außerdem, wie aus dem Schaltungschema

Fig. 16b ersichtlich ist, eine Einrichtung zum Vertauschen der Widerstände R und W , die darin besteht, daß in die Zuleitungen der Widerstände r und n zu den Schneiden 1 ÷ 4 Kupferbügel K eingeschaltet sind, wodurch man entweder die ausgezogene Verbindung I oder die gestrichelte II herstellen kann. Diese Vorrichtung besitzt den Vorteil, daß der Meßdraht nicht geeicht zu sein braucht. Nehmen wir nun an, es hätte sich bei Stromlosigkeit des Galvanometers und der Stellung I der Kupferbügel für den Widerstand W ein zugehöriger Widerstand des Meßdrahtes ergeben, welcher der Länge L entspricht, die man auf einem unter dem Draht angebrachten Maßstab ablesen kann, so besteht die Beziehung:

$$\text{I. } \frac{W}{L} = \frac{r}{n}.$$

wobei meistens $r_1 = r_2 = r$ und $n_1 = n_2 = n$ gemacht ist. Im allgemeinen ist W kleiner als der Widerstand des Meßdrahtes L , so daß damit auch $r < n$ sein muß. Würden wir nun den Widerstand W durch einen bekannten Normalwiderstand R ersetzen, so könnten wir damit den Meßdraht eichen. Um aber den Einfluß der Übergangswiderstände verschwindend klein zu machen, darf der Widerstand R nicht zu klein (zirka 4—8 \ominus) gewählt werden. Ist in diesem Falle der Widerstand R größer als der des Meßdrahtes, so müssen, da der größere Widerstand im Schema auf der Seite von n liegen soll, die Kupferbügel in der Stellung II angeordnet sein.

Ergibt sich jetzt bei Stromlosigkeit des Galvanometerzweiges für die Widerstände r' und n' eine Länge L' zwischen den Kontakten des Meßdrahtes, so besteht die Beziehung:

$$\text{II. } \frac{R}{L'} = \frac{n'}{r'}.$$

Aus Gleichung I und II folgt durch Division

$$\frac{W \cdot L'}{L \cdot R} = \frac{r \cdot r'}{n \cdot n'}$$

oder
$$W = R \cdot \frac{L}{L'} \cdot \frac{r \cdot r'}{n \cdot n'}.$$

Hierbei kommt nur das Verhältnis $\frac{L}{L'}$ vor, das aus den abgelesenen Längen gebildet wird, da ja der Draht als homogen und kalibrisch angesehen werden kann.

Solange der zu messende Widerstand W (Fig. 16 a) nicht kleiner als $0,01 \ominus$ ist, übt in dem Verhältnis $\frac{r_1}{n_1} = \frac{r_2}{n_2}$ eine kleine Ungenauigkeit der Überbrückungswiderstände r_2 und n_2 keinen wesentlichen Einfluß auf das Resultat aus, sobald r_0 klein gehalten wird.

Bei Vergleichung von Widerständen unter $0,001 \ominus$, die auf 10^{-6} ihres Wertes genau bestimmt werden sollen, muß man jedoch, wenn $\frac{r_1}{n_1} \geq \frac{r_2}{n_2}$ ist, eine Korrektur für den Fall, daß $r_0 > 0,001$ ist, vornehmen, die sich für Stromlosigkeit des Galvanometers entsprechend der genauen Formel

$$\frac{W}{R} - \frac{r_1}{n_1} + \frac{r_0}{R} \cdot \frac{n_2}{r_2 + n_2 + r_0} \cdot \left(\frac{r_2}{n_2} - \frac{r_1}{n_1} \right) = 0$$

ermitteln läßt.

Da r_0 gegen $r_2 + n_2$ vernachlässigbar ist, kann man das Korrektionsglied auch in der Form:

$$k = \frac{r_0}{R} \cdot \frac{1}{\frac{r_2}{n_2} + 1} \cdot \left(\frac{r_2}{n_2} - \frac{r_1}{n_1} \right)$$

schreiben.

Bestimmt man die einzelnen Größen von k durch Messung z. B. nach der Methode 2 oder 15 (Vertauschung oder direkter Ausschlag) unter Benutzung eines Vergleichswiderstandes von annähernd gleicher Größenordnung (ca. 10^{-3} bis $10^{-4} \ominus$), so läßt sich k berechnen, und es ergibt sich

$$\frac{W}{R} = \frac{r_1}{n_1} - k.$$

Diese Methode wird in der Physikal.-Techn. Reichsanstalt zum Vergleichen der von Fabrikanten eingesandten Widerstände sowie zur Kontrolle der dabei benutzten Normale verwendet¹⁾.

Eingehende Versuche mit der Thomsonschen Brücke für Präzisionsmessungen sind von Jäger, Lindeck und Diesselhorst²⁾ angegeben.

¹⁾ Beispiele dafür siehe Z f I. 1903, S. 66.

²⁾ Z f I. 1903, S. 33.

7. Widerstand eines Galvanometers in der Brücke. (Thomson.)

Man bringt das Galvanometer G (Fig. 17) an die Stelle des unbekanntes Widerstandes und behält im Brückenweig $a \div b$ nur den Schlüssel S . Dabei wird in dem Galvanometer eine Ablenkung hervorgerufen. Ändert man nun die Widerstände r_1 r_2 und R in der Weise, daß beim Öffnen und Schließen des Schlüssels S im Elementweig die Ablenkung des Galvanometers unverändert bleibt, so ist der Brückenweig stromlos, wofür dann die Beziehung gilt:

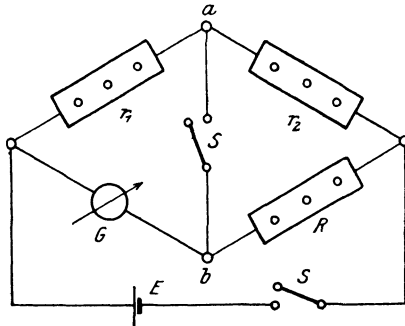


Fig. 17.

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{G}{R},$$

oder

$$G = R \cdot \frac{r_1}{r_2}.$$

8. Widerstand von Elementen (Mance).

Im allgemeinen ist es schwierig, den Widerstand von Elementen zu bestimmen, während sie einen Strom abgeben, da sich der Widerstand des Elements bei verschiedenen Stromstärken ändert. Obiger Versuch erlaubt es jedoch, einwandfrei die Messung des Widerstandes vorzunehmen. Zu dem Zwecke schaltet man das Element E , dessen innerer Widerstand r ist, mit 3 bekannten Widerständen a , b , c in einen Stromkreis (Fig. 18).

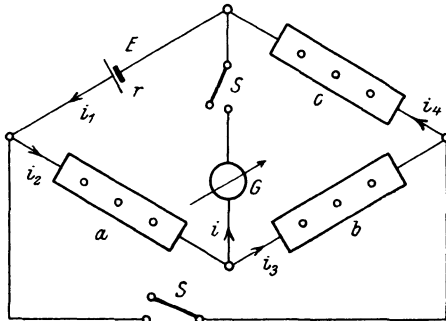


Fig. 18.

In die Diagonalzweige legt man ein Galvanometer G mit großem Widerstand und einen Stromschlüssel S . Dabei wird bei geschlossenem Brückenweig das Galvanometer eine Ablenkung infolge des in dem Zweige fließenden Stromes zeigen. Ändert sich die Ablenkung bei Öffnen und Schließen des unteren Tasters S nicht, so gilt die Beziehung:

$$\frac{r}{c} = \frac{a}{b}$$

oder

$$r = \frac{a \cdot c}{b}.$$

Bezeichnen wir die Ströme in den einzelnen Zweigen mit $i_1 \div i_4$ bzw. i , so bestehen nach dem zweiten Kirchhoffschen Satz für die Masche mit den Widerständen r, G, a die Gleichungen:

$$\text{a) } E = i_1 \cdot r + i \cdot G + i_2 \cdot a,$$

für den Kreis mit den Widerständen c, b, G :

$$\text{b) } i \cdot G = i_4 \cdot c + i_3 \cdot b$$

bei geöffnetem Schlüssel S im konjugierten äußeren Zweig.

Wird S im äußeren Zweig geschlossen, so ändern sich die Ströme in $i_1' \div i_4'$ bzw. i' , wofür die Beziehungen gelten müssen:

$$\text{c) } E = i_1' \cdot r + i' \cdot G + i_2' \cdot a$$

$$\text{d) } i' \cdot G = i_4' \cdot c + i_3' \cdot b.$$

Sind die beiden Diagonalzweige einander konjugiert, so darf der Strom des einen Zweiges durch den des anderen nicht beeinflusst werden; es muß also für diesen Fall $i = i'$ werden, d. h. das Galvanometer ändert bei Öffnen und Schließen des Tasters S im unteren Zweig seine Ablenkung nicht. Für diesen speziellen Fall $i = i'$ erhalten wir dann durch Gleichsetzen der rechten Seiten von Gleichung a) und c) bzw. b) und d)

$$i_1 \cdot r + i_2 \cdot a = i_1' \cdot r + i_2' \cdot a$$

$$\text{I. } (i_1 - i_1') \cdot r = (i_2' - i_2) \cdot a.$$

$$i_4 \cdot c + i_3 \cdot b = i_4' \cdot c + i_3' \cdot b$$

$$\text{II. } (i_4 - i_4') \cdot c = (i_3' - i_3) \cdot b.$$

Durch Division der Gleichungen I. und II. durcheinander ergibt sich:

$$\frac{(i_1 - i_1') \cdot r}{(i_4 - i_4') \cdot c} = \frac{(i_2' - i_2) \cdot a}{(i_3' - i_3) \cdot b}.$$

Da nun nach dem ersten Kirchhoffschen Satz die Gleichungen gelten müssen:

$$\begin{aligned} \text{a) } i_1 &= i + i_4 & \text{und} & & \text{b) } i_2 &= i + i_3 \\ i_1' &= i + i_4' & & & i_2' &= i + i_3', \end{aligned}$$

so folgt daraus durch Subtraktion:

$$\text{a) } i_1 - i_1' = i_4 - i_4' \quad \text{und} \quad \text{b) } i_2' - i_2 = i_3' - i_3,$$

so daß in der obigen Gleichung die Quotienten der Stromstärken fortfallen und als Endgleichung die Beziehung

$$\frac{r}{c} = \frac{a}{b}$$

übrig bleibt.

Damit ist man imstande, den Widerstand r von Elementen in Abhängigkeit von der abgegebenen Stromstärke i_1 festzustellen, und kann diese Werte von r und i_1 in ein rechtwinkliges Koordinatensystem eintragen, um ein graphisches Bild der Änderung des Widerstandes zu erhalten. Damit das Element nicht zu sehr beansprucht wird, verwendet man am besten ein Galvanometer mit nicht zu kleinem Widerstande. Die Messung wird am empfindlichsten, wenn die Ablenkungen des Galvanometers in der Nähe der Nullage liegen; deswegen führt man große Ausschläge durch einen Richtmagneten in die Nullage zurück.

9. Widerstand von Elementen (Nernst).

Hierfür macht man folgende Schaltung (Fig. 19).

Es bedeuten:

Ind = Induktorium; $C_1 C_2$ = Kondensatoren; T = Telephon; $R R_1$ bekannte Widerstände; E = Element; r = innerer Widerstand desselben; J = Strommesser.

Für einen gewissen Widerstand R und Belastungsstrom J verändert man R_1 so weit, bis im Telephon ein Tonminimum oder kein Ton wahrnehmbar ist.

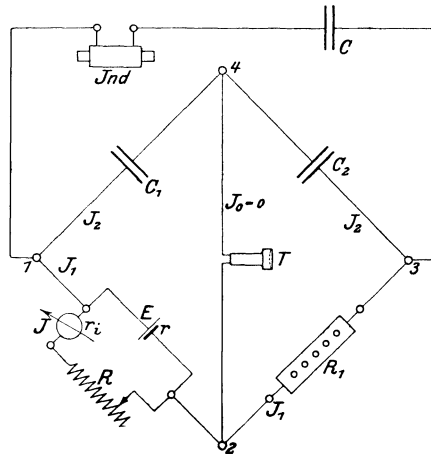


Fig. 19.

Dann ergibt sich in ähnlicher Weise wie bei der Methode von de Sauty (Nr. 33) der Widerstand W des Zweiges 1, 2 folgendermaßen: Die Ströme seien J_1 im Zweig 1, 2, 3 und J_2 im Zweig 1, 4, 3. Dann gilt die Beziehung:

$$E_{12} = E_{14} \quad \text{und} \quad E_{23} = E_{43}.$$

Ferner ist:

$$\begin{aligned} 1. \quad E_{12} &= J_1 \cdot W \\ 2. \quad E_{23} &= J_1 \cdot R_1 \\ 3. \quad E_{11} &= J_2 \cdot \frac{1}{\omega \cdot C_1} \\ 4. \quad E_{43} &= J_2 \cdot \frac{1}{\omega \cdot C_2} \end{aligned}$$

Aus Gleichung 1 und 3 folgt:

$$J_1 \cdot W = J_2 \cdot \frac{1}{\omega \cdot C_1}$$

aus 2 und 4:

$$J_1 \cdot R_1 = J_2 \cdot \frac{1}{\omega \cdot C_2}$$

Durch Division ergibt sich

$$\frac{W}{R_1} = \frac{C_2}{C_1}.$$

Da

$$W = \frac{r \cdot (R + r_i)}{r + R + r_i}$$

ist, worin der Strommesserwiderstand r_i meistens gegen R vernachlässigt werden kann, erhält man

$$r = \frac{W \cdot (R + r_i)}{R + r_i - W}.$$

10. Spezifischer Widerstand von Metallen.

Nach der Gleichung für den Widerstand $R = \rho \cdot \frac{l}{q}$ eines Leiters von l m Länge und q mm² Querschnitt ist der spezifische Widerstand

$$\rho = \frac{R}{\frac{l}{q}}$$

definiert als der Widerstand der Längen- und Querschnittseinheit.

Mißt man daher R nach einer der für die Größenordnung des Widerstandes in Frage kommenden Methoden (1, 3, 4, 5, 6, 24)

und die dazu gehörigen Werte von l und q , so ist ρ daraus zu berechnen.

Da der Widerstand von der Temperatur beeinflusst wird (vgl. Nr. 22), so muß diese für den Wert von ρ stets angegeben werden.

11. Spezifischer Widerstand von Flüssigkeiten (mit Gleichstrom).

Zur Messung von R benutzt man ein zylindrisches Glasgefäß mit Metallboden b und einer verschiebbaren Metallplatte p , die gleichzeitig als Elektroden dienen (Fig. 20). Mit der zu untersuchenden Flüssigkeit wird nun das Gefäß gefüllt und mit einem Element, Galvanometer und Rheostat nach dem Schema (Fig. 21) geschaltet. Dabei muß man ¹berücksichtigen, daß an der oberen Elek-

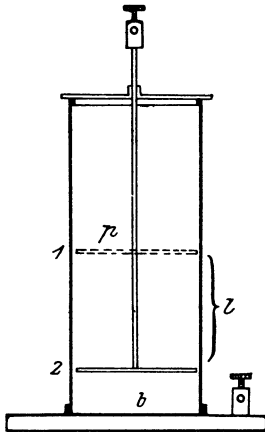


Fig. 20.

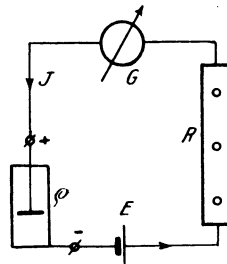


Fig. 21.

trode z. B. bei Kupfersulfatlösung der Säurebestandteil, unten das Metall abgeschieden wird. Dadurch wird sich nämlich die Konzentration der Lösung nach unten hin wenig ändern, weil die schwereren Säureteilchen nach unten sinken und dadurch die Dichte der Lösung in den einzelnen Schichten regulieren. Man bringt nun die bewegliche Platte in die Stellung 1, stellt durch den Rheostaten R_1 im Galvanometer die Ablenkung α so ein, daß dasselbe möglichst an der Stelle der größten Empfindlichkeit benutzt wird. Dann bewegt man die Platte um das Stück l nach unten in die Stellung 2, wodurch die Galvanometerablenkung

größer wird. Diese Ablenkung vermindert man jetzt durch Vergrößern des Widerstandes R_1 in R_2 bis auf den ursprünglichen Winkel α . Dann rechnet sich für die Länge l der ausgeschalteten Flüssigkeitssäule der Widerstand

$$R = R_2 - R_1.$$

Bezeichnet man nämlich mit e die EMK der Polarisation, so ist im ersten Falle

$$1. \quad E - e = J \cdot (R_1 + r_1),$$

wobei $R_1 + r_1$ den Widerstand des ganzen Stromkreises bedeutet. Bei der zweiten Einstellung der Platte ist für denselben Strom J die EMK der Polarisation ebenfalls e und der Widerstand des Stromkreises

$$R_2 + r_2,$$

dann ist

$$2. \quad E - e = J \cdot (R_2 + r_2).$$

Aus der Gleichung 1 und 2 folgt

$$R_1 + r_1 = R_2 + r_2$$

oder

$$R_2 - R_1 = r_1 - r_2.$$

Nun ist aber $r_1 - r_2$ der Widerstand R der ausgeschalteten Flüssigkeitssäule l , also

$$R = R_2 - R_1.$$

Daraus ergibt sich dann

$$q = \frac{R_2 - R_1}{l} \cdot q.$$

Der Querschnitt q wird bestimmt aus dem Quotient $\frac{\text{Volumen}}{\text{Länge}}$ durch Ausmessen des Volumens mit Hilfe von Wasser und der Länge des Gefäßes.

12. Spezifischer Widerstand von Flüssigkeiten (mit Wechselstrom).

Wegen der Fehler, die bei Benutzung von Gleichstrom infolge Polarisation auftreten können, ist es vorteilhafter, Wechselströme für die Messung zu benutzen und an Stelle des Galvanometers ein für diese Methode sehr brauchbares Instrument, ein Telephon. Die Schaltung ist dieselbe wie bei der Meßbrücke, nur ist Batterie und Galvanometer durch ein Induktorium für Wechselströme (Ind) und ein Telephon (T) ersetzt (Fig. 22). Der Widerstand der zu messenden Flüssigkeit R kann entweder in

einem Gefäß nach der Methode II bestimmt werden, oder man hat besondere Formen der Flüssigkeitsbehälter, deren Widerstandsgröße mit Hilfe einer Normallösung von bekanntem spezifischen Widerstand festgestellt wird. Sehr gebräuchlich ist ein U-förmiges Glasgefäß, welches oben von 2 mit Platinmoor mattierten Platinplatten abgeschlossen wird. Am leichtesten läßt sich eine konzen-

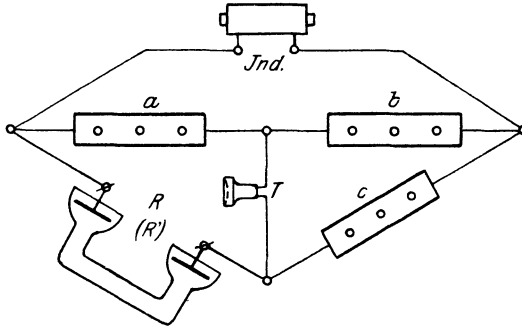


Fig. 22.

trierte Kochsalzlösung darstellen, deren Leitfähigkeit für 26,4 % Na Cl-Gehalt und 1,201 spezifisches Gewicht ($\tau = 18^\circ$) nach Kohlrausch für die Temperatur τ bei 1 qmm Querschnitt und 1 m Länge

$$\lambda = [215 + 4,8 \cdot (\tau - 18^\circ)] \cdot 10^{-7} S.$$

beträgt (bezogen auf Quecksilber von 1,063 m Länge und 1 qmm Querschnitt bei $0^\circ C$). Das Gefäß wird mit der zu untersuchenden Lösung gefüllt und der Widerstand, falls kein Ton im Telefon vernehmbar ist,

$$R = \frac{a}{b} \cdot c$$

gefunden. Darauf wird die zu messende Flüssigkeit durch die Kochsalzlösung ersetzt, wobei sich die Ablesungen a' , b' und c' ergeben. Dann ist der Widerstand der Normallösung

$$R_1 = \frac{a'}{b'} \cdot c'.$$

In beiden Fällen hatten die Flüssigkeiten gleiche Dimensionen, so daß man setzen kann

$$R = \frac{l}{q \cdot \lambda} \quad \text{und} \quad R_1 = \frac{l}{q \cdot \lambda_1},$$

wenn λ_1 und λ die Leitfähigkeit von Normallösung bzw. zu messender Flüssigkeit bedeuten. Somit ergibt sich

$$\frac{R_1}{R} = \frac{\lambda}{\lambda_1} \quad \text{oder} \quad \lambda = \frac{R_1}{R} \cdot \lambda_1.$$

Der spezifische Widerstand ρ ist nun der reziproke Wert der Leitfähigkeit, also

$$\frac{1}{\lambda} = \rho = \frac{R}{R_1 \cdot \lambda_1}.$$

Andere Normallösungen, die man sich leicht herstellen kann, sind folgende:

Essigsäurelösung von 16,6 % $C_2H_4O_2$ und spezifischem Gewicht 1,022

$$\lambda = [1,62 + 0,029 \cdot (\tau - 18^\circ)] \cdot 10^{-7} S.$$

Bittersalzlösung von 17,3% $MgSO_4$ (wasserfrei), spezifisches Gewicht = 1,187

$$\lambda = [48,8 + 1,28 \cdot (t - 18^\circ)] \cdot 10^{-7} S.$$

An Stelle des Telephons kann man auch ein Dynamometer verwenden, wobei jedoch für Stromlosigkeit des Brückenweiges, in dem sich das Instrument befindet, bei Hintereinanderschaltung der Spulen die Empfindlichkeit sehr klein ist. Um daher die Messung möglichst genau ausführen zu können, ist es vorteilhaft, die feste Spule mit dem unverzweigten Wechselstrom zu speisen und nur die bewegliche Spule in den Brückenweig zu legen.

Bequemer ist ein Wechselstrom-Galvanometer von hoher Empfindlichkeit, wie es von S. Franklin und L. A. Freudenberg¹⁾ angegeben ist. Es beruht auf dem schon von Giltay²⁾ angewandten Prinzip, das von Lord Rayleigh³⁾ weiter ausgebildet ist. Ferner sind von Vogel⁴⁾ und König⁵⁾ Meßgeräte für schwache Wechselströme angegeben worden.

Die allgemein verwendeten Induktionsapparate mit Unterbrechervorrichtung geben keinen reinen Sinusstrom, so daß der Ton im Telephon niemals verschwindet. Dagegen liefert der

1) Phys. Rev. 1907, S. 37; El. 1907, S. 654; Z f I. 1907, S. 168 (Ref.)

2) Z f I. 1886. S. 397.

3) Phil. Mag. 1897, S. 343.

4) ETZ. 1906, S. 467.

5) ETZ. 1906, S. 1103.

Mikrophonsummer von Siemens & Halske¹⁾ fast reinen Sinusstrom von $300 \div 900$ Per/sec.

Wenn auch nach Franke²⁾ möglichst hohe Periodenzahlen günstig sein sollen, so äußert sich die verschiedene elektrostatische Kapazität des Flüssigkeits- und Vergleichswiderstandes gerade hierbei so stark, daß infolge der Phasenverschiedenheit der Ströme der beiden Brückenzweige im Telephon der Ton niemals verschwindet. Es wurde daher von Elsaß³⁾ vorgeschlagen, nicht mehr als 100 Per/sec zu verwenden, wenn man nicht nach Kohlrausch⁴⁾ einen Kondensator parallel schaltet.

13. Untersuchung von Blitzableitern.

Die Untersuchung erstreckt sich dabei auf folgende Punkte:

1. Widerstand der Leitung von der Spitze bis zur Erdplatte,
2. Ausbreitungswiderstand der Erdplatten.

1. Leitungswiderstand.

Dabei führt man von der Auffangstange einen Meßdraht von ca. 2—3 mm Durchm. herunter und mißt den Widerstand R_1 zwischen seinem Ende und dem Anschlußpunkt zur Erdplatte nach den bekannten Methoden. Hat der Meßdraht mit Zuleitungen zum Anschlußpunkt den Widerstand R_d , so bleibt für die Leitung der Widerstand $R = R_1 - R_d$.

2. Erdplattenwiderstand.

a) Methode zweier Hilfserden (Nippoldt)⁵⁾.

Als Hilfserde kann man Gas-, Wasserleitungen, eine besondere in die Erde versenkte Kupferplatte oder auch eine tief in die Erde eingeschlagene Eisenstange oder einen Erdbohrer verwenden, um die herum das Erdreich gut angefeuchtet wird.

Man schließt die Meßdrähte vom Widerstand R_d an die Erdplatte mit dem Widerstande R und eine Hilfserde H_1 an und mißt mit Hilfe einer Telephonmeßbrücke den Widerstand R_1

¹⁾ Z f I. 1903, S. 242; Druckschrift 105.

²⁾ ETZ. 1897, S. 606.

³⁾ Wied. Ann., Bd. 44, S. 666.

⁴⁾ Wied. Ann., Bd. 56, S. 17.

⁵⁾ C f E., Bd. 8, S. 159.

zwischen den Zuleitungsenden. Darauf entfernt man die eine Zuleitung von H_1 , legt sie an die Hilfserde H_2 und bestimmt den Widerstand R_2 . Ferner mißt man den Widerstand R_3 zwischen H_1 und H_2 . Dann ist infolge der Hintereinanderschaltung der Widerstände der miteinander verbundenen Erdplatten

$$\begin{aligned} R_1 &= R + H_1 \\ R_2 &= R + H_2 \\ R_3 &= H_1 + H_2. \end{aligned}$$

Aus den 3 gemessenen Werten erhält man dann

$$R = \frac{R_1 + R_2 - R_3}{2}.$$

b) Methode einer Hilfserde (Wiechert)¹⁾.

Man schließt nach Fig. 23 die zu messenden Erdplatten R_1 und R_2 mit einem Vorschaltwiderstand R an einen Meßdraht AB an.

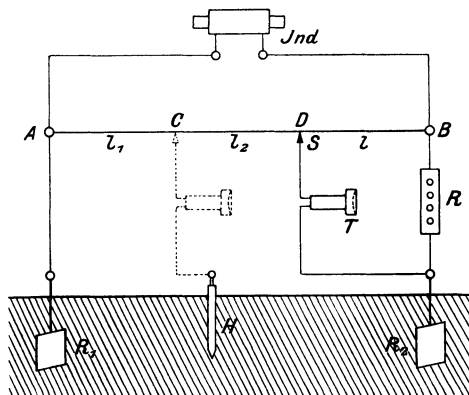


Fig. 23.

Dann ermittelt man mittels Telefon T oder Wechselstromgalvanometer bei Verschiebung der Schneide S die zu R_2 und einer Hilfserde H gehörigen Punkte D und C gleichen Potentials. Dann gelten die Gleichungen:

$$\frac{l_1}{l} = \frac{R_1}{R}; \quad \frac{l_2}{l} = \frac{R_2}{R},$$

¹⁾ ETZ. 1893, S. 726.

woraus folgt:

$$R_1 = \frac{l_1}{l} \cdot R \quad \text{und} \quad R_2 = \frac{l_2}{l} \cdot R.$$

Eine Änderung der Lage von H darf keinen merklichen Einfluß auf das Resultat ausüben, daher macht man noch einige Kontrollmessungen.

Zur bequemen und schnellen Prüfung von Blitzableiteranlagen gibt es eine ganze Anzahl von Apparaten¹⁾, die von Siemens & Halske, Hartmann und Braun²⁾, Mix & Genest³⁾, Ruhstrat u. a. gebaut werden. Ihre Handhabung läßt sich leicht aus den beigegebenen Anleitungen ersehen.

14. Widerstand von Schienenstößen.

Mit Hilfe eines Differential-Drehspulen-Galvanometers G bestimmt man nach der Anordnung in Fig. 24 die dem Schienenstoßwiderstande R äquivalente Schienenlänge l , während die Schienen Strom führen.

Man verschiebt die Schneiden S so weit, bis das Galvanometer keine Ablenkung zeigt. Dann ist der Widerstand

$$l_1 = l + l_2 \quad \text{oder} \quad l = l_1 - l_2.$$

Daraus folgt:

$$R = \frac{l \cdot \rho}{q},$$

worin ρ den spezifischen Widerstand des Schienenmaterials und q den Querschnitt bedeutet. Man vergleiche ferner: ETZ. 1899, S. 163; 1901, S. 269, 391, 1038; 1902, S. 720, 841.

Eine andere Methode unter Benutzung der Wheatstoneschen Brücke ist von J. A. Montpellier⁴⁾ angegeben.

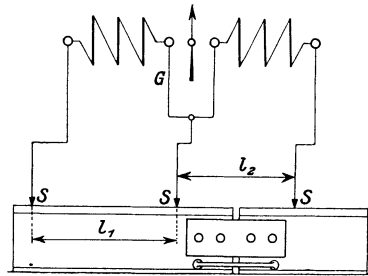


Fig. 24.

¹⁾ El. Anz. 1906, S. 136.

²⁾ ETZ. 1911, S. 521 (Stössel).

³⁾ ETZ. 1911, S. 593 (Wurm).

⁴⁾ Electr. 1910, S. 54.

15. Messung von Isolationswiderständen (Methode des direkten Ausschlages).

Für sämtliche Messungen, die nach dieser Methode ausgeführt werden, müssen höhere Spannungen und bei Isolations-

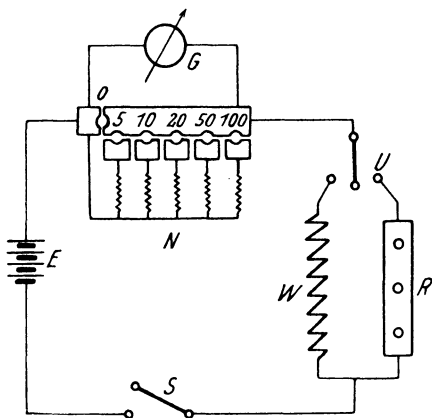


Fig. 25.

messungen von installierten Leitungen möglichst die normale Betriebsspannung verwendet werden. Die Schaltung geschieht nach nebenstehendem Schema (Fig. 25) unter Benutzung von sehr empfindlichen Spiegelgalvanometern mit entsprechenden Nebenschlüssen N zur Veränderung der Empfindlichkeit. Die Hilfs-

apparate, Umschalter und Zuleitungen müssen gut isoliert sein und auf Paraffinplatten oder hohen Hartgummistützen ruhen, damit die Messung keine Fehler aufweist. Ist W der zu messende Widerstand, für den der im Galvanometer fließende Strom J_1 die Ablenkung α_1 hervorruft, und R ein Vergleichswiderstand (etwa 100 000 Ω), für den der Strom J_2 und die Ablenkung α_2 auftritt, so ist:

$$E = J_2 \cdot R = J_1 \cdot W$$

oder

$$\frac{W}{R} = \frac{J_2}{J_1} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1},$$

wenn zwischen Strom und Ablenkung Proportionalität besteht, was bei den kleinen Ablenkungswinkeln der Fall ist.

Bei Isolationsmessungen von Kabeln macht man folgende Schaltung (Fig. 26).

Dabei ist R der Vergleichs-, W der Isolationswiderstand gegen Erde. Um die Isolation der Versuchsanordnung zu berücksichtigen, läßt man den Umschalter U zwischen den Kontakten a und b stehen, so daß W und R ausgeschaltet sind, und bestimmt durch Niederdrücken des Stromschlüssels S den Ablenkungswinkel α_0 .

Ergaben sich für die Widerstände R und W die Ablenkungen α bzw. α_2 , so gilt folgende Beziehung:

$$\frac{W}{R} = \frac{\alpha_2 - \alpha_0}{\alpha_1 - \alpha_0}.$$

Hat man beim Galvanometer durch Anlegen des Nebenschlusses den Meßbereich auf das σ fache vergrößert, wobei $\sigma > 1$ ist, so würde die Gleichung lauten:

$$\frac{W}{R} = \frac{\sigma_1 \cdot \alpha_2 - \sigma_0 \cdot \alpha_0}{\sigma_1 \cdot \alpha_1 - \sigma_0 \cdot \alpha_0}.$$

Bei allen Isolationsmessungen an Kabeln oder Apparaten, die Kapazität besitzen, muß das Galvanometer vor jedem Schließen und Öffnen des Stromschlüssels durch den Stöpsel K kurzgeschlossen werden, damit eventuell auftretende Ladungs- oder

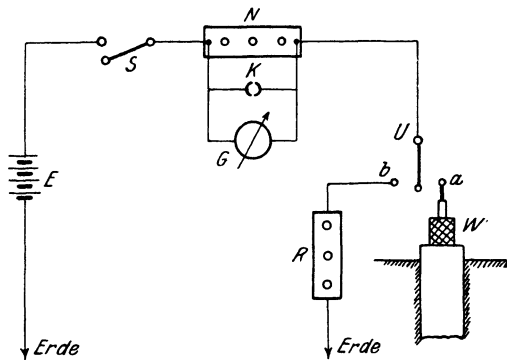


Fig. 26.

Entladungsströme das Galvanometer nicht beschädigen. Ferner ist der Isolationswiderstand von der Zeitdauer des Stromschlusses, Temperatur, Feuchtigkeit und Spannung abhängig, so daß man für Vergleiche dieselben immer angeben muß. Hat das Kabel eine Länge von l km, so ist der Widerstand pro km

$$W' = l \cdot W,$$

da sich der Querschnitt der das Kabel umgebenden Erde oder Wassermasse proportional der Länge und damit der Isolationswiderstand sich umgekehrt proportional dem Querschnitt bzw. der Länge ändert.

Um eine eventuelle Störung infolge Oberflächenleitung von den freien Enden des Kabels zum Galvanometer zu beseitigen, legt man nach Price einen Schutzdraht oder Ring um die Isolation des Kabelendes und verbindet ihn mit dem Schalter S bzw. der Galvanometerklemme, die mit der Stromquelle in Verbindung steht. Ein Strom, der sonst über die Oberfläche nach der Erde oder dem geerdeten Wassertrog das Galvanometer durchfließen müßte, wird auf diese Weise um das Instrument herumgeleitet.

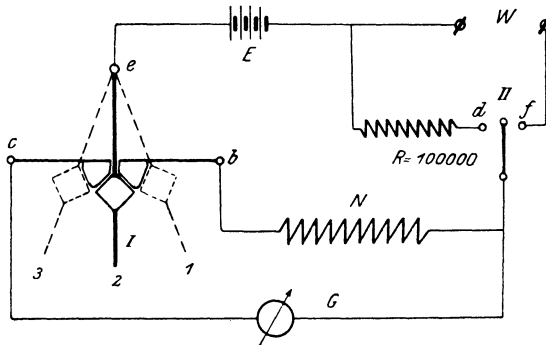


Fig. 27.

Einen Apparat, der nach dieser Methode arbeitet und leicht transportabel ist, fertigt die Firma Hartmann & Braun, Frankfurt a. M., wie Fig. 27 schematisch zeigt.

Der Apparat ist leicht handlich bei genügender Genauigkeit. Da jedoch ein Zeigergalvanometer verwendet wird, für welches die Ablenkungen den Strömen nicht proportional sind, so wird dem Instrument eine Graduierungskurve $f(J, \alpha)$ beigegeben. Nach öfterem Gebrauch ändert sich die Spannung der Batterie, so daß man eine neue Eichkurve aufstellen muß. Bei Beginn der Messung steht Hebel I in Stellung 1, wobei nur der Nebenschluß eingeschaltet ist. In Stellung 2 ist Galvanometer G und Nebenschluß N , in 3 nur das Galvanometer eingeschaltet, wenn man den Hebel II nach d oder f bewegt. Legt man Hebel II zuerst nach f , dann nach d , und gibt bei Stellung 3 des Hebels I das Galvanometer die Ablenkungen α_1 bzw. α_2 , so ist $E = c_2 \cdot \alpha_2 \cdot R = c_1 \cdot \alpha_1 \cdot W$ oder

$$\frac{W}{R} = \frac{c_2 \cdot \alpha_2}{c_1 \cdot \alpha_1}.$$

Wird beim Stand d des Hebels II der Hebel I auf Stellung 2 gestellt, so ist die Empfindlichkeit des Galvanometers σ zu berücksichtigen, wofür dann

$$\frac{W}{R} = \sigma \cdot \frac{c_2 \cdot \alpha_2}{c_1 \cdot \alpha_1}$$

ist, wenn bei α_1 das Galvanometer ohne Nebenschluß benutzt wurde. Die Werte c_1 und c_2 werden natürlich aus der Eichkurve für die betreffenden Ablenkungen α_1 und α_2 entnommen.

16. Isolationsprüfung ausgeführter Anlagen mittels Spannungsmessers ¹⁾.

Sämtliche Stromverbraucher und Spannungsspulen der Zähler werden ausgeschaltet und die Sicherungen entfernt, so daß nur das Leitungsnetz, dessen Isolation geprüft werden soll mit der Maschine in Verbindung gesetzt werden kann. Es seien K_1 und K_2 (Fig. 28) die beiden Pole des Stromerzeugers, 1 und 2 die mit den Klemmen durch Sicherungen verbundenen Enden der Leitung. Man führt die Messung unter Verwendung eines Spannungsmessers in der Weise aus, daß man nach Entfernen der beiden Hauptsicherungen die Spannung E an den Klemmen K_1 und K_2 mißt. Nun legt man den Spannungsmesser zwischen die Punkte K_1 und 1 und erdet Klemme K_2 , so ergibt sich eine Ablesung E_1 , und es gilt jetzt die Beziehung

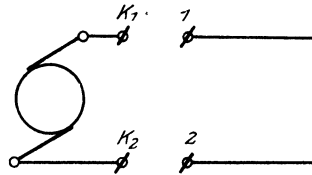


Fig. 28.

$$J_1 = \frac{E}{R_s + R_1},$$

wobei R_s den Widerstand des Spannungsmessers, R_1 den Isolationswiderstand der Leitung 1 und J_1 den hierbei auftretenden Isolationsstrom bezeichnet. Setzt man nun $J_1 = \frac{E_1}{R_s}$, so ergibt sich

$$\frac{E_1}{R_s} = \frac{E}{R_s + R_1},$$

¹⁾ ETZ. 1896, S. 660 (May).

woraus folgt:
$$\frac{E}{E_1} = \frac{R_s + R_1}{R_s}$$

oder
$$R_1 = R_s \cdot \left(\frac{E}{E_1} - 1 \right).$$

In derselben Weise kann man bei Leitung 2 verfahren. Will man noch die Isolation R_g der Leitungen gegeneinander prüfen, so legt man in die eine Leitung, z. B. $K_1 \div 1$, die Sicherung und in die andere $K_2 \div 2$ den Spannungsmesser, wofür sich eine Ablenkung E ergibt; so ist

$$R_g = R_s \cdot \left(\frac{E}{E_g} - 1 \right).$$

Bei Anlagen mit ca. 220 Volt Spannung verwendet man Spannungsmesser mit $R_s = 100 \div 100\,000 \text{ } \ominus$ Widerstand.

An Stelle der Maschine kann man auch eine Hilfsbatterie (Trockenelemente) als Stromquelle verwenden. Dabei ist es zweckmäßig, wenn der negative Pol mit der zu prüfenden Leitung und der positive Pol mit der Erde in Verbindung steht. Infolge der elektrolytischen Wirkungen wird dann durch Reduzierung eventueller Oxydschichten an der zu messenden Leitung der Widerstand ein Minimum. Deswegen zeigt sich bei Zweileiteranlagen der Isolationswiderstand am negativen Pol meistens kleiner als am positiven. Nähere Einzelheiten finden sich in § 17 der Sicherheitsvorschriften des V d E. (Springer, Berlin).

17. Isolationsmessung bei ausgeführten Anlagen mittels statischen Spannungsmessers.

In ähnlicher Weise wie nach der Methode des direkten Ausschlages lassen sich Isolationswiderstände von Leitungen oder nicht im Betriebe befindlichen Anlagen nach folgender Schaltung (Fig. 29) unter Benutzung eines statischen Spannungsmessers¹⁾ bestimmen.

Die zu untersuchende Leitung wird mit einem bekannten Widerstande R in Reihe geschaltet an einen Pol der Batterie B gelegt, dessen anderer Pol zur Erde abgeleitet ist. Mißt man nun

¹⁾ ETZ. 1904, S. 547 (Sahulka).

mit Hilfe des statischen Spannungsmessers E durch Anlegen des Umschalters U an Kontakt 1 die Spannung $E_1 = J \cdot (R + W)$ und für die Stellung 2 den im Isolationswiderstand W allein bei demselben Strom auftretenden Spannungsabfall $E_2 = J \cdot W$, so ergibt sich

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{R + W}{W},$$

oder
$$W = \frac{E_2}{E_1 - E_2} \cdot R.$$

Damit E_2 gegen E_1 merkbar verschieden wird, darf R gegen W nicht zu klein gewählt werden:

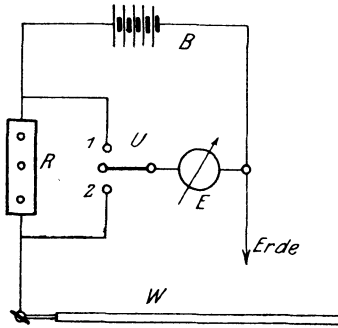


Fig. 29.

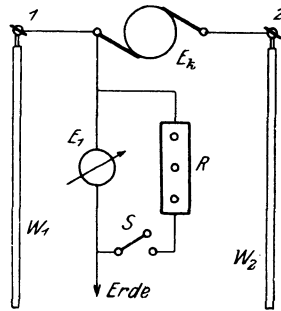


Fig. 30.

Auch während des Betriebes lassen sich die Isolationsmessungen an Zwei- und Dreileiteranlagen nach Methoden vornehmen, wie sie in Nr. 18 angegeben sind; nur vereinfachen sich die Formeln, da der Widerstand des statischen Spannungsmessers ∞ groß ist.

Besitzen die Leitungen 1 und 2 einer Zweileiteranlage (Fig. 30) die Isolationswiderstände W_1 bzw. W_2 gegen Erde, und herrscht zwischen ihnen eine Betriebsspannung E_k , so legt man den Spannungsmesser einmal an 1 und Erde und liest E_1 ab, dann schließt man S , wobei eine Spannung E_2 auftritt, so ist der gesamte Isolationswiderstand

$$W = R \cdot \left(\frac{E_1}{E_2} - 1 \right).$$

Zum Beweise dieser Gleichung zeichnen wir uns die für die Messung von E_1 in Frage kommende Schaltung in Fig. 31 vereinfacht hin.

Da hierbei W_1 und W_2 in Reihe geschaltet sind, bestehen die Beziehungen $E_k = J_1 \cdot (W_1 + W_2)$ und $E_1 = J_1 \cdot W_1$, woraus folgt:

$$\text{I. } \frac{E_1}{E_k} = \frac{W_1}{W_1 + W_2}.$$

Liegt jetzt der Widerstand R parallel zu W_2 (Fig. 32), so gelten die Gleichungen:

$$E_k = J_2 \cdot \left(\frac{W_1 \cdot R}{W_1 + R} + W_2 \right) = J_2 \cdot \left[\frac{R \cdot (W_1 + W_2) + W_1 \cdot W_2}{W_1 + R} \right]$$

und

$$E_2 = J_2 \cdot \frac{W_1 \cdot R}{W_1 + R}.$$

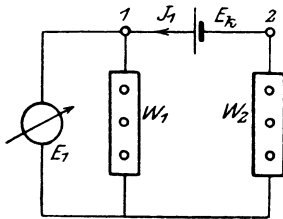


Fig. 31.

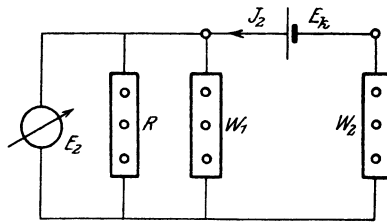


Fig. 32.

Durch Division erhält man

$$\text{II. } \frac{E_2}{E_k} = \frac{W_1 \cdot R}{R \cdot (W_1 + W_2) + W_1 \cdot W_2}.$$

Aus Gleichung I und II folgt weiter:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{R \cdot (W_1 + W_2) + W_1 \cdot W_2}{(W_1 + W_2) \cdot R}$$

oder

$$\frac{E_1 - E_2}{E_2} = \frac{W_1 \cdot W_2}{(W_1 + W_2) \cdot R} = \frac{W}{R},$$

worin

$$W = \frac{W_1 \cdot W_2}{W_1 + W_2}$$

der gesamte Isolationswiderstand der Anlage gegen Erde ist. Durch Umformen erhält man schließlich:

$$W = R \cdot \left(\frac{E_1}{E_2} - 1 \right),$$

wie vorher angegeben. Da E_k gemessen werden kann, so läßt sich auch W_1 und W_2 einzeln ermitteln.

Für eine Dreileiteranlage mit den Einzelspannungen E_{k1} und E_{k2} (Fig. 33) erhält man dieselbe Gleichung. Legt man nämlich den Spannungsmesser an Klemme 1 an, so zeigt er eine Spannung

1. $E_1 = J_1 \cdot W_1$ an. Ferner ist
2. $E_{k1} = J_1 \cdot W_1 + (J_1 - J_2) \cdot W_2 = J_1 \cdot (W_1 + W_2) - J_2 \cdot W_2$
3. $E_{k1} = J_2 \cdot W_3 - (J_1 - J_2) \cdot W_2$
4. $E_{k1} + E_{k2} = J_1 \cdot W_1 + J_2 \cdot W_3$.

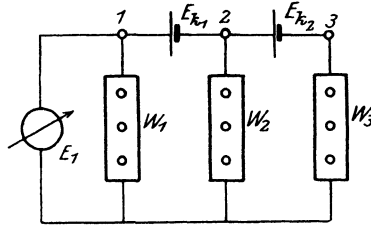


Fig. 33.

Dividiert man Gleichung 2 durch W_2 und Gleichung 4 durch W_3 , so erhält man:

5. $\frac{E_{k1}}{W_2} = J_1 \cdot \frac{W_1 + W_2}{W_2} - J_2$ und
6. $\frac{E_{k1} + E_{k2}}{W_3} = J_1 \cdot \frac{W_1}{W_3} + J_2$.

Durch Addition von Gleichung 5 und 6 ergibt sich

$$7. \quad \frac{E_{k1}}{W_2} + \frac{E_{k1} + E_{k2}}{W_3} = J_1 \cdot \left(\frac{W_1 + W_2}{W_2} + \frac{W_1}{W_3} \right).$$

Aus der Gleichung 1 und 7 folgt

$$\frac{E_1}{\frac{E_{k1}}{W_2} + \frac{E_{k1} + E_{k2}}{W_3}} = \frac{W_1 \cdot W_2 \cdot W_3}{W_1 \cdot W_3 + W_2 \cdot W_3 + W_1 \cdot W_2} = W$$

oder I. $E_1 = \left(\frac{E_{k1}}{W_2} + \frac{E_{k1} + E_{k2}}{W_3} \right) \cdot W = c \cdot W$.

Legt man jetzt parallel zum Spannungsmesser den bekannten Widerstand R , so zeigt er eine Spannung E_2 an, und wir müssen in

obiger Gleichung anstatt W den Kombinationswiderstand von W und R , nämlich $\frac{W \cdot R}{W + R}$ einführen, woraus folgt

$$\text{II. } E_2 = c \cdot \frac{W \cdot R}{W + R}.$$

Aus Gleichung I und II erhält man dann:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{W + R}{R} \quad \text{oder} \quad \frac{E_1 - E_2}{E_2} = \frac{W}{R}$$

und somit wieder

$$W = R \cdot \left(\frac{E_1}{E_2} - 1 \right).$$

Hierbei lassen sich jedoch die einzelnen Widerstände W_1, W_2, W_3 nicht bestimmen. Man sieht außerdem, daß die Formel allgemein für Mehrleiteranlagen gültig ist.

18. Isolationsmessung an Leitungen während des Betriebes.

Von den zahlreichen Methoden, die u. a. von Müllendorff¹⁾, Skutsch²⁾, Fröhlich³⁾, Kallmann⁴⁾ angegeben sind, sollen hier nur die einfachsten und gebräuchlichsten behandelt werden.

a) Methode von Frisch⁵⁾.

Hierbei wird ein Spannungsmesser vom Widerstande R_s mit einem Pol an Erde und mit dem anderen Pol abwechselnd an die beiden Leitungen des zu untersuchenden Zweileitersystems gelegt. Werden dabei die Spannungen E_1 zwischen Leiter I und Erde, ferner E_2 (in entgegengesetzter Richtung) zwischen II und Erde, sowie die Netzspannung E gemessen⁶⁾, so bestehen die Beziehungen:

¹⁾ ETZ. 1896, S. 661 und 1906, S. 313.

²⁾ ETZ. 1897, S. 142.

³⁾ ETZ. 1895, S. 192.

⁴⁾ ETZ. 1893, S. 545 und 1898, S. 683.

⁵⁾ ZfE. Wien. 1889, S. 215, 218.

⁶⁾ Umschalter dazu baut die Weston Co., Berlin.

$$\begin{array}{ll}
 1. & E_1 = E - J_1 \cdot R_2 \\
 2. & J_1 = \frac{E}{\frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_s}} + R_2} \\
 3. & E_2 = E - J_2 \cdot R_1 \\
 4. & J_2 = \frac{E}{\frac{1}{\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_s}} + R_1}
 \end{array}$$

Rechnet man aus Gl. 1 und 3 die Werte für J_1 und J_2 aus und setzt sie in Gl. 2 und 4 ein, so erhält man nach einigen Umformungen:

$$\begin{aligned}
 \frac{E - E_1}{E_1} &= R_2 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_s} \right) \quad \text{und} \quad \frac{E - E_2}{E_2} = R_1 \cdot \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_s} \right) \\
 \text{oder} \quad \frac{E}{E_1} &= \frac{R_2 \cdot R_s + R_1 \cdot R_2}{R_1 \cdot R_s} + 1 = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_s + R_2 \cdot R_s}{R_1 \cdot R_s} \\
 \frac{E}{E_2} &= \frac{R_1 \cdot R_s + R_1 \cdot R_2}{R_2 \cdot R_s} + 1 = \frac{R_1 \cdot R_2 + R_1 \cdot R_s + R_2 \cdot R_s}{R_2 \cdot R_s}
 \end{aligned}$$

und weiter

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Durch Einsetzen in die vorigen Gleichungen ergibt sich:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{E_2}{(E - E_1 - E_2) \cdot R_s}$$

und

$$\frac{1}{R_2} = \frac{E_1}{(E - E_1 - E_2) \cdot R_s},$$

so daß man erhält:

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R} = \frac{1}{R_s} \cdot \frac{E_1 + E_2}{E - (E_1 + E_2)}$$

oder als Gesamtisolationswiderstand beider Leitungen gegen Erde

$$R = R_s \cdot \left(\frac{E}{E_1 + E_2} - 1 \right).$$

Zur schnellen graphischen Ermittlung von R_1 und R_2 ist von O. Heinrich, Chefingenieur der Weston Co., eine Tafel mit E als Abszisse und R als Ordinate angegeben worden. Wird hierin $E_1 + E_2 > E$, dann muß man einen Spannungsmesser von geringerem

Widerstände verwenden. Ist R_s gegen R sehr groß, z. B. bei großen Netzen mit $R < 50 \text{ } \ominus$, dann wird der Klammerausdruck klein oder $\frac{E}{E_1 + E_2}$ etwas größer als 1. Ein kleiner Ablesungsfehler am Instrument macht sich dann im Resultat sehr stark bemerkbar. Bei $E = 110 \text{ Volt}$ und $R = 50 \text{ } \ominus$ beispielsweise würde ein Ablesungsfehler von 0,5 % einen Fehler von 10 % im Resultat ergeben. Für Anlagen mit $R > 100 \text{ } \ominus$ kann $R_s > 1000 \text{ } \ominus$ sein.

Für Mehrleiteranlagen ohne geerdeten Mittelleiter mißt man ebenfalls die Spannung E zwischen zwei benachbarten Leitern und E_1 bzw. E_2 zwischen diesen und Erde, wofür sich der gesamte Isolationswiderstand R gegen Erde in derselben Weise nach obiger Formel bestimmt. Benutzt man zur Messung einen Strommesser (eventuell mit Vorschaltwiderstand und Sicherung) vom Widerstande R_i , so ist

$$R = \frac{E}{E_1 + E_2} - R_i$$

und für Zweileiteranlagen die Einzelwiderstände

$$R_1 = R_i \cdot \frac{E - E_1 - E_2}{E_2} \quad \text{und} \quad R_2 = R_i \cdot \frac{E - E_1 - E_2}{E_1}.$$

Beispiel: An einer Dreileiteranlage mit $2E = 2 \times 220 \text{ V}$ seien mit einem Drehspuleninstrument von $R_s = 2400 \text{ } \ominus$ Widerstand gemessen worden:

$$E_1 = + 223,0 \text{ V} \quad E_2 = + 11,5 \text{ V} \quad E_3 = - 200,2 \text{ V}$$

Daraus folgt

$$R = 2400 \cdot \left(\frac{220}{223,0 - 11,5} - 1 \right) = 2400 \cdot \left(\frac{220}{11,5 + 200,2} - 1 \right) \approx 96 \text{ } \ominus.$$

Hieraus läßt sich auch der Einfluß des extrem großen Widerstandes R_s im Verhältnis zu R bei ungenauer Ablesung ersehen.

Diese Methode eignet sich besonders zur dauernden Überwachung von Zweileiteranlagen, wobei man jeden Pol durch einen registrierenden Spannungsmesser mit der Erde verbindet, ebenso für Gleichstrom-Hochspannungsnetze.

b) Nebenschlußmethode (Fröhlich).¹⁾

In Fig. 34 seien R_1 und R_2 die beiden Isolationswiderstände einer Zweileiteranlage mit der Spannung E . Mit Hilfe eines Spannungsmessers von großem bekanntem Widerstande R_s mißt

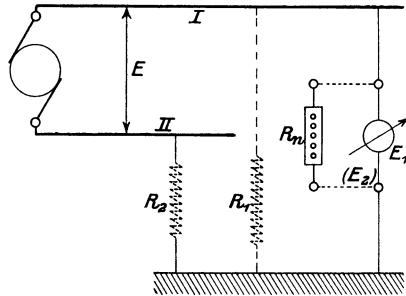


Fig. 34.

man zuerst die Spannung E_1 zwischen Leiter I und Erde. Fließt dabei der Strom J_1 neben dem Betriebsstrom, so bestehen die Beziehungen

$$1. \quad E_1 = J_1 \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_s}} \qquad 2. \quad E = E_1 + J_1 \cdot R_2.$$

Nun legt man einen Nebenschluß R_n zum Spannungsmesser, wobei die Spannung E_2 gemessen werde und der Strom J_2 auftreten möge. Dann gilt:

$$3. \quad E_2 = J_2 \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_n}} \qquad 4. \quad E = E_2 + J_2 \cdot R_2.$$

Durch Elimination von J_1 und J_2 erhält man

$$E_1 = \frac{E - E_1}{R_2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_s}}; \qquad E_2 = \frac{E - E_2}{R_2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_n}}$$

und daraus:

¹⁾ ETZ. 1893, S. 49.

$$\text{I. } \frac{1}{R_2} = \frac{1}{E} \cdot \frac{E_1 \cdot E_2}{(E_1 - E_2) \cdot R_n}$$

$$\text{II. } \frac{1}{R_1} = \frac{E_2}{(E_1 - E_2) \cdot R_n} \cdot \left(1 - \frac{E_1}{E}\right) - \frac{1}{R_s}$$

Der Gesamtwiderstand R beider Leitungen gegen Erde rechnet sich aus

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{E_2}{(E_1 - E_2) \cdot R_n} - \frac{1}{R_s}$$

zu

$$R = \frac{R_n \cdot R_s \cdot (E_1 - E_2)}{(R_n + R_s) \cdot E_2 - R_n \cdot E_1}$$

Benutzt man einen statischen Spannungsmesser mit $R_s = \infty$ und macht durch entsprechende Wahl von R_n die Spannung $E_2 = \frac{E_1}{2}$ dann wird

$$R = R_n.$$

Wählt man aber $R_n = R_s$, so ergibt sich

$$R = R_s \cdot \frac{E_1 - E_2}{2 E_2 - E_1}$$

c) Methode von Mance-Fröhlich.

Entsprechend der unter Nr. 8 angegebenen Messung macht man folgende Schaltung (Fig. 35).

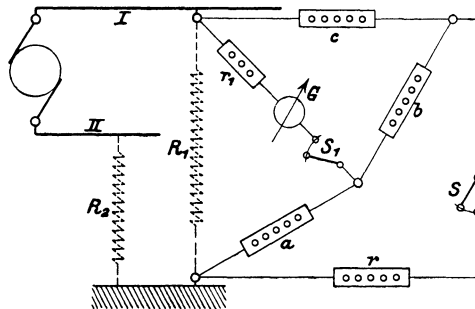


Fig. 35.

Die an den Enden von R_1 zwischen Leitung I und Erde herrschende Potentialdifferenz entspricht dem Element E in Fig. 18. Man reguliert nun die Widerstände a , b , c so, daß sich beim

Schließen und Öffnen des Schalters S die Ablenkung im Galvanometer nicht ändert. Dann ist

$$R_1 = \frac{a}{b} \cdot c.$$

Durch Anlegen der Schaltung an Leiter II und Erde findet man R_2 . Zur Sicherheit der Meßanordnung wählt man a , b , c nicht zu klein und legt außerdem noch größere Schutzwiderstände r_1 und r in die konjugierten Zweige.

Um den dauernden Strom im Galvanometer zu vermeiden, schaltet man nach Fröhlich zur genaueren Abgleichung das Galvanometer an die Sekundärwicklung einer Induktionsspule, deren primäre Wicklung an die Stelle von G tritt. Beim Öffnen und Schließen von S darf dann das Galvanometer keine Ablenkung zeigen. Bei ausgedehnten Leitungen kann jedoch die Kapazitätswirkung störend sein.

Diese Methode gestattet es, beliebige Isolationswiderstände mit großer Genauigkeit zu messen, so daß sie auch für selbsttätige Angabe des Isolationszustandes benutzt werden kann.

d) Methode von Bruger (Hartmann & Braun ¹⁾).

Hierbei legt man nach Fig. 36 eine gut isolierte Hilfsbatterie E_h mit einem bekannten Widerstande r parallel zu einem Galvanometer G zwischen eine Leitung (II) und Erde. Maschine E und Batterie E_h müssen in Hintereinanderschaltung verbunden sein. Man reguliert nun r so weit, daß G keine Ablenkung zeigt; dann ist keine Potential-

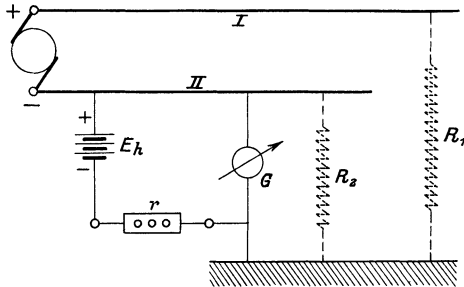


Fig. 36.

differenz zwischen Leitung II und Erde vorhanden, so daß R_2 stromlos wird und der durch R_1 fließende Fehlerstrom J_1 auch durch r geht. Es gelten dann die Beziehungen:

¹⁾ ETZ. 1902, S. 901.

$$E = J_1 \cdot R_1 \quad E_h = J_1 \cdot r$$

oder

$$\frac{R_1}{r} = \frac{E}{E_h}.$$

Wählt man z. B. $E_h = \frac{E}{10}$, so wird $R_1 = 10 \cdot r$.

Dieses Prinzip liegt einem von der Firma Hartmann & Braun gebauten Isolationsmesser zugrunde.

Auch bei Mehrleiteranlagen mit n gleichen Spannungen E ohne geerdete Leiter läßt sich der gesamte Isolationswiderstand

$$R = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

folgendermaßen bestimmen. Man ermittelt einen Widerstand r_1 mit dem Strom J_1 , wenn das Galvanometer zwischen der 1. Leitung und Erde liegt, ebenso r_n beim Strom J_n für die n te Leitung. Dann gilt:

$$J_1 = \frac{E_h}{r_1} \quad J_n = \frac{E_h}{r_n}$$

und I. $J_1 + J_n = \frac{(n-1) \cdot E}{R}$

Nun ist II. $J_1 + J_n = E_h \cdot \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_n} \right) = E_h \cdot \frac{1}{r}$,

wo r der Kombinationswiderstand von r_1 und r_n ist. Aus I und II folgt:

$$R = r \cdot (n-1) \cdot \frac{E}{E_h}$$

Diese Methode gestattet es nicht, bei Mehrleiteranlagen die Isolationswiderstände der einzelnen Leitungen gegen Erde zu ermitteln.

Sie ist jedoch von Sahulka¹⁾ dahin erweitert worden, daß man durch zeitweise Änderung einer Teilspannung der Anlage auch die Fehlerwiderstände jeder Leitung gegen Erde bestimmen kann. Ein ähnliches Verfahren ist von Kapp und Coales²⁾ angegeben.

¹⁾ ETZ 1904, S. 420.

²⁾ El. Eng. 14 Mai 1909.

e) Isolationsmessung bei Straßenbahnen.

Durch die Prüfung soll der Übergangswiderstand zwischen Stromzuleitung (Fahrdraht F bei Oberleitung oder dritte Schiene) und Unterstüztung (Aufhänge- draht oder Sockel), sowie zwischen dieser und der Fahr- schiene ermittelt werden. Be- zeichnen wir den ersteren mit R_1 , den letzteren mit R_2 und bestimmen nach Fig. 37 in ähnlicher Weise, wie unter b angegeben, mit einem Spannungsmesser vom Widerstande R_s (ca. 200 Ω/V) die Spannungen E, E_1, E_2 , so gelten folgende Gleichungen:

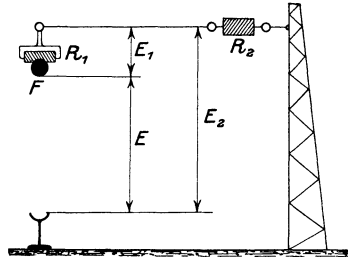


Fig. 37.

$$E_1 = E - J_1 \cdot R_2 \quad J_1 = \frac{E}{\frac{R_1 \cdot R_s}{R_1 + R_s} + R_2}$$

$$E_2 = E - J_2 \cdot R_1 \quad J_2 = \frac{E}{\frac{R_2 \cdot R_s}{R_1 + R_s} + R_1}$$

woraus folgt:

$$R_1 = R_s \cdot \left(\frac{E - E_1}{E_2} - 1 \right)$$

und

$$R_2 = R_s \cdot \left(\frac{E - E_2}{E_1} - 1 \right).$$

Andere Methoden sind von Porter¹⁾, Kallmann²⁾, Feldmann³⁾, Stobrawa⁴⁾, Mörk⁵⁾, Pillier⁶⁾ angegeben worden. Zur Prüfung der Fahrdrahtisolation ist von Everett, Edgcombe & Co. ein Apparat⁷⁾ gebaut, der Messungen während der Fahrt auszuführen gestattet.

1) El. World. 1897, S. 61.

2) ETZ. 1893, S. 156 und 545.

3) ETZ. 1898, S. 80.

4) ETZ. 1898, S. 287.

5) ETZ. 1904, S. 6 und 82 (Erwiderung).

6) Ind. El. 25. März 1904 und ETZ. 1904, S. 481.

7) El. Revue, London, 13. Juli 1906.

f) Isolationsmessung an Akkumulatoren.

Man verbindet zuerst nacheinander jeden Pol der Batterie über eine Sicherung für kleine Ströme möglichst widerstandsfrei mit der Erde. Brennt die Sicherung durch, so ist ein den Betrieb störender Isolationsfehler vorhanden. Ist das jedoch nicht der Fall, dann legt man nach Liebenow¹⁾ einen Strommesser von kleinem Widerstand zwischen den einen Pol und Erde und mißt den Strom J_1 . In derselben Weise bestimmt man J_2 für den anderen Pol und Erde. Dann enthält J_1 bzw. J_2 alle Teilströme, die bei n Zellen von der Spannung e einer Zelle nach der Erde übertreten. Somit gilt bei Vernachlässigung des Spannungsverlusts im Strommesser:

$$J_1 = \frac{e}{R_1} + \frac{2e}{R_2} + \dots + \frac{(n-2) \cdot e}{R_{n-2}} + \frac{(n-1) \cdot e}{R_{n-1}} + \frac{n \cdot e}{R_n}$$

$$J_2 = \frac{n \cdot e}{R_0} + \frac{(n-1) \cdot e}{R_1} + \frac{(n-2) \cdot e}{R_2} + \dots + \frac{2e}{R_{n-2}} + \frac{e}{R_{n-1}}$$

$$J_1 + J_2 = n \cdot e \cdot \left(\frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_{n-2}} + \frac{1}{R_{n-1}} + \frac{1}{R_n} \right)$$

oder: $J_1 + J_2 = E \cdot R$, woraus der gesamte Isolationswiderstand R gegen Erde sich ergibt zu:

$$R = \frac{E}{J_1 + J_2}.$$

Aus der Akkumulatorspannung E und dem Meßbereich des Strommessers läßt sich der damit meßbare Grenzwert von R ermitteln. Zum Schutze des Instruments schaltet man einen Widerstand vor, der allmählich kurzgeschlossen wird.

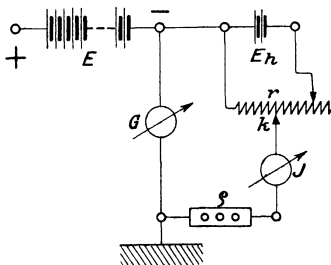


Fig. 38.

Bei größeren Werten von R ist für die kleinen Ströme J_1 und J_2 ein Strommesser von größerem Widerstand erforderlich. Übersteigt sein Spannungsverlust entweder infolge eigenen oder vorgeschalteten Widerstandes

¹⁾ ETZ. 1899, S. 360.

etwa 0,5 % von E , so legt man in derselben Weise, wie unter d (Fig. 36) angegeben, eine Hilfsbatterie E_h mit dem Strommesser J (Fig. 38) hintereinandergeschaltet und einem Galvanometer G dazu parallel zwischen den betreffenden Pol und Erde an.

Durch Verschiebung von k oder Änderung von r kann man erreichen, daß das Galvanometer stromlos wird, wodurch die Bedingung erfüllt ist, daß der angeschlossene Pol (—) das Erdpotential besitzt. Benutzt man an Stelle von G einen Schalter, so muß beim Öffnen und Schließen der Strommesser denselben Wert anzeigen. Hat man auf diese Weise an beiden Polen die Ströme J_1 und J_2 gemessen, so ist wieder:

$$R = \frac{E}{J_1 + J_2}.$$

19. Isolationswiderstand von Telephonkabeln.

Hierbei muß der dielektrische Widerstand des Kabels mit Strömen hoher Frequenz gemessen werden, da er bei Gleichstrom viel zu klein ausfällt. Als Hochfrequenzstromquellen kommen folgende in Betracht:

1. Die Hochfrequenzmaschine von v. Kries¹⁾ in der neuesten Form von Siemens & Halske²⁾ mit Verbesserungen von Ad. Franke³⁾, Max Wien⁴⁾ und Dolezalek⁵⁾. Sie besitzt eine am Rand gezahnte, aus dünnen Eisenblechen zusammengesetzte Scheibe von etwa 25 cm Durchmesser. In kleinem Abstand von den Zähnen befindet sich ein zweipoliger Elektromagnet mit einer Sekundärwicklung, in der bei der Drehung der Scheibe EMKe hoher Frequenz infolge der schnellen Änderungen des magnetischen Kraftflusses der Pole induziert werden. Die höchste Frequenz beträgt 10 000 Per/sec. Die Ströme besitzen nahezu reine Sinusform.

2. Die Hochfrequenzmaschine von Duddell⁶⁾. Sie besitzt eine Scheibe von 204 Zähnen und liefert Ströme bis

¹⁾ Verh. d. naturf. Ges. Freiburg. 1882, S. 2.

²⁾ Druckschrift 105, März 1906.

³⁾ ETZ. 1891, S. 447.

⁴⁾ Wied. Ann. 1898, S. 871; Ann. d. Ph. 1901, S. 426.

⁵⁾ Z f I. 1903, S. 240.

⁶⁾ Phil. Mag. 1905, S. 299/309; Ann. d. El. 1906, S. 595. Z f I. 1906, S. 131 (Ref). Vgl. ETZ. 1909, S. 1003; 1911, S. 1078.

120 000 Per/sec. Bei 100 000 Per/sec ist die Stromstärke 0,1 A bei 2 V Spannung. Die Bauart ist ähnlich wie bei der vorhergehenden.

3. Die Poulsenlampe¹⁾. Sie beruht auf der von Duddell²⁾ gemachten Beobachtung, daß in einem mit Selbstinduktion und Kapazität versehenen Nebenschluß zu einer Gleichstrombogenlampe Ströme hoher Frequenz entsprechend der Resonanzbedingung $\mathcal{C} \cdot C \cdot \omega^2 = 1$ entstehen. Man erhält Schwingungen bis 40 000 Per/sec, wenn der Lichtbogen in Luft brennt, dagegen in einer abkühlenden Atmosphäre von Wasserstoff oder Leuchtgas bis zu 10^6 Per/sec.

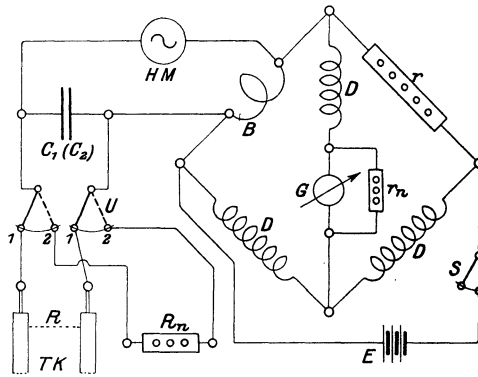


Fig. 39.

4. Die Hochfrequenzmaschine von Hartmann-Kempf³⁾. Sie liefert etwa 2500 Per/sec.

Für die Untersuchung des Kabels macht man nach Béla Gati⁴⁾ folgende Schaltung (Fig. 39).

Die Hochfrequenzmaschine *HM* kann über den in einem Zweige der Wheatstoneschen Brücke gelegenen Barretter *B* durch den Umschalter *U* an das Telephonkabel *TK* bzw. den induktionsfreien Widerstand R_n angeschlossen werden. *D* sind Drosselspulen als Schutz gegen die Hochfrequenzströme, der Widerstand *r* dient zum Einstellen einer passenden Ablenkung. Der Barretter *B*

¹⁾ ETZ. 1906, S. 1040.

²⁾ El. 1900, S. 269 und 310.

³⁾ Phys. Zeitschr. 1910, Nr. 25.

⁴⁾ El. u. M. Wien. 1908, S. 263.

ist ein feiner Platindraht von 0,002 mm Dicke. Wegen der geringen Masse ändert sich sein Widerstand bei verschiedenen Strömen sehr stark. Der Barretter kann mit bekannten, durch Elektrodynamometer gemessenen Hochfrequenzströmen geeicht werden. Oder man bestimmt die Widerstandsänderung durch den Widerstand r und kann die Eichkurve $f(J, r)$ als Abhängigkeit des Barretterstromes J von dem Widerstande r darstellen.

Bei der Kabelmessung ist jedoch eine vorhergehende Eichung nicht notwendig. Man legt den Umschalter U nach den Kontakten 1, stellt im Kondensator die Kapazität C_1 ein, so daß infolge Resonanzwirkung das Galvanometer die größte Ablenkung α_1 zeigt. Dann wird U geöffnet und bei der Kapazität C_2 wieder Resonanz eingestellt, wobei die Ablenkung α_2 auftritt. Nun legt man U nach den Kontakten 2 und ändert R_n so lange, bis α_2 auf α_1 heruntergeht. Dann ist $R_n = R$ der dielektrische oder Isolationswiderstand des Kabels.

Weitere Untersuchungen an Telephonkabeln sind angegeben in E. und M., Wien 1908, S. 413 (Ref.).

20. Bestimmung des Isolationsfehlerorts.

a) Schleifenmethode von Murray.

Findet sich in einer Leitung ein dauernder Isolationsfehler, so ist es notwendig, den Ort desselben in einfacher Weise bestimmen zu können. Durch die Kenntnis der Dimensionen, des spezifischen Widerstandes des Leitungsmaterials und des Widerstandes des Leiters von Anfang bis zum Fehler kann man den Ort desselben feststellen. Zu dem Zweck verbindet man das Ende der fehlerhaften Leitung mit der meistens parallellaufenden Rückleitung oder bei Kabeln mit dem darin enthaltenen Prüfdraht und legt die beiden anderen Enden mit zwei bekannten Widerständen a und b zu einer Wheatstoneschen Brückenschaltung zusammen nach beistehendem Schema (Fig. 40).

Mit den Brückenpunkten 1 und 2 verbindet man über einen Stromschlüssel S die Stromquelle E , während Punkt 3 zu der einen Klemme des Galvanometers geführt wird, dessen andere an Erde gelegt ist. Sollte sich infolge einer an der Fehlerquelle etwa auftretenden EMK keine bestimmte Nulllage ergeben, so vertauscht man zweckmäßig Batterie und Galvanometer mit einander.

Befindet sich nun bei F der Fehler, und wird der Widerstand der beiden Leitungen durch denselben im Verhältnis $\frac{x}{y}$ geteilt, so ist bei Stromlosigkeit des Galvanometers $\frac{x}{y} = \frac{a}{b}$. Mißt man noch den Gesamtwiderstand $x + y = c$, so kann man x und y daraus berechnen, wofür sich ergibt:

$$x = \frac{a}{a+b} \cdot c \quad y = \frac{b}{a+b} \cdot c.$$

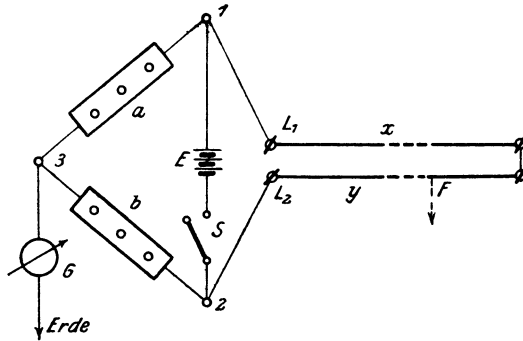


Fig. 40.

Aus den Widerständen x und y lassen sich dann die Entfernungen des Fehlers leicht berechnen.

Dabei sind jedoch die Zuleitungen $1 \div L_1$ und $2 \div L_2$ möglichst kurz oder von sehr geringem Widerstand zu wählen, andernfalls eine Korrektur an dem gemessenen Wert in der Weise vorzunehmen ist, daß man den Widerstand der Zuleitungen allein ermittelt und von den gemessenen Werten für x und y abzieht.

Will man sich vom großen Einfluß des auch von der Temperatur abhängigen Widerstandes der Zuleitungsdrähte frei machen, so legt man das Element an Stelle von G und das Galvanometer direkt an die Kabelenden L_1 und L_2 . Dann sind die Widerstände $1 \div L_1$ und $2 \div L_2$ bei den Widerständen a, b zu berücksichtigen. Zweckmäßig ist es, eine zweite Messung mit vertauschten Kabelenden vorzunehmen und aus beiden Messungen den Mittelwert zu bilden.

Direkt zeigende Instrumente liefert Jul. Stephenson Hamburg ¹⁾.

¹⁾ ETZ. 1911, S. 777.

b) Methode von Varley.

Sie ist insofern eine Modifikation der vorhergehenden, als in den Zweig 2 $\div L_2$ noch ein bekannter Widerstand d aufgenommen wird. Man macht dann 2 Messungen:

1. Bestimmung von

$$\frac{x}{y+d} = \frac{a}{b}.$$

2. Messung des Widerstandes der Schleife $x + y$, indem man das Galvanometer bzw. Element zwischen die Punkte 3 $\div L_2$ legt, wobei sich ergibt

$$x + y = \frac{a_1}{b_1} \cdot d.$$

Aus beiden Messungen folgt:

$$y = \frac{a_1 \cdot b - a \cdot b_1}{(a + b) \cdot b_1} \cdot d.$$

c) Methode des Spannungsabfalls.

Man schaltet hierbei einen bekannten Widerstand R_1 (Stück unversehrten Kabels) vor das zu prüfende Kabel, legt an diesen den einen Pol der Meßbatterie von konstanter Spannung und erdet den anderen Pol; dann fließt ein Strom vom bekanntem Widerstand über das Kabel zur Fehlerquelle nach der Erde. Mißt man nun mit einem Spannungsmesser von hohem Widerstand oder Galvanometer mit proportionaler Skala die Potentialdifferenzen E_1 am bekannten Widerstand R_1 und E zwischen Anfang und Ende des Kabels, so gilt, da das Kabel hinter der Fehlerstelle nur den kleinen Strom des Spannungsmessers führt,

$$\frac{R}{R_1} = \frac{E}{E_1}$$

oder

$$R = \frac{E}{E_1} \cdot R_1,$$

worin R der Widerstand des Kabels bis zur Fehlerstelle ist.

Eine Schwierigkeit bei der Messung besteht darin, daß der Strom während des Versuchs konstant gehalten werden muß, was infolge des ständig wechselnden Fehlerwiderstandes nur schwer zu erreichen ist. Man macht daher mehrere Ablesungen hinter-

einander, bis sich beim Umschalten keine Schwankungen der Angaben zeigen.

Durch Anwendung eines Differentialspannungsmessers ließe sich diese Messung als Nullmethode ausführen.

Sind keine Rückleitungen, Prüfdrähte oder dergl. vorhanden, dann mißt man die Potentialdifferenz E_1 an R_1 , ferner E_2 zwischen Anfang des Kabels und Erde, und außerdem E_3 zwischen Ende des Kabels und Erde, dann bestehen die Beziehungen

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{R_1}{R + F}$$

und

$$\frac{E_1}{E_3} = \frac{R_1}{F},$$

wo F den Fehler-Übergangs-Widerstand zwischen Fehlerort und Erde bedeutet.

Daraus folgt:

$$R = \frac{E_2 - E_3}{E_1} \cdot R_1.$$

Zur Kontrolle der Konstanz des Meßstromes schaltet man zweckmäßig zwischen Batterie und unbekanntem Widerstand R_1 einen Regulierwiderstand mit empfindlichem Strommesser ein.

Im allgemeinen sind die Schleifenmethoden wegen ihrer größeren Einfachheit der Methode des Spannungsabfalls vorzuziehen, sofern ihre Anwendung möglich ist.

21. Isolationsprüfung von Wechselstromanlagen.

Während für die Untersuchung der Isolation von Gleichstromanlagen eine große Anzahl von empfindlichen und genauen Methoden vorhanden ist, erweist sich die Messung mit Wechselströmen insofern schwieriger, als es keine geeigneten Meßinstrumente für Wechselstrom gibt, welche die Empfindlichkeit der Gleichstrominstrumente nach Deprez oder Weston besitzen. Um nämlich ein kräftiges Drehmoment auf das bewegliche System auszuüben, muß bei kleinem Strom J entsprechend der Gleichung $M_d = c \cdot J \cdot \mathfrak{N}$ entweder das Feld \mathfrak{N} sehr stark gemacht, wie es bei dem System Deprez durch einen kräftigen Stahlmagnet hervorgerufen wird, oder die Konstante c muß groß gehalten werden. Beide Bedingungen erfordern jedoch zu große Dimen-

sionen, so daß sie praktisch nicht erfüllbar sind. Benutzt man aber einen nach dem Prinzip eines Leistungsmessers gebauten Apparat und erzeugt das Feld \mathcal{N} in der feststehenden Spule durch einen konstanten kräftigen Strom, den man unter Vorschalten von Widerständen dem Netz entnimmt, so erhält man ein empfindliches Wechselstrominstrument, wie es von Wilkens¹⁾ angegeben ist. Dasselbe ist für Isolationsmessungen sehr geeignet, besitzt jedoch den Nachteil, daß der Energieverbrauch der festen Spule sehr groß ist und dadurch der Vorschaltwiderstand für höhere Spannungen unhandlich wird.

Einen anderen Übelstand bei Wechselstrommessungen bildet der auch bei bester Isolation infolge der Kapazität der Leitungen

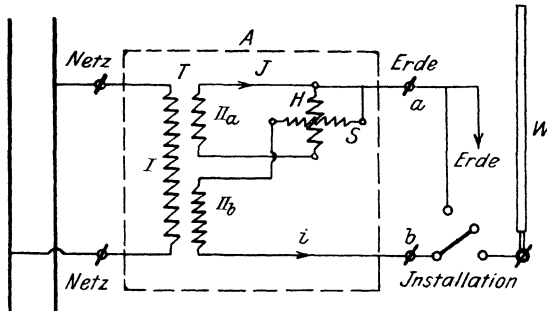


Fig. 41.

auftretende Ladungsstrom. Ist die Klemmenspannung E V bei ν Per/sec und die Gesamtkapazität des Leitungsnetzes gegen Erde C μF , dann wird der Ladungsstrom

$$J_c = 2 \pi \cdot \nu \cdot C \cdot E \cdot 10^{-6} \text{ A.}$$

Der Einfluß der Kapazität läßt sich schwer beseitigen, da C bei mäßiger Isolation nicht leicht einwandfrei zu messen ist. Bei Anlagen mit großem Isolationswiderstand und geringer Kapazität, wo der Ladestrom ohne Einfluß bleiben würde, z. B. bei größeren Hausanschlüssen, zeigen die gebräuchlichen Meßinstrumente für Wechselstrom den kleinen Erdstrom nicht an.

Dieser Übelstand ist bei dem von der Allgemeinen Elektrizitäts-Gesellschaft, Berlin, gebauten Isolationsmesser für

¹⁾ ETZ. 1897, S. 748.

Wechselstrom¹⁾ dadurch beseitigt, daß der feststehenden Spule der starke Erregerstrom J durch Transformation zugeführt wird, wie in dem Schema des Apparates (Fig. 41) angegeben.

Der Apparat enthält einen kleinen Meßtransformator T , dessen primäre Spule I an die Klemmen des Netzes gelegt wird.

Die Sekundärseite enthält 2 Wicklungen, nämlich IIa mit wenig Windungen zur Erzeugung eines starken Stromes J in der Stromspule H des Instruments und die Wicklung IIb, welche gleiche Windungszahl wie die primäre Spule besitzt. Infolgedessen entsteht zwischen den Klemmen a , b , welche die Bezeichnungen Erde und Installation führen, eine Potentialdifferenz von der Größe der Netzspannung, so daß damit auch die Forderung der Verbandsvorschriften erfüllt wird, wonach die Anlagen auf ihren Isolationszustand mit Betriebsspannung zu prüfen sind. Legt man Klemme b an die zu untersuchende Leitung und a an Erde, so wird bei einem Isolationswiderstand W der die Spannungsspule S durchfließende Strom i eine Ablenkung des Instruments hervorrufen, welche direkt die Größe des Widerstandes in Ω angibt, vorausgesetzt, daß die Spannung so groß ist, wie auf dem Instrument angegeben.

Um gleichzeitig die Betriebsspannung mit demselben Apparat kontrollieren zu können, ist eine zweite Skala mit einer Teilung in V angebracht. Schließt man nämlich die Klemmen $a \div b$ kurz, so gibt die Ablenkung direkt die Netzspannung an. Noch einen anderen Vorzug besitzt dieser Apparat vor allen anderen Isolationsmessern. Befindet sich nämlich in einer Installation zufällig ein großer Isolationsfehler, so würde man bei Benutzung eines Spannungsmessers eventuell einen Kurzschluß hervorrufen, wenn man die Leitung an die Netzspannung direkt anschließt. Das ist bei diesem Instrument ausgeschlossen, da das Netz selbst nicht an Erde gelegt zu werden braucht und bei einem beträchtlichen Isolationsfehler, der sonst schon einen Kurzschluß hervorrufen würde, nur ein der maximalen Ablenkung des Instruments entsprechender, relativ geringer Energieverbrauch stattfindet.

Eine andere Methode zur Bestimmung von Isolationsfehlern für Wechselstromanlagen ist von Dietze²⁾ angegeben und hat

¹⁾ ETZ. 1899, S. 410.

²⁾ ETZ. 1902, S. 843; 1911, S. 35.

zur Konstruktion eines einfachen und handlichen Apparates geführt, welcher von der Firma Hartmann & Braun angefertigt wird.

Will man für die Isolationsmessung nicht den Wechselstrom des Netzes benutzen, so kann man während des Betriebes mittels Gleichstroms und Meßinstrumenten, die vom Wechselstrom nicht beeinflußt werden, die Messung in der Weise vornehmen, wie es in Nr. 15 angegeben ist.

Bei Hochspannungsanlagen ist es wegen der Lebensgefahr und der großen Ladeströme schwierig, Isolationsmessungen während des Betriebes auszuführen. Man kontrolliert daher nur den Isolationszustand, indem man täglich am besten mit statischem Spannungsmesser das Potential der einzelnen Leiter gegen Erde bestimmt. Bleiben die Potentiale gleich, so ist der Isolationszustand unverändert geblieben. Ist dagegen in einem Leiter das Potential gesunken, im anderen gestiegen, so kann man auf einen Fehler im ersteren schließen.

22. Ermittlung des Temperaturkoeffizienten.

Da der Widerstand eines Leiters im allgemeinen von der Temperatur abhängig ist, so gehört zu seinem Wert auch die Angabe des Temperaturkoeffizienten α . Entsprechend der Beziehung

$$\alpha = \frac{R_2 - R_1}{R_1 \cdot (\tau_2 - \tau_1)}$$

wird er definiert als Widerstandsänderung $(R_2 - R_1)$ für 1 \ominus des ursprünglichen Widerstandes (R_1 bei τ_1^0 C) und 1 0 C Temperaturänderung $(\tau_2 - \tau_1)$.

Daraus ergibt sich:

$$R_2 = R_1 \cdot [1 + \alpha \cdot (\tau_2 - \tau_1)]$$

als Widerstand bei der Endtemperatur τ_2 .

Um α zu bestimmen, hat man daher nur nötig, den Widerstand R_1 bei einer Temperatur τ_1^0 C und R_2 bei τ_2^0 C zu messen.

Bei Metallen wählt man τ_1 als Zimmertemperatur, während die Temperatur τ_2 durch Erwärmung in einem elektrisch geheizten Ölbad erhalten wird. Diese Messung führt man möglichst für verschiedene Temperaturen bis etwa 100 0 C aus, stellt die Widerstände R_2 als Funktion von τ_2 graphisch dar, berechnet aus einigen

Punkten der ausgeglichenen Kurve $f(R_2, \tau_2)$ die Werte von α und bildet daraus den Mittelwert für das betreffende Temperaturintervall $\tau_1 \div \tau_2$.

23. Vergleichung von EMKen durch Kompensation (Du Bois-Reymond).

Nach der Schaltung Fig. 42 verwendet man hierbei eine konstante Hilfsstromquelle E , welche den Strom J zur Erzeugung der Kompensationsspannung liefern soll. Die beiden miteinander zu vergleichenden EMKe E_1 und E_2 werden nacheinander mit E verglichen.

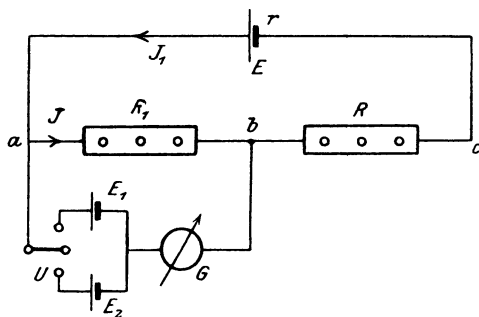


Fig. 42.

Sind R_1 und R'_1 die eingeschalteten Widerstände im Zweige $a \div b$ und R bzw. R' in $b \div c$, so bestehen die Gleichungen:

$$\text{I. } \frac{E}{E_1} = \frac{R_1 + R + r}{R_1} \qquad \text{II. } \frac{E}{E_2} = \frac{R'_1 + R' + r}{R'_1}.$$

Daraus folgt
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{R'_1 + R' + r}{R_1 + R + r} \cdot \frac{R_1}{R'_1}.$$

Lassen wir den Widerstand $R_1 + R = R'_1 + R'$ konstant, so bleibt

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{R_1}{R'_1}.$$

Diese Schaltung bildet die Grundlage der in der Technik gebräuchlichen Kompensationsapparate.

24. Messungen mit dem Kompensationsapparat.

Die ersten praktisch brauchbaren Apparate dieser Art sind von K. Feußner¹⁾ angegeben worden. Nach Vornahme einiger Verbesserungen hat sich dann eine Form ergeben, wie sie von O. Wolff, Berlin W, nach Fig. 43 für Spannungen bis 600 V gebaut wird.

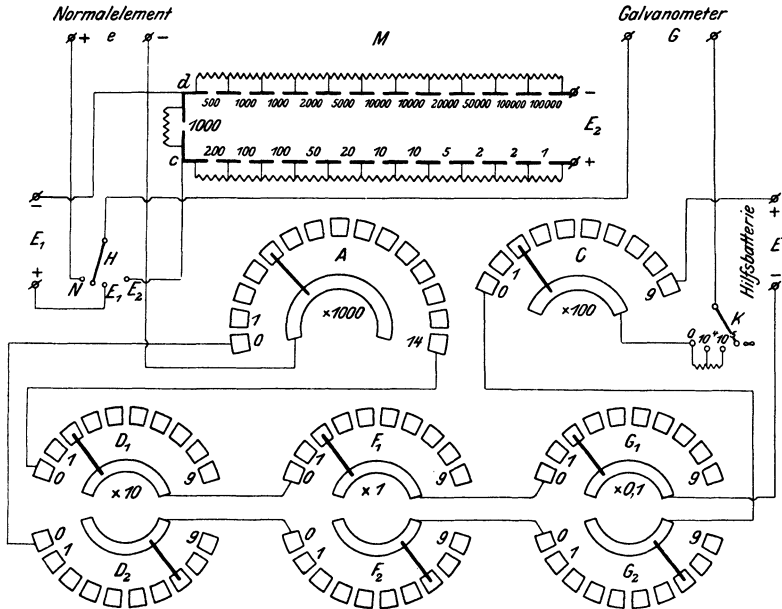


Fig. 43.

Um nun die Wirkungsweise des Apparates kennen zu lernen, wollen wir die einfachere Skizze (Fig. 44) benutzen. Sollen Spannungen unter 1,5 Volt gemessen werden, so legt man sie an die Klemmen E_1 an. Nachdem nun die Hilfsbatterie E eingeschaltet ist, wird Hebel H auf E_1 und K auf 100 000 gelegt und die Kurbeln $A C D G F$ so weit bewegt, bis das Galvanometer keine Ablenkung zeigt, dann wird K weiter nach Kontakt O gedreht, wodurch der Ballastwiderstand ausgeschaltet wird, der nur den Zweck hat,

¹⁾ Zf I. 1890, S. 113, ETZ. 1911, S. 187.

beim ersten Abgleichen eine zu starke Beanspruchung der Elemente zu vermeiden. Eine noch auftretende Ablenkung des Galvanometers wird durch genaues Einstellen der Widerstände beseitigt. Hierbei sei zwischen $a \div b$ an den Kurbeln C, G_2, F_2, D_2, A ein Widerstand von $R_1 \ominus$ eingeschaltet. Bei G_1, F_1, D_1 wird nicht

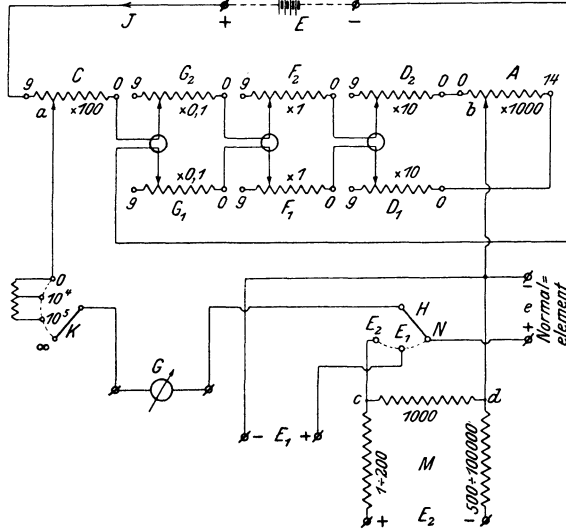


Fig. 44.

abgelesen, weil sie außerhalb der Abzweigung $a \div b$ liegen und nur G_2, F_2, D_2 zu $99,9 \ominus$ ergänzen, damit der ganze Widerstand R_0 des Hilfsstromkreises E konstant bleibt. Dann legt man Hebel K zurück auf Kontakt $100\ 000$ und H nach N und gleicht schließlich in derselben Weise wie vorher die EMK des Normalelements e durch einen Widerstand R_2 ab, dann bestehen folgende Beziehungen:

$$1. \quad E_1 = J \cdot R_1 \qquad 2. \quad E = J \cdot R_0 \qquad 3. \quad e = J \cdot R_2.$$

Aus 1 und 2 folgt $4. \quad \frac{E_1}{E} = \frac{R_1}{R_0},$

aus 2 und 3 folgt $5. \quad \frac{e}{E} = \frac{R_2}{R_0}.$

Durch Division der Gleichung 4 und 5 erhält man

$$\frac{E_1}{e} = \frac{R_1}{R_2} \quad \text{oder} \quad E_1 = \frac{R_1}{R_2} \cdot e.$$

Ist die zu messende EMK größer als 1,5 Volt = E_2 , so wird sie an den Widerstand M gelegt. Wird zur Beseitigung der Ablenkung im Galvanometer ein Widerstand R_3 zwischen $a \div b$ und R_4 (einschl. 1000 \ominus zwischen $c \div d$) in M eingeschaltet, so besteht in den Punkten $c \div d$ eine zu kompensierende Spannung

$$E'_2 = E_2 \cdot \frac{1000}{R_4}.$$

Es ist also in den früheren Formeln E'_2 statt E_1 und R_3 statt R_1 zu setzen, woraus sich ergibt:

$$E'_2 = E_2 \cdot \frac{1000}{R_4} = \frac{R_2}{R_2} \cdot e \quad \text{oder} \quad E_2 = \frac{R_2}{R_2} \cdot \frac{R_4}{1000} \cdot e.$$

Von einer neueren Ausführungsform ¹⁾ zeigt Fig. 45 das Schaltungsschema. Der Apparat besitzt zwei Verzweigungswiderstände $2 \times 1; 10; 100; 1000 \ominus$, welche leicht miteinander durch Umstecken zweier Stöpsel vertauscht werden können. Dadurch ist es möglich, den Kompensator gleichzeitig als Wheatstonesche Brücke zu benutzen. Außerdem enthält der Galvanometer-Umschalter einen Kontakt (10 000 \ominus) mehr, da die Stufe $100\,000 \div 0$ bei Galvanometern mit kleinerem Widerstand, wie sie hierbei vorteilhaft zur Verwendung kommen, zu groß ist.

Zur Vergleichung kleiner EMKe, insbesondere zur Untersuchung von Normalelementen, wurde von Wolff ein Kompensator ²⁾ mit einem Widerstand von nur 15 000 \ominus gebaut.

Infolge des Vorhandenseins von thermoelektrischen Kräften und bei der geringen Spannungsempfindlichkeit von Galvanometern mit großem Widerstand genügen jedoch diese und ähnliche Konstruktionen mit großem Widerstand nicht für die Messung kleiner Spannungen, z. B. bei Thermoelementen, Widerstandsthermometern, Bestimmung der Wärmeleitung von Metallen und dergl. In Anlehnung an den Kompensator von Raps ⁴⁾ und unter Benutzung der Resultate der Arbeiten von Hausrath ⁵⁾ sowie Anwendung der von White ⁶⁾ angegebenen „Nebenschluß-

¹⁾ Z f I. 1903, S. 301; ETZ. 1911, S. 215 (neueste Form).

²⁾ Z f I. 1901, S. 227.

⁴⁾ ETZ. 1895, S. 507; Z f I. 1895, S. 215.

⁵⁾ Ann. d. Ph. 1905, S. 735; Z f I. 1905, S. 353 (Ref.).

⁶⁾ Z f I. 1907, S. 210.

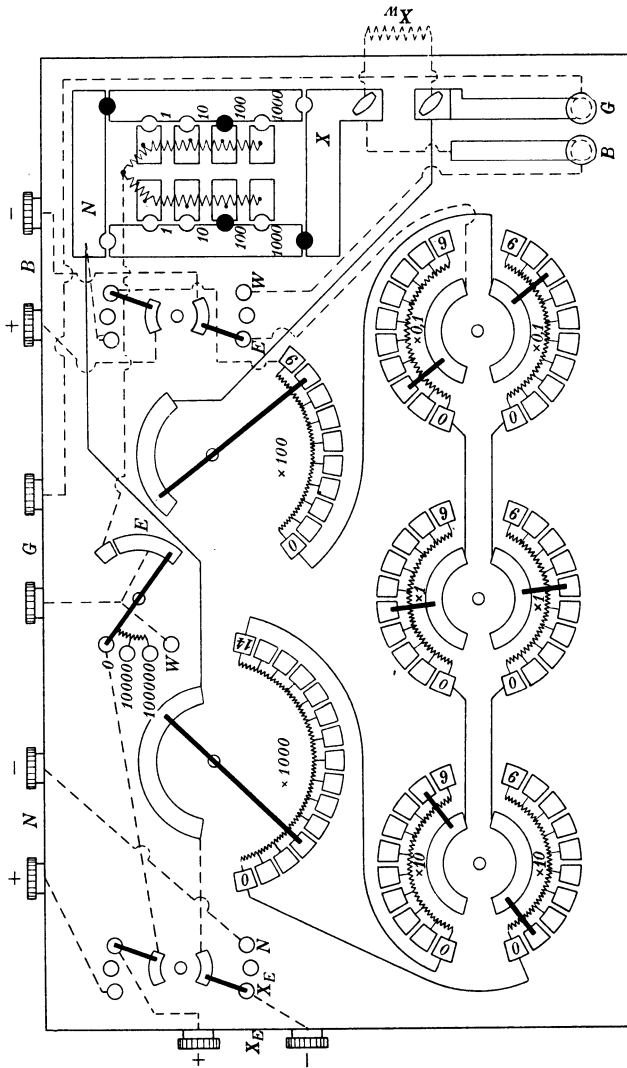


Fig. 45.

dekade“ ist von Diesselhorst¹⁾ ein thermokraftfreier Apparat mit konstantem kleinem Widerstande konstruiert worden.

Eine ausführliche Beschreibung von Kompensationsapparaten

¹⁾ Z f I. 1906, S. 297 und 1908, S. 1.

nebst Zubehör ist von Hausrath und Krüger¹⁾ angegeben. Von anderen Kompensatoren wären noch zu erwähnen die Apparate von Thiermann²⁾, Franke³⁾ und Wilsmore⁴⁾.

Außer der Bestimmung von EMK'en lassen sich mit dem Kompensator auch Spannungsmesser eichen. Zu dem Zweck schließt man diese an die zu kompensierenden Spannungen E_1 oder E_2 (Fig. 44) an. Zur Messung von Stromstärken oder zum Eichen von Strommessern wird der betreffende Strom durch einen Präzisionswiderstand r von der in der Physikal.-Techn. Reichsanstalt verwendeten Form geschickt (Fig. 46) und die Enden desselben mit E_1 verbunden. Findet sich dabei die Potentialdifferenz e_1 an den Enden des Widerstandes r , so ist der Strom

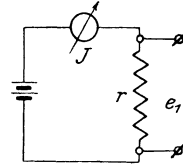


Fig. 46.

$$J = \frac{e_1}{r}.$$

Um einen Widerstand R zu messen, schaltet man ihn mit einem Präzisionswiderstand r in Reihe an eine geeignete Stromquelle. Mißt man dann die Spannung e_1 an r und E an R , so ergibt sich

$$R = \frac{E}{e_1} \cdot r.$$

Betreffs der Empfindlichkeit dieser Methode gegenüber der Wheatstoneschen Brücke und dem Differentialgalvanometer sind von Jäger⁵⁾ ausführliche Angaben gemacht worden.

Für manche Zwecke, wo es darauf ankommt, Strom- und Spannungsmesser am Gebrauchsorte mit einfachen Mitteln auf ihre Richtigkeit kontrollieren zu können, baut die Europäische Weston - Gesellschaft, Berlin, eine von ihrem Chefingenieur Heinrich entworfene Technische Kompensationseinrichtung⁶⁾, bei der die Angaben eines Spannungs- und Strommessers durch Kompensation mit einem Normalelement und unter

¹⁾ Helios 1909, S. 429, 437, 445. 453.

²⁾ ETZ. 1895, S. 387 und 1901, S. 871.

³⁾ ETZ. 1897, S. 318 und 1903, S. 978.

⁴⁾ ETZ. 1901, S. 997.

⁵⁾ Z f I. 1906, S. 69.

⁶⁾ El. u. M. Wien. 1907, Heft 39; Druckschrift 104.

Benutzung eines Normalwiderstandes geprüft und durch Veränderung eines magnetischen Nebenschlusses am Instrument auf den richtigen Skalenwert eingestellt werden können. Als EMK des Weston-Normalelements rechnete man nach den Angaben von Kahle¹⁾ $E = 1,0186 - 3,8 \cdot 10^{-5} \cdot (\tau - 20) - 6,5 \cdot 10^{-7} \cdot (\tau - 20)^2$, während nach den neuesten Beschlüssen der Internationalen Konferenz in London 1908 als internationaler Wert der EMK

$$E = 1,0183 \text{ V bei } 20^\circ \text{ C}$$

angegeben worden ist²⁾.

Neuere Untersuchungen von Jäger³⁾, Smith⁴⁾ haben etwas andere Werte ergeben.

Für ein neueres Element, das nach Anlage C der Verhandlungen der Internat. Konferenz in London 1908 hergestellt ist, gilt nach Wolff $E = 1,0184 - 4,06 \cdot 10^{-5} \cdot (\tau - 20) - 9,5 \cdot 10^{-7} \cdot (\tau - 20)^2$.

25. Messungen mit dem Elektrometer.

Von den verschiedenen Konstruktionen eignen sich für technische Messungen am besten die **Quadrantenelektrometer** nach Thomson, Hallwachs oder Schultze⁵⁾. Das Quadrantenelektrometer besitzt 4 gegeneinander sorgfältig isolierte Teile: 4 Quadranten einer durch 2 zueinander senkrechte Schnitte geteilten flachen, zylindrischen Metallbüchse, eine darin frei bewegliche, biskuitförmige Nadel und ein das ganze System gegen äußere elektrostatische Einflüsse abschließendes Gehäuse. Je 2 diametral gegenüberliegende Quadranten sind leitend miteinander verbunden und wie die Nadel und das Gehäuse mit Zuleitungsklemmen versehen.

Schematisch soll das Instrument durch das Zeichen Fig. 47 dargestellt werden. Die von seiten der Quadranten auf die Nadel ausgeübte Kraftwirkung wird durch die Direktionskraft einer bifilaren Aufhängung oder durch die Torsion eines dünnen Metall-

1) Z f I. 1899, S. 229 und 297.

2) ETZ. 1910, S. 1303.

3) Ann. d. Ph. 1904, S. 726.

4) Phil. Tr. Roy. Soc. London 1908, S. 393 und 463.

5) Z f I. 1907, S. 65.

fadens (Wollastondraht)¹⁾ kompensiert. Zugunsten der Empfindlichkeit sind die Messungen jedoch keine absoluten, da mit der Drehung der Nadel die Konstante des Instruments sich ändert. Es muß demnach durch eine vergleichende Messung mit einem Normalelement die Eichkurve des Elektrometers bestimmt werden.

Nach Maxwell läßt sich die Ablenkung α (gemessen in Skalenteilen) in Abhängigkeit von den Ladungen Q_1 und Q_2 der beiden Quadranten und N der Nadel durch die Gleichung

$$\alpha = c \cdot (Q_1 - Q_2) \cdot \left(N - \frac{Q_1 + Q_2}{2} \right)$$

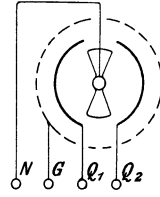


Fig. 47.

darstellen. Hierin ist allerdings der Einfluß der Kontaktpotentiale des Instruments nicht berücksichtigt. Nach Hallwachs²⁾ kann man die hierdurch entstehenden Fehler auf das geringste Maß beschränken, wenn man folgende Bedingung einhält: Die Nadel muß symmetrisch zu beiden Quadranten stehen. Zur Prüfung leitet man beide Quadrantenpaare nach der Erde ab, ladet die Nadel auf ein beliebiges passendes Potential und stellt durch Veränderung der Höhenlage der Nadel auf die kleinste Ablenkung ein. Nun dreht man den Torsionsknopf der Nadelaufhängung so weit, daß beim Kommutieren des Nadelpotentials entgegengesetzt gleiche Ablenkungen auftreten. Vor dem Beginn der Messung soll außerdem das Instrument längere Zeit elektrisiert stehen bleiben, damit sich die Ladung auch auf die isolierenden Stützen verteilt; andernfalls ist es schwer, eine konstante Nullage zu erhalten.

Nach neueren Untersuchungen von Orlich³⁾, in denen der Einfluß der Kontaktpotentiale berücksichtigt ist, läßt sich die allgemeine Elektrometeregleichung in der Form:

$$\begin{aligned} D \cdot \alpha &= a_0 \cdot N^2 & + a_1 \cdot Q_1^2 & + a_2 \cdot Q_2^2 \\ &+ b_0 \cdot Q_1 \cdot Q_2 & + b_1 \cdot N \cdot Q_1 & + b_2 \cdot N \cdot Q_2 \\ &+ c_0 \cdot N & + c_1 \cdot Q_1 & + c_2 \cdot Q_2 \end{aligned}$$

darstellen.

¹⁾ Z f I. 1906, S. 123.

²⁾ Wied. Ann. 1886, S. 1.

³⁾ Z f I. 1903, S. 97.

Hierin sind N , Q_1 , Q_2 die Potentiale der Nadel und Quadranten gegen das Gehäuse, a , b , c Konstanten, die nach Orlich (l. c.) experimentell bestimmbar sind und der Bedingung genügen:

$$a_1 - a_2 = -b_1 = b_2, \quad c_1 = -c_2;$$

während

$$D = 1 + \mathfrak{A} \cdot (N - Q_1) \cdot (N - Q_2) + \mathfrak{B} \cdot (Q_1 - Q_2)^2$$

die Direktionskraft des Systems darstellt. Nach Angaben von Schultze¹⁾ ist es durch eine entsprechende Justierung möglich, \mathfrak{A} und auch \mathfrak{B} zu Null zu machen. Die Bedingung von Hallwachs braucht jedoch nicht notwendigerweise erfüllt zu sein, wenn man 4 Ablesungen mit kommutierten Nadel- und Quadrantenpotentialen macht.

Je nach dem Zweck der Messung unterscheidet man die Quadranten-, Nadel- und Doppelschaltung.

a) Die Quadrantenschaltung.

Sie wird zur Messung niedriger Potentialdifferenzen E benutzt, indem man nach Fig. 48 diese an die Quadranten Q_1 Q_2

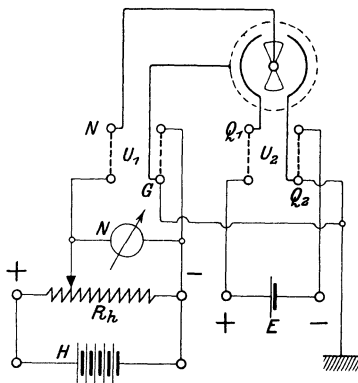


Fig. 48.

anschließt, während die Nadel auf ein konstantes hohes Hilfspotential N (ca. 100 bis 150 V) über einen Spannungsteiler R_h (ca. 300 000 Ω) durch eine Hilfsbatterie H (Zambonische Säule, Akkumulator oder Trockenelemente von ca. 300 V) geladen wird. Q_2 und Gehäuse G können geerdet werden. Um das Instrument für Spannungsmessungen zu eichen, schließt man an die Quadranten statt E ein Normalelement e

(Weston: 1,0183 V bei 20° C; Clark: 1,4328 V bei 15° C) an und bestimmt für die 4 Lagen der Umschalter U_1 und U_2 die zuge-

¹⁾ Z f I. 1906, S. 147; 1907, S. 72; 1908, S. 144 (PTR).

hörigen Ablenkungen α_1 bis α_4 . Dann gelten, da $Q_2 = 0$, $Q_1 = \pm e$ ist, für die Stellungen:

U_1	U_2	die Gleichungen:
⋮	⋮	$D \cdot \alpha_1 = a_0 \cdot N^2 + a_1 \cdot e^2 + b_1 \cdot N \cdot e + c_0 \cdot N + c_1 \cdot e$
⋮	⋮	$D \cdot \alpha_2 = a_0 \cdot N^2 + a_1 \cdot e^2 - b_1 \cdot N \cdot e - c_0 \cdot N + c_1 \cdot e$
⋮	⋮	$D \cdot \alpha_3 = a_0 \cdot N^2 + a_1 \cdot e^2 + b_1 \cdot N \cdot e - c_0 \cdot N - c_1 \cdot e$
⋮	⋮	$D \cdot \alpha_4 = a_0 \cdot N^2 + a_1 \cdot e^2 - b_1 \cdot N \cdot e + c_0 \cdot N - c_1 \cdot e$

Bildet man $\alpha = \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_3 - \alpha_4)$,

so ergibt sich $\alpha = \frac{2b_1}{D} \cdot N \cdot e$

oder $\alpha = \frac{1}{c_q} \cdot N \cdot e$

worin $c_q = \frac{D}{2b_1}$

die Konstante des Elektrometers für die Quadrantenschaltung genannt wird. Nach Versuchen von Schultze (l. c.) ändert sich der Faktor c_q für Spannungen bis etwa 500 V nach der Gleichung:

$$c_q = c \cdot (1 + \mathfrak{U} \cdot N^2),$$

d. h. es ist $D = 1 + \mathfrak{U} \cdot N^2$. Stellt man nun α in Abhängigkeit von verschiedenen Spannungen e , die man sich nach der Kompensationsmethode oder mittels Spannungsteilers und Normal-elementen herstellt, graphisch dar, so erhält man die Eichkurve $f(\alpha, e)$ des Elektrometers. Die Konstante c_q läßt sich ebenso wie c und \mathfrak{U} aus 2 Messungen mit 2 verschiedenen bekannten Nadelpotentialen N für denselben Wert von e ermitteln.

Ist die Eichkurve bei $N = \text{konst.}$ eine Gerade, und ersetzt man e durch eine zu messende Spannung E , für die der Ablenkungswinkel β auftritt, dann erhält man

$$E = \frac{\beta}{\alpha} \cdot e.$$

Zur Kontrolle der Konstanz des Nadelpotentialen N kann ein kleines Hilfselektrometer oder ein Spannungsmesser verwendet werden. Für öftere Messungen mit dem Elektrometer empfiehlt

es sich, die Ablenkungen direkt in V zu eichen, so daß man sich Umrechnungen ersparen kann.

Zur Vergleichung höherer Potentiale würde die Quadrantenschaltung zu große Ablenkungen ergeben. Daher benutzt man in diesem Fall die Umkehrung derselben, nämlich:

b) Die Nadelschaltung.

Das Schema zeigt Fig. 49. Man legt die zu untersuchende Stromquelle E von höherer Spannung an Nadel und Gehäuse und leitet dieses zur Erde ab. Die Quadranten schließt man an zwei Punkte a, b eines an eine Stromquelle bekannter Spannung oder ein Normalelement e angelegten großen Widerstandes R_0 ($> 100\,000 \text{ } \ominus$) so an, daß zwischen dem Erdungspunkt m und den Anschlußstellen a, b gleiche Widerstände r liegen. Macht man wieder 4 Ablesungen bei Kommutation von U_1 und U_2 , so erhält man, wenn

$$Q = e \cdot \frac{2r}{R_0}$$

die Potentialdifferenz zwischen Q_1 und Q_2 ist, und man $b_2 = -b_1$ und $c_2 = -c_1$ setzt,

$$\alpha = \frac{2b_1}{D} \cdot E \cdot Q$$

oder

$$\alpha = \frac{1}{c_n} \cdot E \cdot Q,$$

wo $c_n = c_q$ und $D = 1 + (4\mathfrak{B} - \mathfrak{A}) \cdot Q^2$ ist. Die Eichung kann auch hier wieder durch eine Stromquelle bekannter Spannung E erfolgen.

Die beiden bisher angegebenen Schaltungen bezeichnet man auch als heterostatische, da bei ihnen noch eine fremde Stromquelle benutzt wird. Will man von dieser Unbequemlichkeit frei sein, so benutzt man

c) Die Doppelschaltung

oder idiostatische, deren Schema Fig. 50 angibt. Hierbei legt man ein Quadrantenpaar (Q_1) mit der Nadel zusammen an einen Pol der Stromquelle und das andere Quadrantenpaar (Q_2) und Gehäuse (G) an den anderen Pol. Das Gehäuse wird außerdem zur Erde abgeleitet.

Dafür gelten dann die Gleichungen:

U_1	U_2	$D \cdot \alpha =$
⋮	⋮	$\alpha_0 \cdot E^2 + a_1 \cdot E^2 + 0 + b_1 \cdot E^2 + 0 + c_0 \cdot E + c_1 \cdot E + 0$
⋮	⋮	$\alpha_0 \cdot E^2 + 0 + a_2 \cdot E^2 + 0 + b_2 \cdot E^2 - c_0 \cdot E + 0 - c_2 \cdot E$
⋮	⋮	$\alpha_0 \cdot E^2 + a_1 \cdot E^2 + 0 + b_1 \cdot E^2 + 0 - c_0 \cdot E - c_1 \cdot E + 0$
⋮	⋮	$\alpha_0 \cdot E^2 + 0 + a_2 \cdot E^2 + 0 + b_2 \cdot E^2 + c_0 \cdot E + 0 + c_2 \cdot E$

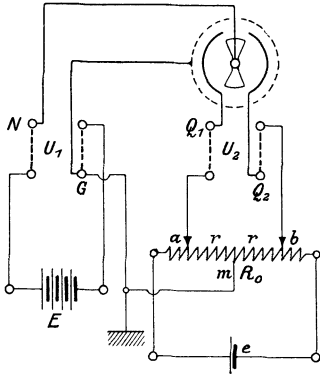


Fig. 49.

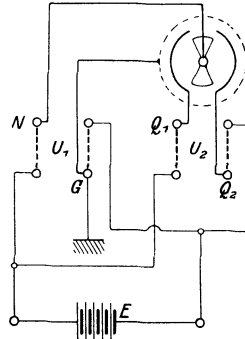


Fig. 50.

Hieraus folgt

$$D \cdot \alpha = (a_1 - a_2 + b_1 - b_2) \cdot E^2 = b_1 \cdot E^2$$

oder

$$\alpha = \frac{b_1}{D} \cdot E^2 = \frac{1}{c_d} \cdot E^2,$$

worin

$$c_d = \frac{D}{b_1}$$

die Konstante für die Doppelschaltung bedeutet. Ferner ist $D = 1 + \mathfrak{B} \cdot E^2$ etwas von E abhängig. Die Eichung erfolgt hierbei in der Weise, daß man für bekannte Spannungen E , die man sich durch eine Akkumulatorenbatterie und einen Widerstand als Spannungsteiler in verschiedener Größe herstellen kann, die dazu gehörigen Ablenkungen α bestimmt und in einer Eichkurve $f(E, \alpha)$ darstellt.

Die bei den Elektromettermessungen notwendigen Hilfsapparate (Schalter, Taster usw.) müssen natürlich ebenso sorg-

fältig isoliert sein, wie die Quadranten des Instruments, andernfalls leicht Fehler auftreten können.

d) Wechselstrommessungen.

Die Brauchbarkeit des Elektrometers für Wechselstrommessungen unter Anwendung der mit Gleichstrom gefundenen Konstanten ist von Orlich auf Grund eingehender Versuche ¹⁾ einwandfrei festgestellt worden. Man kann damit vorteilhaft Spannungen und Leistungen bestimmen. In der allgemeinen Elektrometergleichung hat man dann Mittelwerte statt der konstanten Gleichstromwerte einzusetzen.

1. Messung von Wechselspannungen. Hierzu verwendet man die Doppelschaltung, für die die Beziehung besteht:

$$\alpha = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \alpha_t \cdot dt = \frac{1}{C_d} \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T E_t^2 \cdot dt = \frac{1}{C_d} \cdot E^2,$$

worin E den gemessenen Mittelwert oder Effektivwert der Spannung bedeutet. Da nun die linearen Glieder verschwinden, weil

$\frac{1}{T} \int_0^T E_t \cdot dt = 0$ ist, so braucht man hierbei nur 2 Ablesungen zu machen, woraus man

$$\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = \alpha_3 - \alpha_2 = \alpha_3 - \alpha_4 = \alpha_1 - \alpha_4$$

bildet. Es ist dann

$$E^2 = \frac{D}{b_1} \cdot \alpha.$$

Hat man das Instrument nicht nach der Schultzeschen Vorschrift justiert, so bestimmt man die Konstante $C_d = \frac{D}{b_1}$ für mehrere Spannungen und stellt sie als Funktion von α graphisch dar.

Für Spannungen über 200 V ist es angebracht, einen Spannungsteiler zwischenschalten und zur Sicherheit einen Punkt zu erden. Damit die auf die Nadel einwirkende Teilspannung aus dem abgezwigten Widerstande einwandfrei berechnet werden kann, darf man besonders bei sehr großen Widerständen

¹⁾ Z f I. 1909, S. 33; ETZ. 1909, S. 435.

wegen der Kapazitätswirkung nur das Ende des Widerstandes erden, d. h. an das Gehäuse anschließen, die Abzweigleitung dagegen an die Nadel legen. Die zweite Ablenkung erhält man durch Kommutieren von U_2 ; U_1 darf nicht umgeschaltet werden.

Ist es jedoch nicht gestattet, wegen mangelnder Isolation oder veränderter Betriebsbedingungen einen Pol der Hochspannung zu erden, so legt man parallel zum Spannungsteiler einen in der Mitte geerdeten Hilfswiderstand R_e und das nicht geerdete Gehäuse an die Mitte des Spannungsteilers R_o , wie es in Fig. 52 im Spannungskreise angegeben ist.

Auch durch eine Differentialschaltung des Elektrometers läßt sich nach Drowell¹⁾ eine Wechselspannung E_w mit bekannten Gleichspannungen E_g vergleichen. Man verbindet die Nadel mit dem Gehäuse, legt E_w zwischen Gehäuse und Q_1 und kompensiert die Ablenkung durch eine Gleichspannung E_{g_1} zwischen G und Q_2 . Dann vertauscht man die Pole der Gleichspannung und erhält wieder die Ablenkung Null für eine andere Spannung E_{g_2} . Beide Male kontrolliert man die Nullage in beiden Lagen des Umschalters U_2 .

Infolge des Verschwindens der Konstanten erhält man dann

$$E_w^2 = E_{g_1} \cdot E_{g_2}.$$

Ein für die Versuche besonders geeigneter Umschalter ist ebenfalls von Orlich²⁾ angegeben worden.

2. Messung der Leistung von Wechselströmen. Hierbei wird das Elektrometer in der Quadrantenschaltung benutzt. Will man nun einen Leistungs- oder Arbeitsmesser mit künstlicher Belastung, d. h. getrenntem Hauptstrom- und Spannungskreis untersuchen, dann macht man nach Fig. 51. folgende Schaltung:

Man verbindet die Klemmen G und Q_1 miteinander, legt die Nadel an die Hochspannungs-Wicklung II eines Transformators T_1 und parallel dazu die Spannungsspule S des Leistungsmessers L . Die Hauptstromspule H schließt man mit einem induktionsfreien Widerstand R , einem Strommesser J und Regulierwiderstand r an die Niederspannungswicklung II eines

¹⁾ Z f I. 1903, S. 110.

²⁾ ETZ. 1909, S. 436.

Transformators T_2 an. Die Transformatoren sind an einen Doppelgenerator¹⁾ G_1 und G_2 angeschlossen, bei dem der Stator von G_2 gegen G_1 verdrehbar ist, um die Phase des Stromes J gegen die Spannung E verändern zu können.

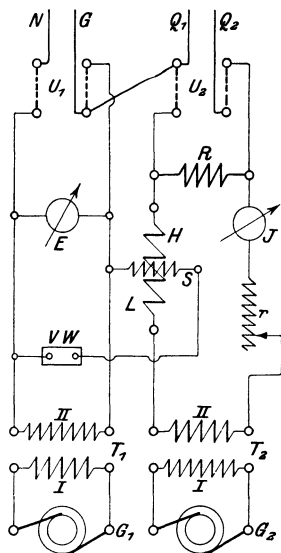


Fig. 51.

Für große Stromstärken bis zu 1000 Amp. aufwärts muß der Hilfswiderstand R möglichst induktionsfrei sein. Die günstigsten Konstruktionen sind dafür von Lichtenstein²⁾ und nach demselben Prinzip von Campbell³⁾ ferner von Orlich⁴⁾ angegeben worden. Paterson und Rayner⁵⁾ verwenden wassergekühlte Röhren aus Manganin mit induktionsfreien Potentialleitungen nach Campbell bis etwa 2000 A. Für stärkere Ströme wird in einer besonderen Konstruktion der PTR.⁶⁾ die induktive Wirkung durch eine kleine Hilfsspule in den Potentialleitungen kompensiert.

Für die gezeichneten Lagen von U_1 und U_2 erhält man die Ablenkung

$$D \cdot \alpha_1 = a_0 \cdot M(E_t^2) + a_2 \cdot M(J_t^2 \cdot R^2) + b_2 \cdot M(E_t \cdot J_t \cdot R).$$

Legt man U_2 um, so wird

$$D \cdot \alpha_2 = a_0 \cdot M(E_t^2) + a_2 \cdot M(J_t^2 \cdot R^2) - b_2 \cdot M(E_t \cdot J_t \cdot R).$$

Daraus folgt

$$\alpha_1 - \alpha_2 = \alpha = \frac{2b_2}{D} \cdot R \cdot M(E_t \cdot J_t).$$

Setzt man für den Mittelwert $M(E_t \cdot J_t) = \frac{1}{T} \int_0^T E_t \cdot J_t \cdot dt$ den

¹⁾ ETZ. 1902, S. 774; 1907, S. 502; ebenso in der PTR. gebaut.

²⁾ Dingers Polyt. Journ. 1906, Heft 7.

³⁾ El. 1908, S. 1000; Z f I. 1909, S. 87 (Ref.).

⁴⁾ Z f I. 1909, S. 241; ETZ. 1911, S. 420 (Ref.).

⁵⁾ Journ. Inst. El. Eng. 1909, S. 455; Z f I. 1909, S. 238 (Ref.).

⁶⁾ Z f I. 1909, S. 149.

Wert der Leistung L ein, so erhält man

$$\alpha = \frac{R}{c_q} \cdot L$$

oder

$$L = \frac{c_q}{R} \cdot \alpha.$$

Darin wird c_q mit Gleichstrom ermittelt. Für Hochspannung macht man folgende Schaltung (Fig. 52):

Hierbei erdet man Q_1 und legt das ungeerdete Gehäuse (G) an die Mitte c des Spannungsteilers R_0 . Parallel zu R_0 legt man einen großen Hilfswiderstand R_e , dessen Mitte geerdet wird. Die Nadel schließt man an die um den Widerstand r gegen c verschobenen Punkte a und b an.

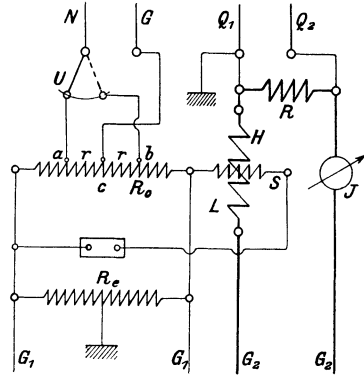


Fig. 52.

Die Ablenkungen α_1 und α_2 erhält man durch Umlegen des einzigen Umschalters U . Dann gilt die Beziehung:

$$L = \frac{c_q}{R} \cdot \frac{R_0}{r} \cdot \alpha.$$

Um die in einem Stromverbraucher ($a \div b$) umgesetzte Leistung zu messen, macht man bei Niederspannung folgende Schaltung (Fig. 53):

Für die beiden Lagen des einzigen Umschalters U_2 erhält man, wenn R ein induktionsfreier Hilfs-Meßwiderstand ist, die Beziehungen:

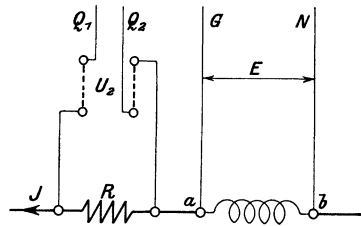


Fig. 53.

$$D \cdot \alpha_1 = \alpha_0 \cdot M (E_t^2) + a_1 \cdot M (J_t^2 \cdot R^2) + 0 + b_1 \cdot M (E_t \cdot J_t \cdot R) + 0$$

$$D \cdot \alpha_2 = \alpha_0 \cdot M (E_t^2) + 0 + a_2 \cdot M (J_t^2 \cdot R^2) + 0 - b_2 \cdot M (E_t \cdot J_t \cdot R).$$

Daraus folgt:

$$D \cdot (\alpha_1 - \alpha_2) = D \cdot \alpha = (\alpha_1 - \alpha_2) \cdot M (J_t^2 \cdot R^2) + R \cdot (b_2 - b_1) \cdot M (E_t \cdot J_t)$$

oder

$$\alpha \cdot \frac{D}{R} = (a_1 - a_2) \cdot J^2 \cdot R + (b_2 - b_1) \cdot L = b_2 \cdot J^2 \cdot R + 2 b_2 \cdot L.$$

Die wirkliche Leistung zwischen $a \div b$ ist demnach bestimmt aus:

$$L = \frac{D}{2 b_2} \cdot \frac{\alpha}{R} - \frac{1}{2} \cdot J^2 \cdot R$$

oder

$$L = c \cdot \frac{\alpha}{R} - \frac{1}{2} \cdot J^2 \cdot R.$$

Im allgemeinen kann man das Glied $\frac{1}{2} J^2 \cdot R$ vernachlässigen.

Bei Hochspannung schließt man G und N nach Fig. 54 nicht direkt an $a \div b$, sondern an einen Spannungsteiler R_0 an.

Dann ist

$$L = \frac{R_0}{r} \cdot c \cdot \alpha + \frac{R_0 - 2r}{2r} \cdot J^2 \cdot R.$$

Diese Messungen sind jedoch bei Spannungen E unter 10 V höchstens auf 1⁰/₁₀₀ genau.

Einige Beispiele, welche die fast universelle Benutzung des Elektrometers bei Wechselstrommessungen dartun, sind von Orlich¹⁾

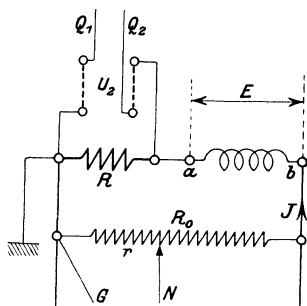


Fig. 54.

ebenfalls angegeben worden.

Man kann die Leistung auch nach einer Nullmethode²⁾ bestimmen, wobei man eine Gleichstromhilfsspannung zur Kompensation und außerdem ein Normalelement benutzt. Das Produkt aus den durch Kommutation erhaltenen zwei Kompensationsspannungen und der EMK des Normalelements ist ein Maß für die Leistung des Wechselstromes.

Nach Peukert³⁾ läßt sich auch ein Drehspulengalvanometer als Elektrometer benutzen, indem man das bewegliche Rähmchen als Nadel, das Magnetsystem als Quadranten schaltet.

¹⁾ ETZ. 1909, S. 466.

²⁾ Z f I. 1903, S. 112.

³⁾ ETZ. 1911, S. 362.

26. Strommessung mit dem Voltmeter.

Voltmeter sind Apparate, die es ermöglichen, aus den elektrolytischen Wirkungen des Stromes die Elektrizitätsmenge bzw. Stromstärke zu bestimmen. Fließt ein konstanter Strom von J A während t sec durch eine Flüssigkeit entsprechend der Elektrizitätsmenge $Q = J \cdot t$ C, so ergeben sich die von ihm abgeschiedenen Stoffmengen nach dem Faradayschen Gesetz

$$G = \varepsilon \cdot J \cdot t \text{ mg.}$$

Darin ist $\varepsilon = \frac{G}{J \cdot t} = \frac{G}{Q}$ definiert als die von der Einheit der Elektrizitätsmenge (1 Coulomb) abgeschiedene Stoffmenge in mg und heißt das elektrochemische Äquivalentgewicht.

Da $F = 96\,540$ C ein chemisches Grammäquivalent $\frac{a}{w}$ abscheiden, wo a das chemische Äquivalentgewicht in g , w die Wertigkeit bedeuten, so ist $\varepsilon = \frac{a \cdot 1000}{w \cdot F}$ mg/C. Für Silber ist $\varepsilon = \frac{107,9 \cdot 1000}{1 \cdot 96\,540} = 1,1183$; für Kupfer aus Cu SO_4 ist $\varepsilon = \frac{63,6 \cdot 1000}{2 \cdot 96\,540} = 0,3284$.

Für genaue Messungen zur Kontrolle von Stromnormalen dient das Silbervoltmeter. E besteht aus einem Platintiegel als Kathode oder negativer Pol, in dem die Abscheidung des Silbers erfolgt, und einem Stab aus reinem Silber als Anode oder positiver Pol. Um zu verhindern, daß kleine Silberteilehen von der Anode abfallen und die Messung fehlerhaft machen, unwickelt man den Stab mit feiner Gaze oder stellt auf den Boden des Tiegels ein kleines Glaschälchen. Als Normallösung bringt man in den Tiegel nach Angaben der PTR eine Lösung von 30 g Silbernitrat (Ag NO_3) in 100 g destilliertem chlorfreien Wasser¹⁾. Die Strom-

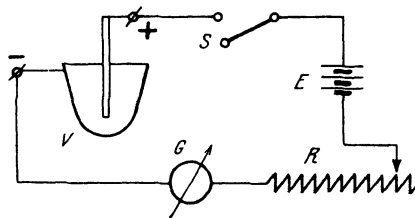


Fig. 55.

¹⁾ ETZ. 1901, S. 435.

dichte soll an der Kathode etwa $2 A/dm^2$ betragen. Man stellt nun die Schaltung nach Fig. 55 her.

Darin ist E ein Akkumulator von $4 \div 6$ Volt Spannung, R ein Regulierwiderstand, G ein Galvanoskop oder Strommesser zum Erkennen der Konstanz des Stromes oder zur Eichung, V das Voltmeter, S ein Ausschalter.

Durch einen Vorversuch wird die richtige Stromdichte eingestellt, S geöffnet und der Platintiegel herausgenommen. Nachdem er mit Salpetersäure gereinigt ist, wird er mit destilliertem Wasser, dann mit Alkohol gespült und schwach gegläht. Nach Abkühlung bestimmt man das Gewicht G_1 in mg, bringt den Tiegel nach Füllung an seinen Platz und schließt S . Nach t sec öffnet man den Stromkreis, entfernt die Lösung aus dem Tiegel, spült ihn mit dest. Wasser so lange, bis das Spülwasser durch Salzsäurezusatz keine Trübung zeigt, und stellt nach dem Trocknen sein Gewicht G_2 fest. Das Gewicht des Niederschlages im Tiegel ist dann $G = G_2 - G_1$ mg. War der Strom J konstant, so rechnet er sich aus:

$$J = \frac{G_2 - G_1}{1,1183 \cdot t} \text{ A.}$$

Bei Schwankungen der Stromstärke würde die Formel den Mittelwert ergeben.

27. Messung von Spannung und Stromstärke bei Hochspannung.

Bei dem heutigen Stande der Elektrotechnik kommen Messungen hoher Spannungen sehr oft vor, so daß es notwendig ist, sich mit einigen Methoden näher vertraut zu machen.

Am einfachsten würde sich die Messung in der Weise ausführen lassen, daß man Instrumente für niedrige Spannungen mit entsprechend großen Vorschaltwiderständen versieht, um einen Teil der Spannung in denselben zu vernichten. Abgesehen von den teureren und umfangreichen Widerständen würde sich diese Anordnung nicht für Schalttafelinstrumente eignen, da dem Bedienungspersonal leicht zugängliche Teile keine lebensgefährliche Potentialdifferenz gegen Erde zeigen sollen.

Zu dem Zweck schaltet man besser die hohe Spannung auf die primäre Wicklung eines Hilfs- oder Meßtransformators, dessen Sekundärwicklung auf ein Niederspannungsinstrument einwirkt.

Die Skala läßt natürlich die Größe der Hochspannung direkt ohne Umrechnung ablesen.

Die Ausführung ist als Spannungs- und Strommesser verschieden. Für Umformung der Spannung besitzt der Meßtransformator (Fig. 56) auf einem Eisenrahmen eine primäre Wicklung (I)

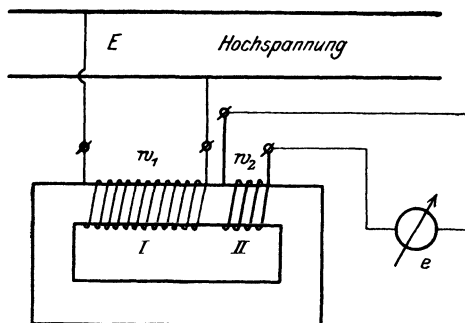


Fig. 56.

aus vielen Windungen dünnen Drahtes und eine sekundäre (II) mit wenigen Windungen. Die primäre Seite wird an die beiden Leitungen gelegt, zwischen denen die Spannung gemessen werden soll, die sekundäre an den Spannungsmesser. Sind w_1 und w_2 die Windungszahlen, so ist das Umsetzungsverhältnis (s. Transformatoren, Abschnitt IV.)

$$u = \frac{w_1}{w_2} = \frac{E}{e} \quad \text{oder} \quad e = \frac{w_2}{w_1} \cdot E.$$

Die für den Spannungsmesser e am Schaltbrett zulässige Spannung richtet sich dabei nach den für die betreffende Anlage geltenden Vorschriften.

Für die Messung von Strömen besteht die in dem Stromkreis liegende Primärwicklung (I) (Fig. 57) aus wenigen Windungen w_1 dicken, die sekundäre (II) aus einer größeren Anzahl w_2 Windungen dünnen Drahts. Der Strom i wird nach der Gleichung

$$i = J \cdot \frac{w_2}{w_1} \cdot \frac{W}{R}$$

um so kleiner sein, je kleiner bei einem bestimmten Verhältnis $\frac{w_2}{w_1}$ der primäre Wechselstromwiderstand W und je größer der

Widerstand R der Sekundärseite ist. Damit durch den primären Widerstand W der Leitungswiderstand nur unmerklich geändert

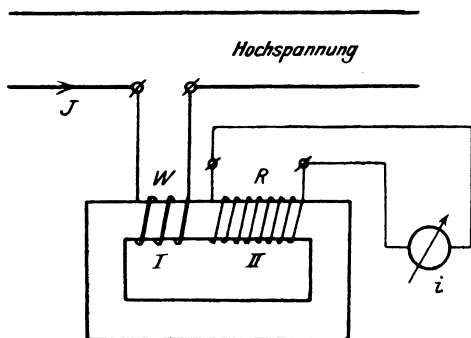


Fig. 57.

wird, ordnet man primär oft nur eine Windung an. Besonders interessant ist der Aufbau eines Meßtransformators¹⁾ der Siemens & Halske A.-G. für 60 000 V. Zur Messung der Spannung von weit- entfernten Speise- punkten würde die Anordnung von Meßleitungen sehr teuer werden. Man kann sich in diesem Falle durch folgende Meßschaltung (Fig. 58) helfen:

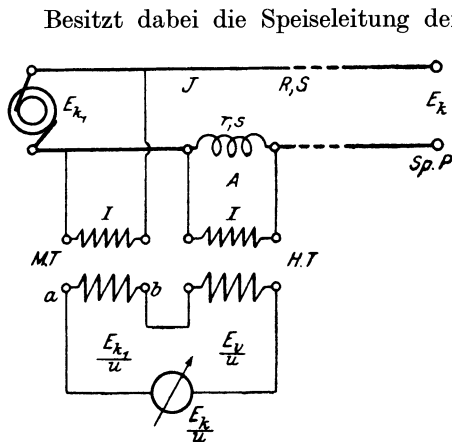


Fig. 58.

Besitzt dabei die Speiseleitung den Widerstand R und den induktiven Widerstand S , so wird in einen Zweig eine Spule A aus wenigen Windungen mit dem Widerstand r und dem induktiven Widerstand s eingeschaltet. Von den Klemmen des Generators führen Leitungen zu der Primärseite I eines Meßtransformators MT mit dem Übersetzungsverhältnis u . Wird der Leitung kein Strom entnommen, so ist die Generatorspannung E_{k_1} , gleich derjenigen des Speisepunktes E_k , und an den Klemmen $a \div b$ des Meßtransformators herrscht die Spannung $\frac{E_k}{u}$.

¹⁾ ETZ. 1911, S. 1039.

Wird nun ein Strom J den Speisepunkten zugeführt, so erzeugt er einen Spannungsverlust $E_v = J \cdot \sqrt{R^2 + S^2}$, wobei r und s in R und S enthalten sind. Es muß dann bei konstanter Spannung E_k der Generator die Spannung $E_{k_1} = \Sigma (E_k, E_v)$ liefern, worin das Zeichen $\Sigma (\dots)$ bedeutet, daß die Größen der Klammer geometrisch zu addieren sind. Wir müssen daher von der sekundären Angabe des Meßtransformators $\frac{E_{k_1}}{u} = \Sigma \left(\frac{E_k}{u}, \frac{E_v}{u} \right)$ den Betrag $\frac{E_v}{u}$ geometrisch subtrahieren. Zu dem Zweck legt man die primäre Wicklung eines Hilfstransformators HT an die Spule A und schaltet die Sekundärseite mit der des Meßtransformators so, daß auf den Spannungsmesser die vektorielle Differenz der beiden Spannungen einwirkt. Hat der Hilfstransformator das Übersetzungsverhältnis $u_h = 1$, so muß an seinen Klemmen primär die Spannung

$$\frac{E_v}{u} = \frac{J}{u} \cdot \sqrt{R^2 + S^2}$$

herrschen. Damit nun zwischen den Enden der Spule A diese Spannung auftritt, muß

$$\frac{J}{u} \cdot \sqrt{R^2 + S^2} = J \cdot \sqrt{r^2 + s^2}$$

oder

$$\frac{R^2}{u^2} + \frac{S^2}{u^2} = r^2 + s^2$$

sein. Aus der Bedingung, daß die Phasen von $\frac{E_v}{u}$ und E_v übereinstimmen, folgt weiter

$$r^2 = \frac{R^2}{u^2} \quad \text{oder} \quad r = \frac{R}{u}$$

und

$$s^2 = \frac{S^2}{u^2} \quad \text{oder} \quad s = \frac{S}{u}.$$

Hat der Hilfstransformator allgemein das Übersetzungsverhältnis u_h , so muß primär die Spannung $\frac{E_v}{u} \cdot u_h$ erzeugt werden, wofür dann

$$\frac{J}{u} \cdot u_h \cdot \sqrt{R^2 + S^2} = J \cdot \sqrt{r^2 + s^2}$$

sein muß. Nach Auflösen dieser Gleichung ergibt sich

$$r = \frac{u_h}{u} \cdot R \quad \text{und} \quad s = \frac{u_h}{u} \cdot S.$$

Ist z. B. $u = 20$ und $u_h = \frac{1}{5}$, so wird

$$r = \frac{R}{100} \quad \text{und} \quad s = \frac{S}{100}.$$

Die genaue Einstellung am Spannungsmesser $\frac{E_k}{u}$ wird meistens durch Anlegen eines Nebenschlusses an die Spule A erreicht.

Für Dreiphasenwechselstrom wird die Schaltung nach Fig. 59 ausgeführt. Hierbei werden in 2 Phasen Stromtransformatoren MT_2 und MT_3 mit dem Leistungs-Widerstand r und dem induktiven Widerstande s eingeschaltet und die Sekundärseiten in Parallelschaltung zu der Primärspule des Hilfstransformators HT geführt. Im übrigen ist die Wirkungsweise dieselbe, wie vorher angegeben worden.

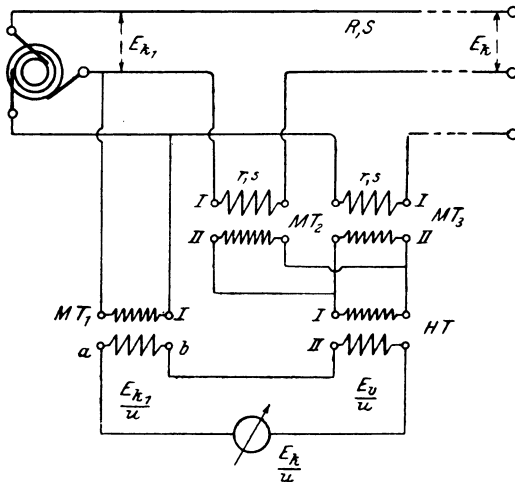


Fig. 59.

Zur Fernspannungsmessung bei Gleichstrom ohne Prüfdrähte ist von Rasch ¹⁾ eine Methode angegeben worden.

Wie man nun für niedrige Spannungen elektrostatische Instrumente nach dem Prinzip der Elektrometer verwendet, so kann man auch für höhere Spannungen elektrostatische Spannungsmesser benutzen. Allerdings gelangt man dabei zu einer Grenze, die

¹⁾ ETZ. 1906, S. 805.

zwischen 7000 und 10 000 Volt liegt. Darüber hinaus muß man zur Vergrößerung des Meßbereichs Hilfsmittel anwenden, wie sie von Franke¹⁾ und Peukert²⁾ angegeben sind. Diese beiden Vorschläge beruhen auf dem Prinzip, Kondensatoren in Hintereinander- oder Parallelschaltung zur Vergrößerung des Meßbereichs anzuwenden.

Besitzt der statische Spannungsmesser (Fig. 60) die Kapazität C_1 , der vorgeschaltete Kondensator die Größe C_2 , so würden die Elektrizitätsmengen

$$Q_1 = C_1 \cdot E_1 \quad \text{und} \quad Q_2 = C_2 \cdot E_2$$

bei den Spannungen E_1 und E_2 aufgenommen. Da nun $Q_1 = Q_2$ ist, so folgt daraus $C_1 \cdot E_1 = C_2 \cdot E_2$ oder

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{C_1}{C_2} \quad \text{und weiter} \quad \frac{E_1 + E_2}{E_1} = \frac{C_1 + C_2}{C_2}.$$

Nun ist aber $E_1 + E_2 = E$, somit auch

$$\frac{E}{E_1} = \frac{C_1 + C_2}{C_2}$$

oder

$$E = \frac{C_1 + C_2}{C_2} \cdot E_1.$$

Wählt man $C_2 = C_1$, so wird der Meßbereich verdoppelt, da $E = 2E_1$ wird. Für $C_2 = \frac{1}{9}C_1$ wird $E = 10E_1$ und dadurch zehnfacher Meßbereich erzielt. Um dabei sehr kleine Kapazität zu erhalten, kann man entweder Luft als Dielektrikum verwenden oder mehrere Kondensatoren hintereinanderschalten.

Die bisherigen Anordnungen lassen sich jedoch nur insofern benutzen, als die Kapazität C_1 des Meßinstrumentes für beliebige Ablenkungen konstant bleibt. Das ist jedoch im allgemeinen nicht der Fall, so daß man genötigt ist, entweder die Angaben des Meßinstrumentes mit einem Normalinstrument zu vergleichen oder die Kapazität in Abhängigkeit von der Spannung zu bestimmen. Am besten stellt man sich diese dann

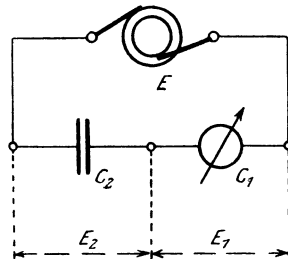


Fig. 60.

¹⁾ Wied. Ann. 1893, Bd. 50.

²⁾ ETZ. 1898, S. 657 und 1904, S. 231.

durch eine Kurve graphisch dar und benutzt sie bei der Messung zur Korrektur der Angaben.

Da jedoch die Kapazität sehr klein ist, so ist es schwierig, dieselbe genau zu bestimmen. Am einfachsten verfährt man in der Weise, daß man das Elektrometer unter Vorschaltung eines sehr großen, induktionsfreien (Graphit-) Widerstandes R von mehreren $M \ominus$ an eine bekannte Wechselfspannung E legt. Dann zeigt das Instrument die an seinen Klemmen herrschende Spannung E_1 an, welche gegen die des Vorschaltwiderstandes um 90° in der Phase verschoben ist (Fig. 61), so daß die Gleichung besteht $E_2 = \sqrt{E^2 - E_1^2}$, woraus der Ladestrom des Kondensators $J = \frac{E_2}{R}$ sich ergibt. Da nun die Periodenzahl ν ebenfalls bekannt ist, so erhält man $C_1 = \frac{J}{E_1 \cdot \omega}$, wo $\omega = 2 \pi \cdot \nu$ ist.

Indem man R verändert, kann man verschiedene Spannungen E_1 erhalten und dazu die zugehörige Kapazität berechnen.

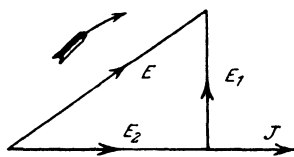


Fig. 61.

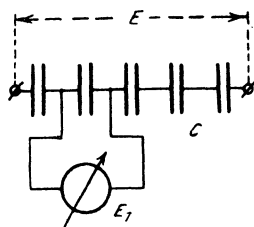


Fig. 62.

Anstatt nun die Kondensatoren vor das Elektrometer zu schalten, kann man auch nach dem Vorschlag von Peukert mehrere Kondensatoren von gleicher Größe hintereinanderschalten (Fig. 62) und von einem derselben Zuleitungen zum Elektrometer abzweigen. Sind im Ganzen n gleich große Kondensatoren, so ist die ganze Spannung $E = n \cdot E_1$. Diese Schaltung ist jedoch nur zu empfehlen, wenn sich die Kapazität durchaus nicht ändert, was selten der Fall sein wird, und wenn die Kapazität des Instruments gegen diejenige eines einzelnen Kondensators verschwindend klein ist. Deswegen verwendet man diese Kombination in der Praxis weniger als die Hintereinanderschaltung.

28. Messung von Wechselströmen geringer Intensität und hoher Wechselzahl.

Zur Messung schwacher Wechselströme kann man Thermoelemente in der Schaltung von Salomonson¹⁾ verwenden. Der zu messende Wechselstrom durchfließt nach Fig. 63 zwei parallele Zweige einer geraden Anzahl von Thermoelementen aus Manganin (m) und Konstanten (k), die so geschaltet sind, daß die infolge der Wärmewirkung auftretenden EMKe in den einzelnen Wechselstromzweigen sich aufheben, dagegen für den Zweig des Galvanometers G in Reihe geschaltet sind. Der Draht d mit Schneide dient zur Einstellung der Nullage. Die Drähte sind etwa 0,025 mm dick und 6 mm lang. Die Kühlung erfolgt durch die zwischenliegenden Messingklotze. Die Belastung kann im Vakuum etwa

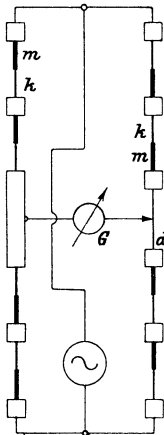


Fig. 63.

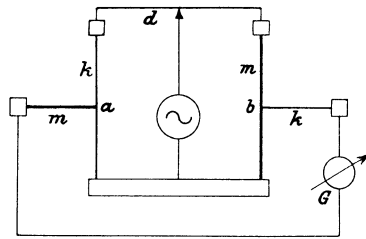


Fig. 64.

10 m A betragen. — Sind die Drähte nicht vollständig frei von einem eventuellen Lotüberzug, so zeigen sie eine kleine, aber konstante Abhängigkeit von der Stromrichtung. Es genügt daher, einmal die Korrektur zu bestimmen, um nach einer Eichung mit Gleichstrom das Instrument für Wechselstrom brauchen zu können. Drähte von 0,3 mm Durchmesser lassen sich vollständig abweichungsfrei zusammenlöten.

Will man kleine Spannungen mit möglichst geringem Energieverbrauch messen, so macht man nach Angaben der PTR²⁾ folgende Schaltung (Fig. 64) aus Manganin- und Konstantandrähten

¹⁾ Phys. Zeitschr. 1906, S. 463; Z f I. 1907, S. 149 (PTR).

²⁾ Z f I. 1909, S. 147. Vergl. auch ETZ. 1906, S. 467, 1103; Z f I. 1908, S. 143; El. Anz. 1910, S. 588.

von 20μ Dicke. Hierbei tritt kein Peltiereffekt auf, so daß Abweichungen zwischen Gleich- und Wechselstrom nicht auftreten. Die an den Lötstellen a und b auftretenden EMKE addieren sich für den Galvanometerzweig. Der Schleifdraht d mit Schneide hat den Zweck, den Wechselstrom so auf die parallelen Zweige zu verteilen, daß die Punkte a und b gleiches Potential haben. Mit einem solchen Instrumente von etwa $5,1 \text{ } \Omega$ Widerstand lassen sich Ströme bis 50 mA bei 150 Skalenteilen Galvanometerablenkung messen.

Zur Messung von Wechselströmen hoher Frequenz benutzt man die von Kennelly¹⁾ angegebene Methode, nach der die Stromstärke aus der Widerstandszunahme eines Drahtes von kleiner Masse berechnet wird. Béla Gati²⁾ benutzt dazu einen Barreter von Fessenden³⁾ mit einem Draht von $0,5 \mu$ bei $20 \text{ } \Omega$ Widerstand in der Wheatstoneschen Brückenschaltung (Fig. 65).

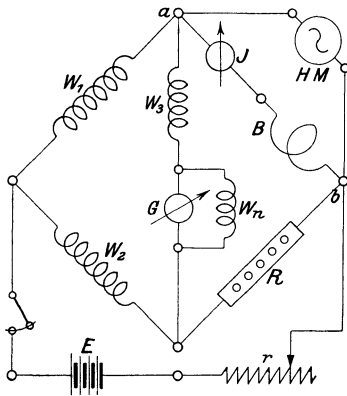


Fig. 65.

Die Widerstände W_1 , W_2 , W_3 , W_n und das Galvanometer G sind hochinduktiv, um dem Strom der Hochfrequenz-Wechselstromquelle HM möglichst großen Widerstand zu bieten, so daß er den Barreter B nahezu in voller Stärke durchfließt. W_1 und

W besitzen etwa $1000 \text{ } \Omega$ ohmschen Widerstand.

Zur Eichung der Anordnung schließt man an Stelle von H eine Gleichstromquelle an die Punkte $a b$ und reguliert für verschiedene bekannte Ströme J_g den induktionsfreien Widerstand R so ein, daß das Galvanometer G keine Ablenkung zeigt. Aus der Eichkurve $f(R, J_g)$ läßt sich dann bei Hochfrequenz zu den eingestellten Werten von R die Größe des Wechselstromes entnehmen. Der Widerstand r wird so bemessen, daß den Barreterzweig ein Strom J von etwa 2 mA durchfließt.

1) Z f E. 1904, Heft 41.

2) El. World, 30. Juni 1906; El. u. M. Wien. 1906, S. 462 (Ref.).

3) Z f E. 1902, S. 39.

Nach der Dreistrommessermethode lassen sich hiermit auch Leistungen messen. Zur Messung von Wechselströmen geringer Intensität und solcher hoher Wechselzahl baut die Firma F. Duret & E. Roger, Paris, ein Meßinstrument nach dem Drehfeldprinzip von R. Arno¹⁾. Larsen²⁾ benutzt dazu den „komplexen“ Kompensator.

29. Messung elektrischer Leistung.

Man verwendet dazu allgemein Instrumente, die nach dem dynamometrischen Prinzip mit einer festen Hauptstromspule H und einer beweglichen Spannungsspule S gebaut sind, ferner Leistungsmessermitt Drehfeldsystem nach Ferraris und Elektrometer.

Wird nun die Hauptstromspule H von einem Strom J_t beliebiger Form durchflossen und die Spannungsspule S an eine Wechselspannung E_t gelegt, so daß sie bei einem ohmschen Widerstande ρ

einen Strom $i_t = \frac{E_t}{\rho}$ aufnimmt, dann ist die auf das bewegliche System wirkende mittlere Kraft:

$$P = c_1 \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T P_t \cdot dt = c_1 \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_t \cdot i_t \cdot dt$$

gleich der Torsionskraft der Feder $c_2 \cdot \alpha$, oder

$$\frac{c_2}{c_1} \cdot \alpha = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_t \cdot i_t \cdot dt.$$

Setzen wir $i_t = \frac{E_t}{\rho}$ ein, so erhalten wir

$$c \cdot \alpha \cdot \rho = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T E_t \cdot J_t \cdot dt = L.$$

Diese Leistung würde auch bei Gleichstrom angezeigt werden, wenn die Spannung und Stromstärke denselben Wert besitzen, wie die Effektivwerte des Wechselstromes

$$J = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_t^2 \cdot dt} = M(J_t^2) \quad \text{und} \quad E = M(E_t^2).$$

Das Instrument kann daher auch mit Gleichstrom geeicht werden.

¹⁾ Der Mechaniker 1909, S. 219.

²⁾ ETZ. 1910, S. 1039.

Bei den bisherigen Betrachtungen haben wir die Voraussetzung gemacht, daß Spannung und Strom der Spannungsspule in Phase sind. Diese Voraussetzung wollen wir jetzt fallen lassen und eine durch die Selbstinduktion in der Spannungsspule hervorgerufene Phasenverschiebung δ annehmen. Das Diagramm der Ströme zeigt uns dann Fig. 66.

Die Leistung, welche das Instrument anzeigen soll, ist $L = E \cdot J \cdot \cos \varphi$. Dagegen zeigt es: $J \cdot i \cdot \cos (\varphi - \delta) = c \cdot \alpha$.

Darin können wir setzen $i = \frac{E \cdot \cos \delta}{\rho}$, woraus folgt

$$c \cdot \alpha \cdot \rho = J \cdot E \cdot \cos \delta \cdot \cos (\varphi - \delta).$$

Bilden wir durch Einsetzen der Werte das Verhältnis

$$\frac{L}{L'} = F = \frac{\cos \varphi}{\cos \delta \cdot \cos (\varphi - \delta)} = \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \delta}{1 + \operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \delta},$$

so gibt uns F das Korrektionsglied an, mit dem der abgelesene Wert $L' = c \cdot \alpha \cdot \rho$ multipliziert werden muß, um die wirkliche Leistung L zu erhalten. (Stephans Korrektionsfaktor.)

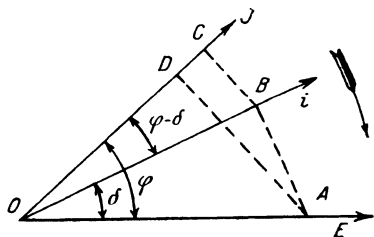


Fig. 66.

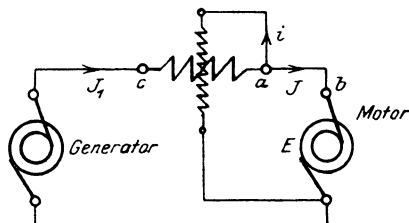


Fig. 67.

In manchen Fällen, wo die gemessene Leistung sehr gering ist, müssen wir wegen des Eigenenergieverbrauchs eine Korrektion anbringen, da das Instrument denselben mitmißt. Zu dem Zweck machen wir folgende Schaltung (Fig. 67), mit welcher die Leistung des Motors $L = E \cdot J \cdot \cos \varphi$ gemessen werden soll. Der am Instrument abgelesene Wert ist dann, abgesehen von dem Einfluß der Phasenverschiebung in der Spannungsspule:

$$c \cdot \alpha = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_1 \cdot i_i \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T (J_i + i_i) \cdot i_i \cdot dt$$

$$= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_t \cdot i_t \cdot dt + \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i_t^2 \cdot dt.$$

Setzen wir darin $i_t = \frac{E_t}{\rho}$, so folgt daraus

$$c \cdot \alpha \cdot \rho = L_1 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_t \cdot E_t \cdot dt + \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i_t \cdot E_t \cdot dt = L + L_s,$$

worin L_s die in der Spannungsspule verbrauchte Leistung bedeutet. Unterbrechen wir die Verbindung $a \div b$ zum Motor, so zeigt das Instrument eine Ablenkung, da Strom- und Spannungsspule in Hintereinanderschaltung an die Klemmen des Stromkreises angeschlossen sind. Da hierbei annähernd derselbe Strom i wie früher die Strom- und Spannungsspule durchfließt, wird demnach die

Ablenkung α_s eine Leistung $c \cdot \alpha_s \cdot \rho = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i_t \cdot E_t \cdot dt$ anzeigen.

Das ist aber die Größe L_s , welche den Eigenverbrauch darstellt. Falls jedoch die Ablenkung α_s relativ klein ist, wird L_s ungenau gemessen. Es empfiehlt sich dann, den Eigenverbrauch rechnerisch nach der Gleichung $L_s = \frac{E^2}{\rho}$ zu ermitteln.

Legen wir das eine Ende der Spannungsspule nicht nach a , sondern nach c (Fig. 68) (bei niederen Spannungen und starken Strömen), so durchfließt zwar der Motorstrom auch die Stromspule, aber die Spannungsspule erhält eine um den Spannungsverlust in der festen Spule zu hohe Spannung.

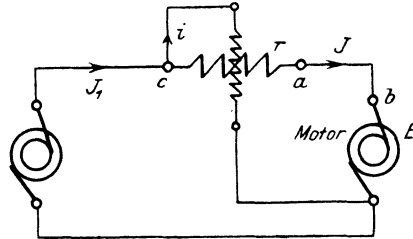


Fig. 68.

Die Ablenkung wird dann von den Strömen J und i hervorgerufen, so daß die Beziehung besteht:

$$c \cdot \alpha = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_t \cdot i_t \cdot dt, \text{ darin ist aber } i_t = \frac{E_t + J_t \cdot r}{\rho}, \text{ somit}$$

$$c \cdot \alpha \cdot \rho = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_t \cdot (E_t + J_t \cdot r) \cdot dt$$

$$= \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_i \cdot E_i \cdot dt + \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_i^2 \cdot r \cdot dt = L + L', \text{ wobei}$$

$$L' = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_i^2 \cdot r \cdot dt = J^2 \cdot r$$

den in der Hauptstromspule auftretenden Leistungsverbrauch bedeutet.

Das Instrument gibt demnach den Leistungsverbrauch des Motors um den Leistungsverlust in der Stromspule zu hoch an.

Wegen der Selbstinduktion in der Spannungsspule müssen diese Angaben außerdem noch korrigiert werden. Besser ist es jedoch, den Fehler möglichst gering zu halten. Zu dem Zweck brauchen wir nur in der Gleichung $\operatorname{tg} \delta = \frac{\mathfrak{S} \cdot \omega}{\rho}$, worin \mathfrak{S} den Induktionskoeffizienten der Spule bedeutet, den Nenner ρ groß zu machen dadurch, daß wir das Instrument für niedrige Spannungen (ca. 5—20 V) bauen, wofür bei kleinem Strom i der Widerstand (ca. 150—1000 Ω) ziemlich groß wird.

Über Arbeiten mit dynamometrischen Leistungsmessern und die Berechnung der Korrekturen sind von Orlich¹⁾ ausführliche Angaben gemacht worden.

Für höhere Spannungen wird ein induktionsfreier Widerstand R vorgeschaltet, wodurch $\operatorname{tg} \delta = \frac{\mathfrak{S} \cdot \omega}{\rho + R}$ verschwindend klein wird. Für höhere Spannungen und schwächere Ströme ist deswegen

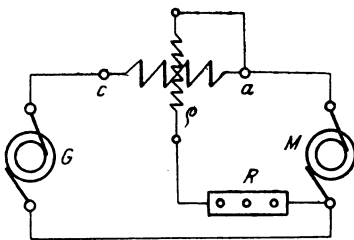


Fig. 69.

eine Korrektur nicht erforderlich, dagegen für niedere Spannungen und starke Ströme. Der Vorschaltwiderstand muß nun so geschaltet werden, daß besonders bei sehr hohen Spannungen zwischen zwei Punkten des Instruments keine dasselbe gefährdende Potentialdifferenz

auftreten kann, wie Fig. 69 zeigt. Als einfachste Regel merke man sich dabei, daß man von einer Klemme a der Stromspule direkt zur Spannungsspule gehen muß.

¹⁾ Helios 1909, S. 373.

Messung der Leistung von Mehrphasenströmen.

Die Leistung eines Mehrphasensystems ist gleich der Summe der Leistungen der einzelnen Phasen, so daß man allgemein setzen kann: $L = L_1 + L_2 + \dots L_n$ und für das in der Praxis am meisten gebräuchliche Dreiphasensystem: $L = L_1 + L_2 + L_3$. Für ein un verkettetes System können wir daher mit drei Instrumenten die Gesamtleistung bestimmen.

Sind nun die einzelnen Phasen miteinander verkettet, so können wir dabei Stern- und Dreieckschaltung annehmen. Setzen wir vorläufig gleiche Belastung und Phasenverschiebung der 3 Phasen voraus, so ist $L = 3 \cdot e \cdot i \cdot \cos \varphi$, wo e und i Spannung und Stromstärke einer Phase bedeuten.

Auf Grund dieser Gleichung ist es bei gleicher Belastung der 3 Phasen nur nötig, die Leistung pro Phase $e \cdot i \cdot \cos \varphi$ zu bestimmen, wozu man folgende Schaltung (Fig. 70) macht, die aber nur möglich ist, wenn man den neutralen oder Sternpunkt 0 zum Anschluß benutzen kann.

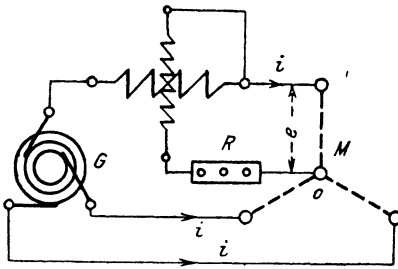


Fig. 70.

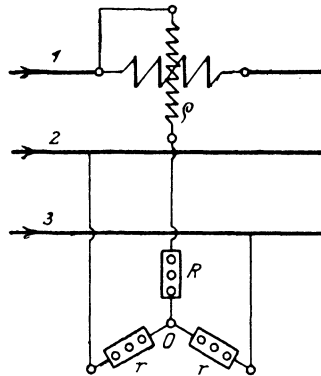


Fig. 71.

Für den Fall, daß der Sternpunkt nicht zugänglich ist, kann man sich einen solchen künstlich herstellen, indem man nach Behn - Eschenburg zwei gleich große Widerstände r (Fig. 71) in Sternschaltung an die Außenleiter anlegt und den Sternpunkt 0 mit der Spannungsspule verbindet. Bei Leerlaufmessungen an asynchronen Motoren und Transformatoren sind diese Schaltungen jedoch wegen der Ungleichheit der Ströme und Spannungen nicht brauchbar.

Für Dreieckschaltung (Fig. 72) müßte man zur Messung die Verbindung zweier Phasen lösen, um die Stromspule in eine Phase legen zu können, wodurch jedoch der Widerstand der einen Phase verändert würde.

Führen wir in die Gleichung der Drehstromleistung Außenleiterspannungen und Ströme (große Buchstaben) ein, so gilt für Sternschaltung: $E = e \cdot \sqrt{3}$, $J = i$ und für Dreieckschaltung: $E = e$, $J = i \cdot \sqrt{3}$, woraus sich ergibt:

$$L_{\lambda} = \frac{3E}{\sqrt{3}} \cdot J \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot E \cdot J \cdot \cos \varphi \text{ und}$$

$$L_{\Delta} = \frac{3 \cdot E \cdot J}{\sqrt{3}} \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot E \cdot J \cdot \cos \varphi,$$

wo φ den Phasenverschiebungswinkel zwischen e und i bedeutet.

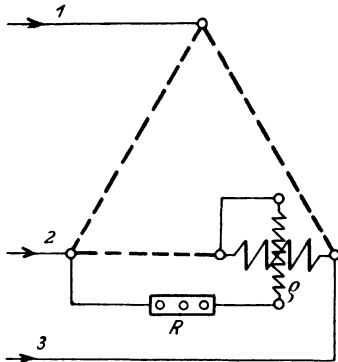


Fig. 72.

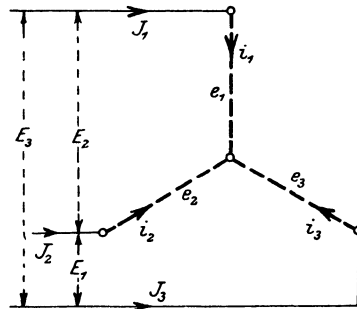


Fig. 73.

Gehen wir nun von dem allgemeinen Fall aus, daß durch drei Leitungen eine elektrische Leistung übertragen wird und der Sternpunkt nicht zugänglich ist, wobei die Stromempfänger in Sternschaltung angeschlossen sein mögen, wie Fig. 73 zeigt, so können wir bei beliebiger Belastung für einen beliebigen Zeitpunkt die Gesamtleistung L_t als Summe dreier Augenblicksleistungen in den einzelnen Phasen darstellen nach der Gleichung

$$L_t = L_{1t} + L_{2t} + L_{3t} \quad \text{oder, da } L_{1t} = e_{1t} \cdot i_{1t} \text{ usw.}$$

war, so folgt durch Einsetzen

$$L_t = e_{1t} \cdot i_{1t} + e_{2t} \cdot i_{2t} + e_{3t} \cdot i_{3t}.$$

Wir können aber nur Spannung und Strom der Außenleiter messen, müssen demnach die Gleichung entsprechend umformen, wozu wir leicht mit Hilfe der Gleichungen

$$i_{1t} + i_{2t} + i_{3t} = 0 \quad \text{und} \quad i_{1t} = J_{1t}, \quad i_{2t} = J_{2t}, \quad i_{3t} = J_{3t}$$

gelangen können. Setzen wir nämlich $i_{3t} = -(i_{1t} + i_{2t})$ in die Gleichung der Leistung ein, so erhalten wir

$$\begin{aligned} L_t &= e_{1t} \cdot i_{1t} + e_{2t} \cdot i_{2t} - e_{3t} \cdot (i_{1t} + i_{2t}) \\ &= i_{1t} \cdot (e_{1t} - e_{3t}) + i_{2t} \cdot (e_{2t} - e_{3t}) \end{aligned}$$

oder, da nach früheren Ableitungen

$$e_{1t} - e_{3t} = -E_{2t} \quad \text{und} \quad e_{2t} - e_{3t} = E_{1t} \quad \text{war,}$$

$$L_t = -i_{1t} \cdot E_{2t} + i_{2t} \cdot E_{1t} = -J_{1t} \cdot E_{2t} + J_{2t} \cdot E_{1t}.$$

Für die Zeit einer Periode ist dann die Gesamtleistung gleich der mittleren Summe der augenblicklichen Leistungen

$$\frac{1}{T} \cdot \int_0^T L_t \cdot dt = L = -\frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_{1t} \cdot E_{2t} \cdot dt + \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_{2t} \cdot E_{1t} \cdot dt = -L_1 + L_2.$$

Lassen wir nun die zugehörigen Spannungen und Ströme nach der Methode von Aron¹⁾ auf die Spule zweier Leistungsmesser einwirken, so gibt uns die algebraische Summe der Ablesungen $(\alpha_1 + \alpha_2)$ die gesamte Drehstromleistung an, da die negative Leistung L_1 durch eine positive Ablenkung α_1 gemessen wird²⁾.

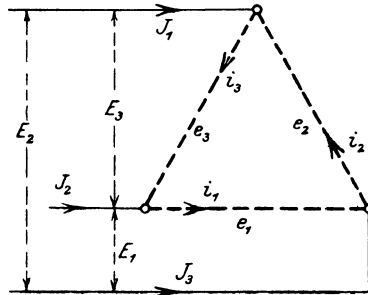


Fig. 74.

Für Dreieckschaltung (Fig. 74) gilt ebenfalls

$$L_t = e_{1t} \cdot i_{1t} + e_{2t} \cdot i_{2t} + e_{3t} \cdot i_{3t}.$$

¹⁾ ETZ. 1892, S. 193.

²⁾ Görges, ETZ. 1894.

Außerdem ist

$$e_{1t} + e_{2t} + e_{3t} = 0$$

oder

$$e_{3t} = -(e_{1t} + e_{2t})$$

und

$$i_{1t} - i_{3t} = J_{2t};$$

$$i_{2t} - i_{3t} = -J_{1t},$$

woraus folgt:

$$\begin{aligned} L_t &= e_{1t} \cdot i_{1t} + e_2 \cdot i_{2t} - i_{3t} \cdot (e_{1t} + e_{2t}), \\ &= e_{1t} \cdot (i_{1t} - i_{3t}) + e_{2t} \cdot (i_{2t} - i_{3t}) = E_{1t} \cdot J_{2t} - E_{2t} \cdot J_{1t}. \end{aligned}$$

Für eine Periode ist dann:

$$L = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T E_{1t} \cdot J_{2t} \cdot dt - \frac{1}{T} \cdot \int_0^T E_{2t} \cdot J_{1t} \cdot dt = L_2 - L_1,$$

wobei wieder L_1 auch durch positive Ablenkungen gemessen wird, so daß L als Summe der Instrumentangaben zu bilden ist. Es ergibt sich demnach für Stern- und Dreieckschaltung dasselbe Resultat, wie ja vorauszusehen war, da bei denselben Spannungen und Strömen pro Phase die Leistung von der Schaltung unabhängig sein muß. Diese Methode ist auch für beliebige Kurvenform zu verwenden, da hierüber in der Ableitung keine Annahmen gemacht sind. Die Meßanordnung zeigt Fig. 75.

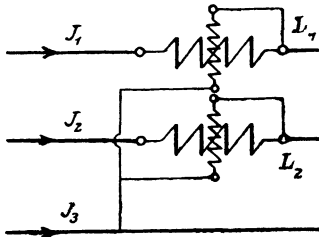


Fig. 75.

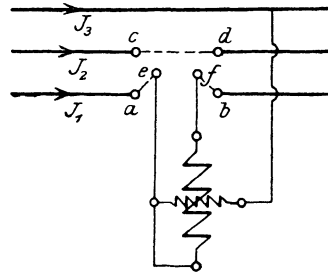


Fig. 76.

Man kann auch mit einem Instrumente dabei auskommen, wenn man einen Umschalter (Siemens & Halske) benutzt, mit dem man ohne Unterbrechung des Stromkreises die Stromspule aus der ersten in die zweite Phase schalten kann, wie Fig. 76 zeigt. Zu dem Zweck wird erst $a \div b$ kurzgeschlossen, dann $e \div a$ und $f \div b$ nach $e \div c$ und $f \div d$ umgelegt und schließlich Verbindung $c \div d$ entfernt. Zeigen sich beim Umlegen des Schalters Ablen-

kungen in derselben Richtung, so müssen sie addiert werden, andernfalls wird die kleinere von der größeren abgezogen.

Besitzt das Leitungsnetz jedoch noch einen vierten Leiter zwischen den Sternpunkten bei Sternschaltung, so ist allgemein die Summe der 3 Ströme im neutralen Leiter nicht Null¹⁾. Man kann in diesem Fall ebenfalls die Leistung nach den von Aron²⁾ und Stern³⁾ angegebenen Methoden messen. Die dabei abgeleiteten Formeln sind später von Orlich⁴⁾ auch für den Fall ergänzt worden, daß die Summe der drei Sternspannungen nicht gleich Null ist, d. h. die Kurven höhere Harmonische besitzen, deren Ordnungszahl durch 3 teilbar ist.

Verwendet man in diesem Fall die Methode von Fröhlich⁵⁾ bei der 3 Leistungsmesser in den Hauptleitungen liegen, so muß man die zu einem Sternpunkt geführten Spannungsspulen über diesen mit dem neutralen Leiter verbinden. Diese Schaltung ist unerlässlich bei der Messung der Leistung von Kleinmotoren oder Verbrauchern von kleinem Strom, wenn die Hauptstromspulen großen Spannungsabfall erzeugen. Bei Verwendung von 2 Leistungsmessern würde man in diesem Fall nicht den richtigen Betriebszustand erhalten.

Für gleiche Belastungen in den 3 Zweigen lassen sich nun auf Grund des Diagramms⁶⁾ Fig. 77 die vorher angegebenen Beziehungen ebenfalls ableiten, wenn wir die Stromspulen der beiden Leistungsmesser in die Zweige 1 und 2, die Spannungsspulen

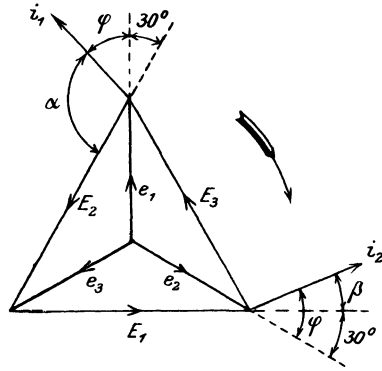


Fig. 77.

1) Bragstad, ETZ. 1900, S. 252.

2) ETZ. 1901, S. 215.

3) ETZ. 1901, S. 267; 1903, S. 976.

4) ETZ. 1907, S. 71.

5) ETZ. 1893, S. 575.

6) Vgl. ETZ. 1899, S. 120; 1903, S. 111, 193, 993; Ind. El. 1909, S. 437.

zwischen 1 und 3, bzw. 2 und 3 einschalten. Dann mißt das erste Instrument:

$$L_1 = i_1 \cdot E_2 \cdot \cos \alpha = J_1 \cdot E_2 \cdot \cos [180 - (\varphi + 30^\circ)]$$

und das zweite

$$L_2 = i_2 \cdot E_1 \cdot \cos \beta = J_2 \cdot E_1 \cdot \cos (\varphi - 30^\circ)$$

oder, wenn wir $J_1 = J_2 = J$ und $E_1 = E_2 = E$ setzen,

$$L_1 = -J \cdot E \cdot \cos (\varphi + 30^\circ); \quad L_2 = J \cdot E \cdot \cos (\varphi - 30^\circ).$$

Subtrahieren wir beide Gleichungen von einander, so folgt:

$$L_2 - L_1 = J \cdot E \cdot [\cos (\varphi - 30^\circ) + \cos (\varphi + 30^\circ)],$$

daraus ergibt sich durch Umformen:

$$L_2 - L_1 = J \cdot E \cdot 2 \cos 30^\circ \cdot \cos \varphi = J \cdot E \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi.$$

Ersetzt man darin für Sternschaltung

$$J = i \text{ und } E = e \sqrt{3}, \text{ so ist } L_2 - L_1 = 3 \cdot e \cdot i \cdot \cos \varphi,$$

und das war nach früheren Ableitungen die gesamte Dreiphasenleistung L , so daß auch hier $L = L_2 - L_1$ wird, wo wieder $-L_1$ durch eine positive Ablenkung angegeben wird.

Wird darin für L_1 der Winkel $\varphi > 60^\circ$, so wird $\cos (\varphi + 30^\circ)$ negativ, und die Ablenkung ist demnach auch negativ in die Summe einzusetzen

Auf Grund der beiden Ablesungen kann man auch den $\sphericalangle \varphi$ der Phasenverschiebung leicht bestimmen, wenn man bildet

$$\frac{L_2 + L_1}{L_2 - L_1} = \frac{\cos (\varphi - 30^\circ) - \cos (\varphi + 30^\circ)}{\cos (\varphi - 30^\circ) + \cos (\varphi + 30^\circ)} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \operatorname{tg} \varphi = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_2 + \alpha_1},$$

wobei $L_2 = c \cdot \alpha_2$ und $-L_1 = c \cdot \alpha_1$ gesetzt ist. Daraus folgt

$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{3} \cdot \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{\alpha_2 + \alpha_1}.$$

Auf Grund dieser Gleichung läßt sich der Leistungsfaktor $\cos \varphi$ nach Kuderna¹⁾ mittels einer analytisch-graphischen Methode bestimmen. Sie ist jedoch von ihm dann so weit vereinfacht²⁾ worden, daß man ohne Rechnung, nur mit Hilfe des Zirkels den Winkel φ und gleichzeitig $\cos \varphi$ ermitteln kann.

Nach Fig. 78 macht man $Oa = L_1$ und $Ob = L_2$ oder bei gleicher Konstante der Instrumente gleich α_1 bzw. α_2 .

Über ab errichtet man dann das gleichseitige Dreieck abc , dann ist $\sphericalangle cOb = \varphi$; da

¹⁾ El. u. M. Wien. 1907, S. 987.

²⁾ El. u. M. Wien. 1908, S. 109.

$$\operatorname{tg}(cOb) = \frac{ce}{Oe} = \frac{\frac{L_2 - L_1}{2} \cdot \sqrt{3}}{L_1 + \frac{L_2 - L_1}{2}}$$

oder
$$\operatorname{tg}(cOb) = \sqrt{3} \cdot \frac{L_2 - L_1}{L_2 + L_1} \text{ ist.}$$

Um $\cos \varphi$ direkt abgreifen zu können, zieht man einen sog. Einheitskreis (z. B. $O1 = 100 \text{ mm}$) und verlängert Oc bis d , dann ist $fd = Og = \cos \varphi$.

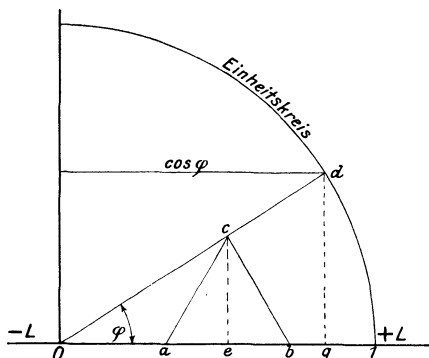


Fig. 78.

Bei einer größeren Anzahl von Ablesungen wäre eine Tafel vorteilhaft, aus der man durch Eintragung von L_1 und L_2 ohne Weiteres $\cos \varphi$ ablesen kann. Man erhält sie auf folgende Weise: Setzt man $\frac{L_1}{L_2} = \operatorname{tg} \beta = b$ und $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi}}{\cos \varphi}$, so lautet die umgeformte Gleichung:

$$\cos \varphi = \frac{1 + b}{2 \cdot \sqrt{1 - b + b^2}}.$$

d. h. $\cos \varphi$ ist eine Funktion des Verhältnisses $\frac{L_1}{L_2}$ oder des Winkels β , der zwischen $+45^\circ$ und -45° gelegen sein muß. Man konstruiert sich nun umgekehrt zu verschiedenen angenommenen Werten von $\cos \varphi$ den $\sphericalangle \beta$, wie Fig. 79 zeigt.

In einem rechtwinkligen Koordinatensystem dessen Achsen L_2 (horizontal) und L_1 (vertikal) bilden, sei Oa gleich der Einheit. Trägt man auf dem Lot in a nach oben $L_1 = ab = Oa$,

und nach unten — $L_1 = a c = O a$ an, so gilt der Strahl $O b$ für $\cos \varphi = 1$, da $\operatorname{tg}(a O b) = \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} 45^\circ$ oder $b = 1$ ist. Strahl $O c$ gibt dann $\cos \varphi = 0$ an, da $\operatorname{tg} a O c = -\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg}(-45^\circ)$ oder $b = -1$ ist. $O a$ ist die Richtung für $\cos \varphi = 0,5$, da $L_1 = 0$ und damit $\operatorname{tg} \beta = 0$ ist. Man zeichnet nun über $a b$

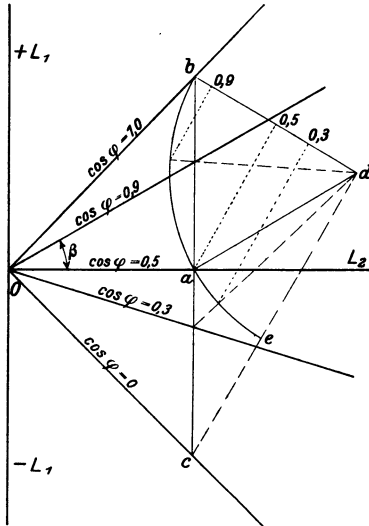


Fig. 79.

das gleichseitige Dreieck $a b d$, dann ist $b d = O a = L_2$ und der Kreis mit $d b$ um d , der durch a und e geht, der Einheitskreis aus Fig. 78. Will man jetzt die Strahlen für 0,9; 0,8; 0,7 usw. oder Zwischenstrahlen zeichnen, so teilt man die Einheitsstrecke $b d$ danach ein, geht zum Einheitskreis und zieht nach dem gefundenen Punkte des Einheitskreises von d aus einen Strahl, der die Linie $c b$ in einem Punkte schneidet, dessen Verbindung mit O den Strahl für den zugehörigen Wert von $\cos \varphi$ ergibt. (Diese Konstruktion ist für $\cos \varphi = 0,9$ und $\cos \varphi = 0,3$ ange-

gegeben.) Diese Strahlen trägt man vorteilhaft auf Millimeterpapier auf, um darin bequem und schnell die Werte für L_2 und L_1 einzzeichnen zu können.

Eine andere, jedoch nicht so einfache Methode ist von Radtke¹⁾ angegeben.

Stellt man die Gleichung $\cos \varphi = \frac{1+b}{2 \cdot \sqrt{1-b+b^2}}$ als Funktion von $\pm b$ in einem rechtwinkligen Koordinatensystem dar²⁾, so kann man aus der zur Abszisse L_2 symmetrischen Kurve $f(\cos \varphi, b)$ für das durch Messung gefundene Verhältnis $\frac{L_1}{L_2} = b$ den Leistungsfaktor $\cos \varphi$ auf der Ordinate entnehmen.

¹⁾ El. World. 1907, S. 129; Ann. d. El. 1907, S. 398 (Ref.).

²⁾ Zf E. 1903, Heft 18; El. u. M. Wien. 1907, S. 12.

Methode der drei Spannungsmesser.

Um die Leistung eines Wechselstroms zu messen, kann man auch obige Methode, wie sie von Swineburne, Ayrton und Sumpner angegeben ist, benutzen. Zu dem Zweck legt man den Verbrauchsapparat A (Fig. 80) mit einem bekannten induktionsfreien Widerstand R_1 in Reihe geschaltet an eine Wechselstromquelle E_3 und mißt die 3 Spannungen E_1 , E_2 und E_3 . Dann gilt für jeden Augenblick

$$E_{1t} + E_{2t} = E_{3t}.$$

Um daraus eine Gleichung für effektive Werte abzuleiten, quadriert man und erhält

$$E_{1t}^2 + E_{2t}^2 + 2 E_{1t} \cdot E_{2t} = E_{3t}^2, \text{ oder, da } E_1 = J_1 \cdot R_1 \text{ ist,}$$

$$2 J_{1t} \cdot R_1 \cdot E_{2t} = E_{3t}^2 - E_{1t}^2 - E_{2t}^2.$$

Durch Umformen der Ausdrücke nach der Formel

$$E^2 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T E_t^2 \cdot dt$$

ergibt sich:

$$2 \cdot R_1 \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_{1t} \cdot E_{2t} \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T E_{3t}^2 \cdot dt - \frac{1}{T} \cdot \int_0^T E_{1t}^2 \cdot dt - \frac{1}{T} \cdot \int_0^T E_{2t}^2 \cdot dt$$

oder

$$2 R_1 \cdot L = E_3^2 - E_1^2 - E_2^2,$$

woraus die in A verbrauchte Leistung

$$L = \frac{E_3^2 - E_1^2 - E_2^2}{2 R_1}$$

berechnet werden kann.

Behandeln wir die Aufgabe graphisch, so können wir, von dem gemeinsamen Strom J als Richtlinie ausgehend, die Spannungen ihrer Größe und Richtung nach, wie Fig. 81 zeigt, hinzeichnen. E_1 ist dabei in Phase mit J , E_2 ist um den $\sphericalangle \varphi$ gegen J voreilend verschoben, und E_3 ist als geometrische Summe von

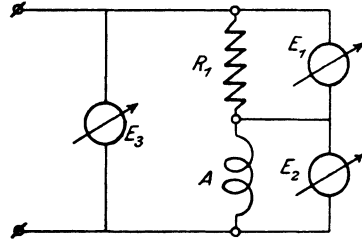


Fig. 80.

E_1 und E_2 die Schlußlinie des Diagramms. Daraus läßt sich folgende Beziehung ableiten:

$$E_3^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2 E_1 \cdot E_2 \cdot \cos \varphi.$$

Setzt man $E_1 = J \cdot R_1$, so wird

$$E_3^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2 R_1 \cdot J \cdot E_2 \cdot \cos \varphi = E_1^2 + E_2^2 + 2 R_1 \cdot L$$

oder

$$L = \frac{E_3^2 - (E_1^2 + E_2^2)}{2 R_1}.$$

Diese Methode ist insofern etwas umständlich, als neben der Unbequemlichkeit einer höheren Spannung E_3 ein regulierbarer induktionsfreier Widerstand für stärkere Ströme teuer und nicht immer zur Hand ist. Sie eignet sich jedoch ganz gut zur Messung des Leistungsverbrauchs der Spannungsspule von Zählern, wenn man ein Elektrometer dazu verwendet¹⁾. Besser ist folgende von Fleming vorgeschlagene

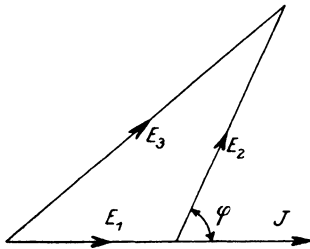


Fig. 81.

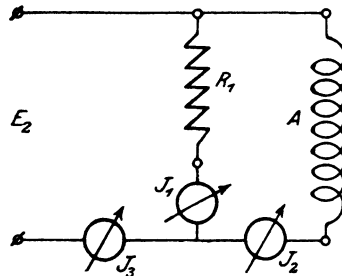


Fig. 82.

Methode der 3 Strommesser.

Hierbei schaltet man den induktionsfreien Widerstand R_1 parallel zum Stromverbraucher A (Fig. 82). Dann gilt für jeden Augenblick.

$$J_{3t} = J_{1t} + J_{2t},$$

oder nach Quadrierung

$$\begin{aligned} J_{3t}^2 &= J_{1t}^2 + J_{2t}^2 + 2 J_{1t} \cdot J_{2t} \\ &= J_{1t}^2 + J_{2t}^2 + 2 \frac{E_{2t}}{R_1} \cdot J_{2t}, \end{aligned}$$

da

$$J_{1t} = \frac{E_{2t}}{R_1} \text{ ist.}$$

¹⁾ ETZ. 1901, S. 98.

Nach Integrierung und entsprechender Umformung bzw. aus dem Diagramm (Fig. 83) erhält man die Leistung:

$$L = \frac{R_1}{2} \cdot [J_3^2 - (J_1^2 + J_2^2)].$$

Diese beiden Methoden können umso fehlerhafter werden, je größer der Phasenwinkel φ zwischen Strom und Spannung im Stromverbraucher wird. Da das Resultat außerdem am genauesten wird, wenn $E_1 = E_2$ bzw. $J_1 = J_2$ gewählt wird, so ist mit dieser Messung ein erheblicher Arbeitsverbrauch verbunden. Man kann diese Messungen dadurch vereinfachen, daß man die Summe und Differenz der Spannungen E_1 und E_2 mißt oder schließlich ein einziges als Differentialvoltmeter gebautes Instrument für die Messung beider Spannungen anwendet¹⁾.

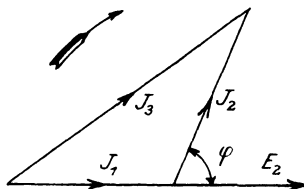


Fig. 83.

Um den **Leistungsfaktor** eines Wechselstromkreises zu bestimmen, kann man nach Lulofs²⁾ einen Leistungsmesser mit einer induktiven Spule im Spannungskreis benutzen.

30. Eichung eines ballistischen Galvanometers.

Ein ballistisches Galvanometer besitzt allgemein ein möglichst wenig gedämpftes schwingendes System, dessen einfache Schwingungsdauer T , d. h. die Zeit, welche zwischen 2 Umkehrpunkten liegt, verhältnismäßig groß ist ($T > 15$ sec für ungedämpfte, $T > 20$ sec für gedämpfte Schwingungen). Man benutzt es hauptsächlich zur Messung von Elektrizitätsmengen, die in so kurzer Zeit durch das Instrument fließen, daß das bewegliche System infolge des erlittenen Anstoßes erst dann sich zu bewegen beginnt, wenn die Elektrizitätsmenge bereits abgeflossen ist. Die Zeit $T' = \frac{T}{\pi}$ eines ungedämpften Ausschlags soll dabei > 5 sec sein. Für ein Nadelgalvanometer, dessen dauernder Ablenkungswinkel φ in Abhängigkeit von der Stromstärke J der Spule der

¹⁾ ETZ. 1902, S. 221.

²⁾ ETZ. 1908, S. 227.

Bedingung $J = c \cdot \operatorname{tg} \varphi$ genügt (wenigstens für $\varphi < 5^\circ$), kann man die hindurchgeflossene Elektrizitätsmenge bei ungedämpftem System

$$Q = 2c \cdot \frac{T}{\pi} \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \text{ cgs-Einh.}$$

setzen, worin φ dann den ersten ballistischen Ablenkungswinkel bedeutet.

Bei Drehspulengalvanometern mit Proportionalität zwischen Ablenkung φ und Stromstärke J gilt:

$$Q = c \cdot \frac{T}{\pi} \cdot \varphi \text{ cgs-Einh.}$$

Diese Gleichung genügt auch für Nadelgalvanometer bei genügend kleinen Winkeln φ .

Der Ablenkungswinkel φ ist gegeben durch die Anzahl der Skalenteile s bei einem Skalenabstand a (in Skalenteilen) aus der Gleichung $\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{s}{a}$. Da für kleine Winkel $\operatorname{tg} 2\varphi = 2 \operatorname{tg} \varphi \approx 2\varphi$ gesetzt werden kann, so wird $\varphi = \frac{s}{2a}$.

Da außerdem $J = c \cdot \varphi = \frac{c}{2a} \cdot s = c_1 \cdot s$ ist, so erhält man, wenn J in A gemessen wird,

$$Q = c \cdot \frac{T}{\pi} \cdot \frac{s}{2a} = c_1 \cdot \frac{T}{\pi} \cdot s \text{ C.}$$

Die Konstante $c_1 = \frac{J}{s}$ bezeichnet man als „statische“ und definiert sie als die Stromstärke in A , welche eine dauernde Ablenkung von 1 Skalenteil hervorruft.

Diese Betrachtungen sind unter der Voraussetzung abgeleitet, daß die Schwingungen isochron verliefen, d. h. ungedämpft waren. Im allgemeinen sind die Schwingungen jedoch schon durch den Luftwiderstand gedämpft und besonders bei Drehspulen-Galvanometern durch elektromagnetische Induktion bei Induktions- und Eisenuntersuchungen. Die Schwingungsbögen α oder Zeiten T nehmen dabei nach einer geometrischen Reihe ab, d. h. es ist $\frac{T_1}{T_2} = \frac{T_2}{T_3}$ usw. Das Verhältnis k zweier aufeinanderfolgender Schwingungszeiten T ist konstant und heißt das Dämpfungsverhältnis.

Somit wäre $\frac{T_1}{T_2} = k = \frac{T_2}{T_3}$ oder $\frac{T_1}{T_3} = k^2$ und allgemein $\frac{T_m}{T_n}$
 $= k^{n-m}$ oder $k = \sqrt[n-m]{\frac{T_m}{T_n}} = \sqrt[n-m]{\frac{\alpha_m}{\alpha_n}}$.

Den Logarithmus von k nennt man das logarithmische Dekrement, und zwar bezeichnet man $\log k = \lambda$, woraus

$$\ln k = \lambda = 2,3026 \cdot \lambda$$

folgt. Für gedämpfte Schwingungen ergibt sich die Elektrizitätsmenge

$$Q_d = Q \cdot k^{\frac{1}{\pi} \cdot \text{arc tg } \frac{\pi}{\lambda}} = c_1 \cdot \frac{T}{\pi} \cdot \left[k^{\frac{1}{\pi} \cdot \text{arc tg } \frac{\pi}{\lambda}} \right] \cdot s$$

oder

$$Q_d = c_b \cdot s.$$

Den Wert in der Klammer bezeichnet man als Dämpfungsfaktor K . Ist $K \leq 2$, so kann man den Faktor $K = 1 + 1,16 \cdot \log k$ setzen und damit

$$Q_d = c \cdot \frac{T}{\pi} \cdot s \cdot (1 + 1,16 \cdot \log k).$$

Ist $k \leq 1,1$, so wird $K = \sqrt{k}$ und daraus

$$Q_d = c_1 \cdot \frac{T}{\pi} \cdot s \cdot \sqrt{k}.$$

Zur Berechnung der ballistischen Konstanten

$$c_b = c_1 \cdot \frac{T}{\pi} \cdot \left[k^{\frac{1}{\pi} \cdot \text{arc tg } \frac{\pi}{\lambda}} \right]$$

ist es notwendig, die Schwingungsdauer T in sec für ungedämpftes System, sowie k bezogen auf unendlich kleine Bögen zu bestimmen.

Zu dem Zweck ermittelt man erst die Schwingungsdauer T_d bei Dämpfung, indem man die Zeit t feststellt, in welcher n Schwingungen ausgeführt werden, dann ist

$$T_d = \frac{t}{n} \text{ sec.}$$

Für langsame Schwingungen empfiehlt es sich dabei, die Zeitpunkte zu bestimmen, in denen das bewegte System durch die Ruhelage geht.

Die genauere Bestimmung von T_d zeigt ein Beispiel, bei dem folgende Beobachtungen der Durchgangszeiten durch die Ruhelage gemacht worden sind:

Durchgang	Zeit	Differenz
1	0,0''	
2	8,0''	8,0 sec.
3	14,6''	6,6
4	22,4''	7,8
5	29,2''	6,8
6	37,0''	7,8
7	43,8''	6,8
8	51,7''	7,9
		51,7 sec

Daraus würde sich ergeben:

$$t = 51,7 \text{ sec} \quad n = 7$$

oder I. $T_d = \frac{51,7}{7} = 7,38 \text{ sec.}$

Ein Fehler in der Ablesung von t läßt sich dabei schwer beseitigen.

Oder man teilt eine gerade Anzahl von Beobachtungen in zwei Gruppen und bildet die Differenz der in jeder Gruppe gleich gelegenen Werte, hier z. B.

$$\left. \begin{array}{l} 5-1 = 29,2 \text{ sec} \\ 6-2 = 29,0 \text{ ,,} \\ 7-3 = 29,2 \text{ ,,} \\ 8-4 = 29,3 \text{ ,,} \\ \hline \text{Summe} = 116,7 \text{ sec} \end{array} \right\} \text{Mittelwert: } t = \frac{116,7}{4} = 29,175 \text{ sec.}$$

Diese Zeit t umfaßt zwischen dem 1. und 5. Durchgang $n = 4$ Schwingungen, somit ist der genauere Wert.

$$\text{II. } T_d = \frac{29,175}{4} = 7,26 \text{ sec.}$$

Bildet man statt der Differenz das Mittel zwischen zwei symmetrisch zur Mitte gelegenen Beobachtungen, so erhält man die Zeit zwischen 2 Umkehrpunkten, also

$$\begin{array}{ll} 4 \div 5) \quad \frac{22,4 + 29,2}{2} = 25,8 & 3 \div 6) \quad \frac{14,6 + 37}{2} = 25,8 \\ 2 \div 7) \quad \frac{8 + 43,8}{2} = 25,9 & 1 \div 8) \quad \frac{0 + 51,7}{2} = 25,85. \end{array}$$

Das Mittel ist 25,84 sec.

Man läßt nun das Galvanometer, ohne abzulesen, weiter schwingen und beginnt mit einer Ablenkung nach derselben Seite wie bei der ersten Messung eine neue Reihe von 8 Schwingungen zu beobachten, wofür sich eine mittlere Zeit von 113 sec für einen neuen Umkehrpunkt ergeben möge. Dann liegt zwischen beiden Umkehrpunkten eine Zeit $t = 113 - 25,84 = 87,16$ sec. Bei einer Schwingungsdauer von ca. 7,3 sec muß die gerade Anzahl von $n = \frac{87,16}{7,3} \approx 12$ Schwingungen dazwischen liegen,

woraus dann

$$\text{III. } T_d = \frac{t}{n} = \frac{87,16}{12} = 7,263 \text{ sec}$$

folgt. Dazu findet man T für ungedämpfte Schwingungen aus

$$T = \frac{T_d}{\sqrt{1 + \left(\frac{\Lambda}{\pi}\right)^2}}.$$

Wegen der Reduktion auf sehr kleine Bögen ist ferner bei Nadelgalvanometern (mit erdmagnetischer Direktionskraft) eine Korrektur anzubringen nach der Gaußschen Formel:

$$T_{d_0} = T_d \cdot \left(1 - \frac{\alpha_m^2}{256 \cdot a^2}\right),$$

worin α_m die mittlere Ablenkung von allen bei der Bestimmung von T_d abgelesenen ist. Bei Drehspulengalvanometern ist diese Korrektur nicht notwendig, da die Schwingungsdauer T_d bei einem durch Torsion bewegten System von der Amplitude der Schwingungen unabhängig ist.

Das Dämpfungsverhältnis k bestimmt man nicht aus 2 Ablesungen allein, sondern vorteilhaft aus einer geraden Anzahl von Beobachtungen in folgender Weise:

$\alpha_1 = 240$	$\alpha_4 = 87,5$	} Aus den Skalenablesungen α_s reduziert auf Bogenmaß nach der Gleichung:
$\alpha_2 = 171$	$\alpha_5 = 62,0$	
$\alpha_3 = 122$	$\alpha_6 = 44,5$	
$\alpha = \alpha_s \cdot \left(1 - \frac{1}{3} \frac{\alpha_s^2}{a^2}\right).$		

Hieraus findet man:

$\frac{\alpha_1}{\alpha_4} = k^3 = 2,74$	} Mittel: $k = 1,401.$
$\frac{\alpha_2}{\alpha_5} = k^3 = 2,76$	
$\frac{\alpha_3}{\alpha_6} = k^3 = 2,74$	
$k = 1,400$	

Weil nun das Dämpfungsverhältnis für Solenoidgalvanometer vom Widerstande des Galvanometerkreises und den in demselben notwendigerweise vorhandenen Eisenmassen (Torroid, Schlußjoch) abhängig ist, so ist es zweckmäßig, für verschiedene Widerstände des Schließungskreises das Dämpfungsverhältnis k zu bestimmen und aus den Werten von k als Ordinaten und den Widerständen des Schließungskreises R als Abszissen die Dämpfungs-kurve $f(k, R)$ aufzustellen.

Eine ausführliche Theorie des ballistischen Drehspulengalvanometers ist von Diesselhorst¹⁾ angegeben worden.

Methoden zur Bestimmung von c_b .

Nach der Gleichung $c_b = \frac{Q}{s}$ ist c_b definiert als die Elektrizitätsmenge, welche 1 Skalenteil Ablenkung hervorruft. Es ist daher nur notwendig, durch eine bekannte Elektrizitätsmenge Q eine ballistische Ablenkung s zu erzeugen.

a) Mittels Induktionsspule.

Eine im Verhältnis zum Durchmesser d sehr lange Spule ohne Eisen von der Länge l ($> 25 d$) und dem Querschnitt F cm² sei mit einer Lage von w_1 Windungen bewickelt. Über der Mitte liegt eine dicht umschließende schmale Sekundärspule von w_2 Windungen, die an das ballistische Galvanometer angeschlossen wird. Führt die lange Primärspule einen Strom J_1 A, so wird beim Kommutieren auf $-J_1$ in der Zeit $0 \div t$ das Galvanometer eine Ablenkung s erleiden.

Infolge der von der langen Spule in der Mitte erzeugten Feldstärke

$$\mathfrak{H} = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{J_1 \cdot w_1}{l} \quad \text{G}$$

wird die Sekundärspule von einer magnetischen Kraftlinienzahl

$$\mathfrak{N} = F \cdot \mathfrak{H} = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{J_1 \cdot w_1 \cdot F}{l} \quad \text{M}$$

getroffen. Beim Kommutieren entsteht dann in ihr eine EMK

$$\begin{aligned} \text{I. } E_t &= -w_2 \cdot \frac{d\mathfrak{N}}{dt} \cdot 10^{-8} = -\frac{4\pi}{10} \cdot \frac{F \cdot w_1 \cdot w_2}{l} \cdot 10^{-8} \cdot \frac{dJ_1}{dt} \\ &= -\mathfrak{E}_g \cdot \frac{dJ_1}{dt} \quad \text{V.} \end{aligned}$$

¹⁾ Ann. d. Ph. 1902, S. 458.

Diese erzeugt in dem Widerstande R_2 einen Strom J_{2t} , entsprechend der Gleichung

$$\text{II. } E_t = J_{2t} \cdot R_2 + \mathfrak{S}_2 \cdot \frac{dJ_2}{dt}$$

Aus I und II folgt:

$$- \mathfrak{S}_g \cdot dJ_1 = R_2 \cdot J_{2t} \cdot dt + \mathfrak{S}_2 \cdot dJ_2.$$

Für den Zeitraum $0 \div t$ ist dann

$$- \mathfrak{S}_g \cdot \int_{+J_1}^{-J_1} dJ_1 = R_2 \cdot \int_0^t J_{2t} \cdot dt + \mathfrak{S}_2 \cdot \int_0^o dJ_2$$

oder

$$\mathfrak{S}_g \cdot 2J_1 = R_2 \cdot Q,$$

woraus folgt:

$$Q = \frac{2 \cdot \mathfrak{S}_g \cdot J_1}{R_2} = c_b \cdot s$$

oder

$$c_b = \frac{2 \cdot \mathfrak{S}_g \cdot J_1}{R_2 \cdot s}.$$

Aus dieser Gleichung ersieht man, daß c_b von R_2 abhängig ist, und daß man auch zwei beliebige Spulen, deren gegenseitiger Induktionskoeffizient \mathfrak{S}_g (Henry) konstant und bekannt ist, zur Eichung des Galvanometers benutzen kann. Solche Spulen sind von Searle¹⁾ und Campbell²⁾ angegeben worden.

b) Mittels Kondensators.

Man lädt einen Kondensator ohne Rückstandsladung (Luft- oder Glimmerdielektrikum) von bekannter Kapazität C mit einer genau bestimmten Spannung E und entlädt ihn sogleich auf das ballistische Galvanometer, wobei die erste Ablenkung s (reduziert auf kleine Bögen) auftreten möge. Dann ist die aufgenommene Elektrizitätsmenge

$$Q = C \cdot E = c_{b0} \cdot s$$

oder

$$c_{b0} = \frac{C \cdot E}{s}.$$

Diese Konstante gilt, solange der Galvanometerwiderstand nicht 100 000 Ω übersteigt, für die geringste Dämpfung k_0 , als wenn der Galvanometerkreis offen wäre.

¹⁾ El. 1905, S. 318.

²⁾ Proc. Phys. Soc. London, 1908, S. 69; Phil. Mag. 1908, S. 155; Z f I. 1908, S. 222 (Ref).

Arbeitet das Instrument bei einer Messung mit dem Dämpfungsfaktor k , so wird die dafür gültige Konstante

$$c_b = c_{b_0} \cdot \frac{k}{k_0}.$$

c) Mit konstantem Magnetfeld.

Zwei Magnetstäbe von gleicher Kraftlinienzahl \mathfrak{N} (Maxwell) sind mit gleichnamigen Polen bei gemeinsamer Achsenrichtung einander bis auf einen kurzen Zwischenraum gegenübergestellt. Von Mitte zu Mitte der Stäbe läßt sich darüber eine Spule von w_2 Windungen verschieben. Bei schneller Bewegung der Spule erhält man dann in einem angeschlossenen Galvanometer die Ablenkung s bei einem Widerstande R_2 des Galvanometerkreises. Dann gilt die Beziehung:

$$E_t = -w_2 \cdot \frac{d\mathfrak{N}}{dt} \cdot 10^{-8} = J_{2t} \cdot R_2 + \mathfrak{E}_2 \cdot \frac{dJ_2}{dt},$$

$$\text{oder } \int_0^t E_t \cdot dt = -w_2 \cdot 10^{-8} \cdot \int_{+\mathfrak{N}}^{-\mathfrak{N}} d\mathfrak{N} = R_2 \cdot \int_0^t J_{2t} \cdot dt + \mathfrak{E}_2 \cdot \int_0^o dJ_2,$$

woraus folgt

$$w_2 \cdot 10^{-8} \cdot 2\mathfrak{N} = R_2 \cdot Q = R_2 \cdot c_b \cdot s$$

oder

$$c_b = \frac{2 \cdot w_2 \cdot \mathfrak{N}}{R_2 \cdot s} \cdot 10^{-8}.$$

31. Vergleichung von Kapazitäten (ballistisch).

Mit einem Normalkondensator von der Kapazität C_1 kann man die Kapazität C_2 eines anderen bestimmen, indem man beiden Kondensatoren mit derselben Spannung E die Elektrizitätsmenge Q_1 und Q_2 mitteilt. Dann ist

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{C_1 \cdot E}{C_2 \cdot E} = \frac{C_1}{C_2}.$$

Entlädt man dann beide Kondensatoren durch ein ballistisches Galvanometer, so ist die Elektrizitätsmenge proportional der Ablenkung α , oder $Q_1 = c \cdot \alpha_1$ und $Q_2 = c \cdot \alpha_2$. Daraus folgt:

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{c \cdot \alpha_1}{c \cdot \alpha_2} = \frac{C_1}{C_2}$$

oder

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}.$$

Vor dem Versuch muß jedoch die Proportionalitätsgrenze festgestellt werden, indem man den Normalkondensator an verschiedene Spannungen legt; dann müssen bei Entladung die Ablenkungen den Spannungen proportional sein. Andernfalls muß die Eichkurve $f(Q, \alpha)$ bestimmt werden.

Besitzt der zu messende Kondensator die Eigenschaft der dielektrischen Absorption oder Rückstandsladung, so kann bei längerem Schließen des Entladekreises infolge des Rückstandes eine zu große Ablenkung des Galvanometers auftreten. Um Fehler zu vermeiden, hat Zeleny¹⁾ einen Schlüssel konstruiert, mit Hilfe dessen man imstande ist, die Entladung schnell nach Abschalten von der Stromquelle vorzunehmen und außerdem die Zeitdauer einzustellen, welche für die richtige Entladung der „freien“ Elektrizitätsmengen erforderlich ist. Man wählt dabei eine Entladedauer, die zwischen anderen Zeiten gelegen ist, für welche dieselben Ablenkungen auftreten. Die einzelnen Kontakte können auch durch ein Pendel nacheinander hergestellt werden.

Sobald man für die Messung von Kapazitäten und Induktivitäten Gleichstrom verwendet, sind die gewonnenen Resultate nicht ohne weiteres für Wechselstrom richtig. Infolge der Ladungen und dielektrischen Absorption sowie Vergrößerung des Leitungswiderstandes durch ungleichmäßige Stromdichte über den Leiterquerschnitt, durch Induktion und magnetische Hysteresis zeigen sich bisweilen große Unterschiede bei verschiedenen Stromarten und Frequenzen. Man soll daher, soweit es zugänglich ist, Gebilde mit Kapazitäts- oder Induktionswirkungen mit derjenigen Stromart und Frequenz untersuchen, mit der sie normalerweise arbeiten. Zeigen die zu messenden Größen keine oder nur eine geringe Abhängigkeit von der Frequenz, so ist die Kenntnis derselben bei den vergleichenden oder Relativmessungen nicht erforderlich. Nur bei absoluten Messungen ist es notwendig, die Periodenzahl dem Gebilde anzupassen und während des Versuchs konstant zu halten. Das kann dadurch geschehen, daß man die Periodenzahl durch eine in der Tonhöhe veränderliche Stimmgabel mißt, indem man sie auf einen durch den Wechselstrom erzeugten Ton reguliert. Änderungen der Frequenz zeigen sich sogleich durch das Entstehen

¹⁾ Phys. Rev. 1906, S. 65.

von Schwebungen an. Annähernd kann die Frequenz auch durch ein Resonanzrohr nach Schmidt¹⁾ ermittelt werden, das man auf ein Telephon aufsetzt. Die Frequenz ist aus der Länge der im Innern des Rohres entstehenden Kundtschen Staubfiguren zu entnehmen.

Erzeugt man den Wechselstrom in Maschinen oder durch Vermittlung rotierender Unterbrecher, so braucht man nur die Drehzahl zu messen und konstant zu halten. Dafür ist von Rosa²⁾ eine Methode angegeben, um die Tourenzahl eines Generators genau zu messen und auf Konstanz einzustellen.

Eine selbsttätige Einrichtung zur Konstanthaltung der Drehzahl ist nach dem von Helmholtz³⁾ angegebenen Prinzip eines Zentrifugalregulators von Giebe⁴⁾ in der Reichsanstalt konstruiert worden. Nach den damit angestellten Versuchen ist die Konstanthaltung der Drehzahl bis auf einige Hunderttausendstel möglich. Ebenfalls sind von ihm (a. a. O.) ausführliche Angaben über die Theorie gemacht worden.

Für die Kapazitäts- und Induktivitätsmessungen sollen nun Angaben über geeignete Stromquellen und Meßapparate gemacht werden.

a) Stromquellen.

Außer den in Nr. 19 angegebenen Hochfrequenz-Stromquellen kommen zur Erzeugung periodischer Ströme noch folgende in Betracht.

Der Saitenunterbrecher⁵⁾ ist zuerst von M. Wien⁶⁾ für die Messungen eingeführt und mit einigen Änderungen nach Angaben von Orlich⁷⁾ in der PTR im Gebrauch. Er besitzt eine Kupfersaite, die in einem starken Magnetfelde angeordnet ist und beim Stromdurchgang so weit gehoben wird, daß zwei an ihr befindliche, in Quecksilber tauchende Kontakte geöffnet werden und dadurch der Primärkreis eines Induktoriums stromlos wird.

1) Ann. d. Ph. 1902, S. 225.

2) Bull. Bur. Stand. 1907, S. 557.

3) Müller-Pouillet, Lehrb. der Phys., bearb. v. Pfaundler. 8. Aufl. 1881. Bd. III, S. 505.

4) Z f I. 1909, S. 152 u. 205.

5) Zu beziehen von den Land- und Seekabelwerken Köln-Nippes.

6) Wied. Ann. 1891, S. 598.

7) Z f I. 1904, S. 126.

Gegenüber den gewöhnlichen Hammerunterbrechern bleibt hierbei die Periodenzahl konstant und kann außerdem bis etwa 500 verändert werden. Infolge der Stromunterbrechung bildet sich jedoch kein sinusförmiger Wechselstrom aus.

Ein ähnlich gebauter Apparat ist von Cohen¹⁾ angegeben worden.

Vorteilhafter zur Erzeugung reiner Sinusströme ist der von Siemens & Halske gebaute Summerformer²⁾ nach der Konstruktion von Dolezalek (Fig. 84).

Seine Wirkungsweise besteht darin, daß durch das unter der Membran *M* befindliche Beutelmikrophon *B* Widerstands- und damit Stromänderungen in der Primärspule *P* hervorgerufen werden, welche in der Sekundärspule *S*, an die der Verbrauchskreis angeschlossen ist (gestrichelt), Ströme von Sinusform erzeugen. Die über dem Stahlzylinder *R* liegende Spule *s* verstärkt die Bewegungen der Membran. Der Summer arbeitet daher nur bei geschlossenem Sekundärkreis. Die Frequenz kann durch verschieden dicke Membranen zwischen 300 bis 900 gewählt werden.

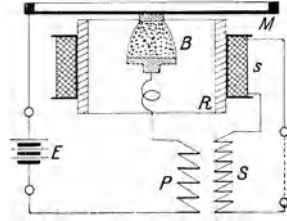


Fig. 84.

b) Meßapparate.

Außer dem bei Wechselstrommessungen allgemein benutzten Telephon kann man Instrumente anwenden, die eine nicht auf das weniger empfindliche Ohr, sondern auf das Auge wirkende Beobachtung zulassen. Zu diesen gehört das von Fröhlich³⁾ angegebene und von M. Wien⁴⁾ verbesserte optische Telephon. Hierbei werden durch die magnetischen Wirkungen der Wechselströme elastische Transversalschwingungen einer Membran erzeugt, die durch Spiegel und Lichtstrahl sichtbar gemacht werden. Das Abstimmen des Instruments ist verhältnismäßig umständlich.

Ein bequemeres Instrument ist das Vibrationsgalvano-

1) Phil. Mag. 1908, S. 480; Z f I. 1909, S. 380.

2) Siemens & Halske, Druckschrift 105; Z f I. 1909, S. 242.

3) ETZ. 1889, S. 65.

4) Wied. Ann. Neue Folge 1891, S. 593 und 681.

meter von Rubens¹⁾. Es besitzt eine Stahlsaite von $0,1 \div 0,3$ mm Dicke, die in einem vertikalen Rahmen straff gespannt ist. In der Mitte trägt sie das aus 20 übereinander liegenden, ca. $6 \div 8$ mm langen, 0,35 mm dicken Eisendrähten bestehende schwingende System. Zur Magnetisierung der Nadeln dienen zwei Hufeisenmagnete, deren gleichnamige Pole nebeneinander liegen, und die auf ihren Polschuhen aus weichem Eisen die vom Wechselstrom durchflossenen Spulen tragen. Dadurch wird ein gegenüberliegendes Polpaar abwechselnd verstärkt, das andere geschwächt, so daß die Saite und mit ihr ein Spiegel Schwingungen ausführt, deren Amplitude ein Maß für die Stromstärke ist.

Vor dem Gebrauch muß der Apparat zur Erzielung der höchsten Empfindlichkeit auf Resonanz zwischen Eigenschwingung und Frequenz des Wechselstromes durch entsprechende Spannung der Saite eingestellt werden. Dabei zeigt es die vorteilhafte Eigenschaft, nur auf eine Frequenz anzusprechen. Bei nicht sinusförmigem Wechselstrom zeigt es daher die höheren Harmonischen nicht an, sobald es auf die Grundwelle abgestimmt ist. Es eignet sich etwa für 50 bis 500 Per/sec. Für höhere Frequenzen bis ca. 4000 benutzt man die von M. Wien²⁾ angegebene Form mit ca. 3 mm langen Nadeln, die in dem Spalt eines aus dünnem Eisendraht hergestellten ringförmigen Elektromagneten hängen. Die Schwingungen werden sichtbar gemacht durch das zu einem breiten Lichtbände ausgezogene Bild eines hell erleuchteten Spaltes. 1 mm Bildverbreiterung bei 1 m Spaltabstand entspricht etwa einem Strom von $3 \cdot 10^{-7}$ A bei 500 und $6 \cdot 10^{-5}$ A bei 4000 Per/sec. Ein Apparat mit Bifilarsystem ist von Campbell³⁾ angegeben. Schließlich eignen sich auch die Oszillographen [von Blondel, Duddell⁴⁾, Siemens & Halske⁵⁾] mit Nadel- oder Bifilarsystem zur Messung, solange dieses nicht durch Öl gedämpft und seine Eigenfrequenz gleich der des verwendeten Wechselstromes ist.

Zur genauen Messung kleiner Kapazitäten hat die Telefunken-Gesellschaft eine besondere Wechselstrommeßbrücke konstruiert⁶⁾.

¹⁾ Wied. Ann. 1895, S. 27; ETZ. 1896, S. 111.

²⁾ Ann. d. Ph. 1901, S. 439.

³⁾ Phil. Mag. 1907, S. 494.

⁴⁾ El. 1897, S. 636, Bd. 39.

⁵⁾ Druckschrift Nr. 126.

⁶⁾ ETZ. 1904, S. 526.

32. Vergleichung von Kapazitäten durch Kompensation (W. Thomson).

Die miteinander zu vergleichenden Kondensatoren werden mit einer Batterie E , einem ballistischen Galvanometer G , zwei induktionsfreien Widerständen R_1 und R_2 und 4 Stromschlüsseln S zu folgender Schaltung vereinigt (Fig. 85).

Werden die Schlüssel S_2 und S_3 (am besten von der Zelenyschen Form) heruntergedrückt, so nehmen die Kondensatoren die Ladungen

$$Q_1 = C_1 \cdot (V_1 - V) \text{ und} \\ Q_2 = C_2 \cdot (V - V_2)$$

auf. Schließt man S_4 und legt dann S_2 und S_3 an den oberen Kontakt, so entladen sich die Kondensatoren. Ist nun $Q_1 = Q_2$ gewesen, so zeigt das Galvanometer keine Ablenkung, und es folgt daraus:

$$C_1 \cdot (V_1 - V) = C_2 \cdot (V - V_2) \text{ oder I. } \frac{C_1}{C_2} = \frac{V - V_2}{V_1 - V}.$$

Bei dem Strom J , der beide Widerstände R_1 und R_2 durchfließt, muß außerdem die Gleichung bestehen

$$[J =] \frac{V_1 - V}{R_1} = \frac{V - V_2}{R_2}$$

oder II.
$$\frac{V - V_2}{V_1 - V} = \frac{R_2}{R_1}.$$

Aus Gleichung I und II ergibt sich durch Gleichsetzen:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{R_2}{R_1}.$$

Diese Messung hat gegenüber derjenigen von de Sauty (Nr. 33) den Vorteil, daß hier die Lade- und Entladedauer beliebig groß gewählt werden kann, während dort jeder Kondensator gleichlange geladen wird, wodurch bei Kondensatoren mit verschiedenem Dielektrikum und damit verschieden großen Rück-

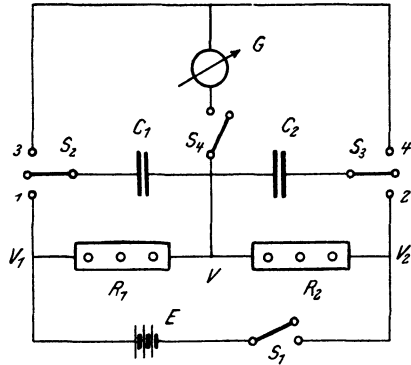


Fig. 85.

stands-ladungen (elektrische Absorption) leicht Fehler auftreten können. Vorteilhaft ist es dabei, die drei Taster S_2, S_3, S_4 durch einen selbsttätigen Schalter zu ersetzen, der unter der Bezeichnung Heimscher Schlüssel¹⁾ bekannt ist. Das modifizierte Schema desselben in die Ebene abgewickelt mit der Schaltung zeigt folgende Fig. 86.

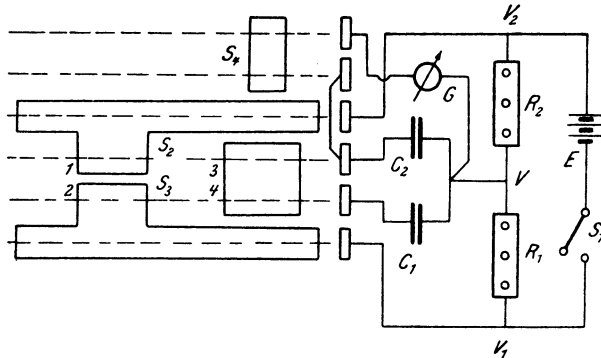


Fig. 86.

Bei dem nach dieser Schaltung ausgeführten Apparat ist der Kontaktstreifen S_4 auf einem gegen die Kontakte S_2 und S_3 ver-drehbaren Zylinder angebracht, so daß man auf diese Weise durch geeignete Einstellung von S_4 auch Kondensatoren verschiedener Entladedauer und Rückstands-ladung ohne Fehler miteinander vergleichen kann. Die richtige Stellung ist dann vorhanden, wenn vor der Abgleichung bei ganz langsamem Drehen des Schalters die Ablenkung des Galvanometers am kleinsten im Verhältnis zu anderen Stellungen ist.

33. Vergleichung von Kapazitäten (de Sauty).

Der Normalkondensator mit der Kapazität C_1 und der zu vergleichende C_2 werden mit den induktionsfreien Widerständen R_1 und R_2 nach dem Schema (Fig. 87) zu einer Wheatstoneschen Brückenkombination geschaltet. Der Schalter S wird an den Kontakt 2 gelegt, dann laden sich die Kondensatoren. Durch Um-legen von S nach dem Kontakt 1 werden die Kondensatoren ent-

¹⁾ ETZ 1890, S. 556.

laden. Sind R_1 und R_2 so abgeglichen, daß bei Ladung und Entladung das Galvanometer G keine Ablenkung zeigt, so muß das Potential $V_1 = V_2$ sein. Dann ist:

$$V_1 - V = \frac{Q_1}{C_1} \quad \text{und} \quad V_2 - V = \frac{Q_2}{C_2}.$$

Darin bedeuten Q die Elektrizitätsmengen. Da die linken Seiten der beiden Gleichungen gleich sind, so muß auch

$$\text{I.} \quad \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2}$$

sein. Andererseits muß, wenn die Ströme J_1 bzw. J_2 sind, aus $V_3 - V_1 = J_1 \cdot R_1$ und $V_3 - V_2 = J_2 \cdot R_2$ auch $J_1 \cdot R_1 = J_2 \cdot R_2$ sein, da $V_1 = V_2$ ist. Multipliziert man diese Gleichung mit dt und integriert für die Zeit 0 bis t , so erhält man

$$R_1 \cdot \int_0^t J_{1t} \cdot dt = R_2 \cdot \int_0^t J_{2t} \cdot dt.$$

Darin stellen die Integrale die von den Kondensatoren aufgenommenen Elektrizitätsmengen dar, so daß man auch schreiben kann:

$$\text{II.} \quad R_1 \cdot Q_1 = R_2 \cdot Q_2.$$

Aus den Gleichungen I und II ergibt sich die Beziehung

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{C_2}{C_1}$$

oder

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{R_2}{R_1}.$$

Zur Verfeinerung der Messung benutzt man außerdem statt des Stromschlüssels S einen rotierenden Doppelkommutator oder Sekohmmeter nach Ayrton und Perry¹⁾.

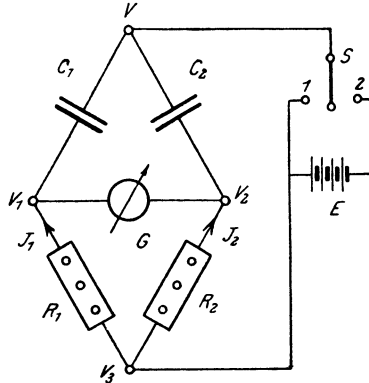


Fig. 87.

¹⁾ ETZ. 1896, S. 483.

Der Apparat enthält zwei gegeneinander um einen kleinen Winkel verschobene Stromwender, $B.S.$ und $G.S.$ für Batterie und Galvanometer, die auf gemeinsamer Welle sitzen (Fig. 88). Der erste Stromwender verwandelt den Gleichstrom in Wechselstrom, während der zweite den zum Galvanometer fließenden Strom wieder gleichrichtet, so daß sich die Wirkungen der Stromstöße addieren, wenn die Brücke nicht stromlos ist. Man legt dabei das Element E an $a \div b$ und $V \div V_3$ an $1 \div 2$. V_1

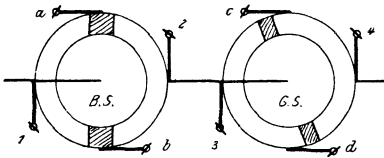


Fig. 88.

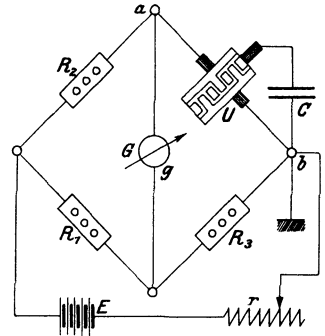


Fig. 89.

und V_2 wird mit 3 und 4 verbunden und das Galvanometer an $c \div d$ angeschlossen.

An Stelle der Batterie E legt man besser eine Wechselstromquelle und ersetzt G durch ein Telephon oder Vibrationsgalvanometer. Bei Kondensatoren mit starker dielektrischer Absorption kann es möglich sein, daß in der Regel ein Schweigen des Telefons oder Ruhelage des Galvanometers nicht erzielt werden kann. Eingehende Untersuchungen über die Fehlerquellen dieser Messung sind von Grover¹⁾ gemacht worden und von Rosa²⁾ Methoden zur Beseitigung derselben angegeben worden.

34. Absolute Messung einer Kapazität (Maxwell — J. J. Thomson)³⁾.

Es ist die genaueste und sicherste Methode, die Kapazität von Kondensatoren mit etwa $\frac{1}{100} \%$ Genauigkeit zu bestimmen. Nach Fig. 89 legt man den zu messenden Kondensator C unter

¹⁾ Bull. Bur. Stand. 1907, S. 371.

²⁾ Bull. Bur. Stand. 1907, S. 389.

³⁾ Zf I. 1901, S. 112; 1906, S. 35; Bull. Bur. Stand. 1905, S. 153.

Zwischenschaltung eines rotierenden Umschalters U nach Kurlbaum und Jäger¹⁾ oder in der verbesserten Form von Giebe²⁾ in den vierten Zweig einer Wheatstoneschen Brücke mit den induktionsfreien Widerständen $R_1 R_2 R_3$. Als Stromquelle benutzt man einen Akkumulator E (ca. $16 \div 20$ V) mit Regulierwiderstand r . Die Konstanz der Unterbrechungszahl wird durch einen Tourenregler nach Giebe³⁾ gewahrt. Die Erdung des Punktes b dient dazu, die Messung von der Kapazität gegen die Umgebung unabhängig zu machen.

Werden die Widerstände so abgeglichen, daß das Galvanometer G keine Ablenkung zeigt, dann gilt nach J. J. Thomson⁴⁾

$$C = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{R_1}{R_2 \cdot R_3} \cdot F,$$

worin

$$F = \frac{1 - \frac{R_1^2}{(R_1 + R_2 + r) \cdot (R_1 + R_3 + g)}}{\left[1 + \frac{R_1 \cdot r}{R_2 \cdot (R_1 + R_2 + r)} \right] \cdot \left[1 + \frac{R_1 \cdot g}{R_2 \cdot (R_1 + R_3 + g)} \right]}$$

nahezu gleich 1 gesetzt werden kann, wenn man den Galvanometerwiderstand g klein ($< 200 \text{ } \ominus$), w_1 klein gegen $\frac{1}{\nu \cdot C}$ und $\frac{w_1}{w_2} = \frac{1}{10} \div \frac{1}{100}$ macht. ν ist die Zahl der Ladungen und Entladungen in einer Sekunde durch den Unterbrecher U . Die Ableitung der Formel ist folgende:

Bei jeder Ladung und Entladung des Kondensators bewegt sich eine Elektrizitätsmenge $Q = C \cdot E$. Es fließt daher zwischen den Punkten $a \div b$ bei ν Per/sec ein mittlerer Strom $J_{mi} = \frac{Q}{T} = \nu \cdot C \cdot E$. Derselbe Strom würde auch auftreten, wenn man den Kondensator durch einen Widerstand R_4 und die Verzweigung zwischen $a \div b$ (einschließlich g und r) durch R ersetzte. Dafür bestände dann die Beziehung:

$$J_{mi} = \frac{E}{R_4 + R} = \nu \cdot C \cdot E$$

oder

$$\text{I. } R_4 = \frac{1}{\nu \cdot C} - R.$$

¹⁾ Z f I. 1906, S. 325.

²⁾ Z f I. 1909, S. 274.

³⁾ Z f I. 1909, S. 205.

⁴⁾ Phil. Tr. Roy. Soc. London. 1883, S. 707.

Sobald das Galvanometer keine Ablenkung zeigt, gilt ferner

$$\text{II. } R_4 = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1}.$$

Aus I und II folgt somit:

$$C = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{1}{\frac{R_2 \cdot R_3}{R_1} + R} = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{R_1}{R_2 \cdot R_3} \cdot \left(\frac{1}{1 + \frac{R \cdot R_1}{R_2 \cdot R_3}} \right),$$

worin der Klammerausdruck als Korrektionsglied gleich F gesetzt werden kann.

Die Methode hat den Vorzug, daß irgendwelche geringen Werte von Selbstinduktion und Kapazität in den Widerständen und Leitungen der Brücke ohne Einfluß auf das Resultat sind, solange sie die Ladung des Kondensators nicht merklich verzögern.

Um Fehler durch unvollständige Ladung der Kondensators zu vermeiden, muß der rotierende Kontaktgeber U so dimensioniert sein, daß die Ladezeit t zur Dauer $T = \frac{1}{\nu}$ einer Periode groß ist.

Dieses Verhältnis $\frac{t}{T}$ läßt sich nach Diesselhorst¹⁾, der auch einen allgemeinen Beweis der Methode angegeben hat, durch eine Messung feststellen. In diesem Fall ist dann

$$C = \frac{\frac{1}{\nu} \cdot \frac{R_1}{R_2 \cdot R_3} \cdot F}{1 - e^{-\frac{t}{T} \cdot \frac{1}{1-F}}}.$$

Inwieweit unvollkommene Isolation des Kondensators und Unterbrechers, Temperatur und Luftdruck Fehler hervorrufen, hat Giebe²⁾ analytisch dargelegt und durch Messungen erläutert.

35. Absolute Messung einer Kapazität. (Mittels Differentialgalvanometers)³⁾.

Man schaltet den Kondensator C unter Benutzung des in Nr. 34 angegebenen Unterbrechers U nach Fig. 90 an die eine Spule g_1 eines Differentialgalvanometers und an eine Gleichstrom-

¹⁾ Ann. d. Ph. 1906, S. 382.

²⁾ Z f I. 1909, S. 269 und 310.

³⁾ Bull. Bur. Stand. 1907, S. 433; Z f I. 1908, S. 312 (Ref.).

quelle E , während die Spule g_2 über die veränderlichen Widerstände R_1 R_2 R_3 direkt mit Gleichstrom gespeist wird.

Nachdem das Galvanometer auf die Bedingung 1 (Messung Nr. 4) eingestellt ist, wird der Kondensator durch den Unterbrecher U in der Sekunde ν mal geladen und entladen und gleichzeitig die auftretende Ablenkung durch Veränderung der Widerstände $R_1 \div 3$ beseitigt.

Durch g_1 fließt dann ein mittlerer Strom (vgl. Nr. 34).

$$\text{I. } J_1 = \nu \cdot C \cdot E.$$

Für die Spule g_2 gelten die Beziehungen:

$$1. \quad J_3 = J_2 \cdot \frac{R_2 + g_2}{R_3}; \quad E - (J_2 + J_3) \cdot R_1 = J_3 \cdot R_3,$$

oder
$$2. \quad J_3 = \frac{E - J_2 \cdot R_1}{R_1 + R_3}.$$

Durch Gleichsetzen von 1 und 2 erhält man

$$\text{II. } J_2 = \frac{E \cdot R_3}{(R_1 + R_3) \cdot (R_2 + g_2) + R_1 \cdot R_3}.$$

Da nach Bedingung 1 der Strom $J_1 = J_2$ sein muß, so folgt aus I und II:

$$C = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{R_3}{(R_1 + R_3) \cdot (R_2 + g_2) + R_1 \cdot R_3}$$

oder
$$C = \frac{1}{\nu} \cdot \frac{R_3}{R_1 \cdot R_2 \cdot (1 + K)},$$

wo
$$K = \frac{g_2}{R_2} + R_3 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{g_2}{R_1 \cdot R_2} \right)$$

gesetzt ist. Durch entsprechende Wahl der Widerstände kann man K klein halten.

Eine graphische Ableitung der Formeln für die Messung von Kapazität und Selbstinduktion hat König¹⁾ angegeben.

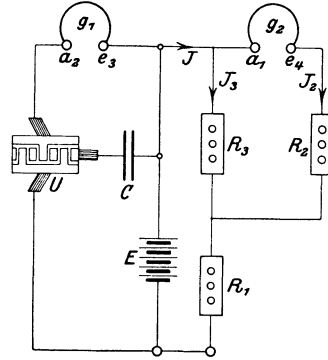


Fig. 90.

¹⁾ El. Anz. 1904, S. 367, 381.

36. Messung von Koeffizienten der Selbstinduktion¹⁾.

a) Mit ballistischem Differentialgalvanometer.

Der Koeffizient der Selbstinduktion \mathfrak{S} einer eisenlosen Spule wird gemessen durch die in ihr induzierte EMK, wenn der Strom in der Zeiteinheit um die Einheit abnimmt, nach der Gleichung

$$E_{st} = - \mathfrak{S} \cdot \frac{dJ}{dt}.$$

Wird die Spannung in V und der Strom in A gemessen, so erhält man \mathfrak{S} in (Quadrant oder) Henry, wobei $1 \text{ H} = 10^9$ abs. Einheiten (cm) ist.

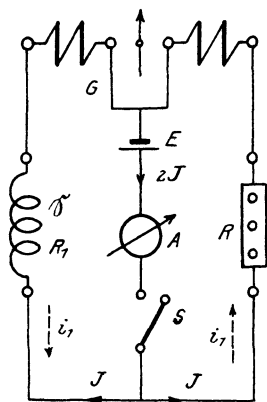


Fig. 91.

Hierzu benutzen wir ein ballistisches Differentialgalvanometer und machen folgende Schaltung (Fig. 91), wobei die unter Nr. 4 angegebenen Bedingungen erfüllt sein müssen. Schließt man den Stromschlüssel S , so fließt durch den Strommesser A ein Strom

$2J$, der sich gleichmäßig auf die beiden Zweige verteilt, da dieselben gleiche Widerstände haben müssen. Beim Öffnen des Stromschlüssels erzeugt der verschwindende Strom J eine EMK der Selbstinduktion

$$E_{st} = - \mathfrak{S} \cdot \frac{dJ}{dt}.$$

die den Strom i_1 durch den Stromkreis schiebt, wobei die Galvanometernadel abgelenkt wird, da die Spulen gleichsinnig von i_1 durchflossen werden. Es muß nun der Widerstand der Selbstinduktionsspule $R_1 = R$ sein, und dafür ergibt sich der Gesamtwiderstand

$$R_g = 2R + 2g,$$

wenn g den Widerstand einer Galvanometerspule bedeutet. Nach dem zweiten Kirchhoffschen Satz ist nun

¹⁾ Vgl. M. Wien, Wied. Ann. 1891, S. 689; 1894, S. 928 und 1898, S. 870.

$$E_{st} = - \mathfrak{S} \cdot \frac{dJ}{dt} = i_{1t} \cdot R_g$$

oder

$$- \mathfrak{S} \cdot \int_J^0 dJ = \int_0^t i_{1t} \cdot dt \cdot R_g.$$

Daraus folgt $\mathfrak{S} \cdot J = Q \cdot R_g$ oder

$$\mathfrak{S} = \frac{2 Q \cdot (R + g)}{J}.$$

In dieser Formel kann die Elektrizitätsmenge Q aus der Ablenkung s berechnet werden nach der Gleichung

$$Q = c_1 \cdot \frac{T}{\pi} \cdot s \cdot \left[k \frac{1}{\pi} \cdot \arctg \frac{\pi}{\lambda} \right]$$

oder mit Hilfe eines Kondensators durch Bestimmung der Elektrizitätsmenge, die der Ablenkung eines Skalenteiles entspricht. Bei der praktischen Ausführung muß R induktionsfrei sein. Ferner ist noch zu prüfen, ob die Selbstinduktion der Galvanometerspulen sich aufhebt, indem man an Stelle von \mathfrak{S} einen induktionsfreien Widerstand einschaltet; dann darf durch Öffnen oder Schließen von S keine Ablenkung des Galvanometers auftreten.

Mit einem gewöhnlichen Differentialgalvanometer mißt Chapin¹⁾ den Selbstinduktionskoeffizienten, indem er den induktiven Widerstand W_1 mit einem induktionsfreien R_2 hintereinanderschaltet und an jeden eine Spule des Galvanometers anschließt. Bei Gleichstrom zeigt das Instrument für einen bestimmten Widerstand R_2 keine Ablenkung. Bei einem Wechselstrom J dagegen wirkt in der mit W_1 verbundenen Spule die EMK $E_s = J \cdot \mathfrak{S} \cdot 2 \pi \cdot \nu$, die eine Ablenkung α hervorruft, woraus

$$\mathfrak{S} = \frac{c \cdot \alpha}{J \cdot 2 \pi \cdot \nu}$$

bestimmt werden kann, wenn man die Konstante c mit einer bekannten Selbstinduktion ermittelt hat.

b) Mittels Differential-Elektrometers. (Joubert²⁾).

Der zu untersuchende Widerstand $W_1 = \sqrt{R_1^2 + \mathfrak{S}^2 \cdot \omega^2}$ wird mit einem induktionsfreien Widerstand R_2 in Reihe geschaltet

¹⁾ El. World 8. Febr. 1908. El. u. M. Wien. 1908, S. 228 (Ref.).

²⁾ Compt. rend. 1880, S. 161.

und mit den Klemmen eines Elektrometers nach Fig. 92 verbunden.

Verändert man R_2 , bis das Instrument für beide Lagen von U_2 dieselbe Ablenkung zeigt, dann ist die Spannung $E_{ab} = E_{bc}$ und

$$R_2 = W_1 = \sqrt{R_1^2 + \mathfrak{E}^2 \cdot \omega^2},$$

oder

$$\mathfrak{E} = \frac{1}{\omega} \cdot \sqrt{R_2^2 - R_1^2}.$$

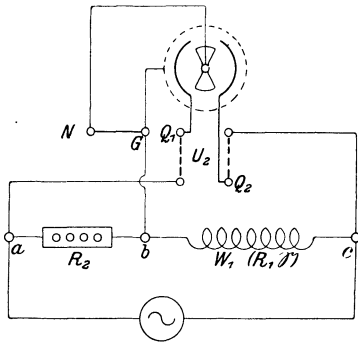


Fig. 92.

Die Empfindlichkeit ist gering, wenn R_1 und R_2 klein sind. Für R_2 kann man auch eine Metallsalzlösung¹⁾ mit Elektroden aus gleichem Metall verwenden.

Ist die Kurvenform des Wechselstromes nicht sinusförmig, so muß man, wie Rosa und Grover²⁾ gezeigt haben, die Amplituden der einzelnen Harmonischen des Wechselstromes zwischen a c ermitteln.

Sind diese J_{1max} , J_{3max} ... J_{nmax} , so ist

$$E_{ab}^2 = \frac{R_2^2}{2} \cdot (J_{1max}^2 + J_{3max}^2 + \dots + J_{nmax}^2)$$

$$E_{bc}^2 = \frac{R_1^2}{2} \cdot (J_{1max}^2 + J_{3max}^2 + \dots + J_{nmax}^2) + \mathfrak{E}^2 \cdot \omega^2 \cdot (J_{1max}^2 + 9J_{3max}^2 + \dots + n^2 \cdot J_{nmax}^2)$$

Durch Gleichsetzen erhält man:

$$\mathfrak{E} = \frac{1}{\omega} \cdot \sqrt{R_2^2 - R_1^2} \cdot \sqrt{\frac{J_{1max}^2 + J_{3max}^2 + \dots + J_{nmax}^2}{J_{1max}^2 + 9 \cdot J_{3max}^2 + \dots + n^2 \cdot J_{nmax}^2}}$$

oder

$$\mathfrak{E} = \frac{1}{\omega} \cdot \sqrt{R_2^2 - R_1^2} \cdot k,$$

¹⁾ Phys. Zeitschr. 15. Sept. 1907; Ecl. El. 1907, S. 33; Ann. d. El. 1907, S. 480 (Ref.).

²⁾ Bull. Bur. Stand. 1905, S. 125; Z f I. 1906, S. 46 (Ref.).

worin der Korrektionsfaktor k durch Analyse des Wechselstromes bestimmt wird. Bei geringen Abweichungen von der Sinusform lassen sich die höheren Harmonischen schwer ermitteln. Man legt in diesem Fall zweckmäßig an $a c$ einen Kondensator C in Reihe mit einem induktionsfreien Widerstand und analysiert an diesem den Ladestrom, dessen Teil-Amplituden i_{1max} , i_{2max} , i_{nmax} durch die Kondensatorwirkung verstärkt werden. Dabei gilt dann für die n te Harmonische, wenn i_{nmax} ermittelt ist,

$$J_{nmax} = \frac{E_{nmax}}{\sqrt{(R_1 + R_2)^2 + n^2 \cdot \omega^2 \cdot \mathcal{C}^2}}$$

$$E_{nmax} = \frac{i_{nmax}}{n \cdot \omega \cdot C}.$$

Durch Kombination beider Gleichungen erhält man

$$J_{nmax} = \frac{i_{nmax}}{n \cdot \omega \cdot C \cdot \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + n^2 \cdot \omega^2 \cdot \mathcal{C}^2}}$$

\mathcal{C} braucht jedoch nur angenähert ohne den Faktor k bestimmt zu sein. Ferner ist die Kenntnis von C nicht erforderlich, da es in dem Wert für k herausfällt, ebenso ist es nur notwendig, relative Werte von J_{nmax} bzw. i_{nmax} zu ermitteln, da nur ihr Verhältnis in Frage kommt.

Für höhere Periodenzahlen ist diese Methode nur anwendbar, wenn der Widerstand R_1 von der Frequenz unabhängig d. h. ein rein ohmscher ist und keine Kapazität besitzt.

37. Messung von Koeffizienten der Selbstinduktion in der Brücke (Maxwell).

Die Selbstinduktionsspule \mathcal{C} vom Widerstande R_1 , 3 induktionsfreie Widerstände R_2 , R_3 , R_4 , Strommesser A und Element E werden mit einem ballistischen Galvanometer G zu folgender Schaltung (Fig. 93) vereinigt:

Man schließt S und gleicht die Widerstände so ab, daß das Galvanometer in Ruhe bleibt. Dann fließe der Strom J durch den Strommesser A und i durch die Induktionsspule \mathcal{C} . Öffnet man den Schalter S , so erzeugt der verschwindende Strom i der Spule eine EMK der Selbstinduktion

$$E_{st} = - \mathcal{C} \cdot \frac{di}{dt},$$

die eine Elektrizitätsmenge durch die Widerstände und das Galvanometer bewegt. Nennt man den im ganzen Stromkreis vorhandenen Widerstand W , so ist

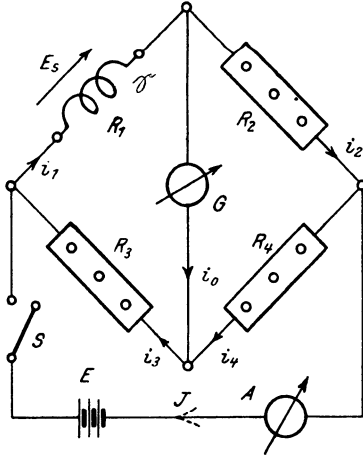


Fig. 93.

$$- \mathfrak{E} \cdot \frac{di}{dt} - \mathfrak{E}_0 \cdot \frac{di_0}{dt} = i_{1t} \cdot W,$$

wenn \mathfrak{E}_0 der Koeffizient der Selbstinduktion im Galvanometer ist und die Ströme i_1, i_2, i_3, i_4 in den Widerständen, i_0 im Galvanometer von E_s hervorgerufen werden. Der Gesamtwiderstand W besteht aus den hintereinander geschalteten Widerständen R_1, R_3 und ρ , wobei ρ den Kombinationswiderstand von G und $R_2 + R_4$ bedeutet.

Es ist nun

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{R_2 + R_4} + \frac{1}{G} = \frac{G + R_2 + R_4}{G \cdot (R_2 + R_4)}$$

oder

$$\rho = \frac{G \cdot (R_2 + R_4)}{G + R_2 + R_4}.$$

Dann bestimmt sich

$$W = R_1 + R_3 + \rho = R_1 + R_3 + \frac{G \cdot (R_2 + R_4)}{G + R_2 + R_4}.$$

Es müssen außerdem die Beziehungen bestehen:

$$i_{1t} = i_{3t} = i_{0t} + i_{4t} = i_{0t} + i_{2t}$$

und $i_{0t} \cdot G = i_{2t} \cdot (R_2 + R_4)$ oder, da $i_{2t} = i_{1t} - i_{0t}$ ist,

$$i_{0t} \cdot G = (i_{1t} - i_{0t}) \cdot (R_2 + R_4),$$

woraus folgt

$$i_{1t} = i_{0t} \cdot \frac{(G + R_2 + R_4)}{R_2 + R_4}.$$

Setzt man nun in der Gleichung

$$- \mathfrak{E} \cdot \frac{di}{dt} - \mathfrak{E}_0 \cdot \frac{di_0}{dt} = i_{1t} \cdot W$$

für i_1 und W die Werte ein, so erhält man:

$$- \mathfrak{E} \cdot \frac{di}{dt} - \mathfrak{E}_0 \cdot \frac{di_0}{dt} = i_{0t} \cdot \frac{G + R_2 + R_4}{R_2 + R_4} \cdot \left(R_1 + R_3 + \frac{G \cdot (R_2 + R_4)}{G + R_2 + R_4} \right).$$

Nach Multiplikation mit dt und Integration ergibt sich durch Einsetzen der Grenzen:

$$\begin{aligned}
 & - \mathfrak{E} \cdot \int_i^0 di - \mathfrak{E}_0 \cdot \int_0^0 di_0 \\
 & = \int_0^t i_0 \cdot dt \cdot \frac{G_1 + R_2 + R_4}{R_2 + R_4} \cdot \left(R_1 + R_3 + \frac{G \cdot (R_2 + R_4)}{G + R_2 + R_4} \right).
 \end{aligned}$$

Setzt man

$$- \mathfrak{E} \cdot \int_i^0 di = \mathfrak{E} \cdot i, \quad \mathfrak{E}_0 \cdot \int_0^0 di_0 = 0 \quad \text{und} \quad \int_0^t i_0 \cdot dt = Q_0,$$

so findet man:

$$\mathfrak{E} \cdot i = Q_0 \cdot \left(\frac{G + R_2 + R_4}{R_2 + R_4} \right) \cdot \left(R_1 + R_3 + \frac{G \cdot (R_2 + R_4)}{G + R_2 + R_4} \right),$$

oder
$$\mathfrak{E} \cdot i = Q_0 \cdot (G + R_2 + R_4) \left(\frac{R_1 + R_3}{R_2 + R_4} + \frac{G}{G + R_2 + R_4} \right).$$

Darin ist
$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4} \quad \text{oder} \quad \frac{R_1 + R_3}{R_3} = \frac{R_2 + R_4}{R_4},$$

woraus folgt
$$\frac{R_1 + R_3}{R_2 + R_4} = \frac{R_3}{R_4}.$$

Dieser Wert wird in die letzte Gleichung eingesetzt, dann erhält man:

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{E} \cdot i & = Q_0 \cdot (G + R_2 + R_4) \cdot \left(\frac{R_3}{R_4} + \frac{G}{G + R_2 + R_4} \right) \\
 & = Q_0 \cdot \frac{R_3 \cdot (G + R_2 + R_4) + G \cdot R_4}{R_4} \\
 & = Q_0 \cdot \left[\frac{G \cdot (R_3 + R_4) + R_3 \cdot (R_2 + R_4)}{R_4} \right]
 \end{aligned}$$

und schließlich
$$\mathfrak{E} \cdot i = Q_0 \cdot R$$

oder
$$\mathfrak{E} = \frac{Q_0 \cdot R}{i},$$

wobei
$$R = \frac{G \cdot (R_3 + R_4) + R_3 \cdot (R_2 + R_4)}{R_4} \text{ ist.}$$

Die durch das Galvanometer fließende Elektrizitätsmenge Q_0 wird durch die Ablenkung des Galvanometers gemessen. Der Strom i wird aus folgender Beziehung bestimmt: Es teile sich der

bei geschlossenem Schalter vorhandene Gesamtstrom J in i und i' , dann ist $J = i + i'$ und

$$i' \cdot (R_3 + R_4) = (J - i) \cdot (R_3 + R_4) = i \cdot (R_1 + R_2);$$

daraus folgt
$$i = \frac{J \cdot (R_3 + R_4)}{(R_1 + R_2 + R_3 + R_4)}.$$

Setzt man diesen Wert ein, so erhält man:

$$\mathcal{E} = \frac{Q_0}{J} \cdot R \cdot \frac{(R_1 + R_2 + R_3 + R_4)}{R_3 + R_4},$$

worin der Strom J durch die Angaben des Strommessers gegeben ist.

Eine ähnliche Methode ist von Kapp¹⁾ angegeben.

38. Vergleich von Selbstinduktionen miteinander (Maxwell).

Für diesen Versuch macht man folgende Schaltung (Fig. 94).

\mathcal{E}_1 und \mathcal{E}_2 sind die Koeffizienten der Selbstinduktion zweier Spulen, r_1 und r_2 ihre ohmschen Widerstände, r_3, r_4, R_3, R_4 sind induktionsfreie Regulierwiderstände. Setzt man

$$r_1 + r_3 = R_1$$

und

$$r_2 + r_4 = R_2,$$

so muß bei Stromlosigkeit der Brücke bei Gleichstrom

$$\text{I. } R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3,$$

bei Wechselstrom

$$\text{II. } W_1 \cdot R_4 = W_2 \cdot R_3$$

sein. Nun ist:

$$W_1 = \sqrt{R_1^2 + \mathcal{E}_1^2 \cdot \omega^2}$$

$$\text{und } W_2 = \sqrt{R_2^2 + \mathcal{E}_2^2 \cdot \omega^2}.$$

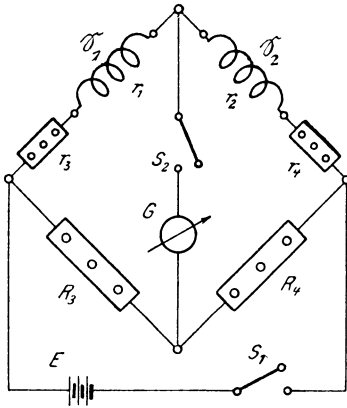


Fig. 94.

Da beide Gleichungen gleichzeitig bestehen müssen, so erhält man durch Einsetzen der Werte für W_1 und W_2 in Gleichung II und Kombination mit Gleichung I

¹⁾ El. 18. Juni 1909.

$$R_4 \cdot \sqrt{R_1^2 + \mathfrak{C}_1^2 \cdot \omega^2} = R_3 \cdot \sqrt{R_2^2 + \mathfrak{C}_2^2 \cdot \omega^2}$$

oder $R_1^2 \cdot R_4^2 + \mathfrak{C}_1^2 \cdot \omega^2 \cdot R_4^2 = R_2^2 \cdot R_3^2 + \mathfrak{C}_2^2 \cdot \omega^2 \cdot R_3^2.$

Nach Gleichung I ist

$$R_1^2 \cdot R_4^2 = R_2^2 \cdot R_3^2,$$

daher heben sich diese beiden Glieder fort, und es bleibt nach Fortfall von ω^2 nur $\mathfrak{C}_1^2 \cdot R_4^2 = \mathfrak{C}_2^2 \cdot R_3^2$ oder

$$\frac{\mathfrak{C}_1}{\mathfrak{C}_2} = \frac{R_3}{R_4} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Den Beweis kann man auch in folgender Weise führen: Tritt bei Öffnen oder Schließen des Schlüssels S_1 keine Ablenkung im Galvanometer auf, so müssen sich neben der Beziehung

$$R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$$

die in den Zweigen vorhandenen Spannungen ebenso wie die Widerstände verhalten, also $E_{1t} \cdot E_{4t} = E_{2t} \cdot E_{3t}$. Nun ist

$$E_{1t} = J_{1t} \cdot R_1 + \mathfrak{C}_1 \cdot \frac{dJ_1}{dt}, \quad E_{2t} = J_{2t} \cdot R_2 + \mathfrak{C}_2 \cdot \frac{dJ_2}{dt},$$

$$E_{3t} = J_{3t} \cdot R_3, \quad E_{4t} = J_{4t} \cdot R_4.$$

Durch Einsetzen erhält man

$$\left(J_{1t} \cdot R_1 + \mathfrak{C}_1 \cdot \frac{dJ_1}{dt} \right) \cdot J_{4t} \cdot R_4 = \left(J_{2t} \cdot R_2 + \mathfrak{C}_2 \cdot \frac{dJ_2}{dt} \right) \cdot J_{3t} \cdot R_3.$$

Diese Gleichung gilt für jeden Augenblick. Es muß demnach bei Stromlosigkeit der Brücke $J_{1t} = J_{2t}$ und $J_{3t} = J_{4t}$ sein, desgleichen die Differentialquotienten

$$\frac{dJ_1}{dt} = \frac{dJ_2}{dt}.$$

Hebt man J_{3t} gegen J_{4t} fort und löst die Klammern auf, so bleibt

$$J_{1t} \cdot R_1 \cdot R_4 + \mathfrak{C}_1 \cdot \frac{dJ_1}{dt} \cdot R_4 = J_{2t} \cdot R_2 \cdot R_3 + \mathfrak{C}_2 \cdot \frac{dJ_2}{dt} \cdot R_3.$$

Darin ist $J_{1t} \cdot R_1 \cdot R_4 = J_{2t} \cdot R_2 \cdot R_3,$

somit muß auch

$$\mathfrak{C}_1 \cdot \frac{dJ_1}{dt} \cdot R_4 = \mathfrak{C}_2 \cdot \frac{dJ_2}{dt} \cdot R_3$$

sein. Die Differentialquotienten heben sich, da sie gleich groß sind, heraus, und es bleibt $\mathfrak{E}_1 \cdot R_3 = \mathfrak{E}_2 \cdot R_4$ oder wie vorher

$$\frac{\mathfrak{E}_1}{\mathfrak{E}_2} = \frac{R_3}{R_4} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Zur genaueren Messung kann man hierbei auch an Stelle der Batterie E und des Schlüssels S_1 eine Wechselstromquelle anschließen und für das Galvanometer G ein Telephon bei Hochfrequenz- oder Sinusströmen, sonst ein Vibrationsgalvanometer (bis 450 Per/sec) verwenden.

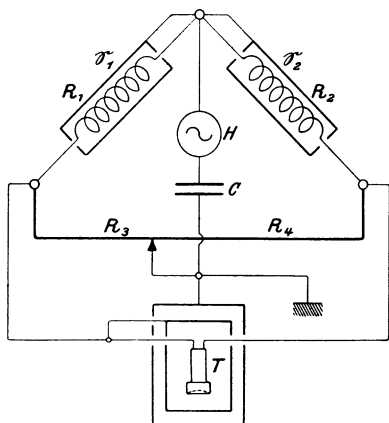


Fig. 95.

Am genauesten arbeitet auch hier die Brückenschaltung, wenn $\mathfrak{E}_1 = \mathfrak{E}_2$ und $R_3 = R_4$ wird, da eventuell infolge geringer Selbstinduktion¹⁾ der Widerstände r_3, r_4, R_3, R_4 sonst auftretende Fehler am leichtesten vermieden werden. In welcher Weise man bei kleinen Selbstinduktionen aus diesem Grunde Korrekturen anbringen muß, ist von Giebe²⁾ ausführlich beschrieben und dazu eine Bifilar-Meßbrücke

besonders für hohe Frequenzen und ein Verhältnis 1 : 10 der Brückenzweige konstruiert worden.

Eine zweite Fehlerquelle bildet die Kapazität der ganzen Meßanordnung gegen Erde. Um infolge der dadurch auftretenden Ladeströme Störungen zu vermeiden, umgibt man die Induktionsspulen mit leitenden Kästen³⁾, die man nach Fig. 95 mit geeigneten Punkten der Brücke verbindet. Die Kenntnis der Kapazität der Kästen ist nicht erforderlich, da sie zu der Schaltung parallel liegen und deswegen keinen Einfluß auf den Telephonzweig ausüben. Zweckmäßig ist es ferner, R_3 und R_4 möglichst klein zu machen und Widerstände zu benutzen, deren Rollen keine Metall-

¹⁾ Z f I. 1908, S. 147 (PTR).

²⁾ Ann. d. Ph. 1907, S. 941; Z f I. 1908, S. 196 (Ref).

³⁾ Z f I. 1909, S. 150 (PTR).

röhren besitzen, oder besser R_3 und R_4 durch einen Schleifdraht zu ersetzen.

Auch das Telephon wird mit einer Schutzhülle umgeben und zur Beseitigung einer Kapazitätswirkung gegen die induktiven Zweige 1 und 2 in einen zweiten mit der Erde verbundenen Kasten gesetzt. Durch beide Kästen wird ein Glasrohr nach dem Telephon hin geführt; die Kästen sind innen mit einer wegen der Wirbelströme unterteilten Stanniolbelegung versehen. Der Kondensator C mit Hochfrequenzstromquelle H (bis 8000 Per/sec) dient zur Abstimmung auf Resonanz.

Für den praktischen Gebrauch fertigen die Firmen Hartmann & Braun¹⁾ und Siemens & Halske²⁾ Apparate zur Vergleichung von Selbstinduktionen nach dieser Methode an, wie sie von Dolezalek³⁾ angegeben sind.

Als Vergleichsnormale der Selbstinduktion verwendet man nach M. Wien⁴⁾ kurze, flache Spulen aus fein unterteilten Litzen, die auf Marmorrollen gewickelt sind. Außerdem sind noch sog. Selbstinduktions-Variatoren ebenfalls von M. Wien⁵⁾ und in ähnlicher Konstruktion von Hausrath⁶⁾ gebräuchlich. Sie bestehen aus zwei Spulen, die hintereinandergeschaltet sind und räumlich gegeneinander verschoben oder verdreht werden können. Dadurch ist man imstande, zwischen 2 Grenzen jeden beliebigen Wert zu erhalten und kontinuierlich zu verändern. —

Die Vergleichung von Selbstinduktionen läßt sich nach Hohage⁷⁾ auch in der Brücke mit Hilfe eines Joubertschen Scheibe ausführen. Von Sumpner und Philipps⁸⁾ sowie C. H. Sharp und W. Crawford⁹⁾ sind ebenfalls Apparate und Methoden zur Messung von Induktionskoeffizienten und Kapazitäten angegeben worden.

Die in diesem Abschnitt behandelte Methode ist von M. Wien dadurch zur absoluten Messung von Selbstinduktionskoeffizienten

1) ETZ. 1911, S. 519.

2) Druckschrift 105.

3) Z f I. 1903, S. 245.

4) Wied. Ann. 1896, S. 553; Ann. d. Ph. 1903, S. 1142.

5) Wied. Ann. 1896, S. 249. ETZ. 1909, S. 560 (Kollert).

6) Z f I. 1907, S. 302.

7) ETZ. 1903, S. 828.

8) El. 24. Juni 1910.

9) Proc. A J E E. 1910, S. 1207.

abgeändert worden, daß er zu der zu messenden Spule einen induktionsfreien Widerstand parallel schaltet, wodurch die Messung zurückgeführt wird auf die Bestimmung induktionsfreier Widerstände und der Frequenz des Wechselstromes, wie es von Orlich¹⁾ ausführlich durch Beispiele erläutert ist.

Schließlich möchte ich noch die Benutzung des Phasometers²⁾, des Quadrantenelektrometers³⁾, der Wage⁴⁾ und der Resonanz zwischen Selbstinduktion und Kapazität für die Vergleichung von Induktionskoeffizienten erwähnen.

39. Vergleich von Selbstinduktionen mit dem Differentialtelephon.

Von den Land- und Seekabelwerken Köln-Nippes wird ein Apparat gebaut, der den Vergleich zweier Selbstinduktionen mit Hilfe des Differentialtelephons ermöglicht. Ein solches wurde zum ersten Male von Ho⁵⁾, Duane und Lory⁶⁾ benutzt. Das Telephon besitzt zwei einander gleiche Wicklungen mit demselben ohmschen Widerstand, derselben Selbstinduktion und der gleichen Wirkung auf die Membran. Jede Spule wird nun in einen aus einer Selbstinduktion \mathcal{C} und einem induktionsfreien Widerstand r in Reihe geschalteten Zweig einer Verzweigung geschaltet. In einer Wheatstoneschen Brückenschaltung werden nun die beiden ohmschen Gesamtwiderstände $R_1 = r_1 + r_{s_1} + r_{T_1}$ und R_2 für Gleichstrom einander gleich gemacht (r_s und r_T sind die ohmschen Widerstände der Induktions- und Telephonspulen). Nun schließt man Wechselstrom an die Verzweigung und reguliert das Induktionsnormal \mathcal{C}_2 so weit, bis das Telephon, dessen Spulen in ihrer Wirkung entgegengesetzt geschaltet sind, keinen Ton abgibt. Dann ist

$$\mathcal{C}_1 = \mathcal{C}_2.$$

Da die Einstellung des Differentialtelephons auf Verschwinden des Tons sehr schwierig ist, hat Trowbridge⁷⁾ die beiden

1) ETZ. 1903, S. 502.

2) ETZ. 1897, S. 569.

3) Orlich, Kapazität und Induktivität, S. 274.

4) Peukert, ETZ. 1905, S. 922 und 1906, S. 257.

5) El. 1903, S. 751. El. Anz. 1903, S. 1841 (Ref).

6) Phys. Rev. 1904, S. 275.

7) Phys. Rev. 1905, S. 65; Z f I. 1905, S. 220 (Ref).

Differentialwicklungen als Primärwindungen eines Transformators angeordnet und an die sekundäre Wicklung ein gewöhnliches Telephon angeschlossen.

Mit Hilfe eines solchen Differential-Transformators ist es nach Hausrath¹⁾ auch möglich, die Selbstinduktion von eisenhaltigen Spulen von Maschinen und Transformatoren zu messen²⁾.

40. Vergleichung von Selbstinduktion mit Kapazität (Maxwell).

Eine Spule mit dem Selbstinduktionskoeffizienten \mathcal{S} und dem Widerstande r wird mit vier induktionsfreien Widerständen r_1, R_2, R_3, R_4 und einem Galvanometer G zu folgender Schaltung vereinigt (Fig. 96). Parallel zu R_4 wird der Kondensator mit der Kapazität C gelegt. Schließt man den Schlüssel S , so muß für Gleichstrom, damit das Galvanometer keine Ablenkung zeigt, $(r + r_1) \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$ oder, wenn man $r + r_1 = R_1$ setzt,

$$\text{I. } R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$$

sein. Öffnet man den Stromkreis in S , so darf ebenfalls keine Ablenkung des Galvanometers auftreten, wenn die

Wirkungen der Kapazität und Selbstinduktion sich aufheben. Es müßte auch für Wechselstrom die Beziehung bestehen

$$\text{II. } W_1 \cdot W_4 = W_2 \cdot W_3,$$

worin W_1 und W_4 Wechselstromwiderstände darstellen, wenn unter W_4 der Kombinationswiderstand des induktionsfreien Widerstandes R_4 und der Kapazität C verstanden wird.

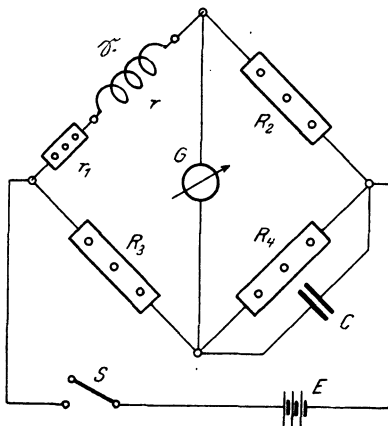


Fig. 96.

¹⁾ Die Untersuchung elektrischer Systeme auf Grund der Superpositionsprinzipien, S. 61 (Springer 1907).

²⁾ Niebuhr, Experimentaluntersuchungen über die Selbstinduktion in Nuten gebetteter Spulen, S. 5 (Springer 1907).

Nun ist

$$W_4 = \frac{R_4}{\sqrt{1 + C^2 \cdot \omega^2 \cdot R_4^2}},$$

$$W_2 = R_2, \quad W_3 = R_3,$$

$$W_1 = \sqrt{R_1^2 + \mathfrak{E}^2 \cdot \omega^2}.$$

Durch Einsetzen der Werte in Gleichung II und Kombination mit Gleichung I erhält man

$$\sqrt{R_1^2 + \mathfrak{E}^2 \cdot \omega^2} \cdot \frac{R_4}{\sqrt{1 + C^2 \cdot \omega^2 \cdot R_4^2}} = R_2 \cdot R_3$$

oder $R_4^2 \cdot (R_1^2 + \mathfrak{E}^2 \cdot \omega^2) = R_2^2 \cdot R_3^2 \cdot (1 + C^2 \cdot \omega^2 \cdot R_4^2).$

Daraus folgt durch Fortheben von

$$\omega^2 \cdot R_4^2 \text{ und } R_2^2 \cdot R_3^2 = R_1^2 \cdot R_4^2$$

weiter $\mathfrak{E}^2 = C^2 \cdot R_2^2 \cdot R_3^2$

oder $\mathfrak{E} = C \cdot R_2 \cdot R_3.$

Diese Methode ist nur brauchbar, sobald $\mathfrak{E} \cdot \omega$ groß gegen r ist. Man wählt dann am besten R_4 groß ($> 5000 \text{ } \ominus$), R_2 und R_3 niedrig ($< 200 \text{ } \ominus$) und r_1 klein und ersetzt E durch eine Wechselstromquelle und G durch ein Telephon oder Vibrationsgalvanometer. Bei kleinen Werten von \mathfrak{E} und C muß man wegen der Kapazität der Normalwiderstände eine Korrektion machen. Am einfachsten geschieht das in der Weise, daß man \mathfrak{E} und C entfernt und unter Zuschaltung eines dem Widerstande von \mathfrak{E} äquivalenten induktionsfreien Widerstandes r die Messung ausführt. Ergibt sich dabei eine Ablenkung des Galvanometers, so ist dieselbe als Nullage für den späteren Versuch anzunehmen.

Eine weitere Schwierigkeit bei der praktischen Benutzung besteht darin, daß die Einstellung der Brücke entsprechend den Bedingungen der Gleichungen I und II ziemlich umständlich ist, da die Veränderungen des Widerstandes einer Bedingung gleichzeitig die andere beeinflusst.

41. Vergleichung von Selbstinduktion mit Kapazität (Anderson¹).

Nach Fig. 97 zeigt sich diese Methode als eine allerdings vortheilhafte Modifikation derjenigen von Maxwell (Nr. 40) durch Ein-

¹) Phil. Mag. 1891, S. 329.

fügung des Widerstandes R_5 zwischen Galvanometer und Widerstand R_4 . Nachdem man mit Gleichstrom auf Stromlosigkeit von G eingestellt hat, wofür, wenn $r_1 + r = R_1$ ist,

$$\text{I. } R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot R_3$$

gilt, schaltet man eine Wechselstromquelle E und an Stelle von G ein Wechselstrominstrument ein und gleicht R_5 so weit ab, daß G keine Ablenkung zeigt; dann bestehen hierfür die Beziehungen:

- | | | |
|-----------------------|----------------------|----------------------------|
| 1. $E_{ab} = E_{acd}$ | 2. $E_{be} = E_{de}$ | 3. $E_{ce} = E_{cde}$ |
| 4. $J_{1t} = J_{2t}$ | 5. $J_{5t} = J_{6t}$ | 6. $J_{3t} = J_{4t} + J_5$ |

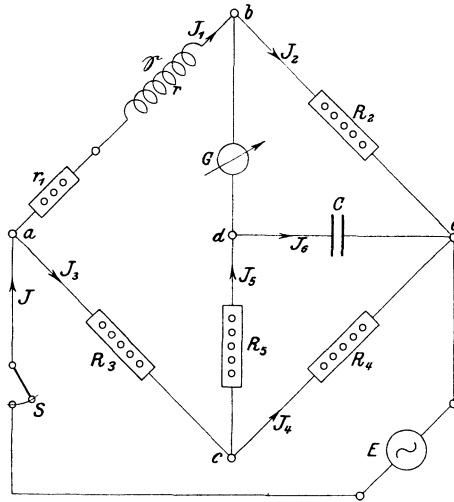


Fig. 97.

Daraus folgt:

$$\text{II. } J_{1t} \cdot R_1 + \frac{\mathcal{E} \cdot dJ_1}{dt} = J_{3t} \cdot R_2 + J_{5t} \cdot R_5$$

$$\text{III. } J_{2t} \cdot R_2 = \frac{1}{C} \cdot \int_0^t J_{6t} \cdot dt$$

$$\text{IV. } J_{4t} \cdot R_4 = J_{5t} \cdot R_5 + \frac{1}{C} \cdot \int_0^t J_{6t} \cdot dt.$$

Dividiert man II durch III und ersetzt darin J_{3t} aus Gleichung 6 und J_{4t} aus Gleichung IV, so erhält man unter Zuhilfenahme der Gleichung I das Resultat:

$$\mathcal{E} = C \cdot R_2 \cdot \left(R_3 + R_5 \cdot \frac{R_3 + R_4}{R_4} \right).$$

Bei der Gleichstromeinstellung muß dabei R_2 und R_3 so gewählt werden, daß sie der Bedingung

$$R_2 \cdot R_3 < \frac{\mathcal{E}}{C} \text{ genügen.}$$

Vertauscht man in dieser Schaltung Stromquelle E und Galvanometer G , so erhält man die Methode von Stroud und Oates¹⁾ mit derselben Gleichung. Durch Vertauschen von R_4 und C geht diese Schaltung wiederum in die von Jliovici²⁾ über, wofür die Beziehungen bestehen:

$$\text{I. } R_1 \cdot R_4 = R_2 \cdot (R_3 + R_5)$$

$$\text{II. } \mathcal{E} = C \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot \frac{R_4 + R_5}{R_4}.$$

Als Meßinstrument kann auch ein Wechselstromgalvanometer von Taylor³⁾ mit Drehspulensystem oder von Abraham⁴⁾ dienen.

Diese Methode besitzt eine große Genauigkeit, wenn man $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$ macht und aus dieser und einer zweiten Ablesung nach Vertauschen von R_3 und R_4 das Mittel nimmt. Rosa und Grover⁵⁾ sowie Taylor und Williams⁶⁾ haben sie dazu benutzt, die geringen Kapazitäten von Widerstandsspulen zu bestimmen und festzustellen, welchen Einfluß eine kleine Selbstinduktionswirkung von R_1 und R_2 ausübt. Auch Fehler durch die dielektrische Absorption eines Kondensators, die sich durch einen vorgeschalteten Widerstand ersetzen läßt, sowie durch schlechten Isolationswiderstand, der einem parallel geschalteten Widerstand äquivalent ist, lassen sich damit genau und leicht ermitteln. Unter Benutzung eines Selbstinduktions-Normals und einer bekannten Kapazität lassen sich auch Kapazitäten durch Vertauschung miteinander vergleichen.

1) Phil. Mag. 1903, S. 707.

2) Compt. rend. 1904, S. 1411.

3) Phys. Rev. 1907, S. 61.

4) Compt. rend. 1906, S. 993; Z f I. 1906, S. 350 (Ref).

5) Bull. Bur. Stand. 1905, S. 291 und 306.

6) Phys. Rev. 1908, S. 417; Z f I. 1908, S. 313.

42. Messung der gegenseitigen Induktion.

Der Koeffizient der gegenseitigen Induktion \mathfrak{S}_g zwischen zwei Leitern wird (analog \mathfrak{S}) gemessen durch die in dem einen Leiter induzierte EMK, wenn in dem andern der Strom J um die Einheit abnimmt nach der Gleichung $E_t = -\mathfrak{S}_g \cdot \frac{dJ}{dt}$. Für den Versuch machen wir folgende Schaltung (Fig. 98).

Zum Regulieren des Stromes J_1 dient ein Widerstand r ; S ist ein Stromschlüssel, A ein Strommesser, R_2 der Widerstand der Spule II, G ein ballistisches Galvanometer. Öffnet man den Stromkreis der Gleichstromquelle E bei S , so erzeugt der in Spule I verschwindende Strom J_1 in Spule II eine EMK der gegenseitigen Induktion

$$E_t = -\mathfrak{S}_g \cdot \frac{dJ_1}{dt}.$$

Diese EMK hat einen Strom J_2 in der Spule II zur Folge, der einen Spannungsverlust $J_2 \cdot (R_2 + G)$ und eine EMK der Selbstinduktion

$$E_{st} = -\mathfrak{S}_2 \cdot \frac{dJ_2}{dt}$$

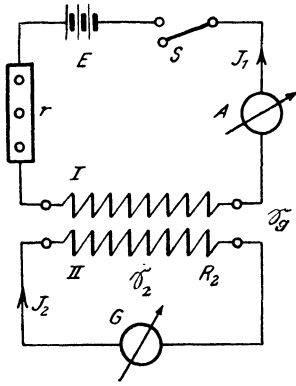


Fig. 98.

hervorruft. Nach dem Kirchhoffschen Gesetz muß dann die Beziehung bestehen

$$-\mathfrak{S}_g \cdot \frac{dJ_1}{dt} = J_{2t} \cdot (R_2 + G) - \mathfrak{S}_2 \cdot \frac{dJ_2}{dt}.$$

Durch Integration und Einsetzen der Grenzen erhält man

$$-\mathfrak{S}_g \cdot \int_0^0 dJ_1 = (R_2 + G) \cdot \int_0^t J_{2t} \cdot dt - \mathfrak{S}_2 \cdot \int_0^0 dJ_2$$

oder
$$\mathfrak{S}_g \cdot J_1 = (R_2 + G) \cdot Q, \quad \text{wo } Q = \int_0^t J_{2t} \cdot dt$$

die durch das Galvanometer geflossene Elektrizitätsmenge ist. Daraus folgt nun

$$\mathfrak{S}_g = (R_2 + G) \cdot \frac{Q}{J_1} = \frac{(R_2 + G)}{J_1} \cdot c_1 \cdot \frac{T}{\pi} \cdot s \cdot (1 + 1,16 \log k)$$

Benutzt man an Stelle von S einen Umschalter und ändert den Strom von $+J_1$ über 0 in $-J_1$, so gilt die Formel:

$$\mathfrak{E}_g = \frac{(R_2 + G)}{2J_1} \cdot Q.$$

43. Messung der gegenseitigen Induktion (Trowbridge) ¹⁾.

Zwei Spulen, deren gegenseitiger Induktionskoeffizient \mathfrak{E}_g gemessen werden soll, schaltet man zuerst hintereinander, so daß ihre Felder gleiche Richtung haben, und mißt die Selbstinduktion \mathfrak{E}_a der Kombination. Dann schaltet man beide Spulen gegeneinander und mißt wieder die Selbstinduktion \mathfrak{E}_b . Haben die Einzelspulen die Selbstinduktionskoeffizienten \mathfrak{E}_1 und \mathfrak{E}_2 , so bestehen bei den Strömen J_1 und J_2 die Beziehungen:

$$\mathfrak{E}_a \cdot \frac{dJ_1}{dt} = \mathfrak{E}_1 \cdot \frac{dJ_1}{dt} + \mathfrak{E}_2 \cdot \frac{dJ_1}{dt} + 2 \cdot \mathfrak{E}_g \cdot \frac{dJ_1}{dt}$$

$$\mathfrak{E}_b \cdot \frac{dJ_2}{dt} = \mathfrak{E}_1 \cdot \frac{dJ_2}{dt} + \mathfrak{E}_2 \cdot \frac{dJ_2}{dt} - 2 \cdot \mathfrak{E}_g \cdot \frac{dJ_2}{dt}$$

oder

$$\mathfrak{E}_a = \mathfrak{E}_1 + \mathfrak{E}_2 + 2 \mathfrak{E}_g$$

$$\mathfrak{E}_b = \mathfrak{E}_1 + \mathfrak{E}_2 - 2 \mathfrak{E}_g.$$

Durch Subtraktion erhält man dann:

$$\mathfrak{E}_g = \frac{\mathfrak{E}_a - \mathfrak{E}_b}{4}.$$

Die Messung ist umso genauer, je weniger \mathfrak{E}_1 von \mathfrak{E}_2 verschieden ist.

44. Vergleichung von gegenseitiger Induktion mit Kapazität (Pirani & Roiti).

Aus der Spule mit den Wicklungen I und II und dem Koeffizienten der gegenseitigen Induktion \mathfrak{E}_g , dem Kondensator C , den induktionsfreien Widerständen R_1 und R_2 , einem Galvanometer G , der Elektrizitätsquelle E und dem Stromschlüssel S wird nebenstehende Schaltung (Fig. 99) gebildet. Wird S geschlossen, so tritt ein Strom J_1 auf, und der Kondensator C wird durch die an den Enden des Widerstandes auftretende Potentialdifferenz

$$E_1 = J_1 \cdot R_1,$$

¹⁾ Phys. Rev. 1904, S. 184; Z f I. 1904, S. 223 (Ref).

die auch zwischen seinen Belegungen herrscht, mit einer Elektrizitätsmenge

$$Q_1 = C \cdot E_1 = J_1 \cdot R_1 \cdot C$$

geladen. Wird nun S geöffnet, so tritt in der Spule II eine EMK

$$E_2 = - \mathfrak{E}_g \cdot \frac{dJ_1}{dt}$$

auf. Gleichzeitig entlädt sich der Kondensator durch die Widerstände R_1 und R_2 . Wird durch den Entladestrom J des Kondensators der in dem Widerstande R_2 erzeugte Spannungsabfall $J \cdot R_2$ gleich der induzierten EMK E_2 , so kompensieren sich beide, und das Galvanometer zeigt keine Ablenkung.

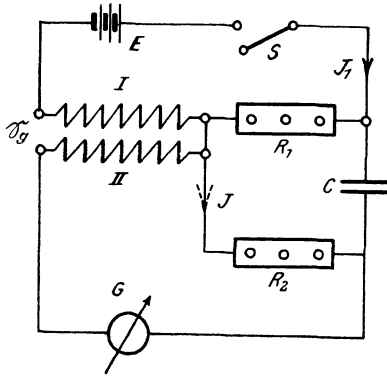


Fig. 99.

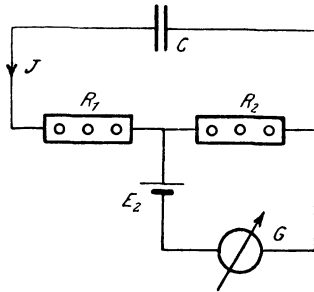


Fig. 100.

Man kann demnach diesen Vorgang in ähnlicher Weise wie bei der Bestimmung von EMKen nach der Kompensationsmethode behandeln (Fig. 100). Es muß also

$$E_{2t} = - \mathfrak{E}_g \cdot \frac{dJ_1}{dt} = J_t \cdot R_2$$

sein. Daraus folgt durch Integration:

$$- \mathfrak{E}_g \cdot \int_{J_1}^0 dJ_1 = R_2 \cdot \int_0^t J_t \cdot dt \quad \text{oder} \quad \mathfrak{E}_g \cdot J = R_2 \cdot Q,$$

wobei $Q = \int_0^t J_t \cdot dt$ die vom Kondensator abgegebene Elektrizitäts-

menge ist. Treten keine merklichen Verluste auf, so muß auch Q gleich der aufgenommenen Ladung Q_1 sein oder

$$Q = Q_1 = J_1 \cdot R_1 \cdot C.$$

Setzt man diesen Wert für Q ein, so erhält man

$$\mathfrak{E}_g \cdot J_1 = J_1 \cdot R_1 \cdot R_2 \cdot C$$

oder

$$\mathfrak{E}_g = R_1 \cdot R_2 \cdot C.$$

Hätte man die Selbstinduktionskoeffizienten der beiden Spulen I und II gleich \mathfrak{E}_1 und \mathfrak{E}_2 bestimmt, so müßte zur Kontrolle $\mathfrak{E}_g^2 = \mathfrak{E}_1 \cdot \mathfrak{E}_2$ sein. Das ist jedoch nicht der Fall, sondern es wird wegen der magnetischen Streuung zwischen den beiden Spulen $\mathfrak{E}_g^2 < \mathfrak{E}_1 \cdot \mathfrak{E}_2$, und der Wert des magnetischen Streufaktors σ wird dann bestimmt durch die Gleichung

$$\sigma^2 \cdot \mathfrak{E}_g^2 = \mathfrak{E}_1 \cdot \mathfrak{E}_2 \quad \text{oder} \quad \sigma = \frac{\sqrt{\mathfrak{E}_1 \cdot \mathfrak{E}_2}}{\mathfrak{E}_g}.$$

Eine ähnliche Schaltung ist von Campbell¹⁾ angegeben worden.

45. Vergleichung von gegenseitiger Induktion mit Selbstinduktion (Maxwell).

In der nebenstehenden Schaltung (Fig. 101) ist die Spule II so anzuschließen, daß sie das Feld der Spule I verstärkt. Schließt man den Stromschlüssel S , so fließt durch die Spule II ein Strom J , der in der Spule I eine EMK $E_{1t} = -\mathfrak{E}_g \cdot \frac{dJ}{dt}$ hervorruft. Der Strom J teilt sich nun in die Ströme J_1 und J_2 und erzeugt in der Spule I eine EMK der Selbstinduktion $E_{s1} = -\mathfrak{E} \cdot \frac{dJ_1}{dt}$. Bei veränderlichem Strom muß demnach für die linke Masche A nach dem Kirchhoffschen Gesetz die Gleichung bestehen:

$$\mathfrak{E}_g \cdot \frac{dJ}{dt} + \frac{\mathfrak{E} \cdot dJ_1}{dt} + J_{1t} \cdot R_1 + J_{0t} \cdot G - \mathfrak{E}_0 \cdot \frac{dJ_0}{dt} - J_{3t} \cdot R_3 = 0,$$

wobei $R_1 = r + r_1$ und \mathfrak{E}_0 der Selbstinduktionskoeffizient des Galvanometers ist. Werden die Widerstände so abgeglichen, daß der Galvanometerzweig stromlos bleibt, so wird $J_0 = 0$ und damit

¹⁾ Phil. Mag. 1908, S. 155; Z f I. 1908, S. 223 (Ref).

$J_{0t} \cdot G = 0$ und $\mathcal{E}_0 \cdot \frac{dJ_0}{dt} = 0$. Ferner ist dafür $J_{1t} = J_{2t}$ und $J_{3t} = J_{4t}$.

Die Gleichung lautet dann

$$\text{I. } \mathcal{E}_g \cdot \frac{dJ}{dt} + \mathcal{E} \cdot \frac{dJ_1}{dt} + J_{1t} \cdot R_1 - J_{3t} \cdot R_3 = 0.$$

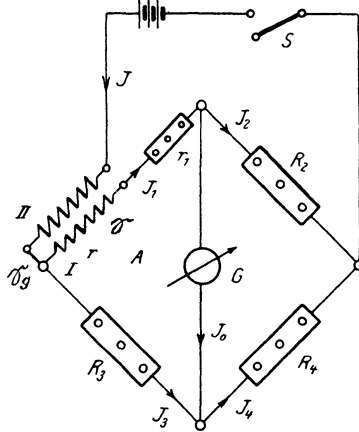


Fig. 101.

Für konstanten Strom müssen jedoch auch die Spannungsverluste $J_{1t} \cdot R_1$ und $J_{3t} \cdot R_3$ einander gleich sein oder

$$\text{II. } J_{1t} \cdot R_1 - J_{3t} \cdot R_3 = 0.$$

Somit bleibt von der Gleichung I noch übrig:

$$\text{III. } \mathcal{E}_g \cdot \frac{dJ}{dt} = - \mathcal{E} \cdot \frac{dJ_1}{dt}.$$

Darin ist $J_t = J_{1t} + J_{2t}$. Aus Gleichung II bestimmt sich

$$J_{3t} = J_{1t} \cdot \frac{R_1}{R_3}, \quad \text{so daß jetzt } J_t = J_{1t} \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_3}\right)$$

wird. Durch Einsetzen dieses Wertes in Gleichung III erhält man

$$\mathcal{E}_g \cdot \frac{dJ_1}{dt} \left(1 + \frac{R_1}{R_3}\right) = - \mathcal{E} \cdot \frac{dJ_1}{dt}$$

oder

$$\mathcal{E} = - \mathcal{E}_g \cdot \left(1 + \frac{R_1}{R_3}\right) = - \mathcal{E}_g \cdot \left(1 + \frac{R_2}{R_4}\right).$$

Hierbei kann natürlich zur Vergrößerung der Genauigkeit das Sekohmmeter verwendet werden.

Befindet sich nach Campbell¹⁾ noch eine Selbstinduktion \mathfrak{S}_2 im Zweig 3 außer \mathfrak{S}_1 in 1, so gilt für die Gleichgewichtslage:

$$\frac{\mathfrak{S}_1 + \mathfrak{S}_g}{\mathfrak{S}_2 - \mathfrak{S}_g} = \frac{R_2}{R_4},$$

woraus folgt:

$$\mathfrak{S}_g = \frac{\mathfrak{S}_2 \cdot R_2 - \mathfrak{S}_1 \cdot R_4}{R_2 + R_4}.$$

Macht man $R_2 = R_4$, so wird $\mathfrak{S}_g = \frac{\mathfrak{S}_2 - \mathfrak{S}_1}{2}$.

Weitere Anwendungen dieser Methode zur Messung von Selbstinduktionskoeffizienten sind ebenfalls von Campbell²⁾ angegeben worden.

46. Vergleichung von gegenseitigen Induktionen miteinander (Maxwell).

Von einem Variator der gegenseitigen Induktion und der zu messenden Spulenkombination mit dem Koeffizienten \mathfrak{S}_{g_1} werden die primären Spulen hintereinandergeschaltet an eine Wechselstromquelle gelegt. Die sekundären Spulen werden mit einem Telephon oder Vibrationsgalvanometer so zu einem Stromkreise verbunden, daß ihre EMKe auf das Telephon gegeneinander wirken. Sobald durch Einstellung des Variators auf einen Wert \mathfrak{S}_{g_2} Stromlosigkeit im Sekundärkreis auftritt, gilt die Beziehung:

$$\mathfrak{S}_{g_1} = \mathfrak{S}_{g_2}.$$

Als Variator der gegenseitigen Induktion kann eine von Campbell³⁾ angegebene Konstruktion dienen.

Benutzt man dagegen unveränderliche Normale der gegenseitigen Induktion, die aus 2 konzentrischen Spulen⁴⁾ bestehen, so macht man folgende Schaltung (Fig. 102):

1) Phil. Mag. 1908, S. 155; Z f I. 1908, S. 223 (Ref).

2) Nat. phys. Lab. coll. researches. 1908, S. 229.

3) Phil. Mag. 1908, S. 155; Z f I. 1908, S. 222 (Ref).

4) Vgl. auch Searle, El. 1905, S. 318 und Bull. Bur. Stand. 1908, S. 25.

Die primären und sekundären Wicklungen der beiden Spulen werden mit einem Meßinstrument G , Stromquelle E , Regulierwiderstand r , Stromschlüssel S und den Widerständen r_3 und r_4 in zwei Kreisen hintereinandergeschaltet.

Schließt oder öffnet man S , so erzeugt der entstehende Strom J in den Spulen II die EMKe

$$E_{1t} = - \mathfrak{E}_{g_1} \cdot \frac{dJ}{dt}$$

und

$$E_{2t} = - \mathfrak{E}_{g_2} \cdot \frac{dJ}{dt}.$$

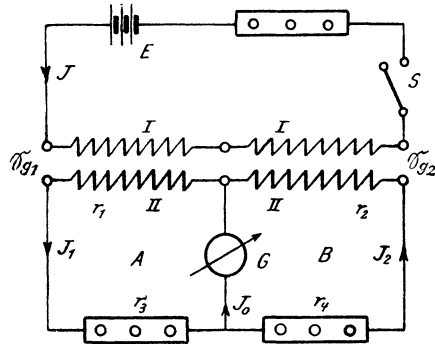


Fig. 102.

Diese rufen die Ströme J_1 und J_2 in den beiden Zweigen A und B und J_0 im Galvanometer hervor. Gleicht man r_3 und r_4 so ab, daß $J_0 = 0$ wird, so besteht an den Enden des Galvanometers gleiches Potential, und es ergibt sich nach dem Kirchhoffschen Gesetz die Beziehung:

$$\text{I. } \mathfrak{E}_{g_1} \cdot \frac{dJ}{dt} = J_{1t} \cdot R_1. \quad \text{II. } \mathfrak{E}_{g_2} \cdot \frac{dJ}{dt} = J_{2t} \cdot R_2,$$

wobei $R_1 = r_1 + r_3$ und $R_2 = r_2 + r_4$ ist. Dividieren wir beide Gleichungen durcheinander, so erhalten wir

$$\frac{\mathfrak{E}_{g_1}}{\mathfrak{E}_{g_2}} = \frac{J_{1t} \cdot R_1}{J_{2t} \cdot R_2}$$

oder, da $J_{1t} = J_{2t}$ sein muß, weil $J_0 = 0$ ist,

$$\frac{\mathfrak{E}_{g_1}}{\mathfrak{E}_{g_2}} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{r_1 + r_3}{r_2 + r_4}.$$

Hierbei kann man wieder bei Gleichstrom das Sekohmmeter verwenden. Auf der Sekundärseite spielen sich die Vorgänge in ähnlicher Weise ab, wie bei der Vergleichung von EMKen in Hintereinanderschaltung.

Um den Einfluß des Temperaturkoeffizienten beider Spulen zu vernachlässigen, soll man r_3 und r_4 gegenüber r_1 und r_2 möglichst groß wählen. Vertauscht man die Elektrizitätsquelle und das Meßinstrument, so erhält man die Schaltung des Differentialtransformators (s. Nr. 39) nach Trowbridge.

47. Vergleich von gegenseitigen Induktionen miteinander (Campbell) ¹⁾.

Nach Fig. 103 legt man zuerst die Umschalter U_1 und U_2 auf $a \div b$ und gleicht R_3 und R_4 so ab, daß das Telefon schweigt. Dann sind die Selbstinduktionen abgeglichen. Dann legt man

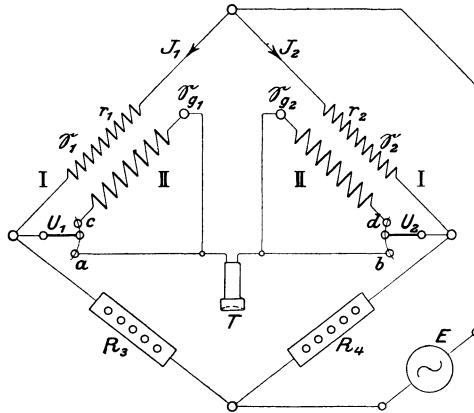


Fig. 103.

nach $c \div d$ um und gleicht mittels des bekannten Variators \mathcal{C}_{g_2} die Brücke wieder ab. Es gilt dann hierfür

$$1. \quad \mathcal{C}_{g_1} \cdot \frac{dJ_1}{dt} = \mathcal{C}_{g_2} \cdot \frac{dJ_2}{dt}.$$

Nun ist

$$2. \quad J_1 \cdot R_3 = J_2 \cdot R_4 \quad \text{oder} \quad \frac{dJ_1}{dt} : \frac{dJ_2}{dt} = R_4 : R_3.$$

Setzt man diese Werte in Gleichung 1 ein, so erhält man:

$$\frac{\mathcal{C}_{g_1}}{\mathcal{C}_{g_2}} = \frac{R_3}{R_4}.$$

Hierbei ist die Messung vom Temperaturkoeffizienten der Spulen unabhängig.

¹⁾ Nat. phys. Lab. coll. researches 1908, S. 233; Phil. Mag. 1908, S. 155; Z f I. 1908, S. 223 (Ref).

48. Vergleichung von Induktionen und Kapazität miteinander (Carey Forster)¹⁾.

Nach der Fig. 104 kann man hierbei Koeffizienten der Selbstinduktion \mathfrak{S} , gegenseitigen Induktion \mathfrak{S}_g und Kapazität C mit-

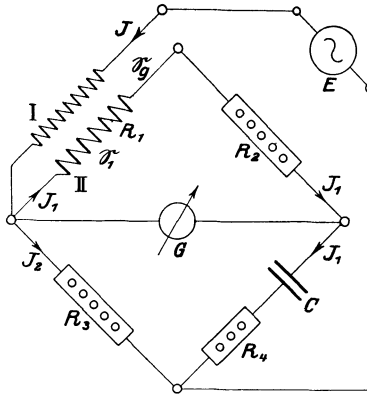


Fig. 104.

einander vergleichen. Für Stromlosigkeit von G gelten die Beziehungen:

1. $J_{1t} \cdot R_1 + \mathfrak{S}_1 \cdot \frac{dJ_1}{dt} + J_{1t} \cdot R_2 = \mathfrak{S}_g \cdot \frac{dJ}{dt}$
2. $J_{2t} \cdot R_3 = J_{1t} \cdot R_4 + \frac{1}{C} \cdot \int_0^t J_{1t} \cdot dt$
3. $J_t = J_{1t} + J_{2t}$.

Dividiert man Gleichung 1 und 2 durch einander und kombiniert mit Gleichung 3, so erhält man:

$$\mathfrak{S}_1 = \mathfrak{S}_g \cdot \frac{R_3 + R_4}{R_3}$$

$$C = \mathfrak{S}_g \cdot \frac{1}{R_3 \cdot (R_1 + R_2)}.$$

Am bequemsten ist es dabei, für konstantes R_3 nur R_4 bzw. R_2 zu verändern.

¹⁾ Zf I. 1901, S. 217.

49. Untersuchung von Kabeln.

Sie erstreckt sich auf die Messung des Leitungs-, des Isolationswiderstandes, der Selbstinduktion und Kapazität. Im Laboratorium sind diese Größen nach den angegebenen Methoden leicht zu ermitteln. Sollen jedoch Messungen an Ort und Stelle vorgenommen werden, so benutzt man entweder Kabelmesswagen oder bei geringeren Genauigkeitsansprüchen eine tragbare Kabelmeßanordnung, wie sie u. a. von Siemens & Halske¹⁾ hergestellt wird.

Für die Kapazitätsmessung von Unterseekabeln eignet sich die von Devaux - Charbonnel²⁾ angegebene Methode.

Der Isolationswiderstand R kann auch durch Messung des Ladungsverlustes ermittelt werden. Dazu legt man den einen Pol der Meßbatterie von der Spannung E_1 an die Kabelseele, den anderen an Erde und entlädt sogleich nach der Ladung durch ein ballistisches Galvanometer, wobei die Ablenkung α_1 auftritt. Darauf lädt man das Kabel von neuem, überläßt es t sec sich selbst und bestimmt die infolge der Restladung auftretende neue Ablenkung α_2 .

Die Abnahme der Ladung Q und Spannung E rührt her von dem Isolationsstrom

$$J_t = - \frac{dQ}{dt} = - C \cdot \frac{dE}{dt}.$$

Es muß jedoch auch die Beziehung bestehen:

$$J_t = \frac{E_t}{R}.$$

Aus beiden Gleichungen folgt:

$$- C \cdot \frac{dE}{dt} = \frac{E_t}{R}$$

oder

$$- C \cdot \int_{E_1}^{E_2} \frac{dE}{E_t} = \frac{1}{R} \cdot \int_0^t dt.$$

¹⁾ Druckschrift 100, Nov. 1906.

²⁾ Rev. el. 30. Mai 1906; El. u. M. Wien. 1906, S. 809 (Ref); Journ. telegr. 1908, Bd. 32, S. 73; ETZ. 1908, S. 655.

woraus sich ergibt:

$$-C \cdot [\ln E_2 - \ln E_1] = \frac{t}{R}$$

oder
$$C \cdot 2,302 \cdot \log \frac{E_1}{E_2} = \frac{t}{R}.$$

Da $E_1 = c \cdot \alpha_1$ und $E_2 = c \cdot \alpha_2$ war, erhält man durch Einsetzen:

$$R = \frac{t}{C \cdot 2,302 \cdot \log \frac{\alpha_1}{\alpha_2}}.$$

Die Kapazität C kann durch Vergleich mit einem Normal-kondensator bestimmt werden. Setzt man C in Mikrofarad (μF) ein, so ergibt sich R in Megohm ($M-\Omega$).

Diesen Versuch wiederholt man nun für verschiedene Spannungen E_1 , berechnet aus der Länge l in km den Isolationswiderstand $R_0 = R \cdot l$ für 1 km Länge und stellt R_0 als Funktion von E_1 graphisch dar. Während des ganzen Versuchs ist die Temperatur zu messen und möglichst konstant zu halten.

Zur Bestimmung der Kapazität von Kabeln hat Howe¹⁾ einige Versuche nach der Methode von de Sauty angestellt. Um den Ton im Telephon zum Verschwinden zu bringen, legt er in die Zuleitung zwischen Wechselstromquelle und Brückenschaltung die primäre Spule eines Variators der gegenseitigen Induktion und die Sekundärspule an einen Kondensator. Durch Veränderung der gegenseitigen Induktion kann auf Resonanz eingestellt werden, woraus annähernd sinusförmiger Strom resultiert.

50. Bestimmung von Dielektrizitätskonstanten.

Bei flüssigem Dielektrikum bestimmt man die Konstante \mathcal{K} in der Weise, daß man die Menge Q_1 oder Kapazität C_1 eines Luftkondensators bestimmt, der am besten aus 3 konzentrischen, unten abgeschlossenen Zylindern²⁾ von geringem Abstand besteht, in deren beiden Zwischenräumen 2 andere Zylinder, konzentrisch gelagert, die andere Belegung bilden. Füllt man die Zwischenräume mit dem zu untersuchenden Material und bestimmt wieder dafür die Menge Q_2 oder Kapazität C_2 bei derselben Spannung E , dann ist

$$Q_1 = C_1 \cdot E \quad Q_2 = C_2 \cdot E = \mathcal{K} \cdot Q_1,$$

¹⁾ El. 27. März 1908; El. u. M. Wien 1908, S. 389 (Ref).

²⁾ ETZ. 1896, S. 500.

woraus folgt

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \vartheta = \frac{C_2}{C_1}.$$

Diesen Versuch wiederholt man für verschiedene Temperaturen τ und stellt die Abhängigkeit der Größe ϑ von der Temperatur τ als $f(\vartheta, \tau)$ graphisch dar, wofür sich im allgemeinen eine Gerade ergibt.

Bei festen Körpern benutzt man Plattenkondensatoren, in deren engen Zwischenraum die zu untersuchenden Körper in Plattenform eingelegt werden. Dabei ist jedoch der Nachteil, daß es schwierig ist, dünne Platten von gleicher Dicke und Dichte herzustellen¹⁾. Eine andere Methode besteht darin, daß man zwei Metallscheiben A und B in gleichem Abstände zu beiden Seiten einer dritten Scheibe C anordnet und A und B zu den beiden Quadranten eines Elektrometers leitet. Die mittlere Scheibe C wird mit der Elektrometernadel und einem Pol eines Induktoriums verbunden, dessen anderer Pol zur Erde abgeleitet ist. Man stellt nun z. B. Platte A in einem Abstand a von C so ein, daß das Elektrometer keine Ablenkung zeigt. Dann bringt man das zu untersuchende Material in Plattenform von der Dicke d zwischen A und C . Infolge der Vergrößerung der Kapazität muß nun Scheibe A um eine Länge δ verschoben werden, damit die Ablenkung wieder verschwindet. Dann ist:

$$\vartheta = \frac{d}{a - \delta}.$$

Boltzmann²⁾ bestimmte ϑ aus der Anziehung zwischen geladenen Metallkugeln und Kugeln aus dem zu untersuchenden Material.

51. Prüfung der Durchschlagsfestigkeit von Isolierstoffen.

Entsprechend Fig. 105 legt man die Isolationsplatte P zwischen die an ein Induktorium Ind , Influenzmaschine oder Transformator angeschlossenen Kugelelektroden eines mit Paraffinöl oder Petroleum gefüllten Glasgefäßes. Der Kondensator (Leydener Flasche) C

¹⁾ Vergl. Quincke, Wied. Ann. Bd. 19, S. 714 u. 726.

²⁾ Pogg. Ann. Bd. 153, S. 525.

hat den Zweck, das Ansteigen der Spannung so weit zu verlangsamen, daß das Hochspannungs-Elektrometer E bequem folgen kann. Man beobachtet die Spannung E im Moment des Durchschlags. Zum Vergleich verschiedener Materialien von der Dicke d cm bildet man die spezifische Durchschlagsspannung $E_d = \frac{E}{d}$ und stellt sie als Funktion der Dicke $f(E_d, d)$ dar.

Für die Prüfung von Porzellanisolatoren werden meistens Hochspannungstransformatoren benutzt. Angaben über derartige Anordnungen und Schutzvorrichtungen sind von Moscicki¹⁾, Weicker²⁾, Linker³⁾ und Hendricks⁴⁾ gemacht worden.

52. Eichung und Prüfung von Strom- und Spannungsmessern.

Ist ein Instrument so weit fertiggestellt, daß seine Eichung erfolgen kann, so versieht man es mit dem Papier für die Skala, zeichnet den Nullpunkt ein und bestimmt die Zeigerlänge, damit man später den Kreisbogen der Skala genau feststellen kann.

Für Strommesser macht man folgende Schaltung (Fig. 106). Man reguliert dabei den der Batterie E entnommenen Strom von Null an bis zu dem Maximalwert des zu eichenden Instruments J in solchen Intervallen, daß man kleinere Beträge durch proportionale Teilung genügend genau feststellen kann. Es ist jedoch nicht notwendig, daß man auf ganze Einheiten des Normalinstruments N einstellt. Für jede Zeigerstellung macht man einen kleinen Strich auf dem Skalenpapier, entfernt dasselbe nach der Eichung, befestigt es auf einem größeren Papierblatt und zieht durch die

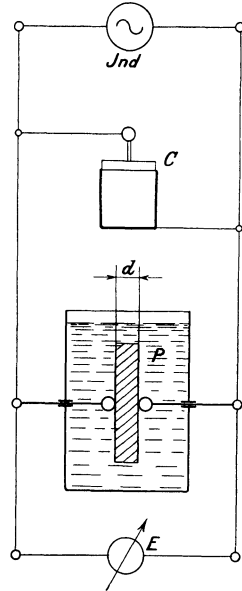


Fig. 105.

¹⁾ ETZ. 1904, S. 527.

²⁾ ETZ. 1911, S. 436 u. 460,

³⁾ Dingers polyt. Journal 1911, Heft 14.

⁴⁾ Proc. AIEE. 1911, Bd. 30, S. 295; ETZ. 1911, S. 671 (Ref).

einzelnen Marken vom Drehpunkt aus Strahlen bis zum Schnitt mit einem Kreisbogen von 3÷4 fachem Radius. Auf diesem Bogen zeichnet man nun die Teilung möglichst stetig verlaufend hin und überträgt sie dann auf die wirkliche Skala. Dadurch werden Fehler der Teilung nur mit einem Bruchteil übertragen, der dem Verhältnis der Radien entspricht.

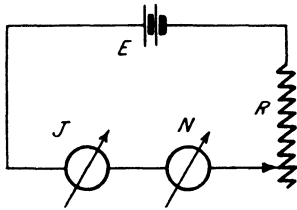


Fig. 106.

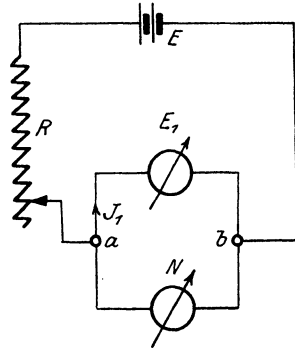


Fig. 107.

Ist die Skala schon mit gleichmäßiger Teilung versehen, so notiert man sich zu den Angaben des Normalinstrumentes die Ablenkung des Instruments in Skalenteilen, trägt die Angaben von J als Ordinaten zu denjenigen von N als Abszissen in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein und zeichnet sich daraus die Eichkurve mit einem stetig verlaufenden Linienzug ohne Sprünge. Dabei findet man leicht Ablesungsfehler heraus und kann sie bequem eliminieren. Die Kurve benutzt man dann zur Zeichnung der Skala.

Bei manchen Instrumenten (Weicheisen) muß man nicht nur die ansteigende, sondern auch die fallende Kurve aufnehmen und verwendet die Mittelwerte für die Herstellung der Skala. Ebenso ist der Einfluß der Polarität zu untersuchen.

Ist das Instrument ein Spannungsmesser, so erfolgt die Eichung in derselben Weise, jedoch mit folgender Schaltung (Fig. 107). Hierbei verändern wir die an den beiden Punkten $a \div b$ einzustellende Potentialdifferenz durch den Regulierwiderstand R .

Instrumente, deren Widerstand sich beim Stromdurchgang infolge des großen Temperaturkoeffizienten des Kupfers (0,004) ändert, müssen entweder eine Temperaturkorrektionstabelle er-

halten oder mit einer Kompensationswicklung (meistens Kupfer- und Manganwicklung in Reihe geschaltet) versehen sein.

Nach öfterem Gebrauch besonders technischer Meßinstrumente (Fehler bis 1 %) zeigt es sich, daß dieselben von den richtigen Werten über den zulässigen Fehler hinaus abweichen. Will man dabei keine neue Skala herstellen, so fertigt man auf Grund einer Prüfung eine Korrektionskurve an. Sie ist eine graphische Darstellung der negativ genommenen Fehler oder der Korrekturen in Abhängigkeit von dem jeweilig abgelesenen Wert.

a) Strommesser.

Da die Instrumente einen relativ kleinen Eigenwiderstand besitzen, kann die Spannung der Stromquelle relativ niedrig sein, d. h. es genügen eine oder zwei Akkumulatorenzellen (2—4 V). Die Größe der Zellen wächst mit der anzuwendenden Stromstärke. Der Regulierwiderstand R muß so gebaut sein, daß er den Höchstwert des Meßstromes aushält. Er besteht deswegen oft aus Bändern, Widerstandsgeweben (Schniewindt, Neuenrade) oder dicken Drähten, deren Querschnitt in der Richtung der Ausschaltstellung (Widerstand ∞) abnimmt.

Der Strom wird nun stufenweise von Null an verstärkt und die dabei auftretenden Ablesungen in einer Beobachtungstabelle festgelegt.

Nach dieser Tabelle zeichnet man sich dann eine Kurve $f(N, J)$, in welcher die Abhängigkeit der wirklichen Stromstärke N von der am fehlerhaften Instrument abgelesenen J graphisch dargestellt ist (Fig. 108).

Die Differenz $N - J = i$ ist die Korrektion, welche man zu den Angaben J des Instruments addieren muß, um den wirklichen Wert N des Stromes zu erhalten, entsprechend der Gleichung $J + i = N$.

Die Korrektion i läßt sich nun leicht graphisch aus der Kurve bestimmen.

Zieht man nämlich bei gleichem Maßstab für J und N eine Gerade \overline{Og} unter 45° und für eine Ablesung $J = \overline{Oa}$ am fehler-

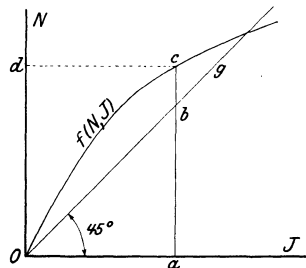


Fig. 108.

haften Instrument die Ordinaten ac , so ist $ac = N$ der zugehörige wirkliche Wert. Zerlegt man \overline{ac} in \overline{ab} und \overline{bc} , so gilt die Beziehung $\overline{bc} = \overline{ac} - \overline{ab}$. Da nun $\overline{ac} = N$ und $\overline{ab} = \overline{Oa} = J$ war und daraus $\overline{bc} = N - J = i$ folgt, so stellen die Ordinatenabschnitte \overline{bc} die Korrektur i dar.

Stellt man jetzt die Abschnitte $\overline{bc} = i$, die zwischen der Geraden \overline{Og} und der aufgenommenen Kurve $f(N, J)$ liegen, in Abhängigkeit von J graphisch dar, so erhält man die Korrektionskurve $f(i, J)$. Ergibt sich für die Korrektionskurve eine unter einem Winkel α gegen die Abszissenachse geneigte Gerade, so kann man die Korrektur p in Prozenten des abgelesenen Wertes J angeben nach der Gleichung:

$$i = \frac{p}{100} \cdot J = J \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

Am einfachsten findet man p , indem man zu einer Abszisse von 100 mm Länge die zugehörige Ordinate aufsucht; dann gibt die Länge der Ordinate in Millimetern direkt den Wert p an.

Für Wechselstrominstrumente muß bei der Prüfung die Periodenzahl des Meßstromes ebenso groß sein wie diejenige, für welche das Instrument verwendet werden soll. Das ist besonders bei Instrumenten zu beachten, deren Angaben von der Periodenzahl abhängig ist. Dazu gehören die elektromagnetischen oder Weicheiseninstrumente und die nach dem elektrodynamischen und Induktionsprinzip arbeitenden Strommesser.

Ferner darf auch die Kurvenform des Eichstromes nur unwesentlich von derjenigen des zu messenden Stromes abweichen.

Zur Erzeugung der niedrigen Spannung bei entsprechend großer Stromstärke verwendet man Autotransformatoren mit einer Wicklung und einer Anzahl Abzweigstellen, oder Transformatoren mit getrennter Primär- und Sekundärwicklung.

b) Spannungsmesser.

Die Schaltung wird nach Fig. 107 hergestellt. Die Messung geschieht in derselben Weise, wie bei a) angegeben. Ebenso findet man die Korrektionskurve $f(e, E)$.

53. Eichung und Prüfung von Leistungs- und Arbeitsmessern (Zählern).

Wegen des den beiden Meßinstrumenten gleichen Grundprinzips, mit Hilfe einer Hauptstromspule H und einer Spannungsspule S die in Frage kommenden Größen zu messen, wollen wir beide Arten gemeinsam an Hand der Schaltung der Arbeitsmesser oder Elektrizitätszähler behandeln.

In den Fällen, wo es nicht auf äußerste Genauigkeit ankommt, kann man die Prüfung durch Vergleich mit einem Normal-Arbeits- oder Leistungsmesser vornehmen. Besser ist es jedoch, die zu messende Größe $L = E \cdot J$ oder $A = E \cdot J \cdot t = L \cdot t$ aus einer Spannungs-, Strom- und Leistungs- bzw. Zeitmessung zu ermitteln, wenn es sich nicht um Massenprüfungen gleichartiger Instrumente handelt, die man auch mit einem sog. Normal-Eichzähler ausführen kann¹⁾. Die Untersuchung der Arbeitsmesser erstreckt sich dabei auf folgende Punkte²⁾:

a) Leerlauf. Die Spannungsspule liegt allein an der Stromquelle. Der Einfluß der verschiedenen Spannungen bis (120 %) mit Angabe der Leerlaufsleistung (event. bei Erschütterungen) ist festzustellen.

b) Anlauf. Bei der normalen Spannung ist zu untersuchen, mit welchem kleinsten Strom, gemessen in % des normalen, der Zähler sicher anläuft.

c) Konstante. Die Änderungen der Konstante gegenüber dem Sollwert sind bei verschiedenen Belastungsströmen (z. B. 5, 10, 20, 50, 100, 120 % von J) zu untersuchen. Bei Wechselstromzählern ist außerdem die Konstante mit normaler Stromstärke J bei verschiedenem Leistungsfaktor $\cos \varphi$ (0,2; 0,5; 0,8; 1) für Nach- und Voreilung zu untersuchen. Bei normaler Spannung und Periodenzahl für Wechselstrom soll der Konstantenfehler in % des Sollwerts sein³⁾

$$F_x \leq \pm \left(3 + \frac{3}{10} \cdot \frac{J}{J_x} + \operatorname{tg} \varphi \right).$$

¹⁾ Z. f. I. 1908, S. 154.

²⁾ ETZ. 1900, S. 1035 und 1901, S. 94.

³⁾ Vgl. auch Bulletin d. Schweizer. El. Vereins Nr. 37.

Hierin ist J der Normalstrom, für den der Zähler bestimmt ist, J_x der jeweilige Belastungsstrom, für den F_x der Grenzwert des Fehlers sein soll, φ der Phasenverschiebungswinkel.

Im übrigen vergleiche man die Ausführungsbestimmungen¹⁾ des Gesetzes betr. die elektr. Maßeinheiten²⁾ vom 1. Juni 1898, sowie die Leitsätze³⁾ des VdE.

d) **Überlastung.** Starke Ströme in den Hauptstromspulen dürfen durch ihr Feld die Stärke des Stahlmagnets der Wirbelstromdämpfung nicht beeinflussen. Schließt man daher den Belastungskreis kurz, so darf die Konstante danach keine Änderungen zeigen.

Bei den Untersuchungen muß nun die Spannungsspule so geschaltet sein, daß die von ihr verbrauchte Leistung nicht mitgemessen wird. Zweckmäßig benutzt man bei der Prüfung zwei besondere Stromquellen, nämlich eine solche mit niedriger Spannung und genügender Stromstärke für die Hauptstromspule und eine andere mit der für die Spannungsspule erforderlichen höheren Spannung, die nur kleine Ströme zu liefern hat. Bei Wechselstrom schließt man die Spule an entsprechende Transformatoren an und legt in den Spannungskreis zur Veränderung der Phase einen sog. Phasenregler⁴⁾. Es ist ein nach Art eines Dreiphasenmotors mit dem Übersetzungsverhältnis $u = 1$ gebauter Transformator, dessen sekundäre (Rotor-) Wicklung durch Schneckentrieb festgehalten bzw. gedreht werden kann.

Um die Zähler auch während des Betriebs prüfen zu können, besitzen diese sog. Prüfklemmen.

Entsprechend der Bauart der Arbeitsmesser nach dem Pendel- oder Motorprinzip kann man folgende Methoden der Prüfung unterscheiden:

1. Gleichstrominstrumente.

a) Motorzähler.

Bei kleinen Zählern wird von den Elektrizitätswerken meistens volle Spannung E und ein besonderer Belastungswiderstand R zur Prüfung benutzt (Fig. 109). Der Generator wird an

¹⁾ ETZ. 1901, S. 435, 471, 531.

²⁾ ETZ. 1898, S. 195 ff.

³⁾ ETZ. 1910, S. 520.

⁴⁾ ETZ. 1902, S. 774.

die Klemmen M , die Belastung an L angeschlossen. R hat mehrere parallele Zweige gleichen Widerstandes, dagegen ist der letzte Zweig zur Feineinstellung veränderlich. Nachdem der Leerlauf und Anlauf untersucht sind, schreitet man zur Prüfung der Konstanten. Hierzu ist nur notwendig, die Anzahl der Umdrehungen u zu zählen, welche die Motorachse in t Sekunden ausführt, und die während der Messung konstant zu haltende Spannung E sowie den Strom J abzulesen. Im allgemeinen genügt eine Zeit von 3 Minuten, nur bei geringer Belastung wählt man sie länger (bei Leerlauf ist etwa 1 Stunde erforderlich).

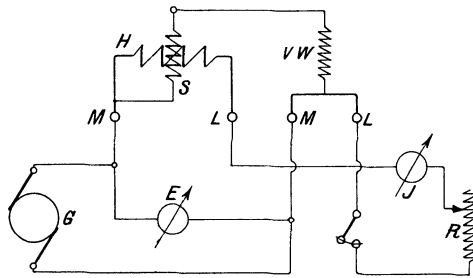


Fig. 109.

Das mit der Ankerwelle verbundene Zählwerk hat nun ein unveränderliches Übersetzungsverhältnis. Zwischen der Umlaufzahl und der Eichung des Zählwerks in elektrischen Arbeitseinheiten besteht jedoch eine Beziehung, die man als die Konstante c des Zählers bezeichnet. Nach der Gleichung

$$c = \frac{u}{A_z}$$

ist sie definiert als die Anzahl der Umdrehungen für die Arbeitseinheit (kWh).

Für u Umläufe in t sec zeigt nun der Zähler eine Arbeit

$$A_z = \frac{1}{c} \cdot u \text{ kWh.}$$

Gemessen wurde dagegen

$$A = \frac{E \cdot J \cdot t}{3600 \cdot 1000} \text{ kWh,}$$

worin E und J konstante oder mittlere Werte der Ablesungen sind. Zeigt der Zähler richtig, so ist $A = A_z$ oder

$$\frac{E \cdot J \cdot t}{3,6 \cdot 10^6 \cdot u} \cdot c = 1.$$

Ist die rechte Seite nicht gleich 1, sondern m , dann ist der Fehler $1 - m$. Die Korrektur ist der negative Fehler und beträgt in % ausgedrückt

$$a = (m - 1) \cdot 100.$$

Ist die richtige Konstante c_r , so gilt dafür

$$\frac{E \cdot J \cdot t}{3,6 \cdot 10^6 \cdot u} \cdot c_r = 1,$$

während für die Instrumentenkonstante c die Gleichung besteht:

$$\frac{E \cdot J \cdot t}{3,6 \cdot 10^6 \cdot u} \cdot c = m.$$

Aus beiden Gleichungen folgt $c_r = \frac{c}{m}$. Da nun auch $a = \frac{A - A_z}{A_z} \cdot 100$ ist, und $A = \frac{1}{c_r} \cdot u$, die Zählerangabe $A_z = \frac{1}{c} \cdot u$ gesetzt werden kann, so wird

$$a = \frac{\frac{u}{c_r} - \frac{u}{c}}{\frac{u}{c}} \cdot 100 = \frac{c - c_r}{c_r} \cdot 100.$$

Ist $c_r > c$, so zeigt der Zähler zuviel an, da die Korrektur negativ ist.

Stellt man die prozentualen Korrekturen a in Abhängigkeit von dem Belastungsstrom J graphisch dar, so erhält man die Korrekturkurve $f(a, J)$. Vorteilhafter ist es dabei, wenn die Kurve positive und negative Werte zeigt, anstatt nur auf einer Seite der Abszissenachse zu verlaufen. Der mittlere Fehler soll im allgemeinen $\pm 1\%$ nicht übersteigen. Die Zeit t mißt man mit einer Arretieruhr oder einem Doppelzeitschreiber.

Arbeitsmesser für stärkere Ströme prüft man mit getrennten Strom- und Spannungskreisen, d. h. mit künstlicher Belastung.

b) Pendelzähler von Aron.

Eine direkte Beobachtung der Ablesung am Zählwerk ist nur bei großen Stromstärken möglich. Dabei muß man jedoch bei den neueren Instrumenten 2 Umschaltperioden abwarten, d. h.

20 min lang prüfen. Will man jedoch die Zeit der Messung abkürzen, besonders wenn die Belastung gering ist, so schlägt man folgendes Verfahren ein: Bei den älteren Zählern setzt man vorläufig ein Pendel still und stellt fest, daß s_1 Schwingungen des anderen Pendels A_z kWh des Zählwerks entsprechen; dann ist die Konstante $c = \frac{s_1}{A_z}$. Schaltet man nun einen Strom J eine Zeit von t sec ein, so zeigt sich zwischen beiden schwingenden Pendelneine Schwingungsdifferenz s , die man aus den Koinzidenzen, d. h. den Lagen ermitteln kann, in denen beide Pendel nur einen Schlag hören lassen. Zwischen zwei Koinzidenzen liegt dann eine Differenzschwingung. Die Korrektion bestimmt sich dann analog wie vorher aus:

$$a = (m - 1) \cdot 100, \text{ worin } m = \frac{E \cdot J \cdot t \cdot s_1}{3,6 \cdot 10^6 \cdot s \cdot A_z} \text{ ist.}$$

Bei den neueren Zählern ist das rechte Pendel länger als das linke und macht $s_r = \frac{222,5}{9}$ gegenüber $s_l = \frac{227,5}{9}$ Schwingungen des linken oder ein ganzes Vielfaches davon, um 1 Umdrehung des Zeigers für den kleinsten Meßbereich hervorzurufen. Bei unbelasteten Hauptstromspulen möge ferner das rechte Pendel p_r , das linke p_l Schwingungen in 1 sec ausführen. Beim Stromdurchgang hätte man p_r' und p_l' Schwingungen in 1 sec gezählt, wobei $p_l' > p_l$ (Beschleunigung) und $p_r' < p_r$ (Verzögerung) sein möge. Dann hat das linke Pendel den Zeiger um $\frac{p_l'}{s_l}$, das rechte um $-\frac{p_r'}{s_r}$ in 1 sec vorwärts gedreht. Beide zusammen ergeben also

$$\frac{p_l'}{s_l} - \frac{p_r'}{s_r}$$

Umdrehungen des Zeigers in 1 sec. Nach der Umschaltung seien p_l'' und p_r'' Schwingungen in 1 sec gezählt, wobei $p_l'' < p_l$ und $p_r'' > p_r$ ist. Außerdem ist die Drehrichtung des Zeigers umgeschaltet. Er macht dann

$$\frac{p_r''}{s_r} - \frac{p_l''}{s_l}$$

Umdrehungen in 1 sec. Ist T die Zeitdauer einer Umschaltperiode, so hat der Zeiger nach 2 Umschaltungen, also in $2 T$ Sekunden

$$T \cdot \left(\frac{p_l'}{s_l} - \frac{p_r'}{s_r} + \frac{p_r''}{s_r} - \frac{p_l''}{s_l} \right)$$

Umdrehungen vorwärts gemacht. Hat der Zähler die Konstante $c = \frac{u}{A_z}$ Umdr/kWh, so zeigt er nach 2 Umschaltungen die Arbeit

$$A_z = \frac{u}{c} = \frac{T}{c} \cdot \left(\frac{p_l'}{s_l} - \frac{p_r'}{s_r} + \frac{p_r''}{s_r} - \frac{p_l''}{s_l} \right) \text{ kWh}$$

an. Gemessen wurde dabei

$$A = \frac{E \cdot J \cdot 2 \cdot T}{3,6 \cdot 10^6} \text{ kWh.}$$

Aus der Gleichung $A = A_z$ für den Richtiggang folgt:

$$\text{I. } \frac{E \cdot J \cdot 2 \cdot c}{3,6 \cdot 10^6 \cdot \left(\frac{p_l'}{s_l} - \frac{p_r'}{s_r} + \frac{p_r''}{s_r} - \frac{p_l''}{s_l} \right)} = 1.$$

Da man die raschen Schwingungen schwer zählen kann, führen wir dafür die Zeit t zwischen 2 Koinzidenzen ein, die man leicht ermitteln kann. Für die erste Umschaltperiode bei t' sec zwischen 2 Koinzidenzen haben nämlich beide Pendel die Schwingungen

$$q_l' = p_l' \cdot t' \quad \text{und} \quad q_r' = p_r' \cdot t'$$

gemacht. Da ihre Differenz gleich 1 Schwingung ist, so ergibt sich

$$1 = q_l' - q_r' = t' \cdot (p_l' - p_r')$$

oder

$$p_l' - p_r' = \frac{1}{t'}$$

Ebenso erhält man analog

$$p_r'' - p_l'' = \frac{1}{t''}$$

Führt man $p_r' = p_l' - \frac{1}{t'}$ und $p_r'' = p_l'' + \frac{1}{t''}$ in die Gleichung ein, so erhält man nach Umformung

$$\text{II. } \frac{E \cdot J \cdot 2 \cdot c \cdot s_r}{3,6 \cdot 10^6 \cdot \left[\frac{1}{t'} + \frac{1}{t''} + (p_l' - p_l'') \cdot \left(\frac{s_r}{s_l} - 1 \right) \right]} = 1.$$

Setzt man nach Aron

$$p_l' = p_l \cdot \left(1 + \frac{k}{2} \cdot L - k' \cdot L^2 \right)$$

$$p_l'' - p_l \cdot \left(1 - \frac{k}{2} \cdot L - k' \cdot L^2\right),$$

wo $L = E \cdot J$ die Leistung bedeutet, so wird

$$p_l' - p_l'' = p_l \cdot k \cdot L = K \cdot L.$$

Außerdem ist

$$\frac{s_r}{s_l} = \frac{89}{91} \quad \text{und} \quad \frac{s_r}{s_l} - 1 = -\frac{2}{91}.$$

Führt man diese Werte ein, so ergibt sich bei fehlerhafter Angabe

$$\frac{E \cdot J \cdot s_r \cdot c}{3.6 \cdot 10^6 \cdot \left(\frac{1}{t'} + \frac{1}{t''} - \frac{2}{91} \cdot K \cdot L\right)} = m.$$

Die richtige Konstante ist dann wieder, wie vorher, $c_r = \frac{c}{m}$ und die Korrektur

$$a = (m - 1) \cdot 100 \text{ ‰}.$$

Die einzelnen Größen der Gleichung bestimmt man nun folgendermaßen:

E und J werden abgelesen, woraus L ebenfalls bekannt ist. s_r wird vor der Messung bei unbelastetem Zähler gemessen, indem man das linke Pendel festhält. Hat man z. B. 50 Schwingungen des rechten Pendels für eine Umdrehung des Zeigers ermittelt, so ist

$$s_r = x \cdot \frac{222,5}{9} = 50.$$

Da x eine ganze Zahl sein muß, erhält man

$$x = \frac{9 \cdot 50}{222,5} = \sim 2, \quad \text{d. h.} \quad s_r = \frac{445}{9}.$$

c ist aus dem Übersetzungsverhältnis des Zählwerks bestimmt.

t' und t'' findet man, indem man bei der betr. Belastung für jede Umschaltperiode n Koinzidenzen (ungleichsinnige) in t sec beobachtet; dann ist t' bzw. t'' gleich dem Quotienten $\frac{t}{n}$ der zusammengehörigen Werte. Es kann dabei vorkommen, daß t'' negativ wird, da das rechte längere Pendel trotz der Beschleunigung langsamer schwingen kann als das verzögerte linke. Für die Konstante $K = \frac{p_l' - p_l''}{E \cdot J}$ findet man p_l' und p_l'' , indem man bei Belastung für jede Umschaltperiode die Schwingungszahl

des linken Pendels z_l in einer bestimmten Zeit t (sec) feststellt und beide Werte durch einander dividiert $\left(p_l = \frac{z_l}{t}\right)$.

2. Instrumente für Einphasen-Wechselstrom.

Außer dem Spannungs- und Strommesser ist noch ein Leistungsmesser L zur Bestimmung der Leistung und Phasenverschiebung aufzunehmen. Im übrigen geschieht die Messung, wie bei I angegeben. Für größere Stromstärken trennt man Strom- und Spannungskreis (Fig. 110).

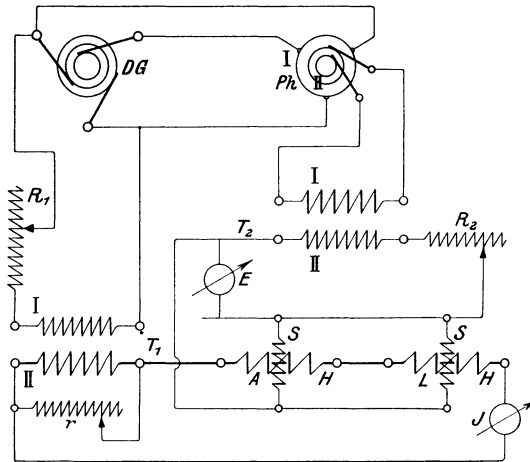


Fig. 110.

Am besten verwendet man dabei als Stromquelle einen Drehstromgenerator DG , da man ihn dann gleichzeitig zur Erregung des Phasenreglers Ph benutzen kann. An den durch Schneckengetriebe verstellbaren Sekundärteil II des Reglers wird ein Transformator T_2 angeschlossen, an dessen Sekundärwicklung II die Spannungskreise S des Arbeitsmessers A und Leistungsmessers L liegen. Da nun bei Regulierung der Phase die Spannung E sich ändert, dient der Widerstand R_2 zur genauen endgültigen Einstellung derselben. Die Hauptstromspulen H sind an die Sekundärseite II des Transformators T_1 angelegt. Der Widerstand R_1 dient dabei zur groben, r zur feineren Einstellung des Stromes J . Bei dieser künstlichen Belastung ist die Gleichheit der Kurvenform

der Transformatoren anzustreben. Sonst kann der Fall eintreten, daß bei Phasengleichheit zwischen E und J doch $L < E \cdot J$ werden kann, wie Orlich¹⁾ gezeigt hat.

3. Instrumente für Dreiphasen-Wechselstrom.

Hierbei macht man die für Leistungsmesser angegebene Aronsche Schaltung (S. 95) unter Zwischenschaltung von Dreiphasen-Transformatoren. Als Stromquelle empfiehlt sich ein Doppel-Drehstromgenerator²⁾ (vgl. auch S. 76). Zur Kontrolle des richtigen Anschlusses der verschiedenen Phasen kann man eine Hilfsfigur, in der die Phasen- und Außenleiter-Stromstärken und Spannungen dargestellt sind, anwenden, wie sie von Orlich³⁾ angegeben ist.

54. Untersuchung von Sammlern (Akkumulatoren).

Über diese Messungen bestehen in den Fabriken verschiedene Vorschriften, von denen hier nur die hauptsächlichsten und für die Praxis notwendigsten besprochen werden mögen. Dazu gehören die Bestimmung des Wirkungsgrades, Aufnahme von Lade- und Entladekurven, Säuredichtemessungen, Untersuchung des Plattenpotentials usw.

Der Akkumulator wird mit verdünnter Schwefelsäure vom spezifischen Gewicht 1,18 gefüllt und vollständig aufgeladen, bis er starke Gasblasen erzeugt und die EMK nicht mehr steigt. Meistens besitzt er dann eine EMK $E_1 = 2,7 \text{ V}$ pro Zelle. Nun machen wir folgende Schaltung (Fig. 111), stellen den Widerstand R so ein, daß dem Akkumulator A der normale Entladestrom J_1 entnommen wird, für den wir die Untersuchung machen wollen, und beobachten nun die Werte von E_{k_1} bei konstantem Strom J . Vor Beginn des Versuchs ist es dabei zweckmäßig, die infolge der

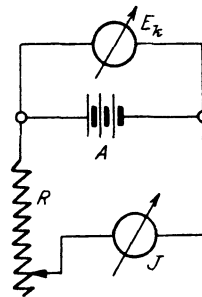


Fig. 111.

¹⁾ ETZ. 1902, S. 543.

²⁾ ETZ. 1907, S. 502.

³⁾ ETZ. 1901, S. 97.

verschiedenen Konzentration entstandene Überspannung von etwa 0,6 V, welche nach einigen Stunden von selbst verschwinden würde, in kurzer Zeit zu beseitigen, indem man den Akkumulator etwa 1 min lang mit dem Normalstrom belastet. Die EMK sinkt dann etwa auf 2,1 Volt und kann als die Entladespannung gelten, wenn sie ohne Belastung nicht weiter sinkt.

Stellt man E_{k_1} in Abhängigkeit von der Entladezeit t graphisch dar, so erhält man die Entladekurve $f(E_{k_1}, t)$ für $J_1 = \text{konst.}$ (Fig. 112). Ist der Strom J_1 nicht konstant geblieben, sondern hat Schwankungen gezeigt, so nimmt man die Werte von J_1 als Funktion von t auf und zeichnet die Stromkurve $f(J_1, t)$. Bildet man für jeden Zeitpunkt das Produkt von E_{k_1} und J_1 , so erhält man den Verlauf der abgegebenen Leistung $f(L_a, t)$ bei Entladung. Die Entladung gilt als beendet, wenn die Spannung E_{k_1} pro Zelle bei normaler Belastung 1,83 V erreicht.

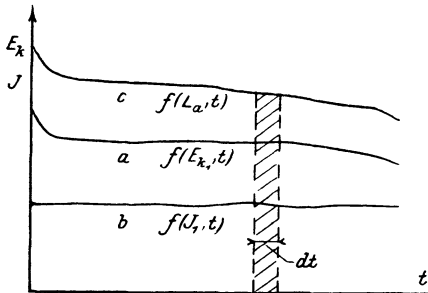


Fig. 112.

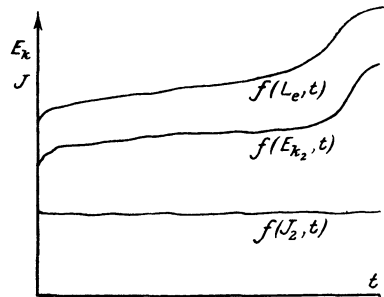


Fig. 113.

Darauf laden wir mit normalem Strom J_2 und stellen uns analog der vorigen Messung aus der Ladespannung E_{k_2} und der Zeit t die Ladekurve $f(E_{k_2}, t)$ und die Kurve $f(J_2, t)$ (Fig. 113) dar. Als Produkt der Ordinaten beider erhält man

$$E_{k_2} \cdot J_2 = L_e$$

die eingeführte Leistung und daraus $f(L_e, t)$. Die Ladung gilt als beendet, wenn die EMK (nicht Klemmenspannung!) auf 2,7 V gestiegen ist.

Diese Kurven verwenden wir nun folgendermaßen: Ist die Zeit t in Stunden gemessen, so stellt ein schmaler Flächenstreifen der $f(J_1, t)$ von der Größe f_{i_1} für eine kleine Zeit dt eine kleine Elektrizitätsmenge

$$c_{i_1} \cdot f_{i_1} = J_1 \cdot dt = dQ \text{ Ah}$$

dar. Darin ist der Maßstabsfaktor $c_{i_1} = \frac{dQ}{f_{i_1}}$ definiert als die Elektrizitätsmenge, welche der Flächeneinheit (1 cm^2) entspricht. Stellt z. B. 1 cm Ordinate $2 A$ und 10 cm Abszisse $1 h$ dar, so entsprechen $1 \cdot 10 = 10 \text{ cm}^2 = 2 \text{ Ah}$, woraus $c_{i_1} = \frac{2}{10} \frac{\text{Ah}}{\text{cm}^2}$ folgt. Für die Entladezeit t_1 ist die gesamte Elektrizitätsmenge die Summe der einzelnen Elementarmengen, also

$$Q_1 = \int_0^{t_1} dQ = c_{i_1} \cdot \int_0^{t_1} f_{i_1} = c_{i_1} \cdot \left[F_{i_1} \right]_0^{t_1}$$

Es ist also die Fläche $[F_{i_1}]_0^{t_1}$ zwischen den Grenzen 0 und t_1 ein Maß für die vom Akkumulator bei der Entladung gelieferte Elektrizitätsmenge Q_1 oder Kapazität in Amperestunden (Ah)

$$\text{In gleicher Weise ist } c_{i_2} \cdot \left[F_{i_2} \right]_0^{t_2} = Q_2$$

die eingeführte Elektrizitätsmenge.

$$\text{Das Verhältnis } \eta_e = \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{c_{i_1}}{c_{i_2}} \cdot \frac{[F_{i_1}]_0^{t_1}}{[F_{i_2}]_0^{t_2}}$$

nennt man das elektrische Güteverhältnis des Akkumulators. Es liegt zwischen $0,94$ und $0,97$.

Macht man den Maßstab beider Kurven gleich, so ist $c_{i_1} = c_{i_2}$ und $\eta_e = \frac{F_{i_1}}{F_{i_2}}$. Man planimetriert also die beiden Flächen bis zu den Ordinaten t_1 bzw. t_2 und bildet den Quotienten. Auch direkt ließen sich die Mengen durch Instrumente (Amperestundenzähler) bestimmen, doch ist die indirekte Messung genauer, da Spannungsmesser kleinere Fehler als die Zähler besitzen.

Für einen schmalen Streifen f_{e_1} der Spannungskurve gilt

$$c_{e_1} \cdot f_{e_1} = E_{k_1} \cdot dt.$$

Ist $J_1 = \text{konst.}$ oder der konstante Mittelwert aus den Einzelangaben, dann erhält man durch Multiplikation und Summierung bzw. Integration

$$c_{e_1} \cdot J_1 \cdot \int_0^{t_1} f_{e_1} = \int_0^{t_1} E_{k_1} \cdot J_1 \cdot dt = \int_0^{t_1} L_a \cdot dt = A_1 \text{ Wh}$$

oder

$$c_{e_1} \cdot J_1 \cdot \left[F_{e_1} \right]_0^{t_1} = A_1 \text{ Wh.}$$

Analog ergibt sich

$$c_{e_2} \cdot J_2 \cdot \left[F_{e_2} \right]_0^{t_2} = A_2 \text{ Wh.}$$

Das Verhältnis

$$\eta = \frac{A_1}{A_2} = \frac{c_{e_1}}{c_{e_2}} \cdot \frac{F_{e_1}}{F_{e_2}} \cdot \frac{J_1}{J_2}$$

stellt den praktisch wichtigen Wirkungsgrad ($0,75 \div 0,85$) dar. Für $c_{e_1} = c_{e_2}$ läßt sich η wieder durch Planimetrierung der Flächen allein ermitteln, wenn $J_1 = J_2$ gewählt wurde.

Will man die Schwankungen der Stromstärke berücksichtigen, so kann man die Arbeiten A bei Ladung und Entladung aus den Flächen zwischen den Leistungskurven $f(L, t)$ oder durch Arbeitsmesser direkt bestimmen, was man jedoch wegen der größeren Ungenauigkeit dieser Instrumente nur in besonderen Fällen tun wird.

Schließlich kann man sich die Mühe der punktweisen Aufnahme der Kurven ersparen, wenn man registrierende Instrumente anwendet. Über den Ladezustand eines Sammlers kann man sich auch aus der Säuredichte ein relatives Urteil bilden. Es müssen daher öfters Dichtemessungen vorgenommen werden. Die Grenzen für die Dichte werden von den Fabriken in der Bedienungsvorschrift angegeben. Im allgemeinen beträgt die Änderung etwa 3 ‰ . Angaben über den Ladezustand der einzelnen Platten erhält man durch Messung des Potentials derselben aus der Potentialdifferenz gegen eine neutrale Zwischenelektrode. Am besten ist dabei ein Stück einer gut geladenen Sammlerplatte, die außerhalb der Platten in das Gefäß eingesenkt wird. Zink- oder Kadmiumpplatten zeigen wegen der nicht aufgeklärten Konzentration der Ionen etwas schwankende Werte.

Bei mehreren zu einer Batterie zusammengestellten Zellen muß man die Untersuchungen hin und wieder auch an den einzelnen Zellen vornehmen, insbesondere wenn sich ein abweichendes Ver-

halten der ganzen Batterie gegenüber dem Anfangszustande zeigen sollte. Die Spannung der Lademaschine muß sich dabei etwa um 40 % gegen den Anfangswert steigern lassen. Bei großen Stromstärken wählt man zur Belastung einen Flüssigkeitswiderstand mit Soda- oder Pottaschelösung. Zur Prüfung der Selbstentladung ermittelt man die Elektrizitätsmengen gleich nach der Ladung und später, nachdem der Sammler aufgeladen ist und etwa eine Woche unbenutzt gestanden hat. Die Bestimmung des Widerstandes geschieht nach den vorher angegebenen Methoden, welche die Polarisation berücksichtigen.

55. Untersuchung einer Thermosäule.

Am meisten in der Praxis gebräuchlich ist die mit Leuchtgas betriebene Thermosäule von Pintsch, Berlin. Nachdem die Gasleitung unter Zwischenschaltung eines Gasmessers angeschlossen und das Gas entzündet ist, wartet man eine Weile den stationären Zustand ab und nimmt dann die äußere Charakteristik $f(E_k, J)$, d. h. die Klemmenspannung E_k in Abhängigkeit vom Strom J bzw. äußeren Widerstande R auf, die man graphisch darstellt. Dann bildet man die abgegebene Leistung $L_a = E_k \cdot J$ und stellt sie als $f(L_a, J)$ ebenfalls dar. Diese Kurve gibt an, für welchen Strom die Leistung am größten ist. Bildet man ferner $\frac{E - E_k}{J} = R_i$, so erhält man den inneren Widerstand R_i , wenn E die EMK oder Klemmenspannung für $J = 0$ ist.

Um den thermischen Wirkungsgrad η_{th} zu bestimmen, messen wir für einen konstanten äußeren Widerstand R bzw. Strom J die Klemmenspannung E_k , den Gasverbrauch V in l sowie die Zeitdauer der Energieabgabe t in sec.

Bei einem Heizwert $H \frac{\text{cal}}{1}$ des Gases beträgt die eingeführte Arbeit

$$A_e = 4,189 \cdot V \cdot H \text{ J.}$$

Die abgegebene elektrische Arbeit ist $A = E_k \cdot J \cdot t$ J, somit ist der Wirkungsgrad

$$\eta_{th} = \frac{E_k \cdot J \cdot t}{4,189 \cdot V \cdot H} = 0,239 \cdot \frac{E_k \cdot J \cdot t}{V \cdot H}.$$

Für die Praxis interessiert jedoch mehr die Beantwortung

der Frage, wieviel die Kosten K der elektrischen Energie in Pf für 1 kWh betragen. Dafür gilt die Beziehung

$$K = \frac{k \cdot V \cdot 3,6 \cdot 10^3}{E_k \cdot J \cdot t} \text{ Pf/kWh,}$$

worin k den Preis in Pf für 1 cbm Gas angibt und V in l gemessen ist.

56. Wirkungsgrad eines elektrischen Kochers.

Der Kocher wird mit Wasser gefüllt auf eine Federwage gestellt und durch Einleiten eines Stromes zum Sieden gebracht. Zur Zeit t_1 sei das Gesamtgewicht G_1 g und zur Zeit t_2 das kleinere Gewicht G_2 abgelesen. War bei E_k V Spannung die konstante Stromstärke J A, so ist in der Zeit $t = t_2 - t_1$ sec die Wassermenge $G = G_1 - G_2$ g verdampft worden. Dieser Menge entspricht eine abgegebene Arbeit $A = 535,9 \cdot G$ cal, wo die Zahl 535,9 die Verdampfungswärme bei 100° C in cal/g angibt. Die eingeführte elektrische Arbeit beträgt

$$A_e = E_k \cdot J \cdot t \text{ J oder } A_e = 0,239 \cdot E_k \cdot J \cdot t \text{ cal.}$$

Somit ist der thermische Wirkungsgrad

$$\eta_{th} = \frac{A}{A_e} = 2250 \cdot \frac{G}{E_k \cdot J \cdot t}.$$

II. Magnetische Messungen.

Zur Messung der magnetischen Eigenschaften von Eisen können Methoden dienen, die auf folgenden Erscheinungen beruhen:

1. Kraftwirkung zwischen 2 magnetischen Feldern (Magnetometer von Gauß);
2. Induktion (ballistische Methode, Schlußjoch).
3. Magnetische Zugkraft (Permeameter, Wage).
4. Änderung des elektrischen Widerstandes (Wismut, durch magnetische Felder (Hallsches Phänomen).
5. Kraftwirkung zwischen Stromleitern und magnetischem Feld (Apparat von Köpsel, Kurvenzeichner von Ewing).
6. Drehung der Polarisationssebene eines Lichtstrahls durch ein magnetisches Feld (magneto-optische Methode von Kerr und Du Bois¹⁾).

Von diesen Methoden sollen jedoch nur die in der Praxis gebräuchlichsten behandelt werden, zu denen die unter 1 ÷ 5 angegebenen gehören, welche man allgemein als magneto-statische bezeichnet. Nun wird aber das Eisen in den elektrischen Maschinen, Transformatoren und Apparaten infolge drehender und Wechselstrom-Magnetisierung besonders bei höherer Wechselzahl anders beansprucht und ein anderes Verhalten durch das Auftreten von Wirbelströmen zeigen. Außerdem tritt infolge der entmagnetisierenden Wirkung, die in der Mitte am stärksten ist, eine ungleichmäßige Verteilung der Induktion auf (sog. Schirmwirkung²⁾). Man verwendet daher in diesem Fall Anordnungen,

¹⁾ Ewing, Magnet. Ind. im Eisen. S. 151.

²⁾ ETZ. 1898, S. 669 u. 688.

welche die sogenannte dynamische Magnetisierung zu messen gestatten, indem man die infolge der Hysterisis und Wirbelströme dabei verbrauchte Leistung bestimmt.

1. Magnetometrische Methode.

In diesem Fall können nur magnetisierte Stäbe untersucht werden oder wenigstens solche Formen, welche freie Pole besitzen, die Ringform ist daher ausgeschlossen. Als Instrument zur Untersuchung benutzen wir ein Magnetometer, d. h. eine an einem feinen Kokonfaden frei unter dem Einfluß der Erdkraft schwingende kleine Magnetnadel, deren Ablenkungswinkel durch Spiegel und Fernrohr oder objektiv durch einen reflektierten Lichtstrahl beobachtet werden kann. Der zu untersuchende Stab

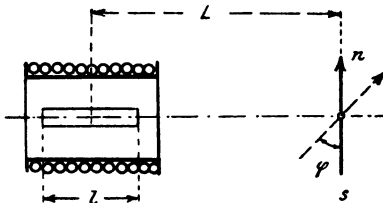


Fig. 114.

von der Länge l wird nun in einer Entfernung L von dem Magnetometer in eine lange Spule gelegt, so daß er sich in derselben Horizontalebene mit der Nadel $n \div s$ (Fig. 114) befindet und senkrecht zur Richtung des Meridians steht. Schickt man jetzt einen Strom durch die Spule, so wird der Stab zu einem Magnet,

der die Nadel um den Winkel φ ablenkt. Um den Einfluß des Polabstandes¹⁾ zu eliminieren, machen wir noch eine zweite Messung bei der Länge L_1 , für welche sich der φ_1 ergibt. Dann besteht die Beziehung (nach Gauß):

$$\frac{M}{\mathfrak{H}_e} = \frac{1}{2} \cdot \frac{L^5 \cdot \operatorname{tg} \varphi - L_1^5 \cdot \operatorname{tg} \varphi_1}{L^2 - L_1^2},$$

woraus sich das magnetische Moment (\mathfrak{H}_e = Erdfeld)

$$M = \mathfrak{H}_e \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{L^5 \cdot \operatorname{tg} \varphi - L_1^5 \cdot \operatorname{tg} \varphi_1}{L^2 - L_1^2}$$

berechnet. Nun ist die Intensität der Magnetisierung oder das

¹⁾ ETZ. 1907, S. 528.

magnetische Moment für 1 ccm Volumen $\mathfrak{J} = \frac{M}{V}$, und wir erhalten dann

$$\mathfrak{J} = \frac{\mathfrak{H}_e}{V} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{L^5 \cdot \operatorname{tg} \varphi - L_1^5 \cdot \operatorname{tg} \varphi_1}{L^2 - L_1^2}.$$

Sind die $\sphericalangle \varphi$ klein, so daß die trigonometrische Tangente gleich dem Bogen gesetzt werden kann, dann läßt sich $\operatorname{tg} \varphi$ durch die Anzahl der Skalenteile ersetzen. Ist \mathfrak{H}_e bekannt, so kann man \mathfrak{J} berechnen und nach der Gleichung $\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + 4 \pi \cdot \mathfrak{J}$ auch die magnetische Induktion $\mathfrak{B} G$ berechnen, da \mathfrak{H} aus den Dimensionen der Magnetisierungsspule gegeben ist. Damit das Feld \mathfrak{H} möglichst gleichmäßig wird, macht man die Spule im Verhältnis zum Durchmesser sehr lang (z. B. 40 cm lang, 1 cm Durchmesser). Der Eisenstab wird etwas kürzer gewählt (ca. 30 cm) bei einem Durchmesser $d = 2$ bis 3 mm.

In diesem Fall kann man die im Innern der Spule herrschende Feldstärke

$$\mathfrak{H} = \frac{4 \pi}{10} \cdot \frac{J \cdot w}{l} G$$

aus der Stromstärke $J A$, w Windungen und der Länge der Spule l cm berechnen. Das Produkt $J \cdot w = AW$ heißt die Amperewindungszahl. Als Ursache eines magnetischen Kraftlinienstromes kann man AW analog der Größe E des Ohmschen Gesetzes nach Hopkinson als „magnetomotorische Kraft“ (MMK) auffassen. Die absolute Einheit \mathfrak{M} derselben heißt Weber (We), mit der die Amperewindung als technische Einheit durch die Beziehung

$$\mathfrak{M} = \frac{4 \pi}{10} \cdot AW$$

verknüpft ist. Zur Vergleichung verschiedener Materialien ist es bequemer, die MMK für 1 cm Kraftlinienweg, welche man als „magnetisierende Kraft“ bezeichnet, anzugeben nach der Gleichung

$$\frac{\mathfrak{M}}{l} = \frac{4 \pi}{10} \cdot \frac{AW}{l} = \frac{4 \pi}{10} \cdot aw = \mathfrak{H} \text{ We/cm,}$$

worin aw die Amperewindungszahl für 1 cm Kraftlinienweg bedeutet. Die magnetisierende Kraft einer Spule \mathfrak{H} ist also numerisch gleich der im Innern herrschenden Feldstärke.

Trägt man jetzt die Werte von \mathfrak{B} als Ordinaten zu \mathfrak{H} als Abszissen in ein Koordinatensystem ein, so erhält man die Magnetisierungskurve $f(\mathfrak{B}, \mathfrak{H})$.

In derselben Weise verfahren wir, um eine Hysteresis-schleife aufzunehmen, wobei wir die magnetisierende Kraft von 0 bis $+\mathfrak{H}_{max}$ steigern (Fig. 115), dann über $\mathfrak{H} = 0$ bis $-\mathfrak{H}_{max}$ abnehmen lassen und von da wieder bis $+\mathfrak{H}_{max}$ steigern. So

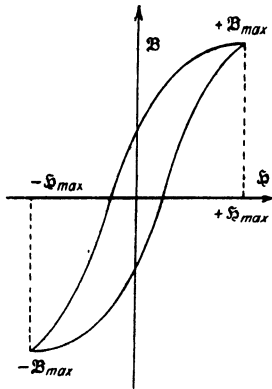


Fig. 115.

können wir viele Schleifen aufnehmen und erhalten durch stetige Verbindung aller Schleifen mit dem Koordinatenanfang ebenfalls die Magnetisierungskurve.

Diese Aufnahmen sind jedoch insofern nicht ganz der Wirklichkeit entsprechend, als die magnetisierende Kraft \mathfrak{H} des Stabes nicht gleich der aus den Dimensionen der Spule berechneten ist, wie sie auftreten würde, wenn der Magnet nicht in der Spule vorhanden wäre. Durch sein Vorhandensein üben nämlich seine mit freiem Magnetismus belegten Enden

einen entmagnetisierenden Einfluß auf das Feld aus, da seine Pole denen der Spule entgegenwirken, so daß die wirkliche magnetisierende Kraft \mathfrak{H}_w kleiner als die berechnete \mathfrak{H} ist. Je länger der Stab ist, um so geringer ist seine Einwirkung auf das Feld.

Um den Einfluß der freien Pole einer Berechnung zugänglich zu machen, müssen wir annehmen, daß die Form des Körpers ein Ellipsoid ist. Bei andern Formen, z. B. bei kurzen zylindrischen Stäben mit ebenen Endflächen, ist die exakte Lösung der Aufgabe schon sehr schwierig. Lange Stäbe kann man dagegen als gestreckte Ellipsoide ansehen. In einem Ellipsoid ist nämlich die Magnetisierung \mathfrak{J} eine gleichförmige, so daß also jede Volumeneinheit dieselbe Einwirkung ausübt. Erzeugt nun die Spule ohne Eisenstab ein Feld

$$\mathfrak{H} = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{J \cdot w}{l},$$

so wird der eingelegte Eisenstab infolge seiner Magnetisierung

dasselbe um einen Betrag \mathfrak{H}' schwächen, so daß das wirksame Feld \mathfrak{H}_w , welches für die Erzeugung des Kraftflusses in Frage kommt, sich nach der Gleichung $\mathfrak{H}_w = \mathfrak{H} - \mathfrak{H}'$ bestimmt. Das entmagnetisierende Feld \mathfrak{H}' kann man aber bei gleichförmiger Magnetisierung, wie es bei Ellipsoiden der Fall ist, der Intensität \mathfrak{J} proportional setzen, woraus folgt

$$\mathfrak{H}' = c \cdot \mathfrak{J} \quad \text{oder} \quad \mathfrak{H}_w = \mathfrak{H} - c \cdot \mathfrak{J}.$$

Die Konstante c bezeichnet man darin als Entmagnetisierungsfaktor. Ersetzen wir \mathfrak{H}_w durch $\frac{\mathfrak{J}}{z}$, wo $1 + 4 \pi z = \mu = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}}$ ist, so wird

$$\mathfrak{H} = \frac{\mathfrak{J}}{z} + c \cdot \mathfrak{J} = \mathfrak{J} \cdot \left(\frac{1 + c \cdot z}{z} \right) \quad \text{und} \quad \mathfrak{J} = \mathfrak{H} \cdot \frac{z}{1 + c \cdot z}.$$

Für ein Rotationsellipsoid mit der großen Achse $2a = AB$ und der kleinen $2b = CD$ (Fig. 116) läßt sich der Entmagnetisierungsfaktor c leicht berechnen und beträgt, wenn die Richtung der Magnetisierung parallel zur großen Achse verläuft,

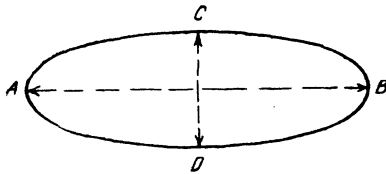


Fig. 116.

$$c = 4 \pi \cdot \left(\frac{1}{e^2} - 1 \right) \cdot \left(\frac{1}{2e} \cdot \ln \frac{1+e}{1-e} - 1 \right),$$

worin die Exzentrizität $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$

ist. Für sehr langgestreckte Formen nähert sich dieser Ausdruck der Größe

$$c' = 4 \pi \cdot \frac{b^2}{a^2} \cdot \left(\ln \frac{2a}{b} - 1 \right).$$

Nehmen wir für das Verhältnis $\frac{a}{b}$ die Werte 50, 100, 200, 300, 400, 500 cm an, so ergibt sich c nach folgender Tabelle:

a/b	50	100	200	300	400	500
c	0,01817	0,00540	0,00157	0,00075	0,00045	0,00030

Daraus ist ersichtlich, daß für Stäbe, deren Länge mehr als das 300 fache des Durchmessers beträgt, der Einfluß der mit freiem Magnetismus versehenen Enden zu vernachlässigen ist.

Anstatt nun die Korrekturen für jeden einzelnen Wert von \mathfrak{J} oder \mathfrak{B} rechnerisch vorzunehmen, kann man auch die von Lord Rayleigh angegebene Methode der **Rücksicherung** anwenden, um die wahre Magnetisierung ohne Rücksicht auf die Gestalt des Körpers zu bestimmen. Ist die Kurve $f(\mathfrak{B}, \mathfrak{H})$ aufgenommen, so kann man daraus durch Änderung des Maßstabes eine $f(\mathfrak{J}, \mathfrak{H})$ bilden, wenn man nach der Gleichung

$$\mathfrak{J} = \frac{\mathfrak{B} - \mathfrak{H}}{4\pi}$$

bei Medien mit großer Suszeptibilität \mathfrak{H} gegen \mathfrak{B} vernachlässigt und $\mathfrak{J} = \frac{\mathfrak{B}}{4\pi}$ setzt. Multipliziert man jetzt z. B. den zu ab (Fig. 117) gehörigen Wert von \mathfrak{J} mit dem aus den Dimensionen des Stabes berechneten Faktor c , so hat man daraus das für diesen Wert von \mathfrak{J} auftretende entmagnetisierende Feld $\mathfrak{H}' = c \cdot \mathfrak{J} = de$, so daß als wirksames Feld $\mathfrak{H}_w = \mathfrak{H} - \mathfrak{H}' = Oa - de = be$

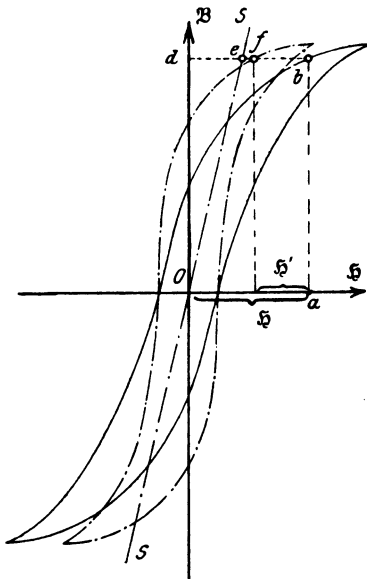


Fig. 117.

übrig bleibt. Um nun die richtige Kurve zu erhalten, trägt man $bf = de$ von b aus ab, so ist f ein Punkt derselben. So könnte man für alle andern Punkte die Konstruktion wiederholen. Zur Umgehung der einzelnen Rechnungen brauchen wir jedoch nur durch die Punkte e und O die Gerade SS , welche man als Scherungslinie bezeichnet, zu legen, so geben uns die horizontalen Stücke zwischen Ordinatenachse und der Linie SS die Strecken an, um welche die in derselben Höhe liegenden Punkte der Hysteresisschleife zurückgeschert werden müssen, so daß sich die strichpunktierte Kurve

als Verbindungslinie derselben ergibt.

Aus diesen Untersuchungen erkennt man, daß bei allen Methoden, für die der untersuchte Eisenstab freie Pole besitzt, d. h. wo in dem magnetischen Kreise Luftzwischenräume vorhanden sind (z. B. Schlußjoch, Köpseischer Apparat, magnetische Wage usw.), die Kurven zurückgeschert werden müssen. Zu dem Zweck sind den Apparaten die Scherungslinien für auf- und absteigende Magnetisierung beigelegt, nachdem dieselben durch Vergleichung der Kurven des Apparates mit denen einer magnetometrischen Messung und ellipsoidisch abgedrehtem Eisenstab gefunden worden sind¹⁾. Auf den Flächeninhalt der Schleife übt die Rückscherung keinen Einfluß aus.

Die Durchführung der Messung ist mühsam und beschwerlich, besonders wegen des „Kriechens“ der Nadel, einer Erscheinung, die dadurch bewirkt wird, daß in schwachen magnetischen Feldern das Eisen seinen vollen magnetischen Zustand erst nach Verlauf einer längeren Zeit (mehrere Sekunden oder sogar Minuten) annimmt. Diese Methode ist demnach nur für Laboratorien geeignet, wo es darauf ankommt, magnetische Normale in absolutem Maß zu eichen oder magnetische Untersuchungsapparate auf ihre Genauigkeit zu prüfen.

Als Instrument verwendet man zweckmäßig das von Kohlrausch und Holborn²⁾ angegebene störungsfreie Magnetometer und benutzt zur Regulierung des Magnetisierungsstromes möglichst stetig veränderliche Flüssigkeitsrheostaten, da sich bei sprungweiser Magnetisierung leicht andere Eigenschaften herausstellen³⁾. Für kleine Abmessungen des Probekörpers ist von Haupt⁴⁾ ein besonders konstruiertes Magnetometer angegeben worden.

Wird der untersuchte Gegenstand sehr nahe an das Magnetometer herangebracht, wodurch die Ablenkung leicht über die Skala hinausgehen kann, dann empfiehlt es sich, die Nadel durch einen permanenten Stabmagnet nach der Ruhelage hin eine Strecke zurückzuführen. Er darf aber dabei keine richtende sondern nur eine ablenkende Wirkung besitzen, d. h. er soll einen Teil der Wirkung des Magnetstabes aufheben, muß demnach senkrecht zum Meridian in der Verlängerung des Magnetstabes

1) ETZ. 1901, S. 691.

2) Ann. d. Ph. 1903, S. 287.

3) ETZ. 1900, S. 233; 1901, S. 691; 1906, S. 988.

4) ETZ. 1907, S. 1069; 1908, S. 352.

liegen. Der Winkel bzw. die Zahl der Skalenteile, um welche die Nadel vom Kompensationsmagnet zurückgedreht wurde, sind zu den abgelesenen Werten zu addieren. Besonders bei der Untersuchung von Stäben im oberen Teil der Magnetisierungskurve ist dieses Verfahren zu empfehlen.

An Stelle des permanenten Magnets kann man auch eine Kompensationsspule anwenden, deren Wirkungen von demselben Strom durchflossen werden wie die Magnetisierungsspule. Für den speziellen Fall, daß sich die Wirkungen der beiden Spulen auf die Magnetnadel aufheben, ist die Ablenkung nur von der Magnetisierung des Eisens allein abhängig, so daß das von der Magnetisierungsspule erzeugte Feld nicht mit gemessen wird. Diese Anordnung kommt besonders bei kurzen Stäben und beim Differentialmagnetometer zur Anwendung.

Für sehr lange Stäbe oder Drähte empfiehlt es sich, die sogenannte unipolare Methode zu benutzen, bei welcher der Stab in eine vertikale Magnetisierungsspule hineingesteckt wird. Damit die magnetisierende Kraft über die ganze Länge des Drahtes gleichförmig ist, läßt man die Spule auf beiden Seiten über den Drahtkern hinausragen. Da nun infolge der senkrechten Stellung die vertikale Komponente des Erdfeldes den Stab magnetisiert, so muß man diese Einwirkung durch eine über die Hauptspule gewickelte Kompensationsspule beseitigen, indem man sie von einem konstanten Strom durchfließen läßt, der ein dem Erdfeld entgegengesetztes gleich großes Feld erzeugt. Es genügt dazu ein Daniellelement und ein kleiner Flüssigkeitsrheostat.

Zur objektiven Darstellung der nach dieser Methode aufzunehmenden Hysteresisschleifen ordnete Ängström¹⁾ eine Braunsche Röhre zwischen 2 gleichachsig oder parallel gelegenen Magnetisierungsspulen und dazu senkrecht stehenden Hilfsspulen an, wobei der Eisenstab in eine Magnetisierungsspule gelegt war. Versuche mit Gleich- und Wechselstrom zeigten den Einfluß der abrundenden Wirkung der Wirbelströme auf die Spitzen der Schleife.

Wollen wir die Einwirkung der freien Enden auf die Magnetisierung beseitigen, so müssen wir dem magnetisierten Stück

¹⁾ Oefversigt af Kongl. Vetenskaps-Akadem.-Förhandlingar 1899, S. 251; Z f I 1900, S. 222 (Ref).

die Form eines Ringes geben. Da nämlich ein Ring keine freien Pole besitzt, so wird die magnetisierende Kraft, welche auf ihn einwirkt, von seinem Magnetismus nicht beeinflusst, d. h. er übt keine Rückwirkung auf das magnetisierende Feld aus. Eine solche Form ohne freie Pole ist jedoch für die magnetometrische Methode unbrauchbar. Daher benutzen wir die folgende Methode.

2. Ballistische Methode. (Weber und Rowland.)

Hierbei kann man jede Änderung der magnetischen Induktion durch die Elektrizitätsmenge des Stromstoßes messen, der in einer um den Ring gewickelten Spule erzeugt wird, indem man dazu wegen der nur kurze Zeit dauernden Stromstöße ein ballistisches Galvanometer verwendet. Für unsere Untersuchung wählen wir einen Ring

aus homogenem Material, wenn möglich nicht geschweißt, und umgeben ihn mit einer gleichmäßigen Drahtwicklung (Kirchhoff) (I), welche den Magnetisierungsstrom J führen soll (Fig. 118). Darüber wickeln wir eine kurze (sekundäre) Spule (II) aus vielen Windungen dünnen Drahts und verbinden die Enden unter Zwischenschaltung eines großen Widerstandes mit den Klemmen des ballistischen Galvanometers $B.G.$.

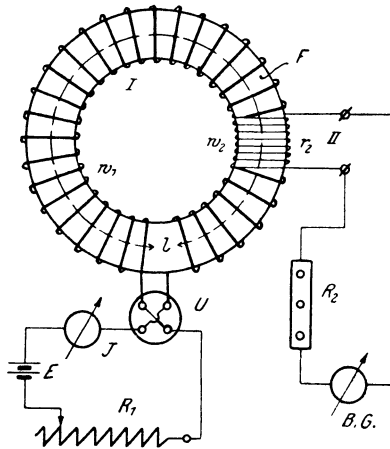


Fig. 118.

Die Spule II muß dicht auf das Eisen gewickelt sein, sonst würde man für \mathfrak{B} im Eisen einen zu großen Wert erhalten. Die primäre Spule wird in Hintereinanderschaltung mit dem Widerstand R_1 , einem Stromwender U und einem Strommesser J an eine Stromquelle E gelegt. Ist der Ring (Torroid) schon einmal magnetisch gewesen, so wird er vor dem Versuch entweder durch Einschalten eines Kommutators und Flüssigkeitsrheostats oder durch all-

mählich schwächer werdenden Wechselstrom entmagnetisiert. Zur Bestimmung der Hysteresisschleife bzw. Magnetisierungskurve verfahren wir nun folgendermaßen:

Nachdem durch einen Vorversuch der Vorschaltwiderstand des ballistischen Galvanometers eingestellt ist, wird der Ring entmagnetisiert. Nun schaltet man den Widerstand R_1 ein, so daß ein Strom J die Magnetisierungsspule durchfließt. Dabei entsteht in dem Ring ein Feld, dessen Kraftlinien die Windungen w_2 der sekundären Spule schneiden, wobei in ihr eine EMK auftritt, die entsprechend dem Widerstand des Sekundärkreises eine Elektrizitätsmenge und damit eine Ablenkung im Galvanometer hervorruft. So ist die Ablenkung ein Maß für den entstandenen magnetischen Kraftfluß. Nun bringen wir das Galvanometer durch momentanen Kurzschluß oder Gaußschen Induktor, d. h. eine im Stromkreis liegende Spule, in der durch Verschiebung eines Magnetstabes eine EMK induziert wird, auf Null zurück, verringern den Widerstand R_1 um einen gewissen Betrag und beobachten wieder die dazugehörige Ablenkung. In dieser Weise verfahren wir bis zu einem Strom J_{max} , dann lassen wir den Strom stufenweise durch Null bis $-J_{max}$ abnehmen und vergrößern ihn von da an wieder bis $+J_{max}$. So durchläuft der Strom eine volle Periode und die Magnetisierung einen Zyklus. Notieren wir jetzt zu den gemessenen Strömen die Ablenkung des Galvanometers, so können wir durch Rechnung die Größen \mathfrak{S} und \mathfrak{B} finden und daraus die Hysteresisschleife zeichnen. Der für irgendeinen Zustand vorhandene Magnetismus ist in diesem Falle durch die Summe aller vorangegangenen Ablenkungen bekannt. Zur Erhöhung der Meßgenauigkeit kann man auch die sog. Multiplikationsmethode¹⁾ anwenden. Ein selbsttätiger Umschalter ist dafür von Guillet²⁾ angegeben worden.

Hat der Ring die mittlere Länge l und w_1 Windungen, so ist

$$\mathfrak{S} = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{J \cdot w_1}{l} \text{ We/cm,}$$

wenn J in Ampere gemessen ist. Infolge dieser magnetisierenden Kraft der Spule erhält der Eisenring eine Induktion \mathfrak{B} Gauß bei einem Querschnitt F qcm, und es ist der totale Kraftfluß

¹⁾ Kohlrausch, Lehrb. d. prakt. Physik. 1905, S. 484.

²⁾ Compt. rend. 1908, S. 45; Z f I. 1909, S. 202 (Ref).

$\mathfrak{N} = F \cdot \mathfrak{B}$ M. Ändert sich nun infolge des Stromes J der Kraftfluß des Ringes in der Zeit dt um $d\mathfrak{N}$, so tritt nach dem Grundgesetz der elektromagnetischen Induktion ($E_t = -w \cdot \frac{d\mathfrak{N}}{dt}$) eine EMK in der sekundären Spule auf von der Größe $e_t = w_2 \cdot \frac{d\mathfrak{N}}{dt}$, wenn wir das Vorzeichen unberücksichtigt lassen, da es nur die Richtung des Induktionsstromes angibt. Diese EMK erzeugt im Gesamtwiderstande R des Sekundärkreises (Vorschalt-, Galvanometer- und Sekundärwicklungswiderstand) einen Strom $i_t = \frac{e_t}{R}$, woraus durch Einsetzung in obige Gleichung $d\mathfrak{N} = \frac{R}{w_2} \cdot i_t \cdot dt$ folgt, oder auch

$$e_t \cdot dt = R \cdot i_t \cdot dt = R \cdot dQ.$$

Änderte sich der Strom J in der Zeit $t_1 \div t_2$, so ist die gesamte Kraftflußänderung \mathfrak{N} gleich der Summe der Einzelwerte $d\mathfrak{N}$ oder

$$\mathfrak{N} = \int_{t_1}^{t_2} d\mathfrak{N} = \frac{R}{w_2} \cdot \int_{t_1}^{t_2} i_t \cdot dt = \frac{R}{w_2} \cdot Q.$$

Die in dieser Zeit dem Galvanometer, welches um s Skalenteile aus seiner Ruhelage bewegt wird, mitgeteilte Elektrizitätsmenge ist nach den beim ballistischen Galvanometer (S. 105) gemachten Angaben bei der Dämpfung K bestimmt durch

$$Q = Q_d = c_1 \cdot \frac{T}{\pi} \cdot s \cdot K = c_2 \cdot s \cdot K.$$

Setzen wir nun für Q den Wert in die Gleichung für \mathfrak{N} ein, so ergibt sich:

$$\mathfrak{N} = \frac{R}{w_2} \cdot c_2 \cdot s \cdot K.$$

Da bei der Eisenuntersuchung die Schwingungen des Galvanometers gedämpft sind, so würde sich eine dieser Gleichung entsprechende Anordnung besser zur Bestimmung der Konstanten c_2 eignen als ein Kondensator. Zu dem Zweck umwickeln wir einen Holzring vom Querschnitt F_3 und der mittleren Länge l_3 mit w_3 Windungen in 1 \div 2 Lagen und darüber mit einer schmalen Spule von w_4 Windungen ähnlich wie beim Torroid. Wird jetzt ein Strom von J_3 A durch die primäre Spule geschickt, so entsteht ein Kraftfluß

$$\mathfrak{N}_3 = F_3 \cdot \mathfrak{H}_3 = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{J_3 \cdot w_3 \cdot F_3}{l_3}.$$

der auch die sekundäre Hilfsspule durchdringt und bei seinem Entstehen oder Verschwinden im ballistischen Galvanometer die Ablenkung s_3 bei einem Widerstande R_3 des Sekundärkreises erzeugt. Somit ist

$$[\mathfrak{A}_3 =] \frac{R_3}{w_4} \cdot c_2 \cdot s_3 \cdot K_3 = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{J_3 \cdot w_3 \cdot F_3}{l_3}$$

oder

$$c_2 = \left[\frac{4\pi}{10} \cdot \frac{w_3 \cdot w_4 \cdot F_3}{l_3} \right] \cdot \frac{J_3}{R_3 \cdot s_3 \cdot K_3}.$$

Hierin braucht man den Klammerausdruck nur einmal zu berechnen, und nimmt man dazu mehrere Werte von s_3 für verschiedene Ströme J_3 auf, so läßt sich daraus c_2 als Mittel auf den Einzelwerten bestimmen. Ferner ermittelt man K_3 für verschiedene Widerstände R_3 und die dazugehörige Kurve $f(K_3, R_3)$. Ist die Ablenkung s_3 zu klein, so kann man die Genauigkeit dadurch vergrößern, daß man den Strom von $+J_3$ nach $-J_3$ kommutiert. Da nun beim Verschwinden des Stromes die Ablenkung s_3' und beim Ansteigen auf $-J_3$ in derselben Richtung ein neuer Zuwachs von s_3'' Skalenteilen auftritt, so entspricht der Stromänderung $2J_3$ eine gesamte Ablenkung $s_{3g} = s_3' + s_3''$, woraus man für den Strom J_3 die Ablenkung

$$s_3 = \frac{s_{3g}}{2} = \frac{s_3' + s_3''}{2} \quad \text{findet.}$$

Nachdem auf diese Weise das Galvanometer geeicht ist, kann man die Änderung des Kraftflusses in dem zu untersuchenden Eisenring aus den Ablenkungen s , welche sie erzeugt, nach der Gleichung

$$\mathfrak{A} = \frac{R}{w_2} \cdot c_2 \cdot s \cdot K$$

bestimmen, worin K den Dämpfungsfaktor zu dem Widerstande R des Sekundärkreises (mit Galvanometer) bedeutet. Da es jedoch hierbei nur auf eine Vergleichung verschiedener Ablenkungen ankommt, so kann man auch zur Vereinfachung der Messung den Dämpfungsfaktor K innerhalb gewisser Grenzen als konstant ansehen, wenn nur Proportionalität zwischen den Ablenkungen und Änderungen des Kraftflusses besteht, was man dadurch feststellt, daß mittels der Hilfsspule für verschiedene Ströme J_3 die Ablenkungen s_3 abgelesen werden. Trägt man dann s_3 als Funktion

von J_3 in rechtwinkligen Koordinaten auf, so muß die Kurve $f(J_3, s_3)$ eine Gerade sein.

Nach Königsberger¹⁾ kann man zur Messung von Q ein ballistisches Elektrometer anwenden, indem man

$$R \cdot Q = \int_{t_1}^{t_2} e_t \cdot dt = c_e \cdot s_e \cdot K$$

durch den ballistischen Ausschlag s_e bestimmt.

Ist nun die sekundäre Spule direkt auf das Eisen gewickelt, so wird $\mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{N}}{F}$. Liegt sie aber über der primären, so ist die Induktion im Eisen

$$\mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{N} - (F_3 - F) \cdot \mathfrak{B}}{F},$$

da ein Teil des Kraftflusses innerhalb des ringförmigen Luftraumes zwischen Eisen und Sekundärspule verläuft. Diese Korrektion ist aber im allgemeinen sehr klein, so daß sie vernachlässigt werden kann.

Die Methode hat den Vorteil, daß jede auch noch so kleine Änderung des Kraftflusses sich genau bestimmen läßt, aber den Nachteil, daß ein bei den Einzelablenkungen gemachter Fehler sich durch die ganze Messung hinzieht und damit sämtliche folgenden Punkte der Hysteresisschleife beeinflusst. Man hat jedoch noch eine Kontrolle für die Richtigkeit der Aufnahme durch die Tatsache, daß bei mehrmaliger zyklischer Magnetisierung zwischen denselben Grenzen die gleichen Hysteresisschleifen erscheinen müssen.

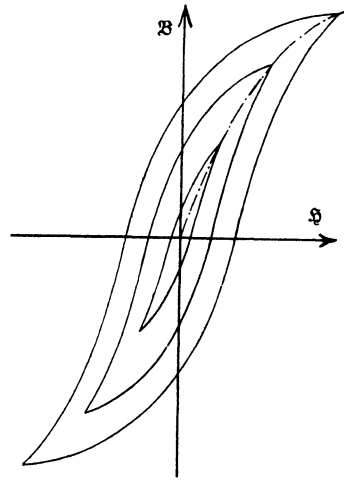


Fig. 119.

Ist eine Schleife in dieser Weise aufgenommen, so empfiehlt es sich, die Magnetisierung bis zu einem Wert $+H_{1,max}$ zu

¹⁾ Ann. d. Ph. 1901, S. 506; Z f I. 1902, S. 287 (Ref).

steigern und eine neue Kurve zwischen den Grenzen $+\mathfrak{H}_{1max}$ und $-\mathfrak{H}_{1max}$ aufzunehmen. So würde man eine Schar von ineinander liegenden Hysteresisschleifen (Fig. 119) erhalten. Die Verbindung der Schleifenspitzen durch eine stetige Kurve ergibt dann die Magnetisierungskurve $f(\mathfrak{B}, \mathfrak{H})$ bzw. $f(\mathfrak{B}, aw)$, welche strich-punktiert eingezeichnet ist.

Eine andere Methode beruht darauf, den Strom in der Magnetisierungsspule von $+J$ auf $-J$ umzuschalten. Hierbei würde infolge des verschwindenden Feldes eine bestimmte Ablenkung auftreten und beim Ansteigen des entgegengesetzten Feldes eine nahezu ebenso große Ablenkung in derselben Richtung hinzukommen. Es wird daher die für diesen Strom auftretende Magnetisierung annähernd durch die Hälfte der gemessenen Ablenkung bestimmt.

Allerdings erhält man hierbei keine Hysteresisschleife, sondern eine mittlere Magnetisierungskurve. Außerdem muß man vor jeder Aufnahme eines neuen Punktes der Kurve zur Errichtung eines stationären Zustandes mehrmals kommutieren, bis die Galvanometerablenkung konstant ist. Da ferner die Stromstärke bei der Kommutation besonders bei massiven Ringen nicht momentan ihren Endwert erreicht, sondern nach der Gleichung von Helmholtz

$$J_t = \frac{E_k - w \cdot \frac{d\mathfrak{H}}{dt}}{R} = \frac{E_k}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{R}{\mathfrak{C}} \cdot t}\right)$$

eine gewisse Zeit t dazu braucht, muß die Schwingungsdauer des Galvanometers sehr groß sein. Zweckmäßig ist es daher, die Klemmenspannung E_k groß zu wählen und einen großen Vor-schalt-Widerstand aufzunehmen, wodurch t klein wird.

Infolge der EMK der Selbstinduktion bei starken Feldern und großer Windungszahl kann leicht eine Beschädigung der Isolation, Verbrennen der Kontakte und dergl. auftreten. Es ist dann geboten, parallel zur Primärspule einschl. Strommesser einen großen Widerstand als Ausgleichskreis anzuschließen.

Evershed und Vignoles¹⁾ umgehen diese Nachteile durch folgende Anordnung: Die Primärwicklung besteht aus zwei gleichförmig verteilten Magnetisierungsspulen, von denen die eine

¹⁾ El. 1892, Bd. 29, S. 583; ETZ. 1894, S. 111, 672.

w_1' , die andere doppelt soviel Windungen $w_1'' = 2 w_1'$ erhält. In der ersten Spule wird ein dem negativen Höchstwert $-\mathfrak{B}_{max}$ entsprechender Strom J' konstant gehalten. Schickt man nun durch die zweite Spule (w_1'') einen Strom J'' von gleicher Größe, aber entgegengesetzter Wirkung wie J' , dann erhält man den positiven Höchstwert der Induktion $+\mathfrak{B}_{max}$. Unterbricht man J'' , dann durchläuft der magnetische Zustand alle Werte von $+\mathfrak{B}_{max}$ bis $-\mathfrak{B}_{max}$. Schickt man nun einen kleinen Strom J'' durch die zweite Spule, so erhält man eine Ablenkung im Galvanometer entsprechend der Abnahme der Induktion und daraus einen Punkt der Magnetisierungskurve $f(\mathfrak{B}, \mathfrak{S})$. Vor der Aufnahme eines neuen Punktes läßt man den magnetischen Zustand immer erst einen halben Zyklus durchlaufen, indem man $J'' = J'$ macht und unterbricht. In gleicher Weise macht man die Aufnahmen mit umgekehrten Stromrichtungen $-J'$ und $-J''$.

Unsere bisherige Annahme, daß die Induktion \mathfrak{B} im Ring sich aus dem durch die Ablenkung des ballistischen Galvanometers gefundenen Kraftfluß \mathfrak{K} durch Division mit dem Ringquerschnitt F nach der Gleichung $\mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{K}}{F}$ berechnen läßt, ist nur bei gleichmäßiger Verteilung des Feldes über den ganzen Querschnitt richtig. Das ist jedoch bei Ringen im allgemeinen nicht der Fall, weil die magnetisierende Kraft mit größerer Entfernung von der Achse des Ringes abnimmt. Hat die Spule nämlich w_1 Windungen, so ist die magnetisierende Kraft oder Amperewindungszahl pro cm Länge des Kraftlinienweges

$$aw_1 = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{J_1 \cdot w_1}{2\pi \cdot r_1} = \frac{c}{r_1}$$

für den inneren Radius r_1 (Fig. 120). Für den äußeren Radius r_2 dagegen wird

$$aw_2 = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{J_1 \cdot w_1}{2\pi \cdot r_2} = \frac{c}{r_2}$$

Da nun $r_2 > r_1$ ist, so muß $aw_2 < aw_1$ werden und damit die Induktion am äußeren Rande $\mathfrak{B}_2 < \mathfrak{B}_1$ am innern Rande sein. Darin liegt ein Nachteil dieser Form des untersuchten Körpers, deren Einfluß wir aber dadurch vermindern können, daß wir die Differenz $r_2 - r_1$, d. h. die Dicke des Ringes gegenüber dem

Radius r_1 möglichst klein machen. Im allgemeinen wählt man

$$\frac{r_2 - r_1}{r_1} \leq \frac{1}{25}.$$

Um dabei keinen zu kleinen Querschnitt zu erhalten, empfiehlt es sich, denselben rechteckig mit abgerundeten Kanten anzuordnen, wie Fig. 121 zeigt.

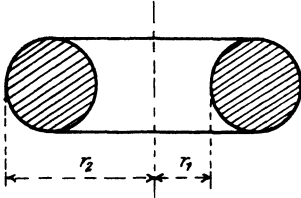


Fig. 120.

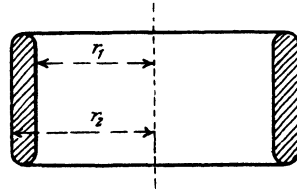


Fig. 121.

Andernfalls ist bei größerer Dicke des Ringes zur Bestimmung der magnetisierenden Kraft \mathfrak{H} oder aw die mittlere Länge

$$l_{mi} = \frac{2\pi \cdot (r_2 - r_1)}{\ln \frac{r_2}{r_1}}$$

einzuführen. Für den Werkstattgebrauch ist von Drysdale¹⁾ ein auf dieser Methode beruhendes Permeameter gebaut worden, dessen neuere Form²⁾ von Ducretet & Roger, Paris, ausgeführt wird. Es ist dem Wunsche entsprungen, an den zur Konstruktion verwendeten Materialien direkt die Messungen vornehmen zu können. Dazu wird in das zu prüfende Eisen ein Loch von 2 cm Tiefe und 4 mm Durchmesser mit dazu passendem Fräser gebohrt und in dieses ein oben schwach konischer Stöpsel, der die Primär- und Sekundärwicklung enthält, dicht schließend eingesteckt. Der durch die Primäerspule gesandte Strom wird kommutiert und der sekundär auftretende Stromstoß mit einem daran angeschlossenen sog. „Fluxmeter“ gemessen, das die Induktion \mathfrak{B} direkt abzulesen gestattet. Die Anbohrungen können z. B. an Stellen vorgenommen werden, wo später Löcher oder Schraubengewinde vorhanden sein sollen.

¹⁾ El. 1901, S. 267; Journ. Inst. El. Eng. 1902, S. 283; Z f I. 1902, S. 130 (Ref).

²⁾ El. Anz. 1909, S. 971; Rev. prat. de l'Electr. 1910, S. 257; Ann. d. El. 1910, S. 139 (Ref); Der Mechaniker. 1909, S. 220.

3. Isthmusmethode (Ewing).

Zur Untersuchung stärkerer Induktionen ($> 20\,000$ Gauß), die man mit den bisher verwendeten Hilfsmitteln nicht erreichen kann, ist obige von Ewing und Low¹⁾ angegebene Methode besonders geeignet. Das zu prüfende Eisenstück wird als „Isthmus“ oder Brücke zwischen die konischen Polschule eines kräftigen Magnets eingeschaltet. Die kleine zylindrische Eisenprobe trägt eine an ein ballistisches Galvanometer angeschlossene Induktionsspule. Um den Kraftfluß in der Spule zu bestimmen, wird derselbe nicht durch Ausschalten des Magnetisierungsstromes zum Verschwinden, sondern auf den entgegengesetzten Wert durch Drehen des Eisenstücks um 180° gebracht. Der Nachteil des dafür gebauten Apparates bestand darin, daß aus jedem Probestück die beiden drehbar gelagerten Kegelstücke mit dem Isthmus zusammen hergestellt werden mußten. Ferner war die an der Verengung herrschende magnetisierende Kraft § schwer zu ermitteln.

Diese Übelstände sind bei dem von der PTR für den praktischen Gebrauch hergestellten Apparat²⁾ vermieden. Darin ist nur der den Isthmus darstellende Probekörper als Zylinder von 3 mm Durchm. und 28 mm Länge auswechselbar angeordnet, während die Kegelstücke dieselben bleiben. Über dem beiderseits je 4 mm eingelassenen Probestab befindet sich dicht anschließend eine Induktionsspule von 20 mm Länge und mit einem konzentrischen festen Zwischenraum darüber eine zweite.

Legt man die untere Spule allein an das ballistische Galvanometer, so mißt man durch die Ablenkung beim Umlegen der Kegelstücke die Induktion § im Probestab. Schaltet man dagegen beide Spulen gegeneinander auf das Galvanometer, so gibt die Ablenkung nur die im Zwischenraum zwischen den Spulen vorhandene Feldstärke § in Luft an, die man gleich der auf den Probekörper wirkenden magnetisierenden Kraft setzen kann.

Unter Verwendung eines Du Bois'schen Halbringelektromagnets (Hartmann & Braun) lassen sich Magnetisierungen bis zu 5000 We/cm und durch Aufschieben von schmalen Ringen auf

¹⁾ Proc. Roy. Soc. London, März 1887; Phil. Trans. 1889 A, S. 221.

²⁾ ETZ. 1909, S. 1065 und 1096.

den Probestab zur Verkürzung des Isthmus sogar solche bis zu 7000 We/cm herstellen. Dabei besteht noch der Vorteil, daß man andererseits bis auf $\xi = 120$ We/cm heruntergehen kann, wodurch eine Vergleichung der Werte mit denjenigen einer Schlußjochmessung ermöglicht ist. Einem Bedürfnis der Technik ist mit diesem Apparat entsprochen worden, da man z. B. bei den Zähnen der Anker elektrischer Maschinen sehr hohe Induktionen anwendet und die Benutzung legierter Bleche beim Bau von Wechselstrommotoren und Transformatoren eine Bestimmung der Sättigungsgrenze wünschenswert erscheinen läßt.

4. Eisenuntersuchung mit dem Schlußjoch (Hopkinson).

Die bisher beschriebenen Methoden haben trotz ihrer Genauigkeit einige Nachteile, welche sie zu Messungen in der Praxis nicht sehr geeignet machen. Bei der magnetometrischen Untersuchung muß der Einfluß der freien Pole berücksichtigt werden,

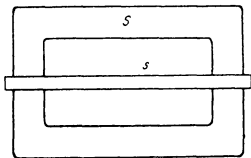


Fig. 122.

bei der ballistischen ist vor dem Versuch das Eisen einer besonderen Bearbeitung zu unterziehen. Außerdem sind die einzelnen Stücke hierbei schwer auszuwechseln, wenn man nicht die Spule unter Benutzung von Steckkontakten nach Möllinger¹⁾ bequem abnehmbar anordnet.

Hopkinson²⁾ beseitigte diese Übelstände dadurch, daß er die Enden des Probestabes *s* (Fig. 122) in den Ausbohrungen eines massiven Rahmens oder Jochs *S* von großem Querschnitt endigen ließ. Dieser Rahmen diente daher als magnetischer Schluß für den Kraftfluß des Stabes, so daß auch hier, abgesehen von dem Einfluß der Trennungsfugen, ein geschlossener magnetischer Kreis vorhanden ist. Um dabei den Widerstand des Schlußjochs gegenüber dem des Stabes vernachlässigen zu können, muß es neben dem großen Querschnitt eine gute Leitfähigkeit oder große Permeabilität μ besitzen, daher aus feinstem geglähten Eisen bestehen; oder es dürfen nur Stäbe von relativ kleiner

¹⁾ ETZ. 1901, S. 379.

²⁾ Phil. Trans. 1885, S. 455.

Permeabilität z. B. aus Stahl oder hartem Eisen, nach dieser Methode untersucht werden. Ragen die Enden des Stabes nicht tief genug in das Joch hinein, oder passen sie nicht genau in die Ausbohrung, so treten an den Enden der Trennungsfuge freie Pole auf, die einen entmagnetisierenden Einfluß auf den Stab ausüben. Man vermindert diesen Fehler durch Anwendung konischer Klemmbacken für die Ausbohrungen.

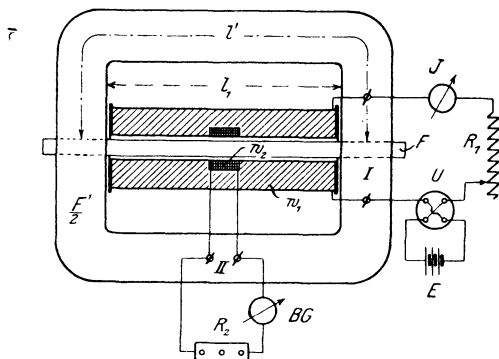


Fig. 123.

Über dem Stabe befindet sich nun der ganzen Länge nach die Magnetisierungsspule von w_1 Windungen und der Länge l_1 , deren mittlerer Teil über oder besser innerhalb der Primärspule die Sekundärspule aus w_2 Windungen sehr feinen Drahtes trägt. Zur Ausführung der Messung macht man folgende Schaltung (Fig. 123).

Man verbindet die Primärspule (I) unter Zwischenschaltung eines Stromwenders U , Widerstandes R_1 und eines Strommessers J mit einer Stromquelle E . Die Sekundärspule (II) wird über einen Vorschaltwiderstand R_2 an ein ballistisches Galvanometer BG angeschlossen. Die Messung wird nun in derselben Weise vorgenommen, wie bei der ballistischen Methode mit der Ringspule angegeben ist. Jedoch ist bei der Angabe der aufgenommenen Kurven noch eine Rücksicherung vorzunehmen, da zur Magnetisierung des Jochs und des Luftspalts schon eine magnetomotorische Kraft verbraucht wird, infolgedessen wird die auf den Stab wirkende magnetische Kraft \mathfrak{S}_w kleiner als

$$\mathfrak{S} = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{J \cdot w_1}{l_1} \text{ We/cm}$$

sein. Besitzt nämlich jede Jochhälfte den Querschnitt $\frac{F'}{2}$ und eine mittlere Länge l' , so wird nach dem Hopkinsonschen Gesetz für einen geschlossenen magnetischen Kreis:

$$MMK = \text{Kraftfluß} \times \text{magn. Widerstand} \quad \text{oder} \quad \mathfrak{M} = \mathfrak{H} \cdot \mathfrak{R}$$

die Beziehung bestehen:

$$\frac{4\pi}{10} \cdot J \cdot w_1 = \mathfrak{H} \cdot \left[\frac{l_1}{F \cdot \mu} + \frac{l'}{F' \cdot \mu'} + \frac{\delta}{F''} \right],$$

worin δ und F'' Länge und Querschnitt des äquivalenten Luftspalts darstellen. Der Kraftfluß $\mathfrak{H} = \mathfrak{B} \cdot F$ wird durch die Ablenkung des ballistischen Galvanometers gemessen. Setzen wir diesen Wert ein, so ergibt sich

$$\frac{4\pi}{10} \cdot J \cdot w_1 = \frac{\mathfrak{B} \cdot l_1}{\mu} + \mathfrak{B} \cdot \frac{l' \cdot F}{F' \cdot \mu'} + \mathfrak{B} \cdot \frac{\delta \cdot F}{F''}.$$

Dividiert man die Gleichung durch l_1 und setzt $\frac{\mathfrak{B}}{\mu} = \mathfrak{H}_w$, so folgt daraus:

$$\begin{aligned} \mathfrak{H}_w &= \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{J \cdot w_1}{l_1} - \mathfrak{B} \cdot \frac{l' \cdot F}{l_1 \cdot F' \cdot \mu'} - \mathfrak{B} \cdot \frac{\delta \cdot F}{l_1 \cdot F''} \\ &= \mathfrak{H} - \mathfrak{B} \cdot (c_1 + c_2) = \mathfrak{H} - \mathfrak{H}'. \end{aligned}$$

Das erste Glied der rechten Seite ist leicht zu bestimmen. Ist die Magnetisierungskurve des Jochmaterials gegeben, so ist auch μ' bekannt, woraus sich das zweite Glied ebenfalls berechnen läßt, da die anderen Größen meßbar sind. Im letzten Glied ist δ und F'' schwer zu bestimmen. Man kann jedoch den Fehler klein halten, wenn man μ' , F und F'' groß und δ klein macht, d. h. feinstes Material und großen Querschnitt wählt und außerdem die Stabenden möglichst sorgfältig mit dem Joch vereinigt. Im allgemeinen wird man sich jedoch für korrekte Messungen die Scherungslinien f (\mathfrak{H}' , \mathfrak{B}) des Jochs vorher experimentell bestimmen und bei späteren Versuchen verwerten, wenn auch die in dem Faktor c_1 enthaltene Größe μ' nicht absolut konstant bleibt, sondern als Funktion von \mathfrak{B} in geringem Maße von den vorhergehenden Magnetisierungen abhängig ist.

Die Viskosität des magnetischen Materials kann bewirken, daß bei sehr weichem Material, niedrigen Induktionen, großem Querschnitt des Probestabes und kleinen Sprüngen gegenüber

den durch direkte Kommutierung bestimmten Werten um mehrere Prozent zu klein ausfällt, da wegen der relativ kleinen Schwingungsdauer des Galvanometers im Vergleich zur Zeit der Nachwirkung des magnetischen Zustandes ein Teil der Kraftlinien nicht gemessen wird. Daher ist es richtiger, die Hysteresisschleife auf den mit der gleichen höchsten magnetisierenden Kraft durch Kommutation gefundenen Wert zu beziehen, da dieser frei von dem Einfluß der Viskosität zu sein scheint.

Durch magnetometrische Bestimmung der Koerzitivkraft läßt sich ferner nach Gumlich und Schmidt¹⁾ für die Maximal-Permeabilität die Scherungskurve ermitteln.

Trotz dieser Erhöhung der Genauigkeit steht die allerdings praktische und bequeme Jochmessung hinter der magnetometrischen und Ringmethode zurück. Doch sind die Resultate für die Praxis genügend genau, da die durch die Ungleichmäßigkeit des betreffenden Materials entstehenden Fehler größer als die methodischen sind.

Um den Einfluß des Schlußjochs und der Luftzwischenräume zu beseitigen, verwendet Ewing²⁾ 2 Stäbe aus dem zu prüfenden Material, die durch 2 Jochstücke miteinander verbunden werden. Für die Entfernung l_1 der Joche und w_1 magnetisierende Windungen findet man bei verschiedenen Strömen J mit Hilfe einer Sekundärspule durch ballistischen Ausschlag die Induktionen \mathfrak{B} zu den magnetisierenden Kräften

$$\mathfrak{H}_1 = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{J \cdot w_1}{l_1},$$

woraus man eine Kurve $f(\mathfrak{B}, \mathfrak{H}_1)$ zeichnet. Nun wechselt man die Magnetisierungsspulen gegen solche von $w_2 = \frac{w_1}{2}$ Windungen und der Länge $l_2 = \frac{l_1}{2}$ aus und verschiebt die Joche auf die Länge $l_2 = \frac{l_1}{2}$. Dafür bestimmt man dann eine neue Kurve $f(\mathfrak{B}, \mathfrak{H}_2)$.

Bedeutet $\mathfrak{H}_1 \cdot l_1$ bzw. $\mathfrak{H}_2 \cdot l_2$ in beiden Fällen die bei gleicher Induktion \mathfrak{B} für die Stäbe allein und m die für die Jochstücke einschließlich Luftfugen erforderliche MMK, dann gelten die Gleichungen

¹⁾ ETZ. 1901, S. 696.

²⁾ ETZ. 1897, S. 8.

1. $\mathfrak{H}_1 \cdot l_1 = \mathfrak{H} \cdot l_1 + m$
2. $\mathfrak{H}_2 \cdot l_2 = \mathfrak{H} \cdot l_2 + m$

Setzt man $l_2 = \frac{l_1}{2}$ und subtrahiert Gleichung 2 von 1, so erhält man:

$$3. \quad \mathfrak{H}_2 - \mathfrak{H}_1 = \frac{m}{l_1}.$$

Aus Gleichung 3 und 1 folgt dann:

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_1 - (\mathfrak{H}_2 - \mathfrak{H}_1).$$

Man findet demnach die wahre Magnetisierungskurve $f(\mathfrak{B}, \mathfrak{H})$ der Stäbe, wenn man für denselben Wert von \mathfrak{B} die Abszissendifferenz $\mathfrak{H}_2 - \mathfrak{H}_1$ von dem zu \mathfrak{B} gehörenden Abszissenwert der Kurve $f(\mathfrak{B}, \mathfrak{H}_1)$ abzieht, d. h. die zuerst aufgenommene Kurve um die zwischen beiden Kurven gelegenen Stücke zurückschert.

Auf einem anderen, schon von Schmöller¹⁾ angegebenen Prinzip beruht das Permeameter von Picou²⁾.

Hierbei wird das mit Primär- und Sekundärspule versehene Probestück durch beiderseitiges Anlegen von Jochen geschlossen, die ebenfalls Magnetisierungsspulen tragen. Die Joche werden von einem Strom i so erregt, daß durch den Probekörper axial kein Kraftfluß hindurchgeht. Dann wendet man den Strom in einer Jochspule und erregt die Spule von w Windungen des Probekörpers durch einen Strom J , bis im Joch derselbe Kraftfluß wie vorher herrscht, was man durch einen kleinen Hilfstransformator mit veränderlichem Luftspalt prüft, indem man die Primärwicklung mit der Jocherregung in Reihe schaltet und die Sekundärwicklung gegen die Sekundärspule des Probekörpers auf das ballistische Galvanometer wirken läßt. Der Kraftfluß im Joch ist in beiden Fällen derselbe, wenn das Galvanometer keine Ablenkung zeigt. Darauf schaltet man den Transformator ab und kommutiert die Ströme i und J . Dann ist die Ablenkung des Galvanometers ein Maß für die im Probekörper herrschende Induktion \mathfrak{B} . Hierdurch wird der Einfluß der Joche und des Luftzwischenraumes beseitigt, so daß man $\mathfrak{H} = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{J \cdot w}{l}$ genau ermitteln kann, worin l die freie Länge des Probekörpers zwischen den Jochen ist.

Ähnlich gebaut ist der Eisenprüfer von Kapp³⁾.

¹⁾ ETZ. 1892, S. 406.

²⁾ El. 9. 11. 1906; El. u. M. Wien. 1907, S. 36 (Ref).

³⁾ ETZ. 1908, S. 833.

Bei dem Torsionspermeameter von Baily¹⁾ das von Carpentier ausgeführt ist, besitzt das Schlußjoch eine Aussparung, in der eine Magnetonadel drehbar gelagert ist. Die von dem Magnetfeld hervorgerufene Drehung kann durch eine Torsionsfeder kompensiert werden.

Lamb und Walker²⁾ bestimmen die Permeabilität mit einem Joch, in welchem der magnetische Widerstand des Probestabes durch den eines verstellbaren Luftschutzes kompensiert wird.

5. Zugkraftmethode.

Da die bisher verwendeten Methoden mehr für Laboratoriumsarbeiten in Frage kommen, so versuchte man für den praktischen Gebrauch Apparate herzustellen, mit deren Hilfe man schnell verschiedene Eisensorten auf ihre Güte untersuchen konnte.

Ausgehend von dem Gedanken, daß zwischen zwei magnetischen Materialien eine Zugkraft besteht, welche in bestimmter Beziehung zu der magnetischen Induktion \mathfrak{B} steht, konstruierte Bosanquet³⁾ einen Apparat und später S. Thompson⁴⁾ eine Vorrichtung, die er als Permeameter bezeichnete.

Der zu untersuchende Eisenstab s steht vertikal in der Ausbohrung eines Schlußjochs S (Fig. 124) und berührt mit seinem unteren sorgfältig geschliffenen Ende die innere ebenso bearbeitete Fläche. Die Magnetisierung wird dabei durch eine Spule Sp erzeugt. Oben hängt der Stab an einer Federwage f . Ist die Spule stromlos, so zeigt die Federwage nur das Gewicht P_1 des Stabes

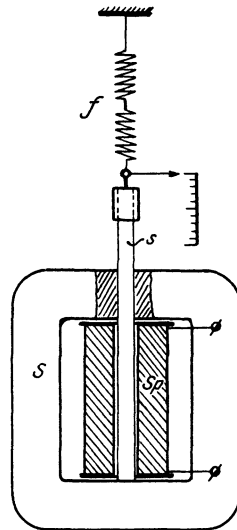


Fig. 124.

¹⁾ El. 1901, S. 172; Z f I. 1902, S. 258 (Ref).

²⁾ ETZ. 1901, S. 967; Journ. Inst. El. Eng. Bd. 30, S. 930.

³⁾ El. Bd. 13, S. 83.

⁴⁾ Journ. Soc. Arts. Sept. 1890.

an. Schickt man jetzt einen Strom hindurch, so wird der Stab magnetisch und haftet am Joch fest an. Beim Senken des Jochs wird die Federwage immer mehr gespannt, bis schließlich der Stab abgerissen wird, wobei die Zugkraft P_2 abgelesen wurde. Die Zugkraft der magnetischen Wirkung beträgt dann

$$P = P_2 - P_1.$$

Um nun die Abhängigkeit der Zugkraft P von der im Eisen vorhandenen Induktion \mathfrak{B} analytisch festzustellen, wollen wir uns in einem magnetisch geschlossenen Kreis einen schmalen Spalt senkrecht zur Kraftlinienrichtung denken. Dann verlaufen die Kraftbahnen zwischen den Grenzflächen mit Ausnahme der geringen Abweichung am Rand nahezu parallel, und die Induktion im Luftspalt kann dann an jeder Stelle als gleich groß angesehen werden.

Nach Maxwell beträgt die Zugkraft eines Magnetstabes

$$P = \frac{F \cdot \mathfrak{B}^2}{8 \pi} \text{ Dyn}$$

oder

$$P = \frac{F \cdot \mathfrak{B}^2}{8 \pi \cdot 981 \cdot 10^3} \text{ kg,}$$

wenn wir die Entmagnetisierung und Streuung als verschwindend klein annehmen. Sind P und F in kg bzw. qcm gemessen, so kann

$$\mathfrak{B} = \sqrt{8 \pi \cdot 981 \cdot 10^3} \cdot \sqrt{\frac{P}{F}} = 4963 \cdot \sqrt{\frac{P}{F}} \text{ G}$$

berechnet werden.

In unserem Fall, wo die Magnetisierungsspule noch ein Feld von \mathfrak{H} G erzeugt, ist die Zugkraft nur von der Größe $\mathfrak{B} - \mathfrak{H}$ abhängig, da die Spule beim Abziehen des Stabes nicht fortgezogen wird, so daß für den Apparat

$$P = \frac{F \cdot (\mathfrak{B} - \mathfrak{H})^2}{8 \pi \cdot 981 \cdot 10^3} \quad \text{oder} \quad \mathfrak{B} = 4963 \cdot \sqrt{\frac{P}{F}} + \mathfrak{H}$$

gesetzt werden muß.

Infolge des veränderlichen Widerstandes der Trennungsfuge und des unregelmäßigen Verlaufs der Induktionslinien vom dünnen Stab nach dem breiten Joch ist die Genauigkeit des

Apparates nicht sehr groß, jedoch ist die Methode bequem für schnelle und vergleichende Messungen einzelner Eisenproben.

Kapp¹⁾ modifizierte diese Vorrichtung insofern, als er den Schnitt in den Stab hineinlegte und nicht den ganzen Probestab, sondern nur den unteren Teil desselben abzog und diesen zur Verminderung der Reibungswiderstände in einer sauber gearbeiteten Bronzeführung anordnete. Trotzdem sind die Resultate höchstens bis auf 5 % genau, wenn die Induktion $\mathfrak{B} > 10\,000$ ist.

Der Apparat kann erst dann einwandfreie Resultate liefern, wenn kein Abreißen zweier sich berührender Eisenteile stattfindet. Ein solcher ist z. B. die von H. du Bois angegebene magnetische Wage (s. Nr. 6).

W. Gill²⁾ modifizierte diese Methode dahin, daß er die magnetisierende Spule von einem Stabe abzieht und wieder aufschiebt. Dabei beschreibt der magnetische Zustand eine halbe Periode der Ummagnetisierung. Denselben Vorgang wiederholt er mit umgekehrter Stromrichtung. Durch eine sehr sinnreiche Vorrichtung werden die für die Bewegung notwendigen Kräfte registriert und durch einen mechanischen Integrator der Arbeitsverlust durch Hysteresis direkt angegeben. Das Instrument ist allerdings nur brauchbar, solange der magnetische Widerstand der Luft gegen den des Probestabes groß ist, d. h. für den proportionalen Teil der Magnetisierungskurve.

6. Magnetische Wage.

Ebenfalls auf der Wirkung der Zugkraft beruhen die magnetischen Wagen. Die erste Konstruktion³⁾ ist von Du Bois angegeben und nach eingehenden Versuchen in der PTR⁴⁾ mit einigen Verbesserungen in die neuere Form⁵⁾ der Fig. 125 gebracht worden. Die Konstruktion und Wirkungsweise ist folgende:

Auf einer Rotgußgrundplatte G sind zwei Stahlgußsockel S_1 und S_2 durch Schrauben befestigt und an ihrem oberen Ende durch eine warm aufgelegene Rotgußbrücke B starr miteinander

1) El. Bd. 32, S. 498; Lum. el. Bd. 51, S. 584; ETZ. 1894, S. 264.

2) El. 24. Sept. 1897; ETZ. 1898, S. 5.

3) El. 1892, S. 448, 501; Z f I. 1892, S. 404; ETZ. 1892, S. 579.

4) Z f I. 1896, S. 353; ETZ. 1897, S. 208.

5) Z f I. 1900, S. 113, 129.

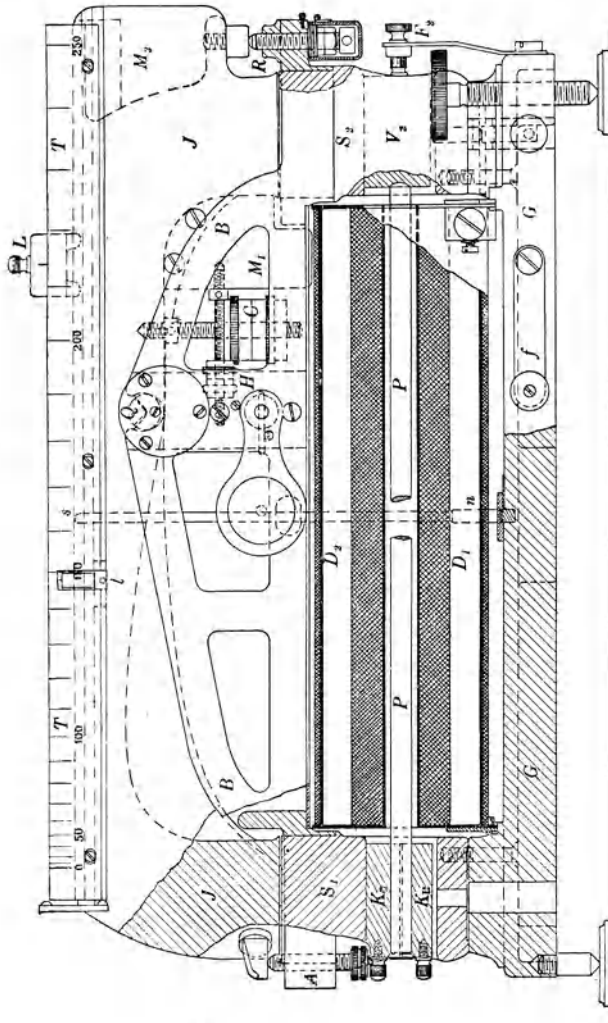


Fig. 125.

verbunden. In den Sockeln sind Öffnungen für die Vollbacken V_2 bzw. Klemmbacken K_0 und K_u zur Aufnahme der Eisenprobe vorgesehen. Die Brücke B trägt nebst einer Arretiervorrichtung die Lager für die Schneide Q des als Wagebalken ausgebildeten Schlußjochs J , welche in 4,0 cm Entfernung von der Mitte des

Wagebalkens exzentrisch angebracht ist. Die parallelen, polierten und gut zentrierten Kreisflächen der Sockel und des Jochs haben je 18 qcm Inhalt und begrenzen zwei Luftschlitze von nahezu 0,025 cm Dicke.

Das mit zwei Anschlägen aus harter unoxydierbarer Phosphorbronze versehene Stahlgußjoch schwebt mit einem Spielraum von ca. 0,01 cm über der Regulierschraube R und der Anschlagschraube A . Der obere Teil des Jochs ist als Schlitten für ein Laufgewicht L ausgebildet, welches an einer quadratisch geteilten Skala T verschoben werden kann. Zur rohen Tarierung dienen zwei eingelassene Bleikörper M_1 und M_2 . Die feinere Einstellung ermöglichen ein vertikal verschiebbares Gewicht C und ein horizontal bewegliches H . Die Eisenprobe erhält normal den Querschnitt von 0,5 qcm mit einem Durchmesser von 0,798 cm bei kreisrundem, einer Kantenlänge von 0,707 cm bei quadratischem Querschnitt. Für genauere Arbeiten empfiehlt es sich, den Stab an den Enden mit konvexen Kugelkontakten von 0,5 cm Radius zu versehen und zwischen zwei mit entsprechenden Konkavschliffen versehenen Vollbacken einzuklemmen. Eine Feder F_2 von etwa 3 kg Druckkraft preßt den Kugelkontakt fest an den Stab. Die Länge der Probe zwischen den beiden Scheiteln soll 25,4 cm betragen, so daß bei 0,2 cm Kuppenhöhe die lichte Weite zwischen den Stirnflächen der Vollbacken 25 cm und die mittlere Länge des Stabes $l = 25,2 = 8\pi$ cm beträgt. Werden die Klemmbacken benutzt, so müssen die Stäbe 33 cm lang sein.

Über dem Probestab ist die auf zwei parallelen Querschienen der Grundplatte verschiebbare Erregerspule angeordnet. Sie besteht aus einer inneren mit 12 Lagen von je 200 Windungen 1 mm dicken Kupferdrahtes versehenen Spule D_1 und einer äußeren auf ein weiteres Messingrohr gewickelten Spule D_2 mit 2 Lagen von je 200 Windungen. Diese beiden Spulen werden in Hintereinanderschaltung vom Erregerstrom durchflossen und sind so geschaltet, daß die Felder in entgegengesetztem Sinne wirken. Diese Anordnung ist aus folgendem Grunde getroffen:

Wäre die Spule D_1 allein über den Kern gewickelt, so würde ihre MMK

$$\mathfrak{M}_1 = \frac{4\pi}{10} \cdot J \cdot w_1 \quad \text{We}$$

nicht nur in dem Stab die Induktion \mathfrak{B} G , sondern auch in

dem zwischen Stab und Spule liegenden Zwischenraum ein Feld \mathfrak{H}' G erzeugen, wobei w_1 die Anzahl der Erregerwindungen bedeutet. Das Feld \mathfrak{H}' würde verschwinden, wenn die Spule aus unendlich dünnem Drahte direkt auf den Kern gewickelt werden könnte, was natürlich unausführbar ist. Es muß daher \mathfrak{H}' durch die magnetomotorische Kraft einer entgegengesetzt wirkenden Spule von w_2 Windungen — in unserem Fall D_2 — kompensiert werden, für die

$$\mathfrak{M}_2 = -\frac{4\pi}{10} \cdot J \cdot w_2 \quad \text{We ist.}$$

Denken wir uns vorläufig den Eisenkern nicht eingesetzt, so werden die Spulen D_1 und D_2 die gesamte Linienzahl

$$\mathfrak{M}_1 = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{J \cdot w_1}{l} \cdot \frac{1}{w_1} \cdot \int_0^{w_1} f_1 \, M$$

und

$$\mathfrak{M}_2 = -\frac{4\pi}{10} \cdot \frac{J \cdot w_2}{l} \cdot \frac{1}{w_2} \cdot \int_0^{w_2} f_2 \, M$$

erzeugen. Hierin ist der Ausdruck $\frac{1}{w} \cdot \int_0^w f$ als mittlere Windungsfläche aufzufassen, wenn mit f die Fläche einer beliebigen Windung gemeint ist. Da sich die außerhalb des vom Probestab mit dem Querschnitt F eingenommenen Raumes entstehenden Felder vernichten sollen, so hätten beide Spulen zusammen einen Kraftfluß

$$\mathfrak{M} = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{J}{l} \cdot (w_1 - w_2) \cdot F \, M$$

zu erzeugen, welcher dem resultierenden $\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2$ gleich sein muß. Daraus folgt nach Fortheben des Faktors $\frac{4\pi}{10} \cdot \frac{J}{l}$ die Beziehung:

$$\int_0^{w_1} f_1 - \int_0^{w_2} f_2 = F \cdot (w_1 - w_2).$$

Da in unserem Fall $w_1 = 2400$, $w_2 = 400$, $F = 0,5$ qcm, die gesamte Windungsfläche der Spule D_1 ferner

$$\int_0^{w_1} f_1 = +13600 \text{ qcm} \quad \text{beträgt, so wird}$$

$$\int_0^{w_2} f_2 = \int_0^{w_1} f_1 - F \cdot (w_1 - w_2) = 13600 - 0,5 \cdot (2400 - 400) = 12600 \text{ qcm,}$$

woraus die mittlere Fläche $\frac{1}{w_2} \cdot \int_0^{w_2} f_2 = F_2 = \frac{12600}{400} = 31,5$ qcm

resultiert. Würde man $\int_0^{w_1} f_1 - \int_0^{w_2} f_2 = 0$ machen, so wären die

Angaben der Wage nicht von der Gesamtinduktion $\mathfrak{B} = 4 \pi \mathfrak{J} + \mathfrak{H}$, sondern nur von der Eisendichte $4 \pi \cdot \mathfrak{J}$ abhängig.

Die MMK der Erregerspule hat nun den Wert

$$\mathfrak{M} = \frac{4 \pi}{10} \cdot J \cdot (w_1 - w_2) = \frac{4 \pi}{10} \cdot J \cdot 2000 = 8 \pi \cdot 100 \cdot J \quad \text{We}$$

Für die Länge des Stabes von $l = 8 \pi$ cm beträgt demnach die magnetisierende Kraft $\mathfrak{H} = \frac{\mathfrak{M}}{l} = 100 \cdot J \quad \text{We/cm}$

oder die AW pro cm Kraftlinienweg $aw = 0,8 \mathfrak{H} = 80 \cdot J$.

Die Wirkungsweise der magnetostatischen Wage beruht auf der Anziehung des Jochs durch die magnetische Kraftwirkung zwischen den Sockel- und Jochflächen. Trotzdem die Anzugskraft auf beiden Seiten gleich groß ist, sind die statischen Momente doch infolge der ungleich langen Hebelarme verschieden. Zur Einstellung der allerdings labilen Gleichgewichtslage dienen je nach der Empfindlichkeit Laufgewichte von 65 und 2,6 g Gewicht, welche so weit verschoben werden, daß der Anschlag von der Schraube R gerade abreißt. Die an der Skala abgelesenen Zahlen (das größere Gewicht gilt für die obere schwarze Skala, das kleinere für die untere rote) geben durch Multiplikation mit 100 den Betrag der Induktion \mathfrak{B} in G direkt an. Das größere Gewicht wird für Induktionen von 5000 G aufwärts benutzt.

Zur Untersuchung von Eisenproben wird nun die Wage mit ihrer Längsrichtung ost-westlich aufgestellt, um azimutale Einflüsse des Erdfeldes zu vermeiden, und nach Abhebung des Jochs die Sockelflächen horizontal gestellt. Dann wird das Joch mit den Schneiden auf 2 Glasplättchen gelegt, mittels des vertikalen Gewichts C die Schwingungsdauer auf ca. $30 \div 40$ Sek. reguliert, durch das horizontale Gewicht H die obere Kante des Jochs ungefähr wagerecht eingestellt und schließlich das Joch auf die Arretierung gelegt. Zur Kompensation der Vertikalkomponente des Erdfeldes und anderer auf den Apparat eventuell von außen

her einwirkenden Felder dienen die vertikal stehenden auf der Grundplatte verschieblichen Kompensationsmagnete n s.

Die Schaltung des Apparats wird jetzt nach Fig. 126 ausgeführt, wobei U ein Umschalter, J ein Strommesser für ca.

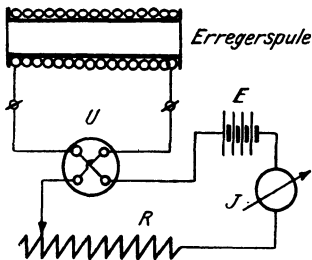


Fig. 126.

5 A, E eine Batterie von etwa 30 Volt Spannung und R ein Walzenrheostat oder ein veränderlicher Kundtscher Widerstand von ca. 10 000 Ω ist. Enthält der Strommesser einen Magnet, so muß er möglichst weit von der Wage entfernt werden, ebenso wie Gegenstände aus Stahl oder Eisen, sowie induktive Vorschaltwiderstände.

Zur Justierung des Nullpunktes wird nun ein Stab aus weichem Material eingeklemmt und für verschiedene Richtungen eines bestimmten Erregerstromes (ca. 1,5 A) die Induktionen abgelesen, welche im allgemeinen von einander verschieden sein werden. Nach mehrmaligem Kommutieren des Stromes werden die Kompensationsmagnete soweit eingestellt, daß die Ungleichheit der Ablesung verschwindet. Darauf wird der ganze Apparat durch abnehmende Kommutierung auf das sorgfältigste entmagnetisiert und das Gewicht H so eingestellt, daß der Wagebalken von der Schraube R gerade abreißt, wenn das Laufgewicht auf Null zeigt. Entfernt man nun den Eisenstab und erregt die Spule, so müssen die Angaben des Instruments gleich der Feldstärke \mathfrak{H} der Spule sein. Darauf wird der zu untersuchende Probestab eingeklemmt, sorgfältig entmagnetisiert und nach ca. 10 maligem zyklischen Ummagnetisieren innerhalb derselben Grenzen durch allmähliche Änderung des Vorschaltwiderstandes R eine vollständige Hysteresisschleife aufgenommen. Die abgelesenen Werte von \mathfrak{B} werden als Funktion der magnetisierenden Kraft \mathfrak{H} oder aw graphisch dargestellt und schließlich die Kurve mit Hilfe der dem Apparat beigegebenen, nur von den Dimensionen und dem Material der Wage abhängigen Scherungslinien zurückgeschert.

Auch Bleche können mit dem Apparat untersucht werden, indem man sie in der Größe $0,707 \times 33$ cm übereinander schichtet und mit dem Klemmbacken K zusammenpreßt.

Die von Siemens & Halske ausgeführte magnetische Präzisionswage nach Du Bois eignet sich dazu, Eisenuntersuchungen in möglichst kurzer Zeit ohne umständliche Hilfsmittel vorzunehmen. Dabei ist der Fehler der Messungen kleiner als $\frac{1}{2}\%$, so daß man den Apparat als Präzisionsinstrument betrachten kann.

Auf einem ähnlichen Prinzip beruht die von Ewing¹⁾ für den Werkstattgebrauch bestimmte magnetische Wage. Hierdurch ist jedoch nicht eine Bearbeitung des ganzen Stabes, sondern nur einer Seitenfläche erforderlich. Die Genauigkeit ist allerdings etwas geringer.

F. Mucdoch²⁾ bestimmt bei seinem Permeameter die Zugkräfte, welche notwendig sind, um den auf den glatten Flächen eines hufeisenförmigen Elektromagnets aufliegenden prismatischen Probestab abzuziehen. Eine Fehlerquelle besteht darin, daß der Reibungskoeffizient für die Ruhe anders als für die Bewegung ist. Ferner ist der Einfluß der Streuung und ungleichmäßigen Verteilung des Kraftflusses in dem Probekörper nicht berücksichtigt. Die Ungenauigkeit soll $< 5\%$ sein.

Für hohe Induktionen ist von Cotton³⁾ ebenfalls eine magnetische Wage konstruiert worden

7. Magnetisierungsapparat nach Köpsel.

(Siemens & Halske.)

Die Ablenkung eines Strommessers mit beweglicher Spule in einem magnetischen Felde läßt sich ausdrücken durch die Gleichung $\alpha = c \cdot i \cdot \mathfrak{B}$. Hält man dabei den Strom i der Spule konstant, so sind die Ablenkungen nur der Induktion \mathfrak{B} proportional ($\alpha = c \cdot \mathfrak{B}$), und man kann ein solches Instrument zur Messung magnetischer Felder benutzen, wie es beim Köpselschen Apparat⁴⁾ von Siemens & Halske geschieht.

Die Konstruktion zeigt Fig. 127. Der in einer Magnetisierungsspule S liegende Probestab P wird durch ein Joch J aus weichem Schmiedeeisen unter Benutzung der Klemmbacken K magnetisch

¹⁾ Journ. Inst. El. Eng. 1898, S. 526; ETZ. 1898, S. 325; El. 1898, S. 110 und 148; Z f I. 1899, S. 222 (Ref).

²⁾ El. Eng., 28. Nov. 1907; El. u. M., Wien. 1908, S. 36, (Ref).

³⁾ Journ. de phys. 3 Serie. IX, 1900, S. 383; ETZ. 1909, S. 449.

⁴⁾ ETZ. 1894, S. 214; ETZ. 1898, S. 411; Z f I. 1898, S. 39.

geschlossen. Das Joch besitzt einen zylindrischen Spalt zur Aufnahme einer kleinen aus vielen Windungen dünnen Drahts bestehenden Spule s . Zur Kompensierung des Einflusses der überschüssigen Windungsfläche der Erregerspule sind auf dem Joch zwei Hilfsspulen angeordnet, welche ein schwaches, der Spule S entgegengesetzt gerichtetes Feld hervorrufen (vgl. Magnetische Wage, Kap. 6).

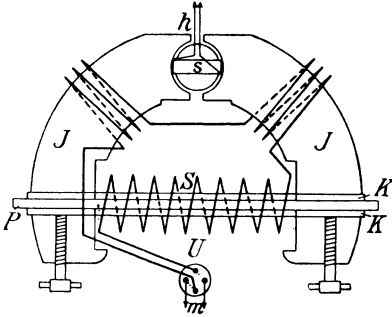


Fig. 127.

zwei Hilfsspulen angeordnet, welche ein schwaches, der Spule S entgegengesetzt gerichtetes Feld hervorrufen (vgl. Magnetische Wage, Kap. 6).

Schickt man nun durch die bewegliche Spule s einen konstanten Hilfsstrom i und erregt die Spule S durch den Magnetisierungsstrom J , so wird die Spule s eine der Induktion \mathfrak{B} proportionale Ablenkung erhalten, die durch einen Zeiger auf einer Skala angegeben wird. Die Spule S und die Hilfsspulen besitzen bei einer freien Länge des Stabes von $4\pi \approx 13$ cm eine solche Windungszahl, daß die magnetisierende Kraft $\mathfrak{H} = 100 \cdot J$ We/cm wird. Durch passende Wahl des Hilfsstromes i kann man erreichen, daß die Ablenkungen des Instruments für jeden beliebigen Querschnitt F der Probe P ohne Umrechnung die Kraftlinienzahl für $F = 1$ qcm oder die Induktion \mathfrak{B} in G direkt angeben. Der für einen bestimmten Querschnitt während der Dauer des Versuchs konstant zu haltende Strom wird nach der Gleichung $i = \frac{c}{F}$ bestimmt, worin c eine auf der Skala angegebene Konstante des Apparats bedeutet. Der Apparat gehört bei einfacher und bequemer Handhabung zu den im praktischen Gebrauch genauesten.

Für die Untersuchung von Eisensorten macht man folgende Schaltung (Fig. 128), worin A der Apparat, W_m und W_h Regulierwiderstände für den Magnetisierungs- bzw. Hilfsstromkreis, E eine Batterie von Trockenelementen sein soll. An die Klemmen B wird eine Akkumulatorenbatterie von 4 bzw. 8 Volt gelegt, womit $\mathfrak{H} = 150$ bzw. 300 We/cm erhalten werden kann, was in den meisten Fällen genügen wird. Zwischen m und h werden Strommesser zur Bestimmung der Ströme J und i angeschlossen. Ver-

wendet man einen zu der Magnetisierungsschaltung speziell konstruierten Stöpselschalter, so ist nur ein Instrument (mit Nebenschlüssen) notwendig.

Die Ausführung der Messung geschieht nun in der Weise, daß man den Apparat zur Vermeidung von Fehlern infolge des Erdfeldes nach einem auf der Skala angebrachten Strich in die Richtung Nord-Süd einstellt. Zur Kontrolle der richtigen Stellung

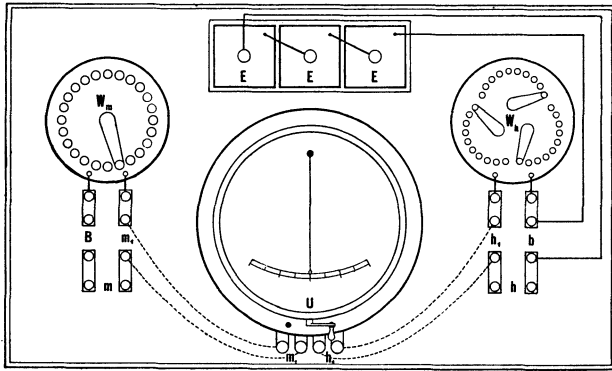


Fig. 128.

schaltet man ohne den Probestab im Apparat den Hilfsstrom i ein, dann muß die Ablenkung Null oder beim Kommutieren des Stromes in beiden Richtungen gleich groß sein. Die zu untersuchende Probe wird dann als Stab von 6 mm Durchmesser oder als Blechbündel von 5×5 mm Querschnitt und 27 cm Länge mit horizontalen Schichten in das Joch geklemmt. Aus dem Querschnitt der Probe, welche bei Blechen am besten durch Volumenbestimmung ermittelt wird, ergibt sich durch Rechnung der Hilfsstrom i . Zeigt sich nach Einsetzen der Probe eine Ablenkung im Instrument, so muß der Stab durch abnehmende Kommutation erst entmagnetisiert werden, bis beim Öffnen des Umschalters U der Zeiger $\mathfrak{B} = \text{Null}$ oder weniger als 100 G anzeigt. Darauf wird der Magnetisierungsstrom allmählich in einzelnen Stufen von 0 bis $+J$ gesteigert, von da über 0 nach $-J$ vermindert und wieder bis $+J$ verstärkt. Aus den Angaben des Strommessers und den zugehörigen Zeigerstellungen des Instruments kann dann

die jungfräuliche Magnetisierungskurve und die Hysteresisschleife dargestellt werden.

Mit Hilfe der dem Instrument beigegebenen Scherungslinien werden dann die Kurven zurückgeschert, wodurch der Einfluß des Jochs und des Luftspalts beseitigt wird. Um die richtigen Eigenschaften der Eisenprobe in den Angaben der Hysteresisschleife zu erhalten, empfiehlt es sich, vor der eigentlichen Ablesung die Schleife mehrere Male durch zyklische Magnetisierung zu umschreiben.

Nach Steinmetz ist nun die durch Hysteresis in Wärme umgesetzte Leistung

$$L_h = \eta_h \cdot \nu \cdot \mathfrak{B}_{max}^{1,6} \cdot V \cdot 10^{-7} \quad \text{W},$$

worin η_h die Hysteresiskonstante, ν die Periodenzahl in der Sekunde, V das Eisenvolumen in ccm bedeuten.

η_h läßt sich aus der Hysteresisschleife folgendermaßen bestimmen:

Für eine Periode ist die Ummagnetisierungsarbeit

$$A = \frac{V}{4\pi} \cdot \int_{-\mathfrak{B}_{max}}^{+\mathfrak{B}_{max}} \mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B} \cdot 10^{-7} \quad \text{J}.$$

Ersetzt man $A = \frac{L_h}{\nu}$ aus voriger Gleichung, so ergibt sich:

$$\eta_h \cdot \mathfrak{B}_{max}^{1,6} = \frac{1}{4\pi} \cdot \int_{-\mathfrak{B}_{max}}^{+\mathfrak{B}_{max}} \mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B}.$$

Darin stellt aber $\int_{-\mathfrak{B}_{max}}^{+\mathfrak{B}_{max}} \mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B} = c \cdot F$ für die Hysteresisschleife

den von ihrer Fläche F (qcm) angegebenen Arbeitsverlust durch Hysteresis in *Erg* für 1 Per/sec und $V = 1$ ccm Eisen dar. Der Faktor c in *Erg/qcm* läßt sich aus den Maßstäben von \mathfrak{B} und \mathfrak{H} ermitteln. Durch Vereinigung der beiden letzten Gleichungen erhält man schließlich:

$$\eta_h = \frac{c \cdot F}{4\pi \cdot \mathfrak{B}_{max}^{1,6}}$$

Der zu der Hysteresisschleife gehörige Leistungsverlust L_h kann dann aus der Gleichung:

$$L_h = \frac{c \cdot F \cdot v \cdot V}{4 \pi} \cdot 10^{-7} \quad \text{W}$$

ermittelt werden.

Zur objektiven Darstellung von Hysteresisschleifen ist schon von Ewing¹⁾ der sog. Kurvenzeichner angegeben worden. Die Kurve wird durch die gleichzeitige Bewegung eines Punktes in 2 zueinander senkrecht stehenden Richtungen beschrieben (vgl. auch Gruhns Telautograph²⁾). Die Einstellung nach diesen Richtungen wird bewirkt durch 2 nach dem Prinzip des elektrodynamischen Antriebs eines Stromleiters in einem Magnetfelde von dem Magnetisierungsstrom durchflossene Drähte, von denen der eine in einem konstanten Felde (Strommesser), der andere in dem des zu prüfenden Stabes (Magnetometer) angeordnet ist. Cotton³⁾ mißt ebenfalls die Kraftwirkung P , welche eine Seite von der Länge l einer von konstantem Strom i durchflossenen Spule in dem zu untersuchenden Magnetfeld erleidet, wobei

$$P = \frac{\mathfrak{B} \cdot i \cdot l}{10 \cdot g} \cdot g$$

ist. Dabei hat die an dem einen Ende eines Wagebalkens befestigte Spule eine kreisbogenförmige Gestalt, damit die nach dem Drehpunkt der Wage einwirkenden Kräfte der gebogenen Spulenseiten keinen Einfluß auf die Einstellung ausüben.

8. Messung magnetischer Felder mit der Wismutspirale.

Die von Righi entdeckte Eigenschaft des Wismuts, seinen elektrischen Widerstand beim Einführen in ein magnetisches Feld zu ändern, kann man zur Messung der Induktion von magnetischen Feldern benutzen, wenn man einen unvollkommen geschlossenen magnetischen Kreis untersuchen will, wie es z. B. bei Dynamomaschinen der Fall ist. Diese Eigenschaft ist zum ersten Male von Leduc⁴⁾ zur Messung magnetischer Felder benutzt worden,

¹⁾ ETZ. 1893, S. 451.

²⁾ ETZ. 1902, S. 117; 1905, S. 382.

³⁾ Journ. de phys. 1900, S. 383; Z f I. 1900, S. 307 (Ref).

⁴⁾ Journ. de phys. 1887, S. 184; Serie 6.

jedoch stellten Lenard und Howard¹⁾ erst ein praktisch brauchbares Instrument her, indem sie chemisch reinen gepreßten Wismutdraht von 0,5 mm Dicke isoliert zu einer bifilaren Flachspirale aufwickelten und zum Schutz zwischen 2 Glimmerplättchen ein kitteten. Die Enden der Spirale sind mit flachen Kupferstäben verlötet, welche in einen Hartgummigriff mit 2 daran befindlichen Anschlußklemmen endigen. Die Dicke der Spirale einschl. Schutzkapsel beträgt ungefähr 1 mm, so daß sie auch in sehr schmale Lufträume an elektrischen Maschinen eingeführt werden kann.

Als Maß für die Induktion dient die Änderung des Widerstandes, und zwar entspricht einer Induktion von $\mathfrak{B} = 1000$ G im Mittel ca. 5 % Zunahme des Widerstandes. Zur genauen Bestimmung der Felder wird von der Firma Hartmann & Braun, welche diese Spiralen herstellt, jedem Instrument eine Eichkurve beigegeben.

Auch zur Untersuchung der Eisenproben nach der Schlußjochmethode wird von Hartmann & Braun die Wismutspirale be-

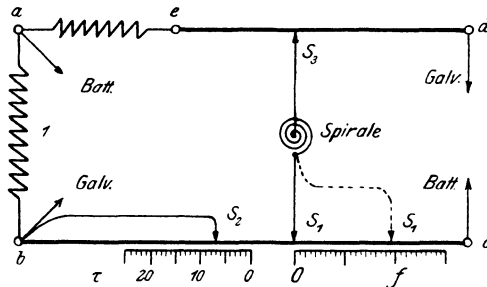


Fig. 129.

nutzt. Dieselbe ist in der Mitte der Magnetisierungsspule so angeordnet, daß der aus zwei Teilen bestehende Prüfstab die Spirale zwischen den gut geschliffenen Enden einschließt und der in ihm erzeugte Kraftfluß die Fläche der Spirale senkrecht durchsetzt.

Zur Messung der Widerstandszunahme

$$Z = \frac{R_1 - R_0}{R_0}$$

benutzt man zweckmäßig folgende Brückenordnung (Fig. 129):

¹⁾ ETZ. 1888, S. 340.

An einen Meßdraht bc mit den Schleifkontakten S_1 und S_2 schließen sich die Widerstände $ba = 1 \ominus$ und ae gleich dem Spiralenwiderstand bei niedrigster Temperatur, dann ein zweiter Meßdraht ed mit dem Schleifkontakt S_3 an. Nun wird S_1 auf Null, S_2 auf die der herrschenden Temperatur τ entsprechende Zahl eingestellt und S_3 so weit verschoben, bis Gleichgewicht in der Brücke herrscht. Nach Einlegen der Spirale in das zu messende Feld wird S_1 nach f verschoben, bis wieder Gleichgewicht eintritt. Dann stellt $of = Z$ die Widerstandszunahme dar, welche direkt an der Skala ablesbar ist. Bei Benutzung derselben Spirale kann die Skala gleich in dem Maß der Feldstärke, d. h. in G , geeicht werden.

Eine Modifikation dieser Methode ist von Peukert¹⁾ angegeben.

9. Nullmethoden zur Eisenuntersuchung.

Da für den magnetischen Ausgleich ähnliche Beziehungen wie für den elektrischen bestehen, so kann man analog der Brückenschaltungen von Wheatstone magnetische Materialien in ähnlicher Schaltung untersuchen. Dabei lassen sich zwei Methoden anwenden. Entweder man macht die beiden MMKe der miteinander zu vergleichenden Eisenkörper gleich groß und verändert den magnetischen Widerstand des einen Körpers, bis eine in den Streufluß beider Zweige gebrachte Nadel keine Ablenkung zeigt, oder man bestimmt zu den verschiedenen magnetischen Widerständen der Stäbe von gleichen Dimensionen die MMKe, welche derselben Bedingung genügen. Auf dem ersten Prinzip beruht das Differentialmagnetometer von Eickemeyer²⁾, auf dem zweiten die Permeabilitätsbrücken von Ewing und Holden.

Genauer und mit verhältnismäßig einfachen Mitteln auszuführen ist die von R. Goldschmidt³⁾ angegebene Methode.

Sie beruht im Prinzip auf folgender Anordnung (Fig. 130).

Zwei Erregerspulen S_1 und S_2 enthalten die beiden Eisenstücke I und II, deren Enden zwei Hilfsspulen s_1 und s_2 mit w_1 bzw. w_2 Windungen tragen. Beide Spulen sind so geschaltet, daß

¹⁾ ETZ. 1910, S. 636.

²⁾ ETZ. 1891, S. 381.

³⁾ ETZ. 1902, S. 314.

die in ihnen beim Verschwinden des Feldes induzierten EMKe sich entgegenwirken, was an einem in dem Stromkreis liegenden Spannungsmesser festgestellt werden kann. Zur Veränderung der

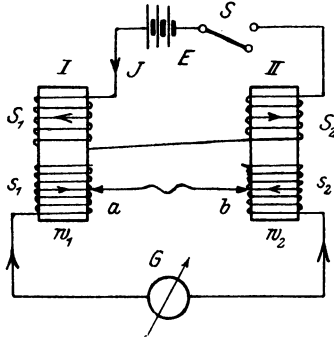


Fig. 130.

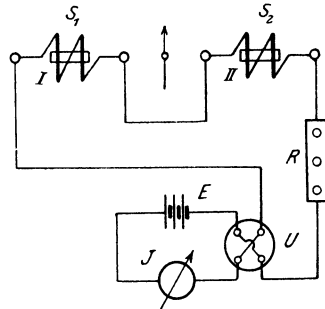


Fig. 131.

Windungszahlen w_1 und w_2 dienen 2 miteinander leitend verbundene Nadeln a b , mit denen man die Isolation leicht durchstechen kann. Treten in den Eisenkörpern die Kraftflüsse \mathfrak{N}_1 und \mathfrak{N}_2 auf, so sind die in den Spulen s_1 und s_2 induzierten EMKe

$$E_{1t} = -w_1 \cdot \frac{d\mathfrak{N}_1}{dt} \quad \text{und} \quad E_{2t} = -w_2 \cdot \frac{d\mathfrak{N}_2}{dt},$$

woraus folgt
$$\int_0^t E_{1t} \cdot dt = -w_1 \cdot \int_0^{\mathfrak{N}_1} d\mathfrak{N}_1 = -w_1 \cdot \mathfrak{N}_1$$

und
$$\int_0^t E_{2t} \cdot dt = -w_2 \cdot \int_0^{\mathfrak{N}_2} d\mathfrak{N}_2 = -w_2 \cdot \mathfrak{N}_2.$$

Wird nun die Windungszahl so eingestellt, daß beim Ausschalten der Erregung der Spannungsmesser keine Ablenkung zeigt, so ist

$$E_1 = E_2 \quad \text{und damit} \quad w_1 \cdot \mathfrak{N}_1 = w_2 \cdot \mathfrak{N}_2$$

oder
$$\frac{\mathfrak{N}_1}{\mathfrak{N}_2} = \frac{w_2}{w_1},$$

d. h. die Felder verhalten sich umgekehrt wie die Windungszahlen der Hilfsspulen. Obige Gleichung ist jedoch nur richtig, wenn die Zeitdauer des Verschwindenes der Kraftlinien gegenüber der Schwingungsdauer des beweglichen Systems im Instrument klein ist, was aber meistens der Fall sein wird.

Zur schnellen Vergleichung von Eisenproben wird von Th. Edelmann, München, ein Differential-Magnetometer gebaut, das im Prinzip dem Differentialgalvanometer entspricht. Nach Fig. 131 sind dabei die auf die Magnetnadel einwirkenden Eisenproben horizontal in die Spulen S_1 und S_2 eingelegt, so daß bei entsprechender Schaltung nur die Differenz der Kraftwirkungen zur Geltung kommt. Darin sind S_1 und S_2 die beiden Magnetisierungsspulen, R ein Regulierwiderstand, U ein Umschalter, E die Stromquelle und J ein Strommesser. Die Ablesung geschieht durch Fernrohr oder Lichtzeiger. Nachdem die Spulenebenen in die Meridianrichtung eingestellt sind (s. Differentialgalvanometer), werden die Spulen so geschaltet, daß sie bei demselben Strom einander entgegenwirken, und so weit durch Verschieben reguliert, bis die Ablenkung der Nadel bei verschiedenen Stromstärken Null ist.

Nun wird in die Spule S_1 das Normaleisen I und in Spule S_2 die Probe II mit gleichen Dimensionen wie I eingelegt. Durch Veränderung des Widerstandes R wird dann der magnetisierende

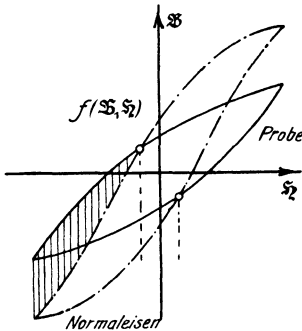


Fig. 132.

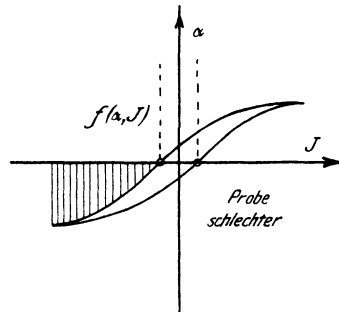


Fig. 133.

Strom J zwischen einem positiven und negativen Maximum geändert und die zu den einzelnen Werten gehörenden Ablenkungen α notiert. Die graphische Darstellung der $f(\alpha, J)$ stellt eine allerdings nur relative Hysteresisschleife dar, deren Flächeninhalt die Differenz der Güte beider Eisensorten angibt. Um festzustellen, welches Eisen besser ist, entfernt man den Probestab aus der Spule; wird dabei die vorhandene Ablenkung größer, so ist die Probe schlechter und umgekehrt. Je geringer die Ab-

weichungen sind, umso mehr nähert sich die Kurve der Abszissenachse (Fig. 132 und 133) und fällt schließlich bei gleichen Eigenschaften mit ihr zusammen. Diese Methode ist sehr bequem und schnell auszuführen bei Untersuchung von Neusendungen, zur Kontrolle von Blechtafeln in bezug auf Gleichmäßigkeit an verschiedenen Stellen und zur Beurteilung von Glühprozessen.

Zur Messung schwacher Felder bis 100 G ist von Voege¹⁾ ein leicht zu bedienender, einfach gebauter Apparat konstruiert worden.

Durch Anwendung zweier festen und einer beweglichen von Gleichstrom durchflossenen Hilfsspulen in Verbindung mit einem Differentialmagnetometer kann man nach Kaufmann²⁾ bei Magnetisierung durch Wechselstrom den Verlauf der Induktion \mathfrak{B}_t in Abhängigkeit von der Zeit t bzw. dem Strom J_t aufnehmen (s. auch S. 222).

10. Bestimmung des Streukoeffizienten.

Betrachten wir das Eisengestell einer Dynamomaschine (Fig. 134), so entsteht in dem Magnetpol als dem Sitz einer MMK ein magnetischer Kraftfluß, der sich durch den Luftraum zwischen Pol und Anker, das Ankereisen und das Joch schließt.

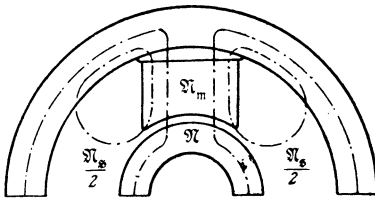


Fig. 134.

Infolge des magnetischen Nebenschlusses, welches die das Gestell umgebende Luft bildet, wird ein Teil der Kraftlinien sich durch die Luft schließen, so daß von allen im Pol erzeugten Kraftlinien \mathfrak{N}_m nur ein Teil \mathfrak{N} in den Anker eintritt, der zur Er-

zeugung der EMK im Anker dient. Die Differenz $\mathfrak{N}_m - \mathfrak{N} = \mathfrak{N}_s$ gibt dann diejenigen Linien an, welche für die induzierte EMK verloren gehen. Diesen Betrag bezeichnet man im allgemeinen als Streulinien und die Erscheinung als **Streuung**. Für die logarithmische Rechnung ist es jedoch bequemer, statt der Differenz $\mathfrak{N}_m - \mathfrak{N}$

¹⁾ ETZ. 1909, S. 871.

²⁾ Verh. d. d. phys. Ges. 1899, S. 42.

den Quotienten $\frac{\mathfrak{N}_m}{\mathfrak{N}} = \sigma$ zu benutzen, worin σ der Streuungskoeffizient der betreffenden Type genannt wird und natürlich größer als 1 ist. Dieser Koeffizient ist jedoch keine Konstante, sondern ändert sich mit der Induktion im Eisen.

Ersetzen wir nämlich zur Erklärung dieser Erscheinung den magnetischen durch einen äquivalenten elektrischen Kreis (Fig. 135), wobei \mathfrak{N}_m den im Magnetpol erzeugten Gesamtstrom, \mathfrak{N} und \mathfrak{N}_s die beiden Teile desselben bedeuten, so muß die Beziehung bestehen:

$$\mathfrak{N}_m = \mathfrak{N} + \mathfrak{N}_s,$$

woraus folgt

$$\sigma = \frac{\mathfrak{N}_m}{\mathfrak{N}} = \frac{\mathfrak{N} + \mathfrak{N}_s}{\mathfrak{N}}.$$

Vergrößern wir nun \mathfrak{N}_m , so würde analog dem Kirchhoffschen Gesetz auch \mathfrak{N} und \mathfrak{N}_s proportional steigen, wenn das Verhältnis der magnetischen Widerstände konstant bliebe. Das ist jedoch nicht der Fall, da mit größerer Sättigung des Ankereisens der magnetische Widerstand ebenfalls zunimmt, dagegen der Luftwiderstand des Streuweges konstant bleibt. Es wird daher der Kraftstrom \mathfrak{N}_s und damit auch $\mathfrak{N} + \mathfrak{N}_s$ relativ schneller zu-

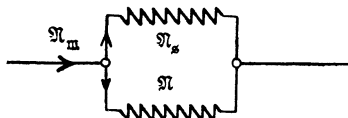


Fig. 135.

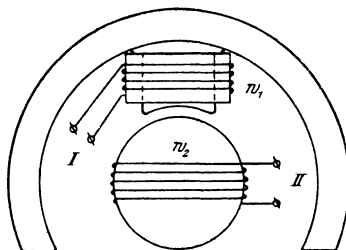


Fig. 136.

nehmen als \mathfrak{N} , so daß der Streuungskoeffizient auch größer wird, wenn die Induktion zunimmt. Betrachten wir den extremen Fall, daß das Ankereisen gesättigt ist, so wird bei Steigerung der MMK nur \mathfrak{N}_s zunehmen und damit der Bruch größer werden, da der Nenner konstant bleibt. Es empfiehlt sich daher bei Dynamomaschinen, den Streuungskoeffizienten bei verschiedenem Ankerstrom J_a als $f(\sigma, J_a)$ festzustellen, weil sich mit der Belastung auch das Feld der Maschine ändert.

Zur Messung des Koeffizienten hätte man nach seiner Definitionsgleichung nur die beiden Felder \mathfrak{N}_m und \mathfrak{N} zu bestimmen.

Am besten eignet sich dazu die ballistische Methode, indem wir um die Wicklung des Magnetpols und ebenso um den Anker Hilfsspulen I und II von einigen Windungen legen (Fig. 136), in denen beim Entstehen oder Verschwinden des Kraftflusses elektromotorische Kräfte induziert werden. Verbindet man die Klemmen der Spulen über einen Umschalter U mit einem ballistischen Galvanometer BG (Fig. 137) unter Zwischenschaltung eines Regulierwiderstandes R , so wird beim Ausschalten des Feldes, wenn Spule I mit w_1 Windungen eingeschaltet ist, eine Ablenkung s_1 im Galvanometer auftreten, die in einfacher Beziehung zum Felde \mathfrak{H}_m steht nach der Gleichung

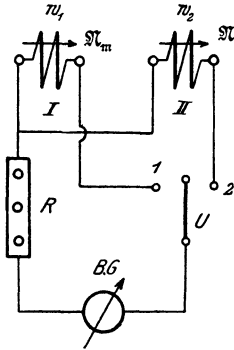


Fig. 137.

$$\mathfrak{H}_m = c \cdot \frac{R_1}{w_1} \cdot s_1.$$

Nach Umlegen des Umschalters auf Kontakt 2 wirkt beim Ausschalten des Feldes die Spule II mit w_2 Windungen auf das Galvanometer und erzeugt die Ablenkung s_2 , wobei

$$\mathfrak{H} = c \cdot \frac{R_2}{w_2} \cdot s_2$$

ist. Darin bedeuten R_1 und R_2 die Gesamtwiderstände der Kreise I bzw. II. Durch Division der beiden Gleichungen folgt:

$$\sigma = \frac{\mathfrak{H}_m}{\mathfrak{H}} = \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{w_2}{w_1} \cdot \frac{s_1}{s_2}$$

oder, wenn $R_1 = R_2$ und $w_1 = w_2$ gemacht ist,

$$\sigma = \frac{s_1}{s_2}.$$

Für mehrpolige Maschinen umfaßt die Ankerhilfsspule eine Polteilung und liegt in der neutralen Zone.

Anstatt nun die Felder durch ihre ballistischen Wirkungen miteinander zu vergleichen, kann man auch nach Rotth¹⁾ die von ihnen erzeugten EMKe:

$$E_1 = c \cdot w_1 \cdot \mathfrak{H}_m \quad \text{und} \quad E_2 = c \cdot w_2 \cdot \mathfrak{H}$$

¹⁾ ETZ. 1902, S. 654.

nach der Kompensationsmethode bestimmen, indem man folgende Schaltung (Fig. 138) nach Bosscha ausführt:

Nachdem die richtige Polarität festgestellt ist, wird die Spule I (höhere EMK E_1) mit einem sehr großen Widerstand $a + b$ verbunden und Spule II (E_2) in den Kompensationszweig mit einem Galvanometer G gelegt. Nun werden die Schleifkontakte so eingestellt, daß beim Ausschalten des Feldes im Galvanometer G keine Ablenkung auftritt. Dann besteht unter Vernachlässigung des Spulen- und Zuleitungswiderstandes die Beziehung

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{a + b}{a},$$

woraus folgt
$$\frac{w_1 \cdot \mathfrak{R}_m}{w_2 \cdot \mathfrak{R}} = \frac{w_1}{w_2} \cdot \sigma = \frac{a + b}{a}$$

oder
$$\sigma = \frac{a + b}{a} \cdot \frac{w_2}{w_1} \quad \text{bzw.} \quad \sigma = \frac{a + b}{a},$$

wenn $w_1 = w_2$ gemacht ist.

Eine absolute Nulllage des Galvanometers während der ganzen Entladezeit wird selten zu erreichen sein, da wegen des allmählich abnehmenden Feldes der Streuungskoeffizient sich ändert und damit das Verhältnis der EMKe für die ganze Ent-

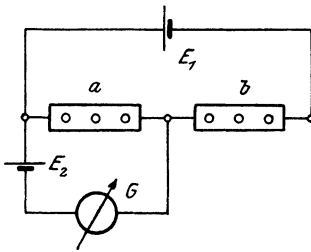


Fig. 138.

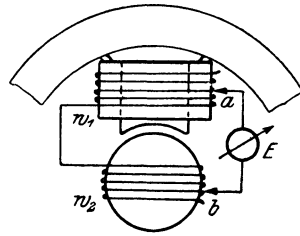


Fig. 139.

ladezeit nicht konstant bleibt. Man beobachtet daher nur, ob im Zeitpunkt des Ausschaltens das Galvanometer in Ruhe bleibt.

Die in Nr. 9 angegebene Methode von Goldschmidt läßt sich auch zur Streuungsmessung benutzen. Zu dem Zweck legt man um die Magnetwicklung (Fig. 139) und den Anker einige Drahtwindungen und schließt sie durch einen empfindlichen Spannungsmesser E , so daß sie mit ihren EMKen gegeneinandergeschaltet sind. Stellt man die Nadelkontakte $a b$ so ein, daß keine Ablenkung

des Instruments beim Ausschalten des Feldes auftritt, wobei w_1 bzw. w_2 Windungen im Hilfsstromkreis liegen, dann ist

$$\frac{\mathfrak{R}_m}{\mathfrak{R}} = \sigma = \frac{w_1}{w_2}.$$

Auch zur Zentrierung des Ankers einer Gleichstrommaschine (besonders bei Parallelschaltung) und zur Bestimmung der entmagnetisierenden (Gegen-) Windungen der Armatur läßt sich diese Methode verwenden, worauf hier jedoch nicht näher eingegangen werden soll.

Eine Zusammenstellung einiger bequemer Methoden zur Messung von Streukoeffizienten ist ferner von R. Pohl¹⁾ angegeben.

11. Praktische Hysteresismesser.

Die bisherigen Methoden gestatten zwar die Aufnahme von Hysteresisschleifen, sind jedoch für den Werkstattgebrauch zu subtil oder infolge der durch Störungen hervorgerufenen Fehler unbrauchbar. Es ist daher von Ewing²⁾ ein Apparat zur bequemen Messung des Hysteresisverlusts angegeben worden, der folgendermaßen arbeitet:

Zwischen den Polen eines auf Schneiden montierten und mit Zeiger versehenen Hufeisenmagnets ist ein schmales Blechbündel der zu prüfenden Sorte von $1,6 \times 7,6$ cm Fläche drehbar angeordnet. Die den magnetischen Schluß des Magnets bildenden Bleche erleiden bei der Drehung eine Ummagnetisierung. Die Folge davon ist, daß die hierdurch verbrauchte Hysteresisarbeit ein Drehmoment auf den Magnet ausübt, da bei jeder halben Umdrehung des Bundes die anziehende Wirkung des einen Poles größer ist als die abstoßende des anderen Poles gegenüber einem Pol des Hufeisenmagnets. Die an einer Skala ablesbare Größe der Ablenkung des Zeigers ist ein Maß für den Hysteresisverlust der Blechprobe.

Zur Eichung des Apparats benutzt man Normalbleche mit bekanntem Verlust, deren Ablenkungen man als Abszissen, die dazu gehörigen Hysteresisverluste als Ordinaten graphisch zu

¹⁾ Ecl. El. 1907, S. 93; Ann. d. El. 1907, S. 354 (Ref).

²⁾ ETZ. 1895, S. 292; El. 1895, 26. April.

einer Kurve zusammenstellt. Ist A der Arbeitsverlust in Erg/ccm für 1 Periode, dann gilt die Beziehung:

$$M_d \cdot \omega = A \cdot \nu \text{ Erg/sec für 1 ccm}$$

Setzt man hierin für $\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60}$ und für die Periodenzahl $\nu = \frac{n}{60}$ bei 2 Polen, so wird das Drehmoment

$$M_d = \frac{A}{2\pi} = c \cdot \alpha \text{ Erg/ccm,}$$

d. h. der Drehwinkel α ist von der Drehzahl unabhängig, solange sie nicht so hoch ist, daß im Eisen merkliche Wirbelströme induziert werden.

Auf einem ähnlichen Prinzip beruht der Hysteresismesser von Blondel (Carpentier)¹⁾. Nur dreht sich hierbei ein Hufeisenmagnet um eine vertikale Achse, während die zu untersuchende Probe in Form eines kleinen Ringes oder eines schmalen rechteckigen Bündels auf einer vertikalen Achse drehbar gelagert ist, die durch eine Spiralfeder in einer gewissen Lage gehalten wird. Wird bei der Drehung in einer Richtung die Ablenkung α_1 , in der entgegengesetzten der Winkel α_2 abgelesen, dann ist die Hysteresearbeit

$$A = 2\pi \cdot c \cdot (\alpha_1 - \alpha_2) \text{ Erg/ccm.}$$

Ist der Torsionskoeffizient c der Feder durch Beobachtung der Schwingungsdauer in *cgs*-Einheiten (Erg für 1° Ablenkung) ermittelt, so lassen sich mit dem Apparat auch absolute Messungen ausführen. Zur Kontrolle dient ein geeichter Probekörper.

12. Praktische Eisenuntersuchung mit dem Eisenprüfer (Epstein).

Die bisher behandelten Methoden, welche man als magneto-statische bezeichnet, beschränken sich nur darauf, die statische Magnetisierung oder Permeabilitätskurve sowie die Eigenschaft des Eisens in bezug auf Hysterese festzustellen, während die Wirbelstromverluste damit nicht gemessen werden. Für den Berechnungsingenieur hat jedoch die dynamische Magneti-

¹⁾ ETZ. 1899, S. 178; Z f I. 1899, S. 259.

sierung sowie der bei Wechselstrom auftretende Verlust durch Hysteresis und Wirbelströme größere Bedeutung.

Dazu eignet sich besonders der von Epstein¹⁾ angegebene Apparat. Seine Konstruktion (Fig. 140) ist folgende: Auf einer Holzplatte werden vier als Seiten eines Quadrats angeordnete Blechpakete von Holzbacken fest zusammengehalten. Die

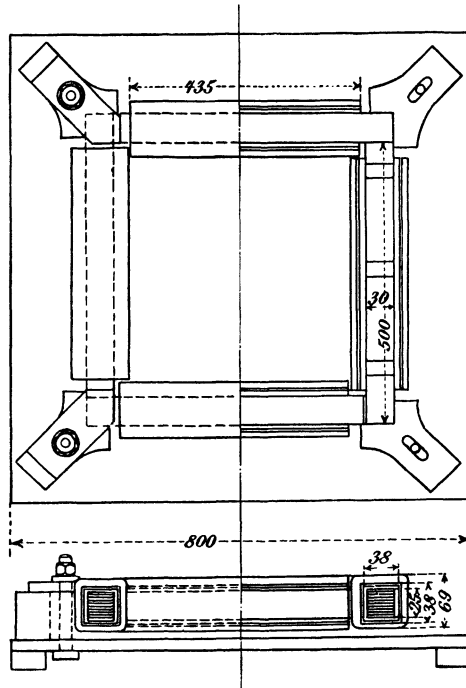


Fig. 140.

Dimensionen sind in der Figur angegeben. Für die Eisenkerne werden die Bleche mindestens vier Tafeln entnommen und in Streifen von 500×30 mm mit Zwischenlagen von Seidenpapier bei einem Mindestgewicht von $2\frac{1}{2}$ kg pro Kern so übereinandergeschichtet, daß an keiner Stelle eine Berührung eintritt. Nach dem Zusammenpressen im Schraubstock und Umschnüren mit Isolierband werden die 4 Kerne unter Zwischenlegen von 0,15 mm

¹⁾ ETZ. 1900, S. 303; 1903, S. 684.

dickem Preßspan an den Stoßfugen zu einem magnetischen Kreis vereinigt. Über jeden Kern wird eine Preßspanspule 38×38 mm lichter Weite und 435 mm Länge geschoben, die mit 150 Windungen Kupferdrahts von 14 qmm Querschnitt (2 parallele Flachkantdrähte von $2 \times 3,5$ mm) gleichmäßig bewickelt ist. Die Streuung ist dabei infolge der gleichmäßigen Magnetisierung auf das geringst mögliche Maß herabgedrückt.

Die 4 Spulen werden nun hintereinandergeschaltet und nach Fig. 141 unter Benutzung eines Strom-, Spannungs- und Leistungsmessers an eine Wechselstromquelle von nicht zu kleiner Leistung angelegt, damit die durch das Anlegen des Eisenprüfers eventuell auftretende Verzerrung der Spannungskurve bei verschiedenen Strömen konstant bleibt.

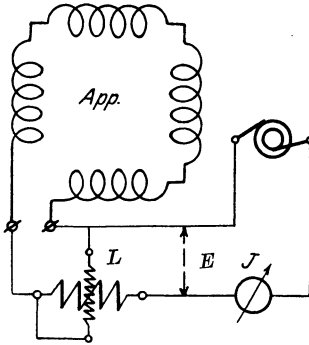


Fig. 141.

Nach den Vorschriften¹⁾ des VdE soll nun der Gesamtverlust im Eisen pro kg bei einer Induktion $\mathfrak{B}_{max} = 10\,000$ und $15\,000$ G und $\nu = 50$ Per/sec für eine Temperatur von 20° C angegeben werden. Diese Zahl, bezogen auf sinusförmigen Verlauf der Spannungskurve, heißt „Verlustziffer“ (V_{10} bzw. V_{15}).

Nun ist die Induktion von der EMK E der Spule abhängig und bei Vernachlässigung des kleinen Spannungsverlustes, wenn man den Spulenwiderstand r klein hält, auch von der Klemmspannung E_k . Bedeutet

- w = Windungszahl des Apparats,
- F = Eisenquerschnitt eines Kerns,
- ν = Periodenzahl des Wechselstroms,
- f_e = Formfaktor der Spannungskurve bei dem Versuch,
- \mathfrak{B}_{max} = Maximale Induktion im Eisen,

so kann man aus

$$E_k \approx E = 4 \cdot f_e \cdot \nu \cdot w \cdot F \cdot \mathfrak{B}_{max} \cdot 10^{-8} \text{ V.}$$

leicht \mathfrak{B}_{max} berechnen, wenn durch irgend eine Methode

(s. Abschnitt IV) der Formfaktor $f_e = \frac{E}{E_{mi}}$ bestimmt worden ist.

Der Querschnitt F wird dabei am besten aus dem Gewicht G , dem spezifischen Gewicht γ und der Länge l der 4 Kerne berechnet, wobei $\gamma = 7,7$ zu setzen ist, wenn keine besonderen Messungen vorliegen. Die Messung wird nun in folgender Weise durchgeführt: Durch einen Vorversuch mit einer für $\mathfrak{B}_{max} = 10\,000\text{ G}$ und einem Formfaktor $f_e' = 1,11$ berechneten Klemmenspannung $E_k' = E'$ wird die Leistung L' , Strom J' und der Verlauf der Spannungskurve ermittelt, woraus $\cos \varphi' = \frac{L'}{E_k' \cdot J'}$ und der Formfaktor f_e sich ergibt. Nun berechnet man die erforderliche Klemmenspannung

$$E_k \approx E + J' \cdot r \cdot \cos \varphi',$$

indem man E für den wirklichen Formfaktor f_e bestimmt und dazu die Leistungskomponente $J' \cdot r \cdot \cos \varphi'$ des Spannungsverlustes in dem Widerstande r der Magnetisierungsspule addiert. Mit dieser direkt an den Klemmen der Spule gemessenen Spannung E_k , die im allgemeinen nur wenig von E_k' abweichen wird, wiederholt man die Messung und findet die Stromstärke J , Leistung L und $\cos \varphi$. In welcher Weise diese Aufnahmen zur Ermittlung des Resultats benutzt werden, soll an einem Zahlenbeispiel erläutert werden. Dafür sei gefunden:

$$\begin{aligned} E_k &= 95\text{ V} & J &= 4,21\text{ A} & L &= 44\text{ W} \\ r &= 0,16\ \Omega & F &= 7,0\text{ qcm} & l &= 200\text{ cm} \\ G &= 10,8\text{ kg.} & f_e &= 1,13. & \nu &= 50\text{ Per/sec.} & \tau &= 34^\circ\text{ C.} \\ \cos \varphi &= \frac{L}{E_k \cdot J} = \frac{44}{95 \cdot 4,21} = 0,11. \end{aligned}$$

$R_S = 3200\ \Omega$ Widerstand des Spannungsmessers.

$R_{S_l} = 5400\ \Omega$ Widerstand der Spannungsspule des Leistungsmessers.

Den in der Magnetisierungsspule fließenden Strom J_0 erhält man nach Fig. 142 durch geometrische Subtraktion der in R_S und R_{S_l} fließenden Ströme

$$J_S = \frac{E_k}{R_S} = \frac{95}{3200} = 0,029\text{ A}$$

und $J_{S_l} = \frac{E_k}{R_{S_l}} = \frac{95}{5400} = 0,017\text{ A},$

die man hinreichend genau in Phase mit E_k eintragen kann, vom Gesamtstrom J durch Konstruktion des Dreiecks abd aus $ab = J_S + J_{S_l}$, $ad = J$ und dem $\sphericalangle \varphi = \sphericalangle bad$. Den Punkt d könnte man auch bestimmen, indem man $ac = J \cdot \cos \varphi$ aufträgt

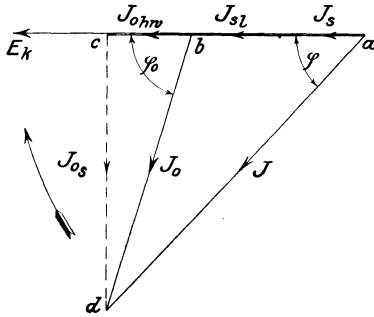


Fig. 142.

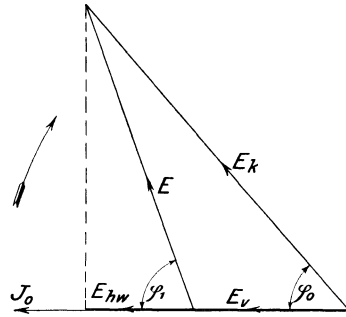


Fig. 143.

und das Lot in c zum Schnitt mit dem Kreisbogen um a vom Radius J bringt. Analytisch wäre

$$J_0 = \sqrt{J^2 + (J_S + J_{S_l})^2 - 2 \cdot J \cdot (J_S + J_{S_l}) \cdot \cos \varphi}$$

oder nach dem binomischen Lehrsatz entwickelt und vereinfacht

$$J_0 \approx J - (J_S + J_{S_l}) \cos \varphi + \frac{(J_S + J_{S_l})^2}{2J} \cdot (1 - \cos^2 \varphi)$$

und in Zahlen:

$$J_0 \approx 4,21 - 0,005 + 0,000025 = 4,205.$$

Bei der praktischen Untersuchung ist daher diese Korrektur nicht notwendig, solange $J_S + J_{S_l} \ll J$ ist. Die zur Induktion \mathfrak{B}_{max} gehörige EMK E rechnet sich nach Fig. 143 aus

$$E = \sqrt{E_k^2 + E_v^2 - 2 \cdot E_k \cdot E_v \cdot \cos \varphi_0}$$

wofür man, da der in der Spule auftretende Spannungsverlust $E_v = J_0 \cdot r = 4,205 \cdot 0,16 = 0,67$ V relativ klein und φ_0 groß ist,

$$E \approx E_k - E_v \cdot \cos \varphi_0$$

setzen kann. Ist L_a die vom Apparat aufgenommene Leistung,

$$\text{so wird} \quad \cos \varphi_0 = \frac{L_a}{E_k \cdot J_0}.$$

Man findet L_a nach Abzug der in R_S und R_{S_I} verbrauchten Leistungen zu

$$L_a = L - \frac{E_k^2}{R_S} - \frac{E_k^2}{R_{S_I}} = 44 - \frac{95^2}{3200} - \frac{95^2}{5400} = 39,5 \text{ W.}$$

und
$$\cos \varphi_0 = \frac{39,5}{95 \cdot 4,205} = 0,099.$$

Somit wird

$$E \approx 95 - 0,67 \cdot 0,099 = 94,93 \text{ V,}$$

d. h. man kann praktisch $E = E_k$ setzen.

Daraus folgt nun

$$\mathfrak{B}_{max} = \frac{E \cdot 10^8}{4 \cdot f_e \cdot \nu \cdot w \cdot F} = \frac{94,93 \cdot 10^8}{4 \cdot 1,13 \cdot 50 \cdot 600 \cdot 7} = 99\,920 \text{ G,}$$

d. h. nur 0,8% kleiner, als gefordert wird. Die im Eisen verbrauchte Leistung ist ferner

$$L_0 = L_a - J_0^2 \cdot r = 39,5 - 2,84 = 36,66 \text{ W.}$$

Demnach erhält man als Verlustziffer

$$V'_{10} = \frac{L_0}{G} = \frac{36,66}{10,8} = 3,4 \text{ W/kg bei } \tau = 34^\circ \text{ C.}$$

Da nach den „Normalien zur Prüfung von Eisenblech“ die Ziffer auf $\tau = 20^\circ \text{ C}$ bezogen werden soll, ist deswegen eine Korrektion anzubringen. Nun übt die Temperatur besonders auf den Verlust durch Wirbelströme L_w , d. h. auf das 2. Glied des durch die Gleichung (Steinmetz)

$$L_0 = L_h + L_w = (\eta_h \cdot \nu \cdot \mathfrak{B}_{max}^{1,6} + \xi \cdot \nu^2 \cdot \mathfrak{B}_{max}^2) \cdot V \cdot 10^{-7} \text{ W}$$

dargestellten Gesamtverlustes einen zu berücksichtigenden Einfluß aus, indem nämlich der elektrische Widerstand des Eisens mit höherer Temperatur zunimmt, wodurch L_w kleiner wird.

In welcher Weise L_w sich mit der Temperatur ändert, zeigt die durch die folgende Ableitung gewonnene Endformel:

Denkt man sich ein einzelnes dünnes Blech von der Dicke δ cm vom magnetischen Kraftfluß mit der überall gleich groß angenommenen Induktion \mathfrak{B}_{max} G in der Richtung senkrecht zur Zeichenebene durchsetzt. Dann werden EMKE und von diesen Ströme erzeugt, welche im Eisen in geschlossenen Bahnen ver-

laufen. Greifen wir davon (Fig. 144) einen Stromfaden von rechteckiger Form mit der Dicke dy und der Länge l heraus, der im Abstand y parallel zur Mittellinie des Blechs verläuft, so umschließt der oberhalb der Mittellinie liegende Teil eine Fläche $F = l \cdot y$, und die in dem Stromfaden induzierte EMK ist

$$dE = 4 \cdot f_e \cdot \nu \cdot F \cdot \mathfrak{B}_{max} = 4 \cdot f_e \cdot \nu \cdot l \cdot y \cdot \mathfrak{B}_{max}.$$

Der elektrische Widerstand der Strombahn in absolutem Maß ist

$$dR = \frac{(l + 2y) \cdot \rho \cdot (1 + \alpha \cdot \tau) \cdot 10^5}{b \cdot dy},$$

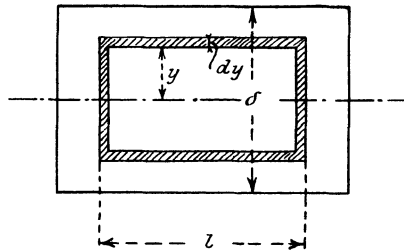


Fig. 144.

worin b die in der Richtung der Kraftlinien gemessene Breite und ρ der spezifische Widerstand bei 0°C für 1 m/qmm derselben ist. Daraus rechnet sich unter Vernachlässigung von $2y$ gegenüber l der Leistungsverlust

$$dL_w = \frac{(dE)^2}{dR} = \frac{16 \cdot f_e^2 \cdot \nu^2 \cdot \mathfrak{B}_{max}^2 \cdot l \cdot b \cdot y^2 \cdot dy}{\rho \cdot (1 + \alpha \cdot \tau) \cdot 10^5}$$

oder für das ganze Blech, wenn δ in mm gemessen ist,

$$\begin{aligned} L_w &= \frac{16 \cdot f_e^2 \cdot \nu^2 \cdot \mathfrak{B}_{max}^2 \cdot l \cdot b \cdot \int_{-\frac{\delta}{2}}^{+\frac{\delta}{2}} y^2 \cdot dy}{\rho \cdot (1 + \alpha \cdot \tau) \cdot 10^5} \\ &= \frac{4}{3} \cdot \frac{f_e^2 \cdot \nu^2 \cdot \mathfrak{B}_{max}^2 \cdot l \cdot b \cdot \delta^3 \cdot 10^{-8}}{\rho \cdot (1 + \alpha \cdot \tau)} \text{ Erg/sec.} \end{aligned}$$

Die Wirbelstromverluste sind demnach proportional $(f_e \cdot \mathfrak{B}_{max})^2$. Setzt man noch für $l \cdot b \cdot \frac{\delta}{10}$ das Volumen V in ccm ein, so wird

$$L_w = \frac{4}{3} \cdot \frac{f_e^2 \cdot \delta^2 \cdot \nu^2}{\rho \cdot (1 + \alpha \cdot \tau)} \cdot \mathfrak{B}_{max}^2 \cdot V \cdot 10^{-7} = \xi \cdot \nu^2 \cdot \mathfrak{B}_{max}^2 \cdot V \text{ Erg/sec}$$

$$= \xi \cdot \nu^2 \cdot \mathfrak{B}_{max}^2 \cdot V \cdot 10^{-7} \text{ W,}$$

worin
$$\xi = \frac{4}{3} \cdot \frac{f_e^2}{\rho \cdot (1 + \alpha \cdot \tau)} \cdot \delta^2 \cdot 10^{-7}$$

von der Temperatur τ der Bleche abhängig ist, wenn α den Temperaturkoeffizienten des Eisens bedeutet. Sind L_{w_1} und L_{w_2} die Verluste bei den Temperaturen τ_1 und τ_2 , dann besteht zwischen ihnen die Beziehung:

$$\frac{L_{w_1}}{L_{w_2}} = \frac{\xi_1}{\xi_2} = \frac{1 + \alpha \cdot \tau_2}{1 + \alpha \cdot \tau_1}$$

oder
$$L_{w_1} = L_{w_2} \cdot \frac{1 + \alpha \cdot \tau_2}{1 + \alpha \cdot \tau_1}$$

Zur Trennung der Eisenverluste in Hysteresisverluste L_h und Wirbelstromverluste L_w nehmen wir für $\mathfrak{B}_{max} \approx 10\,000$ den Gesamtverlust L_{hw} bei verschiedener Periodenzahl ν und möglichst gleicher Temperatur auf. Dividiert man nun L_{hw} durch die zugehörige Periodenzahl ν und stellt man $f(L_{hw}, \nu)$ graphisch dar, so erhält man eine Gerade. Ist dagegen die Temperatur gestiegen, so biegt die Kurve mit höherer Periodenzahl allmählich von der Geraden nach unten ab, da L_w relativ kleiner wird als bei konstanter Temperatur. In diesem Fall legen wir durch die niedrigsten Punkte eine Gerade tangential zum Kurvenanfang.

Dividiert man die Steinmetzsche Gleichung für L_{h+w} durch ν , so stellt für $\mathfrak{B}_{max} = \text{konst.}$ der Quotient

$$\frac{L_h}{\nu} + \frac{L_w}{\nu} = \alpha + \beta \cdot \nu$$

die Gleichung einer Geraden dar, deren Ordinatenachsenabschnitt

$$\alpha = \frac{L_h}{\nu},$$

d. h. die Hysteresisverluste pro Periode angibt, da für $\nu = 0$ auch $\frac{L_w}{\nu} = 0$ sein muß. Darin ist

$$\alpha = \gamma_h \cdot \mathfrak{B}_{max}^{1.6} \cdot V \cdot 10^{-7} \text{ W} \quad \text{und} \quad \beta = \xi \cdot \mathfrak{B}_{max}^2 \cdot V \cdot 10^{-7} \text{ W}$$

gesetzt, woraus γ_h und ξ berechnet werden können.

Ein Beispiel möge diese Messung erläutern:

Für eine bestimmte Eisensorte ($\gamma = 7,61$ g/ccm) seien die in folgender Tabelle enthaltenen Werte aufgenommen:

\mathfrak{B}_{max}	ν	E_k	J	L_a	$J^2 \cdot r$	L_{hw}	$A = \frac{L_{hw}}{\nu}$
10000	50	113,10	2,61	82,8	1,70	81,10	8,42
	40	90,65	2,58	60,7	1,65	59,05	7,66
=	35	79,50	2,58	50,7	1,65	49,10	7,27
	30	68,10	2,52	41,3	1,56	39,79	6,88
konst.	25	56,65	2,50	32,5	1,50	31,00	6,45
	20	45,35	2,42	24,6	1,44	23,16	6,00
beobachtet					berechnet		

Die aus den berechneten Werten gezeichnete Gerade $f(A, \nu)$ in Fig. 145 ergibt nun als Schnitt mit der Ordinatenachse

$$\alpha = \frac{L_h}{\nu} = 4,38 \text{ J für 100 kg .}$$

Für $\nu = 50$ ist dann

$$\beta \cdot \nu = \frac{L_w}{\nu} = 8,46 - 4,38 = 4,08 \text{ J für 100 kg .}$$

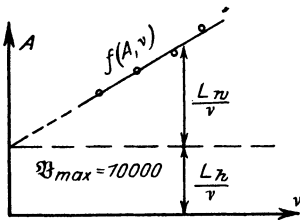


Fig. 145.

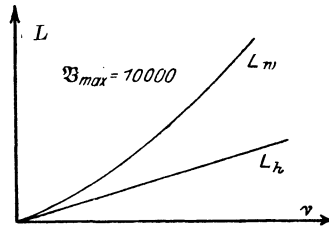


Fig. 146.

Multiplizieren wir die Werte α und $\beta \cdot \nu$ mit den verschiedenen Periodenzahlen, so erhalten wir L_h und L_w , deren Abhängigkeit von der Periodenzahl Fig. 146 graphisch darstellt.

In derselben Weise kann man für mehrere Induktionen \mathfrak{B}_{max} verfahren und erhält eine Kurvenschar, aus welcher die Verluste (für 100 kg) für konstante Periodenzahl ν als Funktion der Induktion, nämlich $f(L_h, \mathfrak{B}_{max})$ bzw. $f(L_w, \mathfrak{B}_{max})$ entnommen werden können.

Dem Gewicht von 100 kg entspricht ein Volumen

$$V = \frac{G \cdot 1000}{\gamma} \text{ ccm} = \frac{100 \cdot 1000}{7,61} = 13\,160 \text{ ccm},$$

woraus sich jetzt auch

$$\eta_h = \frac{\alpha \cdot 10^7}{V \cdot \mathfrak{B}_{max}^{1,6}} = \frac{4,38 \cdot 10^7}{13\,160 \cdot 10^{6,4}} = 1,33 \cdot 10^{-3} \text{ Erg/ccm} \text{ und}$$

$$\xi = \frac{\beta \cdot 10^7}{V \cdot \mathfrak{B}_{max}^2} = \frac{4,08 \cdot 10^7}{50 \cdot 13\,160 \cdot 10^8} = 6,22 \cdot 10^{-7} \text{ Erg/ccm}.$$

bestimmen läßt.

Eine zweite Korrektur ist dafür erforderlich, daß die Leistung L_1 für eine Induktion \mathfrak{B}_1 gemessen ist, während die wirkliche Leistung L_0 für eine Induktion \mathfrak{B} ermittelt werden soll. Die Differenz $b = \mathfrak{B} - \mathfrak{B}_1$ ist jedoch klein, so daß man die wirkliche Leistung

$$\frac{L_0}{\nu} = [\eta_h \cdot (\mathfrak{B}_1 + b)^{1,6} + \xi \cdot \nu \cdot (\mathfrak{B}_1 + b)^2] \cdot V \cdot 10^{-7}$$

oder

$$\frac{L_0}{\nu} = \left[\eta_h \cdot \mathfrak{B}_1^{1,6} \cdot \left(1 + \frac{b}{\mathfrak{B}_1}\right)^{1,6} + \xi \cdot \nu \cdot \mathfrak{B}_1^2 \cdot \left(1 + \frac{b}{\mathfrak{B}_1}\right)^2 \right] \cdot V \cdot 10^{-7}$$

nach einer binomialen Reihe entwickeln kann und unter alleiniger Berücksichtigung der linearen Glieder $\frac{L_0}{\nu} =$

$$\left(\eta_h \cdot \mathfrak{B}_1^{1,6} + \xi \cdot \nu \cdot \mathfrak{B}_1^2 + 1,6 \frac{b}{\mathfrak{B}_1} \cdot \eta_h \cdot \mathfrak{B}_1^{1,6} + 2 \frac{b}{\mathfrak{B}_1} \cdot \xi \cdot \nu \cdot \mathfrak{B}_1^2 \right) \cdot V \cdot 10^{-7}$$

erhält. Die beiden ersten Glieder entsprechen L_1 , das dritte und vierte sind die Korrektionsglieder, die α und β enthalten. Es ist demnach

$$\frac{L_0}{\nu} = \frac{L_1}{\nu} + 1,6 \cdot \frac{b}{\mathfrak{B}_1} \cdot \alpha + 2 \cdot \frac{b}{\mathfrak{B}_1} \cdot \beta \cdot \nu$$

Eine geringe Änderung der Periodenzahl ν ruft keinen wesentlichen Fehler im Resultat hervor, da eine Vergrößerung von ν auf ν_1 in der Gleichung

$$\mathfrak{B}_{max} = \frac{E}{c \cdot \nu_1}$$

einen kleineren Wert $\mathfrak{B}_{1,max}$ ergeben würde, für den der ge-

messene Leistungsverlust $\frac{L_1}{\nu_1}$ auf $\frac{L_0}{\nu_1}$ zu erhöhen wäre. Dieser neue Wert gehört jedoch zur höheren Periodenzahl ν_1 .

Dagegen bedingt eine Änderung des Formfaktors f_e eine Korrektur in folgender Weise:

Da nach Früherem $\xi = c \cdot f_e^2$ ist, so wird die wirkliche Wirbelstromkonstante

$$\xi = \xi_1 \cdot \left(\frac{f_e}{f_{e_1}} \right)^2$$

sein müssen, wenn man ξ_1 für f_{e_1} ermittelt hat.

Zur Untersuchung fertiger Eisenkörper, z. B. gestanzter Blechringe, eignet sich der von Möllinger¹⁾ angegebene Apparat. Hierbei kann die magnetisierende Wicklung mit Hilfe von Steckkontakten schnell und einfach um den Eisenring gelegt werden. Er hat den Vorteil, daß der magnetische Kreis keine Fugen besitzt. Die Induktion im Eisen ist jedoch ungleichmäßig über den Querschnitt verteilt. Will man die Eigenschaften von Eisenblechen untersuchen, ohne die Blechtafeln zu zerschneiden, so kann man den von Richter²⁾ konstruierten Apparat benutzen. Vergleichende Versuche mit diesen 3 Apparaten sind von Gumlich und Rose³⁾ in der PTR gemacht und nur geringe Abweichungen in den Angaben derselben gefunden worden. Ebenso ist von ihnen⁴⁾ das Verhältnis der Magnetisierung mit Gleich- und Wechselstrom eingehend geprüft worden, wobei gezeigt wird, daß die Steinmetzsche Formel für Induktionen bis $\mathfrak{B}_{max} = 12000$ eine geringe Modifikation erfordert, und daß infolge der Viskosität des Materials die statische und dynamische Magnetisierungskurve nicht zusammenfallen. Neuerdings hat Epstein⁵⁾ seinen Eisenprüfer dadurch vervollkommen wollen, daß er die einzelnen Spulen in mehrere parallelgeschaltete Teile zerlegte, um eine gleichmäßige Induktion über die ganze Länge der Kerne zu erhalten. Ferner wurde eine Sekundärwicklung aufgelegt, um gleichzeitig die Permeabilität bzw. dynamische Magnetisierungskurven damit ermitteln zu können. Diese Anordnung halten Gumlich

1) ETZ. 1901, S. 379.

2) ETZ. 1902, S. 491; 1903, S. 341.

3) ETZ. 1905, S. 403.

4) ETZ. 1905, S. 503. Wiss. Abh. d. PTR. 1905, S. 207.

5) ETZ. 1911, S. 334 u. 363; 1131 (Lonkhuyzen).

und Rogowski¹⁾ sowie Bragstad und Liska²⁾ jedoch nicht für eine günstige Erweiterung.

Zur Untersuchung von Blechbündeln ohne eisen-geschlossenen magnetischen Kreis ist von Beattie³⁾ eine Methode angegeben, bei der die Verluste durch Messung der Summe und Differenz der Spannung einer Sekundärspule und eines im primären Kreise liegenden induktionsfreien Widerstandes ermittelt werden.

13. Aufnahme charakteristischer Kurven des Eisens mit Wechselstrom.

Diese Messung läßt sich im Anschluß an die in Nr. 12 angegebene Eisenprüfung vornehmen, so daß man die Schaltung Fig. 141 beibehalten kann. Dazu ist noch vor den Apparat ein induktionsfreier Widerstand R vorzuschalten, der in Verbindung mit dem Kontaktapparat auch die Stromkurve $f(J_{o_t}, t)$ neben der Kurve der Klemmenspannung $f(E_{k_t}, t)$ aufzunehmen gestattet. (R darf nicht zu groß sein, da sonst die Kurvenform verändert wird.)

Beide Kurven seien in Fig. 147 dargestellt. Multipliziert man die Momentanwerte J_{o_t} mit dem Widerstande r der Magnetisierungsspule, so erhält man die Kurve des Spannungsverlusts $f(J_{o_t} \cdot r, t)$ im Maßstabe von E_k , deren Ordinaten von denjenigen der $f(E_{k_t}, t)$ abgezogen werden. Dadurch findet man die EMK-Kurve $f(E_t, t)$, aus deren Verlauf die Kurve der Induktion $f(\mathfrak{B}_t, t)$ folgendermaßen erhalten wird. Nach dem Faraday-Maxwellschen Induktionsgesetz ergibt sich für unsere Versuchsanordnung die Gleichung:

$$\int_0^{\frac{T}{2}} E_t \cdot dt = w \cdot \nu \cdot F \cdot 10^{-8} \cdot \int_{-\mathfrak{B}_{max}}^{+\mathfrak{B}_{max}} d\mathfrak{B} = w \cdot \nu \cdot F \cdot 10^{-8} \cdot 2 \mathfrak{B}_{max}.$$

Es ist demnach die Induktionskurve die Integralkurve der $f(E_t, t)$.

¹⁾ ETZ. 1911, S. 613, 1218 (Erwiderung von Epstein).

²⁾ ETZ. 1911, S. 611.

³⁾ El. 6. 11. 1908; El. u. M. Wien. 1908, S. 1156 (Ref.).

Setzt man den Flächeninhalt der EMK-Kurve für $\frac{1}{2}$ Periode gleich F_E qcm, so wird

$$c \cdot F_E = w \cdot \nu \cdot F \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot \mathfrak{B}_{max}$$

oder
$$\mathfrak{B}_{max} = \frac{c \cdot F_E \cdot 10^8}{2 \cdot w \cdot \nu \cdot F} \text{ G.}$$

Darin ist c als Maßstabsfaktor aus den Maßstäben für E_t und t zu ermitteln (vgl. S. 163).

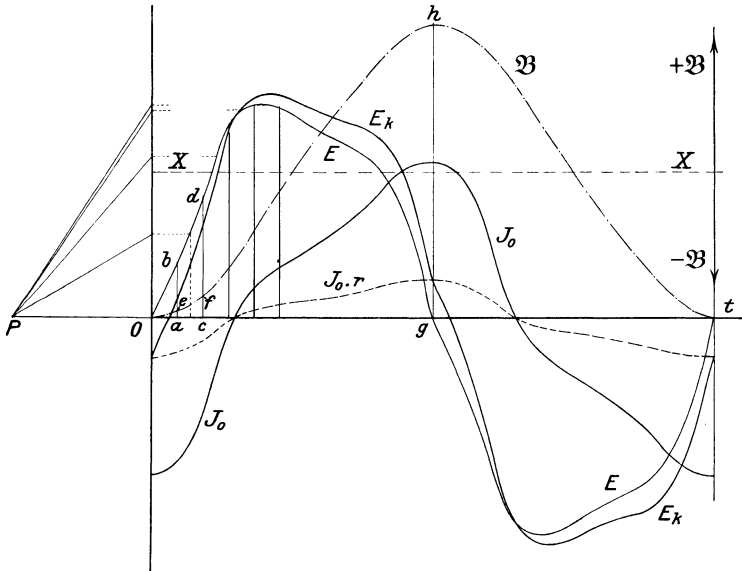


Fig. 147.

Die Integration kann nun graphisch ausgeführt werden, indem man auf der Abszisse einen beliebigen Pol P annimmt und die Fläche durch die gleichweit entfernten Ordinaten a, b, c, d usw. in schmale Streifen zerlegt. Dann zieht man von P Strahlen zu den auf die Ordinatenachse projizierten Endpunkten der mittleren Ordinate eines jeden Streifens und dazu die Parallelen oe, ef usw. Legt man durch dieses Polygon eine stetig verlaufende Kurve, so stellt diese $f(\mathfrak{B}_t, t)$ dar. Die größte Ordinate gh ist ein Maß für den Flächeninhalt F_E der EMK-Kurve, und zwar ist

$$F_E = gh \cdot PO$$

Daraus ergibt sich nun $\mathfrak{B}_{max} = \frac{c \cdot g \cdot h \cdot P O \cdot 10^8}{2 w \cdot \nu \cdot F}$,

womit auch der Maßstab für die Ordinaten der $f(\mathfrak{B}_t, t)$ bestimmt ist. Trägt man die zu gleichen Zeiten t gehörenden Ordinaten von J_t als Abszissen, \mathfrak{B}_t (gemessen von einer durch die Mitte von $g h$ gehenden Linie $x x$) als Ordinaten in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein, so erhält man eine nach Art der Hysteresisschleife verlaufende Kurve.

Der Inhalt der Schleife stellt den Wert

$$\int_{-J_{0max}}^{+J_{0max}} d\mathfrak{B} \cdot J_{0t} = \int_{-J_{0max}}^{+J_{0max}} E_t \cdot dt \cdot J_{0t} = A$$

dar, d. h. die bei einer Ummagnetisierung vom Strom J_0 bei der Spannung E geleistete Arbeit durch Hysteresis und Wirbelströme. Gegenüber den statischen Hysteresisschleifen sind diese Kurven daher etwas verbreitert und an den Spitzen abgerundet, da wegen der Wirbelstromdämpfung die Induktion \mathfrak{B} bei ansteigendem Strom relativ kleiner, bei sinkendem Strom relativ größer ist. In gleicher Weise nimmt man mehrere solcher Schleifen auf.

Andere Methoden zur Aufnahme der $f(\mathfrak{B}_t, t)$ sind von Kaufmann (S. 206), Townsend¹⁾ und Lyle²⁾ angegeben worden.

Um daraus die wirkliche dynamische Magnetisierungskurve zu erhalten, müssen wir berücksichtigen, daß sie die Abhängigkeit der Eiseninduktion \mathfrak{B}_{max} von der effektiven magnetisierenden Kraft \mathfrak{H} bzw. aw darstellt. Nun ist

$$\mathfrak{H} = \frac{4\pi}{10} \cdot \frac{w}{l} \cdot J_{0s}$$

worin $J_{0s} = J_0 \cdot \sin \varphi_0 = \frac{J_{0max}}{s_i} \cdot \sin \varphi_0 = \sqrt{J_0^2 - \frac{L_0}{E_k}}$

die zur Magnetisierung erforderliche Komponente des Stromes J_0 (Fig. 142) mit dem Scheitelfaktor s_i ist und sich aus den Kurven- und Leistungsaufnahmen bestimmen läßt.

¹⁾ Tr. AIEE. 1901, S. 5.

²⁾ Phil. Mag. 1903, S. 549; Z f I. 1904, S. 63 (Ref).

Zu den für die Ströme J_0 jeder Schleife ermittelten Phasenwinkeln φ_0 rechnet man $aw = J_{0s} \cdot w$ oder \mathfrak{S} aus, trägt dazu als Ordinaten die zu den Spitzen der Schleifen gehörigen Werte von \mathfrak{B}_{max} auf (in Wirklichkeit fällt J_{0max} mit \mathfrak{B}_{max} nicht ganz zusammen) und erhält daraus durch stetige Verbindung der Punkte die dynamische Magnetisierungskurve. Die Induktion B_{max} kann man auch aus der in einer auf den Eisenkörper gewickelten Sekundärspule induzierten EMK E_2 ermitteln, deren Klemmenspannung E_{k_2} gemessen wird. Es ist dann

$$E_2 \approx E_{k_2} + \frac{E_{k_2}}{R_{s_2}} \cdot r_2.$$

Darin bedeuten R_{s_2} den Widerstand des Spannungsmessers und r_2 den Widerstand der Sekundärspule.

Die auf diese Weise aufgenommenen Magnetisierungskurven können bis zu 70 % von der statischen Kurve abweichen, wie Bragstad und Liska¹⁾ in einem Aufsatz gezeigt haben, in welchem sie außerdem eine Methode zur Bestimmung der Magnetisierungskurve für die Grundwelle und die höheren Harmonischen aus der dynamischen Kurve angeben. Zur Eisenprüfung bei Hochfrequenz bis 200 000 Per/sec hat Alexander-son²⁾ eine neue Methode angegeben.

14. Aufnahme von Feldverteilungskurven elektrischer Maschinen (Poldiagramm).

Die Feldverteilungskurven $f(\mathfrak{B}, \alpha)$ stellen die Abhängigkeit der Feldstärke \mathfrak{B} in der Nähe der Ankeroberfläche von dem Bogen α des Ankerumfangs dar. Man benutzt dazu Methoden, mit denen man die Feldstärke \mathfrak{B} bestimmen kann.

a) Mit der Wismutspirale (vgl. S. 201).

Man befestigt die Spirale an einem beweglichen Arm, der an einer in Grad geteilten Scheibe entlang parallel zur Achse der Maschine bewegt werden kann, und führt die Spirale bei stillstehender und normal erregter Maschine in den Luftspalt zwischen Anker und Polschuh ein. Die für die verschiedenen Stellungen

¹⁾ ETZ 1908, S. 713.

²⁾ ETZ 1911, S. 1078.

bzw. Drehwinkel α aus der Eichkurve der Spirale ermittelten Werte von \mathfrak{B}_0 stellt man nun in Abhängigkeit von α dar, wie Fig. 148 zeigt. Außerdem wird die Lage der Pole in demselben Maß bestimmt und mit der Bürstenstellung und Drehrichtung des Ankers in das Diagramm eingetragen. In gleicher Weise läßt sich die Kurve für das Ankerfeld f (\mathfrak{B}_a, α) allein aufnehmen, wenn

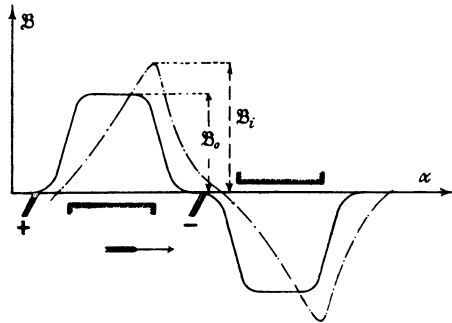


Fig. 148.

man bei unerregtem Felde den der betr. Belastung entsprechenden Strom J_a durch den Anker leitet. (Bei selbst-erregten Nebenschlußmaschinen ist $J_a = J + J_n$). Will man ferner die Feldverteilung für den normalen Betrieb mit belastetem Anker ermitteln, so

kann man die Ordinaten \mathfrak{B}_0 und \mathfrak{B}_a der beiden Kurven addieren oder auch die Feldkurve bei Belastung f (\mathfrak{B}_i, α) (gestrichelt) experimentell aufnehmen, indem man den Anker bei voller Erregung festklemmt und ihm nur eine Spannung gleich dem Spannungsverlust E_{v_a} im Anker liefert, die den betreffenden Strom im Anker bei Stillstand erzeugt.

Bei der Messung ist möglichst die Temperatur einzuhalten, für welche die Spirale geeicht ist.

b) Mittels schmaler Prüfspule.

Auch hierbei muß die Maschine still stehen. Die Methode hat ebenso wie die unter a) angegebene den Vorteil, daß man die Untersuchungen auch für Bürstenstellungen ausführen kann, bei denen die Maschine sonst feuern würde. Man befestigt an dem beweglichen Arm eine schmale \perp -förmige Messingschiene als Führung für eine darin befindliche schmale (ca. 5—8 mm) Prüfspule von der Länge des Ankers.

Schließt man die Spule an ein geeichtes ballistisches Galvanometer und zieht sie schnell aus dem Luftspalt heraus, dann ist die ballistische Ablenkung s ein Maß für die in dem von der Spule umschlungenen Streifen des Feldes herrschende mittlere Feld-

stärke \mathfrak{B} . Der absolute Wert läßt sich bei bekannter Windungszahl und Windungsfläche ebenfalls berechnen. In gleicher Weise kann man die Messung des von dem Ankerstrom erzeugten Ankerfeldes ohne und mit voller Erregung durchführen.

Will man den Einfluß des remanenten Feldes auf das bei unerregter Magnetwicklung vorhandene Ankerfeld eliminieren, so muß man bei stromlosem Anker ohne Felderregung die Kurve des remanenten Feldes $f(\mathfrak{B}_r, \alpha)$ aufnehmen und die Ordinaten von denen der $f(\mathfrak{B}_a, \alpha)$ abziehen. Anstatt die Spule aus dem Felde herauszuziehen, kann man sie bei größeren Lufträumen auch um ihre Achse um 180° umlegen, wobei die doppelte Ablenkung $2s$ sich ergibt. Eine dritte Methode würde darin bestehen, für die verschiedenen Lagen der Spulen die für die Erzeugung der zu messenden Felder in Frage kommenden Ströme auszuschalten und den dabei auftretenden Induktionsstoß zu messen. Wegen der Wirkung der Selbstinduktion könnte man diese Methode nur bei kleinen Maschinen anwenden oder müßte zum Schutz gegen Durchschlagen der Wicklungen besondere Anordnungen (elektrolytische Zellen, große Widerstände parallel zur Wicklung) treffen.

c) Mit zwei verschiebbaren Hilfsbürsten.

Zwei dünne schmale Bürsten möglichst aus hartem Kupferblech (zur Vermeidung von Thermo-EMKen) sind auf einem beweglichen Arm befestigt, der wie bei a) und b) an einer Scheibe mit Gradeinteilung verschiebbar ist. Die beiden Bürsten (Fig. 149) sind über einen Umschalter U mit einem Spannungsmesser e verbunden.

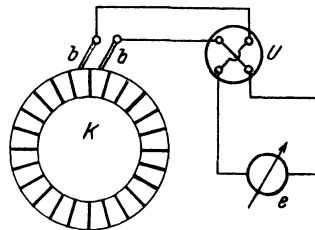


Fig. 149.

Die Entfernung zwischen den Bürsten ist so zu wählen, daß sie die gleichliegenden Kanten derjenigen Lamellen berühren, die um den Kommutatorschritt y_k gegeneinander verschoben sind. Der Schritt y_k oder die Entfernung zwischen den Kommutatorlamellen, welche eine Spule begrenzen, ist entsprechend der Schaltung verschieden. Wenn man nun für Schleifen- und Spiralwicklungen die Hilfsbürsten um eine bzw. m (für m -fache Parallel-

schaltung) Lamellenbreiten gegeneinander verschoben einstellen muß, so ist bei Wellenwicklungen, bei denen eine Spule zwischen y_k Lamellen oder p Spulen zwischen a Lamellen liegen und das Verhältnis $\frac{p}{a}$ ($2p$ Pole, $2a$ Ankerzweige) eine ganze Zahl ist, die Spannung zwischen y_k (angenähert auch zwischen benachbarten) Lamellen zu messen, dagegen beträgt die Entfernung der Hilfsbürsten, wenn $\frac{p}{a}$ ein Bruch ist, a Lamellen. Im letzteren Fall mißt man jedoch den Mittelwert aller Komponenten des Feldes, welches von p Spulen umschlossen wird, die außerdem vor verschiedenen Polen liegen, so daß man die mittlere Feldstärke von p Polen erhält. Läßt man jetzt die Maschine mit normaler und konstanter Erregung laufen, so werden die einzelnen Ankerspulen entsprechend ihrer Stellung α (bezogen auf irgendeine Anfangslage) zum Feld verschieden große EMKe aufweisen, von denen aber nur die mit den Bürsten verbundenen auf den Spannungsmesser einwirken können. Derselbe zeigt dann eine Ablenkung, welche beim Verlassen der in diesem Augenblick wirksamen Spule von der EMK der nächstfolgenden aufrechterhalten wird. Dreht man den Arm mit den Bürsten um ein Stück weiter, so erhält man die EMK für eine andere Stellung α der Spule im Felde. Durch Darstellung der abgelesenen Werte e als Funktion von α erhält man die Kurven der Verteilung des Feldes im Spannungsmaßstab für Leerlauf. In derselben Weise werden auch noch Kurven bei verschiedenem Belastungsstrom aufgenommen. Da die Spule Strom führt, so ist zur gemessenen Spannung noch der in ihr auftretende positive oder negative Spannungsverlust zu addieren, je nachdem Strom und induzierte EMK der betreffenden Ankerspule gleiche oder entgegengesetzte Richtung haben. Aus den Kurven ist die

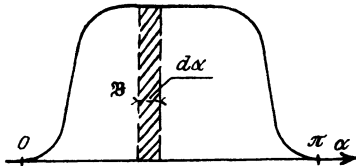


Fig. 150.

Verzerrung und Verschiebung des Feldes durch die Quermagnetisierung und die Schwächung durch Entmagnetisierung erkennbar.

Es ist nämlich die von der Kurve eingeschlossene Fläche ein Maß für den gesamten Kraftfluß \mathfrak{N} eines Pols.

Für einen schmalen Streifen (Fig. 150) von der Breite $d\alpha$

und der Höhe \mathfrak{B} ist der Inhalt desselben $\mathfrak{B} \cdot d\alpha$ der Kraftfluß, welcher für 1 cm Ankerlänge und den Winkel $d\alpha$ in den Anker eintritt. Für die Ankerlänge l ist dann

$$l \cdot \mathfrak{B} \cdot d\alpha = d\mathfrak{N}$$

die zum Winkel $d\alpha$ gehörige Linienzahl, und für eine Polteilung ist, bezogen auf eine zweipolige Maschine,

$$\int_0^\pi l \cdot \mathfrak{B} \cdot d\alpha = \int_0^{\mathfrak{N}} d\mathfrak{N} = \mathfrak{N} \quad \text{M}$$

der von einem Pol in den Anker eintretende Kraftfluß. Zieht

man l als Konstante vor das Integralzeichen, so stellt $\int_0^\pi \mathfrak{B} \cdot d\alpha$

den Inhalt F der Kurvenfläche dar, folglich ist $\mathfrak{N} = l \cdot F$.

Die Fläche ist also ein Maß für \mathfrak{N} .

Um den Einfluß der Quermagnetisierung allein festzustellen, muß man die Wirkung der Entmagnetisierung beseitigen, indem man die Erregung für Belastung so weit vergrößert, daß die im Anker induzierte EMK E'_a gleich der bei Leerlauf auftretenden E_a ist, d. h. es muß

$$E_k = E_a \mp J_a \cdot (R_a + R_u) = c \mp J_a \cdot (R_a + R_u)$$

sein, worin das \mp -Zeichen für einen Motor gilt und R_a den Ankerwiderstand, R_u den Übergangswiderstand zwischen Kommutator und Bürsten bedeutet.

Im allgemeinen ist es nicht notwendig, die Kurven im Induktionsmaßstab zu zeichnen, da für manche Zwecke (z. B.

Wirkungsgrad) nur das Verhältnis $\frac{\mathfrak{B}_i}{\mathfrak{B}_o}$, welches gleich $\frac{e_i}{e_o}$ ist, in

Frage kommt.

Will man die Kurven nicht relativ, sondern absolut als $f(\mathfrak{B}, \alpha)$ bestimmen, so muß man bei der Aufnahme berücksichtigen, daß das Instrument nicht die wirkliche EMK e , sondern einen etwas kleineren Wert e' angibt. Dieser Fehler ist zwar sehr geringfügig, kann aber bei dicken Isolationsschichten zwischen den Kommutatorlamellen und niedriger Drehzahl von Einfluß sein, und zwar rührt er davon her, daß entweder bei größerer Auflagefläche der Hilfsbürsten die induzierte Spule zeitweise kurzgeschlossen oder, wenn das bei schmalen Bürsten nicht der Fall

sein sollte, der Stromkreis des Instruments für kurze Zeit unterbrochen wird, so daß der Spannungsmesser nicht einen kontinuierlichen Gleichstrom erhält, für den er geeicht ist, sondern einen pulsierenden, dessen Mittelwert e' vom Instrument angezeigt wird. Zur Vermeidung dieses Fehlers eicht man vorher den Spannungsmesser für die betreffende Unterbrechungszahl, indem man (Fig. 151) parallel zu den beiden Punkten $a \div b$, deren Spannung e bekannt und beliebig regulierbar ist, den Spannungsmesser e' in Serie mit den Hilfsbürsten anlegt, und die zu verschiedenen Werten von e abgelesenen Spannungen e' graphisch darstellt. Damit außerdem die infolge von Remanenz in den Ankerspulen induzierten EMKe die Angaben nicht beeinflussen, wird das Feld so weit in entgegengesetzter Richtung erregt, daß ein an den Hauptbürsten liegender Spannungsmesser E keine Ablenkung zeigt.

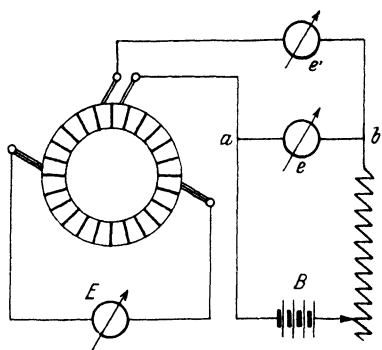


Fig. 151.

Diese Methode ist jedoch nur in dem einzigen Falle zur genauen Aufnahme der Feldstärke verwendbar, wenn der Anker Durchmesserwicklung hat, d. h. die Spulenweite gleich der Polteilung ist. Bei Sehnenwicklungen mit stark verkürztem Schritt ist daher nur eine relative Messung des Feldes möglich.

d) Mit rotierender Hilfsspule.

Für exakte Messungen empfiehlt es sich, eine Hilfsspule von der Weite einer Polteilung und einigen Windungen um den Anker zu wickeln und die Enden zu zwei Schleifringen zu führen. Für die in verschiedenen Stellungen der Spule zum Feld auftretende EMK können die Augenblickswerte dann durch einen rotierenden Kontaktgeber (Joubertsche Scheibe) und ein ballistisches Galvanometer aufgenommen werden (s. Abschnitt IV, Nr. 16a).

Auch der Verlauf des Ankerfeldes allein kann auf diese Weise genau festgestellt werden, indem man dazu den vom normalen Strom durchflossenen Anker bei unerregtem Felde rotieren läßt. Der Anker erzeugt dann ein zu dem Magnetfeld senkrechtes, aber stillstehendes Feld, welches die Ankerleiter bzw. die Hilfsspule schneidet und daher in ihnen eine EMK induziert. Die absoluten Werte von e bzw. \mathfrak{B} können nach Fig. 151 durch Eichung ermittelt werden. Das Diagramm $f(\mathfrak{B}_a, \alpha)$ dieses

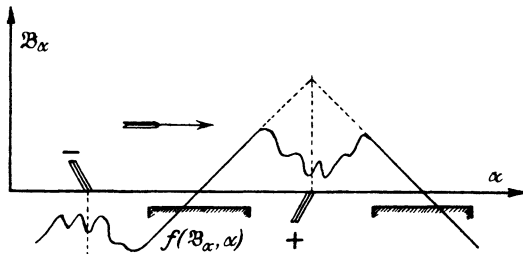


Fig. 152.

Feldes (Fig. 152) zeigt um die neutrale Zone bzw. Bürstenlage herum einen zackigen Verlauf, der von dem Einfluß der kurzgeschlossenen bzw. aus dem Kurzschluß austretenden Spule herrührt.

Will man den Einfluß der Quermagnetisierung auf das Feld allein feststellen, so ist die Wirkung der Entmagnetisierung in der unter c) angegebenen Weise aufzuheben.

e) Mittels des Oszillographen.

Die unter d angegebene Hilfsspule läßt man auf eine Meßschleife eines Oszillographen (s. Abschnitt IV, Nr. 16 b) einwirken. Zur Regulierung der Ablenkung des schwingenden Spiegels dient ein Vorschaltwiderstand. Den Maßstab der Ordinaten erhält man, indem man durch Umschalten auf eine bekannte Spannung E bei unveränderlichem Widerstand der Meßleitung eine zur Abszisse parallele Linie aufzeichnen läßt.

f) Aus der Potentialkurve des Kommutators.

Nimmt man die Potentialdifferenz e_1 zwischen einer feststehenden Hauptbürste und verschiedenen Punkten des Kommutators

nach Fig. 153 auf, indem man den Spannungsmesser zwischen eine Hauptbürste (—) und eine Hilfsbürste legt, so ergibt die graphische Darstellung eine Kurve, die man als **Potentialkurve** des Kommutators $f(e_1, \alpha)$ bezeichnet (Fig. 154).

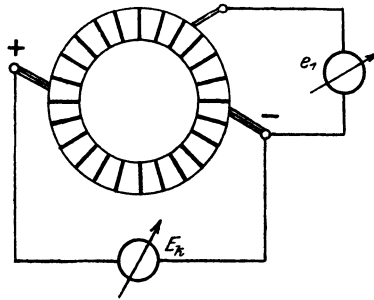


Fig. 153.

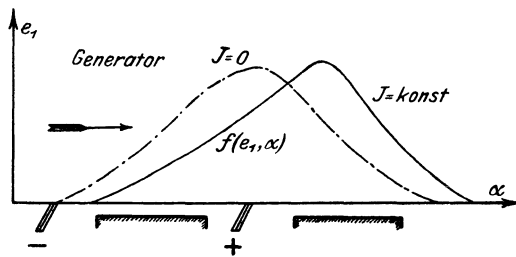


Fig. 154.

Die Differenz zwischen dem Maximum und Minimum der Kurve ist gleich der Klemmenspannung E_k . Die Belastungskurve ist bei einem Generator in der Drehrichtung, beim Motor entgegengesetzt derselben verschoben. Die Verschiebung rührt von der Ankerrückwirkung des Armaturstromes her.

Die Ordinaten der Kurve stellen sich dar als die Summe aller Einzelpotentiale e_k des Kommutators zwischen der Hauptbürste und dem zu der betreffenden Ordinate gehörenden Punkt des Kommutators. Stellt man die Einzelpotentiale als Funktion des Kommutatorumfanges α graphisch dar, so erhält man die sogenannte **Kommutatorkurve** $f(e_k, \alpha)$. Da nun $e_1 = \sum_0^a e_k$

Diese ließe sich auch dadurch bestimmen, daß man durch die Punkte a, b, i, l usw. die Horizontalen $a f, i k, l m$ zieht und die dadurch entstehenden Ordinatendifferenzen $d e_1$ z. B. $f b, k l, m n$ usw. von der Abszissenachse aus aufträgt, solange die Breite $c d$ klein ist.

Zur punktweisen Ermittlung der Differentialkurve kann man den Spiegelderivator¹⁾ von Ernecke, Berlin verwenden.

Man kann jedoch auch die Kommutatorkurve $f(e_k, \alpha)$ experimentell direkt aufnehmen, indem man mittels der unter c) angegebenen Hilfsbürsten die Potentialdifferenz zwischen zwei benachbarten Lamellen aufnimmt. Da sich nun nach derselben Methode die Feldkurve bestimmen ließ, so stellt die Kommutatorkurve auch die Feldkurve wenigstens für die Spiral- Schleifen- und Wellenwicklung (jedoch nur bei $\frac{p}{a} = \text{ganze Zahl}$) dar.

¹⁾ Phys. Zeitschr. 1909, S. 57 (Wagener); Z f I. 1909, S. 122 (Ref).

III. Messungen der Gleichstromtechnik.

Sie erstrecken sich hauptsächlich auf die Untersuchung der elektrischen Maschinen und ihres Zusammenarbeitens mit Akkumulatoren oder anderen Maschinen.

Vor Beginn der Messung ist festzustellen, ob die Maschine sich in dem für die Untersuchung erforderlichen Zustand befindet. Insbesondere ist die Bürstenlage, Drehrichtung und die Schaltung zu prüfen. Die Bürsten sollen auf denjenigen Lamellen des Kommutators aufliegen, zwischen denen die höchste Potentialdifferenz oder Klemmenspannung auftritt, ohne zu feuern.

Ist bei einem Versuch die Spannung innerhalb weiter Grenzen zu verändern, so benutzt man bei kleinen Leistungen Vorschaltwiderstände. Bei größeren Energiemengen ist es jedoch zweckmäßiger, die Schaltung von Ward Leonard anzuwenden. Man verbindet dabei mit einer Klemme des Netzes einen Pol eines durch einen vom Netz gespeisten Motor angetriebenen Generators; dann erhält man zwischen den anderen beiden freien Klemmen von Netz und Generator eine Spannung, die sich aus der Summe oder Differenz der Spannungen des Netzes und Generators zusammensetzt, je nachdem man die Erregung des Generators positiv oder negativ wählt. Bei negativer Erregung arbeitet die Zusatzmaschine als Motor und gibt die Leistung über den generatorisch wirkenden Antriebsmotor ans Netz zurück.

Mit Hilfe dieser Schaltung ist es möglich, Hauptschlußmotoren ohne Vorschaltwiderstand lediglich durch Änderung der Erregung des Generators anzulassen.

Steht als Stromquelle ein Akkumulator zur Verfügung, so benutzt man zur Veränderung der Klemmenspannung einen Gruppenschalter, der eine verschiedenartige Schaltung einiger Zellen oder Zellengruppen in einfacher Weise gestattet.

In welcher Weise nun die Maschinen auf ihre Wirkungsweise geprüft werden können, soll in den folgenden Kapiteln erläutert werden.

1. Aufnahme von charakteristischen Kurven.

Die Gleichstrommaschinen lassen sich nach der Erzeugung ihres Magnetfeldes in zwei Gruppen einteilen, und zwar in solche mit Fremderregung oder Selbsterregung. Zu den letzteren gehören die Nebenschluß-, Hauptschluß- und Doppelschlußmaschinen.

Besitzen die Maschinen Wendepole, so ist zu berücksichtigen, daß bei Verschiebung der Bürsten in der Drehrichtung bei Generatoren die EMK, bei Motoren die Drehzahl sinkt.

a) Fremderregte Generatoren.

Für die Erregung des Feldes wird hierbei zweckmäßig als Stromquelle eine Akkumulatorenbatterie benutzt. Die Vorgänge, welche sich nun beim Betriebe in den Maschinen abspielen, lassen sich experimentell aufnehmen und am besten durch Diagramme, sogenannte Charakteristiken, darstellen.

Von diesen gibt

α) Leerlaufcharakteristik:

$$f(E_a, J_e), \quad J = 0, \quad n = \text{konst.}$$

die Abhängigkeit der im Anker induzierten EMK E_a bei Leerlauf ($J = 0$) von der Amperewindungszahl des Feldes AW_f oder vom Erregerstrom J_e an, da $J_e = c \cdot AW_f$ ist. Die Drehzahl n

ist während des ganzen Versuches konstant zu halten. Der Antrieb geschieht am besten durch einen Elektromotor. Die Schaltung zur Aufnahme der Charakteristik zeigt Fig. 156.

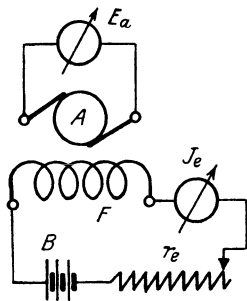


Fig. 156.

An die Feldwicklung F wird die Hilfsbatterie B mit Regulator r_e und Strommesser J_e angeschlossen und an den Anker A ein Spannungsmesser E_a . Nachdem die Maschine in Betrieb gesetzt ist, wird bei einer beliebigen Erregung die richtige Bürstenlage eingestellt, wobei nämlich der Spannungsmesser für funkenfreien Gang die größte Ablenkung zeigen muß. Dann schaltet man den Erregerstrom J_e wieder aus, reguliert auf die normale Drehzahl und liest die EMK E_a ab, welche vom remanenten Felde ($J_e = 0$)

erzeugt wird. Nun schaltet man den Strom J_e ein, steigert ihn stufenweise bis zu einem Maximalwert, der über dem normalen liegt, und notiert die zugehörigen Werte der EMK E_a . Geht man jetzt mit der Erregerstromstärke herunter, so erhält man eine neue Reihe von Werten für E_a , die infolge der Hysteresis höher als die zuerst aufgenommenen sind.

Zu allen Aufnahmen legt man sich zweckmäßig Tabellen oder Protokolle an, wonach man dann die Kurven zeichnet.

$$|J_e| |E_a| \quad n = \text{konst.}, \quad J = 0.$$

So ergibt sich in diesem Falle obiges Protokoll und das Diagramm (Fig. 157) mit der (gestrichelten) Leerlaufcharakteristik, welche aus dem Mittelwert der Aufnahmen gebildet ist.

Da nun $E_a = c \cdot \mathfrak{B}_a$ ist, so stellt uns die $f(E_a, J_e)$ in einem anderen Maßstabe auch die Abhängigkeit der Ankerinduktion \mathfrak{B}_a von der Erregung dar. Man nennt daher die $f\left(\frac{E_a}{c}, J_e\right)$ auch die Magnetisierungskurve der Maschine. Dieselbe ist im Gegensatz zur Leerlaufcharakteristik von der Drehzahl unabhängig, da diese in der Konstanten c enthalten ist.

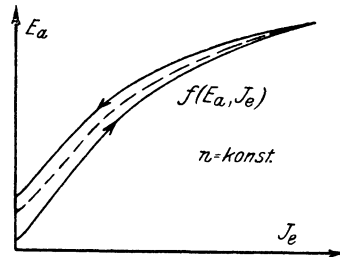


Fig. 157.

Kann die Drehzahl nicht absolut konstant gehalten werden, so muß man die gefundenen Werte E'_a auf die normale Drehzahl umrechnen. Da nämlich $E_a = c \cdot n$ und $E'_a = c \cdot n'$ ist, so

$$\text{folgt daraus} \quad \frac{E_a}{E'_a} = \frac{n}{n'} \quad \text{oder} \quad E_a = E'_a \cdot \frac{n}{n'}.$$

Für die Aufnahme ist die normale Bürstenstellung der belasteten Maschine einzuhalten. Werden die Bürsten in der Drehrichtung verschoben, so liegt die $f(E_a, J_e)$ wegen der längsmagnetisierenden Windungen der Kurzschlußströme höher und umgekehrt¹⁾.

¹⁾ E. Arnold, Gl.-M. 1906, I., S. 514; ETZ 1902, S. 822; Pohl, Kurzschlußströme in Gleichstromankern. Samml. el. Vortr. VI, 10.

β) Belastungscharakteristik:

$$f(E_k, J_e), J = \text{konst.}, n = \text{konst.}$$

Lassen wir die Maschine nach Fig. 158 geschaltet auf einen äußeren Widerstand R arbeiten und regulieren R so ein, daß bei veränderlicher Stromstärke J_e der Belastungsstrom J konstant bleibt und lesen die zu J_e gehörige Klemmenspannung E_k ab, so ergibt sich das Protokoll

$$|J_e|E_k \quad n = \text{konst.}, J = \text{konst.}$$

und daraus die Belastungscharakteristik — $f(E_k, J_e), J = \text{konst.}$ — für den normalen Strom (Fig. 159).

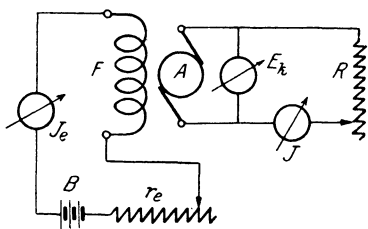


Fig. 158.

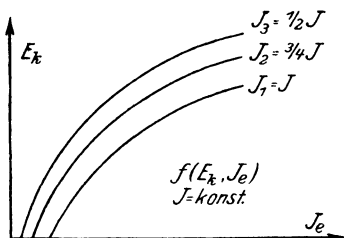


Fig. 159.

In derselben Weise kann man auch für andere Belastungen $J_2 = 3/4 J, J_3 = 1/2 J$ usw. Kurven aufnehmen. Für $E_k = 0$ muß $\frac{E_k}{J} = R$ ebenfalls Null werden, d. h. wir beginnen die Aufnahme, indem wir R kurzschließen, wozu ein Lampenstativ mit parallel geschalteten Glühlampen nicht genügt, da der Gesamtwiderstand aller Lampen niemals Null werden kann. Zweckmäßig schaltet man daher noch einen Kurbelwiderstand zu den Lampen parallel.

γ) Äußere Charakteristik:

$$f(E_k, J), n = \text{konst.}$$

Sie gibt die Abhängigkeit der Klemmenspannung E_k von dem Belastungsstrom J als $f(E_k, J)$ an, wobei durch einen Vorversuch der Regulierwiderstand r_e so eingestellt wird, daß bei dem normalen Strom J die normale Klemmenspannung E_k auftritt, und es bleibt der Widerstand während der ganzen Aufnahme unverändert. Nach Ausschalten der Belastung ändern wir nun

bei derselben Schaltung wie in Fig. 158 den äußeren Widerstand R stufenweise von seinem höchsten Wert beginnend und lesen zu den verschiedenen Belastungsströmen J die Klemmenspannung E_k ab, woraus sich das Protokoll

$$J | E_k | r_e = \text{konst.}, n = \text{konst.}$$

und die Kurve Fig. 160 ergibt. Zieht man darin von einem beliebigen Punkt der Kurve einen Strahl nach dem Koordinatenanfang, der den $\angle \alpha$ mit der Abszissenachse einschließt, so ist

$$\text{tg } \alpha = \frac{E_k}{J} = R.$$

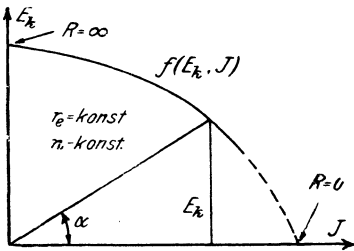


Fig. 160.

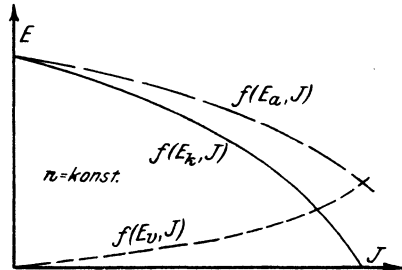


Fig. 161.

Für $J = 0$ ist $\alpha = 90^\circ$ und damit $R = \infty$. Der Widerstand R muß also von seinem größten Wert allmählich abnehmen, bis für $R = 0$ die Maschine kurzgeschlossen wäre. Diesen Zustand wird man jedoch niemals einstellen, da sonst der Belastungsstrom J einen unzulässig hohen Wert (ca. den 5fachen) annehmen würde, wodurch die Maschine beschädigt werden könnte. Die Kurve läßt sich auch aus einer Schar von Belastungs-Charakteristiken ermitteln, indem man für den betreffenden Erregerstrom J_e eine Ordinate zieht und die zu den Kurven hierfür gehörenden Spannungen E_k als Funktion der den Kurven entsprechenden Ströme J graphisch darstellt.

Bestimmt man durch Spannungs- und Strommessung oder genauer nach den bei der Wirkungsgradbestimmung (S. 266) gemachten Angaben für verschiedene Ströme J_a den Widerstand $R_a + R_u$ für den Anker und Übergang von den Bürsten zum Kommutator, so kann man $E_v = J \cdot (R_a + R_u)$ als Funktion von J bilden (Fig. 161) und nach der Gleichung

$E_a = E_k + J \cdot (R_a + R_u)$ auch $f(E_a, J)$, indem man die Ordinaten von $f(E_k, J)$ und $f(E_v, J)$ addiert.

Diese Kurve $f(E_a, J)$, $n = \text{konst.}$ bezeichnet man als innere Charakteristik. Für die Generatoren hat sie jedoch geringere Bedeutung, dagegen mehr für Motoren, wie wir später sehen werden.

b) Nebenschlußgeneratoren.

Mit einigen kleinen Modifikationen der Schaltung lassen sich hierbei die charakteristischen Kurven genau wie bei der fremderregten Maschine aufnehmen, so daß ich hier nur die Protokolle und Schaltung (Fig. 162) angeben will.

α) Leerlaufcharakteristik:

$$f(E_a, J_n), J = 0, n = \text{konst.}$$

Hierbei läßt man den äußeren Stromkreis ausgeschaltet, d. h. $R = 0$.

Ist die Maschine noch nicht als Generator gelaufen, so wird sie im allgemeinen keine Spannung liefern, da kein Feld vorhanden

ist. Man magnetisiert daher bei ausgeschaltetem Nebenschlußregulator ($r_n = \infty$) das Feld mit Hilfe einiger Akkumulatorenzellen oder Elemente und schaltet dann r_n ein. Steigt dann die Spannung E_a , so erregt sich die Maschine selbst, während im anderen Falle beim Einschalten von r_n die durch Remanenz bedingte Spannung

verschwindet. Die Ankerklemmen müssen dann umgelegt werden, wenn man nicht die Drehrichtung umkehren will.

Die Aufnahme wird nun entsprechend dem Protokoll

$$|J_n| E_a | n = \text{konst.},$$

ausgeführt, woraus sich ähnliche Kurven wie in Fig. 157 ergeben. Bezüglich der Bürstenstellung gilt hier ebenfalls das bei der Leerlaufcharakteristik der fremderregten Maschine Gesagte.

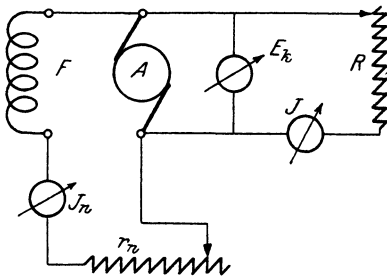


Fig. 162.

β) Belastungscharakteristik:

$$f(E_k, J_n), J = \text{konst.}, n = \text{konst.}$$

Hierbei schaltet man den Widerstand R so ein, daß bei veränderlichem Strom J_n der äußere Strom J konstant bleibt. Nach dem Protokoll

$$|J_n | E_k | \quad n = \text{konst.}, J = \text{konst.}$$

erhält man dann Kurven, wie in Fig. 159 angegeben.

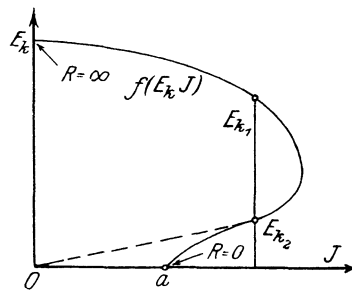
γ) Äußere Charakteristik:

$$f(E_k, J), r_n = \text{konst.}, n = \text{konst.}$$

Mit derselben Schaltung (Fig. 162) wird auch diese Kurve aufgenommen, indem man durch einen Vorversuch r_n so einstellt, daß bei normaler Belastung J die normale Klemmenspannung E_k auftritt, worauf die Belastung allmählich ausgeschaltet und die eigentliche Messung bei $J = 0$ begonnen wird. Aus dem Protokoll

$$|J | E_k | \quad r_n = \text{konst.}, n = \text{konst.}$$

ergibt sich dann eine Kurve (Fig. 163), welche von der bei Fremderregung aufgenommenen stark abweicht. Es ergebn sich nämlich zu einer bestimmten Stromstärke J zwei verschiedene Werte der Klemmenspannung E_k , von denen der größere, E_{k_1} , zu einem größeren Belastungswiderstande R_1 gehört. Für $E_k = 0$ bzw. $R = 0$ ist der Strom $J = O a$. Derselbe würde verschwinden, wenn kein remanentes Feld vorhanden wäre (punktirierte Kurve).



Jedenfalls ist aber $O a$ kleiner als der normale Strom, so daß bei einer Nebenschlußmaschine ein allmählich eintretender Kurzschluß für die Wicklung ungefährlich ist, weil das Feld bis auf einen kleinen Betrag verschwindet, und damit der Strom nur kurze Zeit verhältnismäßig hoch bleibt.

Für die Antriebsmaschine dagegen ist ein plötzlicher Kurzschluß unter voller Spannung schädlich, da infolge der magnetischen

Trägheit das volle Feld noch einige Zeit bestehen bleibt, wodurch ein starker Belastungsstrom auftritt, der bei seinem plötzlichen Auftreten leicht einen Bruch des Gestänges oder Riemens hervorrufen kann.

Aus der Aufnahme läßt sich auch die Spannungsänderung als Differenz zwischen den Spannungen für $J = 0$ und normalen Strom J ermitteln. Die äußere Charakteristik ließe sich auch aus einer Schar von Belastungscharakteristiken konstruieren, indem man in Fig. 159 vom Koordinatenanfang aus eine sogenannte Widerstandsgerade zieht, deren Neigung φ die Bedingung erfüllt, daß $\operatorname{tg} \varphi = \frac{E_k}{J_n} = r_n$ ist. Die zu den Schnittpunkten der Geraden mit den Kurven gehörenden Klemmenspannungen E_k werden dann als Ordinaten zu den den Kurven zugehörigen Belastungsströmen J graphisch dargestellt.

c) Hauptschlußgeneratoren.

Da hierbei die Leerlauf- und Belastungscharakteristiken für Selbsterregung nicht aufgenommen werden können, so verwendet man Fremderregung, wofür dann dieselben Schaltungen und Vorschriften wie für die fremderregten Generatoren gelten.

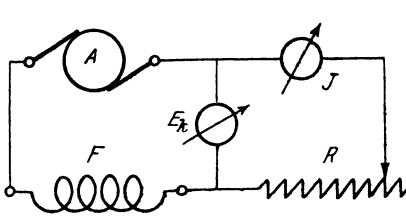


Fig. 164.

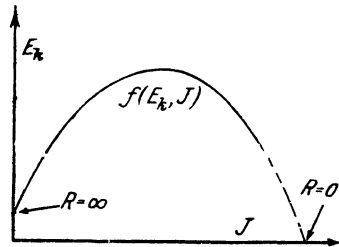


Fig. 165.

Zur Aufnahme der äußeren Charakteristik $f(E_k, J)$, $n = \text{konst.}$ macht man die Schaltung Fig. 164 und nimmt nach folgendem Protokoll $|J| |E_k| n = \text{konst.}$ durch Veränderung des äußeren Widerstandes R die Klemmenspannung E_k für verschiedene Stromstärken J auf, woraus sich die Kurve Fig. 165 ergibt. Für $J = 0$ muß $R = \infty$ werden, für

$R = 0$, d. h. bei Kurzschluß der Klemmen, wird der Strom J sehr groß, so daß er die Maschine beschädigen könnte.

d) Doppelschlußgeneratoren.

Diese Maschinen sind im Prinzip Nebenschlußgeneratoren und besitzen zur Kompensierung des bei Belastung auftretenden Spannungsabfalls eine den Nebenschluß unterstützende Hauptschlußwicklung (Compound). Wir hätten demnach hier nur noch die Aufnahme der äußeren Charakteristik $f(E_k, J)$, $n = \text{konst.}$ zu besprechen, für welche folgende Schaltung (Fig. 166) gemacht

wird. Nun wird der Nebenschlußregulator r_n so eingestellt, daß für Leerlauf ($J = 0$) die normale Spannung auftritt. Darauf wird R

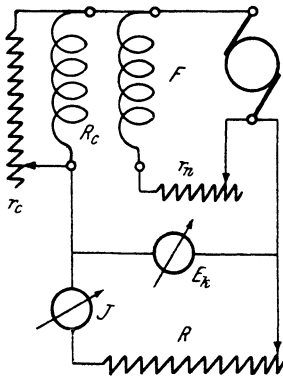


Fig. 166.

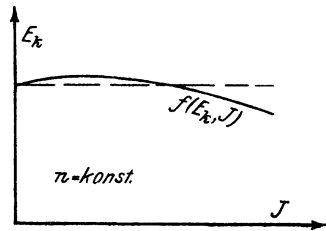


Fig. 167.

für eine bestimmte Stellung des Compoundregulators r_c stufenweise verkleinert und zu den verschiedenen Werten von J die Spannung E_k abgelesen, woraus sich nach folgendem Protokoll

$$|J| E_k | \quad n = \text{konst.}, \quad r_n = \text{konst.}, \quad r_c = \text{konst.}$$

die Kurve Fig. 167 ergibt. Daraus kann man nun ersehen, ob die Doppelschlußwicklung innerhalb der zulässigen Grenzen ($\pm 1\%$) die Spannung konstant hält.

e) Motoren.

Legt man einen Motor an eine Klemmenspannung E_k , so wird er einen Strom J_a aufnehmen und bei bestimmtem Felde mit einer konstanten Drehzahl n laufen. Infolge dieser Bewegung wird in dem Anker eine EMK E' induziert, wie wenn

die Maschine von außen als Generator angetrieben würde. Für den Stromkreis des rotierenden Motors muß demnach auf Grund des zweiten Kirchhoffschen Gesetzes $\Sigma E = \Sigma J \cdot R$ die Beziehung bestehen

$$E_k + E' = J_a \cdot (R_a + R_u).$$

Hätte E' gleiche Richtung mit E_k , so müßte J_a ebenfalls größer werden, womit auch wieder n und damit E' ansteigen würden, so daß beim Abschalten von E_k der Motor unter dem Einfluß von E' weiter laufen müßte. Das ist natürlich nach dem Prinzip von der Erhaltung der Energie und auf Grund des Lenzschen Gesetzes nicht möglich, sondern es wirkt E' der Klemmenspannung E_k entgegen. Man bezeichnet daher $E' = -E_g$ als die elektromotorische Gegenkraft des Ankers. Dieselbe ist demnach der Ursache nach mit der EMK E_a eines Generators identisch. Für einen Motor gilt daher die Beziehung allgemein:

$$E_k - E_g = J_a \cdot (R_a + R_u) \quad \text{oder} \\ E_g = E_k - J_a \cdot (R_a + R_u),$$

während für einen Hauptschlußmotor mit dem Widerstande R_h in der Magnetwicklung

$$E_g = E_k - J \cdot (R_a + R_u + R_h) \quad \text{wird.}$$

In Analogie zu den Generatoren kann man auch hierfür Charakteristiken aufnehmen.

α) Hauptschlußmotoren.

Hauptsächlich interessiert uns die Aufnahme der äußeren Charakteristik $f(E_k, J)$, $n = \text{konst.}$, da sie die Grundlage für die Konstruktion der anderen Kurven bietet.

Zu dem Zweck machen wir folgende Schaltung (Fig. 168) und belasten den Motor durch einen Generator oder Bremsvorrichtung, so daß für verschiedene Spannungen E_k die Drehzahl n konstant bleibt, und lesen dazu den Strom J ab. Außerdem messen wir die Widerstände $R_a + R_u$ und R_h als Funktion von J bei Stillstand aus den Spannungsverlusten E_{v_a} und E_{v_h} und notieren alle Werte nach folgendem Protokoll

$$\left| \underbrace{J \mid E_k \mid E_{v_a} \mid E_{v_h}}_{\text{beobachtet}} \mid \underbrace{R_a + R_u \mid R_h \mid E_g}_{\text{berechnet}} \right| \text{ für } n = \text{konst.}$$

Bildet man daraus $f(E_k, J)$ (Fig. 169) und subtrahiert von dieser Kurve $J \cdot (R_a + R_u + R_h)$, so ergibt sich eine neue Kurve $f(E_g, J)$ für $n = \text{konst.}$, die man als innere Charakteristik bezeichnet.

Aus dieser Kurve kann dann durch Zeichnung die Geschwindigkeitskurve des Motors

$$f(J, n), E_k = \text{konst.},$$

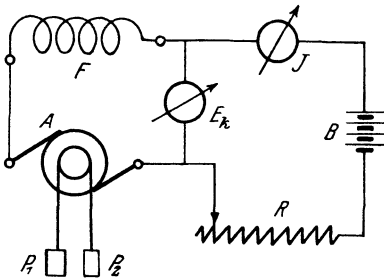


Fig. 168.

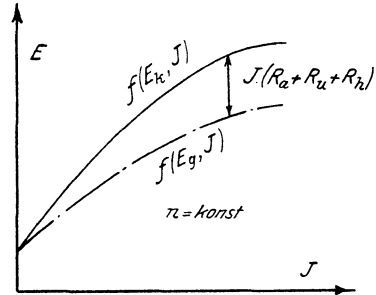


Fig. 169.

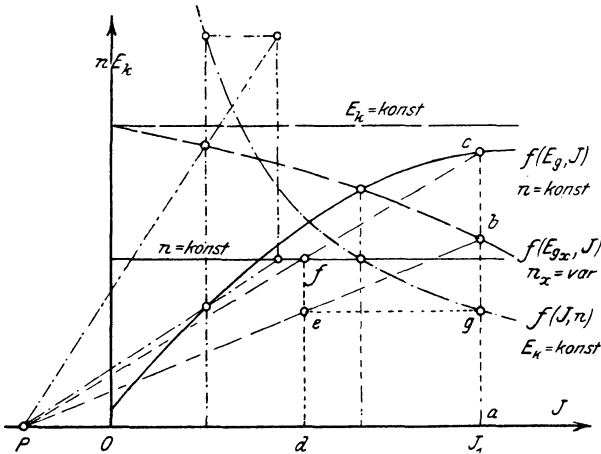


Fig. 170.

d. h. die Abhängigkeit der Drehzahl vom Belastungsstrom bei konstanter Klemmenspannung E_k gefunden werden. Dazu ziehen wir für die normale Spannung E_k eine Parallele zur Abszisse (Fig. 170) und tragen für verschiedene Ströme J von den Ordi-

naten die zugehörigen Stücke $J \cdot (R_a + R_u + R_h)$ ab, woraus die Kurve $f(E_{g_x}, J)$, $n_x = \text{variabel}$ folgt. Nun wird für den Strom $J_1 = O a$ ein Lot errichtet, welches die beiden Kurven in b und c schneidet. Es ist dann $a c = E_g$ für $n = \text{konst.}$, und $a b = E_{g_1}$ für die zu suchende Drehzahl $n_x = n_1$.

Nach früherem muß aber die Beziehung bestehen

$$\frac{n_1}{n} = \frac{E_{g_1}}{E_g} = \frac{ab}{ac}, \text{ woraus } n_1 = \frac{ab}{ac} \cdot n$$

folgt. Dieses Verhältnis kann man graphisch finden, indem man von einem beliebigen Pol P Strahlen nach b und c zieht und vom Schnitt f des Strahles Pc mit einer Horizontalen für die zu $f(E_g, J)$ gehörende Tourenzahl n das Lot fd fällt, welches von Pb in e geschnitten wird. Dann gilt

$$\frac{de}{n} = \left[\frac{ab}{ac} \right] = \frac{n_1}{n}, \text{ oder } de = n_1.$$

Trägt man $ag = de$ in J_1 auf, so ist g ein Punkt der Geschwindigkeitskurve $f(J, n)$, deren andere Punkte auf dieselbe Weise gefunden werden können.

Ebenso kann die Drehmomentkurve $f(M_d, J)$ aus der inneren Motorcharakteristik $f(E_g, J)$, $n = \text{konst.}$ graphisch ermittelt werden. Die auf den Anker übertragene elektrische Leistung

$$E_g \cdot J = 9,81 \cdot M_d \cdot \omega$$

äußert sich als Drehmoment M_d kgm bei der Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi \cdot \frac{n}{60}$. Daraus ergibt sich

$$M_d = \frac{E_g \cdot J}{9,81 \cdot \omega} = c \cdot E_g \cdot J.$$

Es ist demnach die aus den zusammengehörigen Koordinaten E_g und J eines Punktes der $f(E_g, J)$ gebildete Rechteckfläche ein Maß für das Drehmoment M_d . Bezieht man die einzelnen Rechtecke auf dieselbe Grundlinie, so kann man die Höhen als Ordinaten zu J auftragen und erhält daraus $f(M_d, J)$. Ferner läßt sich die innere Motorcharakteristik auch dazu benutzen, die in Gleichstrommaschinen auftretenden Verluste zu trennen¹⁾.

¹⁾ Journ. Inst. El. Eng. 1906, S. 79.

β) Doppelschlußmotoren.

Will man die Drehzahl eines Nebenschlußmotors konstant halten, so muß man ihn compoundieren, d. h. durch eine Zusatzwicklung das Feld selbsttätig verändern. Das kann durch einige Hauptschlußwindungen geschehen, die entsprechend der Geschwindigkeitskurve (s. d.) des reinen Nebenschlußmotors so geschaltet werden müssen, daß sie das Hauptfeld entweder verstärken oder schwächen. Diese allgemein als Compoundmotoren bezeichneten Nebenschlußmotoren werden heutzutage nur wenig verwendet, da man Nebenschlußmotoren mit fast konstanter Drehzahl bei verschiedener Belastung bauen kann.

Größere Bedeutung haben die sogenannten Doppelschlußmotoren. Sie besitzen im Prinzip als Hauptschlußmotoren

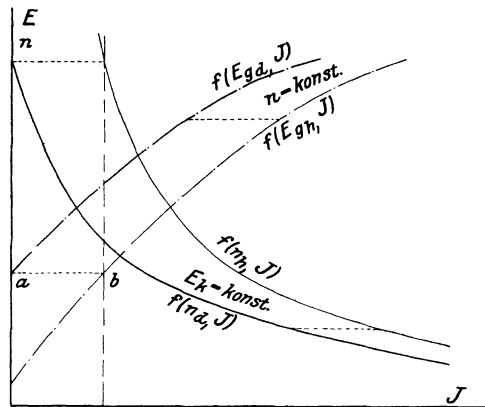


Fig. 171.

gebaut eine zusätzliche Nebenschlußwicklung, die den Zweck hat, die Drehzahl des leerlaufenden Motors nach oben hin auf einen für ihn ungefährlichen Wert zu begrenzen, wobei er dann gewissermaßen nur mit dem Nebenschlußfeld arbeitet, da das Hauptschlußfeld klein ist.

Demnach verschiebt sich (Fig. 171) die innere Charakteristik um einen dem Hilfsfeld äquivalenten Betrag a b nach links und ebenso die Geschwindigkeitskurve.

2. Bestimmung der Ankerrückwirkung.

Betrachtet man für einen Generator die Leerlauf- und Belastungscharakteristik (Fig. 172), so zeigt sich, daß für eine bestimmte Erregung Oa die Spannung bei Belastung um ein zwischen den Kurven gelegenes Stück bc kleiner ist, welches man als Spannungsabfall bezeichnet. Trägt man nun den Spannungsverlust

$$J_a \cdot (R_a + R_u) = E_{v_a}$$

als Strecke bd ein, so bleibt noch ein Stück $dc = E_r$ übrig, welches der EMK entspricht, die infolge des durch Ankerrückwirkung verlorenen Feldes in der Armatur nicht induziert wird. Es stellt demnach ad die bei Belastung induzierte EMK E_a dar. Durch Verschiebung der Belastungscharakteristik um

das Stück $bd = E_{v_a}$ er-

hält man daher eine (gestrichelte) Kurve f (E_a , J_e), welche die induzierte EMK als Funktion der Erregung für konstanten Belastungsstrom angibt. Die Ordinatendifferenzen zwischen dieser Kurve und der Leerlaufcharakteristik geben dann die Ankerrückwirkung E_r bei verschiedener Erregung im Spannungsmaßstab an.

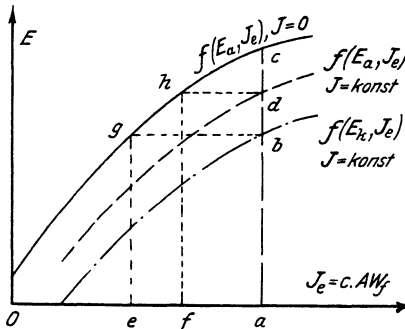


Fig. 172.

Für die Vorausberechnung ist es jedoch vorteilhafter, die der Spannung E_r äquivalente Amperewindungszahl AW_r zu kennen. Zu dem Zweck ziehen wir durch b eine Parallele bg zur Abszisse und fällen das Lot ge , so sind zur Erzeugung der Spannung $ge = ab$ bei Leerlauf Oe , bei Belastung Oa Amperewindungen erforderlich. Die Differenz $Oa - Oe = ea$ entspricht demnach der Amperewindungszahl zur Kompensierung des gesamten Spannungsabfalls bc . Legt man nun die Horizontale dh und füllt das Lot hf , so gibt $fa = dh$ die durch Ankerrückwirkung unwirksam gemachte Amperewindungszahl AW_r und ef die dem Spannungsverlust $E_{v_a} = bd$ entsprechende an.

Eine andere Methode, AW_r direkt durch Messung des Erregerstromes und der Windungszahl zu bestimmen, ist folgende: Man läßt die Maschine bei normaler Drehzahl laufen und erregt (am besten fremd) das Feld so weit, daß bei Leerlauf die normale Spannung E_{k_0} auftritt, wofür $E_{k_0} = E_a$ ist. Bei Belastung würde nun das Feld geschwächt, so daß die induzierte EMK $E_a' < E_a$ bei Leerlauf wird. Die Differenz $E_a - E_a' = E_r$, welche durch die Ankerrückwirkung verloren geht, kompensieren wir nun dadurch, daß wir die Erregung um einen Betrag AW_r vergrößern, so daß $E_a' = E_a$ wird. Das kann aber nur dann der Fall sein, wenn die Klemmenspannung bei Belastung $E_k = E_{k_0} - J_a \cdot (R_a + R_u)$ ist. Wir rechnen daher für verschiedene Ströme J_a die Spannungen E_k aus und nehmen nach folgendem Protokoll

$$|J_a| |E_k| |J_e| |AW_r| \quad E_a = \text{konst.}, \quad n = \text{konst.}$$

für verschiedene Belastungen J_a die Erregungen J_e auf. Dann gibt die Differenz zweier aufeinander folgender Werte von J_e mit der Windungszahl w_e multipliziert die Ankerrückwirkung AW_r an, welche, als Funktion von J_a dargestellt, die Kurve $f(AW_r, J_a)$ (Fig. 173) ergibt.

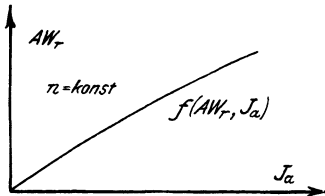


Fig. 173.

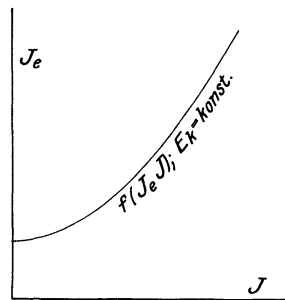


Fig. 174.

Hält man bei diesem Versuch nicht E_a , sondern E_k konstant bei verschiedenem Belastungsstrom J , so erhält man die sog. Regulierungskurve $f(J_e, J)$, $E_k = \text{konst.}$ (Fig. 174.)

Die Regulierungskurve läßt sich auch graphisch darstellen, indem man in Fig. 159 für eine gewisse Klemmenspannung E_k eine Horizontale zieht, die die Belastungscharakteristiken in Punkten schneidet, deren Abszissenwerte J_e als Ordinaten

zu den für die betreffende Kurve gültigen Belastungsströmen J als Abszissen eingetragen werden. Die Verbindungslinie der Endpunkte ergibt dann die in Fig. 174 dargestellte Kurve.

3. Messung des Drehmoments von Motoren.

Das Drehmoment ist entsprechend der Gleichung

$$M_d = c \cdot J_a \cdot \mathfrak{N}$$

vom Ankerstrom J_a , dem Feld \mathfrak{N} und einer Konstanten c abhängig, welche durch die Dimensionen des Motors gegeben ist. $M_d = P \cdot r$ kgm kann als Produkt der Umfangskraft P (kg) und des Radius $r = \frac{d}{2}$ (m) der Riemenscheibe einschließlich der halben Riemendicke bestimmt werden, indem man um die Riemenscheibe

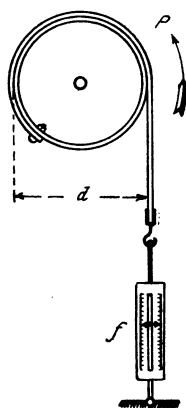


Fig. 176.

bei kleineren Motoren einen Lederriemen schlingt, von dem das eine Ende mit der Scheibe fest verbunden, das andere an eine Federwaage (f) angeschlossen ist (Fig. 175). Für größere Motoren be-

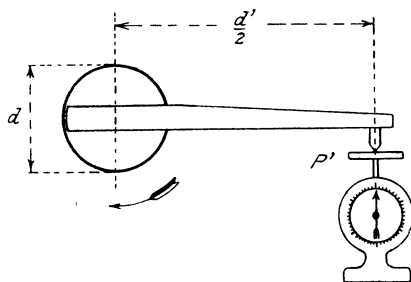


Fig. 176.

festigt man an der Welle einen Hebel, dessen Ende auf eine Teller- oder Dezimalwaage einwirkt (Fig. 176). Wird dabei für den Hebelarm $\frac{d'}{2}$ die Kraft P' angezeigt, so ist, bezogen auf den Umfang der Riemenscheibe $P = \frac{P' \cdot d'}{d}$. Ist der Hebel nicht ausbalanziert, so muß man den Anfangswert bei stromlosem Motor von den beim Stromdurchgang abgelesenen Werten abziehen, um P' zu erhalten.

Infolge der Reibung in den Lagern und an den Bürsten kann jedoch die Umfangskraft P nicht direkt bestimmt werden, sondern wird mehr oder weniger von der Reibungskraft P_ρ gefälscht; auch die Nutenteilung beeinflußt die Messung, indem der Anker immer diejenigen Lagen einzunehmen sucht, in welchen dem Kraftfluß der geringste magnetische Widerstand geboten wird. Besonders stark tritt diese Erscheinung bei Maschinen mit wenigen Nuten pro Pol auf und verschwindet bei glatten Armaturen. Man kann aber die beiden Werte P und P_ρ gesondert aufnehmen, wenn man einmal $P_m = P + P_\rho$ und dann $P_o = P - P_\rho$ bestimmt. Dreht man nämlich den Anker etwas in der Richtung der Umfangskraft und läßt ihn dann allmählich von der Feder zurückziehen, so wird ein Gleichgewichtszustand eintreten, wenn die Federkraft P_m gleich der Summe von Umfangskraft P und Reibung P_ρ ist, wofür die Gleichung $P_m = P + P_\rho$ gilt.

Jetzt wird der Anker ein Stück in entgegengesetzter Richtung gedreht; dann hat die Umfangskraft P , durch welche man den Anker allmählich zurückdrehen läßt, die widerstrebende Reibung P_ρ und die Federkraft P_o zu überwinden, woraus folgt $P = P_o + P_\rho$, oder der an der Wage abgelesene Betrag $P_o = P - P_\rho$. Aus den beiden gefundenen Werten P_m und P_o erhält man dann

$$P = \frac{P_m + P_o}{2} \quad \text{und} \quad P_\rho = \frac{P_m - P_o}{2}.$$

Für diese Aufnahme ist eine Spannung notwendig, die wegen des Widerstandes der Verbindungsleitungen nur wenig größer ist als der für den größten Strom im Anker auftretende Spannungsverlust

$$E_v = J_a \cdot (R_a + R_u + R_h)$$

bei Hauptschluß- und $E_{v_a} = J_a \cdot (R_a + R_u)$

bei Nebenschlußmotoren.

Am besten zeichnet man die beiden zwischen den aufgenommenen Werten ausgeglichenen Kurven $f(P_m, J_a)$, die oberhalb des Koordinatenanfangs beginnt, und $f(P_o, J_a)$, die rechts vom Abszissennullpunkt ansteigt, und trägt die Mittelkurve beider dazwischen als $f(P, J_a)$ ein.

Gleichzeitig mit der Aufnahme des Drehmoments kann man

den Widerstand $R_a + R_u = \frac{E_{v_a}}{J_a}$

aus dem Spannungsverlust E_{v_a} des Ankers und eventuell

$$R_h = \frac{E_{v_h}}{J}$$

für die Hauptschlußwicklung in Abhängigkeit vom Strome ermitteln. Im allgemeinen nimmt man die Kurven für Stromstärken bis zum doppelten Wert auf.

a) Hauptschlußmotoren.

Für den Versuch macht man folgende Schaltung (Fig. 177) und ändert mit dem Widerstand R nur den Strom J_a stufenweise, da $\mathfrak{N} = f(J_a)$ und damit auch $M_d = c \cdot J_a \cdot f(J_a)$ hauptsächlich

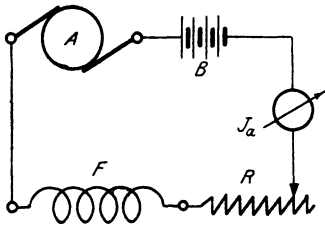


Fig. 177.

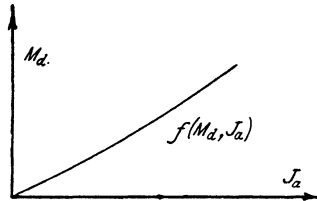


Fig. 178.

von J_a abhängig ist. Gleichzeitig liest man die zugehörigen Werte von P_m und P_o ab, zeichnet nach folgendem Protokoll

$$| J_a | P_m | P_o | E_{v_a} | E_{v_h} | P | P_\rho | R_a + R_u | R_h | M_d | M_{d_\rho} |$$

die ausgeglichenen Kurven für P_m , P_o , E_{v_a} , E_{v_h} und ermittelt daraus die Umfangskraft P und die Reibungskraft P_ρ sowie $R_a + R_u$ und R_h . Nach Multiplikation von P bzw. P_ρ mit $\frac{d}{2}$ erhält man das Drehmoment M_d und M_{d_ρ} und stellt M_d als Funktion vom Ankerstrom J_a dar (Fig. 178). Ebenso könnte man M_{d_ρ} , $R_a + R_u$, R_h als Funktion von J_a einzeichnen.

In derselben Weise werden auch Doppelschlußmotoren untersucht, nur muß der Nebenschluß eine besondere Erregung haben.

b) Nebenschlußmotoren.

Hierbei ist für die Erregung die normale Spannung erforderlich; daher wird man bei größeren Motoren zwei Stromquellen ver-

wenden (Fig. 179), und zwar für die Erregung eine Batterie B_e mit normaler Spannung für geringe Stromentnahme, und für den Anker eine solche (B_a) mit niedriger Spannung für große Stromabgabe. Bei Benutzung der Batterie B_e allein muß dieselbe den Strom $J = J_a + J_n$ liefern können, wobei außerdem der Widerstand R bedeutend größer sein muß, als bei dieser Schaltung.

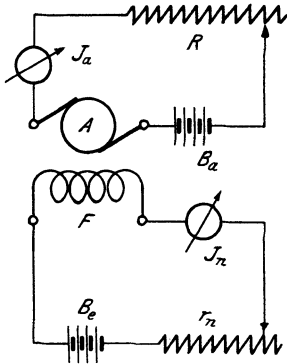


Fig. 179.

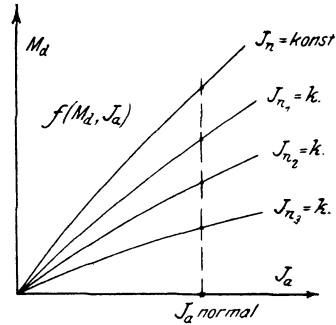


Fig. 180.

Da das Feld $\mathfrak{N} = f(J_n)$ vom Erregerstrom J_n abhängig ist, so kann man das Drehmoment M_d als Funktion vom Ankerstrom J_a nach Gleichung $M_d = c \cdot J_a \cdot f(J_n)$ für verschiedene Erregungen nach folgendem Protokoll

$$J_a \mid P_m \mid P_o \mid E_{v_a} \mid P \mid P_\rho \mid R_a + R_u \mid M_d \mid M_{d_\rho} \mid \text{für } J_n = \text{konst.}$$

aufnehmen und erhält damit eine Kurvenschar $f(M_d, J_a)$ für $J_n = \text{konst.}$, wie sie in Fig. 180 dargestellt ist.

Zieht man darin für einen bestimmten Strom J_a , z. B. den normalen, eine Vertikale und trägt die Abschnitte derselben von der Abszissenachse gerechnet als Funktion von J_a auf, so erhält man eine Kurve

$$f(M_d, J_n) \text{ für } J_a = \text{konst.},$$

welche angibt, wie sich das Drehmoment bei normalem Strom mit der Erregung ändert.

4. Aufnahmen von Geschwindigkeitskurven.

Die Geschwindigkeitskurve

$$f(n, J_a), E_k = \text{konst.}$$

stellt die Abhängigkeit der Drehzahl eines Motors von der Ankerstromstärke J_a bei konstanter Klemmenspannung E_k dar. Mehr theoretisches als praktisches Interesse hat die Kurve

$$f(n, E_k), J_a = \text{konst.},$$

welche die Änderung der Drehzahl mit der Klemmenspannung bei konstantem Strom J_a angibt. Wir wollen uns hier vorläufig der ersteren zuwenden.

Würde man einen Motor an die volle Spannung E_k direkt anschließen, so würde er im ersten Moment einen Strom

$$J_a' = \frac{E_k}{R_a + R_u}$$

aufnehmen, der bei dem kleinen Widerstand¹⁾ sehr groß sein und daher den Kommutator und die Bürsten beschädigen könnte. Man muß daher einen Widerstand dem Anker vorschalten, der einen Teil der Spannung vernichtet, so daß höchstens der doppelte normale Strom auftreten kann. Beim Hauptschlußmotor wird durch den Strom gleichzeitig das Feld erregt, wodurch ein Drehmoment auftritt, das den Anker in Drehung versetzt. Ein Nebenschlußmotor dagegen muß erst vorher erregt werden. Bei der Bewegung des Ankers wird nun eine elektromotorische Gegenkraft E_g erzeugt, welche analog der EMK E_a eines Generators der Drehzahl n und dem Felde \mathfrak{N} proportional ist nach der Gleichung

$$E_g = c \cdot \mathfrak{N} \cdot n.$$

Setzen wir

$$E_g = E_k - J_a \cdot (R_a + R_u),$$

so ergibt sich $E_k - J_a \cdot (R_a + R_u) = c \cdot \mathfrak{N} \cdot n$,

woraus für $E_k = c' = \text{konst.}$

$$n = \frac{c' - J_a \cdot (R_a + R_u)}{c \cdot \mathfrak{N}} \text{ folgt.}$$

Die Drehzahl ist auch von der Bürstenstellung abhängig. Verschiebt man die Bürsten des Motors gegen die Drehrichtung,

¹⁾ Für einen Hauptschlußmotor ist im folgenden immer $R_a + R_u + R_h$ zu setzen.

so läuft er wegen der entmagnetisierenden Wirkung des Ankerfeldes schneller, bei Verschiebung in der Drehrichtung sinkt die Drehzahl, da das Hauptfeld durch die längsmagnetisierende Komponente verstärkt wird. In erhöhtem Maße zeigt sich diese Erscheinung noch beim Vorhandensein von Wendepolen.

Dabei kann es sich ereignen, daß bei starkem Wendefeld, geringer Belastung und genügender Bürstenverstellung gegen die Drehrichtung Pendelerscheinungen auftreten können, wie es von Breslauer¹⁾, Siebert²⁾ und Arnold³⁾ angegeben ist.

Die geometrische Form der Geschwindigkeitskurve $f(n, J_a)$, $E_k = \text{konst.}$ läßt sich nun in folgender Weise experimentell aufnehmen.

a) Hauptschlußmotoren.

Nachdem die Schaltung (Fig. 181) ausgeführt ist, legt man um die Riemenscheibe ein Bremsband oder Pronyschen Zaum, oder schließt eine Wirbelstrombremse (vgl. auch Kap. 6 b) an, mit denen man den Motor beliebig belasten kann, wobei die an der Riemenscheibe geleistete Arbeit durch Reibung oder durch

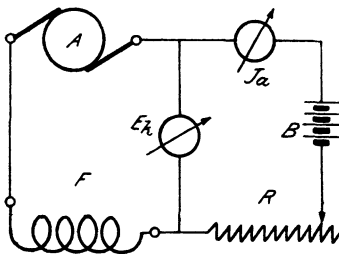


Fig. 181.

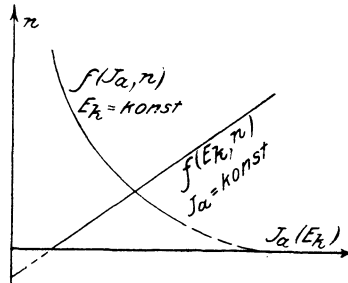


Fig. 182.

Induktion in Wärme umgesetzt wird. Dann wird der Anlaßwiderstand R eingeschaltet und bei etwas angezogener Bremse allmählich so weit verkleinert, bis die normale Klemmenspannung E_k vorhanden ist, welche während des ganzen Versuches konstant gehalten wird. (Unbelastet würde der Motor eine sehr hohe Tourenzahl annehmen.)

¹⁾ ETZ. 1905, S. 644.

²⁾ ETZ. 1906, S. 523.

³⁾ ETZ. 1906, S. 715.

Entsprechend dem Meßprotokoll $|J_a|n$ $E_k = \text{konst.}$ wird jetzt der Strom $J_a = J$ und die Drehzahl n abgelesen und dasselbe für andere Ströme durchgeführt, indem man durch stärkeres Anziehen der Bremse den Motor immer mehr belastet. Die graphische Darstellung dieser Werte ergibt dann (Fig. 182) eine Kurve $f(n, J_a)$, welche ungefähr die Form einer Hyperbel besitzt.

Hält man J_a konstant und ändert E_k , so wird die Geschwindigkeitskurve $f(n, E_k)$ eine Gerade; für $n = 0$ ist dabei $E_k = J_a \cdot (R_a + R_u + R_h) = E_{v_a} + E_{v_h}$.

b) Nebenschlußmotoren.

Die Schaltung für die Messung zeigt Fig. 183. Hierbei liegt das Feld unter Vorschaltung eines Nebenschlußregulators r_n direkt an der Stromquelle oder Batterie B . Nachdem das Feld normal erregt ist, wird der Widerstand R so weit eingeschaltet, bis

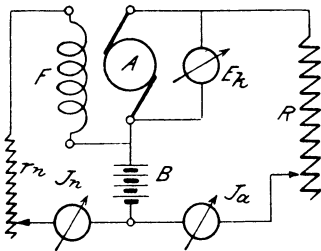


Fig. 183.

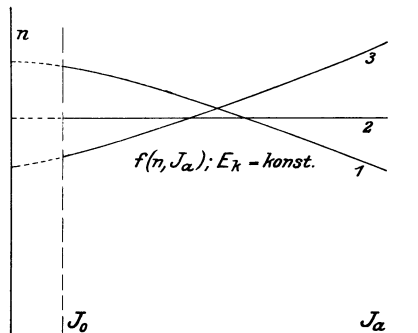


Fig. 184.

der Motor die volle Spannung E_k erhält. Er wird dann für einen gewissen Leerlaufstrom J_0 die Drehzahl n_0 annehmen. Nun wird durch Bremsung die Stromaufnahme J_a stufenweise gesteigert und die dazugehörige Drehzahl n abgelesen. Die graphische Darstellung der Größen n als Funktion von J_a (Fig. 184) zeigt jedoch, daß dabei je nach der Bauart der Maschine eine der drei Kurven sich ergeben kann, und zwar gilt 1 für stark gesättigte Maschinen, bei welchen der Einfluß der Ankerrückwirkung gegenüber der tourenerniedrigenden Wirkung des Spannungsverlustes klein ist. Umgekehrt ist es bei Kurve 3, welche für schwach

gesättigte Maschinen gilt. Für mittlere Sättigung, für welche der Einfluß von Ankerrückwirkung und Spannungsverlust sich aufheben, erhalten wir nahezu konstante Drehzahl (2) bei veränderlicher Belastung. Es ist also möglich, durch geeignete Erregung die Drehzahl n eines Motors bei verschiedenen Belastungen konstant zu halten.

Die Aufnahme mehrerer Geschwindigkeitskurven für verschiedene Erregung ließe sich daher auch dazu benutzen, die Größe der Ankerrückwirkung festzustellen, wenn man außerdem noch die Leerlaufcharakteristik bestimmen würde.

5. Parallelschaltung von Generatoren.

Um bei einer Anlage mit stark veränderlichem Energieverbrauch den Betrieb in wirtschaftlicher Weise durchzuführen, verwendet man anstatt einer großen Maschine zwei oder mehrere kleinere, welche bei großem Stromverbrauch parallel arbeiten, während bei geringer Beanspruchung nur eine allein Strom liefert. Auch bei der Untersuchung von Maschinen nach der Zurückarbeitungsmethode (s. d.) wird man in die Lage versetzt, eine Maschine auf eine im Betriebe befindliche Leitung arbeiten zu lassen, wofür natürlich dieselben Bestimmungen gelten müssen wie bei der Parallelschaltung zweier Generatoren.

Angenommen, es gebe ein Nebenschlußgenerator I schon Strom an die Sammelschienen eines Leitungsnetzes ab, dann wird der Generator II entsprechend der Fig. 185 unter Zwischenschaltung eines Strommessers J_2 und des Ausschalters S_2 so an die Schienen angeschlossen, daß gleiche Pole zusammenliegen. (Bei Elektrizitätswerken sind noch Arbeitsmesser oder Zähler in dem Stromkreis vorhanden.)

Damit nun beim Einschalten die Maschine II weder einen

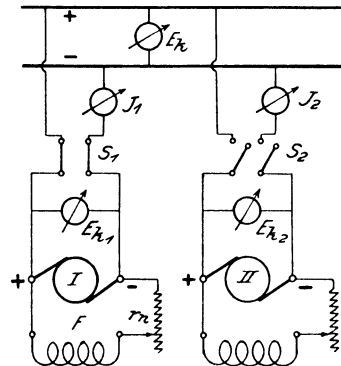


Fig. 185.

Strom aufnehmen noch abgeben soll, um schädliche Stromstöße zu vermeiden, müssen die miteinander zu verbindenden Punkte gleiches Potential besitzen. Es wird daher die zuzuschaltende Maschine in Betrieb gesetzt und soweit erregt, daß ihre EMK E_{a_2} gleich der Spannung E_k an den Sammelschienen ist. Schließt man jetzt den Schalter S_2 , so wird der Generator II noch keinen Strom abgeben, da seine EMK von der Spannung E_k kompensiert wird. Erregt man aber das Magnetfeld stärker, so daß $E_{a_2} > E_k$ wird, dann muß naturgemäß die Maschine II ebenfalls Strom an das Netz abgeben.

Zur Untersuchung dieser Vorgänge wollen wir annehmen, daß beide Maschinen bei gleichem Anker- und Zuleitungswiderstand R bis zu den Sammelschienen den gleichen Strom J abgeben, so müßte auch $E_{a_1} = E_{a_2}$ sein. Der Einfachheit wegen zeichnen

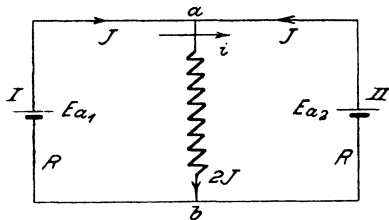


Fig. 186.

wir uns die Schaltung in Fig. 186 noch einmal schematisch hin, woraus wir erkennen, daß die Maschinen durch die Zuleitungen unter sich gegeneinandergeschaltet sind. Wird jetzt E_{a_1} vergrößert, so muß nach dem zweiten Kirchhoffschen Satz

$\Sigma E = \Sigma J \cdot R$ die Gleichung bestehen

$$E_{a_1} - E_{a_2} = (J + i) \cdot R - (J - i) \cdot R,$$

oder

$$E_{a_1} - (J + i) \cdot R = E_{a_2} - (J - i) \cdot R.$$

Der Strom i erzeugt demnach in dem Zweige der Maschine I einen Spannungsverlust, in dem Zweige II eine Spannungserhöhung, so daß die Klemmenspannungen $E_{k_1} = E_{a_1} - (J + i) \cdot R$ und $E_{k_2} = E_{a_2} - (J - i) \cdot R$ werden. Da aber nach Obigem die rechten Seiten gleich sind, so muß auch $E_{k_1} = E_{k_2} = E_k$ sein. Der Strom i entlastet also die Maschine II und bewirkt, daß die Klemmenspannung E_k an den Punkten $a \div b$ der Sammelschienen für beide Maschinen gleich groß wird; wir wollen ihn daher als Korrektionsstrom bezeichnen.

So kann man E_{a_1} immer mehr steigern, bis für Maschine II $J - i = 0$ wird. Dieses Verfahren hat aber zur Folge, daß damit

gleichzeitig die Klemmenspannung E_k an den Punkten $a \div b$ steigt. Für $E_{a_1} = E_{a_2}$ wäre nämlich

$$E_k = E_{a_1} - J \cdot R = E_{a_2} - J \cdot R.$$

Da E_{a_2} konstant bleiben soll, so wird für den Korrektionsstrom i die Spannung zwischen $a \div b$

$$E_{k_2} = E_{a_2} - J \cdot R + i \cdot R$$

um den Betrag $i \cdot R$ größer sein als E_k .

Um beim Verändern der Belastung die Spannung E_k konstant zu halten, wird man daher zweckmäßig E_{a_1} um so viel steigern, als man E_{a_2} verringert und umgekehrt.

6. Bestimmung des Wirkungsgrades von Gleichstrommaschinen.

Allgemein läßt sich der Wirkungsgrad η einer Maschine definieren als das Verhältnis der abgegebenen Leistung L_a zu der eingeführten L_e nach der Gleichung

$$1. \quad \eta = \frac{L_a}{L_e}.$$

Danach hätte man L_a und L_e direkt durch Messung zu bestimmen, was bei kleinen Maschinen leicht durchzuführen ist. Bei großen dagegen wäre es unter Umständen schwierig, die zum Antrieb notwendige Energie zu erzeugen und sie dann wieder mit geeigneten Hilfsmitteln zu verbrauchen.

Außerdem würde ein solcher Versuch ziemlich teuer werden, so daß man sich nach anderen Methoden umsehen muß, welche eine bequemere und billigere Arbeitsweise ermöglichen. Zerlegt man z. B. die eingeführte Leistung L_e in zwei Faktoren, nämlich die abgegebene L_a und die zur Kompensation der Verluste notwendige L_v nach der Gleichung $L_e = L_a + L_v$, so ließe sich der Wirkungsgrad auch in der Form

$$2. \quad \eta = \frac{L_a}{L_a + L_v}$$

bestimmen. Setzen wir ferner $L_a = L_e - L_v$ in die ursprüngliche Gleichung ein, so ergibt sich

$$3. \quad \eta = \frac{L_e - L_v}{L_e}.$$

Gerade diese beiden letzten Gleichungen sind für die Praxis bequemer, da in den meisten Fällen die abgegebene oder eingeführte Leistung L_a bzw. L_e gegeben sind und für diese Leistungen der Wirkungsgrad bestimmt werden soll. Man hätte dann nur die Verluste L_v festzustellen, was im allgemeinen mit geringerem Energieverbrauch und kleineren Kosten verbunden ist. Man

unterscheidet demnach direkte $\eta = \frac{L_a}{L_e}$

und indirekte $\eta = \frac{L_a}{L_a + L_v} = \frac{L_e - L_v}{L_e}$

Methoden der Wirkungsgradbestimmung, deren Anwendung nun geschildert werden soll.

a) Direkte elektrische Methode.

Sie läßt sich in allen den Fällen anwenden, wo wir L_a und L_e mit elektrischen Meßinstrumenten direkt bestimmen können, also Motorgeneratoren, rotierenden Umformern und, wie wir später sehen werden, auch bei Transformatoren.

Zu dem Zweck schließen wir den als Motor wirkenden Teil (M) der Maschine mit entsprechenden Anlaßvorrichtungen an eine Elektrizitätsquelle E (Fig. 187) unter Zwischenschaltung eines Strommessers J_1 an und verbinden die Generator клемmen G mit einem Belastungswiderstand R . Gibt der Generator

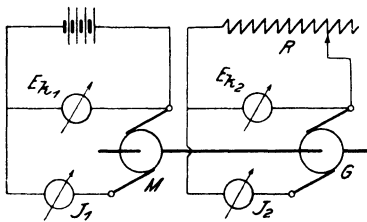


Fig. 187.

dann den Strom J_2 bei einer Klemmenspannung E_{k_2} an den Stromverbraucher R ab, und nimmt der Motor den Gesamtstrom J_1 bei der Spannung E_{k_1} auf, so ist der Wirkungsgrad des Aggregats

$$\eta = \frac{E_{k_2} \cdot J_2}{E_{k_1} \cdot J_1}.$$

Zweckmäßig ist es dabei, den Wirkungsgrad in Abhängigkeit von der Leistung $L_2 = E_{k_2} \cdot J_2$ zu bestimmen und als $f(\eta, L_2)$ in ein rechtwinkliges Koordinatensystem einzutragen. Will man

außerdem den Wirkungsgrad jeder einzelnen Maschine ermitteln, so bestimmt man die auf den Generator übertragene Leistung für die Spannung E_{k_1} , Stromstärke J_1 und Drehzahl n , die bei der betr. Belastung auftrat, nach einer der folgenden Methoden.

In derselben Weise verfahren wir auch bei Einankerumformern, die dazu dienen, höhere Spannungen in niedrige zu wandeln, wie man sie z. B. bei Akkumulatoren-Ladestationen verwendet.

b) Bremsmethode.

Dieselbe kommt mehr in Verwendung bei Motoren und ist ausnahmsweise zulässig für kleinere Generatoren, wenn die Verhältnisse so gewählt werden, daß die magnetische, mechanische und elektrische Beanspruchung bei der Prüfung als Motor möglichst wenig von den entsprechenden Größen beim Arbeiten als Generator abweichen. Wie man die betreffenden Beanspruchungen beurteilt, wird bei der Leerlaufmethode genauer angegeben werden.

Für die Bremsung der Motoren verwendet man entweder ein Seil, Bremsband (Differentialbandbremse nach Amsler), den Pronyschen Zaum, Bremsdynamometer nach Brauer¹⁾, Hubert²⁾ Fischinger (Pöge, Chemnitz), v. Hefner-Alteneck, Wirbelstrombremsen³⁾ von Pasqualini⁴⁾, Grau⁵⁾, Feußner⁶⁾ Siemens und Halske, Rieter⁷⁾, Flüssigkeitsbremsen⁸⁾ oder einen Gleichstromgenerator, dessen Wirkungsgrad bekannt ist (indirekte Bremsmethode).

Nehmen wir den einfachsten Fall an, daß der Motor durch Auflegen eines Bremsbandes oder eines um die Bremsscheibe geschlungenen Seils mit Innenkühlung der Riemenscheibe über ca. 3 P hinaus belastet ist (Fig. 188). Dann wird die ganze dem Motor eingeführte Leistung $L_e = E_k \cdot J$ W teilweise zur Kompensierung der Erreger- und Eisenverluste benutzt, teilweise durch Reibung als Wärme und der Rest als mechanische Leistung L_a abgegeben.

¹⁾ ZVI. 1888, S. 56.

²⁾ ETZ. 1901, S. 340.

³⁾ Journ. Inst. El. Eng. 1904, S. 445.

⁴⁾ Fortschr. d. Phys. 1892, S. 421.

⁵⁾ ETZ. 1900, S. 365 u. 1902, S. 467.

⁶⁾ ETZ. 1901, S. 608.

⁷⁾ ETZ. 1901, S. 194.

⁸⁾ ZVI. 1907, S. 607.

Die an der Riemenscheibe abgegebene Leistung ist $L_a = P \cdot v \text{ kgm} = P \cdot v \cdot 9,81 \text{ W}$, wenn P in kg und v in m/sec gemessen werden. Der Umfangskraft P wirkt nun die Reibungskraft des Bremsbandes entgegen, und für die Gleichgewichtslage der Gewichte P_1 und P_2 muß dann bei gleichen Momenten und Hebelarmen (Fig. 189) die Beziehung bestehen $P = P_1 - P_2$.

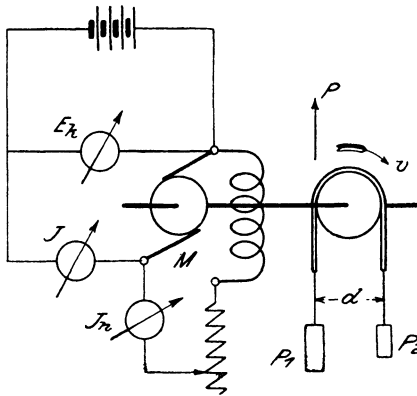


Fig. 188.

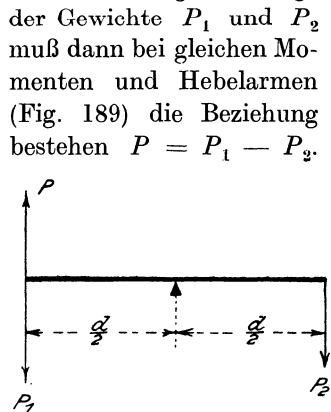


Fig. 189.

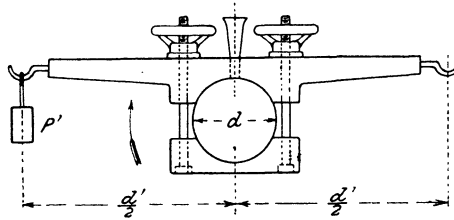


Fig. 190.

Die Umfangsgeschwindigkeit rechnet sich nach der Gleichung

$$v = \frac{\pi \cdot d \cdot n}{60} \text{ m/sec,}$$

wenn d der in m gemessene Durchmesser, n die Umdrehungszahl pro Minute der Riemenscheibe bedeuten. Durch Einsetzen dieser Größen ergibt sich dann der Wirkungsgrad des Motors

$$\eta = \frac{(P_1 - P_2) \cdot \pi \cdot d \cdot n \cdot 9,81}{E_k \cdot J \cdot 60}.$$

Liegen die Angriffspunkte der Kräfte nicht am Umfange der Riemenscheibe, sondern außerhalb derselben, wie es z. B. bei Bändern mit Holzleisten und noch mehr beim Pronyschen Zaum (Fig. 190) vorkommt, so muß man den Angriffspunkt der Kraft

P' auf den Umfang der Riemenscheibe reduzieren, so daß die Umfangskraft aus der Gleichung $P = \frac{P' \cdot d'}{d}$ zu bestimmen ist, oder in der Gleichung des Wirkungsgrades muß d' statt d gesetzt werden, wenn P' benutzt wird.

Ein Beispiel möge diese Messung erläutern:

Einen Nebenschlußmotor für

$E_k = 220$ V Spannung, $J_a = 30$ A Stromstärke im Anker,

$J_n = 0,75$ A Stromstärke im Nebenschluß

ließ man vor dem Versuch zur Erreichung eines dem normalen Betriebe entsprechenden Zustandes mehrere Stunden laufen, bis der Leerlaufsstrom konstant blieb.

Darauf wurde er bei konstanter Klemmenspannung E_k und verschiedener Belastung J_a durch Pronyschen Zaum mit Wasserkühlung abgebremst, wobei sich aus den Beobachtungen folgende Tabelle (1) ergab:

Tabelle 1.

 $E_k = 228$ V = konst, $J_n = 0,75$ A = konst. $d' = 1,00$ m, $d = 0,15$ m

J_a A	P' kg	n Umdr./min	P kg	J A	N P	η %
2,1	0	1500	0	2,85	0	0
5,5	0,56	1490	3,73	6,25	0,58	31,0
11,0	1,84	1485	12,25	11,75	1,90	54,0
14,0	2,72	1485	18,10	14,75	2,82	64,0
20,0	4,65	1490	31,00	20,75	4,83	78,0
24,0	5,80	1490	38,70	24,75	6,04	81,6
28,0	6,85	1495	45,60	28,75	7,15	83,3
30,0	7,35	1500	49,00	30,75	7,70	84,0
33,0	8,00	1500	53,40	33,75	8,36	83,1
beobachtet			berechnet			

Aus den beobachteten Werten J_a , P' und n der Tabelle werden dann die anderen Größen folgendermaßen berechnet:

die Umfangskraft $P = P' \frac{d'}{d}$,

die Gesamtstromstärke $J = J_a + J_n$,

die effektive Leistung in Pferdestärken¹⁾

¹⁾ Neuerdings (ETZ. 1911, S. 722) ist vom Ausschuß f. Einheiten und Formelzeichen (AEF) zum Ersatz für die Pferdestärke als Einheit der technischen Leistung 1 Kilowatt (kW) oder Neupferd (NP) = 102 kgm/sec vorgeschlagen worden.

$$N = \frac{P' \cdot d'}{75} \cdot \frac{\pi \cdot n}{60} \quad P = 9,81 \cdot \frac{P' \cdot d'}{1000} \cdot \frac{\pi \cdot n}{60} \quad \text{KW oder NP}$$

$$\text{und der Wirkungsgrad } \eta = \frac{P' \cdot d'}{E_k \cdot J} \cdot \frac{\pi \cdot n}{60} \cdot 9,81.$$

Der Übersicht wegen tragen wir nun alle Werte in Abhängigkeit von der abgegebenen Leistung N in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein, wie Fig. 191 zeigt.

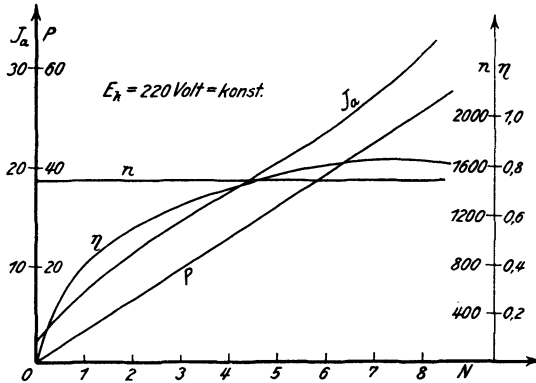


Fig. 191.

Zur Erzielung einer größeren Genauigkeit ordnet Jobst¹⁾ alle Instrumente auf einem Brett an und photographiert die Angaben für die verschiedenen Belastungen.

c) Indikatormethode.

Nehmen wir an, daß der Generator mit einer Dampfmaschine direkt gekuppelt ist, so ist der Wirkungsgrad nach den Verbandsvorschriften aus der Leistung und den meßbaren Verlusten ohne Rücksicht auf Reibung zu bestimmen.

Bevor wir jedoch auf die Methode näher eingehen, wollen wir erst feststellen, welche Verluste überhaupt in einer Gleichstrommaschine auftreten können. Denken wir uns vorläufig den Anker im Magnetfelde rotierend, ohne daß er einen Strom führt, so wird zur Überwindung der Reibung in den Lagern und an den Bürsten, des Luftwiderstandes und der Ventilation des Ankers eine Leistung verbraucht, die wir L_0 nennen wollen. Infolge Um-

¹⁾ ETZ. 1902, S. 630

magnetisierung des Eisens tritt im Anker ein Verlust durch Hysterisis L_h auf, zu dem noch der Wirbelstromverlust L_w hinzukommt, der sich teils aus der Drehung der Eisenmassen in einem magnetischen Feld herleitet, teils in den massiven Polschuhen entsteht, wenn der Anker Nuten besitzt, durch welche Fluktuationen des magnetischen Kraftflusses hervorgerufen werden.

Außerdem bilden sich in dem Ankerkupfer und den massiven Metallteilen, soweit sie sich in veränderlichen Magnetfeldern befinden, ebenfalls Wirbelströme, die hier nur einen geringen Prozentsatz ausmachen.

Führt die Maschine einen Strom J , so kommt neben den Wirbelstromverlusten im Ankerkupfer L_{w_a} noch der Verlust durch Stromwärme $L_{r_a} = J_a^2 \cdot R_a$ und der Übergangsverlust zwischen Kommutator und Bürsten $L_{r_u} = J_a^2 \cdot R_u$ dazu, worin R_a und R_u den Anker- bzw. Bürstenübergangswiderstand darstellen. Für die Erregung des Magnetfeldes ist allgemein der Verlust $L_{r_e} = E_k \cdot J_e$ und speziell $L_{r_n} = E_k \cdot J_n = J_n^2 \cdot R_n$ bei Nebenschluß- oder $L_{r_h} = J^2 \cdot R_h$ bei Hauptschlußmaschinen einzuführen. Für die Wirkungsgradbestimmung nach den indirekten Methoden wird nun angenommen, daß der Reibungsverlust sich mit der Belastung nicht ändert, sondern konstant bleibt, wenn n sich nicht ändert.

Bezüglich der Eisenverluste tritt insofern eine Änderung bei Belastung auf, als das Feld sich ändert. Der Unterschied ist aber von so geringem Einfluß auf das Resultat, daß wir auch $L_h + L_w$ als annähernd konstant ansehen können.

Zur Bestimmung der Verluste läßt man die Maschine ohne Erregung des Feldes mit normaler Drehzahl laufen und nimmt dabei ein Indikatordiagramm auf, vermittels dessen man die zum Leerlauf ohne Erregung notwendige Leistung L_1 berechnet.

In gleicher Weise verfahren wir bei erregter Dynamo, wobei sich eine Leistung L_2 ergibt. Die Differenz $L_2 - L_1$ dient dann zur Kompensierung der Verluste durch Hysterisis und Wirbelströme im Eisen $L_h + L_w$ sowie zur Erzeugung der eventuellen Erregerverluste L_{r_e} einschl. derjenigen im Nebenschlußregulator, woraus folgt:

$$L_2 - L_1 = L_h + L_w + L_{r_e}.$$

Es bleiben jetzt noch die Verluste durch Stromwärme im Anker L_{r_a} und infolge des Bürstenübergangswiderstandes L_{r_u} , die man leicht durch Messung des Ankerwiderstandes R_a und des Übergangswiderstandes R_u bestimmen kann. Dagegen vernachlässigen wir hier die Verluste L_{w_a} .

Zur Messung des Widerstandes R_a verwendet man die Thomsonsche Doppelbrücke, indem man den Strom an zwei bestimmten Lamellen des Kommutators zuführt und von hier auch die Spannungsdrähte der Brücke fortführt.

Die Entfernungen y_m zwischen den beiden Lamellen, durch welche die Wicklung in zwei gleiche Teile zerlegt wird, lassen sich nach folgender Tabelle (2)¹⁾ bestimmen, wenn man die Schaltung kennt.

Tabelle 2.

Wicklung	Lamellenzahl K	Kommutatorschritt y_k	y_m
Parallel-, Reihen- und Reihen-Parallelschaltung	gerade	gerade oder ungerade	$\frac{K}{2}$
Reihen und Reihen-Parallel	ungerade	gerade	$\frac{\pm y_k}{2}$
		ungerade	$\frac{K \pm y_k}{2}$
Parallel-schaltung	ungerade	gerade	$\frac{K + 1}{2}$
		ungerade	$\frac{K - a/p}{2}$

Darin ist K die Kommutatorlamellenzahl, $y_k = \frac{y_1 \pm y_2}{2}$ der Kommutatorschritt, wobei $y_1 + y_2$ bei Wellen- und $y_1 - y_2$ bei Schleifenwicklungen benutzt werden muß.

Hat man auf Grund einer solchen Messung den Widerstand zwischen den oben bezeichneten Lamellen gleich r gefunden, so ist der ganze Widerstand aller hintereinandergeschalteten Spulen $4r$ und demnach der Ankerwiderstand $R_a = \frac{4r}{(2a)^2} = \frac{r}{a^2}$ für ein-

¹⁾ Wettler, ETZ. 1902, S. 8.

fach und $R_a = \frac{r}{a^2} \cdot \frac{1}{m}$ für m -fach geschlossene Wicklungen, worin $2a$ die Anzahl der Ankerzweige bedeutet. Am besten führt man diese Messungen nach einer Belastungsprobe aus oder nachdem der Meßstrom einige Zeit den Anker durchflossen hat, wobei es vorteilhaft ist, den Widerstand in Abhängigkeit vom Ankerstrom als $f(R_a, J_a)$ durch mehrere Versuche zu bestimmen.

Der Bürstenübergangswiderstand R_u kann in folgender Weise gemessen werden: Auf einen Bürstenstift wird eine Bürste direkt und eine isoliert aufgesetzt und bei normaler Umdrehungszahl ein Meßstrom J durch beide hindurchgeleitet. Mißt man noch den an den Bürsten auftretenden Spannungsverlust E_u , so ergibt sich der Übergangswiderstand pro Bürste $r_u = \frac{E_u}{2J}$, aus dem dann R_u leicht gefunden werden kann (vgl. auch Kap. 8, S. 319).

Wichtig ist dabei, daß neben richtiger Drehrichtung beide Bürsten gut eingelaufen sind, und daß R_u für verschiedene Stromstärken J bestimmt wird, so daß man durch graphische Darstellung eine Kurve $f(R_u, J)$ erhält.

Besitzt die Maschine mehr als zwei Bürstenstifte, so kann man folgende von Dettmar¹⁾ angegebene Methode verwenden, ohne daß Fehler durch die remanente Spannung zu befürchten sind. Zwei Bürstenstifte gleicher Polarität werden nach Lösung ihres Verbindungsstückes an eine Stromquelle angeschlossen und die infolge des Meßstromes J zwischen den Bürsten auftretende Potentialdifferenz E_u bei normaler Geschwindigkeit des Kommutators gemessen, woraus der Widerstand $r_u = \frac{E_u}{2J}$ pro Stift folgt. Sind im ganzen s Stifte gleicher Polarität vorhanden, so erhält man als Übergangswiderstand $R_u = \frac{2 \cdot r_u}{s}$. Bei dieser Messung ist allerdings noch eine Ankerwicklung vom Meßstrom durchflossen, deren Widerstand als verschwindend kleiner Teil des Gesamtwiderstandes vernachlässigt werden kann. Diese Windung beeinflußt auch die Messung gar nicht, da sie in der neutralen Zone gelegen ist. Will man jedoch ganz sicher gehen, so mißt man mit kommutiertem Strom und nimmt das Mittel

¹⁾ ETZ. 1900, S. 732.

aus beiden Werten. Diese Messung führt man auch an den anderen Bürstenstiften aus und nimmt das Mittel aus allen Beobachtungen.

Im allgemeinen wird man jedoch davon absehen können, die Widerstände R_a und R_u getrennt zu bestimmen, besonders wenn man den Wirkungsgrad größerer installierter Maschinen an Ort und Stelle bestimmen soll, und umständliche Hilfsmittel wie Doppelbrücke, Galvanometer usw. nicht zur Verfügung stehen. In diesem Falle bestimmen wir den Gesamtwiderstand $R_k = R_a + R_u$ zwischen den Ankerklemmen, indem wir die Maschine mit normaler Drehzahl laufen lassen, wobei an den Klemmen eine remanente Spannung e' auftreten wird. Schicken wir dann einen Meßstrom $+J$ durch die Wicklung, so kommt noch ein Spannungsverlust $E_{v_a} = J \cdot (R_a + R_u)$ dazu, so daß wir im ganzen $e_1 = e' + E_{v_a}$ am Spannungsmesser ablesen, wenn das Instrument mehr anzeigt, als wenn der Meßstrom J Null ist. Kommutieren wir jetzt den Meßstrom, so entspricht die Ablesung nach derselben Seite dem Werte $e_2 = e' - E_{v_a}$.

Daraus rechnet sich dann

$$E_{v_a} = \frac{e_1 - e_2}{2} \quad \text{und damit} \quad R_a + R_u = R_k = \frac{e_1 - e_2}{2J}.$$

Auch hierbei wird man den Widerstand in Abhängigkeit von dem für den Wirkungsgrad maßgebenden Strom feststellen, da speziell der Übergangswiderstand R_u wesentlich vom Strome abhängt, weil sich der spezifische Widerstand der Kohle mit der Stromdichte sehr stark ändert, und zwar mit kleiner Stromdichte größer wird.

Will man sich vom Einfluß der Remanenz freimachen, so kann man dieselbe durch ein gleich großes entgegengesetztes Feld vernichten, indem man die Magnetwicklung durch eine besondere Stromquelle von einem solchen Strom durchfließen läßt, daß der Spannungsmesser bei normaler Umdrehungszahl der Maschine keine Ablenkung zeigt.

Würden diese Messungen des Widerstandes R_a und R_u dazu benutzt, um daraus für die belastete Maschine die Verluste L_{r_a} und L_{r_u} zu berechnen, so würden die zusätzlichen Verluste durch Wirbelströme im Ankerkupfer L_{w_a} , die infolge des Ankerfeldes auftreten, nicht berücksichtigt sein. Es empfiehlt sich daher, für genaue Messungen den effektiven Widerstand $R_a + R_u$ durch

Messung der Kurzschlußleistung L_k bei verschiedenen Stromstärken zu bestimmen, woraus dann $R_a + R_u = \frac{L_k}{J_a^2}$ folgt.

Sind diese Messungen an einer Maschine ausgeführt, so findet man daraus die Leistungsverluste

$$L_{r_a} = J_a^2 \cdot R_a \quad \text{und} \quad L_{r_u} = J_a^2 \cdot R_u \quad \text{bzw. ihre Summe } L_{v_a}$$

und damit den Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{E_k \cdot J}{E_k \cdot J + J_a^2 \cdot R_a + J_a^2 \cdot R_u + L_h + L_w + L_{r_e}}.$$

Trotzdem in bezug auf die Genauigkeit dieser Methode wegen der Ungenauigkeit der bei Leerlauf aufgenommenen Indikatordiagramme manche Bedenken geäußert worden sind, so kann man doch genaue Resultate erzielen, wenn man mit der richtigen Füllung arbeitet. Außerdem ist diese Methode für direkt gekuppelte Maschinen die einfachste und jedenfalls genauer als die bisher übliche durch Aufnahme eines Leerlauf- und eines Belastungsdiagramms, die man allgemein in einwandfreier Weise nicht miteinander in Verbindung setzen darf.

d) Differential- oder Zurückarbeitungsmethode.

Nach den Vorschriften des VdE führt diese Messung die Bezeichnung „indirekte elektrische Methode“. In der Praxis ist sie meistens als „Sparschaltung“ bekannt. Voraussetzung ist dabei, daß mindestens zwei Maschinen derselben Bauart, Spannung und Leistung zur Verfügung stehen, wie es besonders bei einer Massenfabrikation oder auch bei Straßenbahnmotoren der Fall ist.

Die beiden Maschinen werden nach Hopkinson¹⁾ miteinander mechanisch und elektrisch so gekuppelt, daß eine von ihnen als Motor, die andere als Generator arbeitet. Der Antrieb erfolgt durch einen geeichten Hilfsmotor²⁾.

Da hierbei die beiden Maschinen verschiedenartig magnetisch und elektrisch beansprucht werden, erhält man nur angenäherte Werte für η_g und η_m des Generators und Motors, die um so

¹⁾ Phil. Tr. Roy. Soc. 1886. I, und: Original papers 1901, Bd. I, S. 106.

²⁾ ETZ. 1909, S. 866.

fehlerhafter werden, je kleiner die Leistung wird, welche die beiden Maschinen unterhalb der normalen Belastung liefern. Die Methode ist daher von Kapp¹⁾ dahin abgeändert worden, daß er den Hilfsmotor fortläßt und die eine Maschine als Motor direkt vom Netz aus antreibt (Fig. 192), so daß die beiden Maschinen gewissermaßen parallel zu einander arbeiten. Um eine bequeme Regulierung der Spannung zu erhalten, wählt man am besten Fremd-erregung, für die der Strom bei Hauptschlußmaschinen einer Hilfsbatterie von niedriger Spannung entnommen wird.

Nachdem die Magnetfelder erregt sind, können beide Maschinen auch zu gleicher Zeit mittels des Anlaßwiderstandes

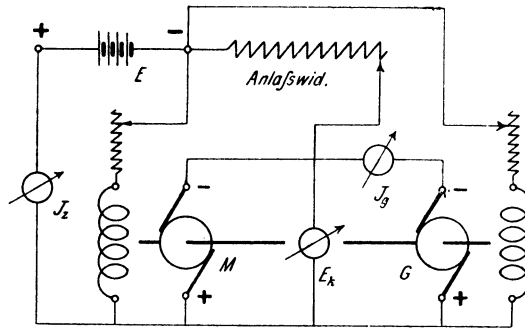


Fig. 192.

eingeschaltet werden, und es wird dann die Erregung des Generators stärker als die des Motors reguliert, so daß die normale Drehzahl, Spannung und die mittlere Stromstärke auftritt. Sobald der stationäre Zustand erreicht ist, liest man die Spannung E_k und die Ströme J_g und J_z ab. Dann würde der Wirkungsgrad der ganzen Anordnung allgemein durch die Gleichung

$$\eta_g \cdot \eta_m = \frac{E_{k_g} \cdot J_g}{E_{k_m} \cdot J_g + E \cdot J_z}$$

dargestellt werden können, worin E_{k_g} die Klemmenspannung des Generators, E_{k_m} die des Motors bedeutet. In diesem Fall ist $E_{k_g} = E_{k_m} = E_k = E$, so daß wir unter der allerdings nicht ganz

¹⁾ El. Eng. Bd. 9, S. 87 u. 102; Fortschr. d. El. 1892, S. 1 u. 9.

einwandfreien Annahme, daß $\eta_g \approx \eta_m \approx \eta$ ist, erhalten

$$\eta \approx \sqrt{\frac{J_g}{J_g + J_z}}.$$

Sind die Maschinen nicht direkt gekuppelt, sondern durch Riemen oder Transmission miteinander verbunden, so muß auch der Wirkungsgrad der Übertragung η_u berücksichtigt werden,

wofür dann $\eta \approx \sqrt{\frac{J_g}{(J_g + J_z) \cdot \eta_u}}$ wird.

Eine andere Anordnung ist von Müller und Matteredorf¹⁾ für Hauptschlußmotoren angegeben.

Da bei dieser Messung die vom Motor aufgenommene Energie zum größten Teil durch den Generator an das Netz zurückgegeben wird, so ist nur der Betrag zur Kompensierung der Verluste in beiden Maschinen von der Stromquelle zu bestreiten. Daher eignet sich diese Methode auch für größere Maschinen nicht nur für die Bestimmung des Wirkungsgrades, sondern auch für Belastungsproben, weswegen sie in den Fabriken ziemlich gebräuchlich ist, trotzdem die Genauigkeit der Messung keine sehr große ist, da die Stromstärke im Motor $J_m = J_g + J_z - (J_{n_g} + J_{n_m})$ größer als J_g im Generator ist und dieser wieder eine höhere magnetische Beanspruchung als der Motor erleidet. Hierbei ist es auch möglich, die beiden Maschinen gegeneinandergeschaltet ans Netz anzuschließen.

Hutchinson²⁾ hat die Parallelschaltung von Kapp dahin modifiziert, daß er mit Hilfe der Erregung den magnetischen Zustand auf den gleichen normalen Wert einstellte und die im Generatorkreis notwendige höhere Spannung durch Einführen einer Zusatzspannung erzeugte.

Erst Blondel³⁾ hat durch Vereinigung dieser Schaltung mit der ersten Hopkinsonschen Anordnung eine einwandfreie Methode nach Fig. 193 erhalten, wobei beide Maschinen elektrisch und magnetisch normal beansprucht werden.

Die beiden Maschinen werden zuerst von einem geeichten Zusatzmotor Z angetrieben und auf gleiche EMKe $E_g = E_a$

¹⁾ Die Bahnmotoren.

²⁾ El. Eng. 1893. Ind. El. 1905, S. 39 (Baldine). ETZ. 1909, S. 866.

³⁾ Traction El. 1898, Bd. II, S. 370.

(d. h. $E_{k_m} = E_{k_g}$) für $J_g = 0$ ($R = \infty$) erregt. ($E_g =$ elektromotorische Gegenkraft des Motors, $E_a =$ EMK des Generators). Der Motor hat dann die Reibungs- und Eisenverluste $2 \cdot (L_\rho + L_{hw}) = E_z \cdot J_z \cdot \eta_z$ zu überwinden. Nun schließt man R über einen Zellschalter ZS und stellt den erforderlichen Strom J_g ein. Dann wird.

$$E_{k_g} = E_a - E_{r_g} - J_g \cdot (R_{a_g} + R_{u_g})$$

$$E_{k_m} = E_g - E_{r_m} + J_g \cdot (R_{a_m} + R_{u_m}),$$

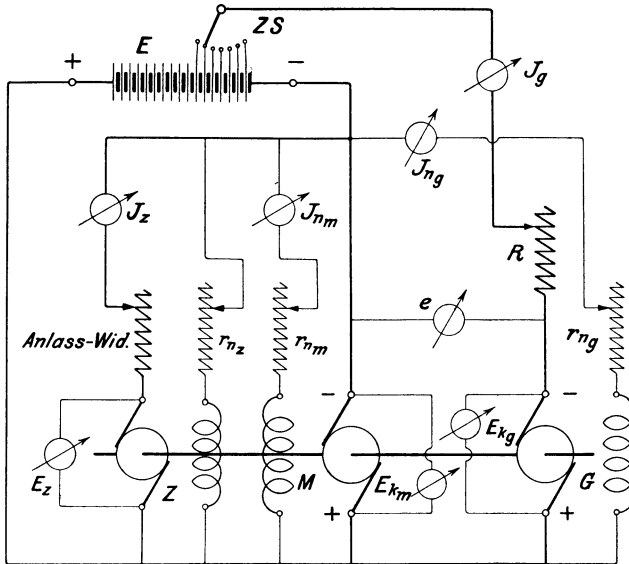


Fig. 193.

worin E_{r_g} und E_{r_m} den Spannungsabfall infolge Rückwirkung (und eventueller Bürstenverstellung) bedeuten.

Aus beiden Gleichungen folgt:

$$E_{k_m} - E_{k_g} = e = J_g \cdot [(R_{a_g} + R_{u_g}) + (R_{a_m} + R_{u_m})] + (E_{r_g} - E_{r_m})$$

oder, wenn man $E_{r_g} = E_{r_m}$ setzt,

$$e = J_g \cdot [(R_{a_g} + R_{u_g}) + (R_{a_m} + R_{u_m})] = E_{v_{a_g}} + E_{v_{a_m}}$$

Die im Ankerwiderstand $R_a + R_u$ verbrauchte Leistung ist dann

$L_{\nu a} = \frac{e \cdot J_g}{2}$ für jede Maschine, wenn man die Ankerwiderstände R_{k_g} und R_{k_m} gleich groß setzt. Zur Erregung sind

$$L_{r_{n_m}} = E \cdot J_{n_m} \quad \text{und} \quad L_{r_{n_g}} = E \cdot J_{n_g} \quad W$$

verbraucht.

Es rechnet sich daher der Wirkungsgrad (nach Gl. 3, S. 259) für den Motor

$$\eta_m = \frac{E_{k_m} \cdot J_g - \frac{e \cdot J_g + E_z \cdot J_z \cdot \eta_z}{2}}{E_{k_m} \cdot J_g + E \cdot J_{n_m}}$$

und für den Generator (Gl. 2, S. 259)

$$\eta_g = \frac{E_{k_g} \cdot J_g}{E_{k_g} \cdot J_g + \frac{e \cdot J_g + E_z \cdot J_z \cdot \eta_z}{2}}$$

Diese Methode ist ebenfalls für Dauerversuche zur Feststellung der Temperaturerhöhung brauchbar. Wenn sie auch die Bestimmung des Wirkungsgrades mit großer Genauigkeit zuläßt, so ist sie doch wegen des mechanischen Antriebs etwas umständlich. Man wird daher allgemein aus praktischen Gründen die einfachere Methode von Hutchinson anwenden.

Oft ist es nicht möglich, 2 Maschinen zu benutzen. Die Methode läßt sich jedoch schon bei einer Maschine ausführen, wenn man nach Kolben¹⁾ die Hälfte der Pole stärker erregt. Allerdings eignen sich dazu nur Maschinen mit Parallelschaltung ohne oder mit abnehmbaren Äquipotentialverbindungen, wenn die Polzahl 4 oder ein Vielfaches davon ist.

e) Leerlaufs- und Kurzschlußversuch.

Diese Methode kann zu den einfachsten und mit geringen Hilfsmitteln am bequemsten ausführbaren gerechnet werden, wenn man nur den Leerlaufsversuch allein vornimmt. Will man dagegen die Verluste durch Wirbelströme im Anker berücksichtigen, so muß man noch den Kurzschlußversuch machen, da sonst der Wirkungsgrad ohne diesen zu groß ausfallen würde, was besonders für große Maschinen in Frage kommt. Man ist dabei

¹⁾ El. u. M. Wien. 1908, S. 25, 125, 348.

von der Voraussetzung ausgegangen, daß sich die Verluste einer belasteten Maschine mit ausreichender Genauigkeit durch Superposition der Leerlaufs- und Kurzschlußverluste bestimmen lassen¹⁾.

Legt man einen Motor an eine Stromquelle an, so wird der Anker bei der Spannung E_{k_0} für Leerlauf einen Strom J_0 aufnehmen. Da er an der Riemenscheibe keine Leistung abgibt, so dient die aufgenommene Energie $L'_0 = E_{k_0} \cdot J_0$ zur Kompensierung der bei Leerlauf auftretenden Verluste. Diese setzen sich nun bei Belastung aus folgenden Teilen zusammen:

1. Stromwärmeverlust $L_{v_a} = J_a^2 \cdot (R_a + R_u) = J_a^2 \cdot R_k$,
2. Reibungsverlust $L_\rho = c \cdot n^{1,5}$
3. Hysteresis- und Wirbelstromverlust im Eisen
 $L_{hw} = L_h + L_w$,
4. Erregerverlust für das Magnetfeld L_{r_e} .

Letzterer ist bei Hauptschlußmaschinen $L_{r_k} = J^2 \cdot R_h$, bei Nebenschlußmaschinen $L_{r_n} = E_k \cdot J_n$.

Haben wir nun durch eine Messung den Widerstand des Motors R_k bestimmt, so wird, da wir die Maschine im allgemeinen mit Fremderregung untersuchen wollen,

$$L'_0 = E_{k_0} \cdot J_0 = J_0^2 \cdot R_k + L_\rho + L_h + L_w$$

sein, woraus folgt

$$L_\rho + L_h + L_w = E_{k_0} \cdot J_0 - J_0^2 \cdot R_k = L_0.$$

Die auf diese Weise gemessenen drei Verluste können jedoch nur den bei Belastung auftretenden gleichgesetzt werden, wenn die Ursachen, von denen sie hervorgerufen werden, dieselben geblieben sind.

Nun sind die Reibungsverluste von der Drehzahl, die Hysteresis- und Wirbelstromverluste von der magnetischen Induktion \mathfrak{B}_a im Ankereisen und der Periodenzahl ν der Ummagnetsierung abhängig. Da die Periodenzahl $\nu = \frac{p \cdot n}{60}$ der Drehzahl proportional ist, so müssen wir beim Leerlaufsversuch dieselbe Drehzahl und dieselbe magnetische Induktion im Anker wie bei Belastung haben. Die Induktion können wir zwar direkt nicht

¹⁾ ETZ. 1903, S. 476 (Arnold).

messen, sie ist aber bestimmend für die Größe der im Anker induzierten EMK, und diese steht in einem einfachen Zusammenhang mit der Klemmenspannung E_k der Maschine. Dabei muß man natürlich berücksichtigen, ob ein Motor oder Generator untersucht werden soll. Für einen Motor ist die induzierte EMK (Gegenkraft) bei Belastung $E_{gb} = E_k - J_a \cdot R_k$, wobei E_k und J_a die für normalen Betrieb in Frage kommenden Größen sind. Bei Leerlauf wird $E_{go} = E_{k_o} - J_o \cdot R_k$.

Da nun $E_g = c \cdot \mathfrak{B}_a$ ist und \mathfrak{B}_a konstant bleiben soll, so muß $E_{go} = E_{gb}$ sein, woraus folgt:

$$E_{k_o} - J_o \cdot R_k = E_k - J_a \cdot R_k.$$

Es muß demnach dem Motor bei dem Versuch zur Feststellung der Verluste eine Klemmenspannung bei Leerlauf

$$E_{k_o} = E_k - J_a \cdot R_k + J_o \cdot R_k$$

geboten werden. Hierin ist ja R_k durch Messung in Abhängigkeit von J und J_o gefunden.

J_o wird durch einen Vorversuch bestimmt, indem man den Motor bei der Spannung $E_k - J_a \cdot R_k$ laufen läßt.

Ist die zu untersuchende Maschine ein Generator, so können die Verluste $L_\rho + L_h + L_w$ ebenfalls aus der Leistung gefunden werden, welche der als Motor laufende Generator bei Leerlauf aufnimmt. Da in diesem Fall als belasteter Generator

$$E_{ab} = E_k + J_a \cdot R_k$$

und als leerlaufender Motor $E_{go} = E_{k_o} - J_o \cdot R_k$ ist, so folgt aus der Beziehung

$$E_{go} = E_{ab} \quad \text{auch} \quad E_{k_o} - J_o \cdot R_k = E_k + J_a \cdot R_k,$$

oder dem als Motor laufenden Generator muß die Klemmenspannung

$$E_{k_o} = E_k + J_a \cdot R_k + J_o \cdot R_k$$

geboten werden, worin J_o ebenfalls durch einen Vorversuch bei der Spannung $E_k + J_a \cdot R_k$ festgestellt wird.

Es bleiben noch die Verluste

$$L_a = J_a^2 \cdot R_a, \quad L_{r_u} = J_a^2 \cdot R_u, \quad L_{w_a} \quad \text{und} \quad L_{r_e}$$

zu bestimmen.

Darin läßt sich $L_{r_e} = E_k \cdot J_e$ leicht berechnen, dagegen muß L_{w_a} zusammen mit L_{r_a} und L_{r_u} experimentell gefunden werden, und zwar geschieht das durch den Kurzschlußversuch in folgender Weise:

Ein Hilfsmotor wird für verschiedene Belastung geeicht, d. h. sein Wirkungsgrad in Abhängigkeit von der eingeführten elektrischen Energie bestimmt und dann mit der zu untersuchenden Maschine gekuppelt, die er mit der normalen Drehzahl als Generator im richtigen Sinne antreibt. Schließt man die Klemmen durch einen Strommesser kurz und erregt das Feld, falls die Remanenz nicht ausreichen sollte, durch eine Hilfsbatterie so weit, bis der für den Wirkungsgrad in Frage kommende Strom J_a vom Anker abgegeben wird, dann verbraucht der Generator beim Kurzschluß die Leistung L_k' , welche aus der eingeführten des Motors mit Hilfe der Eichkurve oder des Wirkungsgrades leicht bestimmt werden kann. In diesem Wert L_k' sind nach der Gleichung $L_k' = L_{r_a} + L_{r_u} + L_{w_a} + L_\rho + L_{h_w}'$ sämtliche Verluste enthalten, wobei L_{h_w}' ein ganz kleiner Eisenverlust infolge der schwachen Erregung ist.

Hierbei sei darauf hingewiesen, daß die Bürsten keinesfalls in Motorstellung, d. h. gegen die Drehrichtung verschoben stehen dürfen. Wie gefährlich das werden kann, zeigt sich aus der Tatsache, daß bei einem 1100 kW-Generator, der bei voller Drehzahl ($n = 90$) ohne Erregung kurzgeschlossen wurde, in demselben Augenblick das Ankerkreuz durchbrach, da die Maschine infolge der längsmagnetisierenden Wirkung der Ankerströme ein starkes Feld erzeugte und sich mit ungewöhnlich hoher Stromstärke im Anker fast plötzlich bremste.

Nun öffnen wir den Kurzschluß und erhalten aus Ablesung und Eichkurve eine andere dem Generator zugeführte Leistung

$$L_k'' = L_\rho + L_{h_w}'$$

die nur die mechanischen und Eisenverluste der Kurzschluß-Leistung L_k enthält. Aus beiden Werten folgt dann:

$$L_k = L_k' - L_k'' = L_{r_a} + L_{r_u} + L_{w_a}.$$

Dieser Versuch wird für einen Motor oder Generator in gleicher Weise ausgeführt, und erhalten wir dann als Endresultat den

Wirkungsgrad für einen Generator

$$\eta_g = \frac{E_k \cdot J}{E_k \cdot J + L_k + L_o + L_{r_e}},$$

und für einen Motor

$$\eta_m = \frac{E_k \cdot J - (L_o + L_k + L_{r_e})}{E_k \cdot J}$$

wenn E_k in beiden Fällen die Klemmenspannung und $J = J_a - J_n$ den Nutzstrom für den Generator, dagegen $J = J_a + J_n$ den Gesamtstrom beim Motor mit Nebenschlußschaltung bezeichnet.

In ähnlicher Weise könnte man vermittels des Hilfsmotors auch die Verluste $L_\rho + L_h + L_w$ bestimmen, wenn sich in einzelnen Fällen (z. B. bei Wechselstrommaschinen) der direkten Bestimmung Schwierigkeiten entgegenstellen oder eine gleichartige Stromquelle, wie sie die zu untersuchende Maschine erfordert, nicht vorhanden ist. (Vgl. Hilfsmotormethode h.)

Zur Erläuterung dieses Versuchs diene folgendes Beispiel: Für einen Nebenschlußmotor soll bei $E_k = 220$ V Klemmenspannung, $n = 1650$ U/min und $J_a = 15$ A Belastungsstrom der Wirkungsgrad η_m bestimmt werden, wenn der normale Erregerstrom $J_n = 0,42$ A, der Widerstand $R_k = 0,7 \text{ } \Omega$ bei 2 A und $0,63 \text{ } \Omega$ bei 15 A beträgt.

Durch einen Vorversuch wurde festgestellt, daß der Leerlaufstrom nach ca. dreistündigem Betrieb konstant blieb und 2 A betrug. Daraus ergibt sich die für die Untersuchung notwendige Spannung

$$E_{k_o} = E_k - J_a \cdot R_k + J_o \cdot R_k = 220 - 15 \cdot 0,63 + 2 \cdot 0,7 = 212,9 \text{ V.}$$

Bei dieser Klemmenspannung wurde nun die Erregung so eingestellt, daß der Motor $n = 1650$ U/min machte, wobei ein Leerlaufstrom $J_o = 2,05$ A gemessen wurde. Hieraus folgt:

$$L_o = E_{k_o} \cdot J_o - J_o^2 \cdot R_k = 212,9 \cdot 2,05 - 4 \cdot 0,7 = 433 \text{ W}$$

Darauf wurde für den Kurzschlußversuch die Maschine mit einem Hilfsmotor gekuppelt und durch einen Strommesser kurz geschlossen. Da die Remanenz sehr gering war, wurde durch eine Hilfsbatterie von ca. 20 V Spannung das Feld so weit verstärkt, bis der normale Strom von $J_a = 15$ A bei $n = 1650$ U/min auftrat. Gleichzeitig wurde die Spannung des Antriebsmotors

an den Ankerklemmen aus mehreren Werten im Mittel zu $E'_k = 215$ V und der Ankerstrom $J'_o = 4,75$ A bestimmt, woraus

$$L'_k = E'_k \cdot J'_o = 215 \cdot 4,75 = 1020 \text{ W}$$

folgt. Nach Öffnung des Kurzschlusses betrug die Aufnahme nur

$$L''_k = E''_k \cdot J''_o = 214 \cdot 3,74 = 800 \text{ W}$$

Unter der Annahme, daß der Wirkungsgrad des Antriebsmotors bei diesen Stromaufnahmen als konstant angesehen werden kann, ergibt die Differenz

$$L'_k - L''_k = L_k = L_{r_a} + L_{r_u} + L_{w_a} = 1020 - 800 = 220 \text{ W.}$$

die für den normalen Strom auftretenden Ankerverluste, während man durch Rechnung nach der Gleichung

$$L_{r_a} + L_{r_u} = J_a^2 \cdot R_k \text{ nur } 15^2 \cdot 0,63 = 142 \text{ W}$$

erhalten hätte.

Der Wirkungsgrad des Motors wird demnach, wenn

$$\begin{aligned} J &= J_a + J_n \text{ ist,} \\ \eta_m &= \frac{E_k \cdot J - (L_o + L_k + L_{r_e})}{E_k \cdot J} \\ &= \frac{220 \cdot 15,42 - (433 + 220 + 220 \cdot 0,42)}{200 \cdot 15,42} \\ &= 0,781 \approx 78\% \end{aligned}$$

Würde man diese Maschine als Generator laufen lassen, so könnte man bei $J_n = 0,42$ A Erregung und $n = 1650$ U/min nur eine Klemmenspannung von $E_k = 200$ V bei 15 A Nutzstrom erhalten.

In diesem Fall ließ man zur Bestimmung des Wirkungsgrades die Maschine als Motor mit einer Spannung

$$E_{k_o} = E_k + J_a \cdot R_k + J_o \cdot R_k = 200 + 15,42 \cdot 0,63 + 2 \cdot 0,7$$

oder $E_{k_o} = 211,1$ V laufen, wobei der Leerlaufsstrom $J_o = 2,0$ A betrug.

Hieraus ergibt sich $L_o = 211,1 \cdot 2,0 - 4 \cdot 0,7 = 419$ W.

Die Verluste bei belastetem Generator ergeben sich für den Ankerstrom $J_a = 15,42$ A durch den Kurzschlußversuch zu

$$L'_k = 1029 \text{ und } L''_k = 800 \text{ W,}$$

woraus folgt $L_k = 1029 - 800 = 229$ W

Der Erregerverlust beträgt $L_{r_e} = 200 \cdot 0,42 = 84 \text{ W}$, so daß

$$\eta_g = \frac{E_k \cdot J}{E_k \cdot J + L_o + L_k + L_{r_e}} = \frac{200 \cdot 15}{200 \cdot 15 + 419 + 229 + 84} = 0,804$$

wird. Die Verluste bei Kurzschluß hätte man auch nach der sogenannten Auslaufsmethode (s. unter g) bestimmen können, wenn kein Hilfsmotor zur Verfügung sein sollte.

In einzelnen Fällen ist es sehr erwünscht, die Verluste durch Reibung, Hysteresis und Wirbelströme voneinander trennen zu können, besonders wenn es sich darum handelt, Bearbeitungs- und Fabrikationsmethoden gegeneinander auf ihre Vorzüge und Nachteile zu vergleichen, ob man z. B. gefräste oder gestanzte Nuten, Papier- oder Lackzwischenlagen beim Zusammenbau des Ankers usw. verwenden soll. Diesem Zweck dient folgende Messung:

f) Trennungsmethode.

Läßt man eine Maschine als Motor leer laufen, so nimmt sie eine Leistung $L'_o = E_{k_o} \cdot J_o$ bei einer bestimmten Drehzahl n auf, wie wir früher gesehen haben, und zwar dient L'_o zur Kompensierung der Verluste $L_p + L_h + L_w + J_o^2 \cdot R_k$, so daß

$$L_o = L_p + L_h + L_w = L'_o - J_o^2 \cdot R_k$$

wird. Verringert man E_{k_o} und hält durch Schwächung des Feldes die Drehzahl konstant, so erhält man neue Werte für L_o . Trägt man diese in Abhängigkeit von E_{k_o} in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein (Fig. 194), so erhält man als $f(L_o, E_{k_o})$ ein Kurvenstück, welches seiner Form nach zwischen einer Geraden und einer Parabel gelegen ist.

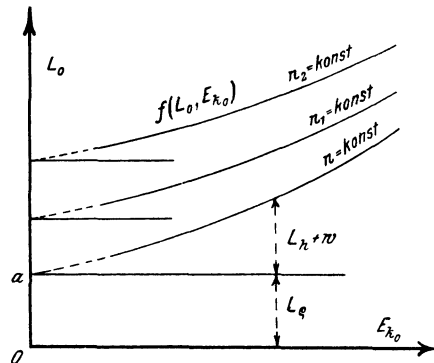


Fig. 194.

Wird nun diese Kurve bis zum Schnitt a mit der Ordinatenachse verlängert, dann stellt die Strecke $O a$

den Verlust dar, der bei normaler Drehzahl für die Spannung $E_{k_0} = 0$ auftritt. Da in diesem Falle keine Eisenverluste vorhanden sind, muß die Strecke Oa die Leistung zur Kompensation des Reibungsverlustes L_ρ darstellen. Um diese Werte möglichst genau zu erhalten, empfiehlt es sich, mit der Spannung E_{k_0} so weit als möglich herunterzugehen. Zur Erhöhung der Genauigkeit schlägt Breslauer vor, L_o als Funktion von $E_{k_0}^2$ aufzutragen, wodurch die Punkte für Spannungen unterhalb der Einheit näher an die Ordinatenachse heranrücken und die Kurve flacher wird (vgl. Fig. 196). L_ρ könnte man nach Dettmar¹⁾ auch aus zwei Gleichungen der Form $L_o = L_\rho + c \cdot E_{k_0}^2$ bestimmen,

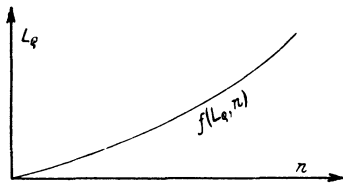


Fig. 195.

nachdem man durch eine Proberechnung festgestellt hat, daß die $f(L_o, E_{k_0})$ von dieser Gleichung wenig abweicht.

In derselben Weise werden nun für andere Drehzahlen n_1, n_2 usw. die zugehörigen Kurven aufgenommen und die Werte L_{ρ_1}, L_{ρ_2} usw. bestimmt. Durch Eintragen des Reibungsverlustes als Funktion der Drehzahl n in ein rechtwinkliges Koordinatensystem erhält man dann (Fig. 195) als $f(L_\rho, n)$ eine Kurve, die ungefähr der 1,5. Potenz von n proportional ist nach der Gleichung

$$L_\rho = c \cdot n^{1,5}.$$

Beispiel:

Gleichstromgenerator für $E_k = 110$ V, $J = 550$ A, $n = 550$ U/min, $R_k = 0,005 \text{ } \Omega$, $J_n = 5,5$ A.

Nachdem die Maschine als Motor so lange unbelastet gelaufen war, bis ein stationärer Zustand auftrat, veränderte man die Klemmenspannung E_{k_0} und die Erregung J_n , so daß die Drehzahl n konstant blieb, und notierte die aufgenommenen Ankerströme J_o . Dasselbe führte man für andere Drehzahlen n_1, n_2 usw. aus, wie folgende Tabelle (3) zeigt:

¹⁾ ETZ. 1899, S. 203.

Tabelle 3.

n = 625							
beobachtet	E_{k_0}	111,2	95,6	78	60	43	35
	J_0	38,6	35,8	36,8	39,8	48,4	56
berechnet	L_0	4270	3416	2864	2376	2070	1945
n = 550							
beobachtet	E_{k_0}	110,8	100	87,6	64	50	31
	J_0	36,3	35,1	34,2	35,2	38,6	52,3
berechnet	L_0	4010	3504	2990	2248	1922	1606
n = 450							
beobachtet	E_{k_0}	108	91	62	45	27	
	J_0	34,4	31,6	30,4	33,3	44,5	
berechnet	L_0	3710	2870	1878	1492	1190	
n = 300							
beobachtet	E_{k_0}	95	80	66	50	34	22
	J_0	30,2	28,1	26,5	25	25,8	31,4
berechnet	L_0	2860	2240	1748	1246	872	686

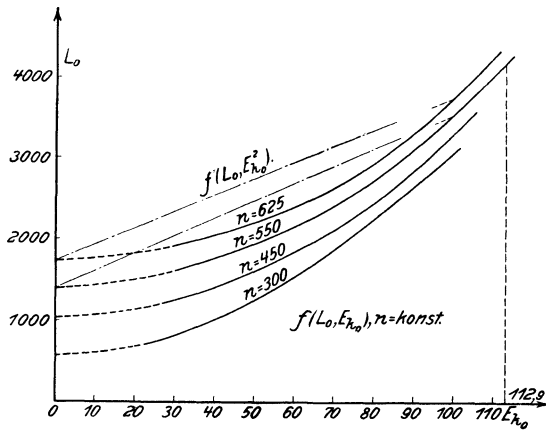


Fig. 196.

Aus E_{k_0} , J_0 und R_k ist nun

$$L_0 = E_{k_0} \cdot J_0 - J_0^2 \cdot R_k$$

berechnet und als Funktion von E_{k_0} in Fig. 196 eingezeichnet.

Durch Verlängerung der Kurven bzw. Quadrierung der Abszissen (strichpunktierte Gerade) nach S. 280 ergeben sich die Verluste L_ρ , deren Abhängigkeit von n in Fig. 197 nach folgenden Angaben (Tabelle 4) dargestellt ist.

Tabelle 4.

n	625	550	450	300
L_ρ	1725	1380	1030	570

Bestimmt man L_ρ analytisch durch die Gleichung

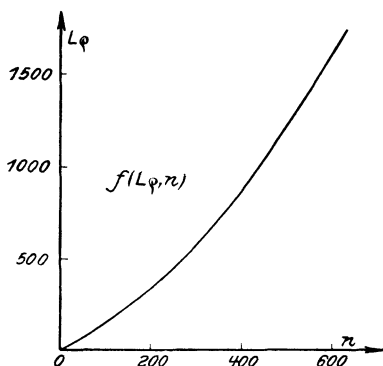


Fig. 197.

$$L_o = L_\rho + c \cdot E_{k_o}^2,$$

z. B. aus den beiden Gleichungen:

$$\text{I. } 4270 = L_\rho + c \cdot 111,2^2$$

$$\text{II. } 1945 = L_\rho + c \cdot 35^2,$$

so erhält man $L_\rho = 1695$ nur um ca. 1 % gegen den graphisch ermittelten Wert verschieden.

Aus diesen Aufnahmen läßt sich jetzt der Wirkungsgrad für den Generator leicht bestimmen. Damit die bei dem leerlaufenden Motor gefundenen Verluste für die des belasteten Generators gesetzt werden können, muß

$E_{k_o} = E_k + (J_a + J_o) \cdot R_k = 110 + (550 + 36,3) \cdot 0,005 = 112,9$ V sein. Dafür entnehmen wir aus der Kurve für $n = 550$, $L_\rho = 1380$ W und $L_o = 4140$ W, so daß $L_{hw} = 2760$ W wird. Dazu kommt noch

$$L_{v_a} = L_{r_a} + L_{r_u} = 555,5^2 \cdot 0,005 = 1545$$

$$L_{r_n} = 110 \cdot 5,5 = 605,$$

und man erhält dann:

$$\eta = \frac{110 \cdot 550}{110 \cdot 550 + 1380 + 2760 + 1545 + 605} = \frac{60500}{66790} \approx 90 \%$$

In manchen Fällen ist es verhältnismäßig schwierig, die oben angegebenen Kurven $f(L_o, E_{k_o})$ für konstante Drehzahl bei veränderlicher Erregung soweit aufzunehmen, daß aus ihrer Verlängerung die Reibungsverluste genau festgestellt werden können.

Außerdem lassen sich die Kurven schlecht zur Trennung von L_h und L_w benutzen. Dann kann man sich dadurch helfen, daß man bei Leerlauf die Leistungen L_0 als Funktion der Klemmenspannung E_{k_0} bei konstanter Erregung J_e und variabler Drehzahl n bestimmt und entsprechend verschiedenen Erregerstromstärken

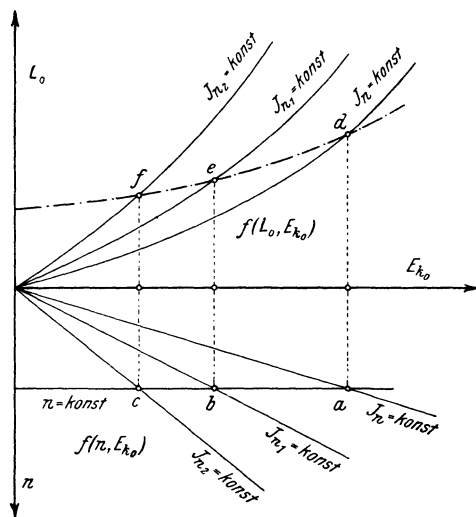


Fig. 198.

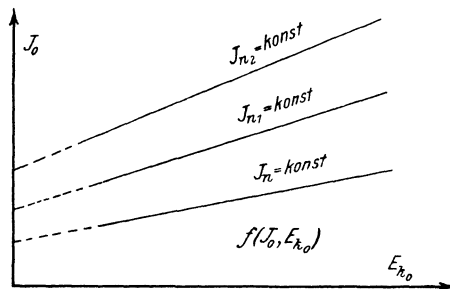


Fig. 199.

eine Schar von Kurven aufnimmt (Fig. 198), die natürlich im Koordinatenanfang endigen müssen. Gleichzeitig notiert man die Ankerströme J_0 und trägt sie als Funktion von E_{k_0} graphisch auf (Fig. 199).

Um nun L_o bei konstanter Drehzahl und veränderlicher Erregung zu erhalten, zeichnen wir uns in Fig. 198 die Kurven $f(n, E_{k_o}), J_n = \text{konst.}$ hin, ziehen für eine bestimmte Drehzahl $n = \text{konst.}$ eine Parallele zur Abszissenachse, welche die Drehzahlkurven in a, b, c schneidet. Von diesen Punkten ziehen wir vertikale Linien bis zum Schnitt mit den zugehörigen Kurven d, e, f , so gibt uns eine stetige Verbindung der Schnittpunkte die verlangte strichpunktierte Kurve $f(L_o, E_{k_o})$ für konstante Drehzahl bei veränderlicher Erregung. Dieselbe Konstruktion führen wir für die Drehzahlen n_1, n_2 usw. aus. Am besten zeichnet man sich die Kurven besonders heraus und bestimmt nach den früheren Erklärungen die Kurve der Reibungsverluste als Funktion der Drehzahl $f(L_o, n)$, wie sie in Fig. 195 angegeben ist.

Zur weiteren Trennung der Eisenverluste in Hysterisis- und Wirbelstromverluste kann man folgenden Weg einschlagen:

Man zeichnet die Kurven der Ankerströme J_o als Funktion von E_{k_o} auf, von denen vorläufig nur eine für die normale Erregung $J_n = \text{konst.}$ betrachtet werden soll (Fig. 200). In diesem

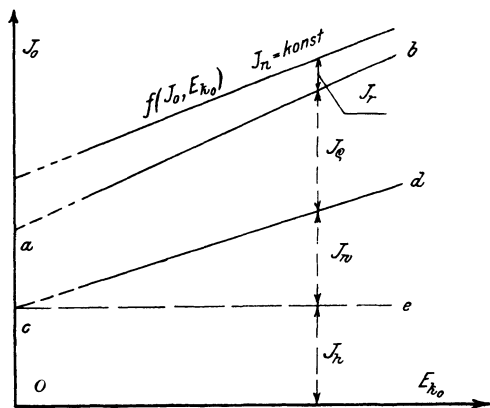


Fig. 200.

Strom J_o sind die den Leistungsverlusten $J_o^2 \cdot R_k, L_o, L_h$ und L_w äquivalenten Stromstärken J_r, J_o, J_h und J_w enthalten, und zwar ist $J_r = \frac{J_o^2 \cdot R_k}{E_{k_o}}$. Nun berechnen wir für verschiedene Spannungen E_{k_o} und Ströme J_o diesen Wert

und verkürzen die Ordinaten um die zugehörigen Stücke von J_r , woraus sich die Kurve $a \div b$ ergibt. Im allgemeinen kann man J_r wegen des geringen Einflusses vernachlässigen. Zur Bestimmung von J_ρ wählt man einige Spannungen aus und entnimmt der Fig. 198 die dazu gehörigen Drehzahlen. Für diese ergeben sich dann aus Fig. 195 die

Reibungsverluste L_ρ , woraus nach der Gleichung $J_\rho = \frac{L_\rho}{E_{k_0}}$

die dem Reibungsverlust entsprechende Stromstärke gefunden wird. Subtrahiert man von den Ordinaten der Linie $a \div b$ die Größen J_ρ , so erhält man durch Verbindung der gefundenen Punkte eine annähernd gerade Linie $cd = f(J_{hw}, E_{k_0})$, deren Verlängerung die Ordinatenachse in c schneidet.

Für konstante Drehzahl ist darin $J_h = \text{konst.}$, J_w dagegen ändert sich mit E_{k_0} . Denn es ist $L_w = E_{k_0} \cdot J_w = \frac{E_{k_0}^2}{R_w}$, worin R_w den Widerstand des Wirbelstromkreises bedeutet. Daraus folgt $J_w = \frac{1}{R_w} \cdot E_{k_0} = c \cdot E_{k_0}$. Addiert man auf beiden Seiten J_h , so ergibt sich

$$J_w + J_h = c \cdot E_{k_0} + J_h$$

als Gleichung einer Geraden, deren Ordinatenachsenabschnitt gleich J_h sein muß, da für $E_{k_0} = 0$ die Wirbelstromverluste verschwinden. Es stellt somit die Strecke Oc den zur Kompensierung der Hysterisisverluste notwendigen Strom J_h dar. Zieht man zur Abszissenachse die Parallele ce , so entsprechen die Ordinaten zwischen den Linien ce und cd den Strömen J_w .

Multipliziert man die so gefundenen Ströme mit den zugehörigen Klemmenspannungen und trägt die Produkte als Funktion

von E_{k_0} auf, so erhält man übersichtlichere Kurven (Fig. 201), welche direkt die Verluste in W für konstante Erregung

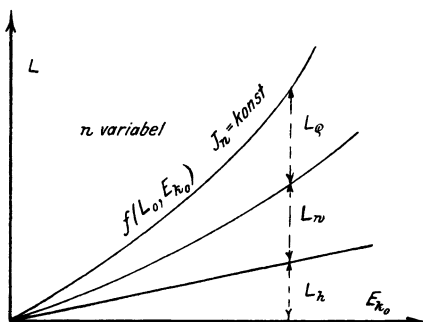


Fig. 201.

bei veränderlicher Drehzahl angeben. In derselben Weise kann man nun die Konstruktion für die anderen Erregungen durchführen und erhält dann eine Kurvenschar, aus der man die

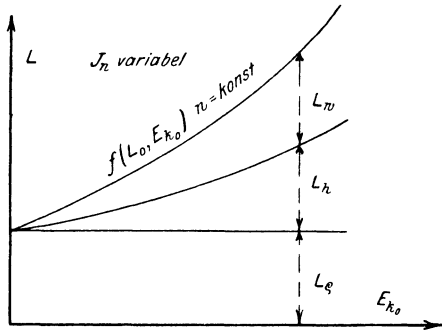


Fig. 202.

zu einer konstanten Drehzahl bei veränderlicher Erregung gehörenden Verluste entnehmen kann. Trägt man die so gefundenen Werte als Funktion von E_{k_0} auf, so erhält man folgende Kurven (Fig. 202), die dann leicht zur Bestimmung des Wirkungsgrades dienen können.

Beispiel:

Bei demselben Generator, wie vorher, für

$$E_k = 110 \text{ V}, J = 550 \text{ A}, n = 550 \text{ U/min},$$

$$J_n = 5,5 \text{ A}, R_k = 0,005 \text{ } \ominus$$

wurden für mehrere Erregerstromstärken folgende Aufnahmen gemacht:

Tabelle 5.

$J_n = 10,0 \text{ A}$				$J_n = 7,0 \text{ A}$				$J_n = 5,5 \text{ A}$			
E_{k_0}	J_0	n	L_0	E_{k_0}	J_0	n	L_0	E_{k_0}	J_0	n	L_0
98,5	30,5	358	3000	99,6	32,4	432	3220	99,7	33,9	510	3370
77,5	26,7	281	2065	77,5	28,0	337	2165	77,0	29,2	396	2244
61,8	23,9	223	1474	61,2	24,8	266	1513	60,7	25,6	308	1550
47,4	21,2	173	1000	39,0	20,3	168	788	35,0	19,9	178	693
23,4	17,9	85	415	18,8	16,7	81	312	19,6	16,8	99	326

beobachtet berechnet

$J_n = 3,0 \text{ A}$				$J_n = 1,4 \text{ A}$			
E_{k_0}	J_0	n	L_0	E_{k_0}	J_0	n	L_0
98	43,6	783	4255	47,9	55,4	730	2635
71,6	35,2	576	2510	31,0	42,6	476	1312
52,9	29,9	427	1578				
21,1	20,1	168	421				

Die Größe L_0 in der vierten Spalte ist nach der Formel

$$L_0 = E_{k_0} \cdot J_0 - J_0^2 \cdot R_k$$

berechnet worden. Nun tragen wir L_0 als Funktion von E_{k_0} als $f(L_0, E_{k_0}), J_n = \text{konst.}$ auf und zeichnen nach unten die Geraden $f(n, E_{k_0})$ für $J_n = \text{konst.}$ (Fig. 203). Dann legen wir für

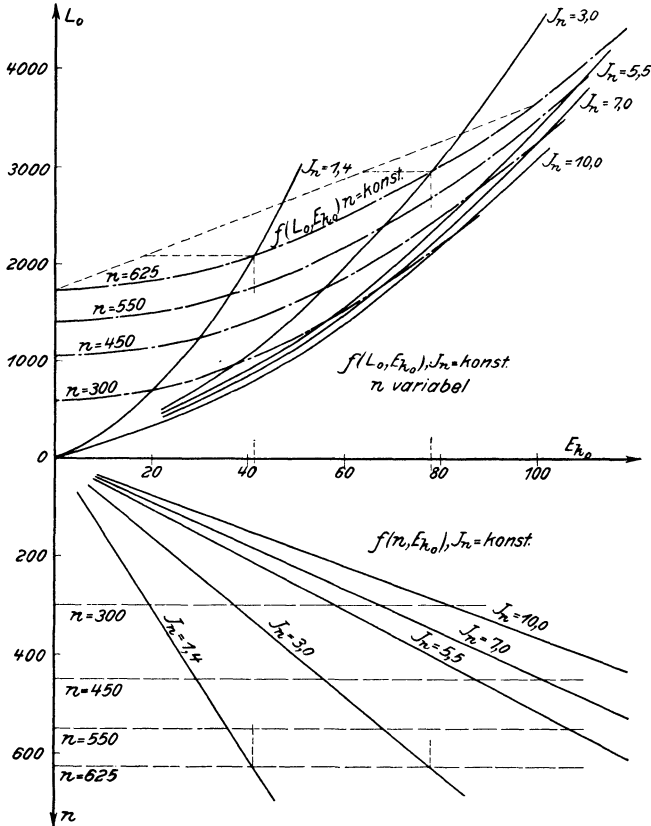


Fig. 203.

$n = 625, 550, 450, 300$ Parallele zur Abszissenachse, gehen von den Schnittpunkten nach oben zu den ausgezogenen Kurven $f(L_0, E_{k_0}), J_n = \text{konst.}$ und erhalten durch Verbindung der Schnittpunkte die $f(L_0, E_{k_0})$ für $n = \text{konst.}$ (strichpunktierte

Kurven). Die Ordinatenachsenabschnitte der verlängerten bzw. durch Quadrierung der Abszissen als (gestrichelte) Gerade erscheinenden Kurven stellen den Reibungsverlust L_ρ dar und sind in folgender Tabelle (6) angegeben.

Tabelle 6.

n	625	550	450	300
L_ρ	1720	1380	1030	565

Die Übereinstimmung mit den früheren Werten ist eine sehr große, so daß wir für unsere weitere Rechnung die Fig. 197 benutzen wollen.

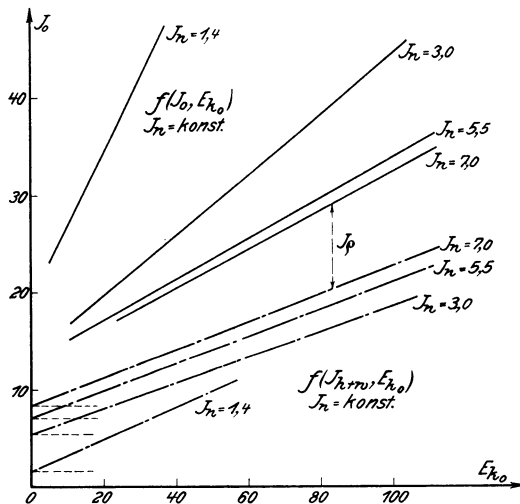


Fig. 204.

Zur Trennung der Eisenverluste verwenden wir jetzt die Kurven $f(J_n, E_{k_0})$ für $J_n = \text{konst.}$ (Fig. 204). Darin ist die Korrektur J_τ so gering, daß sie vernachlässigt werden kann. Nun entnehmen wir zu den Spannungen $E_{k_0} = 110, 90, 60, 30$ V aus Fig. 203 für $J_n = 7$ A die zugehörigen Drehzahlen $n = 480, 395, 260, 130$, wozu aus Fig. 197 die Verluste $L_\rho = 1132, 850, 475, 192$ W und nach der Gleichung

$$J_\rho = \frac{L_\rho}{E_{k_0}}$$

die Ströme $J_\rho = 10,3; 9,5; 7,9; 6,4$ A gehören.

Vermindern wir die entsprechenden Ordinaten in Fig. 204 um diese Größen, so ergibt sich für $J_n = 7,0$ eine (strichpunktierte) Gerade, deren Verlängerung bis zur Ordinatenachse dem Strom $J_h = 8,6$ A entspricht. Diese Operation führen wir auch für die anderen Erregungen durch und erhalten folgende Werte (Tabelle 7).

Tabelle 7.

J_n	E_{k_0}	n	L_ρ	J_ρ	J_h	J_w	L_h	L_w
7,0	110	480	1132	10,3	8,6	15,6	946	1716
„	90	395	850	9,5	„	12,7	774	1142
„	60	260	475	7,9	„	8,2	516	492
„	30	130	192	6,4	„	4,1	258	123
5,5	110	565	1458	13,3	7,4	15,4	814	1695
„	90	460	1055	11,7	„	12,8	616	1152
„	60	307	598	10,0	„	8,3	444	498
„	30	153	231	7,7	„	4,1	222	123
3,0	70	560	1435	20,5	5,1	9,4	357	658
„	60	480	1130	18,8	„	7,8	306	468
„	30	240	425	14,2	„	3,5	152	105
„	15	120	170	11,3	„	1,7	76	26
1,4	40	610	1650	41,3	1,7	6,5	68	260
„	30	460	1060	35,4	„	3,0	51	150
„	15	230	400	26,7	„	2,5	25,5	38

Die Multiplikation der Ströme J_h und J_w mit den zugehörigen Spannungen E_{k_0} ergibt dann die Werte L_h und L_w , woraus die

Kurven der Fig. 205 erhalten wurden. Zu der normalen Drehzahl $n = 550$ gehören aus Fig. 203 für die Erregungen 1,4 bis 5,5 A die Spannungen $E_{k_0} = 36, 68, 107$ V. Entnehmen wir dazu aus der Fig. 205 die entsprechenden Verluste L_h und L_w und L_ρ aus Tabelle 6 bzw. Fig. 197, so erhalten wir die Ta-

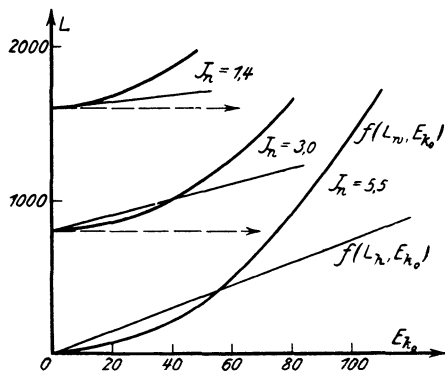


Fig. 205.

belle 8, welche die Verluste bei der konstanten Drehzahl

Tabelle 8. $n = 550$.

J_n	E_{k_0}	L_h	L_w	L_ρ
1,4	36	61	210	1380
3,0	68	347	629	1380
5,5	107	792	1610	1380

$n = 550$ als Funktion von E_{k_0} angibt, und die Fig. 206. Aus diesen Kurven finden wir für die Berechnung des Wirkungsgrades bei $E_{k_0} = 112,9$ V die Verluste

$$L_\rho = 1380, L_h = 950, L_w = 1800 \text{ W.}$$

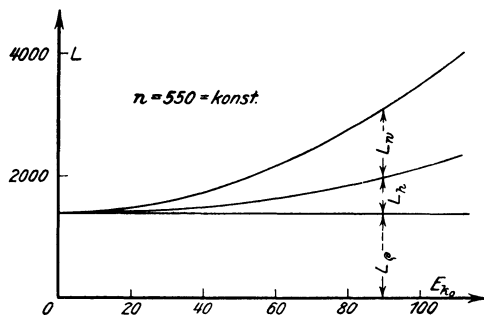


Fig. 206.

Dazu kommen für $J_a = 555,5$ A noch

$$L_{v_a} = L_{r_a} + L_{r_u} = 1545 \text{ W und } L_{r_n} = 605 \text{ W,}$$

woraus sich bei $E_k = 110$ V und $J = 550$ A der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{110 \cdot 550}{110 \cdot 550 + 1380 + 950 + 1800 + 1545 + 605} = 0,905 \approx 90 \%$$

ergibt.

g) Auslaufsmethode.

Diese Methode ist zuerst von Marcel Deprez (1884) und Dettmar¹⁾ angegeben und von Peukert²⁾ erweitert worden.

Wird einem um eine Achse drehbaren Körper durch eine äußere Kraft eine bestimmte Winkelgeschwindigkeit erteilt, so

¹⁾ ETZ. 1899, S. 203, 380. ²⁾ ETZ. 1901, S. 393.

besitzt er nach Aufhören der Einwirkung eine gewisse kinetische Energie oder Arbeitsfähigkeit. Überläßt man nun den Körper sich selbst, so wird die kinetische Energie verbraucht, um die bei der Drehung auftretenden Verluste zu kompensieren, so daß der Körper eine immer mehr abnehmende Drehzahl zeigt und allmählich zur Ruhe kommt. Die Zeit, welche dabei verfließt, bezeichnet man als **Auslaufszeit**. Da die kinetische Energie von der Umdrehungszahl des Körpers abhängig ist, so wird uns eine Kurve, welche die Drehzahl n als Funktion der Auslaufszeit t darstellt, auch für jeden Moment die dem System innewohnende Energie angeben. Man bezeichnet diese Funktion als **Auslaufskurve** $f(n, t)$.

Hat der gedrehte Körper die Masse m und die Geschwindigkeit v für den Punkt, in dem wir uns die Masse vereinigten denken, so ist seine Arbeitsfähigkeit $A = m \cdot \frac{v^2}{2}$. Nehmen wir an, daß um die Drehachse ein System von vielen sehr kleinen Massen $m_1, m_2 \dots m_n$ gruppiert ist, welche die Abstände $r_1, r_2, \dots r_n$ und die Geschwindigkeiten $v_1, v_2, \dots v_n$ besitzen, so wird die kinetische Energie des gesamten Systems sein:

$$A = m_1 \cdot \frac{v_1^2}{2} + m_2 \cdot \frac{v_2^2}{2} + \dots m_n \cdot \frac{v_n^2}{2}.$$

Ersetzt man darin $v = r \cdot \omega$, so ergibt sich:

$$A = m_1 \cdot r_1^2 \cdot \frac{\omega_1^2}{2} + m_2 \cdot r_2^2 \cdot \frac{\omega_2^2}{2} + \dots m_n \cdot r_n^2 \cdot \frac{\omega_n^2}{2}$$

oder, da die Winkelgeschwindigkeit aller Massenpunkte gleich groß ist,

$$A = (m_1 \cdot r_1^2 + m_2 \cdot r_2^2 + \dots m_n \cdot r_n^2) \cdot \frac{\omega^2}{2} = \sum_0^n (m \cdot r^2) \cdot \frac{\omega^2}{2}.$$

Nun ist aber $\sum_0^n (m \cdot r^2) = J$ das Trägheitsmoment des ganzen Systems, bezogen auf die Drehachse, woraus folgt:

$$A = J \cdot \frac{\omega^2}{2}.$$

Ändert sich nun die kinetische Energie in der Zeit dt um den kleinen Betrag $-dA$, so ist die dabei abgegebene Leistung

$$L = -\frac{dA}{dt}.$$

Werten wir den Differentialquotienten aus, so wird

$$L = -J \cdot \omega \cdot \frac{d\omega}{dt} = -J \cdot \left(\frac{\pi}{30}\right)^2 \cdot n \cdot \frac{dn}{dt},$$

da $\omega = \pi \cdot \frac{n}{30}$ ist. Für einen bestimmten Körper ist $J \cdot \left(\frac{\pi}{30}\right)^2 = c$ eine Konstante, so daß man schreiben kann:

$$L = -c \cdot n \cdot \frac{dn}{dt} \text{ kgm/sec.}$$

Diese Gleichung setzt uns auch in die Lage, c und daraus das Trägheitsmoment eines Körpers experimentell zu ermitteln, Messen wir L nicht in kgm/sec, sondern in W , so müssen wir

$$c = 9,81 \cdot J \cdot \left(\frac{\pi}{30}\right)^2$$

setzen. Bei einfachen Hohlzylindern ist c leicht zu bestimmen, da

$$J = \frac{G}{9,81} \cdot \left(R^2 + \frac{h^2}{4}\right)$$

ist, wenn G das Gewicht in kg, R der Radius für den Schwerpunkt des Querschnitts und h die radiale Dicke der Zylinderwandung in m gemessen ist (Fig. 207).

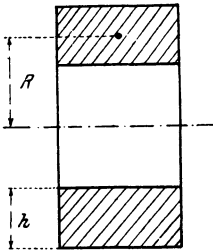


Fig. 207.

Für die Untersuchung von elektrischen Maschinen können wir jedoch diese Formel nicht benutzen, da der Anker eine kompliziertere Form besitzt, wohl aber läßt sich die Konstante c experimentell auf folgende Weise bestimmen:

Legt man den Anker an eine Klemmenspannung E_{k_0} , so wird er bei n U/min einen Strom J_0 aufnehmen. Dann dient die eingeführte Leistung $L_0' = E_{k_0} \cdot J_0$ dazu, die Verluste

$L_{v_0} = J_0^2 \cdot R_k$ durch Stromwärme, L_ρ durch Reibung, L_h durch Hysterese, L_w durch Wirbelströme zu kompensieren, woraus folgt:

$$L_0' - L_{v_0} = L_0 = L_\rho + L_h + L_w.$$

Diese Leistung L_0 verbraucht nun die kinetische Energie $-c \cdot n \cdot \frac{dn}{dt}$ des Systems, und es muß daher in jedem Moment

$$-c \cdot n \cdot \frac{dn}{dt} = L_p + L_h + L_w$$

sein. Die Größe $\frac{dn}{dt}$ können wir aus der Auslaufkurve bestimmen.

Zur Aufnahme derselben versetzen wir den Anker der Maschine durch irgendeine äußere Kraft oder durch den elektrischen Strom in Drehung, indem wir das Magnetfeld mit dem im Betriebe normalen Strom J_e erregen. Sobald der Anker die normale Drehzahl n erreicht hat, wird die äußere Energiezufuhr unterbrochen und von diesem Augenblick an zu verschiedenen Zeiten t (in sec.) des Auslaufens die dazugehörige Drehzahl n bestimmt. (Im allgemeinen steigert man anfangs die Drehzahl etwas über den normalen Betrag.) Diese Werte stellt man graphisch dar

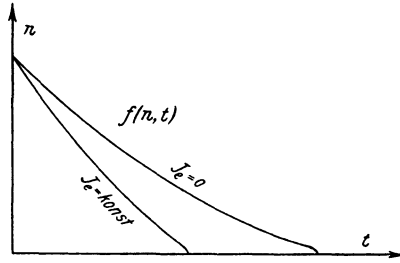


Fig. 208.

(Fig. 208) und erhält daraus die Auslaufkurve $f(n, t)$ für $J_e = \text{konst.}$ In derselben Weise nehmen wir auch für $J_e = 0$, d. h. ohne Erregung eine neue Kurve auf.

Am leichtesten und schnellsten werden diese Kurven mit einem registrierenden Tachometer oder Tachographen ermittelt. Da derselbe jedoch nicht immer zur Hand sein wird, so kann man sich auch in folgender Weise helfen:

Man legt einen Spannungsmesser an die Klemmen des Ankers, mißt die induzierte EMK E_a desselben in Abhängigkeit von der Auslaufzeit t und erhält als graphische Darstellung eine nur durch den Maßstab von der Auslaufkurve verschiedene Kurve, da $E_a = c \cdot n$ für $J_e = \text{konst.}$ ist. Nun treibt man die Maschine durch einen Hilfsmotor bei derselben Erregung an und bestimmt für verschiedene EMKe E_a die zugehörige Drehzahl n (es genügen schon wenige Punkte, da $f(E_a, n)$ geradlinig ist). Aus dieser Aufnahme entnimmt man nun die zu den Größen E_a der $f(E_a, t)$ gehörenden Werte von n und erhält damit auch $f(n, t)$. Bei unerregtem Felde genügt der remanente Magnetismus, wenn man ein entsprechend empfindliches Instrument benutzt.

Zur Kontrolle der mit dem Tachometer festgestellten Auslaufkurven mißt man die vom Momente des Abschaltens an zurückgelegten Umdrehungen u für verschiedene Zeiten mit Hilfe eines einfachen Tourenzählers und trägt sie als Funktion der Zeit t in sec auf (Fig. 209). Es gibt dann die Endordinate der Kurve für die Zeit t , in welcher der Anker zur Ruhe kommt, die gesamte Umdrehungszahl u während des Auslaufs an. Diese

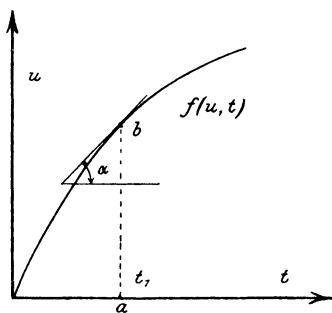


Fig. 209.

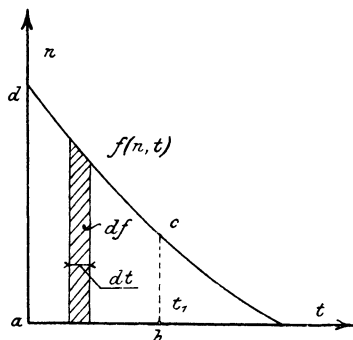


Fig. 210.

Ordinate steht aber in einer bestimmten Beziehung zur Auslaufkurve. Für einen schmalen Streifen der Auslaufkurve $f(n, t)$ von der Breite dt (Fig. 210) ist die Fläche in einem bestimmten Maß $c_1 \cdot df = n \cdot dt = du$. Die von den Ordinaten $t = 0$ und $t = t_1$ eingeschlossene Fläche $a b c d$ stellt demnach

$$c_1 \cdot f = \int_0^{t_1} n \cdot dt = \int_0^{t_1} du = \left[u \right]_0^{t_1}$$

d. h. die in der vom Beginn des Auslaufs an verfloßenen Zeit t_1 gemessene Umdrehungszahl u dar. Da nun die Ordinaten der Umdrehungszahlkurve $f(u, t)$ den Inhalt des entsprechenden Flächenstücks der Auslaufkurve angeben, so stellen sie das Integral des betreffenden Kurvenstücks dar. Die Umdrehungszahl-

kurve $f(u, t)$ ist daher die Integralkurve $\int f(n, t) \cdot dt$

der Auslaufkurve $f(n, t)$. Hat man die $f(u, t)$ aufgenommen und legt (Fig. 209) für die Zeit $t_1 = ab$ eine Tangente in b an die

Kurve, so ist $tg \alpha = \frac{du}{dt} = \frac{n \cdot dt}{dt} = n$

in dem betreffenden Maß die zu t_1 gehörende Drehzahl pro Minute $c b = n$ (Fig. 210).

Für kleine Motoren, bei denen die Auslaufzeit etwa unter 15 sec liegt kann man nach Linke¹⁾ aus der gesamten Auslaufzeit und der bei Leerlauf und konstanter Erregung für verschiedene Drehzahlen n aufgenommenen Leistungskurve $f(L_o, n)$ die Auslaufkurve ermitteln.

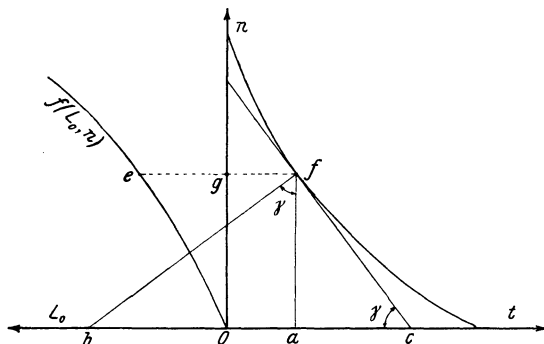


Fig. 211.

Legt man nun (Fig. 211) an die Auslaufkurve für normale Erregung J_e in einem beliebigen Punkt f eine Tangente $f c$, errichtet in f die Normale $f b$ und fällt das Lot $f a$, so wird

$$\operatorname{tg}(f c a) = -\frac{dn}{dt}.$$

Bezeichnen wir den $\sphericalangle(b f a)$ mit γ , so ist $\operatorname{tg}(f c a) = \operatorname{tg} \gamma$, da $\sphericalangle(f c a) = \sphericalangle(b f a)$ ist, und damit auch $\operatorname{tg} \gamma = -\frac{dn}{dt}$.

In dem Dreieck abf ist aber $\operatorname{tg} \gamma = \frac{ab}{af} = \frac{ab}{n}$.

Aus diesen beiden Gleichungen folgt: $\frac{ab}{n} = -\frac{dn}{dt}$

oder die Subnormale $ab = -n \cdot \frac{dn}{dt}$.

Bestimmen wir demnach aus der Auslaufkurve für irgendeinen Punkt die Subnormale ab , so könnten wir die in dem Augenblick abgegebene Leistung $L_o = L_p + L_h + L_w = c \cdot a b$ sofort berechnen, wenn die Konstante c bekannt wäre.

¹⁾ ETZ 1905, S. 610.

Nach der Formel hat ab die Dimension $\frac{n^2}{t}$. Da aber aus dem Diagramm ab in Sekunden (t) abgelesen wird, so müssen wir den abgelesenen Wert mit $\left(\frac{n}{t}\right)^2$ multiplizieren, um die richtige Dimension zu erhalten. Das Verhältnis $\frac{n}{t}$ ist uns durch den Maßstab des Koordinatensystems gegeben. Bedeutet z. B. 1 cm Ordinate 100 U/min, 1 cm Abszisse 10 sec, so wäre ab mit $\left(\frac{100}{10}\right)^2$ zu multiplizieren.

Zur Bestimmung der Konstante c nehmen wir eine Kurve $f(L_o, n)$ an der Maschine auf, welche die Leistung $L_o = E_{k_o} \cdot J_o - J_o^2 \cdot R_k$ als Funktion der Drehzahl n angibt, indem wir dem Motor bei konstanter Erregung eine veränderliche Spannung E_{k_o} liefern und den aufgenommenen Strom J_o und die Drehzahl n notieren. Die daraus gebildete Kurve $f(L_o, n)$ wird in Fig. 211 nach links so eingetragen, daß L_o als Abszisse, n als Ordinate erscheint. Daraus entnimmt man die zu der Drehzahl f_a gehörige Leistung g_e , so daß nach der Gleichung $g_e = c \cdot ab$ die Konstante aus $c = \frac{g_e}{ab} \cdot \left(\frac{t}{n}\right)^2$ bestimmt ist,

In derselben Weise verfahren wir mit anderen Punkten f_1, f_2, \dots, f_n und erhalten daraus mehrere Werte für c , aus denen dann das Mittel genommen wird.

Auch rechnerisch läßt sich die Konstante c in folgender Weise bestimmen:

Hat man aus dem Auslaufversuch für eine bestimmte Zeit t_1 die Drehzahl n_1 und für t_2 die entsprechende n_2 entnommen, so ist der Tourennachlaß $n_1 - n_2$ in der Zeit $t_2 - t_1$ ein Maß für die abgegebene Leistung. Ist die in dem Augenblick t_1 zum Lauf des Motors mit der Drehzahl n_1 notwendige Leistung L_o aus der experimentell aufgenommenen Kurve $f(L_o, n)$ bekannt,

so wird nach der Gleichung $L_o = c \cdot \frac{n_1^2 - n_2^2}{t_2 - t_1}$

die Konstante $c = \frac{L_o}{n_1^2 - n_2^2} \cdot (t_2 - t_1)$.

Nach Bragstad¹⁾ läßt sich bei Maschinen mit Kugel-

¹⁾ El. u. M. Wien, 1905, S. 381.

lagern die Konstante c durch Beobachtung der Schwingungszeit T (sec) des Ankers bestimmen, der durch ein Gewicht G (kg) im Abstand r (cm) von der Drehachse in Pendelschwingungen versetzt wird. Dann ist das Trägheitsmoment

$$J = \pi \cdot \sqrt{\frac{T}{G \cdot r}} \quad \text{und} \quad c = 9,81 \cdot \left(\frac{\pi}{30}\right)^2 \cdot J.$$

Kuhlmann¹⁾ stellt die Auslaufkurve in Form einer Gleichung $n = n_0 + a \cdot t + b \cdot t^2 + c \cdot t^3$ dar und berechnet dafür die Konstanten a , b , c .

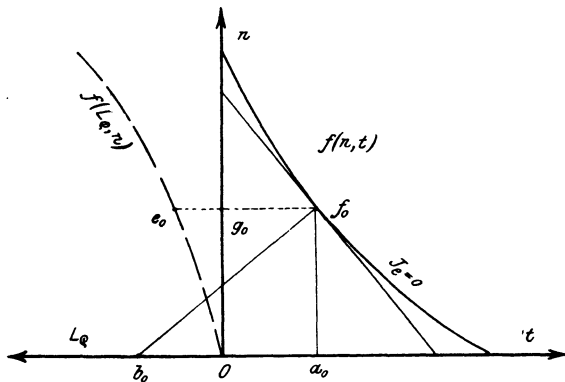


Fig. 212.

Besser ist jedoch die graphische Methode.

Um nun die Reibungsverluste L_ρ festzustellen, nimmt man eine zweite Auslaufkurve für die unerregte Maschine ($J_e = 0$) auf und bildet dazu für verschiedene Punkte f_0 (Fig. 212) die Subnormale $a_0 b_0$, so ist

$$c \cdot a_0 b_0 = L_\rho = e_0 g_0$$

der Reibungsverlust, da bei unerregter Maschine nur geringe Eisenverluste vorhanden sind. Diese Werte tragen wir als Funktion der betreffenden Drehzahl $f_0 a_0$ graphisch auf und erhalten durch Verbindung der gefundenen Punkte eine neue Kurve, nämlich $f(L_\rho, n)$, die wir in Fig. 212 links einzeichnen. Die beiden Kurven $f(L_0, n)$ und $f(L_\rho, n)$ ergeben durch Subtraktion der Ordinaten

¹⁾ ETZ 1901, S. 443

(Fig. 213) die Eisenverluste als Funktion der Drehzahl $f(L_{hw}, n)$ für $J_n = \text{konst.}$ In welcher Weise man nun diese Verluste trennt, soll in den nächsten Zeilen gezeigt werden.

Nach Steinmetz lassen sich die Eisenverluste ausdrücken durch die Gleichung

$$L_h + L_w = (\eta_h \cdot \nu \cdot \mathfrak{B}_{max}^{1,6} + \xi \cdot \nu^2 \cdot \mathfrak{B}_{max}^2) \cdot V \cdot 10^{-7} \text{ W,}$$

worin V das Volumen in ccm, η_h und ξ Eisenkonstanten, $\nu = \frac{p \cdot n}{60}$

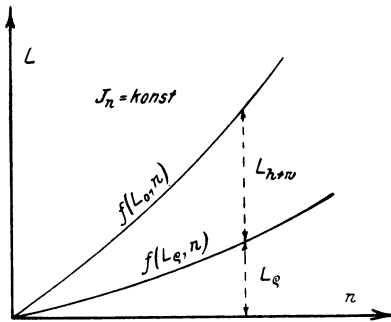


Fig. 213.

die Periodenzahl der Um-magnetisierung und \mathfrak{B}_{max} die maximale Induktion im Eisen bedeuten. Für veränderliche Drehzahl n und konstante Induktion \mathfrak{B}_{max} könnte man die Gleichung in folgender Form schreiben:

$$L_h + L_w = \alpha \cdot n + \beta \cdot n^2,$$

worin

$$\alpha = \eta_h \cdot \mathfrak{B}_{max}^{1,6} \cdot \frac{p}{60} \cdot V \cdot 10^{-7}$$

und

$$\beta = \xi \cdot \left(\frac{p}{60}\right)^2 \cdot \mathfrak{B}_{max} \cdot V \cdot 10^{-7} \text{ gesetzt ist.}$$

Da für eine Kurve die Erregung $J_n = \text{konst.}$ war, so ist in diesem Fall $\mathfrak{B}_{max} = \text{konst.}$, und wir können diese Gleichung zur Trennung der Eisenverluste benutzen, indem wir sie durch n dividieren.

$$\text{Wir erhalten dann } \frac{L_h}{n} + \frac{L_w}{n} = \alpha + \beta \cdot n,$$

d. h. die $f\left(\frac{L_h + w}{n}, n\right)$ ist eine gerade Linie, deren Ordinatenachsenabschnitt α uns den Verlust $\frac{L_h}{n}$ oder den Hysteresisverlust für die Drehzahl Eins angibt.

Wir stellen uns nun aus Fig. 213 die Verluste L_{h+w} als Funktion von n dar (Fig. 214), dividieren die Ordinaten durch die zugehörige Drehzahl und tragen diese Quotienten $\frac{L_{h+w}}{n}$ als

Funktion von n auf (Fig. 215), woraus sich eine Gerade ergibt, deren Verlängerung von der Ordinatenachse die Strecke

$$Og = \alpha = \frac{L_h}{n}$$

abschneidet. Die Ordinatenabschnitte zwischen der Parallelen zur Abszissenachse durch g und der Geraden stellen dann die Größe $\beta \cdot n = \frac{L_w}{n}$ oder den Verlust durch Wirbelströme pro Umdrehung dar. Multiplizieren wir jetzt den Wert $Og = \alpha$

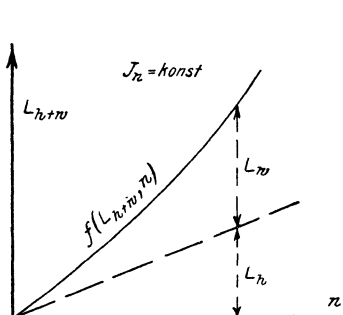


Fig. 214.

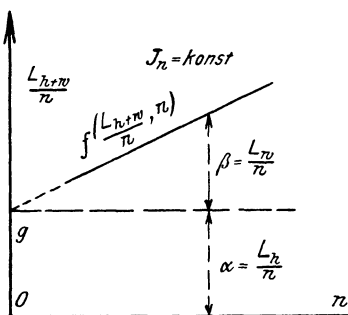


Fig. 215.

mit der normalen Drehzahl n , so erhalten wir den Hystereseverlust L_h für die betreffende Erregung und Drehzahl. Diesen Wert von L_h tragen wir als Funktion von n in Fig. 214 ein (gestrichelte Gerade), dann ergeben die Ordinatenstücke zwischen dieser und der ursprünglichen Kurve die Verluste durch Wirbelströme J_w für $J_n = \text{konst}$.

Sind mehrere Auslaufkurven für verschiedene Erregungen aufgenommen, so kann man in derselben Weise die Einzelverluste auch für andere Erregungen trennen und graphisch darstellen (Fig. 216 und 217).

Zieht man darin z. B. für die normale Drehzahl n eine Vertikale, so geben die Abschnitte derselben zwischen Abszisse und den einzelnen Kurven die Größen L_h bzw. L_w als Funktion der Erregung J_n für $n = \text{konst}$. an. Für die Berechnung des Wirkungsgrades ist es jedoch notwendig, die Verluste in Abhängigkeit von der Klemmenspannung E_{k_0} zu kennen. Diese Umrechnung

kann man graphisch leicht ausführen, wenn man in Fig. 216 aus den aufgenommenen Werten die Spannungen E_{k_0} als Funktion von n für verschiedene Erregungen $J_n = \text{konst.}$ nach unten aufzeichnet, dann geben die Abschnitte der nach unten verlängerten Vertikalen die den einzelnen Erregungen zukommenden Spannungen E_{k_0} an. Trägt man die Verluste L_h , L_w und L_p als

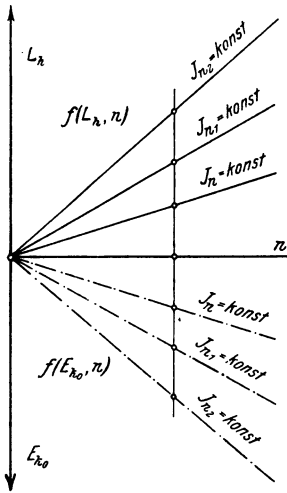


Fig. 216.

Funktion dieser Spannungen auf (siehe Fig. 202), so erhält man Kurven, welche die Verluste bei konstanter Drehzahl und veränderlicher Erregung oder Spannung darstellen.

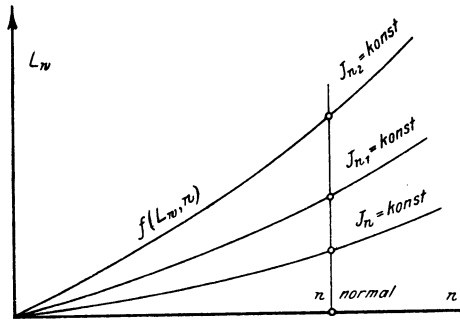


Fig. 217.

Beispiel:

Für einen Nebenschlußmotor von $E_k = 440$ V, $J = 25$ A, $n = 1000$ U/min, $R_k = 0,5 \text{ } \Omega$ sollen die Verluste bestimmt werden.

Tabelle 9.

t	$J_e = 0,6$ n	$J_e = 0$ n	t	$J_e = 0$ n
0	1124	1140	40	346
5	884	1016	45	280
10	640	884	50	222
15	438	774	55	172
20	267	670	60	122
25	132	580	65	72
30	32	490	70	32
35	—	420		

Nachdem der Motor mit der normalen Erregung von $J_e = 0,6$ A einige Zeit gelaufen war, wurden vermittels eines in Drehzahlen vorher geeichten Spannungsmessers die Auslaufkurven für $J_e = 0,6$ A und $J_e = 0$ aufgenommen, wie vorstehende Tabelle (9) zeigt:

Darauf wurde für $J_e = 0,6$ A Erregung die Drehzahl n und der Leerlaufstrom J_o bei veränderlicher Klemmenspannung E_{k_o} festgestellt, woraus sich folgende Tabelle (10) ergab:

Tabelle 10.
 $J_e = 0,6$ A = konst.

E_{k_o}	J_o	n	$E_{k_o} \cdot J_o$	$J_o^2 \cdot R_k$	L_o
425	1,27	1070	540	0,80	539,20
420	1,24	1032	521	0,76	520,24
373	1,20	920	447	0,72	446,28
327	1,13	805	369	0,64	368,36
255	1,09	641	278	0,60	277,40
234	1,06	600	248	0,50	247,50
174	0,87	435	151	0,36	150,64

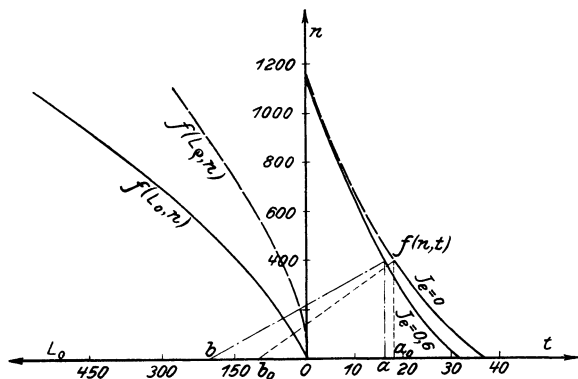


Fig. 218.

Die aus den Werten der Tabelle 9 gezeichneten Kurven sind in Fig. 218 dargestellt. Dabei ist für $J_e = 0$ A die Zeit t_o mit halbem Maßstab gezeichnet. Für den Punkt $n = 400$ findet man die Subnormale $ab = 36$ sec. und $L_o = 140$, woraus

$$c = \frac{L_o}{ab \cdot \left(\frac{n}{t}\right)^2} = \frac{140}{36 \cdot \left(\frac{100}{5}\right)^2} = 0,00972$$

folgt. In derselben Weise wurden folgende Werte (Tabelle 11)

für $\frac{n}{t} = \frac{100}{5}$ bestimmt.

Tabelle 11.

n	ab	L_o	c
800	96	372	0,00968
600	64	250	0,00976
400	36	140	0,00972
300	24	94	0,00980

Mittel = 0,00974

Tabelle 12.

n	$a_o b_o$	L_ρ
1100	288	280
800	172	167,5
600	110	107
400	56	55,5
300	37,5	36,5

Mit Hilfe dieser Konstanten und der Subnormalen $a_o b_o$ für $J_e = 0$ finden wir dann obige Reibungsverluste für $\frac{n_o}{t_o} = \frac{100}{10}$

(Tabelle 12) aus

$$L_\rho = c \cdot a_o b_o \cdot \left(\frac{n_o}{t_o}\right)^2.$$

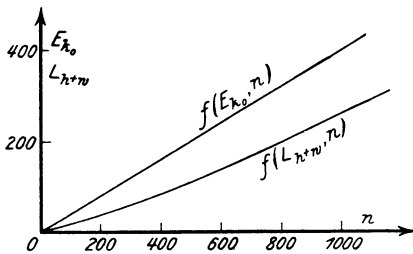


Fig. 219.

Die Differenz der Ordinaten dieser in Fig. 218 gestrichelten Kurve $f(L_\rho, n)$ und der $f(L_o, n)$ ergibt die Verluste $L_h + w$, die in Fig. 219 dargestellt sind. Dahinein tragen wir noch die Spannungen E_{k_o} für

die betreffenden Drehzahlen ein, dividieren $L_h + w$ durch die

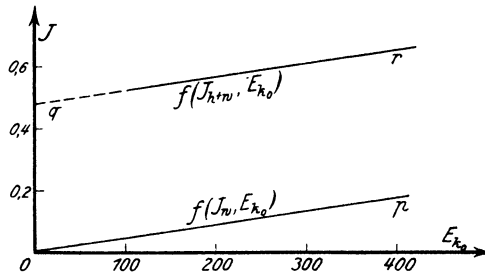


Fig. 220.

zugehörigen Werte von E_{k_o} , woraus sich $J_h + J_w$ als Funktion von E_{k_o} ergibt, entsprechend folgender Tabelle (13), die in Fig. 220

graphisch dargestellt ist. Zieht man nun durch O eine Parallele Op zu der Linie qr , so stellen uns die Ordinaten von Op die den Wirbelstromverlusten äquivalente Stromstärke J_w dar, während $Oq = J_h = 0,48$ A ist.

Tabelle 13.

E_{k_o}	L_{h+w}	J_{h+w}	J_h	J_w	L_h	L_w
440	294	0,668	0,48	0,188	211	83
402	263	0,654	0,48	0,174	193	70
324	202	0,621	0,48	0,141	156	46
243	142	0,584	0,48	0,104	117	25
162	89	0,550	0,48	0,070	78	11

Durch Multiplikation der Ströme J_h und J_w mit E_{k_o} ergeben sich die Verluste L_h und L_w (Tabelle 13 und Fig. 221) für konstante Erregung und veränderliche Drehzahl.

Hätte man noch einige Auslaufkurven für andere Erregungen J_e aufgenommen, so könnte man durch Bestimmung ähnlicher Verlustkurven für eine konstante Drehzahl n nach Fig. 216 und 217 die Verluste als Funktion von E_{k_o} , wie es in Fig. 202 geschehen ist, angeben. Für die Wirkungsgradbestimmung hätte man dann die dem Belastungszustande entsprechende Klemmenspannung

E_{k_o} festzustellen und dafür die Verluste L_p , L_h und L_w zu entnehmen. Zur Trennung der Luft- und Lagerreibungsverluste voneinander ist von Roehle¹⁾ eine auf der Bestimmung der Auslaufkurve beruhende Methode angegeben worden.

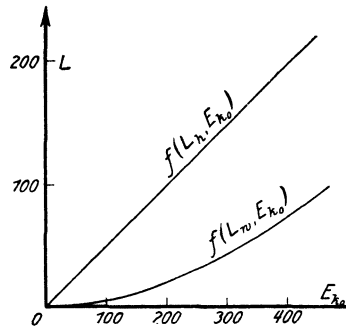


Fig. 221.

h) Hilfsmotormethode.

Diese Methode hat vor den vorher behandelten den Vorzug, daß sie für Maschinen beliebiger Stromart und Schaltung auch

¹⁾ ETZ 1905, S. 794.

dann anwendbar ist, wenn keine gleichartige Stromquelle zur Verfügung steht. Das Prinzip der Methode läßt sich nun kurz folgendermaßen darlegen: Die zu untersuchende Maschine wird möglichst durch direkte Kupplung mit dem geeichten Hilfsmotor für Gleichstrom mit Nebenschlußerregung verbunden. Ist dieses wegen der verschiedenartigen Drehzahl nicht angängig, so muß ein Riemen- oder Rädervorgelege zwischengeschaltet werden, deren Verluste zu ermitteln sind bzw. geschätzt werden müssen.

Die Eichung des Motors hat den Zweck, festzustellen, welche Leistung er an der Welle bei gegebener Energieaufnahme an seinen Klemmen abgibt. Sie würde also darauf hinauslaufen, das Umsetzungsverhältnis η' des Motors in Abhängigkeit von der eingeführten Leistung L_e zu bestimmen, was nach der Leerlaufmethode leicht zu bewerkstelligen ist, da die passende Stromquelle ja zur Verfügung steht.

Läßt man den Motor erst mit der Maschine zusammenlaufen, dann ohne diese, so werden die Leistungsaufnahmen des Motors verschieden sein. Ihre Differenz ist dann der Reibungsverlust L_ρ . Erregt man nun die Maschine, so ist die Mehraufnahme an Leistung ein Maß für die Eisenverluste L_{hw} und Wirbelstromverluste L_{v_a} in den Ankerleitern. Schließt man dagegen, ohne das Feld zu erregen, die Ankerklemmen kurz und mißt die Leistungsaufnahme bei Kurzschluß und offenem Anker, so gibt die Differenz der Leistungsaufnahmen die Größe des Verlustes $L_{v_a} = J_a^2 \cdot R_k$ bei dem im Anker auftretenden Kurzschlußstrom J_a an.

Der Verlust durch Erregung L_{r_e} kann durch eine Strom- und Spannungsmessung bestimmt werden. In welcher Weise die Messungen durchzuführen sind, soll in den folgenden Zeilen gezeigt werden.

1. Generatoren.

Von einem Generator für E_k V Klemmenspannung, J A Stromstärke, n U/min ist der Wirkungsgrad η in Abhängigkeit von der abgegebenen Leistung $L_a = E_k \cdot J$ zu ermitteln.

Für die Versuche ist nun zuerst das Umsetzungsverhältnis η' des Hilfsmotors zu bestimmen. Es ist definiert durch die Gleichung

$$1. \quad \eta' = \frac{L_{m_a}}{L_{m_e}},$$

worin L_{m_a} bzw. L_{m_e} die abgegebene bzw. eingeführte Leistung des Motors bedeuten.

Man mißt nun bei konstanter Erregung des Magnetfeldes von der Größe, wie sie bei den späteren Versuchen vorhanden sein soll, die eingeführte Leistung bei Leerlauf $L_0 = E_{m_0} \cdot J_0$ bei verschiedenen Drehzahlen n , d. h. bei verschiedenen Klemmenspannungen E_{m_0} , dann ist

$$2. \quad L_0 = L_{\rho_m} + L_{hw_m} + J_0^2 \cdot R_{k_m},$$

worin L_{ρ_m} = Reibungsverluste, L_{hw_m} = Eisenverluste, $J_0^2 \cdot R_{k_m}$ = Stromwärmeverluste des Hilfsmotors bedeuten. Man ermittelt also den Widerstand R_{k_m} und zieht das Glied $J_0^2 \cdot R_{k_m}$ von L_0 ab, so erhält man als Rest

$$L_0 - J_0^2 \cdot R_{k_m} = L'_0 = L_{\rho_m} + L_{hw_m}.$$

L_{ρ_m} ist nur von der Drehzahl n bei gegebener Maschine abhängig, dagegen L_{hw_m} auch von der im Anker vorhandenen Induktion \mathfrak{B}_{max} , für welche die dem Motor gebotene Klemmenspannung E_m ein Maß ist. Da jedoch, wie wir später sehen werden, für die Drehzahl n bei konstantem Feld nur die im Anker induzierte elektromotorische Gegenkraft

$$3. \quad E_{g_m} = E_m - J_m \cdot R_{k_m}$$

bestimmend ist, so können wir die gefundenen Verluste $L_{\rho_m} + L_{hw_m} = L'_0$ als Funktion von E_{g_m} darstellen (Fig. 222) und für den belasteten Motor in Rechnung ziehen.

Setzt man $L_{m_a} = L_{m_e} - L_{m_v}$ und die im Motor bei dem betreffenden Belastungsstrom J_m und der Spannung E_m auftretenden Verluste

$$4. \quad L_{v_m} = L_{hw_m} + L_{\rho_m} + J_m^2 \cdot R_{k_m} = L'_0 + J_m^2 \cdot R_{k_m},$$

so wird

$$5. \quad \eta' = \frac{E_m \cdot J_m - L'_0 - J_m^2 \cdot R_{k_m}}{E_m \cdot J_m}$$

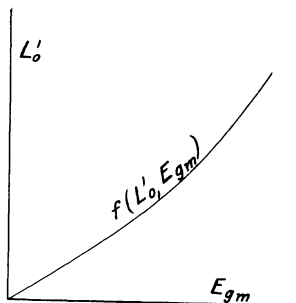


Fig. 222.

Man könnte jedoch auch ohne die Berechnung von η' auskommen, indem man direkt die abgegebene Leistung des Motors

$$L_{a_m} = E_m \cdot J_m - L_0' - J_m^2 \cdot R_{k_m}$$

berechnet.

Für eine beliebige Spannung E_m und Stromstärke J_m läßt sich die zugehörige EMK E_{g_m} nach Gleichung 3 ermitteln. Dazu entnimmt man dann (Fig. 222) aus der Kurve $f(L_0', E_{g_m})$ den Wert von L_0' .

$\alpha)$ Das Feld sei mit Hauptstromwicklung versehen.

Der Hilfsmotor wird nun allein mit der dem Generator entsprechenden Drehzahl n angetrieben, wobei er einen Strom J_{m_0} bei E_{m_0} V Spannung aufnimmt. Die Leistung $L_0 = E_{m_0} \cdot J_{m_0}$ dient zur Kompensierung der in dem Hilfsmotor auftretenden Verluste, da er ja keine Leistung abgibt.

Nun kuppelt man den Generator mit dem Motor, der jetzt bei E_{m_1} V und J_{m_1} A eine Leistung

$$6. \quad L_1 = E_{m_1} \cdot J_{m_1}$$

aufnimmt. Diese dient dazu, die Motorverluste L_m zu kompensieren und den Reibungsverlust L_ρ des Generators zu überwinden, woraus folgt:

$$7. \quad L_1 = L_m + L_\rho.$$

Hat sich die Leistung L_1 gegenüber L_0 nur wenig geändert, wie es bei großem Hilfsmotor und kleinem Generator der Fall wäre, dann kann man ohne nennenswerte Fehler $L_m \approx L_0$ wählen, so daß man angenähert

$$8. \quad L_\rho \approx L_1 - L_0$$

erhalten würde. Ist jedoch diese Annahme nicht zulässig, dann muß man aus der eingeführten Leistung L_1 und dem Umsetzungsverhältnis η' oder den Verlusten im Motor $L_0' + J_m^2 \cdot R_{k_m}$ die dazu gehörige abgegebene Leistung $L_{a_1} = L_1 - L_m$ ermitteln und erhält somit 9. $L_\rho = L_{a_1}$.

Zur Bestimmung der Eisenverluste L_{hw} und Wirbelstromverluste in den Ankerleitern L_{w_a} erregt man das Feld durch eine Hilfsstromquelle, deren Spannung wegen der Zuleitungswiderstände nur etwas größer als der in dem Widerstande R_h der Feld-

wicklung auftretende Spannungsverlust

$$10. \quad E_{v_h} = J \cdot R_h$$

zu sein braucht. Damit nun die Verluste dieselbe Größe wie bei der belasteten Maschine besitzen, muß die Periodenzahl ν der Ummagnetisierung und die magnetische Induktion \mathfrak{B}_{max} im Ankereisen die gleiche Größe wie bei derjenigen Belastung J der Maschine besitzen, für die der Wirkungsgrad bestimmt werden soll (vgl. Leerlaufs- und Kurzschlußversuch S. 273).

Bestimmt man den magnetischen Zustand aus der EMK $E_a = c \cdot \mathfrak{B}_a$, so tritt eine Ungenauigkeit insofern auf, als die Induktion \mathfrak{B}_a , welche in die Formel als mittlere Feldstärke einzuführen ist, für verschiedenartige Verteilung des Feldes dieselbe sein kann, dagegen der Höchstwert \mathfrak{B}_{max} verschieden sein wird. Wir haben nun bei Leerlauf und Belastung wegen der Quermagnetisierung des Ankers nicht dieselbe Feldverteilung, so daß die Bestimmung der Verluste für die belastete Maschine aus der Leerlaufsmessung ungenau wird. Die VdE-Vorschriften geben daher wegen der Schwierigkeit der Bestimmung der bei der Belastung auftretenden zusätzlichen Verluste an, daß die Änderung der Eisenverluste mit der Belastung nicht zu berücksichtigen ist. Wie wir jedoch beim Kurzschlußversuch sehen werden, kommen diese vom Ankerfeld herrührenden zusätzlichen Verluste zum Teil bei der Ermittlung der Stromwärmeverluste im Anker vor und werden mit gemessen.

Nun ist bei belasteter Maschine für die Klemmenspannung E_k die im Anker induzierte EMK

$$11. \quad E_a = E_k + J \cdot (R_a + R_u + R_h).$$

Sollen daher die durch den Versuch gefundenen Verluste gleich denjenigen der mit einem gewissen Strom J belasteten Maschine sein, dann muß die EMK E_{a_0} beim Versuch gleich der EMK E_a bei Belastung sein.

Nach Gleichung 11 erhält man dann

$$12. \quad E_a = E_{a_0} = E_k + J \cdot (R_a + R_u + R_h).$$

Nachdem nun das Magnetfeld soweit erregt ist, daß im Anker die gewünschte EMK E_{a_0} bei normaler Drehzahl n auftritt, ermittelt man die Leistungsaufnahme des Motors

$$13. \quad L_2 = E_{m_2} \cdot J_{m_2}$$

aus den Angaben der Instrumente. Die daraus sich ergebende, auf den Generator übertragene Leistung $L_{a_2} = \eta' \cdot L_2$ enthält dann die Reibungsverluste L_ρ , Eisenverluste L_{hw} und Wirbelstromverluste L_{w_a} in den Ankerleitern nach der Gleichung

$$14. \quad L_{a_2} = L_\rho + L_{hw} + L_{w_a}.$$

Durch Subtraktion der Gleichungen 9 und 14 erhält man somit die Verluste

$$15. \quad L_{hw} + L_{w_a} = L_{a_2} - L_{a_1}.$$

Die noch fehlenden Verluste in dem Widerstand zwischen den Klemmen $L_{v_a} = J^2 \cdot R_k$ und der Feldwicklung $L_{r_h} = J^2 \cdot R_h$ lassen sich leicht berechnen, da man J kennt und $R_k = R_a + R_u$ sowie R_h vorher gemessen sind. (Vgl. auch unter β .)

β) Das Feld besitzt Nebenschluß - Wicklung.

Die Ermittlung der Reibungs-, Eisen- und Wirbelstromverluste $L_\rho + L_{hw} + L_{w_a}$ geschieht, wie vorher angegeben. Die Verluste L_{v_a} im Anker- und Bürstenwiderstand ließen sich ebenfalls durch Rechnung finden. Dabei kann jedoch leicht ein Fehler auftreten, der davon herrührt, daß man R_k bei ruhendem Anker gemessen hat.

Nun zeigt der Widerstand aber wegen der veränderlichen Lage der Bürsten auf den Lamellen des Kommutators verschiedene Werte, so daß es richtiger ist, ihn bei rotierendem Anker festzustellen, was nur möglich ist, wenn man jede Induktion vermeidet. Das ließe sich durch Beseitigung des Magnetfeldes mittels eines entsprechenden Hilfsrergerstromes ermöglichen. Die Messung verursacht jedoch dabei große Schwierigkeiten. Einfacher gestaltet sich die Ermittlung von R_k durch Bestimmung des Leistungsverlustes $L_{v_a} = J_a^2 \cdot R_k$ auf Grund einer Kurzschlußmessung, worin $J_a = J + J_n$ ist, wenn J_n den Nebenschlußstrom bedeutet.

Zu dem Zweck schließt man den Anker durch einen Strommesser von geringem Eigenverbrauch kurz (Bürsten nicht in Motorstellung!) und erregt das Magnetfeld, falls die Remanenz nicht genügen sollte, durch einen kleinen Strom, wozu einige Akkumulatorenzellen genügen, so weit, daß der gewünschte

Ankerstrom J_a auftritt. Der Motor nimmt dann die Leistung $L_3 = E_{m_3} \cdot J_{m_3}$ auf entsprechend einer übertragenen Leistung $L_{a_3} = \gamma' \cdot L_3$, welche die Reibungsverluste L_ρ , geringe Eisenverluste L''_{hw} und die Stromwärmeverluste L_{v_a} enthält nach der Gleichung: 16. $L_{a_3} = L_\rho + L''_{hw} + L_{v_a}$.

Öffnet man darauf den Kurzschluß, so nimmt der Motor eine Leistung $L_4 = E_{m_4} \cdot J_{m_4}$ auf, bei einer Leistungsabgabe

$$17. \quad L_{a_4} = L_\rho + L''_{hw}.$$

Aus Gleichung 16 und 17 folgt demnach

$$18. \quad L_{v_a} = L_{a_3} - L_{a_4}.$$

Will man jedoch die infolge des Ankerfeldes auftretende Steigerung der maximalen Induktion \mathfrak{B}_{max} und die damit zusammenhängenden zusätzlichen Eisenverluste L'_{hw} bei Belastung berücksichtigen, so könnte man $L'_{hw} \approx L''_{hw}$ setzen; dann würde man nach Gleichung 9 und 16 erhalten:

$$19. \quad L_{v_a} + L'_{hw} = L_{a_3} - L_{a_4}$$

bzw.

$$20. \quad L_{hw} = L_{a_3} - L_{a_4}.$$

Zur Bestimmung des Leistungsverlustes für die Felderregung ist es erforderlich, den bei dem Belastungsstrom J_a und der zugehörigen EMK E_a notwendigen Nebenschlußstrom J_n zu kennen.

Nun wird aber das von der Erregerwicklung erzeugte Feld durch die Ankerrückwirkung insofern beeinflusst, als zur Erzielung eines gewissen Kraftflusses im Anker für die Induzierung der bei Belastung erforderlichen EMK E_a eine größere Amperewindungszahl und damit ein größerer Nebenschlußstrom J_n erforderlich ist, als wenn die Wirkung des Ankerfeldes nicht vorhanden oder kompensiert wäre. Dieser Einfluß des Stromes ist jedoch nur zu berücksichtigen, wenn die Bürsten aus der geometrisch neutralen Zone verschoben sind, und keine Kompensationswicklung vorhanden ist. Liegen die Bürsten dagegen in der neutralen Zone, so kommt für die Erregung ein Strom J_n in Frage, der sonst bei Leerlauf eine EMK $E_{a_0} = E_k + J_a \cdot R_k = E_k + J \cdot R_k + J_n \cdot R_k$ erzeugen würde. Hierin wird J_n durch einen Vorversuch annähernd bestimmt. Das

Glied $J_n \cdot R_k$ übt keinen großen Einfluß auf E_{a_0} aus, da beide Faktoren klein sind. Ist die Leerlaufscharakteristik $f(E_a, J_n)$, $n = \text{konst.}$ aufgenommen, so kann man J_n schätzen und für den betreffenden Strom J_a die EMK E_{a_0} berechnen, wozu sich dann aus der Kurve ein gewisser Wert für den Nebenschlußstrom J_n ablesen läßt. Dieser muß möglichst mit dem geschätzten übereinstimmen.

Sind dagegen die Bürsten verschoben, so kann man J_n nur genau bestimmen, wenn die Regulierungskurve $f(J_n, J_a), E_k = \text{konst.}$ aufgenommen ist, was jedoch nur bei belasteter Maschine direkt möglich ist. Man kann sich nun dadurch helfen, daß man den zusätzlichen Erregerstrom i_n zur Kompensierung der Ankerrückwirkung schätzungsweise etwa zu $5 \div 2\%$ des für die EMK E_a erforderlichen Stromes J_n annimmt, so daß $J_n = J_n' + i_n = (1,05 \div 1,02) \cdot J_n'$ gesetzt werden kann. Eine Ungenauigkeit in der Schätzung übt nur einen geringen Einfluß auf das Resultat aus, zumal der Erregerverlust nur einen kleinen Teil der gesamten Verluste ausmacht. Der Verlust infolge der Erregung des Feldes wäre demnach

$$21. \quad L_{r_n} = E_k \cdot J_n.$$

γ) Das Feld besitzt Doppelschlußwicklung. Hierbei sind die Messungen für eine Wicklung so auszuführen, wie unter α oder β angegeben. Dazu sind dann die Verluste in der Zusatzwicklung zu addieren.

2. Motoren.

Die Aufgabe würde hierfür lauten: Es ist der Wirkungsgrad eines Motors für E_k V Spannung bei J_a A im Anker und n U/min zu bestimmen.

Der Wirkungsgrad eines Motors ist

$$\eta = \frac{L_a}{L_a + L_v} \quad \text{oder} \quad \eta = \frac{L_e - L_v}{L_e}$$

entweder als Funktion der abgegebenen $f(\eta, L_a)$ oder der eingeführten Leistung $f(\eta, L_e)$ zu bestimmen. Im ersten Falle ist es schwierig, den aufgenommenen Strom festzustellen, da er von dem erst zu suchenden Wirkungsgrad abhängig ist. Es ist daher einfacher, den eingeführten Strom J anzunehmen. Ist erst die

Kurve des Wirkungsgrades für verschiedene Leistungsaufnahme L_e bzw. zugeführte Ströme J bestimmt, dann läßt sich aus $L_e \cdot \eta = L_a$ auch eine Kurve $f(\eta, L_a)$ ableiten.

Eine zweite Schwierigkeit bei der Bestimmung der Verluste besteht noch darin, daß man die dem betreffenden Belastungsstrom J_a zukommende Drehzahl n nicht kennt. Man muß sich daher erst die Geschwindigkeitskurve $f(n, J_a)$ für $E_k = \text{konst.}$ ermitteln. Im allgemeinen stehen die Bürsten bei einem Motor in der geometrisch neutralen Zone oder nur wenig dagegen verschoben, so daß eine Schwächung des Feldes durch Ankerrückwirkung unberücksichtigt bleiben kann.

α) Hauptschlußmotoren.

Die Bestimmung der Verluste für Lager-, Luft- und Bürstenreibung $L_p = c \cdot n^{1,5}$ sind von der Drehzahl n abhängig, und diese ist eine Funktion des Belastungsstromes J nach der Gleichung

$$22. \quad n = \frac{E_k - J \cdot (R_a + R_u + R_h)}{c \cdot \mathfrak{R}},$$

Man muß demnach für die Untersuchung die jeweilige Drehzahl n kennen, die sich aus der nach Fig. 170 konstruierten Geschwindigkeitskurve $f(n, J)$ ermitteln läßt. Dabei ist es zulässig, die äußere Motorcharakteristik $f(E_k, J)$ $n = \text{konst.}$ zur Konstruktion der $f(n, J)$ für eine kleinere Drehzahl $\frac{n}{3} \div \frac{n}{4}$ aufzunehmen, wie ich in einem Beispiel¹⁾ gezeigt habe.

Der Reibungsverlust L_p ist dann für die verschiedenen Drehzahlen n entsprechend den dazu gehörenden Belastungsströmen J in der früher angegebenen Weise zu bestimmen.

Die Bestimmung der Eisenverluste L_{hw} und Wirbelstromverluste L_{wa} in den Ankerleitern geschieht in der Weise, daß man den Anker des Motors vom Hilfsmotor mit der dem Belastungsstrom entsprechenden Drehzahl antreibt und das Feld durch eine Stromquelle niedriger Spannung so weit erregt, daß die auftretenden Verluste gleich denjenigen des belasteten Motors werden. Das ist nun der Fall, wenn die im Anker als Generator induzierte EMK E_{a_0} gleich der elektromotorischen Gegenkraft

¹⁾ El. u. masch. Betr. 1911, S. 46.

$$23. \quad E_g = E_k - J \cdot (R_a + R_u + R_h)$$

des belasteten Motors ist, oder

$$24. \quad E_{a_0} = E_k - J \cdot (R_a + R_u + R_h).$$

Die Berechnung von $L_{hw} + L_{w_a}$ aus dem Versuch geschieht dann, wie in Gleichung 15 angegeben.

Die Stromwärmeverluste $L_{v_a} = J^2 \cdot R_k$ werden durch den Kurzschlußversuch entsprechend Gleichung 18 ermittelt. Sie können nicht zusammen mit den Erregerverlusten des Feldes gemessen werden, da die Maschine bei Kurzschluß nicht voll erregt sein darf. Man rechnet daher die Verluste im Magnetfeld $L_{r_h} = J^2 \cdot R_h$ aus dem Strom J und dem vorher gemessenen Widerstand R_h der Feld-Wicklung. (Temperatur berücksichtigen!)

β) Nebenschlußmotoren.

Auch hierbei muß man zuerst die Geschwindigkeitskurve $f(n, J_a)$, $E_k = \text{konst.}$ kennen, bevor man zur Feststellung der Verluste schreiten kann. Da die Bürsten nur wenig verschoben sind, und die Sättigung der Polschuhe sehr groß ist, so kann man den Einfluß der Ankerrückwirkung auf die Drehzahl vernachlässigen.

Nun verhalten sich die Drehzahlen n annähernd wie die im Motor bei den verschiedenen Belastungsströmen induzierten EM-Gegenkräfte E_g , wenn man die Ankerrückwirkung vernachlässigt. Bedeuten n_0 und E_{g_0} die Drehzahl und Gegenkraft bei Leerlauf mit dem Ankerstrom J_0 , dagegen n und E_g die entsprechenden Größen beim Strom J_a , so ist

$$25. \quad \frac{n}{n_0} = \frac{E_g}{E_{g_0}} \cdot \frac{\mathfrak{N}_0}{\mathfrak{N}_0 + \mathfrak{N}_e} \approx \frac{E_g}{E_{g_0}},$$

wenn man das entmagnetisierende Feld $\mathfrak{N}_e \approx 0$ setzt.

Bestimmt man also bei einer Klemmenspannung E_k und konstantem Nebenschlußstrom J_n die Drehzahl n_0 und Stromstärke J_0 für Leerlauf, so gilt auch

$$26. \quad E_{g_0} = E_k - J_0 \cdot (R_a + R_u),$$

und für Belastung

$$27. \quad E_g = E_k - J_a \cdot (R_a + R_u).$$

Man trägt nun die EMK E_g in Abhängigkeit von J_a in ein rechtwinkliges Koordinatensystem als $f(E_g, J_a)$ ein, indem man (Fig. 223) von $E_k = \text{konst.}$ die Werte $E_{v_a} = J_a \cdot (R_a + R_u)$ der Kurve $f(E_{v_a}, J_a)$ abzieht.

Dann zieht man in $Oa = J_0$ die Ordinate bis zum Schnitt b mit der $f(E_g, J_a)$ und legt durch b eine Horizontale, dann ist $ab = E_{g_0} = E_k = J_0 \cdot (R_a + R_u)$. Nun trägt man $Oc = n_0$ in einem bestimmten Maßstab ab und zieht durch c eine Hori-

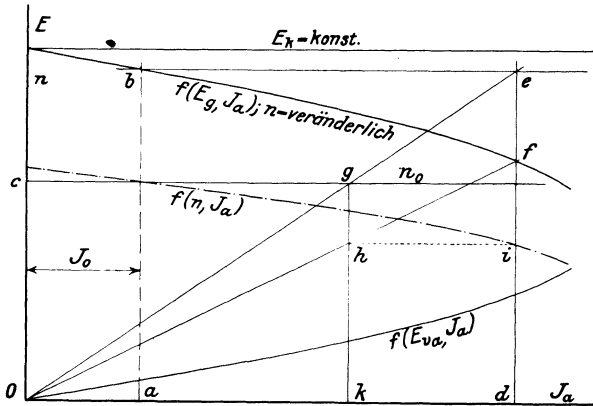


Fig. 223.

zontale. Will man nun für einen Belastungsstrom $J_a = Od$ die zugehörige Drehzahl n ermitteln, so errichtet man in d die Ordinate, verbindet deren Schnitte e und f mit O , fällt vom Schnittpunkt g ein Lot, welches den Strahl Of in h schneidet, und geht horizontal hinüber nach i . Dann verhält sich $\frac{kh}{kg} = \frac{df}{de} = \frac{E_g}{E_{g_0}}$. Da nun $kh = di$ und $kg = n_0$ ist, so erhält man $\frac{di}{n_0} = \frac{E_g}{E_{g_0}}$ oder $di = n$.

So bestimmt man für verschiedene Ströme J_a die zugehörigen Drehzahlen n durch die Punkte i ; dann ist die Verbindungslinie der Punkte i die gesuchte Geschwindigkeitskurve $f(n, J_a)$, $E_k = \text{konst.}$, $J_n = \text{konst.}$

Ist nun für die normale Belastung die Drehzahl n vorgeschrieben, so ermittelt man die zugehörige Erregerstromstärke J_n dadurch, daß man die Leerlaufscharakteristik $f(E_a, J_n)$ beim

Betriebe als Generator zu der gewünschten Drehzahl $n = \text{konst.}$ aufnimmt und für eine EMK E_a gleich der EM-Gegenkraft E_g bei normalem Strom J_a die zugehörige Erregerstromstärke J_n aus der gezeichneten Kurve abliest.

Nun lassen sich die Verluste in analoger Weise wie beim Hauptschlußmotor ermitteln. Bei der Bestimmung der Verluste $L_{hw} + L_{w_a}$ hat man jedoch darauf zu achten, daß die Maschine als Generator mit der EMK $E_a = E_g = E_k - J_a \cdot (R_a + R_u)$ arbeitet.

7. Temperaturerhöhung von Gleichstrommaschinen.

Die bei Belastung der Maschinen auftretenden Wärmemengen rufen eine Temperaturerhöhung des Ankers, Kommutators und der Feldwicklung hervor, wodurch die Leistungsfähigkeit begrenzt wird.

Für die Bestimmung der Temperaturerhöhung ist die Maschine eine bestimmte Zeit entsprechend den VdE-Vorschriften dauernd zu belasten, und zwar für intermittierenden Betrieb eine Stunde, für Dauerbetrieb zehn Stunden, bei kleinen Maschinen auch nur so lange, bis der stationäre Zustand erreicht sein kann. Dabei dürfen betriebsmäßig vorgesehene Umhüllungen, Abdeckungen usw. nicht entfernt werden.

Die Übertemperatur der Magnetspulen wird durch Widerstandsmessung ermittelt.

Ist R_{e_1} der bei τ_1 ° C durch Messung der Erregerspannung E_e und des Erregerstromes J_e , R_{e_2} der bei τ_2 ° C gefundene Widerstand, so ergibt sich

$$R_{e_2} = R_{e_1} \cdot [1 + \alpha \cdot (\tau_2 - \tau_1)],$$

oder bei $\alpha = 0,004$ für Kupfer die Temperaturzunahme

$$\tau_2 - \tau_1 = \tau = 250 \cdot \frac{R_{e_2} - R_{e_1}}{R_{e_1}}.$$

Die Kommutator- und Ankertemperatur wird direkt durch ein auf einen Zahn oder eine Lamelle gelegtes Thermometer bestimmt, dessen Kugel zur Erzielung einer guten Wärmeleitung mit Stanniol umgeben und durch Watte oder Putzwolle gegen Strahlung geschützt wird. Die Differenz $\tau_2 - \tau_1$ zwischen höchster

gemessener Temperatur τ_2 an der Maschine und der in Höhe der Maschinenmitte für 1 m Abstand gefundenen Lufttemperatur τ_1 stellt die Übertemperatur dar.

Zur Erzeugung der im normalen Betriebe auftretenden Temperatur macht man eine Dauerprobe. Bei großen Maschinen ist jedoch damit eine beträchtliche Energievergeudung verbunden. Es empfiehlt sich dann, die Zurückarbeitungsmethode (s. S. 269) anzuwenden oder, wenn das nicht möglich ist, künstliche Belastung vorzunehmen¹⁾.

8. Untersuchung der Kommutation.

Dieser Versuch hat den Zweck, festzustellen, in welcher Weise die Kommutation der Maschine sich gestaltet. Insbesondere kann man danach die richtige Auswahl der Bürstensorte treffen. Feuert eine Maschine, so kann es möglich sein, daß eine Ankerspule unterbrochen ist. Der Ort des Fehlers kann dabei folgendermaßen²⁾ ermittelt werden.

Man trennt ein Ableitungskabel von der Maschine und legt die Bürsten an ein Element. Es werden dann nur die unversehrten Ankerzweige von einem Strom durchflossen. Mittels eines empfindlichen Strommessers oder Galvanoskops prüft man, ob zwischen zwei benachbarten Lamellen eine Potentialdifferenz vorhanden ist oder nicht. Zeigt das Instrument keine Ablenkung, so befindet man sich im fehlerhaften Ankerzweig. Tritt nun in diesem zwischen 2 Lamellen eine starke Ablenkung auf, so liegt zwischen diesen die beschädigte Spule, da auf das Galvanoskop jetzt fast die ganze Spannung des Elements einwirkt.

Ist der Anker in Ordnung befunden, dann kann ein Funken eventuell durch richtige Bürstenstellung beseitigt werden. Hat dieses Mittel jedoch nicht den erhofften Erfolg, so wird man die Kommutation untersuchen. Zu dem Zweck nehmen wir nach Arnold³⁾ die als Kommutationsdiagramme bezeichneten mittleren örtlichen **Bürstenpotentialkurven** $f(e_x, \alpha)$ auf, indem wir mittels Spannungsmessers und zweier Kontaktnadeln die

¹⁾ Ind. El. 1907, S. 320. ²⁾ El. 1907, S. 88.

³⁾ ETZ. 1903, S. 469; Gl. M. 1906, Bd. I, S. 438 ff.

$$2. \quad r_u = \frac{e_o}{j_x} + \frac{e_w}{j} = \frac{e_o}{j_x} + r_w$$

und

$$3. \quad j_x = \frac{di}{dF_b}$$

gesetzt werden kann (r_w ist eine Konstante). Hierin sind e_o und e_w konstante vom Bürstenmaterial abhängige Werte.

$$3a. \quad j = f_i \cdot j_{mi}$$

stellt den zur mittleren Stromdichte

$$j_{mi} = \frac{1}{F_b} \cdot \int_{x=0}^{x=1} j_x \cdot dF_b = \frac{1}{x_1} \cdot \int_{x=0}^{x=1} j_x \cdot dx$$

gehörigen Effektivwert der für die einzelnen Punkte gültigen Momentanwerte j_{x_t} der örtlichen Stromdichten j_x dar.

Aus Gleichung 1 und 2 folgt:

$$4. \quad e_x = e_o + r_w \cdot j_x$$

Der Mittelwert $e_{x_{mi}}$ aller Potentiale e_x über die Bürstenbreite ist

$$5. \quad \frac{1}{x_1} \cdot \int_0^1 e_x \cdot dx = e_o + \frac{1}{x_1} \cdot \int_0^1 r_w \cdot j_x \cdot dx$$

Hierin ist das zweite Glied der rechten Seite auch

$$r_w \cdot \frac{1}{x_1} \cdot \int_0^1 j_x \cdot dx = r_w \cdot j_{mi}$$

somit erhält man 6. $e_{x_{mi}} = e_o + r_w \cdot j_{mi} = e_o + e_{w_{mi}}$.

Für Leerlauf ist nun die mittlere Stromdichte j_{mi} über die ganze Bürstenbreite gleich Null, wofür $e_o = e_{x_{o_{mi}}}$ wird.

Man nimmt daher noch die Potentialkurve bei Leerlauf $f(e_{x_o}, x)$ auf (Kurve b), dann erhält man durch Planimetrierung der Kurvenfläche die mittlere Ordinate e_o . Bildet man den Flächeninhalt durch graphische Ermittlung der Integralkurve (c), so ist ihre Endordinate $uw = e_o$ (s. S. 223)

Aus Gleichung 6 folgt ferner

$$7. \quad e_{x_{mi}} - e_o = r_w \cdot j_{mi} = e_{w_{mi}}$$

Bestimmt man daher zur Kurve $f(e_x, x)$ bei Belastung graphisch die Integralkurve (d), so stellt die Endordinate $uw = e_{x_{mi}}$ dar

und verändert um den Betrag e_0 die mittlere Potentialdifferenz $e_{w_{mi}} = wv$ (e_0 ist negativ) im Maßstab von e_x .

Denselben Wert würde man auch erhalten, wenn man die Integralkurve (f) von der um die Strecke e_0 verschobenen Achse rv gezeichnet hätte.

Da nun r_w eine Konstante ist, so stellt Kurve f als Integralkurve $f(e_{w_{mi}}, x)$ der um e_0 verschobenen Potentialkurve (a) auch die Kurve $f(j_x, x)$ der mittleren örtlichen Stromdichten dar.

Zur Bestimmung des Maßstabes müßte man $r_w = \frac{e_{w_{mi}}}{j_{mi}}$ berechnen. Nun ist, wenn $-i_a$ den Anfangswert, $+i_a$ den Endwert des Kurzschlußstromes i bedeuten,

$$8. \quad \int_{x=0}^{x=1} j_x \cdot dF_b = \int_{-i_a}^{+i_a} di$$

oder

$$9. \quad j_{mi} \cdot F_b = 2 \cdot i_a.$$

Hieraus folgt

$$10. \quad j_{mi} = \frac{2 i_a}{F_b},$$

worin der Strom eines Ankerzweiges $i_a = \frac{J_a}{2a}$ durch die Belastungsstromstärke J_a und die Zahl der Ankerzweige $2a$ gegeben ist. Andererseits ist daraus ersichtlich, daß der Maßstab der Kurve $f(j_x, x)$ direkt gegeben ist durch die Beziehung

$$\frac{1}{r_w} \cdot e_{w_{mi}} = c \cdot e_{w_{mi}} = j_{mi} = c \cdot wv.$$

Für einen beliebigen Punkt x rechnet sich der Kurzschlußstrom i aus der Gleichung

$$11. \quad \int_{-i_a}^i di = \int_0^x j_x \cdot dF_b$$

bzw.

$$12. \quad i + i_a = \int_0^x j_x \cdot dF_b$$

oder

$$13. \quad i = -i_a + \int_0^x j_x \cdot dF_b.$$

Die Kurzschlußstromkurve $f(i, x)$ ist daher nach Gleichung 11 die Integralkurve (g) der Kurve (f) der mittleren örtlichen Stromdichten $f(j_x, x)$.

Die Konstruktion ergibt jedoch nur dann den richtigen Verlauf der $f(i, x)$, wenn $j_x = \frac{di}{dF_b}$ nach Gleichung 3 gültig ist. Das ist der Fall, sobald die Bürste eine größere Lamellenzahl gleichzeitig bedeckt, d. h. das Verhältnis $\alpha = \frac{\beta}{b}$ von Bürstenbreite β zur Lamellenbreite b groß ist; je kleiner α ist, umso mehr weicht die hiernach ermittelte Kurzschlußstromkurve von der wirklichen ab, da die Gleichung 3 für die Grenzen $x = 0$ und $x = 1$ nur angenähert gilt. So fand Czeija¹⁾ bei Metallbürsten genügende Übereinstimmung für $\alpha > 1,6$ bei funkenfreiem Lauf und größerer Stromdichte. Kohlebürsten jedoch zeigen Abweichungen, da der Übergangswiderstand sich mit der Stromdichte stärker ändert als bei Metallbürsten.

Um weiter den Übergangswiderstand r_u in Gleichung 2 zu ermitteln, berechnen wir darin

$$14. \quad e_w = j \cdot r_w = f_i \cdot j_{mi} \cdot r_w,$$

worin der Formfaktor

$$f_i = \frac{\sqrt{\frac{1}{x} \cdot \int_{x=0}^{x=1} j_x^2 \cdot dx}}{j_{mi}}$$

aus der Form der Kurve $f(j_x, x)$ nach einer der im Abschnitt IV, Kap. 17 a, angegebenen Methode bestimmt wird.

Der „Widerstand r_u “ stellt keinen eigentlichen ohmschen Widerstand dar, da er von der Stromdichte unter der Bürste abhängig ist.

Bezeichnet E_u die Übergangsspannung zwischen Bürste und Kommutator beim Strom $2 i_a$ einer Bürste bzw. eines Bürstenstifts,

$$\text{dann ließe sich} \quad r_u = \frac{E_u}{2 i_a} = \frac{E_u}{F_b \cdot j_{mi}}$$

durch direkte Messung von E_u (nach S. 267) ermitteln.

¹⁾ Untersuchung der Kommutationsvorgänge. Samml. elektrot. Vortr. Bd. VI, 9/10.

Diese Messung führt man für verschiedene Ströme i_a bzw. j_{mi} durch und zeichnet dazu die Bürstencharakteristiken $f(E_u, i_a)$ bzw. $f(E_u, j_{mi})$ oder $f(r_u, j_{mi})$.

Aus den aufgenommenen Kurven und Werten für e_o und e_w läßt sich nun der Leistungsübergangsverlust L_u folgendermaßen berechnen:

Für eine Bürste ist

$$15. \quad L_{1u} = \frac{1}{x_1} \cdot \int_0^i \int_0^{x=1} e_x \cdot i \cdot dx = \frac{1}{x_1} \cdot \int_0^1 \int_0^{F_b} e_x \cdot j_x \cdot dF_b \cdot dx$$

oder

$$16. \quad L_{1u} = \frac{1}{x_1} \cdot \int_0^1 \int_0^{F_b} e_o \cdot j_x \cdot dF_b \cdot dx + \frac{1}{x_1} \cdot \int_0^1 \int_0^{F_b} \frac{e_w}{j} \cdot j_x^2 \cdot dF_b \cdot dx.$$

Führt man die Integration über die Bürstenfläche F_b aus und zieht konstante Faktoren heraus, so erhält man:

$$17. \quad L_{1u} = e_o \cdot F_b \cdot \frac{1}{x_1} \cdot \int_0^1 j_x \cdot dx + \frac{e_w}{j} \cdot F_b \cdot \frac{1}{x_1} \cdot \int_0^1 j_x^2 \cdot dx \\ = e_o \cdot F_b \cdot j_{mi} + \frac{e_w}{j} \cdot F_b \cdot j^2 = F_b \cdot j_{mi} \cdot (e_o + e_w \cdot f_i).$$

Setzt man nach Gleichung 9 für $F_b \cdot j_{mi} = 2 i_a$, so wird

$$L_{1u} = 2 i_a \cdot (e_o + e_w \cdot f_i).$$

Für Spiral- und Schleifenwicklung verteilt sich der gesamte Strom J_a gleichmäßig auf $2 a$ Ankerzweige.

Daher ist $J_a = 2 a \cdot i_a$. Der gesamte Bürstenübergangsverlust für $2 a$ Bürsten ist dann

$$L_u = 2 a \cdot L_{1u} = 4 a \cdot i_a \cdot (e_o + e_w \cdot f_i)$$

oder

$$L_u = 2 \cdot J_a \cdot (e_o + e_w \cdot f_i).$$

Für Wellenwicklungen mit selektiver Stromverteilung müßte man für jede Bürste den Verlust einzeln berechnen und

$$L_u = \sum_0^{2a} L_{1u}$$

bilden, da die Kurve der mittleren örtlichen Stromdichte und damit f_i für die einzelnen Bürsten verschieden ist.

Bei gleichmäßiger Stromdichte ist $f_i = 1$.

Durch die Aufnahme der Bürstenpotentialkurven $f(e_x, x)$ ist man ferner imstande, sich ein Urteil über die Güte der Kommutation zu bilden. Man nennt sie daher auch „Kommutionsdiagramme.“

Im allgemeinen kann man als Funkengrenze für Kupferbürsten $e_x = 0,25$ V, für Kohlebürsten $e_x = 2 \div 3$ V je nach der Kohlensorte und Kommutatortemperatur annehmen.

Ebenso wie bei der Bestimmung des Wirkungsgrades zur Vermeidung der Untersuchung bei Belastung eine Prüfung bei Leerlauf und Kurzschluß bequemer und wirtschaftlicher ist, lassen sich die Kommutionsdiagramme bei Belastung durch Superposition der bei Leerlauf und Kurzschluß aufgenommenen Potentialkurven mit genügender Genauigkeit darstellen, wie Arnold¹⁾ durch zahlreiche Versuche festgestellt hat.

Um ferner aus dem Kurzschlußversuch ein richtiges Urteil über die Kommutation bei verschiedenen Belastungsströmen zu erhalten, müßte man den Kommutierungsvorgang in einem zusätzlichen Felde untersuchen, das der Feldänderung zwischen Leerlauf und normaler Belastung entspricht. Dieses Feld erhält man, wenn der Kurzschlußstrom die Hälfte des normalen Stromes beträgt und die Bürsten in der für den halben Normalstrom richtigen Lage stehen. Will man die Maschine unter den für den normalen Betrieb ungünstigsten Bedingungen untersuchen, so stellt man die Bürsten in die neutrale Zone und läßt sie bei Kurzschluß mit dem normalen Strome längere Zeit laufen. So prüft die Maschinenfabrik Örlikon (Schweiz) ihre Maschinen in dieser Weise, wobei sie 6 Stunden lang funkenfrei laufen müssen.

¹⁾ ETZ. 1903, S. 474.

IV. Messungen der Wechselstromtechnik.

Wenn auch schon in den vorhergehenden Abschnitten Messungen mit Wechselströmen behandelt worden sind, so sollten diese Angaben größtenteils nur dazu dienen, das Wesen der Meßmethoden in physikalischer Hinsicht sowie ihre Ausführung zu erläutern ohne Rücksicht auf ein besonderes Anwendungsgebiet. Dagegen wird in den nächsten Kapiteln gezeigt werden, wie man die technisch wichtigen und bei der Untersuchung von Maschinen häufig vorkommenden Wechselstromgrößen mit Hilfe der genannten Meßmethoden für die in der Starkstromtechnik gebräuchlichen Periodenzahlen ermitteln kann.

Da sich nun die Wirkungsweise eines Wechselstromapparats allgemein zurückführen läßt auf einen Stromkreis, der Widerstand besitzt und dazu ein magnetisches und elektrisches Feld erzeugt, so kann man als Untersuchungsobjekt eine Spule mit Eisen in Verbindung mit einem Kondensator anwenden.

1. Messung des Koeffizienten der Selbstinduktion einer Spule mit Eisen.

Schließt man nach Fig. 225 eine Drosselspule D mit Eisenkern an eine Wechselstromquelle mit sinusförmiger Spannungs-

kurve an, so wird sie einen Strom $J = \frac{E_k}{W}$

bei der Klemmenspannung E_k und dem Wechselstromwiderstande

$$W = \sqrt{R_l^2 + S^2} \text{ aufnehmen.}$$

Der äquivalente Leistungswiderstand $R_l = \frac{L_s}{J^2}$ läßt sich aus der aufgenommenen Leistung L (nach Abzug des Eigenverbrauchs im Instrument, wenn dasselbe nicht kompensiert ist) und

dem Strom J berechnen. R_l ist infolge des Vorhandenseins von Hysterisis- und Wirbelstromverlusten im Eisen L_{hw} und der Kupferwicklung L_{wk} sowie wegen des Hauteffektes L_ν größer als der mit Gleichstrom bestimmte Spulenwiderstand R , so daß man setzen kann: $R_l = R + R_{hw} + R_{wk} + R_\nu$.

Um Korrekturen wegen des Stromverbrauchs im Spannungsmesser zu vermeiden, ist es vorteilhaft, ein statisches Instrument (Multizellularelektrometer) zu verwenden, welches dann direkt an D angeschlossen wird.

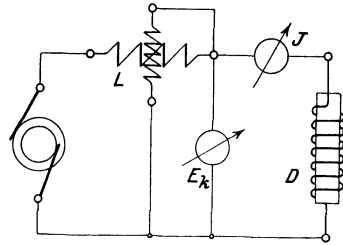


Fig. 225.

Nun ist $S = \mathcal{E} \cdot \omega = \mathcal{E} \cdot 2\pi \cdot \nu$, so daß man auf diese Weise den Selbstinduktionskoeffizienten \mathcal{E} ermitteln kann und zwar wird

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2\pi \cdot \nu} \cdot \sqrt{W^2 - R_l^2} = \frac{1}{2\pi \cdot \nu} \cdot \sqrt{\frac{E_k^2}{J^2} - \frac{L_s^2}{J^4}}$$

oder

$$\mathcal{E} = \frac{\sqrt{E_k^2 \cdot J^2 - L^2}}{2\pi \cdot \nu \cdot J^2}.$$

Im allgemeinen wird man \mathcal{E} in Abhängigkeit von der Stromstärke J darstellen wollen. Man muß dann entweder $E_k = \text{konst.}$ oder $\nu = \text{konst.}$ einstellen und erhält auf diese Weise je eine Kurvenschar für

- $f(\mathcal{E}, J); E_k = \text{konst.}$ bei verschiedenen Periodenzahlen ν ,
- $f(\mathcal{E}, J); \nu = \text{konst.}$ bei veränderlichen Werten der Klemmenspannung E_k .

Soll schließlich noch die Induktion \mathcal{B} im Eisen konstant bleiben, so muß man nach der Gleichung $E_k \approx 4 f_e \cdot \nu \cdot w \cdot F \cdot \mathcal{B} \cdot 10^{-8}$ bei veränderlicher Periodenzahl ν den Quotient $\frac{E_k}{\nu}$ auf gleicher Höhe halten, was man annähernd durch konstante Erregung der Wechselstrommaschine erreichen kann.

Zeigt die Spannung der Maschine keine reine Sinusform, so erhält man für den induktiven Widerstand S infolge des Vorhandenseins der höheren Harmonischen zu große Werte nach der vorigen Gleichung. Sind die Höchstwerte der Teilströme

$J_{1max}, J_{3max} \dots J_{nmax}$, dann ist

$$\mathcal{C} = k_s \cdot \frac{\sqrt{E_k^2 \cdot J^2 - L_s^2}}{2 \pi \cdot \nu \cdot J^2}$$

worin der Korrektionsfaktor

$$k_s = \sqrt{\frac{J_{1max}^2 + J_{3max}^2 + J_{5max}^2 + \dots + J_{nmax}^2}{J_{1max}^2 + 9 J_{3max}^2 + 25 J_{5max}^2 + \dots + n^2 \cdot J_{nmax}^2}}$$

berechnet werden kann, wenn man die Form der Stromkurve aufgenommen hat. Praktisch kann man jedoch $k_s \approx 1$ setzen, solange die Kurve der Spannung nicht sehr stark verzerrt ist, da außerdem die Stromkurve wegen der dämpfenden Wirkung der Selbstinduktion nur wenig von der Sinusform abweicht (vgl. auch S. 125).

2. Messung der Kapazität von Wechselstromapparaten.

Zu den kondensatorähnlich wirkenden Wechselstromapparaten gehören Fernleitungskabel, elektrolytische Zellen und übererregte Synchronmotoren. Während man bei einem Kondensator mit hoher Isolation und verschwindend kleinen dielektrischen Ver-

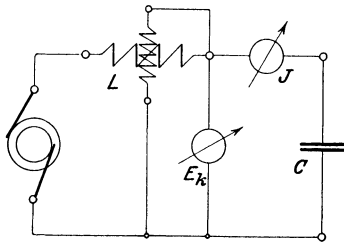


Fig. 226.

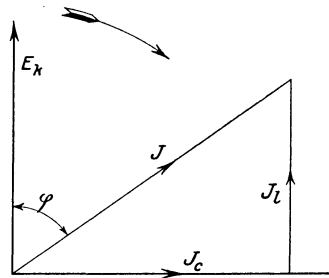


Fig. 227.

lusten den aufgenommenen Strom J annähernd gleich dem Verschiebungsstrom J_c dem absoluten Betrage nach setzen kann, ist das bei den technischen Kondensatoren nicht zulässig. In diesem Fall muß man zur Messung der Kapazität C noch einen Leistungsmesser L (Fig. 226) aufnehmen.

Zeigt dieser die Leistung L an, so ist davon der Eigenverbrauch in der Spannungsspule sowie der des Spannungsmessers abzuziehen, und man erhält dann die im Kondensator verbrauchte Leistung L_c . (Bei Verwendung eines statischen Spannungsmessers ist für ihn keine Korrektur erforderlich.) Aus den abgelesenen Werten

von E_k und J ergibt sich dann $\cos \varphi = \frac{L_c}{E_k \cdot J}$ und damit auch der Winkel φ oder auch der Leistungsstrom $J \cdot \cos \varphi = J_l = \frac{L_c}{E_k}$.

Daraus kann man unter der Annahme, daß die Leistung L_c in einem zum verlustlosen Kondensator parallelen Widerstande $R_l = \frac{E_k}{J_l}$ verbraucht wird, das Diagramm Fig. 227 zeichnen und findet den Kondensatorstrom J_c , der um 90° der Klemmenspannung E_k voreilt.

Bei sinuöser Spannungskurve ist dann der kapazitive Widerstand

$$S_c = \frac{E_k}{J_c} = \frac{1}{C \cdot 2\pi \cdot \nu}$$

oder

$$C = \frac{1}{2\pi \cdot \nu} \cdot \frac{J_c}{E_k}.$$

Rein analytisch würde man C unter der Annahme eines vorgeschalteten Widerstandes r_l folgendermaßen finden: Da

$$\frac{E_k}{J} = W = \sqrt{r_l^2 + S_c^2}$$

ist, und $r_l = \frac{L_c}{J^2}$ berechnet werden kann, so wird

$$S_c = \sqrt{\frac{E_k^2}{J^2} - \frac{L_c^2}{J^4}} = \frac{1}{C \cdot 2\pi \cdot \nu}$$

oder

$$C = \frac{J^2}{2\pi \cdot \nu \cdot \sqrt{E_k^2 \cdot J^2 - L_c^2}}.$$

Hat die Spannungskurve keine reine Sinusform, dann bilden sich im Gegensatz zur Wirkung eines induktiven Widerstandes in der Stromkurve die höheren Harmonischen sehr kräftig aus, so daß die Stromkurve stark verzerrt ist.

In diesem Fall wird

$$C = \frac{J^2}{2\pi \cdot \nu \cdot \sqrt{E_k^2 \cdot J^2 - L_c^2}} \cdot k_c,$$

worin

$$k_c = \sqrt{\frac{J_{1max}^2 + \frac{1}{9} \cdot J_{3max}^2 + \frac{1}{25} \cdot J_{5max}^2 + \dots + \frac{1}{n^2} \cdot J_{nmax}^2}{J_{1max}^2 + J_{3max}^2 + J_{5max}^2 + \dots + J_{nmax}^2}}$$

ebenfalls durch Aufnahme der Stromkurve ermittelt werden kann. Da bei stark ausgeprägten Oberschwingungen der Nenner bedeutend größer als der Zähler wird, so muß man den Korrektionsfaktor k_c berücksichtigen, andernfalls leicht Fehler bis zu 60% und mehr auftreten können, d. h. die Kapazität C viel zu groß erhalten wird.

Man kann jedoch den Fehler klein halten, wenn man zur Abdämpfung der Oberschwingungen einen möglichst großen induktiven Widerstand in den Kondensatorkreis einschaltet, so daß man in diesem Falle die Aufnahme der Spannungskurve vermeiden kann.

Ein anderes Mittel, die Wirkung der höheren Harmonischen verschwindend klein zu machen, besteht darin, durch Resonanz die Grundschwingung E_1 der Stromkurve besonders stark hervortreten zu lassen, so daß der Gesamtstrom J nur in geringem Maße von den Oberschwingungen beeinflußt wird.

Allgemein versteht man nun unter elektrischer Resonanz zwischen einer Selbstinduktion und Kapazität den wechselseitigen Ausgleich ihrer beiden entgegengesetzt gerichteten Wirkungen. Entsprechend der Schaltung unterscheidet man dabei 2 Arten der Resonanz.

a) Spannungsresonanz.

Schaltet man den zu messenden Kondensator C , R_{i_2} mit einer Induktionsspule S , R_{i_1} hintereinander an eine Wechselstromquelle (Fig. 228), dann besteht zwischen den Punkten ac eine Spannung

$$E_k = J \cdot \sqrt{R_l^2 + \left(\infty \cdot \omega - \frac{1}{C \cdot \omega} \right)^2},$$

wo $R_l = R_{i_1} + R_{i_2}$ ist. Hält man $E_k = \text{konst.}$, so wird J ein

Maximum, wenn sich die Wirkungen der Selbstinduktion und Kapazität aufheben oder

$$\mathfrak{E} \cdot \omega = \frac{1}{C \cdot \omega}$$

ist. Daraus ergibt sich die für das Zustandekommen der Resonanz erforderliche Periodenzahl

$$\nu_r = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{\mathfrak{E} \cdot C}}.$$

Diese Schaltung wendet man daher zweckmäßig an bei kleinen Kapazitäten C in Verbindung mit Spulen von großem Induktionskoeffizienten S .

Nach Fig. 229 setzen sich nun bei Resonanz die Teilspannungen E_1

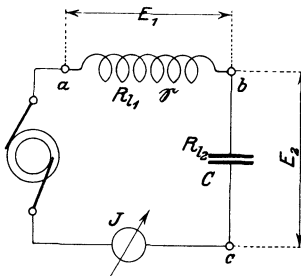


Fig. 228.

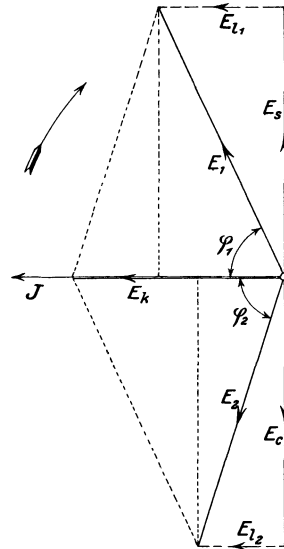


Fig. 229.

und E_2 zur Resultierenden E_k in der Weise zusammen, daß $E_s = E_c$ ist. Die Klemmenspannungen E_1 und E_2 sind dagegen wegen der verschiedenen Leistungsspannungen E_{l1} und E_{l2} nicht genau gleich groß.

Um nun die Resonanzperiodenzahl ν_r zu ermitteln, bestimmt man für eine Spannung $E_k = \text{konst.}$ den Verlauf des Stromes J in Abhängigkeit von der Periodenzahl ν (Fig. 230). Trägt man außerdem die Kurven der Teilspannungen E_1 und E_2 ein, so erkennt man, daß das Maximum des Stromes J annähernd für diejenige Periodenzahl auftritt, bei der die Teilspannungskurven sich

schneiden. Mit Hilfe von E_k und der aus Fig. 230 zu der Periodenzahl ν_r entnommenen Spannungen E_1 und E_2 läßt sich das Diagramm

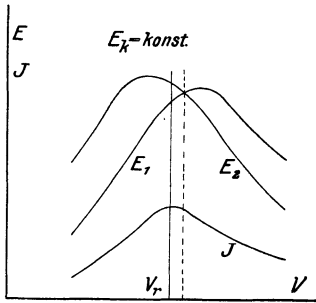


Fig. 230.

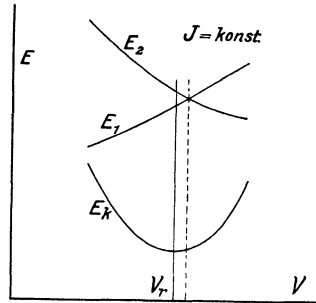


Fig. 231.

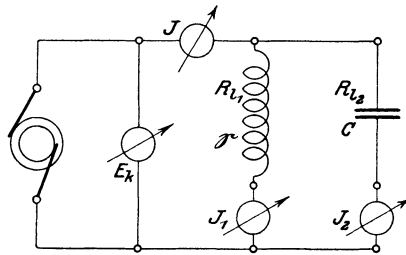


Fig. 232.

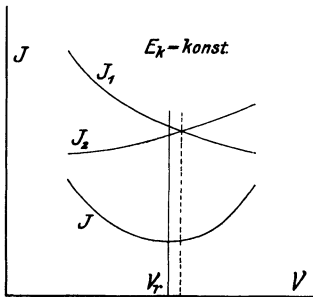


Fig. 233.

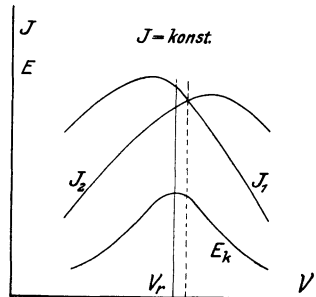


Fig. 234.

Fig. 229 zeichnen und daraus E_c sowie E_{l_1} und E_{l_2} entnehmen. Es ist dann

$$E_c = \frac{J}{C \cdot \omega_r} \quad \text{oder} \quad C = \frac{J}{2 \pi \cdot \nu_r \cdot E_c}.$$

Zur Messung der Spannungen bedient man sich hierbei zweckmäßig statischer Spannungsmesser. Benutzt man eine Spule mit bekannter Induktion \mathfrak{S} , dann könnte man ohne Zeichnung des Diagramms schon nach Fig. 230 die Kapazität

$$C = \frac{1}{4 \pi^2 \cdot \nu_r^2 \cdot \mathfrak{S}}$$

berechnen.

Die Resonanzperiodenzahl ν_r läßt sich auch dadurch ermitteln, daß man bei konstantem Strom J den Verlauf der Klemmenspannung E_k bei veränderlicher Periodenzahl ν aufnimmt (Fig. 231).

b) Stromresonanz.

Bei größeren Kapazitäten und Spulen mit kleiner Selbstinduktion bildet man die Resonanz zwischen den Strömen durch Parallelschaltung derselben nach Fig. 232.

Als Strommesser verwendet man dabei zweckmäßig induktionsfreie Hitzdrahtinstrumente. Man nimmt nun entweder für $E_k = \text{konst.}$ die Ströme J , J_1 und J_2 (Fig. 233) oder für $J = \text{konst.}$ die Ströme J_1 und J_2 sowie E_k in Abhängigkeit von der Periodenzahl ν auf (Fig. 234).

In diesem Fall gilt die Beziehung $J = E \cdot \frac{1}{W}$

$$= E \cdot \sqrt{\left(\frac{R_{l_1}}{R_{l_1}^2 + S^2} + \frac{R_{l_2}}{R_{l_2}^2 + \frac{1}{C^2 \cdot \omega^2}} \right)^2 + \left(\frac{S}{R_{l_1}^2 + S^2} - \frac{\frac{1}{C \cdot \omega}}{R_{l_2}^2 + \frac{1}{C^2 \cdot \omega^2}} \right)^2}$$

Der Strom J wird bei $E_k = \text{konst.}$ ein Minimum, wenn Resonanz bei der Periodenzahl ν_r vorhanden ist, d. h. das zweite Glied der Wurzel verschwindet. Es ist dann

$$\frac{S}{R_{l_1}^2 + S^2} = \frac{\frac{1}{C \cdot \omega}}{R_{l_2}^2 + \frac{1}{C^2 \cdot \omega^2}}$$

Setzt man $\frac{1}{C \cdot \omega} = S_c$, so erhält man $\frac{S}{R_{l_1}^2 + S^2} = \frac{S_c}{R_{l_2}^2 + S_c^2}$,

woraus folgt:

$$S_c = \frac{1}{C \cdot \omega_r} = \frac{R_{l_1}^2 + S^2 + \sqrt{(R_{l_1}^2 + S^2)^2 - 4 \cdot S^2 \cdot R_{l_2}^2}}{2 \cdot S}$$

$$\text{oder: } C = \frac{1}{2 \pi \cdot \nu_r} \cdot \frac{2 S}{R_{l_1}^2 + S^2 + \sqrt{(R_{l_1}^2 + S^2)^2 - 4 \cdot S^2 \cdot R_{l_2}^2}}.$$

Das Diagramm Fig. 235 stellt die Stromverteilung bei Stromresonanz dar. Man erkennt daraus, daß der gesamte Strom $J = J_{l_1} + J_{l_2}$ nur Leistungsstrom ist, während $J_s - J_c = 0$ ist,

d. h. der Kondensator liefert der Induktionsspule den Feldstrom. Besitzt der Kondensator keine Verluste, so daß $R_{l_2} \approx 0$ gesetzt werden kann, dann vereinfacht sich die Gleichung in

$$C = \frac{1}{2 \pi \cdot \nu_r} \cdot \frac{S}{R_{l_1}^2 + S^2}.$$

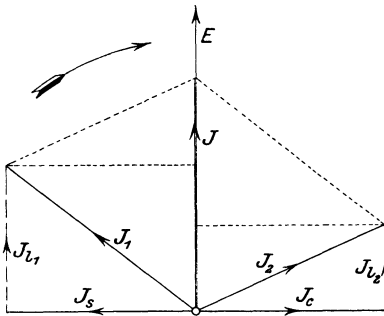


Fig. 235.

Diagramm zeichnen und daraus J_c entnehmen. Aus Fig. 234 ergibt sich ν_r und dazu E_k sodaß man

$$C = \frac{J_c}{2 \pi \cdot \nu_r \cdot E_k}$$

berechnen kann. Ist dagegen S und R_{l_1} bzw. R_{l_2} bekannt, so läßt sich C direkt aus den obigen Gleichungen ermitteln.

3. Prüfung eines Transformators.

Ist ein Transformator fertiggestellt, so muß er erst auf seine praktische Brauchbarkeit geprüft werden. Dazu gehört die Feststellung der Leistung durch

Dauerbelastung.

Die direkte normale Belastung eines Transformators würde einen großen Energieverbrauch und außerdem der Spannung ent-

sprechende Belastungswiderstände erfordern, deren Beschaffung unter Umständen schwer möglich wäre. Für den Fall, daß zwei Transformatoren gleicher Größe und Spannung vorhanden sind, kann man dieselben nach der Zurückarbeitungsmethode (s. Kap. 6a) so schalten, daß nur ein Energieverbrauch stattfindet, der den gesamten Verlusten entspricht.

Die Dauerprobe hat außerdem den Zweck, die Temperaturerhöhung für stationären Zustand zu bestimmen. In diesem Fall kann man mit einer geringen Energiemenge auskommen, wenn man den Belastungsstrom möglichst leistungslos, d. h. mit großer Phasenverschiebung, durch stark induktive Widerstände entnimmt.

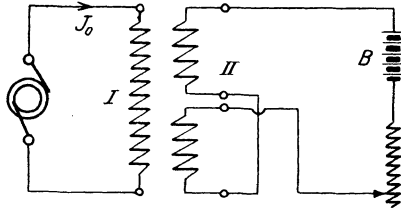


Fig. 236.

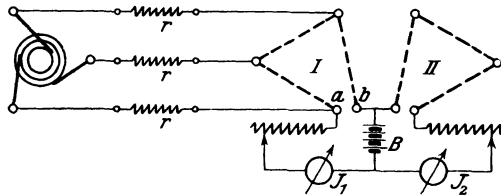


Fig. 237.

Ein anderes Mittel besteht in der künstlichen Belastung durch Gleichstrom, wie sie von Goldschmidt¹⁾ angegeben ist.

Für Einphasentransformatoren läßt sich diese Methode nur in dem Fall anwenden, wo die sekundäre Wicklung aus einer geraden Anzahl von einzelnen Spulen besteht. Man schließt dann die primäre Seite an die Wechselstromquelle (Fig. 236), schaltet die sekundäre in zwei gleichen Hälften gegeneinander und schickt aus einer Batterie *B* Gleichstrom von der Größe des normalen Wechselstromes hindurch. Dann erwärmt dieser das Kupfer,

¹⁾ ETZ. 1901, S. 682.

während das Eisen durch die Ummagnetisierung infolge des Leerlaufstromes J_0 auf die entsprechende Temperatur gebracht wird.

Zahlreicher sind die Schaltungen zur Erwärmung der Dreiphasentransformatoren mit Gleichstrom. Dabei wird die primäre Wicklung (Fig. 237) in Dreieckschaltung unter Einfügung von Widerständen r an die Stromquelle gelegt und zwischen a und b von der Gleichstrombatterie gespeist. Für 120° Phasenverschiebung ist nun die Summe der drei Phasenspannungen in jedem Augenblick Null, d. h. zwischen den Punkten a und b ist keine Potentialdifferenz vorhanden, welche durch die Batterie einen Wechselstrom schicken könnte. Der Gleichstrom J_1 belastet den

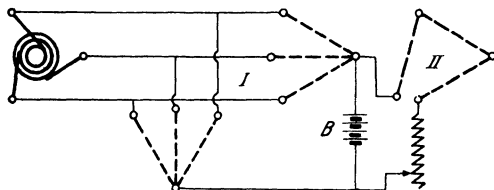


Fig. 238.

Generator nicht, da nur Ströme und Spannungen gleicher Periodenzahl sich zu einer Leistung zusammensetzen können (vgl. Kap. 17a). Die Widerstände r schützen den Generator vor zu starkem Anwachsen des Gleichstromes, während sie für den kleinen Leerlaufstrom J_0 nur einen geringen Spannungsabfall hervorrufen.

Besteht die Wicklung eines jeden Schenkels aus einer geraden Anzahl von Spulen, so kann man die Vorschaltwiderstände vermeiden, wenn man die primären Spulen in zwei parallelen Gruppen in Stern schaltet (Fig. 238) und den Gleichstrom zwischen den neutralen Punkten einführt. Die Sekundärseite wird dabei in Dreieck wie vorher angeschlossen. Die primäre Spannung beträgt in diesem Fall natürlich nur die Hälfte der normalen.

Für die gleichzeitige Belastung von zwei oder mehr gleichgroßen Transformatoren führt man die Schaltung in derselben Weise aus, wobei die primären Seiten jedoch immer in Sternschaltung parallel zueinander angeschlossen werden müssen. Die sekundären Spulen dagegen können in Sternschaltung (Fig. 239) parallel zueinander oder in Dreieck (Fig. 240) hintereinandergeschaltet an die Gleichstrombatterie angeschlossen werden.

Als Nachteil der Goldschmidtschen Methode ist die besondere Regulierung der Ströme in der Hoch- und Niederspannungswick-

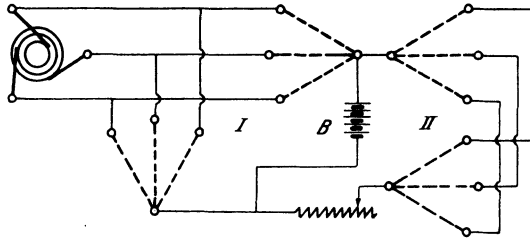


Fig. 239.

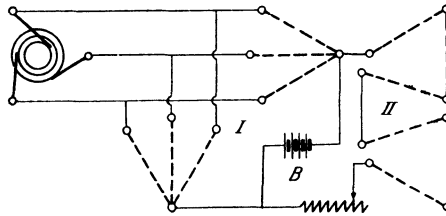


Fig. 240.

lung anzusehen, was besonders bei großen Leistungen unangenehm ist, da die Batterie die dreifachen Phasenströme für jede Wicklung liefern muß.

Benutzt man jedoch nach Molnár¹⁾ statt des Gleichstroms Wechselstrom, so kann man schon mit einer kleinen Stromquelle Transformatoren für große Leistungen untersuchen. Nach Fig. 241 hat die Hilfsstromquelle E_h hierbei nur den 3fachen Phasenstrom bei Sternschaltung und eine etwa 20% mehr als die Kurzschlußspannung betragende Klemmenspannung zu liefern. Dabei wählt man zum Anschluß die-

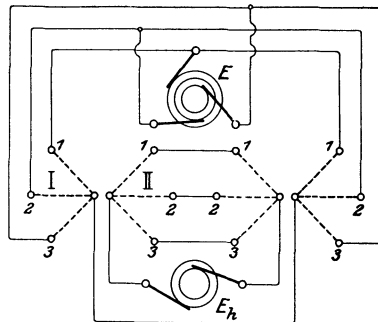


Fig. 241.

¹⁾ ETZ. 1909. S. 450.

jenige Seite der Transformatoren, deren Spannung zu der Hilfsstromquelle paßt. Zweckmäßig legt man die Stromquelle E_h an die Nullpunkte der Hochspannungsseite und schließt die Nullpunkte der Niederspannungsseite durch eine allen Phasen gemeinsame Rückleitung. In gleicher Weise läßt sich diese Schaltung auch bei Zweiphasen-Transformatoren verwenden.

Bei Dreieckschaltung der einen oder beider Seiten

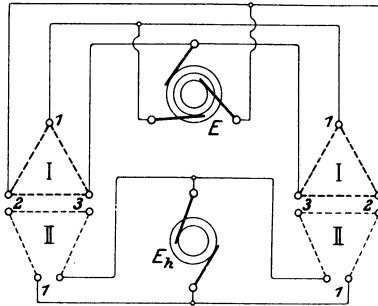


Fig. 242.

legt man nach Fig. 242 die zur Aufnahme des Magnetisierungsstroms bestimmten Seiten in Parallelschaltung an die normale Stromquelle E , die anderen in Dreieck geschalteten Wicklungen an die Hilfsstromquelle E_h in der Weise an, daß man je einen Eckpunkt des Dreiecks öffnet und die beiden Enden in Parallelschaltung an die Klemmen anschließt.

Auf diese Weise ist es auch möglich, einzelne Transformatoren künstlich zu belasten, indem man in Fig. 242 den zweiten Transformator fortläßt.

Will man keine Hilfsstromquelle verwenden, so kann man nach Gustrin¹⁾ eine Selbstbelastungsschaltung dadurch herstellen, daß man den normal angeschlossenen Transformator sekundär in Dreieck schaltet, wobei man eine Phase mit geringerer Windungszahl arbeiten läßt.

Ist jedoch eine solche Anzapfung nicht ausführbar, so kann man sich dadurch helfen, daß man auf eine Phase eine entsprechende Anzahl von Zusatzwindungen wickelt.

Eine andere Methode, die Temperaturerhöhung bei normaler Belastung zu bestimmen, besteht darin, die Übertemperaturen bei einem Dauerversuch für Leerlauf und Kurzschluß zu bestimmen und zu addieren. Dieser Wert ist gewöhnlich etwas zu hoch, so daß man den Versuch hauptsächlich zur schnellen Kon-

¹⁾ ETZ. 1907, S. 574 und 911.

trolle einer großen Zahl von Transformatoren benutzen wird, wenn für ein Stück der genaue Betrag ermittelt ist.

Die Messung der Temperaturerhöhung wird meistens im Anschluß an die Dauerprobe vorgenommen und hat bei Wechselstrom ausschließlich mit Weingeist- oder Toluolthermometern zu erfolgen, da Quecksilber durch Entstehen von Wirbelströmen erwärmt werden kann. Zur sicheren Übertragung der Wärme an das Thermometer umgibt man die Thermometerkugel mit Stanniol und bedeckt sie zum Schutz gegen Wärmeverluste und Strahlung mit Watte oder Putzwolle.

Diese Ablesungen sind gegenüber der im Innern des Transformators herrschenden Temperatur viel zu klein. Man berechnet daher besser die Temperaturerhöhung aus der Widerstandszunahme der Wicklung. Ist für den Anfang des Versuchs der Widerstand R_1 , nach der Dauerprobe R_2 , so ist für den Temperaturkoeffizienten des Kupfers $\alpha = 0,004$ die Übertemperatur

$$\tau = 250 \cdot \frac{R_2 - R_1}{R_1} \text{ } ^\circ\text{C.}$$

Für Öl wird die Temperatur der oberen Ölschicht bestimmt.

Die Untersuchung der Transformatoren erstreckt sich ferner auf die Prüfung der

Isolationsfestigkeit.

Schon während der Fabrikation empfiehlt es sich, die einzelnen Spulen auf gute Isolation zu untersuchen, indem man sie nach Fig. 243 als sekundäre Wicklung II eines Transformators schaltet, dessen Eisenrahmen geteilt ist.

Besitzt die Spule einen Isolationsfehler, so ruft die in den Windungen erzeugte EMK einen Strom hervor, der sich nicht nur durch starke Erwärmung der schadhafte Stellen kenntlich macht, sondern auch die primäre Stromaufnahme erhöht.

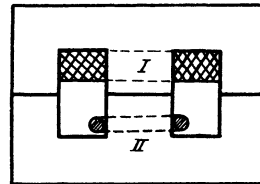


Fig. 243.

Für einen fertigen Transformator hat die Untersuchung der Isolierfestigkeit bei normaler Erwärmung, d. h. im Anschluß an eine Belastungsprobe, zu erfolgen. Sie umfaßt folgende drei Fälle:

1. Primär- gegen Sekundärwicklung,

2. Primärwicklung gegen Eisen,
3. Sekundärwicklung gegen Eisen.

Die Wicklungen werden nun (Fig. 244) jede in sich kurzgeschlossen, um eine möglichst gleichmäßige Verteilung des Potentials über die ganze Spule zu erzielen, und die Prüfspannung zuerst zwischen 1 ÷ 2, dann zwischen 1 ÷ 3 und zuletzt zwischen 2 ÷ 3 angelegt.

Die Höhe der Prüfspannung ist durch die Vorschriften des VDE festgelegt.

Transformatoren, welche in Reihenschaltung arbeiten, sind außerdem mit einer der Spannung des ganzen Systems entsprechenden Prüfspannung gegen Erde zu prüfen. Eine betriebsmäßig zwischen einer Wicklung und dem Eisenkörper vorhandene leitende Verbindung ist für die Prüfung zu unterbrechen; außerdem richtet sich dabei die Prüfspannung nur nach der zwischen einem Punkte der Wicklung und dem Gestell im Betriebe vorkommenden höchsten Spannung.

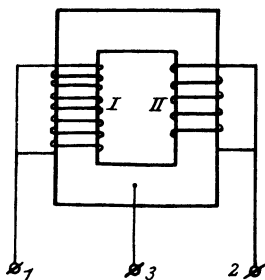


Fig. 244.

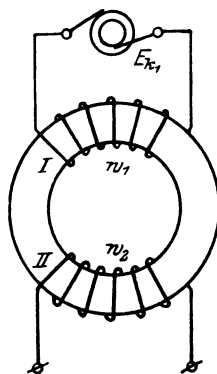


Fig. 245.

4. Das Transformator diagramm.

Ein Transformator besteht aus mehreren Spulen, die durch einen gemeinsamen magnetischen Kraftfluß miteinander verkettet sind. Als die für unsere Betrachtungen einfachste Form wählen wir (Fig. 245) einen Eisenring, der eine primäre Spule (I) von w_1 und eine sekundäre (II) von w_2 Windungen trägt.

Wird die Spule I an eine Wechselfspannung E_{k_1} angelegt, so nimmt sie einen Strom J_0 auf, der in dem Eisenring ein magnetisches

Wechselfeld \mathfrak{N}_0 erzeugt. Da dieses Feld die Windungen der Spule I schneidet, so wird in ihr nach dem Faraday - Maxwell'schen Induktionsgesetz eine EMK $E'_t = -w_1 \cdot \frac{d\mathfrak{N}_0}{dt}$ induziert.

Unter der Annahme, daß der Kraftfluß \mathfrak{N}_0 sinusartig verläuft, wird die von ihm induzierte EMK

$$E'_t = -w_1 \cdot \frac{d(\mathfrak{N}_{0max} \cdot \sin \omega t)}{dt} \text{ oder}$$

$$E'_t = -w_1 \cdot \mathfrak{N}_{0max} \cdot \omega \cdot \cos \omega t = -w_1 \cdot \mathfrak{N}_{0max} \cdot \omega \cdot \sin(\omega t + 90^\circ)$$

oder
$$E'_t = w_1 \cdot \mathfrak{N}_{0max} \cdot \omega \cdot \sin(\omega t - 90^\circ),$$

worin $\omega = 2\pi \cdot \nu$ die Winkelgeschwindigkeit des rotierenden Radiusvektors bedeutet. Die induzierte EMK E' hat demnach ebenfalls die Form einer Sinuskurve, die aber um $+90^\circ$ gegenüber dem Felde verschoben und außerdem negativ darzustellen ist, d. h. E' eilt dem Felde um 90° nach.

Nach dem zweiten Kirchhoffschen Satz muß nun für den primären Stromkreis in jedem Augenblick die Beziehung bestehen: $E_{k1t} + E'_t = J_{0t} \cdot R_1$, wo R_1 der Leistungswiderstand der Spule I ist, oder

$$E_{k1t} = -E'_t + J_{0t} \cdot R_1$$

Setzt man darin $-E'_t = E_{1t}$,

so wird
$$E_{k1t} = E_{1t} + J_{0t} \cdot R_1.$$

Die Spannung E_{k1} zerlegt sich demnach in eine Spannung

$$E_1 = -E'$$

zur Kompensation der vom Wechselfelde induzierten EMK E' und eine solche $J_0 \cdot R_1$, welche den Strom J_0 durch den Widerstand R_1 hindurchtreibt. Dabei ist $R_1 = \frac{L_{01}}{J^2}$ mit Hilfe eines Leistungsmessers zu ermitteln. Diese Erscheinung kann verglichen werden mit den Vorgängen beim Laden eines Akkumulators oder Betrieb eines Nebenschlußmotors, wobei E' der elektromotorischen Gegenkraft E_g entspricht. Von der Klemmenspannung E_{k1} kommt demnach nur ein Teil E_1 zur Erzeugung des Magnetfeldes \mathfrak{N}_0 in Frage, und zwar ist E_1 dann um 90° gegen \mathfrak{N}_0 voreilend.

Man kann sich nun für die Feststellung der bei den Induktionserscheinungen auftretenden Verschiebung folgende Regel merken:

Ist eine Größe die Folge einer anderen, so folgt sie der Ursache zeitlich um einen Verschiebungswinkel von 90° nach.

Um nun die Gleichung der Primärseite graphisch darstellen zu können, muß noch der Verlauf von J_0 festgestellt werden, da $J_0 \cdot R_1$ mit J_0 in Phase ist. Unter der Annahme eines sinusartigen Feldes \mathfrak{H}_0 wird bei Vorhandensein von Hysterisis im Eisen die Kurve des magnetisierenden Stromes J'_0 von der Sinusform abweichen. Ist die Hysterisischleife als $f(\mathfrak{H}_0, J')$ gegeben, so kann man (Fig. 246) zu verschiedenen Werten von \mathfrak{H}_0 der Feldkurve

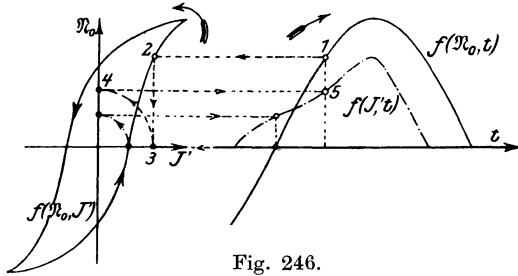


Fig. 246.

aus der Hysterisischleife J' finden und als Funktion von t rückwärts eintragen. (Die Zahlen geben die Reihenfolge der Operationen an.)

Aus dem Diagramm folgt, daß die Stromkurve $f(J', t)$ gegenüber dem Felde eine Voreilung besitzt. Da aber diese Form für die Verwendung von Mittelwertdiagrammen wenig geeignet ist, so müssen wir dafür eine gleichwertige Sinuslinie einsetzen, d. h. eine solche, welche dieselbe Leistung liefert, wie die wirkliche Kurve, so daß wir schreiben können:

$$J'_t = J'_{max} \cdot \sin(\omega t + \gamma).$$

Der sog. Hysterisiswinkel γ wird folgendermaßen gefunden:

Die Hysterisis ruft einen gewissen Leistungsverlust

$$L_h = E_1 \cdot J' \cdot \cos \delta$$

hervor, der einem Strom $J_h = \frac{L_h}{E_1} = J' \cdot \cos \delta$ entspricht. Dieser wird nun, da er in Phase mit E_1 ist, auf E_1 abgetragen (Fig. 247), im Endpunkt A ein Lot errichtet und mit J' um O ein Kreis geschlagen, welcher das Lot in B schneidet; dann ist $\sphericalangle BOA = \delta$.

Durch die Lage von J' ist dann auch

$$\gamma = 90 - \delta$$

als Winkel zwischen J' und \mathfrak{H}_0 bekannt, da \mathfrak{H}_0 als Folge von E_1 um 90° nacheilt. Zu diesem Verlust kommt aber noch ein solcher durch Wirbelströme im Eisen und Kupfer sowie durch Hauteffekt L_w , welcher einen Stromverbrauch

$$J_w = \frac{L_w}{E_1}$$

zur Folge hat. Da er dem Leistungsverbrauch direkt proportional ist,

so ist er in Phase mit E_1 . Trägt man daher $BD = J_w$ parallel zu E_1 an J' an, so gibt die Schlußlinie $OD = J_0$ den Leerlaufsstrom an, welchen der Transformator aufnimmt, wenn die sekundäre Spule offen ist. Dieser Strom J_0 wirkt mit seiner MMK

$$\mathfrak{M}_0 = \frac{4 \pi}{10} \cdot J_0 \cdot w_1$$

auf das Eisen ein, wobei aber das entstehende Magnetfeld infolge der Koerzitivkraft des Eisens und des nach dem Lenzschen Gesetz entgegenwirkenden Feldes der Wirbelströme um einen Betrag verringert wird, der einem gleichwertigen Strom J_{h+w} entspricht.

Zerlegt man demnach den Gesamtstrom J_0 in die mit E_1 in Phase befindliche Komponente J_{h+w} und eine dazu senkrecht stehende J_s , so ist J_s der Strom, welcher nach geometrischem Abzug des Stromes J_{h+w} von J_0 noch übrigbleibt, um das wirklich vorhandene Magnetfeld \mathfrak{H}_0 hervorzurufen. Die Leistung dieses Feldstromes J_s , der auch Magnetisierungsstrom heißt, ist

$$L_s = E_1 \cdot J_s \cdot \cos 90^\circ = 0,$$

d. h. zur Aufrechterhaltung eines Magnetfeldes wird keine Leistung verbraucht.

Diese Zerlegung des Leerlaufsstromes in zwei Komponenten ist natürlich nur eine mathematische, jedoch erweist sie sich für

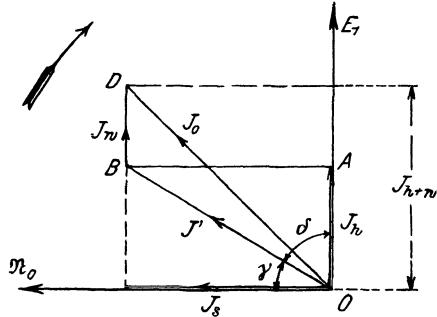


Fig. 247.

die Behandlung der Vorgänge als sehr vorteilhaft, und zwar bezeichnet man J_s als Feldkomponente und $J_l = J_{hw}$ als Leistungskomponente von J_0 , wobei die Beziehung besteht

$$J_0 = \sqrt{J_{hw}^2 + J_s^2}.$$

Zur Darstellung des Leerlaufdiagramms gehen wir von dem Felde \mathfrak{N}_0 aus (Fig. 248) und zeichnen dazu senkrecht um 90° voreilend E_1 ein. In Phase mit E_1 wird J_{hw} und in der Richtung von \mathfrak{N}_0 die Feldkomponente J_s eingezeichnet, deren Resultante J_0 ist. Im Endpunkt von E_1 wird $J_0 \cdot R_1$ parallel zu J_0 angetragen; dann gibt die Schlußlinie die primäre Klemmenspannung E_{k_1} an. Das Feld \mathfrak{N}_0 induziert in der Sekundärwicklung die EMK E_2 , welche, ihrem Wesen nach mit E' identisch, als Folge des Feldes um 90° nacheilend gegen dieses eingetragen ist.

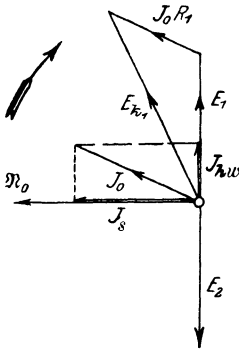


Fig. 248.

Für den Leerlauf des Transformators kann man nun den Spannungsverlust $J_0 \cdot R_1$ gegenüber E_1 vernachlässigen, so daß

$$E_1 \approx E_{k_1} = 4 f_e \cdot \nu \cdot \mathfrak{N}_{0 \max} \cdot w_1 \cdot 10^{-8}$$

gesetzt werden kann. Für die sekundäre EMK gilt ebenfalls

$$E_2 \approx E_{k_2} = 4 f_e \cdot \nu \cdot \mathfrak{N}_{0 \max} \cdot w_2 \cdot 10^{-8},$$

woraus folgt

$$\frac{E_{k_1}}{E_{k_2}} = \frac{w_1}{w_2} = u.$$

Die Größe u , welche sich jedoch mit der Belastung ändert, heißt dabei das Übersetzungsverhältnis bei Leerlauf.

Um nun beim Zeichnen der Diagramme die Verschiedenheit der Maßstäbe zu umgehen, sollen dieselben fortan im Maßstabe der Sekundärseite mit dem Übersetzungsverhältnis $u = 1$ dargestellt werden.

Schließt man die sekundäre Spule durch einen Widerstand, so erzeugt die EMK $E_{2t} = -w_2 \cdot \frac{d\mathfrak{N}_0}{dt}$

einen Strom J_{2t} . Dieser ruft eine MMK $\mathfrak{N}_2 = \frac{4\pi}{10} \cdot J_{2t} \cdot w_2$

und demnach ein Feld \mathfrak{N}_2 hervor, welches nach dem Lenzschen Gesetz dem primären Feld \mathfrak{N}_0 entgegenwirkt. Das resultierende Feld hätte aber eine kleinere EMK E' zur Folge, wodurch der Strom J_0 auf J_1 anwächst, dessen MMK $\mathfrak{N}_1 = \frac{4\pi}{10} \cdot J_1 \cdot w_1$ das Feld \mathfrak{N}_0 auf \mathfrak{N}_1 erhöht, so daß das resultierende Feld

$$\mathfrak{N} = \mathfrak{N}_1 - \mathfrak{N}_2$$

wird. Demnach lautet jetzt die Gleichung des Primärkreises für den belasteten Transformator

$$E_{k_1 t} = w_1 \cdot \frac{d\mathfrak{N}}{dt} + J_1 t \cdot R_1.$$

Da nun der Spannungsverlust $J_1 \cdot R_1$ praktisch kleiner als 1 % ist, so wird für $E_{k_1} = \text{konst.}$ das Glied

$$w_1 \cdot \frac{d\mathfrak{N}}{dt} \quad \text{nahezu gleich} \quad w_1 \cdot \frac{d\mathfrak{N}_0}{dt}$$

sein, oder $\mathfrak{N} \approx \mathfrak{N}_0$. Wir können daher mit großer Annäherung

$$\mathfrak{N}_1 - \mathfrak{N}_2 = \mathfrak{N}_0$$

setzen. Strenggenommen müßten die beiden Felder \mathfrak{N}_1 und \mathfrak{N}_2 geometrisch subtrahiert werden, da sie aber nahezu um 180° gegeneinander verschoben sind, so ergibt sich der absoluten Größe nach bei algebraischer Subtraktion kein großer Fehler. Ersetzt man darin die Felder durch die gleichwertigen MMKe, so erhält man

$$\frac{4\pi}{10} \cdot J_1 \cdot w_1 - \frac{4\pi}{10} \cdot J_2 \cdot w_2 = \frac{4\pi}{10} \cdot J_0 \cdot w_1$$

oder

$$J_1 = J_0 + J_2 \cdot \frac{w_2}{w_1},$$

eine für die Rechnung sehr bequeme Gleichung, welche die lineare Abhängigkeit des Primärstromes vom Sekundärstrom J_2 angibt, wie Fig. 249 zeigt. In Wirklichkeit ist es keine Gerade, sondern eine Kurve (gestrichelt), welche etwas tiefer liegt, da $\mathfrak{N}_0 > \mathfrak{N}$ ist, und infolgedessen bei Belastung der zur Erzeugung des Feldes und Kompensierung der Eisenverluste notwendige Strom gegenüber dem Leerlaufstrom J_0 kleiner ist.

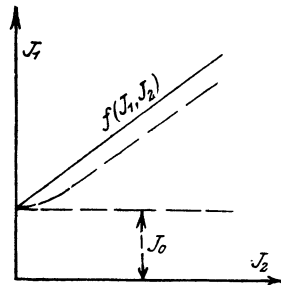


Fig. 249.

$$J_2 \cdot \frac{w_2}{w_1} = \frac{J_2}{u}$$

ist der auf die primäre Wicklung reduzierte Sekundärstrom, welcher mit dem Strom J_1 nach der Gleichung

$$J_1 - \frac{J_2}{u} = J_0$$

den Leerstrom J_0 ergibt, woraus $\frac{J_2}{u} = J_1 - J_0$

oder, wenn J_0 gegen J_1 vernachlässigt wird, $J_2 \approx J_1 \cdot u$ folgt.

Bei der exakten Darstellung im Diagramm ($u = 1$) werden wir jedoch J_0 als Resultante von J_1 und J_2 bilden.

Für die Sekundärseite kann man nun ebenfalls die Spannungsgleichung aufstellen, indem man berücksichtigt, daß der Strom J_2 einen Spannungsverlust $J_2 \cdot R_2$ sekundär hervorruft, so daß man $-w_2 \cdot \frac{d\mathfrak{N}}{dt} = E_{k_2t} + J_2 \cdot R_2$ erhält.

Die bisherigen Betrachtungen waren unter der Annahme angestellt, daß das primäre Feld \mathfrak{N}_1 sich vollständig mit dem sekun-

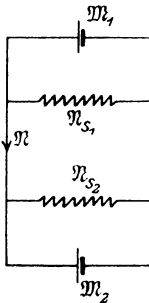


Fig. 250.

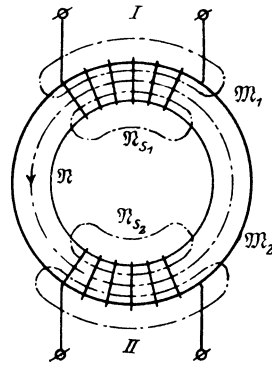


Fig. 251.

dären \mathfrak{N}_2 zu dem resultierenden \mathfrak{N} zusammensetzt. Das ist jedoch nicht der Fall. Da nämlich die den Eisenrahmen umgebende Luft ebenfalls Kraftlinien leitet, so bildet sie gewissermaßen einen magnetischen Isolationsfehler oder Nebenschluß zum Eisen. Von dem ganzen Felde \mathfrak{N}_1 vereinigt sich daher (Fig. 250 und 251) nur ein Teil \mathfrak{N}' mit einem Teil \mathfrak{N}'' von \mathfrak{N}_2 zu dem wirksamen Felde \mathfrak{N} ,

während $\mathfrak{N}_1 - \mathfrak{N}' = \mathfrak{N}_{s_1}$ und $\mathfrak{N}_2 - \mathfrak{N}'' = \mathfrak{N}_{s_2}$ sich durch die Luft schließen und für die Induktion verloren gehen. Man nennt daher \mathfrak{N}_{s_1} und \mathfrak{N}_{s_2} die Streufelder und die von ihnen induzierten

EMKe
$$-w_1 \cdot \frac{d\mathfrak{N}_{s_1}}{dt} \text{ bzw. } -w_2 \cdot \frac{d\mathfrak{N}_{s_2}}{dt}$$

die Streuspannungen, welche von gleichgroßen aber entgegengesetzten Spannungen $E_{s_{1t}}$ bzw. $E_{s_{2t}}$ kompensiert werden müssen.

Mit Berücksichtigung der Streuung lauten demnach die Gleichungen des Transformators

I.
$$E_{k_{1t}} = w_1 \cdot \frac{d\mathfrak{N}}{dt} + J_{1t} \cdot R_1 + w_1 \cdot \frac{d\mathfrak{N}_{s_1}}{dt} = E_{1t} + J_{1t} \cdot R_1 + E_{s_{1t}}$$

und

$$-w_2 \cdot \frac{d\mathfrak{N}}{dt} = E_{k_{2t}} + J_{2t} \cdot R_2 + w_2 \cdot \frac{d\mathfrak{N}_{s_2}}{dt}$$

oder

II.
$$E_{2t} = E_{k_{2t}} + J_{2t} \cdot R_2 + E_{s_{2t}},$$

die wir abgekürzt folgendermaßen schreiben wollen:

I.
$$E_{k_1} = \Sigma(E_1, J_1 \cdot R_1, E_{s_1})$$

II.
$$E_2 = \Sigma(E_{k_2}, J_2 \cdot R_2, E_{s_2}),$$

worin $\Sigma(\dots)$ angibt, daß die in der Klammer befindlichen Größen geometrisch summiert werden sollen.

Es soll nun das Diagramm des induktionsfrei belasteten Transformators mit Streuung gezeichnet werden. Ausgehend von dem gemeinsamen Feld \mathfrak{N} (Fig. 252) zeichnet man erst das sekundäre Diagramm und trägt deswegen E_2 um 90° nach links gedreht an. Da für induktionsfreie Belastung J_2 und E_{k_2} in Phase sind, so müssen

E_{k_2} und $J_2 \cdot R_2$ in derselben Richtung verlaufen. E_{s_2} dient zur Kompensation der von dem Streufeld \mathfrak{N}_{s_2} erzeugten Spannung E'_{s_2} ; da diese aber um 90° nachteilend gegen das Feld und damit auch gegen den Strom J_2 , welcher \mathfrak{N}_{s_2} hervorruft, verschoben sein müßte, so wird E_{s_2} gegenüber J_2 um 90° voreilend oder nach rechts gedreht einzutragen sein. Es bildet somit E_2 ,

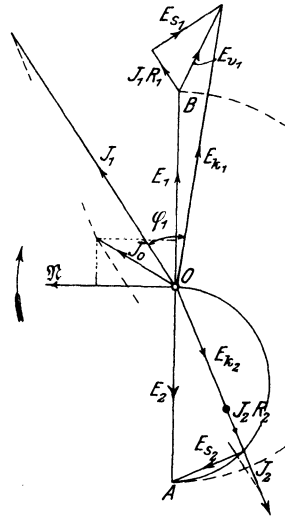


Fig. 252.

E_{k_2} , $J_2 \cdot R_2$ und E_{s_2} ein rechtwinkliges Dreieck, welches man darstellen kann, indem man über E_2 einen Halbkreis schlägt und von O aus als Sehne $E_{k_2} + J_2 \cdot R_2$ einträgt; dann ist die andere Kathete gleich der Spannung E_{s_2} . In Phase mit $J_2 \cdot R_2$ wird J_2 eingezeichnet, woraus J_1 bestimmt werden kann, wenn man nach dem Parallelogramm der Kräfte zu J_0 als Resultante und J_2 als Komponente die andere Komponente J_1 bildet. Man kann aber auch J_1 als geometrische Summe von J_0 und einem Strom $J'_2 = -J_2$, der als Äquivalent des Stromes J_2 von der Primärseite aufgenommen werden muß, ansehen; trägt man J'_2 an J_0 an, so ergibt die Schlußlinie den Strom J_1 .

Nun wird E_1 senkrecht zu \mathfrak{N} um 90° voreilend eingetragen und $J_1 \cdot R_1$ parallel zu J_1 daran angeschlossen. Senkrecht zu J_1 mit Voreilung steht E_{s_1} als Kompensation zur Streuspannung E'_{s_1} , welche dem Felde \mathfrak{N}_{s_1} und damit auch J_1 gegenüber um 90° nacheilend wäre. Die Schlußlinie ist dann die Klemmenspannung E_{k_1} .

Während in diesem Diagramm die Vektoren ihrer zeitlichen Lage nach dargestellt sind, entspricht unter der Annahme, daß je ein Pol der beiden Wicklungen geerdet ist und damit dasselbe Potential besitzt, welches gleich dem des Punktes O sein soll, jeder Punkt des Linienzuges dem Potential eines Punktes der Wicklung. Bei dem Übersetzungsverhältnis $u = 1$ fällt das

Potential des Punktes A mit B zusammen. Dann erhält das sogenannte Potentialdiagramm eine einfachere Gestalt.

Vernachlässigt man noch J_0 gegen J_1 , so fällt $J'_2 = -J_2$ mit J_1 zusammen, und es läßt sich das vereinfachte Potentialdiagramm (Fig. 253) folgendermaßen zeichnen:

Gehen wir dabei von dem Strom $J_1 \approx J'_2$ als Richtlinie aus, so ist E_{k_2} und $J'_2 \cdot R_2$ in der Richtung von J'_2 und senkrecht dazu E_{s_2} einzutragen. Die Schluß-

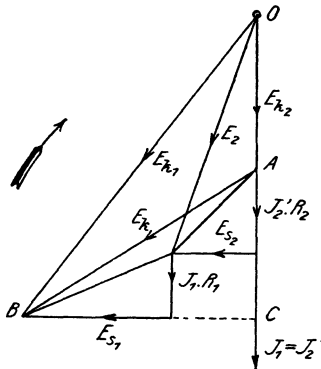


Fig. 253.

linie ist dann E_2 . Daran wird $J_1 \cdot R_1$ parallel zu J_1 und E_{s_1} senk-

recht zu J_1 angeschlossen; dann ist $OB = E_{k_1}$. Verbinden wir A mit B und verlängern E_{s_1} bis C , so stellt AC die Summe der Spannungsverluste

$$J_1 \cdot R_1 + J_2' \cdot R_2 \approx J_1 \cdot (R_1 + R_2)$$

und $CB = E_s + E_{s_2}$ die totale Streuspannung des Transformators dar. $AB = E_k$ entspricht dann dem gesamten Spannungsabfall. Aus der Figur folgt nun die Beziehung $E_{k_1} = \Sigma (E_{k_2}, E_k)$.

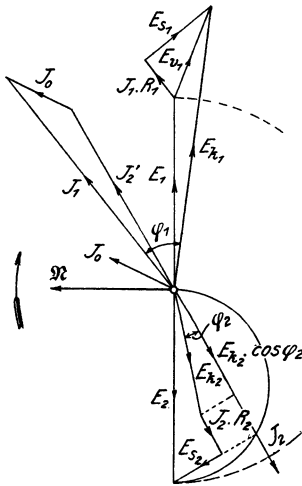


Fig. 254.

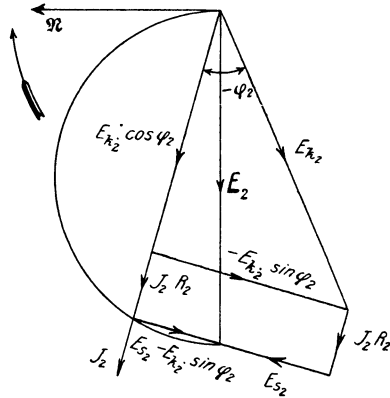


Fig. 255.

Ist darin $E_{k_2} = 0$, so wird $E_{k_1} = E_k$, d. h. E_k ist diejenige Klemmenspannung, welche primär erforderlich ist, um für $E_{k_2} = 0$, d. h. Kurzschluß des Transformators, sekundär den normalen Strom J_2 zu erzeugen.

Für induktive Belastung mit einer Phasenverschiebung φ_2 zwischen E_{k_2} und J_2 ändert sich nur das Diagramm der Sekundärseite (Fig. 254). Gehen wir wiederum vom Felde \mathcal{N} aus, so wird $E_2 = \Sigma (E_{k_2}, J_2 \cdot R_2, E_{s_2})$ um 90° nacheilend gegen \mathcal{N} eingezeichnet. In Phase mit J_2 ist jedoch nicht E_{k_2} , sondern $E_{k_2} \cdot \cos \varphi_2$, während die andere Komponente $E_{k_2} \cdot \sin \varphi_2$ senkrecht dazu, also in Phase mit E_{s_2} ist. Man schlägt nun einen Halbkreis über E_2 , trägt von O aus $E_{k_2} \cdot \cos \varphi_2 + J_2 \cdot R_2$ als Sehne ein, dann ist die andere Kathete $E_{s_2} + E_{k_2} \cdot \sin \varphi_2$. Zieht man noch die Lote in

den Endpunkten von $E_{k_2} \cdot \cos \varphi_2$ und E_{s_2} , so ergibt die Verbindung von O mit deren Schnittpunkt die Klemmenspannung E_{k_2} . Das Primärdiagramm ist in derselben Weise wie vorher zu zeichnen.

Für eine negative Phasenverschiebung, wie sie bei Belastung durch eine Kapazität vorkommt, wird $\cos(-\varphi_2) = \cos \varphi_2$,

aber

$$\sin(-\varphi_2) = -\sin \varphi_2.$$

Es wird dann

$$E_{k_2} \cdot \cos \varphi_2 + J_2 \cdot R_2$$

als Sehne in dem Kreise über E_2 auf der rechten oder linken Seite liegen, je nachdem $E_{s_2} - E_{k_2} \cdot \sin \varphi_2$ positiv oder negativ ist (Fig. 255).

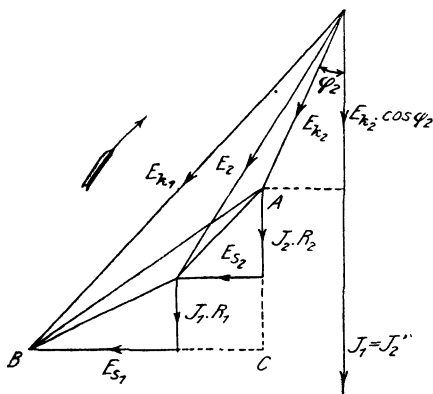


Fig. 256.

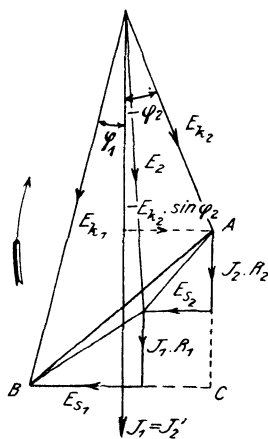


Fig. 257.

Nehmen wir wieder $J_2' \approx J_1$ an, so ergibt sich folgendes vereinfachte Potentialdiagramm (Fig. 256) für eine Phasenverschiebung $+\varphi_2$. Darin wird E_{k_2} unter dem Winkel φ_2 gegen J_2' eingetragen und die anderen Stücke genau wie in Fig. 253 eingezeichnet.

Verbindet man A mit B und verlängert E_{s_1} bis C , so zeigt sich, daß das Dreieck ABC von der Phasenverschiebung φ_2 unabhängig ist und nur durch den sekundären Belastungsstrom J_2 und die Streuverhältnisse des Transformators beeinflusst wird. Da es die Eigenschaft des Transformators charakterisiert, so nennt man es das „**charakteristische Dreieck**“. Das vereinfachte Potentialdiagramm für eine Phasenverschiebung $-\varphi_2$ zeigt Fig. 257, wobei der kapazitive Widerstand des äußeren Strom-

kreises $S_e = \frac{1}{C \cdot \omega}$ größer als der induktive $S = \mathfrak{C} \cdot \omega$ ist. Für den speziellen Fall

$$\mathfrak{C} \cdot \omega - \frac{1}{C \cdot \omega} = 0 \text{ wäre } \varphi_2 = 0.$$

5. Bestimmung des Spannungsabfalls eines Transformators.

Der Spannungsabfall E_v eines Transformators wird dargestellt als die Differenz $E_v = E_{k_{20}} - E_{k_2}$ der sekundären Klemmenspannung $E_{k_{20}}$ bei Leerlauf und E_{k_2} bei Belastung, wenn E_{k_1} konstant gehalten wird, oder prozentual

$$\varepsilon = 100 \cdot \frac{E_{k_{20}} - E_{k_2}}{E_{k_{20}}} \text{ o}/\text{o},$$

bezogen auf die Spannung $E_{k_{20}}$. Da nun für das Übersetzungsverhältnis $u = 1$ die Spannung $E_{k_1} = E_{k_{20}}$ ist, so muß man erst durch einen Leerlaufversuch das Übersetzungsverhältnis u bestimmen, indem man bei konstanter Periodenzahl ν primär die Spannung E_{k_1} so weit reguliert, daß sekundär die normale Spannung $E_{k_{20}}$ vorhanden ist, wofür $u = \frac{E_{k_1}}{E_{k_{20}}}$ wird.

Zur direkten Bestimmung des Spannungsabfalls würde man bei konstanter Primärspannung E_{k_1} und normaler Periodenzahl durch veränderliche Belastung der Sekundärseite die äußere Charakteristik $f(E_{k_2}, J_2)$ aufnehmen, wobei die Phasenverschiebung φ_2 konstant gehalten wird, indem man als Widerstand Drosselspulen mit veränderlichem Luftspalt oder Synchronmotoren anwendet, da letztere die Eigenschaft haben, daß sich durch verschiedene Erregung die Phase des aufgenommenen Stromes ebenfalls regulieren läßt. Abgesehen von dem großen Energieverbrauch hat diese Methode den Nachteil, daß bei der geringen Empfindlichkeit der Hochspannungsinstrumente die Ablesungen ungenau werden, und damit der Wert

$$\varepsilon = \frac{\frac{E_{k_1}}{u} - E_{k_2}}{\frac{E_{k_1}}{u}} \cdot 100 \text{ o}/\text{o}$$

fehlerhaft wird, wenn man nicht für Hoch- und Niederspannung zwei genau zusammenpassende Instrumente benutzt, wobei $\frac{E_{k1}}{u}$ direkt durch Zwischenschaltung eines Meßtransformators abgelesen wird.

Einfacher und genauer stellt sich die indirekte Bestimmung des Spannungsabfalls durch

a) Leerlaufs- und Kurzschlußversuch.

Die vereinfachten Potentialdiagramme zeigen, daß zu ihrer Konstruktion neben dem Übersetzungsverhältnis u die Kenntnis des charakteristischen Dreiecks erforderlich ist. Ersteres ergibt sich aus dem Leerlaufs-, letzteres aus dem Kurzschlußversuch, wie er von Kapp¹⁾ angegeben ist. Zur Aufnahme des charakteristischen

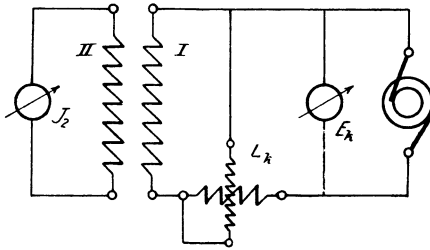


Fig. 258.

Dreiecks schließt man die Sekundärwicklung durch einen Strommesser J_2 (Fig. 258) von sehr kleinem Widerstande und steigert die primäre Spannung, bis sekundär der normale Belastungsstrom J_2 auftritt. Gleichzeitig wird

primär die Leistung L_k und Spannung E_k abgelesen. Für die Konstruktion des Diagramms reduzieren wir sämtliche primär gemessenen Größen auf die Sekundärseite und unterscheiden diese durch zwei Striche,

$$\text{z. B.} \quad E_k'' = \frac{E_k}{u}.$$

Bezogen auf die sekundäre Seite ist der primäre Widerstand

$$R_1'' = \frac{E_v''}{J''} = \frac{E_v}{J \cdot u} = \frac{E_v}{J \cdot u^2} = \frac{R_1}{u^2},$$

wenn E_v , J und R_1 primär gemessen sind. Die Leistung L_k stellt

¹⁾ ETZ. 1895, S. 260,

nur die Kupferverluste dar und ist dann, da $J_2 \approx J_1 \cdot u = J_1''$ war,

$$L_k = J_1''^2 \cdot R_1' + J_2^2 \cdot R_2 = J_2^2 \cdot \left(\frac{R_1}{u^2} + R_2 \right) = J_2^2 \cdot R'',$$

wobei R'' dem auf die sekundäre Seite reduzierten Gesamtwiderstand der beiden Wicklungen entspricht. Würde man R_1 und R_2 mit Gleichstrom messen, so erhielte man für R'' einen kleineren Wert als den beim Kurzschlußversuch gefundenen Quotienten $\frac{L_k}{J_2^2}$.

Aus $E_k'' = \frac{E_k}{u}$ als Hypotenuse und $J_2 \cdot R'' = \frac{E_k}{J_2}$ läßt sich das charakteristische Dreieck (Fig. 259) zeichnen, woraus auch die Streuspannung $E_s'' = E_{s_1}'' + E_{s_2} = \frac{E_{s_1}}{u} + E_{s_2}$ berechnet werden kann nach der Gleichung

$$E_s'' = \sqrt{(E_k'')^2 - (J_2 \cdot R'')^2} \quad \text{oder} \quad E_s'' \approx E_k''.$$

Ist der Widerstand des Strommessers r nicht zu vernachlässigen, so hat man von $J_2 \cdot R''$ den Spannungs-

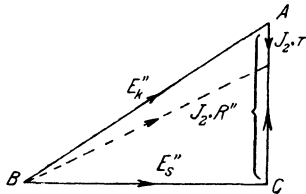


Fig. 259.

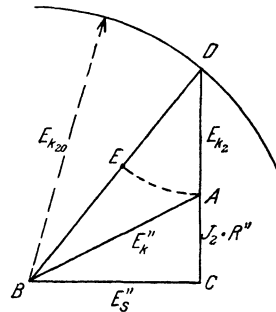


Fig. 260.

verlust $J_2 \cdot r$ abziehen; dann ist die gestrichelte Linie der wirkliche Wert von E_k'' .

Schlägt man um B mit $E_{k_{20}} = E_{k_1} = \frac{E_{k_1}}{u}$ einen Kreis (Fig. 260) und verlängert CA bis zum Schnitt D desselben, dann ist für die induktionsfreie Belastung $DA = E_{k_2}$ und $BD = E_{k_{20}}$. Trägt man $DA = DE$ von DB ab, so ist EB der Spannungsabfall. Diese Konstruktion ist jedoch für die Bestimmung des Spannungsabfalls in Abhängigkeit vom Belastungsstrom zu umständlich,

daher schlagen wir (Fig. 261) mit $E_{k_{20}}$ um A einen Kreisbogen, verlängern AC bis D , ziehen durch B zu AD eine Parallele BE und durch E eine solche EF zu BA ; dann ist

$$FD = AD - AF = E_{k_{20}} - E_{k_2} = E_v$$

der Spannungsabfall für den normalen Strom J_2 . Da die Seiten AC und BC dem Strome J_2 proportional sind, so muß AB für verschiedene Belastungen auf Grund der Ähnlichkeit der Dreiecke seine Neigung behalten und ebenfalls J_2 proportional sein.

Für den halben normalen Strom hätten wir daher durch die Mitte von AB bzw. EF eine Parallele GE' zu AD , und durch E'

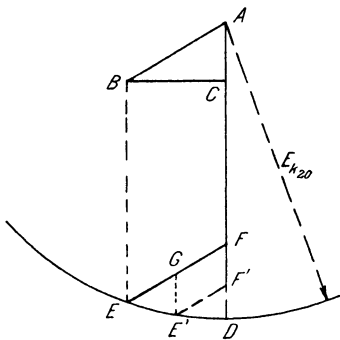


Fig. 261.

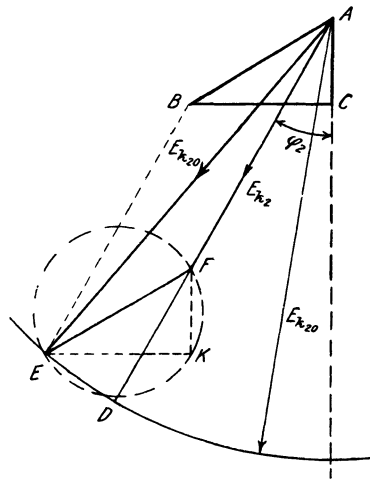


Fig. 262.

eine solche $E'F'$ zu EF zu ziehen, denn E' soll auf dem Kreisbogen und F' auf AD liegen. Dann ist $F'D$ der Spannungsabfall und AF' die sekundäre Klemmenspannung E_{k_2} für $\frac{J_2}{2}$.

Für einen konstanten Phasenverschiebungswinkel φ_2 wird (Fig. 262) AD um den $\sphericalangle \varphi_2$ gegen AC verschoben gezeichnet und die Linie EF parallel zu AB so eingetragen, daß E auf dem Kreisbogen und F auf dem Strahl AD liegt. Dann ist FD der Spannungsabfall.

In ähnlicher Weise bestimmen wir für Unter- und Überbelastung die Größen $E_v = E_{k_{20}} - E_{k_2}$.

Für konstanten Belastungsstrom J_2 und veränderliche Phasenverschiebung φ_2 bleibt das Dreieck ABC unverändert und damit EF gleich und parallel BA . Außerdem muß F immer auf AD liegen, wobei sich jedoch AF mit φ_2 ändert. Verlängert man daher (Fig. 263) BA , macht $AH = BA$ und

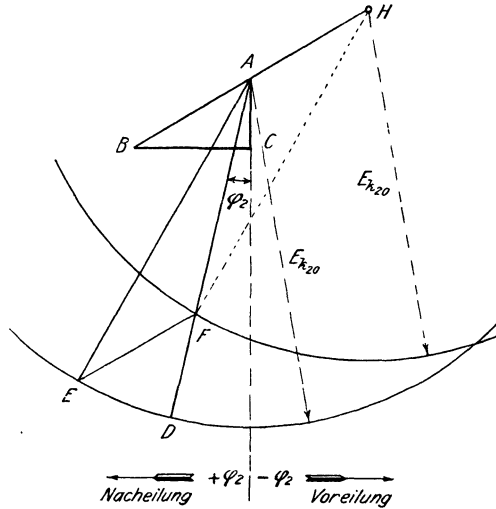


Fig. 263.

schlägt um H mit $E_{k_{20}}$ einen Kreisbogen, dann ist die Parallele FE zu AH für jeden beliebigen $\sphericalangle \varphi_2 = \sphericalangle FAC$ gleich AH und auch gleich AB , da $AE = HF = E_{k_{20}}$ gemacht ist. Es stellt somit der Strahl AF , welcher von A nach dem um H geschlagenen Kreisbogen gezogen wird, die Spannung E_{k_2} und die Strecke FD zwischen beiden Kreisen als Verlängerung von AF den Spannungsabfall E_v dar.

Eine vereinfachte Methode zur Ermittlung des Spannungsabfalls ist ferner von Hahnemann ¹⁾ angegeben worden.

b) Methode der Gegenschaltung.

Auch direkt läßt sich der Spannungsabfall nach Heinke ²⁾ und Bragstad ³⁾ folgendermaßen bestimmen.

¹⁾ ETZ. 1905, S. 700.

²⁾ Wechselstrommessungen, S. 156. ³⁾ ETZ. 1901, S. 821; 1905, S. 828.

Nehmen wir zuerst einen Transformator (Fig. 264) mit dem Übersetzungsverhältnis $u = \frac{w_1}{w_2} = 1$ an und belasten ihn sekundär bei konstanter Primärspannung $E_{k_1} = E_{k_2_0}$, so wird, wenn wir eine primäre Klemme a mit einer sekundären b verbinden und zwischen die beiden anderen Klemmen A und B einen Spannungsmesser E_k einlegen, derselbe je nach der Schaltung die vektorielle Summe oder Differenz der Spannungen $E_{k_1} = E_{k_2_0}$ und E_{k_2} anzeigen. Sind die Wicklungen gegeneinander geschaltet, dann

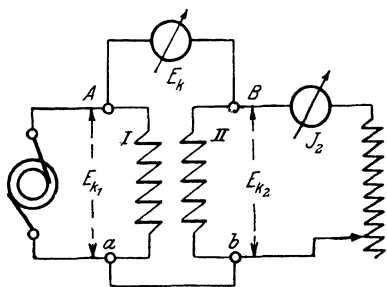


Fig. 264.

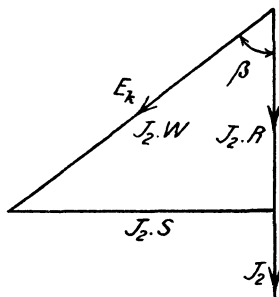


Fig. 265.

stellt der gemessene Wert E_k die geometrische Differenz von E_{k_1} und E_{k_2} , d. h. den gesamten Spannungsabfall

$$E_k = J_2 \cdot W = J_2 \cdot \sqrt{R^2 + S^2}$$

des Transformators dar, wobei W den Wechselstromwiderstand, R den Leistungs- und $S = \mathfrak{S} \cdot \omega$ den induktiven Widerstand der beiden Wicklungen bedeutet. Dividiert man daher die Gleichung

durch J_2 , so folgt daraus $\frac{E_k}{J_2} = W = \sqrt{R^2 + S^2}$.

Die Größe $E_k = J_2 \cdot W$ bildet aber mit $J_2 \cdot R$ und $J_2 \cdot S$ ein rechtwinkliges Dreieck (Fig. 265), welches dem charakteristischen entspricht. Legt man noch die Stromspule eines Leistungsmessers in die Sekundärseite II und schließt die Spannungsspule desselben an $A B$ an, so zeigt das Instrument eine Leistung

$$L_k = E_k \cdot J_2 \cdot \cos(E_k, J_2) = E_k \cdot J_2 \cdot \cos \beta$$

an. Nun ist $E_k \cdot \cos \beta = J_2 \cdot R$ und damit $E_k = J_2^2 \cdot R$. Der Leistungsmesser gibt also den totalen Kupferverlust des Trans-

formators an, aus dem dann die eine Kathete $J_2 \cdot R = \frac{E_k}{J_2}$ bestimmt und damit das charakteristische Dreieck gezeichnet werden kann.

Hat der Transformator das Übersetzungsverhältnis $u > 1$, so würde ein Meßfehler das Resultat stark beeinflussen. Jedoch läßt sich diese Methode sinngemäß auch verwenden, wenn man die Wicklung I als die sekundäre eines Hilfstransformators von gleichem Übersetzungsverhältnis ansieht. Da dieser nur den Zweck hat, die primäre Spannung E_{k_1} auf das Übersetzungsverhältnis $u = 1$ bezogen auf die Wicklung II zu reduzieren, so kann man dafür einen kleinen Meßtransformator von geringer Leistung benutzen.

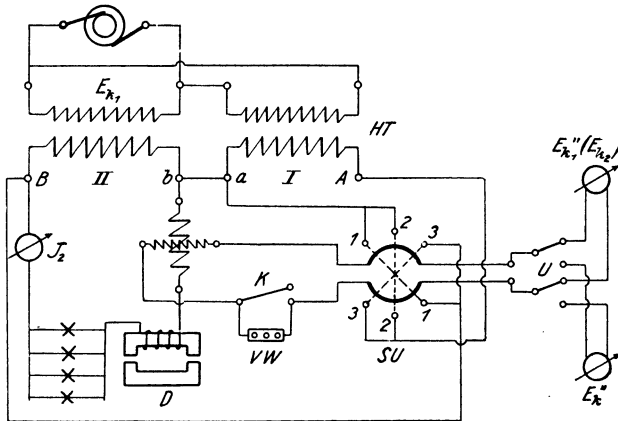


Fig. 266.

Für diese Messung macht man folgende Schaltung (Fig. 266): Die Sekundärwicklung I des Hilfstransformators HT wird mit der Sekundärseite II des zu untersuchenden Transformators gegeneinander geschaltet. Bei konstanter Primärspannung E_{k_1} stellt man dann den normalen Belastungsstrom J_2 mit Hilfe der Drosselspule D und eines induktionsfreien Widerstandes ein und liest in Stellung 1 des Spannungsmesser-Umschalters SU außer dem Strom J_2 die Klemmenspannung des Transformators bei Belastung E_{k_2} und am Leistungsmesser

$$L_2 = E_{k_2} \cdot J \cdot \cos \varphi_2$$

ab, woraus sich $\cos \varphi_2 = \frac{L_2}{E_{k_2} \cdot J_2}$ ergibt.

In Stellung 2 wird $E''_{k_1} = \frac{E_{k_1}}{u} = E_{k_{20}}$ und in Stellung 3 nach Kurzschließen des Vorschaltwiderstandes VW durch den Hebel K die Leistung $L_k = J_2^2 \cdot R''$ und Spannung $E''_k = J_2 \cdot W''$ bestimmt. Es ist dann $J_2 \cdot R'' = \frac{L_k}{J_2}$ und $E_v = E_{k_{20}} - E_{k_2}$ für den Strom J_2 und die Phasenverschiebung φ_2 bekannt.

Sokönntemanfür verschiedene Phasenwinkel φ_2 bei konstantem Strom J_2 oder verschiedene Ströme J_2 bei konstanter Phasenverschiebung φ_2 die zugehörigen Werte direkt aufnehmen. Bequemer ist es jedoch, aus den abgelesenen Daten das charakteristische Dreieck zu zeichnen und damit das ganze Diagramm für die Bestimmung des Spannungsabfalls E_k zu verwenden, wie es vorher beschrieben ist.

Nach den Vorschriften des VdE gilt als Spannungsänderung der durch Leistungs- und Strommesser ermittelte Spannungsverlust $J_2 \cdot R''$ für induktionsfreie, die Kurzschlußspannung E''_k für induktive Belastung.

6. Wirkungsgrad eines Transformators.

Nach der Gleichung $\eta = \frac{L_a}{L_e}$ könnte man den Wirkungsgrad berechnen, wenn man direkt die abgegebene Leistung L_a und die eingeführte L_e mittels Leistungsmessers bestimmt. Hierbei treten aber zwei Nachteile auf:

Erstens sind die Leistungen zu erzeugen und dann zu verbrauchen, zweitens würde ein Meßfehler sich vollständig in das Meßresultat übertragen, zumal der Wirkungsgrad eines Transformators im allgemeinen größer als 90 % ist.

Für einen Transformator von $L_a = 10$ kW Leistung, dessen Wirkungsgrad $\eta = 90\%$ sein soll, würde $L_e = \frac{10}{0,9} = 11,1$ kW sein. Hätte man L_a um $+1\% = 0,1$ kW fehlerhaft, d. h. $L'_a = 10,1$ kW, gemessen, so erhielte man $\eta' = \frac{10,1}{11,1} = 0,91$. Für $\eta = 98\%$ normal würde $L_e = \frac{10}{0,98} = 10,2$ kW betragen und für $L'_a = 10,1$ kW bei 1% Meßfehler $\eta' = \frac{10,1}{10,2} = 0,992$ oder $99,2\%$, d. h. der Fehler wird relativ größer, je größer der Wirkungsgrad ist.

Deswegen ist es vorteilhafter, die indirekten Methoden anzuwenden, bei denen nach der Gleichung

$$\eta = \frac{L_a}{L_a + L_v} = \frac{L_e - L_v}{L_e}$$

bei gegebenen Leistungen L_a oder L_e nur der Leistungsverlust L_v zu bestimmen ist. Hierbei kommt es auf eine sehr große Genauigkeit der Messung von L_v nicht an. Für unser Beispiel würde bei $\eta = 90\%$ der Verlust $L_v = L_e - L_a = 1,1$ kW ausmachen. Nehmen wir nun bei der Messung einen Fehler von $+5\%$ an, so würde $L'_v = 1,155$ kW gemessen sein, woraus

$$\eta' = \frac{10}{10 + 1,155} = 0,897 = 89,7\%$$

oder nur um $-1/3\%$ falsch bestimmt wäre.

Hierbei überträgt sich, wie wir sehen, der Meßfehler nur in verschwindend kleinem Maße auf das Resultat.

Zur Bestimmung des Leistungsverlustes verwendet man folgende Methoden:

a) Zurückarbeitungsmethode (Sumpner).

Der zu untersuchende Transformator wird mit einem anderen gleichgroßen als Glied eines Energiekreislaufes (Fig. 267) untersucht, wobei gleichzeitig auch eine Dauerprobe gemacht werden kann. Hierbei werden sämtliche Messungen nur auf der Niederspannungsseite gemacht, was besonders für die Bestimmung der Leistung von Vorteil ist.

Die beiden Transformatoren T_1 und T_2 sind mit ihren Primärwicklungen gegeneinander geschaltet. Schließt man die Schalter S_2 und S_3 so wird bei der normalen Klemmenspannung E_{k_2} der Niederspannungsseite der Strommesser

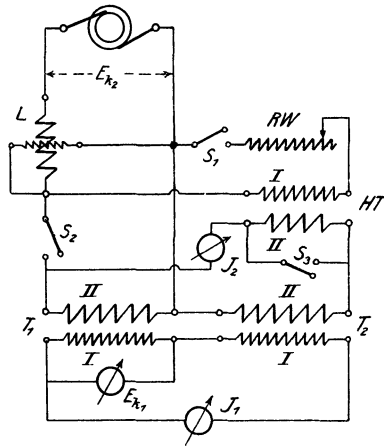


Fig. 267.

J_1 bei vollkommen gleichen Transformatoren keine Ablenkung zeigen. Der Leistungsmesser zeigt dann nur eine Leistung $L_0 \approx 2 L_{kw}$, entsprechend den Eisenverlusten der beiden Transformatoren an. Nun öffnet man den Kurzschlußschalter S_3 des Hilfstransformators HT , schließt S_1 und stellt den Regulierwiderstand RW so ein, daß der normale Strom J_2 bzw. J_1 erscheint. Dann verbrauchen beide Transformatoren nur so viel Energie, als ihren Gesamtverlusten entspricht.

Zeigt der Leistungsmesser den Betrag L' an, und ist der für den Strom J_2 vorher bestimmte Leistungsverbrauch des Hilfstransformators HT (inschl. Regulierwiderstand L''), dann ergibt sich unter der Annahme einer gleichmäßigen Verteilung der Verluste auf beide Transformatoren der einzelne Verlust

$$L_v = \frac{L' - L''}{2}.$$

Hat man in die Verbindungsleitung der Spulen II keinen Leistungsmesser aufgenommen, so genügt es, die mittlere Leistung der beiden Transformatoren $L_{mi} \approx E_{k_2} \cdot J_2$ zu setzen, da $\cos \varphi_2 \approx 1$ ist. Die eingeführte Leistung des einen Transformators ist dann $L_e \approx E_{k_2} \cdot J_2 + L_v$ und die vom anderen abgegebene $L_a \approx E_{k_2} \cdot J_2 - L_v$, woraus der Gesamtwirkungsgrad

$$\eta_1 \cdot \eta_2 \approx \frac{E_{k_2} \cdot J_2 - \frac{L' - L''}{2}}{E_{k_2} \cdot J_2 + \frac{L' - L''}{2}}$$

oder

$$\eta \approx \eta_1 \approx \eta_2 \approx \sqrt{\frac{E_{k_2} \cdot J_2 - \frac{L' - L''}{2}}{E_{k_2} \cdot J_2 + \frac{L' - L''}{2}}}$$

ist. Öffnet man den Schalter S_2 und führt der Sekundärseite den Strom J_2 zu, so entstehen nur Verluste durch Stromwärme im Kupfer $L_k = J_2^2 \cdot R''$, welche der Hilfstransformator zu bestreiten hat. Zeigt in diesem Fall der Leistungsmesser den Wert L'_k an, so wird $L'_k = L' - L''$.

Wiederholt man diesen Versuch für andere Stromstärken J_2 , so kann man den Wirkungsgrad als Funktion des Belastungsstromes durch eine Kurve $f(\eta, J_2)$ graphisch darstellen.

Für Dreiphasentransformatoren ist die Versuchsanordnung bei Sternschaltung der Transformatoren folgende (Fig. 268). Die richtige Schaltung der einzelnen Phasen der Primärseite I (Hochspannung) kann man vor dem Versuch dadurch feststellen,

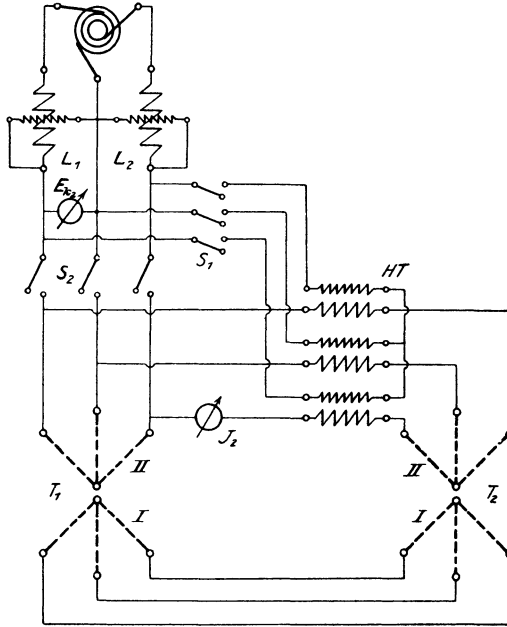


Fig. 268.

daß man in die Leitung provisorisch Glühlampen einschaltet, die Sekundärspannung zuerst niedrig einstellt und dann allmählich steigert. Bei richtiger Ausführung leuchten die Lampen nicht (s. Parallelschaltung von Generatoren. Kap. 10).

Ist nun nach Entfernung der Lampen die normale Spannung E_{k_2} und Stromstärke J_2 eingestellt, wofür sich an den beiden Leistungsmessern die Ablesungen L_1 und L_2 ergeben, dann ist

$$L_v = \frac{L_1 + L_2 - L''}{2}$$

und

$$L_{mi} \approx \sqrt{3} \cdot E_{k_2} \cdot J^2.$$

Daraus folgt

$$L_e \approx L_{mi} + L_v \quad \text{und} \quad L_a \approx L_{mi} - L_v,$$

somit wird

$$\eta \approx \sqrt{\frac{L_{mi} - L_v}{L_{mi} + L_v}}.$$

b) Leerlaufs- und Kurzschlußversuch.

Ist die sekundäre Leistung L_a eines Transformators durch Spannung, Strom und Phasenverschiebung gegeben, so haben wir nur den Verlust L_v zu bestimmen, um den Wirkungsgrad nach der Gleichung $\eta = \frac{L_a}{L_a + L_v}$ berechnen zu können.

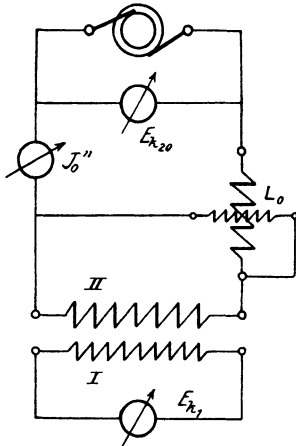


Fig. 269.

Der Verbrauch L_v setzt sich aus den Eisenverlusten L_{hw} und den Kupferverlusten L_k zusammen. Legt man die Sekundärwicklung des Transformators an eine Stromquelle mit der Spannung $E_{k_{20}} = E_{k_2}$ (Fig. 269) mit den entsprechenden Meßinstrumenten an, so nimmt sie bei offener Primärwicklung einen Leerlaufstrom J_0'' und eine Leistung L_0 auf, die, abgesehen vom Eigenverbrauch, die Eisenverluste L_{hw} und Kupferverluste $J_0''^2 \cdot R_2$ enthält. Daraus ergibt sich

$$L_{hw} = L_0 - J_0''^2 \cdot R_2 \approx L_0,$$

da $J_0''^2 \cdot R_2$ gegen L_0 vernachlässigt werden kann. Wird primär die Spannung E_{k_1} abgelesen, so hat man auch das Übersetzungsverhältnis $u = \frac{E_{k_1}}{E_{k_2}}$. Nun wird die sekundäre Seite mit einem Strommesser kurzgeschlossen und primär die Spannung bei der Schaltung Fig. 258 so weit gesteigert, daß sekundär der normale Strom J_2 auftritt, wofür der Leistungsmesser eine Leistung

$$L_k = J_2^2 \cdot R''$$

anzeigt, die nur den Kupferverlusten bei normalem Sekundärstrom entspricht, da die Eisenverluste bei der kleinen Spannung vernachlässigt werden können.

Dann ergibt sich aus beiden Versuchen

$$L_v = L_0 + L_k$$

und der Wirkungsgrad $\eta = \frac{L_a}{L_a + L_0 + L_k}$.

Im allgemeinen wird der in dieser Weise gefundene Wert etwas größer als der wirkliche sein, da wir die Verluste unter Verhältnissen bestimmt haben, wie sie bei normaler Spannung und Belastung nicht vorhanden sind. Soll nämlich die Klemmenspannung E_{k_2} zwischen Leerlauf und voller Belastung konstant bleiben, so muß die primäre Spannung E_{k_1} immer mehr gesteigert werden. Diese Spannungserhöhung ist aber fast gleich dem Spannungsabfall, der auftritt, wenn $E_{k_1} = \text{konst.}$ ist, so daß wir sie, bezogen auf die Primärseite, prozentual auch ausdrücken können durch die Gleichung

$$\varepsilon = \frac{E_{k_1} - E'_{k_2}}{E'_{k_2}} \cdot 100 \text{ } \%.$$

Diese Größe kann man graphisch leicht bestimmen, wenn man die Gleichung in

$$\varepsilon = \left(\frac{E_{k_1}}{E'_{k_2}} - 1 \right) \cdot 100 \text{ } \%$$

umformt. Gehen wir aus von dem Diagramm Fig. 270, welches wir aber auf die Primärseite beziehen wollen, da für das charakteristische Dreieck die einzelnen Stücke primär gemessen sind, so können wir von E ein Lot EN auf den Strahl AF fällen; dann wird, wenn wir $NF = \pm a$ und $EN = b$ setzen

$$E_{k_1}^2 = (E'_{k_2} \pm a)^2 + b^2 = E'_{k_2}{}^2 \pm 2a \cdot E'_{k_2} + a^2 + b^2$$

sein, oder

$$\frac{E_{k_1}}{E'_{k_2}} = \sqrt{1 \pm \frac{2a}{E'_{k_2}} + \left[\frac{a}{E'_{k_2}} \right]^2 + \left[\frac{b}{E'_{k_2}} \right]^2},$$

woraus

$$\varepsilon = \left(\sqrt{1 \pm \frac{2a}{E'_{k_2}} + \left[\frac{a}{E'_{k_2}} \right]^2 + \left[\frac{b}{E'_{k_2}} \right]^2} - 1 \right) \cdot 100 \text{ } \%$$

folgt. Setzt man für $\frac{a}{E'_{k_2}} \cdot 100 = p \text{ } \%$ und $\frac{b}{E'_{k_2}} \cdot 100 = q \text{ } \%$,

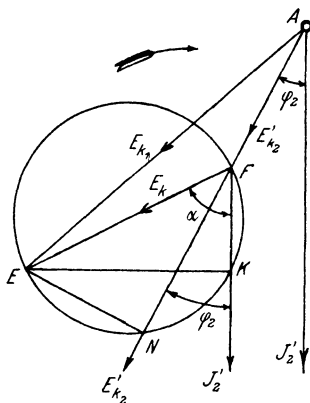


Fig. 270.

so wird

$$\varepsilon = \left(\sqrt{1 \pm \frac{2p}{100} + \left[\frac{p}{100} \right]^2 + \left[\frac{q}{100} \right]^2} - 1 \right) \cdot 100 \text{ ‰}$$

und, in eine unendliche Reihe entwickelt,

$$\varepsilon = \frac{\pm 2p + \frac{p^2}{100} + \frac{q^2}{100}}{2} - \frac{\frac{4p^2}{100} \pm 4p \cdot \left[\left(\frac{p}{100} \right)^2 + \left(\frac{q}{100} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{p}{100} \right)^2 + \left(\frac{q}{100} \right)^2 \right]^2 \cdot 100}{8} + \dots$$

oder
$$\varepsilon = \pm p + \frac{q^2}{200} \mp \frac{p \cdot (p^2 + q^2)}{20000} - \dots$$

Vernachlässigt man das letzte Glied, so ergibt sich

$$\varepsilon = \pm p + \frac{q^2}{200} \text{ ‰}$$

Das negative Vorzeichen bei p ist für eine Phasenverschiebung $-\varphi > (90^\circ - \alpha)$ einzufügen, da für diesen Fall $FN = -a$ wird.

Die Stücke p und q , welche in Prozenten von E'_{k_2} dargestellt werden müssen, lassen sich leicht dem Diagramm entnehmen, wenn man EF ebenfalls in Prozenten der Spannung E'_{k_2} bestimmt, nach der Gleichung

$$EF = \frac{E_k}{E'_{k_2}} \cdot 100 \text{ ‰}$$

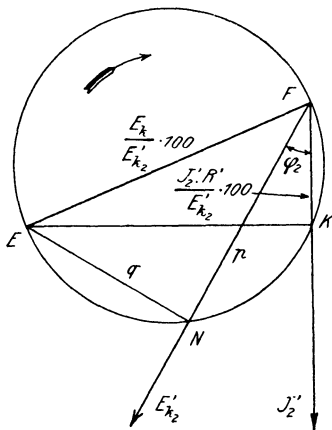


Fig. 271.

Berücksichtigt man noch, daß die Winkel bei K und N 90° betragen, so müssen die Punkte K und N auf einem Kreisbogen über dem Durchmesser EF liegen. Ausgehend von dem Strom J'_2 als Richtlinie (Fig. 271) trägt man

$$FK = \frac{J'_2 \cdot R'}{E'_{k_2}} \cdot 100 = \frac{J'_2}{E'_{k_2}} \cdot 100 = \frac{L_k \cdot 100}{E_{k_2} \cdot J_2} \quad \text{darauf ab,}$$

da $J'_2 = \frac{J_2}{u}$ und $E'_{k_2} = u \cdot E_{k_2}$ ist,

errichtet in K ein Lot, welches von dem um F mit

$$\frac{E_k}{E'_{k_2}} \cdot 100 = \frac{E_k \cdot 100}{E_{k_2} \cdot u}$$

geschlagenen Kreis in E geschnitten wird. Über EF als Durchmesser wird nun ein Kreis gezeichnet. Will man jetzt für einen bestimmten sekundären Phasenverschiebungswinkel φ_2 die Stücke p und q erhalten, so zieht man von F aus als Richtung der Klemmenspannung E'_{k_2} einen Strahl unter dem Winkel φ_2 gegen J'_2 verschoben, welcher den Kreisbogen in N schneidet; dann ist

$$FN = p \quad \text{und} \quad EN = q.$$

Dieses durch den Kurzschlußversuch gefundene Diagramm heißt das Kurzschlußdiagramm des Transformators.

Wie wir früher gesehen haben, war zur Erzeugung der sekundären Klemmenspannung E_{k_2} der auf die sekundäre Seite bezogene Leerlaufstrom J''_0 erforderlich. Zur Vereinfachung der Konstruktion hatten wir J''_0 gegen J_2 vernachlässigt so daß $J''_1 \approx J_2$ gesetzt wurde. Es muß daher auch für die Stromänderung des Transformators eine Korrektur eingeführt werden. Analog den früheren Betrachtungen kann man hier von einem Stromverlust im Transformator sprechen, der zur Folge hat, daß bei normaler Belastung der Primärstrom J''_1 größer als der bei Kurzschluß auftretende J_2 wird. Die Differenz $J_v = J''_1 - J_2$ stellt daher die Zunahme des Primärstromes dar, wenn wir, vom Kurzschluß ausgehend, die Spannung bis zum normalen Wert E_{k_2} bei konstantem Sekundärstrom J_2 wachsen lassen. In Prozenten des Belastungsstromes J_2 ausgedrückt können wir daher den prozentualen

$$\text{Stromverlust} \quad j = \frac{J''_1 - J_2}{J_2} \cdot 100$$

setzen. Da die Aufnahme auf der Sekundärseite (Niederspannung) gemacht wurde, so sollen alle in Frage kommenden Größen auf diese reduziert werden. Geht man hierbei vom Stromdiagramm (Fig. 272) aus, so kann daraus

$$j = \left(\frac{J''_1}{J_2} - 1 \right) \cdot 100 \%$$

graphisch bestimmt werden. Zu dem Zweck wird von T das

Lot TR auf den Strahl OM gefällt; dann ergibt sich, wenn $MR = \pm a_0$ und $TR = + b_0$ gesetzt wird,

$$j = \left(\sqrt{\left[1 \pm \frac{a_0}{J_2} \right]^2 + \left[\frac{b_0}{J_2} \right]^2} - 1 \right) \cdot 100.$$

Führt man ferner die Größen

$$p_0 = \frac{a_0}{J_2} \cdot 100 \text{ ‰} \quad \text{und} \quad q_0 = \frac{b_0}{J_2} \cdot 100 \text{ ‰}$$

ein, so folgt daraus durch entsprechende Umrechnung

$$j = \pm p_0 + \frac{q_0^2}{200} \text{ ‰}.$$

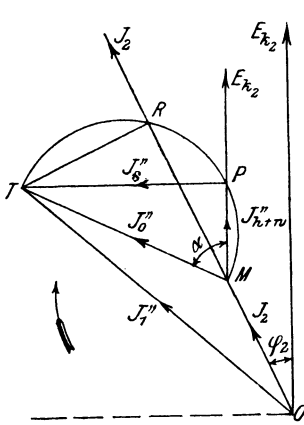


Fig. 272.

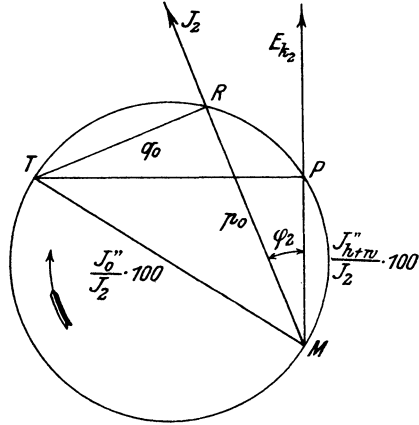


Fig. 273.

Auch hier ist $- p_0$ für eine Phasenverschiebung $-\varphi > (90^\circ - \alpha)$ einzusetzen.

Da die Winkel bei R und P 90° betragen, so liegen die Punkte P und R auf einem Kreis über $TM = J_0''$. Zur Bestimmung der Größen p_0 und q_0 können wir daher ein dem Kurzschlußdiagramm ähnliches konstruieren, welches als Leerlaufdiagramm (Fig. 273) bezeichnet wird.

Auf der Richtung von E_{k_2} wird

$$MP = \frac{J_{hw}''}{J_2} \cdot 100 = \frac{L_0}{E_{k_2} \cdot J_2} \cdot 100$$

abgetragen, in P ein Lot errichtet, $MT = \frac{J_0''}{J_2} \cdot 100$

gemacht und über MT als Durchmesser ein Kreis geschlagen. Der unter dem bestimmten Winkel φ_2 gegen E_{k_2} geneigte Strahl für J_2 wird von dem Kreis in R geschnitten; dann ist

$$MR = \pm p_0 \quad \text{und} \quad TR = q_0,$$

woraus j berechnet werden kann.

Für den Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{L_a}{L_a + L_v} = \frac{L_a}{L_a + L_{hw} + J_1^2 \cdot R_1 + J_2^2 \cdot R_2}$$

sind nun als Verluste die in der Gleichung angegebenen Größen einzusetzen. Von Leerlauf bis Vollast muß bei konstanter Klemmenspannung E_{k_2} die EMK E_{2_0} auf E_2 um $\frac{\varepsilon}{2}$ steigen, wenn wir den Spannungsabfall ε gleichmäßig auf beide Seiten verteilen. Damit steigt auch das Feld \mathfrak{N} proportional

$$E_2 = E_{k_2} \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right).$$

Demnach wird der Eisenverlust von seinem Werte bei Leerlauf

$$L_{hw_0} = E_{1_0} \cdot J_{hw} \approx \frac{E_{1_0}^2}{R_1} \approx \frac{E_{2_0}^2}{R_2}$$

(hierin war $E_{1_0}^2 = u^2 \cdot E_{2_0}^2$ und $R_1 = u^2 \cdot R_2$) für Belastung auf

$$L_{hw} = \frac{E_2^2}{R_2} \approx \frac{E_{k_2}^2}{R_2} \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right)^2 \approx \frac{E_{2_0}^2}{R_2} \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right)^2$$

ansteigen, da $E_{2_0} = E_{k_2_0} = E_{k_2}$ ist.

$$\text{Setzt man darin} \quad \frac{E_{2_0}^2}{R_2} \approx L_{hw_0} \approx L_0$$

$$\text{und} \quad \left(1 + \frac{\varepsilon}{2}\right)^2 \approx 1 + \varepsilon,$$

$$\text{so wird} \quad L_{hw} \approx L_0 \cdot (1 + \varepsilon).$$

Die Kupferverluste sind bei Kurzschluß

$$L_k = J_2'^2 \cdot R'$$

gemessen. Bei normaler Sekundärspannung steigt aber der Primärstrom von J'_2 auf J_1 , d. h. um $j\%$, so daß die Verluste

$$\begin{aligned} J_1^2 \cdot R_1 + J_2^2 \cdot R_2 &\approx \left(\frac{J_1 + J'_2}{2} \right)^2 \cdot R' \\ &= \left(\frac{J'_2 \cdot (1 + j) + J'_2}{2} \right)^2 \cdot R' = J_2'^2 \cdot \left(1 + \frac{j}{2} \right)^2 \cdot R' \quad \text{werden.} \end{aligned}$$

Setzt man darin $J_2'^2 \cdot R' = L_k$ und $\left(1 + \frac{j}{2} \right)^2 = 1 + j$,

so wird $J_1^2 \cdot R_1 + J_2^2 \cdot R_2 = L_k \cdot (1 + j)$.

Somit lautet die Gleichung des Wirkungsgrades

$$\eta = \frac{L_a}{L_a + L_0 \cdot (1 + \varepsilon) + L_k \cdot (1 + j)},$$

in der alle Größen durch Messung bestimmt werden können.

7. Temperaturerhöhung von Wechselstromgeneratoren.

Vor der Messung ist die Maschine entsprechend den Vorschriften des VDE zu belasten. Dabei dürfen betriebsmäßig vorgesehene Umhüllungen, Abdeckungen usw. nicht entfernt werden.

Bei Synchronmaschinen mit Gleichstromerregung wird die Übertemperatur der Magnetspulen durch Widerstandsmessung, die Ankertemperatur durch Thermometer bestimmt, wie es bei den Gleichstrommaschinen (S. 314) angegeben ist.

Auch aus den Temperaturerhöhungen τ_0 bei Leerlauf und τ_k bei Kurzschluß läßt sich die Übertemperatur τ durch einfache Addition $\tau = \tau_0 + \tau_k$ bestimmen, da nämlich die Temperaturerhöhung nahezu proportional den Verlusten ist, und der Gesamtverlust bei normaler Belastung sich als Summe der Leerlauf- und Kurzschlußverluste darstellt. Allgemein ist dieser Wert von τ etwas zu groß, so daß man bei dieser Methode sicher ist, den zulässigen Wert nicht überschritten zu haben.

Bei großen Maschinen wäre eine Dauerprobe mit einer beträchtlichen Arbeitsvergeudung verbunden. Es empfiehlt sich dann, entweder die Zurückarbeitungsmethode (s. Wirkungsgrad, Kap. 15a) anzuwenden, oder, wenn das nicht möglich sein sollte, künstliche Belastung vorzunehmen.

Goldschmidt¹⁾ läßt die Maschine mit normaler Spannung leer laufen, wodurch das Eisen infolge der Hysterisis- und Wirbelstromverluste geheizt wird, während für die Erwärmung des Armaturkupfers Gleichstrom durch die Wicklung geleitet wird, ohne daß jedoch die Gleichstromquelle Wechselstrom erhält. Am bequemsten läßt sich das bei Drehstrommaschinen mit Dreieckschaltung ausführen, indem man die geschlossene Wicklung an den Punkten *a* und *b* (Fig. 274) öffnet und daselbst den Gleichstrom einführt. Das geschieht am besten vor der Erregung der Wechselstrommaschine auf normale Spannung. Bei Hochspannungsmaschinen verbindet man außerdem einen Pol der Hilfsquelle mit dem Gestell, damit bei mangelhafter Isolation keine Beschädigung derselben eintritt. Eine Sternschaltung ist dabei in Dreieckschaltung umzuwandeln.

Da die Gleichstromquelle nur die Kupferverluste zu kompensieren hat, so braucht ihre Leistung nur $2 \div 4\%$ von der Maschinenleistung auszumachen.

Ein Nachteil der Methode besteht darin, daß die künstliche Belastung nicht den wirklichen Verhältnissen entspricht.

Mordey belastet die Maschine durch den eigenen Wechselstrom, indem er die induzierten Spulen des Ankers in zwei ungleichen Teilen gegeneinanderschaltet, so daß die Differenz der EMKe den erforderlichen Strom hervorruft.

Ayrton nahm eine ähnliche Schaltung an den Magnetspulen des Feldes vor, während Behrend²⁾ die Zahl der parallel geschalteten Spulen gleich groß machte und die beiden Zweige verschieden stark erregte.

Da nun die Spulen des einen Zweiges generatorisch, die des anderen motorisch wirken, entsteht ein wechselnder magnetischer Zug bei der Drehung.

Will man daher bei den beiden Methoden der Feldumschaltung für gewisse Erregungen starke Schwingungen und damit gefähr-

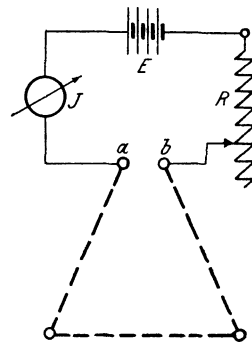


Fig. 274.

¹⁾ ETZ. S. 1901, 652.

²⁾ El. World. 31. Okt. 1903; ETZ. 1903, S. 314 (Ref).

liche mechanische Beanspruchungen vermeiden, so muß man nach Smith¹⁾ die Spulen der beiden Zweige so miteinander erregen, daß sie symmetrisch auf den Ankerumfang verteilt sind.

Da die Methode der Polumschaltung nur für Maschinen mit mindestens 60 Polen und vierfacher Unterteilung anwendbar ist, wenn die Verluste sich nahezu wie bei Vollast verteilen sollen, haben Hobart und Punga²⁾ eine Prüfungsmethode angegeben, die keine Veränderung der Schaltung erfordert, und bei der die Erwärmung wie bei der wirklichen Belastung auftreten soll, ohne daß eine größere Energie aufgewendet werden muß, als zur Deckung der Verluste erforderlich ist. Dabei müssen die Einzelverluste bekannt sein.

8. Aufnahme von charakteristischen Kurven an Generatoren.

Wie wir schon früher gesehen haben, läßt sich eine elektrische Maschine durch Aufnahme von charakteristischen Kurven u. a. in bezug auf Spannungsabfall, Ankerrückwirkung und Überlastungsfähigkeit direkt untersuchen. Am einfachsten bestimmt sich wieder

a) die Leerlaufcharakteristik

$$f(E_a, J_e), \quad J = 0, \quad v = c \cdot n = \text{konst.}$$

Der Wechselstromgenerator wird nach der Schaltung Fig. 275 erregt und für den ganzen Versuch mit konstanter Drehzahl n angetrieben. Da aber für die Untersuchung mit Wechselströmen die Periodenzahl v mehr in Frage kommt, so sollen die Kurven fortan für konstante Periodenzahl entsprechend der Gleichung $v = \frac{p \cdot n}{60}$ bestimmt werden, worin p die Anzahl der Polpaare oder gleichnamigen Pole bedeutet. Ändert man die Erregung von $J_e = 0$ bis zu einem Maximum und liest dazu E_a ab, so erhält man durch graphische Darstellung der Werte E_a als Funktion von J_e die Leerlaufcharakteristik (Fig. 276) in der schon bei Gleichstrom bekannten Form.

¹⁾ El. 14. Juli 1905. ²⁾ ETZ. 1905, S. 441.

Bei Mehrphasenmaschinen mißt man für die verschiedenen Phasen die Spannungen, wodurch man gleichzeitig die Wicklung auf Symmetrie und richtige Schaltung kontrolliert.

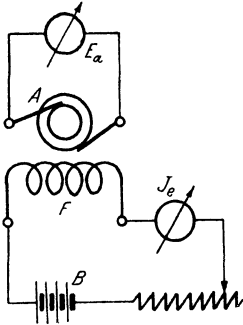


Fig. 275.

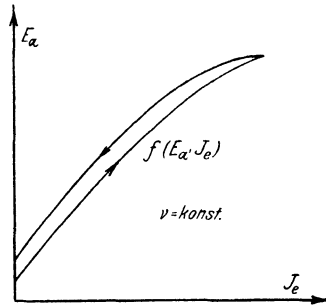


Fig. 276.

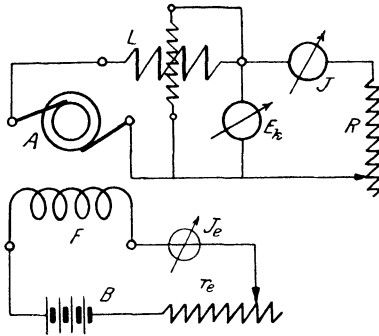


Fig. 277.

b) Belastungscharakteristik

$$f(E_k, J_e), J = \text{konst. } v = \text{konst.}$$

Schließt man die Klemmen durch einen Widerstand R mit eingeschaltetem Strommesser J , so gibt die Maschine einen Strom J (Fig. 277) ab. Als Belastung verwendet man induktionsfreie, induktive und kapazitative Widerstände. Zu ersteren rechnet man im allgemeinen Glühlampen, Wasserwiderstände und bifilar- oder zickzackförmig gewickelte Drähte, wobei der Strom J mit der Spannung E_k nahezu in Phase ist. Zu den induktiven Widerständen gehören Drosselspulen und Transformatoren. Kondensatoren wirken

kapazitativ, Synchronmotoren gelten als Universalwiderstände, mit denen durch Änderung der Erregung positive oder negative Phasenverschiebungen erzeugt werden können. Es ist daher bei Wechselstrommessungen erforderlich, noch einen Leistungs- oder Phasemesser L zur Bestimmung der Phasenverschiebung φ in den Stromkreis einzuschalten.

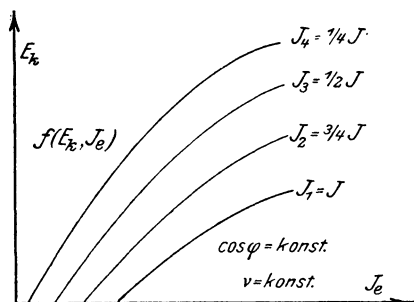


Fig. 278.

Entsprechend den Vorschriften des VdE wird man zweckmäßig Kurven für $\cos \varphi = 1$ und $\cos \varphi = 0,3$ aufnehmen indem man, von kleinem Widerstande R ausgehend, J_e steigert und dazu E_k abliest, wofür sich das Protokoll

$$|J_e| |E_k| |L| J = \text{konst.}, \cos \varphi = \text{konst.}, \nu = \text{konst.}$$

und Diagramm (Fig. 278) ergibt.

Für die Bestimmung der höheren Harmonischen des Stromes eines Synchronmotors sowie des Spannungsabfalls der Synchrongeneratoren ist die Belastungscharakteristik $f(E_k, J_e)$ bei $J = \text{konst.}$ und $\cos \varphi = 0$ ($\varphi = \pm 90^\circ$) von Wichtigkeit.

Zur Aufnahme dieser Charakteristik benutzt man vorteilhaft einen zweiten Generator von gleicher Spannung und Stromstärke, den man durch einen Gleichstrommotor antreibt. Man stellt nun bei der zu untersuchenden Maschine die der Leerlaufspannung entsprechende Erregung ein, reguliert dann den Antriebsmotor der zweiten Maschine so, daß der Leistungsmesser immer auf Null steht, dann kann man durch Veränderung der Erregung des Hilfsgenerators den gewünschten konstanten Strom einstellen, und zwar nacheilenden bei schwächerer, voreilenden bei stärkerer Erregung.

Natürlich muß für die Aufnahme einer Kurve außer dem Strom J die Phasenverschiebung konstant gehalten werden. Das geschieht am einfachsten durch Parallelschaltung einer Drosselspule zu einem induktionsfreien Widerstande als Belastungswiderstand R .

c) Äußere Charakteristik

$$f(E_k, J), r_e = \text{konst}, \nu = \text{konst.}$$

Nachdem die Schaltung (Fig. 279) ausgeführt ist, wird die Erregung so eingestellt, daß für den normalen Belastungsstrom J bei entsprechendem $\cos \varphi$ die gewünschte Spannung E_k auftritt. Durch stufenweise Verkleinerung des Widerstandes R von ∞ ab wird nun der Belastungsstrom J gesteigert und dazu E_k und L abgelesen. Im allgemeinen wird man die Charakteristiken für $\cos \varphi = 1$ und $\cos \varphi = 0,3$ nach dem Protokoll

$$|J| E_k | L | \cos \varphi, \nu, r_e = \text{konst.}$$

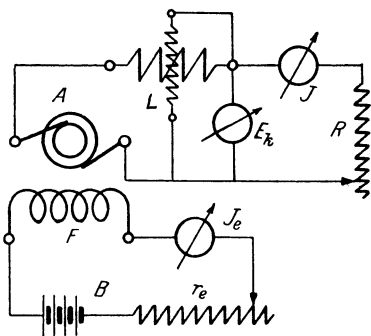


Fig. 279.

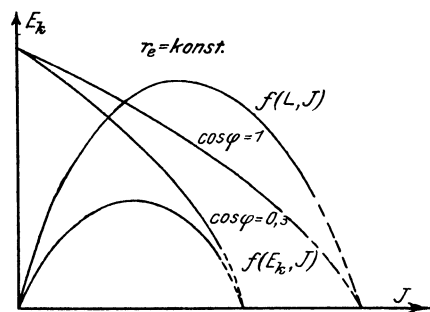


Fig. 280.

aufnehmen und erhält dafür die Kurven $f(E_k, J)$ (Fig. 280). Man kann auch $f(L, J)$ noch eintragen, woraus die Belastungsfähigkeit der Maschine ersichtlich wird.

Die äußere Charakteristik gibt ein direktes Maß für die Spannungsänderung der Maschine. Stellt man die Erregung so ein, daß die Spannung E_{k0} bei Leerlauf gleich der normalen Belastungsspannung E_k wird, dann erhält man bei Belastung eine Spannung E'_k und es stellt dann

$$\varepsilon = \frac{E_{k0} - E'_k}{E_{k0}} \cdot 100 \%$$

den prozentualen Spannungsabfall dar.

Reguliert man dagegen die Klemmenspannung beim normalen Strom J auf ihren normalen Wert E_k und entlastet den Generator,

so erscheint bei Leerlauf eine höhere Spannung E'_{k_0} . In diesem

Falle ist dann
$$\varepsilon' = \frac{E'_{k_0} - E_k}{E_k} \cdot 100\%$$

die prozentuale Spannungserhöhung, welche nach den Vorschriften des VDE als Spannungsänderung in Frage kommt.

d) Kurzschlußcharakteristik

$$f(J_k, J_e), \nu = \text{konst.}$$

Schließt man die Klemmen des Generators durch einen Strommesser von sehr kleinem Widerstande kurz (Fig. 281) und steigert die Erregung J_e von Null bis zu einem Höchstwert, dann gibt die Maschine bei konstanter Periodenzahl ν einen Strom J_k (Kurzschlußstrom genannt) ab, dessen Abhängigkeit von J_e nach dem Protokoll

$$|J_e | J_k | \quad \nu = \text{konst.}$$

in Fig. 282 dargestellt ist.

Diese Kurve verläuft für niedrige Sättigungen, soweit die Magnetisierungskurve noch geradlinig ist, als gerade Linie; für höhere Induktionen neigt sie jedoch mehr der Abszissenachse zu.

Bei Dreiphasengeneratoren sind zur Aufnahme der Charakteristik verschiedene Schaltungen möglich, wie die Fig. 283÷286 zeigen, wobei die drei Instrumente vollkommen gleiche Widerstände besitzen müssen.

e) Regulierungskurve

$$f(J_e, J), E_k = \text{konst.}, \nu = \text{konst.}$$

Sie stellt die Abhängigkeit des Erregerstromes J_e vom Belastungsstrom J dar, wenn die Klemmenspannung E_k und der Leistungsfaktor $\cos \varphi$ konstant gehalten werden. Die Aufnahme derselben geschieht nach der Schaltung Fig. 279, woraus zu ersehen ist, daß diese Kurve am besten im Anschluß an die äußere Charakteristik bestimmt wird.

Nach dem Protokoll

$$|J | J_e | L | \quad E_k, \nu, \cos \varphi = \text{konst.}$$

ergeben sich dann Kurven (Fig. 287), von denen 1 für Phasen-
nacheilung, 2 für starke Voreilung gilt.

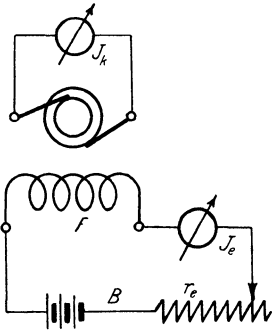


Fig. 281.

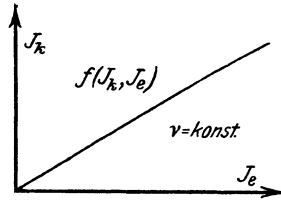


Fig. 282.

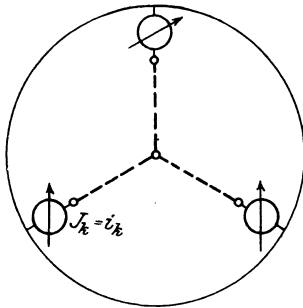


Fig. 283.

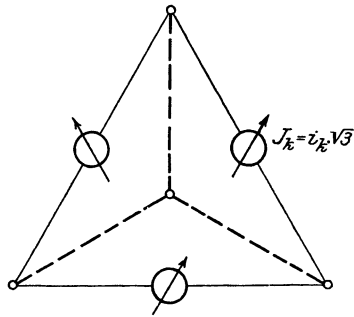


Fig. 284.

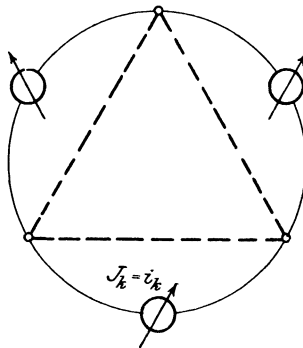


Fig. 285.

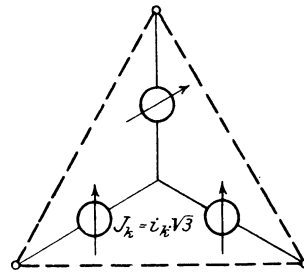


Fig. 286.

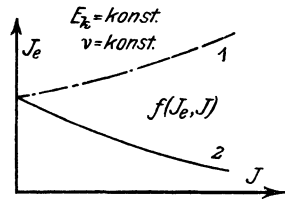


Fig. 287.

9. Bestimmung des Spannungsabfalls von Generatoren.

Würde man nach der Gleichung

$$\varepsilon = \frac{E_{k_0} - E_k}{E_{k_0}} \cdot 100 \%$$

den Spannungsabfall direkt durch einen Belastungsversuch bestimmen wollen, so könnte das Resultat ziemlich ungenau werden, weil die beiden zu messenden Spannungen E_{k_0} und E_k nur wenig voneinander verschieden sind. Es empfiehlt sich daher, den Spannungsabfall durch Aufnahme der Belastungscharakteristik für $\cos \varphi = 0$ (s. S. 368) oder besser indirekt durch eine Leerlauf- und Kurzschlußmessung in ähnlicher Weise wie beim Transformator zu bestimmen.

Dazu wollen wir aber erst die Ursache des Spannungsabfalls feststellen.

Von dem rotierenden Magnetfeld \mathfrak{N} wird in dem Anker eine EMK E_a induziert, welche bei geschlossenem Ankerstromkreis einen Strom J hervorruft. Dieser erzeugt um seinen eigenen Leiter ein Feld \mathfrak{N}_a , dessen Verwendung aber für die weiteren Untersuchungen insofern unbequem ist, als sein magnetischer Widerstand an verschiedenen Stellen nicht gleich groß ist, da er aus Materialien von verschiedener Permeabilität besteht. Es ist daher zweckmäßiger, \mathfrak{N}_a entsprechend den verschiedenen Leitfähigkeiten in folgende Teile¹⁾ zu zerlegen (Fig. 288):

1. Streufluß \mathfrak{N}_s , der sich um die Nuten herum und durch den Luftraum schließt. Derselbe erzeugt in der Ankerwicklung die EMK E_s .
2. Kraftfluß \mathfrak{N}_e , der sich durch die Lufträume, Pole und das Joch schließt. Da er dem Magnetfeld \mathfrak{N} entgegenwirkt, so kann er als entmagnetisierend betrachtet werden. Die von ihm im Anker induzierte EMK sei E_e .
3. Kraftfluß \mathfrak{N}_q , der sich durch den Luftraum und den Polschuh schließt. Er entspricht in seiner Einwirkung dem Querfeld eines Gleichstromankers, da er die eine Polecke schwächt, die andere verstärkt. Wir nennen ihn daher quermagnetisierend. Derselbe ruft im Anker eine EMK E_q hervor.

¹⁾ Blondel, Ecl. El. 1895.

Der Streufluß \mathfrak{N}_s ist immer vorhanden, auch wenn das Feldsystem entfernt wird.

Die Quermagnetisierung \mathfrak{N}_q ist am stärksten, wenn der Höchstwert der EMK des Ankers, sobald sie mit dem Strom J in Phase ($\psi = 0$) ist, mitten zwischen den Polen liegt.

Ist dagegen der Strom gegen die EMK um den Winkel ψ verschoben (wie in obiger Figur 288), so kann man ihn mathematisch in zwei Komponenten (Fig. 289) zerlegen, von denen die eine in Phase mit E_a als Leistungskomponente $J' = J \cdot \cos \psi$ quermagnetisierend, die andere dazu senkrechte $J'' = J \cdot \sin \psi$ dem Erregerstrom J_e , welcher das Hauptfeld \mathfrak{N} hervorruft, mit ihrer MMK entgegengerichtet ist und daher entmagnetisierend wirkt. Für $\psi = +90^\circ$ (Nacheilung) ist, wie aus der Figur zu ersehen, $J' = 0$ und $J'' = J$, d. h. der Strom J wirkt vollständig entmagnetisierend, während er für $\psi = -90^\circ$ das Feld \mathfrak{N} verstärkt.

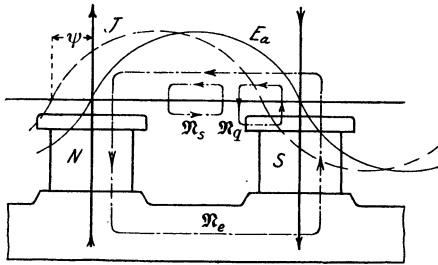


Fig. 288.

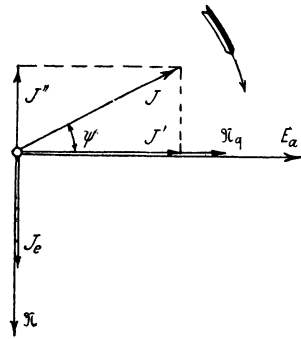


Fig. 289.

Betrachten wir vorläufig die Vorgänge in einem Drehstromgenerator (für einen Motor ist der Strom und alle damit zusammenhängenden Erscheinungen negativ zu setzen), so müssen die im Anker induzierten Ströme nach dem Lenzschen Gesetz eine solche Richtung haben, daß sie der Ursache ihres Entstehens, nämlich dem erregenden Felde, entgegenwirken. Da das in jedem Augenblick der Fall ist, so muß das Ankerdrehfeld sich mit derselben Geschwindigkeit wie das Erregerfeld bewegen, d. h. es steht dem Hauptfeld \mathfrak{N} gegenüber relativ still. Die gegenseitige Lage kann sich jedoch entsprechend der Phasenverschiebung ψ verschieben.

Der Einfachheit wegen kann man nach Leblanc auch bei Einphasenmaschinen das Wechselfeld des Ankers in zwei Drehfelder zerlegen¹⁾, von denen sich das eine synchron mit dem Magnetfeld, das andere inverse dagegen in entgegengesetzter Richtung mit gleicher Geschwindigkeit bewegt. Der Höchstwert eines jeden der beiden Felder ist gleich der Hälfte des Höchstwerts des Wechselfeldes. Während das synchrone Drehfeld die Rückwirkung hervorruft, kommt das inverse wenig zur Geltung, da es mit der doppelten Drehzahl rotiert und infolgedessen Ströme doppelter Periodenzahl im Magnetfeld erzeugt, durch welche es sehr stark gedämpft wird. Wir werden es später durch einen besonderen Faktor berücksichtigen.

Bei Mehrphasenmaschinen kann man ebenfalls eine solche Zerlegung des Feldes jeder einzelnen Spule vornehmen. Hierbei heben sich aber bei reiner Sinusform die inversen Drehfelder auf, und nur die synchronen ergeben ein resultierendes synchrones Drehfeld. Es werden daher in diesem Fall die Verluste durch Wirbelströme im Magnetsystem sehr klein sein.

Weicht die Kurve des Wechselstromes von der Sinusform ab, so schwankt das Ankerfeld zwar stärker infolge der von Strömen höherer Periodenzahl erzeugten Felder, die Schwankung ist aber verhältnismäßig gering und wird von den Wirbelströmen stark gedämpft, so daß sie für die Untersuchung nicht berücksichtigt werden soll.

Nach diesen Erörterungen ist man nun imstande, den Zusammenhang der einzelnen Größen graphisch darzustellen, wie das Spannungsdiagramm für eine Phasennacheilung φ (Fig. 290) zeigt. Auch hierbei kann man in derselben Weise wie bei den Untersuchungen der Transformatoren von dem rotierenden Magnetfeld \mathfrak{N} ausgehen, welches dem Erregerstrom J_e proportional die primäre Seite darstellt. Dieses Feld induziert im Anker (sekundär) die um 90° nacheilende EMK E_a . Belastet man den Generator induktiv, so wird der Ankerstrom J um einen Winkel ψ gegen E_a nacheilen. Seine beiden Komponenten J' und J'' erzeugen das Querfeld \mathfrak{N}_q und das entmagnetisierende Feld \mathfrak{N}_e , von denen die EMKe $-E_q$ und $-E_e$ induziert werden. Zu ihrer Kompen-

¹⁾ Ferraris, Eng. 1895, S. 62; Arnold, ZfE. 1894; Eichberg, ETZ, 1900, S. 484.

sation besitzt die EMK E_a die Komponenten E_e und E_q , welche gleich groß, aber entgegengesetzt gerichtet mit ersteren, an E_a angetragen werden. In Phase mit dem Ankerstrom J ist das Streufeld \mathfrak{N}_s , dessen EMK $-E_s$ die Komponente E_s senkrecht zu J erfordert. Daran anschließend wird in Phase mit J der Spannungsverlust $J \cdot R_a$ im Leistungswiderstand des Ankers R_a eingezeichnet; dann ist $OA = E_k$ die Klemmenspannung, welche um den Winkel φ gegen J voreilend ist.

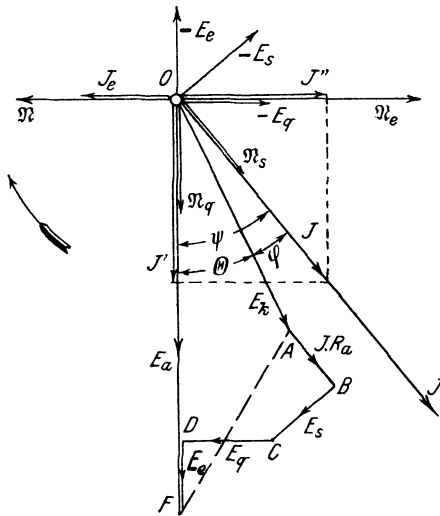


Fig. 290.

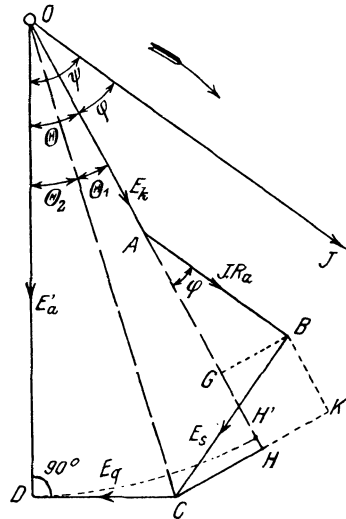


Fig. 291.

Der prozentuale Spannungsabfall ist demnach:

$$\varepsilon = \frac{E_a - E_k}{E_a} \cdot 100 = \frac{OF - OA}{OF} \cdot 100 \%.$$

Setzt man $OF = OD + E_e$, worin $OD = E_a'$ die bei Belastung erzeugte EMK bedeutet, so wird

$$\varepsilon = \frac{E_e + OD - OA}{E_a} \cdot 100 \%.$$

Zur Bestimmung von $OD - OA$ zeichnen wir uns den Linienzug $ODCBAO$ besonders heraus (Fig. 291) und schlagen um O mit OD einen Kreisbogen, welcher den Strahl OA in H' trifft.

Dann ist $OD - OA = AH'$. Fällt man von C ein Lot CH auf OA , so wird H mit H' zusammenfallen, wenn CH als Tangente zum Kreisbogen gleich DC ist. Das ist jedoch im allgemeinen der Fall, und man kann mit großer Annäherung $AH \approx AH'$ setzen. Da nun $\sphericalangle BCH = \varphi$ ist, so folgt daraus $AH = AG + GH = J \cdot R_a \cdot \cos \varphi + E_s \cdot \sin \varphi$ und damit der Spannungsabfall

$$\varepsilon = \frac{E_e + J \cdot R_a \cdot \cos \varphi + E_s \cdot \sin \varphi}{E_a} \cdot 100 \%,$$

während die Spannungserhöhung

$$\varepsilon' = \frac{E_e' + J \cdot R_a \cdot \cos \varphi + E_s \cdot \sin \varphi}{E_k} \cdot 100 \%$$

kleiner als ε wird, da infolge der größeren Sättigung $E_e' < E_e$ wird, und die Nenner der beiden Brüche gleich groß sind.

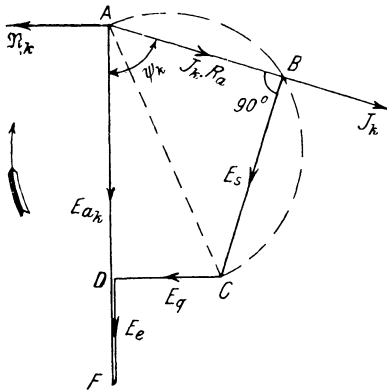


Fig. 292.

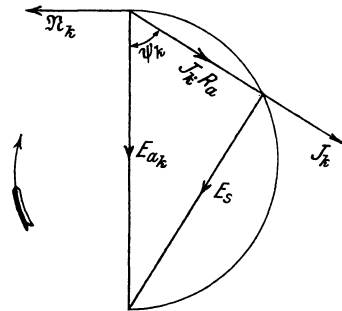


Fig. 293.

Die Größen R_a und E_s lassen sich nun experimentell durch einen Kurzschlußversuch bestimmen.

Schließt man bei einem bestimmten Erregerstrom J_{e_k} die Klemmen des Generators durch einen Strommesser kurz, so wird die Klemmenspannung $E_k = 0$, und das Diagramm (Fig. 290) erhält folgende Form (Fig. 292): Darin' ist der Winkel ψ_k nur wenig geringer als 90° , d. h. der Kurzschlußstrom J_k wirkt, wie wir früher gesehen haben, fast vollständig entmagnetisierend, es kann daher $E_q \approx 0$ gesetzt werden. Dann fällt aber AC mit AD

zusammen, und das Diagramm nimmt folgende einfache Gestalt an (Fig. 293), woraus

$$E_s = \sqrt{E_{a_k}^2 - (J_k \cdot R_a)^2} \quad \text{folgt.}$$

Wird bei dem Kurzschlußversuch der Leistungsverlust L_{ra} nach einer der dafür in Frage kommenden Methoden (s. Kap. 15) bestimmt, so ergibt sich $J_k \cdot R_a = \frac{L_{ra}}{J_k}$. Zur Ermittlung der bei Kurzschluß auftretenden EMK E_{a_k} benutzen wir die Leerlauf- und Kurzschlußcharakteristik (Fig. 294).

Zieht man im Abstände $Oa = J_k$ eine Parallele zur Abszissenachse bis zum Schnitt b mit der Kurzschlußcharakteristik und fällt das Lot bc , so stellt Oc den zur Erzeugung von J_k erforderlichen Erregerstrom des Magnetfeldes J_{e_k} dar. Die im Anker induzierte EMK E_a würde für diese Erregung gleich der Ordinate cd sein, erreicht diesen Betrag aber nicht, da infolge der ent-

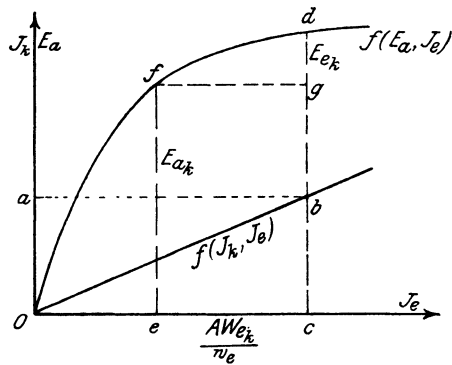


Fig. 294.

magnetisierenden Wirkung des Stromes $J_k \cdot \sin \psi_k = J'_k$ eine äquivalente EMK E_{e_k} verloren geht, so daß $E_{a_k} = E_a - E_{e_k}$ wird. Nun kann man E_{e_k} zwar nicht direkt, wohl aber die derselben äquivalente MMK nach der Gleichung¹⁾

$$AW_{e_k} = k_0 \cdot f_{w_1} \cdot m \cdot w \cdot J_k \cdot \sin \varphi_k$$

berechnen. Darin bedeutet:

- k_0 = Faktor der MMK der Ankerwicklung,
- f_{w_1} = Wicklungsfaktor,
- m = Phasenzahl,
- w = Windungszahl pro Phase.

¹⁾ Arnold, Wechselstromtechnik IV, S. 62.

Für Kurzschluß kann $\sin \psi_k$ zwischen 0,96 und 1, im Mittel gleich 0,98 gesetzt werden.

f_{w_1} ergibt sich aus folgender Tabelle¹⁾:

1. Einphasenmaschinen:

Q Löcher pro Pol, von denen q bewickelt sind:

$$f_{w_1} = \sin \frac{\frac{q}{Q} \cdot 90^\circ}{q \cdot \sin \frac{1}{Q} \cdot 90^\circ}$$

2. Verteilte Einphasenwicklungen: Spulenbreite S , Polteilung τ :

$$f_{w_1} = \frac{\sin \frac{S}{\tau} \cdot 90^\circ}{\frac{S}{\tau} \cdot \frac{\pi}{2}}$$

3. Mehrphasenwicklungen: dafür ist bei m Phasen

$q = \frac{Q}{m}$ pro Pol und Phase:

$$f_{w_1} = \frac{\sin \frac{1}{m} \cdot 90^\circ}{q \cdot \sin \frac{1}{q \cdot m} \cdot 90^\circ}$$

Der Faktor k_0 kann aus der Tabelle S. 379 entnommen werden.

Trägt man $\frac{AW_{e_k}}{w_e} = c e$

(Fig. 294) auf der Abszissenachse ab, so ist die Ordinate

$$.ef = E_{a_k} \quad \text{und} \quad dg = E_{e_k}.$$

Ist der Kurzschlußstrom J_k gleich dem Belastungsstrom J , so sind die Größen $J \cdot R_a$ und E_s aus dem Kurzschlußversuch gegeben. Es fehlt dann nur noch E_e für normale Belastung. Da diese Spannung aber nach der Gleichung

$$AW_e = k_0 \cdot f_{w_1} \cdot m \cdot w \cdot J \cdot \sin \psi$$

von dem Winkel $\psi = \varphi + \theta$ abhängt, so muß erst θ bestimmt werden.

Bildet man in Fig. 291 die Projektion CK von CB und verbindet O mit C , so ist

$$\theta = \sphericalangle HOC + \sphericalangle COD = \theta_1 + \theta_2.$$

¹⁾ Arnold, Wechselstromtechnik III, S. 259.

Nun ist $\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{CH}{OH}$ und $\operatorname{tg} \theta_2 = \frac{CD}{OD}$,

wobei für die sehr kleinen Winkel die Tangente durch den Bogen ohne merklichen Fehler ersetzt werden kann. Es wird dann

$$\theta_1 + \theta_2 = \theta = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \left(\frac{CH}{OH} + \frac{CD}{OD} \right), \quad \text{oder, da}$$

$$OD \approx OH = OA + AH = E_k + J \cdot R_a \cdot \cos \varphi + E_s \cdot \sin \varphi = E'_a$$

ist, so gilt für die Verwendung zur Berechnung der Spannungserhöhung

$$\theta' = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{CH + CD}{OH} = 57,3 \cdot \frac{CK - KH + CD}{E'_a}$$

$$\theta' = 57,3 \cdot \frac{E_s \cdot \cos \varphi - J \cdot R_a \cdot \sin \varphi + E_q}{E_k + J \cdot R_a \cdot \cos \varphi + E_s \cdot \sin \varphi}$$

Für die Bestimmung des Spannungsabfalls ist im Nenner E_k unbekannt; man kann aber mit großer Annäherung

$$E'_a = E_k + J \cdot R_a \cdot \cos \varphi + E_s \cdot \sin \varphi \approx E_a$$

setzen. Dann erhält man für die Untersuchung des Spannungsabfalls

$$\theta = 57,3 \cdot \frac{E_s \cdot \cos \psi - J \cdot R_a \cdot \sin \varphi + E_q}{E_a}.$$

Hierin ist noch E_q zu bestimmen. Auch diese Größe ist wie E_e der Rechnung direkt nicht zugänglich, wohl aber ihre äquivalente MMK

$$\begin{aligned} AW_q &= k_q \cdot f_{w_1} \cdot m \cdot w \cdot J \cdot \cos \psi \\ &\approx k_q \cdot f_{w_1} \cdot m \cdot w \cdot J \cdot \cos \varphi, \end{aligned}$$

da $\psi = \varphi + \theta$ war, und $\cos \psi$ von $\cos(\varphi + \theta)$ nur wenig verschieden ist.

$\alpha = \frac{b}{\tau}$	1	0,9	0,8	0,75	0,7	0,65	0,55	0,45
$k_o = 0,9 \cdot \frac{\sin \alpha \cdot 90^\circ}{\alpha \cdot \frac{\pi}{2}}$	0,57	0,63	0,66	0,70	0,73	0,75	0,79	0,83
$k_q = \frac{2}{\pi \cdot f_B} \cdot \left(\alpha - \frac{1}{\pi} \sin \alpha \cdot 90^\circ \right)$	0,638	0,495	0,37	0,305	0,245	0,192	0,121	0,063

Der Faktor k_q kann dabei aus vorstehender Tabelle¹⁾ entnommen werden. Darin bedeuten:

b = Polbogen des Magnetpols in cm, τ = Polteilung, f_B = Formfaktor der Feldkurve.

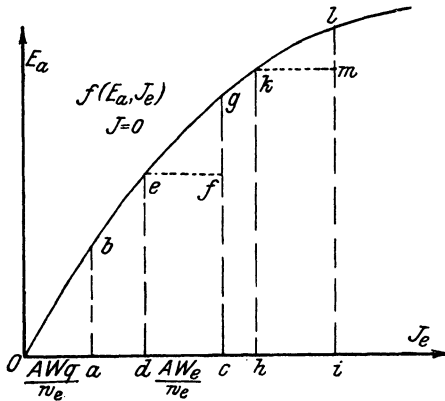


Fig. 295.

Zu dem nach der Formel berechneten Wert von AW_q ergibt sich aus der Leerlaufcharakteristik $f(E_a, J_e)$ für einen Strom

$$\frac{AW_q}{w_e} = o a$$

(Fig. 295) die EMK $ab = E_q$, und zwar muß dieselbe für den geradlinigen Teil der Kurve abgelesen werden, wo das Feld dem Erregerstrom proportional, d. h.

die Permeabilität konstant ist. Das ist aber für den Kraftfluß \mathfrak{N}_q der Fall, da er hauptsächlich in der Luft und sehr wenig im Eisen verläuft, dessen magnetischer Widerstand gegenüber demjenigen der Luft vernachlässigt werden kann.

Hat man auf diese Weise E_q und damit θ bestimmt, so kann auch $AW_e = k_o \cdot f_{w_1} \cdot m \cdot w \cdot J \cdot \sin(\varphi + \theta)$ berechnet werden. Der dazugehörige Wert von E_e muß aber für denjenigen Teil der Kurve ermittelt werden, bei welchem die der induzierten EMK entsprechende Sättigung des Magnetfeldes vorhanden ist.

Für die Bestimmung des Spannungsabfalles ε muß E_e von E_a subtrahiert werden. Daher trägt man von der zu $E_a = cg$ gehörenden Erregerstromstärke Oc die Strecke $dc = \frac{AW_e}{w_e}$

ab, errichtet das Lot $de = E'_a$, so schneidet die Horizontale ef die Größe $E_e = gf$ von gc ab. Soll dagegen die Spannungserhöhung ε' berechnet werden, so ist E'_e zu

$$E'_a = E_k + J \cdot R_a \cdot \cos \varphi + E_e \cdot \sin \varphi$$

¹⁾ Arnold, Wechselstromtechnik IV. S. 67,

zu addieren. Ist $hk = E'_a$ berechnet, so vergrößert man die dazu gehörende Erregung Oh um die Strecke $hi = \frac{A W_e}{w_e}$;

dann ist $il = E_a$ die bei Leerlauf induzierte EMK und $li - hk = lm$ die Spannung E'_e . Wird ψ negativ, so ändert auch AW_e seine Richtung, d. h. cd und hi sind dafür in entgegengesetztem Sinne, wie früher angegeben, einzutragen.

Für **Einphasenmaschinen** gelten diese Ableitungen ebenfalls für das synchrone Drehfeld. Da aber noch ein inverses vorhanden ist, so müssen wir den Einfluß desselben mit berücksichtigen. Zu dem Zweck schickt man einen Wechselstrom von doppelter Periodenzahl durch die Armatur bei stillstehendem Magnetsystem und bestimmt den kleinsten induktiven Widerstand S_{min} für die Stellung der Ankerspulen in der neutralen Zone und darauf den Höchstwert S_{max} , wenn die Spulen vor der Mitte des Polschuhs liegen. Das Mittel daraus ist

$$S_{mi} = \frac{S_{max} + S_{min}}{2}.$$

Wegen des inversen Drehfeldes vergrößert sich dieser Widerstand um einen gewissen Betrag, der von dem Teil des Wechselfeldes doppelter Periodenzahl herrührt, welcher sich durch das Eisen des Magnetsystems schließt. Da die Stärke des inversen Drehfeldes nur die Hälfte des normalen beträgt, so ist der Zuschlag zum niedrigsten Wert S_{min} nur gleich der Hälfte der Differenz zwischen Mittel- und Minimalwert.

Anstatt des experimentell gefundenen Wertes von E_s hat man bei der Bestimmung des Spannungsabfalles von Einphasenmaschinen die Streuspannung $E'_s = k_e \cdot E_s$ einzuführen, worin der Faktor k_e durch die Gleichung

$$k_e = 1 + \frac{S_{mi} - S_{min}}{2 \cdot S_{min}} = \frac{1}{2} + \frac{S_{mi}}{2 \cdot S_{min}}$$

gegeben ist. Ist k_e für eine Maschine nicht bekannt, so kann man mit einem Näherungswert $k_e = 1,2$ rechnen.

Beispiel: Drehstromgenerator

$$L_a = 280 \text{ kW}; \quad \cos \varphi = 0,8; \quad E_k = 3200 \text{ V}; \quad J = 100 \text{ A.}$$

$$v = 50 \text{ Per/sec}; \quad n = 94 \text{ U/min}; \quad \text{Polbogen } b = 21,0 \text{ cm, Pol-}$$

teilung $\tau = 20,1$ cm, $w = 448$ Windungen pro Phase, Feld $w_e = 3072$ Windungen.

Zur Bestimmung des prozentualen Spannungsabfalls sind die Leerlauf- und Kurzschlußcharakteristik aufgenommen und nach der nebenstehenden Tabelle für $v = \text{konst.}$ in Fig. 296 gezeichnet.

J_e	20	30	40	50	60	80	100	120	140	160	180
E_a	780	1080	1330	1540	1690	1910	2030	2120	2180	2240	2290
J_k	47	72	96	120	143	—	—	—	—	—	—

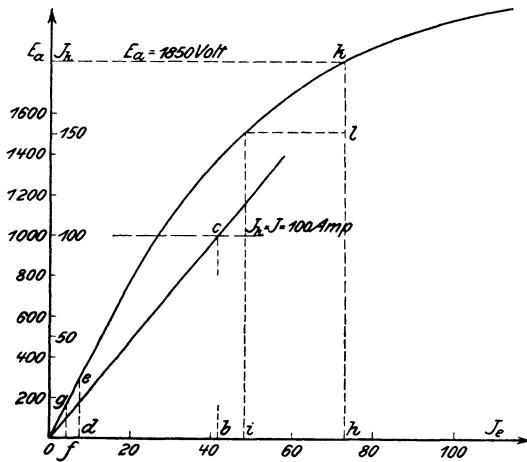


Fig. 296.

Außerdem ist durch den Kurzschlußversuch nach der Hilfsmotormethode (s. S. 303) der Verlust durch Stromwärme für den normalen Strom $J_k = J = 100$ A zu $L_{ra} = 9400$ W gefunden, woraus sich der Leistungswiderstand pro Phase

$$R_a = \frac{9400}{100^2} = 0,94 \text{ } \Omega$$

berechnet. Der mit Gleichstrom gemessene Widerstand ist

$$R_{a_g} = 0,545 \text{ } \Omega$$

Für den normalen Strom $J = 100$ A = $J_k = cb$ (Fig. 296) bei Kurzschluß ergibt sich

$$\begin{aligned} AW_{e_k} &= k_o \cdot f_{w_1} \cdot m \cdot w \cdot J_k \cdot \sin \psi_k \\ &= 0,79 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 448 \cdot 100 \cdot 0,99 = 105\,000, \end{aligned}$$

woraus folgt: $J_{e_k} = \frac{AW_{e_k}}{w_e} = \frac{105\,000}{3072} = 34,2 \text{ A.}$

Das diesem Strom $J_{e_k} = bd$ äquivalente Feld geht für die Erzeugung einer EMK verloren, so daß die bei Kurzschluß tatsächlich induzierte EMK nur

$$E_{a_k} = de = 290 \text{ V}$$

wird. Nach Früherem ist nun

$$E_s = \sqrt{E_{a_k}^2 - (J_k \cdot R_a)^2} = \sqrt{290^2 - (100 \cdot 0,94)^2} = 274 \text{ V.}$$

Aus diesen Größen erhält man jetzt

$$\begin{aligned} AW_q &\approx k_q \cdot f_{w_1} \cdot m \cdot w \cdot J \cdot \cos \varphi \\ &= 0,121 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 448 \cdot 100 \cdot 0,8 = 13\,000. \end{aligned}$$

Aus der Leerlaufscharakteristik findet man dazu für

$$\frac{AW_q}{w_e} = \frac{13\,000}{3072} = 4,14 \text{ A} = of$$

eine EMK $fg = E_q = 164 \text{ V.}$

Für eine EMK $E_a = E_k = \frac{3200}{\sqrt{3}} = 1850 \text{ V}$

ergibt sich durch Einsetzen der entsprechenden Werte:

$$\begin{aligned} \theta &= 57,3 \cdot \frac{E_s \cdot \cos \varphi - J \cdot R_a \cdot \sin \varphi + E_q}{E_a} \\ &= 57,3 \cdot \frac{274 \cdot 0,8 - 94 \cdot 0,6 + 164}{1850}, \end{aligned}$$

$$\theta = 10^{\circ} 8' \quad \text{und} \quad \psi = \varphi + \theta = 36^{\circ} 50' + 10^{\circ} 8' = 46^{\circ} 58'.$$

$$AW_e = k_o \cdot f_{w_1} \cdot m \cdot w \cdot J \cdot \sin \psi = 0,79 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 448 \cdot 100 \cdot 0,731,$$

$$AW_e = 77\,600.$$

Dieser Amperewindungszahl entspricht ein Erregerstrom von

$$J_e = \frac{AW_e}{w_e} = \frac{77\,600}{3072} = 25,3 \text{ A} = hi,$$

wozu für $E_a = 1850 \text{ V} = hk$ aus der Leerlaufscharakteristik eine EMK $kl = E_e = 340 \text{ V}$ gehört.

Aus den auf diese Weise gefundenen Größen erhalten wir nun den Spannungsabfall

$$\begin{aligned}\varepsilon &= \frac{E_e + J \cdot R_a \cdot \cos \varphi + E_s \cdot \sin \varphi}{E_a} \cdot 100 \% \\ &= \frac{340 + 94 \cdot 0,8 + 274 \cdot 0,6}{1850} \cdot 100 \% \\ \varepsilon &= 31,3 \%\end{aligned}$$

Wären bei der Konstruktion der Leerlaufcharakteristik verkettete Spannungen abgelesen, so hätte man die aus der Kurve entnommenen EMKe mit $\sqrt{3}$ zu dividieren.

10. Parallelschaltung von Wechselstrommaschinen.

Nehmen wir an, daß eine Maschine mit Belastung schon auf ein Netz arbeitet, so läßt sich eine andere in ähnlicher Weise wie bei Gleichstrom dazu parallel schalten (Fig. 297). Unter der Voraussetzung nämlich, daß der Wechselstrom in einer un-

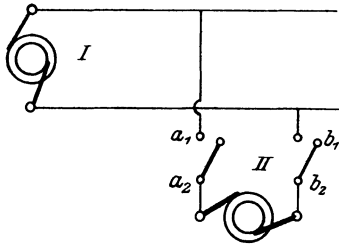


Fig. 297.

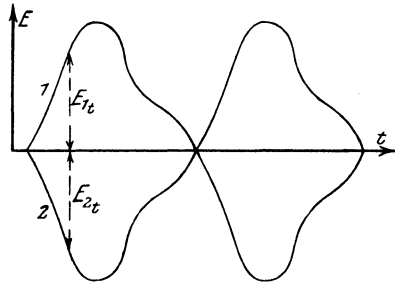


Fig. 298.

endlich kleinen Zeit als Gleichstrom behandelt werden kann, müssen die für das Zuschalten von Gleichstromgeneratoren geforderten Bedingungen in jedem Augenblick auch hier erfüllt sein.

Als einzige Regel galt dabei folgende:

Die Spannungen der miteinander zu vereinigen den Maschinen müssen an der Einschaltstelle gleich groß und einander entgegengesetzt gerichtet sein, damit beim Zuschalten kein schädlicher Stromstoß auftritt.

Bezogen auf Wechselstrom sagt dieser Satz aus, daß die zu gleicher Zeit auftretenden Augenblickswerte E_{1t} und E_{2t} der beiden Spannungskurven (Fig. 298) gleich groß und entgegengesetzt gerichtet sein müssen. Hat die Spannungskurve der belasteten Maschine die Form 1, so muß die andere Kurve (2) das Spiegelbild der ersten, d. h. gleich der um 180° verschobenen Kurve 1 sein. Nun kann man mit den gebräuchlichen Instrumenten die Augenblickswerte nicht untereinander vergleichen; trotzdem ist es möglich, Regeln für die Kritik der Schaltung aufzustellen. Aus der Übereinstimmung der beiden Kurvenformen folgt nämlich, daß

1. die gemessene Spannung E zwischen $a_1 b_1$ und $a_2 b_2$ (Fig. 297),
2. der Formfaktor $f_e = \frac{E}{E_{mi}}$,
3. die Periodenzahl $\nu = \frac{p \cdot n}{60}$ für beide Maschinen gleich groß sein müssen, und
4. die Phasenverschiebung, bezogen auf den eigenen Stromkreis der beiden Generatoren, 180° betragen muß.

In bezug auf das Netz oder räumlich sind dann die Maschinen in Phase.

Zu 1. Zur Feststellung der Bedingung 1 dienen die an jeder Maschine befindlichen Spannungsmesser.

Zu 2. Damit der Formfaktor gleich ist, müssen die beiden Maschinen möglichst gleichartig gebaut sein.

Zu 3. Bedingung 3 ist erfüllt, wenn die Drehzahl richtig eingestellt und konstant gehalten wird. Außerdem müssen die Antriebsmaschinen den gleichen Ungleichförmigkeitsgrad und für jeden Augenblick relativ gleiche Kurbellage besitzen.

Zu 4. Die Phasengleichheit ist dann vorhanden, wenn beide Spannungskurven zu gleicher Zeit ihren Höchstwert oder den Nullwert erreichen.

Es müssen demnach die Punkte a_1 und a_2 bzw. b_1 und

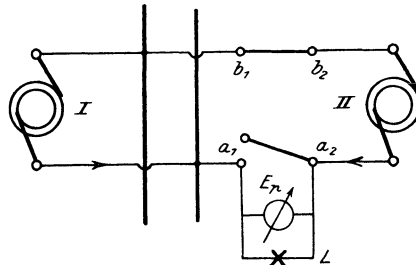


Fig. 299.

b_2 (Fig. 297) in jedem Augenblick ein gleich hohes Potential zeigen. Verbindet man b_1 mit b_2 und legt zwischen a_1 a_2 einen Spannungsmesser E_p (Fig. 299), so zeigt er in diesem Falle keine Ablenkung, da an seinen Klemmen keine Potentialdifferenz herrscht. An Stelle des als Phasenindikator dienenden Instruments kann auch eine Glühlampe L , allgemein Phasenlampe genannt, oder beide zusammen verwendet werden. Letzteres ist vorteilhafter, da beim Durchbrennen der Lampe der richtige Zeitpunkt der Phasengleichheit am Instrument noch abgelesen werden kann.

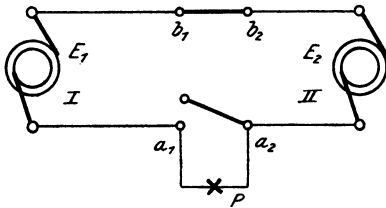


Fig. 300.

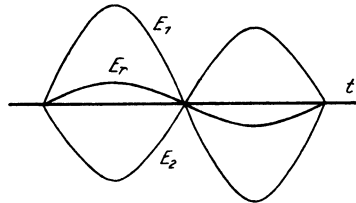


Fig. 301.

Bleibt die Lampe längere Zeit dunkel und der Zeiger des Instruments in der Nullage, so ist das ein Zeichen, daß sämtliche vier Bedingungen erfüllt sind. Man kann jetzt den Hebel bei $a_1 \div a_2$ einschalten, wodurch die Maschine II zu I parallelgeschaltet ist.

Bevor jedoch dieser Zustand erreicht ist, spielen sich innerhalb des Stromkreises der beiden Maschinen manche Vorgänge ab, die auf den Phasenindikator in solcher Weise einwirken, daß nach seinen Angaben die richtigen Maßnahmen getroffen werden können. Da sich aber beide Maschinen dem äußeren Stromkreis gegenüber gleichmäßig verhalten, und die Größe der Belastung ohne Einfluß auf das Zusammenarbeiten ist, so sollen sie für die weiteren Betrachtungen als unbelastet angesehen werden, woraus sich obige Schaltung (Fig. 300) ergibt.

Wird nun die Bedingung 1 nicht erfüllt sein, indem durch zu große Felderregung die EMK $E_1 > E_2$ gemacht ist, dann ergeben die beiden EMKe $E_{1t} = E_{1max} \cdot \sin \omega t$ und

$$E_{2t} = E_{2max} \cdot \sin(\omega t + \pi) = -E_{2max} \cdot \sin \omega t$$

nach dem zweiten Kirchhoffschen Satz die Resultierende

$$E_{rt} = E_{1t} + E_{2t} = (E_{1max} - E_{2max}) \cdot \sin \omega t,$$

deren geometrisches Bild (Fig. 301) durch algebraische Addition der Ordinaten beider Kurven erhalten wird. Die Spannung E_r bleibt danach für jede Periode konstant und damit auch die der Phasenlampe zugeführte Leistung. Die Lampe wird daher, falls die Spannung E genügen sollte, um den Faden zum Glühen zu bringen, konstante Helligkeit zeigen.

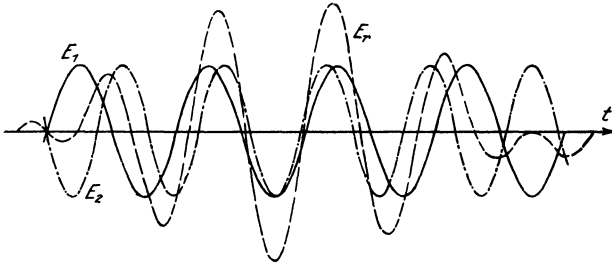


Fig. 302.

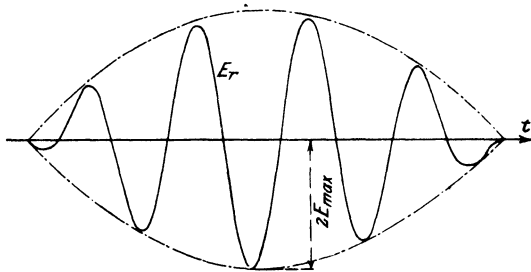


Fig. 303.

Haben die beiden Maschinen verschiedene Kurvenform bei gleichen Höchstwerten entsprechend den Gleichungen

$$E_{1t} = E_{1max} \cdot \sin \omega t \pm E_{3max} \cdot \sin 3 \omega t, \quad E_{2t} = -E_{2max} \cdot \sin \omega t,$$

so tritt ebenfalls eine resultierende Spannung

$$E_{rt} = (E_{1max} - E_{2max}) \cdot \sin \omega t \pm E_{3max} \cdot \sin 3 \omega t$$

auf, welche die Lampe in gleicher Weise wie im vorigen Fall zum konstanten Leuchten bringt.

Sind alle anderen Bedingungen erfüllt, aber keine gleiche Periodenzahl vorhanden, dann verlaufen die Spannungen nach den Gleichungen

$$E_{1t} = E_{1max} \cdot \sin (\omega + d\omega) t \quad \text{und} \quad E_{2t} = -E_{2max} \cdot \sin \omega t,$$

und die Resultierende wird dann, da nach der Voraussetzung

$$E_{1max} = E_{2max} = E_{max} \text{ sein soll}$$

$$E_{r_t} = E_{1t} + E_{2t} = E_{max} \cdot [\sin(\omega + d\omega) \cdot t - \sin \omega t]$$

oder
$$E_{r_t} = 2 E_{max} \cdot \sin\left(\frac{d\omega}{2}\right) \cdot t \cdot \cos\left(\omega + \frac{d\omega}{2}\right) \cdot t.$$

Darin ist, wie aus Fig. 302 und 303 ersichtlich, der Höchstwert

$$2 E_{max} \cdot \sin \frac{d\omega}{2} \cdot t$$

keine Konstante, sondern ändert sich sinusförmig mit der Kreisfrequenz $\frac{d\omega}{2}$, während die resultierende Spannung mit der mittleren

Kreisfrequenz $\omega + \frac{d\omega}{2}$ schwingt. Der Phasenlampe wird daher in jeder Periode eine andere Leistung zugeführt, so daß ihre Leuchtkraft nicht konstant bleibt, sondern entsprechend der Änderung des Spannungshöchstwerts periodische Schwebungen zeigt, welche durch Änderung der Drehzahl beseitigt werden können.

Da die Spannung der Lampe zwischen Null und $2E$ schwankt, so muß man entweder zwei Lampen mit der Spannung E hintereinanderschalten oder eine von der doppelten Maschinenspannung verwenden.

Als vierten Fall wollen wir annehmen, daß die Phasen nicht übereinstimmen, sondern räumlich um den Winkel φ (elektr. Grad, d. h. bezogen auf 2 Pole) oder zeitlich um $180 - \varphi$ verschoben sind. Die Gleichungen der beiden Kurven

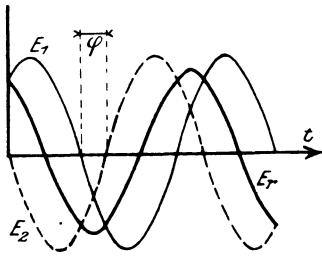


Fig. 304.

$$E_{1t} = E_{1max} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \quad \text{und} \quad E_{2t} = -E_{2max} \cdot \sin \omega t$$

ergeben für

$$E_{1max} = E_{2max}$$

eine Resultierende

$$E_{r_t} = E_{max} \cdot [\sin(\omega t + \varphi) - \sin \omega t] = 2 E_{max} \cdot \sin \frac{\varphi}{2} \cdot \cos\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right),$$

deren graphische Darstellung Fig. 304 zeigt.

$$\text{Der Höchstwert der resultierenden Schwingung } 2 \cdot E_{max} \cdot \sin \frac{\varphi}{2}$$

ist von dem Phasenunterschied φ abhängig. Ist φ konstant, so zeigt die Phasenlampe gleichmäßige Helligkeit. Für $\varphi = 180^\circ$ wird

$$E_{r_t} = 2 E_{max} \cdot \cos(\omega t + 90^\circ) = 2 E_{max} \cdot \sin \omega t,$$

d. h. die Kurven decken sich, was dem Zustande der Hintereinanderschaltung entspricht.

Im allgemeinen werden mehrere dieser Abweichungen zu gleicher Zeit auftreten, wodurch sich die vorher besprochenen Erscheinungen etwas komplizierter gestalten. Da nun die Lampen bzw. der Phasenindikator einen sehr großen Widerstand besitzen.

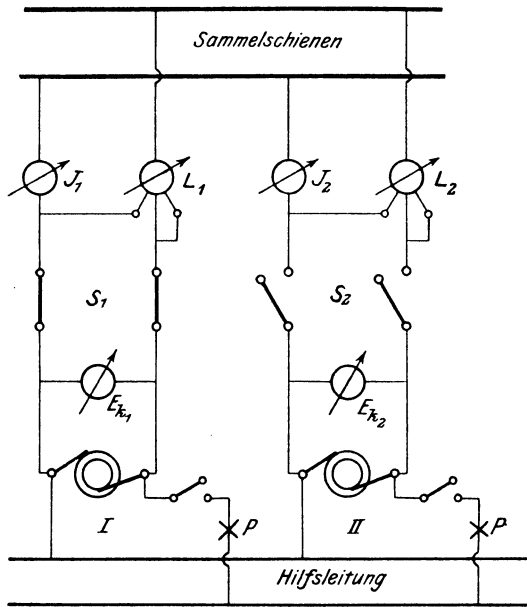


Fig. 305.

so wird die resultierende Spannung E_r nur einen kleinen Strom hervorrufen, der auf die Wirkungsweise der Maschinen bzw. Stromempfänger von geringem Einfluß ist.

Nach diesen Erörterungen wollen wir dazu übergehen, einige in der Praxis gebräuchliche Schaltungen zu besprechen. Fig. 305 zeigt eine solche für Niederspannungsmaschinen.

Die Phasenlampen P sind an eine besondere Hilfsleitung angeschlossen, außerdem erhält jede Maschine einen Leistungs-

messer L . Vertauscht man die Anschlußleitungen der Phasenlampe II, so brennen die Lampen hell, wenn die Maschinen in gleicher

Phase sind. Diese Anordnung hat einen Vorzug vor der anderen, da das Aufleuchten der Lampen zu erkennen gibt, daß die Schaltung richtig ausgeführt ist.

Für Hochspannungsanlagen sind sämtliche Meßinstrumente und Phasenlampen von der Hochspannung durch zwischengeschaltete Meßtransformatoren MT zu trennen, wie Fig. 306 zeigt.

Selten wird man die vier Bedingungen vollständig erfüllen können, daß beim Einschalten kein Stromstoß auftritt. Um in einem solchen Fall die Hauptsicherungen nicht zu beschädigen, verwendet die Société de l'Industrie Electrique in Genf folgende Schaltung (Fig. 307).

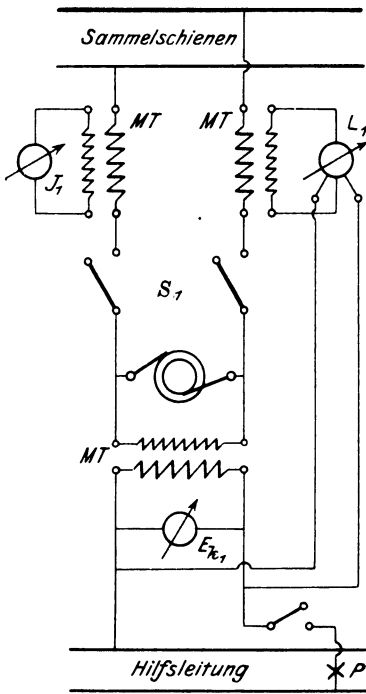


Fig. 306.

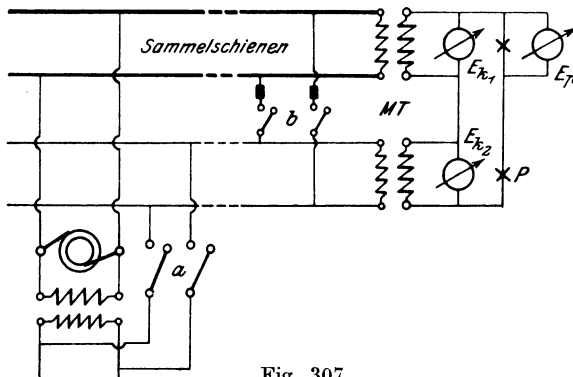


Fig. 307.

Hierbei sind die Sammel- und Hilfsschienen zu Meßtransformatoren (MT) geführt, deren Sekundärseiten hintereinandergeschaltet sind, so daß die Phasenlampen P bei Phasengleichheit hell leuchten. Man gibt der zuzuschaltenden Maschine bei offenem Hauptschalter normale Drehzahl und Spannung und schließt den Ausschalter a . Mit Hilfe der Phasenlampen P sowie der Spannungsmesser E_{k_1} und E_{k_2} reguliert man dann genauer und schließt den Hilfsschalter b . Tritt ein Stromstoß auf, so brennen die verhältnismäßig kleinen Sicherungen bei b durch. Erst wenn die Maschine richtig angeschlossen ist, wird der Hauptschalter eingelegt.

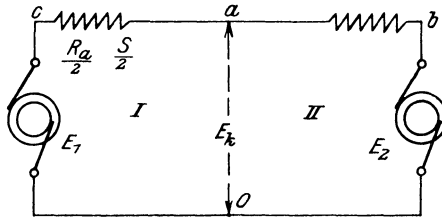


Fig. 308.

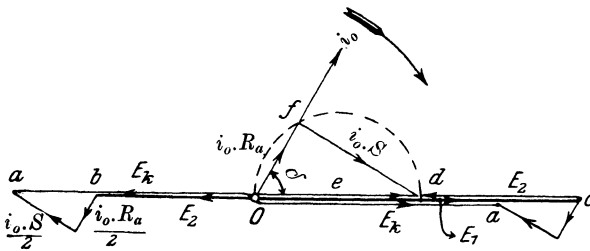


Fig. 309.

Wie wir schon bei der Schaltung der Gleichstromgeneratoren gesehen haben, erzeugten die Maschinen innerhalb ihres eigenen Stromkreises keinen Strom, wenn die EMKe gleich waren. Durch Veränderung der Erregung arbeitete die stärker erregte als Generator, die andere als Motor, wenn kein Strom vom Netz abgenommen wurde. Nehmen wir nun an, daß in der Schaltung (Fig. 308) infolge verschiedener Erregung die EMKe $E_1 > E_2$ gemacht wurde, dann ist $E_1 - E_2$ nicht Null.

Stellt man sich jetzt (Fig. 309) die EMK-Vektoren E_1 und E_2 graphisch dar, so müssen sie zeitlich um 180° verschoben sein, und die in dem Kreise herrschende EMK $e = E_1 - E_2$ wird durch die Strecke $Od = Oc - Ob$ ihrer Größe und Richtung nach bestimmt. Hat jeder Generator den Leistungswiderstand $\frac{R_a}{2}$ und den induktiven $\frac{S}{2}$, welche wir uns in den Zweigen ca und ba liegend denken wollen, so tritt, wenn der Zuleitungswiderstand nicht berücksichtigt wird, ein Strom

$$i_0 = \frac{e}{\sqrt{R_a^2 + S^2}}$$

auf, dessen Größe nur von $e = E_1 - E_2$ abhängig ist, während die Richtung durch den Winkel $\delta = \text{arctg} \frac{S}{R_a}$ gegeben ist und daher in diesem Fall nahezu konstant bleibt.

Schlägt man über Od einen Kreis und zieht einen Strahl von O unter dem Winkel δ , so stellt er die Richtung von i_0 dar, auf der die Leistungsspannung $Of = i_0 \cdot R_a$ liegt, während $fd = i_0 \cdot S$ die zur Kompensation der Feldspannung erforderliche Komponente von e ist. Sie muß daher gegen i_0 voreilend (nach rechts gedreht) eingezeichnet werden. Dieser Strom erzeugt in dem Widerstande des Generators I einen Spannungsabfall

$$i_0 \cdot \sqrt{\left(\frac{R_a}{2}\right)^2 + \left(\frac{S}{2}\right)^2} = \frac{i_0}{2} \cdot \sqrt{R_a^2 + S^2} = ca,$$

im Generator II eine Spannungserhöhung ba von derselben Größe. Er bewirkt daher, daß zwischen den Punkten Oa (Fig. 308) die Klemmenspannung E_k für beide Stromkreise gleich groß wird. Im Gegensatz zu dem Korrektionsstrom in Gleichstromgeneratoren belastet er jedoch die Maschine mit höherer EMK nicht. Da nämlich der induktive Widerstand S sehr viel größer als R_a ist, wird Of klein gegenüber fd werden und damit δ nahezu 90° . Die Leistung $e \cdot i_0 \cdot \cos \delta = i_0^2 \cdot R_a$ ist daher klein entsprechend den Verlusten durch Stromwärme, Hysteresis und Wirbelströme.

Durch Veränderung der Erregung erhält man demnach in dem Stromkreis nur einen nahezu leistungslosen Korrektionsstrom i_0 , der das Feld der stärker erregten Maschine I schwächt, das der

schwächer erregten dagegen verstärkt, da er in ihr gegenüber E_2 voreilt.

Soll die Maschine II jetzt eine elektrische Leistung abgeben, so muß ihr durch die Antriebsmaschine naturgemäß eine mechanische Leistung zugeführt werden. Vergrößert man daher die Dampfzufuhr durch Verstellung des Regulators, so sucht der Generator II eine größere Drehzahl anzunehmen, wodurch die EMK E_2 eine gewisse Voreilung γ erhält. Als Folge der gegeneinander verschobenen EMKe tritt, auch wenn $E_1 = E_2$ ist, eine resultierende EMK e_r auf (Fig. 310), welche in dem Widerstande der beiden Maschinen einen Strom i_i hervorruft. Derselbe wird, wie vorher angegeben, um den Winkel δ nacheilend gegen e_r eingezeichnet. Da δ nahezu 90° ist, so fällt i_i fast mit E_2 zusammen, belastet demnach den Generator II. Weil nun der Strom die

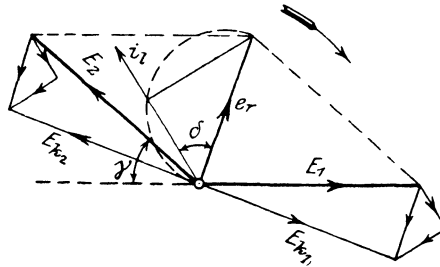


Fig. 310.

Maschine I in entgegengesetzter Richtung durchfließt, so entlastet er sie, falls sie Strom ins Netz liefert, oder treibt sie als Motor an.

Durch Veränderung der Dampfzufuhr tritt demnach in der voreilenden Maschine ein Leistungsstrom i_i auf, so daß sie eine elektrische Leistung abgibt und dadurch gebremst wird. Dieser Strom i_i hat demnach das Bestreben, die Wicklungen der beiden Maschinen relativ in derselben Lage zum Magnetsystem zu halten, wodurch die rotierenden Teile gezwungen werden, gleiche Geschwindigkeit anzunehmen, d. h. synchron zu laufen. Diese vom Strom hervorgerufene synchronisierende Kraft ist daher die Grundbedingung für das Zusammenarbeiten zweier oder mehrerer Wechselstrommaschinen. Sie nimmt mit größerem Winkel

δ bzw. Verhältnis $\frac{S}{R_a}$ zu.

Zur Kontrolle der beiden Korrektionsströme i_o und i_l erhält die Schaltung noch einen Leistungsmesser oder einen Phasemesser. (Phasemeter der AEG, System v. Dobrowolsky, zeigen den Feldstrom $J \cdot \sin \varphi$, dagegen die Phasemesser von Hartmann & Braun direkt den Winkel φ an.)

Man reguliert dann die Erregung so, daß die Phasemesser die kleinste Ablenkung zeigen.

Beim Abschalten eines Generators verfährt man in umgekehrter Weise, indem man zuerst die Belastung auf Null reduziert, dann durch Änderung der Magnetisierung den Feldstrom beseitigt, worauf man den Ausschalter öffnen und die Antriebsmaschine anhalten kann.

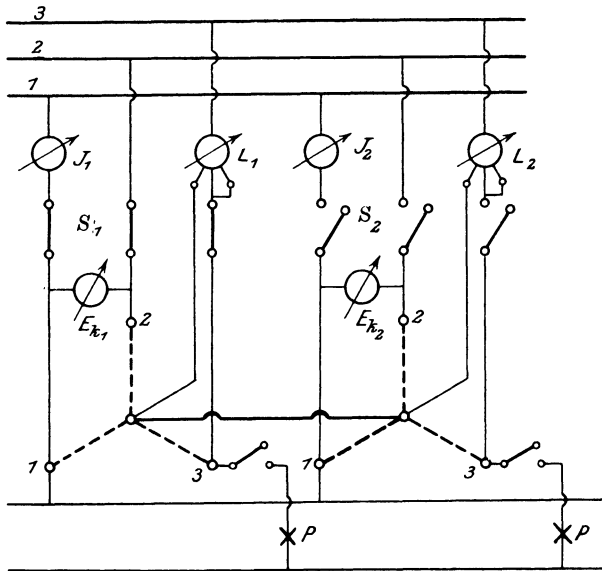


Fig. 311.

Sind Mehrphasengeneratoren parallel zu schalten, so gelten die vorher angegebenen Vorschriften für jede einzelne Phase. Dabei muß jedoch berücksichtigt werden, daß die Phasen in der richtigen Reihenfolge mit den Sammelschienen verbunden sind, wofür eine gleiche Bewegungsrichtung der Drehfelder auftritt. Außerdem verbindet man entweder die neutralen Punkte

(stark ausgezogene Linie) oder die Klemmen derjenigen Phasen, welche an gleichen Sammelschienen liegen, durch eine möglichst widerstandslose Leitung.

Fig. 311 zeigt eine solche Schaltung für Niederspannungsanlagen mit nur einer Phasenlampe pro Maschine.

Für Hochspannung werden wieder Meßtransformatoren zwischengeschaltet, wie Fig. 312 zeigt. Dabei kann man durch

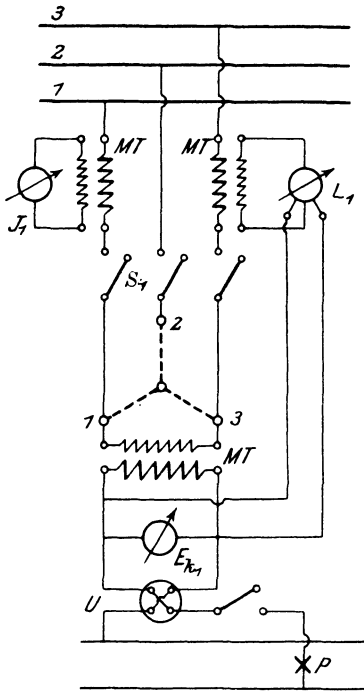


Fig. 312.

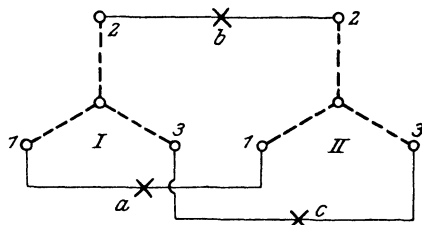


Fig. 313.

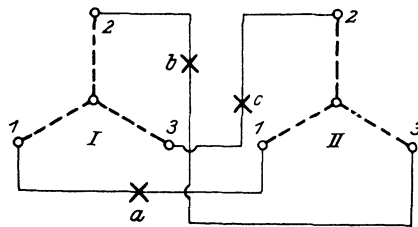


Fig. 314.

den Umschalter U die sekundären Spannungen der Meßtransformatoren so schalten, daß die Lampen bei Phasengleichheit hell brennen oder dunkel bleiben.

Verwendet man für jede Phase eine Lampe (Fig. 313), so müssen bei richtiger Schaltung der drei Phasen alle Lampen zu gleicher Zeit dunkel werden oder gleichmäßig leuchten. Diese Anordnung läßt jedoch nicht erkennen, welche von beiden

Maschinen schneller läuft. Für diesen Fall wird von Siemens & Halske¹⁾ folgende Schaltung angewendet (Fig. 314), wobei die Lampe *b* zwischen I_2 und II_3 , die Lampe *c* zwischen I_3 und II_2 liegt. Hierbei erglühen und erlöschen die Lampen in einer bestimmten Reihenfolge nacheinander, und zwar ergibt sich dafür folgende Regel: „Läuft die zuzuschaltende Maschine (II) zu langsam, so leuchten die Lampen in der Reihenfolge auf, wie die Phasen der Maschine II denjenigen von I folgen.“

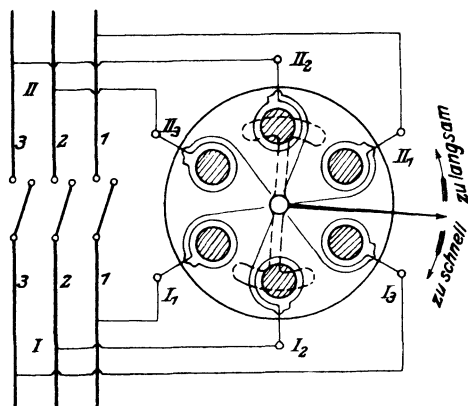


Fig. 315.

Ordnet man die drei Lampen hinter einer Mattscheibe als Ecken eines gleichseitigen Dreiecks an, so würde sich in diesem Fall der Schein in der Richtung *a*, *c*, *b*, also nach links, bewegen. Eilt die Maschine II vor, so dreht sich der Lichtschein umgekehrt. Bei Phasengleichheit erlischt die Lampe *a*, während *b* und *c* mit konstanter Helligkeit entsprechend der Außenleiterspannung brennen. Eine große Anzahl anderer Synchronisierschaltungen sind von Teichmüller²⁾ angegeben worden.

An Stelle der drei Lampen kann man auch einen elektromagnetischen Apparat einschalten, wie er von der AEG. Berlin konstruiert wird³⁾. Derselbe enthält sechs Eisenkerne (Fig. 315),

¹⁾ ETZ. 1896, S. 573.

²⁾ ETZ. 1909, S. 1039; Lehrgang d. Schaltungsschemata, II; Oldenbourg, München.

³⁾ ETZ. 1903, S. 422.

deren Wicklungen wie vorher in Fig. 314 mit den entsprechenden Phasen der beiden Maschinen verbunden werden. Über dem Kerne ist frei drehbar ein Eisenanker angeordnet, dessen Drehung durch einen mit ihm verbundenen Zeiger auf einer weißen Scheibe mit den Bezeichnungen „zu schnell“ und „zu langsam“ angibt, in welcher Weise die zuzuschaltende Maschine reguliert werden soll. Steht der Zeiger still, so ist Periodengleichheit vorhanden. Die Phasengleichheit muß trotzdem durch Lampen oder Phasenindikator festgestellt werden. Ein anderer Synchronisierungsanzeiger wird nach Frahm von Hartmann & Braun¹⁾ gebaut.

Dienen Gasmaschinen zum Antrieb der Generatoren, welche ihren Ungleichförmigkeitsgrad mit der Belastung ändern, so müssen sie vor dem Einschalten künstlich belastet werden, um starke Stromschwankungen zu vermeiden. Für diesen Zweck verwendet man nach Dettmar²⁾ am bequemsten eine Wirbelstrombremse, welche, als Gleichstrom-Elektromagnet ausgebildet, in dem Kranz des Schwungrades Wirbelströme hervorruft, deren Stärke durch die Größe des magnetisierenden Stromes beliebig geändert werden kann.

Bei ausgeführten Anlagen sucht man die Parallelschaltung möglichst durch selbsttätige Apparate³⁾ zu bewerkstelligen. Neuere Einrichtungen für völligen Gleichlauf mit zahlreichen Schaltungen sind u. a. von Wolff⁴⁾ angegeben worden. Zur selbsttätigen Konstanthaltung der Spannung eignet sich dabei am besten der Tirrill-Regulator⁵⁾.

11. Untersuchung eines Synchronmotors.

Legt man den Anker eines Wechselstromgenerators an eine Wechselstromquelle, so wird er einen Strom J aufnehmen, welcher aber trotz des vorhandenen Feldes \mathfrak{H} kein Drehmoment M_d her-

¹⁾ ETZ. 1910, S. 1307.

²⁾ ETZ. 1899, S. 729.

³⁾ ETZ. 1899, S. 416; 1900, S. 7.

⁴⁾ El. u. M. Wien. 1910, S. 239.

⁵⁾ El. u. M. Wien 1906, S. 764; ETZ. 1903, S. 795; 1906, S. 325; 1907, S. 1202, 1224, 1236.

vorrufft, da $M_{dt} = c \cdot J_t \cdot \mathfrak{N} = c \cdot J_{max} \cdot \mathfrak{N} \cdot \sin \omega t$
 sinusförmig variiert, so daß das mittlere Drehmoment pro Periode Null ist. Bewegt man jedoch den Anker, so ändert auch das Feld \mathfrak{N} gegenüber den stromdurchflossenen Leitern seine Richtung. Erfolgt die Änderung des Feldes gleichzeitig mit der Umkehr des Stromes, so behält das Drehmoment immer dieselbe Richtung und die Maschine läuft als Motor. Hat der Wechselstrom die Periodenzahl

$$\nu_1 = \frac{p_1 \cdot n_1}{60},$$

wo n_1 und p_1 Drehzahl und Polpaarzahl des Wechselstromerzeugers sind, so ändert der Strom seine Richtung $2\nu_1$ mal in der Sekunde. Hat der Motor $2p$ -Pole, so ändert sich bei einer Umdrehung das Feld gegenüber einem Stromleiter $2p$ mal, bei einer Drehzahl $\frac{n}{60}$ U/sec. ist die Gesamtänderung $2\nu = \frac{2p \cdot n}{60}$. Da nun die sekundliche Änderung des Stromes gleich der des Feldes sein muß, so folgt daraus

$$2\nu = 2\nu_1 \quad \text{oder} \quad \frac{p \cdot n}{60} = \frac{p_1 \cdot n_1}{60}$$

und daraus die Drehzahl des Motors $n = \frac{p_1 \cdot n_1}{p}$. Nun entspricht aber n der synchronen Drehzahl, mit welcher die Maschine laufen müßte, um als Generator einen Wechselstrom von derselben Periodenzahl ν zu erzeugen. Man bezeichnet daher diesen Motor als Synchronmotor. Da er nur dann ein Drehmoment erzeugt, wenn er synchron läuft, so muß seine Drehzahl bei jeder Belastung konstant bleiben. Wird die Belastung größer als das entwickelte Drehmoment, so bleibt er ziemlich schnell stehen, man sagt dann, er sei aus dem Tritt gekommen. Hätte man den rotierenden Teil in der umgekehrten Richtung bewegt, so würde der Motor in dieser Richtung ebenfalls laufen.

Der einphasige Synchronmotor läuft also von selbst nicht an, sondern muß erst durch eine äußere Kraft auf Synchronismus gebracht werden. Die Drehrichtung ist beliebig.

Hat der Anker eine Drehstromwicklung, so erzeugt er ein Drehfeld, welches mit der Drehzahl $n = \frac{\nu \cdot 60}{p}$ rotiert. Da aber infolge des rotierenden Feldes die magnetische Intensität an der Stelle eines Ankerleiters seine Größe und Richtung mit der Periodenzahl ν ändert, so können wir das Drehfeld durch ein

feststehendes Wechselfeld und dieses durch einen äquivalenten Wechselstrom ersetzt denken, der in einer als Einphasenanker gedachten Wicklung fließt. Es muß sich demnach der Drehstrom-Synchronmotor genau so verhalten, wie der Einphasenmotor, d. h. er läuft von selbst nicht an, sondern muß erst auf Synchronismus gebracht werden. Schaltet man eine Phase der Drehstromleitung ab, so läuft er als Einphasenmotor mit derselben Drehzahl weiter.

Da sich die Wicklung in einem Magnetfelde bewegt, so wird in ihr wie in einem Generator eine EMK E_g induziert, welche mit der elektromotorischen Gegenkraft eines Nebenschlußmotors vergleichbar ist. Würde man den Motor ohne weiteres an das Netz anschließen, dann würde je nach dem Phasen- und Größenunterschied der Klemmenspannung E_k und der EMK E_g unter Umständen eine starke Stromschwankung im Netz auftreten. Man muß daher den Anschluß nach den für das Parallelschalten von Generatoren angegebenen Vorschriften ausführen. Der Motor wird zu dem Zweck durch einen besonderen Antriebsmechanismus auf normale Drehzahl gebracht, das Magnetfeld soweit reguliert, daß $E_g = E_k$ ist, und der Schalter eingelegt, wenn die Phasenlampe durch Erlöschen anzeigt, daß E_g gegen E_k um 180° verschoben ist. Schaltet man den mechanischen Antrieb ab, so läuft der Motor synchron weiter. Wäre er ein idealer Motor, d. h. ein solcher ohne Verluste, so würde er keinen Strom aufnehmen, da er keine Leistung abgibt, sondern leerläuft. Nun treten aber in einem praktisch ausgeführten Motor Verluste durch Reibung und im Eisen auf, welche ein Äquivalent an elektrischer Energie erfordern. Infolgedessen muß der Motor einen Strom aufnehmen, was jedoch nur möglich ist, wenn die Summe der in dem Kreise des Motors vorhandenen EMKe nicht Null ist. Da aber die gemessenen Werte von E_k und E_g gleich groß waren, so kann die Resultante der beiden nur dann von Null verschieden sein, wenn die Phasenverschiebung kleiner als 180° wird, d. h. E_g der Größe E_k nacheilt. Dieses Resultat haben wir aber schon im vorigen Versuch gefunden. Die Phase von E_g ändert sich mit der Stellung der Feldmagnete relativ zur Ankerwicklung, es muß demnach der rotierende Teil gegenüber dem feststehenden mit größerer Belastung eine immer größer werdende Relativverschiebung bei konstanter Drehzahl annehmen.

Für die resultierende Spannung OD wird J ein Minimum gleich OE . Der Mittelpunkt M liegt also auf der Verlängerung von OE d. h. auf einer um den $\sphericalangle \delta$ gegen $E_k = OA$ geneigten Geraden. Nun sind die Dreiecke MCO und ABO einander ähnlich; denn es ist

$$\sphericalangle COM = \sphericalangle BOA,$$

da sie sich mit dem $\sphericalangle \varphi$ zu δ ergänzen, $\sphericalangle MCO = \sphericalangle ABO$, folglich auch $\sphericalangle CMO = \sphericalangle BAO = \theta$.

Für ähnliche Dreiecke gilt aber die Beziehung, daß die homologen Seiten in einem bestimmten Verhältnis zueinander stehen.

Hierbei war
$$\frac{CO}{OB} = \frac{J}{J \cdot W} = \frac{1}{W},$$

folglich ist auch
$$\frac{CM}{AB} = \frac{1}{W} \quad \text{und} \quad \frac{OM}{OA} = \frac{1}{W}$$

oder
$$CM = \frac{E_\theta}{W} \quad \text{und} \quad OM = \frac{E_k}{W}.$$

Damit ist auch die Strecke OM bekannt, da E_k und W gegebene Größen sind.

Aus diesem Blondelschen Diagramm¹⁾ kann man jetzt alle für die Arbeitsweise des Synchronmotors in Frage kommenden Größen entnehmen, man bezeichnet es daher auch als

a) Arbeitsdiagramm des Synchronmotors für konstante Klemmenspannung und Erregung bei veränderlicher Belastung.

Darin stellen alle Strahlen OC von O nach dem Kreise um M den aufgenommenen Strom J dar. Der $\sphericalangle COA$ zwischen J und E_k ist gleich φ . Die eingeführte Leistung

$$L_e = E_k \cdot J \cdot \cos \varphi = c \cdot J \cdot \cos \varphi$$

ist proportional dem Leistungsstrom, welcher durch die Strecke

$$CF = OC \cdot \cos \varphi \quad \text{dargestellt wird.}$$

Die dem Drehmoment, welches zwischen Feld und Anker auftritt, entsprechende Leistung in W ist in jedem Augenblick durch die Gleichung $L_{a_t} = c \cdot \mathfrak{N}_t \cdot J_t = E_{g_t} \cdot J_t$ gegeben.

¹⁾ Ind. El. 1895, S. 45, 73, 123; ETZ. 1895, S. 262; Ecl. El. 1895, S. 436 (Guilbert); ETZ. 1896, S. 300, 312 (Ossanna).

Für verschiedene Belastungen eilt E_g gegen J um den $\sphericalangle \psi$ nach, so daß für einen Strom $J_t = J_{max} \cdot \sin \omega t$ die induzierte EMK nach der Gleichung $E_{g_t} = E_{g_{max}} \cdot \sin(\omega t - \psi)$ verlaufen muß. Durch Einsetzen dieser Werte wird

$$L_{d_t} = E_{g_{max}} \cdot J_{max} \cdot \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \psi)$$

und die mittlere Leistung

$$L_d = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T L_{d_t} \cdot dt = E_{g_{max}} \cdot J_{max} \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \sin \omega t \cdot \sin(\omega t - \psi) \cdot dt$$

$$L_d = \frac{E_{g_{max}} \cdot J_{max}}{2} \cdot \cos \psi = E_g \cdot J \cdot \cos \psi \quad W$$

E_g war im Diagramm konstant, also wird das in W ausgedrückte Drehmoment proportional $J \cdot \cos \psi$.

Da J niemals Null werden kann, so wird $M_d = 0$, wenn $\psi = 90^\circ$ ist. Dafür muß E_g auf J senkrecht stehen, oder mit $J \cdot W$ den $\sphericalangle \frac{\pi}{2} + \delta$ einschließen. Das ist nur möglich, wenn der Endpunkt von E_g auf einem Kreisbogen über der Sehne OA liegt, dessen Peripheriewinkel im entgegengesetzten Kreisabschnitt gleich $\frac{\pi}{2} - \delta$, oder dessen Zentriwinkel $2\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right)$ ist.

Man errichtet daher in OA das Mittellot und zieht von O aus einen Strahl unter dem $\sphericalangle \delta$ gegen OA geneigt, so schneidet er das Lot in R , dann ist $\sphericalangle ARO = 2\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right)$. Der mit RO um R beschriebene Kreis schneidet den Spannungskreis in G_o und H_o , für welche Punkte das Drehmoment $M_d = 0$ und damit auch $L_d = 0$ wird. Die dazugehörigen Ströme lassen sich dadurch bestimmen, daß man Strahlen OG und OH zieht, welche um den $\sphericalangle \delta$ gegen OG_o und OH_o geneigt sind.

Zur graphischen Darstellung des Drehmoments in dieser Figur bedienen wir uns der Konstruktionen, die zur Darstellung des Stromwärmeverlustes und der Leistung von Ossanna¹⁾ und Bragstad²⁾ angegeben sind.

¹⁾ Zf E. 1899, Heft 19—21; ETZ. 1900, S. 712.

²⁾ Beitrag zur Theorie und Untersuchung der asynchronen Mehrphasenmotoren. Samml. el. Vorträge. III. 8/9.

Diese Linie bezeichnen wir als Stromwärmeverlustlinie ($L_{r_a} = 0$). Dann gibt die Differenz der Ordinaten $y - y_1 = CL$ multipliziert mit $2 \cdot v \cdot R_a$ den Verlust durch Stromwärme für den zugehörigen Strom $J = OC$ an. Man kann jedoch auch den Abstand des Punktes C von der Verlustlinie $L_{r_a} = 0$ als Maß des Stromwärmeverlustes ansehen. Ist der Winkel zwischen E_k und OM gleich δ , so wird $\sphericalangle MOP = \frac{\pi}{2} - \delta$, folglich schneidet die Verlustlinie den Vektor von E_k ebenfalls unter dem $\sphericalangle \frac{\pi}{2} - \delta$. Da nun die Linie $G_o H_o$ in Fig. 316 ebenfalls unter dem $\sphericalangle \frac{\pi}{2} - \delta$ gegen E_k geneigt ist, so muß die Verlustlinie zu $G_o H_o$ parallel laufen.

Die auf den Anker zur Erzeugung des Drehmoments M_d übertragene Leistung $L_d = E_g \cdot J \cdot \cos \varphi$ läßt sich ausdrücken durch die eingeführte Leistung L_e und den Stromwärmeverlust L_{r_a} nach der Gleichung

$$L_d = L_e - L_{r_a} = E_k \cdot J \cdot \cos \varphi - J^2 \cdot R_a.$$

Die Leistungskomponente des Stromes ist nach der Figur $J \cdot \cos \varphi = y$, so daß

$$\begin{aligned} L_d &= E_k \cdot y - 2 \cdot v \cdot y \cdot R_a - 2 u \cdot x \cdot R_a + \rho^2 \cdot R_a \\ &= (E_k - 2 v \cdot R_a) \cdot \left[y - \frac{2 u}{R_a} \cdot x + \frac{\rho^2}{R_a - 2 v} \right] \end{aligned}$$

wird, oder $L_d = (E_k - 2 v \cdot R_a) \cdot (y - y_2)$,

worin sich $y_2 = \frac{2 u}{R_a - 2 v} \cdot x - \frac{\rho^2}{R_a - 2 v}$

als die Gleichung einer Geraden mit den Koordinaten x und y_2 darstellt, deren Richtungskoeffizient $\frac{u}{\frac{E_k}{2 R_a} - v}$ ist. Sie steht da-

her senkrecht auf einer Geraden durch O , deren Richtung durch

$$x_2 = u \quad \text{und} \quad y_2 = - \left(\frac{E_k}{2 R_a} - v \right) = v - \frac{E_k}{2 R_a}$$

gegeben ist, und schneidet die Abszissenachse in einem Punkt

$$x_2 = \frac{\rho^2}{2u} = x_1,$$

d. h. sie geht durch denselben Punkt P wie die Verlustlinie $L_{ra} = 0$ in Fig. 317. Die Ordinatendifferenz $y - y_2 = CT$ zwischen dem Kreis und dieser Linie multipliziert mit $(E_k - 2v \cdot R_a)$ gibt die dem Drehmoment M_d äquivalente Leistung

$$L_d = CT \cdot (E_k - 2v \cdot R_a)$$

an, man bezeichnet deswegen diese Gerade als Drehmomentlinie ($L_d = 0$). Da für die Schnittpunkte G und H der Wert $L_d = 0$ ist, so sind sie mit den in Fig. 316 auf andere Weise (S. 402) gefundenen identisch.

Kehren wir jetzt zur Fig. 316 zurück, so können wir die Drehmomentlinie dadurch erhalten, daß wir $MN = \frac{E_k}{2R_a}$ nach unten abtragen, N mit O verbinden und darauf eine Senkrechte errichten, welche durch P geht.

Der konstante Faktor $E_k - 2v \cdot R_a$, mit dem die in A gemessenen Ordinatendifferenzen CT multipliziert werden, um die Leistung zu erhalten, kann auch in den Ausdruck $E_k \cdot (1 - 2 \cdot \cos^2 \delta)$ umgeformt werden, da

$$v = OM \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) = \frac{E_k}{W} \cdot \cos \delta \quad \text{und} \quad R_a = W \cdot \cos \delta$$

ist. Man kann jedoch auch das von C auf die Drehmomentlinie gefällte Lot CU (Fig. 317) als Maß für das Drehmoment ansehen, denn der $\sphericalangle UCT$ bleibt für alle Punkte C konstant und ist gleich dem Winkel zwischen $M_d = 0$ und der x Achse von der Größe $\pi - 2\delta$, da sich beide mit $\sphericalangle C T U$ zu 90° ergänzen.

Aus dem ΔUCT folgt:

$$UC = CT \cdot \cos(\pi - 2\delta) = \frac{L_d}{E_k - 2v \cdot R_a} \cdot \cos(\pi - 2\delta)$$

woraus
$$L_d = UC \cdot \frac{E_k - 2v \cdot R_a}{\cos(\pi - 2\delta)} = UC \cdot \frac{E_k \cdot (1 - 2 \cos^2 \delta)}{-\cos 2\delta}$$

oder

$$L_d = UC \cdot E_k W$$

folgt, da

$$1 - 2 \cos^2 \delta = -\cos 2\delta \quad \text{ist.}$$

Von der für die Erzeugung des Drehmoments erforderlichen Leistung geht ein Teil $L_\rho + L_{hw}$ durch Reibung, Hysterisis und

Wirbelströme im Eisen und Kupfer verloren, so daß die an der Riemenscheibe des Motors abgegebene Leistung

$$L_a = L_d - (L_\rho + L_{hw})$$

wird. Um L_a zu erhalten, müssen wir in Fig. 317 die Strecke

$$CT \text{ um ein Stück } \frac{L_\rho + L_{hw}}{E_k \cdot (1 - 2 \cos^2 \delta)}$$

oder CU um eine Strecke $UV = \frac{L_\rho + L_{hw}}{E_k}$

verkürzen. Da der Eisenverlust bei konstanter EMK E_g von dem Feldstrom $J \cdot \sin \varphi$ allein abhängig ist, so wird er mit stärkerer Belastung etwas sinken, weil mit steigendem Strom die Sättigung des Eisens abnimmt. Die Stücke UV bleiben daher nicht konstant, so daß die Leistungslinie $L_a = 0$ gegen $L_d = 0$ eine ganz geringe Neigung besitzt. Sie trifft die Abszisse im Punkt W . Um nun die Verlustlinie $L_v = 0$ zu erhalten, zieht man durch W eine Linie, welche gegen $L_{ra} = 0$ entsprechend den allmählich kleiner werdenden Eisenverlusten nach oben hin ganz schwach geneigt ist.

Schließlich soll noch das elektrische Güteverhältnis und der Wirkungsgrad bestimmt werden.

Das elektrische Güteverhältnis wird definiert durch die

Gleichung
$$\eta_e = \frac{L_d}{L_e} = \frac{L_e - L_{ra}}{L_e}.$$

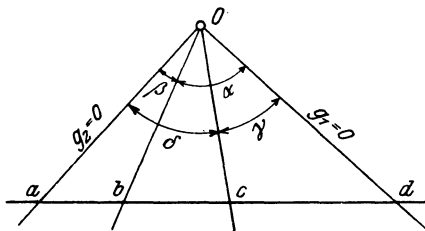


Fig. 318.

Um diesen Ausdruck graphisch darstellen zu können, benutzen wir einen Hilfssatz, welcher das Doppelverhältnis einervoneinemStrahlenbündel geschnittenen Geraden behandelt¹⁾.

In Fig. 318 seien die beiden Geraden Od und Oa durch die Gleichungen $g_1 = 0$ und $g_2 = 0$ gegeben. Dann wird eine andere Gerade Ob , welche durch den Schnittpunkt O geht, durch die

¹⁾ ETZ, 1903, S. 422.

Gleichung $g_1 - p \cdot g_2 = 0$ dargestellt. Die Richtung ist vom Parameter p abhängig. Wird $p = 1$, so erhält man eine Linie $O c$, welche als Einheitslinie bezeichnet wird, während g_1 und g_2 Grundlinien heißen. Der Parameter p stellt das Verhältnis der Abstände der Geraden g_1 und g_2 von einem Punkte der Linie $O b$ dar. Es ist demnach allgemein $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = c \cdot p$

und für die Einheitslinie, wo $p = 1$ ist, gilt $\frac{\sin \gamma}{\sin \delta} = c$,

woraus man durch Kombination beider Gleichungen

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} : \frac{\sin \gamma}{\sin \delta} = p$$

erhält. Werden diese 4 Strahlen von einer Geraden in a, b, c, d geschnitten, so verhält sich

$$\frac{b d}{c d} = \frac{\Delta b o d}{\Delta c o d} = \frac{o d \cdot o b \cdot \sin \alpha}{o d \cdot o c \cdot \sin \gamma}$$

und $\frac{a b}{a c} = \frac{\Delta a o b}{\Delta a o c} = \frac{a o \cdot o b \cdot \sin \beta}{a o \cdot o c \cdot \sin \delta}$.

Durch Division folgt daraus

$$\frac{b d}{c d} : \frac{a b}{a c} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} : \frac{\sin \gamma}{\sin \delta} = p.$$

Wandert der Punkt a immer weiter bis ins Unendliche, so wird $\frac{a b}{a c} = 1$ und $\frac{b d}{c d} = p$.

Besitzt $c d$ die Länge 1, so wird die zu dem Strahl $o b$ gehörige Größe p durch $b d$ dargestellt, wobei dann die Linie $c d$ parallel zu $o a$ ist.

Ersetzen wir nun in der Gleichung für η_e die Leistungen durch ihre Gleichungen, so ergibt sich

$$\eta_e = \frac{(E_k - 2 \cdot v \cdot R_a) \cdot (y - y_2)}{E_k \cdot y}$$

$$= \frac{E_k - 2 v \cdot R_a}{E_k \cdot y} \cdot \left[y - \frac{2 u}{\frac{E_k}{R_a} - 2 v} \cdot x + \frac{\rho^2}{\frac{E_k}{R_a} - 2 v} \right]$$

Durch Multiplikation mit $y \cdot \frac{1}{1 - \frac{2v \cdot R_a}{E_k}}$ erhält man

$$y - \frac{2u \cdot x}{\frac{E_k}{R_a} - 2v} + \frac{\rho^2}{\frac{E_k}{R_a} - 2v} - \eta_e \cdot \frac{y}{1 - \frac{2v \cdot R_a}{E_k}} = 0.$$

Setzt man darin

$$0 = y - \frac{2u \cdot x}{\frac{E_k}{R_a} - 2v} + \frac{\rho^2}{\frac{E_k}{R_a} - 2v} = g_1$$

und

$$0 = \frac{y}{1 - \frac{2v \cdot R_a}{E_k}} = g_2,$$

so wird die Gleichung die Form $g_1 - \eta_e \cdot g_2 = 0$ annehmen, woraus nach den früheren Ableitungen die dem Parameter p entsprechende Größe

$$\eta_e = \frac{\text{Abschnitt zwischen } g_1 = 0 \text{ und einem Strahl durch } O}{\text{Abschnitt zwischen } g_1 = 0 \text{ und der Einheitslinie } g_1 - g_2 = 0}$$

graphisch gefunden werden kann.

Es ist nämlich die Gleichung $g_1 = 0$ die Drehmomentlinie ($L_d = 0$), während $g_2 = 0$ als zweite Grundlinie der Konstruktion die Abszissenachse darstellt. Für $\eta_e = 1$ wird

$$g_1 - g_2 = 0 = y \cdot v + u \cdot x - \frac{\rho^2}{2}$$

die Einheitslinie, welche in diesem Fall gleich der Verlustlinie ($L_{r_a} = 0$) ist.

Zieht man daher zur Abszissenachse eine Parallele (Fig. 319), welche von der Drehmoment- und Verlustlinie in d und c geschnitten wird, und macht man $d c$ gleich der Einheit, so schneidet ein von C aus durch O gelegter Strahl $O b$ die Strecke $d b = \eta_e$ ab. Der Schnittpunkt O entspricht in unserem Arbeitsdiagramm (Fig. 316) dem Punkte P .

Analog ist der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{L_a}{L_e} = \frac{L_e - L_v}{L_e}$$

zu bilden. Er wird daher in Fig. 320 dargestellt durch den Ab-

schnitt mn einer Parallelen ms zur Abszisse von der Länge 1 zwischen der Leistungslinie $L_a = 0$ und der Linie $L_v = 0$ des gesamten Verlustes, welchen ein von C aus durch den Scheitel W gelegter Strahl Wn abschneidet. Da hierbei der Erregerverlust L_{r_e} nicht berücksichtigt ist, so wird der Wirkungsgrad

$$\eta = mn \cdot \frac{L_e}{L_e + L_{r_e}}.$$

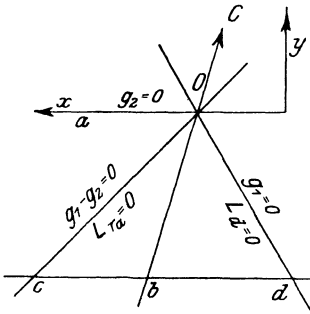


Fig. 319.

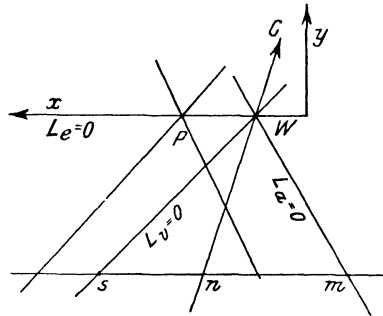


Fig. 320.

Auf diese Weise kann man die wichtigsten Betriebseigenschaften des Motors aus dem Diagramm entnehmen und der Übersichtlichkeit wegen in einem rechtwinkligen Koordinatensystem als Funktion der abgegebenen Leistung L_a darstellen.

Zur Bestimmung des Diagramms nimmt man folgende Größen bei konstanter Periodenzahl ν auf:

1. Die Klemmenspannung E_k und Leerlaufscharakteristik $f(E_g, J_e)$ zur Bestimmung von E_g für die im Betrieb erforderliche Erregung $J_e = \text{konst.}$
2. Den Wechselstromwiderstand $W = \frac{E_v}{J}$, indem man bei stillstehendem Motor für verschiedene Ströme J den Spannungsverlust E_v und die Leistung L_{va} bestimmt.
3. Den Leistungswiderstand

$$R_a = \frac{L_{va}}{J^2}.$$

4. Den Leistungsverlust

$$L_p + L_{hw} = L_0 - J_0^2 \cdot R_a.$$

5. Den Strom J_o und die Phasenverschiebung φ_o (zur Kontrolle der Konstruktion) durch Leerlaufs- und Kurzschlußversuch oder mit einem geeichten Hilfsmotor (s. Hilfsmotormethode S. 303).

Zum Anlassen der Synchronmotoren können verschiedene Methoden entsprechend den vorhandenen Hilfsmitteln angewendet werden.

Ist der Motor ein Teil eines Gleichstrom-Umformeraggregats oder mit einer Gleichstrommaschine gekuppelt, so benutzt man den Gleichstromgenerator als Motor, wenn eine Akkumulatoren-batterie oder eine Gleichstromquelle zur Verfügung stehen.

Treibt der Synchronmotor dagegen allein eine Transmission, so kuppelt man ihn mit einem kleinen Asynchronmotor, dessen Leistung ca. $10 \div 15 \%$ der normalen beträgt. Da dieser aber wegen der Schlüpfung niemals die synchrone Drehzahl erreichen kann, so erhält er zwei Pole weniger als der Synchronmotor. Die richtige Drehzahl wird durch Veränderung des Anlaßwiderstandes eingestellt.

Auch als Asynchronmotor kann ein Drehstrom-Synchronmotor angelassen werden. Man schließt die Erregerwicklung kurz, um gefährliche Spannungen zu vermeiden, und gibt dem Motor am besten durch einen Spartransformator eine kleine Spannung, so daß der Ankerstrom den zulässigen Wert nicht übersteigt. In der Nähe des Synchronismus angelangt, öffnet man den Kurzschluß der Erregung und erregt mit Gleichstrom, wodurch der Motor in Synchronismus hineinläuft.

b) Verhalten des Synchronmotors bei konstanter Klemmen-spannung E_k , Drehmoment $M_d = \text{konst.}$ und veränderlicher Erregung.

Bisher war für die Untersuchung des Synchronmotors angenommen, daß die elektromotorische Gegenkraft E_g und damit der Erregerstrom konstant blieb. Es soll nun festgestellt werden, wie J beeinflusst wird, wenn man den Erregerstrom J_e und damit E_g bei konstanter Spannung E_k und konstantem Drehmoment M_d verändert. Dazu verwenden wir das von Blondel¹⁾ angegebene bipolare Diagramm.

¹⁾ Ecl. El. 1901.

Gehen wir dabei wieder (Fig. 321) von einer Vertikalen $OA = E_k$ aus, ziehen unter einem beliebigen $\sphericalangle \theta$ die Linie $AB = E_g$, dann ist die Resultierende $OB = J \cdot W$. Ist in

$$W = \sqrt{R_a^2 + S^2}$$

der Leistungswiderstand R_a gegeben, so ist die Richtung von J ebenfalls bestimmt, und zwar ist J um einen $\sphericalangle \delta = \arccos \frac{R_a}{W}$ gegen OB oder einen $\sphericalangle \varphi$ gegen E_k nacheilend. Außerdem ist damit $OD = J \cdot R_a$ und $DB = J \cdot S$ bestimmt. Da $\psi = \varphi - \theta$ (Motor) und die Drehmoment-Leistung (gemessen in W)

$$L_d = E_g \cdot J \cdot \cos \psi = J \cdot (E_g \cdot \cos \psi)$$

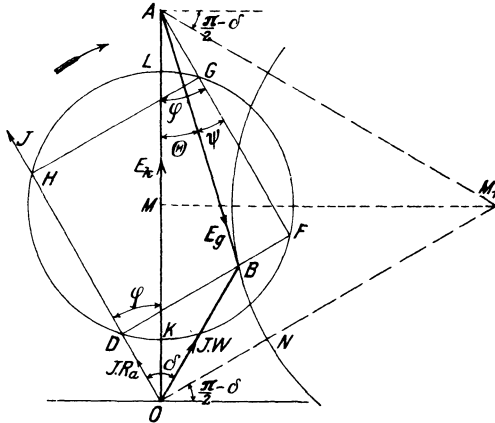


Fig. 321.

war, so kann man diese durch ein Rechteck darstellen, dessen Seiten zu J und $E_g \cdot \cos \psi$ in einfacher Beziehung stehen. Zieht man zu dem Zweck von A eine Parallele zur Richtung von J , so schneidet sie die Verlängerung von DB in F ,

so daß $A F = E_g \cdot \cos \psi$

ist. Die Größe J ist der Linie OD proportional und zwar

$$J = \frac{OD}{R_a}, \text{ folglich wird } L_d = \frac{OD \cdot AF}{R_a} \dots$$

Trägt man auf AF die Strecke $AG = OD$ ab und zieht durch G eine Parallele GH zu FD , so wird $OH = AF$ und damit

$$L_d = \frac{OD \cdot OH}{R_a}.$$

Soll das Drehmoment konstant bleiben, so muß $OD \cdot OH = \text{konst.}$ sein. Nach dem Sekantensatz liegen dann die Punkte D und H auf einem Kreise, der auch durch G und F gehen muß, damit das Viereck $DHGF$ für jede Lage von OD rechtwinklig bleibt.

Der geometrische Ort für die Endpunkte aller Ströme

$$J = \frac{OD}{R_a}$$

wird also ein Kreis, dessen Mittelpunkt M auf der Mitte von OA liegt. Der Radius r ergibt sich aus folgender Betrachtung:

$$OK \cdot OL = OD \cdot OH = L_d \cdot R_a.$$

Darin ist $OK = \frac{E_k}{2} - r$ und $OL = \frac{E_k}{2} + r$,

woraus folgt $\left(\frac{E_k}{2} - r\right) \cdot \left(\frac{E_k}{2} + r\right) = L_d \cdot R_a$

und $\frac{E_k^2}{4} - r^2 = L_d \cdot R_a$ oder $r = \sqrt{\frac{E_k^2}{4} - L_d \cdot R_a}$

Da sich der Punkt D auf einem Kreise bewegt, so ist bei dem

$$\sphericalangle DOB = \delta = \text{konst.}$$

der geometrische Ort für den Endpunkt B des Spannungsabfalls OB auch ein Kreis. Sein Mittelpunkt M_1 muß, wie im Arbeitsdiagramm für den Mittelpunkt M des Stromkreises schon erklärt worden ist, aus Symmetriegründen auf den von O und A aus um den $\sphericalangle \delta$ gegen OA geneigten Strahlen OM_1 und AM_1 liegen. Da M_1 senkrecht über M liegt, so ist die Entfernung

$$OM_1 = \frac{OM}{\cos \delta} = \frac{E_k}{2 \cdot \cos \delta}.$$

Aus diesem Diagramm erkennt man, daß der Strom J für verschiedene Erregungen seine Größe und Richtung ändert und für eine bestimmte mittlere Erregung ein Minimum und außerdem in Phase mit der Klemmenspannung E_k ist. Für Untererregung wirkt also der Synchronmotor wie eine Selbstinduktion, wobei φ nachteilig ist, für Übererregung dagegen wie eine Kapazität, die eine Voreilung des Stromes J gegen die Spannung E_k hervorruft. Man kann daher den übererregten Synchronmotor zur Kompensierung der in einer mit vielen kleinen Asynchronmotoren belasteten Fernleitung auftretenden Phasen

nacheilung mit Vorteil verwenden. Stellt man die diesem Diagramm entnommenen Werte von J als Funktion der EMK E_g (Fig. 322) graphisch dar, so erhält man als

$$f(J, E_g), M_d = \text{konst.}$$

eine V ähnliche Kurve, wie sie zuerst von Mordey (1892) experimentell aufgenommen ist.

In derselben Weise bestimmt man für einen oder mehrere andere Werte des Drehmoments die Kurven. Für $M_d = 0$ werden die beiden Zweige Stücke von zwei aufeinander mit ihren Achsen senkrecht stehenden Ellipsen,

wenn der induktive Widerstand S bei verschiedenen Belastungen konstant bleibt und die Spannungs- und Stromkurven sinusförmig verlaufen. Beides trifft in Wirklichkeit nicht zu. Infolgedessen erhält man beim Minimalstrom nicht $\cos \varphi = 1$, sondern einen Höchstwert des Leistungsfaktors, der kleiner als 1 ist, wegen des Einflusses der

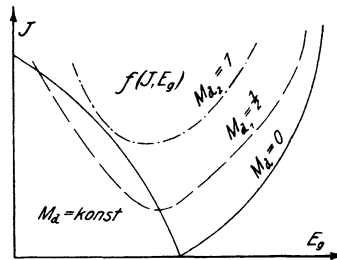


Fig. 322.

höheren Harmonischen. In welcher Weise diese auf das Verhalten des Motors einwirken, hat Bloch¹⁾ experimentell untersucht.

Ist die Leerlaufcharakteristik $f(E_g, J_e)$ des Motors bekannt, so kann man zu den Werten E_g die entsprechenden von J_e entnehmen und die Kurven als $f(J, J_e)$ darstellen. Anfangs stimmen sie mit den in Fig. 322 angegebenen überein, mit zunehmender Sättigung weichen sie jedoch etwas davon ab.

Zur Bestimmung des für die Ermittlung der V -Kurven erforderlichen Diagramms sind folgende Aufnahmen notwendig:

1. Die Klemmenspannung E_k .
2. Die dem Motor bei einem bestimmten Drehmoment M_d zugeführte Leistung L_e und der Strom J , woraus

$$\cos \varphi = \frac{L_e}{E_k \cdot J} \quad \text{bestimmt werden kann.}$$

¹⁾ Samml. el. Vortr. V. 7/8.

3. Der Wechselstromwiderstand $W = \sqrt{R_a^2 + S^2}$ und der Leistungswiderstand R_a .

4. Die Leerlaufcharakteristik $f(E_g, J_e)$, $v = \text{konst.}$

Man kann auch die V -Kurven direkt durch Messung bestimmen, indem man den Motor zur bequemen Regulierung und Konstanthaltung des Drehmoments am besten mit einem direkt gekuppelten Gleichstromgenerator belastet und für verschiedene Erregungen J_e die Ankerströme J des Motors abliest. Allerdings ist damit ein großer Energieverbrauch verbunden.

12. Untersuchung eines asynchronen Mehrphasenmotors.

Das Verhalten eines asynchronen Mehrphasenmotors läßt sich aus der Wirkungsweise des allgemeinen Transformators ableiten. Diese Aufgabe ist schon im Jahre 1890 von Steinmetz und 1892 von Heyland behandelt worden, wobei jedoch die Streuungsverhältnisse bzw. Verluste unberücksichtigt geblieben sind. Auf der Grundlage der weiteren Arbeiten von Dobrowolsky¹⁾ Sakulka²⁾, Heyland³⁾, Blondel⁴⁾, Behrend⁵⁾, Heubach⁶⁾ Ossanna⁷⁾ haben sich allmählich zwei Darstellungen als zweckmäßig erwiesen, nämlich das Diagramm von Heyland-Behrend und dasjenige von Ossanna.

a) Das Diagramm von Heyland-Behrend.

Es galten für den Transformator folgende Gleichungen

$$\text{I. } E_{k_1 t} = J_{1 t} \cdot R_1 + w_1 \cdot \frac{d\mathfrak{N}}{dt} + w_1 \cdot \frac{d\mathfrak{N}_{s_1}}{dt}$$

$$\text{II. } -w_2 \cdot \frac{d\mathfrak{N}}{dt} = J_{2 t} \cdot R_2 + E_{k_2 t} + w_2 \cdot \frac{d\mathfrak{N}_{s_2}}{dt}$$

Bezogen auf den Drehstrommotor bedeuten darin \mathfrak{N} das beiden

¹⁾ ETZ. 1891, S. 149. ²⁾ ETZ. 1892, S. 119.

³⁾ ETZ. 1894, S. 561; 1895, S. 649; 1896, S. 138, 632; El. April 1896; Exp. Untersuch. a. Induktionsmotoren, Samml. el. Vortr. II, 2.

⁴⁾ Ecl. El. 1895, S. 597; ETZ. 1896, S. 366.

⁵⁾ ETZ. 1896, S. 63; 1900, S. 591. ⁶⁾ ETZ. 1900, S. 73, 97.

⁷⁾ Z f E. 1899, S. 223; ETZ. 1900, S. 712.

Wicklungen gemeinsame Drehfeld pro Phase, \mathfrak{N}_{s_1} und \mathfrak{N}_{s_2} die vom primären und sekundären Teil erzeugten pulsierenden Streufelder.

Machen wir vorläufig die Vereinfachung, daß der Spannungsverlust $J_1 \cdot R_1$ nicht berücksichtigt werden soll, dann wird im Diagramm E_{s_1} und E_{v_1} zusammenfallen und das Primärdiagramm erhält folgende Form (Fig. 323), entsprechend der Gleichung

$$E_{k_1 t} \approx w_1 \cdot \frac{d\mathfrak{N}}{dt} + w_1 \cdot \frac{d\mathfrak{N}_{s_1}}{dt} \approx E_{1 t} + E_{s_1 t}$$

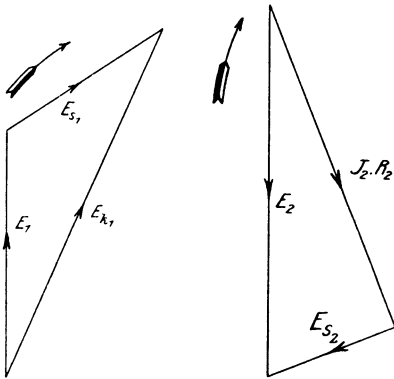


Fig. 323.

Fig. 324.

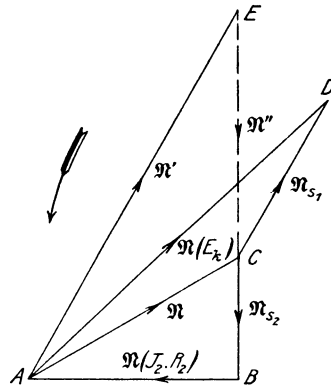


Fig. 325.

Da der Rotor einen Kurzschlußanker besitzt, so ist die Klemmenspannung $E_{k_2} = 0$. Da ferner keine Selbstinduktion vorhanden ist, so ergibt sich für die sekundäre Seite nach der Gleichung

$$-w_2 \cdot \frac{d\mathfrak{N}}{dt} = J_{2 t} \cdot R_2 + w_2 \cdot \frac{d\mathfrak{N}_{s_2}}{dt}$$

oder

$$E_{2 t} = J_{2 t} \cdot R_2 + E_{s_2 t}$$

als Diagramm die Fig. 324.

Infolge der Verschiedenheit der Windungszahlen sind die Maßstäbe beider Diagramme jedoch verschieden. Wir können sie aber miteinander vereinigen, wenn wir sie durch ihre äquivalenten Felder ersetzen. Da nun ein Feld, welches die Ursache einer Spannung ist, derselben um 90° voreilt, so würden alle Größen um 90° gedreht erscheinen, d. h. die Form der Diagramme würde

unverändert bleiben. Man kann daher die EMKE direkt als die Felder ansehen und erhält, da das Feld \mathfrak{N} beiden Seiten gemeinsam ist, als Felddiagramm des Motors in etwas anderer Lage, als vorher, Fig. 325.

Zu der Erzeugung des Feldes \mathfrak{N} liefert, wie wir früher gesehen haben, der primäre Teil einen Beitrag \mathfrak{N}' und der sekundäre einen solchen von der Größe \mathfrak{N}'' . Diese beiden Komponenten von \mathfrak{N}

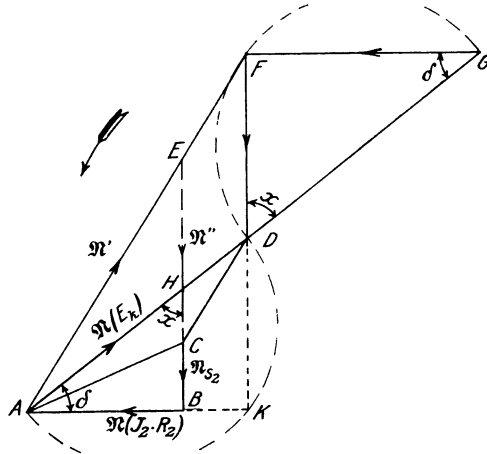


Fig. 326.

lassen sich nun bestimmen, da \mathfrak{N}' mit \mathfrak{N}_{s_1} und \mathfrak{N}'' mit \mathfrak{N}_{s_2} dieselbe Richtung haben müssen. Verlängert man daher CB und zieht durch A eine Parallele zu $\mathfrak{N}_{s_1} = CD$ bis zum Schnittpunkt E , so ist $AE = \mathfrak{N}'$ und $EC = \mathfrak{N}''$. Um das gesamte Primärfeld

$$\mathfrak{N}_1 = \mathfrak{N}' + \mathfrak{N}_{s_1}$$

zu erhalten, zieht man (Fig. 326) durch D eine Parallele zu CE bis zum Schnitt F mit der Verlängerung von AE , dann ist

$$AF = \mathfrak{N}_1 = c \cdot J_1,$$

d. h. diese Linie stellt in einem bestimmten Maß den Primärstrom J_1 nach Größe und Richtung dar. Bleibt $\mathfrak{N}(E_k)$ und damit auch die Klemmenspannung E_k konstant, so ändert sich mit der Belastung der Sekundärstrom J_2 und das sekundäre Teilfeld \mathfrak{N}'' . Es wird sich dadurch auch der Punkt F verschieben.

Es soll nun der geometrische Ort des Punktes F für verschiedene Belastung bei konstanter Klemmenspannung des Motors ermittelt werden.

Zu dem Zweck errichtet man in F ein Lot auf FD und verlängert AD bis zum Schnittpunkt G mit diesem. Zur Lösung der Aufgabe könnte man nun den von Behrend¹⁾ angegebenen Weg benutzen. Bequemer ist jedoch folgende Methode, die hier angegeben werden soll. Bezeichnet man den $\sphericalangle FGD$ mit δ , so ist er gleich dem $\sphericalangle DAB$, da $\triangle ABH \sim \triangle GFD$ ist; denn es ist $\sphericalangle FDG = BHA = x$ als Wechselwinkel, die Winkel bei F und B betragen 90° , folglich sind die $\sphericalangle \delta$ einander gleich.

Dann folgt aus dem Diagramm

$$1. \quad \sin \delta = \sin DGF = \frac{FD}{DG} = \frac{\mathfrak{N}''}{D G}$$

und $2. a. \quad \sin \delta = \sin HAB = \frac{BH}{HA}.$

Diese Gleichung muß noch etwas umgeformt werden.

Setzt man

$$BH = EB - EH, \quad HA = AD \cdot \frac{AE}{AF} \quad \text{und} \quad EH = FD \cdot \frac{AE}{AF},$$

da $\triangle FDA \sim \triangle EHA$ ist, so ergibt sich:

$$\sin \delta = \frac{EB - FD \cdot \frac{AE}{AF}}{AD \cdot \frac{AE}{AF}} = \frac{\mathfrak{N}_2 - \mathfrak{N}'' \cdot \frac{\mathfrak{N}'}{\mathfrak{N}_1}}{\mathfrak{N}(E_k) \cdot \frac{\mathfrak{N}'}{\mathfrak{N}_1}}.$$

Durch die Erweiterung der Gleichung mit $\frac{\mathfrak{N}''}{\mathfrak{N}_2}$ erhält man:

$$\sin \delta = \frac{\mathfrak{N}'' \cdot \left(1 - \frac{\mathfrak{N}'}{\mathfrak{N}_1} \cdot \frac{\mathfrak{N}''}{\mathfrak{N}_2}\right)}{\mathfrak{N}(E_k) \cdot \frac{\mathfrak{N}'}{\mathfrak{N}_1} \cdot \frac{\mathfrak{N}''}{\mathfrak{N}_2}}.$$

Das Verhältnis $\frac{\mathfrak{N}'}{\mathfrak{N}_1} = v_1$ und $\frac{\mathfrak{N}''}{\mathfrak{N}_2} = v_2$

gibt an, welcher Anteil an den Feldern \mathfrak{N}_1 und \mathfrak{N}_2 nutzbar gemacht und wieviel durch Streuung verloren gegangen ist. v_1 und v_2 sind nahezu gleich 1 und werden nach Blondel²⁾ als Streu-

¹⁾ ETZ. 1896, S. 63. ²⁾ Ecl. El. 1895, S. 597.

faktoren bezeichnet. Durch Einsetzen in obige Gleichung folgt:

$$2. \quad \sin \delta = \frac{\mathfrak{N}'' \cdot (1 - v_1 \cdot v_2)}{\mathfrak{N}(E_k) \cdot v_1 \cdot v_2}.$$

Durch Gleichsetzen der rechten Seiten aus den Gleichungen 1 und 2 erhält man dann

$$DG = \mathfrak{N}(E_k) \cdot \frac{v_1 \cdot v_2}{1 - v_1 \cdot v_2}.$$

Da der magnetische Widerstand des Kraftlinienweges innerhalb der Belastungsgrenzen hauptsächlich von dem des Luftweges abhängig ist, so wird die Permeabilität sich mit der Belastung nur wenig ändern. Man kann daher v_1 und v_2 als nahezu konstant ansehen, so daß damit bei konstanter Klemmenspannung E_k auch $DG = \text{konst.}$ wird, d. h. der geometrische Ort des Punktes F ist ein Kreis der sog. Heylandsche über DG als Durchmesser, da $\sphericalangle DFG = 90^\circ$ ist.

Setzt man nach Blondel den Streuungskoeffizienten

$$\tau = \frac{1 - v_1 \cdot v_2}{v_1 \cdot v_2}, \quad \text{so wird} \quad DG = \frac{\mathfrak{N}(E_k)}{\tau} = \frac{AD}{\tau},$$

oder

$$\tau = \frac{AD}{DG},$$

worin z. B. für $v_1 = v_2 = 0,96$ der Faktor $\tau = 0,085$ eine kleine Zahl ist.

Heyland bezeichnet als Streufaktor das Verhältnis des Streufeldes \mathfrak{N}_s zum Nutzfeld \mathfrak{N}' bzw. \mathfrak{N}'' , und zwar

$$\tau_1 = \frac{\mathfrak{N}_{s_1}}{\mathfrak{N}'} \quad \text{und} \quad \tau_2 = \frac{\mathfrak{N}_{s_2}}{\mathfrak{N}''}.$$

Setzt man $\mathfrak{N}_{s_1} = \mathfrak{N}_1 - \mathfrak{N}'$ und $\mathfrak{N}_{s_2} = \mathfrak{N}_2 - \mathfrak{N}''$, so folgt daraus

$$\tau_1 = \frac{\mathfrak{N}_1}{\mathfrak{N}'} - 1 = \frac{1}{v_1} - 1 \quad \text{und} \quad \tau_2 = \frac{\mathfrak{N}_2}{\mathfrak{N}''} - 1 = \frac{1}{v_2} - 1$$

oder

$$v_1 = \frac{1}{1 + \tau_1} \quad \text{und} \quad v_2 = \frac{1}{1 + \tau_2}.$$

Durch die Heylandschen Streufaktoren ausgedrückt kann man daher

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \cdot \tau_2$$

schreiben. Hopkinson bezeichnet als Streufaktor

$$\nu_1 = 1 + \tau_1 \quad \text{und} \quad \nu_2 = 1 + \tau_2.$$

Die Berechnung von τ ist von Hobart¹⁾ angegeben.

Verlängert man FD und AB bis zum Schnittpunkt K , so stellt das Dreieck ADK das sekundäre Diagramm dar, wobei der geometrische Ort für den Punkt K ebenfalls ein Kreis ist, da $\sphericalangle DKA$ immer 90° ist.

Für unsere weiteren Betrachtungen beschränken wir uns vorläufig auf das Dreieck AGF , da es alle primären Größen enthält, durch welche die Betriebseigenschaften des Drehstrommotors ermittelt werden können²⁾.

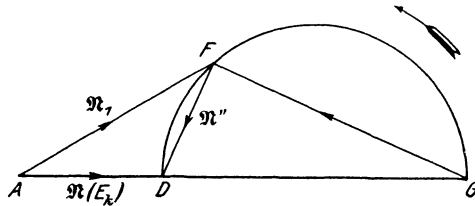


Fig. 327.

Legen wir die Seite AG horizontal (Fig. 327) und schlagen über DG einen Halbkreis, so ist $AF = \mathfrak{N}_1 = c_1 \cdot J_1$ und $FD = \mathfrak{N}'' = v_2 \cdot \mathfrak{N}_2 = v_2 \cdot c_2 \cdot J_2$. Wird $FD = 0$, so fällt AF mit AD zusammen und das von der Spannung E_k erzeugte Feld AD wird dann von einem primären Strom J_0 erzeugt, welcher auftritt, wenn FD oder J_2 gleich Null ist. Die Strecke AD ist daher dem Leerlaufstrom J_0 proportional oder $AD = c_1 \cdot J_0$. Abgesehen vom Maßstab kann man daher für die Felder die Ströme einsetzen, woraus sich Fig. 328 ergibt. Die Richtung der Klemmenspannung E_k wird darin durch die Senkrechte in A angegeben, da E_k als Ursache des Feldes $\mathfrak{N}(E_k)$ demselben um 90° voreilt.

Dadurch ist man schon imstande, den Phasenverschiebungswinkel φ zwischen E_k und J_1 zu bestimmen. Der Leistungsfaktor $\cos \varphi$ wird nun ein Maximum für einen $\sphericalangle \varphi'$, wenn AF' Tangente an den Kreis wird. Zieht man den Radius $F'O$, so ist

$$\sphericalangle F'OA = \varphi' \quad \text{und} \quad \cos \varphi' = \frac{F'O}{AO}.$$

1) ETZ. 1903, S. 933 und 1904, S. 340.

2) vgl. auch: Breslauer, ETZ. 1900, S. 469.

Nun ist
$$F'O = \frac{DG}{2} = \frac{\Re(E_k)}{2\tau} = \frac{J_v}{2\tau}$$

und
$$AO = AD + DO = \Re(E_k) + \frac{\Re(E_k)}{2\tau}$$

und daraus
$$\cos \varphi' = \frac{\frac{\Re(E_k)}{2\tau}}{\Re(E_k) + \frac{\Re(E_k)}{2\tau}} = \frac{1}{1 + 2\tau}.$$

Die Größe des Leistungsfaktors ist, wie man sieht, nur von den

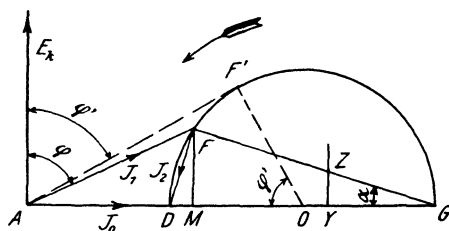


Fig. 328.

Streufaktoren v_1 und v_2 und diese von dem Material, der Form des magnetischen Kreises und von den Dimensionen der Nuten und des Luftraumes abhängig.

Die eingeführte Leistung ist

$$L_e = 3 \cdot E_k \cdot J_1 \cdot \cos \varphi = c \cdot J_1 \cdot \cos \varphi = c \cdot FM,$$

da
$$FM = J_1 \cdot \cos \varphi$$

ist, wobei c immer einen Proportionalitätsfaktor bezeichnen soll.

Nun hatten wir $J_1 \cdot R_1 \approx 0$

gesetzt; es wird daher, wenn wir vorläufig auch die Eisenverluste L_{hw} vernachlässigen, auch die als Drehmoment zur Geltung kommende Leistung $L_d = L_e - [3 \cdot J_1^2 \cdot R_1 + L_{hw}] \approx L_e$

und das Drehmoment $M_d \approx \frac{L_e}{9,81 \cdot \omega_1} \approx c \cdot FM \text{ kgm.}$

Unter dem Einfluß des dem Strome J_2 äquivalenten Drehfeldes $\Re(J_2 \cdot R_2)$ wird in dem Kurzschlußanker oder Rotor ein

Strom
$$J_2 = \frac{p \cdot (\omega_1 - \omega_2)}{R_2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}} \cdot \Re(J_2 \cdot R_2)$$

erzeugt, worin $2p$ die Polzahl, R_2 und ω_2 den Widerstand pro

Phase bzw. Winkelgeschwindigkeit des Rotors bedeuten. Durch ω_1 dividiert ergibt sich die Schlüpfung

$$\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1} = \sigma = \frac{R_2 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}}{p \cdot \omega_1} \cdot \frac{J_2}{\mathfrak{N}(J_2 \cdot R_2)} = c \cdot \frac{J_2}{\mathfrak{N}(J_2 \cdot R_2)}.$$

Hierin muß erst $\mathfrak{N}(J_2 \cdot R_2)$ durch eine Linie festgelegt werden.

Nun war in Fig. 326 die Strecke $AB = \mathfrak{N}(J_2 \cdot R_2)$

und
$$\frac{AB}{AK} = \frac{AE}{AF} \quad \text{oder} \quad AB = AK \cdot \frac{AE}{AF}.$$

Weiter folgt
$$\frac{AK}{FG} = \frac{AD}{DG} \quad \text{und} \quad AK = FG \cdot \frac{AD}{DG}.$$

Durch Einsetzen dieses Wertes erhält man

$$AB = \mathfrak{N}(J_2 \cdot R_2) = FG \cdot \frac{AD}{DG} \cdot \frac{AE}{AF} = FG \cdot \tau \cdot \frac{\mathfrak{N}'}{\mathfrak{N}_1} \quad \text{oder}$$

$$FG = \mathfrak{N}(J_2 \cdot R_2) \cdot \frac{1}{\tau} \cdot \frac{1}{v_1} = \mathfrak{N}(J_2 \cdot R_2) \cdot \frac{v_2}{1 - v_1 \cdot v_2} = c \cdot \mathfrak{N}(J_2 \cdot R_2).$$

Die Linie FG stellt demnach das Rotorfeld dar. Daher kann man

jetzt in Fig. 328 $\sigma = c \cdot \frac{FD}{FG} = c \cdot \operatorname{tg} \alpha$ setzen.

Errichtet man in einem beliebigen Punkt Y ein Lot YZ , so ist

$$\frac{YZ}{YG} = \operatorname{tg} \alpha = \sigma \cdot \text{konst.}$$

und, wenn YG konstant gehalten wird, $YZ = c \cdot \sigma$ ein relatives Maß für die Schlüpfung.

Auch die auf den Rotor übertragene oder theoretische Leistung des Rotors L_2 kann man durch eine Linie darstellen.

Bei einem Drehmoment M_d und einer Winkelgeschwindigkeit ω_2 ist dieselbe
$$L_2 = L_d \cdot \omega_2 = L_e \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1}.$$

Nun war $L_e = c \cdot FM$, folglich wird $L_2 = c \cdot FM \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1}$.

Teilt man die Linie FG in P (Fig. 329) so, daß $\frac{PG}{FG} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$

ist, und fällt das Lot PN , so verhält sich $\frac{PN}{FM} = \frac{PG}{FG} = \frac{\omega_2}{\omega_1}$

oder $PN = FM \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{L_2}{c}$. Somit wird $L_2 = c \cdot PN$.

Die Ordinatendifferenz $FM - PN$ stellt demnach den Stromwärmeverlust in Stator und Rotor dar. Nun empfiehlt es sich, den geometrischen Ort für P zu suchen.

F_k und die Linie $F_k G$ wird Tangente an den Kreis um O_β , so daß $\sphericalangle \beta$ durch das Lot in G auf $F_k G$ erhalten werden kann.

Zur Konstruktion des Diagramms bestimmt man bei konstanter Klemmenspannung E_k V pro Phase und Periodenzahl ν_1 :

1. bei Leerlauf:

die Stromstärke J_o , Leistungsaufnahme L_o und daraus $\sphericalangle \varphi_o$,

2. bei Kurzschluß, d. h. Stillstand des Rotors:

den Kurzschlußstrom J_k , die Leistung L_k und daraus $\sphericalangle \varphi_k$ und mißt

3. den Widerstand pro Phase R_1 .

Zu dem Punkt 2 ist noch zu bemerken, daß man den Kurzschlußversuch bei großen Motoren nicht mit voller Klemmenspannung E_k ausführen wird, sondern mit einer niedrigeren E'_k , die bei Kurzschluß einen Strom J'_k von der Größe des normalen Stromes und eine Leistung L'_k hervorruft. Man kann nun entsprechend dem Verlauf der Kurzschlußcharakteristik nahezu Proportionalität zwischen Spannung und Strom, sowie $\cos \varphi \approx \text{konst.}$ annehmen, (diese Annahme ist wegen der Änderung der Streufelder mit der Belastung nicht ganz zutreffend,)

so daß man als wirklichen Kurzschlußstrom $J_k = \frac{E_k}{E'_k} \cdot J'_k$

erhält. Wegen des Vorhandenseins der Nuten ist J'_k von der gegenseitigen Lage derselben abhängig. Man bestimmt daher J'_k als Mittelwert aus mehreren Ablesungen für verschiedene Lagen des Rotors zum Stator, oder besser noch, indem man den Rotor langsam gegen das Drehfeld bewegt.

Daraus läßt sich nun das Diagramm folgendermaßen zeichnen:

Man berechnet zuerst

$$\cos \varphi_o = \frac{L_o}{3 \cdot E_k \cdot J_o} \quad \text{und} \quad \cos \varphi_k = \frac{L_k}{3 \cdot E'_k \cdot J'_k},$$

Von dem Punkt A eines Koordinatenkreuzes (Fig. 330) zieht man unter dem $\sphericalangle \varphi_o$ und φ_k gegen die Vertikale Strahlen und trägt auf diesen in einem bestimmten Maßstabe die Ströme

$$J_o = A F_o \quad \text{und} \quad J_k = A F_k$$

ab. Durch die Punkte F_o und F_k legt man einen Kreisbogen, dessen Mittelpunkt auf der Horizontalen liegt; derselbe schneidet

die Abszisse in DG . Darauf verbindet man F_k mit G und errichtet dazu in G ein Lot, welches von dem Mittellot auf DG in O_β geschnitten wird. Um O_β wird mit $O_\beta G$ ein Halbkreis geschlagen. Das Lot $F_o M_o$ stellt dann die Leistungsaufnahme zur Kompensierung der Reibungs- und Eisenverluste $L_o = L_\rho + L_{hw}$ dar und bestimmt damit auch den Maßstab für die eingeführte Leistung $L_e \sim FM$. Mißt man FM in A, d. h. im Maßstab von AF_o , so wird $L_e = 3E_k \cdot FM$. Da nun die dem Drehmoment entsprechende Leistung $L_d = \frac{L_e}{\omega_1} = \frac{L_e \cdot p}{2 \cdot \pi \cdot \nu}$ W

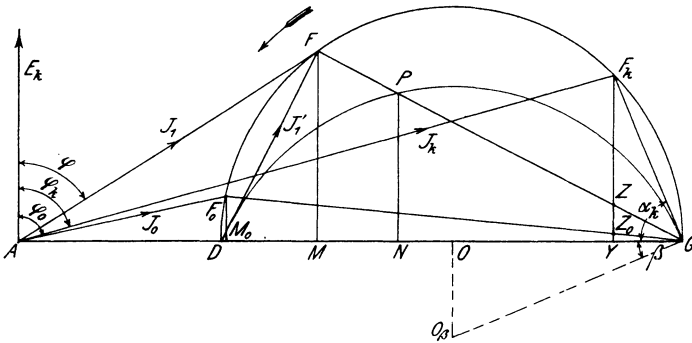


Fig. 330.

war, so ist uns durch L_e auch der Maßstab von L_d gegeben. Soll M_d in kgm erhalten werden, so lautet die Gleichung

$$M_d = \frac{L_d}{9,81} = L_e \cdot \frac{p}{2 \pi \cdot \nu} \cdot \frac{1}{9,81} \text{ kgm.}$$

In dem Maße von L_e ist auch die theoretische Leistung $L_2 \sim PN$ bestimmt.

Fällt man von F_k das Lot $F_k Y$ und hält YG konstant, so stellt es die Schlüpfung $\sigma_k = \tan \alpha_k$ bei Kurzschluß dar, womit der Maßstab von σ gegeben ist, da $F_k Y = 100\%$ beträgt. Bei Leerlauf ist dann schon eine Schlüpfung YZ_o vorhanden.

Während in Fig. 329 $AD = J_o$ der Leerlaufstrom war, ist es jetzt AF_o wegen der im Motor auftretenden Verluste. Es kann daher $AM_o \approx AD \approx J_s$ als Feld- oder Magnetisierungsstrom angesehen werden. Die Strecke DF stellt den Sekundärstrom J_2 oder mit umgekehrtem Vorzeichen die Komponente J_1' des Primär-

stromes J_1 zur Kompensation von J_2 dar. Man kann somit $J_{1t} = J'_{1t} + J_{s_t}$ setzen und erhält als Gleichung des Primärkreises $\Re(E_{k_t}) - \Re(J_{s_t} \cdot R_1) = \Re(J'_{1t} \cdot R_1) + \Re_t + \Re_{s_{1t}}$.

Da das Feld $\Re(E_{k_t})$ in unseren Betrachtungen nicht vorkommt, so brauchen wird die Korrektur infolge des Feldes $\Re(J_{s_t} \cdot R_1)$ nicht einzuführen, außerdem ist die linke Seite der Gleichung eine Konstante und das Diagramm behält seine Richtigkeit, solange das Hauptfeld konstant bleibt, was man bei kleinem Statorwiderstand R_1 nahezu annehmen kann, wenn die Belastung normal ist. Dagegen geht der Teil des Hauptfeldes $\Re(J'_{1t} \cdot R_1)$ zur Bildung des Rotorfeldes verloren. Das von der Spannung $J_1' \cdot R_1$ erzeugte Feld ist nun um 90° nachteilend gleich FL (Fig. 331)

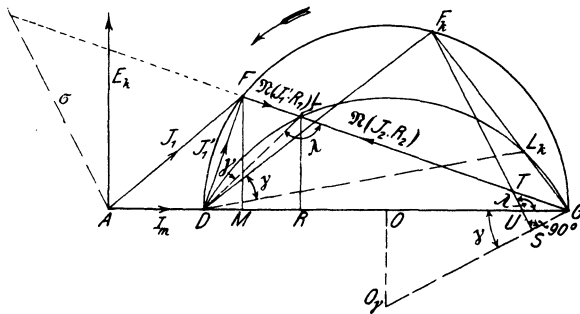


Fig. 331.

einzuzeichnen, so daß das korrigierte Rotorfeld mit Berücksichtigung der Leistungskomponente des primären Spannungsverlustes gleich GL wird. Im allgemeinen kann man auch $J_1' \cdot R_1 \approx J_1 \cdot R_1$ setzen. Der primäre Ohmsche Spannungsverlust $J_1 \cdot R_1$ äußert sich demnach als eine Verminderung des wirkamen magnetischen Feldes.

Die Ordinatendifferenz $FM - LR$ stellt demnach den Stromwärmeverlust im Stator, $LR - PN$ denjenigen im Rotor dar.

Auch für den Punkt L läßt sich ein geometrischer Ort konstruieren. In dem Dreieck DFL sind nämlich die beiden Seiten DF und FL dem Strom J_1' proportional und der $\sphericalangle DFL = 90^\circ$ für jede beliebige Lage des Punktes F , folglich bleibt der $\sphericalangle \gamma$

= $\sphericalangle FDL$ konstant. Es muß also der geometrische Ort des Punktes L ebenfalls ein Kreis sein, der durch die Punkte DLG geht. Um diesen Kreis zu zeichnen, bestimmen wir erst am besten den Kurzschlußpunkt L_k . Dafür ist nun $F_k L_k = \Re(J_k \cdot R_1)$. Da wir vorher die Spannungen durch Felder ersetzt haben, so können wir jetzt umgekehrt ein Feld auch im Spannungsmaßstab ausdrücken. Dazu muß jedoch erst festgestellt werden, welchen Betrag die Strecke $F_k G$ von dem Hauptfeld $\Re(E_k)$ ausmacht. Nun ist nach S. 421 $F_k G = \Re(J_{2k} \cdot R_2) \cdot \frac{v_2}{1 - v_1 \cdot v_2}$ das Rotorfeld bei Kurzschluß, ferner $AD = \Re(E_k)$

und
$$DG = \frac{\Re(E_k)}{\tau} = \Re(E_k) \cdot \frac{v_1 \cdot v_2}{1 - v_1 \cdot v_2}, \quad \text{woraus}$$

$$AD + DG = AG = \Re(E_k) + \frac{\Re(E_k)}{\tau} = \Re(E_k) \cdot \frac{1}{1 - v_1 \cdot v_2}$$

folgt. Somit wird
$$\frac{\Re(J_{2k} \cdot R_2)}{\Re(E_k)} = \frac{F_k G}{AG} \cdot \frac{1}{v_2} \approx \frac{F_k G}{AG},$$

wenn $v_2 \approx 1$ gesetzt wird.

Im Spannungsmaßstab ist dann

$$\Re(J_{2k} \cdot R_2) = \frac{F_k G}{AG} \cdot E_k \quad \text{V,}$$

worin $F_k G$ und AG dem Diagramm entnommen werden können.

Ist z. B. für eine verkettete Spannung

$$E \cdot \sqrt{3} = 120 \text{ V, } AG = 139 \text{ mm, } F_k G = 85 \text{ mm}$$

gemessen, so wird ohne Korrektur das Rotorfeld

$$\Re(J_{2k} \cdot R_2) = \frac{85 \cdot 120}{139 \cdot \sqrt{3}} = 42,5 \text{ V pro Phase.}$$

Bei einem Widerstand $R_1 = 0,344 \text{ } \Omega$ und einem primären Kurzschlußstrom $J_k = 55 \text{ A}$ ergibt sich

$$J_k \cdot R_1 = 55 \cdot 0,344 = 18,9 \text{ V}$$

und daraus
$$F_k L_k = \frac{18,9}{42,5} \cdot 85 = 38 \text{ mm.}$$

Damit ist Punkt L_k bestimmt und der Kreis $DL_k G$ mit dem Mittelpunkt O_γ für die Korrektur des Rotorfeldes.

Diese Korrektur muß nun ebenfalls für alle Größen eingeführt werden, welche von dem wirksamen Rotorfeld

$$LG = \Re(J_2 \cdot R_2)$$

abhängen, nämlich das Drehmoment und die Schlüpfung.

Die dem auf den Rotor ausgeübten Drehmoment entsprechende Leistung L_d ist proportional dem Produkt aus dem wirksamen Rotorfeld $\mathfrak{R}(J_2 \cdot R_2)$ und dem Rotorstrom J_2 nach der Gleichung $L_d = c \cdot J_2 \cdot \mathfrak{R}(J_2 \cdot R_2) = c \cdot DF \cdot LG$.

Darin stellt $DF \cdot LG$ den Inhalt des Dreiecks GLD dar, welcher auch durch $DG \cdot LR$ ersetzt werden kann. Es wird daher die korrigierte Drehmoment-Leistung

$$L_d = c \cdot DG \cdot LR = c \cdot LR \quad \text{im Maßstabe von } FM.$$

Die Schlüpfung ist gegeben durch

$$\sigma = c \cdot \frac{J_2}{\mathfrak{R}(J_2 \cdot R_2)} = c \cdot \frac{DF}{LG} = \frac{c \cdot DL \cdot \cos \gamma}{LG} = \text{konst.} \cdot \frac{DL}{LG},$$

Das Verhältnis $\frac{DL}{LG}$ läßt sich nun durch eine Linie darstellen.

Zieht man nämlich durch F_k eine Linie $F_k U$, welche gegen DG um den $\sphericalangle \lambda = \sphericalangle DLG$ geneigt ist, so sind die beiden Dreiecke DLG und TUG ähnlich, da die drei Winkel einander gleich sind. Es ist demnach auch

$$\frac{DL}{LG} = \frac{TU}{UG} = \frac{TU}{\text{konst.}}$$

und damit die Schlüpfung $\sigma = c \cdot TU$.

Für kleine Schlüpfungen empfiehlt es sich, durch A eine Parallele zu $F_k U$ zu ziehen, auf der σ durch den Strahl GF in größerem Maßstabe abgeschnitten wird.

Verlängert man $F_k U$ bis S , so ist $\triangle USG \sim \triangle LFD$, da die Winkel bei D und G gleich γ und die Außenwinkel bei L und U gleich λ sind. Daraus folgt, daß $\sphericalangle USG = 90^\circ$ ist. Die Neigung der Linie $F_k U$ kann man daher in der Weise finden, daß man auf den Radius $O_\gamma G$ ein Lot $F_k S$ fällt.

In den bisherigen Betrachtungen waren die Reibungs- und Eisenverluste $L_\rho + L_{hw}$ vernachlässigt worden. Sie müssen daher noch an denjenigen Größen berücksichtigt werden, auf welche sie Einfluß haben, nämlich an der abgegebenen Leistung L_a und dem Wirkungsgrad η .

Diese Verluste sind nun bei Leerlauf gleich $F_o M_o$ (Fig. 332) bestimmt worden. Bei Belastung werden die Reibungsverluste mit größerer Schlüpfung kleiner, dagegen nehmen die Eisenverluste im Rotor mit der Schlüpfung zu. Man kann daher die Summe $L_o = L_\rho + L_{hw}$ für jede Belastung als annähernd konstant ansehen.

Zieht man nun eine Parallele zur Abszisse durch F_o , so wird LR' die dem an der Riemenscheibe auftretenden Drehmoment M_{d_r} entsprechende Leistung L_{d_r} sein, wenn der Rotorwiderstand $R_2 \approx 0$ wäre. Mit Berücksichtigung von R_2 und des in ihm auftretenden Verlustes $J_2^2 \cdot R_2 \sim LR - PN$ war die auf den Anker übertragene

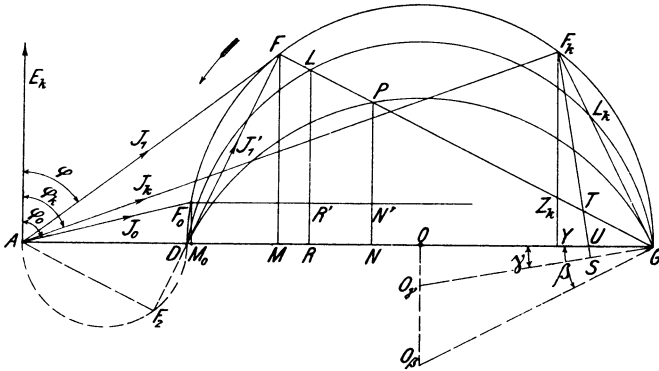


Fig. 332.

theoretische Leistung L_2 proportional PN , daher wird die an der Riemenscheibe abgegebene oder Nutzleistung $L_a = L_2 - L_o = c \cdot PN'$, und das abgegebene oder Nutzdrehmoment $M_{d_a} = \frac{L_a}{\omega_2 \cdot 9,81} = \frac{L_a \cdot 60}{2 \pi \cdot n \cdot 9,81}$ kgm.

Der Wirkungsgrad ergibt sich ferner als $\gamma = \frac{PN'}{FM}$.

Auch das elektrische Güteverhältnis $\eta_e = \frac{L_e - L_{r_a}}{L_e} = \frac{L_2}{L_e}$

ließe sich durch eine Linie darstellen (nämlich $F_k Z_k$). Der Übersicht wegen sollen nun alle Größen noch einmal zusammengestellt werden:

$$\begin{aligned} L_e &\sim FM; & J_1 &\sim AF; & \cos \varphi &= \frac{FM}{AF}; \\ L_d &\sim LR; & L_{d_r} &\sim LR'; & L_2 &\sim PN; \\ L_a &\sim PN'; & \sigma &\sim TU; \\ \eta_e &= \frac{PN}{FM} \sim F_k Z_k; & \eta &= \frac{PN'}{FM}. \end{aligned}$$

Diese Größen trägt man nun am besten als Funktion der Leistung L_a in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein. Zur Kontrolle des Drehmoments kann man noch das bei Kurzschluß oder Stillstand unter voller Spannung auftretende Anlaufmoment direkt messen.

Das Diagramm von Heyland - Behrend berücksichtigt zwar nur die Leistungskomponente des primären Stromes beim Spannungsabfall im Stator, trotzdem ist es genügend genau bei größeren Motoren mit relativ kleinem Statorwiderstand R_1 . Wegen seiner Einfachheit wird es daher in den meisten Fällen Verwendung finden.

Dagegen bei kleinen Motoren mit größerem Widerstand R_1 und bei größeren Motoren, deren Verhalten in der Nähe des größten Drehmoments untersucht werden soll, ist der Einfluß des primären Spannungsabfalls nicht mehr zu vernachlässigen.

In diesem Fall verwendet man

b) Das Diagramm von Ossanna.

Es ist strenges richtig und gilt auch für das Verhandensein von Selbstinduktion und Kapazität im Stator und Rotor. Ferner ist die Bestimmung des Drehmoments M_a , der Schlüpfung σ , der abgegebenen Leistung L_a und des Wirkungsgrades η einfacher als im Heyland - Diagramm.

Ossanna und später Bragstad haben gezeigt, daß auch bei veränderlichem Hauptkraftfluß bzw. Gegen - EMK der Endpunkt des primären Stromvektors J_1 auf einem Kreise liegt, der jetzt allgemein als Ossanna - Kreis bezeichnet wird. Statt der ursprünglich von Ossanna angegebenen rechnerischen Ermittlung des Kreismittelpunkts und Halbmessers wählt man jedoch besser die graphischen Methoden, wie sie von Thomälen¹⁾ Lehmann²⁾ La Cour³⁾, Grob⁴⁾, Bethenod⁵⁾, Lombardi⁶⁾, Pichelmayr⁷⁾ Sumec⁸⁾ Moser⁹⁾ veröffentlicht sind.

¹⁾ ETZ. 1903, S. 972; 1911, S. 131. ²⁾ Ecl. El. 22. VIII. 1903.

³⁾ Z f E. 1903, Heft 44—46.

⁴⁾ ETZ. 1904, S. 447, 474; Z f E. 1904, S. 63.

⁵⁾ Ecl. El. 1904, S. 253, 281. ⁶⁾ El. u. M. Wien. 1906, S. 775.

⁷⁾ El. u. M. Wien. 1907, S. 1022. ⁸⁾ ETZ. 1910, S. 110.

⁹⁾ ETZ. 1905, S. 2; 1911, S. 427.

In welcher Weise nun das Diagramm entworfen wird, soll in der Reihenfolge der nacheinander auszuführenden Arbeiten erläutert werden:

Für die normale Klemmenspannung E_k pro Phase und Periodenzahl ν_1 macht man folgende Messungen am Stator:

1. bei Leerlauf: Stromstärke J_o ; Leistung L_o .
2. bei synchronem Leerlauf: Stromstärke J_{oo} ; Leistung L_{oo} .
3. bei Kurzschluß mit einer Spannung E'_k : Stromstärke $J'_k = J$; Leistung L'_k .
4. Widerstand pro Phase R_1 .

Aus Versuch 1 und 3 berechnet man φ_o , φ_k und J_k , wie auf S. 423 angegeben ist. Bei der Messung 2 öffnet man bei Phasenankern einen Augenblick den Rotorkreis und liest möglichst schnell die angegebenen Werte ab. Vernachlässigt man die bei der kleinen Schlüpfung auftretenden geringen Eisenverluste im Rotor, so enthält L_{oo} nur die Eisenverluste im Stator und geringe Stromwärmeverluste. Bei Kurzschlußankern macht man die Messung mit synchron angetriebenem Rotor.

Die Differenz $L_o - L_{oo} = L_p$ entspricht den Reibungsverlusten, solange die Kurvenform der Klemmenspannung sinusförmig ist. Sind dagegen höhere Harmonische von größerem Einfluß vorhanden, so enthält L_o noch die Kurzschlußleistung der im Rotor infolge seiner starken Schlüpfung gegenüber den Oberschwingungen von diesen induzierten Ströme, die den Leerlaufstrom J_o nicht unbedeutend vergrößern. Man erkennt eine von der Sinusform abweichende Kurve daran, daß die Stromstärke J_{oo} bei synchronem Leerlauf wesentlich kleiner ist als bei normalem Leerlauf. L_{oo} ist im allgemeinen wegen des Hysteresisdrehmoments nicht eindeutig bestimmt, wie Lehmann¹⁾ gezeigt hat.

Man trägt nun den synchronen Leerlaufstrom J_{oo} , den Leerlaufstrom J_o und Kurzschlußstrom J_k unter den Phasenwinkeln φ_{oo} , φ_o bzw. φ_k gerechnet von der als Ordinate gezeichneten Klemmenspannung E_k auf (Fig. 333). Der erste geometrische Ort des Mittelpunkts O_o des Ossannakreises ist das Mittellot in $F_o F_k$. Der zweite Ort wird unter der Annahme, daß $R_1 = R'_2$ und $S_1 = S'_2$ ist, gefunden, indem man durch F_o die Ordinate zieht, die $A F'_k$ in a schneidet. Durch die Mitte b von $a F_o$ legt man eine Parallele

¹⁾ ETZ. 1903, S. 735; 1911, S. 1249.

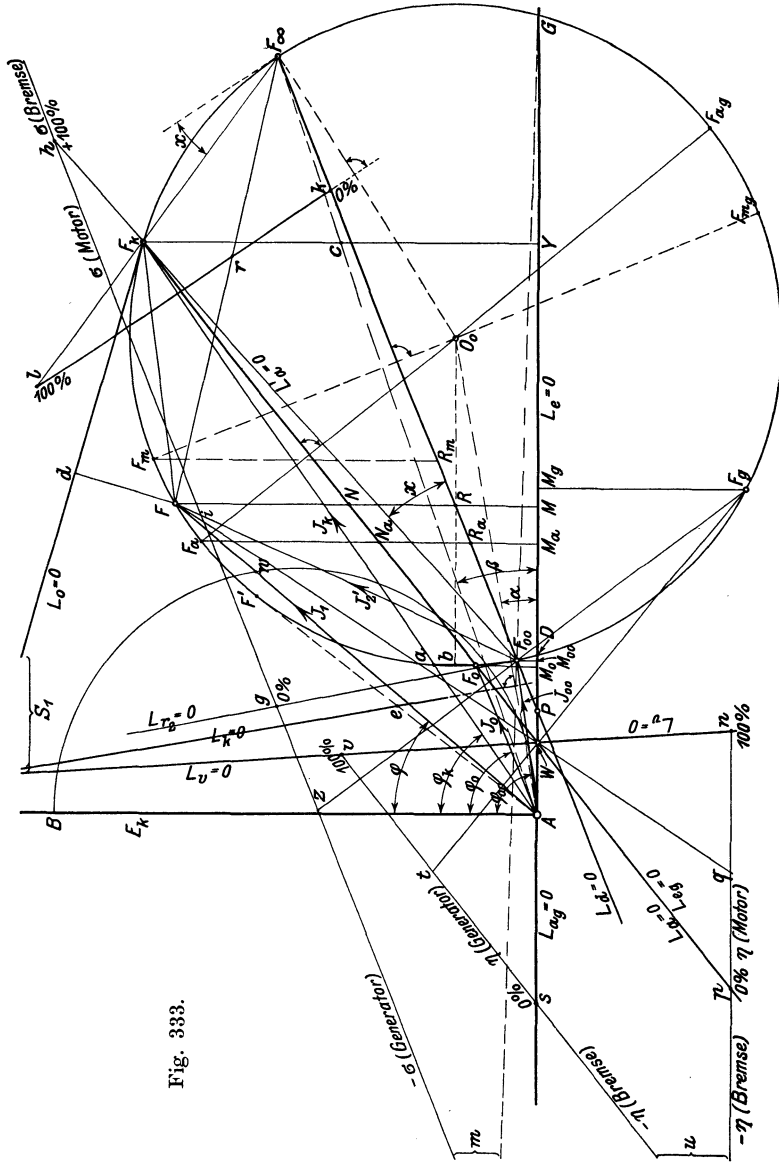


Fig. 333.

zur Abszissenachse, dann ist ihr Schnittpunkt O_o mit dem Mittellot der Mittelpunkt des Ossanna-Kreises mit dem Halbmesser $O_o F_o$.

Analytisch ließe sich der Punkt O_o bestimmen, indem man den $\sphericalangle \alpha$ zwischen $A O_o$ und der Abszissenachse nach La Cour¹⁾ aus der Gleichung:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{J_{o_l} \cdot \sin \varphi_k + J_{o_s} \cdot \cos \varphi_k}{J_k + J_{o_s} \cdot \sin \varphi_k - J_{o_l} \cdot \cos \varphi_k}$$

berechnet. Jedoch gibt es auch einige zeichnerische Methoden²⁾.

Nun wäre noch der Punkt F_∞ zu ermitteln, für den die Schlüpfung $\sigma = \infty$ sein müßte.

Graphisch läßt er sich bestimmen, indem man von A aus den Strahl $A F_\infty$ durch die Mitte c der Ordinate $F_k Y$ zieht, wobei wieder angenommen ist, daß die Widerstände des Stators R_1 bzw. S_1 und Rotors R'_2 bzw. S'_2 bezogen auf die primäre Wicklung gleich groß sind und die Hälfte der primär bei Kurzschluß gemessenen R_k bzw. S_k betragen. Analytisch würde man F_∞ finden, indem man den $\sphericalangle \beta$ aus der Gleichung:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\frac{1}{2} J_{k_l} + \frac{1}{4} J_{o_l} \cdot \sin^2 \varphi_k}{J_{k_s}}$$

berechnet.

Um den synchronen Punkt F_{oo} zu erhalten, zieht man einen Strahl $A F_{oo}$ unter dem Winkel φ_{oo} oder verkürzt die Ordinate $F_o M_o$ des Punktes F_o um den Reibungsverlust L_ρ . Die Länge $A F_{oo}$ müßte dann dem gemessenen Wert von J_{oo} entsprechen.

Für einen beliebigen Punkt F stelle nun $A F = c \cdot J_1$ den Statorstrom, $F F_{oo} = c \cdot J'_2$ den auf die primäre Wicklung reduzierten Rotorstrom dar. Multipliziert man die 3 Seiten des Dreiecks $A F F_k$ mit dem Kurzschlußwiderstand W_k , so ist $A F_k = J_k \cdot W_k = E_k$ ein Maß für die primäre Klemmenspannung E_k , $A F = J_1 \cdot W_k$ ein Maß für den gesamten Spannungsabfall im Motor, und $F F_k$ ein Maß für die der Rotorleistung entsprechende Sekundärspannung E_{k_2} .

Zieht man nun die Tangente $L_o = 0$ in F_k an den Kreis, so stellt der Abstand $F d$ eines Punktes F von ihr die bei Leerlauf auftretenden Verluste $L_o = L_\rho + L_{hw}$ dar.

¹⁾ Z f E. 1904. ²⁾ Z f E. 1904, S. 367.

Um ferner die Linie $L_k = 0$ der Stromwärmeverluste im Stator- und Rotorwiderstand zu erhalten, zeichnet man die Halbpolare des Punktes A in Bezug auf den Kreis (s. S. 403), indem man durch den Halbierungspunkt e der Tangente AF' eine Senkrechte zu AO_o zieht. $L_o = 0$ und $L_k = 0$ schneiden sich in S_1 .

Aus dem Diagramm kann man nun die wichtigsten Eigenschaften des Motors folgendermaßen ermitteln:

Statorstrom J_1 : Er ist bestimmt durch die Strahlen vom Koordinatenanfang A nach einem Kreispunkt F .

Eingeführte Leistung L_e : Sie ist bestimmt durch den Abstand FM von der Abszissenachse, da $L_e = 3 \cdot E_k \cdot J_1 \cdot \cos \varphi = c \cdot J_1 \cdot \cos \varphi$ oder $L_e = c \cdot FM$ ist. Für die Punkte D und G ist $L_e = 0$, so daß man die Linie ADG als Linie der eingeführten Leistung $L_e = 0$ bezeichnet. Der Maßstab ist entweder durch J_1 in A , oder zur Kontrolle durch $L_k = F_k Y$ in W gegeben.

Drehmomentleistung L_d : Die auf den Rotor übertragene und dem Drehmoment entsprechende Leistung L_d ist bei Synchronismus für $\sigma = 0$ d. h. in F_{oo} und für $\sigma = \infty$ d. h. in F_∞ gleich Null. Die durch die beiden Punkte gelegte Gerade $L_d = 0$ heißt daher die Drehmomentlinie. Somit ist $L_d = c \cdot FR$.

Will man noch das im allgemeinen vernachlässigbare Hysteresisdrehmoment M_{dh} des Rotors berücksichtigen, das man annähernd gleich der Hälfte des Eisenverlustes bei Leerlauf setzen und als konstant ansehen darf, so halbiert man die Ordinate von F_{oo} und legt durch den Halbierungspunkt eine Parallele zu $F_{oo}F_\infty$. Zieht man von O_o das Lot O_oF_m zu $L_d = 0$, so ist $F_m R_m$ das größtmögliche Drehmoment und $F_m F_{mg}$ die Stabilitätsgrenze. Über F_m hinaus bleibt der Motor stehen, über F_{mg} hinaus geht er als Generator durch.

Abgegebene Leistung L_a : Dieselbe ist im Punkte F_o und F_k gleich Null. Die Gerade $F_o F_k$ heißt die Leistungslinie $L_a = 0$. Somit ist $L_a = c \cdot FN$. Verbindet man dagegen F_k mit F_{oo} , so stellen die Ordinatenabschnitte zwischen einem Kreispunkt und der Geraden $F_{oo}F_k$ oder $L'_a = 0$ die Leistung $L'_a = L_a + L_p$ des Rotors ohne Berücksichtigung der Eisenverluste dar.

Ferner erkennt man, daß der Motor zwischen den Punkten F_o und D elektrische Energie zur Kompensierung der Verluste aufnimmt, er wirkt dann als Bremsen. Dasselbe gilt für die Punkte

zwischen F_k und G . Unterhalb der Abszissenachse $L_e = 0$ wirkt die Maschine als Generator, da die Leistungskomponente des aufgenommenen Stromes negativ wird. Die Feldkomponente bleibt dagegen positiv, d. h. der asynchrone Generator kann sich nicht selbst erregen.

Schlüpfung σ : Bezeichnet L_{r_2} den Stromwärmeverlust im Widerstande R_2 des Rotors, so ist

$$\sigma = \frac{L_{r_2}}{L_d} = \frac{L_d - L_a'}{L_d}.$$

Entsprechend der Bestimmung von η_e auf S. 406 ist demnach

$$\sigma = \frac{\text{Abschnitt zwischen } L_{r_2} = 0 \text{ und einem Strahl durch } F_{oo}}{\text{Abschnitt zwischen } L_{r_2} = 0 \text{ und der Einheitslinie } L'_a = 0},$$

wenn $L_d = 0$ als Grundlinie angesehen wird.

Darin ist noch die Verlustlinie $L_{r_2} = 0$ zu bestimmen. Nun ist $L_{r_2} = m_2 \cdot J_2' \cdot R_2' = c \cdot F_{oo} F$. Es ist daher $L_{r_2} = 0$ als Halbpolare des Punktes F_{oo} in Bezug auf den Kreis gleichbedeutend mit der Tangente in F_{oo} an den Kreis, da F_{oo} auf dem Kreise liegt.

Betrachtet man nun $L_d = 0$ als Grundlinie der Konstruktion von σ , so hätte man dazu eine beliebige Parallele gh zu legen, dann schneidet ein Strahl, der F_{oo} und F verbindet, die Strecke gh im Verhältnis $\sigma = \frac{gi}{gh}$. Setzt man $gh = 100\%$, so wird

$$\sigma = gi\%.$$

Trägt man die gleiche Teilung $g m = -100\%$ von g aus nach links ab, durch den auch die Verlängerung von GF_{oo} gehen muß, so erhält man die negativen Schlüpfungen ($-\sigma$) für den Betrieb als Asynchrongenerator ($-\sigma = 0 \div -100\%$). Über $-\sigma = -100\%$ d. h. über m hinaus nach links arbeitet der Generator als Bremse, über $\sigma = +100\%$, d. h. über h hinaus nach rechts findet man die Schlüpfung für das Arbeiten des Motors als Bremse ($\sigma = 1 \div +\infty$).

Für kleine Schlüpfungen schneiden die von F_{oo} gezogenen Strahlen den Kreis unter sehr kleinen Winkeln, wodurch die Bestimmung von σ ungenau wird. Man wählt daher zweckmäßig folgende Konstruktion: Man ziehe durch F_k und F_∞ eine Gerade und durch einen beliebigen Punkt k eine Parallele kl zur Tangente in F_∞ , oder durch einen beliebigen Punkt l ein Lot zu $O_o F_\infty$.

Dann schneiden die von F nach F_∞ gezogenen Strahlen das Verhältnis $\sigma = \frac{k r}{k l}$ aus. Für $k l = 100 \%$ wird $\sigma = k r \%$. Es ist nämlich $\sphericalangle F_k F_\infty F = \sphericalangle F_k F_{oo} F$ über demselben Bogen, $\sphericalangle F F_\infty F_{oo} = \sphericalangle F F_{oo} g$ als Peripherie- und Tangenten-Sehnenwinkel und $\sphericalangle F_\infty l k = \sphericalangle F_{oo} h g$ als Wechselwinkel zu den gleich großen Winkeln x . Daraus folgt: $\Delta l F_\infty k \sim \Delta h F_{oo} g$ und $\Delta r F_\infty k \sim \Delta i F_{oo} g$, so daß die Beziehung besteht:

$$\frac{k r}{k l} = \frac{g i}{g h} = \sigma.$$

Wirkungsgrad η : Nach der Gleichung

$$\eta = \frac{L_a}{L_e} = \frac{L_e - L_v}{L_e}$$

läßt sich der Wirkungsgrad η ähnlich wie die Schlüpfung σ mit Hilfe eines Strahlenbüschels bestehend aus den Linien $L_a = 0$, $L_v = 0$ und $L_e = 0$ als Grundlinie bestimmen. Da $L_v = L_o + L_k$ ist, muß $L_v = 0$ einerseits durch den Schnittpunkt S_1 von $L_o = 0$ und $L_k = 0$, andererseits durch den Schnittpunkt W von L_a und L_e gehen, da $L_v = L_e - L_a$ ist.

Zieht man eine Parallele $p n$ zu $L_e = 0$ zwischen $L_a = 0$ und $L_v = 0$, so wird sie von einem Strahl FW in q im Verhältnis

$\eta = \frac{p q}{p n}$ geteilt. Macht man $p n = 100 \%$, so wird

$$\eta = p q \%$$

Für die zwischen F_k und F_∞ gelegenen Punkte würde η negativ werden. Da die Maschine als Bremse arbeitet, so bedeutet der Wirkungsgrad in diesem Fall das Verhältnis der mechanisch zugeführten zur elektrisch zugeführten Leistung.

Für den Generator liegt die abgegebene elektrische Leistung unterhalb $L_e = 0$, die eingeführte mechanische Leistung unterhalb $L_a = 0$. Zur Bestimmung des Wirkungsgrades

$$\eta_g = \frac{L_{ag}}{L_{eg}} = \frac{L_{eg} - L_v}{L_{eg}}$$

gilt $L_{eg} = 0$ als Grundlinie der Konstruktion, da $L_{ag} = 0$ mit $L_e = 0$ und $L_{eg} = 0$ mit $L_a = 0$ zusammenfällt. Wir ziehen daher eine Parallele $s v$ zu $L_{eg} = 0$ zwischen $L_{ag} = 0$ und $L_v = 0$,

so teilt ein Strahl $F_g W$ sie im Verhältnis $\eta_g = \frac{s t}{s v}$ und es wird

$$\eta_g = s t \text{ ‰},$$

wenn $s v = 100 \text{ ‰}$ ist.

Für die zwischen F_∞ und G , sowie zwischen F_0 und D gelegenen Punkte, die man noch zu dem generatorischen Wirkungskreis der Maschine rechnen muß, wird η wegen der Bremswirkung negativ und bedeutet das Verhältnis der elektrisch zugeführten zur mechanisch zugeführten Leistung, also umgekehrt wie für die Punkte zwischen F_k und F_∞ . Im Schnittpunkt u der beiden Wirkungsgradlinien ist die elektrisch zugeführte Leistung gleich der mechanisch zugeführten.

Elektrisches Güteverhältnis η_e : Es läßt sich in ähnlicher Weise wie η nach der Gleichung

$$\eta_e = \frac{L_d}{L_e} = \frac{L_e - L_{v_e}}{L_e}$$

bestimmen, wenn man die für die elektrischen Verluste L_{v_e} maßgebende Verlustlinie $L_{v_e} = 0$ zeichnet, die sich aus den Linien $L_r = 0$ für die Stator- und Rotorkupferverluste und $L_{hw} = 0$ für die Eisenverluste ergibt und durch den Schnittpunkt P der Linien $L_e = 0$ und $L_d = 0$ geht.

Leistungsfaktor $\cos \varphi$: Er ist gegeben durch den \cos des Winkels zwischen E_k und J_1 . Man kann ihn durch eine Linie darstellen, wenn man über $AB = 1$ als Durchmesser einen Kreisbogen schlägt. Es ist dann die durch F gelegte Sehne

$$A w = \cos \varphi$$

Der Ossannakreis läßt sich auch mit Hilfe des Heylandkreises durch Zeichnung ermitteln, wie es von Thomälen¹⁾, Pichelmayr²⁾ Silberberg³⁾ und Moser⁴⁾ angegeben ist.

c) Bestimmung des Streukoeffizienten τ .

Gemäß der Definition $\tau = \frac{1}{v_1 \cdot v_2} - 1$ hätte man nur die beiden Streufaktoren $v_1 = \frac{\mathfrak{N}'}{\mathfrak{N}_1}$ und $v_2 = \frac{\mathfrak{N}''}{\mathfrak{N}_2}$ durch Spannungs-

1) ETZ. 1903, S. 972.

2) El. u. M. Wien. 1907, S. 1022; Dynamobau, S. 306; ETZ. 1908, S. 217 (Einfachste Konstruktion nach Stehr).

3) ETZ. 1911, S. 323. 4) ETZ. 1911, S. 428.

messungen von der Stator- und Rotorseite aus zu ermitteln. Da nun bei wachsender Belastung das Verhältnis von Streuwiderstand zum Luftzwischenraumwiderstand größer wird und deswegen die Streuung mit zunehmender Sättigung der Zahnstege abnimmt, so ist τ über den ganzen Arbeitsbereich des Motors von $\sigma = 0$ bis $\sigma = 1$ nicht konstant. Man mußte daher normalerweise für jeden Betriebszustand einen neuen Heyland-Kreis zeichnen, da der Durchmesser des Kreises vom Streukoeffizienten τ abhängig ist. Da das Diagramm jedoch die normalen Betriebs-eigenschaften zur Darstellung bringen soll, so genügt es, den Koeffizienten τ für den normalen Belastungsstrom J zu ermitteln.

Nach Fig. 329 ist nun $DG = \frac{J_o}{\tau}$ und $AG = J_o + \frac{J_o}{\tau}$. Da der Rotorwiderstand klein ist, liegt der Kurzschlußpunkt F_k nur wenig über dem Durchmesser, so daß man angenähert $AG \approx AF_k = J_k$ setzen kann. Demnach gilt die Beziehung $J_k \approx J_o + \frac{J_o}{\tau}$

oder
$$\tau \approx \frac{J_o}{J_k - J_o} = \tau_{min}.$$

Man nimmt nun zuerst den Leerlaufstrom J_o (pro Phase) bei der normalen Klemmenspannung E_k (pro Phase) auf. Dann bremst man den Rotor fest und legt an den Stator eine Spannung $E'_k < E_k$, die den Kurzschlußstrom J'_k hervorruft. Dafür berechnet sich der Höchststrom

$$J_{max} = J_k = J'_k \cdot \frac{E_k}{E'_k}$$

und daraus der kleinste Wert τ_{min} .

Für irgend einen anderen Strom J findet man den zugehörigen Koeffizienten τ , indem man dem Stator eine Spannung E'_k aufdrückt, die bei stillstehendem Rotor den Strom $J'_k = J$ erzeugt. Da der Leerlaufstrom zum größten Teil Feldstrom ist und dieser der elektromotorischen Gegenkraft oder angenähert der Klemmenspannung proportional ist, so kann man den für diese Spannung E'_k

auf tretenden Leerlaufstrom
$$J'_o = J_o \cdot \frac{E'_k}{E_k}$$

berechnen, ohne eine Leerlaufmessung ausführen zu müssen.

Dann ist
$$\tau = \frac{J'_o}{J'_k - J'_o}.$$

Auf diese Weise kann man nun für verschiedene Statorströme bis zu J_o herunter die Koeffizienten τ bis τ_{max} bestimmen und in Abhängigkeit vom Statorstrom J als $f(\tau, J)$ graphisch darstellen, woraus für den normalen Betriebsstrom τ entnommen werden kann. Da die Kurve nahezu eine Gerade ist, läßt sich der für die Zeichnung des Heyland-Kreises erforderliche Koeffizient τ aus den für den Leerlaufstrom J_o und einen in der Nähe des normalen Stromes liegenden Kurzschlußstrom J'_k durch Interpolation berechnen. Vgl. auch die Methode von Moser¹⁾.

d) Messung der Schlüpfung σ .

Bezeichnet $\nu_1 = \frac{p \cdot n_1}{60}$ die Periodenzahl des Statorstromes, so würde ein Motor von $2p$ -Polen ohne Schlüpfung mit der synchronen Drehzahl n_1 laufen. Tatsächlich ist die Rotordrehzahl $n < n_1$ und die prozentuale Schlüpfung

$$\sigma = \frac{n_1 - n}{n_1} \cdot 100 \text{ ‰}.$$

Die direkte Bestimmung der Größen n_1 und n würde bei der geringen Differenz $n_d = n_1 - n$ wegen der Ablesungsfehler keinen genauen Wert von σ ergeben. Es ist daher vorteilhafter, n und die Differenz n_d zu messen und nach der Gleichung

$$\sigma = \frac{n_d}{n_1} \cdot 100 = \frac{n_d}{n + n_d} \cdot 100 \text{ ‰} \quad \text{die Schlüpfung zu ermitteln.}$$

Nach Samojloff befestigt man dazu auf der Welle des zu untersuchenden $2p$ -poligen Motors eine schwarze Scheibe mit einem weißen radialen Strich und beleuchtet sie durch eine von der Stromquelle des Motors gespeiste Bogenlampe. Dann erscheint auf ihr ein $2p$ -strahliger Stern, der sich scheinbar rückwärts bewegt. Zählt man nun in t sec u Umläufe des Sterns und mißt gleichzeitig die Drehzahl n des Rotors, so ist

$$n_d = \frac{60 \cdot u}{t}$$

und

$$\sigma = \frac{60 \cdot u}{t \cdot n + 60 \cdot u} \cdot 100 \text{ ‰}.$$

¹⁾ ETZ. 1905, S. 2.

Bei größeren Polzahlen ist die Bestimmung von u wegen der vielen Strahlen schwierig und ermüdend. Zur Verringerung der beobachteten Bilder schaltet Brückmann¹⁾ eine Aluminiumzelle in den Lampenkreis.

Bequemer und genauer arbeitet der nach derselben Methode von Benischke²⁾ konstruierte stroboskopische Schlüpfungsmesser der Allg. Elektr. - Gesellschaft, Berlin, da man die Zeit nicht zu berücksichtigen hat.

Auf der Welle eines kleinen vom Wechselstrom direkt gespeisten $2p_s$ -poligen Synchronmotors ist eine Scheibe mit s radialen Schlitzfenstern befestigt. Betrachtet man durch die Schlitzfenster der synchron rotierenden Scheibe eine mit r weißen Strahlen versehene und an der Welle des zu untersuchenden $2p$ -poligen Motors befestigte Scheibe, so scheinen die weißen Strahlen sich langsam rückwärts zu drehen. Man schaltet nun das Zählwerk des Hilfsmotors eine beliebige Zeit t ein, die man nicht zu messen braucht, und zählt in dieser q Vorbeigänge eines weißen Strahls gegen einen festen Punkt, während das Zählwerk in der gleichen Zeit $u_1 = n_1 \cdot t$ Umläufe der Schlitzscheibe anzeigt. Dann ist die Zahl der geschlüpften Umläufe $u = \frac{q}{r} \cdot \frac{p}{p_s} \cdot s = n_d \cdot t$ und daraus

$$\sigma = \frac{n_d}{n_1} \cdot 100 = \frac{q \cdot p \cdot s}{r \cdot p_s \cdot u_1} \cdot 100 \text{ ‰}.$$

Im allgemeinen wählt man $r = 2p$ für kleine und $r = 1$ für große Schlüpfungen.

Eine Vereinigung der beiden Methoden ist von Kapp³⁾ angegeben. Man kann damit für 2 Pole und $v = 50$ Per/sec noch Schlüpfungen bis zu 6 ‰ genau bestimmen.

Eine andere einfache Methode hat Angermann⁴⁾ angegeben.

In der PTR ist von Schultze⁵⁾ eine stroboskopische Methode ausgebildet worden, bei der in einem mit dest. Wasser oder Terpentinöl gefüllten zylindrischen Gefäß durch die Spannung der Stromquelle (v Per/sec) elektrische Kapillarwellen von der Frequenz $2v$ erzeugt werden. Beleuchtet man diese durch eine mit $2p$ -Schlitzfenstern versehene und vom Rotor angetriebene Scheibe hindurch, so kann man auf dem weißen Boden des Gefäßes dunkle

¹⁾ ETZ. 1911, S. 219. ²⁾ ETZ. 1899, S. 142; 1904, S. 392.

³⁾ ETZ. 1909, S. 418, 621. ⁴⁾ ETZ. 1912, S. 60.

⁵⁾ Z f I. 1906, S. 150; ETZ. 1907, S. 557.

Ringe wandern sehen. Gehen an einer Marke q Ringe in t sec

vorüber, dann ist
$$\sigma = \frac{q \cdot 100}{2 \cdot t \cdot \nu} \text{‰}$$

Die Messung ist bis etwa $\sigma = 4 \text{‰}$ und mit nur p Schlitzten von entsprechend geringer Breite bis $\sigma = 8 \text{‰}$ genau ausführbar. v. Hoor¹⁾ mißt die Periodenzahl des Rotorstromes bei Phasenankern, indem er eine zum Anlasser führende oder zwischen zwei Schleifringe gelegte Leitung um eine Spule schlingt, die an ein Telephon angeschlossen ist. Bei jeder Periode hört man 2 Töne. Zählt man in t sec q Töne, so ist die geschlüpfte Drehzahl $n_d = \frac{60 q}{2 p \cdot t}$. Ist gleichzeitig die Rotordrehzahl n U/min oder die Periodenzahl $\nu = \frac{p \cdot n_1}{60}$ der Stromquelle gemessen, so erhält man

$$\sigma = \frac{30 q}{30 q + p \cdot t \cdot n} \cdot 100 \text{‰} \text{ bzw. } \sigma = \frac{q}{2 \nu \cdot t} \cdot 100 \text{‰}.$$

Bequemer ist die Verwendung des Anlegers von Dietze (S. 60). Rosenberg²⁾ hat gezeigt, daß man auf diese Weise σ auch bei Käfigankern ermitteln kann, indem man die Induktionsspule in das axiale mit der Schlüpfungsfrequenz pulsierende Streufeld des Rotors bringt.

Die Periodenzahl der Schlüpfung läßt sich nach Behn-Eschenburg³⁾ auch dadurch bestimmen, daß man parallel zum Stator eine Glühlampe, einen Spannungsmesser oder einen Morseapparat anschließt, in deren Zuleitungen sich ein vom Rotor angetriebener Kontaktmacher oder eine Joubertsche Scheibe (s. Kap. 16) befindet. Dabei zeigt die Lampe Schwebungen der Leuchtkraft, das Instrument Zeigerschwingungen und der Morseschreiber einzelne Punkte, die den Halbperioden der Schlüpfung entsprechen. Die Ermittlung von σ geschieht in derselben Weise wie vorher. Will man die Messung der Zeit t umgehen, so kann man nach Seibt⁴⁾ die Kontaktscheibe auf der Welle eines Umdrehungszählers anbringen. Mißt man in der Zeit, während der der Zähler an die Welle gedrückt wird, q Schwebungen der Lampe und am Zählwerk u Umläufe, dann ist

$$\sigma = \frac{q}{q + 2 p \cdot u} \cdot 100 \text{‰}.$$

¹⁾ Z f I. 1899, S. 211. ²⁾ Z f E. 1899.

³⁾ ETZ. 1896, S. 484. ⁴⁾ ETZ. 1901, S. 194.

Ein auf ähnlichem Prinzip beruhender Schlüpfungsmesser ist schon von Schüler¹⁾ angegeben worden. Bianchi²⁾ hat den Seibtschen Apparat insofern verbessert, als er die Rotordrehzahl n und die geschlüpfte Drehzahl n_d durch Zeiger direkt anzeigen läßt. Eine Modifikation dieser Methode hat Bellini³⁾ angegeben. Schweitzer⁴⁾ verwendet eine Braunsche Kathodenstrahlenröhre und Johnstone⁵⁾ eine Aluminium-Gleichrichterzelle.

Von den praktisch ausgeführten Apparaten, mit denen man direkt die beiden Größen n und n_d mißt, seien erwähnt der Differential-Tourenzähler von Siemens & Halske⁶⁾, der Schlüpfungszähler von Schwarzkopff, Berlin, nach Angaben von Ziehl⁷⁾, das Asynchronometer von Horschitz⁸⁾ und der „Schlupfzähler“ von Schneckenberg⁹⁾, eine Konstruktion auf Grund der von Andrault angegebenen Methode. Diese besteht darin, daß auf einer mit Jodstärke getränkten und mit einem Pol des Motors verbundenen Papierscheibe, die vom Motor mit $n_2 = n U_{\min}$ gedreht wird, durch einen an den anderen Pol angeschlossenen Eisenstift bei radialer Bewegung desselben blaue spiralförmige Kreisbögen gezeichnet werden. Hat man b Bögen für eine Umdrehung der Scheibe gezählt, so ist

$$\sigma = \frac{b - a \cdot p}{b} \cdot 100 \text{ } \%.$$

Die Messung der Periodenzahl ν kann nach einer der von Martienssen¹⁰⁾ angegebenen Methoden erfolgen.

13. Untersuchung eines asynchronen Einphasenmotors.

Die Wirkungsweise des Einphasenmotors kann man sich in zweifacher Weise erklären. Schon Leblanc¹¹⁾ und Blondel¹²⁾ dachten sich das pulsierende Statorfeld in zwei entgegengesetzt umlaufende Drehfelder von dem halben Höchstwert des Wechselfeldes zerlegt. Diese sog. Drehfeldtheorie ist dann die Grund-

¹⁾ ETZ. 1897, S. 677.

²⁾ ETZ. 1903, S. 1046; 1904, S. 118.

³⁾ ETZ. 1904, S. 730.

⁴⁾ ETZ. 1901, S. 947.

⁵⁾ El. World. 1908, S. 343; ETZ. 1908, S. 1154 (Ref.)

⁶⁾ ETZ. 1899, S. 764.

⁷⁾ ETZ. 1901, S. 1026.

⁸⁾ El. Kr. u. Bahnen 1909, S. 461; ETZ. 1910, S. 276.

⁹⁾ ETZ. 1911, S. 1162.

¹⁰⁾ El. Kr. u. Bahnen 1910, S. 372.

¹¹⁾ Lum. El. 1892, S. 654.

¹²⁾ Lum. El. 1893.

lage weiterer Veröffentlichungen von Arnold¹⁾, Cahen²⁾, Behrend³⁾, Heubach⁴⁾, Eichberg⁵⁾, Goldschmidt⁶⁾ gewesen. Rössler⁷⁾ nimmt sogar zwei räumlich getrennte Motoren an und Thomälen⁸⁾ ersetzt die Stator-MMK durch 2 entgegengesetzt umlaufende MMKe.

Wenn auch die Erscheinungen von dieser Theorie in klarer Weise zur Anschauung gebracht werden, so entfernt sie sich doch von der Wirklichkeit und behält immer etwas Künstliches. Mehr den physikalischen Gesetzen entspricht die von Potier⁹⁾, Görges¹⁰⁾ und Steinmetz¹¹⁾ angegebene Quersfeldtheorie, nach welcher das Drehmoment eine Folge des vom Rotor erregten und gegen das Statorfeld um eine halbe Polteilung verschobenen Quersfeldes ist. Beide Theorien sind von Arnold¹²⁾ ausführlich behandelt und dabei gezeigt worden, daß sie beide zu demselben Resultat führen.

a) Das Heyland-Diagramm.

Nehmen wir eine sinusförmige Verteilung des magnetischen Feldes am Umfange des Stators an, so würde für eine Feldstärke \mathfrak{B}_t , wie sie in einer Zeit t vor der Mitte eines Pols vorhanden wäre, die Induktion an der Stelle x von der neutralen Zone aus gerechnet, $\mathfrak{B}_{x_t} = \mathfrak{B}_t \cdot \sin px$ für p Polpaare sein.

Ändert sich nun die Feldstärke vor dem Pol zeitlich nach der Gleichung $\mathfrak{B}_t = \mathfrak{B}_{max} \cdot \sin \omega t$, so wird für eine Stelle x des Feldes zur Zeit t die Feldstärke $\mathfrak{B}_{x_t} = \mathfrak{B}_{max} \cdot \sin px \cdot \sin \omega t$,

$$\text{oder} \quad \mathfrak{B}_{x_t} = \frac{\mathfrak{B}_{max}}{2} \cdot \cos (px - \omega t) - \frac{\mathfrak{B}_{max}}{2} \cdot \cos (px + \omega t).$$

$$\text{Die beiden Teilfelder} \quad \mathfrak{B}_t' = \frac{\mathfrak{B}_{max}}{2} \cdot \cos (px - \omega t)$$

$$\text{und} \quad \mathfrak{B}_t'' = \frac{\mathfrak{B}_{max}}{2} \cdot \cos (px + \omega t)$$

sind aber Drehfelder, da ihr Höchstwert $\frac{\mathfrak{B}_{max}}{2}$ sich räumlich mit

¹⁾ Z f E. 1894.

²⁾ ETZ. 1895, S. 463.

³⁾ ETZ. 1897, S. 167.

⁴⁾ ETZ. 1899, S. 314.

⁵⁾ ETZ. 1900, S. 484.

⁶⁾ ETZ. 1900, S. 695.

⁷⁾ Motoren f. Wechselstrom. (Springer). 1901, S. 153.

⁸⁾ ETZ. 1905, S. 1111, 1136; 1907, S. 190.

⁹⁾ Bull. Soc. int. El. 1894, S. 248.

¹⁰⁾ ETZ. 1895, Heft 48—51; 1903, S. 271.

¹¹⁾ ETZ. 1899, S. 439, 452. ¹²⁾ Wechselstromtechnik. Bd. V, 1. Teil.

der Winkelgeschwindigkeit $\frac{\omega}{p}$ verschiebt und zwar rotiert für $p x - \omega t = 0$ das Feld \mathfrak{B}' mit der Winkelgeschwindigkeit $+\frac{\omega}{p}$, das Feld \mathfrak{B}'' für $p x + \omega t = 0$ mit $-\frac{\omega}{p}$.

Die beiden Drehfelder, in welche das Wechselfeld zerlegt wird, besitzen demnach eine Stärke von der Hälfte des Höchstwerts \mathfrak{B}_{max} des Wechselfeldes und rotieren in entgegengesetzter Richtung mit gleicher Winkelgeschwindigkeit $\frac{\omega}{p}$.

Eine solche Erzeugung eines Wechselfeldes durch zwei entgegengesetzte rotierende Felder ist jedoch auch praktisch ausführbar, indem man (Fig. 334) senkrecht zu den Windungen $a_1 \div b_1$ der Hauptwicklung (I) eine Hilfswicklung (II) $a_2 \div b_2$ von gleichen Dimensionen angeordnet, deren Strom eine zeitliche Verschiebung von 90° gegenüber der Hauptwicklung hat. Teilt man die Wicklung II in zwei gleiche Teile a_2 und b_2 und schaltet diese so, daß der Strom in ihnen entgegengesetzte Richtung hat, so heben sich ihre Felder auf und die Wicklung II beeinflußt die Wirkungsweise der Hauptwicklung I nicht. Die beiden Spulen a_1 und a_2 erzeugen nun ein Drehfeld, welches in einem bestimmten Sinne rotiert. Da nun der Strom J' um 90° gegen J_1' verschoben war, so wird J'' gegen J_1'' eine Verschiebung von $90^\circ + 180^\circ = -90^\circ$ besitzen, da $J'' = -J'$ sein sollte. Die beiden Spulen b_1 und b_2 erzeugen daher ein Drehfeld in entgegengesetztem Sinne. Diese Anordnung verhält sich demnach wie eine Vereinigung zweier Zweiphasenmotoren, von denen die ersten Phasen hintereinander, die zweiten gegeneinander geschaltet sind, und übt dieselbe Wirkung aus, als wenn nur die Hauptwicklung I allein vorhanden wäre, d. h. wie ein Einphasenmotor.

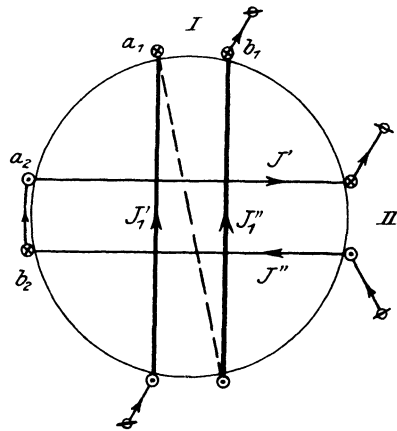


Fig. 334.

Denkt man sich nun beide Drehfeldmotoren in einem Gehäuse auf denselben Anker oder Rotor wirkend und ist die Winkelgeschwindigkeit des Feldes ω_1 bzw. $-\omega_1$ und die des Rotors ω_2 , so hat der Motor I die Schlüpfung $\omega_1 - \omega_2$, Motor II dagegen $-\omega_1 - \omega_2$ oder $-(\omega_1 + \omega_2)$. Für den Motor I gilt demnach pro Phase das normale Drehfeldmotorendiagramm (Fig. 335) für kleine

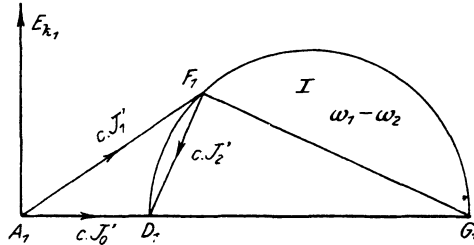


Fig. 335.

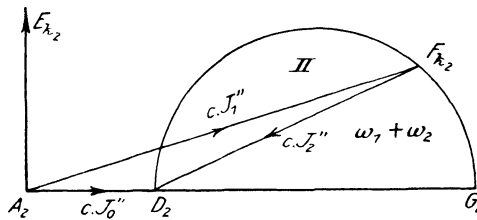


Fig. 336.

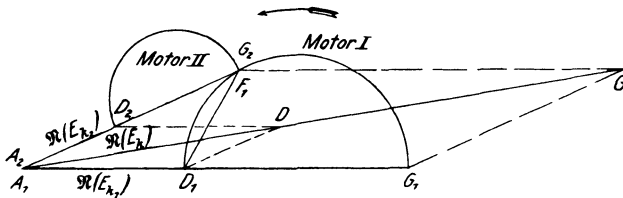


Fig. 337.

Schlüpfung $\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1} = \text{ca. } 3 \div 6\%$ und für Motor II mit $\frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_1} = \text{ca. } 197 \div 194\%$ Schlüpfung entspricht der Betrieb nahezu dem Kurzschluß, entsprechend dem Diagramm Fig. 336, welches mit dem vorhergehenden gleichzeitig bestehen muß.

Macht man vorläufig die Vereinfachung, daß der Kurzschlußstrom $A_2 F_{k_2}$ mit der Linie $A_2 G_2$ zusammenfällt, so muß, da $J_1' = J_1''$ sein soll, die Linie $A_2 G_2 = A_1 F_1$ werden (Fig. 337). Außerdem muß, wenn die Teilmotoren die Spannungen E_{k_1} und E_{k_2} erhalten,

$$E_{k_1} + E_{k_2} = E_k = \text{konst.}$$

werden. Da nun $\Re(E_{k_1}) = A_1 D_1$

und $\Re(E_{k_2}) = A_2 D_2$

ist, so wird $\Re(E_k) = \Sigma(A_1 D_1, A_2 D_2) = A_1 D = \text{konst.}$

Nun ist $\frac{D_1 G_1}{A_1 D_1} = \frac{1}{\tau} = \frac{D_2 G_2}{A_2 D_2}$,

woraus $\frac{D_1 G_1 + A_1 D_1}{A_1 D_1} = \frac{D_2 G_2 + A_2 D_2}{A_2 D_2} = \frac{1 + \tau}{\tau}$

oder $\frac{A_1 G_1}{A_1 D_1} = \frac{A_1 F_1}{A_2 D_2} = \frac{1 + \tau}{\tau} = \text{konst.}$

folgt. Es verhält sich daher $\frac{A_1 G_1}{A_1 F_1} = \frac{A_1 D_1}{A_2 D_2}$, folglich muß auch $\Sigma(A_1 G_1, A_1 F_1)$, d. h. die Resultante $A_1 G$ proportional $\Re(E_k) = \text{konst.}$ sein. Die Strecke $A_1 G$ behält demnach für jede Lage von F_1 konstante Länge.

Für den Fall, daß die Rotorwicklung offen ist, nimmt der Stator nur einen Strom J_{s_1} zur Erzeugung des Statorfeldes auf. Da die Wechselstromwiderstände gleich groß sind, so erhält jeder Motor die halbe Klemmenspannung $E_{k_1} = E_{k_2} = \frac{E_k}{2}$, es muß

demnach 1. $\Re_1' = \Re_1'' = c \cdot J_{s_1} = \frac{\Re(E_k)}{2}$ sein.

Läuft der Motor jetzt synchron, so wird für den Motor I die Schlüpfung $\omega_1 - \omega_2 = 0$, für Motor II $\omega_1 + \omega_2 = 200\%$, d. h. die Spannung E_{k_1} erzeugt bei einem Gesamtfeldstrom J_s ein Feld 2. $\Re_1' = \Re(E_{k_1}) = A_1 D_1 = c \cdot J_s$
Die Spannung E_{k_2} dagegen ruft bei demselben Strom J_s ein Feld $\Re_1'' = \Re(E_{k_2}) = A_2 D_2$ hervor. Da Motor II sich im Kurzschlußzustand befindet, so entspricht der Strom J_s der Strecke $A_1 F_1$. Hierbei ist also $A_2 G_2 = A_1 F_1$. Nach den früheren Ableitungen bestand nun zwischen $A_1 F_1$ und $A_2 D_2$ die Beziehung

$$\frac{A_2 D_2}{A_1 F_1} = \frac{\tau}{1 + \tau}, \text{ folglich ist}$$

$$A_2 D_2 = \frac{\tau}{1 + \tau} \cdot A_1 F_1 = c \cdot J_s \cdot \frac{\tau}{1 + \tau},$$

woraus
$$3. \quad \Re(E_{k_2}) = c \cdot J_s \cdot \frac{\tau}{1 + \tau}$$

wird. Außer der Bedingung gleicher Stromstärke für beide Motoren soll noch $E_{k_1} + E_{k_2} = E_k$ oder auch

$$\Re(E_{k_1}) + \Re(E_{k_2}) = \Re(E_k)$$

sein. Es wird dann nach Gl. 2 und 3

$$4. \quad \Re(E_k) = c \cdot J_s \cdot \left(1 + \frac{\tau}{1 + \tau}\right) = c \cdot J_s \cdot \frac{1 + 2\tau}{1 + \tau}.$$

Betrachten wir als dritten Fall den Stillstand des Motors unter voller Spannung, d. h. den Kurzschlußzustand, so wird $\omega_2 = 0$ und für beide Motoren die Schlüpfung $\omega_1 = 100\%$, ferner $E_{k_1} = E_{k_2} = \frac{E_k}{2}$. Punkt F_1 fällt für den Kurzschlußstrom J_k mit G_1 zusammen, so daß $A_1 F_1 = A_1 G_1 = c \cdot J_k$ wird. Außerdem müssen die Felder $\Re'_1 = \Re''_1 = \frac{\Re(E_k)}{2} = A_1 D_1 = A_2 D_2$ werden. Es verhält sich aber $\frac{A_1 D_1}{A_1 G_1} = \frac{A_2 D_2}{A_1 F_1} = \frac{\tau}{1 + \tau}$. Somit folgt daraus

$$5. \quad A_1 D_1 = A_1 G_1 \cdot \frac{\tau}{1 + \tau} = c \cdot J_k \cdot \frac{\tau}{1 + \tau} = \frac{\Re(E_k)}{2}.$$

Aus Gl. 1, 4, 5 ergibt sich $J_s = J_{s_1} \cdot \frac{2 + 2\tau}{1 + 2\tau}$ und $J_k = J_{s_1} \cdot \frac{1 + \tau}{\tau}$.

Der Punkt F bewegt sich (Fig. 338) wie beim Drehstrommotor auf einem Kreise über DG , der dem Heylandkreis entspricht, wobei aber der gesamte Feldstrom J_s nicht mehr gleich dem primären Magnetisierungsstrom J_{s_1} , sondern nahezu doppelt so groß ist. Die Differenz $J_s - J_{s_1} = J'_{s_2}$ entspricht daher einer Komponente des zur Kompensation eines auch bei Synchronlauf im Rotor induzierten Feldstromes J_{s_2} . Es ist deswegen $J_r = \Sigma(J_{s_2}, J_2)$ und J_{s_1} die Resultante von J_1 und J_r .

Zur Konstruktion des Diagramms macht man folgende Aufnahmen bei konstanter Spannung E_k und Periodenzahl ν :

1. Bei offener Rotorwicklung wird der aufgenommene Strom J'_0 und die Leistung L'_0 gemessen.
2. Statorwiderstand R_1 .
3. Bei Leerlauf: Strom J_0 , Leistung L_0 , Phasenwinkel φ_0 .
4. Für Kurzschluß findet man bei einer Spannung $E'_k < E_k$, Stromstärke J'_k und Leistung L'_k die Werte für

$$J_k = J'_k \cdot \frac{E'_k}{E_k} \quad \text{und} \quad \cos \varphi_k = \frac{L'_k}{E'_k \cdot J'_k}.$$

Besitzt der Rotor keine Schleifringwicklung, so kann man die Aufnahme 1 nicht machen, man setzt dann angenähert

$$J_{s_1} \approx \frac{J_0}{2},$$

im anderen Fall ist $J_{s_1} = \sqrt{(J'_0)^2 - \left(\frac{L'_0}{E_k}\right)^2}$

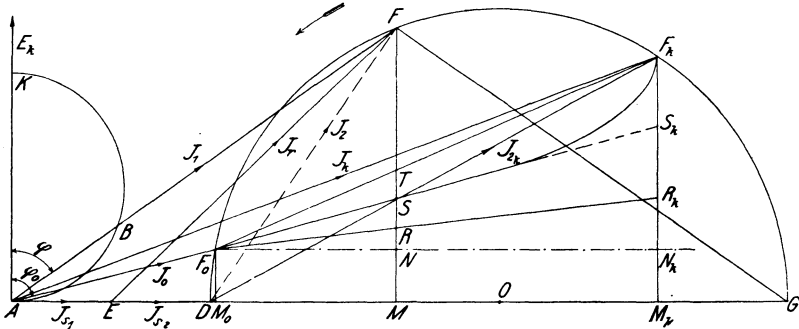


Fig. 338.

Nun zieht man von dem Koordinatenanfang A aus unter dem $\angle \varphi_0$ bzw. φ_k gegen die Ordinatenachse (E_k) geneigt die Strahlen

$$J_0 = A F_0 \quad \text{und} \quad J_k = A F_k$$

und legt durch F_0 und F_k einen Kreis mit dem Mittelpunkt O auf der Abszissenachse, so schneidet er diese in D und G . Es ist dann $AD = J_s$. Trägt man darauf $AE = J_{s_1}$ ab, so stellt ein beliebiger Strahl AF den Primärstrom J_1 und FE (nicht FD !) den Rotorstrom J_r dar. Der Winkel KAF ist dann gleich φ .

Leistungsfaktor. Schlägt man über $AK = 1$ einen Kreisbogen, so wird $AB = \cos \varphi$.

Eingeführte Leistung: Sie ist $L_e = E_k \cdot J_1 \cdot \cos \varphi = c \cdot FM$.

Die anderen Größen (Drehmoment, Schlüpfung, abgegebene Leistung usw.) sind nicht mehr in der einfachen Weise wie beim Drehstrommotor zu bestimmen. Jedoch kann man sie durch folgende angenäherte Konstruktion ermitteln. Das Lot $F_k M_k$ stellt den bei Kurzschluß auftretenden Leistungsverbrauch zur Kompensierung der Verluste $L_{(hw)_k} + L_{r_k}$ dar. Hierin kann man

$$L_{(hw)_k} = L_o - L_{r_o} = L_\rho + L_{(hw)_o}$$

setzen, worin $L_{r_o} = J_o^2 \cdot R_1$ den infolge des Leerlaufstromes J_o auftretenden Stromwärmeverlust bedeutet. Da nämlich die Verluste L_ρ mit der Schlüpfung abnehmen, dafür aber die zusätzlichen Eisenverluste im Rotor proportional der Schlüpfung wachsen, so kann man $L_\rho + L_{(hw)_o} = L_{(hw)_k}$ setzen. In der Kurzschlußleistung

$$L_{r_k} = J_k^2 \cdot R_1 + 3 \cdot J_{r_k}^2 \cdot R_2,$$

wobei der Rotor dreiphasige Wicklung besitzen soll, deren Widerstand pro Phase $R_2 \ominus$ beträgt, kann man für $J_k^2 \cdot R_1 = J_o^2 \cdot R_1 + (J_k^2 - J_o^2) \cdot R_1$ setzen oder angenähert $J_k^2 \cdot R_1 \approx L_{r_o} + J_{2k}^2 \cdot R_1$. Darin ist $F_o F_k \approx J_{2k}$ eingeführt. Es folgt dann durch Einsetzen

$$F_k M_k = L_o - L_{r_o} + L_{r_k} = L_o + J_{2k}^2 \cdot R_1 + 3 \cdot J_{r_k}^2 \cdot R_2.$$

Zieht man im Abstände $M_o F_o = L_o$

durch F_o eine Parallele zur Abszissenachse, so wird das Stück

$$F_k \cdot N_k = J_{2k}^2 \cdot R_1 + 3 \cdot J_{r_k}^2 \cdot R_2.$$

Da $J_{2k} = D F_k$ aus dem Diagramm entnommen werden kann und R_1 gemessen ist, so läßt sich $N_k \cdot R_k = J_{2k}^2 \cdot R_1$ berechnen; dann stellt die Strecke

$$R_k \cdot F_k = 3 \cdot J_{r_k}^2 \cdot R_2$$

den gesamten Stromwärmeverlust im Rotor dar. Verbindet man nun F_o mit R_k , so können die auf FM abgeschnittenen Strecken NR und RT den Verlusten

$$J_1^2 \cdot R_1 \quad \text{und} \quad 3 \cdot J_r^2 \cdot R_2$$

proportional gesetzt werden. Es stellt dann MR die bei dem Primärstrom $AF = J_1$ auftretenden primären Verluste, und

$$MT = L_\rho + L_{hw} + J_1^2 \cdot R_1 + 3 \cdot J_r^2 \cdot R_2$$

die Gesamtverluste dar.

Die **abgegebene Leistung** ist daher $L_a = c \cdot FT$. Die auf den Rotor übertragene ist $L_u = c \cdot FR$.

Das **Drehmoment** ist jedoch nicht mehr durch die Leistung L_u gegeben, da infolge der beiden gegeneinander rotierenden Drehfelder das Drehmoment M_{d_2} negativ wird. Es ist daher das resultierende Drehmoment $M_d = M_{d_1} - M_{d_2}$. Für $M_{d_2} = 0$ wäre $M_d = M_{d_1}$. Zur Bestimmung von M_{d_2} benutzen wir die Beziehung, daß eine Leistung gleich dem Produkt von Drehmoment und Winkelgeschwindigkeit ist, infolgedessen wird ein Leistungsverlust sich aus den Faktoren Drehmoment und Geschwindigkeitsverlust zusammensetzen. Da die Drehfelder mit den Winkelgeschwindigkeiten

$$\omega_1 - \omega_2 \quad \text{und} \quad \omega_1 + \omega_2$$

in den Läufern der beiden gedachten Teilmotoren gleiche Stromwärmeverluste erzeugen, so ist der Verlust im zweiten Motor $\frac{3}{2} \cdot J_r^2 \cdot R_2$ und kann ersetzt werden durch das Produkt $M_{d_2} \cdot (\omega_1 + \omega_2)$, woraus folgt:

$$M_{d_2} = \frac{3 \cdot J_r^2 \cdot R_2}{2 \cdot (\omega_1 + \omega_2)} \quad \text{und} \quad M_{d_1} = c \cdot FR.$$

Bis zur normalen Stromaufnahme ändert sich die Schlüpfung nur wenig, so daß man setzen kann

$$M_{d_2} \approx c \cdot \frac{TR}{2}.$$

Halbiert man daher $F_k R_k$ in S_k und zieht den Strahl $F_o S_k$, so wird

$$RS = c \cdot M_{d_2} \quad \text{und} \quad M_d = c \cdot (FR - RS) = c \cdot FS$$

Für größere Schlüpfungen etwa über 30 % biegt jedoch die Drehmomentlinie $F_o S$ nach oben ab und endet nicht in S_k , sondern in F_k .

Schlüpfung σ und Wirkungsgrad η werden am besten rechnerisch bestimmt und zwar wird nach Gleichung $L_a = M_d \cdot \omega_2$ die Winkelgeschwindigkeit $\omega_2 = \frac{FT}{FS}$.

Daraus folgt die **Schlüpfung**:

$$\sigma = 1 - \frac{\omega_2}{\omega_1} = 1 - \frac{F T}{F S \cdot \omega_1}.$$

Der **Wirkungsgrad** ist $\eta = \frac{L_a}{L_e} = \frac{F T}{F M}.$

b) Das Ossanna-Diagramm.

Dafür macht man bei der normalen Klemmenspannung E_k und Periodenzahl ν folgende Aufnahmen:

1. Bei offenem stillstehendem Rotor: Statorstrom J_o' und Leistung L_o' , Widerstand R_1 .
 2. Bei synchronem Lauf des Rotors: Stromstärke J_{oo} , Leistung L_{oo} .
 3. Bei Leerlauf: Stromstärke J_o , Leistung L_o .
 4. Bei Kurzschluß, d. h. Stillstand des Rotors unter einer Spannung $E_k' < E_k$; Stromstärke $J_k' \approx J$, Leistung L_k' .
- Aus Messung 1 (nur bei Phasenankern möglich) findet man:

$$J_{s1} = \sqrt{(J_o')^2 - \left(\frac{L_o'}{E_k}\right)^2},$$

bei Kurzschlußankern setzt man $J_{s1} \approx \frac{J_o}{2}$. Zu 2: Der Rotor muß

synchron angetrieben werden. Man erhält dabei $\cos \varphi_{oo} = \frac{L_{oo}}{E_k \cdot J_{oo}}$

Aus Versuch 3 folgt:

$$\cos \varphi_o = \frac{L_o}{E_k \cdot J_o} \quad \text{und} \quad L_\rho = L_o - L_{oo}.$$

Aus Messung 4 ergibt sich

$$J_k = J_k' \cdot \frac{E_k}{E_k'} \quad \text{und} \quad \cos \varphi_k = \frac{L_k}{E_k' \cdot J_k'}.$$

Zur Konstruktion des Diagramms (Fig. 339) zeichnet man die Strahlen $A F_o = J_o$ unter dem $\sphericalangle \varphi_o$ und $A F_k = J_k$ unter dem $\sphericalangle \varphi_k$ gegen E_k geneigt. Den Mittelpunkt O_o findet man mit großer Annäherung wie beim Drehstrommotor, während in Wirklichkeit die Linie $F_o a$ um einen kleinen $\sphericalangle \varphi_2$ gegen die Ordinatenachse geneigt sein müßte, da im Rotor außer dem Leistungsstrom noch ein

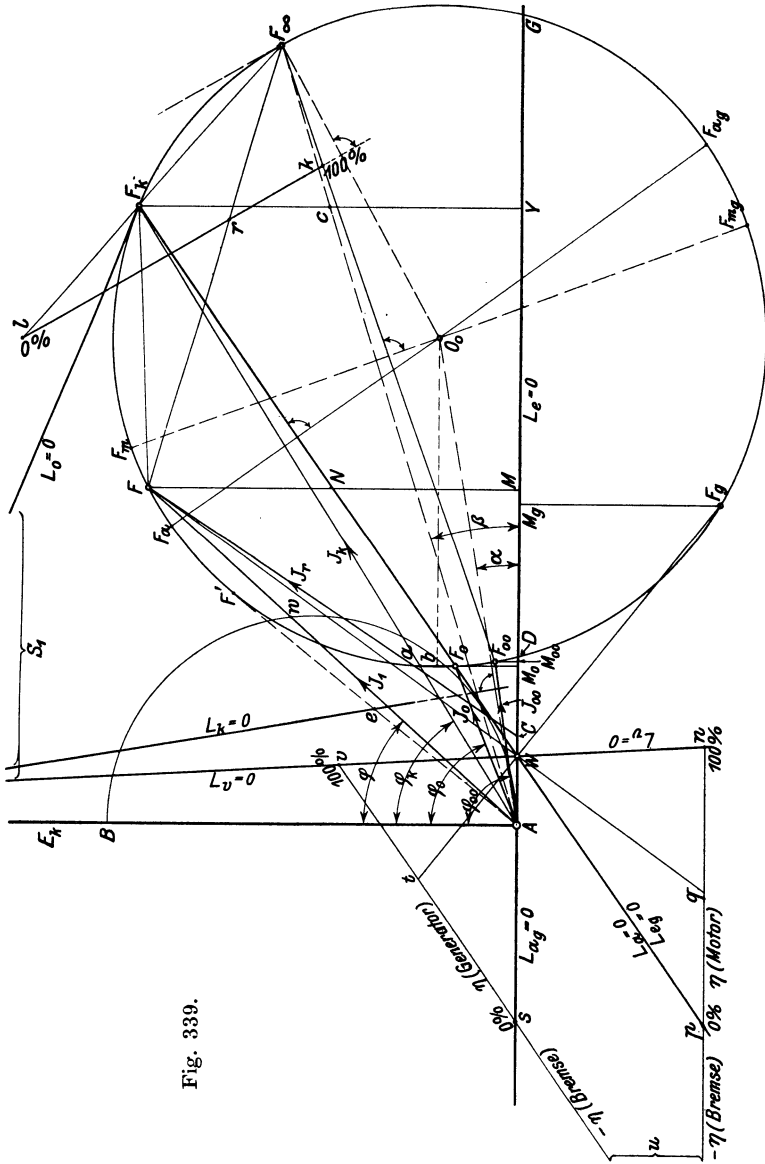


Fig. 339.

Feldstrom erzeugt wird. Setzt man $\varphi_2 \approx 0$, so wird

$$\operatorname{tg} \alpha \approx \frac{\frac{1}{2} \cdot J_{o_l} \cdot \sin \varphi_k + \frac{3}{2} \cdot J_{o_s} \cdot \cos \varphi_k}{J_{o_s} \cdot \sin \varphi_k - J_{o_l} \cdot \cos \varphi_k + J_k}$$

Halbiert man die Ordinate $F_k Y$ in c , so trifft ein von A aus durch c gelegter Strahl den Kreis in F_∞ , wofür angenähert

$$\operatorname{tg} \beta \approx \frac{\frac{1}{2} \cdot J_{k_l}}{J_{k_s}}$$

ist. Der Synchronpunkt F_{oo} ergibt sich ebenso wie vorher (S. 432). Die **eingeführte Leistung** ist bestimmt durch $L_e \sim FM$ im Maßstab von $L_o \sim F_o M_o$.

Die **abgegebene Leistung** ist $L_a \sim FN$.

Der **Statorstrom** ist gegeben durch den Strahl $J_1 = AF$.

Trägt man $J_{s_1} = AC$ ab, so ist der **Rotorstrom** $J_r = FC$.

Leistungsfaktor: Schlägt man über $AB = 1$ einen Halbkreis, dann ist die vom Strahl AF abgeschnittene Sehne $Aw = \cos \varphi$.

Schlüpfung σ : Man kann sie nicht direkt wie beim Drehstrommotor ermitteln, sondern teils aus dem Diagramm, teils durch Rechnung. Bedeutet $n_1 = \frac{60 \cdot \nu_1}{p}$ die synchrone Drehzahl und n diejenige des Rotors, so läßt sich in der Gleichung

$$\sigma = \frac{n_1 - n}{n_1} = 1 - \frac{n}{n_1}$$

nur das Glied $\left(\frac{n}{n_1}\right)^2$ aus dem Diagramm nach derselben Konstruktion wie beim Drehstrommotor entnehmen. Zieht man nämlich eine Linie durch $F_\infty F_k$ und durch einen Punkt l auf ihr eine Parallele $lk = 100\%$ zur Tangente in F_∞ , so teilt ein von F nach F_∞ gelegter Strahl die Parallele im Punkt r im Verhältnis $\frac{lr}{lk} = \left(\frac{n}{n_1}\right)^2$, woraus $\frac{n}{n_1}$ und σ berechnet werden kann.

Drehmomentleistung L_d : Auch diese läßt sich nicht direkt bestimmen, da eine Linie $L_d = 0$, die sie darstellen sollte, durch P_o, P_k und P_∞ gehen müßte. Sie ergibt sich daher nur rechnerungsweise aus der Gleichung

$$L_d = \frac{L_a}{\frac{n}{n_1}}$$

Wirkungsgrad η : Dafür zeichnen wir die Verlustlinien $L_o = 0$, $L_k = 0$ (S. 432), $L_v = 0$ (S. 435) und die Parallele pn zu $L_e = 0$, dann ist die von einem durch W gehenden Strahl Fq abgeschnittene Strecke $p q = \eta$, wenn $p n = 100 \%$ bedeutet.

14. Untersuchung eines Einanker-Umformers.

Allgemein benutzt man den Einankerumformer dazu, als Synchronmotor laufend Wechselstrom in Gleichstrom umzuformen. Er ist daher nach den für Synchrongeneratoren geltenden Grundsätzen an die Stromquelle anzuschließen, indem man ihn von der Gleichstromseite antreibt.

Auf die Größe der Gleichstromspannung kann man nur durch die Veränderung der Wechselstromspannung einwirken. Dies kann nun entweder durch einen Transformator mit veränderlichem Übersetzungsverhältnis oder eine Zusatz-EMK erfolgen oder durch die Einwirkung phasenverschobener Ströme auf die Selbstinduktion der Wechselstromleitungen oder einer in ihnen liegenden Drosselspule.

Die von einem Wechselstrom hervorgerufene Feldspannung oder EMK der Selbstinduktion ist um 90° gegen denselben nacheilend. Schickt man nun durch die Drosselspule einen um 90° nacheilenden Strom, wie es z. B. der Korrektionsstrom i_o des Synchronmotors bei Untererregung ist (s. S. 392), so ist die von ihm hervorgerufene EMK der Selbstinduktion gegen die Klemmenspannung E_k um $90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$ nacheilend, d. h. sie wirkt der Spannung E_k direkt entgegen. Durch Schwächung des Feldes im Umformer wird demnach die dem Motor gebotene primäre Spannung verringert und damit auch die Spannung der Gleichstromseite niedriger. Verstärkt man dagegen das Feld, so daß der Korrektionsstrom i_o der Klemmenspannung voreilt, so ist die in der Drosselspule von ihm erzeugte EMK der Selbstinduktion um $90^\circ - 90^\circ = 0^\circ$ nacheilend, d. h. in Phase mit E_k , sie addiert sich daher zu E_k , so daß die Klemmenspannung des Motors und damit auch die Gleichstromspannung steigt. Praktisch ist natürlich die Phasenverschiebung des Korrektionsstrom i_o immer kleiner als 90° .

Die Folge der Änderung des Magnetfeldes äußert sich in derselben Weise wie bei einem Gleichstromgenerator. Ihrem

Wesen nach ist diese Erscheinung aber von der im Gleichstrom-generator auftretenden durchaus verschieden.

Die Untersuchung eines Umformers erstreckt sich nun auf folgende Punkte:

- a) Man bestimmt die Arbeitskurven, indem man bei konstanter Erregung das Arbeitsdiagramm, wie bei einem Synchronmotor (S. 401) aufnimmt.
- b) Zur Aufnahme der V -Kurven $f(J_1, E_g)$ bzw. $f(J_1, J_e)$ für $M_d = \text{konst.}$ läßt man die Maschine auf ein Gleichstromnetz zurückarbeiten oder belastet sie mit einem Widerstand, so daß die abgegebene Leistung L_2 für eine Kurve konstant bleibt. Gleichzeitig ermittelt man auch den Leistungsfaktor $\cos \varphi$ und stellt ihn als $f(\cos \varphi, J_e)$ dar. Aus der Leistung L_1 der Wechselstromseite und der Gleichstrombelastung L_2 erhält man ferner den Wirkungsgrad η als Funktion vom Erregerstrom J_e .
- c) Zur Untersuchung der Spannungsänderung mit der Belastung nimmt man bei konstanter Wechselspannung E_{k_1} , Periodenzahl ν und Erregung J_e die äußere Charakteristik $f(E_{k_2}, J_2)$ auf.

15. Bestimmung des Wirkungsgrades von Wechselstrommaschinen.

Abgesehen von den bisher betrachteten Möglichkeiten mit Hilfe von Diagrammen den Wirkungsgrad festzustellen, wollen wir in diesem Abschnitt noch einige andere Methoden besprechen.

a) Zurückarbeitungsmethode.

Hierbei müssen mindestens zwei gleich große Maschinen von gleicher Spannung vorhanden sein. Die beiden Maschinen werden mechanisch mittels verstellbarer Kupplung direkt oder durch Riemen miteinander gekuppelt und durch einen Hilfs-Gleichstromgenerator H angetrieben (Fig. 340).

Nun vereinigt man auch elektrisch beide nach den Regeln für das Parallelschalten von Wechselstrommaschinen, dann wird die eine als Generator G , die andere als Motor M laufen. Entsprechend einer bestimmten relativen Verschiebung der beiden Anker gegeneinander wird sich dann ein gewisser Leistungsstrom

einstellen, während durch die Änderung der Erregung nur der Feldstrom und damit der Leistungsfaktor $\cos \varphi$ beeinflusst wird. Auf diese Weise kann jeder beliebige Belastungsstrom J und Phasenverschiebung φ erhalten werden. Da sich das System die vom Leistungsmesser L angezeigte elektrische Leistung zum Be-

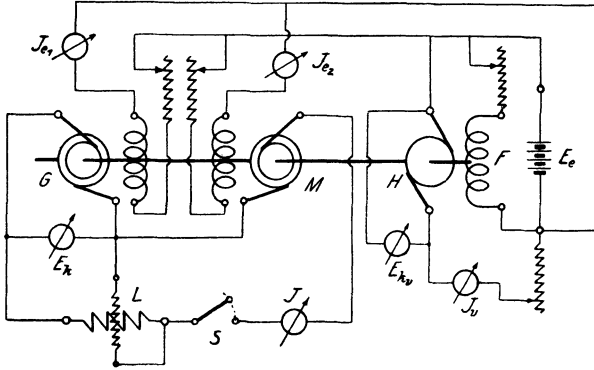


Fig. 340.

triebe selbst erzeugt, so hat der Hilfsmotor H nur die zur Kompensierung der Verluste notwendige Leistung L_v an die Transmission zu liefern. Bewegt sich eine Leistung L bei einer Spannung E_k und einem Strom J innerhalb der beiden Maschinen und nehmen wir an, daß die Verluste gleich groß sind, so erhält der Motor an den Klemmen die Leistung L und gibt an der Welle

$$L_a = L - \frac{L_v}{2} \text{ ab. Dem Generator wird nun}$$

$$L_e = L_a + L_v = L + \frac{L_v}{2}$$

zugeführt, so daß der Gesamtwirkungsgrad

$$\eta_g \cdot \eta_m = \frac{L_a}{L_e + L_{r_e}} = \frac{L - \frac{L_v}{2}}{L + \frac{L_v}{2} + E_e \cdot (J_{e_1} + J_{e_2})}$$

oder für

$$\eta_g = \eta_m = \eta$$

der Einzelwirkungsgrad

$$\eta = \sqrt{\frac{L - \frac{L_v}{2}}{L + \frac{L_v}{2} + E_e \cdot (J_{e_1} + J_{e_2})}}$$

wird. Die Leistung L_v wird aus Spannung E_{k_v} , Strom J_v und dem Wirkungsgrad des Hilfsmotors H bestimmt, daher ist es vorteilhaft, ihn vorher für verschiedene Belastungen zu eichen.

Die Genauigkeit der Methode ist nicht sehr groß, da infolge der verschiedenen induzierten EMKE im Motor und Generator Eisenverluste auftreten, die bei normalem Betrieb nicht vorhanden sind. Man benutzt diese Anordnung aber in der Praxis gleichzeitig zur Dauerbelastung und Bestimmung der Temperaturerhöhung.

Für die Untersuchung rotierender Drehstromumformer macht man folgende Schaltung (Fig. 341).

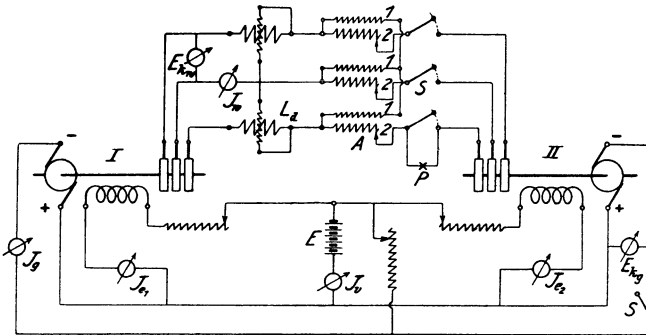


Fig. 341.

Die Gleichstromseiten I und II werden an eine Hilfsbatterie E gelegt, deren Spannung gleich E_{k_g} sein muß. Sie braucht jedoch nur eine Leistung abzugeben, die etwas größer ist, als die Summe sämtlicher Verluste. Nachdem die Umformer auf gleiche Spannung und Phase gebracht sind, werden die Schalter S geschlossen, wobei die Sekundärwicklung 2 der Autotransformatoren A vorher ausgeschaltet sein muß; damit ist bei richtiger Einstellung der abgegebene Wechselstrom $J_w = 0$. Nun reguliert man mittels der Autotransformatoren die Wechselstromspannung E_{k_v} so weit, bis der normale Strom J_w bzw. J_g auftritt. Dieser Strom ist ein reiner Leistungsstrom. Ändert man die Erregung, so tritt noch ein Feldstrom dazu, so daß man auf diese Weise auch eine beliebige Phasenverschiebung erzielen kann. Liefert nun der Akkumulator den Strom J_v , so dient die Leistung $L_v = E_{k_g} \cdot J_v$

zur Kompensierung sämtlicher Verluste einschl. Erregung. Ist der Eigenverbrauch der Autotransformatoren L_T durch einen Vorversuch bestimmt, so beträgt bei gleichmäßiger Verteilung der Leistungen auf beide Umformer der Verlust in einer Maschine allein

$$\frac{L_v - L_T}{2}.$$

Beträgt die Leistung der Gleichstromseite $L_g = E_{k_g} \cdot J_g$

so ergibt sich der Wirkungsgrad
$$\eta = \sqrt{\frac{E_{k_g} \cdot J_g - \frac{L_v - L_T}{2}}{E_{k_g} \cdot J_g + \frac{L_v - L_T}{2}}}$$

Mißt man noch die Leistung L_d mit zwei Leistungsmessern, so enthält diese die Differenz der Wechselstromleistungen beider Maschinen, d. h. die Stromwärmeverluste L_{r_a} und die Verluste der Autotransformatoren L_T , daraus ergibt sich der Kupferverlust für einen Umformer $L_{r_a} = \frac{L_d - L_T}{2}$

und der Leistungswiderstand des Ankers

$$R_a = \frac{L_d - L_T}{2 \cdot J_w^2}.$$

Diese Anordnung ergibt den Wirkungsgrad mit großer Genauigkeit, jedoch nur in dem Fall, wenn die Erregungen voneinander wenig abweichen.

Auf Induktionsmotoren läßt sich die Hopkinsonsche Sparschaltung ebenfalls anwenden, wobei man außerdem Wirkungsgrad noch den Leistungsfaktor, das Drehmoment und die Schlüpfung mitbestimmen kann, wie Fletscher¹⁾ gezeigt hat.

b) Hilfsmotormethode.

Ähnlich wie bei den Gleichstrommaschinen (vgl. S. 303) kann man die Verluste L_p , L_{hw} und L_{w_a} aus einer Leerlaufmessung, die Stromwärme $L_{r_a} = J^2 \cdot R_a$ und zusätzlichen Eisenverluste L'_{hw} aus einer Kurzschlußmessung feststellen.

¹⁾ El. Rev. 1910, S. 206.

Zu dem Zweck treiben wir den Generator unerregt durch einen geeichten Gleichstrommotor an, dessen Eigenverbrauch bzw. Umsetzungsverhältnis $\eta' = \frac{L_{m_a}}{L_{m_e}}$ bekannt sein soll; dann gibt er bei einer Spannung E_{m_1} und einem aufgenommenen Strom J_{m_1} an der Welle eine Leistung L_{a_1} ab, welche allein den Reibungsverlust L_ρ zu kompensieren hat, es ist dann

$$L_\rho = L_{a_1}.$$

Nun erregt man das Magnetfeld der Wechselstrommaschine, so daß eine Klemmenspannung E_{k_0} erzeugt wird, welche gleich der bei dem Strome J und der Klemmenspannung E_k auftretenden EMK E_a ist.

Für induktionsfreie Belastung war

$$E_a = \sqrt{(E_k + J \cdot R_a)^2 + (J \cdot S)^2}$$

oder in eine Reihe entwickelt $E_a = E_k + J \cdot R_a + \frac{(J \cdot S)^2}{2E_k}$, wobei unter Vernachlässigung des letzten Gliedes $E_a = E_{k_0} \approx E_k + J \cdot R_a$ gesetzt werden kann.

Dabei nimmt der Hilfsmotor eine Leistung $L_2 = E_{m_2} \cdot J_{m_2}$ auf und überträgt auf den Generator $L_{a_2} = \eta' \cdot L_2$. Es ist dann $L_{a_2} = L_\rho + L_{hw} + L_{w_a}$, wo $L_{hw} + L_{w_a}$ Eisenverluste und Wirbelstromverluste in den Ankerleitern bedeuten und nach der Gleichung $L_{hw} + L_{w_a} = L_{a_2} - L_{a_1}$ einzeln bestimmt werden können.

Die Kurzschlußmessung zur Ermittlung der Stromwärmeverluste $L_{r_a} = m \cdot J^2 \cdot R_a$ bei m Phasen des Ankers erfolgt in derselben Weise, wie es auf S. 308 angegeben ist.

Schließlich ist noch der Erregerverlust $L_{r_e} = J_e^2 \cdot R_e$ zu bestimmen. Der für die normale Klemmenspannung E_k bei einem Belastungsstrom J und dem Phasenwinkel φ erforderliche Erregerstrom wird der Regulierungskurve

$$f(J_e, J) E_k = \text{konst.}, \quad \varphi = \text{konst.}$$

entnommen. Ist diese jedoch nicht aufgenommen, so kann man J_e folgendermaßen auf Grund der beim Versuch gefundenen Diagramme (s. S. 314) berechnen:

Die Klemmenspannung E_k erfordert eine EMK

$$E_a = E_k + J \cdot R_a \cdot \cos \varphi + J \cdot S \cdot \sin \varphi,$$

worin J , R_a , S und φ bekannt sind. Ist die Leerlaufcharakteristik $f(E_a, J_e)$, $J = 0$ ermittelt, so erhält man daraus für die obige EMK E_a einen Erregerstrom J_e' . Infolge der entmagnetisierenden Kraft des Ankers geht eine MMK

$$AW_e = k_o \cdot f_{w_1} \cdot m \cdot w \cdot J \cdot \sin \psi$$

entsprechend einem Erregerstrom

$$J_e'' = \frac{AW_e}{w_e}$$

verloren. Da nun AW_e berechnet werden kann und die Erregerwindungszahl w_e gegeben ist, so ist auch J_e'' bekannt und damit

$$J_e = J_e' + J_e'' \quad \text{und daraus} \quad L_{r_e} = J_e'^2 \cdot R_e \quad \text{gefunden.}$$

Der Wirkungsgrad für normale Belastung und Phasenverschiebung ergibt sich dann aus der Gleichung:

$$\eta = \frac{I_a}{I_a + L_{a_2} + L_{r_a} + L_{r_e}}.$$

Um auch für andere Belastungen J den Wirkungsgrad zu erhalten, nimmt man die Leistungsverluste als Funktion des Ankerstromes J bei $\cos \varphi = \text{konst.}$ auf.

Bei der Leerlaufmessung kann man auch den Synchronmotor ohne Benutzung des Hilfsmotors als Synchronmotor laufen lassen und die aufgenommene Leistung

$$L_o = L_p + L_{hw} + L_{w_a} + m \cdot J_o^2 \cdot R_a$$

mittels Leistungsmessers bestimmen, woraus der Verlust

$$L_p + L_{hw} + L_{w_a} = L_o - m \cdot J_o^2 \cdot R_a$$

berechnet wird.

In gleicher Weise wird ein Einankerumformer untersucht, indem man ihn als Gleichstrommotor leer laufen läßt (vgl. S. 273).

Bragstad und Bache-Wiig¹⁾ benutzen diese Methode auch zur **Trennung der Verluste** eines Asynchronmotors in folgender Weise:

¹⁾ Z f E. 1905, S. 381, 713; ETZ. 1906, S. 106.

Man treibt den Rotor mittels des konstant erregten Hilfsmotors an und mißt für einige Punkte unterhalb und oberhalb des Synchronismus die Leistung in Abhängigkeit von der Drehzahl n und zwar:

1. Die Stator- und Rotorwicklungen sind offen. Der Hilfsmotor gibt nach Abzug des Eigenverbrauchs die Leistungen L_{a_1} an den Rotor ab (Fig. 342, Kurve 1).

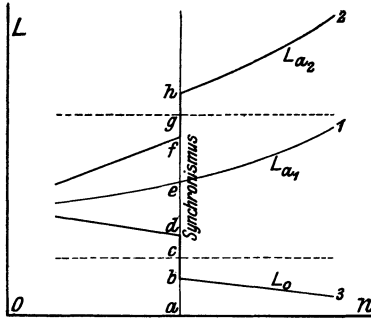


Fig. 342.

2. Bei erregtem Stator und offenem Rotor werden vom Hilfsmotor die Leistungen L_{a_2} übertragen (Kurve 2) und dem Stator L_o elektrisch zugeführt (Kurve 3).

Bei Motoren mit Kurzschlußanker kann man die Messungen ebenfalls ausführen, doch sind die Leistungen außerhalb des Syn-

chronismus um die geringen Rotorkupferverluste zu groß.

Die Kurven 2 und 3 zeigen im Synchronismus je einen Sprung $hf = bd$, der von dem Rotor-Hysteresisdrehmoment¹⁾ herrührt, da die Wirbelströme Null sind. Es entspricht daher

$$bc = \frac{bd}{2} = fg = \frac{fh}{2}$$

den Hysterisis-Verlusten L_{h_2} im Rotor. ae stellt die Reibungsverluste L_p dar. $ac = L_{hw_1} + m_1 \cdot J_o^2 \cdot R_1$ sind die Eisenverluste des Stators durch Hysterisis und Wirbelströme und Stromwärmeverluste bei Leerlauf. $eg = L'_{hw}$ kann man dann als zusätzliche Eisenverluste bezeichnen. Sie werden dadurch hervorgerufen, daß bei dem Vorbeigang der Rotorzähne vor den Statorzähnen die Induktion in den Zähnen mit ziemlich hoher Periodenzahl pulsiert. Da sie durch die Drehung des Rotors entstehen, können sie in der Leistungsaufnahme L_o des Stators nicht enthalten sein. Untersuchungen über das Wesen und die Entstehung dieser Verluste

¹⁾ Ecl. El. 1898, S. 498; ETZ. 1903, S. 35, 507, 692, 735; 1910, S. 1249; 1911, S. 652.

sind von Bragstad und Fränckel¹⁾ gemacht worden. In gleicher Weise lassen sich die einzelnen Verluste als Funktion der Schlüpfung $\sigma \geq 0$ ermitteln und graphisch darstellen.

Bei synchronen Maschinen trennt man die Verluste auch in folgender Weise: Man nimmt für verschiedene Periodenzahlen ν die Eisenverluste L_{hw} des Ankers bei konstantem Erregerstrom J_e auf. Bildet man daraus den Quotienten $\frac{L_{hw}}{\nu}$ und stellt diesen Wert als Funktion von ν graphisch dar, so erhält man annähernd gerade Linien, deren Schnitt mit der Ordinatenachse die Größe $\alpha = \frac{L_h}{\nu}$ angibt. Die Ordinatendifferenz zwischen α und den einzelnen Kurvenpunkten ist dann β , wie es auf S. 218 angegeben ist. Da die Kurven in der Nähe der Ordinatenachse etwas nach unten abbiegen, ist es vorteilhaft, einige Kurvenpunkte bei möglichst niedriger Periodenzahl aufzunehmen.

Auch die **Auslaufmethode** läßt sich in gleicher Weise wie bei Gleichstrommaschinen (S. 290) zur Trennung der Verluste verwenden.

Bei asynchronen Motoren und Generatoren ist sie jedoch nur anwendbar, wenn der Rotor mit Schleifringen versehen ist. Nach Bragstad und la Cour²⁾ führt man dem Läufer eine konstante Gleichstromerregung J_e zu und nimmt dafür die Auslaufkurve $f(\nu, t)$ auf. Dabei ist es gleichgültig, ob man den Strom durch 2 Phasen in Hintereinanderschaltung leitet oder durch eine Phase in Reihe mit den beiden anderen parallel geschalteten. Darauf treibt man ihn mit derselben Erregung als Synchronmotor für verschiedene Periodenzahl an und mißt die dabei aufgenommene Leerlaufsleistung L_o als Funktion der Periodenzahl ν , wobei die dem Stator zugeführte Spannung so reguliert wird, daß die Stromaufnahme J_o ein Minimum wird. Hierbei ist die Rückwirkung auf das Rotorfeld verschwindend klein, so daß die Auslaufverluste gleich den im Stator gemessenen gesetzt werden können. Aus diesem Versuch läßt sich dann die Konstante c (s. S. 292) bestimmen. Hat man durch einen Vorversuch bei mechanischem Antrieb des Rotors die Leerlaufscharakteristik $f(E_a, J_e)$ als Funktion der im Stator induzierten EMK E_a und des Rotorstroms

¹⁾ ETZ 1908, S. 1074, 1102. ²⁾ ETZ. 1903, S. 34.

J_e bei derselben Periodenzahl ν aufgenommen, dann kann daraus die zu der Auslaufskurve gehörige EMK entnommen werden. Wird nun noch die Auslaufskurve $f(\nu_o, t_o)$ ohne Erregung des Rotors ermittelt, so läßt sich mit Hilfe von c und der hierdurch bestimmten Subnormalen der Reibungsverlust L_ρ berechnen. Dann sind die Eisenverluste

$$L_{hw} = L_o - L_\rho$$

als Funktion von ν ebenfalls bekannt und ihre Trennung kann in einfacher Weise erfolgen. Man kann jedoch auch den Motor leer mit kurzgeschlossenem Läufer elektrisch vom Stator aus bei verschiedener Periodenzahl aber konstanter Induktion \mathfrak{B}_{max} laufen lassen, d. h. die Spannung E_k muß proportional der Periodenzahl ν geändert werden, da für

$$\mathfrak{B}_{max} = \text{konst.}, \quad E_k = c \cdot \nu$$

ist. Am einfachsten geschieht das in der Weise, daß bei konstanter Erregung nur die Drehzahl des Generators reguliert wird. Die hierbei aufgenommene Leistung ist dann ebenfalls

$$L_o = L_\rho + L_{hw}.$$

Zieht man davon die vorher gefundenen Verluste L_ρ ab, so erhält man L_{hw} allein.

Hat der Asynchronmotor einen Käfig- oder Kurzschlußanker, dann ist die Auslaufmethode nicht ausführbar.

Damit die beim Synchronbetrieb gemessenen Verluste gleich den beim Auslauf gefundenen gesetzt werden dürfen, mußte der im Eisen vorhandene magnetische Zustand vollständig vom Rotor erzeugt werden. Da nun wegen der Streuung die primäre Phasenverschiebung nur ein Minimum und nicht Null ist, liefert der Stator auch ein Feld, so daß die Konstante c etwas zu groß erhalten wird.

Die Konstante c läßt sich auch folgendermaßen ermitteln: Man nimmt bei kurzgeschlossenem Rotor und normaler Klemmenspannung des Stators die Anlaufskurve $f(n_1, t)$ des leerlaufenden Motors und ebenso bei offenem Rotor und derselben Spannung die Auslaufskurve $f(n_2, t)$ auf, woraus für dieselbe Drehzahl $n = n_1 = n_2$ die Subtangenten $a_1 b_1$ bzw. $a_2 b_2$ sich ergeben. Beim Anlauf wirkt die dem Drehmoment M_d der Rotorströme entsprechende Leistung L_d und die zum Drehmoment der Hysterisis und Wirbelströme im Rotor gehörende Leistung L_{hw_2} beschleunigend, die Stator-Eisenverluste L_{hw_1} und Reibungsverluste L_ρ

verzögernd. Es ist daher $L_d + L_{hw_2} - L_{hw_1} - L_\rho = c \cdot n \cdot \frac{dn_1}{dt}$
 Beim Auslauf wirkt $L_{hw_1} + L_\rho$ verzögernd, L_{hw_2} beschleunigend, wofür die Beziehung besteht

$$L_{hw_1} + L_\rho - L_{hw_2} = -c \cdot n \cdot \frac{dn_2}{dt}$$

Aus beiden Gleichungen folgt:

$$L_d = c \cdot n \cdot \left(\frac{dn_1}{dt} - \frac{dn_2}{dt} \right) = c \cdot n \cdot \left(\frac{n}{a_1 b_1} - \frac{n}{a_2 b_2} \right)$$

oder
$$L_d = c \cdot n^2 \cdot \left(\frac{1}{a_1 b_1} - \frac{1}{a_2 b_2} \right)$$

Die Drehmomentleistung L_d kann man darin aus dem für den beim Auslauf vorhandenen Rotorwiderstand durch Leerlauf- und Kurzschlußversuch erhaltenen Diagramm als Funktion der Drehzahl entnehmen.

Wall¹⁾ hat eine ähnliche Methode angegeben, berechnet jedoch c erst über den Umweg der Winkelbeschleunigung $\frac{d\omega}{dt}$.

Angermann²⁾ zeigt, wie man durch Erweiterung der von Blanc³⁾ angegebenen Methode die einzelnen Verluste trennen kann.

Zipp⁴⁾ ermittelt zur Trennung der Rotorverluste eines Drehstrommotors den sog. Hysteresis- und Wirbelstromwinkel, deren Summe sich im Diagramm darstellen läßt durch den Winkel zwischen Drehfeld und rotierender MMK (primärer Stromstärke). Die graphische Behandlung der Verluste von Mehrphasenmotoren ist von Hellmund⁵⁾ in ausführlicher Weise geschildert worden.

16. Aufnahme von Wechselstromkurven.

Bestimmt man für verschiedene Stellungen α des Magnetfeldes zum Anker eines Wechselstromgenerators die in den einzelnen Augenblicken induzierten EMKe E_t , so kann man zu den Winkeln α oder ωt als Abszissen die abgelesenen Werte von E_t als Ordi-

¹⁾ El. 21. Juni 1907. ²⁾ ETZ. 1905, S. 295.

³⁾ ETZ. 1900, S. 131. ⁴⁾ El. u. M. Wien. 1908, S. 443, 977.

⁵⁾ Journ. Inst. El. Eng. 1910, S. 239.

naten graphisch darstellen und erhält daraus den zeitlichen Verlauf der EMK als $f(E_a, \alpha)$ bzw. $f(E_v, \omega t)$.

Zur Aufnahme der Kurven dienen folgende Apparate:

a) Mechanischer Kontaktmacher nach Joubert¹⁾.

Er besteht (Fig. 343) aus einer mit der Welle des Generators verbundenen und deswegen synchron rotierenden Scheibe aus Isoliermaterial, welche an der Peripherie einen ca. 2 — 3° breiten Metallstreifen K enthält. Von diesem führt eine Ableitung zu einem auf der Achse sitzenden Schleifring S . Zwei Schleiffedern, 1 und 2, dienen als Stromleitung vom Kontakt und Schleifring zu den Klemmen a und b . Feder 1 ist außerdem an einem um die Achse drehbaren Arm \mathcal{U} befestigt, dessen Stellung an einer Skala mit Graduierung abgelesen werden kann.

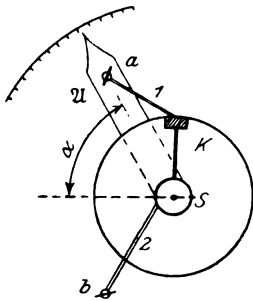


Fig. 343.

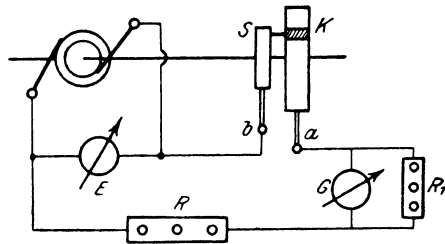


Fig. 344.

Die beiden Schleiffedern können auch nebeneinander auf dem drehbaren Arm befestigt sein.

Bedeutend vollkommener arbeitet der Kontaktgeber von Schade²⁾ mit gesteuertem Kontakt.

Zur punktwweisen Aufnahme der Spannungskurven macht man nun folgende Schaltung (Fig. 344). Der Kontaktgeber wird mit einem Elektrometer oder einem Galvanometer G und einem großen Vorschaltwiderstand R in Reihe geschaltet an die Klemmen des Generators angeschlossen. Ist dabei das Galvano-

¹⁾ Journ. de phys. 1880, S. 297. Compt. rend. 1880, S. 161.

²⁾ Arnold, Gleichstrommaschine. 2. Aufl. Bd. I, S. 785. Zu beziehen von Edelman, München.

meter noch zu empfindlich, so kann ein Widerstand R_1 parallel dazu gelegt werden. Derselbe bietet außerdem bei Drehspulensinstrumenten den Vorteil, Schwankungen der Ablenkungen des Galvanometers infolge der dämpfenden Wirkung auf ein Minimum zu reduzieren. Wird der Generator jetzt mit konstanter Erregung und Drehzahl betrieben, so erhält das Instrument bei jeder Umdrehung einen Stromstoß, welcher bei einer bestimmten Stellung α der Bürste 1 in Fig. 343 immer dieselbe Richtung und Größe beibehält. Das Meßinstrument durchfließt demnach ein pulsierender Gleichstrom, der eine konstante Ablenkung φ hervorruft. Dreht man die Bürste 1 in andere Stellungen und notiert zu den

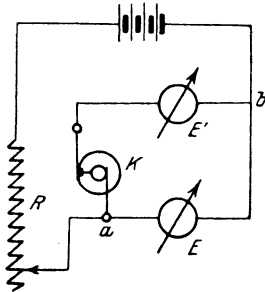


Fig. 345.

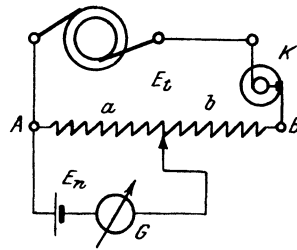


Fig. 346.

Drehwinkeln α die dazugehörigen Ablenkungen φ des Galvanometers, so kann man daraus die Kurven $f(\varphi, \alpha)$ zeichnen. Zur Beruhigung des Galvanometers schaltet man bei großen Schwankungen der Ablesung einen Kondensator parallel, wobei das Instrument annähernd Gleichstrom erhält

Genauer, aber zeitraubender wird die Messung, wenn man statt des Galvanometers direkt einen Kondensator einschaltet und ihn nach der Ladung auf ein ballistisches Galvanometer durch Umlegen eines Schalters entlädt.

Diese Aufnahmen geben jedoch nur relative Werte, will man aber absolute erhalten, so benutzt man einen möglichst wenig gedämpften Spannungsmesser mit großem Widerstand am besten ein statisches Instrument, das man vor dem Versuch für die betreffende Unterbrechungszahl eicht, indem man nach Fig. 345 den Spannungsmesser E' mit dem Kontaktapparat K parallel zu einer bekannten, beliebig regulierbaren Spannung E

legt und unter Veränderung des Vorschaltwiderstandes R zu den abgelesenen Werten E' die wirklichen, an den Punkten $a \div b$ herrschenden Spannungen E notiert, woraus sich die Eichkurve $f(E', E)$ ergibt.

Genauer, aber ebenfalls zeitraubend, ist die Anwendung der Kompensationsmethode¹⁾ zur Messung der Augenblickswerte der EMK. Dabei wird nach Fig. 346 die Maschine unter Zwischenschaltung des Kontaktgebers K mit einem großen Widerstand AB verbunden und der in einem Teil a auftretende Spannungsverlust durch ein Normalelement E_n kompensiert.

Ist der ganze Widerstand $a + b$, so ergibt sich:

$$E_t = \frac{a + b}{a} \cdot E_n.$$

Dieser Methode haftet der Nachteil an, daß dabei dauernd ein Strom verbraucht wird und leicht phasenverschobene Kurven erhalten werden können, wenn die Widerstände nicht absolut induktionsfrei sind. Außerdem beeinflußt die Güte und Zeitdauer des Kontakts an der Scheibe die Messung sehr, so daß es schwierig ist, das Galvanometer längere Zeit in der Nulllage zu erhalten.

Eine Modifikation der Joubertschen Scheibe ist von Blondel²⁾ angegeben. Dabei besitzt die Scheibe 2 um etwas mehr als Bürstenbreite gegeneinander verschobene Kontaktstreifen 1 und 2 (Fig. 347), die untereinander und mit dem Schleifring leitend verbunden sind. Mit den Kontakten treten die Bürsten a und b zeitlich nacheinander in Berührung. Schaltet man nun die Blondelsche Scheibe BS nach Fig. 348 mit einem Kondensator C , Galvanometer G und Widerstand R an die Klemmen des Generators, so wird bei der angegebenen Drehrichtung zuerst Kontakt 2 die Bürste b berühren und damit ist der Kondensator geladen. Bei weiterer Drehung öffnet sich dieser Stromkreis und Bürste a entlädt den Kondensator über den Kontakt 1 auf das Galvanometer.

Um die Störungen, die der mechanische Augenblickskontakt hervorruft, zu vermeiden, ersetzen Goldschmidt³⁾ und Ryan⁴⁾ ihn durch einen magnetischen Kontakt.

¹⁾ Bragstad, ETZ. 1895, S. 112.

²⁾ Lum. El. 1891, S. 401.

³⁾ ETZ. 1902, S. 496; Z f I. 1902, S. 347 (Ref).

⁴⁾ Tr. AIEE. 1900, S. 345.

In manchen Fällen ist es nicht möglich, den Kontaktgeber mit dem Generator direkt zu koppeln. Man hilft sich dann dadurch, daß man den Apparat an einen Synchronmotor anschließt, der von der zu untersuchenden Maschine angetrieben wird, wie es von Michalke¹⁾ angegeben ist. Empfehlenswert ist diese Anordnung besonders bei großer Polzahl des Generators.

Die Aufnahme von Stromkurven führt man zurück auf die-

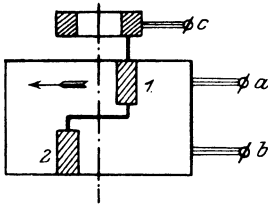


Fig. 347.

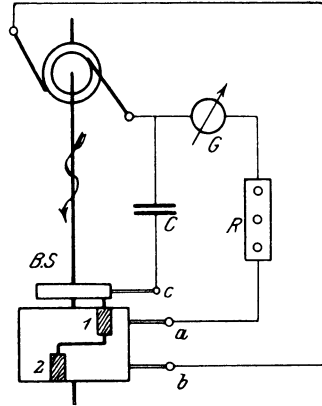


Fig. 348.

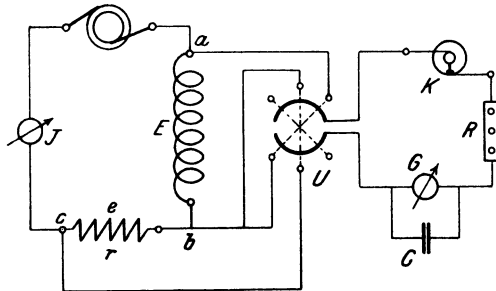


Fig. 349.

jenige von Spannungskurven, indem man nach Fig. 349 den Verlauf der Spannung e an einem induktionsfreien von dem Strom J des zu untersuchenden Wechselstromapparates durchflossenen Widerstande r aufnimmt. Da der Strom J in r in Phase mit der Spannung e ist, so sind die Augenblickswerte J_t den Spannungen e_t proportional, so daß $J_t = \frac{e_t}{r}$ wird. Dividiert man daher die Ordi-

¹⁾ ETZ. 1896, S. 462.

naten der Spannungskurve $f(e_t, \alpha)$ durch r , so erhält man die Stromkurve $f(J_t, \alpha)$, die auch zu der Spannung E zwischen $a \div b$ gehört. Nimmt man mit Hilfe des Umschalters U gleichzeitig die Spannungen zwischen $a \div b$ und $b \div c$ auf, so kann man aus

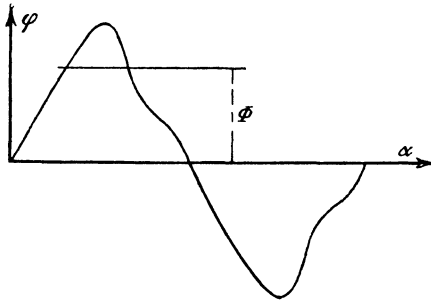


Fig. 350.

den auf diese Weise erhaltenen Kurven auch die Leistung und Phasenverschiebung bestimmen.

Sahulka¹⁾ benutzt zur Kurvenanalyse einen auch von Townsend²⁾ angegebenen Halbperiodenkontakt.

Wir wollen nun annehmen, daß eine

relative Spannungskurve $f(\varphi, \alpha)$ aufgenommen und in Fig. 350 dargestellt ist, so kann man den Maßstab in V leicht finden, wenn die Spannung E gleichzeitig gemessen ist.

Der sog. Effektivwert oder die Spannung E wird nämlich

$$\text{durch die Gleichung } E = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} E_t^2 \cdot d\alpha}$$

definiert. Quadrieren wir demnach die Ordinaten φ der Kurve und planimetrieren die von der Kurve ihrer Endpunkte eingeschlossene Fläche, so stellt diese den Wert $\int_0^{2\pi} \varphi^2 \cdot d\alpha$ dar. Das

äquivalente Rechteck besitzt dann die Höhe $\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \varphi^2 \cdot d\alpha$ und

die Quadratwurzel daraus ist

$$\Phi = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \varphi^2 \cdot d\alpha}$$

Wäre φ in V gemessen, so würde Φ direkt der Effektivwert der Kurve sein. Es wird also $\Phi = E$, womit auch der Maßstab der Augenblickswerte festgelegt ist.

¹⁾ Z f E. 1898, S. 4; ETZ. 1907, S. 986.

²⁾ Tr. AIEE. 1900.

Stellt man die Kurve in Polarkoordinaten (Fig. 351) dar und betrachtet von der Fläche einen schmalen Streifen $O a b$ mit dem Zentriwinkel $d\alpha$, so ist der Inhalt dieses Flächenelements $d f = \frac{\varphi^2}{2} \cdot d\alpha$ und der Inhalt der ganzen Kurvenfläche

$$F = \int_0^{2\pi} d f = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{2\pi} \varphi^2 \cdot d\alpha.$$

Verwandelt man diese Fläche F in einen gleich großen Kreis vom Radius R , dann muß

$$\pi \cdot R^2 = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{2\pi} \varphi^2 \cdot d\alpha$$

oder

$$R = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \varphi^2 \cdot d\alpha} = \Phi$$

sein. Da nun $\Phi = E$ war, so stellt der Radius $R = E$ den Effektivwert der Spannungs-kurve dar, dessen Maßstab durch den aufgenommenen Wert bestimmt ist. Bei der Stromstärke verfährt man natürlich in derselben Weise.

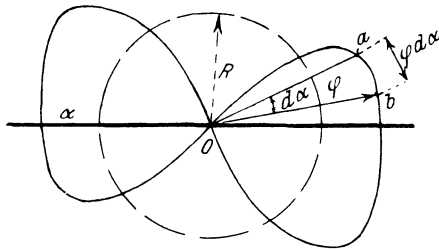


Fig. 351.

Nach Fleischmann¹⁾ läßt sich auch die Theorie zur Bestimmung des Schwerpunkts von Flächen für die Ermittlung des Effektivwertes E verwenden.

b) Oszillographen ²⁾.

Weisen die Wechselstromkurven zeitliche Veränderungen ihrer Form auf, wie sie z. B. die Kurve des Sekundärstromes eines Asynchronmotors infolge der Schlüpfung erleidet, so sind die punktweise arbeitenden Apparate unbrauchbar. In diesem Fall benutzt man kontinuierliche Kurven zeichnende, sogenannte Os-

¹⁾ ETZ. 1897, S. 35.

²⁾ Z f I. 1901, S. 239 (Theorie); La Nature 1900, S. 63, 142.

zillographen, d. h. Galvanometer mit einem beweglichen System geringer Trägheit und genügender Dämpfung.

Nach einer von Blondel¹⁾ als Nadeloszillograph angegebenen Konstruktion beruht der von Duddell vervollkommnete Apparat (Bifilaroszillograph) auf folgendem Prinzip (Fig. 352): Zwischen den Polen $N \div S$ eines kräftigen Stahlmagnets ist eine Drahtschleife straff ausgespannt, welche einen kleinen Spiegel trägt und in zwei Klemmen a und b endet. Durchfließt die Schleife ein Strom, so wird durch die elektromagnetische Wirkung der eine Draht nach vorne, der andere nach hinten gedrückt, und der Spiegel s dreht sich um eine vertikale Achse. Bei kleinen Ausschlägen ist der Ablenkungswinkel dem Strom proportional. Das Instrument muß sich natürlich für jeden Stromwert so schnell als möglich und dazu aperiodisch einstellen. Dazu ist es erforderlich, daß seine Schwingungsdauer gegenüber der Zeit einer Periode verschwindend klein ist und daß eine gute Dämpfung vorhanden ist.

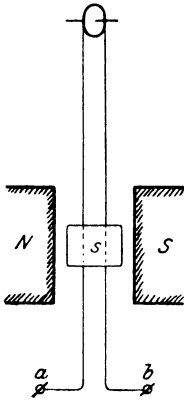


Fig. 352.

Bei einem von Duddell und Marchant²⁾ gebauten Apparat beträgt die Zeit der Eigenschwingung $\frac{1}{1000}$ sec. Die Bewegung des Spiegels wird durch einen reflektierten Lichtstrahl auf einer schnell bewegten photographischen Platte fixiert oder durch einen rotierenden Spiegel objektiv dargestellt. Im allgemeinen sind zwei Schleifen nebeneinander angeordnet, um Strom- und Spannungskurven gleichzeitig aufnehmen zu können. Ganz besonders eignet sich dieses Instrument zur Beobachtung rasch verlaufender veränderlicher Erscheinungen. So hat Ölschläger³⁾ mit einem von den Siemens-Schuckert-Werken⁴⁾ gebauten Oszillographen die während des Durchbrennens einer Sicherung sich abspielenden Vorgänge deutlich zur Darstellung bringen können.

Eine einfachere Form des Duddellschen Instruments ist von Wehnelt⁵⁾ angegeben worden.

¹⁾ Compt. rend. 1893, S. 502, 748; Ind. El. 1899, S. 137, 361; Journ. de phys. 1902, S. 273.

²⁾ El. 1897, S. 636; Journ. Inst. El. Eng. 1899, S. 1.

³⁾ ETZ. 1904, S. 762. ⁴⁾ Z f E. 1905. ⁵⁾ ETZ. 1903, S. 703.

Edelmann jun. hat einen dem Saitengalvanometer von Einthoven nachgebildeten Saitenoszillograph konstruiert, der den Vorzug besitzt, daß das unifilare System keinen Spiegel trägt, wodurch die Trägheit verringert wird.

Der störende Einfluß der Trägheit und Dämpfung bei den empfindlichen Galvanometern ist von Abraham¹⁾ in seinem Rheograph²⁾ dadurch beseitigt worden, daß er ein Galvanometer von verhältnismäßig großer Trägheit (ca. $\frac{1}{10}$ sec. Schwingungsdauer) an eine vom aufzunehmenden Strom J gespeiste Stromverzweigung anschließt. Diese ruft mit Hilfe eines induktionsfreien Widerstandes und zweier Induktionsspulen in dem beweglichen System des Instruments einen Strom i_t hervor, welcher der

$$\text{Gleichung} \quad i_t = A \cdot \frac{d^2 J}{dt^2} + B \cdot \frac{dJ}{dt} + C \cdot J_t$$

entspricht, worin die Koeffizienten der Galvanometergleichung

$$c \cdot i_t = A \cdot \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + B \cdot \frac{d\alpha}{dt} + C \cdot \alpha$$

genügen müssen, wenn α die vom Strome i erzeugte Ablenkung ist und A das Trägheitsmoment, B die Dämpfungskonstante, C die Direktionskraft bedeuten. Dann ergibt sich aus beiden Gleichungen

$$\alpha = c \cdot J_t,$$

d. h. die Ablenkungen des Spiegels geben die Augenblickswerte des aufzunehmenden Stromes genau wieder. Zur experimentellen Abgleichung der Koeffizienten A, B, C benutzt man Ströme bekannter Kurvenform, (z. B. unterbrochenen Gleichstrom in einem induktionsfreien Stromkreis, der sich bei richtiger Einstellung als Rechteck abbilden muß).

c) Instrumente ohne Trägheit und Dämpfung.

Dazu gehört die Braunsche Röhre³⁾. Sie beruht auf dem schon von Heß⁴⁾ zur Untersuchung elektrischer Wechselströme

1) Journ. de phys. 1897, S. 356; Ecl. El. 1897, S. 145; Compt. rend. 1897, S. 758; Z f I. 1898, S. 30 (Ref).

2) Zu beziehen von Carpentier, Paris.

3) Wied. Ann. 1897, S. 552; ETZ. 1897. S. 267 (Ref); 1898, S. 204; S. 405 (Ebert und Hoffmann); 1901, S. 409 (Weinhold); El. Anz. 1904; S. 264.

4) Compt. rend. 1894, S. 57; Lum. El. 1894, S. 91.

benutzten Prinzip, daß die Kathodenstrahlen durch magnetische Felder abgelenkt werden. Schickt man daher den zu untersuchenden Wechselstrom durch eine Spule, deren Achse senkrecht zu den Kathodenstrahlen steht, so zeigt der auf dem Kalziumsulfidschirm erscheinende Lichtpunkt Schwingungen senkrecht zum Magnetfeld, die sich durch einen rotierenden Spiegel sichtbar machen lassen. Besser ist es jedoch, die Kurve direkt zur Darstellung zu bringen, indem man nach Seefehlner¹⁾ senkrecht zur Indikatorspule eine Hilfsspule anordnet, die von einem linear mit der Zeit veränderlichen Strom gespeist wird. Zur Erzeugung eines solchen Stromverlaufs kann man einen mittels Synchronmotors veränderten Flüssigkeitswiderstand benutzen oder die Spule an ein kreisförmiges von einer Gleichstromquelle gespeistes Widerstandsband²⁾ anschließen, das in jeder Periode des Wechselstromes eine Umdrehung macht.

Zur Aufnahme von Spannungskurven benutzt man die elektrostatische Ablenkung durch das von der zu untersuchenden Spannung zwischen 2 Kondensatorplatten erzeugte elektrische Feld, wie es von Ebert³⁾ und Wehnelt⁴⁾ angegeben ist.

Auf einem anderen physikalischen Gesetz beruht der Glimmlicht-Oszillograph⁵⁾ von Gehrke⁶⁾, der sich besonders für hochgespannte Wechselströme und große Periodenzahlen eignet. Er besteht aus einer mit Stickstoff von 7—8 mm Druck gefüllten Geißlerschen Röhre von ca. 6 cm Durchmesser, in der zwei etwa 20 cm lange feinpolierte Nickeldrähte oder Bleche von 2 mm Durchmesser eingeschmolzen sind. Ein direkter Stromübergang ist durch eine dünne Scheidewand aus Glimmer mit einer seitlichen Öffnung vermieden. Legt man eine Gleichspannung (mindestens 300 V) an die Elektroden, so überzieht sich die Kathode mit einem bläulichen Glimmlicht, dessen Länge von der Spitze des Drahtes gemessen proportional der durch das Gas gehenden Entladestromstärke ($0,04 \text{ A} = 10 \text{ cm Glimmlicht}$) ist, wie Wilson⁷⁾ gezeigt hat.

1) ETZ. 1899, S. 121.

2) ETZ. 1892, S. 300; Wied. Ann. 1899, S. 838; Z f I. 1900, S. 191.

3) Wied. Ann. 1898, S. 240.

4) Verh. d. d. phys. Ges. 1903, S. 29, 178.

5) Zu beziehen von E. Ruhmer, Berlin.

6) Verh. d. d. phys. Ges. 1904, S. 176; Z f I. 1905, S. 33, 278.

7) Phil. Mag. 1902, S. 608.

Bei Wechselstrom sind beide Elektroden von Glimmlicht überzogen. In einem rotierenden Spiegel betrachtet oder kinematographisch aufgenommen¹⁾ erscheinen die zeitlich aufeinanderfolgenden Augenblickswerte der Länge des Glimmlichtes räumlich nebeneinander, deren Umgrenzungslinie die Form der Kurve zeigt.

d) Kurvenindikatoren.

Zur direkten Aufzeichnung der aufzunehmenden Kurven, wie man es bei den Dampfmaschinenindikatoren kennt, sind eine ganze Reihe von Apparaten angegeben. Auf dem Prinzip des Augenblickskontakts von Joubert beruhen die Konstruktionen von Lutowslawski²⁾, Drexler³⁾ und Eichberg⁴⁾. Am gebräuchlichsten ist jedoch der Kurvenindikator von Franke⁵⁾, der aber nur halbautomatisch arbeitet, da die Verstellung der Kontaktbürsten und Schreibvorrichtung von Hand aus geschieht. Ganz selbsttätig dagegen zeichnet der Ondograph⁶⁾ von Hospitalier⁷⁾ die Kurven auf.

Schließlich sei noch der von Rosa⁸⁾ konstruierte Apparat erwähnt, der auf dem Prinzip der Kompensationsmethoden beruht und nur halbautomatische punktförmige Aufnahmen gestattet.

e) Optische Apparate,

Crehore⁹⁾ und Switzer¹⁰⁾ benutzten bei den von ihnen konstruierten Instrumenten die Eigenschaft des elektromagnetischen Feldes, einen polarisierten Lichtstrahl zu drehen. Zwischen 2 Nicolschen Prismen liegt eine mit Schwefelkohlenstoff gefüllte

¹⁾ ETZ. 1905, S. 143.

²⁾ ETZ. 1896, S. 211. ³⁾ ETZ. 1896, S. 378.

⁴⁾ ETZ. 1897, S. 556.

⁵⁾ ETZ. 1899, S. 802; Z f I. 1901. S. 11. Zu beziehen von den Land- und Seekabelwerken, Köln-Nippes.

⁶⁾ Zu beziehen von Danubia, A.-G. Straßburg i. E.

⁷⁾ Electr. 1901, S. 194; Ecl. El. 1901, S. 64; 1903, S. 479; Z f I. 1902, S. 166 (Ref); El. 1904, S. 298.

⁸⁾ El. 1897, S. 126, 221, 318; 1898, S. 582; Phys. Rev. 1898, S. 17; Z f I. 1898, S. 257 (Ref).

⁹⁾ Phys. Rev. 1894, S. 122.

¹⁰⁾ Phys. Rev. 1898, S. 83; Z f I. 1899, S. 189 (Ref).

Röhre, die von der Stromspule umgeben ist. Schickt man weißes Licht durch den Apparat, so wird der analysierende Nicol nur eine Farbe auslöschen. Entwirft man von dem austretenden Licht mittels eines Primas ein Spektrum, so findet man darin einen dunklen Absorptionsstreifen, dessen Lage sich proportional der Stromstärke verändert. Abraham und Buisson¹⁾ legen die Röhre mit der Spule in einen Halbschattenapparat.

17. Analyse periodischer Schwingungen.

Erfüllen die mit der Zeit t veränderlichen Werte einer Schwingungsgröße z. B. der Spannung, Stromstärke, Magnetfelder von Wechselstromapparaten, der Leuchtkraft von Wechselstromlampen u. dgl. die Bedingung, daß ihr Verlauf in Teile zerlegt werden kann, welche eine gleiche Gestalt besitzen, so nennt man sie periodische und die einem Teil entsprechende Zeitdauer eine Periode. Haben die beiden Halbwellen der Schwingung gleichen Flächeninhalt, dann nennt man die Kurve eine reine Schwingung, im anderen Fall dagegen eine wellenförmige. Ein reiner Wechselstrom J liefert demnach in 1 Periode die Elektrizitätsmenge

$Q = \int_0^T J_t \cdot dt = 0$, ein Wellenstrom J_w dagegen ergibt eine

Menge $Q_w = \int_0^T J_{w_t} \cdot dt$, die einem Gleichstrom

$$J_g = \frac{Q_w}{T} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T J_{w_t} \cdot dt$$

entspricht. Man kann also den Wellenstrom²⁾ auffassen als eine Übereinanderlagerung eines Gleichstromes über einen reinen Wechselstrom (z. B. Induktionsströme, Gleichrichterströme, kommutierte Wechselströme).

Zur Charakterisierung der betreffenden Kurvenform empfiehlt sich die Darstellung der Funktion durch eine Gleichung.

¹⁾ Compt. rend. 1897, S. 92; Ecl. El. 1897, S. 221; Z f I. 1897, S. 376 (Ref).

²⁾ ETZ. 1899, S. 511, 517.

a) Arithmetische Analyse.

Fourier hat zuerst gezeigt, daß man jede beliebige periodische Funktion durch eine ∞ große Anzahl harmonischer Sinusschwingungen darstellen kann.

Vereinigt man z. B. die beiden Kurven $y_1 = A_1 \cdot \sin \alpha$ und $y_2 = A_2 \cdot \sin 2\alpha$ miteinander durch Addition oder Subtraktion, so erhält man (Fig. 353) eine von der Sinusform stark abweichende Kurve $y = y_1 + y_2 = A_1 \cdot \sin \alpha + A_2 \cdot \sin 2\alpha$.

Für $y_1 = A_1 \cdot \sin \alpha$ und $y_3 = A_3 \cdot \sin 3\alpha$ wird die Form der Kurve $y = y_1 + y_3$ noch weniger sinusähnlich (Fig. 354).

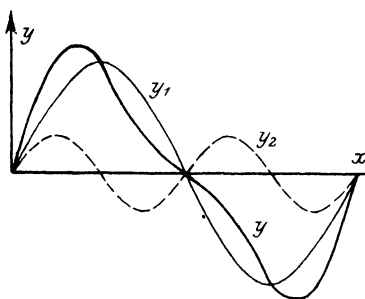


Fig. 353.

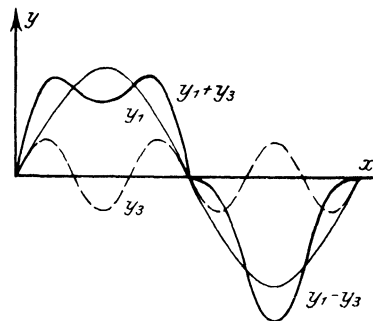


Fig. 354.

Durch Kombination mehrerer Schwingungen oder Obertöne verschiedener Ordnung und Phase ergeben sich beliebige neue Formen. Fourier stellte daher fest, daß jede Kurvenform als eine Summe von Sinus- oder Kosinuskurven sich darstellen läßt durch die Gleichung

$$y = A_0 + A_1 \cdot \sin \alpha + A_2 \cdot \sin 2\alpha + A_3 \cdot \sin 3\alpha + \dots A_n \sin n\alpha + B_1 \cdot \cos \alpha + B_2 \cdot \cos 2\alpha + B_3 \cdot \cos 3\alpha + \dots B_n \cdot \cos n\alpha.$$

Hierin bedeutet $A_0 = B_0 \cdot \cos 0 \cdot \alpha$ einen konstanten Wert, d. h. er entspricht nur einer Verschiebung der Abszissenachse, und stellt außerdem ein Glied gerader Ordnung dar. Fassen wir darin die Glieder gleicher Ordnung zusammen, so erhalten wir für das n te Glied:

$$A_n \cdot \sin n\alpha + B_n \cdot \cos n\alpha.$$

Erweitert man diese Summe mit $\sqrt{A_n^2 + B_n^2}$,

so ergibt sich:

$$\begin{aligned} & \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \cdot \left[\frac{A_n}{\sqrt{A_n^2 + B_n^2}} \cdot \sin n \alpha + \frac{B_n}{\sqrt{A_n^2 + B_n^2}} \cdot \cos n \alpha \right] \\ &= \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \cdot [\cos \delta_n \cdot \sin n \alpha + \sin \delta_n \cdot \cos n \alpha] \\ &= \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \cdot \sin (n \alpha + \delta_n), \end{aligned}$$

worin $\cos \delta_n = \frac{A_n}{\sqrt{A_n^2 + B_n^2}}$

und $\sin \delta_n = \frac{B_n}{\sqrt{A_n^2 + B_n^2}}$

gesetzt ist. Für den Höchstwert $\sqrt{A_n^2 + B_n^2}$ dieser neuen Schwingung soll nun A_n gesetzt werden, so daß die Fouriersche Reihe folgende Form annimmt:

$$y = f(\alpha) = A_0 + A_1 \cdot \sin(\alpha + \delta_1) + A_2 \cdot \sin(2\alpha + \delta_2) + \dots \\ + A_k \cdot \sin(k \cdot \alpha + \delta_k) + A_n \cdot \sin(n \cdot \alpha + \delta_n).$$

Es soll nun unsere aufgenommene Kurve die Gleichung $y = f(\alpha)$ besitzen, so ließe sich diese angeben, wenn die Höchstwerte A und Phasen δ der Einzelschwingungen bekannt wären. Durch einen einfachen mathematischen Kunstgriff läßt sich nun der Höchstwert A_n und die Phase δ_n bestimmen. Multipliziert man nämlich die Gleichung $y = f(\alpha)$ mit $\sin n\alpha \cdot d\alpha$, integriert das Produkt zwischen den Grenzen 0 und 2π und multipliziert mit $\frac{1}{2\pi}$, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} y \cdot \sin n\alpha \cdot d\alpha &= \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} A_0 \cdot \sin n\alpha \cdot d\alpha + \\ &+ \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} A_1 \cdot \sin(\alpha + \delta_1) \cdot \sin n\alpha \cdot d\alpha \\ &+ \dots + \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} A_n \cdot \sin(n\alpha + \delta_n) \cdot \sin n\alpha \cdot d\alpha. \end{aligned}$$

Zur Auflösung der rechten Seite setzen wir die beiden Hilfsintegrale folgender Form als bekannt voraus:

$$\begin{aligned} \text{a) } \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \sin(n\alpha + \delta_n) \cdot \sin(n\alpha + \delta'_n) \cdot d\alpha &= \frac{1}{2} \cdot \cos(\delta_n - \delta'_n). \\ \text{b) } \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \sin(k\alpha + \delta_k) \cdot \sin(n\alpha + \delta_n) \cdot d\alpha &= 0. \end{aligned}$$

Alle Glieder der rechten Seite außer dem n ten besitzen nun die Form b , ergeben daher den Wert Null, während das n te Glied den Betrag $\frac{A_n}{2} \cdot \cos(\delta_n - 0) = \frac{A_n}{2} \cdot \cos \delta_n$ liefert. Hätte man daher die Augenblickswerte y der Kurve mit $\sin n\alpha$ multipliziert, die Fläche der neuen Kurve in ein Rechteck verwandelt und die Höhe desselben p_n gebildet, so erhielte man

$$\text{I. } p_n = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} y \cdot \sin n\alpha \cdot d\alpha = \frac{A_n}{2} \cdot \cos \delta_n.$$

Auf ähnliche Weise erhalten wir durch Multiplikation der Gleichung $y = f(\alpha)$ mit $\cos n\alpha \cdot d\alpha$ einen Wert

$$\text{II. } q_n = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} y \cdot \cos n\alpha \cdot d\alpha = \frac{A_n}{2} \cdot \sin \delta_n.$$

Aus Gleichung I und II folgt durch Quadrieren und Addieren

$$A_n = 2 \cdot \sqrt{p_n^2 + q_n^2}$$

und durch Division $\operatorname{tg} \delta_n = \frac{q_n}{p_n}$. Multipliziert man $y = f(\alpha)$ mit $\cos 0\alpha \cdot d\alpha = d\alpha$, so wird

$$\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} y \cdot d\alpha = A_0$$

die Höhe eines Rechtecks über der Grundlinie 2π , welches gleich der Differenz der Flächen beider Halbperioden ist, d. h. A_0 stellt nur eine Verschiebung der Abszissenachse dar.

Anstatt die Produktkurven $y \cdot \sin n\alpha$ bzw. $y \cdot \cos n\alpha$ zu konstruieren, kann man auch die einzelnen aufgenommenen Augenblickswerte mit $\sin n\alpha$ bzw. $\cos n\alpha$ multiplizieren und ihre algebraische Summe $\Sigma(y \cdot \sin n\alpha)$ bzw. $\Sigma(y \cdot \cos n\alpha)$

bilden. Sind z solcher Werte pro Periode vorhanden, so ergibt sich

$$p_n = \frac{\Sigma(y \cdot \sin n\alpha)}{z} \quad \text{und} \quad q_n = \frac{\Sigma(y \cdot \cos n\alpha)}{z}.$$

Aus diesen Größen wird nun Höchstwert und Phase der einzelnen Schwingungen bestimmt und daraus die Gleichung der Kurve gebildet, indem man Schwingungen, deren Höchstwerte kleiner als $1/0$ der Grundwelle betragen, vernachlässigt.

Im allgemeinen werden auch die Glieder gerader Ordnung A_0 , $A_2 \cdot \sin(2\alpha + \delta_2)$, usw. . . . bei Wechselstrommaschinen fehlen, und bei Gleichpoltypen, wo sie von der Veränderung der magnetischen Leitfähigkeit des Eisens und der Hysteris herrühren, sind sie so gering, daß wir sie vernachlässigen können und erhalten dann als vereinfachte Gleichung

$$y = A_1 \cdot \sin(\alpha + \delta_1) + A_3 \cdot \sin(3\alpha + \delta_3) + A_n \cdot \sin(n\alpha + \delta_n).$$

Die nach dieser Gleichung gezeichnete Kurve zeigt in den beiden Halbperioden einen gleichen zeitlichen Verlauf, d. h. die zweite Halbperiode ist das Spiegelbild der ersten. Diese Tatsache ist daher ein Merkmal für das Nichtvorhandensein von Schwingungen gerader Ordnung, man braucht daher die Integration resp. Summation nur über eine halbe Periode auszudehnen.

Zur Kontrolle der Richtigkeit der Gleichung wird man aus den einzelnen Gliedern den Effektivwert Y bilden und mit dem gemessenen E bzw. J vergleichen. Das geschieht in folgender Weise:

Nach der Definition des Effektivwertes $Y = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} y^2 \cdot d\alpha}$ ergibt sich durch Einführen der rechten Seite aus der Gleichung für y

$$\begin{aligned} Y^2 &= \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} A_1^2 \cdot \sin^2(\alpha + \delta_1) \cdot d\alpha + \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} A_3^2 \cdot \sin^2(3\alpha + \delta_3) \cdot d\alpha \\ &+ \dots + \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} A_n^2 \cdot \sin^2(n\alpha + \delta_n) \cdot d\alpha \\ &+ \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} 2 \cdot A_1 \cdot A_3 \cdot \sin(\alpha + \delta_1) \cdot \sin(3\alpha + \delta_3) \cdot d\alpha \\ &+ \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} 2 A_k \cdot A_n \cdot \sin(k\alpha + \delta_k) \cdot \sin(n\alpha + \delta_n) \cdot d\alpha. \end{aligned}$$

Die quadratischen Glieder haben nach der Form a) allgemein den Wert $\frac{A_n^2}{2} \cdot \cos(\delta_n - \delta_n) = \frac{A_n^2}{2}$, die anderen entsprechen der Form b) und werden gleich Null. Somit ergibt sich:

$$Y = \sqrt{\frac{A_1^2}{2} + \frac{A_3^2}{2} + \dots + \frac{A_n^2}{2}} = E \text{ bzw. } J.$$

Der Effektivwert ist demnach nur von dem Höchstwert der Einzelschwingungen abhängig, dagegen von der Phase (δ) unabhängig.

Hat man mit einer Spannungskurve

$$y = A_1 \cdot \sin(\alpha + \delta_1) + A_3 \cdot \sin(3\alpha + \delta_3) + \dots + A_n \cdot \sin(n\alpha + \delta_n)$$

noch die zugehörige Stromkurve

$$x = B_1 \cdot \sin(\alpha + \gamma_1) + B_3 \cdot \sin(3\alpha + \gamma_3) + \dots + B_n \cdot \sin(n\alpha + \gamma_n)$$

aufgenommen, so kann man daraus die Leistung L folgendermaßen bestimmen:

Nach Analogie der Gleichung

$$L = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} E_t \cdot J_t \cdot dt = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} y \cdot x \cdot d\alpha$$

erhält man

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} A_1 \cdot B_1 \cdot \sin(\alpha + \delta_1) \cdot \sin(\alpha + \gamma_1) \cdot d\alpha \\ &+ \dots + \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} A_n \cdot B_n \cdot \sin(n\alpha + \delta_n) \cdot \sin(n\alpha + \gamma_n) \cdot d\alpha \\ &+ \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} A_1 \cdot B_3 \cdot \sin(\alpha + \delta_1) \cdot \sin(3\alpha + \gamma_3) \cdot d\alpha \\ &+ \dots + \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} A_k \cdot B_n \cdot \sin(k\alpha + \delta_k) \cdot \sin(n\alpha + \gamma_n) \cdot d\alpha, \end{aligned}$$

worin die Glieder ungleicher Ordnung verschwinden, während die anderen allgemein den Wert $\frac{A_n \cdot B_n}{2} \cdot \cos(\delta_n - \gamma_n)$

ergeben, woraus dann

$$\begin{aligned} L &= \frac{A_1 \cdot B_1}{2} \cdot \cos(\delta_1 - \gamma_1) + \frac{A_3 \cdot B_3}{2} \cdot \cos(\delta_3 - \gamma_3) \\ &+ \dots + \frac{A_n \cdot B_n}{2} \cdot \cos(\delta_n - \gamma_n) \end{aligned}$$

wird. Es setzen sich demnach nur die Schwingungen der Spannungs- und Stromkurven gleicher Ordnung zu einer Leistung zusammen¹⁾. Für reine Sinusform wird

¹⁾ Vgl. Polyzyklisches System von Arnold-Bragstad-la Cour, Samml. elektr. Vortr. Bd. V, 11/12. ETZ. 1902, S. 569, 584.

$$L = \frac{A_1 \cdot B_1}{2} \cdot \cos(\delta_1 - \gamma_1) = \frac{E_{max} \cdot J_{max} \cdot \cos \varphi}{2} = E \cdot J \cdot \cos \varphi,$$

wo $\varphi = \delta_1 - \gamma_1$ die Phasenverschiebung zwischen E und J ist.

Der Leistungsfaktor wäre dann

$$\cos \varphi = \frac{L}{E \cdot J} = \frac{A_1 \cdot B_1 \cdot \cos(\delta_1 - \gamma_1) + \dots + A_n \cdot B_n \cdot \cos(\delta_n - \gamma_n)}{\sqrt{(A_1^2 + A_3^2 + \dots + A_n^2) \cdot (B_1^2 + B_3^2 + \dots + B_n^2)}}$$

Aus dem Effektivwert E bzw. J und dem durch Planimetrierung der aufgenommenen Kurve erhaltenen Mittelwert

$$E_{mi} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} E_t \cdot d\alpha$$

bzw. J_{mi} sind dann die von Fleming¹⁾ als „Formfaktoren“ bezeichneten Quotienten

$$f_e = \frac{E}{E_{mi}} \quad \text{und} \quad f_i = \frac{J}{J_{mi}}.$$

ebenfalls leicht zu bestimmen. Mißt man außer dem Effektivwert E mit Hilfe des von Rose und Kühns²⁾ angegebenen Halbperiodenkontakts die mittlere Spannung E_{mi} , so kann man f ohne Aufnahme der Kurve direkt berechnen. Nach der Methode von Loppé³⁾ teilt man bei reinen Schwingungen mit ungeraden Obertönen die Abszisse einer Halbperiode z. B. in $p = 12$ gleiche Teile und mißt die Längen $y_1, y_2 \dots y_{11}$ der zu den $p - 1 = 11$ Teilpunkten gehörenden Ordinaten. Dann schreibt man die Werte der $p = 12$ Ordinaten nach folgendem Schema untereinander und bildet die Summe s und Differenz d zweier übereinanderstehender Werte y .

	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	
	y_{12}	y_{11}	y_{10}	y_9	y_8	y_7	
Summe	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6	
Differenz	d_6	d_5	d_4	d_3	d_2	d_1	

z. B. $s_1 = y_1 - y_{11}$, $s_6 = y_6$, $d_1 = y_5 - y_7$, $d_6 = -y_{12}$. Dann ist das $n = 1, 3, 5 \dots (p - 1)$ te Glied der aus Sinus- (A_n) und Kosinuskurven B_n (S. 475) bestehenden Funktion:

¹⁾ ETZ. 1896, S. 132.

²⁾ ETZ. 1903, S. 992.

³⁾ Ecl. El. 1899, S. 525; 1902, S. 287.

$$A_n = \frac{2}{p} \cdot \left[s_1 \cdot \sin n \cdot \frac{\pi}{p} + s_2 \cdot \sin n \cdot \frac{2\pi}{p} + s_3 \cdot \sin n \cdot \frac{3\pi}{p} + \dots + s_p \cdot \sin n \cdot \frac{\pi}{2} \right]$$

Setzt man darin die Werte für d statt s , so erhält man $B_1, -B_3, B_5, -B_7, \dots + B_{p-3}, -B_{p-1}$. Schreiben wir zur Abkürzung

$$a_{n,1} = \frac{2}{p} \cdot \sin n \cdot \frac{\pi}{p}, \quad a_{n,2} = \frac{2}{p} \cdot \sin n \cdot \frac{2\pi}{p} \dots a_{n,p} = \frac{2}{p} \cdot \sin n \cdot \frac{\pi}{2},$$

so ergeben sich für $p = 12$ und das $n = 1$. Glied die Koeffizienten von s :

$$a_{1,1} = 0,04314 = a_1; \quad a_{1,2} = 0,08333 = a_2; \quad a_{1,3} = 0,11785 = a_3; \\ a_{1,4} = 0,14434 = a_4; \quad a_{1,5} = 0,16099 = a_5; \quad a_{1,6} = 0,16667 = a_6.$$

Die Koeffizienten aller Glieder der Fourierschen Reihe sind aus folgender Tabelle ($p = 12$ Teile) zu entnehmen:

$n =$	1	3	5	7	9	11
$s_1 \cdot d_6$	a_1	a_6	a_5	a_5	a_2	a_1
$s_2 \cdot d_4$	a_2	a_2	a_2	$-a_2$	$-a_6$	$-a_2$
$s_3 \cdot d_1$	a_3	a_3	$-a_3$	$-a_3$	a_3	a_3
s_4	a_4	0	$-a_4$	a_4	0	$-a_4$
s_5	a_5	$-a_3$	a_1	a_1	$-a_3$	a_5
s_6	a_6	$-a_6$	a_6	a_6	a_6	$-a_6$
$\Sigma a \cdot s =$	A_1	A_3	A_5	A_7	A_9	A_{11}
$\Sigma a \cdot d =$	B_1	$-B_3$	B_5	$-B_7$	B_9	$-B_{11}$

Die Reihenfolge der Koeffizienten kann man auch mechanisch dadurch ermitteln, daß man in der Vertikalreihe für $n = 1$ über a_1 einen Koeffizienten $a_0 = 0$ setzt und von a_1 nach unten und zurück nach oben der Reihe nach von 1 bis zu der Ordnungszahl des Gliedes zählt, dessen Koeffizienten bestimmt werden sollen. Sobald man über a_0 gelangt ist, denkt man sich die Vorzeichen der Faktoren a umgekehrt. So gelangt man beispielsweise für das 7. Glied mit 1 von a_1 beginnend über $6 = a_6$ nach 7 zu a_5 . Dann mit 1 von a_4 beginnend über $5 = a_0$ nach 7 zu $-a_2$ und weiter über $4 = a_6$ zu $7 = -a_3$ usw.

Will man eine beliebige periodische Funktion mit Gliedern gerader und ungerader Ordnung in ihre Harmonischen zerlegen,

so kann man eine ähnliche Methode von Runge¹⁾ anwenden, die gegenüber der vorigen einfachere Rechenoperationen erfordert. Nachdem man die aufgenommene Funktion $y = f(\alpha)$ gezeichnet hat, teilt man eine Periode in eine gerade Anzahl, beispielsweise in $p = 12$ gleiche Teile und ermittelt für $\alpha = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ usw. die zugehörigen Ordinaten y_0, y_1, \dots, y_{11} . Diese schreibt man nun in folgender Form übereinander und bildet

	y_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
		y_{11}	y_{10}	y_9	y_8	y_7	
Summe	s_0	s_1	s_2	s_3	s_4	s_5	s_6
Differenz		d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	

Aus den gefundenen Werten für s und d findet man nach folgendem Schema:

	s_0	s_1	s_2	s_3		d_1	d_2	d_3
	s_6	s_5	s_4			d_5	d_4	
Summe:	u_0	u_1	u_2	u_3		w_1	w_2	w_3
Differenz:	v_0	v_1	v_2			z_1	z_2	

Setzt man nun $\sin 30^\circ = \frac{1}{2} = a, \sin 60^\circ = 0,866 = 1 - 0,134 = b$, so kann man sich folgende Tabelle²⁾ aufstellen:

1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2	1
u_0	u_1	$a \cdot v_2$	\div	$-a \cdot u_2$	$a \cdot u_1$	v_0	$a \cdot w_1$	\div	$b \cdot z_1$	\div	w_1
u_2	u_3	v_0	$b \cdot v_1$	u_0	$-u_3$	$-v_2$	w_3	$b \cdot w_2$	\div	$b \cdot z_2$	$-w_3$
S_1	S_2	S_1	S_2	S_1	S_2	S_1	S_1	S_2	S_1	S_2	S_1
$12 A_0$	$6 B_1$		$6 B_2$		$6 B_3$		$6 A_1$		$6 A_2$		$6 A_3$
$12 B_6$	$6 B_5$		$6 B_4$		\div		$6 A_5$		$6 A_4$		\div

Daraus bildet man in den Vertikalreihen 1 und 2 die Summen S_1 und S_2 und erhält aus der Summe $S_1 + S_2$ (vorletzte Reihe) bzw. Differenz $S_1 - S_2$ (letzte Reihe) jeder Doppelreihe die Koeffizienten A und B der Schwingung. Ist die Rechnung richtig durchgeführt, so müssen die beiden Gleichungen

1) Z. f. Math. u. Phys. 1903, S. 443; ETZ. 1905, S. 247.

2) Runge, Theorie und Praxis der Reihen.

$$\begin{aligned}
 \text{I.} \quad & 2 \cdot s_0^2 + s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 + s_4^2 + s_5^2 + 2 s_6^2 = \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{(12 A_0)^2}{2} \right. \\
 & \left. + (6 B_1)^2 + (6 B_2)^2 + (6 B_3)^2 + (6 B_4)^2 + (6 B_5)^2 + \frac{(12 B_6)^2}{2} \right] \\
 \text{II.} \quad & d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2 + d_5^2 \\
 & = \frac{1}{3} \cdot [(6 A_1)^2 + (6 A_2)^2 + (6 A_3)^2 + (6 A_4)^2 + (6 A_5)^2]
 \end{aligned}$$

erfüllt sein.

Genügen 12 Teilpunkte nicht, so müßte man die Rechnung mit 24 Ordinaten ausführen, wie es ebenfalls von Runge (a. a. O.) gezeigt ist.

Sind die Kurvenformen so deutlich ausgeprägt, daß man aus ihnen auf die Anzahl der höheren Harmonischen schließen kann, so läßt sich nach Hermann¹⁾ die Rechnung dadurch wesentlich vereinfachen, daß man nur die für die Bestimmung notwendigen Ordinaten auswählt und daraus nach den für jeden Fall angegebenen Formeln die Höchstwerte der einzelnen Harmonischen ermittelt.

Auch Schleiermacher²⁾ hat ein abgekürztes, aber trotzdem genaues Verfahren angegeben, das den Zweck hat, die Anzahl der unbequemen Multiplikationen zu vermindern und die dafür vorzunehmenden Additionen und Subtraktionen einfacher auszuführen, als bei der Methode von Runge.

b) Zeichnerische Analyse.

Die Projektionsmethode von Clifford und Finsterwalder³⁾ erfordert erst eine Umzeichnung der aufgenommenen Kurve.

Kommt es auf große Genauigkeit nicht an oder sind die Kurven verhältnismäßig einfach, so kann man eine von Houston und Kennelly⁴⁾ angegebene Methode verwenden.

Sie beruht auf folgendem Satz: Teilt man eine ungerade Anzahl w halber Sinuswellen durch p Senkrechte in gleiche Teile, dann wird,

1) Z f I. 1898, S. 158; ETZ. 1910, S. 56, 94.

2) ETZ. 1910, S. 1246.

3) Z. f. Math. u. Phys. 1898, S. 85; Z f I. 1899, S. 283.

4) El. World. 1898, S. 580; ETZ. 1898, S. 714; Z f I. 1899, S. 372.

- a) wenn $\frac{w}{p}$ keine ganze Zahl ist, die Summe der ungeradzahigen Flächenstreifen ($f_1, f_3 \dots$) weniger der Summe der geradzahigen ($f_2, f_4 \dots$) gleich Null, also

$$f_1 + f_3 + f_5 + \dots - (f_2 + f_4 + f_6 + \dots) = S_1 - S_2 = 0.$$

Dabei rechnen die oberhalb der Abszisse liegenden Flächen positiv, die unterhalb gelegenen negativ.

- b) wenn $\frac{w}{p}$ eine ganze Zahl ist,
1. $S_1 - S_2 = p \cdot f_w$ ($f_w =$ Fläche einer Halbwelle), sobald man die Teilpunkte in einem Nullpunkte der Sinuslinie beginnen läßt.
 2. $S_1 - S_2 = 0$, sobald man die Teilung durch die Höchstwerte der Wellen legt.

Will man demnach den Höchstwert A_n der n ten Harmonischen einer Fourierschen Reihe, die nur Glieder ungerader Ordnung enthält, ermitteln, so teile man eine halbe Welle der vorgelegten Kurve von der Länge $\frac{L}{2}$ vom Nullpunkt beginnend in $p = n$ gleiche Teile und bilde die Differenz $D_{n_1} = S_1 - S_2$ aus den Summen S_1 und S_2 der geradzahigen und ungeradzahigen Flächenstücke. Bei der Länge $\frac{L}{2n}$ einer Halbwelle und der mittleren Ordinate $\frac{2}{\pi} \cdot A_n$ der n ten Sinuswelle ist dann $f_w = \frac{2}{\pi} \cdot A_n \cdot \frac{L}{2n}$. Nun war nach dem Satz b, 1 die Differenz $S_1 - S_2 = n \cdot f_w = D_{n_1}$, so daß durch Einsetzen des Wertes von f_w folgt:

$$D_{n_1} = A_n \cdot \frac{L}{\pi} \quad \text{oder} \quad A_n = \frac{\pi \cdot D_{n_1}}{L}.$$

Um den Höchstwert B_n zu bestimmen, legt man die Teilungslinien mitten zwischen die für A_n gezeichneten. Dann ist nach b, 2 die Differenz $S_1 - S_2 = 0$ für die Sinuslinien, dagegen für die Kosinuswellen, in deren Nullpunkte die Teilung jetzt beginnt, $S_1 - S_2 = D_{n_2}$. Daraus folgt, wie vorher:

$$B_n = \frac{\pi \cdot D_{n_2}}{L}.$$

Bezeichnet F_1 den Flächeninhalt für eine Halbperiode der vorgelegten Kurve zwischen $\alpha = 0$ und $\alpha = 180^\circ$, so gilt die Beziehung:

$$F_1 = D_{1_1} + D_{3_1} + D_{5_1} + \dots + D_{n_1} = D_{1_1} + \sum D_{n_1}$$

und daraus

$$\frac{\pi \cdot D_{1_1}}{L} = \frac{\pi}{L} \cdot (F_1 - \Sigma D_{n_1}) = A_1.$$

Mißt man dagegen den Flächeninhalt F_2 der Kurve zwischen den Ordinaten $\alpha = 90$ und $\alpha = 270^\circ$, so wird in ähnlicher Weise:

$$\frac{\pi \cdot D_{1_2}}{L} = \frac{\pi}{L} \cdot (F_1 - \Sigma D_{n_2}) = B_1.$$

Die Ungenauigkeit der Methode rührt daher, daß bei einer großen Anzahl (über 7) von Obertönen die Differenzen D_{q_n} , wo q eine ungerade ganze Zahl > 1 ist, nicht herausfallen, sondern nach b , 2 in D_n als Fehler enthalten sind.

Man kann jedoch auch nachträglich an den niederen Wellen eine Korrektur anbringen, indem man für die höheren Wellen $A_{q \cdot n}$ ermittelt und abwechselnd mit positivem und negativem Vorzeichen zu A_n addiert.

Man könnte die Höchstwerte A_n und B_n der Obertöne auch durch Rechnung aus D_n einer genügenden Anzahl von Werten finden. Es ist nämlich

$$\begin{aligned} D_{n_1} &= n \cdot (f_{w_n} + f_{w_{3n}} + f_{w_{5n}} + \dots f_{w_{q \cdot n}}) \\ &= n \cdot \frac{L}{\pi} \cdot \left(\frac{A_n}{n} + \frac{A_{3n}}{3 \cdot n} + \frac{A_{5n}}{5 \cdot n} + \dots \frac{A_{q \cdot n}}{q \cdot n} \right) \\ &= \frac{L}{\pi} \cdot \left(A_n + \frac{1}{3} \cdot A_{3n} + \frac{1}{5} \cdot A_{5n} + \dots \frac{1}{q} \cdot A_{q \cdot n} \right) \end{aligned}$$

und für die um $\frac{\pi}{2n}$ verschobenen Teilpunkte:

$$D_{n_2} = \frac{L}{\pi} \cdot \left(B_n + \frac{1}{3} \cdot B_{3n} + \frac{1}{5} \cdot B_{5n} + \dots \frac{1}{q} \cdot B_{q \cdot n} \right),$$

wobei das Vorzeichen der 1., 5. = 1 + 4., 9 = 1 + 2.4., ... $m = 1 + r \cdot 4$. Welle negativ zu setzen ist, da ihre ersten Halbwellen negativ sind. Eine Vereinfachung dieser Methode ist von Vavrečka¹⁾ angegeben worden.

In ähnlicher, jedoch einfacherer Weise lassen sich die Einzelschwingungen nach Fischer - Hinnen²⁾ bestimmen, entsprechend dem folgenden mathematischen Satz: Teilt man w Perioden einer Sinuslinie in p gleiche Teile, dann ist die Summe der p Ordinaten

¹⁾ ETZ. 1907, S. 482. ²⁾ ETZ. 1901, S. 396.

gleich Null, wenn $\frac{w}{p}$ keine ganze Zahl ist, dagegen gleich der p fachen Anfangsordinate, wenn $\frac{w}{p}$ eine ganze Zahl ist.

Um darnach einen Punkt der n ten Oberschwingung zu erhalten, addiere man die Ordinaten von n gleich weit um den Winkel $\frac{2\pi}{n}$ auseinanderliegenden Punkten und dividiere die Summe durch n .

Wiederholt man dieses Verfahren für mehrere Punkte, so läßt sich daraus der Verlauf der n ten Schwingung zeichnen. Vorteilhafter ist es jedoch, direkt die Höchstwerte der Einzelschwingungen zu ermitteln. Dazu teilt man eine ganze Periode der vorgelegten Kurve in $n = p$ Teile und addiert die n Ordinaten der Teilpunkte, deren Summe den Wert S_1 ergibt. Da $w = p = n$ ist, können nur Schwingungen von der Ordnungszahl $n, 3n, 5n, 7n, \dots, q \cdot n$ einen Beitrag zu S liefern, der für jede Welle gleich der n fachen Anfangsordinate ist. Da diese für die Sinuswellen den Wert Null besitzt, für die Kosinuswellen dagegen den Höchstwert, so ist

$$S_{n_1} = n \cdot (B_n + B_{3n} + B_{5n} + \dots + B_{q \cdot n}).$$

Verschiebt man nun die Teilung um $\frac{1}{2n}$ Periode, so werden die Kosinuswellen den Beitrag Null, dagegen die Sinuswellen das n fache ihrer Höchstwerte zu der Ordinatensumme S_{n_2} liefern, somit gilt $S_{n_2} = n \cdot (A_n + A_{3n} + A_{5n} + A_{q \cdot n})$, wobei die Höchstwerte der $3., 7., 11., \dots, 3 + r \cdot 4$. Welle negativ zu nehmen sind.

Aus den $2n$ Gleichungen lassen sich dann algebraisch die einzelnen Werte von A_n und B_n bestimmen. Andere Methoden finden sich in *El. World*, 1910, S. 64.

Aus den aufgenommenen Kurven für Spannung und Stromstärke läßt sich außerdem nach König¹⁾ der Formfaktor f , nach Kuhn²⁾ die Elektrizitätsmenge Q , Arbeit A und Leistung L , nach Jakob³⁾ die Leistung L auf einfache Weise zeichnerisch ermitteln.

c) Experimentelle Analyse.

Eine verhältnismäßig umständliche und sehr zeitraubende Methode, die Koeffizienten der Fourierschen Reihe durch Messung

¹⁾ *El. Anz.* 1903, S. 461. ²⁾ *ETZ.* 1907, S. 217.

³⁾ *ETZ.* 1907, S. 243.

direkt zu bestimmen, ist von Des Coudres¹⁾ angegeben. Sie beruht auf dem S. 479 erwähnten Grundsatz, daß Spannungen und Ströme verschiedener Periodenzahl keine Leistung ergeben. Schickt man daher durch die feste Spule eines dynamometrischen Leistungsmessers den zu untersuchenden Wechselstrom

$$J_t = \sum_1^n J_{n_{max}} \cdot \sin(n\alpha + \gamma_n) \text{ und durch die bewegliche Spule einen}$$

sinusförmigen Hilfsstrom $i_t = i_{n_{max}} \cdot \sin(n\alpha + \delta_n)$, dessen Periodenzahl das n fache von derjenigen des zu untersuchenden Stromes J beträgt, dann tritt eine konstante (nicht oszillierende) Ablenkung a_n im Instrument auf, für welche die Beziehung besteht:

$$\text{I. } c \cdot a_n = \frac{J_{n_{max}} \cdot i_{n_{max}}}{2} \cdot \cos(\gamma_n - \delta_n).$$

Die Hilfsströme erzeugt man durch einen Sinusinduktor nach Kohlrausch. Er enthält eine in der Richtung eines Durchmessers magnetisierte Stahlscheibe von ca. 5 mm Dicke und 20 mm Durchmesser, die in einer rechteckigen Spule mittels veränderlicher Zahnradübersetzung von der Maschine gedreht wird. Legt man die Spule um 90° gegen die vorige Lage um, so hat der Hilfsstrom den Wert $i_t = i_{n_{max}} \cdot \sin(n\alpha + \delta_n + 90^\circ)$, und es tritt eine Ablenkung b_n auf entsprechend

$$\text{II. } c \cdot b_n = \frac{J_{n_{max}} \cdot i_{n_{max}}}{2} \cdot \sin(\gamma_n - \delta_n).$$

Aus Gleichung I und II folgt:

$$A_n = J_{n_{max}} = \frac{2 \cdot c}{i_{n_{max}}} \cdot \sqrt{a_n^2 + b_n^2},$$

worin c die Konstante des Instruments bedeutet, und

$$\gamma_n = \arctg \frac{b_n}{a_n} + \delta_n.$$

Man findet $\arctg \delta_n = \frac{n \cdot \mathfrak{C} \cdot \omega}{R}$ aus dem Selbstinduktionskoeffizienten \mathfrak{C} und dem Ohmschen Widerstand R des Hilfskreises.

¹⁾ Verh. d. phys. Ges. zu Berlin 1898, S. 129; ETZ. 1900, S. 752, 770; Z f I. 1899, S. 125 und 1901, S. 187 (Ref).

Die bequemste und vollkommenste Methode der experimentellen Kurvenanalyse rührt von Pupin¹⁾ und Armagnat²⁾ her. Dabei wird nach Fig. 355 die zu untersuchende Spannung E an einen Stromkreis angeschlossen, der eine Spule \mathcal{E} mit veränderlicher Selbstinduktion, einen Kondensator C und einen kleinen

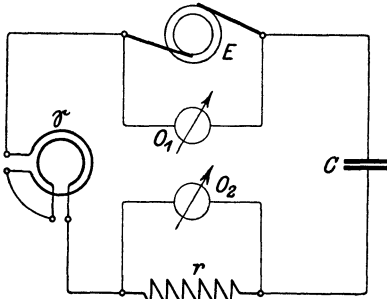


Fig. 355.

induktionsfreien Hilfswiderstand r enthält. Das an den Klemmen von E liegende System O_1 eines Oszillographen dient zur Aufnahme der Spannungskurve, während das zweite System O_2 , das die Spannung an den Klemmen von r zeichnet, den Analysator darstellt. Verändert man \mathcal{E} und C so, daß O_2 eine möglichst sinus-

förmige Kurve zeichnet, dann besteht für die n te Oberschwingung von der Ordnungszahl der Kurve Resonanz zwischen $E_{n_{max}}$ und dem von ihr bei einem Widerstande R (gemessen für kurzgeschlossenen Kondensator C) des Stromkreises erzeugten Strome

$$J_{n_{max}} = \frac{E_{n_{max}}}{\sqrt{R^2 + \left(n \cdot \mathcal{E} \cdot \omega - \frac{1}{n \cdot C \cdot \omega} \right)^2}} = \frac{E_{n_{max}}}{R},$$

da in diesem Fall $n \cdot \mathcal{E} \cdot \omega = \frac{1}{n \cdot C \cdot \omega}$ ist. Die Ordnungszahl n der Oberschwingung läßt sich zugleich mit der Größe von E_{max} ermitteln, wenn man beide Systeme O_1 und O_2 Kurven für gleiche Koordinatenachsen zeichnen läßt. Der Widerstand r hat nur den Zweck, die Empfindlichkeit des Systems O_2 zu verringern, da ein Vorschaltwiderstand, wie man ihn bei O_1 verwenden würde, die Schärfe der Resonanzmaximums beeinträchtigt.

Zur Analyse von Stromkurven nimmt man die einzelnen Schwingungen der Spannung auf, die an einem von dem zu untersuchenden Strom durchflossenen induktionsfreien Widerstande herrscht.

¹⁾ Am. Journ. Sc. 1894, S. 379, 473.

²⁾ Journ. de phys. 1902, S. 345.

d) Harmonische Analysatoren.

Darunter versteht man Apparate, die auf mechanischem Wege eine vorgelegte Kurve in ihre Einzelschwingungen zerlegen.

Das erste derartige Instrument wurde von J. und W. Thomson (Lord Kelvin)¹⁾ konstruiert. Genauer ist der Analysator von Henrici²⁾ und G. Coradi, Zürich. Er enthält soviel Integratoren, als Sinus- und Kosinusglieder in der Reihe enthalten sind und läßt die Koeffizienten $n \cdot A_n$ und $n \cdot B_n$ nach einmaligem Durchfahren der Kurve direkt ablesen. Andere Ausführungsformen sind von Sharp³⁾ Yule⁴⁾, Le Conte⁵⁾ und Terada⁶⁾ angegeben worden. Am vollkommensten und teuersten ist der Analysator von Michelson und Stratton⁷⁾. Man ist damit imstande, nach einer gegebenen Reihe die Kurve zu zeichnen, oder zu einer gegebenen Kurve die einzelnen Koeffizienten zu ermitteln.

Wesentlich einfacher in der Handhabung ist der Apparat von Mader⁸⁾. Er beruht auf der von Clifford und Finsterwalder (S. 483) angegebenen graphischen Methode der harmonischen Analyse und ist ähnlich konstruiert wie derjenige von Yule. Die Vorteile gegenüber allen anderen Formen bestehen darin, daß das Resultat ohne Nebenrechnungen ablesbar ist, jede beliebige Basis Verwendung finden kann und eine Umzeichnung der Kurve fortfällt. Bei seinem geringen Preise erfüllt er daher alle an einen praktisch brauchbaren Apparat zu stellenden Bedingungen.

¹⁾ Proc. Roy. Soc. London 1876, S. 262, 266.

²⁾ Phil. Mag. 1894, S. 110; Proc. Phys. Soc. London 1895, S. 77; Theorie von Grabowski: Wien. Ber. 1901, S. 717.

³⁾ Proc. Phys. Soc. London 1894, S. 89, 599; Phil. Mag. 1894, S. 121.

⁴⁾ Proc. Phys. Soc. London 1894, S. 403; Phil. Mag. 1895, S. 367.

⁵⁾ Phys. Rev. 1898, S. 27; Z f I. 1898, S. 342 (Ref).

⁶⁾ Rep. Tokyo. Phys. Math. Soc. 1905, Z f I. 1905, S. 235 (Ref).

⁷⁾ Am. Journ. Sc. 1898, S. 1; Z f I. 1898, S. 93 (Ref).

⁸⁾ ETZ. 1909, S. 847; Zu beziehen von Gebr. Staerzl, München, Amalienstraße, zum Preise von 120 M.

V. Photometrie.

1. Grundbegriffe.

Das Wesen der Photometrie beruht auf der Messung bzw. Vergleichung der Intensität oder Lichtstärke von leuchtenden Körpern oder Flächen mit Hilfe von Apparaten, die man allgemein als Photometer bezeichnet. Nun besitzen wir kein absolutes Maß für die Lichtstärke, es können die Photometer daher nur zum Vergleichen der Intensität von Lichtquellen mit derjenigen einer bestimmt definierten Einheit dienen.

Ein leuchtender Körper, welcher für unsere Betrachtungen als punktförmig angenommen werden soll, sendet nach allen Richtungen geradlinige Strahlen aus, die den Äther in wellenförmige Bewegung versetzen¹⁾. Die lebendige Kraft der Energie des Lichtpunktes teilt sich demnach allen Ätherteilchen mit und man bezeichnet die in der Zeiteinheit ausgestrahlte Lichtenergie als die Intensität oder Lichtstärke (J) des Punktes. Die Apparate zur Messung dieser Energie des Lichtes führen den Namen Bolometer²⁾. Sie beruhen auf der Eigenschaft stark Licht absorbierender Körper, die Lichtenergie in Wärme umzuwandeln.

Die Einheit der Lichtstärke wird praktisch erzeugt durch die Leuchtkraft einer von Hefner - Alteneck konstruierten Amylacetat-Lampe³⁾, nach welchem sie auch die Bezeichnung „Hefnerkerze“ (HK) führt. Die Lampe besitzt eine Dochtröhre von 8 bzw. 8,3 mm Durchmesser. Als Brennstoff wird reines Amylacetat⁴⁾ verwendet. Die Flammenhöhe beträgt 40 mm.

Daneben findet man in Deutschland, England und Frankreich als Einheiten⁵⁾ 1 Carcel = $10,7_5$ HK und die 10 Kerzen-Pentanolampe = $10,9_5$ HK.

¹⁾ Lummer, ETZ. 1902, S. 787. ²⁾ Z f I. 1892, S. 81.

³⁾ ETZ. 1884, S. 20. Siemens & Halske, Berlin und Dr. Krüß, Hamburg.

⁴⁾ Chem.-techn. Institut Karlsruhe.

⁵⁾ Z f I. 1908 S. 179 (PTR).

Da sich das Licht kugelförmig ausbreitet, so findet sich die ganze Energie J des Lichtpunktes in einem Abstände r_1 auf einer Kugel von der Oberfläche $4\pi \cdot r_1^2$ mit der Intensität J_1 . Es muß daher $J = 4\pi \cdot r_1^2 \cdot J_1$ und für den Abstand r_2 analog $J = 4\pi \cdot r_2^2 \cdot J_2$ sein, woraus folgt

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}.$$

Diese Gleichung stellt das Grundgesetz der Photometrie dar, indem sie aussagt, daß die Lichtstärken J_1 und J_2 in den Entfernungen r_1 und r_2 von einer Lichtquelle sich umgekehrt verhalten, wie die Quadrate der Abstände.

Erzeugen nun zwei Lichtquellen mit der Lichtstärke J_1 und J_2 in einem Punkt P entsprechend den Entfernungen a und b die gleiche Intensität J , so ist

$$J = \frac{J_1}{4\pi \cdot a^2} = \frac{J_2}{4\pi \cdot b^2}$$

oder es verhält sich $\frac{J_1}{J_2} = \frac{a^2}{b^2}$.

Zur Bestimmung der Intensitätsgleichheit bringt man an die Stelle P ein Photometer.

Treffen die Strahlen einer Lichtquelle (Fig. 356) von der Intensität J senkrecht eine beliebig gestaltete Fläche f in dem Abstand r , so befindet sich daselbst die Intensität

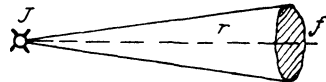


Fig. 356.

$$J' = \frac{J}{r^2}.$$

Die auf die ganze Fläche f ausgestrahlte Energie, welche man als Lichtstrom φ bezeichnet, ist demnach

$$J' \cdot f = \frac{J \cdot f}{r^2} = \varphi.$$

Darin kann man $\frac{f}{r^2} = \omega$

als den Körperwinkel bezeichnen, unter dem die Fläche f von der Lichtquelle aus gesehen wird, so daß auch

$$\varphi = J \cdot \omega$$

wird. Die Fläche, welche der gesamte von J ausgesandte Lichtstrom Φ senkrecht trifft, ist eine Kugel, von der Oberfläche

$$f = 4\pi \cdot r^2;$$

man erhält daher $\Phi = J \cdot \frac{4\pi \cdot r^2}{r^2} = 4\pi \cdot J$,

wonach sich die Intensität $J = \frac{\Phi}{4\pi}$

auch definiert als der Lichtstrom für die Einheit des Körperwinkels. Die Einheit des Lichtstroms ist derjenige Strom, welcher in dem Körperwinkel 1 von einem Lichtpunkt mit der Intensität $J = 1$ HK hervorgerufen wird und heißt Lumen (Lm).

Wird eine zur Strahlungsrichtung senkrechte Fläche von F (qm) im Abstand r (m) von einem Lichtstrom φ getroffen, so ist die Beleuchtung

$$E = \frac{\varphi}{F} = \frac{J \cdot F}{r^2} \cdot \frac{1}{F} = \frac{J}{r^2}.$$

Für $r = 1$ m und $J = 1$ HK wird $E = 1$, d. h. die Einheit der Beleuchtung hat diejenige Fläche, welche von einer im senkrechten Abstand von 1 m aufgestellten Hefnerkerze beleuchtet wird. Man nennt diese Einheit 1 Lux (Lx).

Hat ein leuchtender Körper die Flächengröße f (qcm) bei einer Intensität J , so bezeichnet das Verhältnis

$$\frac{J}{f} = e \text{ HK/qcm}$$

den Glanz oder die Flächenhelligkeit der Lichtquelle. Die chemische Einwirkung des Lichts ist jedoch nicht nur von der Beleuchtung E , sondern auch von ihrer Zeitdauer t abhängig. Das Produkt

$$j = E \cdot t$$

bezeichnet man als Belichtung, deren Einheit „Luxsekunde“ oder auch „Phot“ genannt wird. Auch für die von einer Lichtquelle in t Sekunden auf eine bestimmte Fläche ausgestrahlte Lichtmenge

$$Q = \varphi \cdot t$$

hat man eine Einheit, nämlich die Lumensekunde oder „Rad“ festgelegt. Diese Größen sind als Photometrische Einheiten vom VDE.¹⁾ und VdGW. angenommen worden.

Wie die verschiedenen Photometer nun zur Messung verwendet werden, soll in den folgenden Kapiteln gezeigt werden.

¹⁾ ETZ. 1897, S. 474.

2. Photometer von Bunsen.

Das einfachste, wenn auch wenig genaue Photometer, wie es von Bunsen angegeben ist, war lange Zeit das gebräuchlichste Instrument zur Vergleichung von Lichtintensitäten. Es besteht im wesentlichen aus einem Papierschirm, in dessen Mitte sich ein mit Stearin gemachter Fettfleck befindet. Dieser besitzt die wichtige Eigenschaft, mehr Lichtstrahlen hindurchzulassen

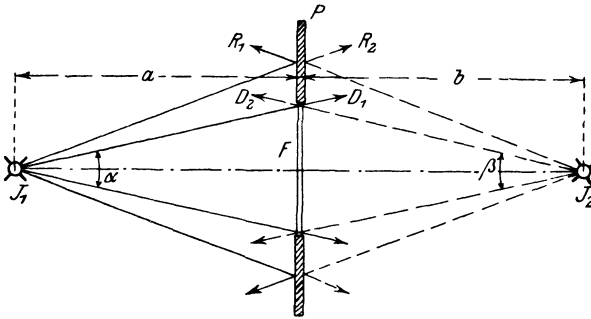


Fig. 357.

als das nicht gefettete Papier. Denken wir uns auf einer Photometerbank in der Normalen zum Papier P mit dem Fettfleck F (Fig. 357) die beiden Lichtquellen J_1 und J_2 angeordnet, so gehen von der Lichtquelle J_1 die unter dem Raumwinkel α den Fettfleck treffenden Strahlen D_1 fast vollständig hindurch, während die anderen (R_1) von dem Papierschirm P reflektiert werden. Von der linken Seite gesehen erscheint daher das Papier P hell, da von ihm Strahlen ausgehen, und der Fleck F dunkel, weil er fast gar kein Licht reflektiert. Die rechte Seite würde dagegen innen hell, außen dunkel sein, wenn die Lichtquelle J_2 nicht vorhanden wäre. Da diese aber von rechts die Strahlen D_2 durch den Fettfleck hindurchsendet, so hängt der Helligkeitsunterschied zwischen Fleck und Papier von der Intensität der Strahlen D_1 und R_2 bzw. D_2 und R_1 ab. Reguliert man die Entfernungen a , b soweit, daß F und P gleiche Helligkeit haben, so erzeugen beide Lichtquellen an der Stelle des Photometerschirms gleiche Intensität, es muß daher

$$\frac{J_1}{J_2} = \frac{a^2}{b^2}$$

sein. Ist J_1 eine Hefnerkerze, so kann J_2 berechnet werden, wenn man die Längen a und b mißt. Dieses Gesetz ist jedoch nur genau, wenn man die Lichtquellen gegenüber den Entfernungen a , b als Punkte betrachten kann, d. h. die Strecken a , b nicht zu klein gewählt sind. Außerdem muß der Papierschirm auf beiden Seiten gleichmäßige Beschaffenheit besitzen. Von mehreren Beobachtungen wählt man natürlich das Mittel. Hierbei kann allgemein der Meßfehler bis zu 3 % und, wenn man möglichst alle Vorschriften zur Beseitigung von Ungenauigkeiten berücksichtigt, immer noch 1 % betragen.

Als Regeln für die Eliminierung von Fehlerquellen seien folgende angeführt:

1. Die Photometerbank muß ca. 2,5 bis 3,0 m lang sein.
2. Photometerschirm und Lichtquelle müssen in einer Geraden, der Achse des Photometers liegen.
3. Reflektiertes oder fremdes Licht darf das Photometer nicht treffen.
4. Soweit möglich, arbeite man nach der Substitutionsmethode mit einer konstanten Hilfslichtquelle und mache Beobachtungen für verschiedene Schirmseiten.

In diesem Fall ist der Photometerschirm entweder um 180° umlegbar, oder es können durch einen Winkelspiegel beide Seiten zu gleicher Zeit betrachtet werden.

Hierbei soll auch noch ein von Ritchie konstruiertes Photometer erwähnt werden, welches in einem zylindrischen Rohr R (Fig. 358) ein gleichschenkliges, mattgeschliffenes Magnesia- oder Gipsprisma P enthält, dessen Kante durch ein Diopter O in einem seitlichen Ansatzrohr r beobachtet werden kann. Bei gleicher Intensität an der Stelle des Prismas wird die Kante unsichtbar und das Prisma erscheint als eine gleichmäßige helle Fläche.

3. Photometer von Lummer & Brodhun.

Alle Fehler, welche dem realen Fettfleck anhaften, sind von Lummer & Brodhun¹⁾ durch eine optische Vorrichtung beseitigt, welche einen „idealen“ Fettfleck darstellt. Sie besteht

¹⁾ Z f I. 1889, S. 23, 41.

im wesentlichen aus zwei rechtwinkligen Glasprismen C und D (Fig. 359). Die kugelförmige Oberfläche des Prismas D besitzt einen Planschliff $a \div b$, mit dem es gegen die Hypotenuse von C dicht angepreßt ist. Befinden sich in J_1 und J_2 Lichtquellen, so geht von J_1 ein Lichtbündel d_1 durch die Berührungsfläche $a \div b$ ungehindert hindurch, während die außerhalb $a \div b$ auftreffenden Strahlen r_1 total

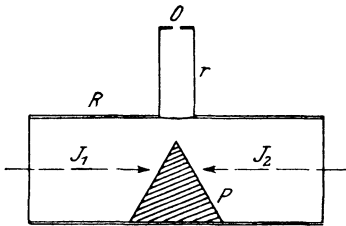


Fig. 358.

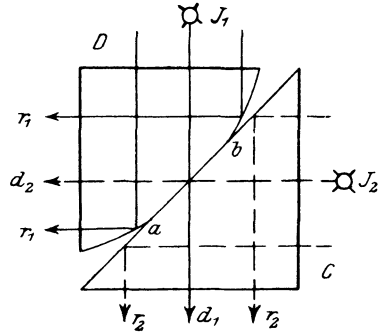


Fig. 359.

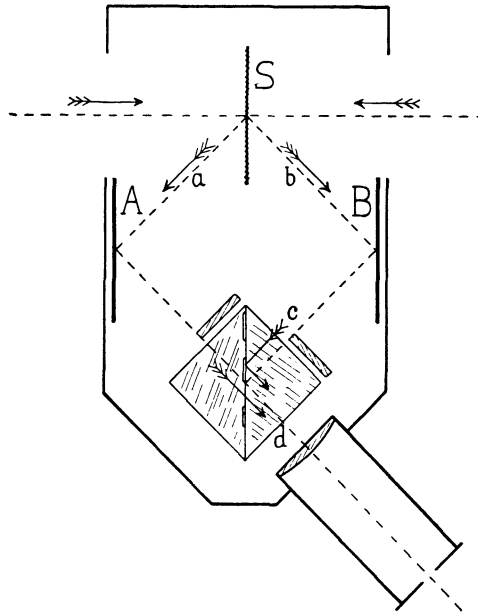


Fig. 360.

ihrem etwas hellern Grunde abheben. Der mittlere Fehler einer Einstellung beträgt in diesem Fall nur 0,25 %.

Zur Vergrößerung der Genauigkeit der Einstellung läßt sich das Photometer auch für Beobachtung mit beiden Augen¹⁾ einrichten.

4. Photometer nach Martens ²⁾.

Die Konstruktion ist folgende (Fig. 363 und 364):

Von den Lichtquellen X und N ausgehend, treffen die zu vergleichenden Lichtbündel einen Gipsschirm S , werden von hier durch Spiegel nach zwei Prismen geworfen und nach einem Zwillingen-

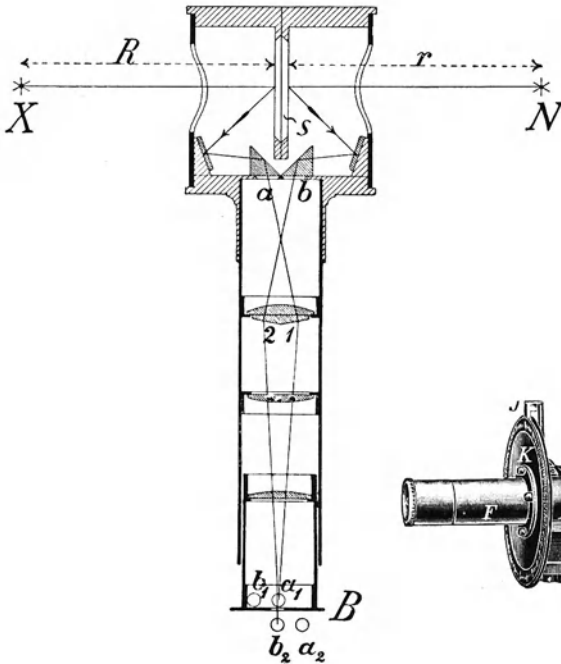


Fig. 363.

Fig. 364.

prisma reflektiert, dessen Kante durch ein Linsensystem und Dioptr B beobachtet werden kann. Das von X kommende Strahlen-

¹⁾ Z f I. 1910, S. 329. ²⁾ Verh. d. d. Ph. Ges., Jahrg. I, Nr. 15.

bündel a beleuchtet die Fläche 1, während b die andere Seite 2 des Zwillingsprismas erhellt. Bei gleicher Intensität verschwindet die Grenzlinie, im anderen Fall dagegen sind die Felder vollkommen scharf voneinander getrennt.

Zur Messung der Beleuchtung E von Flächen dient ein ebenfalls von Martens¹⁾ konstruierter Apparat, wie ihn Fig. 365 im

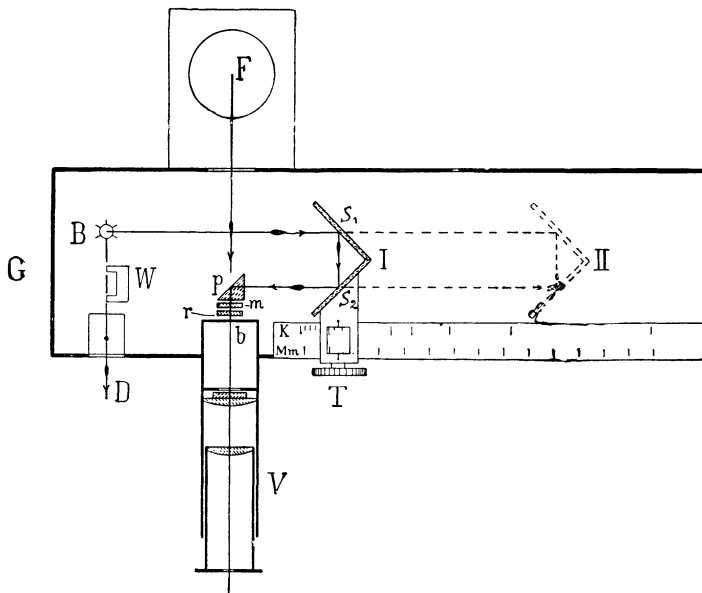


Fig. 365.

Horizontal- und Fig. 366 im Vertikalschnitt angibt. Die Gipsplatte F wird in die Ebene gebracht, deren Beleuchtung gemessen werden soll. Die von F ausgesandten Strahlen gehen durch die Öffnung b eines Diaphragmas (bei starker Beleuchtung ist noch ein Rauchglas r vorgeschaltet) nach der Fläche 2 des Zwillingsprismas Z , dessen andere Fläche 1 durch das diffuse Licht der von einer Benzinlampe B beleuchteten Milchglasplatte m erhellt wird. Um die Helligkeit der Platte m ändern zu können, ist es erforderlich, die Länge des Strahlenweges regulierbar anzuordnen. Zu dem Zweck werden die von der Lampe B kommenden Strahlen erst

¹⁾ Verh. d. d. Ph. Ges. 1903, S. 436.

nach einem mittels der Stellvorrichtung T verschiebbaren Winkelspiegel $S_1 S_2$ (Fig. 365) geleitet, von dem sie nach der Platte m reflektiert werden. Die Weglängen r_1 bzw. r_2 der Strahlen für die Stellungen des Spiegels I bzw. II können an einer Millimeterteilung M_m abgelesen werden, sind jedoch immer in Zentimetern anzugeben.

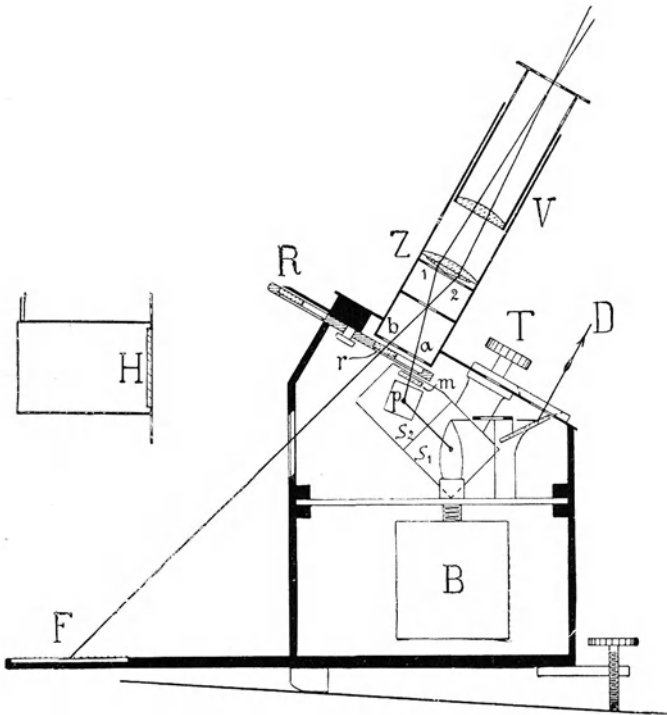


Fig. 366.

Bei ungleicher Beleuchtungsstärke erscheint die Trennungslinie der Felder 1 und 2 des Zwillingsprismas Z scharf abgegrenzt. Durch Verschiebung des Spiegelsystems $S_1 S_2$ wird gleiche Helligkeit der Felder eingestellt, so daß die Grenzlinie verschwindet. Ist dabei ein Abstand r an der Skala abgelesen worden, so erhält

man die Beleuchtung
$$E = \frac{c}{r^2},$$

worin c eine Konstante des Instruments ist. r läßt sich von 10 bis 38 cm ändern, so daß Beleuchtungen im Verhältnis

$$1 : 3,8^2 = 1 : 15$$

gemessen werden können.

Zur Vergrößerung des Meßbereichs befinden sich in einer Revolverblende R mehrere verschieden lichtdurchlässige Rauchgläser r , deren Stellung durch eine oben bei R sichtbare Bezeichnung

$$c_1 \div c_5$$

angegeben wird. Die Größe der Konstanten c ($0,01 \div 100$) ist bei jedem Apparat angegeben.

Außerdem ist noch eine Teilung K vorhanden, welche den Wert $\frac{c_3}{r^2} = E$ direkt in Lux angibt.

Auf diese Weise ergibt sich bei einer Intensität der Benzinlampe von 0,05 HK ein Meßbereich von 0,1 bis 15 000 Lux. Diese Einrichtung ermöglicht es außerdem, die Intensität J von Lichtquellen auch in beliebiger Höhe R nach der Gleichung $J = \frac{E}{R^2}$ zu bestimmen, wenn E in Lux und R in m gemessen sind.

5. Photometer von L. Weber ¹⁾.

Dieses Photometer besteht aus einem Rohr A (Fig. 367), welches rechts die Vergleichslichtquelle b (Benzinlampe von 0,5 HK), links einen um die Achse von A drehbaren Tubus B trägt.

Die Lampe b beleuchtet in der Entfernung r (cm) eine Milchglasplatte f , während die Platte g ihre Helligkeit von der im Abstände R (cm) von ihr entfernt aufgestellten zu untersuchenden Lichtquelle durch das Rohr k erhält. Zum Vergleich der Beleuchtung von g und f dient ein Lummersches Prisma p . Stellt man nun Platte f so ein, daß die photometrischen Vergleichsfelder des Prismas p gleich hell sind, so ergibt sich die Intensität

$$J = c_3 \cdot \frac{R^2}{r^2} \text{ HK.}$$

Die Konstante c_3 ist für das betreffende Instrument vorher zu bestimmen bzw. bekannt.

¹⁾ Z f Opt. u. Mech. 1883, S. 181; Z f I. 1891, S. 6; 1907, S. 183.

In gleicher Weise läßt sich das Photometer zur Bestimmung der Beleuchtung E von Flächen benutzen. Dafür findet entweder ein weißer Schirm oder ein mattiertes Milchglas Verwendung.

Haben die miteinander zu vergleichenden Lichtquellen verschiedene Färbung, so kann man nach einer ebenfalls von Weber angegebenen Methode¹⁾ feststellen, welche Intensität dem untersuchten Licht in bezug auf Sehschärfe äquivalent ist. Man erkennt nämlich den Farbenunterschied an der verschiedenen Färbung

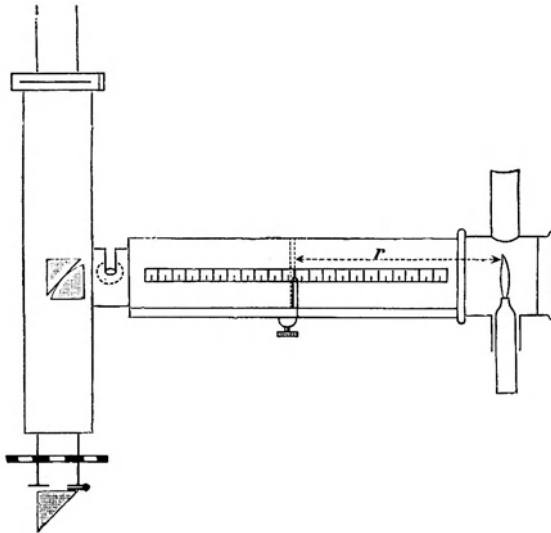


Fig. 367.

der optischen Vergleichsfelder. In diesem Fall schaltet man vor das Okular die Platte F mit einem grünen Glase und macht die Einstellung und Ablesung wie sonst, wobei sich ein Wert G ergibt. Nun schiebt man statt des grünen ein rotes Glas vor und findet die Intensität R . Bildet man jetzt den Quotienten $\frac{G}{R}$, so erhält man eine Zahl, für die aus einer dem Photometer beigegebenen Tabelle ein Wert k entnommen wird. Dann ist die wirkliche Intensität J oder Beleuchtung E gegeben durch

$$J \text{ bzw. } E = k \cdot R.$$

¹⁾ ETZ. 1884, S. 166.

Eine ähnliche Konstruktion ist als Universalphotometer von Sharp und Millar¹⁾ angegeben worden.

6. Flimmerphotometer.

Zur Vergleichung farbiger Lichtquellen mit anders gefärbten Normalen kann man ebenso wie für weißes Licht ein Photometer anwenden, welches auf dem von Rood²⁾ gefundenen Flimmerprinzip beruht. Hierbei ist es nicht notwendig, vorher die Konstanten wie bei dem Weberschen Instrument zu bestimmen.

Die Konstruktion³⁾ zeigt Fig. 368. Ein Gipsprisma G , welches zur Vermeidung von Fehlern infolge Ungleichmäßigkeit der Flächen um einen Winkel von 180° umgelegt werden kann, wird von den beiden Lichtquellen J_1 und J_2 beleuchtet und befindet sich im Brennpunkt einer

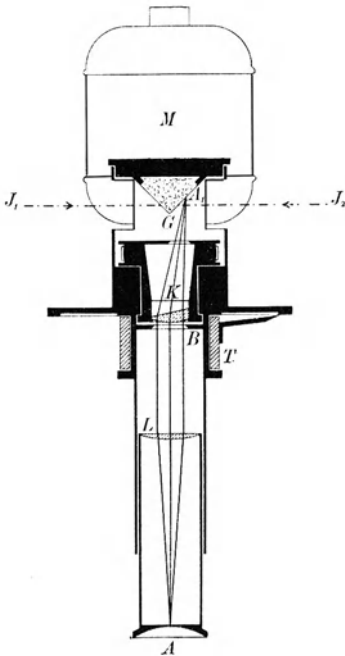


Fig. 368.

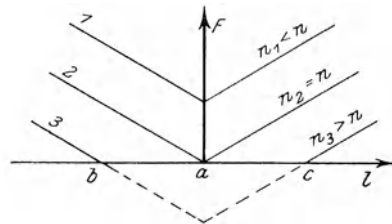


Fig. 369.

keilförmigen Linse K . Das von dem Diaphragma B begrenzte Gesichtsfeld kann durch eine Lupe mit der Linse L und Diopter A beobachtet werden. Wird jetzt die Hülse, in der sich die Linse K befindet, durch den Elektromotor M

¹⁾ El. 1908, S. 562.

²⁾ Am. Journ. Sc. 1899. S. 258; Z f I. 1900, S. 190.

³⁾ Z f I. 1905, S. 45.

(ca. $\frac{1}{60}$ PS) in schnelle Rotation versetzt, so wird das ganze Gesichtsfeld abwechselnd von der rechten oder linken Fläche des Prismas G beleuchtet, und zwar ergeben sich nur dann richtige Resultate, wenn alle Stellen des Gesichtsfeldes gleich stark und gleich lange Zeit erhellt werden. Durch diese schnell aufeinander folgenden Veränderungen der Beleuchtung entsteht im Auge der Eindruck des Flimmerns, welches allerdings von der Geschwindigkeit der Drehung der Linse K und der Individualität des Beobachters abhängt. Ist die Drehzahl die richtige und die Helligkeit der Gipsflächen gleich groß, so verschwindet das Flimmern und man sieht nur eine homogene helle Fläche. Ist die Umdrehungszahl zu niedrig, so findet man beim Verschieben des Photometers nur einen Punkt a (Fig. 369), für welche das Flimmern F ein Minimum wird, während es außerhalb dieser Stellung in beiden Richtungen zunimmt. Stellt man die Abhängigkeit des Flimmerns F von dem Standort l des Instruments graphisch dar, so erhält man eine Kurve 1. Vergrößert man die Drehzahl n , so verschiebt sich diese Kurve nach unten. Hat der Motor die richtige Drehzahl, so liegt das Minimum des Flimmerns in der Abszissenachse, d. h. nur in dieser Stellung allein erscheint das Gesichtsfeld gleichmäßig hell, ohne zu flimmern (Kurve 2). Wird die Drehzahl zu groß, so verschwindet das Flimmern für die Stellung des Photometers innerhalb der Punkte b c (Kurve 3). In diesem Fall muß man die richtige Stellung a durch Interpolation bestimmen oder die Drehzahl erniedrigen.

Um ein genaueres und weniger ermüdendes Einstellen zu erreichen, verwendet man 2 in der Phase verschobene Flimmerphänomene, wie Bechstein¹⁾ gezeigt hat.

Eine andere Form des Kosinus - Flimmerphotometers ist von Dow²⁾ angegeben.

7. Polarisationsphotometer.

Ein Instrument, welches die Eigenschaft der Polarisation des Lichts zur Vergleichung von Lichtintensitäten benutzt, ist von L. Weber³⁾ konstruiert worden. Dasselbe gehört wie das Milch-

¹⁾ Z f I. 1906, S. 249.

²⁾ Phil. Mag. 1907, S. 644; Z f I. 1908, S. 160 (Ref).

³⁾ Z f I. 1891, S. 6.

glasphotometer zu den sog. tragbaren Apparaten. Bequemer in der Handhabung und genauer ist ein von Martens¹⁾ angegebenes Polarisationsphotometer, dessen neuere Form²⁾ Fig. 370 zeigt.

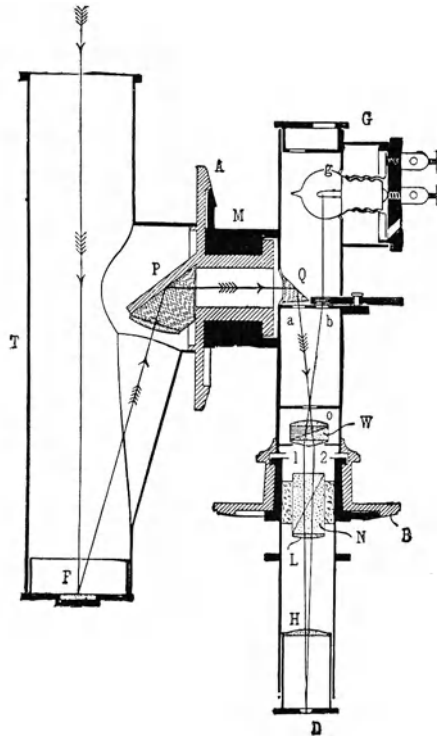


Fig. 370.

Eine Säule *A* trägt oben ein um ihre Achse drehbares Mittelstück *M*, welches rechts das Gehäuse *G* für die Normallampe *g* und das mit dem Teilkreis *B* versehene Polarisationsphotometer, links den Tubus *T* trägt. Dieser ist um eine horizontale Achse drehbar und besitzt eine Teilscheibe *A*, an welcher die Neigung gegen die Horizontale abgelesen werden kann. Richtet man den

¹⁾ Phys. Zeitschr. 1900, S. 299.

²⁾ Verh. d. d. Ph. Ges., Jahrg. V, Nr. 7.

Tubus T auf die zu vergleichende Lichtquelle, so treffen ihre Strahlen die diffus reflektierende Gipsfläche F , dann das Prisma P , wo sie nach dem Prisma Q gebrochen und von diesem total reflektiert werden. Durch die Öffnung a eines Diaphragmas beleuchten sie nach dem Durchgange durch die Linse O und ein doppelt brechendes Wollaston - Prisma W die Fläche 2 des Zwillingprismas, aus dem sie polarisiert heraustreten und durch das analysierende Nicolsche Prisma N und die Linsen L und H in das Auge des Beobachters gelangen. In ähnlicher Weise verlaufen die von einer vor der Öffnung b befindlichen und von der Normallampe g beleuchteten Milchglasplatte ausgehenden Strahlen; nur treffen sie die Fläche 1 und schwingen in einer zu der Richtung der polarisierten Strahlen 2 senkrechte Ebene. Im allgemeinen sieht man daher die Trennungslinie zwischen den beiden optischen Gesichtsfeldern 1 und 2. Dreht man aber den Analysator N , so kann man gleiche Helligkeit der beiden Felder erhalten. Da diese Einstellung für jedes beliebige Intensitätsverhältnis der Strahlen a und b möglich sein muß, so hat das Instrument theoretisch einen unbegrenzten Meßbereich.

Ist R (cm) der Abstand der zu messenden Lampe von der Gipsfläche F und wurde nach der Einstellung auf gleiche Helligkeit durch Drehen des Nikols N an der Teilscheibe B ein Winkel α abgelesen, so ist die Intensität

$$J = c \cdot R^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha.$$

Bringt man an Stelle der Intensität J eine Hefnerlampe in der Entfernung r (cm), so wird $J = 1$ und die Konstante kann dann durch Einstellen auf einen Winkel α_0 aus $c = \frac{1}{r^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha_0}$ berechnet werden, wobei sich für α_0 zwei verschiedene Werte und damit auch zwei Konstanten c und c' ergeben.

Um Fehler in der Ablesung oder in der mechanisch ausgeführten Gradeinteilung der Skala zu eliminieren, empfiehlt es sich, in ähnlicher Weise wie bei den geodätischen Instrumenten die Ablesung des Winkels mit vierfacher Repetition etwa nach folgendem Schema (s. nächste Seite) vorzunehmen:

In gleicher Weise läßt sich auch die Beleuchtung E messen, indem man an Stelle des Deckels mit der Gipsplatte F eine Milchglasplatte einsetzt und dieselbe in die betreffende Ebene einstellt. Das andere Ende δ des Tubus T wird mit einem Deckel abge-

α_1	α_2	α_3	α_4
14,7	164,9	194,6	345,4
14,9	165,1	194,7	344,9
15,1	165,0	195,1	345,0
Mittel = 14,9 + 180,0	165,0	194,8 180,0	345,1
$-\alpha_2 = 194,9$ 165,0	$-\alpha_4 =$	374,8 345,1	
$\alpha_5 = 29,9$	$\alpha_6 =$	29,7	
$\alpha = \frac{\alpha_5 + \alpha_6}{4} = \frac{29,9 + 29,7}{4} = 14,9.$			

geschlossen. Ergibt sich bei gleicher Helligkeit der Vergleichsfelder ein Drehungswinkel α des Analysatornikols N , so wird

$$E = c \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha,$$

worin c ebenfalls mit einer Hefnerlampe zweideutig bestimmt wird.

8. Lichtmessung mittels Ulbrichtscher Kugel.

Die Ermittlung der mittleren räumlichen Intensität J_0 durch nur eine Messung führte zur Konstruktion von sogenannten Integralphotometern. Zu diesen rechnet man das von Blondel¹⁾ konstruierte Lumenmeter und das „integrierende“ Photometer von Matthews²⁾, das jedoch nur summiert. Am vollkommensten ist das „Kugelphotometer“ von Ulbricht³⁾, da es im Gegensatz zu den beiden vorhergehenden Apparaten auch für die Messung axial asymmetrischer Lichtquellen benutzt werden kann. Es ist kein eigentlicher Meßapparat, sondern nur ein Hilfsmittel zur Erzielung eines Mittelwerts aus verschiedenen Werten der räumlichen Intensität. Zur Messung ist daher noch eins der vorher erwähnten Photometer erforderlich. Die Konstruktion ist folgende: Ausgehend von der Tatsache, daß in einer vollkommen diffus reflektierenden Hohlkugel die von einer im

¹⁾ Ecl. El. 1895, S. 57, 406, 538, 583; Compt. rend. 1895, S. 311, 550.

²⁾ Tr. AIEE. 1901, S. 671; 1902, S. 1465; Z f Bel. 1903, S. 91, 335.

³⁾ ETZ. 1900, S. 595; 1905, S. 512, 1047; 1906, S. 50; 1907, S. 777; 1909. S. 322; 1910, S. 1295.

Innern befindlichen Lichtquelle hervorgerufene Beleuchtung an allen Stellen der Wandung gleiche Stärke hat, bekleidete Ulbricht die innere Fläche einer Hohlkugel aus Glas bzw. Eisenblech (Fig. 371) von ca. 50 cm Durchmesser mit einem aus Kreide und Wasserglas hergestellten und sauber mattgeschliffenen Überzug bis auf ein freibleibendes kreisförmiges Stück M von 11 cm Durchmesser. Außen ist die Kugel außer M mit einem undurchsichtigen Lack überzogen. Von oben her wird die zu untersuchende Lampe L eingeführt und ihre direkten Strahlen von M durch eine weiße Blende oder ein Milchglas B von 20 qcm Fläche ferngehalten. Sämtliche im Innern befindlichen Teile sind ebenfalls mit weißem Überzug versehen.

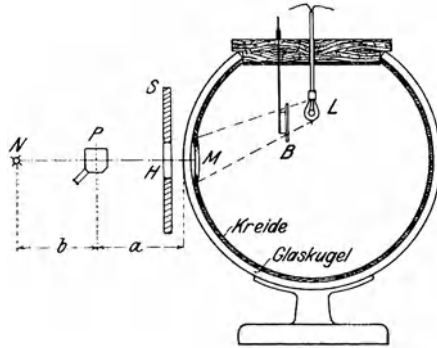


Fig. 371.

Spätere Konstruktionen von Corsepius¹⁾ und Monasch²⁾ sind aus Blech, event. mit Versteifungsrippen, bei 2 m Durchmesser hergestellt.

Vor dem Gebrauch wird der Apparat folgendermaßen geeicht: Man bestimmt nach einer der früheren Methoden durch Messung unter verschiedenen Winkeln die mittlere sphärische Intensität J einer Glühlampe, führt sie in die Kugel ein und bestimmt die Lichtstärke J' der durch einen Schirm S mit einer Öffnung von 8 cm Durchmesser scharf begrenzten Milchglasplatte M mit Hilfe einer Normallampe N . Dann ist die Konstante

$$c = \frac{J}{J'} \quad \text{bestimmt.}$$

Führt man jetzt eine Bogenlampe von J_1 HK Leuchtkraft in die Kugel ein und findet für die Fläche M die Intensität

$$J_2 = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \cdot N,$$

so ergibt sich $J_1 = c \cdot J_2 = c \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^2 \cdot N$.

1) ETZ. 1906, S. 468. 2) ETZ. 1906, S. 669.

9. Photometrie von Glühlampen.

Da die Leuchtkraft der Glühlampen sich mit der Spannung stark ändert, so ist es theoretisch interessant, die Abhängigkeit der Leuchtkraft J von der Klemmenspannung E_k experimentell zu bestimmen z. B. für eine Kohlenfadenlampe.

Stellt man die Intensitätskurve $f(J, E_k)$ graphisch dar (Fig. 372), so erkennt man, daß bei höherer Spannung die Leuchtkraft schon durch eine geringe Spannungsänderung erheblich ver-

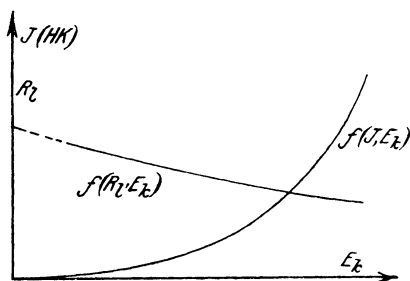


Fig. 372.

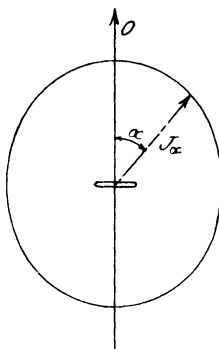


Fig. 373.

ändert wird und daß die Ökonomie der Lampe mit höherer Spannung stark zunimmt. Mißt man gleichzeitig den Lampenstrom J_l und bildet den Quotienten $R_l = \frac{E_k}{J_l}$, so erhält man die Widerstandskurve $f(R_l, E_k)$.

Denkt man sich eine horizontale Ebene durch die Mitte der vertikal stehenden Lichtquelle gelegt, so zeigt die Leuchtkraft in verschiedenen Richtungen nicht den gleichen Wert, weil die Glühfäden nicht einen leuchtenden Punkt, sondern Linien bilden, deren Strahlen von den Glaswänden verschieden stark reflektiert werden. Dreht man nun die Lampe um ihre vertikale Achse und mißt für die verschiedenen von einer Nullage an gerechneten Winkel α die Lichtstärken J_α , so erhält man als $f(J_\alpha, \alpha)$ in Polarkoordinaten die Kurve der Horizontalintensität (Fig. 373). Bildet man aus den aufgenommenen Größen den Mittelwert, so stellt derselbe die mittlere horizontale Lichtstärke J_h dar.

Dieser Wert kann auf einfachere Weise durch eine Messung allein bestimmt werden, wenn man nach v. Hefner - Alteneck¹⁾ bzw. Hyde und Cady²⁾ einen um die Photometrieachse rotierenden und gegen sie um 45° geneigten Spiegel oder nach Sharp³⁾ 2 Sätze von festen Winkelspiegeln bei rotierender Lampe benutzt oder entsprechend den Normalien des VDE⁴⁾ einen Winkelspiegel W (Fig. 374) mit 120° Öffnungswinkel anwendet, von dessen Scheitelpunkt die vertikal stehende Achse der Lampe 9 cm entfernt ist. Dann sendet die Lampe in 3 um 120° gegenein-

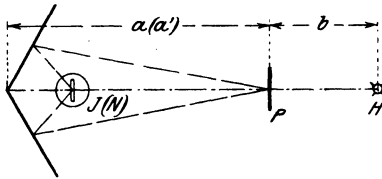


Fig. 374.

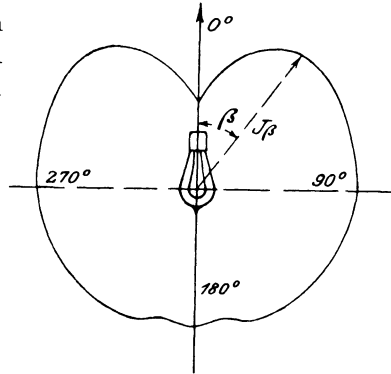


Fig. 375.

ander verschobenen Richtungen Licht aus, welches teilweise direkt, teilweise reflektiert den Photometerschirm P trifft.

Die Messung wird so ausgeführt, daß man J mit einer Hilfs-lampe H photometriert und an Stelle von J nach der Substitutionsmethode eine Normallampe N von bekannter mittlerer Lichtstärke J_h mit H vergleicht. Sind dann bei konstantem Abstand b die Strecken a bzw. a' gefunden, so ergibt sich

$$J = \left(\frac{a}{a'}\right)^2 \cdot N \text{ bzw. } J = \left(\frac{a}{a'} \cdot \frac{b'}{b}\right) \cdot N,$$

wenn b in b' geändert ist.

Nach den neuesten Vorschriften⁵⁾ benutzt man die Methode der rotierenden Lampe (nach Crova) oder die Methode der rotierenden Spiegel von Brodhun⁶⁾ zur Messung der mittleren Horizontalintensität.

¹⁾ ETZ. 1883, S. 445. ²⁾ El. W. 17. 11. 1906.

³⁾ Z f I. 1900, S. 225. ⁴⁾ ETZ. 1897, S. 473.

⁵⁾ ETZ. 1911, S. 402. ⁶⁾ Liebethal, prakt. Photometrie, S. 331.

Betrachtet man ferner eine Glühlampe unter verschiedenen Winkeln β gegen die Horizontale, indem man die Lampe um eine horizontale durch die Mitte der leuchtenden Fläche gelegte Achse dreht, so zeigt die Intensität J_β ebenfalls Änderungen in ihrer Größe. Rechnen wir den $\sphericalangle\beta$ von der vertikalen Achse aus (nach den neuesten Vorschriften liegt $\beta = 0$ auf der nach unten gerichteten Vertikalen) und stellen die Lichtstärken J_β für die verschiedenen Winkel β in Polarkoordinaten dar, so ergibt sich eine Kurve $f(J_\beta, \beta)$, welche man als Kurve der Vertikalintensität (Fig. 375) bezeichnet.

Es hat demnach die Intensität auch räumlich in verschiedenen Richtungen α, β betrachtet nicht dieselbe Größe. Zieht man von einem Punkte aus nach beliebigen Richtungen Strahlen, deren Horizontalprojektionen mit der Nullage die Winkel α einschließen, während sie in der Meridianebene gegen die vertikale Achse um die $\sphericalangle\beta$ geneigt sind und trägt auf diesen die zugehörigen Lichtstärken ab, so stellt das Raumgebilde, welches die durch die Endpunkte der Strahlen gelegte Fläche einschließt, die räumliche Verteilung der Lichtintensität dar. Würde die Leuchtkraft in jeder Richtung dieselbe Größe besitzen, dann hätte das Gebilde die Gestalt einer um die Lichtquelle als Mittelpunkt gelegten Kugel.

Bei Wechselstromglühlampen ist es bisweilen erwünscht, den Augenblickswert der Leuchtkraft H_t in Abhängigkeit vom Strom J_t oder der Spannung E_t zu bestimmen, woraus man die sog. Licht-Hysteresiskurve $f(H_t, J_t)$ erhält. Morris¹⁾ blendet dazu die Lampe durch eine von einem Synchronmoter angetriebene Schlitzscheibe ab und mißt die in verschiedenen Stellungen des Schlitzes hindurchfallende Leuchtkraft. Sahulka²⁾ nimmt die Augenblickswerte der Spannung E_t und des Stromes J_t als $f(E_t, t)$ und $f(J_t, t)$ auf, deren Kurven wegen der Wärmekapazität des Fadens eine Phasenverschiebung zeigen. Für die verschiedenen Zeitpunkte ergibt sich dann aus zusammengehörigen Werten der Widerstand $R_t = \frac{E_t}{J_t}$ des Fadens. Nun stellt man bei Gleichstrom

denselben Widerstand $R_t = R = \frac{E}{J}$ ein und bestimmt die zugehörige Leuchtkraft H_t und daraus $f(H_t, t)$. Ungenauigkeiten ergeben sich jedoch wegen der kleinen Änderungen des Widerstandes.

1) El. 14. 12. 1906. 2) El. u. M. Wien, 1907, S. 133 und 213.

Besser ist daher die Anordnung, bei der die Lampe in eine Verzweigung nach Wheatstone eingeschaltet und bei Wechselstrom mittels Kontaktmacher von Joubert die Stromstärke J_t und gleichzeitig der Lampenwiderstand R_t sowie die Leuchtkraft H_t ermittelt wird.

10. Photometrie von Bogenlampen.

Infolge der großen Lichtstärke von Bogenlampen ist eine genaue Messung nur möglich, wenn die Photometerbank sehr lang ist. Steht jedoch eine solche nicht zur Verfügung, so wendet man eine Zwischenlichtquelle an, deren Intensität am besten gleich der Quadratwurzel aus dem Quotienten der zu messenden und der als Normal dienenden Lichtstärke ist. Für praktische Zwecke wird die Bogenlampe natürlich mit vollständiger Glockenarmatur untersucht.

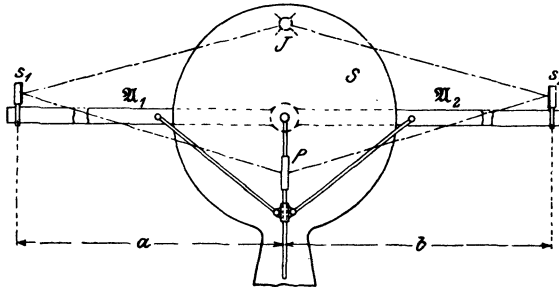


Fig. 376.

Zur Bestimmung der mittleren unteren hemisphärischen Lichtstärke J_{\square} muß man die Kurve der Vertikalintensität aufnehmen, welche in den verschiedenen Meridianebenen als gleich angesehen werden kann. Da es in diesem Fall nicht zugänglich ist, die Lampe um eine horizontale Achse drehbar anzuordnen, so kann man sich folgender von Rousseau¹⁾ und in verbesserter Form von Krüss²⁾ angegebenen Vorrichtung (Fig. 376) bedienen, um die Leuchtkraft unter verschiedenen Winkeln β zu messen:

¹⁾ ETZ. 1887, S. 31. ²⁾ ETZ. 1887, S. 356.

Auf einem Stativ ist eine kreisförmige Eisenblechplatte S befestigt, welche zwei um ihre Achse drehbare Arme $\mathfrak{A}_1, \mathfrak{A}_2$ von ca. 1 m Länge trägt. Das Licht der hinter der Scheibe hängenden Bogenlampe J trifft nun die auf den Armen verschiebbaren kleinen Spiegel s_1 und s_2 und wird nach dem vor der Scheibe angeordneten Photometer P reflektiert. Sind die beiden Spiegel gleichmäßig beschaffen, so müssen bei horizontaler Stellung der Arme die Strecken a und b bei gleicher Helligkeit der Vergleichsfelder gleich

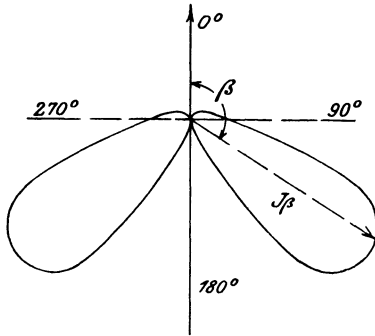


Fig. 377.

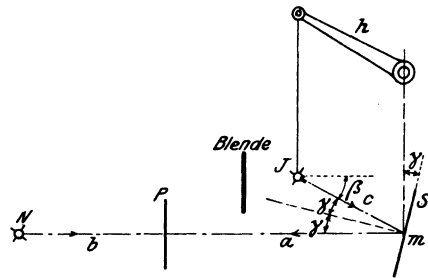


Fig. 378.

groß sein, was im allgemeinen zutreffen wird. Dreht man jetzt den einen Arm \mathfrak{A}_1 bei horizontaler Stellung von \mathfrak{A}_2 , so erhält der Spiegel s_1 von der Bogenlampe Licht unter verschiedenen Winkeln β , welche an der Scheibe S abgelesen werden können. Der Photometerschirm P wird dabei durch eine entsprechende Vorrichtung so gedreht, daß seine Ebene den Winkel zwischen den Armen halbiert, damit er von den Lichtstrahlen immer unter gleichen Winkeln von beiden Seiten getroffen wird. Durch Verschieben des Spiegels s_1 stellt man dann auf gleiche Helligkeit ein. Ist die Horizontalintensität J_h vorher gemessen, so findet man die vertikale

$$J_\beta = J_h \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^2.$$

Die Werte von J_β in Polarkoordinaten dargestellt ergeben dann die Kurve $f(J_\beta, \beta)$ der Vertikalintensität (Fig. 377), deren mittlerer Wert J_0 bzw. J_\circ nach der im Kap. 11 angegebenen Weise gefunden wird.

Eine andere Methode zur Bestimmung der Kurven der Vertikalintensität ist folgende: Ein Spiegel S (Fig. 378) ist um eine

horizontale Achse drehbar in der Achse des Photometers P aufgestellt und wird durch die im Abstande c von der Spiegelmitte entfernte, vertikal verschiebbare Bogenlampe J beleuchtet. Damit die Entfernung c konstant bleibt, wird die Lampe an einem Hebel h aufgehängt, dessen Drehpunkt über der Spiegelmitte m liegt. Dreht man den Spiegel um einen $\sphericalangle \gamma$, damit die Strahlen in der Richtung der Photometerachse reflektiert werden, und stellt die

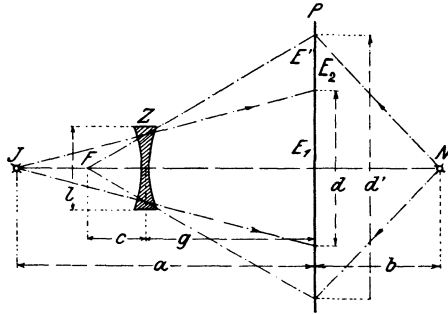


Fig. 379.

Entfernungen a und b so ein, daß die optischen Vergleichsfelder gleich hell erscheinen, dann besteht die Beziehung

$$J'_\beta = \sigma \cdot J_\beta = N \cdot \left(\frac{a+c}{b} \right)^2$$

oder

$$J_\beta = \frac{N}{\sigma} \cdot \left(\frac{a+c}{b} \right)^2 .$$

Darin ist

$$\sigma = \frac{J'_\beta}{J_\beta}$$

der Absorptionskoeffizient des Spiegels. Derselbe kann für verschiedene Neigungswinkel γ als $f(\sigma, \gamma)$ dadurch bestimmt werden, daß man eine bekannte Intensität J zuerst ohne Spiegel und dann unter Zwischenschaltung des Spiegels, wofür J' gemessen wird, mit der Normallampe N vergleicht. Stellt man die Intensitäten J_β als Funktion des Winkels $\beta = 2\gamma$ in Polarkoordinaten dar, so erhält man die bekannte Intensitätskurve (Fig. 377).

Bei einer anderen Einrichtung von Krüss ist die Lampe in einer Ebene senkrecht zur Photometerachse beweglich und der Spiegel um 45° gegen diese geneigt und um sie drehbar. Dabei hat man σ nur für einen Winkel von 45° zu ermitteln.

Für die Messung sehr großer Lichtintensitäten empfiehlt es sich, um eine Verlängerung der Photometerbank zu vermeiden, in den Weg der Lichtstrahlen eine Zerstreuungslinse Z (Fig. 379) einzuschalten. Erzeugt die Lichtstärke J auf einer Kreisfläche vom Durchmesser d des Photometerschirms P ohne Linse eine Beleuchtung

$$E_1 = \frac{J}{a^2} \quad \text{Lx,}$$

so wird beim Zwischenschalten der Linse der Lichtkegel sich über einen Kreis vom Durchmesser d' verbreiten, wofür die Beziehung $\frac{E_1}{E'} = \left(\frac{d'}{d}\right)^2$ gilt. Die Strahlen scheinen also jetzt von einem Punkt zu kommen, der in der Entfernung c von der Mitte der Linse gelegen ist. Stellt man jetzt die Entfernungen a und b so ein, daß gleiche Helligkeit der Vergleichsfelder auftritt, dann muß E' gleich der von N hervorgerufenen Beleuchtung $E_2 = \frac{N}{b^2}$ sein, oder $\frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{d'}{d}\right)^2 = \frac{J}{N} \cdot \frac{b^2}{a^2}$, da $E_2 = E'$ ist.

Steht die Linse in der Entfernung g vom Photometerschirm und hat sie die Öffnung l , so bestehen die Beziehungen:

$$1. \quad \frac{d}{l} = \frac{a}{a-g}, \quad 2. \quad \frac{d'}{l} = \frac{c+g}{c} = 1 + \frac{g}{c}$$

außer der Linsengleichung 3. $\frac{1}{c} = \frac{1}{a-g} + \frac{1}{f}$, wenn f die negative Brennweite der Linse angibt. Aus 1 und 2 folgt:

$$4. \quad \frac{d'}{d} = \left(1 + \frac{g}{c}\right) \cdot \frac{a-g}{a}.$$

Schreibt man Gleichung 3 in der Form $\frac{g}{c} = \frac{g}{a-g} + \frac{g}{f}$, so ist

$$1 + \frac{g}{c} = \frac{g}{a-g} + \frac{g}{f} + 1 = \frac{f \cdot a + g \cdot (a-g)}{f \cdot (a-g)}.$$

Dieser Ausdruck in Gleichung 4 eingesetzt, ergibt unter Fortheben von $a-g$ die Gleichung $\frac{d'}{d} = \frac{f \cdot a + g \cdot (a-g)}{f \cdot a}$, woraus folgt

$$\frac{E_1}{E_2} = \left[1 + \frac{g}{f \cdot a} \cdot (a-g)\right]^2 = \frac{J}{N} \cdot \frac{b^2}{a^2}$$

oder
$$J = \frac{N}{b^2} \cdot \left[a + \frac{g}{f} \cdot (a-g)\right]^2.$$

Infolge des Einschaltens der Linse tritt ein kleiner Lichtverlust auf, indem an Stelle von E' nur eine Beleuchtung $E'' = \tau \cdot E'$ er-

scheint. In diesem Fall ist dann $E'' = E_2 = \tau \cdot E'$ und

$$\frac{E_1}{E'} = \frac{E_1}{E_2} \cdot \tau = \left(\frac{d'}{d}\right)^2$$

oder umgeformt

$$J = \frac{N}{\tau \cdot b^2} \cdot \left[a + \frac{g}{f} \cdot (a - g) \right]^2.$$

Der Absorptionskoeffizient τ der Linse läßt sich annähernd gleich dem einer planparallelen Glasplatte von der Dicke des mittleren Teils der Linse Z setzen. Man bestimmt ihn, indem man eine solche Platte vor eine Lichtquelle mit bekannter Leuchtkraft N hält und die dabei auftretende Leuchtkraft N' feststellt, dann ist $\tau = \frac{N'}{N}$. Im allgemeinen wird τ ca. $92 \div 95 \%$.

Vgl. auch die Normalien für Bogenlampen¹⁾.

11. Bestimmung der mittleren räumlichen Lichtstärke.

Ist die Leuchtkraft in einer durch den horizontalen Winkel α und vertikalen Winkel β bestimmten Richtung im Raume $J_{\alpha, \beta}$, dann geht durch den unendlich kleinen Raumwinkel $d\omega$ ein Lichtstrom $\varphi = J_{\alpha, \beta} \cdot d\omega$. Der gesamte in den Raum ausgestrahlte

Lichtstrom ist dann $\Phi = \int_{\alpha=0}^{\alpha=2\pi} \int_{\beta=0}^{\beta=\pi} J_{\alpha, \beta} \cdot d\omega = 4\pi \cdot J_0$, worin

J_0 die mittlere räumliche Lichtstärke einer nach allen Richtungen mit konstanter Intensität strahlenden Lichtquelle mit demselben Gesamtlichtstrom Φ bedeutet.

Denkt man sich um den Lichtschwerpunkt²⁾ eine Kugel mit dem Halbmesser r gelegt, so schneidet der Raumwinkel $d\omega$ aus ihrer Oberfläche ein Stück df aus, und es gilt $d\omega = \frac{df}{r^2}$. Darin ist $df = r^2 \cdot \sin \beta \cdot d\beta \cdot d\alpha$ wenn man den Winkel β von der nach unten gerichteten Vertikalen rechnet, sodaß man die Gleichung

$$\text{erhält:} \quad J_0 = \frac{1}{4\pi} \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^\pi J_{\alpha, \beta} \cdot \sin \beta \cdot d\beta \cdot d\alpha.$$

¹⁾ ETZ. 1911, S. 403.

²⁾ ETZ. 1907, S. 777.

Im allgemeinen kann man die Glühlampen und Bogenlampen mit übereinanderstehenden Kohlen als symmetrisch ansehen, so daß die Kurve der Horizontalintensität als Kreis erscheint,

wofür $\int_0^{2\pi} d\alpha = 2\pi$ ist.

Es vereinfacht sich dann die Formel in:

$$J_{\square} = \frac{1}{2} \cdot \int_0^{\pi} J_{\beta} \cdot \sin \beta \cdot d\beta,$$

so daß für die Bestimmung von J_{\square} die Kurve der Vertikalintensität genügt.

Für die Bewertung der Leistung von Bogenlampen gilt als praktisches Maß die mittlere untere hemisphärische Lichtstärke J_{\square} unterhalb einer Horizontalebene durch den Lichtschwerpunkt und bisweilen das Verhältnis $k_o = \frac{J_{\square}}{J_{\square}}$.

Dabei rechnet sich $J_{\square} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} J_{\beta} \cdot \sin \beta \cdot d\beta$

für den unteren, und $J_{\square} = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} J_{\beta} \cdot \sin \beta \cdot d\beta$

für den oberen Raum. Durch eine Messung lassen sich die mittleren Lichtstärken mittels der Ulbrichtschen Kugel ermitteln. Ist jedoch die Kurve der Vertikalintensität aufgenommen, so kann die Auswertung der Integrale auch auf folgende Weise erfolgen:

a) Rechnerische Bestimmung.

Denkt man sich das durch die Drehung der Kurve der Vertikalintensität um die vertikale Achse entstehende Raumgebilde in n schmale Zonen von der Winkelbreite $\Delta\beta$ (z. B. 5° oder 10°) zerlegt, dann ergibt sich dafür, da $\sin \beta \cdot \Delta\beta = -\Delta \cos \beta$ ist

$$\begin{aligned} J_{\square} &= \sum_0^n \frac{J_n + J_{n+1}}{2} \cdot (\cos \beta_n - \cos \beta_{n+1}) \\ &= \frac{1}{2} \cdot \sum_0^n (J_n + J_{n+1}) \cdot (\cos \beta_n - \cos \beta_{n+1}). \end{aligned}$$

Beispiel: Für eine Bogenlampe mit Opal-Überfangglocke wurde gefunden:

$\beta =$	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	°
$J =$	260	270	290	340	440	480	490	480	460	440	HK
$\beta =$	50	55	60	65	70	75	80	85	90	°	
$J =$	425	410	395	380	360	340	310	270	220	HK	

Nun berechnet man daraus folgende Tabelle, aus der sich J_{\square} ermitteln läßt:

Zone $\Delta\varphi$	$2 J_{mi}$	$\Delta \cos \beta$	$2 \cdot J_{mi} \cdot \Delta \cos \beta$	
0 ÷ 5	530	0,0038	2,0	$J_{\square} \approx 379 \text{ HK}$ $= J_{\square}$ $= \frac{1}{2} \cdot \sum_0^n 2 J_{mi} \cdot \Delta \cos \beta$
10	560	0,0114	6,4	
15	630	189	11,9	
20	780	262	20,4	
25	920	334	30,7	
30	970	403	39,1	
35	970	468	45,4	
40	940	532	50,0	
45	900	589	53,0	
50	865	643	55,6	
55	835	692	57,8	
60	805	736	59,2	
65	775	774	59,9	
70	740	806	59,6	
75	700	832	58,2	
80	650	852	55,4	
85	580	864	50,1	
85 ÷ 90	490	0,0872	42,7	
			$\Sigma = 757,4$	

b) Zeichnerische Ermittlung.

1. Methode von Rousseau¹⁾. Erweitert man die Formel für J_{\square} mit $\frac{r}{r}$ und bringt den Faktor r des Zählers in das Integral, so erhält man

$$J_{\square} = \frac{1}{2 \cdot r} \cdot \int_0^{\pi} J_{\beta} \cdot \sin \beta \cdot d(r \cdot \beta) = -\frac{1}{2r} \cdot \int_0^{\pi} J_{\beta} \cdot d(r \cdot \cos \beta)$$

und

$$J_{\square} = -\frac{1}{r} \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} J_{\beta} \cdot d(r \cdot \cos \beta).$$

¹⁾ Compt. rend. des essais photom. à l'Exposition d'Anvers en 1885.

für die mittleren Lichtstärken eine neue Veränderliche $x = r \cdot \cos \beta$ ein, so wird

$$J_O = -\frac{1}{2r} \cdot \int_0^\pi J_\beta \cdot d(r \cdot \cos \beta) = -\frac{1}{2r} \cdot \int_{x=-r}^{x=+r} J_\beta \cdot dx.$$

Die Konstruktion ist daher dieselbe wie bei 1 angegeben. Setzt man

$$J_O = -\frac{1}{r} \cdot \int_0^r \frac{J_\beta + J_{(180-\beta)}}{2} \cdot dx,$$

so hat man nur nötig, den zwischen $\beta = 90^\circ$ und $\beta = 180^\circ$ liegenden Teil der Kurve um die Ordinate in $\beta = 90^\circ$ umzulegen und durch die Endpunkte der mittleren Ordinaten zwischen der umgelegten und ursprünglichen Kurve eine neue Kurve zu legen, dann ist der Mittelwert ihrer Ordinaten ein Maß für J_O .

3. Methode der Polarkurve. Setzt man $J_\beta \cdot \sin \beta = (\sqrt{J_\beta \cdot \sin \beta})^2 = y^2$ dann wird

$$J_O = \frac{1}{2} \cdot \int_0^\pi y^2 \cdot d\beta = \int_0^\pi \frac{y^2}{2} \cdot d\beta.$$

Wird nun aus $y = \sqrt{J_\beta \cdot \sin \beta}$ als Funktion von β eine Polarkurve gezeichnet, so ist ihr Flächeninhalt (s. S. 469)

$$F = \frac{1}{2} \cdot \int_0^\pi y^2 \cdot d\beta = J_O.$$

Die mittlere räumliche Lichtstärke ist also gleich der Polarkurvenfläche.

Eine andere Methode ist von Kennelly¹⁾ angegeben worden.

¹⁾ Vgl. Herzog u. Feldmann, Handb. d. el. Beleuchtung. 3. Aufl. S. 31.

Tabelle einiger Naturkonstanten.

(Vergl. auch „Jahrestabellen chemischer, physikal. und technol. Konstanten“ d. Internat. Publikations-Ausschusses. — Dr. C. Marie, Paris, rue du cherche-midi 98).

γ = Spezifisches Gewicht in g/cm bei 15° C, andere Temperatur in ().

a = Internationales Atomgewicht (O = 16).

ε = Elektrochemisches Äquivalent in mg für 100 Coulomb.

w = Wertigkeit.

τ = Schmelzpunkt in °C.

σ = Siedepunkt in °C.

ρ = Spezifischer Widerstand in Mikrohmmcent. (μ - cm) bei 15° C.

α = Temperaturkoeffizient in $\frac{1}{\text{C}}$ für 1000 $\frac{1}{\text{C}}$ und 1° C Temperaturänderung.

* bedeutet Mittelwerte.

Stoff	Zeichen	γ	a	ε	w	τ/σ	ρ	α
Aluminium	Al	2,58	27,10	9,36	3	658	2,90	4,0
— gegossen . . .	—	2,64	—	—	—	—	—	—
— gewalzt	—	2,70	—	—	—	—	—	—
— bronze	—	7,7	—	—	—	—	2,0	1,0
8 Al, 92 Cu								
Antimon	Sb	6,62	120,20	41,51	3	430/1600	43,5	—
Argon (0°)	A	$1,78 \cdot 10^{-3}$	39,88	—	—	-189,5/-185	—	—
Arsen	As	5,75*	74,96	26,00	3	500	—	—
Barium	Ba	3,75	137,37	71,23	2	850	—	—
Beryllium	Be	2*	9,10	4,75	2	> 1800	—	—
Blei, gegossen . .	Pb	11,35	207,1	107,40	2	327/1500	20,8	4,0
— gewalzt	—	11,38	—	—	—	—	—	—
— gezogen	—	11,40	—	—	—	—	—	—
Bor	B	2,45	11,0	3,81	3	2350*	—	—
Brom (0°)	Br	3,2	79,92	82,90	1	-7,3/60	—	—
Bronze		8,1*	—	—	—	900	3*	2*
15 ÷ 80 % Sn								
Cadmium	Cd	8,69	112,40	58,40	2	321/860	7,0	4,0
Caesium	Cs	1,85	132,81	137,86	1	26,5/270	19,1	—
Calcium	Ca	1,58	40,09	20,80	2	805	—	—
Cerium	Ce	6,68	140,25	—	—	645	—	—
Chlor (0°)	Cl	$3,17 \cdot 10^{-3}$	35,46	36,80	1	-101,5/-33	—	—
Chrom	Cr	6,5*	52,00	27,00	2	> 1800	—	—
Cobalt	Co	8,75	58,97	30,55	2	1490	—	—
— gegossen . . .	—	8,17	—	—	—	—	—	—
— gehämmert . .	—	9,15	—	—	—	—	—	—
Dysprosium	Dy	—	162,5	—	—	—	—	—
Eisen	Fe	7,88	55,85	29,00	2	1520	12,1	4,5
— Fluß-	—	7,85	—	—	—	1500	13,0	4,0
— Guß-	—	7,30	—	—	—	1275	20 ÷ 30	3,5
— Gußstahl . . .	—	8,0	—	—	—	1375	14 ÷ 20	3,6
— Roh-	—	7,3*	—	—	—	1100*	30 ÷ 35	—
— Schmiede- . .	—	7,8	—	—	—	1500	12,5 ÷ 13	4,5
Erbium	Er	—	167,7	—	—	—	—	—

Stoff	Zeichen	γ	a	ε	w	τ/σ	ρ	α
Europium	Eu	—	152,0	—	—	—	—	—
Fluor	F	1,14	19,0	19,80	1	/- 223	—	—
Gadolinium	Gd	—	157,3	—	—	—	—	—
Gallium	Ga	5,95	69,9	—	—	30,1	—	—
Germanium	Ge	5,47	72,5	—	—	960?	—	—
Gold, gediegen	Au	18,85	197,2	68,20	3	1063	2,20	3,65
— gegossen	—	19,25	—	—	—	—	—	—
— gehämmert	—	19,3	—	—	—	—	—	—
Graphit, nat.	C	2,33	12,00	3,11	4	—	390 ÷ 900	-0,5
— Retorten-	—	1,89	—	—	—	—	1500	-0,5
Helium (0°)	He	$1,78 \cdot 10^{-4}$	3,99	—	—	/-269	—	—
Indium	In	7,42	114,80	—	—	154,5/1000?	—	—
Iridium	Ir	22,4	193,10	100,0	2	2300	—	—
Jod	J	4,95	126,92	131,50	1	114/184,3	—	—
Kalium	K	0,86	39,10	40,60	1	62,3/720	6,0	—
Kohle, amorph	C	1,40	12,00	3,11	4	—	—	—
— Bogenlampen-	—	1,6*	—	—	—	—	2500*	-0,5*
— Glühfaden	—	1,7*	—	—	—	—	2000*	-0,4
Konstantan	—	8,82	—	—	—	—	50	0,025
58 Cu 1 Mn 41 Ni	—	—	—	—	—	—	—	—
Kruppin Cu Fe	—	8,1	—	—	—	—	85	0,77
Kupfer, rein	Cu	8,92	63,57	32,96	2	1100	1,67	3,94
— gegossen	—	8,60	—	—	—	1083	1,76	4,0
— gehämmert	—	8,95	—	—	—	—	1,75	—
Lanthan	La	6,1*	139,0	—	—	810?	—	—
Lithium	Li	0,59	6,94	7,25	1	186/950	—	—
Lutetium	Lu	—	174,0	—	—	—	—	—
Magnesium	Mg	1,72*	24,32	12,62	2	650/1100	—	4,5
Mangan	Mn	7,32*	54,93	28,60	2	1900	—	—
Manganin	—	8,3	—	—	—	—	43,0	0,015
84 Cu 12 Mn 4 Ni	—	—	—	—	—	—	—	—
Messing, gegossen	—	8,55*	—	—	—	—	8,0	1,5
— gewalzt	—	8,57*	—	—	—	—	7,5	1,5
Molybdän	Mo	8,05	96,00	49,80	2	2500?	5,0	3,3
Natrium	Na	0,98	23,00	23,90	1	97,5/742	4,4	—
Neodym	Nd	—	144,3	—	—	840?	—	—
Neon (0°)	Ne	$9,0 \cdot 10^{-4}$	20,2	—	—	/-253?	—	—
Neusilber, chines	—	8,30	—	—	—	—	51,0*	0,07*
26 Cu 37 Ni 37 Zn	—	—	—	—	—	—	—	—
— 52 Cu 22 Ni 26 Zn	—	8,45	—	—	—	—	45,0*	0,1*
— 59 11 30	—	8,34	—	—	—	—	35,0*	1,15*
— 63 6 31	—	8,30	—	—	—	—	30,0*	0,3*
Nickel, gegossen	Ni	8,28	58,68	30,43	2	1450	—	—
— gewalzt	—	9,20	—	—	—	—	9,0	4,3
Nickelin	—	8,62	—	—	—	—	42,0	0,22
54 Cu 26 Ni 20 Zn	—	—	—	—	—	—	—	—
Niobium	Nb	7,20	93,5	—	—	2230	—	—
Niton	Nt	—	222,4	—	—	—	—	—
Osmium	Os	22,5	190,9	99,00	2	2700?	25	3,72
Palladium	Pd	11,3	106,7	55,30	2	1900	10,6	—

Stoff	Zeichen	γ	a	ε	w	τ/σ	ρ	α
Patentnickel	—	8,7	—	—	—	—	34,0	0,17
75 Cu 25 Ni	—	—	—	—	—	—	—	—
Phosphor, gelb	P	1,83	31,04	10,74	3	44,1/290	—	—
— metallisch	—	2,20	—	—	—	—	—	—
— rot	—	2,18	—	—	—	/100	—	—
Praseodym	Pr	—	140,6	—	—	940	—	—
Platin, gegossen	Pt	21,49	195,20	101,3	2	1775	9,2	3,8
Platiniridium	—	—	—	—	—	—	36,0	0,64
Platinsilber	—	—	—	—	—	—	25,0	0,3
Quecksilber (0°)	Hg	13,596	200,00	210,0	1	-38,7/357,3	94,2 (0°)	0,9
Radium	Ra	—	226,40	—	—	900?	—	—
Rheotan Cu Ni Zn	—	8,6	—	—	—	—	47,0	0,23
Rhodium	Rh	12,1	102,9	53,40	2	1920?	—	—
Rubidium	Rb	1,52	85,45	87,60	1	38,5	11,9	2,4
Ruthenium	Ru	12,26	101,7	52,70	2	>1950	—	—
Samarium	Sa	—	150,4	—	—	1350*	—	—
Sauerstoff (0°)	O	$1,43 \cdot 10^{-3}$	16,00	8,35	2	/-230	—	—
Scandium	Sc	—	44,1	—	—	1200*	—	—
Schwefel	S	2,0	32,07	16,66	2	116/445	—	—
Selen	Se	4,5	79,2	41,18	2	218/700	—	—
Silber, gegossen	Ag	10,45	107,88	111,83	1	961	1,61	3,8
— gewalzt	—	10,62	—	—	—	—	1,64	4,15
Silicium	Si	2,39	28,30	7,36	4	1420	59,5	4,0
Stickstoff (0°)	N	$1,26 \cdot 10^{-3}$	14,01	4,88	3	/-210,5	—	—
Strontium	Sr	2,54	87,63	45,51	2	830*	—	—
Superior Cu Fe	—	8,5	—	—	—	—	86,0	0,96
Tantal	Ta	16,5	181,0	—	—	2900	16,5	2,34
Tellur	Te	6,4*	127,5	66,25	2	451	5900	—
Terbium	Tb	—	159,2	—	—	—	—	—
Thallium	Tl	11,85	204,0	106,0	2	302/>1100	—	—
Thorium	Th	11,0	232,40	60,7	4	1730?	—	—
Thulium	Tu	—	168,50	—	—	—	—	—
Titan	Ti	4,5	48,1	12,50	4	2300?	125 000	—
Uran	U	18,7	238,50	124,8)	2	2490?	—	—
Vanadium	V	5,5	51,0	—	—	1730	—	—
Wasserstoff (0°)	H	$8,96 \cdot 10^{-5}$	1,008	1,0449	1	/-259	—	—
Wismut	Bi	9,80	208,0	72,40	3	270/1400	120	3,7
Wolfram	W	18,7	184,0	95,60	2	3000	6,0	4,5
Xenon	X	—	130,2	—	—	/-140	—	—
Ytterbium	Yb	—	172,0	—	—	1800*	—	—
Yttrium	Y	—	89,0	—	—	1200*	—	—
Zink	Zn	7,1	65,37	34,12	2	419,3/930	6,02	3,2
Zinn	Sn	7,3	119,0	62,15	2	232/1500	12,0	4,5
Zircon	Zr	6,4	90,6	23,70	4	>1420	—	—

Formelzeichen und -Größen. [Einheit]

- A = Arbeit [J, kgm, cal, Ph].
 AW = Amperewindungen [AW].
 aw = Amperewindung für 1 cm [AW/cm].
 A_z = Arbeitsangabe eines Zählers [s. A].
 \mathfrak{B} = magnetische Induktion oder Feldstärke in Eisen [G].
 C = elektrische Kapazität [F].
 c = Konstante, Proportionalitätsfaktor.
 D = Direktionskraft.
 d = Durchmesser; Dicke von Platten [cm].
 $\Delta(\dots)$ = Geometrische Differenz der (...) -Größen.
 $\hat{\delta}$ = Blechstärke; Winkel.
 E = EMK; Spannung; Potentialdifferenz [V]; Beleuchtung [Lx].
 e = Phasenspannung; Teilspannung [V]; Glanz einer Lichtquelle [HK/cm²]; Basis der natürlichen Logarithmen.
 E_c = kapazitative Feldspannung (infolge elektrischen Wechselfeldes) [V].
 E_f = Spannung infolge Wechselfeldes [V].
 E_k = Klemmenspannung; Kurzschlußspannung eines Transformators [V].
 E_l = Leistungsspannung [V].
 E_{r_e} = Spannung am Widerstande der Erregerwicklung [V].
 E_{r_n} = Spannung am Widerstande der Nebenschlußwicklung [V].
 E_s = EMK der Selbstinduktion; induktiver Spannungsabfall; induktive Feldspannung (infolge magnetischen Wechselfeldes) [V].
 E_u = Übergangsspannung zwischen Kommutator und Bürsten [V].
 E_v = Spannungsverlust [V].
 E_{v_a} = Spannungsverlust im Anker [V].
 E_{v_h} = Spannungsverlust in der Hauptschlußwicklung [V].
 η = Wirkungsgrad.
 η_e = elektrisches Güteverhältnis.
 η_h = Hysteresiskoeffizient des Eisens.
 F = Flächeninhalt [cm²].
 f = Fläche; Fehler bei Messungen.
 f_e = Formfaktor der Spannungskurve.
 f_i = Formfaktor der Stromkurve.

- f_w = Wicklungsfaktor.
 φ = Lichtstrom [Lm]; Phasenwinkel.
 G = Gewicht [g].
 g = Erdbeschleunigung [cm/sec²]; Galvanometerwiderstand [\ominus].
 H = Heizwert von Gasen [cal/l].
 \mathfrak{S} = magnetische Feldstärke [G]; magnetisierende Kraft von Spulen [We/cm, AW/cm].
 \mathfrak{S}_e = Feldstärke des Erdfeldes [G].
 J = Stromstärke [A]; Lichtstärke [HK]; Trägheitsmoment [cm⁴].
 i = Phasenstrom; Teilstrom einer Verzweigung [A].
 J_c = kapazitiver Feldstrom (infolge elektrischen Wechselfeldes) [A].
 J_f = Feldstrom (infolge eines Wechselfeldes) [A].
 J_h = Hysteresisstrom [A].
 J_k = Kurzschlußstrom [A].
 J_l = Leistungsstrom [A].
 J_s = Induktiver Feldstrom infolge magnetischen Wechselfeldes; Magnetisierungsstrom [A].
 J_w = Wirbelstrom [A].
 J_o = Leerlaufsstrom [A].
 J_{oo} = synchroner Leerlaufsstrom [A].
 \mathfrak{S} = Intensität der Magnetisierung [G].
 j = Stromdichte [A/mm²]; Belichtung [Lxsec].
 K = Dämpfungsfaktor; Kosten.
 k = Dämpfungsverhältnis.
 k_c = kapazitiver Korrektionsfaktor.
 k_e = Faktor der Streuspannung bei Einphasenmaschinen.
 k_q = Faktor der quermagnetisierenden MMK.
 k_s = induktiver Korrektionsfaktor.
 k_o = Faktor der entmagnetisierenden MMK.
 χ = magnetische Aufnahmefähigkeit (Suszeptibilität).
 L = Leistung [W, kgm/sec].
 L, l = Länge [cm].
 L_a = abgegebene Leistung.
 L_d = dem Drehmoment gleichwertige Leistung.
 L_e = eingeführte Leistung.
 L_h = Leistungsverlust durch Hysteresis.
 L_{hw} = Leistungsverlust im Eisen.
 L_k = Leistungsverlust durch Stromwärme im Kupfer.
 L_{r_a} = Leistungsverlust im Widerstand des Ankers.
 L_{r_e} = Leistungsverlust im Widerstand der Erregerwicklung.
 L_{r_h} = Leistungsverlust im Widerstand der Hauptschlußwicklung.
 L_{r_u} = Leistungsverlust im Widerstand der Nebenschlußwicklung.

- L_{r_u} = Leistungsverlust im Übergangswiderstand zwischen Kommutator und Bürsten.
 L_{ρ} = Leistungsverlust durch Reibung.
 L_v = Leistungsverlust.
 L_w = Leistungsverlust durch Wirbelströme.
 L_{w_a} = Leistungsverlust durch Wirbelströme im Ankerkupfer von Generatoren.
 L_{w_k} = Leistungsverlust durch Wirbelströme im Kupfer.
 L_o = Leerlaufverlust.
 Λ = Leitwert [S]; nat. log. Dekrement.
 λ = Leitfähigkeit; log. Dekrement.
 M = Magnetisches Moment.
 \mathfrak{M} = magnetomotorische Kraft (MMK) [We, AW].
 m = Maße [g]; Phasenzahl.
 $M(\dots)$ = Mittelwert der (...) -Größen.
 M_d = Drehmoment [kgm].
 $M_{d_{\rho}}$ = Reibungsdrehmoment [kgm].
 \mathfrak{M}_r = rückwirkende MMK [We, AW].
 μ = magnetische Durchlässigkeit (Permeabilität).
 N = Leistung in Pferdestärken [P].
 \mathfrak{N} = magnetische Kraftlinienzahl [M].
 n = Drehzahl oder Umlaufzahl in einer Minute [U/min].
 N_i = indizierte Leistung [P].
 ν = Periodenzahl in 1 Sekunde.
 ν_1, ν_2 = Streufaktoren.
 ω = Winkelgeschwindigkeit eines Wechselstromvektors oder Kreisfrequenz.
 P = Kraft [kg].
 p = Polpaarzahl.
 Q = Elektrizitätsmenge [C, Ah]; Lichtmenge [Lmsec].
 q = Querschnitt [cm²].
 R, r = Gleichstromwiderstand (ohmscher) [- Θ]; Kreishalbmesser [cm].
 \mathfrak{R} = magnetischer Widerstand [Oe].
 R_a = Ankerwiderstand [- Θ].
 R_h = Widerstand der Hauptschlußwicklung.
 R_{h_w} = Widerstand hervorgerufen durch Hysterese und Wirbelströme.
 R_k = Gleichstromwiderstand zwischen den Klemmen.
 R_l = Leistungswiderstand.
 R_n = Widerstand der Nebenschlußwicklung.
 R_{ν} = Widerstand infolge Hautwirkung.
 R_u = Übergangswiderstand zwischen Kommutator und Bürsten.
 r_u = spezifischer Übergangswiderstand zwischen Komm. u. Bürsten.

ρ	= spezifischer Widerstand [$-\Theta/m, \text{mm}^2$].
S	= induktiver Feldwiderstand infolge magnetischen Wechselfeldes [$-\Theta$].
\mathfrak{S}	= Koeffizient der Selbstinduktion [H].
s	= Skalenteile.
S_c	= kapazitiver Feldwiderstand (infolge elektrischen Wechselfeldes) [$-\Theta$].
s_e	= Scheitelfaktor einer Spannungskurve.
S_f	= Feldwiderstand (infolge eines Wechselfeldes) [$-\Theta$].
\mathfrak{S}_g	= Koeffizient der gegenseitigen Induktion [H].
s_i	= Scheitelfaktor einer Stromkurve.
$\Sigma(\dots)$	= geometrische Summe der (...) Größen.
σ	= Galvanometerkoeffizient; Streufaktor von Induktionsspulen; Schlüpfung von Asynchronmotoren.
T	= Zeit einer Periode; Schwingungsdauer eines Galvanometers [sec]; absolute Temperatur [$^{\circ}\text{C}$].
t	= Zeit [sec].
T_d	= Dauer einer gedämpften Schwingung [sec].
ϑ	= Dielektrizitätskonstante.
Θ	= Wärmemenge [cal].
τ	= Temperatur, gemessen vom Eispunkt [$^{\circ}\text{C}$]; Streukoeffizient von Asynchronmotoren; Absorptionskoeffizient einer Linse.
u	= Übersetzungsverhältnis von Transformatoren; Umlaufzahl [U].
V	= Rauminhalt eines Körpers [cm^3]; elektrisches Potential [V].
v	= Geschwindigkeit [m/sec].
v_1, v_2	= Streufaktoren von Asynchronmotoren.
W	= Wechselstromwiderstand; Widerstand allgemeiner Art [$-\Theta$]
w	= Windungszahl.
x	= Veränderliche.
ξ	= Koeffizient der Wirbelstromverluste im Eisen.
y	= Veränderliche.
z	= Veränderliche.

Zeichen der Maßeinheiten.

A	= Ampere.
At	= Atmosphäre, physikalisch.
at	= Atmosphäre, technisch = 1 kg/cm ² .
AW	= Amperewindungen.
aw	= Amperewindungen für 1 cm.
C	= Coulomb.
$^{\circ}\text{C}$	= Celsiusgrad.
cal	= g-Calorie.
F	= Farad.

G	= Gauß.
g	= Gramm.
H	= Henry.
h	= Stunde (Zeitraum).
h	= Stunde (Zeitpunkt).
HK	= Hefnerkerze.
J	= Joule.
Lm	= Lumen.
Lx	= Lux.
M	= Maxwell.
m	= Meter.
min	= Minute (Zeitraum).
	= Minute (Zeitpunkt).
m/sec	= Meter in 1 Sekunde.
μ	= Mikron (10^{-3} mm).
Oe	= Oersted.
\ominus	= Ohm.
P	= Pferdestärke.
Per/sec	= Periodenzahl in der Sekunde.
S	= Siemens.
sec	= Sekunde (Zeitraum).
''	= Sekunde (Zeitpunkt).
U	= Umläufe.
U/min	= Umläufe in 1 Minute.
V	= Volt.
W	= Watt.
We	= Weber.

Maßänderungs-Vorsatzzeichen.

c (<i>centi</i>)	= 10^{-2}	m (<i>milli</i>)	= 10^{-3}
d (<i>deci</i>)	= 10^{-1}	M (<i>mega</i>)	= 10^6
h (<i>hekto</i>)	= 10^2	μ (<i>mikro</i>)	= 10^{-6}
k (<i>kilo</i>)	= 10^3		

Anhängezeichen (Indizes).

<i>max</i>	= Höchstwert.	<i>min</i>	= Niedrigstwert.
<i>mi</i>	= Mittelwert.	<i>t</i>	= mit der Zeit veränderlich.

Sachregister.

	Seite		Seite
Akkumulator, Güteverhältnis	163	Belastungscharakteristik d.	
— Isolationsmessung	52	— fremderregten Maschine	238
— Untersuchung	161	— Hauptschlußgenerators	242
— Wirkungsgrad	164	— Nebenschluß-	241
Analysatoren, harmonische	489	— Wechselstrom-	367
Analyse period. Schwingungen	474	Beleuchtung	492
Ankerrückwirkung	248	Belichtung	492
— -widerstand	8, 251	Beobachtungsfehler	1
Anleger von Dietze	60	Blitzableiter	33
Arbeitsmesser, Eichung	153	Bogenlampen, Photometrie	511
Asynchrongenerator	434, 435	Braunsche Röhre	
Asynchronmotor, Einphasen-		— Darstellung von Hysteresis-	
— Diagramm von Heyland	442	kurven	174
— Diagramm von Ossanna	450	— — von Wechselstrom-	
— Untersuchung von	441	kurven	471
Asynchronmotor, Mehrphasen-		Bremsdynamometer	261
— Diagramm von Heyland-		— -methode	261
Behrend	414	Bürstencharakteristik	320
— Diagramm von Ossanna	429	— -potentialkurve	315
— Streuungskoeffizient v.	418, 436	— -übergangswiderstand	267
— Untersuchung von	414	Charakteristische Kurven d.	
Auslaufsmethode		— Eisens s. Eisenuntersuch.	
— bei Gleichstrommaschinen	290	— — dynamische	222
— bei Wechselstrommaschinen	461	— Gleichstrommaschinen	236
Ausschlag, Methode d. direkten	36	— Wechselstrommaschinen	366
Äußere Charakteristik d.		(s. a.: äußere, Bel., Leer-	
— Doppelschlußgenerators	243	laufchar.)	
— fremderregten Maschine	238	Compoundmotoren	247
— Hauptschlußgenerators	242	Dielektrizitätskonstante	147
— Hauptschlußmotors	244	Differentialbandbremse	261
— Nebenschlußgenerators	241	— -elektrometer	123
— Wechselstrom-	369	— -galvanometer	10, 120
Ballistisches Galvanometer	103	— —, ballistisches	122
Ballistische Konstante	108	— -kurve, graph. Ermittlung	233
Belastung, künstliche		—, punktweise Ermittlung	234
— von Transformatoren	331	— -magnetometer	203, 205
— v. Wechselstromgeneratoren	364		

	Seite		Seite
Differentialmethode	269	Elektrometers, Messungen . . .	68
— -schaltung, Elektrometer-	75	Elektromotorische Kräfte, Ver-	
— -telefon	132	gleichung	62, 63
— -transformator	133	Entmagnetisierungsfaktor . . .	171
Direkte elektrische Methode .	260	Epsteinscher Apparat	211
Doppelbrücke (Thomson) . . .	21	Ewings Kurvenzeichner	201
— -Drehstromgenerator	76, 161		
— -schaltung, Elektrometer-	72	Fehler bei Messungen	1
— -schlußgenerator	243	Feldmagnetwicklung, Widerstand	8
— — -motor	247	Feldverteilungskurven	225
Drehmoment, Gleichstrom-		Fernspannungsmessung	4
motor	250	Flimmerphotometer	502
Drehmomentkurve		Flüssigkeitsbremsen	261
— d. Hauptschlußmotors	246	Formfaktor	480
— — Nebenschluß-	252		
Drehzahl, Konstanthaltung . .	112	Galvanometer für Wechselstrom	32
Durchschlagsfestigkeit, Isolier-		Gegenschaltungsmethode	351
stoffe	148	Genauigkeit bei Messungen . . .	1
		Geschwindigkeitskurve, Haupt-	
Einphasenmotoren, asynchrone	441	schlußmotor	245
— Schlüpfung	450, 452	— Nebenschlußmotor	256, 313
— Wirkungsgrad	450, 453	Glanz einer Lichtquelle	492
Eichung		Gleichstromzähler, Eichung . . .	154
— Arbeitsmesser (Zähler)	153	Glimmlichtoszillograph	472
— ballist. Galvanometer	103	Glühlampen, Photometrie	508
— Leistungsmesser	153	— Widerstand	8
— Spannungsmesser	149	Güteverhältnis des Akkumula-	
— Strommesser	149	tors	163
Eisenuntersuchung	168		
— ballistisches Elektrometer	179	Hauptschlußgeneratoren	242
— — Methode	175	Hauptschlußmotoren,	
— Isthmusmethode	183	— äußere Charakteristik	244
— Magnetische Wage	191	— Drehmomentkurve	246, 252
— Magnetisierungsapparat		— Geschwindigkeitskurve	245, 255
(Köpsel)	197	— innere Charakteristik	245
— magnetometrische Methode	168	Heimscher Schlüssel	116
— Nullmethoden	203	Heyland-Behrend, Diagramm . .	
— praktische (Eisenprüfer)	211	— Einphasenmotoren	442
— Schlußjoch	184	— Mehrphasenmotoren	414
— unipolare Methode	174	Hilfsmotormethode	303, 457
— Wismutspirale	201	Hochfrequenz-Stromquellen 53, 112	
— Zugkraftmethode	189	— Ströme, Messung der	88
Eisenverluste, d. Gleichstrom-		Hochspannung, Messung der . . .	80
masch.	298	Hysteresismesser, praktische . .	210
— Trennung	218	Hysteresisschleifen,	
Elektrizitätszähler, Eichung . .	153	— Aufnahmen der	170, 176
Elektrometer, ballistisches . . .	179	— — durch Braunsche Röhre . . .	174
		— Kurvenzeichner v. Ewing	201

	Seite		Seite
Indikatormethode	264	Kompensationsapparat	63
Induktion,		— für Normalelemente	65
— Normale der gegenseitigen	142	Kompensationseinrichtung,	
— Messung der gegen-		technische	67
seitigen	137, 138	Kontaktmacher von Joubert	464
— Vergleichung von gegen-		Kugelphotometer von Ulbricht	506
seitiger		Kurvenindikator.	473
— mit einander	142, 144	Kurzschluß-Charakteristik	370
— mit Kapazität	138, 145	— Diagramm	361
— mit Selbstinduktion	140	— Strom bei der Kommu-	
Induktionsfreie Widerstände	76	tation	318
Integration, graphische.	223	— Versuch bei Gleichstrom-	
Joubertsche Scheibe	464	maschinen	273
Isolationsfehlerort, Bestimmung	55	— — bei Transformatoren	348, 358
Isolationsmessung		Leerlaufs-Charakteristik	
— an Akkumulatoren	52	— d. fremderregten Maschine	236
— an Straßenbahnen	51	— d. Hauptschlußgenerators	242
— an Telephonkabeln	53	— d. Nebenschlußgenerators	240
— während des Betriebes	44	— d. Wechselstromgenerators	366
Isolationsprüfung mit Span-		— Diagramm d. Transfor-	
nungsmesser	39	mators	362
— mit statischem Spannungsm-		— Versuch b. Gleichstrom-	
messer	40	maschinen	273
— von Transformatoren	335	— — b. Transformatoren	348, 358
— von Wechselstromanlagen	58	Leistungs-Faktor	
Isolationswiderstände, Messung	36	— von Mehrphasenströmen	98
Isolierstoffe, Durchschlags-		— Messer, Eichung	153
festigkeit	148	— Messung von Wechselströmen	
Isthmusmethode	183	— mit drei Spannungsmessern	101
Kabel, Untersuchung	146	— — — Strommessern	102
Kapazität, Messung der		— — Dynamometer	89
— mit Differentialgalvano-		— — Elektrometer	75
meter	120	— von Mehrphasenströmen	93
— nach Maxwell-Thomson	118	Lichtstärke, mittlere räumliche	515
— von Wechselstromappa-		Lumenmeter	506
raten	324	Magnetische Felder	
— Vergleichung von		— Aufnahme d. Verlaufs	222
— ballistisch.	110	— Messung m. d. Wismut-	
— durch Kompensation.	115	spirale	201
— mit gegenseitiger In-		Magnetisierungskurve, dyna-	
duktion	138, 145	mische	224
— mit Selbstinduktion	133, 134, 145	— statische	170, 176
Köpselscher Apparat.	197	Magnetometrische Methode	168
Kommutation, Untersuchung	315	Mehrphasenströme, Leistung	93
—, Diagramme.	315	Meßtransformator	81
Kommutatorkurve, Aufnahme	232		

	Seite		Seite
Mikrophonsummer	33, 113	Prüfung von	
Motorcharakteristik, innere	245	— Elektrizitätszählern	153
Motoren, Gleichstrom	243	— Leistungsmessern	153
— Drehmoment b. Gleich-		— Spannungsmessern	152
strom	250	— Strommessern	151
— Einphasen-	441	Quadrantenelektrometer	68
— Mehrphasen-	414	Quadrantenschaltung	70
Motorzähler, Eichung	154	Rechenschieber, elektrischer	7
Multiplikationsmethode	176	Regulierungskurve von Gene-	
Nadelschaltung	72	ratoren	
Nebenschluß-Generator	240	— für Gleichstrom	249
— Motor, Drehmoment	253	— für Wechselstrom	370
— — Geschwindigkeits-		Resonanz	326
kurve	256, 313	Rücksicherung	172
Normalelemente		Saitenunterbrecher	112
— EMK d. Weston	68	Sammler, Untersuchung elektr.	161
— Kompensator für	65	Schienenstöße, Widerstand	35
Nullmethode von Goldschmidt	203	Schlußjoch, magnetisches	184
Ondograph	473	Schlüpfungsmessung von	
Ossanna, Diagramm von		— Einphasenmotoren	450, 452
— für Einphasenmotoren	450	— Mehrphasenmo-	
— — Mehrphasenmotoren	429	toren	427, 434, 438
Oszillographen	114, 469	Schwingungen, Analyse von	474
Parallelschaltung von		Sekohmmeter	117
— Gleichstrommaschinen	257	Selbstinduktion, Messung der	
— Wechselstrommaschinen	384	— einer Spule mit Eisen	322
Pendelzähler, Eichung	156	— in der Brücke	125
Periodenzahl, Konstanthaltung	111	— m. ballist. Diff.-Galvano-	
Permeameter	182, 188, 189, 197	meter	122
Permeabilitätsbrücke	203	— m. Differential-Elektro-	
Photometer, Bunsen	493	meter	123
— Lummer-Brodhun	494	— Variatoren der	131
— Martens	497	— Vergleichsnormale der	131
— Weber	500	— Vergleichung von	
Photometrie, Grundbegriffe	490	— mit Differentialtelephon	132
— von Bogenlampen	511	— — gegenseitiger Induktion	140
— von Glühlampen	508	— — Kapazität	133, 134, 136
Polarisationsphotometer	503	— — Selbstinduktion	128
Poldiagramm, Aufnahme	225	Silbervoltameter	79
Potentialkurve d. Kommutators	232	Spannungsabfall von	
Poulsenlampe	54	— Transformatoren	347
Pronyscher Zaum	261	— Wechselstromgeneratoren	
Prüfung von			369, 372
— Arbeitsmessern	153		

Seite	Seite
Spannungsänderung von	Transformatoren,
— Nebenschlußgeneratoren 242	— Spannungsabfall 347
— Wechselstromgeneratoren 369	— Widerstand d. Spulen 8
Spannungsmesser, Eichung 149	— Wirkungsgrad 354
— — m. d. Kompensations-	Trägheitsmoment, Bestimmung 292
apparat 67	Trennung der Eisenverluste 218
— Prüfung von 152	— in Gleichstrommaschinen 298
Spannungsmessung m. Elektro-	Trennungsmethode bei
meter 74	— Asynchronmotoren 459
Speisepunktsspannung,	— Gleichstrommaschinen 279
Messung 82	— Synchronmaschinen 461
Stabilitätsgrenze 433	Ulbrichtsche Kugel 506
Straßenbahn, Isolationswider-	Umformer, Untersuchung 453
stand 51	Universalgalvanometer 6
Streuungskoeffizient 206, 436	
Strommesser, Eichung 149	Variatoren der
— — m. d. Kompensations-	— gegeseitigen Induktion 142
apparat 67	— Selbstinduktion 131
— Prüfung von 151	Wage, magnetische 191
Strommessung m. d. Voltmeter 79	Ward Leonard-Schaltung 235
Stromquellen f. Hochfrequenz 53, 112	Wechselfelder, Verlauf magneti-
Summerumformer 113	scher 222
Synchrone Maschinen, Verluste 461	Wechselstromanlagen, Isolation 58
Synchronisierungsschaltungen 396	Wechselstrom-Arbeitsmesser 160
Synchronismusanzeiger 397	— Galvanometer 32
Synchronmotoren, Anlassen 410	— Generatoren,
— Untersuchung von 397	— — charakteristische Kurv. 366
Telephon, optisches 113	— — künstliche Belastung 364
Telephonkabel, Isolationswider-	— — Parallelschaltung 384
stand 53	— — Regulierungskurve 370
Temperaturerhöhung von	— — Spannungsabfall 369, 372
— Gleichstrommaschinen 314	— — Spannungsänderung 369
— Wechselstrommaschinen 364	— — Temperaturerhöhung 364
Temperaturkoeffizient 61	— Kurven,
Thermosäule 165	— — Analyse von 474
Tirrill-Regulator 397	— — Aufnahme von 463
Transformatoren,	— Meßbrücke 114
— Diagramme 336	— Messungen m. d. Elektro-
— Isolationsfestigkeit 335	meter 74
— Kurzschlußdiagramm 361	Wechselströme geringer Stärke 87
— künstliche Belastung 331	— hoher Frequenz 88
— Leerlaufdiagramm 362	— Leistung der 75
— Leerlaufs- und Kurz-	Wheatstonesche Meßbrücke 4
schlußversuch 348, 358	Widerstand von
— Potentialdiagramm 344	— Elementen 25, 27
— Prüfung 330	

	Seite		Seite
Widerstand von		Wirbelstrombremsen	261
— Galvanometern	25	Wirkungsgrad von	
— Schienenstößen	35	— Akkumulatoren	164
Widerstand, spezifischer von		— Einphasenmotoren	450, 453
— Flüssigkeiten	29, 30	— elektrischen Kochern	166
— Metallen	28	— Gleichstrommaschinen	259
Widerstände, induktionsfreie	76	— Mehrphasenmotoren	428, 435
— Messung kleiner	19, 21	— Synchronmotoren	406
Widerstandsmessung		— Thermosäulen	165
— an brennenden Glühlampen	8	— Transformatoren	354
— — Dynamoankern	8, 251, 266	— Wechselstrommaschinen	454
— — Feldmagnetwicklungen	8	Wismutspirale	201
— — Transformatorenspulen	8	Zurückarbeitungsmethode bei	
— durch Vertauschung	7	— Gleichstrommaschinen	269
— mit d. Diff.-Galvanometer	10	— Transformatoren	355
— — — Wheatstoneschen		— Wechselstrommaschinen	454
Brücke	4		
— nach dem Ohmschen Gesetz	8		

Verlag von Julius Springer in Berlin.

Messungen an elektrischen Maschinen. Apparate, Instrumente, Methoden, Schaltungen von **Rudolf Krause**, Ingenieur. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 178 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 5,—.

Elektrische und magnetische Messungen und Meßinstrumente. Von **H. S. Hallo** und **H. W. Land**. Eine freie Bearbeitung und Ergänzung des holländischen Werkes „Magnetische en Elektrische Metingen“ von G. J. van Swaay, Professor an der Technischen Hochschule zu Delft. Mit 343 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 15,—.

Isolationsmessungen und Fehlerbestimmungen an elektrischen Starkstromleitungen. Von **F. Charles Raphael**. Autorisierte deutsche Bearbeitung von Dr. Richard Apt. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 122 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 6,—.

Anlasser und Regler für elektrische Motoren und Generatoren. Theorie, Konstruktion, Schaltung. Von **Rudolf Krause**, Ingenieur. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 133 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 5,—.

Das elektrische Kabel. Von Dr. phil. **C. Baur**, Ingenieur. Eine Darstellung der Grundlagen für Fabrikation, Verlegung und Betrieb. Zweite, umgearbeitete Auflage. Mit 91 in den Text gedruckten Figuren.

In Leinwand gebunden Preis M. 12,—.

Die Berechnung elektrischer Leitungsnetze in Theorie und Praxis. Bearbeitet von **Jos. Herzog**, Vorstand der Abteilung für elektrische Beleuchtung, Ganz & Co., Budapest, und **Cl. Feldmann**, Privatdozent an der Großherzogl. Technischen Hochschule zu Darmstadt.

Erster Teil: Strom- und Spannungsverteilung in Netzen.

Dritte Auflage in Vorbereitung.

Zweiter Teil: Die Dimensionierung der Leitungen. Zweite, umgearbeitete und vermehrte Auflage. Mit 216 Textfiguren.

In Leinwand gebunden Preis M. 12,—.

Zu beziehen durch jede Buchhandlung.

Verlag von Julius Springer in Berlin.

Kurzes Lehrbuch der Elektrotechnik. Von Dr. A. Thomälen,
Elektroingenieur. Fünfte, verbesserte Auflage. Mit 408 Textfiguren.
In Leinwand gebunden Preis M. 12,—.

Kurzer Leitfaden der Elektrotechnik für Unterricht und Praxis
in allgemein verständlicher Darstellung. Von Ingenieur **Rudolf Krause**,
Mittweida. Mit 180 in der Text gedruckten Figuren.
In Leinwand gebunden Preis M. 4,—.

Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik. Von
Dr. **Gustav Benischke**, Berlin. Zweite erweiterte Auflage von „Mag-
netismus und Elektrizität mit Rücksicht auf die Bedürfnisse der
Praxis“. Mit 489 Textabbildungen.
Preis M. 12,—; in Leinwand gebunden M. 13,20.

**Aufgaben und Lösungen aus der Gleich- und Wechsel-
stromtechnik.** Ein Übungsbuch für den Unterricht an technischen
Hoch- und Fachschulen sowie zum Selbststudium. Von Professor
H. Vieweger, Oberlehrer am Technikum Mittweida. Dritte ver-
besserte Auflage. Mit 174 Textfiguren und 2 Tafeln.
In Leinwand gebunden Preis M. 7,—.

Die normalen Eigenschaften elektrischer Maschinen. Ein
Datenbuch für Maschinen- und Elektroingenieure und Studierende
der Elektrotechnik. Von Dr.-Ing. **Rudolf Goldschmidt**, Privatdozent
an der Technischen Hochschule in Darmstadt. Mit 34 Textfiguren.
In Leinwand gebunden Preis M. 3,—.

Hilfsbuch für die Elektrotechnik. Unter Mitwirkung namhafter
Fachgenossen. Bearbeitet und herausgegeben von Dr. **Karl Strecker**,
Geh. Oberpostrat und Professor. Siebente, umgearbeitete und
vermehrte Auflage. Mit 675 Textfiguren.
In Leinwand gebunden Preis M. 14,—.

Trigonometrie für Maschinenbauer und Elektrotechniker.
Ein Lehr- und Aufgabenbuch für den Unterricht und zum Selbst-
studium. Von Dr. **Adolf Heß**, Professor am Kantonalen Technikum
in Winterthur. Mit 112 Textfiguren.
In Leinwand gebunden Preis M. 2,80.

Zu beziehen durch jede Buchhandlung.

	Seite
8. Lichtmessung mittels Ulbrichtscher Kugel.	506
9. Photometrie von Glühlampen	508
10. Photometrie von Bogenlampen	511
11. Bestimmung der mittleren räumlichen Lichtstärke	515
Tabelle einiger Naturkonstanten.	520
Formelzeichen und -Größen	523
Zeichen der Maßeinheiten	526
Maßänderungs-Vorsatzzeichen. — Anhängezeichen (Indices).	527
Sachregister	528

Berichtigungen:

Es soll heißen:

S. 79, Z. 15 v. unten: Es statt E.

S. 105, Z. 13 v. oben: $Q_d = c_1 \cdot \frac{T}{\pi} \cdot s \cdot (\dots)$

S 113, Fußnote 2: Z f I. 1903, S. 242.

S. 119, Z. 14 v. oben: R_2 statt R_3 und R_3 statt R_2 .

S. 119, Z. 16, 17 v. oben: R statt w .

S. 124, letzte Zeile: k_s statt k .

S. 137, Z. 3 v. oben: wenn in dem andern der Strom J „in der Zeiteinheit“
um die Einheit abnimmt.

S. 189, Z. 8 v. oben: Luftschlitzes statt Luftschutzes.
