MINISTÈRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE ET DES BEAUX-ARTS

MÉMOIRES

PUBLIÉS

PAR LES MEMBRES

DE LA

MISSION ARCHÉOLOGIQUE FRANÇAISE

AU CAIRE

SOUS LA DIRECTION DE M. U. BOURIANT

TOME NEUVIÈME

1er Fascicule

J. BAILLET

LE PAPYRUS MATHÉMATIQUE D'AKHMÎM

U. BOURIANT

FRAGMENTS DU TEXTE GREC DU LIVRE D'ÉNOCH
ET DE QUELQUES ÉCRITS ATTRIBUÉS A SAINT PIERRE

PARIS
ERNEST LEROUX, ÉDITEUR
LIBRAIRE DE LA SOCIÉTÉ ASIATIQUE
DE L'ÉCOLE DES LANGUES ORIENTALES VIVANTES, DE L'ÉCOLE DU LOUVRE, ETC.
28, RUE BONAPARTE, 28

1892

LE

PAPYRUS MATHÉMATIQUE D'AKHMÎM

PAR

J. BAILLET

PAPYRUS MATHÉMATIQUE D'AKHMÎM

TABLE

I° Généralités 1-4

Intérêt du papyrus (1). Historique (2). Aspect (3). Date (3).

II° Paléographie 4-18

1° De l'alphabet. Diverses formes des lettres (4).

2° Numération et sigles numériques (8). Sigles des nombres entiers (9). Nombres multiplicatifs (10). Numération des fractions. Sigles des fractions, formes diverses, double accent, 2/3, (10). Nombres ordinaux, sommes de fractions, nombres fractionnaires (12).

3° Vocabulaire mathématique et abréviations (12). ψῆφος (13). κάθαρσις (14). χρ N° (15). ἅπαξ (15).

4° Idiomatismes, fautes de prononciation ou de graphie (16).

III° Tables de division 19-31

1° Contenu des tables, — de 2/3 à 1/11 et après, — αριθμω (19).

2° Constitution des tables (20).

3° Usage des tables (22).

4° Texte et transcription (24).

IV° Problèmes. — Calcul des fractions 32-89

1° Composition du recueil 32-35

Gradation des problèmes (32). Conjectures sur l'origine du manuscrit (34). Intérêt rétrospectif des calculs, erreur du problème 1 (35).

2° Opérations sur les fractions. Exposé systématique des divers procédés de calcul.... 35-39

§ 1. Conséquences de la numération des fractions et de l'absence des numérateurs (35).

§ 2. Μερισμός. Division d'un nombre entier par un autre plus fort :

1° Par des soustractions (38); 2° par la formule (39); 3° par des soustractions et la formule (40); 4° par simplification, etc. (41); 5° par plusieurs applications de la formule (41); 6° par introduction dans la formule d'un facteur arbitraire (42).

§ 3. Addition (44). Conversion en quotient d'une somme de fractions (44) ou d'un nombre fractionnaire (46).

§ 4. Décomposition d'une fraction en une somme de fractions équivalentes (Χωρισμός) (47).

§ 5. Soustraction. 1re méthode (48). 2me méthode (49).

§ 6. Multiplication, par une fraction (50), par un nombre fractionnaire (51).

§ 7. Proportions, problèmes d'intérêts, division des fractions. Donnée des problèmes (52). Le problème 28 (53). Solution (54).

§ 8. Proportions (suite), problèmes de partage, divers procédés pour éluder ou retarder le calcul des fractions : 1er type de problèmes (55). 6 cas divers (56); 2me type (58). Substitutions et fausse position (59).

3° Comparaison avec le papyrus Rhind..... 60-62

4° Texte des problèmes, transcription et traduction..... 63-89

PAPYRUS MATHÉMATHIQUE D'AKHMÎM

I°

INTÉRÊT, HISTORIQUE, ASPECT ET DATE DU PAPYRUS.

Les papyrus d'Égypte nous feront des surprises, il faut l'espérer, longtemps encore. A côté des textes égyptiens, il s'est trouvé des textes grecs. A côté des textes religieux, on a découvert des textes littéraires, historiques, philosophiques, puis des contrats, des comptes, du plus haut intérêt pour l'étude de la vie quotidienne et l'économie sociale ou privée du peuple égyptien à diverses époques. Dernièrement a été exhumé un papyrus d'un nouveau genre : un livre de calculs. Les manuscrits mathématiques anciens ne sont pas très communs : celui-ci, quel qu'il soit, a donc son prix.

Pour le calcul proprement dit (les anciens distinguaient avec soin l'*arithmétique,* ou science des propriétés des nombres, et la *logistique,* ou art des calculs), le dernier représentant de la tradition grecque aujourd'hui disparue, ouvrage « *unique* dans son genre », c'étaient les deux *Lettres arithmétiques* du Byzantin Nicolas Artavasde, de Smyrne, dit le Rhabdas, dont l'une fut écrite en 1341 [1]. Toutefois les origines de cette science n'étaient pas inconnues : les papyrus égyptiens avaient fourni un *Manuel du calculateur,* du XVIII[e] siècle avant Jésus-Christ [2]. Entre ces deux dates extrêmes, le nouveau papyrus vient prendre place et marquer une étape. Les Égyp-

1. PAUL TANNERY, *Notice sur les deux lettres arithmétiques de Nicolas Rhabdas.* (Notices et Extraits des manuscrits de la Bibliothèque Nationale, etc... Paris, Imprimerie Nationale, 1886.) — Je dois à M. Tannery plusieurs aperçus qui ont trouvé place dans ce mémoire : qu'il me soit permis de l'en remercier.

2. Le papyrus Rhind du British Museum, publié par AUG. EISENLOHR, *Ein mathematisches Handbuch der alten Ægypten* (Hinrich, Leipzig, 1877).

tiens avaient été dans la science du calcul, comme dans les autres mathématiques, les initiateurs des Grecs. Ceux-ci avaient inventé une numération écrite plus perfectionnée, des méthodes de multiplication et de division plus simples et plus rapides; mais, à côté de leurs méthodes nouvelles, certains procédés égyptiens ont survécu. Alors même que l'Occident latin, à la suite des Arabes, y a renoncé, ces procédés n'ont pas cessé, jusqu'aux derniers jours de l'empire byzantin, d'être employés en Orient et même exclusivement enseignés dans les écoles élémentaires. Cette coexistence des méthodes helléniques et égyptiennes est constatée, entre autres, dans une scholie du Charmide de Platon [1]. Le papyrus nouveau nous fait connaître le dernier état et les derniers perfectionnements des méthodes égyptiennes. Mieux que les calculs géométriques de la collection Héronienne [2], dont il se rapproche comme date, il nous renseigne sur ces « sommations et décompositions de fractions » de la scholie, sur certains procédés et artifices de calcul, nécessités par le système de numération fractionnelle, que l'on voit appliqués dans la collection Héronienne, mais que sans lui nous ignorerions en réalité.

Ainsi ce papyrus offre l'intérêt capital de représenter le plus ancien document connu actuellement sur l'enseignement pratique du calcul arithmétique chez les Grecs. Soit que l'on veuille le comparer à son ancêtre égyptien, soit que l'on se retourne vers des documents plus récents et vers la science moderne, il pourra nous suggérer d'utiles réflexions et nous faire mieux apprécier le prix de certains progrès lentement accomplis par l'humanité.

Il mérite donc que l'on fasse son histoire.

Ce papyrus a été trouvé dans la nécropole d'Akhmîm, l'ancienne Panopolis, en Haute-Égypte. Des fellahs l'avaient découvert ensemble : le partage du butin les mit aux prises. Le papyrus est un article fort demandé sur le marché des antiquités et les Arabes s'en exagèrent la valeur : chacun des auteurs de la trouvaille voulut se l'attribuer tout entière. Leur dispute les trahit, le moudir, ou gouverneur de la province, intervint; il les mit d'accord en confisquant l'objet de leur différend; l'hiver suivant il le remit au directeur général des antiquités en Égypte, M. Grébaut, à la gracieuse obligeance duquel j'en dois la communication. Le papyrus fut emporté à Boulaq et se trouve aujourd'hui au Musée de Gizeh.

1. Platon, p. 512, 52. — Tannery, *op. cit.*, p. 7.

2. Hultsch, *Heronis Alexandrini geometricorum et stereometricorum reliquiæ.* (Weidmann, Berlin, 1864.)

Le manuscrit se présentait sous une forme rare pour les papyrus, celle d'un livre relié et non celle d'un *volumen*. Les pages mesuraient environ 315 millimètres sur 275. La couverture était de cuir dur. D'ailleurs, couverture et pages du papyrus ne formaient qu'un seul bloc; l'adhérence était parfaite et parfois l'existence de deux feuilles superposées ne se soupçonnait qu'à l'épaisseur; des soins minutieux ont été nécessaires pour les séparer et rendre à chaque feuille son individualité. Six feuilles, isolées, étaient couvertes d'écriture des deux côtés; le reste du cahier était resté blanc : rien n'a été écrit non plus sur le verso de la deuxième feuille ni sur le recto de la troisième.

Les pages ont un bel aspect. L'écriture en est grosse et nette, disposée sur 6 et 5 colonnes dans les premières pages, sur deux dans les autres. Une marge s'étendait tout autour du texte. Elle a été parfois endommagée en haut et en bas, mais surtout à la tranche latérale : quelques fragments en ont été détachés; il manque quelques lettres au début ou à la fin du plus grand nombre des lignes, ce qui gêne surtout quand ces lettres représentent des chiffres. A l'intérieur des pages, au contraire il y a très peu de lacunes.

L'écriture est une sorte de cursive qui se rapproche beaucoup de la minuscule classique. La forme de certaines lettres et quelques signes spéciaux offrent un réel intérêt pour le paléographe.

A tout point de vue, il y a deux parties à distinguer dans le manuscrit. La première est disposée sur un plus grand nombre de colonnes, et en outre, se distingue du reste par quelques différences d'écriture : le contenu ne s'en joint pas nécessairement à ce qui suit. C'est d'abord une table de division, puis vient un recueil de problèmes. L'un et l'autre sont curieux.

Aucune souscription n'indique la date exacte du manuscrit. Mais il est sûrement de l'époque byzantine et antérieur à l'invasion Arabe. L'auteur était certainement un chrétien, comme le prouvent les croix placées en tête ou à la suite de certains problèmes. La nécropole où le volume a été trouvé, est un cimetière chrétien, d'où l'on tire ces curieuses broderies coptes que l'on recherche si avidement depuis quelques années. Elle a pu être remplie du VI^e^ au IX^e^ siècle. La paléographie indique la même époque en resserrant un peu les dates. L'écriture n'est pas encore la pure minuscule classique du X^e^ siècle; mais certaines formes de lettres sont déjà les mêmes. Si les lettres d'onciale cursive y sont nombreuses, on peut en attribuer la

présence à l'influence des chiffres qui sont spécialement représentés par les formes onciales, ce qui aide à la clarté, sans qu'il y ait toutefois complète exclusion. L'abréviation χρ Nº se rencontre souvent dans les papyrus gréco-égyptiens du Louvre qui sont des VI^e et VII^e siècles [1]. Certaines formes de chiffres sont tout à fait originales. Celle du stigma se rencontre dans les manuscrits du VII^e et du VIII^e siècles. C'est vers ce temps, sans doute, qu'il faudrait placer la rédaction de notre papyrus.

IIº

PALÉOGRAPHIE DU PAPYRUS MATHÉMATIQUE D'AKHMÎM

1º *De l'alphabet.*

L'intérêt de ce papyrus, au point de vue paléographique, est double, selon que l'on envisage soit le système général d'écriture, soit le système spécial de numération.

A première vue, le mélange de lettres minuscules et onciales pourrait donner le change et faire attribuer ce papyrus à une époque postérieure de plusieurs siècles; mais alors sa présence dans la nécropole d'Akhmîm serait inexplicable. Elle s'explique fort bien au contraire, si l'on suppose que le manuscrit est non de l'époque où les formes onciales rentrent dans l'écriture, mais de celle où la minuscule ne s'est pas encore complètement dégagée de la cursive. Notre manuscrit nous fera donc assister, pour ainsi dire, à la naissance de la minuscule, et pourra renseigner, à l'occasion sur le ductus original de certaines lettres.

Notons donc les diverses formes de chaque lettre. Mais distinguons toujours avec soin les deux parties du manuscrit où l'emploi n'en est pas tout à fait le même.

Ἄλφα se fait d'un seul ductus, tous les angles en sont arrondis. Dans la première partie du manuscrit, il se présente parfois sous la forme cursive pure, panse ronde et fermée, deuxième jambage oblique (ⲁ); dans la seconde la panse est toujours ouverte et les deux traits se redressent (ⲁ ou ⲩ). Quelquefois le second jambage

1. Édition académique, nos 20 et 21. — *Rev. Égypt.*, t. III, IV et V passim.

pour se relier à la lettre suivante ne descend pas jusqu'à la ligne (cf. table, ligatures de αι et αλ). Parfois, quand α est employé dans les sigles des fractions, le second jambage au lieu de se relever, descend verticalement.

Βῆτα est toujours formé de deux pièces : une hampe droite qui se relève angulairement ou en s'arrondissant, pour former la partie inférieure de la lettre, et une ligne sinueuse qui enveloppe la première à droite. Tantôt la hampe atteint la hauteur totale de la lettre, tantôt la deuxième ligne forme la boucle supérieure tout entière. Cette lettre dépasse un peu les lignes par le haut et par le bas.

Γάμμα conserve sa forme épigraphique quand il signifie 3, et souvent dans le texte. Comme lettre et sigle fractionnelle, il se rattache à la lettre précédente, et la ligne supérieure s'en fait sinueuse, ce qui peut induire en confusion avec d'autres lettres comme τ et υ (ν). Quelquefois le premier jambage prend la forme d'une boucle; jamais il ne se prolonge au-dessous de la ligne.

Δέλτα, sigle du nombre 4, se présente sous la forme onciale : le trait de gauche et celui du bas, faits d'un seul coup de plume, angle ou panse arrondie, et le trait de droite dépassant les premiers toujours par le haut, souvent par le bas. Comme lettre il ne se rencontre que deux fois et offre alors la forme qu'il affecte ordinairement comme sigle numérale de 1/4, forme voisine de notre « d » d'imprimerie, où la longueur du trait de droite s'exagère.

Ἒψιλον ne reçoit que dans la première partie du manuscrit l'ancienne forme onciale d'un sigma lunaire fait d'un seul trait et traversé d'une barre (ϵ). Parfois il est fait de trois pièces : une hampe très haute, rattachée ou non à la lettre précédente et se relevant du bas par un angle ou une courbe, — le trait supérieur tracé probablement de gauche à droite, — la barre médiane (cf. Legenda S. Georgii). Le plus souvent, le premier trait est réduit à une demi-boucle qui se rattache à la lettre précédente, le deuxième et la barre s'exécutent d'un seul coup de plume en se reliant tantôt à droite, tantôt à gauche du trait supérieur; ce second élément prend diverses formes : demi-boucle avec le trait supérieur commencé par le haut, angle aigu avec le trait supérieur commencé en bas, accent circonflexe, boucle entière, chiffre arabe 2; il est très fréquemment séparé du premier; la diphtongue ει est toujours écrite au moyen de l'une de ces formes. Dans ce cas, c'est toujours par l'élément inférieur que la lettre est commencée; c'est toujours l'élément supérieur qui se relie à la lettre suivante : il est à croire qu'il en a été de même de la

forme minuscule et que le ductus d'un seul trait, semblable à un G, est postérieur, s'il existe.

Ζῆτα est celui de la cursive aux angles arrondis, et à la ligne inférieure sinueuse. On ne le trouve dans ce papyrus que comme sigle numérale.

Ἦτα paraît dans la première partie du texte avec des formes onciales. Ordinairement le premier trait s'élève au-dessus de la ligne comme dans la minuscule; le second se recourbe souvent à droite ou à gauche, et reste libre ou se relie par une ligne angulaire ou courbe à la lettre suivante. Dans les sigles des fractions on rencontre encore une autre forme (Cf. *infra*).

Θῆτα est tantôt un ovale allongé traversé d'une barre, tantôt une double boucle tracée sans lever la plume. Il dépasse le corps des lignes.

Ἰῶτα, simple trait vertical, terminé quelquefois par un petit crochet à gauche, se relie à la lettre précédente. Au problème 18 comme sigle numérale, au probl. 50 dans le mot εἷς, il est surmonté d'un double point.

Κάππα se présente tantôt sous la forme onciale, avec la hampe droite et deux traits obliques plus ou moins sinueux, tantôt sous la forme minuscule, hampe prolongée en l'air, traits obliques confondus en un seul jambage vertical arrondi et rattaché au bas de la hampe, tantôt sous des formes intermédiaires, telle que celle qui se rencontre à la première page des problèmes, dépourvue du prolongement de la hampe.

Λάμβδα se fait de deux traits, dont le second, droit ou sinueux, dépasse le premier par en haut et souvent par en bas; le premier se réduit souvent à une petite boucle rentrante, et se relie à la lettre précédente : au probl. 20, il est même relié à la barre d'abréviation du mot précédent.

Μῦ a ses jambages arrondis, le premier descend un peu au-dessous de la ligne; dans la première partie, il y a des μ minuscules parfaits; cette lettre se joint à la précédente, ordinairement par le bas du premier jambage, quelquefois par le haut (dans ημυσι, *Prob.* 31).

Νῦ présente des formes variées depuis le N épigraphique jusqu'au ν minuscule : le premier jambage est plus ou moins allongé, le second plus ou moins recourbé en dedans, quelquefois joint à la lettre suivante, quelquefois démesurément éloigné du premier pour remplir la fin d'une ligne (*Prob.* 13). Dans les mots οὖν et δίπλησον (*Prob.* 38), il offre une forme rare, voisine de notre « *n* » d'imprimerie.

Ξῑ se compose de trois barres toujours obliquement reliées entre elles; celle du haut se recourbe souvent, surtout dans la première partie, celle du bas ondule plus ou moins capricieusement; la lettre dépasse le corps de la ligne, tantôt en haut, tantôt en bas, tantôt au-dessus et au-dessous à la fois.

Ὄμικρον est tantôt égal au corps des autres lettres, tantôt plus petit; la boucle en est plus ou moins bien fermée; il se relie souvent à la lettre précédente, quelquefois à ses deux voisines (*Prob.* 30, ποίᾳ. *Prob.* 29, ἀπὸ τῶν).

Πῑ, isolé, se présente sous la forme onciale; dans un mot, il s'ouvre par le haut figurant à peu près un *w* qui se relie aux lettres voisines : il ressemble ainsi à deux τ ou à deux γ; la forme minuscule (ϖ) n'est pas employée une seule fois.

Ρῶ se fait ordinairement d'une seule pièce en commençant par la boucle du haut; parfois cependant la hampe descendante s'exécute d'abord et la panse s'y accole.

Σίγμα offre généralement la forme cursive; il se fait en deux pièces, un arc de cercle surmonté d'une barre horizontale, plus ou moins droite ou sinueuse, quelquefois allongée ou recourbée d'une manière fantaisiste (*Prob.* 2 & 43); le premier élément se joint à la lettre précédente, le second à la lettre suivante comme dans l'ε; quelquefois, si les deux traits sont trop rigides, il peut y avoir confusion avec le ϲ (*Prob.* 17).

Ταῦ, toujours renfermé dans le corps des lignes, tantôt se forme de deux droites, tantôt se trace d'un seul trait de plume en s'ouvrant par le haut comme le γ et le π. Au problème 29, la barre horizontale ne se prolonge pas à droite; au problème 48, la barre verticale est transformée en boucle.

Υ̓͂ψιλον est toujours angulaire et sans queue au-dessous de la ligne; il pourrait parfois se confondre avec γ et τ. Aux problèmes 30 et sqq., il est placé en l'air comme souvent les ο; au problème 35, il est pointé (ὑ).

Φῑ, comme sigle numérique, présente souvent la forme cursive (ϕ); comme lettre, la forme minuscule, faite d'un seul tracé avec une boucle au haut de la hampe.

Χῑ offre les formes cursives ordinaires.

Ψῑ est tracé différemment dans les deux parties du papyrus : dans la première, la hampe est traversée d'une barre horizontale recourbée en sens inverse à ses deux extrémités; dans la deuxième partie, elle passe par le sommet d'un angle renversé, dont les éléments sont plus ou moins infléchis et recourbés.

Ὦμεγα présente la forme cursive; quelquefois il se rattache à la lettre suivante, la forme du problème 42 est dûe à une correction.

Pour résumer, des formes angulaires et carrées on ne voit que le Γ, le N, le Π; jamais Ω, H, E, Δ, Λ, Θ, Σ, Z, Ξ; le μ est toujours arrondi, le θ allongé et barré. Le trait de droite du Δ et du λ dépasse toujours. Les traits transversaux du K, du Z, du Ξ, du X ondulent plus ou moins. Les hampes du ρ, du φ, du ψ dépasent toujours la ligne. D'autres lettres tendent encore à ressortir, tels que le β, l'η, le κ, le ϑ, le ξ, parfois l'ε et le ς. Le γ et l'υ ne descendent jamais. Certaines formes oncia-les ne se rencontrent déjà plus : l'α à panse fermée, le σίγμα lunaire formé d'un seul trait, le ξ en plusieurs morceaux (Ξ). On ne rencontre pas encore les formes minuscules de l'A (α), du B (*u*), du Γ (γ), de l'E (ϵ), du Λ (*ʌ*), du Π (ϖ), du Σ (σ), du double Σ (ϲϲ), de l'Ω (∞). En revanche on trouve déjà celles du Δ (δ), de l'H (*h*), du Θ (ϑ), du K (ι, κ), du M (μ), du N (ν), du Ξ (ξ, ξ), du Φ (ϕ). Celles de l'E, de l'A, du Γ, se rapprochent de la minuscule. A signaler quelques formes spéciales de l'E, du Δ (d), du N (n) et du π (*w*). Les deux parties du papyrus offrent des différences pour certaines formes du Γ, du Δ, du K, du Ξ, du Π, du T, du Ψ.

Il n'y a dans le manuscrit aucune ponctuation. Seulement à chaque problème on va à la ligne, en laissant un blanc et parfois en traçant une barre (cf. p. 6 et 9). La première lettre d'une phrase ne se distingue en rien des autres.

2° *Numération et sigles numériques.*

Les nombres sont transcrits selon le système ordinaire par les lettres de l'alphabet surmontées d'un trait (a = A, $\bar{\alpha}$ = 1); mais l'omission de ce trait n'est pas moins fréquente que l'application du système. Quelquefois le trait marque que deux lettres doivent être jointes et les autres isolées Z H $\overline{\text{NC}}$ Θ (*Pr.* 4.), mais quelquefois il les réunit à tort PIB (*Pr.* 16) pour $\overline{\text{PI}}$; B.

Nous avons noté déjà que les formes ouvertes du Γ, du Π, du T représentaient les lettres à l'exclusion des nombres, auxquels en revanche semblaient réservées les formes majuscules du Δ et du Φ, et que les nombres entiers se distinguaient parfois des fractions par la forme seule de la lettre employée.

plus ordinairement inscrit au-dessous de la lettre exprimant le nombre de myriades ($\overset{\circ}{\mu}$, $\hat{\alpha}$ = 20,000, 10,000. *Wattenbach, Einleitung zur griechische Palæographie*).

Les nombres *multiplicatifs* s'écrivent comme les nombres entiers sans aucun signe distinctif : B τῶν IA signifie : le *double* de 11.

Numération des fractions.

Sur la numération fractionnelle se concentre le principal intérêt, car elle sert de fondement à tous les calculs contenus dans le papyrus.

Les fractions sont toujours conçues comme des subdivisions ou parties aliquotes de l'unité. Les expressions fractionnaires où se trouveraient des numérateurs supérieurs à l'unité, comme 3/15, ne sont pas connues. La fraction 2/3 fait seule exception. Règle et exception sont conformes aux principes de la numération égyptienne [1].

Il en résulte qu'une fraction ne se désigne jamais que par un seul nombre entier, celui que nous appelons *dénominateur,* et dont les anciens disaient qu'il était l'*homonyme* de la fraction ou que la fraction en était l'homonyme, τὸ ὁμώνυμον αὐτοῦ μόριον.

De même une fraction se représente par une seule sigle, celle du nombre entier correspondant, légèrement modifiée pour permettre de les distinguer l'un de l'autre. Ici encore les deux parties du papyrus emploient deux systèmes qui diffèrent entre eux et qui ne sont exactement ni l'un ni l'autre le système usuel. Il y a aussi une distinction à faire entre les diverses lettres.

Ordinairement un accent ou un trait à droite de la lettre indique qu'elle doit être lue comme fraction.

Dans la première partie du papyrus cet accent est remplacé après les lettres γ, ε, ϛ, ϡ, par une boucle dont la queue se relève, tracée à l'extrémité du dernier trait de ces lettres. Les lettres I, K et B en composition (soit dans 1/42, 1/22 = μβ, ϰβ) ne se distinguent par rien. Peut-être le trait inférieur du Z se prolonge-t-il un peu dans 1/7. Les lettres α (en composition, par exemple 1/21 = ϰα) δ, η affectent, lorsqu'ils signifient des fractions, des formes différentes de celles qu'elles

1. Cf. CANTOR, *Geschichte der Mathematik* ch. 1, et BRUGSCH, *Grammaire démotique* ch. v.

prennent pour représenter des nombres entiers. Ainsi 4 se trouve toujours écrit par le Δ majuscule; 1/4 au contraire par le δ minuscule (d δ). Le dernier trait de l'ἄλφα, au lieu de se relever après le dernier jambage, se recourbe en arrière; s'il descendait trop brusquement, il pourrait prêter à confusion avec le qoppa ou avec la forme que nous allons signaler de l'êta : en ce cas 1/21, ou 1/28, ou 20 + 1/90, ou 1/20 + 1/90 ne se reconnaîtraient guère qu'au contexte. Dans les fractions, tantôt l'êta garde la forme minuscule, tantôt il en prend une toute particulière : le deuxième trait se rattache au bas du premier et se prolonge au-dessous de la ligne, donnant à la lettre l'aspect non précisément de l' « η » d'imprimerie, mais plutôt du « q » latin, ce qui peut amener la confusion précitée avec l'ἄλφα et surtout le qοππα. La fraction 1/2 se représente par un angle obtus, ouvert à droite, dont le premier trait est vertical. Comme sigle de la fraction 2/3, la seule usitée sans être aliquote de l'unité, Bast signale dans un papyrus du IVe siècle un βῆτα majuscule traversé d'une barre (Ƀ); dans les manuscrits de Héron d'Alexandrie, 2/3 est représenté par une figure semblable, dit M. Rodet (*Journal Asiatique* XVIII, p. 185), à « un « *m* » de romain retourné, au dernier jambage de laquelle s'attache le trait noueux qui remplace le double accent pour marquer les fractions » : la figure qu'il trace, assez voisine du ϖ minuscule, n'est autre que le β minuscule (u) surmonté du trait numérique, ou traversé par la barre de Bast. Ici on emploie un signe nouveau (ϕ) et difficile à expliquer, car il ne dérive sensiblement ni du β ni de la sigle égyptienne. La forme ꝡ, employée par les manuscrits des lettres arithmétiques de Rhabdas, n'est autre chose que le β minuscule (u) avec la boucle qui remplace les accents pour désigner les fractions dans la première partie de notre papyrus. Elle est vraisemblablement postérieure à celle de notre manuscrit car elle correspond à la conception de 2/3 comme δίμοιρον, fraction à numérateur 2.

Dans les problèmes les formes susdites de α, η, δ sont aussi employées, mais aussi bien à ces lettres qu'à toutes les autres est joint un double trait oblique ou, si l'on veut, un double accent, placé à droite (Γ″) : ce double accent se trouvait déjà dans les manuscrits d'Héron; mais il s'y expliquait par ce fait que les nombres entiers y sont indiqués par l'accent simple. Seulement ce double accent est très fréquemment omis devant une fraction et ajouté fautivement devant un nombre entier : ces confusions causent une des principales difficultés de la lec-

ture [1]. En effet, dans ce papyrus, I, par exemple, signifie ou 10, ou le décuple, ou le dixième. La sigle de 1/2 est rarement faite de deux traits droits, l'un et l'autre se recourbent et ondulent; les formes produites sont celles qui ont fait expliquer cette sigle comme l'abréviation de la première lettre d' ἥμισυ : il est toutefois plus vraisemblable de les expliquer comme une déformation d'un angle purement conventionnel, que d'imaginer la réduction de traits courbes en lignes droites. Pour 2/3 la sigle diffère de celle des tables et ne semble pas lui être apparentée; c'est un angle ouvert à gauche, avec un point dans l'ouverture (>).

Les *nombres ordinaux* sont rendus par les mêmes sigles que les fractions. Ainsi au problème 3, on doit rendre τοῦ α″, τοῦ β″, τοῦ γ″, etc., par du 1er, du 2e, du 3e, etc.

Afin de compléter de suite l'exposé du système de numération des fractions dans notre papyrus, ajoutons (ce qui d'ailleurs ne lui est pas particulier) que, pour suppléer à l'absence de fractions à numérateur variable, on les remplace par une somme équivalente de fractions sans numérateur écrites à côté l'une de l'autre sans aucun signe : ainsi 3/4 s'écrira 1/2 1/4 (< d″).

Le *nombre fractionnaire* se représente de même en écrivant à la suite sans aucun signe les quantités qui s'additionnent : 3 1/3 = Γγ″.

L'article ne qualifie dans ces deux cas que le premier nombre énoncé : τοῦ d″ κη″ = τοῦ τετάρτου καὶ τοῦ εἰκόστου ὀγδόου (*Pr.* 23), comme τῆς A< = τῆς μίας καὶ τοῦ ἡμίσους (*Pr.* 38).

3° *Vocabulaire mathématique et abréviations.*

Les opérations à faire sont le plus souvent indiquées par certains mots consacrés, écrits parfois en abrégé. Mais quelquefois rien ne guide le lecteur : ainsi au problème 4 : ZHNϚ doit se lire 7 × 8 = 56; au problème 20 : IZIΘγι/ΛϚ doit se lire 17 + 19 = 36; et plus loin « ἀπὸ τῶν OE ὕφελε Iθιζ″ λείπεται NH » doit s'entendre « de 75 retranchez 19 (qui est le 17e du nombre donné 323), reste 58 ».

1. Des confusions semblables ont lieu dans le papyrus égyptien de Londres (Cf. *Eisenlohr.* p. 66). Dans la transcription de ce manuscrit, les majuscules désigneront toujours des nombres entiers; les minuscules, des fractions.

L'addition se marque par καὶ entre les nombres à additionner, ou encore par μετὰ avec le génitif (*Pr.* 13, 21, 25, 26, 36, 37, 40). Καὶ indique encore simplement que l'on passe à une autre opération. Les mots ἀπὸ τόσων ὕφελε τόσα indiquent une soustraction. Ordinairement ὕφελε est abrégé et défiguré en υφηλ/ : il se trouve néanmoins écrit quelquefois en entier (*Pr.* 29, 30, 31, 32). Les mots ἐπὶ ou παρὰ (en abrégé παρ au *Pr.* 20) entre deux nombres désignent respectivement une multiplication ou une division. La multiplication par un petit nombre peut aussi être indiquée par un verbe spécial : δίπλησον (*Pr.* 38, 39), τρίπλησον (*Pr.* 40), πεντάπλησον (*Pr.* 12, 16, 50), ἑξάπλησον (*Pr.* 18), ἑπτάπλησον (*Pr.* 50), δωδεκάπλησον (*Pr.* 18); la finale est souvent abrégée. La division peut être également indiquée par un verbe : « Ξ μέρισον εἰς Ι γίγνεται Ϛ : 60 partagez-les en 10, cela fait 6 » (*Pr.* 47); une seule fois μέρισον est écrit en entier, partout ailleurs on ne met que les 3 premières lettres avec la barre d'abréviation μερ/; le mot εἰς est parfois omis [1]. Une autre formule pour indiquer un produit est celle-ci : « Β τῶν ΝΕ — le double de 55 » (*Pr.* 16, etc.). Elle est très employée pour répondre à la question « τί ἐπὶ τί *n;* quoi multiplié par quoi fait *n* », c'est-à-dire « quels sont les facteurs de tel produit? » Elle est plus souvent encore employée avec une fraction (qui dans ce cas prend l'article neutre), soit dans une donnée « τῆς Α τὸ κβ″ » (*Pr.* 16), soit pour indiquer une opération qui reste à faire « καὶ τῶν σ τὸ ια″ — reste à prendre 1/11 de 6 » (*Pr.* 14), soit pour répondre à la question « ἐν ποίᾳ ψήφῳ *n;* » Quel est le sens de cette question? Il y est toujours répondu par le produit d'un nombre quelconque par une fraction, par exemple : « Ἐν ποίᾳ ψήφῳ γ″ 0″ μ0″; τῶν Ε τὸ ια″. — Qu'est-ce que 1/3 1/9 1/99? Le 1/11 de 5 » (*Pr.* 8) « Ἐν ποίᾳ ψήφῳ ταῦτα; τῶν Ξ ι″ λ″ τὸ ρι″. — En quel ψῆφος la somme donnée? c'est 1/110 de 60 1/10 1/30. » Le mot ψῆφος a originairement le sens de *caillou* dont on se sert pour calculer. De là, on peut passer au sens de *calcul;* on trouve en effet ce sens chez Héron d'Alexandrie, où le titre ἄλλη ψῆφος signifie « autre *procédé de calcul,* autre *solution* [2] ». Chez certains Pères de l'Église on trouve encore de ce mot une autre acception. C'est le bizarre calcul qui, interprétant comme chiffres les lettres d'un nom propre, en fait la somme à

1. (*Pr.* 1, 11, 37, 48, 49. Il est exprimé aux problèmes 3, 4, 10, 27, 33, 34, 35, 36, 47, 48, 49).

2. Héron, *Traité des mesures* 25. Cf. *Ibid.* 27, 4 et 31. *Géométrie* 33, 3. Ed. Hultsch.

laquelle des propriétés mystiques sont attribuées, ou encore cette *somme mystique* même [1].

Il faut bien se garder de confondre cette expression « *n* μέρισον εἰς *m* — partagez *n* en *m* parties » qui marque une division, avec cette autre « χώρισον *n* εἰς *m* » (*Pr.* 16, 50), ou simplement « *n* εἰς *m* » (*Pr.* 19, 20) qui désigne une tout autre opération sur laquelle il faudra revenir, et signifie « séparez » ou « décomposez *n* en *m* fractions dont la somme soit équivalente à *n* », *n* représentant la fraction, la somme de fractions ou le nombre fractionnaire donnés.

Le résultat de l'addition, de la multiplication et de la division (si l'on considère comme division la multiplication par une fraction) se marque par γι/, abréviation de γίγνεται. Celui de la soustraction par λπται, abréviation de λείπεται. Le mot ἄλλως indique deux solutions possibles, dans le cas où l'on recherche les facteurs d'un nombre. Le résultat final de toutes les opérations, ou tout au moins d'une série d'opérations, est amené par les mots ὡς εἶναι. La formule ὡς εἶναι ὁμοῦ (*Pr.* 39) annonce un résultat récapitulatif. Γέννημα, au problème 4, signifie *somme,* et τὸ γιγνόμενον, au problème 25, *produit.*

Les mots ὑπὲρ et κάθαρσις prennent dans ce manuscrit des sens spéciaux et inusités que nous essayerons de déterminer en expliquant les problèmes où ils se rencontrent.

Les premiers problèmes nous offrent les termes géométriques suivants : περί-

1. Eusèbe (*Hist. Eccl.* V, 8. Ed. Migne XX, p. 449) cite le *calcul du nom* de l'Antéchrist ψήφου τῆς τοῦ Ἀντιχρίστου προσηγορίας par un hérésiarque qui déclare que le *nombre du nom* de la bête de l'Apocalypse ressort des lettres de ce nom d'après le *calcul* des Grecs ὁ ἀριθμὸς τοῦ ὀνόματος τοῦ θηρίου κατὰ τὴν τῶν Ἑλλήνων ψῆφον διὰ τῶν ἐν αὐτῷ γραμμάτων ἐμφαίνεται.

Irénée (I, 15, 2. Ed. Migne VII, p. 616) tourne en ridicule les docteurs qui vous font voir clairement l'origine supra-céleste de Jésus par un calcul de ce genre : vu que les lettres du nom de Jésus ΙΗΣΟΥΣ lues comme chiffres et additionnées font 888 et que d'autre part l'alphabet grec qui sert à traduire les nombres comprend 8 lettres servant à écrire les unités, plus 8 dizaines et 8 centaines, ce qui donne la même *somme* de 888, Jésus renferme donc en son essence tous les nombres c'est-à-dire toutes les perfections : Ἔχει[ς] σαφῶς καὶ τὴν ὑπερουράνιον τοῦ [Ἰήσους] κατ' αὐτοὺς γένεσιν. Διὸ καὶ τὸν ἀλφάβητον τῶν Ἑλλήν[ων] ἔχειν μόναδας ὄκτω, καὶ δέκαδας ὄκτω, καὶ ἑκατόνταδας ὄκτω, τὴν τῶν ὀκτακοσίων ὀγδοήκοντα ὄκτω ψῆφον δεικνύοντα, τοῦτ' ἐστὶ τὸ[ν Ἰήσουν] τὸν ἐκ πάντων συνεστῶτα τῶν ἀρίθμων.

Sophocles, *Dictionnary,* Boston, 1870, sous la rubrique « ψῆφος *a numerical figure* » renvoie encore à Hippolyte, *Heres.* 372, 45 et Théophane 575, 10 et 664, 9.

μετρος = périmètre, — τετράγωνος = quadrangulaire ou plutôt parallélépipédique, — μῆκος = longueur, — πλάτος = largeur, — βάθος et ὕψος, hauteur et profondeur.

La sigle χρ/ N̊ désigne le χρυσοῦ νόμισμα, pièce d'or, unité monétaire, dont la transcription est presque toujours χρύσιον νομισμάτιον ou χρύσια νομισμάτια dans les papyrus du Faïoum [1].

ι̣ est une sigle de l'artabe, ἀρτάβη, mesure de capacité dont le nom, à peine modifié, se perpétue dans le mot arabe moderne *ardeb*.

Enfin une fraction s'appelle μόριον, et le mot *unités* est rendu par un alpha avec un point au-dessous (α̣). Le mot représenté par cette sigle peut être déterminé par un adjectif numéral : « τὸ γέννημα αὐτῶν α̣ ΦΟΓ — la somme en est 573 unités. » Faut-il lire φογ μόναδες? Peut-être; ce serait conforme à l'usage; mais la sigle en question remplace toujours son équivalent phonétique. Toutefois on peut observer que notre calculateur considère le nombre 1 comme un féminin et ne le rend pas néanmoins par μόνας. On a pu s'étonner de voir l'article féminin dans la formule « τῆς Α τὸ κβ'' le 22e de 1 » (*Pr.* 16). Or, deux fois A est traduit par le pronom féminin : d'abord au problème 33, où 49 + 1 = 50 est transcrit ΜΘ μετὰ τῆς μίας γίγνεται Ν; puis au problème 26, dans une expression plus curieuse encore μίαν ἅπαξ *une fois*.

Cet emploi d'un nom de nombre avec l'adverbe ἅπαξ avait beaucoup étonné Letronne, lorsqu'il l'avait rencontré dans l'inscription de Silco [2]. Aussi avait-il cherché partout à les disjoindre et avait-il traduit : *l.* 2 « ἅπαξ δύο (= ἅπαξ καὶ δίς) une et deux fois »; *l.* 4 « μετὰ τῶν τρίων ἅπαξ, une fois en sus des trois, soit quatre fois »; *l.* 6 « ἐκαθέσθην τὸ μὲν πρῶτον ἅπαξ, je me suis la première fois *complètement* établi »; *l.* 17 « ΕΝΑΠΑΞ, *lisez* ἔτι ἅπαξ, encore une fois ». M. Révillout [3] ne voit là que des cas d'une « abominable grécité », et traduit hardiment : « deux fois, — trois fois, — la première fois, — une fois ». La leçon de notre

1. *Papyrus du Louvre,* Letronne, Brunet de Presle et Egger, 1866 (Notices et extraits des mss. t. XVIII, 2e p.) nos 20 et 21 fac-similé. — Wessely, Lettre à M. Révillont sur les papyrus grecs du Louvre provenant du Faïoum. *Rev. Égypt.* vol. III, IV, V nos 3, 5, 12, 17, 18, 19, 20, 21, 26, 35. Dans le no 10 seul on trouve la forme νομίσματα.

2. Cf. *Hist. du christianisme en Égypte,* etc., p. 11, 12, 14, 18.

3. *Mém. à l'Acad. des Inscr. et B.-L.,* 1869, et *Rev. Égypt.* 4e année, III, p. 168.

papyrus μίαν ἄπαξ vient corroborer sa traduction, si ce n'est qu'ici de neutre ἅπαξ est devenu féminin. Ce progrès dans le barbarisme semble bien prouver, à défaut d'autre démonstration, que notre manuscrit est postérieur au VI^e^ siècle, date de l'inscription de Silco. Il reste seulement douteux s'il ne faut pas lire à la ligne 17, comme on l'a proposé, τρὶ ἅπαξ ou τρί[α] ἅπαξ au lieu de ἓν ἅπαξ.

4° *Idiomatismes, fautes de prononciation ou de graphie.*

Au point de vue de la langue, outre τῆς μίας et μίαν ἅπαξ on peut encore relever les formes suivantes :

— ἔλαβα, alexandrinisme pour ἔλαβον (*Pr.* 42.)

— δίπλησον, τρίπλησον, etc., pour διπλασίασον ou δίπλωσον, τριπλασίασον, etc. (Cf. p. 13.)

— ἀπὸ τῶν pour ἀπὸ τούτων (*Pr.* 47 et 49.)

— ἕτερος dans le sens de « un troisième » (*Pr.* 11.)

— πόσας εἶχεν « combien il y *avait* » (*Pr.* 13.)

— θέλομεν ou θέλωμεν μαθεῖν, « nous voulons » ou « nous voudrions savoir » employés indifféremment (*Pr.* 47, 48, 49.)

— ὕφηλε, qui, ainsi que la variante ηφυλε, ne représente que ὑφεῖλε et non la forme correcte de l'impératif ὕφελε.

— εἶρκεν (*Pr.* 13, 17, 47, 48, 49) semble un parfait de ἔργω pour εἶρχα ou ἔερχα : ce verbe a généralement le sens de *enfermer* et aurait ici celui de *retirer*, analogue à ceux de *mettre dehors*, que lui donne Homère au passif (Μυίης ἥτε καὶ ἐργομένη. *Il. Pr.* 571, la mouche qui chassée...) et de *s'abstenir*, que lui donne Hérodote au moyen [1].

Les consonnes τ et δ sont confondues dans les mots τε pour δὲ (*Pr.* 47 et 48) et τευτερω pour δευτερῷ (*Pr.* 48). Le σ est redoublé à tort dans πόσσα (*Pr.* 27).

L'itacisme amène de nombreuses confusions de voyelles. Les voici rangées par ordre :

1. *Thesaurus ling. gr.*, Édit. Didot, s. v. ἔργω.

ει = οι	διειν	*pour*	δυοῖν	*Probl.*	40.
η = οι	πηει		ποιεῖ		50.
η = υ	ηφηλε, ηφυλε		ὕφελε		29, 30, 31.
ι = ει	πολιται		πωλεῖται		10.
	εσπιρεν		ἔσπειρεν		11.
	απελιφθησαν		ἀπελείφθησαν		13, 17.
	υπολιπομενον		ὑπολειπομένων		13, 17.
	μαθιν		μαθεῖν		13, 49.
	εκιντο		ἔκειντο		47, 48.
ι = υ	ημυσι		ἥμισυ		31.
	διειν		δυοῖν		40.
υ = η	πυχων		πηχῶν		1, 2, 5.
	θυσα/		θησα(ὑρῳ)		2 (cf. θησαυροι, 47 sq.)
	ψυφω		ψήφῳ		passim (ψηφω une seule fois. *Pr.* 25)

D'autres erreurs proviennent encore de confusion de prononciation entre longues et brèves, voyelles et diphtongues :

ο = ω	τετραγονος	*pour*	τετράγωνος	*Probl.*	2, 5.
	κοινονοι		κοινωνοί		3, 4.
	πολιται		πωλεῖται		10.
	χορισον		χωρισον		16.
	δοδεκαπλησον		δωδεκάπλησον		18.
	δοσω		δώσω		41, 42.
	γνοναι		γνῶναι		47.
	ος		ὡς		1, 10, 11, 19, 20, 38, 39.
	αλλος		ἄλλως		12, 16, 17, 18, 19, 21, 22, 40, 50.
	τον		τῶν		9, 30.
	υπολιπομενον		ὑπολειπομένων		13, 17.
	πρωτο		πρώτῳ		47, 48.
ω = ο	κεφυλεων		κεφαλαιον		28.
αυ = ο	απαυ	*pour*	ἀπὸ	*Probl.*	49.
αι = ε	αιτερος		ἕτερος		11.
ε = αι	κεφυλεων		κεφάλαιον		28.
ει = ε	δευτειρω		δευτερῷ		47.
η (υ) = ε	υφηλε, ηφηλε (ηφυλε) *pour* ὕφελε.				*passim.*

L'ι souscrit du datif n'est jamais marqué; d'autres lettres sont omises :

ν	γενημα	*pour*	γέννημα	*Pr.*	7, 8.
	πεταπλησον		πεντάπλησον		16.
	τω		τῶν		30, 48.
ρ	στογγυλουν		στρόγγυλος		2.
τα	μετων		μετὰ τῶν		25.
α	IB		α $\overline{\text{IB}}$		47.

Il se trouve aussi des répétitions fautives :

ο	αποο	*pour*	ἀπὸ	*Pr.*	47.
το	τοΦΤΟΝ		τὸ $\overline{\text{φν}}''$		12.
	το$\overline{\text{χτοις}}$		τὸ $\overline{\text{χις}}''$		19.
τί ἐπὶ τί $\overline{\text{PIB}}$ (2 fois de suite)					39.

La répétition se complique d'omission dans :

επι τας τας...	*pour* Z ἐπὶ τὰς				40.

Dans les erreurs suivantes il y a confusion graphique de lettres similaires, ce qui pourrait bien donner à penser que le manuscrit serait une copie non un travail original.

Z	*pour*	Ξ	*Pr.*	19.
ΡΘ		ΡΕ		11.
ΕΙΟ		ΕΙΣ		33.
υρ		↑		25.
λ		Α		25.
υπ (λυπαι)		πτ (λείπεται)		29.
τωνα		ταῦτα		21.
παρα		ποίᾳ		33.
εκαστος		εκαστου		47.
επτασταϲ		επταπλησ(ον)		50.

III°

Les Tables.

Les premières pages du manuscrit sont occupées par des tables de multiplication des nombres entiers par des fractions.

1° *Contenu des tables.*

Ces tables commencent par les multiples de 2/3. Cette quantité, en effet, quoique n'étant pas contenue plusieurs fois exactement dans l'unité est considérée néanmoins comme une fraction μόριον. Ce n'est pas aux yeux du calculateur un multiple d'une fraction, comme aux nôtres, quand nous disons « *les deux* tiers » : c'est une expression simple, τὸ δίμοιρον, comme un 1/2 ou 1/4; aussi est-ce toujours l'article singulier qui précède la sigle de 2/3 : τῆς Α τὸ ϕ.

Les tables donnent ainsi les produits de 2/3 multipliant les 10 premiers nombres, puis les dizaines, les centaines, les milliers jusqu'à 10,000, en suivant l'alphabet. Elles donnent ensuite les produits des mêmes nombres et de 1/3, 1/4, etc., jusqu'à 1/10. La multiplication par 1/2 a semblé trop simple pour avoir le besoin d'être mentionnée.

A partir de 1/11 les tables ne portent plus les produits des nombres supérieurs à celui qui dénomme la fraction. Ainsi dans la liste des multiples de 1/11 elles s'arrêtent à $11 \times 1/11 = 1$; dans celle des multiples de 1/12, à $12 \times 1/12 = 1$, et ainsi de suite de manière à s'arrêter toujours à l'unité. Il est inutile, en effet, de pousser plus loin, car tout nombre supérieur au dénominateur de la fraction est égal à un multiple de ce dénominateur et d'un nombre entier, plus un reste inférieur à ce dénominateur, dont la table fournira le produit par une fraction.

Les tables procèdent ainsi jusqu'au vingtième de 20.

Chaque liste débute par une expression singulière : ϕ (2/3) ἀρίθμῳ ,Δ (4000), — d (1/4) ἀρίθμῳ ,ΑΦ, (1500), etc. Quel est le sens de cette expression? Comment l'expliquer grammaticalement? Ἀρίθμῳ est-il verbe, ou substantif au datif?

Le nombre qui suit ἀρίθμῳ représente toujours le produit de la fraction par 6,000. Quelle est la vertu de ce nombre 6,000? En quoi était-il besoin de mettre ainsi en vedette le produit de ce nombre par chaque fraction? Les problèmes qui suivent n'apportent aucun éclaircissement sur ce point obscur. On peut remarquer toutefois que 6,000 était anciennement le nombre de drachmes au talent, depuis Constantin celui des deniers au sou d'or, et que dans les manuscrits byzantins qui contiennent des tables de calcul, on retrouve le détail des fractions de 6,000; par exemple dans le *Vaticanus gr. 1058*.

Après ce produit mystérieux, les tables en offrent un second dont, au contraire, la limpidité semblerait avoir dû le rendre superflu. C'est le produit de l'unité par la fraction : τῆς Α τὸ ϕ ϕ : les 2/3 de 1 sont 2/3. On retrouve dans les problèmes cette expression naïve : τῆς Α τὸ κϐ′′, χώρισον κϐ′′ εἰς Γ μόρια (*Pr.* 16.), dont on peut rapprocher cette autre : Α ἅπαξ ΙΑ μετὰ τῶν Θ γίγνεται Κ (*Pr.* 25.) : $1 \times 11 + 9 = 20$.

Lorsque le résultat ne peut s'exprimer par une seule fraction, on en accole deux, trois, quatre, et même cinq ou six, comme il a été expliqué à propos de la numération. Ainsi le 1/4 de 7 = 1 1/2 1/4, le 1/7 de 3 = 1/3 1/14 1/42, le 1/11 de 9 = 1/2 1/4 1/22 1/44, le 1/17 de 12 = 1/2 1/12 1/17 1/34 1/51 1/68.

Ce tableau a été certainement copié sur un autre manuscrit. Sa nature l'explique et quelques détails le prouveraient au besoin. C'est d'abord une omission, celle du produit de 500 par 1/5, τῶν Φ τὸ ε′ P. Puis une erreur dans les valeurs de 5 et de $6 \times 1/13$ qui sont transcrites δχϛοη et διγχϛοη, c'est-à-dire 1/4 1/26 1/78 et 1/4 1/12 1/27 1/76, au lieu de 1/3 1/26 1/78 et 1/3 1/13 1/26 1/78; le δ′ a été substitué au γ′ par confusion avec le résultat précédent τῶν Δ δχϛνϐ, $4 \times 1/13 = 1/4\ 1/26\ 1/52$.

2° *Constitution des tables.*

Comment avaient-elles été constitué tout d'abord? Il y a des produits de nombres entiers par des fractions dont les dénominateurs les divisent exactement comme $3 \times 2/3$; $6 \times 1/3$; $10 \times 1/5$ etc. : à vrai dire, cela n'a rien de commun avec le calcul des fractions. Quant aux autres produits, ont-ils été trouvés par purs tâtonnements, ou par une des méthodes que l'on verra appliquées

dans la solution des problèmes? Il semble que ce soit par la première de ces méthodes. En effet, si quelques produits paraissent à la rigueur formés du précédent en ajoutant la fraction multiplicateur, — comme $4 \times 1/11 = 1/3 + 1/33$; $5 \times 1/11 = 1/3\ 1/11\ 1/33$, comme encore les produits de 1/8, — cette manière de procéder entraînerait parfois à de fort longues transformations pour que dans une somme de fractions on n'ait pas deux fois la même; de plus les exemples en sont rares et elle a été visiblement évitée dans des cas où elle était d'application facile comme dans $3 \times 1/19 = 1/15 + 1/20 + 1/57 + 1/76 + 1/95$, où il était si simple d'écrire $1/10 + 1/19 + 1/190$, somme de 1/19 et 2/19. D'autre part, l'usage de la formule, commode quand le dénominateur est un produit de deux entiers, n'a pas grand avantage quand il s'agit de nombres premiers : elle est alors souvent inapplicable, par exemple pour $4 \times 1/5$, $3 \times 1/7$, ou $5 \times 1/7$. Parfois elle donne un résultat différent de celui de l'autre méthode et c'est ce dernier qui est choisi. Ainsi $5 \times 1/11 = 1/3\ 1/11\ 1/33$ d'après le tableau, or la formule donne $1/3\ 1/9\ 1/99$; de même pour $7 \times 1/11$ c'est d'après la formule $1/2\ 1/8\ 1/88$ et d'après le tableau $1/2\ 1/11\ 1/22$; pour $9 \times 1/11$ le tableau donne $1/2\ 1/4\ 1/22\ 1/44$ résultat rapidement obtenu par la première méthode, tandis que l'application de la formule donne un résultat plus complexe et moins rapide $1/3\ 1/33\ 1/4\ 1/44\ 1/6\ 1/66$, d'où l'on peut revenir à l'expression du tableau en opérant une double réduction ($1/3 + 1/6 = 1/2$ et $1/33 + 1/66 = 1/22$); dans le produit déjà cité de $3 \times 1/19$ la formule donnerait précisément l'équivalent négligé $1/10 + 1/19 + 1/90$.

La facilité et la rapidité des opérations ont donc pu faire opter pour la première méthode. Mais, outre les résultats différents que donne la seconde, cette première méthode même peut conduire à diverses expressions. Par exemple pour $4 \times 1/5$ on peut opérer ainsi :

4	5
3 1/3	= 2/3
2/3 = 1/2 1/6	
1/2	= 1/10
1/6	= 1/30

4	5
2 1/2	= 1/2
1 1/2	
1 1/4	= 1/4
1/4	= 1/20

4	5
2 1/2	= 1/2
1 1/2	
1	= 1/5
1/2	= 1/10

4	5
1 2/3	= 1/3
2 1/3	
1 1/4	= 1/4
1 1/12	
1	= 1/5
1/12	= 1/60

De même pour 9 × 1/11, avant 1/2 1/4 1/22 1/44, on obtiendrait 2/3 1/11 1/22 1/66. Pourquoi de ces valeurs équivalentes a-t-on préféré les unes aux autres?

La raison en est dans une double règle d'élégance que voici: 1° entre plusieurs expressions fractionnelles équivalentes formées d'un nombre inégal de fractions, on doit choisir celle qui en contient le moins; 2° entre plusieurs expressions fractionnaires contenant le même nombre de fractions on doit choisir celle dont les fractions sont le moins dissemblables, c'est-à-dire les dénominateurs le moins inégaux. Ces deux règles se complètent, mais se combattent aussi quelquefois. La première élimine la valeur de 4 : 5 = 1/3 1/4 1/5 1/60. Toutefois on admet sans aucune raison appréciable 1/2 1/8 1/56 pour 9 : 14 au lieu de 1/2 1/7 [1]. La seconde élimine les deux valeurs 2/3 1/10 1/30 et 1/2 1/4 1/20, les fractions 2/3 et 1/30, 1/2 et 1/20 étant plus divergentes que 1/2 et 1/10. Elle aurait encore fait adopter 1/3 1/11 1/33 pour 5/11 de préférence à 1/3 1/9 1/99, si l'on avait eu à comparer les résultats des deux méthodes. Pour la valeur de 3/19 la première règle eût dû militer en faveur de 1/10 1/19 1/190 et la seconde l'emporter en faveur de 1/15 1/20 1/57 1/76 1/95. De même pour 2/17 l'expression 1/12 1/51 1/68 a évincé celle-ci 1/9 1/153 qu'aurait donnée la formule. Les solutions de problèmes montreront mainte fois l'application de ces règles.

3° *Usage des tables.*

L'utilité de ces tables pouvait être double : 1° Étant donné un nombre entier et une fraction, elles en indiquent le produit : inutile d'insister sur ce point; 2° étant donné un nombre fractionnaire ou une somme de fractions, ces tables font reconnaître à quel produit d'un nombre entier par une fraction simple cor-

(1) 1re méthode :

9	14
7	1/2
2	(1/7)
1 1/2 1/4	1/8
1/4	1/56

2e méthode :

9 = 7 + 2
7 × 1/14 = 1/2*
14 + 2 = 16
16 : 2 = 8
8 × 1 = 8 (1/8)*
8 × 14 = 112
112 : 2 = 56 (1/56)*

respond le nombre donné. C'est ainsi que fréquemment dans la solution des problèmes le calculateur use de la formule suivante : ἐν ποίᾳ ψήφῳ *v.-g* : d'' μd'' (1/4 1/44 — *Pr.* 9.) ou < γ'' ι'' ξ'' (1/2 1/3 1/10 1/60 — *Pr.* 21). — à quoi le calculateur se répond en citant la table : τῶν Γ τὸ ια'' (3 × 1/11) ou τῶν Ιθ τὸ κ'' (19 × 1/20).

Mais souvent la table est muette. En effet, on a vu qu'à un même produit peuvent correspondre plusieurs expressions équivalentes. Or celui qui a dressé la table a choisi entre ces expressions et n'en a noté qu'une. Ainsi le problème 8 nous présente précisément pour 5/11 la valeur 1/3 1/9 1/99 que l'auteur de la table avait rejetée. D'autre part la table n'offre pas les produits d'un nombre entier par une fraction supérieure à 1/21. Mais souvent le calcul exige la connaissance d'autres produits. Ainsi au problème 18 le calculateur se demande : « Qu'est-ce que 1/15 + 1/40? » Et il répond sans hésiter « c'est le 120e de 11 ». Où a-t-il pris ce résultat? Le problème 12 offre une substitution bien plus extraordinaire et non moins rapidement faite : « Qu'est-ce que 1/10 1/11 1/20 1/22 1/30 1/33 1/40 1/44 1/50 1/55 1/60 1/66 1/70 1/77 1/88 1/90 1/99 1/100 1/110? C'est le 110e de 60 1/10 1/30 ». Cela ne se devinait point.

Pour que la table fût suffisamment pratique et servît non seulement à donner un produit, mais à retrouver les facteurs de toute somme de fractions, il aurait fallu la continuer bien au-delà des produits d'un vingtième, et aussi y comprendre, lorsqu'il y a lieu, plus d'une expression pour chaque produit. Peut-être la table du papyrus en question n'est-elle qu'un extrait d'une table plus complète, que le calculateur des problèmes aurait connue.

Les tableaux suivants reproduisent ceux du papyrus, avec une transcription en chiffres arabes [1].

1. Nous transcrivons les entiers par les lettres grecques majuscules et les fractions par les minuscules accompagnées d'un accent (de deux pour le texte des problèmes) en négligeant la barre horizontale supérieure. Dans le texte de la table les crochets marqueront les lacunes comblées [.], les parenthèses (.), les omissions ou erreurs corrigées.

4° *Texte et transcription des tables.*

Feuille 1 recto, page 1, colonne 1.

ϟ	ἀρίθμῳ [Δ]			1/3 au nombre 4000	
τῆς	Α τὸ ϟ ϟ		de	un les 2/3 = 2/3	
τῶν	Β	Αγ′	de	2	1 1/3
τῶν	Γ	Β	de	3	2
τῶν	Δ	Βϟ	de	4	2 2/3
τῶν	Ε	Γγ′	de	5	3 1/3
τῶν	ϛ	Δ	de	6	4
τῶν	Ζ	Δϟ	de	7	4 2/3
τῶν	Η	Εγ′	de	8	5 1/3
τῶν	Θ	ϛ	de	9	6
τῶν	Ι	ϛϟ	de	10	6 2/3
τῶν	Κ	Ιγ′	de	20	13 1/3
τῶν	Λ	Κ	de	30	20
τῶν	Μ	Κϛϟ	de	40	26 2/3
τῶν	Ν	Λγ′	de	50	33 1/3
τῶν	Ξ	Μ	de	60	40
τῶν	Ο	Μϛϟ	de	70	46 2/3
τῶν	Π	Νγ′	de	80	53 1/3
τῶν	ϟ	Ξ	de	90	60
τῶ[ν	Ρ]	Ξϛϟ	de	100	66 2/3
τῶ[ν	Σ]	Ργ′	de	200	133 1/3
τῶ[ν	Τ]	Σ	de	300	200
τῶ[ν	Υ]	Σξϛϟ	de	400	266 2/3
τῶ[ν	Φ]	Τγ′	de	500	333 1/3
τῶ[ν	Χ]	Υ	de	600	400
τ[ῶν	Ψ]	Υξϛϟ	de	700	466 2/3
τῶν	Ω	Φγ′	de	800	533 1/3
τῶν	ϡ	Χ	de	900	600
τῶν	,Α	Χξϛϟ	de	1000	666 2/3
τῶν	,Β	Αγ′	de	2000	1333 1/3
τῶν	,Γ	,Β	de	3000	2000
τῶν	,Δ	Βχξϛϟ	de	4000	2666 2/3
τῶν	,Ε	Γγ′	de	5000	3333 1/3
τῶν	,ϛ	Δ	de	6000	4000
τῶν	,Ζ	Δχσϛϟ	de	7000	4666 2/3
τῶτ	,Η	Εγ′	de	8000	5333 1/3
τῶν	,Θ	,ϛ	de	9000	6000
τῶν	,Ι	,ϛχξϛϟ	de	10000	6666 2/3

γ′ ἀρίθμῳ ,Β 2/3 au nombre 2000

[τ]ῆς	Α τὸ γ′	γ′	de	1 le 1/3 = 1/3	
τῶν	Β	ϟ	de	2	2/3
τῶν	Γ	Α	de	3	1
τῶν	Δ	Αγ′	de	4	1 1/3
τῶν	Ε	Αϟ	de	5	1 2/3
τῶν	ϛ	Β	de	6	2
τῶν	Ζ	Βγ′	de	7	2 1/3
[τῶν	Η]	Βϟ	de	8	2 2/3
τῶν	Θ	Γ	de	9	3
τῶν	[Ι]	Γγ′	de	10	3 1/3

Colonne 2.

τῶν	Κ	ϛϟ	de	20	6 2/3
τῶν	Λ	Ι	de	30	10
τῶν	Μ	Ιγ′	de	40	13 1/3
τῶν	Ν	Ιϛϟ	de	50	16 2/3
τῶν	Ξ	Κ	de	60	20
τῶν	Ο	Κγ′	de	70	23 1/3
τῶν	Π	Κϛϟ	de	80	26 2/3
τῶν	ϟ	Λ	de	90	30
τῶν	Ρ	Λγ′	de	100	33 1/3
τῶν	Σ	Ξϛϟ	de	200	66 2/3
τῶν	Τ	Ρ	de	300	100
τῶν	Υ	Ργ′	de	400	133 2/3
τῶν	Φ	Ρξϛϟ	de	500	166 1/3
τῶν	Χ	Σ	de	600	200

τῶν	Ψ	ΣΛΓγ′	de	700	233 1/3
τῶν	Ω	ΣΞϚϑ	de	800	266 2/3
τῶν	↑	Τ	de	900	300
τῶν	,Α	ΤΛΓγ′	de	1000	333 1/3
τῶν	,Β	ΧΞϚϑ	de	2000	666 2/3
τῶν	,Γ	,Α	de	3000	1000
τῶν	,Δ	,ΑΤΛΓγ′	de	4000	1333 1/3
τῶν	,Ε	,ΑΧΞϚϑ	de	5000	1666 2/3
τῶν	,Ϛ	,Β	de	6000	2000
τῶν	,Ζ	,ΒΤΛΓγ′	de	7000	2333 1/3
τῶν	,Η	,ΒΧΞϚϑ	de	8000	2666 2/3
τῶν	,Θ	,Γ	de	9000	3000
τῶν	,α	,ΓΤΛΓγ′	de	10000	3333 1/3

d ἀρίθμῳ ,ΑΦ 1/4 au nombre 1500

τῆς	Α τὸ d	d	de	1 le 1/4 = 1/4	
τῶν	Β	≺	de	2	1/2
τῶν	Γ	≺d	de	3	1/2 1/4
τῶν	Δ	Α	de	4	1
τῶν	Ε	Ad	de	5	1 1/4
τῶν	Ϛ	Α≺	de	6	1 1/2
τῶν	Ζ	Α≺d	de	7	1 1/2 1/4
τῶν	Η	Β	de	8	2
τῶν	Θ	Bd	de	9	2 1/4
τῶν	Ι	Β≺	de	10	2 1/2
τῶν	Κ	Ε	de	20	5
τῶν	Λ	Ζ≺	de	30	7 1/2
τῶν	Μ	Ι	de	40	10
τῶν	Ν	ΙΒ≺	de	50	12 1/2
τῶν	Ξ	ΙΕ	de	60	15
τῶν	Ο	ΙΖ≺	de	70	17 1/2
τῶν	Π	Κ	de	80	20
τῶν	ϟ	ΚΒ≺	de	90	22 1/2
τῶν	Ρ	ΚΕ	de	100	25
τῶν	Σ	Ν	de	200	50
τῶν	Τ	ΟΕ	de	300	75
τῶν	Υ	Ρ	de	400	100
τῶν	Φ	ΡΚΕ	de	500	125

f° 1 (r°) col. 3.

τῶν	Χ	ΡΝ	de	600 (le 1/4)	150
τῶν	Ψ	ΡΟΕ	de	700	175
τῶν	Ω	Σ	de	800	200
τῶν	↑	ΣΚΕ	de	900	225
τῶν	Α	ΣΝ	de	1000	250
τῶν	Β	Φ	de	2000	500
τῶν	Γ	ΨΝ	de	3000	750
τῶν	Δ	,Α	de	4000	1000
τῶν	Ε	,ΑΣΝ	de	5000	1250
τῶν	Ϛ	,ΑΦ	de	6000	1500
τῶν	Ζ	,ΑΨΝ	de	7000	1750
τῶν	Η	,Β	de	8000	2000
τῶν	Θ	,ΒΣΝ	de	9000	2250
τῶν	α	,ΒΦ	de	10000	2500

Ε′ ἀρίθμῳ ,ΑΣ 1/5 au nombre 1200

τῆς	Α τὸ ε′	ε′	de	1 le 1/5 = 1/5	
τῶν	Β	γ′ιε′	de	2	1/3 1/15
τῶν	Γ	≺ι′	de	3	1/2 1/10
τῶν	Δ	≺dκ′	de	4	1/2 1/4 1/20
τῶν	Ε	Α	de	5	1
τῶν	Ϛ	Αε′	de	6	1 1/5
τῶν	Ζ	Αγ′ιε′	de	7	1 1/3 1/15
τῶν	Η	Α≺ι′	de	8	1 1/2 1/10
τῶν	Θ	Α≺dκ′	de	9	1 1/2 1/4 1/20
τῶν	Ι	Β	de	10	2
τῶν	Κ	Δ	de	20	4
τῶν	Λ	Ϛ	de	30	6
τῶν	Μ	Η	de	40	8
τῶν	Ν	Ι	de	50	10
τῶν	Ξ	ΙΒ	de	60	12
τῶν	Ο	ΙΔ	de	70	14
τῶν	Π	ΙϚ	de	80	16
τῶν	ϟ	ΙΗ	de	90	18
τῶν	Ρ	Κ	de	100	20
τῶν	Σ	Μ	de	200	40
τῶν	Τ	Ξ	de	300	60

τῶν Υ	Π	de	400	80
(τῶν Φ	P)	de	500	100
τῶν Χ	PK	de	600	120
τῶν [Ψ]	PM	de	700	140
τῶν [Ω]	PΞ	de	800	160
τῶν [↑]	PΠ	de	900	180
τῶν ,Α	Σ	de	1000	200
τῶν ,Β	Υ	de	2000	400
τῶν ,Γ	Χ	de	3000	600
τῶν ,Δ	Ω	de	4000	800
τῶν ,Ε	,Α	de	5000	1000

col. 4.

τῶν ,ϛ	,ΑΣ	de	6000	1200
τῶν ,Ζ	,ΑΥ	de	7000	1400
τῶν ,Π	,ΑΧ	de	8000	1600
τῶν ,Θ	,ΑΩ	de	9000	1800
τῶν ,α	,Β	de	10000	2000

ϛ′ ἀρίθμῳ ,Α 1/6 au nombre 1000

τῆς Α	τὸ ϛ′	ϛ′	de 1	le 1/6 = 1/6
τῶν Β	γ′		de 2	1/3
τῶν Γ	∠		de 3	1/2
τῶν Δ	ϟ		de 4	2/3
τῶν Ε	∠γ′		de 5	1/2 1/3
τῶν ϛ	Α		de 6	1
τῶν Ζ	Αϛ′		de 7	1 1/6
τῶν Η	Αγ′		de 8	1 1/3
τῶν Θ	Α∠		de 9	1 1/2
τῶν Ι	Αϟ		de 10	1 2/3
τῶν Κ	Γγ′		de 20	3 1/3
τῶν Λ	Ε		de 30	5
τῶν Μ	ϛϟ		de 40	6 2/3
τῶν Ν	Ηγ′		de 50	8 1/3
τῶν Ξ	Ι		de 60	10
τῶν Ο	ΙΑϟ		de 70	11 2/3
τῶν Π	ΙΓγ′		de 80	13 1/3
τῶν ϟ	ΙΕ		de 90	15
τῶν Ρ	[Ι]ϛϟ		de 100	16 2/3
τῶν Σ	ΛΓγ′		de 200	33 1/3
τῶν Τ	Ν		de 300	50
τῶν Υ	Ξϛϟ		de 400	66 2/3
τῶν Φ	ΠΓγ′		de 500	83 1/3
τῶν Χ	Ρ		de 600	100
τῶν Ψ	ΡΙϛϟ		de 700	116 2/3
τῶν Ω	ΡΛΓγ′		de 800	133 1/3
τῶν ↑	ΡΝ		de 900	150
τῶν ,Α	ΡΞϛϟ		de 1000	166 2/3
τῶν ,Β	ΤΛΓγ′		de 2000	333 1/3
τῶν ,Γ	Φ		de 3000	500
τῶν ,Δ	Χ[Ξ[ϛϟ]		de 4000	666 2/3
τῶν ,Ε	ΩΛΓγ′		de 5000	833 1/3
τῶν ,ϛ	,Α		de 6000	1000
τῶν ,Ζ	,Α[ΡΞϛϟ]		de 7000	1166 2/3
τῶν ,Η	,Α[ΤΛΓγ′]		de 8000	1333 1/3
τῶν ,Θ	,ΑΦ		de 9000	1500
τῶν ,α	,ΑΧΞϛϟ		de 10000	1666 2/3

f° 1 (r°) p. 1, col. 5.

ζ′ ἀρίθμῳ ΩΝΖζ′ 1/7 au nombre 857 1/7

τῆς Α	τὸ ζ′	ζ′	de 1	le 1/7 = 1/7
τῶν Β	d′κη′		de 2	1/4 1/28
τῶν Γ	γ′ιδ′μβ′		de 3	1/3 1/14 1/42
τῶν Δ	∠ιδ′		de 4	1/2 1/14
τῶν Ε	ϟκα′		de 5	2/3 1/21
τῶν ϛ	∠γ′μβ′		de 6	1/2 1/3 1/42
τῶν Ζ	Α		de 7	1
τῶν Η	Αζ′		de 8	1 1/7
τῶν Θ	Ad′κη′		de 9	1 1/4 1/28
τῶν Ι	Αγ′ιδ′μβ′		de 10	1 1/3 1/14 1/42
τῶν Κ	Β∠γ′μβ′		de 20	2 1/2 1/3 1/42
τῶν Λ	Δd′κη′		de 30	4 1/4 1/28
τῶν Μ	Eϟκα′		de 40	5 2/3 1/21
τῶν Ν	Ζζ′		de 50	7 1/7
τῶν Ξ	Η∠ιδ′		de 60	8 1/2 1/14
τῶν Ο	Ι		de 70	10

τῶν Π	ΙΑγ΄ιδ΄μβ΄	de	80	11 1/2 1/14 1/42
τῶν [Ϥ]	Ι[Β<γ΄]μβ΄	de	90	12 1/2 1/3 1/42
τῶν Ρ	ΙΔd΄κη΄	de	100	14 1/4 1/18
τῶν Σ	ΚΗ<ιδ΄	de	200	28 1/2 1/14
τῶν Τ	ΜΒ<γ΄μβ΄	de	300	42 1/2 1/3 1/42
τῶν Υ	ΝΖζ΄	de	400	57 1/7
τῶλ Φ	ΟΑγ΄ιδ΄μ[β΄]	de	500	71 1/3 1/14 1/42
τῶν Χ	Π[ΕϤ]κα΄	de	600	85 2/3 1/21
τῶν Ψ	Ρ	de	700	100
τῶν Ω	ΡΙ[Δ]d΄[κη΄]	de	800	114 1/4 1/28
τῶν ↑	ΡΚΗ<ιδ΄	de	900	128 1/2 1/14
τῶν ,Α	ΡΜΒ<γ΄μβ΄	de	1000	142 1/2 1/3 1/42
τῶν ,Β	ΣΠ[ΕϤκα΄	de	2000	285 2/3 1/21
τῶν ,Γ	[ΥΚΗ<ιδ΄]	de	3000	428 1/2 1/14
τῶν ,Δ	ΦΟΑγ΄ιδ΄μβ΄	de	4000	571 1/2 1/14 1/42
τῶν ,Ε	ΨΙΔd΄κη΄	de	5000	714 1/4 1/28
τῶν ,Ϛ	ΩΝΖζ΄	de	6000	857 1/7
τῶν ,Ζ	Α	de	7000	1000
τῶν ,Η	[ΑΡΜΒ<γ΄μβ΄]	de	8000	1142 1/2 1/3 1/42
τῶν ,Θ	[ΑΣΠΕϤκα΄]	de	9000	1285 2/3 1/21
τῶν ,α	[ΑΥΚΗ]<ιδ΄	de	10000	1428 1/2 1/14

Η΄ ἀρίθμ[φ Ψ]Ν 1/8 au nombre 750

τῆς Α	τὸ η΄ η΄	de	1 le 1/8 = 1/8	
τῶν Β	d΄	de	2	1/4
τῶν Γ	d΄η΄	de	3	1/4 1/8

col. 6.

τῶν Δ	<	de	4	1/2
τῶν Ε	<η΄	de	5	1/2 1/8
τῶν Ϛ	<d΄	de	6	1/2 1/4
τῶν Ζ	<d΄	de	7	1/2 1/4 1/8
τῶν Η	Α	de	8	1
τῶν Θ	Αη΄	de	9	1 1/8
τῶν Ι	Ad΄	de	10	1 1/4
τῶν Κ	Β<	de	20	2 1/2
τῶν Λ	Γ<d΄	de	30	3 1/2 1/4
τῶν Μ	Ε	de	40	5
τῶν Ν	Ϛd΄	de	50	6 1/4
τῶν Ξ	Ζ<	de	60	7 1/2
τῶν Ο	Η<d΄	de	70	8 1/2 1/4
τῶν Π	Ι	de	80	10
τῶν Ϥ	Ι[Ad΄]	de	90	11 1/4
τῶν Ρ	Ι[Β<]	de	100	12 1/2
τῶν Σ	Κ[Ε]	de	200	25
τῶν Τ	Λ[Ζ]<	de	300	37 1/2
τῶν Υ	Ν	de	400	50
τῶν Φ	ΞΒ[<]	de	500	62 1/2
τῶν Χ	ΟΕ	de	600	75
τῶν [Ψ]	ΠϚ<	de	700	86 1/2
τῶν Ω	Ρ	de	800	100
τῶν ↑	ΡΙΒ<	de	900	112 1/2
τῶν ,Α	ΡΚΕ	de	1000	125
τῶν ,Β	ΣΝ	de	2000	250
τῶν ,Γ	ΤΟΕ	de	3000	375
τῶν ,Δ	Φ	de	4000	500
τῶν ,Ε	ΧΚΕ	de	5000	625
[τῶν ,Ϛ]	ΨΝ	de	6000	750
τῶν ,Ζ	ΩΟΕ	de	7000	875
τῶν ,Η	,Α	de	8000	1000
τῶν ,Θ	,ΑΡΚΕ	de	9000	1125
τῶν ,α	,Α[Σ]Ν	de	10000	1250

f° 1 (verso) p. 2, col. 7.

Ϡ΄ ἀρίθμφ ΧΞϚϤ 1/9 au nombre 666 2/3

τῆς Α	τὸ Ϡ΄ Ϡ΄	de	1 le 1/9 = 1/9	
τῶν Β	Ϛ΄ιη΄	de	2	1/6 1/18
τῶν Γ	γ΄	de	3	1/3
τῶν Δ	γ΄Ϡ΄	de	4	1/3 1/9
τῶν Ε	<ιη΄	de	5	1/2 1/18
τῶν Ϛ	Ϥ	de	6	2/3
τῶν Ζ	ϤϠ΄	de	7	2/3 1/9
τῶν Η	<γ΄ιη΄	de	8	1/2 1/3 1/18
τῶν Θ	Α	de	9	1
τῶν Ι	ΑϠ΄	de	10	1 1/9
τῶν Κ	ΒϚ΄ιη΄	de	20	2 1/6 1/18

τῶν Λ	Γγ′	de	30	3 1/3
τῶν M	Δγ′ϛ′	de	40	4 1/3 1/9
τῶν N	E<ιη′	de	50	5 1/2 1/18
τῶν Ξ	ϛϥ	de	60	6 2/3
τῶν O	Zϥϛ′	de	70	7 2/3 1/9
τῶν Π	H<γ′ιη′	de	80	8 1/2 1/3 1/18
τῶν ϥ	I	de	90	10
τῶν P	IAϛ′	de	100	11 1/9
τῶν Σ	KBϛ′ιη′	de	200	22 1/6 1/18
τῶν T	ΛΓγ′	de	300	33 1/3
τῶν Υ	MΔγ′ϛ′	de	400	44 1/3 1/9
τῶν Φ	NE<ιη′	de	500	55 1/2 1/18
τῶν X	Ξϛϥ	de	600	66 2/3
τῶν Ψ	OZϥϛ′	de	700	77 2/3 1/9
τῶν Ω	ΠH<γ′ιη′	de	800	88 1/2 1/3 1/18
τῶν ↑	P	de	900	100
τῶν ,A	PIAϛ′	de	1000	111 1/9
τῶν ,B	ΣKBϛ′ιη′	de	2000	222 1/6 1/18
τῶν ,Γ	TAΓγ′	de	3000	333 1/3
τῶν ,Δ	ΥMΔγ′ϛ′	de	4000	444 1/3 1/9
τῶν ,E	ΦNE<ιη′	de	5000	555 1/2 1/18
τῶν ,ϛ	XΞϛϥ	de	6000	666 2/3
τῶν ,Z	Ψ(O)[1]Zϥϛ′	de	7000	777 2/3 1/9
τῶν ,H	ΩΠH<γ′ιη′	de	8000	888 1/2 1/3 1/18
τῶν ,Θ	,A	de	9000	1000
τῶν ,α	,ΑΡΙΑϛ′	de	10000	1111 1/9

Col. 8.

	ι′ ἀρίθμῳ X			1/10 au nombre 600
τῆς A	τὸ ι′	ι′	de	1 le 1/10 = 1/10
τῶν B		ε′	de	2	1/5
τῶν Γ		d′x′	de	3	1/4 1/20
τῶν Δ		γ′ιε′	de	4	1/3 1/15
τῶν E		<	de	5	1/2
τῶν ϛ		<ι′	de	6	1/2 1/10
τῶν Z		<ε′	de	7	1/2 1/5
τῶν H		<d′x′	de	8	1/2 1/4 1/20
τῶν Θ		<γ′ιε′	de	9	1/2 1/3 1/15
τῶν I		A	de	10	1
τῶν K		B	de	20	2
τῶν Λ		Γ	de	30	3
τῶν M		Δ	de	40	4
τῶν N		E	de	50	5
τῶν Ξ		ϛ	de	60	6
τῶν O		Z	de	70	7
τῶν Π		H	de	80	8
τῶν ϥ		Θ	de	90	9
τῶν P		I	de	100	10
τῶν Σ		K	de	200	20
τῶν T		Λ	de	300	30
τῶν Υ		M	de	400	40
τῶν Φ		N	de	500	50
τῶν X		Ξ	de	600	60
τῶν Ψ		O	de	700	70
τῶν Ω		Π	de	800	80
τῶν ↑		ϥ	de	900	90
τῶν ,A		P	de	1000	100
τῶν ,B		Σ	de	2000	200
τῶν ,Γ		T	de	3000	300
τῶν ,Δ		Υ	de	4000	400
τῶν ,E		Φ	de	5000	500
τῶν ,ϛ		X	de	6000	600
τῶν ,Z		Ψ	de	7000	700
τῶν ,H		Ω	de	8000	800
τῶν ,Θ		↑	de	9000	900
τῶν ,α		,A	de	10000	1000

f° 1 (v°) p. 2, col. 9.

	ια′ ἀρίθμῳ ΦΥEγ′ιαλγ′			1/11 au n. 545 1/3 1/11 1/33
τῆς A	τὸ ια′	ια′	de	1 le 1/11 = 1/11
τῶν B		ϛξ′	de	2	1/6 1/66
τῶν Γ		d′μd′	de	3	1/4 1/44
τῶν Δ		γ′λγ′	de	4	1/3 1/33
τῶν E		γ′ια′λγ′	de	5	1/3 1/11 1/33

1. Pp. ΨNZϥϛ′

τῶν ϛ	∠ xβ′	de	6	1/2 1/22
τῶν Z	∠ ια′(x)[1]β′	de	7	1/2 1/11 1/22
τῶν H	∠ ϟ xβ′ ξς′	de	8	2/3 1/22 1/66
τῶν Θ	∠ d′ xβ′ μδ̃	de	9	1/2 1/4 1/22 1/44
τῶν I	∠ γ′ xβ′ λγ′	de	10	1/2 1/3 1/22 1/33
τῶν IA	A	de	11	1

ιβ′ ἀρίθμῳ Φ 1/12 au nombre 500

τῆς A τὸ ιβ′	ιβ′	de	1 le 1/12 = 1/12	
τῶν B	ϛ′	de	2	1/6
τῶν Γ	d′	de	3	1/4
τῶν Δ	γ′	de	4	1/3
τῶν E	γ′ ιβ′	de	5	1/3 1/12
τῶν ϛ	∠	de	6	1/2
τῶν Z	∠ ιβ′	de	7	1/2 1/12
τῶν H	ϟ	de	8	2/3
τῶν Θ	∠ d′	de	9	1/2 1/4
τῶν I	∠ γ′	de	10	1/2 1/3
τῶν IA	∠ γ′ ιβ′	de	11	1/2 1/3 1/12
τῶν IB	A	de	12	1

ιγ′ ἀρίθμῳ ΥΞA∠xϛ′ 1/13 au nombre 461 1/2 1/26

(τῆς A τό ιγ′	ιγ′)[2]	de	1 le 1/13 = 1/13	
τῶν B	ζ′ ϟα′	de	2	1/7 1/91
τῶν Γ	ϛ′ xϛ′ λθ′	de	3	1/6 1/26 1/39
τῶν Δ	d′xϛ′ νβ′	de	4	1/4 1/26 1/52
τῶν E	(γ′)[3] xϛ′ οη′	de	5	1/3 1/26 1/78
τῶν ϛ	(γ′[3])ιγ′xϛ′οη′	de	6	1/3 1/13 1/26 1/78
τῶν Z	∠ xϛ′	de	7	1/2 1/26
τῶν H	∠ ιγ′ xϛ′	de	8	1/2 1/13 1/26
τῶν Θ	ϟ γθ′	de	9	2/3 1/39
τῶν I	∠ d′ νβ′	de	10	1/2 1/4 1/52
τῶν IA	∠ γ′ οη′	de	11	1/2 1/3 1/78
τῶν IB	∠ γ′ ιγ′ οη′	de	12	1/2 1/3 1/13 1/78
τῶν IΓ	A	de	13	1

1. Pp. ∠ ια μβ.
2. Pp. omis.
3. Pp. d.

f° 1 (v°) p. 2, col. 10.

ιd ἀρίθμῳ ΥKH∠ ιd′ 1/14 au nombre 428 1/2 1/14

τῆς A τὸ ιd′	ιd′	de	1 le 1/14 = 1/14	
τῶν B	ζ′	de	2	1/7
τῶν Γ	ε′ (o′)[1]	de	3	1/5 1/70
τῶν Δ	d′ xη′	de	4	1/4 1/28
τῶν E	γ′ μβ′	de	5	1/3 1/42
τῶν ϛ	γ′ ιd′ μβ′	de	6	1/3 1/14 1/42
τῶν Z	∠	de	7	1/2
τῶν H	∠ ιd′	de	8	1/2 1/14
τῶν Θ	∠ ϡ′ νϛ′	de	9	1/2 1/8 1/56
τῶν I	ϟ xα′	de	10	2/3 1/21
τῶν IA	∠ d′ xη′	de	11	1/2 1/4 1/28
τῶν IB	∠ γ′ μβ′	de	12	1/2 1/3 1/42
τῶν IΓ	∠ γ′ ιδ′ μβ′	de	13	1/2 1/3 1/14 1/42
τῶν IΔ	A	de	14	1

ιε′ ἀρίθμῳ Υ 1/15 au nombre 400

τῆς A τὸ ιε′	ιε′	de	1 le 1/15 = 1/15	
τῶν B	ι′ λ′	de	2	1/10 1/30
τῶν Γ	ε′	de	3	1/5
τῶν Δ	d′ ξ′	de	4	1/4 1/60
τῶν E	γ′	de	5	1/3
τῶν ϛ	γ′ ιε′	de	6	1/3 1/15
τῶν Z	γ′ ι′ λ′	de	7	1/3 1/10 1/30
τῶν H	∠ γ′	de	8	1/2 1/30
τῶν Θ	∠ ι′	de	9	1/2 1/10
τῶν I	ϟ	de	10	2/3
τῶν IA	ϟ ιε′	de	11	2/3 1/15
τῶν IB	∠ d′ x′	de	12	1/2 1/4 1/20
τῶν IΓ	∠ γ′ λ′	de	13	1/2 1/3 1/30

1. Pp. omis.

τῶν ΙΔ	<γ´ι´	de 14	1/2 1/3 1/10
τῶν ΙΕ	A	de 15	1

(ΙϚ´)[1] ἀριθμῳ TOE 1/16 au nombre 375
τῆς A τὸ ιϚ´ ιϚ´ de 1 le 1/16 = 1/16

τῶν B	η´	de 2	1/8
τῶν Γ	η´ιϚ´	de 3	1/8 1/16
τῶν Δ	d´	de 4	1/4
τῶν E	d´ιϚ´	de 5	1/4 1/16
τῶν Ϛ	d´η´	de 6	1/4 1/8

f° 1 (v°) p. 2, col. 11.

τῶν Z	d´η´ιϚ´	de 7 le 1/16 =	1/4 1/8 1/16
τῶν H	<	de 8	1/2
τῶν Θ	<ιϚ´	de 9	1/2 1/16
τῶν I	<η´	de 10	1/2 1/8
τῶν ΙΑ	<η´ιϚ´	de 11	1/2 1/8 1/16
τῶν ΙΒ	<d´	de 12	1/2 1/4
τῶν ΙΓ	<d´ιϚ´	de 13	1/2 1/4 1/16
τῶν ΙΔ	<d´η´	de 14	1/2 1/4 1/8
τῶν ΙΕ	<d´η´ιϚ´	de 15	1/2 1/4 1/8 1/16
τῶν ΙϚ	A	de 16	1

ιζ´ ἀριθμῳ TNB<γ´(ιζ´)λδ´να´ 1/17 au nombre 352 1/2 1/3 1/17 1/34 1/51

τῆς	A	τὸ ιζ´ ιζ´	de 1 le 1/17 =	1/17
τῶν	B	ιβ´να´ ξη´	de 2	1/12 1/51 1/68
τῶν	Γ	ιβ´ιζ´να´ ξη´	de 3	1/12 1/17 1/51 1/68
τῶν	Δ	ιβ´ιε´ιζ´ ξη´ πε´	de 4	1/12 1/15 1/17 1/68 1/85
τῶν	E	d´λδ´ξη´	de 5	1/4 1/34 1/68
τῶν	Ϛ	γ´να´	de 6	1/3 1/51
τῶν	Z	γ´ιζνα´	de 7	1/3 1/17 1/51
τῶν	H	γ´ιε´ιζ´ πε´	de 8	1/3 1/15 1/17 1/85
τῶν	Θ	<λδ´	de 9	1/2 1/34
τῶν	I	<ιζ´λδ´	de 10	1/2 1/17 1/34
τῶν	ΙΑ	<ιβ´λδ´να´ξη´	de 11	1/2 1/12 1/34 1/51 1/68
τῶν	ΙΒ	<ιβ´ιζ´λδ´να´ξη´	de 12	1/2 1/12 1/17 1/34 1/51 1/68
τῶν	ΙΓ	<d´ξη´	de 13	1/2 1/4 1/68
τῶν	ΙΔ	<d´ιζ´ξη´	de 14	1/2 1/4 1/17 1/68
τῶν	ΙΕ	<γ´λδ´να´	de 15	1/2 1/3 1/34 1/51
τῶν	ΙϚ	<γ´ιζ´λδ´να´	de 16	1/2 1/3 1/17 1/34 1/51
τῶν	ΙΖ	A	de 17	1

1. Pp. ϚI.

f° 2 (r°) p. 3.

col. 12.

ιη′ ἀρίθμφ ΤΛΓγ′ 1/18 au nombre 333 1/3

τῆς A	τὸ ιη′ ιη′	de 1	le 1/18 = 1/18
τῶν B	ϑ′	de 2	1/9
τῶν Γ	ϛ′	de 3	1/6
τῶν Δ	ϛ′ ιη′	de 4	1/6 1/18
τῶν E	d′ λϛ′	de 5	1/4 1/36
τῶν ϛ	γ′	de 6	1/3
τῶν Z	γ′ ιη′	de 7	1/3 1/18
τῶν H	γ′ ϑ′	de 8	1/3 1/9
τῶν Θ	⊂	de 9	1/2
τῶν I	⊂ ιη′	de 10	1/2 1/18
τῶν IA	⊂ ιβ′ λϛ′	de 11	1/2 1/12 1/36
τῶν IB	ϟ	de 12	2/3
τῶν IΓ	ϟ ιη′	de 13	2/3 1/18
τῶν IΔ	⊂ d′ λϛ′	de 14	1/2 1/4 1/36
τῶν IE	⊂ γ′	de 15	1/2 1/3
τῶν Iϛ	⊂ γ′ ιη′	de 16	1/2 1/3 1/18
νῶν IZ	⊂ γ′ ϑ′	de 17	1/2 1/3 1/9
τῶν IH	A	de 18	1

ιθ′ ἀρίθμῳ ΤIE⊂d′λη′ος′ 1/19 au nombre 315 1/2 1/4 1/38 1/76

τῆς A	τὸ ιθ′ ιθ′	de 1	le 1/19 = 1/19
τῶν B	ι′ ρϟ′	de 2	1/10 1/190
τῶν Γ	ιε′ ι′ νζ′ οϛ′ ϟε′	de 3	1/15 1/20 1/57 1/76 1/95
τῶν Δ	ε′ ϟε′	de 4	1/5 1/95
τῶν E	d′ οϛ′	de 5	1/4 1/76
τῶν ϛ	d′ ιθ′ οϛ′	de 6	1/4 1/19 1/76
τῶν Z	γ′ λη′ ριδ′	de 7	1/3 1/38 1/114
τῶν H	γ′ λ′ λη′ νζ′ ϟε′	de 8	1/3 1/30 1/38 1/57 1/95
τῶν Θ	γ′ ιβ′ λη′ νζ′ οϛ′	de 9	1/3 1/12 1/38 1/57 1/76
τῶν I	⊂ λη′	de 10	1/2 1/38
τῶν IA	⊂ ιθ′ λη′	de 11	1/2 1/19 1/38
τῶν IB	⊂ ιβ′ λη′ οϛ′ ριδ′	de 12	1/2 1/12 1/38 1/76 1/114

col. 13.

τῶν IΓ	ϟ νζ′	de 13	2/3 1/57
τῶν IΔ	ϟ ιθ′ νζ′	de 14	2/3 1/19 1/57
τῶν IE	⊂ d′ λη′ οϛ′	de 15	1/2 1/4 1/38 1/76
τῶν Iϛ	⊂ d′ ιθ′ λη′ οϛ′	de 16	1/2 1/4 1/19 1/38 1/76
τῶν IZ	⊂ γ′ λ′ νζ′ ϟε′	de 17	1/2 1/3 1/30 1/57 1/95
τῶν IH	⊂ γ′ ιβ′ νζ′ οϛ′	de 18	1/2 1/3 1/12 1/57 1/76
τῶν IΘ	A	de 19	1

κ′ ἀρίθμῳ Τ 1/20 au nombre 300

τῆς A	τὸ κ′ κ′	de 1	le 1/20 = 1/20
τῶν B	ι′	de 2	1/10
τῶν Γ	ι′ κ′	de 3	1/10 1/20
τῶν Δ	ε′	de 4	1/5
τῶν E	d′	de 5	1/4
τῶν ϛ	d′ κ′	de 6	1/4 1/20
τῶν Z	γ′ ξ′	de 7	1/3 1/60
τῶν H	γ′ ιε′	de 8	1/3 1/15
τῶν Θ	γ′ ι′ ξ′	de 9	1/3 1/10 1/60
τῶν I	⊂	de 10	1/2
τῶν IA	⊂ κ′	de 11	1/2 1/20
τῶν IB	⊂ ι′	de 12	1/2 1/10
τῶν IΓ	⊂ ι′ κ′	de 13	1/2 1/10 1/20
τῶν IΔ	⊂ ε′	de 14	1/2 1/5
τῶν IE	⊂ d′	de 15	1/2 1/4
τῶν Iϛ	⊂ d′ κ′	de 16	1/2 1/4 1/20
τῶν IZ	⊂ γ′ ξ′	de 17	1/2 1/3 1/60
τῶν IH	⊂ γ′ ιε′	de 18	1/2 1/3 1/15
τῶν IΘ	⊂ γ′ ι′ ξ′	de 19	1/2 1/3 1/10 1/60
τῶν (K)[1]	A	de 20	1

1. Pp. IH.

IV°

LES PROBLÈMES. — CALCUL DES FRACTIONS,

1° *Composition du recueil : Gradation des problèmes. Conjectures sur l'origine du manuscrit. Intérêt rétrospectif des calculs.*

La partie la plus longue et la plus intéressante du manuscrit est celle qui contient une série de problèmes avec leur solution. Ces problèmes roulent tous sur le calcul des fractions. La solution proprement dite du problème n'est pas très compliquée en général, mais la manière de calculer est fort curieuse. En effet, la numération fractionnelle des anciens nécessitait des opérations dont on n'a plus besoin aujourd'hui et que déjà le calculateur évitait, lorsqu'il le pouvait, par une sorte de subterfuge, grâce à d'autres opérations plus simples. Les opérations renfermées dans le recueil sont variées soit dans leurs données, soit dans leur solution: tantôt deux problèmes semblables sont résolus par des méthodes différentes; tantôt la nature des nombres sur lesquels on opère successivement amène des modifications dans l'application d'une même méthode.

Le manuscrit contient exactement cinquante problèmes : sur ce nombre rarement plus de deux présentent des cas identiques, et beaucoup ne sont point répétés. Malgré un certain désordre apparent, il existe entre ces problèmes une gradation réelle.

Le recueil commence par quelques problèmes où l'introduction de fractions complique peu les calculs : ce n'est encore qu'un accessoire, soit que la somme des fractions donne un nombre entier qui les remplace dans les calculs, soit que le dénominateur de la fraction divise exactement les nombres donnés. Les uns (*Pr.* 1, 2, 5) résolvent quelques applications de géométrie, calculent des volumes et des contenances; les autres (*Pr.* 3. 4) établissent des partages proportionnels. Avec le problème 6 on arrive au calcul des fractions proprement dit. Ce sont d'abord des soustractions; on en rencontrera d'autres encore disséminées dans le reste du recueil. Tel en est l'ordre, en effet : il ne groupe pas ensemble toutes les opérations de même nature, mais il entremêle d'autres opérations distribuées

comme les premières par ordre de difficultés. Par exemple, pour les soustractions, on pourrait les classer ainsi : 1° une somme de fractions à retrancher de l'unité (*Pr.* 14, 15, 32); 2° une somme de fractions à retrancher d'une fraction (*Pr.* 7, 8, 9, 12); 3° une fraction à retrancher d'une somme de fractions (*Pr.* 24); 4° une somme de fractions à retrancher d'une autre somme (*Pr.* 6, 29, 30, 31); 5° une somme de fractions à retrancher d'un nombre fractionnaire (*Pr.* 25). Ce classement ne rend pas compte de la marche du cahier; en dehors de la donnée, il faut considérer la méthode de résolution; alors on distinguera les problèmes résolus : 1° par des opérations équivalentes à la réduction au même dénominateur (*Pr.* 6, 7); 2° par la substitution, à la somme de fractions composant l'un des termes, des facteurs de cette somme considérée comme un produit (*Pr.* 8, 9, 12, 14, 15, 24, 32); 3° par la substitution des facteurs aux deux termes de la soustraction (*Pr.* 29, 30, 31). On pourrait encore remarquer que les problèmes 6 et 7 indiquent seulement l'opération finale, que les problèmes 8 et 9 en donnent le résultat sans l'expliquer, et que le problème 12 l'expose tout au long.

De l'examen des autres sortes de problèmes ressortirait un ordre analogue. Après quelques spécimens de soustraction, on revient aux problèmes de partage; comme aux problèmes 3 et 4, aux problèmes 10 et 11, étant donné la somme des parts et des fractions proportionnelles à ces parts, on cherche chacune de ces dernières par des méthodes différentes; les n^{os} 47-49 reprenant des problèmes analogues avec des nombres entiers appliquent encore d'autres procédés. On demande aux problèmes 13 et 17 le total primitif, étant donné ce qui reste après plusieurs prélèvements successifs de fractions. A ces problèmes de proportions se rattachent divers calculs d'intérêts (?) proposés sous les n^{os} 26-28, 33-37, 44-46 (les problèmes 41-46 sont posés sans aucune solution). Le n° 16 amène un nouveau genre de problèmes, étroitement lié au système de numération employé : il s'agit de décomposer en une somme équivalente d'un certain nombre de fractions, soit une fraction donnée (n^{os} 16, 50), soit une somme de fractions (n° 19). Le n° 20 combine ce calcul avec celui de la division d'un nombre entier par un nombre entier plus fort. Cette dernière opération est appliquée à des nombres fractionnaires (n^{os} 18, 21, 22, 38-40) ou à des sommes de fractions (n° 23). Enfin, si vers la fin on semble revenir à des espèces de problèmes déjà connues, c'est, ou bien par manière de récapitulation, ou pour compléter le nombre de 50 problèmes.

Malgré cet ordre gradué, il ne faudrait pas chercher là un ouvrage scientifique. On n'y trouverait ni exposé systématique, ni explications d'aucune sorte. La donnée des problèmes et la question sont énoncées succinctement et même parfois incomplètement. Ainsi les cinq premiers problèmes ne posent aucune question : c'est la suite des opérations qui indique ce que l'on cherchait. Aux problèmes 3 et 4 les résultats se confondent avec la donnée. Aux problèmes 2 et 5 l'hypothèse même est incomplète : on donne les dimensions d'un volume; après les opérations nécessaires pour calculer le volume, intervient un nombre que rien n'annonçait et qui divise le produit obtenu. Dans la marche de la solution, les opérations qu'elle amène se succèdent, les chiffres s'alignent, sans que jamais le calculateur avertisse de ce qu'il se propose et explique pourquoi il opère de telle ou telle manière. Il semble à chaque instant, par le mot ὁμοίως, se référer à un modèle qu'il possède dans la mémoire ou sous les yeux, mais que jamais il ne cite ou ne commente.

Il est donc vraisemblable que l'on a affaire ici à un exercice d'enseignement : non pas, si l'on veut, d'enseignement primaire (car les opérations ne sont pas détaillées, épelées pour ainsi dire, et surtout ces problèmes d'une solution peut-être un peu subtile ne paraissent pas d'un usage commun et populaire), mais d'enseignement secondaire. Nous n'aurions même pas entre les mains le livre d'enseignement, la partie du maître, mais le cahier net et soigné d'un élève moyen.

Certaines fautes et certaines locutions semblent le prouver. Sans doute, le maître commençait par exposer et expliquer les procédés de calcul ou la méthode pour résoudre les problèmes. Puis il prenait un exemple et résolvait un problème pour faire comprendre à l'élève la théorie. « Οὕτω ποίει, opérez ainsi », disait-il à chaque opération; et trois fois (*Pr.* 47, 48, 50), par distraction sans doute, l'élève a reproduit la formule du professeur. Ailleurs l'élève se contente de suivre les instructions du professeur, et il débute dans ses calculs par cette formule ci : « Ὁμοίως, de même », c'est-à-dire en opérant comme le maître.

Mais quelquefois il se trompe dans son imitation, et cela même nous prouve que c'est bien une imitation et non la rédaction pure et simple de ce que le maître a dit. Ainsi au problème 24, ayant à soustraire 1/9 de 1/11 1/13, l'élève après avoir, selon la méthode enseignée, réduit en quotient 1/11 1/13, soit 24 : 143, quitte brusquement la voie où il était entré, et au lieu de transformer 1/9 en quotient analogue au premier (équivalent de la réduction au même dénominateur),

il retranche 9 de 24, opération illogique; puis il cherche par les procédés ordinaires l'équivalent de 15 : 143 et obtient le résultat 1/13 1/66 1/78 qui est absurde. Au problème 31, il donne comme 17^{me} de 15 l'expression 1/2 1/3 1/38 1/57, c'est en réalité 1/2 1/3 1/34 1/51.

Le problème 1 appelle spécialement l'attention. On donnait le périmètre supérieur d'une citerne, le périmètre inférieur et la profondeur : la question est évidemment d'en chercher la contenance. En effet, l'élève fait la somme des deux périmètres, en prend la moitié et l'élève au carré, puis multiplie le résultat par la profondeur. Il assimile donc le volume du tronc de cône à celui d'un cylindre de même hauteur et ayant pour base le cercle de rayon moyen, approximation que l'on rencontre de même dans les calculs de volume des écrits de la collection héronienne. Mais le carré du périmètre d'une circonférence soit $4\ \pi^2\ R^2$ n'est pas la surface de cette circonférence πR^2, base du cylindre. Il fallait donc diviser le résultat obtenu par $4\ \pi$, c'est-à-dire par 88/7, si l'on prend l'approximation d'Archimède pour π, ou par 12, si on se contente de l'antique approximation $\pi = 3$. Au lieu d'une division par 12, nous trouvons une division par 36, soit par un nombre 3 fois plus fort. Ou bien il y a là une erreur grossière (comme serait l'application de la formule pour le volume du cône au calcul du volume du cylindre), ou bien il y a un changement d'unité non annoncé, de même que cela semble avoir lieu également dans le problème 2. Dans ce cas, la nouvelle unité, équivalente à trois coudées cubes, ne pourrait guère être que le *cor* de la Palestine. Il est difficile de décider; en tous cas, pour la stéréométrie, l'enseignement que représente notre papyrus n'est nullement la tradition scientifique grecque, mais celle des procédés approximatifs dont l'usage s'était perpétué à côté de l'emploi des formules exactes.

2° *Les diverses opérations sur les fractions. — Exposé systématique des divers procédés de calcul.*

§ 1. *Conséquences de la numération des fractions.*

Des problèmes résolus dans notre recueil on peut tirer une petite arithmétique, telle qu'elle était enseignée, il y a dix siècles et même davantage, en Égypte. Les

procédés employés pour le calcul des fractions diffèrent notablement des nôtres, ainsi que doit le faire pressentir le seul examen de la numération ancienne, origine de ces différences.

Rappelons qu'une fraction, μόριον, est aux yeux des anciens une subdivision de l'unité, se trouvant contenue dans 1 exactement un certain nombre de fois indiqué par sa dénomination même, la fraction 2/3 faisant seule exception à cette règle (cf. p. 19) : par exemple τὸ γ″ = τὸ τρίτον, le tiers, désignant une quantité contenue 3 fois dans 1.

Toutefois, l'auteur ou le transcripteur des problèmes donne parfois à cette expression d'autres sens, peut-être abusifs. Il formule ainsi le problème 11 : « Ἔσπειρέν τις ἀρτάβας Z, ἄλλος H, ἕτερος Θ, καὶ ὁ ποταμόφορος εἶρκεν ἀρτάβας Γ<d″. Πόσα τὸ ζ″, καὶ τὸ η″, καὶ τὸ θ″. — Quelqu'un a semé 7 artabes, un autre 8, un autre 9, l'impôt d'arrosage (?) en a pris 3 1/2 1/4. Combien sont le 7me, le 8me et le 9me? » Cela ne veut pas dire : « Cherchez 1/7, et 1/8, et 1/9 de ce nombre », mais : quelles sont les parts proportionnelles à 7, à 8 et à 9? De même, les calculs du problème précédent se terminent ainsi : « ὡς εἶναι X τὸ γ″,... ΥΝ τὸ δ″,... ΤΞ τὸ ε″ — on obtient 600 comme tiers, 450 comme quart, 360 comme cinquième » : or, ces nombres ne sont nullement 1/3, 1/4, 1/5 du nombre donné 1410. Il faut traduire dans ce cas l'expression « Πόσα τὸ γ″ καὶ τὸ δ″ καὶ τὸ ε″ » par : « Quels sont les nombres *proportionnels* à 1/3, 1/4 et 1/5? »

Un seul nom de nombre suffit donc à énoncer une fraction, et ce nombre indique toujours un dénominateur, jamais un numérateur, ni quand il est isolé, comme dans nos fractions décimales (un franc quinze), ni quand il est joint à d'autres. Si l'on écrit plusieurs nombres à la suite avec le signe des fractions, on n'entend point que la fraction dénommée par les uns soit prise un certain nombre de fois indiqué par les autres, mais que la quantité en question équivaut à une somme de fractions représentées par ces nombres; v-G : γ″ δ″ ϛ″ ι″ signifie 1/3 + 1/4 + 1/6 + 1/10, et 3/4 s'écrira 1/2 1/4, soit < d″ (p. 12 et 15).

Une expression semblerait pourtant l'équivalent d'une fraction à numérateur comme 3/4; c'est celle-ci : « τῶν Γ τὸ d″ — le quart de trois. Mais, à y regarder de près, cela ne constitue pas pour notre calculateur l'énoncé d'une quantité, mais seulement celui de deux facteurs bien distincts, dont le produit sera la quantité cherchée. Si on n'effectue pas l'opération, le calcul paraîtra incomplet. Ainsi aux

fractions, quel que soit le procédé employé pour suppléer à l'absence de numérateurs, aboutissent à des résultats de ce genre. Aussi la multiplication par une fraction, ou mieux encore la division d'un nombre entier par un nombre entier qui soit plus fort que le premier et n'en soit pas un multiple, est-elle dans le calcul des fractions l'opération fondamentale. En sens inverse, on attribuera souvent ces produits de facteurs seulement indiqués aux sommes équivalentes de fractions peu maniables dans les calculs. Le rôle en reste donc des plus importants.

§ 2. Μέρισμος: *Division d'un nombre entier par un autre plus fort.*

Tout nombre qui n'est pas exactement divisible par un autre est ou plus petit, ou composé d'un multiple de ce nombre et d'un plus petit. Donc les procédés que nous allons examiner serviraient également à diviser un entier par un plus fort, ou à compléter une division qui laisse un reste [1].

Si les deux nombres sont petits, la table de division donne la solution [2]. En dehors de ce cas, notre papyrus offre deux méthodes de résolution qu'il emploie ou seules ou concurremment.

1re méthode : résolution par des soustractions [3].

Io Cherchez d'abord plusieurs couples de facteurs dont le diviseur puisse être le produit.

Soit (comme au problème 21) 239 à diviser par 6460 : ce dernier nombre étant le produit de $4 \times 5 \times 17 \times 19$, on peut grouper ses facteurs de bien des façons : $6460 = 2 \times 3230 = 4 \times 1385 = 5 \times 1292 = 10 \times 646 = 17 \times 380 = 19 \times 340 = 20 \times 323 = 34 \times 190 = 38 \times 170 = 68 \times 95 = 76 \times 85$. En vue des opérations suivantes, le calculateur ne note que les derniers couples dont les termes présentent le moins d'écart : ils suffiront et amèneront la solution la plus élégante.

IIo Soustrayez du dividende l'un de ces facteurs et

1. *Probl.* 1, 5, 11, 13, 17, 25, 26, 27, 29, 30, 49.
2. *Pr.* 14, 15.
3. *Pr.* 12, 21, 22.

IIIº Prenez le facteur corrélatif pour dénominateur.

Répétez l'opération autant de fois qu'il sera nécessaire pour épuiser le dividende, mais en prenant chaque fois un nouveau facteur, car il est de règle qu'une suite de fractions ne doit pas contenir deux termes semblables [1].

Soit, en suivant le même exemple : 239 — 76 = 163, or 76 était le 85me de 6460; de même 163 — 68 (qui est 1/95 de 6460) = 95, et 95 est 1/68 de 6460; donc 239 : 6460 = 1/68 1/85 1/95.

On aurait pu décomposer autrement 239, par exemple en 190 + 34 + 10 + 5, ce qui donnerait 1/34 1/190 1/646 1/1292; mais cette expression serait plus longue que la précédente et les dénominateurs en offriraient plus d'écart, deux raisons (ainsi que l'on a vu p. 22) pour la rejeter comme inélégante.

Le cas où le diviseur contiendrait exactement un multiple du dividende, comme 25 : 100 = 1/4 (*Pr.* 26. Cf. 27), peut être considéré comme un cas particulier et le plus simple de l'application de cette méthode.

Cette méthode n'est applicable que si le dividende égale une somme de facteurs du diviseur diversement groupés. Souvent donc il faudra recourir à une autre méthode.

2me méthode [2] : par la formule $a : b\,c = \frac{1}{c\frac{b+c}{a}} + \frac{1}{b\frac{b+c}{a}}$

Cette formule résume les opérations suivantes :

Iº Décomposez, comme dans la méthode précédente, le diviseur en ses facteurs.

Soit les nombres du probl. 23, où l'on cherche 1/35 de 2 : les facteurs de 35 sont 7 × 5.

IIº Additionnez ces facteurs. Soit : 7 + 5 = 12.

IIIº Divisez cette somme par le dividende du problème. Soit 12 : 2 = 6.

IVº Multipliez le quotient par chacun des facteurs du diviseur. Soit : 6 × 7 = 42, et 6 × 5 = 30.

Vº Prenez les produits pour homonymes des fractions dont la somme donne le résultat cherché. Soit 2 : 35 = 1/30 1/42.

1. Cf. p. 70 pour l'analogie entre cette méthode et celle des anciens Égyptiens.

2. *Probl.* 23, 38, 19 (2 : 77), 24 (4 : 143), 50 (1 : 14; 1 : 18; 3 : 110).

Cette méthode peut s'appliquer toutes les fois que la somme des facteurs $b + c$ est un multiple exact du dividende a [1]. L'un de ces facteurs peut d'ailleurs être l'unité, l'autre le diviseur lui-même.

Méthodes mixtes et dérivées.

Il arrive souvent que le dividende n'est pas exactement la somme de plusieurs d'entre les facteurs du diviseur, et d'autre part que le dividende ne divise pas exactement la somme des facteurs du diviseur pris deux par deux; les deux méthodes exposées échoueraient donc devant ces obstacles. Mais on peut y obvier en modifiant ou en combinant ces méthodes de plusieurs manières.

3^{e} *méthode : par application de la formule précédée de soustractions* [2].

On pourra combiner les deux méthodes en commençant par soustraire du dividende tous les facteurs possibles du diviseur selon la première méthode (α), puis en appliquant au reste la formule (β).

Prenons pour exemple la division du *probl.* 24 [3] : on demande le 143^{e} de 15 :

α) I° $143 = 11 \times 13$.
II° $15 - 11 = 4$, donc $15 : 143 = 1/13 + (4 : 143)$.
β) I° $143 = 11 \times 13$.
II° $11 + 13 = 24$.
III° $24 : 4 = 6$.
IV° $6 \times 11 = 66$; $6 \times 13 = 78$.
V° $4 : 143 = 1/66 + 1/78$; donc $15 : 143 = 1/13\ 1/66\ 1/78$.

C'est de ce procédé que l'on use le plus souvent, mais parfois avec quelques variantes, que nous exposons à la suite.

1. Cf. § 4, le cas particulier où $a = 1$.
2. *Pr.* 24, 16 et 50 (5 : 110), 19 (3 : 77).
3. Le résultat du problème est faux, mais cette division est juste.

4e *méthode : par division, soustraction et application de la formule* [1].

Lorsqu'au début, ou bien au cours des opérations, on voit qu'il est possible de simplifier les facteurs de la division en les divisant par un même nombre, cette simplification peut être effectuée pour faciliter les opérations.

Ainsi pour diviser 155 par 3,080 on opérera comme il suit :

α) Simplification : 3080 : 5 = 616; 155 : 5 = 31; 155 : 3080 = 31 : 616.

β) Méthode de soustraction : I° 616 = 7 × 88.
II° 31 — 7 = 24.
III° 31 : 616 = 1/88 + (24 : 616).

α′) Nouvelle simplification : 24 : 8 = 3; 616 : 8 = 77; 24 : 616 = 3 : 77.

β′) Deuxième soustraction : II° 3 — 1 = 2.
III° 3 : 77 = 1/77 + (2 : 77).

γ) Application de la formule : I° 77 = 11 × 7.
II° 7 + 11 = 18.
III° 18 : 2 = 9.
IV° 9 × 11 = 99; 9 × 7 = 63.
V° 2 : 77 = 1/63 + 1/99.

δ) Résultat général : 155 : 3080 = 1/63 1/77 1/88 1/99.

5e *méthode : par plusieurs soustractions et applications successives de la formule* [2].

Au lieu d'appliquer la formule à tout le dividende ou à tout ce qui en reste après une ou plusieurs soustractions, on peut le décomposer en une somme de plusieurs nombres à chacun desquels on applique la formule.

Soit 75 : 323.

α) Méthode de soustraction : I° 323 = 17 × 19.
II° 75 — 17 = 58; 58 — 19 = 39.
III° 75 : 323 = 1/19 + 1/17 + (39 : 323).

1. *Prob.* 19.
2. *Prob.* 20.

β) Applications successives de la formule :

I^re	18 : 323	17 + 19 = 36.	
		36 : 18 = 2.	
		2 × 17 = 34;	2 × 19 = 38.
	39 — 18 = 21		
II^e	12 : 323	36 : 12 = 3.	
		3 × 17 = 51;	3 × 19 = 57.
	21 — 12 = 9		
III^e	9 : 323	36 : 9 = 4.	
		4 × 17 = 68;	4 × 19 = 76.

γ) Résultat général : 75 : 323 = 1/17 1/19 1/34 1/38 1/51 1/57 1/68 1/76.

Ce procédé permet d'appliquer la formule en dehors des cas où le dividende divise exactement la somme des facteurs du diviseur, condition qui en limitait l'usage. Il a seulement l'inconvénient de n'exprimer le quotient que par un grand nombre de fractions.

6^e méthode : par l'introduction dans la formule d'un facteur arbitraire [1].

Si la somme des facteurs n'est pas divisible exactement par le dividende, pour rendre l'opération possible néanmoins, sans aboutir à une longue somme de fractions, on multipliera l'un de ces facteurs par un nombre tel que la somme du produit obtenu et de l'autre facteur devienne un multiple du dividende; puis on divisera par ce même nombre le dénominateur de celles des fractions cherchées où l'autre facteur entre comme élément. Autrement dit, à la formule générale on substituera celle-ci : $a : bc = \frac{1}{c\frac{b+mc}{a}} + \frac{1}{(b\frac{b+mc}{a}) : m}$

Pour que le second dénominateur soit entier, il convient naturellement de prendre pour m un facteur de b, ou b lui-même, si ce nombre est premier. Autrement il reste à décomposer à son tour le quotient $\frac{m\,a}{b(b+mc)}$ en fractions ayant pour numérateur l'unité; c'est le cas qui se présente dans les problèmes 39 et 40. Dans le premier, $\frac{7}{16 \times 11}$ est (en prenant $m = 3$) transformé en $\frac{1}{11 \times 7} + \frac{3}{112}$ qui

1. *Prob.* 18, 39, 40.

reste à décomposer; dans le second $\frac{29}{7 \times 51}$ est (en prenant $m = 30$) transformé en $\frac{1}{7 \times 9} + \frac{30}{51 \times 9}$ ou $\frac{10}{153}$ qui reste à décomposer; le calcul n'est pas achevé.

Prenons pour exemple de la décomposition immédiate, la division 3 : 112. Le nombre 23, somme de 16 et 7 facteurs de 112, n'est pas divisible par 3. Doublons 7 et appliquons la formule :

16 + 14 = 30.
30 : 3 = 10.
7 × 10 = 70; 16 × 10 = 160.
160 : 2 = 80.
3 : 112 = 1/70 1/80.

Si nous mettons en évidence le fait que le facteur b est décomposable en deux facteurs, soit d et f, on semblerait quelquefois avoir décomposé le diviseur en trois facteurs au lieu de deux [1]. La formule deviendrait :

$$\frac{a}{cdf} = \frac{1}{c\frac{cd+df}{a}} + \frac{1}{f\frac{cd+df}{a}}$$

Soit :
43 : 1320 = 1/88 + (28 : 1320).
1320 = 15 × 88 = 11 × 12 × 10.
(11 × 12) + (12 × 10) = 252.
252 : 28 = 9.
9 × 11 = 99; 9 × 10 = 90.
28 : 1320 = 1/90 1/99.

Tels sont les divers procédés (dont quelques-uns il est vrai, comme les derniers étudiés, sont très rarement applicables), au moyen desquels on divise un nombre entier par un entier plus fort. Voyons comment le calculateur s'y prend pour ramener à celle-là presque toutes les autres opérations.

§ 3. *Addition.*

Le papyrus ne contient aucun problème à part sur l'addition des fractions. Toutefois dans le cours des autres problèmes, il opère des additions, mais géné-

1. Prob. 18.

ralement sans exposer le détail. Ces additions peuvent avoir pour but ou, comme l'addition des nombres entiers, de réunir en une seule plusieurs expressions fractionnelles, ou de donner une nouvelle expression à une quantité exprimée par une certaine somme de fractions.

1° *Addition proprement dite.*

On complète les fractions les unes par les autres de manière à former ou des fractions plus grosses ou des entiers que l'on joint à la somme des entiers s'il y en a déjà. *Ex. :* (*Pr.* 3) 3 1/2 + 2 1/2 + 3 1/2 1/4 + 6 1/4 + 4 = 20.

(*Pr.* 25) 14 1/4 1/28 + 10 2/3 1/21 = 25.

2° *Conversion d'une somme de fractions en un quotient.*

A l'inverse de la division qui convertit le quotient de deux nombres entiers en une somme de fractions, cette opération-ci traduit une expression fractionnelle en nombres entiers. La méthode suivie revient à peu près comme calculs à la méthode moderne d'addition par réduction au même dénominateur; mais on n'entend point et on ne pose pas les opérations de même. Comme le dit M. Rodet [1] à propos de l'interprétation que M. Eisenlohr donne des calculs dits de *Sequem* dans le papyrus de Londres, ce serait « une erreur capitale » que « d'indiquer comme but ou même comme moyen des calculs ici effectués, la réduction des fractions à un dénominateur commun : manière d'envisager l'opération qui appartient à l'école mathématique moderne, mais qui n'était pas celle des calculateurs anciens et, en Occident, de ceux antérieurs au XVI^e^ siècle ».

On considère les nombres sur lesquels on opère non comme des numérateurs, mais comme les fractions elles-mêmes transformées en entiers par une multiplication arbitraire que l'on devra compenser par une division finale. C'est la méthode même que constate M. Rodet dans le papyrus de Londres : « Pour faire

1. *Journ. Asiat.*, XVIII, p. 192.

ces additions, dit-il, on ne réduit pas les fractions à un *dénominateur commun;* mais, au moyen d'un *bloc extractif,* on *substitue* aux fractions des nombres *entiers ou presque entiers* sur lesquels l'opération s'effectue plus aisément [1] ».

Le fondement de ce calcul (comme de toutes les substitutions arbitraires qui seront étudiées dans la suite et particulièrement au chapitre des proportions) est le principe de la permanence des rapports géométriques et de la variation proportionnelle des rapports arithmétiques de deux ou plusieurs termes dans leurs multiples et sous-multiples. C'est ce principe même dont M. Rodet croit voir, non sans quelque vraisemblance, une démonstration pratique dans les calculs de *Sequem* au papyrus de Londres [2].

Soit $1/9 + 1/11$: (*Pr.* 6).

$9 \times 11 = 99.$

$\frac{1}{9} \cdot 99 + \frac{1}{11} \cdot 99 = 20.$

$1/9 + 1/11 = 20 : 99.$ —

Si l'on effectuait l'opération on retrouverait la somme primitive $1/9 + 1/11$. L'addition n'a donc de raison d'être que si elle est accompagnée d'autres opérations et faite afin de faciliter celles-ci. Ce n'est bien alors, comme l'a nommé très justement M. Rodet, qu'un *accident de calcul,* et la dernière partie de la phrase précitée en montrait bien le but.

L'addition consiste donc essentiellement dans la transformation d'une somme de fractions indiquée, en un quotient indiqué de deux nombres entiers, en vue de rendre d'autres calculs plus aisés.

Cette définition nous mène à la solution la plus ordinaire des additions. On n'opère pas; on se reporte aux tables de division.

Soit à additionner 1/3 1/9 1/99 (*Pr.* 8). Consultez la table : ἐν ποίᾳ ψήφῳ γ″ 0″ 40″; c'est 1/11 de 5. On remplacera donc 1/3 1/9 1/11 par 5, quitte, après toutes les autres opérations, à diviser le résultat par 11.

1. *Ibid,* p. 219.

2. « L'auteur, dit M. Rodet pour résumer le chapitre de la *Sequem* et le rattacher comme une sorte de préface au chapitre du calcul de *Hau,* l'auteur commence par démontrer que lorsqu'on fait subir une même opération à diverses quantités, les résultats obtenus varient dans le même rapport que les quantités d'où l'on part. » (*J. Asiat.,* p. 398.)

Toutefois les tables ne donneront d'indication que pour un nombre limité de quotients. Si les facteurs doivent être supérieurs à 20, on les obtiendra en prenant pour diviseur le plus petit commun multiple des dénominateurs des fractions [1] et pour dividende la somme des produits de ce nombre et des fractions données.

Soit 1/55 1/56 1/70 à convertir en quatre fractions (cf. § 4. Χωρισμός), il faut d'abord additionner les trois fractions données :

$$55 \times 56 = 3080.$$
$$\tfrac{1}{55} \cdot 3080 = 56; \quad \tfrac{1}{56} \cdot 3080 = 55; \quad \tfrac{1}{70} \cdot 3080 = 44.$$
$$56 + 55 + 44 = 155.$$
$$1/55\ 1/56\ 1/70 = 155 : 3080.$$

(la division qui suit a servi de modèle pour la méthode 4°, page 41).

3° *Conversion d'un nombre fractionnaire en quotient.*

L'addition ayant pour but de constituer un quotient, les entiers qui se trouvent joints aux fractions dans un nombre fractionnaire ne doivent pas rester en dehors de ce quotient (comme nous les laisserions en dehors d'une fraction à numérateur) : on les y fait rentrer en les multipliant par le diviseur du quotient et en les ajoutant au dividende.

1. *Plus petit commun multiple des dénominateurs* est un terme moderne employé ici faute de l'équivalent ancien exact. C'est le *mokhraj* ou *moré* des Orientaux du moyen âge, que *Mahmoud de Hérat* (cité par M. Rodet, *Journ. Asiat.*, p. 207), définit ainsi : « Le *mokhraj* des fractions est le plus petit nombre tel que les fractions prises de lui ressortent entières. Ainsi 1/2 par exemple ressort entière de 2, car la moitié de 2 est 1 qui est entier. Elle ressort également entière de 4 et aussi de tout nombre pair quel qu'il soit, mais on n'étend pas d'une manière générale ce nom à d'autres nombres que 2, parce que le plus petit des nombres d'où une demie ressort entière est 2. » Pour prendre l'exemple ci-dessus, 3,080 serait le *mokhraj* de 1/55, 1/56 et 1/70, parce que c'est le plus petit nombre dont les fractions susnommées ressortent entières toutes trois, sous forme de 56, 55 et 44. On ne voit bien dans cette définition que la préoccupation de substituer des entiers à des fractions, rien qui ressemble à la réduction au même dénominateur.

Soit [1] : $6 + 1/15 + 1/40$.

$1/15 + 1/40 = 11 : 120$; $6 \times 120 = 720$; $720 + 11 = 731$.

$6\ 1/15\ 1/40 = 731 : 120$.

§ 4. Χωρισμός. *Décomposition d'une fraction.*

Pour une raison quelconque on peut désirer substituer à une fraction simple, ou à une somme de fractions, une expression fractionnelle équivalente mais plus complexe. C'est l'objet de plusieurs des problèmes du papyrus d'Akhmîm [2].

Le calcul comprend deux séries d'opérations : 1° transformer la quantité donnée en quotient d'un nombre entier divisé par un plus fort; 2° chercher la valeur de ce quotient par les méthodes étudiées au paragraphe précédent.

1° Si l'on a affaire à une fraction simple, il suffit de la considérer comme le quotient de l'unité divisée par le nombre homonyme et appliquer la formule (toujours applicable en ce cas puisque tous les nombres entiers sont multiples de 1).

Soit à décomposer $1/14$: (*Pr.* 50).

$14 = 7 \times 2$; $7 + 2 = 9$; $9 : 1 = 9$; $9 \times 7 = 63$; $9 \times 2 = 18$; $1/14 = 1/18\ 1/63$.

2° On peut encore multiplier le dénominateur par un nombre quelconque et prendre ce nombre et le produit comme termes de la division à opérer.

Soit $1/22$ à décomposer en trois fractions : au lieu de diviser 1 : 22, on multiplie ces deux termes par 5 et on opère la division (sans la faire précéder de simplification) : $5 : 110 = 1/55\ 1/70\ 1/77$ [3].

3° Si c'est d'une somme de fractions que l'on demande l'équivalent en une expression fractionnelle plus longue, on devra commencer par effectuer la somme de ces fractions : l'addition donnera deux nombres entiers dont cette somme traduisait le quotient. (Cf. *Pr.* 19.)

4° Si la division ne donne pas le nombre de fractions demandé, il n'y a qu'à décomposer à nouveau les plus grosses des fractions obtenues.

1. *Probl.* 18. Cf. 11, 21, 22, 25, 33-37, 40.

2. *Pr.* 16, 19, 20, 50.

3. *Pr.* 16, troisième méth. de division.

Ainsi au problème 50, après avoir obtenu 1/14 1/84 comme équivalent de 1/12, on subdivise 1/14 en 1/63 1/18, puis 1/18 en 1/99 1/22, et enfin 1/22 en 1/55 1/70 1/77 de manière à parfaire les six fractions demandées.

§ 5. *Soustraction.*

Le papyrus est riche d'exemples de soustraction, assez méthodiquement rangés, ainsi que nous avons vu (p. 33). Cependant il ne se présente point de soustraction dont chaque terme serait une fraction simple ($1/a - 1/b$) : toujours l'un des termes au moins est complexe ($1 - 1/a\ 1/b$; $1/a - 1/b\ 1/c$; $1/a\ 1/b - 1/c\ 1/d$).

Les méthodes de solution se réduisent à deux : la première applicable même si l'un des termes est simple, la deuxième seulement si les deux termes sont complexes.

1re *méthode : par transformation d'un des termes en quotient.*

Io On additionne les fractions d'un même terme par l'un des procédés mentionnés plus haut, mais sans faire la division finale;

IIo On substitue aux deux termes du problème deux nombres entiers (ou presque entiers) qui soient dans le même rapport, en supprimant dans l'un le diviseur du quotient obtenu par l'opération précédente, et en multipliant l'autre par ce même diviseur;

IIIo On soustrait l'un de l'autre les deux nombres obtenus.

IVo On fait la division compensatoire.

Soit les trois types de termes à soustraire l'un de l'autre (*Pr.* 14, 7, 6).

$1 - 1/3\ 1/11\ 1/33$	$2/3 - 1/9\ 1/11$	$1/2\ 1/3 - 1/9\ 1/11$.
Io $1/3\ 1/11\ 1/33 = 5 : 11$	$1/9\ 1/11 = 20 : 99$	$1/9\ 1/11 = 20 : 99$.
IIo $1 \times 11 = 11$	$2/3 \times 99 = 66$	$1/2\ 1/3 \times 99 = 82\ 1/2$.
IIIo $11 - 5 = 6$	$66 - 20 = 46$	$82\ 1/2 - 20 = 62\ 1/2$
IVo $6 : 11 = 1/2\ 1/22$	$46 : 99 = 1/3\ 1/9\ 1/90\ 1/110$	$62\ 1/2 : 99 = 1/2\ 1/9\ 1/90\ 1/110$.

Le troisième exemple prouve qu'il n'y a pas identité complète entre cette méthode et la méthode moderne de réduction au même dénominateur.

La méthode devrait demeurer la même si le terme complexe était le premier. En procédant autrement le calculateur a trouvé pour le *probl.* 24 une solution fausse.

2e *méthode : par transformation des deux termes en quotients* [1].

Après cette opération initiale, la marche sera la même absolument que dans la méthode moderne, tout en s'expliquant un peu autrement.

Soit (1/2 1/3) — (1/4 1/28) (*Pr.* 29).

Io Transformation des sommes de fractions en quotients :

$$1/2\ 1/3 = 5 : 6; \quad 1/4\ 1/28 = 2 : 7.$$

IIo Substitution de nombres entiers aux deux quotients en supprimant les dividendes et en multipliant chacun des dividendes par le diviseur de l'autre terme :

$$5 \times 7 = 35; \qquad 2 \times 6 = 12.$$

IIIo Soustraction des produits : $35 - 12 = 23$.

IVo Division compensatoire du reste par le produit des diviseurs :

$$6 \times 7 = 42; \quad 23 : 42 = 1/2\ 1/21.$$

Le problème 25 ne donne pas les deux termes, mais les facteurs dont ces termes seront le produit. On opérera comme ci-dessus, si ce n'est que les quotients seront obtenus au moyen de multiplications au lieu de résulter d'additions. On rejettera de même toute division à la fin. Ainsi donc on grossit provisoirement la quantité à retrancher et celle dont on la retranche dans d'égales proportions ; puis, toutes les opérations faites sans fractions, on ramène le résultat à sa valeur vraie en le divisant par le nombre suivant lequel on avait grossi les données.

1. *Pr.* 25, 29, 30, 31.

§ 6. *Multiplication.*

La multiplication des fractions peut offrir plusieurs cas qui, selon la nature des nombres donnés, se résolvent par la même méthode avec de légères variantes.

1° *Multiplication d'un nombre entier par une fraction.*

C'est une division de deux entiers, et si le diviseur est plus fort que le dividende, c'est le cas sur lequel nous nous sommes longuement arrêtés [1].

2° *Multiplication d'une fraction par une fraction.*

On multiplie l'un par l'autre les nombres homonymes de ces fractions; le résultat cherché est la fraction homonyme du produit.

Le cas ne vaut pas la peine d'être présenté isolément; mais on le trouve par hasard, comme au problème 8, où le calcul amène à chercher le 11e de 2 1/3 : les tables donnent $2 \times 1/11 = 1/6\ 1/66$, reste à y joindre $1/3 \times 1/11 = \frac{1}{3 \times 11} = 1/33$.

3° *Multiplication d'un quotient, d'une somme de fractions, ou d'un nombre fractionnaire par une fraction* [2].

Si l'on est en présence d'une somme de fractions (α), ou d'un nombre fractionnaire (β), il faut : I° additionner les fractions données, ou les entiers et les fractions, de manière à convertir le multiplicande en un quotient; II° multiplier le diviseur de ce quotient par le nombre homonyme à la fraction; III° effectuer la division par ce produit.

Soit : $(1/4\ 1/28) \times 1/5$ (*Pr.* 23), ou encore $(6\ 1/15\ 1/40) \times 1/187$ (*Pr.* 18).

1. *Pr.* 20 et *passim*. Cf. p. 38 sqq.
2. *Pr.* 25 — 23 — 18, 21, 22, 38, 39, 40.

I°	α) $1/4 + 1/28 = 2 : 7$.	β)	$1/15\ 1/40 = 11 : 120$.
			$(6 \times 120) + 11 = 731$.
II°	$7 \times 5 = 35$		$120 \times 187 = 22440$.
III°	$2 : 35 = 1/30\ 1/42$		$731 : 22440 = 43 : 1320 = 1/88\ 1/90\ 1/99$.

γ) Si le quotient est tout donné, la première opération se trouve supprimée.

δ) Si le nombre fractionnaire ne comprend qu'une fraction, les deux premières opérations se résument en une multiplication du nombre fractionnaire et de la fraction diviseur par le dénominateur de la fraction du dividende.

Soit : $1\ 1/2 \times 1/55 = (1\ 1/2 \times 2) : (55 \times 2) = 3 : 110 = 1/70\ 1/77$ (*Pr.* 39, 40).

ε) Au lieu de multiplier le diviseur du quotient, on peut en diviser le dividende par le dénominateur de la fraction.

Soit : 900 : 319 à multiplier par 1/63 (*Pr.* 25), on divise $900 : 63 = 14\ 1/4\ 1/28$; la division par 319 se trouve plus avantageusement rejetée après d'autres opérations.

4° *Multiplication par une somme de fractions ou par un nombre fractionnaire.*

On peut, ou bien multiplier à part le quotient multiplicande par chacune des fractions et faire la somme, ou bien transformer la somme de fractions ou le nombre fractionnaire en un autre quotient et multiplier les dividendes entre eux, les diviseurs entre eux (c'est le procédé moderne, sauf la manière de poser).

Le problème 25 offre un exemple des deux procédés : soit d'abord $(1\ 2/3\ 1/11\ 1/22\ 1/66) \times (1\ 1/2\ 1/29\ 1/58)$:

I°	conversion en quotient :	α)	$2/3\ 1/11\ 1/22\ 1/66 = 9 : 11$; $(1 \times 11) + 9 = 20$.
			$1\ 2/3\ 1/11\ 1/22\ 1/66 = 20 : 11$.
		β)	$1/2\ 1/29\ 1/58 = 16 : 29$; $(1 \times 29) + 16 = 45$.
			$1\ 1/2\ 1/29\ 1/50 = 45 : 29$.
II°	multiplication des termes :		$20 \times 45 = 900$; $11 \times 29 = 319$.
III°	reste à effectuer la division		$900 : 319$.

soit ensuite à prendre $1/63\ 1/84$ du produit précédent :

I°	multiplications isolées :	(900 : 319) × 1/63 = 14 1/4 1/28 : 319.
		(900 : 319) × 1/84 = 10 2/3 1/21 : 319.
II°	addition :	14 1/4 1/28 + 10 2/3 1/21 = 25.
III°	quotient indiqué :	25 : 319.

§ 7. *Proportions, problèmes d'intérêt, division des fractions.*

1° *Données des problèmes.*

Sous les numéros 41 et 42 nous lisons l'énoncé de proportions très simples : « J'ai donné 3, reçu 9 2/3; si je donne 28, que recevrai-je? » Mais la solution manque.

De ceux-là on peut rapprocher plusieurs problèmes analogues : les uns énoncés immédiatement après sans solution, les autres accompagnés d'une solution assez sommaire.

Dans ces derniers, comme dans les précédents, 3 termes sont donnés, un 4e reste inconnu. Ces termes sont combinés des 5 manières suivantes :

1° « Τῶν P ϛ καθάρσεως *n* ὑπὲρ *m* ϛ πόσα; » (*Pr.* 26, 27).
2° « Τῶν P ϛ χρ/ N° *n* ὑπὲρ ἑνὸς N° πόσα; » (*Pr.* 33, 34).
3° « Τοῦ ἑνὸς N° *d* ϛ ὑπὲρ P ϛ πόσα N°; » (*Pr.* 35).
4° « Τῶν *m* ϛ χρ/ N° *i* ὑπερ P ϛ πόσα N°; » (*Pr.* 36, 37).
5° « Τοῦ ἑνὸς N° *d* ϛ ὑπὲρ A ϛ πόσα; » (*Pr.* 44-46).

L'abréviation χρ/ N° représente χρυσοῦ νομίσματα, pièces d'or. Ὑπὲρ signifie proprement *au-dessus;* mais, dans ce sens, il ne pourrait être pris ici qu'adverbialement. Si on le considère comme préposition régissant le génitif qui suit, on ne peut guère le traduire autrement que par *pour*. Le problème 28 (d'ailleurs à peine déchiffrable) semble justifier l'acception adverbiale; mais celle-ci ne concorde guère avec le mot κάθαρσις qu'il est, avec cette acception, également impossible de prendre au sens ordinaire de *purification* et hardi d'entendre pour καθαίρεσις *prélèvement*.

Quant aux problèmes des 4 derniers types, on pourrait y voir des questions de prix d'objets que désignerait ϛ. En tout cas, il s'agit partout d'une règle de trois, pour laquelle un des termes donnés est toujours soit l'unité, soit le nom-

bre 100, et où parfois on a deux termes, dont l'un est 100, l'autre l'unité. On peut donc toujours considérer ces problèmes comme relatifs à des taux pour 100 ou à des *deniers* (quotients de 100 par le taux); κάθαρσις désignerait alors le *taux*. En les assimilant ainsi à des problèmes d'intérêt, je les spécifierais comme suit : « Étant donné :

1° Le taux pour 100, cherchez l'intérêt d'un capital donné : « de 100 unités [le taux étant] *n*, pour *m* unités combien [aura-t-on? »] — $i = \frac{nm}{100}$ (*Pr.* 26, 27;)

2° Le taux pour 100, cherchez le denier *d* : « de 100 unités [l'intérêt étant] *n* deniers d'or, pour 1 denier combien [faut-il de capital]? » — $d = \frac{100}{n}$ (*Pr.* 33, 34);

3° Le denier, cherchez le taux o/o : « de 1 denier [le capital étant] *n* unités, pour 100 unités combien de deniers [d'intérêt aura-t-on]? » — $n = \frac{100}{d}$ (*Pr.* 35);

4e Le capital et l'intérêt, cherchez le taux o/o : « de *m* unités [l'intérêt étant] *i*, pour 100 unités combien [d'intérêt aura-t-on]? » — $n = \frac{100\,i}{m}$ (*Pr.* 36, 37);

5° Le denier, cherchez l'intérêt *i* d'une unité : « de 1 denier [le capital étant] *d* unités, pour 1 unité combien [aura-t-on d'intérêt]? » — $i = 1/d$.

Toutefois le problème 28 ne semble pas devoir se ramener à des calculs similaires, ce qui ferait douter de l'interprétation des autres. De fait, ce problème consiste à partager 100 en deux parts proportionnelles à 1 (τὸ κεφάλαιον, le principal?) et à 1/4 1/28 (τὸ ὑπέρ, le surplus). Pourrait-on le ramener à un calcul d'intérêts comme les précédents? Les contrats de prêt mentionnaient ordinairement la somme prêtée et la somme à rendre sans indication du taux. Aurait-on voulu, étant donné la somme rendue et le taux, exprimé sous forme du rapport de l'intérêt au capital, faire retrouver ces deux derniers?

Si on écarte l'idée d'intérêts, on peut signaler une analogie de nature et même de terme (cette dernière peut-être fortuite) entre ce problème et certains problèmes de *Hau*, v.-g. le problème 37 : « J'entre trois fois dans une mesure, avec mon 1/3 et mon 1/9 *au-dessus* de moi; je remplis. » De même ici le κεφάλαιον avec son 1/4 et son 1/28 donne exactement 100. Mais il serait impossible d'adapter une interprétation semblable aux autres problèmes.

Quoi qu'il en soit, le problème 28 diffère essentiellement des autres. L'énoncé n'en renferme que deux nombres; l'objet n'en est pas de chercher une quatrième proportionnelle. Deux inconnues sont à trouver, dont on donne la somme et le rapport. La solution consiste à ramener le problème au type précédent en formant

un 3e terme par l'addition de 1 au rapport donné, à calculer une quatrième proportionnelle, et enfin à soustraire l'inconnue ainsi trouvée de la somme donnée pour avoir l'autre inconnue. Malgré la simplicité de cette solution, le problème mérite d'être mis à part.

2° *Solution de ces problèmes. Division des fractions.*

La solution n'offre rien d'original si les termes sont des nombres entiers.

Soit, pour le 1er cas, le taux 8 o/o et le capital donné 15 unités (*Pr.* 27) : (100 : 8 : : 15 : πόσα; $i = n\,m : 100$)

$$8 \times 15 = 120; \quad 120 : 100 = 1\ 1/5$$

Mais la présence de fractions dans la donnée amène une petite complication. Avant tout on convertit en quotient les fractions ou le nombre fractionnaire, puis on prend ce quotient pour centre des opérations.

Si donc le nombre fractionnaire devait entrer dans le calcul comme multiplicateur, on multiplie le dividende du quotient par la quantité que le nombre fractionnaire devait multiplier; on en multiplie le diviseur par celle qu'il devait diviser.

Soit, dans le 4e cas (*Pr.* 36), le capital 500, l'intérêt 85 2/3 1/21 : (500 : 85 2/3 1/21 : : 100 : πόσα; $t = 100\,m : n$).

2/3 1/21 = 5 : 7; 85 × 7 = 595; 595 + 5 = 600; 85 2/3 1/21 = 600 : 7;
600 × 100 = 60000; 500 × 7 = 3500;
x = 60 000 : 3500;

Si le nombre fractionnaire devait entrer dans le calcul comme diviseur, on multiplie le diviseur du quotient par la quantité que le nombre fractionnaire devait diviser, on divise le produit par le dividende primitif du quotient.

Soit, dans le 2e cas (pour le 3e et le 5e le calcul serait le même), 5 2/3 1/21 comme taux (*Pr.* 34) :

(100 : 5 2/3 1/21 : : πόσα : 1; $d = 100 : n$).
5 2/3 1/21 = (35 + 5) : 7; 7 × 100 = 700; x = 700 : 40.

On voit que ce procédé revient à peu près à notre multiplication par la fraction diviseur renversée.

1° *Les rapports des parts sont exprimés par des nombres fractionnaires* [1].

La donnée elle-même supprime la difficulté, car la somme de ces nombres est un nombre entier. La solution sera donc très simple :

I° Addition des nombres fractionnaires : $3\ 1/2 + 2\ 1/2 + 3\ 1/2\ 1/4 + 6\ 1/4 + 4 = 20.$
II° Calcul du rapport des sommes : $1000 : 20 = 50.$
III° Multiplication par ce rapport de chacun des nombres fractionnaires.

2° *Les rapports des parts sont exprimés par des fractions* [2].

L'addition des fractions donnerait un quotient fractionnaire, ce quotient devrait diviser la somme donnée, et le nouveau quotient, également fractionnaire, serait multiplié par chacune des fractions. Le calculateur simplifie ces opérations en substituant aux fractions des entiers qui aient entre eux les mêmes rapports : ce seront les produits de ces fractions par le plus petit commun multiple des nombres qui leur sont homonymes :

I° Conversion des fractions en entiers :
$7 \times 8 \times 9 = 504$; $1/7.\ 504 = 72$; $1/8.\ 504 = 63$; $1/9.\ 504 = 56.$
II° Addition des nouvelles expressions du rapport des parts : $72 + 63 + 56 = 191.$
III° Rapport des sommes : $573 : 191 = 3.$
IV° Multiplication des nombres proportionnels :
$72 \times 3 = 216$; $63 \times 3 = 189$; $56 \times 3 = 168.$

3° *La somme donnée est la plus petite : expédient pour avoir un rapport entier* [3].

On substitue aux nombres qui expriment les rapports des inconnues, des nombres proportionnels dont la somme soit inférieure à celle des inconnues (en divisant par exemple ces nombres et leur somme par le plus grand facteur commun) :

1. *Pr.* 3.
2. *Pr.* 4, 10.
3. *Pr.* 47.

I°	Substitution :	$200 + 300 + 500 = 1000 = 100 \times 10$.
		$200 : 100 = 2$; $300 : 100 = 3$; $500 : 100 = 5$.
II°	Addition :	$2 + 3 + 5 = 10$.
III°	Rapport des sommes :	$60 : 10 = 6$.
IV°	Multiplications :	$2 \times 6 = 12$; $3 \times 6 = 18$; $5 \times 6 = 30$.

Au lieu de diviser de suite chacun des nombres proportionnels aux inconnues, on peut n'en diviser que la somme et remettre à la fin des opérations la division de chacun des nombres donnés par le diviseur adopté (*Pr.* 48) :

I°	Addition :	$320 + 400 + 480 = 1200$.		
II°	Substitution :	$1200 = 40$ ($\times 30$).		
III°	Rapport des sommes :	$160 : 40 = 4$.		
IV°	Multiplications :	$320 \times 4 = 1280$;	$400 \times 4 = 1600$;	$480 \times 4 = 1920$.
V°	Divisions omises :	$1280 : 30 = 42\ 2/3$;	$1600 : 30 = 53\ 1/3$;	$1920 : 30 = 64$.

4° *La somme donnée est la plus petite : 2e expédient.*

Pour obtenir le rapport des sommes, on divise la plus grosse par la plus petite, mais au lieu de multiplier les nombres proportionnels aux inconnues, on les divise par ce rapport.

Soit : 720, 830, 950 les nombres donnés, 500 la somme à répartir (*Pr.* 49 modifié).

I°	Addition :	$720 + 830 + 950 = 2500$.
II°	Rapport renversé :	$2500 : 500 = 5$.
III°	Division :	$720 : 5 = 144$, etc.

Mais la division du plus gros nombre par le plus petit peut donner quand même un rapport fractionnaire.

5° *Le rapport des sommes est un nombre fractionnaire (ou une somme de fractions).*

Avant de poursuivre les calculs, on convertit ce rapport en un quotient de deux nombres entiers, puis on multiplie ou on divise par ce quotient les nombres donnés selon qu'il exprime le rapport de la somme des inconnues à la somme des nombres donnés ou inversement.

Soit, dans la donnée du problème 49 :

I° Addition : $720 + 830 + 950 = 2500$.

II° Rapport des sommes : α) $550 : 2500 = 1/5\ 1/50$.

Rapport renversé : β) $2500 : 550 = 4\ 1/2\ 1/22$.

III° Conversion en quotient : α) $1/5\ 1/50 = 11 : 50$.

β) $1/2\ 1/22 = 6 : 11$; $(4 \times 11) + 6 = 50$; $4\ 1/2\ 1/22 = 50 : 11$.

IV° Multiplication par le rapport ou division par le rapport renversé :

$720 \times 11 = 7920$; $830 \times 11 = 9130$; $950 \times 11 = 10450$.

$7920 : 50 = 158\ 1/3\ 1/15$; $9130 : 50 = 182\ 1/2\ 1/10$; $10450 : 50 = 209$.

On voit qu'avec ce procédé peu importe la manière dont on prend le rapport des deux sommes ; les calculs suivants ne changent pas.

6° *La somme donnée est un nombre fractionnaire.*

On commence par convertir ce nombre fractionnaire en un quotient. Puis on multiplie ce quotient par son diviseur (en supprimant ce dernier) et par le même nombre la somme des nombres donnés : le rapport, que ces opérations auront laissé constant, sera exprimé par un nombre entier ou le quotient de deux nombres entiers, et on continuera comme dans les cas précédents.

Soit le problème 11 :

I° Conversion en quotient : $1/2\ 1/4 = 3 : 4$; $3\ 1/2\ 1/4 = 15 : 4$.

II° Addition : $7 + 8 + 9 = 24$.

III° Substitution : $24 \times 4 = 96$.

IV° Rapport des sommes : $15 : 96$.

V° Multiplication par le quotient : $7 \times 15 = 105$; $8 \times 15 = 120$; $9 \times 15 = 135$.

$105 : 96 = 1\ 1/16\ 1/32$; $120 : 96 = 1\ 1/4$; $135 : 96 = 1\ 1/4\ 1/8\ 1/32$.

II^e *type de problèmes.*

Une deuxième catégorie de problèmes (13, 17) aurait pour type l'énoncé suivant : « Étant donné le reste d'une somme sur laquelle on a opéré des prélèvements successifs, retrouver cette somme » ($x - \frac{x}{a} - \frac{1}{b}(x - \frac{x}{a}) - \ldots = R$.)

On trouve la solution comme dans les problèmes précédents, en multipliant la somme donnée par un rapport, celui de l'unité à ce qui en reste après le prélè-

vement des fractions ($x = \mathrm{R} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{a} - \frac{1 - \frac{1}{a}}{b} - \ldots}$). Mais il serait épineux de calculer ce reste en fractions et l'expression du rapport serait difficile à manier : aussi commence-t-on par substituer à l'unité et à ce reste deux nombres entiers qui soient dans le même rapport. Pour cela on prend au lieu de l'unité le produit des dénominateurs des fractions données ; on en soustrait le produit de ce même nombre par la première fraction donnée (toujours un nombre entier), puis le produit du reste et de la deuxième fraction, et ainsi de suite. Le dernier reste divisant le premier produit exprime le rapport cherché.

Soit : 1/13 et 1/17 du reste, les fractions prélevées successivement, 150 la somme demeurée (*Pr.* 13), on opérera ainsi :

I° Substitution : $13 \times 17 = 221$.

$\frac{1}{13} 221 = 17$; $221 - 17 = 204$; $\frac{1}{17} 204 = 12$; $204 - 12 = 192$.

II° Rapport : $221 : 192$.

III° Multiplication par ce rapport :

$150 \times 221 = 33150$; $33150 : 192 = 172\ 1/2\ 1/8\ 1/32$.

Il y a quelque analogie entre ces divers procédés de *substitution* et la méthode moderne dite de *fausse position*. Mais je crois inutile d'entrer dans les discussions auxquelles une analogie toute pareille a donné lieu dans les problèmes du Manuel du calculateur égyptien [1]. Il semble préférable de comparer ces derniers avec les problèmes de notre manuscrit.

3° *Comparaison avec le papyrus Rhind.*

Le papyrus d'Akhmîm offre de profondes différences, mais aussi de réelles analogies, avec son ancêtre le papyrus Rhind, conservé à Londres et étudié par MM. Eisenlohr et Cantor.

Une série de problèmes avec leur solution est présentée de part et d'autre. Parfois le scribe égyptien donnait un fragment de commentaire, le rédacteur grec se

1. Cf. *Rev. Égypt.*, II, 2° et 3°, p. 294 sqq. où M. Révillout réfute l'opinion de M. Rodet qui ne voit dans les calculs égyptiens que des applications de la méthode de fausse position, tandis que lui-même y retrouve de pure algèbre. — Cantor. *Geschichte der Mathematik.* — Rodet, *J. Asiat.*, 1881, XVIII, p. 184.

contente d'inscrire les opérations et les chiffres. Pourtant la formule « *ârt mà χeper* » se retrouve dans le οὕτω ποίει avec sa contre partie ὁμοίως. Le Grec ne fait pas comme l'Égyptien la preuve de tous ses calculs.

Le papyrus égyptien renferme un Manuel du calculateur enseignant par des modèles à son possesseur la manière de résoudre la plupart des problèmes qui pouvaient se présenter dans la vie ordinaire. Les problèmes sur la mensuration des champs et greniers à serrer le blé y tiennent une place très importante. Le papyrus grec donne beaucoup moins de problèmes relatifs à la vie des champs; il est muet sur la construction des pyramides; mais il introduit des problèmes sur l'intérêt de l'argent : ce sont là non seulement des différences de composition technique, mais l'indice d'un changement de mœurs.

Au point de vue purement technique, le calculateur le plus récent semble moins préoccupé de la solution du problème même, que de la manière d'effectuer les calculs qu'elle entraîne. Aussi les problèmes sont moins variés dans le manuscrit grec que dans l'autre comme données, mais un plus grand nombre de cas d'opérations sur les fractions est prévu. Ce qui semble intéresser ici le calculateur ce n'est pas le problème, mais l'opération à effectuer avec des fractions.

Entrons dans plus de détails soit sur le choix et la solution des problèmes, soit sur la marche des opérations.

Le système de numération est le même aux deux époques : même exclusion des numérateurs autres que 1, même exception pour 2/3, même emploi de sommes de fractions.

Les deux papyrus débutent par des tables de division ou de multiplication par une fraction. Mais dans le texte grec on multiplie successivement par la même fraction toute une série de nombres (de 1 à 10 000 ou de 1 au nombre homonyme) avant de passer au produit d'une autre fraction; le texte égyptien offre d'abord le quotient de 2 par tous les nombres impairs de 3 à 99; plus loin on y trouve le quotient des 9 premiers nombres divisés par 10. Ces deux listes du texte égyptien contiennent des valeurs différentes de celles qu'offre le texte grec, presque toujours ces dernières l'emportent en élégance selon les règles que nous avons énoncées : ainsi 1/7 1/91 et 1/10 1/190 pour 2 : 13 et 2 : 19 sont moins complexes que 1/8 1/52 1/104 et 1/12 1/76 1/114.

Il n'y a point dans le papyrus grec de problèmes qui correspondent parfaite-

ment à la première série des problèmes de *seqem* ou *seghom* (nos 7 à 20) où l'on cherche à exprimer la différence d'une fraction et d'un nombre quelconque par un sous-multiple de cette fraction. Toutefois le principe du calcul y est le même que dans les problèmes de la deuxième série (nos 21 et 23) qui présentent de simples soustractions de fractions. Or ici l'Egyptien use pour son calcul des mêmes procédés que le Grec, procédés analogues, sans être identiques, au nôtre de réduction au même dénominateur. L'un et l'autre, en effet, substituent aux fractions données des nombres entiers qui soient dans le même rapport, quitte à terminer par une division compensatoire, ainsi qu'il a été exposé (pp. 44 et sqq.) aux chapitres de l'addition et de la soustraction; l'un et l'autre se contentent néanmoins parfois, pour ces nombres qui remplacent nos numérateurs des fractions ramenées à un commun dénominateur, de ce que M. Rodet appelle des « nombres presque entiers », c'est-à-dire d'entiers accompagnés de fractions faciles à manier, comme 82 1/2 (*Pr.* 6 du Pp. d'Akhmîm), 11 1/4, 5 1/2 1/8 (*Pr.* 23, du Pap. Rhind).

Les problèmes dits de *Hau,* où M. Eisenlohr voit des équations du premier degré, sans convaincre M. Rodet, sont plus ou moins semblables aux problèmes 13 et 17 du papyrus d'Akhmîm; on retrouvera une grande analogie dans la marche des calculs.

A la solution de ces problèmes se rattache étroitement celle des problèmes de partage. Le calculateur égyptien opère principalement sur des pains. Tantôt les parts qu'il fait sont toutes égales : c'est alors une simple division (*Pr.* 1-6). Tantôt les parts sont réparties en 2 séries, les unes étant égales entre elles et ayant avec les autres, pareillement égales entre elles, un rapport donné (*Pr.* 39 et 65). Tantôt elles forment une progression arithmétique (*Pr.* 40 et 64). Tantôt enfin elles sont proportionnelles à certains nombres donnés. Ce dernier cas seul est commun aux deux recueils. La solution est la même : chacun des nombres entiers ou fractionnaires exprimant les proportions des parts est multiplié par le rapport de la somme de ces nombres à la somme donnée [1]. Seulement les cas

1. *Pr.* 62 : Une parure composée d'or, d'argent et d'étain vaut 84, la quantité d'or est 12 *Ȝen*, celle de l'argent 6 *Ȝen*, celle de l'étain 3 *Ȝen* :

$12 + 6 + 3 = 21$; $84 : 21 = 4$;

4×12	=	48
6	=	24
3	=	12
Somme 21	Somme	84

étudiés par le calculateur égyptien sont moins nombreux ; au problème 63, où les rapports des parts sont exprimés par des fractions, il n'y substitue pas des nombres entiers proportionnels, mais pour calculer le rapport multiplicateur il a recours à l'intermédiaire de l'unité [1].

Les problèmes égyptiens sur les rapports entre les mesures de farine et des quantités de pains à faire ont été remplacés, dans le papyrus grec, par les problèmes d'intérêt. Le calcul des pyramides a disparu. Les problèmes sur les volumes et les surfaces tiennent beaucoup moins de place. Dans ceux qui restent, on peut entrevoir que la mesure du cercle est obtenue en multipliant le carré du rayon par 3, et non plus suivant l'ancienne méthode en prenant le carré des 8/9 du diamètre. Mais la solution des problèmes 2 et 5 d'Akhmîm, où le volume d'un fossé ou d'un trésor est divisé par un nombre étranger à la donnée, rappelle singulièrement les problèmes de greniers dont le volume est divisé par le rapport d'une mesure de capacité *(auit* ou *bescha)* à la coudée cube : cette ressemblance permet de compléter les données incomplètes.

En compensation des calculs absents, nous trouvons dans le papyrus d'Akhmîm l'opération du χωρισμός et plusieurs méthodes nouvelles de division.

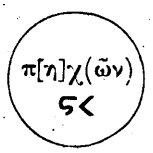
Tel est le bilan des similitudes et des différences qui existent entre les problèmes des deux recueils de calculs.

1. *Pr.* 63 : 1 : 1 1/2 1/4 (somme des rapports) = 1/2 1/14 ; le nombre des pains 700 × (1/2 1/14) = 400 ; et l'on multiplie par 400 chacun des nombres exprimant les rapports : 400 × 2/3 = 266 2/3, etc...

4° *Texte des problèmes : transcription et traduction.*

Feuille 3 (verso), page 6, colonne 1.

N° 1). †



(1)

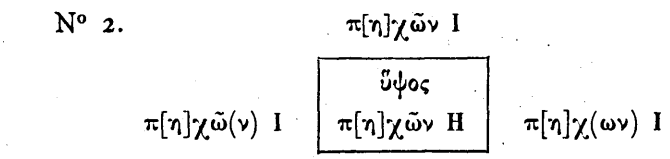
Λάκκος [στρογγύλος] [2] ἦν · [ἡ] [3] ἄνω περίμετρος π[η]χ(ῶ)ν [4] Κ,
ἡ κάτω περίμετρος π[η]χῶν ΙΒ, [τὸ] [3] βάθος πηχ(ῶν) ϛ<.
Ὁμοίως Κ καὶ ΙΒ γί(γνεται) ΛΒ, τὸ < τῶν ΛΒ γί(γνεται) Ιϛ. Ὁμοίως
Ιϛ ἐπὶ Ιϛ γί(γνεται) ΣΝϛ. Ὁμοίως ΣΝϛ ἐπὶ ϛ<
γί(γνεται) ͵ΑΧΞΔ. Ὁμοίως ͵ΑΧΞΔ μέρ(ισον εἰς) Λϛ · [ὡ]ς [4] εἶναι
[Μϛ]* ϛ″ ιη″.

Il y avait une citerne ronde : le périmètre supérieur était de 20 coudées, le périmètre inférieur de 12 coudées, la profondeur de 6 1/2 coudées.

De même 20 et 12 font 32; la 1/2 de 32 fait 16. De même 16 [multiplié] par 16 font 256. De même 256 par 6 1/2 font 1664. De même divisez 1664 en 36, en sorte que [le résultat] est 46 1/6 1/18.

Pour l'explication de ce problème et de l'erreur que renferme la solution, cf. p. 35.

N° 2.



N° 1. Texte. — 1. Les figures sont données par le manuscrit. — Nous respectons dans la transcription la distribution des lignes sur le papyrus. — Nous renfermons entre crochets [] les restitutions, entre parenthèses () la finale des mots abrégés; dans la traduction les crochets marqueront des additions, les parenthèses des explications. — Nous transcrivons les nombres entiers par des majuscules sans barres, les fractions par des minuscules accentuées. — Une étoile (*) indique une lacune dans le papyrus.

2. Pap. : στονγυλουν.

3. Omis.

4. Le ms. écrivant toujours πυχων pour πηχῶν, très souvent ος pour ὡς, nous rectifierons sans renvoyer à des notes spéciales. (Cf. p. 19 sq.)

[Θη]*σαυρὸς τετράγ[ω]¹νος πηχῶν I, πηχῶν I,
[πη]*χῶν I, πηχῶν I. [illegible] Ὁμοίως I ἐπὶ I γί(γνεται) P.
[Ὁμοί]ως P ἐπὶ H γί[γνεται] Ω. Ὁμοίως οὖν Ω ἐπὶ Γ δ″ η″ ·
[ὡ]ς εἶναι ΒΨ α χωρεῖ ἐν τῷ θ[η]σα(υρῷ) ²

Un trésor quadrangulaire (chacun des 4 côtés mesure); 10 coudées.

De même 10 × 10 = 100 ³. De même 100 × 8 = 800. De même donc 800 × 3 1/4 1/8. Résultat : 2700 unités; c'est ce que peut contenir le trésor.

La donnée est incomplète : il faut supposer que l'on demande combien le trésor peut contenir d'objets ou de mesures dont une coudée cube renferme 3 1/4 1/8. La comparaison avec les problèmes 41 à 48 du papyrus de Londres conduirent à pour la question comme suit : combien le θησαυρός (par où l'on entendrait un *grenier*) pourrait-il contenir de mesures de grains dont 3 1/4 1/8 entreraient dans une coudée cubique? Cette mesure serait l'artabe, assimilée au pied cube, si ce dernier n'est pas tout simplement l'unité de transformation; car la coudée vaut les $\frac{3}{2}$ du pied, et le cube de $\frac{3}{2}$ est $\frac{27}{8}$, c'est-à-dire précisément $3\,\frac{1}{4}\,\frac{1}{8}$ ⁴.

N° 3. *[Κοινω]⁵νοὶ Ε · τὸ γέ[ν]νημα ⁶ αὐτῶν α Α.

*[Ὁ α]″ ⁷	μερ(ίζεται) ⁸	Γ<	POE	Γ< καὶ Β< καὶ Γ< δ″ καὶ ς δ″
*[Ὁ β]″	μερ(ίζεται)	Β<	PKE	καὶ Δ γί(γνεται) Κ. Ὁμοίως Α μέρ(ισον)
*[Ὁ γ]″	μερ(ίζεται)	Γ<δ″	ΡΠΖ<	εἰς Κ γί(γνεται) Ν. Ὁμοίως Ν ἐπὶ Γ<
*[Ὁ δ]″	μερ(ίζεται)	ςδ″	ΤΙΒ<	γί(γνεται) POE, τοῦ α″ · Ν ἐπὶ Β< γί(γνεται) PKE,
*[Ὁ ε″]	μερ(ίζεται)	Δ	Σ	τοῦ β″ · Ν ἐπὶ Γ<δ″ γί(γνεται) ΡΠΖ<, τοῦ γ″ · Ν ἐπὶ ς δ″ γί(γνεται) ΤΙΒ<, τοῦ δ″ · Ν ἐπὶ Δ γί(γνεται) Σ, τοῦ ε″.

N° 2. — 1. Pap. τετραγονος.

2. Pap. θυσα/.

3. Pour la commodité du lecteur nous traduirons les mots grecs indiquant les opérations par les signes arithmétiques modernes.

4. Eisenlohr, p. 93 sqq.

N° 3. — 5. Quelques traces dans la lacune justifient la restitution de κοινονοι ici et au probl. sq.

6. Pap. γενημα.

7. Cf. p. 15, *Nombres ordinaux*.

8. μερ/ abréviation ordinaire de μέρισον et signe de la division, pourrait signifier ici soit μέρος : « τὸ πρῶτον μέρος : la 1re part représente 3 1/2 par rapport aux autres parts; » — soit μέρη : « ὁ πρῶτος μέρη : le 1er reçoit 3 parts et 1/2; » — soit μερίζεται : « le 1er reçoit comme part 3 1/2 », interprétation qui s'adapte mieux au problème suivant où les termes sont changés de place.

5 associés : leur somme (la somme qu'ils ont à se partager) est 1000 unités.

Le 1er reçoit comme part	3 1/2 [soit :]	175
Le 2e reçoit	2 1/2	125
Le 3e reçoit	3 1/2 1/4	187 1/2
Le 4e reçoit	6 1/4	312 1/2
Le 5e reçoit	4	200

3 1/2 + 2 1/2 + 3 1/2 1/4 + 6 1/4 + 4 = 20.
De même 1000 : 20 = 50.
De même 50 × 3 1/2 = 175 [part] du 1er,
50 × 2 1/2 = 125 [part] du 2me,
50 × 3 1/2 1/4 = 187 1/2 [part] du 3me,
50 × 6 1/4 = 312 1/2 [part] du 4me,
50 × 4 = 200 [part] du 5me.

La donnée est à droite, le résultat en face au centre, les opérations à gauche.

Solution citée p. 44, addition et p. 56 : Partages 1° avec des nombres fractionnaires.

N° 4. *[Κο]ιν[ω]νοὶ [1] Γ · τὸ γέ[ν]νημα [2] αὐτῶν α ΦΟΓ.

*[ὁ α]″ ζ″ μερ(ίζεται) ΣΙϛ Ζ Η ΝΣ Θ ΝΣ γί(γνεται) ΦΔ. Τὸ ζ″ τῶν ΦΔ
*[ὁ β]″ η″ μερ(ίζεται) ΡΠΘ γί(γνεται) ΟΒ, τὸ η″ τῶν ΦΔ γί(γνεται) ΞΓ, τὸ θ″ τῶν
*[ὁ γ″] θ″ μερ(ίζεται) ΡΞΗ ΦΔ γί(γνεται) Νϛ. Ὁμοίως ΟΒ, καὶ ΞΓ, καὶ Νϛ γί(γνεται) Ρϟα.
ΦΟΓ μέρ(ισον) εἰς Ρϟα γί(γνεται) Γ. Ὁμοίως Γ ἐπὶ ΟΒ γί(γνεται) ΣΙϛ, τὸ ζ″ ·
Γ ἐπὶ ΞΓ γί(γνεται) ΡΠΘ, τὸ η″ · Γ Νϛ γί(γνεται) ΡΞΗ, τὸ θ″. †

3 associés : la somme [à se partager] entre eux 573 unités.

le 1er (dont la part vaut par rapport aux autres)	1/7	reçoit comme part 216
le 2e	1/8	reçoit 189
le 3e	1/9	reçoit 168

7 [×] 8 [=] 56; 9 [×] 56 = 504.
le 7me de 504 = 72; 1/8 504 = 63; 1/9 504 = 56.
De même 72 + 63 + 56 = 191; 573 : 191 = 3
De même 3 × 72 = 216 [qui est] le 1/7 [cherché];
3 × 63 = 189 le 1/8
3 × 56 = 168 le 1/9

Solution citée p. 56 : Partages 2° avec des fractions.

N° 5.

βάθος π[η]χῶν
Γ< δ″

*[Δ]ιώρυξ τετράγ[ω]νος [3] · τὸ μῆκος π[η]χῶν Κ, πλάτος π[η]χῶν Η. Ὁμοίως Κ καὶ Η *[γί(γνεται) Κ] Η, τὸ < τῶν ΚΗ γί(γνεται) ΙΔ, ΙΔ ἐπὶ ΙΔ γί(γνεται) Ρϟ, Ρϟ ἐπὶ Γ<δ″ γί(γνεται) ΨΛΕ. Ὁμοίως *[ΨΛΕ μ]έρ(ισον εἰς) ΚΖ, [ὡ]ς εἶναι ΚΖ ϛ″ιη″.

N° 4. — 1. ///ινονοι.
2. γενημα.
N° 5. — 3. τετραγονος.

Une fosse quadrangulaire : la longueur est de 20 coudées, la largeur de 8.

De même 20 + 8 = 28; 1/2 28 = 14; 14 × 14 = 196; 196 × 3 1/2 1/4 = 735. 735 : 27. Résultat 27 1/6 1/18.

Ici, comme au problème 2, il y a une donnée sous-entendue, le résultat étant exprimé non pas en coudées cubes, mais en unités (petites orgyies cubes?) valant 27 coudées cubes. On remarquera que l'aire de la base est obtenue par un procédé tout à fait singulier, en prenant, au lieu du produit des deux dimensions, 20 × 8 = 160, le carré de leur demi-somme, 196; le calculateur semble avoir suivi par erreur un type de calcul donné pour une fosse en forme de tronc de pyramide à base carrée.

F° 3 (v°), p. 6, col. 2.

N° 6. Ἀπὸ ⟨γ″ ὕψ[ε]λ(ε) [1] [θ″] [2] ια″.
Θ ἐπὶ ΙΑ γί(γνεται) ϥΘ, τὸ ⟨γ″ τῶν
ϥΘ γί(γνεται) ΠΒ⟨, ἀπὸ τῶν ΠΒ⟨
ὕψ[ε]λ(ε) Κ λ(εί)π(ε)ται [1] ΞΒ⟨, καὶ τῶν
ΞΒ⟨ τὸ ϥΘ.

De 1/2 1/3 retranchez 1/9 1/11.

9 × 11 = 99; 1/2 1/3 × 99 = 82 1/2; 82 1/2 — 20 = 62 1/2.

puis de 62 1/2 prenez le 1/99.

Exemple cité p. 45 : addition, et p. 48 : Soustraction de fractions par transformation d'un des termes en quotient.

N° 7. Ἀπὸ› ὕψ[ε]λ(ε) [θ″] [3] ια″.
Θ ἐπὶ ΙΑ γί(γνεται) ϥΘ, τὸ› τῶν ϥΘ
γί(γνεται) ΞϚ, ἀπὸ τῶν ΞϚ ὕψ[ε]λ(ε) Κ
λ(εί)π(ε)ται ΜϚ, καὶ τῶν ΜϚ τὸ
[1/2 θ″] [4].

De 2/3 retranchez 1/9 1/11.

9 × 11 = 99; 2/3 99 = 66; 66 — 20 = 46;

puis de 46 prenez le 1/99.

N° 6. — 1. Ce mot est écrit ici et ordinairement ailleurs υφηλ/, nous ne le noterons pas à chaque fois, non plus que λειπεται écrit toujours en abrégé λπται.

2. Pap. Θ.

N° 7. — 3. Pap. Θ.

4. Pap. ϥΘ.

Exemple cité p. 45 : addition 2°; et p. 48 : soustraction, 1re méthode.

N° 8. Ἀπὸ ⟩ ὕφ[ε]λ(ε) γ″ [θ″] [1] ϥθ″.
Ἐν ποίᾳ ψ[ή]φῳ [2]. [γ″ θ″] [3] ϥθ″; τῶν
Ε τὸ [ια″] [4]. Ὁμοί(ως) τὸ ⟩ τῶν ΙΑ γί(γνεται)
Ζ[γ″] [5], ἀπὸ τῶν Ζ γ″ ὕφ[ε]λ(ε) Ε
λ(εί)π(ε)ται Βγ″, καὶ τῶν Βγ″ τὸ ια″·
ὡς εἶναι ς″ λγ″ ξς″.

De 2/3 retranchez 1/3 1/9 1/99.
Dans quel calcul [trouve-t-on pour résultat] 1/3 1/9 1/99? C'est le 11me de 5.
De même 2/3 11 = 7 1/3; 7 1/3 — 5 = 2 1/3; et 2 1/3 : 11. Résultat : 1/6 1/33 1/66.

Addition, exemple cité p. 46 : soustraction, 1re méthode, cf. *Pr.* 7, p. 48. Multiplication de 2 fractions, cit. p. 50, 2°.

N° 9. Ἀπὸ ⟩ ὕφ[ε]λ(ε) δ″ μδ″
Ἐν ποίᾳ ψ[ή]φῳ δ″ μδ″; τ[ῶ]ν [6] Γ τὸ ια″·
τὸ ⟩ τῶν ΙΑ γί(γνεται) Ζ γ″, ἀπὸ τῶν Ζ γ″
ὕφ[ε]λ(ε) Γ λ(εί)π(ε)ται Δγ″· καὶ τῶν Δ γ″
τὸ [ια″] [7]· ὡς εἶναι γ″ κϑ″ ξς″. †

De 2/3 retranchez 1/4 1/44.
Dans quel calcul 1/4 1/44? C'est le 11me de 3.
2/3 11 = 7 1/3; 7 1/3 — 3 = 4 1/3; et de 4 1/3 prenez le 11me.
Résultat : 1/3 1/22 1/66.

Addition cf. p. 45; soustraction, 1re méthode, cf. p. 48; multiplication et application de la formule de division, p. 50, 3° et 39, 2°.

F° 4 (r°), p. 7.

N° 10. Τὸ γ″ καὶ τὸ [δ″] [8] καὶ τὸ ε″ οἰκίας π[ω]λ(ε)ῖται [8]·
ἀπὸ ΑΥΙ, πόσα τὸ γ″, καὶ τὸ δ″ καὶ τὸ ε″.

N° 8. — 1. Θ.
2. Ψυφω notation habituelle du ms.
3. Γ Θ.
4. ΙΛ.
5. Γ.
N° 9. — 6. τον.
7. ΙΛ.
N° 10. — 8. πολιται.

ΓΔ γί(γνεται) ΙΒ, Ε ἐπὶ ΙΒ γί(γνεται) Ξ. Ὁμοίως τὸ γ″ τῶν Ξ
γί(γνεται) Κ, τὸ δ″ τῶν Ξ γί(γνεται) ΙΕ, τὸ ε″ τῶν Ξ γί(γνεται) ΙΒ.
Ὁμοίως Κ καὶ ΙΕ καὶ ΙΒ γί(γνεται) ΜΖ · ΑΥΙ
μέρ(ισον) εἰς ΜΖ, [ὡ]ς εἶναι Λ. Ὁμοίως Λ ἐπὶ Κ
γί(γνεται) Χ, [ὡ]ς εἶναι Χ τὸ γ″ · Λ ἐπὶ Ε γί(γνεται) [ΥΝ] [1],
[ὡ]ς εἶναι ΥΝ τὸ δ″ · Λ ἐπὶ ΙΒ γί(γνεται) ΤΞ, [ὡ]ς εἶναι
ΤΞ τὸ ε″.

On vend le 1/3, le 1/4 et le 1/5 d'une maison : sur 1410, combien font le 1/3, le 1/4 et le 1/5.

3 [×] 4 = 12; 5 × 12 = 60.

De même, 1/3 60 = 20; 1/4 60 = 15; 1/5 60 = 12.

De même, 20 + 15 + 12 = 47; 1410 : 47 = 30.

De même, 30 × 20 = 600. Résultat : 600 est le 1/3 cherché.

De même, 30 × 15 = 450. Résultat : 450 est le 1/4.

De même, 30 × 12 = 360. Résultat : 360 est le 1/5.

Pour les expressions le 1/3, le 1/4, le 1/5 dans la question, cf. p. 36.

Pour la solution cf. p. 56 2°. Problème de partage, rapports exprimés par des fractions.

Nº 11. Ἔσπ[ει][2]ρέν τις Ϛ (ἀρτάβας) Ζ, ἄλλος Η, [3][ἕ]τερος Θ,
καὶ ὁ ποταμόφορος εἵρκεν Ϛ Γ< δ″ ·
πόσ(α) τὸ ζ″, καὶ τὸ η″, καὶ τὸ θ″. Ἐν ποίᾳ ψ[ή]φῳ
<δ″; Τῶν Γ τὸ δ″. ΓΔ γί(γνεται) ΙΒ, μετὰ τῶν Γ γί(γνεται) ΙΕ.
Ὁμοίως Ζ καὶ Η καὶ Θ γί(γνεται) ΚΔ. Ὁμοίως Δ ἐπὶ ΚΔ
γί(γνεται) ϟ. Ὁμοίως Ζ ἐπὶ ΙΕ γί(γνεται) ΡΕ. Ὁμοίως Ρ[Ε][4]μέρ(ισον εἰς)
ϟ, [ὡ]ς εἶναι Α ις″ [λϐ″] [5]. ΙΕ ἐπὶ Η γί(γνεται) ΡΚ · ὁμοίως ΡΚ
μέρ(ισον εἰς) ϟ, [ὡ]ς εἶναι Α δ″ [6]. Ὁμοίως Θ ἐπὶ ΙΕ γί(γνεται) ΡΛΕ. Ὁμοίως ΡΛΕ
μέρ(ισον εἰς) ϟ ὡς εἶναι Α [7] δ″ η″ λϐ″.

Quelqu'un a semé 7 artabes, un autre 8, un autre 9 et l'impôt pour l'arrosage en a prélevé 3 1/2 1/4 : combien font le 7me, le 8me et le 9me ?

1. υν″.

Nº 11. — 2. εσπιρεν.

3. αιτερος.

4. ΡΘ.

5. ΛΒ.

6. ος ειναι Λ δ″ rajouté en interligne.

7. Λ rajouté.

Dans quel calcul 1/2 1/4 ? C'est $\frac{1}{4}$ de 3 ; 3 [×] 4 = 12 ; [12] + 3 = 15

De même : 7 + 8 + 9 = 24 ; 24 × 4 = 96.

De même : 7 × 15 = 105 ; de même 105 : 96 = 1 1/16 1/32, résultat [pour le 7me] 15 × 8 = 120 ; de même 120 : 96 = 1 1/4, résultat [pour le 8me demandé].

De même : 9 × 15 = 135 ; de même 135 : 96 = 1 1/4 1/8 1/32, résultat [pour le 9me].

Pour les expressions le 1/7, le 1/8, le 1/9 dans l'énoncé, cf. p. 36.

Solution citée p. 58, 6° : problème de partage, la somme donnée étant la plus petite et exprimée par un nombre fractionnaire.

N° 12. Ἀπὸ ⟩ ὕφ[ε]λ(ε) ι″ ια″ κ″ κϐ″ λ″ λγ″ μ″ μϐ″
ν″ νε″ ξ″ ξς″ ο″ οζ″ πη″ qα″ qθ″ ρ″ ρι″
Ἐν ποίᾳ ψ[ή]φῳ ταῦτα ; Τῶν [Ξ ι″ λ″] [1] τὸ ρι″. Ὁμοίως
τὸ ⟩ τῶν PI γί(γνεται) ΟΓ γ″, ἀπὸ τῶν ΟΓ γ″ ὕφ[ε]λ(ε) Ξ[ι″][2]λ″
λ(εί)π(ε)ται ΙΓ ε″, καὶ τῶν ΙΓ ε″ τὸ [ρι″] [3] · πεντάπλησον
ΙΓ [ε″] [4] γί(γνεται) ΞϚ, πεντάπλησον PI γί(γνεται) ΦΝ · καὶ τῶν
ΞϚ τὸ [φν″] [5]. Τί ἐπὶ τί ΦΝ ; Ι τῶν ΝΕ, ἄλλ[ως] [6] ΙΛ τῶν
[Ν] [7] · ἀπὸ τῶν ΞϚ ὕφ[ε]λ(ε) ΝΕ ι″ καὶ ὕφ[ε]λ(ε) ΙΛ
ν″ · ὡς εἶναι ι″ ν″.

De 2/3 retranchez 1/10 1/11 1/20 1/22 1/30 1/33 1/40 1/44 1/50 1/55 1/60 1/66 1/70 1/77 1/88 1/90 1/99 1/100 1/110.

Dans quel calcul a-t-on cela ? C'est le 110me de 60 1/10 1/30.

De même : 2/3 de 110 = 73 1/3 ; 73 1/3 — 60 1/10 1/30 = 13 1/5 ; puis de 13 1/5 prenez le 1/110. Quintuplez 13 1/5 c'est 66 ; quintuplez 110 c'est 550 ; puis de 66 prenez le 1/550. Quels facteurs donnent 550 ? 10 × 55 ou encore 11 × 50. Sur 66 prenez 55, [qui est] 1/10 [de 550] ; prenez encore 11, le 1/50. Résultat : 1/10 1/50.

Cf. p. 48 : soustractions de fractions, 1re méthode ; — p. 50, 3° multiplication d'un nombre fractionnaire — et p. 38, division d'un entier par un plus fort, 1re méthode.

N° 12. — 1. ξιλ″.
2. ΞΙλ″.
3. PI.
4. ΙΓΕ.
5. το Φ το Ν.
6. αλλος faute fréquente dans le ms.
7. ν″.

N° 13. Ἀπὸ θησαυροῦ εἴρκέν τις τὸ ιγ″, ἄλλος ἀπὸ τῶν
ὑπολ[ει]πομέν[ω]ν [1] εἴρκεν τὸ ιζ″, καὶ ἐπελ[εί]φθησαν [2]
ἐν τῷ θησαυρῷ α PN · θέλομεν μαθ[εῖ]ν [3]
πόσας εἶχεν ἐν τῷ θησαυρῷ ἀπ' ἀρχῆς.
Ὁμοίως ΙΓ ἐπὶ ΙΖ γί(γνεται) ΣΚΑ. Τὸ ιγ″ τῶν ΣΚΑ
γί(γνεται) ΙΖ, ἀπὸ τῶν ΣΚΑ ὕφ[ε]λ(ε) ΙΖ λ(εί)π(ε)ται ΣΔ ·
τὸ ιζ″ τῶν ΣΔ γί(γνεται) ΙΒ, ἀπὸ τῶν ΣΔ ὕφ[ε]λ(ε) ΙΒ
λ(εί)π(ε)ται P4B. Ὁμοίως ΣΚΑ ἐπὶ PN γί(γνεται) ΘΓ ΓPN,
καὶ τῶν ΘΓ ΓPN τὸ [ρ4β″] [4], ὡς εἶναι POB < η″ μη″* [4]ς″.

D'un trésor quelqu'un a pris le 1/13; de ce qui restait un autre a pris le 1/17, et il est resté dans le trésor 150 unités; nous voulons savoir combien il y en avait dans le trésor tout d'abord.

De même 13 × 17 = 221;

$\frac{1}{13}$ 221 = 17; 221 — 17 = 204; $\frac{1}{17}$ 204 = 12; 204 — 12 = 192.

De même 221 × 150 = 33150, et $\frac{1}{192}$ 33150. Résultat : 172 1/2 1/8 1/48 1/96.

Exemple cité p. 59. Probl. de partage 2e type.

Pourquoi le calculateur a-t-il préféré 1/48 1/96 à l'équivalent plus bref 1/32? Sans doute il ne s'est pas aperçu que 6 divisait 192. Cf. p. 22.

F° 4 (r°), p. 7, col. 2.

N° 14. Ἀπὸ Α ὕφ[ε]λ(ε) γ″ ια″ λγ″.
Ἐν ποίᾳ ψ[ή][φ]*ῳ γ″ ια″ λγ″; τῶν
Ε τὸ ια″. Ἀπὸ τῶν ΙΑ ὕφ[ε]λ(ε) Ε λ(εί)π(ε)ται
ϛ, καὶ τῶν ϛ τὸ ια″ · ὡς εἶναι
< xβ″.

De 1 retranchez 1/3 1/11 1/33.

Dans quel calcul 1/3 1/11 1/33? C'est le 1/11 de 5. (tabellen vandi)

11 — 5 = 6; et de 6 prenez le 11me. Résultat : 1/2 1/22.

Exemple cité p. 48. Soustraction de fractions.

N° 13. — 1. υπολιπομενον.
2. επελιφθησαν.
3. μαθιν.
4. P4B.

N° 15. Ἀπὸ Α ὕφ[ε]λ(ε) ⟩ [κϐ″] [1] ξς″. Ἐν ποίᾳ ψ[ή]-
φῳ ⟩ [κϐ″] [1] ξς″; τῶν Η τὸ ια″. Ἀπὸ* [τ]ῶν ΙΑ
ὕφ[ε]λ(ε) Η λ(εί)π(ε)ται Γ, καὶ τῶν Γ τὸ ι[α″]* ·
ὡς εἶναι [δ″ [2]] μδ″.

De 1 retranchez 2/3 1/22 1/66.
Dans quel calcul 2/3 1/22 1/66? C'est 1/11 de 8.
11 — 8 = 3; et prenez $\frac{1}{11}$ de 3. Résultat : 1/4 1/44.

Cf. p. 48. Soustraction de fractions.

N° 16. Τῆς Α τὸ κϐ″ · χ[ώ]ρισ(ον) [3] κϐ″ εἰς [Γ μόρια]*
[4][Π]εντάπλησον Α γί(γνεται) Ε, πε[ν]τά[πλησον] [5]
ΚΒ γί(γνεται) ΡΙ, καὶ τῶν Ε τὸ[ρι″] [6]. Τί [ἐπὶ τί]*
ΡΙ; Β [7] τῶν ΝΕ, ἄλλ[ω]ς Ι τῶν ΙΑ · [Ὁμοίως]*
ἀπὸ τῶν Ε ὕφ[ε]λ(ε) Β νε″ λ(εί)π[εται Γ]*.
Ὁμοίως Ι καὶ ΙΑ γί(γνεται) ΚΑ παρὰ [Γ γί(γνεται)]*
Ζ, Ζ ἐπὶ Ι γί(γνεται [Ο] [8], Ζ ἐπὶ ΙΑ γί(γνεται) ΟΖ,
ὡς εἶναι [νε″ ο″] [9] οζ″.

De 1 le 1/22 : décomposez 1/22 en 3 fractions.
Quintuplez 1 c'est 5; 5 × 11 = 110; et cherchez 1/110 de 5.
Quels sont les facteurs de 110? Le double de 55, ou encore le décuple de 11.
De même, 5 — 2 (un 55^{me} [de 110]) = 3.
De même, 10 + 11 = 21; [21] : 3 = 7; 7 × 10 = 70; 7 × 11 = 77.
Résultat : 1/55 1/70 1/77.

Cf. p. 47 : décomposition d'une fraction (exemple cité), et p. 40 : division, méthode 3°.

N° 13. — 1. ΚΒ.
2. Δ.
N° 16. — 3. χορισ.
4. Π.
5. πετα////////.
6. ΡΙ.
7. ΡΙΒ.
8. Ο″.
9. ΝΕΟ.

N° 17. Ἀπὸ θησαυροῦ εἵρκέν τις τὸ [ιζ″,]*
ἄλλος ἀπὸ τῶν ὑπολ[ε]ιπομέν[ων] [1]
εἵρκεν τὸ [ιθ″] [2] καὶ ἀπελ[ε]ίφθησ[αν] [3]
ἐν τῷ θησαυρῷ α Σ · θέλομε[ν]*
μαθεῖν πόσας εἶχεν ἐν τῷ θ[ησ(αυρῷ)]*
ἀπ' ἀρχῆς. Ὁμοίως IZ ἐπὶ [IΘ]*
γί(γνεται) ΤΚΓ · τὸ ιζ″ τῶν ΤΚΓ γί(γνεται) IΘ, [ἀπὸ]*
τῶν ΤΚΓ ὕφ[ε]λ(ε) IΘ λ(εί)π(ε)ται ΤΔ, τ[ὸ ιθ″]*
τῶν ΓΔ γί(γνεται) IΖ, ἀπὸ τῶν ΤΔ ὕφ[ε]λ(ε) [IΖ]*
λ(εί)π(ε)ται ΣΠΗ. Ὁμοίως ΤΚΓ ἐπὶ [Σ γί(γνεται)]*
ΘΖ ΄Δ Χ, καὶ τῶν ΘΖ ΄Δ Χ τὸ σπ[η″,]*
ὡς εἶναι ΣΚΔ δ″ [ιη″] [4].

Sur un trésor quelqu'un a pris le 1/17, un autre a pris le 1/19 du reste, et il est demeuré dans le trésor 200 unités. Nous voulons savoir combien il y avait dans le trésor au début.

De même, $17 \times 19 = 323$.

$\frac{1}{17}$ $323 = 19$; $323 - 19 = 304$; $\frac{1}{19}$ $304 = 16$; $304 - 16 = 288$.

De même, $323 \times 100 = 64600$, et de 64600 prenez le $\frac{1}{288}$.

Résultat : 224 1/4 1/18.

Cf. p. 58. Problème de partage, 2e type.

N° 18. Τ[ῶ]*ν Ϛ ιε″ μ″ τὸ [ρπζ″] [5]. Ἐν ποίᾳ ψ[ήφῳ]*
ιε″ μ″; τῶν ΙΑ τὸ [ρκ″] [6]. Ἐξάπλησ[ον]*
ΡΚ γί(γνεται) ΨΚ, μετὰ τῶν ΙΑ γί(γνεται) ΨΑΑ.
Ὁμοίως ΡΚ ἐπὶ ΡΠΖ γί(γνεται) ΘΒ ΄Β[ΥΜ]* ·
τὸ ιζ″ τῶν ΘΒ ΄ΒΥΜ γί(γνεται) ΄ΑΤΚ [καὶ]*
τὸ [ιζ″] [7] τῶν ΨΑΑ γί(γνεται) ΜΓ · καὶ τῶν ΜΓ
τὸ [΄ατκ″] [8]. Τί ἐπὶ τί [΄ΑΤΚ] [9]; ΙΕ τῶν ΠΗ,
ἄλλ[ω]ς ΙΑ τῶν ΡΚ. Ἀπὸ τῶν ΜΓ

N° 17. — 1. υπολιπομενο////.
2. ιε″/.
3. απελιφθησ/////.
4. ΚΗ.
N° 18. — 5. ΡΠΖ.
6. ΡΚ.
7. ΙΖ.
8. ΑΤΚ.
9. ΑΡΚ.

ὕφ[ε]λ(ε) ΙΕ, πη″, λ(εί)π(ε)ται [ΚΗ. Δωδεκά] [1]
[πλησ(ον)] [1] ΙΑ γί(γνεται) ΡΑΒ, μετὰ τῶν ΡΚ γί(γνεται) ΣΝ[Β]*,
παρὰ τῶν ΚΗ, Θ · Θ ἐπὶ [ΙΑ, ϥΘ · Θ] [2] [ἐπὶ]*
ΡΚ γί(γνεται) ,ΑΠ · καὶ τῶν Ι[Β]* τὸ [,απ″] [3]. Τί ἐπὶ [τί ,ΑΠ;]*
ΙΒ τῶν ϥ · καὶ ὕφ[ε]λ(ε) [ΙΒ, ι,″]* [ὡς εἶναι] [4] [πη″ ι,″ ι,θ″]*.

De 6 1/15 1/40 quel est le 187me?

Dans quel calcul 1/15 1/40? C'est $\frac{1}{120}$ de 11; sextuple 120, cela fait 720; avec 11, c'est 731. De même 120 × 187 = 22440.

$\frac{1}{17}$ 22440 = 1320, et $\frac{1}{17}$ 731 = 43; cherchez donc $\frac{1}{1320}$ de 43.

Quels sont les facteurs de 1320? 15 × 88, ou encore 11 × 120; 43 — 15 (qui est 1/88 [de 1320]) = 28.

12 × 11 = 132; [132] + 120 = 252; [252] : 28 [=] 9;
9 × 11 [=] 99; 9 × 120 = 1080, et de 12 prenez $\frac{1}{1080}$.

Quels sont les facteurs de 1080? 12 × 90; retranchez 12 (c'est à dire 1/90).

Résultat : 1/88 1/90 1/99.

Cf. p. 47, conversion d'un nombre fractionnaire en quotient (exemple cité). — P. 50, multiplication d'un nombre fractionnaire par une fraction β (exemple cité). — P. 41, simplification. — P. 42-43, division d'un entier par un plus fort, 6e méthode (exemple cité).

On aurait pu aussi bien décomposer 43 en 15 + 12 + 11 + 5 et 1320 en 15 × 88 = 12 × 110 = 11 × 120 = 5 × 264, ce qui eût donné pour résultat 1/88 1/110 1/120 1/264; ou encore 43 en 24 + 15 + 4 avec les valeurs de 1320 = 24 × 55 = 15 × 88 = 4 × 330, avec le résultat 1/55 1/88 1/330; mais si le calcul eût été simple, il eût donné une solution moins élégante. (Cf. p. 22).

F° 4 (v°), p. 8, col. 1.

N° 19. νε″ νς″ ο″ εἰς Δ [μόρια] [5]
Ἐν ποίᾳ ψ[ή]φῳ [νε″] [6] νς[″]* ο″; τῶν ΡΝΕ τὸ [,γπ″].

N° 18. — 1. ΚΙΙδοκεκ///// et à la ligne τασ ΙΑ.
2. Traces de lettres.
3. ,ΑΠ.
4. Traces.
N° 19. — 5. ι///ορια.
6. ΝΕ.

[Ὁμοίως] [1] ΝΕ ἐπὶ ΝϚ γί(γνεται) ,Γ[Π]* · τὸ νε″ [2] τῶν [,ΓΠ] [3] γί(γνεται) ΝϚ,
τὸ νϚ″ [2] τῶν ,ΓΠ γί(γνεται) ΝΕ, τὸ ο″ τῶν ,ΓΠ γί(γνεται) ΜΔ.
Ὁμοίως ΝΕ καὶ ΝϚ κ[α]ὶ* ΜΔ γί(γνεται) ΡΝΕ, τὸ [ε″] [4] τῶν
,ΓΠ γί(γνεται) ΧΙϚ, τὸ [ε″] [4] τῶν Ρ[Ν]Ε* γί(γνεται) Λ[Α]*, καὶ τῶν ΛΑ
τὸ [χις″] [5]. Τί ἐπὶ τί ΧΙ[Ϛ]*; Η τῶν ΟΖ, ἄλλ[ω]ς Ζ
τῶν [ΠΗ] [6]. Ἀπὸ τῶν ΛΑ ὕφ[ε]λ(ε) Ζ, πη″, λ(εἰ)π(ε)ται
ΚΔ · παρὰ τῶν Η, Γ · ἀπὸ τῶν Γ ὕφ[ε]λ(ε) Α, οζ″ [7], λ(εἰ)π(ε)ται
*[Β]. Τί ἐπὶ τί ΟΖ; Ζ τῶν ΙΑ · Ζ καὶ ΙΑ γί(γνεται) ΙΗ · παρ(ὰ) Β ,[Θ] [8]
*[Θ] ἐπὶ Ζ ,[ΞΓ] [9] · Θ ἐπὶ ΙΑ ,[4Θ] [10]. [Ὧ]ς εἶναι ξγ″ οζ″ πη″
*[Ϟ]θ″.

[Convertissez] 1/55 1/56 1/70 en 4 fractions [équivalentes].
Dans quel calcul 1/55 1/56 1/70? C'est de 155 le 1/3080.
De même $55 \times 56 = 3080$;

$$\tfrac{1}{55}\ 3080 = 56;\ \tfrac{1}{56}\ 3080 = 55;\ \tfrac{1}{70}\ 3080 = 44.$$

De même $55 + 56 + 44 = 155$; $\tfrac{1}{5}\ 3080 = 616$; $\tfrac{1}{5}\ 155 = 31$; puis cherchez 1/616 de 31.
Quels sont les facteurs de 616? 8×77, ou 7×88.

$31 - 7$ (le 1/88 [de 616]) $= 24$; [24] : 8 [=] 3; [cherchez 1/77 de 3].

3 — 1 (un 77me) = 2; [cherchez encore 1/77 de 11].

Quels facteurs donnent 77? 7×11.

$7 + 11 = 18$; [18] : $2 = 9$; 9×7 [=] 63; 9×11 [=] 99.

Résultat : 1/63 1/77 1/88 1/99.

Cf. p. 46, conversion d'une somme de fractions en quotient (exemple cité); — p. 47, décomposition d'une fraction; — p. 41, division d'un entier par un plus fort, méthode 4° (exemple cité).

1. ΤϚς. Peut être οὕτως, cf. Οὕτω ποίει, n° 47.
2. ″ rajouté au-dessus de la ligne.
3. ΓΠ.
4. Ε.
5. τοΧτοΙϚ.
6. πη″.
7. οζ″ rajouté.
8. θ″.
9. Ζγ″.
10. 4+″.

N° 20 *[Τῶ]ν ΟΕ τὸ [τκγ″] [1] εἰς Η μόρια. Τί ἐπὶ τί ΤΚΓ;
*[ΙΖ] τῶν ΙΘ. Ἀπὸ τῶν ΟΕ ὕφ[ε]λ[ε] ΙΖ, ιθ″, λ(εί)π(ε)ται ΝΗ ·
καὶ ὕφ[ε]λε ΙΘ, ιζ″ · λ(εί)π(ε)ται ΛΘ. Ὁμοίως ΙΖ καὶ ΙΘ
*[γί(γνεται)] ΛϚ, παρὰ [2] ΙΗ ,Β · Β ἐπὶ ΙΖ ,[ΛΔ] [3] · Β ἐπὶ ΙΘ ,[ΔΗ] [4] ·
*[λ(εί)π(ε)]ται ΚΑ. ΙΖ καὶ ΙΘ γί(γνεται) ΛϚ · παρὰ τῶν ΙΒ, Γ · Γ ἐπὶ ΙΖ,
[ΝΑ] [5] · Γ ἐπὶ ΙΘ ,[ΝΖ] [6] · λ(εί)π(ε)ται Θ. ΙΖ, ΙΘ γί(γνεται) ΛϚ · παρ(ὰ) τῶν
[Θ ,Δ · Δ] [7] ἐπὶ ΙΖ ,[ΞΗ] [8] · Δ ἐπὶ ΙΘ, ΟϚ. [Ὧ]ς εἶναι [ιζ″] [9] ιθ″
*[λδ″] λη″ να″ νζ″ ξη″ οϛ″.

[Exprimez] le 1/323 de 75 en 8 fractions.

Quels sont les facteurs de 323 ? 17 × 19;

75 — 17 (un 19^me^) = 58; 58 — 19 (un 17^me^) = 39.

De même : 17 + 19 = 36; [36] : 18 = 2; 2 × 17 = 34; 2 × 19 = 38; [39 — 18] reste 21.

17 + 19 = 36; [36] : 12 = 3; 3 × 17 = 51; 3 × 19 = 57; [21 — 12] reste 9.

17 [+] 19 = 36; [36] : 9 [=] 4; 4 × 17 [=] 68; 4 × 19 [=] 76.

Résultat : 1/17 1/19 1/34 1/38 1/51 1/57 1/68 1/76.

Cf. p. 47, χωρισμός. — P. 41, division, méthode 5° (exemple cité).

N° 21. *[Τῶ]ν ΙΑ < [γ″ ι″] [10] ξ″ τὸ [τκγ″] [11]. Ἐν ποίᾳ ψ[ή]φῳ [ταῦτα] [12]
*[Τῶ]ν ΙΘ τὸ [κ″] [13]. Ὁμοίως Κ ἐπὶ ΙΑ γί(γνεται) ΣΚ, μετὰ τῶν
*[ΙΘ] γί(γνεται) ΣΛΘ · Κ ἐπὶ ΤΚΓ γί(γνεται) ϚΥΞ · καὶ τῶν ΣΛΘ
*[τὸ] [Ϛυξ″] [14]. Τί ἐπὶ τί ϚΥΞ; ΠΕ τῶν ΟϚ, ἄλλως ϥΕ τῶν
*[ΞΗ]. Ἀπὸ τῶν ΣΛΘ ὕφ[ε]λ(ε) ΟϚ, πε″, λ(εί)π(ε)ται ΡΞΓ ·
*[καὶ] ὕφ[ε]λ(ε) ΞΗ, ιε″, λ(εί)π(ε)ται ϥΕ · καὶ ὕφ[ε]λ(ε) ϥΕ
*[ξη]″ · ὡς εἶναι ξη″ πε″ ιέ″.

N° 20. — 1. ΤΚΕ.
2. παρ/α.
3. λδ″ c'est la fraction cherchée, mais non le résultat immédiat de l'opération indiquée.
4. λη″.
6. νζ″.
7. /////////,Τ.
8. ζη″.
9. ΙΖΖ.

N° 21. — 10. ΓΙ.
11. ΤΚΓ.
12. Τωνα.
13. Κ.
14. ϚΥΞ.

De 11 1/2 1/3 1/10 1/60 prenez le 1/323.

Dans quel calcul a-t-on cela (1/2 1/3 1/10 1/60)? C'est 1/20 de 19.

De même 20 × 11 = 220; [220] + 19 = 239; 20 × 323 = 6460;
et de 239 prenez 1/6460. Quels sont les facteurs de 6460? 85 × 76 ou 95 × 68.
239 — 76 (un 85me) = 163; puis [163] — 68 (un 95me) = 95; puis retranchez 95 (un 68me).

Résultat 1/68 1/85 1/95.

Cf. p. 50, multiplication d'un nombre fractionnaire. — P. 38, division 1re méthode (exemple cité).

N° 22. *[Τῶ]ν Ζ ⟨ι΄΄ κ΄΄ τὸ [τκγ΄΄] [1]. Ἐν ποίᾳ ψ[ή]φῳ ταῦτα;
*[Τῶ]ν ΙΓ τὸ [κ΄΄] [2]. Ὁμοίως Κ ἐπὶ Ζ γί(γνεται) ΡΜ · μετὰ τῶν ΙΓ,
*[Ρ]ΝΓ · Κ ἐπὶ ΤΚΓ γί(γνεται) ϛΥΞ · καὶ τῶν ΡΝΓ τὸ [ϛυξ΄΄] [3].
Τί ἐπὶ τί ϛΥΞ; ΠΕ τῶν Οϛ, ἄλλ[ω]ς ΞΗ τῶν ϥΕ.
*[Απ]ὸ τῶν ΡΝΓ ὕφ[ε]λ(ε) ΠΕ, ος΄΄, λ(εί)π(ε)ται ΞΗ · καὶ ὕφ[ε]λ(ε)
ΞΗ, ϛε΄΄ · ὡς εἶναι [ος΄΄] [4] ϛε΄΄.

De 7 1/2 1/10 1/20 quel est le 1/323?

Dans quel calcul a-t-on cela (1/2 1/10 1/20)? C'est $\frac{1}{20}$ de 13. (tabelles verdi)

De même 20 × 7 = 140; [140] + 13 [=] 153; 20 × 323 = 6460; et prenez $\frac{1}{6460}$ de 153.

Quels sont les facteurs de 6460? 85 × 76 ou encore 68 × 95.

153 — 85 (un 76me) = 68; et [de 68] retranchez 68 (un 95me).

Résultat : 1/76 1/95.

Cf. p. 50, multiplication 2°. — P. 38, division 1re méthode.

F° 4 (v°) p. 8, col. 2.

N° 23. Τὸ ε΄΄ τοῦ [δ΄΄] [5] κη΄΄. Ἐν ποίᾳ
ψ[ή]φῳ δ΄΄ κη΄΄; Τῶν Β τὸ ζ΄΄.
Ὁμοίως Ε, Ζ, ΛΕ · καὶ τῶν Β τὸ λε΄΄.
Τί ἐπὶ τί ΛΕ; Ε, Ζ, ΛΕ · Ε καὶ Ζ γί(γνεται) ΙΒ ·
παρὰ τῶν Β, ϛ · ϛ ἐπὶ Ε [Λ] [6] · ϛ ἐπὶ
*[Ζ], [ΜΒ] [7] · ὡς εἶναι λ΄΄ μβ΄΄.

N° 22. — 1. ΤΚΓ.
2. Κ.
3. ϛΥΞ.
4. Οϛ.
N° 23. — 5. δ΄.
6. λ΄΄.
7. μβ΄΄.

Le 1/5 de 1/4 1/28.

Dans quel calcul 1/4 1/28? C'est $\frac{1}{7}$ de 2.

De même 5 [×] 7 [=] 35; et cherchez le $\frac{1}{35}$ de 2.

Quels sont les facteurs de 35? 5 [×] 7 [=] 35; 5 + 7 = 12; [12] : 2 [=] 6;
6 × 5 [=] 30; 6 × 7 [=] 42. Résultat : 1/30 1/42.

Cf. p. 50, multiplication d'une somme de fractions (exemple cité). — P. 39, division 2me méthode (exemple cité).

N° 24. *[Α]πὸ ια″ ιγ″ ὕφ[ε]λ(ε) θ″.
*[ΙΑ] ἐπὶ ΙΓ γί(γνεται) ΡΜΓ. Ὁμοίως
ΙΑ καὶ ΙΓ γί(γνεται) ΚΔ. Ἀπὸ τῶν ΚΔ ὕφ[ε]λ(ε) Θ,
λ(εἰ)π(ε)ται ΙΕ · καὶ τῶν ΙΕ τὸ ρμγ″. Τί ἐπὶ τί
ΡΜΓ; ΙΑ τῶν ΙΓ · ἀπὸ τῶν ΙΕ ὕφ[ε]λ(ε) ΙΑ, ιγ″,
λ(εἰ)π(ε)ται Δ. ΙΑ καὶ ΙΓ γί(γνεται) ΚΔ · παρ(ὰ) Δ, ϛ · ϛ ἐπὶ
ΙΑ, [ΞϚ] [1] · ϛ ἐπὶ ΙΓ [ΟΗ] [2] · ὡς εἶναι ιγ″
ξς″ οη″.

De 1/11 1/13 retranchez 1/9.

11 × 13 = 143. De même 11 + 13 = 24; 24 — 9 = 15; et cherchez 1/143 de 15. Quels sont les facteurs de 143? 11 × 13.

15 — 11 (un 13e) = 4; 11 + 13 = 24; [24] : 4 = 6; 6 × 11 = 66; 6 × 13 = 78.

Résultat : 1/13 1/66 1/78.

Cf. p. 40, division, méthode 3° (exemple cité).

Le résultat de la soustraction est faux (cf. p. 49, soustraction 1re méthode). Il eut fallu opérer ainsi (soustraction 2e méthode).

I° Additions : 11 × 13 = 143; 11 + 13 = 24; 1/11 1/13 = 24 : 143; 1/9 = 1 : 9.

II° Multiplications : 24 × 9 = 216; 1 × 143 = 143;

III° Soustraction : 216 — 143 = 73.

IV° Division (1re méthode) : 143 × 9 = 1287, et quel est $\frac{1}{1287}$ de 73?

1287 = 39 × 33.

73 = 39 (un 33me) + 33 (un 39me) + 1 (un 1287e).

Résultat : 1/33 1/39 1/1287.

N° 24. — 1. ξς″
2. οη″.

N° 25. [A] [1] > ια″ χϐ″ ξς″ ἐπὶ A < χθ″ νη″,
τοῦ γιγνομένου τὸ [ξγ″] πδ″ ὕφ[ε]λ(ε).
Ἐν ποίᾳ ψ[ή]φῳ > [ια″ χϐ″] [2] ξς″; τῶν Θ τὸ
ια″. Ὁμοίως A ἅπαξ ΙΑ [μετὰ τῶν] [3] Θ γί(γνεται) Κ.
Ἐν ποίᾳ ψ[ή]φῳ <[χθ″] [4] νη″; τῶν ΙϚ
τὸ [χθ″] [4] · A ἅπαξ ΚΘ μετὰ τῶν ΙϚ
γί(γνεται) ΜΕ · Κ ἐπὶ γί(γνεται) [↑] [5] · τὸ ξγ″ τῶν
[↑] [5] γί(γνεται) ΙΔ δ″ κη″ · τὸ πδ″ τῶν [↑] [5] γί(γνεται)
Ι> [κα″] [6]. Ὁμοίως ΙΔ δ″ κη″ καὶ Ι> κα″
γί(γνεται) ΚΕ · ἀπὸ τῶν [↑] [5] ὕφ[ε]λ(ε) [ΚΕ] [7] λ(εί)π(ε)ται
ΩΟΕ · ΙΑ ἐπὶ ΚΘ γί(γνεται) ΤΙΘ · καὶ τῶν
ΩΟΕ τὸ [τιθ″] [8] · ὡς εἶναι Β> χθ″ λγ″ πζ″.

De 1 2/3 1/11 1/22 1/66 × 1 1/2 1/29 1/58, [prenez] 1/63 1/84 du produit et retranchez le.
Dans quel calcul 2/3 1/11 1/22 1/66? C'est $\frac{1}{11}$ de 9. De même (1 × 11) + 9 = 20.
Dans quel calcul 1/2 1/29 1/58? C'est $\frac{1}{29}$ de 16.
(1 × 29) + 16 = 45; 20 × 45 = 900; $\frac{1}{63}$ 900 = 14 1/4 1/28; $\frac{1}{84}$ 900 = 10 2/3 1/21.
De même 14 1/4 1/28 + 10 2/3 1/21 = 25; 900 — 25 = 875; 11 × 29 = 319;
et $\frac{1}{319}$ 875 = 2 2/3 1/29 1/33 1/87.

Cf. p. 49, soustraction 2° (exemple cité). — P. 51, multiplication de deux nombres fractionnaires (exemple cité) 3° γ et ε, et 4°.

N° 26. Τῶν P ϙ καθάρσεως A > ὑπὲρ PϘE
ϙ πό[σ]α [9]; Μίαν ἅπαζ PϘE καὶ τὸ >
τῶν PϘE γί(γνεται) ΤΚΕ · καὶ τῶν ΤΚΕ τὸ [ρ″] [10] γί(γνεται)
Γδ″.

Au taux de 1 2/3 pour 100 unités, pour 195 combien d'unités aura-t-on?
(1 × 195) + $\frac{2}{3}$ 195 = 325; puis $\frac{1}{100}$ 325 = 3 1/4.

N° 25. — 1. λ.
2. ΙΑ ΚΒ.
3. μετων.
4. ΚΘ.
5. υρ/.
6. ΚΛ.
7. ΚΘ.
8. ΤΙΘ.
N° 26. — 9. ποσσα.
10. P.

Cf. p. 56 sq. Problèmes d'intérêts, 1°.

N° 27 [1]. *[T]ῶν P α καθάρσεως H
*[ὑπ]ὲρ IE. α πόσα; Ὁμοίως
*[H] ἐπὶ IE γί(γνεται) PK. Ὁμοίως
PK μέρ(ισον) *[εἰ]ς P, [ὡ]ς εἶναι A ε″.

Au taux de 8 pour 100 unités, pour 15 unités combien cela fait-il? De même 8 × 15 = 120. De même 120 : 100. Résultat : 1 1/5.

Cf. p. 52 sq. Problèmes d'intérêts 1° (exemple cité).

N° 28. P α [.....I] [2] ὑπὲρ [A]* δ″ [κη″] [3] [π][4]όσα
τὸ [κεφάλαιον] [5] καὶ πόσα [...Γ]*;
Ἐν ποίᾳ ψ[ή]φῳ δ″κ[η″]; τῶν B τὸ [ζ″]*
B καὶ Z γί(γνεται) Θ · Z [ἐπὶ P γί(γνεται) Ψ] [6] καὶ μέρ(ισον)
εἰς Θ γί(γνεται) OZ ⩾ [θ″, τὸ κεφάλαιον] [7]
καὶ KB [ς″] [8] ιη″ τὸ ὑπέρ.

Le texte est fort mutilé. Il a été en partie restitué conjecturalement. Le résultat consiste dans le partage du nombre donné 100 en deux parties proportionnelles à 1 et à $\frac{1}{4}\ \frac{1}{28}$.

100 unités, c'est en sus de 1, 1/4 1/28. Quel est [le principal], et quel est [le surplus]? Dans quel calcul 1/4 1/28? C'est 1/7 de 2; 2 + 7 = 9.
7 × 100 [= 700]; divisez par 9, il vient 77 $\frac{2}{3}\ \frac{1}{9}$ [le principal] et 22 $\frac{1}{6}\ \frac{1}{18}$ est l'excédent (la différence à 100).

F° 5 (r°), p. 9, col. 1.

N° 29. Ἀπὸ ≺ γ″ ὕφ[ε]λ(ε) δ″ κη″.* [Ἐν π]οίᾳ ψ[ή]φῳ
δ″ κη″; τῶν B τὸ ζ″. Καὶ ἐν π[ο]ίᾳ *[ψή]φῳ ≺γ″;

N° 27. — 1. Le texte de ce problème a été écrit au bas et au milieu de la page, sous le n° 22, mais il ne fait pas partie de la première colonne, et le recul du n° 28 montre qu'il doit se placer auparavant.

N° 28. — 2. CIIII (ἐστι?)
3. KH.
4. τοσα.
5. κεφυλεων.
6. EI≺TONK.
7. Traces de lettres. ϟ″τοιϲϵαριτιιιϟ (θ″ το κεφυλεον?)
8. α?

τῶν Ε τὸ ς″. Ὁμοίως Ε, Ζ, ΛΕ · Β, ϛ, ΙΒ · ἀφὸ τῶν
ΛΕ [ὕφελε] [1] ΙΒ [2] [λείπεται] ΚΓ · ϛ, Ζ, ΜΒ · τῶν ΚΓ τὸ μβ″,
< κα″.

De 1/2 1/3 retranchez 1/4 1/28.

Dans quel calcul 1/4 1/28? $\frac{1}{7}$ de 2; et dans quel calcul 1/2 1/3? $\frac{1}{6}$ de 5.

De même 5 [×] 7 [=] 35; 2 [×] 6 [=] 12; 35 — 12 = 23; 6 [×] 7 = 42; et $\frac{1}{42}$ 23 [=] 1/2 1/21.

Cf. p. 49 : Soustraction 2e méthode (exemple cité).

N° 30. Ἀπὸ < δ″ [ὕφελε] [3] δ″ μδ″. Ἐν ποίᾳ ψ[ή]φῳ <δ″;
τῶν Γ τὸ δ″. Καὶ ἐν ποίᾳ ψ[ή]φῳ [δ″] [4] μδ″; τῶ[ν] [5] Γ τὸ ια″.
Ὁμοίως Γ [ἐπὶ] [6] ΙΑ γί(γνεται) ΛΓ · Δ, Γ, ΙΒ · ἀπὸ τῶν ΛΓ
[ὕφελε] [3] ΙΒ, λ(εί)π(ε)ται ΚΑ · Δ, ΙΑ γί(γνεται) ΜΔ · καὶ [τῶν] [7] ΚΑ τὸ [8] [μδ″] ·
[γ″] [9] ια″ [λγ″] [10] μδ″.

De 1/2 1/4 retranchez 1/4 1/44.

Dans quel calcul 1/2 1/4? $\frac{1}{4}$ de 3. Et dans quel calcul 1/4 1/44? $\frac{1}{11}$ de 3.

De même 3 × 11 = 33; 4 [×] 3 [=] 12; 33 — 12 = 21; 4 [×] 11 = 44; et de 21 prenez 1/44, [c'est] 1/3 1/11 1/33 1/44.

Cf. p. 53 : Soustraction méthode 2°.

N° 31. Ἀπὸ [ἥμισυ] [11] γ″ μβ″ [ὕφελε] [12] [ς″] [13] ξς″. Ἐν ποίᾳ ψ[ή]φῳ
<[γ″] [14] μβ″; τ[ῶν ϛ]* τὸ ζ″. Καὶ ἐν ποίᾳ ψ[ή]φῳ [ς″] [13] ξς″; τῶν

N° 29. — 1. ηφηλε.
2. λυπαι, υ en surcharge.
N° 30. — 3. ηφυλε.
4. Δ.
5. Τω.
6. Ταε.
7. ΤΟΝ.
8. ΜΔ.
9. Γ.
10. ΛΓ.
N° 31. — 11. ημυσι.
12. ηφυλε.
13. ϛ.
14. Γ.

Β τὸ [ια″] [1]. Ὁμ[οίως]* ϛ ἐπὶ ΙΑ γί(γνεται) ΞϚ · Β, Ζ, ΙΔ · ἀπὸ [τῶν] [2] [ΞϚ] [3] [ὕφελε] [4] ΙΔ* [γ]ί(γνεται) [ΝΒ] [5]. Ζ ἐπὶ ΙΑ γί(γνεται) ΟΖ · καὶ τῶν ΝΒ τὸ οζ″.

De 1/2 1/3 1/42 retranchez 1/6 1/66.

Dans quel calcul 1/2 1/3 1/42? $\frac{1}{7}$ de 6; et dans quel calcul 1/6 1/66? $\frac{1}{11}$ de 2.

De même 6 × 11 = 66; 2 [×] 7 [=] 14; 66 — 14 = 52; 7 × 11 = 77; et prenez 1/77 de 52.

N° 32. Ἀπὸ μίας [ὕφελε] [6] ιϐ″ να″ ξη″. Ἐν ποίᾳ ψ[ή]φῳ ιϐ″ να″ ξη″; Τῶν Β τὸ ιζ″. Ἀπὸ τῶν [ΙΖ] [7] ὕφ[ε]λε· Β λ[εί]π(ε)ται ΙΕ · καὶ τῶν ΙΕ τὸ ιζ″ · ⊀[γ″] [8] [λδ″ να″] [9].

De 1 retranchez 1/12 1/51 1/68.

Dans quel calcul 1/12 1/51 1/68? C'est le $\frac{1}{17}$ de 2.

17 — 2 = 15; et le 17e de 15 [est] 1/2 1/3 [1/34 1/51].

Cf. p. 48 : Soustraction 1°.

N° 33. Τῶν Ρ α χρ(υσοῦ) [νο(μίσματα] [10] Ζ ζ″, ὑπὲρ ἑνὸς νο(μίσματος) πόσ(ας); Ἐν π[οίᾳ] [11] ψ[ή[φῳ ζ″; τῆς Α τὸ ζ″ · Ζ, Ζ, ΜΘ · μετὰ τῆς μίας γί(γνεται) Ν · Ζ, Ρ, Ψ. Ὁμοίως Ψ μέρ(ισον) εἰ[ς] [12] Ν.

De 100 unités [l'intérêt est] 7 1/7 de pièces d'or; pour 1 pièce combien [faudra-t-il d'unités en capital]? (A 7 1/7 o/o quel sera le denier?)

Dans quel calcul 1/7? C'est le 7me de 1; 7 [×] 7 [=] 49.

[49] + 1 = 50; 7 [×] 100 [=] 700. De même divisez 700 par 50.

Cf. p. 53 sq. Problèmes d'intérêts 2°.

N° 31. — 1. ΙΛ.
2. Τον.
3. ΖϚ.
4. ηφυλε.
5. ΜΒ.

N° 32. — 6. ηφυλε.
7. ιζ″.
8. Γ.
9. λη″ νζ″, 1/38 1/56 : le résultat est faux.

N° 33. — 10. υ. Pour l'abréviation χρ/ N°, cf. p. 4 et 15.
11. πορα.
12. ΕΙΟ.

N° 34. Τῶν Ρ α χρ(υσοῦ) νο(μίσματα) Ε ⩾ κα″, ὑπὲρ ἑνὸς νο(μίσματος) πόσ(α)ς ; Ἐν ποίᾳ ψ[ή]φῳ ⩾ κα″ ; τῶν Ε τὸ ζ″. Ὁμοίως [Ζ] [1] ἐπὶ Ε, ΛΕ · μετὰ τῶν Ε γί(γνεται) Μ · Ζ, Ρ, Ψ. Ὁμοίως Ψ μέρ(ισον) εἰς Μ.

A 5 2/3 1/21 pièces d'or [d'intérêt] o/o, quel est le denier?
Dans quel calcul 2/3 1/21? C'est 1/7 de 5.
De même 7 × 5 [=] 35; [35] + 5 = 40; 7 [×] 100 [=] 700. De même divisez 700 par 40.

Cf. p. 53 sq. : Problèmes d'intérêts 2° (exemple cité).

N° 35. Τοῦ ἑνὸς νο(μίσματος) α ΙΕ ⟨δ″, ὑπὲρ Ρ α πόσα νο(μίσματα) ; Ἐν ποίᾳ ψ[ή]φῳ ⟨δ″ ; τῶν Γ τὸ δ″. Ὁμοίως Δ ἐπὶ ΙΕ γί(γνεται) Ξ · μετὰ τῶν Γ *[γί(γνεται) ΞΓ · Ρ ἐπὶ Δ γ]ί(γνεται) Υ. Ὁμοίως Υ μέρ(ισον) εἰς ΞΓ.

Au denier 15 1/2 1/4, pour 100 combien de pièces [aura-t-on]?
Dans quel calcul 1/2 1/4? C'est le 1/4 de 3.
De même 4 × 15 = 60; [60] + 3 = 63; 100 × 4 = 400. De même divisez 400 par 63.

Cf. p. 53 sq. Problèmes d'intérêts 3° (exemple cité).

F° 5 (r°) p. 9, col. 2.

N° 36. Τῶν Φ α χρ(υσοῦ) νο(μίσματα) ΠΕ⩾ [κα″] [2] ὑπὲρ Ρ α, πόσ(α) νο(μίσματα) ; Ἐν ποίᾳ ψ[ή]φῳ ⩾ [κα″] [2] ; τῶν Ε τὸ ζ″. Ὁμοίως Ζ ἐπὶ ΠΕ γί(γνεται) ΦϥΕ · μετὰ τῶν Ε γί(γνεται) Χ · Ζ, Φ, ΓΦ. Ὁμοίως Χ ἐπὶ *[Ρ γ]ί(γνεται) ϴϛ · [καὶ] [3] ϴϛ μέρ(ισον) εἰς ΓΦ.

500 unités [donnant 85 2/3 1/21 pièces d'or [d'intérêt], combien [en donneront] 100 unités?
Dans quel calcul 2/3 1/21? C'est 1/7 de 5. (tab ellum)
De même 7 × 85 = 595; [595] + 5 = 600; 7 [×] 500 [=] 3500.
De même 600 × 100 = 60000; reste à diviser 60000 par 3500.

Cf. p. 53 sq. Problèmes d'intérêts 4°.

N° 37. Τῶν Φ α χρ(υσοῦ) νο(μίσματα) ΛΑ⟨ ιθ″ λη″, ὑπὲ[ρ Ρ α]* πόσ(α) νο(μίσματα) ;
Ἐν ποίᾳ ψ[ή]φῳ ⟨ ιθ″ λη″ ; τῶν [ΙΑ τὸ]* [ιθ″] [4]. Ὁμοίως ΙΘ ἐπὶ ΛΑ γί(γνεται) ΦΠΘ · [μετὰ]*

N° 34. — 1. ζ″.
N° 36. — 2. ΚΑ.
3. και των raturé.
N° 37. — 4. ΙΘ.

τῶν ΙΑ γί(γνεται) Χ · ΙΘ ἐπὶ Φ γί(γνεται) ,ΘΦ. [Ὁμοίως]*
Χ ἐπὶ Ρ γί(γνεται) ϘϚ · ϘϚ μέρ(ισον εἰς) ,ΘΦ.

500 unités [donnant] en pièces d'or 31 1/2 1/19 1/38 [d'intérêt], combien en [donneront] 100 unités ?

Dans quel calcul 1/2 1/19 1/38? C'est 1/19 de 11.

De même 19 × 31 = 589; [589] + 11 = 600; 19 × 500 = 9500.

De même 600 × 100 = 60000, et divisez 60000 : 9500.

Cf. p. 53 sq. Problèmes d'intérêts 4°.

N° 38. Τῆς Α< τὸ [νε''] [1]. Δίπλησο[ν Α<]*
γί(γνεται) Γ · δίπλησον ΝΕ γί(γνεται) ΡΙ · κα[ὶ τῶν]*
Γ τὸ [ρι''] [2]. Τί ἐπὶ τί τὸ ΡΙ ; Ι τῶν ΙΑ. [Ι καὶ]*
ΙΑ γί(γνεται) ΚΑ · παρὰ τῶν Γ, Ζ · Ζ ἐπὶ [Ι, Ο ·]*
Ζ ἐπὶ ΙΑ, [ΟΖ] [3] · [ὡς] εἶναι ο'' οζ''·

De 1 1/2 le 55^me?

2 × 1 1/2 = 3; 2 × 55 = 110; et cherchez 1/110 de 3.

Quels sont les facteurs de 110? 11 × 10; 10 + 11 = 21; [21] : 3 [=] 7;

7 × 10 [=] 70; 7 × 11 [=] 77. Résultat : 1/70 1/77.

Cf. p. 51, multiplication d'un nombre fractionnaire δ (exemple cité); p. 39, division par application de la formule.

N° 39. Τῶν Γ< τὸ [πη''] [4]. Δίπλησον [Γ<]*
γί(γνεται) Ζ · δίπλησον ΠΗ γί(γνεται) ΡΟϚ · [καὶ]*
Τῶν Ζ τὸ [ρος''] [5]. Τὶ ἐπὶ τί ΡΟΣ; [ΙΑ] *
τῶν ΙϚ · Γ ἐπὶ ΙΑ γί(γνεται) ΛΓ · καὶ [ΙϚ]*
γί(γνεται) ΜΘ · παρὰ τῶν Ζ, Ζ · Ζ ἐπὶ Ι[Α, ΟΖ]* ·
Ζ ἐπὶ ΙϚ γί(γνεται) ΡΙΒ · καὶ τῶν Γ τὸ [ριβ'']*.
Τί ἐπὶ τί ΡΙΒ [6]; Ζ τ[ῶν ΙϚ]*
δί[πλήσ(ον)] [7] Ζ γί(γνεται) ΙΔ · καὶ ΙϚ γί(γνεται) Λ · παρ[ὰ Γ]*

N° 38. — 1. NE.
2. PI.
3. οζ''.
N° 39. — 4. ΠΗ.
5. POς.
6. <ΤΙΕΙΙΙΤΙΡΙΒ> répété sans raison.
7. ΔΙCΤ ΙΙC.

γ[ί(γνεται)]* I · I ἐπὶ Z, [O] [1] · I ἐπὶ Ις γί(γνεται) ΡΞ · [καὶ]*
τῶν Β τὸ[ρξ″] [2], [ὡ]ς εἶναι π″. Ὡς εἶ[ναι]*
ὁμοῦ ο″ οζ″ π″.

De 3 1/2 le 1/88.

3 1/2 × 2 = 7; 88 × 2 = 176 et cherchez 1/176 de 7. Quels sont les facteurs de 176? 11 × 16; 3 × 11 = 33; [33] + 16 = 49; [49] : 7 [=] 7; 7 × 11 [=] 77; 7 × 16 = 112; cherchez encore 1/112 de 3. Quels sont les facteurs de 112? 7 × 16. 2 × 7 = 14; [14] + 16 = 30; [30] : 3 = 10; 10 × 7 [=] 70; 10 × 16 = 160; et prenez 1/160 de 2, ce qui donne 1/80. Résultat récapitulatif 1/70 1/77 1/80.

Cf. p. 51, multiplication d'un nombre fractionnaire, δ — et p. 42, division 6e méthode (exemple cité).

F° 5 (v°) p. 10, col. 1.

N° 40. Τῶν Θ> τὸ [ριθ″] [3]. Ἐν ποίᾳ ψ[ή]φῳ
>; τῶν Β τὸ γ″. Τρίπλησον Θ, γί(γνεται) ΚΖ ·
μετὰ τῶν [δυοῖν] [4] γί(γνεται) ΚΘ · τρίπλησον ΡΙΘ
γί(γνεται) ΤΝΖ · καὶ τῶν ΚΘ τὸ [τνζ″] [5].
Τί ἐπὶ τί ΤΝΖ; ΙΖ τῶν ΚΑ, ἄλλ[ω]ς
*[Ζ τ]ῶν ΝΑ · [Ζ ἐπὶ τὰς] [6] Λ γί(γνεται) ΣΙ
*[μετ]ὰ τῶν ΝΑ γί(γνεται) ΣΞΑ · παρὰ τῶν
*[ΚΘ], Θ · ἐννέα ἐπὶ Ζ, ΞΓ · Θ ἐπὶ ΝΑ
*[γί(γνεται) ϒ]ΝΘ · καὶ τῶν Λ τὸ [υνθ″] [7]. Τί ἐπὶ ϛί
*[ϒΝ]Θ; Γ τῶν ΡΝΓ · [τὸ] γ[″τῶν Λ] [8] Ι · [καὶ] [9] τῶν Ι τὸ ρνγ″ [10].

De 9 2/3 le 119me?

Dans quel calcul 2/3? C'est le 1/3 de 2; 3 × 9 = 27; [27] + 2 = 29; 3 × 119 = 357; et cherchez 1/357 de 29. Quels sont les facteurs de 357? 17 × 21 ou encore 7 × 51.

1. ο″.
2. ΡΞ.
N° 40. — 3. ΡΙΘ.
4. διειν.
5. ΤΝΖ.
6. επι τας τας sans Ζ.
7. ϒΝΘ.
8. ΓΙ. On peut lire aussi Λ, Γ τῶν Ι : 30 est le triple de 10.
9. Omis.
10. <[των]* Ι το ΡΝΓ>, répétition superflue.

$7 \times 30 = 210$; [210] + 51 = 261; [261] : 29 [=] 9;
$9 \times 7 = 63$; $9 \times 51 = 459$ et cherchez 1/459 de 30.
Quels sont les facteurs de 459 ? 3×153; [30 :] 3 [= 10]; cherchez 1/153 de 10.

Cf. p. 51, multiplication d'un nombre fractionnaire, ὸ — et p. 42, division 6e méthode.

N° 41. *[Ἔ]δωκα Γ, ἔλαβα [1] Θ>.
*[ἐὰ]ν ὸ[ώ]σω [2] ΚΗ, πόσα λαμβάνω ;

J'ai donné 3 et reçu 9 2/3; si je donne 28 que reçois-je ?

Pas d'explication ni de solution, non plus qu'aux problèmes suivants 42-46. Cf. p. 52, proportions.

N° 42. *[Ἔ]δωκα Ε, ἔλαβα [1] Θ> ·
*[ἐὰν] ὸ[ώ]σω [2] Λ, πόσα λαμβάνω ;

J'ai donné 5 et reçu 9 2/3; si je donne 30 que dois-je recevoir?

N° 43. *[...] λη″ ν″. Ἐν ποίᾳ ψ[ή]φῳ ; τῶν
*[...ΚΗ τὸ ϗιε″] [3].

... 1/38 1/50. Dans quel calcul? C'est 1/615 de... 28.

N° 44. *[Τοῦ] ἑνὸς νο(μίσματος) α ΙΖ <γ″,
*[ὑπ]ὲρ Α α πόσ(α) ;

Au denier 17 1/2 1/3 quel est le taux pour 1 unité?

Cf. p. 53 sq. Problèmes d'intérêts 5°.

N° 45. *[Το]ῦ ἑνὸς νο(μίσματος) α ΙΒ >,
*[ὑ]πὲρ Α α πόσ(α) ;

Au denier 12 2/3 quel est le taux pour une unité ?

N° 46. *[Τ]οῦ ἑν[ὸς]* νο(μίσματος) α ΙΑ<ὸ″
*[ὑπὲρ ..α] [4] πόσα ;

Au denier 11 1/2 1/4 combien d'intérêt aura-t-on pour ...unités?

Nos 41 et 42. — 1. ελαβα, forme dialectale.
2. δοσω.
N° 43. — 3. ////'' TOUXIE, l'absence d'explications ne permet pas de remplir les lacunes.
4. Traces du haut de quelques lettres, de l'E de ὑπὲρ et peut être d'un K après ce mot.

F° 5 (v°) p. 10, col. 2.

N° 47. Θησαυροὶ Γ · ἐν μὲν τῷ πρώτ[ῳ] [1]

ἔχ[ει]ντο [2] α Σ, ἐν δὲ τῷ δευτ[έ]- [3]
ρῳ ἔχ[ει]ντο [2] α T, ἐν δὲ τῷ
τρίτῳ α Φ.

Μίξας τις εἵρχεν [ἀπὸ τῶν] [4] α [Ξ] [5].
Θέλωμεν [6] γν[ῶ]ναι [7] πόσας εἵρχεν
[ἀφ'] [8] ἑκάστο[υ] [9]. Οὕτω ποίει · Σ καὶ T
καὶ Φ γί(γνεται) ,A. Τί ἐπὶ τί ,A; I τῶν P. Ὁμοίως
Σ μέρ(ισον) εἰς P γί(γνεται) B · T μέρι(σον) [10] εἰς P γί(γνεται) Γ · Φ μέρ(ισον)
εἰς P γί(γνεται) E. Ὁμοίως B καὶ Γ καὶ E γί(γνεται) I ·
Ξ μέρ(ισον) εἰς I γί(γνεται) ϛ. Ὁμοίως ϛ ἐπὶ B, γί(γνεται) IB ·
ἐν μὲν τῷ πρώτ[ῳ] [α] [11] IB. ϛ ἐπὶ Γ γί(γνεται) IH · ἐν [δ]ὲ [12]
τῷ δευτέρῳ α IH. ϛ ἐπὶ E γί(γνεται) Λ · ἐν [δὲ] [12] τῷ τ-
ρίτῳ α Λ.

3 trésors : dans le premier étaient déposées 200 unités, dans le second 300 unités et dans le troisième 500. Quelqu'un les ayant mêlés a pris sur le tout 60 unités. Nous voulons savoir ce qu'il a pris sur chacun.

Procédez ainsi : $200 + 300 + 500 = 1000$. Quels sont les facteurs de 1000 ? 100×10.

De même $200 : 100 = 2$; $300 : 100 = 3$; $500 : 100 = 5$.

De même $2 + 3 + 5 = 10$; $60 : 10 = 6$;

De même $6 \times 2 = 12$, c'est donc 12 unités dans le 1er trésor;

$6 \times 3 = 18$, c'est 18 unités dans le 2e trésor;

$6 \times 5 = 30$, c'est 30 unités dans le 3e trésor.

Cf. p. 56, problèmes de partage 3° (exemple cité).

N° 47. — 1. πρωτο.
2. εκιντο.
3. δευτειρω.
4. αποοτων ou απουτων. Ἀπὸ τῶν se lit *Pr.* 48, C'est peut-être ἀπ' αὐτῶν; cf. *Pr.* 49.
5. <P>Ξ. C'est la donnée du problème suivant.
6. *Sic.*
7. γνοναι.
8. απ'.
9. εκαστος.
10. μερι/.
11. α rajouté en interligne aux 2 lignes suivantes doit être rétabli ici.
12. τε.

N° 48.

Μίξας τις εἶρκεν ἀπὸ τῶν α ΡΞ ·
θησαυροὶ Γ · ἐν μὲν τῷ πρώτ[φ] [1]
ἔκ[ει]ντο [2] α ΤΚ, ἐν [δὲ] [3] τῷ [δ]ευτέρῳ α Υ,
ἐν [δὲ] [3] τῷ τρίτῳ ἔκ[ει]ντο [2] α ΥΠ. Οὕτω
ποίει · ΤΚ καὶ Υ καὶ ΥΠ γί(γνεται) ΑΣ. Τί ἐπὶ
Τί ΑΣ; Λ τῶ[ν] [5] Μ. Ὁμοίως ΡΞ μέρ(ισον) εἰς
Μ γί(γνεται) Δ. Ὁμοίως Δ ἐπὶ ΤΚ γί(γνεται) ΑΣΠ [6] ·
καὶ μέρ(ισον) εἰς Λ γί(γνεται) ΜΒ ⩾. Ὁμοίως Δ ἐπὶ Υ
γί(γνεται) ΑΧ · μέρ(ισον εἰς) Λ γί(γνεται) ΝΓ γ′. Δ ἐπὶ ΥΠ γί(γνεται)
[ΑΥΡΚ] [7] · μέρ(ισον εἰς) Λ γί(γνεται) ΞΔ.

Quelqu'un ayant mêlé [le contenu de plusieurs trésors] en a retiré 160 unités. Il y avait 3 trésors : dans le premier étaient déposées 320 unités, dans le second 400, dans le troisième 480.

Procédez ainsi : 320 + 400 + 480 = 1200.

Quels sont les facteurs de 1200? 30 × 40. De même 160 : 40 = 4.

De même 4 × 320 = 1280 et [1280] : 30 = 42 2/3.

De même 4 × 400 = 1600; [1600] : 30 = 53 1/3.

4 × 480 = 1920; [1920] : 30 = 64.

Cf. p. 57, problèmes de partage 3° (exemple cité).

F° 6 (r°) page 11, col. 1.

N° 49. [8]

Μίξας τις εἶρκεν ἀπ' αὐτῶν [9] [α] [10] ΦΝ ·
θέλομεν μαθ[εῖ]ν πόσα εἶρκεν ἀπ' αὐτῶν [9]
Ὁμοίως ΨΚ καὶ ΩΛ καὶ ↑Ν [8] γί(γνεται) ΒΦ

N° 48. — 1. πρωτο.
2. εκιντο.
3. τε.
4. τευτερω.
5. τω.
6. Le π est surchargé d'un grand ξ inutile.
7. ΑΥΡΚ.

N° 49. — 8. Le σαμπι est figuré comme υρ.
9. απαυτων. On peut lire ἀπ' αὐτῶν ou απαυ pour ἀπό τῶν comme au numéro précédent.
10. A sans point.

μέρ(ισον εἰς) ΦΝ γί(γνεται) Δ< κϐ″. Ἐν ποίᾳ ψ[ή]φῳ <κϐ″;
τῶν Ϛ τὸ [ια″] [1]. Ὁμοίως Δ, ΙΑ, ΜΔ · μετὰ τῶν Ϛ
γί(γνεται) Ν. Ὁμοίως ΙΑ ἐπὶ ΨΚ γί(γνεται) ΖΛΚ · μέρ(ισον) εἰς
Ν γί(γνεται) ΡΝΗ γ″ ιε″. ΙΑ ἐπὶ ΩΛ γί(γνεται) ΘΡΛ · καὶ μέρ(ισον)
εἰς Ν γί(γνεται) ΡΠΒ< ι″. ΙΑ ἐπὶ ΛΝ γί(γνεται) ΘΑ ΥΝ· καὶ
μέρ(ισον) εἰς Ν γί(γνεται) ΣΘ.

Quelqu'un ayant mêlé [trois trésors, figurés ci-dessus avec l'indication des contenances 720. 830, 950], en a retiré 550 unités. Nous voulons savoir combien il a retiré [de chacun] d'eux.

De même 720 + 830 + 950 = 2500; [2500] : 550 = 4 1/2 1/22.

Dans quel calcul a-t-on 1/2 1/22? C'est 1/11 de 6.

De même 4 [×] 11 [=] 44; [44] + 6 = 50.

De même 11 × 720 = 7920; [7920] : 50 = 158 1/3 1/15.
11 × 830 = 9130; [9130] : 50 = 182 1/2 1/10.
11 × 950 = 10450; [10450] : 50 = 209.

Cf. p. 58, problèmes de partage 5° (exemple cité).

N° 50. [ιϐ″] [2] εἰς Ϛ μόρια.
Οὕτω ποίει · ἑπτά[πλησ(ον)] [3] ΙΒ γί(γνεται) Π[Δ]Ϛ ·
Ζ, Α, Ζ · καὶ τῶν Ζ τὸ [πδ″] [4]. Ὑφ[ε]λε Α, [πδ″] [5], λ(εἰ)π(ε)τ[αι]*
Ϛ · καὶ τῶν Ϛ τὸ [πδ″] [6], τῆς Α τὸ [ιδ″ ·]* [7]
Χώρισ(ον) ιδ″. Τί ἐπὶ ϛί ΙΔ; Β τῶν *[Ζ · Β καὶ] [8]
Ζ γί(γνεται) Θ · παρ(ὰ) Α, Θ · Θ ἐπὶ Β, [ΙΗ] [9] · Θ, [Ζ,]*
ΞΓ · καὶ τῆς Α τὸ [ιϛ″] [10]. Χώρισ(ον) [ιϛ″] [11] ·
ΙΗ, Β τῶ̃[ν] [12] Θ · Β καὶ Θ γί(γνεται) ΙΑ · παρὰ

1. ΙΑ.

N° 50. — 2. 6″.

3. επταστασ.

4. ΙΠΔ.

5. υφηλε ΛΠΔ en interligne.

6. ιδ″.

7. Peut être pourrait-on lire : καὶ τῶν Ϛ, τὸ ιδ″ τῆς Λ, τὸ [πδ″]; mais la tournure serait embarrassée et sans autre exemple.

8. Peut-être [Ζ · Β] sans καὶ.

9. ιη″.

10. ΙΗ.

11. Peut-être Χώρισ(ον) ιη [″. Τί ἐπί τί]* ΙΗ; Β τῶ̃[ν] Θ.

12. Τω.

A, IA · IA ἐπὶ B, KB · IA ἐπὶ Θ, ϥΘ · [καὶ τῆς]*
A τὸ κϐ″. Χώρισ(ον) κϐ″ · πεντάπλ[ησ(ον)]*
A γί(γνεται) E · πεντάπλησον KB γί(γνεται) [PI · καὶ]*
τῶν E τὸ [ρι″] [1]. Τί ἐπὶ τί PI; B τῶν [NE, ἅλ-]*
λ[ω]ς I τῶν IA · ἀπὸ τῶν E ὕ[φελε B]*
λ(εί)π(ε)ται Γ · I καὶ IA γί(γνεται) K[A · KA παρα]*
Γ, Z · Z ἐπὶ I, ο″ · Z ἐπὶ IA, ο[α″].

[Décomposez] 1/12 en 6 fractions.
Opérez ainsi : 12 × 7 = 84; 1 × 7 = 7, et [calculez] 1/84 de 7.
Retranchez 1 [de 7, à savoir] 1/84, reste 6; et 6 × 1/84 = 1 × 1/14.
Décomposez 1/14. Quels sont les facteurs de 14? 2 × 7.
[2 + 7] = 9; [9] : 1 [=] 9; 9 × 2 [=] 18; 9 [×] 7 [=] 63; [1/14 = 1/63] + (1 : 18).
Décomposez 1/18; 18 [=] 2 × 9; 2 + 9 = 11;
[11] : 1 [=] 11; 11 × 2 [=] 22; 11 × 9 [=] 99; [1/18 = 1/99] + (1 : 22).
Décomposez 1/22; 1 × 5 = 5; 22 × 5 = 110, et cherchez 1/110 de 5.
Quels sont les facteurs de 110? 2 × 55 ou encore 10 × 11;
5 — 2 = 3; [5 : 110 = 1/55 + (3 : 110)];
10 + 11 = 21; 21 : 3 [=] 7; 7 × 10 [= 70, posez] 1/70; 7 × 11 [= 77, posez] 1/77.

Cf. p. 39. division 2°, — p. 40, division 3° — et p. 47-48 χωρισμός (exemple cité).

J. BAILLET.

1. PI.

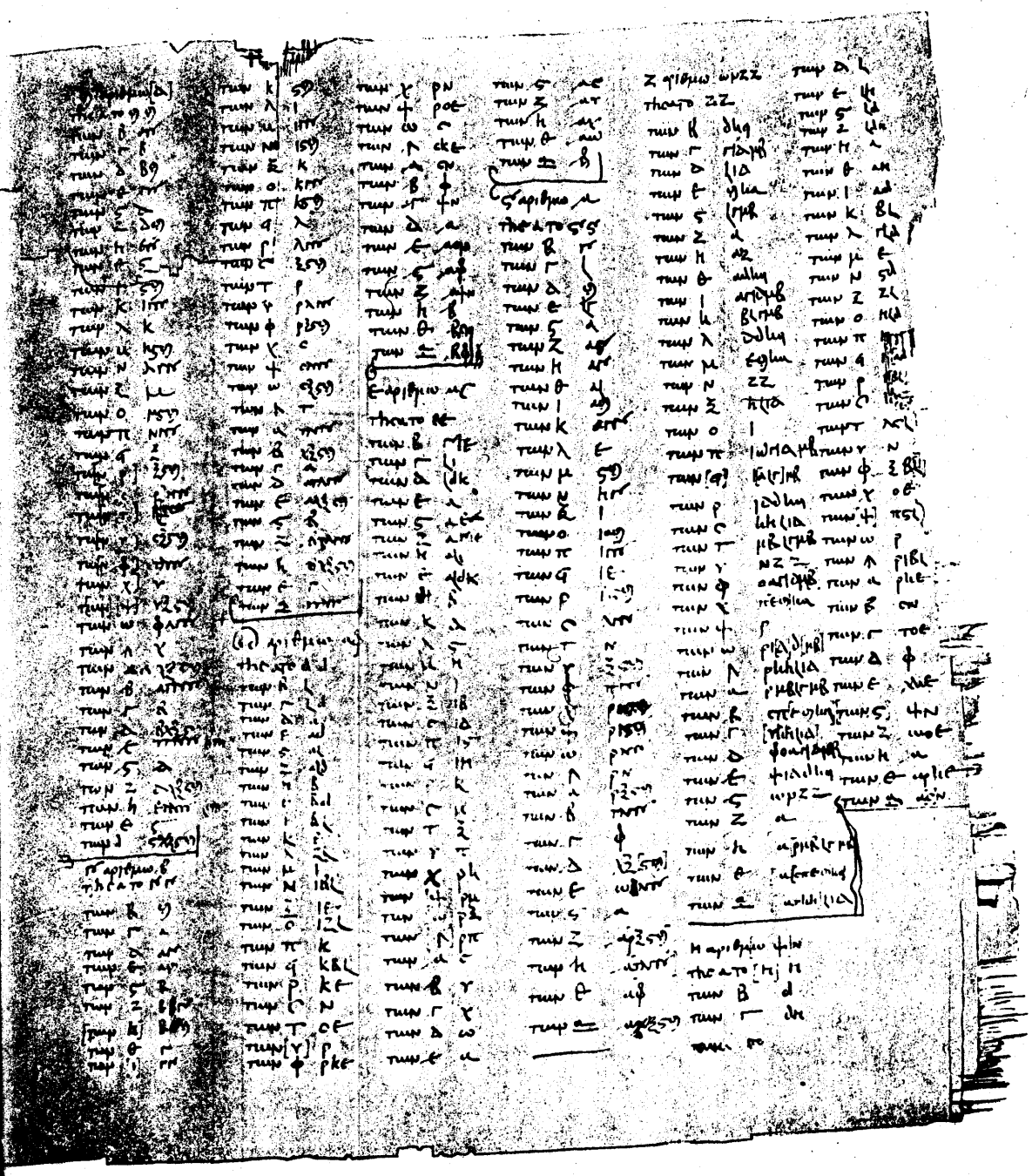
PAPYRUS MATHÉMATIQUE D'AKHMÎM

TABLE PALÉOGRAPHIQUE

	1° *Siglès des tables.*	2° *Lettres des problèmes.*	3° *Sigles des problèmes.*
α			
β			
γ			
δ			
ε			
ζ			
η			
θ			
ι			
κ			
λ			
μ			
ν			
ξ			
ο			
π			
ρ			
σ			
τ			
υ			
φ			
χ			
ψ			
ω			
ϛ			
ϙ			
ϡ			
⅔			
½			
10 000			

αρταβη = le

μοναδες =

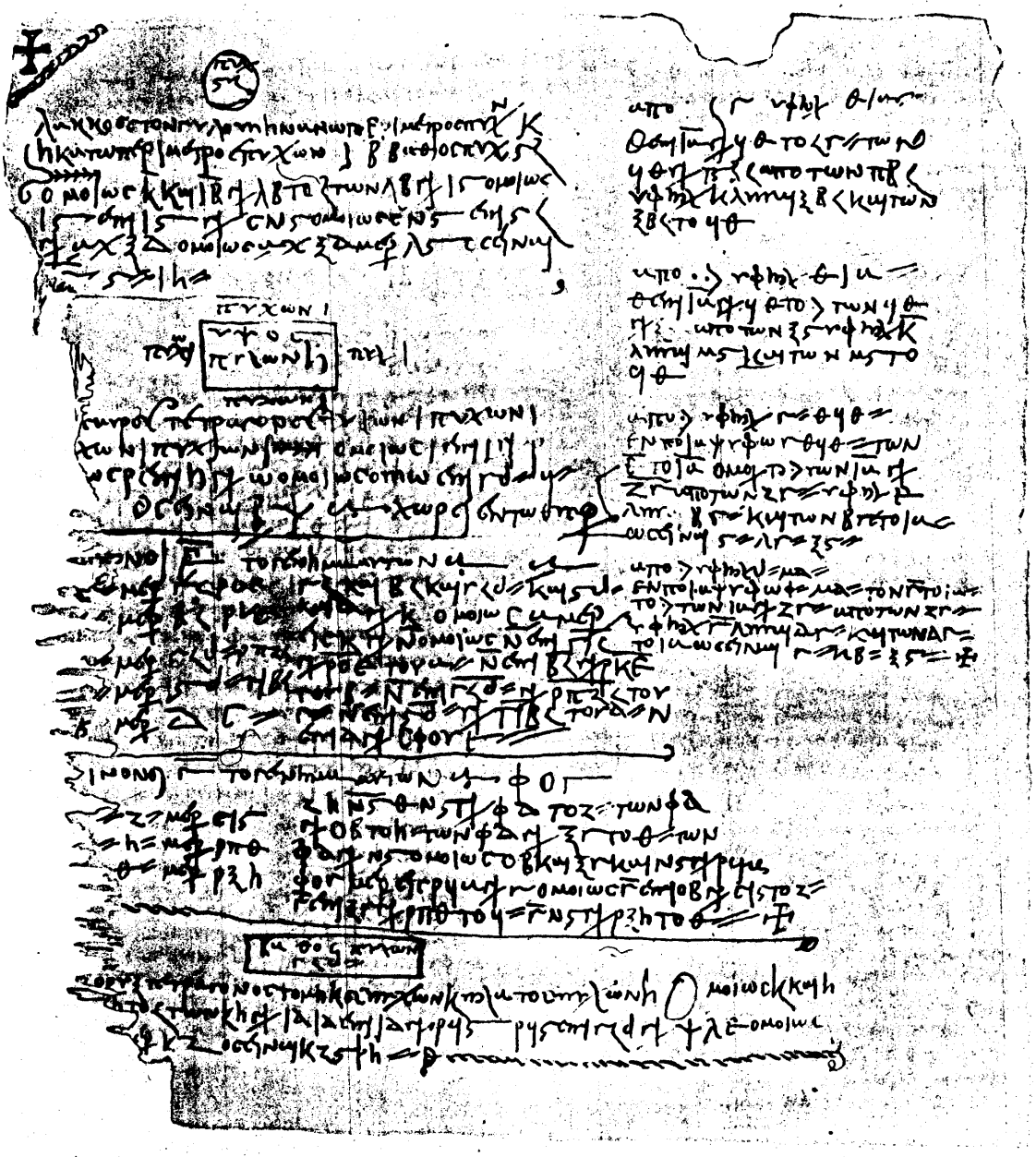


J. B. del. *Phototypie Berthaud*

PAPYRUS MATHÉMATIQUE D'AKHMÎM

PAGE 1 (RECTO DU 1ER FEUILLET.)

TABLES

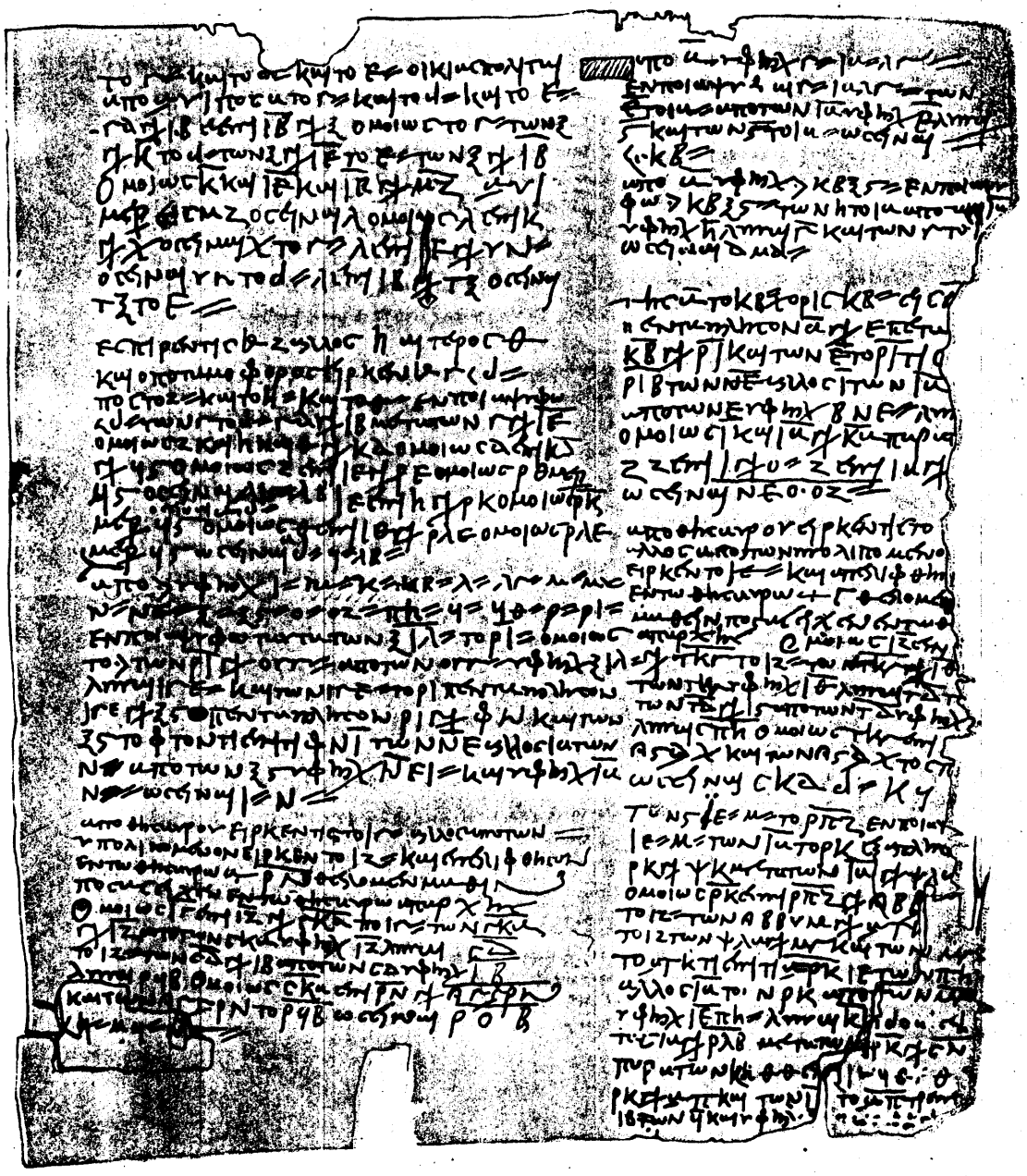


J. B. del. *Phototypie Berthand*

PAPYRUS MATHÉMATIQUE D'AKHMÎM

PAGE 6 (Vº DU Fº 3.)

PROBLÈMES



J. B. del. *Phototypie Berthaud*

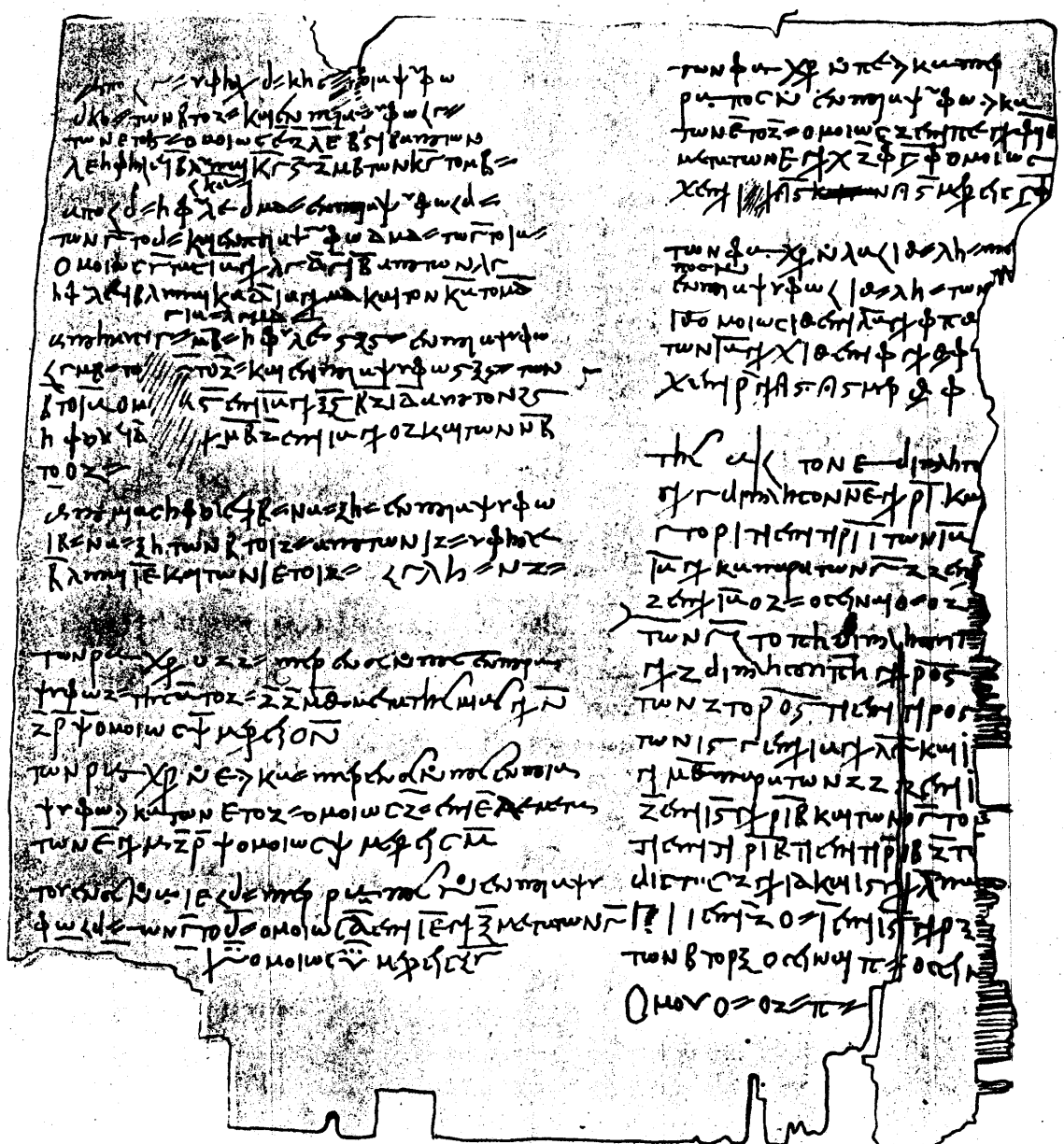
PAPYRUS MATHÉMATIQUE D'AKHMÎM

PAGE 7 (Rº DU Fº 4.)

J. B. del. *Phototypie Berthaud*

PAPYRUS MATHÉMATIQUE D'AKHMÎM

PAGE 8 (Vº DU Fº 4.)

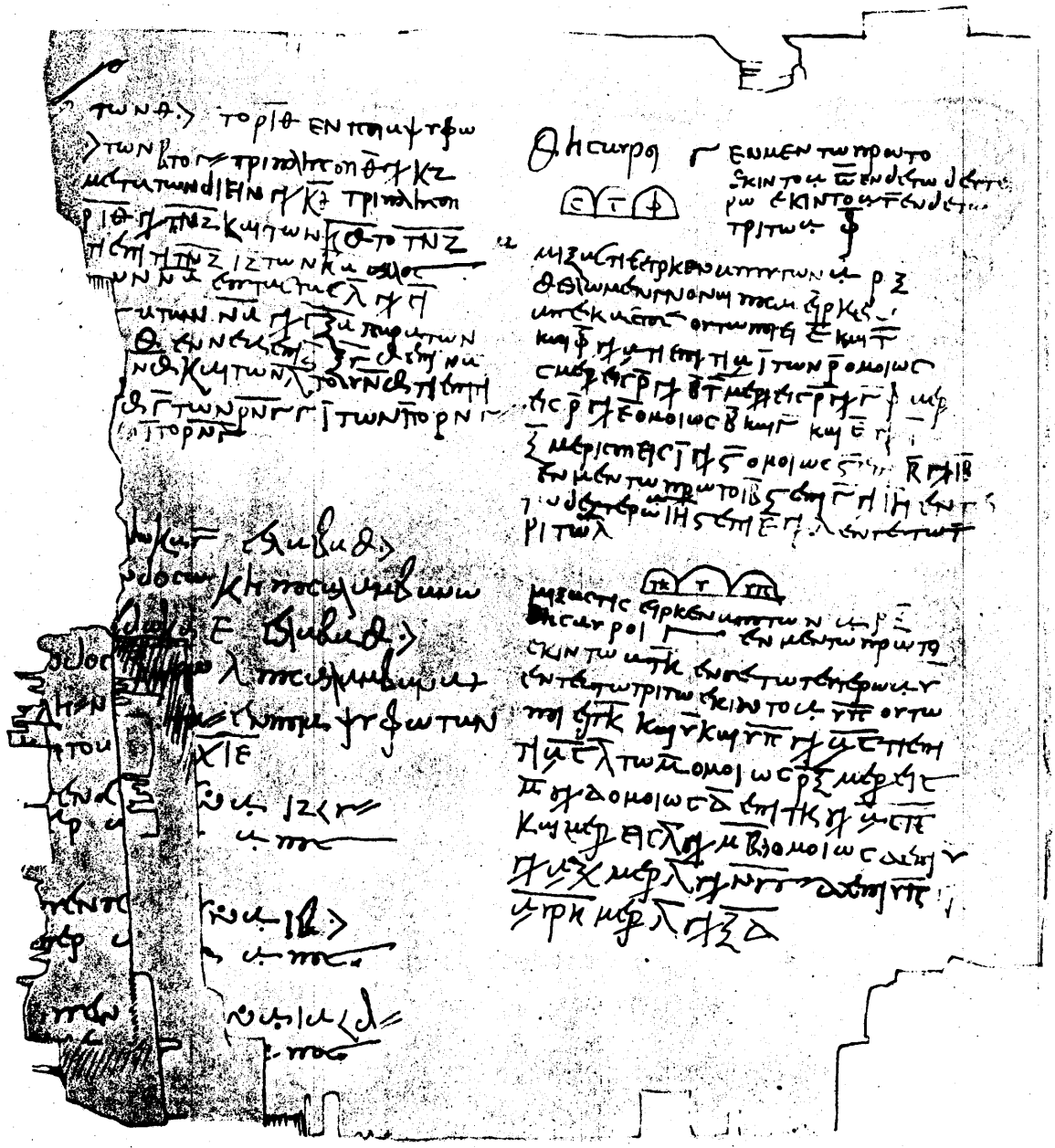


J. B. del.

Phototypie Berthaud

PAPYRUS MATHÉMATIQUE D'AKHMÎM

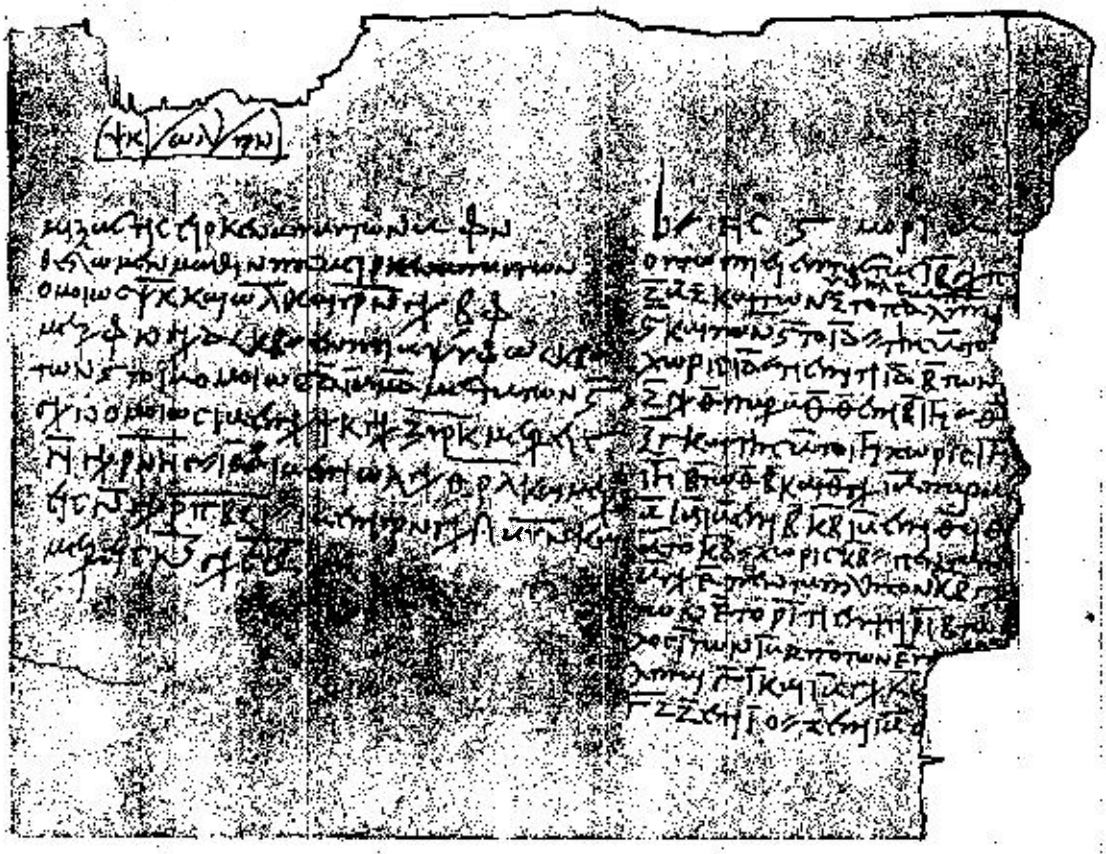
PAGE 9 (Rº DU Fº 5.)



J. B. del. *Phototypie Berthaud*

PAPYRUS MATHÉMATIQUE D'AKHMÎM

PAGE 10 (V° DU F° 5.)



J. B. del.

PAPYRUS MATHÉMATIQUE D'AKMIM

PAGE 11 (R° DU F° 6.)