

# Physik

**Ein Lehrbuch für Studierende**

von

**Wilhelm H. Westphal**

**Zweite Auflage**



**Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH · 1930**

# PHYSIK

EIN LEHRBUCH FÜR STUDIERENDE AN DEN  
UNIVERSITÄTEN UND TECHNISCHEN HOCHSCHULEN

VON

WILHELM H. WESTPHAL

A. O. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT BERLIN UND  
LEITER DER PHYSIKALISCHEN ÜBUNGEN AN DER  
TECHNISCHEN HOCHSCHULE BERLIN

ZWEITE AUFLAGE

MIT 492 ABBILDUNGEN



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1930

ALLE RECHTE, INSBESONDERE DAS DER ÜBERSETZUNG  
IN FREMDE SPRACHEN, VORBEHALTEN.  
COPYRIGHT 1928 BY SPRINGER-VERLAG BERLIN HEIDELBERG.

Ursprünglich erschienen bei Julius Springer in Berlin 1928.  
Softcover reprint of the hardcover 2nd edition 1928

ISBN 978-3-662-35578-7      ISBN 978-3-662-36407-9 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-662-36407-9

DEM ANDENKEN MEINES LEHRERS  
HEINRICH RUBENS  
GEWIDMET

## Vorwort zur zweiten Auflage.

Wenn bereits nach knapp anderthalb Jahren eine 2. Auflage des vorliegenden Buches notwendig geworden ist, so darf ich darin den Beweis dafür sehen, daß sein Erscheinen einem Bedürfnis entsprochen hat, und daß es in seiner ganzen Anlage den Bedürfnissen der Leser, in erster Linie der Studierenden an den Hochschulen, aber auch der Lehrer an den höheren Schulen und der im praktischen Leben stehenden Physiker, gerecht geworden ist. Es ist daher an der Anlage des Buches nichts geändert worden. Jedoch enthält die neue Auflage eine erhebliche Zahl von Verbesserungen und Zusätzen, wie schon aus der Vermehrung der Zahl der Paragraphen und Abbildungen hervorgeht. Im Abschnitt XI wurde dem Fortschritt der Wissenschaft in dem Umfange, aber auch mit der Beschränkung, Rechnung getragen, wie es dem Charakter des Buches entspricht. Einem mehrfach geäußerten Wunsche entsprechend habe ich die Angaben über die Entdecker wichtiger Gesetze und die Jahreszahlen ihrer Entdeckung wesentlich vermehrt. Der Abschnitt über die Physik der Atmosphäre wurde von Herrn Professor Dr. W. KÖNIG in Berlin vollständig neu geschrieben.

Allen Lesern der ersten Auflage, die die Verbesserung des Buches durch mündliche oder schriftliche Anregungen gefördert haben, bin ich zu lebhaftem Dank verpflichtet.

Berlin, im August 1930.

**WILHELM WESTPHAL.**

# Inhaltsverzeichnis.

	Seite
I. Allgemeines . . . . .	I
a) Inhalt und Methoden der Physik . . . . .	I
Einteilung der Naturwissenschaften 1. — Physik und Chemie 1. — Kausalität 2. — Das Experiment 2. — Physikalische Gesetze 2. — Die physikalische Einheitlichkeit der Welt 3. — Hypothesen 4. — Einteilung der Physik 4.	
b) Maß und Messen . . . . .	5
Wesen und Zweck der physikalischen Messung 5. — Längeneinheiten 5. — Besondere Vorrichtungen zur Längenmessung 7. — Winkelmessung 9. — Messung von Flächen und Rauminhalten 10. — Zeitmessung 11. — Skalare und Vektoren 11. — Addition und Zerlegung von Vektoren 12.	
c) Die Materie . . . . .	13
Der Satz von der Erhaltung der Materie 13. — Aggregatzustände 13. — Vorläufiges über den Aufbau der Materie 14.	
II. Mechanik starrer Körper . . . . .	15
a) Lehre von den Bewegungen . . . . .	15
Definition des Massenpunktes 15. — Bewegung 15. — Geschwindigkeit 16. — Beschleunigte Bewegung 17. — Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung 18. — Harmonische Bewegung 19.	
b) Das Verhalten starrer Körper unter der Wirkung von Kräften . . . . .	20
Kräfte als Ursache von Bewegungsänderungen 20. — Der Trägheitssatz (1. NEWTONSches Axiom) 20. — Die träge Masse (2. NEWTONSches Axiom) 21. — Die Bewegungsgröße 22. — Das wissenschaftliche Maßsystem (CGS-System) und das technische Maßsystem 23. — Die Einheit der Kraft 23. — Trägheitskräfte. D'ALEMBERTSches Prinzip 23. — Addition von Kräften. Der Satz vom Parallelogramm der Kräfte 23. — Einige Versuche über die Zusammensetzung von Kräften 25. — Druck 26. — Wirkung und Gegenwirkung (3. NEWTONSches Axiom) 27. — Der Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße (Impulssatz) 27. — Gleichgewicht 29. — Zwangskräfte 29. — Kräftepaar, Drehmoment 29. — Der Hebel 30. — Trägheitsmoment 31. — Kreisbewegung. Zentripetalkraft und Zentrifugalkraft 32. — Die Zentrifugalkraft, vom rotierenden System aus beurteilt 34. — Beispiele für die Trägheitskräfte rotierender Massen 36. — Arbeit und Energie 38. — Beschleunigungsarbeit 39. — Der Satz von der Erhaltung der Energie oder Arbeit 40. — Energie der Bewegung oder kinetische Energie 40. — Energie der Lage oder potentielle Energie 41. — Leistung 41. — Rotationsenergie. Drehimpuls 42. — Rotation um freie Achsen. Der Kreisel 43. — Die Erddrehung 44. — Die Polflucht der Kontinente 46. — Elastischer und unelastischer Stoß 47. — Die Dimensionen der mechanischen Größen 50.	
III. Die Schwerkraft . . . . .	51
a) Die Schwerkraft an der Erdoberfläche . . . . .	51
Schwerkraft und Beschleunigung durch die Schwere 51. — Die schwere Masse 51. — Gewicht 52. — Spezifisches Gewicht. Dichte. Spezifisches Volumen 53. — Freier Fall. Senkrechter und schräger Wurf 54. — Erhaltung der Energie bei Wurf und Fall 56. — Fall auf der schiefen Ebene 56. — Die Fallmaschine 58. — Der Schwerpunkt 59. — Der Satz von der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunktes 60. — Das mathematische Pendel 61. — Das physische Pendel 62. — Bestimmung von $g$ mit dem Pendel 63. — Gleichgewicht unter der Wirkung der Schwere 64.	
b) Die allgemeine Gravitation . . . . .	67
Das NEWTONSche Gravitationsgesetz 67. — Die Mondbewegung 68. — Die Bewegung der Planeten 69. — Die Gezeiten 71. — Fernwirkung und Nahewirkung 73. — Gravitationspotential und Feldstärke 74.	

	Seite
IV. Einige praktische Anwendungen der mechanischen Gesetze . . . . .	75
Maschinen 74. — Der Hebel als Maschine 76. — Rollen und Flaschenzüge 78. — Zahnräder 79. — Keil und Schraube 80. — Wagen 80. — Präzisionswagen 82. — Absolute Wägung 84. — Verwandlung von hin- und hergehender in drehende Bewegung 85. — Wagenräder 86. — Das Fahrrad 86. — Anwendung der Kreisellgesetze 87. — Trägheitswirkungen bei gekrümmten Bahnen (Zen- trifugalkraft) 87. — Uhren 90.	
V. Mechanik deformierbarer Körper . . . . .	91
a) Die elastischen Eigenschaften fester Körper . . . . .	91
Begriff der Elastizität und allgemeine Tatsachen 91. — Kleine Deformationen. HOOKESches Gesetz 92. — Längsdilatation und Querkontraktion 92. — Biegung 93. — Torsion 93. — Spiralfedern. Federwage 94. — Elastische Energie 94.	
b) Mechanik ruhender Flüssigkeiten (Hydrostatik) . . . . .	95
Druck im Innern einer Flüssigkeit unter Vernachlässigung der Schwere 95. — Die hydraulische Presse 96. — Wirkung der Schwere 96. — Bodendruck 97. — Zusammenhängende Flüssigkeitsräume (kommunizierende Röhren) 98. — Freie Flüssigkeitsoberflächen 99. — Auftrieb. Archimedisches Prinzip 99. — Bestimmung des spezifischen Gewichtes fester Körper aus dem Auftrieb 100. — Bestimmung des spezifischen Gewichtes von Flüssigkeiten aus dem Auftrieb 101. — Schwimmen 101. — Die elastischen Eigenschaften der Flüssigkeiten 103.	
c) Mechanik ruhender Gase (Aerostatik) . . . . .	103
Molekulartheorie der Gase (kinetische Gastheorie) 103. — Das Gesetz von AVOGADRO 105. — Molekulargewicht. Mol und Grammatom 105. — Der Druck der Gase 106. — Das Gesetz von BOYLE-MARIOTTE 109. — Freie Weg- länge und Stoßzahl 110. — Die Elastizität der Gase 111. — Arbeit bei der isothermen Volumänderung eines Gases 111. — Ideale und wirkliche Gase 112. — Gase unter der Wirkung der Schwere 112. — Der Luftdruck 112. — Wirkungen des Luftdrucks 114. — Messung des Luftdrucks 115. — Messung kleiner Gasdrücke 116. — Luftpumpen 117. — Einige Versuche mit der Luftpumpe 118. — Auftrieb in Gasen 119. — Saugpumpen 121.	
d) Mechanik bewegter Flüssigkeiten und Gase (Hydrodynamik und Aerodynamik) . . . . .	122
Das Theorem von TORRICELLI 122. — Hydrodynamischer Druck 123. — Einige Beispiele für den hydrodynamischen Druck in Gasen 124. — Tragflächen. Flugzeug 125. — MAGNUS-Effekt. Der FLETTNER-Rotor 126. — Ausströmen von Gasen aus engen Öffnungen 127.	
VI. Schwingungen und Wellen . . . . .	128
a) Mechanische Schwingungen . . . . .	128
Wesen der Schwingungen 128. — Elastische Schwingungen 129. — Saiten- schwingungen 130. — Schwingungen von Luftsäulen 131. — Erzwungene Schwingungen. Resonanz 131.	
b) Wellen . . . . .	132
Fortpflanzung von Störungen 132. — Periodische Wellen 133. — Fortpflanz- ungsgeschwindigkeit von Wellen 134. — Wellenlänge 134. — Longitudinale und transversale Wellen. Polarisation 134. — Interferenz 136. — Stehende Wellen 136. — Schwebungen 138. — DOPPLEREffekt 138. — Energietransport in einer Welle. Entfernungsgesetz 139. — Vorgänge an der Grenze zweier Medien 140. — Reflexion 140. — Brechung 141. — Das FERMATsche Prinzip 141. — Absorption einer Welle 142. — Das HUYGENSSche Prinzip 142. — Beugung 142.	
c) Die Lehre vom Schall (Akustik) . . . . .	143
Wesen und Fortpflanzung des Schalls 143. — Geräusche, Klänge, Töne 143. — Tonhöhe. Schwingungszahl. Wellenlänge 144. — Reflexion von Schall- wellen 144. — Interferenz von Schallwellen 145. — Stehende Schallwellen 145. — Akustische Schwebungen 146. — Kombinationstöne 146. — Aku- stische Resonanz 147. — Der akustische DOPPLEREffekt 147.	
d) Musikalische Akustik. . . . .	148
Die musikalische Tonleiter 148. — Konsonanz und Dissonanz 149. — Die Saiteninstrumente 149. — Pfeifen. Die Orgel 149. — Blasinstrumente 150. — Andere Musikinstrumente 151. . . . .	
e) Das Ohr. Der Kehlkopf. Die Sprache. . . . .	151
Das Ohr 151. — Der Kehlkopf 152. — Die Sprache und die Vokale 152.	

	Seite
VII. Die sog. Molekularwirkungen . . . . .	153
a) Die Reibung . . . . .	153
Reibung zwischen festen Flächen 153. — Innere Reibung von Flüssigkeiten 154. — Innere Reibung in Gasen 156. — Durch Reibung gedämpfte Schwingung 157.	
b) Härte. Kohäsion. Adhäsion . . . . .	158
Härte. Kohäsion. Adhäsion 158.	
c) Oberflächenspannung und Kapillarität . . . . .	158
Oberflächenspannung 158. — Kapillarität 159.	
d) Diffusion und Osmose . . . . .	161
Diffusion von Flüssigkeiten 161. — Diffusion von Gasen 162. — Osmose 163.	
e) Mischungen und Lösungen, Absorption und Adsorption . . . . .	164
Mischungen 164. — Lösungen 164. — Kolloidale Lösungen 164. — Absorption 165. — Adsorption 166.	
VIII. Wärmelehre (Thermodynamik) . . . . .	167
a) Temperatur und Wesen der Wärme . . . . .	167
Temperatur 167. — Temperaturskala. Absolute Temperatur 167. — Die Temperatur als Ausgleichsgröße 168. — Mechanische Wärmetheorie 168. — Das MAXWELLSche Gesetz 171. — Die BROWNSche Molekularbewegung. Schwingungserscheinungen 172. . . . .	
b) Temperatur und Volumen. Zustandsgleichungen . . . . .	175
Ausdehnung fester und flüssiger Körper durch die Wärme 175. — Einige Anwendungen der Wärmeausdehnung fester Körper 176. — Anomalie des Wassers 177. — Die Zustandsgleichung der idealen Gase. Das Gesetz von BOYLE-MARIOTTE-GAY-LUSSAC 178. — Der Ausdehnungskoeffizient und der Druckkoeffizient der idealen Gase 179. — Die Zustandsgleichung von VAN DER WAALS 180. — Verschiedene Arten von Zustandsänderungen 180. . . . .	
c) Temperaturmessung . . . . .	181
Flüssigkeitsthermometer 181. — Gasthermometer und sonstige Methoden der Temperaturmessung 182.	
d) Kalorimetrie . . . . .	182
Wärmemenge. Kalorie 182. — Der erste Hauptsatz der Wärmetheorie 183. — Wärmekapazität und spezifische Wärme 183. — Atomwärme. Gesetz von DULONG-PETIT 184. — Die spezifische Wärme der Gase 184. — Adiabatische Zustandsänderungen von Gasen 186. — Messung spezifischer Wärmen 188.	
e) Änderungen des Aggregatzustandes . . . . .	189
Die Arten der Änderung des Aggregatzustandes 189. — Wesen der Änderung des Aggregatzustandes 191. — Schmelzwärme 191. — Volumänderung bei Schmelzen 192. — Abhängigkeit des Schmelzpunktes vom Druck 193. — Gefrierpunkt von Lösungen 193. — Kryohydrate. Kältemischungen 194. — Verdampfen 195. — Verdampfungswärme 195. — Gesättigter Dampf. Dampfdruck 196. — Sieden. Abhängigkeit des Siedepunktes vom Druck. Destillation 198. — Dampfdichte 199. — Siedepunkt von Lösungen 200. — Erklärung des osmotischen Druckes aus dem RAOULTSchen Gesetz 200. — Sublimieren 201. — Lösungswärme 202. — Verflüssigung der Gase 202. — Verflüssigung von Luft, Wasserstoff und Helium. Sehr tiefe Temperaturen 205.	
f) Wärme und Arbeit . . . . .	206
Das mechanische Wärmeäquivalent 206. — Verwandlung von mechanischer Arbeit in Wärme 207. — Der zweite Hauptsatz der Wärmetheorie. Entropie 207. — Wesen der Entropie 208. — Das NERNSTSChe Wärmethorem (dritter Hauptsatz) 211. — CARNOTScher Kreisprozeß 211. — Reversible und irreversible Prozesse 214. — Verwandlung von Wärme in Arbeit. Wärmekraftmaschinen 214. — Dampfmaschinen 215. — Explosionsmotore 216. — Kältemaschinen 216. . . . .	
g) Wärmeaustausch . . . . .	217
Richtung und verschiedene Arten des Wärmeaustausches 217. — Natur der Wärmeleitung 217. — Wärmeleitung in festen Körpern, Flüssigkeiten und Gasen 218.	
h) Wärmequellen. Thermochemie . . . . .	220
Wärmequellen 220. — Thermochemie 220.	
i) Physik der Atmosphäre . . . . .	221
Allgemeine Eigenschaften der Atmosphäre 221. — Die Lufttemperatur 222. — Luftfeuchtigkeit. Kondensationserscheinungen 223. — Bewegungen der Luft 225. — Das Wetter 226.	



	Seite
IX. Elektrizität und Magnetismus . . . . .	230
a) Allgemeines über Elektrizitätserzeugung . . . . .	230
Elektrizitätsquellen 230. — Die sog. Reibungselektrizität 230.	
b) Elektrostatik . . . . .	231
Elektrostatischer Grundversuch 231. — Positive und negative Elektrizität 232. — Elektrizitätsmenge und elektrische Ladung 232. — Das COULOMBSche Gesetz 232. — Die elektrostatische und die praktische Ladungseinheit 233. — Der Satz von der Erhaltung der Elektrizität 234. — Schwerpunkt elektrischer Ladungen. Elektrischer Dipol 234. — Gute und schlechte Leiter. Isolatoren 235. — Das Wesen der Elektrizität und der elektrische Aufbau der Materie 235. — Die Elektrizitätsbewegung in den Metallen 237. — Elektroskop und Elektrometer 237. — Einige Versuche mit dem Elektroskop 239. — Elektrisches Feld. Feldstärke 239. — Elektrische Kraftlinien 241. — Elektrostatische Energie 242. — Elektrisches Potential. Spannung 242. — Flächen gleichen Potentials 244. — Feldstärke und Potential in Leitern 244. — Sitz der Ladung eines Leiters an dessen Oberfläche 246. — Spitzenwirkung 247. — Berührungsspannung von Metallen 247. — Influenz 248. — Der Elektret 249. — Kraftwirkungen elektrischer Felder auf Dipole und auf ungeladene Leiter 249. — Der Elektrophor 251. — Kapazität 252. — Kondensatoren 253. — Messung von Potentialdifferenzen mit dem Elektrometer 255. — Einige Versuche mit dem Plattenkondensator 255. — Die Energie eines geladenen Kondensators. Die Anziehung der Kondensatorplatten 256. — Die Messung des elektrischen Elementarquantums 257. — Dielektrika. Dielektrische Polarisation 258. — Kraftwirkung elektrischer Felder auf Dielektrika 261. — Influenzmaschinen 261. — Piezo- und Pyroelektrizität 263.	
c) Elektrische Ströme in festen Leitern . . . . .	263
Vorbemerkung 263. — Der Potentialabfall in einem von Elektrizität durchströmten Leiter 263. — Elektrischer Strom 264. — Der Mechanismus der Stromleitung in den Metallen 267. — Das OHMSche Gesetz. Widerstand 268. — Prüfung des OHMSchen Gesetzes 269. — Die Geschwindigkeit der Elektrizitätsbewegung in den Metallen 269. — Das WIEDEMANN-FRANZsche Gesetz 270. — KIRCHHOFFsche Regeln. Stromverzweigungen. Parallel- und Reihenschaltung von Leitern. Spannungsteilung 270. — Rheostaten 271. — Messung von Widerständen 273. — Kapazitätsmessung in der Brückenschaltung 275. — Der JOHNSON-RAHBECK-Effekt 275. — Temperaturkoeffizient des Widerstandes 276. — Elektrolytische Leitung in festen Körpern 277. — Charakteristik von Leitern 278. — Innerer Widerstand, Reihen- und Parallelschaltung von Stromquellen 279. — Berechnung der Stromstärke in Stromverzweigungen 280.	
d) Stromenergie, Stromwärme . . . . .	281
Stromleistung 281. — Praktische Anwendungen der Stromwärme 283. — Hitzdrahtinstrumente 284. — Thermoelektrische Wirkungen 285. — Dimensionen elektrischer Größen im elektrostatischen System 286.	
e) Elektrische Ströme in flüssigen Leitern . . . . .	286
Leitfähigkeit reiner Flüssigkeiten 286. — Leitfähigkeit wässriger Lösungen. Elektrolyse 287. — Abscheidungen an den Elektroden 287. — Elektrolytische Dissoziation 288. — Der Mechanismus der Elektrizitätsleitung in Elektrolyten 289. — Die FARADAYSchen Gesetze 289. — Die elektrochemischen Äquivalente 290. — Sekundäre Prozesse an den Elektroden 291. — Elektrolytische Leitung in nichtwässrigen Lösungen und in Schmelzen 293. — Technische Anwendungen der Elektrolyse 293. — Widerstand elektrolytischer Leiter 293. — Metalle in Berührung mit Elektrolyten 294. — Elektrolytische Polarisation 295. — Galvanische Elemente 296. — Akkumulatoren 297. — Lokalströme 299. — Elektrische und chemische Energie 299. — Das Kapillarelektrometer 300. — Elektrokinetische Erscheinungen 300.	
f) Magnetismus . . . . .	301
Magnete 301. — Es gibt keinen wahren Magnetismus. Magnetische Dipole 301. — Molekularmagnete. Sättigung 302. — Das COULOMBSche Gesetz für Magnetpole 302. — Magnetische Feldstärke. Kraftlinien. Magnetisches Potential 303. — Kraftwirkungen eines magnetischen Feldes auf einen magnetischen Dipol 305. — Magnetische Influenz oder Induktion 305. — Induktion. Permeabilität. Remanenz. Koerzitivkraft. Suszeptibilität 307. — Brechung magnetischer Kraftlinien 311. — Ferromagnetische, paramagnetische und diamagnetische Substanzen 311. — Massensuszeptibilität. Molekularsuszeptibi-	

	lität 312. — Kraftwirkungen magnetischer Felder auf para- und diamagnetische Körper 313. — Erdmagnetismus 314. — Praktische Anwendungen des Magnetismus 317. — Dimensionen der magnetischen Größen 317.	
g)	Kraftwirkungen zwischen Magneten und Strömen und von Strömen unter sich. Magnetfeld eines geradlinigen Stromes 317. — Magnetfelder von Stromschleifen und Spulen 319. — Bewegung von Stromleitern durch magnetische Felder 320. — Die Gesetze von LAPLACE und BIOT-SAVART 321. — Wirkung magnetischer Felder auf einzelne bewegte Ladungsträger 323. — Das magnetische Moment von Kreisströmen 324. — Das elektromagnetische Maßsystem 324. — Einheiten und Dimensionen im elektromagnetischen Maßsystem 325. — Elektrische Messung der Lichtgeschwindigkeit 326. — Die Versuche von ROWLAND, RÖNTGEN und EICHENWALD 326. — Vieldeutigkeit des magnetischen Potentials 327. — AMPÈRES Theorie des Magnetismus 328. — Magnetische Kraftlinien sind immer in sich geschlossen 328. — Kraftwirkungen zwischen Strömen 329. — Das AMPÈRESche Gesetz 329. — Eisen im Magnetfeld eines Stromes. Elektromagnete 330. — Thermomagnetische und galvanomagnetische Erscheinungen 331. — Tangentenbussole 332. — Nadelgalvanometer 332. — Drehspulinstrumente für Gleichstrom 333. — Ballistische Galvanometer 334. — Weicheiseninstrumente 335. — Spannungsmesser 335. — Wechselstrommeßinstrumente mit Drehspulen 336. — Leistungsmesser (Wattmeter) 337. — Elektromagnetische Relais 337. — Telegraphie 337. — Telephonie 338.	317
h)	Elektromagnetische Induktion . . . . . Induktion durch bewegte Magnetpole. LENZsches Gesetz 339. — Induktion durch Ströme 340. — LENZsches Gesetz und Energieprinzip 341. — Induktion im offenen Kreis 341. — Wirkung von Eisenkernen 341. — Elektrische Kraftlinien im Induktionsstrom 341. — Das FARADAYSche Induktionsgesetz 342. — Gegenseitige Induktion 344. — Selbstinduktion 344. — Wirbelströme 346. — Der Haut- oder Skineffekt 346. — Dämpfung von Galvanometern 347. — Erdinduktor 348. — Funkeninduktor 348. — Theorie des Para- und Diamagnetismus 350.	339
i)	Zeitlich veränderliche Ströme und Felder . . . . . Wechselstrom 351. — Wechselstromwiderstand bei Selbstinduktion und OHMSchem Widerstand 353. — OHMScher Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität in Reihenschaltung. Resonanz 354. — Messung von Selbstinduktionen und Kapazitäten in der WHEATSONESchen Brückenschaltung 355. — Wechselstromleistung. Effektive Stromstärke 355. — Drehstrom 356. — Verschiebungsströme 357. — Die Energie des elektrischen und magnetischen Feldes 359. — Die MAXWELLSchen Gleichungen 360.	351
k)	Elektrische Maschinen . . . . . Transformatoren 362. — Generatoren oder Dynamomaschinen 363. — Elektromotoren 366. — Die Leistung von Motoren 367.	362
l)	Elektrizitätsleitung durch Gase . . . . . Wesen der Leitfähigkeit von Gasen 368. — Unselbständige Entladung 369. — Charakteristik einer leitenden Gasstrecke 372. — Selbständige Entladung. Allgemeines 372. — Die stille Entladung oder Spitzenentladung 373. — Funkenentladung 373. — Die Glimmentladung 374. — Kathodenstrahlen 376. — Magnetische und elektrische Ableitung der Kathodenstrahlen. Spezifische Ladung 376. — Positive Strahlen in der Glimmentladung 379. — Lichtbogen 379. — Elektrische Figuren 380. — Atmosphärische Elektrizität 380.	368
m)	Elektrische Schwingungen und Wellen . . . . . Schwingungen von elektrischen Schwingungskreisen 381. — TESLA-Schwingungen 383. — Elektrische Wellen 383. — Empfang elektrischer Wellen 386. — Die Versuche von HEINRICH HERTZ 386. — Elektrische Wellen in Drähten 387. — Drahtlose Telegraphie 387. — Maschinensender. POULSEN-Schwingungen 388. — Prinzip der drahtlosen Telephonie 389. — Empfang mit Detektor 390. — Empfang mit der Elektronenröhre 390. — Schwingungserzeugung mittels der Elektronenröhre 393.	381
X.	Optik und allgemeine Strahlungslehre . . . . .	395
a)	Allgemeines . . . . . Inhalt der Strahlungslehre 395. — Lichtquellen 395. — Lichtstrahlen 396. — Durchsichtigkeit 396. — Geradlinige Fortpflanzung 396. — Sonnen- und Mondfinsternisse. Visuelle Doppelsterne 397. — Lochkamera 398. — Ge-	395

	Seite
<p>           schwindigkeit des Lichts 398. — Messung der Lichtgeschwindigkeit 399. —            Helligkeit und Farbe 402. — Lichtstärke. Beleuchtungsstärke 402. — Photo-            metrie 403. — Helligkeit einer selbstleuchtenden Fläche 405. — Der Satz von            der Umkehrbarkeit des Strahlenganges 406. — Allgemeines über optische            Bilder 406. — Geometrische Optik 407.         </p>	
<p>           b) Die Reflexion des Lichts . . . . . 407            Diffuse und reguläre Reflexion. Reflexionsgesetz 407. — Spiegelablesung.            Spiegelsextant 408. — Bilder an ebenen Spiegeln 409. — Gekrümmte Spiegel            410. — Reflexion am Konkavspiegel. Brennpunkt 411. — Bildkonstruktion            am Konkavspiegel 411. — Vergrößerung am Hohlspiegel 413. — Bilder an            Konkavspiegeln 414. — Konkavspiegel, deren Dimensionen nicht klein gegen            den Radius sind 415.         </p>	
<p>           c) Die Brechung des Lichts . . . . . 415            Wesen der Brechung. Brechungsgesetz 415. Optische Weglänge 417. —            Krumme Lichtstrahlen. Schlieren 417. — Totalreflexion 418. — Prismen 419.            — Sphärische Linsen 420. — Brechung in Konkavlinsen 420. — Bilder bei            Konkavlinsen 421. — Bilder bei Konkavlinsen 423. — Diskussion der Linsen-            formel 423. — Dicke Linsen 423. — Linsenfehler 424. — Linsensysteme 425.         </p>	
<p>           d) Die optischen Instrumente . . . . . 425            Der Projektionsapparat 425. — Allgemeines über Vergrößerung bei Lupe,            Mikroskop und Fernrohr 426. — Die Lupe 427. — Das Fernrohr 427. — Das            Mikroskop 429. — Blenden, Fadenkreuze, Okularmikrometer 431. — Die            photographische Kamera 432.         </p>	
<p>           e) Das Auge und das Sehen . . . . . 432            Bau des Auges 432. — Augenfehler. Brillen 434. — Farbensehen. Sehen im            Hellen und im Dunkeln 434. — Räumliches Sehen 435.         </p>	
<p>           f) Die Dispersion des Lichtes . . . . . 436            Dispersion 436. — Das Spektrometer 437. — Geradsichtige und achromatische            Prismen 438. — Der Regenbogen 439.         </p>	
<p>           g) Das Licht als Schwingungsvorgang. Wellenoptik . . . . . 439            Historisches zur Lichttheorie 439. — Schwingungszahl und Wellenlänge des            Lichtes 440. — Das Wesen der Spektralfarben 440. — Interferenz des Lichts            441. — FRESNELS Interferenzversuche 442. — FRAUNHOFERSche Interferenzen            in einer planparallelen Platte 443. — Intensitätsverhältnisse bei der Inter-            ferenz in planparallelen Platten 448. — FRESNELSche Interferenzen an einer            planparallelen Platte 450. — Interferenzen an keilförmigen Schichten (NEW-            TONSche Ringe) 451. — Interferometer 452. — Das HUYGENSSche Prinzip in            der Optik. Beugung des Lichtes 453. — FRESNELSche Beugungserscheinungen            453. — FRAUNHOFERSche Beugungserscheinungen 454. — Beugung am Gitter            455. — Beugung an kleinen Teilchen 457. — Beugung im Mikroskop. Ultra-            mikroskop 458. — Stehende Lichtwellen 458. — Der optische Dopplereffekt            458.         </p>	
<p>           h) Polarisation und Doppelbrechung des Lichts. Elektromagnetische Licht-            theorie . . . . . 459            Polarisation durch Reflexion 459. — Das BREWSTERSche Gesetz 460. —            Elliptisch, zirkular und linear polarisiertes Licht 460. — Doppelbrechung 461.            — Erklärung der Doppelbrechung 461. — FRESNELSche Konstruktion der            Doppelbrechung 463. — Das NICOLSche Prisma 463. — Dichroismus 464. —            Interferenz linear polarisierten Lichts 464. — Farben bei gekreuzten NICOL-            schen Prismen 464. — Flüssige Kristalle. Elektrische Doppelbrechung 465. —            Drehung der Polarisationsebene 465. — Polarisation bei Beugung an kleinen            Teilchen. TYNDALL-Phänomen 466. — Die elektromagnetische Theorie des            Lichts 467. — Magnetooptik. ZEEMAN-Effekt 467. — Elektrooptik. STARK-            Effekt 469. — Strahlungsdruck 469.         </p>	
<p>           i) Das gesamte Spektrum . . . . . 469            Übersicht über das gesamte Spektrum 469. — Dispersion, Absorption und            Reflexion im gesamten Spektrum 470. — Phasengeschwindigkeit 472. —            Temperatenausgleich durch Strahlung 472. — Strahlungs-Meßinstrumente            472. — Nachweis und Untersuchung ultraroter Strahlung 473. — Reststrahlen            474. — Quarzlinsenmethode. Langwellige Strahlung der Quarzquecksilber-            lampe 474. — Das ultraviolette Spektralgebiet 475. — Röntgenstrahlen 476. —            Eigenschaften der Röntgenstrahlen 478. — Spektroskopie der Röntgen-            strahlen 479. — <math>\gamma</math>-Strahlen und Höhenstrahlung 480. — Optik der elektrischen         </p>	

	Seite
Wellen 481. — Emissions- und Absorptionsspektren 481. — Spektralanalyse 483. — Körperfarben. Mischung von Lichtern und Farbstoffen. Komplementärfarben 483.	
k) Strahlungsgesetze . . . . .	485
KIRCHHOFFSches Gesetz. Schwarzer Körper 485. — Selbstumkehr der Spektrallinien 486. — Das PLANCKSche Strahlungsgesetz des schwarzen Körpers 487. — Das WIENSche Verschiebungsgesetz 488. — Das STEFAN-BOLTZMANNsche Gesetz 489. — Temperaturmessung durch Strahlung 489. — Der optische Nutzeffekt 490.	
l) Lumineszenzerscheinungen . . . . .	490
Elektrolumineszenz 490. — Chemolumineszenz. Biolumineszenz 490. — Tribolumineszenz 491. — Fluoreszenz 491. — Phosphoreszenz 491.	
m) Verschiedene Wirkungen des Lichts . . . . .	491
Lichtelektrischer Effekt 491. — Chemische Wirkungen des Lichts 493.	
XI. Quantentheorie und Theorie der Materie . . . . .	494
a) Quantentheorie . . . . .	494
Das PLANCKSche Gesetz und die Quantentheorie 494. — Lichtelektrischer Effekt. Nadelstrahlung 495. — Der COMPTON-Effekt 496.	
b) Der Bau der Atome und Moleküle . . . . .	498
Der Bau der Atome 498. — Die Anwendung der Quantentheorie auf den Atombau. Die Theorie von BOHR 499. — Das Wasserstoffatom 501. — Das Spektrum des Wasserstoffatoms 502. — Das kontinuierliche Spektrum des Wasserstoffs 504. — Wasserstoffähnliche Spektren 505. — Das Spektrum des ionisierten Heliums. Die Mitbewegung des Kerns 505. — Allgemeines über Spektralserien 505. — Anregung und Ionisierung von Atomen 507. — Das periodische System der Elemente 509. — Die Linienspektren und das periodische System 512. — Die Röntgenspektren 518. — Die physikalische Deutung der chemischen Wertigkeit. Der Bau der Moleküle 515. — Die Quantentheorie der spezifischen Wärme 517. — Rotationsschwingungsspektren 519. — Bandenspektren und Molekülbau 520. — Bandenspektren und Chemie 521. — Das STOKESsche Gesetz der Fluoreszenz 522. — Der RAMAN-Effekt 523. — Die wahren Atomgewichte. Isotopie 524. — Die PROUTSche Hypothese. Aufbau der Kerne 526. — Das Magneton. Das magnetische Moment der Elektronen 527. — Die Richtungsquantelung. Messung des Magnetons 527. — Radioaktivität. $\alpha$ -, $\beta$ - und $\gamma$ -Strahlen 528. — RUTHERFORDS Zerfallstheorie 529. — Die radioaktiven Familien 531. — Der radioaktive Verschiebungssatz 532. — Zählung der $\alpha$ -Strahlen 533. — Künstliche Atomzertrümmerung 533.	
c) Die neueste Entwicklung der Quantentheorie . . . . .	534
Die Wellenmechanik 534. — Das PAULISche Prinzip und die FERMI-Statistik 537. — Die neue Elektronentheorie der Metalle 538.	
d) Der Bau der zusammenhängenden Materie . . . . .	539
Allgemeines 539. — Gase 540. — Flüssigkeiten. Amorphe Körper 540. — Kristalle 541. — Die Dielektrizitätskonstante 542.	
XII. Relativitätstheorie . . . . .	543
Vorbemerkung 543.	
a) Die spezielle Relativitätstheorie . . . . .	543
Das Relativitätsprinzip der Mechanik 543. — GALILEI-Transformation 545. Der MICHELSON-Versuch 545. — Die Grundlagen der speziellen Relativitätstheorie 548. — Die LORENTZ-Transformation 548. — Relativität der Zeit 550. — Der optische Doppeleffekt 550. — Relativität von Längen 551. — Das Additionstheorem der Geschwindigkeiten 552. — Der FRESNELSche Mitführungskoeffizient 552. — Masse und Geschwindigkeit 553. — Trägheit der Energie 553. — Verwandlung von Materie in Strahlung 555. — Relativitätstheorie und tägliche Erfahrung 555.	
b) Die allgemeine Relativitätstheorie . . . . .	556
Die Äquivalenzhypothese 556. — Die Lichtablenkung 557. — Das EINSTEINSche Gravitationsgesetz. Die Perihelbewegung des Merkur 558. — Die Rotverschiebung der Spektrallinien 558. — Relativitätstheorie und Geometrie 559.	

Tabellen.

Die wichtigsten physikalischen Konstanten XV. — Energieumrechnungstabelle XV.

Dimensionen und Maßeinheiten der mechanischen Größen 50. — Spezifische Gewichte 54. — Elastizitätsmoduln 92. — Luftdruck in verschiedenen Höhen

113. — Absorption von Gasen 165. — Ausdehnungskoeffizienten einiger fester und flüssiger Körper 175. — Dichte des Wassers 177. — Druckkoeffizienten einiger Gase 179. — Spezifische Wärme einiger Substanzen 183. — Spezifische Wärme einiger Gase 186. — Einige Schmelz- und Siedepunkte in Celsiusgraden 190. — Schmelzwärmen einiger Substanzen 192. — Verdampfungswärmen einiger Substanzen 196. — Dampfdruck des Wassers (Eises) 197. — Dampfdruck des Quecksilbers 197. — Dampfdruck des Heliums 197. — Abhängigkeit des Siedepunkts des Wassers vom Druck 198. — Dampfdruck über Jod. — Einige kritische Daten 205. — Wärmeleitfähigkeit einiger Substanzen 219. — Dielektrizitätskonstanten 260. — Spezifische Widerstände 268. — Sprungtemperaturen 276. — Dimensionen im elektrostatischen Maßsystem 286. — Umrechnungstabelle der praktischen und der elektrostatischen Einheiten 286. — Elektrochemische Äquivalente 291. — Permeabilität 308. — Suszeptibilität  $\kappa$  und Massensuszeptibilität  $\chi$  einiger Stoffe 312. — Dimensionen der magnetischen Größen 317. — Umrechnungstabelle der praktischen und der elektromagnetischen Einheiten 325. — Dimensionen im elektromagnetischen Maßsystem 325. — Brechungsindex einiger Substanzen 416. — Das gesamte Spektrum 470. — Reststrahlen 474. — Ionisierungsspannungen 509. — Das periodische System der Elemente 511. — Dissoziationsarbeiten, spektroskopisch und chemisch gemessen 522.

Namenverzeichnis . . . . .	561
Sachverzeichnis . . . . .	563

## A. Die wichtigsten physikalischen Konstanten.

Gravitationskonstante $G$ . . . . .	$6,65 \cdot 10^{-8} \text{ dyn} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{g}^{-2}$
Schwerebeschleunigung $g$ in $45^\circ$ Breite . . . . .	$980,665 \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-2}$
1 Atmosphäre . . . . .	$1,01325 \cdot 10^6 \text{ dyn} \cdot \text{cm}^{-2}$
Spezifisches Gewicht des Quecksilbers bei $0^\circ$ . . . . .	$13,5955 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$
Absoluter Nullpunkt der Temperatur . . . . .	$-273,2^\circ \text{ C}$
Molvolumen der idealen Gase . . . . .	$22392 \text{ cm}^3 \cdot \text{Mol}^{-1}$
Allgemeine Gaskonstante $R$ . . . . .	$1,9858 \text{ cal} \cdot \text{grad}^{-1} \cdot \text{Mol}^{-1}$ $= 8,3131 \cdot 10^7 \text{ erg} \cdot \text{grad}^{-1} \cdot \text{Mol}^{-1}$
Mechanisches Wärmeäquivalent . . . . .	$4,1863 \cdot 10^7 \text{ erg}$
Elektrochemisches Äquivalent des Silbers . . . . .	$1,11800 \cdot 10^{-3} \text{ g} \cdot \text{Coulomb}^{-1}$
FARADAYSche Konstante . . . . .	$0,96494 \cdot 10^5 \text{ Coulomb} \cdot \text{Mol}^{-1}$
Atomgewicht des Sauerstoffs . . . . .	16,000
Atomgewicht des Wasserstoffs . . . . .	1,0078
LOSCHMIDTSche Zahl . . . . .	$6,038 \cdot 10^{23}$
AVOGADROSche Zahl . . . . .	$2,70 \cdot 10^{19}$
BOLTZMANNsche Konstante $k$ . . . . .	$1,375 \cdot 10^{-16} \text{ erg} \cdot \text{Grad}^{-1}$
Elektrisches Elementarquantum . . . . .	$4,794 \cdot 10^{-10} \text{ el. stat. Einh.}$ $= 1,598 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb}$
Spezifische Ladung des Elektrons . . . . .	$1,768 \cdot 10^8 \text{ Coulomb} \cdot \text{g}^{-1}$
Ruhmasse des Elektrons . . . . .	$0,9048 \cdot 10^{-27} \text{ g}$
Masse des Wasserstoffatoms (Protons) . . . . .	$1,669 \cdot 10^{-24} \text{ g}$
Masse eines Atoms vom Atomgewicht $\alpha$ . . . . .	$\alpha \cdot 1,668 \cdot 10^{-24} \text{ g}$
Lichtgeschwindigkeit im Vakuum . . . . .	$2,99796 \cdot 10^{10} \text{ cm} \cdot \text{sec}^{-1}$
RYDBERGSche Konstante . . . . .	$109737,1 \text{ cm}^{-1}$
STEFAN-BOLTZMANNsche Konstante $\sigma$ . . . . .	$5,767 \cdot 10^{-12} \text{ Watt} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{grad}^{-4}$
PLANCKSches Wirkungsquantum $h$ . . . . .	$6,554 \cdot 10^{-27} \text{ erg} \cdot \text{sec}$

## B. Energieumrechnungstabelle.

Energie $3kT/2$ eines Moleküls eines idealen Gases bei der absoluten Temperatur $T$ . . . . .	$2,063 \cdot 10^{-16} T \text{ erg}$
Energie eines durch eine Spannung von $V$ Volt beschleunigten Elektrons . . . . .	$1,598 \cdot 10^{-12} V \text{ erg}$
Geschwindigkeit eines durch eine Spannung von $V$ Volt beschleunigten Elektrons . . . . .	$5,94 \cdot 10^7 \sqrt{V} \text{ cm sec}^{-1}$
Energie eines Lichtquants von der Schwingungszahl $\nu$ . . . . .	$6,554 \cdot 10^{-27} \cdot \nu \text{ erg}$
Energie eines Lichtquants von der Wellenzahl $N$ . . . . .	$1,966 \cdot 10^{-16} N \text{ erg}$
Energie eines Lichtquants von der Wellenlänge $\lambda$ . . . . .	$1,966 \cdot 10^{-16} \cdot \lambda^{-1} \text{ erg}$
Energie $mc^2$ eines Wasserstoffatoms (Protons) . . . . .	$1,502 \cdot 10^{-3} \text{ erg}$
Energie $mc^2$ eines Elektrons . . . . .	$0,8143 \cdot 10^{-6} \text{ erg}$
Masse eines Lichtquants von der Schwingungszahl $\nu$ . . . . .	$0,7282 \cdot 10^{-47} \cdot \nu \text{ g}$
Masse eines Lichtquants von der Wellenzahl $N$ . . . . .	$2,185 \cdot 10^{-37} N \text{ g}$
Masse eines Lichtquants von der Wellenlänge $\lambda$ . . . . .	$2,185 \cdot 10^{-37} \cdot \lambda^{-1} \text{ g}$

# I. Allgemeines.

## a) Inhalt und Methoden der Physik.

1. **Einteilung der Naturwissenschaften.** Die Naturwissenschaften handeln allgemein von den Zuständen und Veränderungen in der belebten und unbelebten Natur. Die belebte Natur behandeln vor allem die Zoologie, die Botanik, die Biologie (Lehre vom Leben und den Lebensbedingungen), die Physiologie (Wirkung und Verhalten der Organe der Tiere und Pflanzen). Die unbelebte Natur behandeln die Physik, die Chemie, die Astronomie, die Erd- und Meereskunde, die Geologie und Mineralogie. Die letztgenannten Wissenschaften machen zwar vielfachen Gebrauch von den Ergebnissen der Physik und Chemie, ziehen aber ihre Schlüsse in erster Linie aus der unmittelbaren Beobachtung der Natur. Die Physik und Chemie kommen zu ihren Ergebnissen heute nur noch selten durch Beobachtung der von selbst in der Natur ablaufenden Vorgänge, sondern in der überwiegenden Mehrzahl der Fälle durch Experimente im Laboratorium. Man nennt sie daher auch experimentelle Naturwissenschaften.

2. **Physik und Chemie.** Die Physik (Naturlehre) und die Chemie (Stofflehre) bilden zusammen die Wissenschaft von den Gesetzmäßigkeiten in der unbelebten Natur. Daß die Chemie nach außen hin als eine besondere Wissenschaft auftritt, erklärt sich vor allem daraus, daß die Arbeitsmethoden der heutigen Chemie und die dazu nötigen experimentellen Einrichtungen von denen der eigentlichen Physik völlig verschieden sind. Sachlich hängen Physik und Chemie untrennbar zusammen. Die Chemie erforscht das Verhalten und den Bau der Moleküle und Atome (§ 19). Neuerdings ist es gelungen, den Bau der Moleküle und Atome auch mit physikalischen Mitteln zu untersuchen und dabei sogar über den Erscheinungsbereich, der den Methoden der Chemie zugänglich ist, erheblich hinauszukommen (Abschnitt XI). Es läßt sich daher heute keine scharfe Grenze zwischen Physik und Chemie mehr ziehen. Eine bestimmte Forschungsart, bei der die Methoden der Physik und der Chemie gleichzeitig zur Anwendung kommen, bezeichnet man als physikalische Chemie.

Die Physik teilt sich in die reine Physik und die angewandte Physik. Die reine Physik beschäftigt sich mit der Auffindung von Naturgesetzen ohne Rücksicht auf den etwaigen praktischen Nutzen. Die Triebfeder der reinen physikalischen Forschung ist in erster Linie das Bedürfnis nach Erkenntnis, erst in zweiter Linie der Wunsch nach Beherrschung der Natur. Zur angewandten Physik gehört vor allem die gesamte Technik, die auf der Ausnutzung der physikalischen Gesetzmäßigkeiten beruht. Als angewandte Physik kann man ferner bezeichnen die Geophysik (Anwendung der physikalischen Gesetzmäßigkeiten zur Erklärung der Naturvorgänge am Erdkörper), die Meteorologie (Physik der Erdatmosphäre) und die Astronomie einschließlich der Astrophysik (Physik der Gestirne).

Hier hat uns vor allem die reine Physik zu beschäftigen. Fragen aus der angewandten Physik werden nur so weit behandelt werden, als sie dazu dienen können, die physikalischen Gesetzmäßigkeiten zu erläutern.

Zur reinen Physik gehört auch die sogenannte theoretische oder mathematische Physik. Diese gewinnt neue Erkenntnisse insbesondere durch Schlußfolgerungen auf mathematischem Wege, meist unter Anwendung der höheren Mathematik. Sie kann uns daher hier nur in einzelnen einfachen Fällen beschäftigen.

**3. Kausalität.** Eine wissenschaftliche Erkenntnis hat nur dann Sinn und Wert, wenn sie sowohl räumlich als auch zeitlich Bedeutung über den zufälligen Einzelfall hinaus hat, wenn sie uns sichere Schlüsse erlaubt über Vergangenes wie Künftiges, über räumlich Nahes und räumlich Entferntes. Mit andern Worten, wenn wir gewiß sind, daß gleiche Ursachen stets und überall die gleichen Wirkungen haben, Ursache und Wirkung stets und überall in vollkommen gleicher Weise miteinander verknüpft sind. Die Behauptung, daß dem so ist, heißt das Kausalitätsgesetz. Auf ihm beruht die Möglichkeit der Aufstellung von Naturgesetzen. Das Wort Gesetz gründet sich gewissermaßen auf die Vorstellung, daß irgendeine unfehlbare Macht diese Gesetze gegeben habe, derart, daß jedes Geschehen in der Welt gezwungen ist, sich vollkommen danach zu richten. Im Gegensatz zu den Gesetzen der menschlichen Gesellschaft sind die Naturgesetze absolut bindend. Wir sind vollkommen gewiß, daß da, wo wir in der Natur einen Verstoß gegen ein bisher als sicher gültiges angesehenes Gesetz entdecken, nicht die Natur einen Verstoß begangen hat, sondern daß wir dieses Gesetz noch nicht in vollem Umfange richtig erkannt haben<sup>1)</sup>.

**4. Das Experiment.** Wie bereits gesagt, zieht die reine Physik ihre Erkenntnisse nur in seltenen Fällen aus Beobachtungen, die sich in der Natur von selbst, ohne menschliches Zutun, abspielen. Meist sind diese Naturvorgänge zu kompliziert und durch mehrere verschiedene, oft schwer kontrollierbare Ursachen gleichzeitig bedingt, so daß die einfachen Gesetzmäßigkeiten nicht klar genug zutage treten. Im Experiment wird versucht, Bedingungen zu schaffen, bei denen die Wirkung einer einzigen, bekannten Ursache in möglichst klar beobachtbarer Form erscheint. Man hat das Experiment oft eine „Frage an die Natur“ genannt, durch deren Beantwortung sie dem Menschen Einblick in ihre Gesetzmäßigkeiten gewährt.

Ein bei physikalischen Überlegungen sehr häufig gebrauchtes gedankliches Hilfsmittel ist das sogenannte Gedankenexperiment. Ein Gedankenexperiment ist, wie der Name besagt, ein lediglich gedachter, mit den physikalischen Gesetzmäßigkeiten in Einklang befindlicher Versuch, den man sich aber unter idealisierten Verhältnissen (z. B. unter Ausschaltung aller in der Wirklichkeit nie ganz vermeidbaren störenden Nebenwirkungen) und häufig mit idealisierten Körpern vorgenommen denkt. Solche Gedankenexperimente werden uns auf fast jeder Seite dieses Buches entgegentreten. Typische Beispiele hierfür sind alle Überlegungen, die sich auf vollkommen starre Körper, ideale Gase, der Schwere entzogene Flüssigkeiten usw. beziehen. Denn es gibt weder vollkommen starre Körper, noch wirklich ideale Gase; und Flüssigkeiten, die der Schwere entzogen sind, liegen außerhalb unseres Erfahrungsbereichs. Trotzdem sind solche Gedankenexperimente ein sehr wichtiges Hilfsmittel der Forschung. Sie stellen gewissermaßen idealisierte Grenzfälle wirklicher Experimente dar, entkleidet von allem in der Wirklichkeit störenden Beiwerk.

**5. Physikalische Gesetze.** Ein Experiment führt in der Regel zur Messung irgendwelcher Größen, z. B. in einfachen Fällen von Längen, Zeiten, Temperaturen, Gewichten usw. Ein einziges Experiment genügt meist noch nicht zur

<sup>1)</sup> Es besteht die Möglichkeit, daß der Begriff der Kausalität im Bereiche der Atomphysik nicht gilt, bzw. anders auszulegen ist.



Auffindung einer Gesetzmäßigkeit. Dazu gehört fast stets die Ausführung einer größeren Zahl von Einzelbeobachtungen, bei denen die Versuchsbedingungen in geeigneter Weise verändert werden. So kann man z. B. das Gesetz, nach dem die von einem Körper frei durchfallenen Strecken von der Fallzeit abhängen nicht aus einer einzigen Beobachtung entnehmen, es bedarf dazu einer größeren Zahl von Beobachtungen bei verschiedenen Fallhöhen. Das Ergebnis ist dann eine Reihe von je zwei oder mehreren einander zugeordneten Zahlen, in unserem Beispiel die Fallhöhen und die ihnen entsprechenden Fallzeiten. Aus diesen Zahlenreihen wird ein physikalisches Gesetz, wenn es gelingt, zwischen den einander zugeordneten Zahlen eine in der ganzen Meßreihe gültige mathematische Beziehung zu finden. So zeigt sich im angezogenen Falle, daß die Fallstrecken  $s$  frei fallender Körper den Quadraten der Fallzeiten  $t$  proportional sind, so daß man das Gesetz in der mathematischen Form  $s = at^2$  aussprechen kann, wo  $a$  eine konstante Größe ist, deren Bedeutung man aus anderweitigen Überlegungen oder Versuchen erschließen muß, deren zahlenmäßige Größe aber aus den durch das Experiment gewonnenen Zahlen berechnet werden kann. Ein physikalisches Gesetz läßt sich also in der Regel in die Form einer mathematischen Gleichung kleiden. In selteneren Fällen besteht ein Gesetz in einer einfachen Aussage, z. B. über das Eintreten oder Nichteintreten eines bestimmten Vorganges bei bestimmten Bedingungen. (Man gewöhne sich daran, physikalische Gesetze, soweit irgend möglich, auch in Gleichungsform auszusprechen, weil sie darin ihren kürzesten und meist ihren klarsten Ausdruck finden.)

Ein Gesetz, welches auf Grund zuverlässig beobachteter physikalischer Erscheinungen aufgestellt worden ist, kann grundsätzlich nie umgestoßen werden. Es kann aber geschehen, daß eine Verfeinerung der Beobachtungsmittel oder eine Ausdehnung des Beobachtungsbereichs in eine andere Größenordnung der in Frage stehenden Erscheinung zu der Erkenntnis führt, daß das betreffende Gesetz nur eine für den früheren Beobachtungsbereich mit sehr großer Annäherung ausreichende Geltung hat. Das vervollkommnete Gesetz aber muß immer das frühere Gesetz als Spezialfall in sich enthalten. Es handelt sich also in solchen Fällen stets um eine Erweiterung eines schon bekannten Gesetzes bzw. um eine Einschränkung seines Gültigkeitsbereichs (vgl. z. B. das Newtonsche und das Einsteinsche Gravitationsgesetz, Abschn. XII).

Die fortschreitende Erfahrung hat gezeigt, daß die große Zahl von physikalischen Gesetzen, die sich zunächst aus der experimentellen Untersuchung der verschiedenen Naturerscheinungen ergeben, sich erheblich dadurch verringert, daß sich jeweils viele von ihnen als Sonderfälle einer weit kleineren Zahl von sehr allgemeinen physikalischen Gesetzen darstellen lassen. Es werden also die Vorgänge im gesamten unserer Beobachtung zugänglichen Weltall von einer verhältnismäßig kleinen Zahl von allgemeinen physikalischen Gesetzen beherrscht.

**6. Die physikalische Einheitlichkeit der Welt.** Die durch Experimente auf der Erde gefundenen allgemeinen Gesetzmäßigkeiten sind in ihrer Gültigkeit nicht auf die Erde beschränkt. Es ist bisher keine Beobachtung irgendeines physikalischen Vorganges am Fixsternhimmel bekanntgeworden, die den auf der Erde gültigen Gesetzmäßigkeiten prinzipiell widerspricht. Vielmehr haben die auf der Erde bekannten Gesetzmäßigkeiten bisher noch fast immer dazu ausgereicht, die auf anderen Himmelskörpern beobachteten Naturvorgänge in ihren wesentlichen Zügen zu verstehen. Und wo dies heute noch nicht ganz der Fall ist, dürfen wir annehmen, daß dies seinen Grund darin hat, daß wir Verhältnisse, wie sie in den Fixsternen herrschen, im Laboratorium nicht herzustellen vermögen.

**7. Hypothesen.** Eine Hypothese ist ein physikalisches Gesetz oder eine Deutung einer physikalischen Tatsache, welche noch der endgültigen Bestätigung bedarf, welche aber vor dem Beweis des Gegenteils am meisten geeignet scheint, irgendwelche Beobachtungen zu erklären. Der wissenschaftliche Wert der Hypothesen besteht darin, daß sie der Forschung Hinweise geben, welcher Art die Experimente sein müssen, die zu einem endgültigen Verständnis der noch nicht restlos geklärten, in Frage stehenden Erscheinung führen können. Im Laufe der Zeit kommt es stets dahin, daß eine Hypothese entweder verworfen werden muß, oder daß sie die Sicherheit eines Gesetzes erlangt, eine feststehende physikalische Tatsache wird. So war z. B. bis vor nicht allzu langer Zeit die Behauptung, daß alle Stoffe aus sogenannten Molekülen und Atomen aufgebaut seien (§ 19), eine Hypothese. Heute ist sie eine unumstößliche physikalische Tatsache.

**8. Einteilung der Physik.** Man kann das Lehrgebäude der Physik in großen Zügen rein logisch in folgende Hauptgebiete einteilen:

1. Die Mechanik. Diese behandelt die Bewegungen der Körper und die Änderungen ihrer Bewegungen sowie ihrer sonstigen physikalischen Eigenschaften und Zustände durch einwirkende Kräfte irgendwelcher Art. Auf den Ursprung dieser Kräfte kommt es dabei nicht an. Einen besonderen Teil der Mechanik bildet die Mechanik der Moleküle, die ihre wichtigste Anwendung in der Wärmelehre findet. Die Lehre vom Schall bildet, da dieser nur auf einer besonderen Art der Bewegung von Körpern beruht, einen Teil der Mechanik.

2. Die Lehre von den Kräften. Hierher gehören a) die Schwerkraft, b) die elektrischen und die mit ihnen eng zusammenhängenden magnetischen Kräfte, c) die Trägheitskräfte. Alle in der Natur auftretenden Kräfte lassen sich grundsätzlich auf diese zurückführen. Unter b) gehört auch die Lehre vom Licht.

3. Die physikalische Statistik. Diese ist eine Anwendung der Gesetze der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf solche physikalischen Erscheinungen, an denen eine sehr große Zahl von individuellen Teilchen beteiligt ist, von denen nicht ihr Verhalten im einzelnen, sondern nur ihr durchschnittliches Verhalten festgestellt wird. Dieses Verfahren findet hauptsächlich in der Lehre von den Gasen und der Wärmelehre, neuerdings auch in der Atomphysik, Anwendung.

4. Die Lehre von den Schwingungen. Diese behandelt in formaler Weise die allgemeinen Gesetzmäßigkeiten periodischer Vorgänge jeglicher Art.

5. Die Lehre vom Bau und Wesen der Materie. Sie behandelt den Bau der Atome, den Aufbau der Moleküle aus diesen und den Aufbau der zusammenhängenden Materie aus Atomen und Molekülen. Hierher gehört auch die Radioaktivität sowie die Quantentheorie.

Die genannten Gebiete überschneiden sich vielfach. Es ist daher bei einer zusammenhängenden Darstellung der Physik nicht möglich, sich an diese Einteilung zu halten. Soweit es möglich ist, ist es jedoch in diesem Buch geschehen. So gehören die Abschnitte II, IV, V, VI, VII und VIII im obigen Sinne zur Mechanik. Dazwischen ist aus didaktischen Gründen in Abschnitt III die Lehre von der Schwerkraft eingeschoben, welche nebst den Abschnitten IX und X (Elektrizität, Magnetismus und Optik) nach der vorstehenden Einteilung zur Lehre von den Kräften gehört. Die Lehre vom Bau der Materie ist in Abschnitt XI behandelt. Die in Abschnitt XII behandelte Relativitätstheorie gehört der Mechanik wie der Lehre von den Kräften in gleicher Weise an. Die physikalische Statistik findet ihre Hauptanwendung in den Abschnitten Vc und VIII, aber auch in einzelnen anderen Gebieten, die Schwingungslehre in den Abschnitten VII und X.

## b) Maß und Messen.

9. **Wesen und Zweck der physikalischen Messung.** Es ist schon gesagt worden, daß die Mehrzahl der physikalischen Erkenntnisse aus den zahlenmäßigen Ergebnissen von Experimenten gewonnen wird, also aus der Messung bestimmter Größen.

Viele, ja die meisten physikalischen Größen — z. B. Geschwindigkeiten, elektrische Ströme und dergleichen — kann man nicht unmittelbar messen, sondern nur mittelbar aus der Messung anderer, unmittelbar meßbarer Größen erschließen. Unmittelbar meßbar sind in erster Linie Längen. Eine sehr große Zahl von physikalischen Messungen wird auf Längenmessungen zurückgeführt. Hierher gehören z. B. alle Messungen, die durch Ablesen an einer Skala, auf der ein Zeiger spielt, erfolgen. Dabei ist die Wegstrecke, die der Zeiger auf der Skala — etwa von einem Nullpunkt an — zurückgelegt hat, ein Maß für die Größe der Wirkung, durch die die Bewegung des Zeigers verursacht wird. Beispiele dieser Art sind z. B. die Uhr, das Zeigerbarometer, die elektrischen Meßinstrumente. Aus allen diesen Gründen sind die Längenmessungen als die wichtigsten physikalischen Messungen zu bezeichnen. Eine vielfach vorkommende Meßmethode ist die sogenannte Nullmethode, die darin besteht, daß man eine Wirkung durch eine gleich große, aber entgegengesetzt wirkende, meßbar veränderliche Wirkung möglichst genau aufhebt. Ein Beispiel hierfür ist die Wage, bei der der Ausschlag, den ein Gewicht hervorbringt, durch Auflegen eines gleich großen, bekannten Gegengewichts gerade aufgehoben wird.

Jede Messung beruht auf einem Vergleich mit einer andern Größe gleicher Art. Der Vergleich kann ein unmittelbarer sein, wie z. B. bei der Wage, oder ein mittelbarer, indem die Meßvorrichtung vorher mit Hilfe bekannter Größen gleicher Art geeicht wurde, wie das z. B. bei den elektrischen Meßinstrumenten geschieht. Um das Ergebnis einer Messung zahlenmäßig in einer für alle verständlichen Weise ausdrücken zu können, bedarf es für jede Art von physikalischen Größen der Festsetzung einer Maßeinheit. Das Ergebnis der Messung besteht dann in derjenigen Zahl, welche angibt, wie oft die Maßeinheit in der zu messenden Größe enthalten ist. Diese Zahl kann eine ganze, gebrochene oder irrationale Zahl sein. Sie wird sich aber bei praktischen Messungen fast stets in Dezimalform ausdrücken. Die Zahl der angebbaren Stellen hängt von der erreichten Meßgenauigkeit ab. Jede physikalische Messung ist mit einer gewissen Unsicherheit behaftet, deren Grad sich nach der Vollkommenheit der benutzten Hilfsmittel richtet. Es gibt physikalische Größen, die bis auf Bruchteile eines Milliontel ihres wahren Wertes genau gemessen werden können, z. B. Längen und Massen.

10. **Längeneinheiten.** Als wissenschaftliche Einheit der Länge gilt allgemein das Zentimeter (cm). Dieses ist der hundertste Teil eines Meters (m), also

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm.}$$

Die Länge des Meters ist 1791 durch internationales Übereinkommen als der zehnmillionte Teil eines Erdquadranten (Abstand vom Pol bis zum Äquator, gemessen auf einem Längengrad) festgesetzt. Auf Grund der damaligen Kenntnis von der Länge dieser Strecke ist das „Urmeter“ hergestellt worden, ein Maßstab aus Platin, der in Paris, im Bureau International des Poids et des Mesures, aufbewahrt wird. Von diesem Urmeter befinden sich möglichst genaue Kopien in allen Kulturländern (in Deutschland in der Physikalisch-Technischen

Reichsanstalt) und dienen dort zum Vergleich mit den für genaue Meßzwecke hergestellten Maßstäben<sup>1)</sup>.

Da das Meter eine ganz willkürliche Einheit ist, die z. B. im Falle einer etwaigen Zerstörung sämtlicher Normalien nie genau wieder herstellbar wäre, so hat man seine Länge in einer anderen Einheit festgestellt, die zu jeder Zeit, ja selbst auf einem anderen Himmelskörper, reproduzierbar wäre, nämlich in Wellenlängen des Lichtes. Man hat dazu die rote Spektrallinie des Kadmiums ausgewählt und festgestellt, daß deren Wellenlänge gleich  $643,84696 \cdot 10^{-9}$  m (sog. Wellenlängennormal) ist.

Wenn es sich um die Maßangabe von Größen handelt, die entweder sehr groß oder sehr klein gegenüber der Maßeinheit sind, erhält man unbequem große oder kleine Zahlen. Man hat daher für viele physikalische Größen abgeleitete Einheiten eingeführt, welche diesen Übelstand zu vermeiden gestatten (vgl. die Einteilung der Mark in Pfennige). Dabei gelten folgende Festsetzungen. Die Vorsilbe Deka- vor der Einheitsbezeichnung bedeutet, daß die Maßeinheit zehnmal größer ist als die ursprüngliche Einheit. So bedeutet 1 Dekagramm 10 g. Das Tausendfache der Einheit wird durch Kilo-, abgekürzt k (vgl. km, kg), das Millionenfache durch Mega- oder Meg- (z. B. Megohm) ausgedrückt. Die auf  $1/10$ ,  $1/100$ ,  $1/1000$  und  $1/1000000$  verkleinerten Einheiten erhalten entsprechend die Vorsilben Dezi- (d), Centi- oder Zenti- (c), Milli- (m) oder Mikro- ( $\mu$ ), schließlich wird der  $10^{-9}$ te und der  $10^{-12}$ te Teil der Einheit, für die es keine besonderen Vorsilben gibt, durch Vorsetzen der Buchstaben  $m\mu$ , bzw.  $\mu\mu$  gekennzeichnet. Es sind nicht bei allen Maßeinheiten sämtliche möglichen abgeleiteten Einheiten in Gebrauch, sondern nur die jeweils praktisch erforderlichen.

So sind die folgenden vom Meter abgeleiteten Einheiten gebräuchlich

$$\begin{aligned} 1 \text{ Kilometer} &= 1 \text{ km} = 10^3 \text{ m,} \\ 1 \text{ Dezimeter} &= 1 \text{ dm} = 10^{-1} \text{ m,} \\ 1 \text{ Zentimeter} &= 1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m,} \\ 1 \text{ Millimeter} &= 1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m,} \\ 1 \text{ Mikron} &= 1 \mu = 10^{-6} \text{ m} = 10^{-3} \text{ mm,} \\ 1 \text{ Millimikron} &= 1 \text{ m}\mu^2 = 10^{-9} \text{ m} = 10^{-6} \text{ mm,} \\ 1 \mu\mu &= 10^{-12} \text{ m} = 10^{-9} \text{ mm.} \end{aligned}$$

(Das Mikron sollte eigentlich Mikrometer heißen, doch ist dieser Name bereits für gewisse Instrumente in Gebrauch. In der Regel sagt man nicht 1 Mikron, sondern 1  $\mu$ , gesprochen 1 My. Das  $\mu\mu$  wird als Mymy ausgesprochen.) In der Optik bedient man sich noch als Längeneinheit für Lichtwellenlängen der Ångström-Einheit (Å),  $1 \text{ Å} = 10^{-10} \text{ m} = 1/10 \text{ m}\mu$ , und der X-Einheit,  $1 \text{ X.-E.} = 10^{-11} \text{ cm} = 10^{-13} \text{ m}$ .

<sup>1)</sup> Bei den physikalischen Maßeinheiten ist stets wohl zu unterscheiden zwischen den ursprünglichen wissenschaftlichen Definitionen und ihren für die Zwecke der Praxis gesetzlich festgesetzten Definitionen. Letztere entsprachen natürlich den ersteren nach Maßgabe der Genauigkeit, mit der es zur Zeit der Gesetzgebung möglich war, ein der wissenschaftlichen Definition gleiches Prototyp auch tatsächlich technisch herzustellen, also z. B. einen Maßstab, dessen Länge genau der ursprünglichen Definition des Meters entspricht. Im allgemeinen wird sich mit dem Fortschreiten der Meßtechnik herausstellen, daß die gesetzliche Einheit von der wissenschaftlichen ein wenig verschieden ist. Aus praktischen Gründen wird natürlich die in allen wichtigen Fällen international festgelegte gesetzliche Einheit nicht abgeändert.

<sup>2)</sup> Diese Bezeichnung entspricht den Beschlüssen des Ausschusses für Einheiten und Formelgrößen (AEF) und sollte jetzt durchgeführt werden. Bis vor kurzem war es allgemein üblich, das Millimikron als  $\mu\mu$  zu bezeichnen. Für die Einheit  $10^{-12}$  m gab es bislang keine Bezeichnung. Hierauf ist bei Zahlenangaben in physikalischen Publikationen zu achten.

Für die Angabe der ungeheuren Entfernungen, mit denen die Astronomie zu rechnen hat, ist das Kilometer als Einheit zu unbequem. Man rechnet daher im Weltraum mit der Längeneinheit 1 Lichtjahr, das ist die Strecke, die das Licht in einem Jahre zurücklegt. Das Licht durchmißt in einer Sekunde eine Strecke von fast genau 300 000 km (vgl. § 435). Es beträgt daher die in einem Jahr zurückgelegte Strecke

$$1 \text{ Lichtjahr} = 60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 \cdot 300\,000 \text{ km} = 9\,460\,800\,000\,000 \text{ km},$$

oder rund  $9\frac{1}{2}$  Billionen km. Neuerdings wird als astronomische Längeneinheit auch vielfach die sog. Sternweite (parsec) benutzt. Ein Stern befindet sich eine Sternweite von der Erde entfernt, wenn der Halbmesser der Erdbahn, von diesem Stern aus gesehen, unter einem Winkel von 1 Bogensekunde erscheinen würde. Es ist

$$1 \text{ Sternweite} = 206\,265 \text{ Erdbahnhalbmessern} = 3\frac{1}{4} \text{ Lichtjahren}$$

oder rund 31 Billionen km.

Statt die abgeleiteten Einheiten zu benutzen, bedient man sich, um das Schreiben unbequemer Zahlen zu vermeiden, auch oft der ursprünglichen Einheiten und schreibt die Maßzahl als eine der Eins nahe Zahl, multipliziert mit einer Potenz von 10. So ist z. B.

$$1 \text{ Lichtjahr} = 0,94\,608 \cdot 10^{18} \text{ km} = 0,94\,608 \cdot 10^{18} \text{ cm}, \quad 1 \text{ m}\mu = 10^{-7} \text{ cm}.$$

In der Physik ist die Regel, daß Längen in Zentimetern angegeben werden. Das Zentimeter gilt also als die eigentliche physikalische Längeneinheit, insbesondere bei der Angabe des Zahlenwertes von physikalischen Konstanten, in welche die Längeneinheit eingeht.

Die praktische Messung von Längen erfolgt im einfachsten Falle so, daß man die zu messende Länge neben einen, meist in Millimeter eingeteilten Maßstab legt. Ihre Größe ergibt sich aus der Zahl der Millimeter oder Zentimeter des Maßstabes, welche zwischen den beiden Enden der zu messenden Länge liegen, gegebenenfalls unter möglichster Berücksichtigung etwaiger Bruchteile. Bei einiger Übung kann man eine Länge mit Hilfe eines in Millimeter geteilten Maßstabes mit bloßem Auge noch auf 0,1 mm genau messen.

### 11. Besondere Vorrichtungen zur Längenmessung.

1. Das Kalibermaß (Abb. 1). Der Gegenstand, dessen Länge oder Dicke gemessen werden soll, wird (in der Abb. unten) zwischen die feste und die verschiebbare Backe gebracht und der Abstand der Backen an der festen Skala (meist mittels eines Nonius,

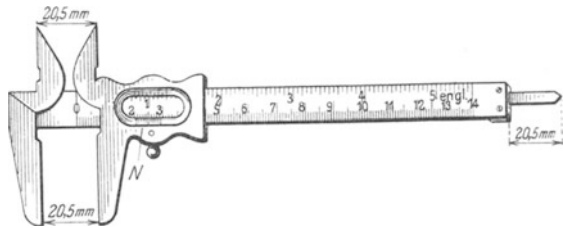


Abb. 1. Kalibermaß.

s. unten) abgelesen. In gleicher Weise kann man mittels der beiden anderen, voneinander abgekehrten Backen (in der Abb. oben) z. B. die innere Weite von Röhren (Kaliber) und dergleichen messen. Die erreichbare Genauigkeit beträgt meist etwa 0,1 mm. Die in der Abbildung rechts sichtbare Spitze dient zur Messung der Tiefe von Löchern.

2. Die Schraubenlehre (Abb. 2). Der auszumessende Gegenstand wird zwischen die feste und die mittels eines Gewindes verschiebbare Backe gebracht. Der Abstand der Backen, also die zu messende Länge, wird zunächst an der

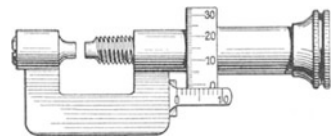


Abb. 2. Schraubenlehre.

rechts angebrachten Millimeter-Teilung abgelesen, welche die vollen Millimeter an- gibt. Die Ablesung der hinzukommenden Bruchteile eines Millimeters erfolgt an der mit der verschiebbaren Backe verbundenen Trommelteilung. Meist beträgt die Ganghöhe der Schraube 0,5 mm; die Trommel ist dann in 50 Teile geteilt. Eine Drehung um einen Teilstrich bedeutet also eine Verschiebung der Backe um  $\frac{1}{50}$  der Ganghöhe, also 0,01 mm. Da man die Zehntel der Trommelteilung noch mit ziemlicher Sicherheit schätzen kann, so erfolgt die Ablesung auf etwa 0,001 mm genau. Die Schraubenlehre dient vor allem zum Messen von Dicken und von Durch- messern zylindrischer Körper.

3. Das Sphärometer (Abb. 3) hat seinen Namen daher, daß es vielfach zur Messung des Radius von optischen Linsen benutzt wird. Es besteht aus einem Dreifuß, dessen Füße in Spitzen auslaufen. Dieser Dreifuß trägt in seiner

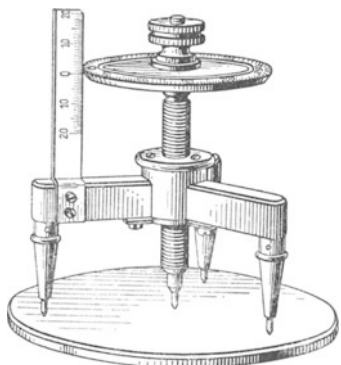


Abb. 3. Sphärometer.

Mitte ein Gewinde mit einer ebenfalls mit einer Spitze versehenen Schraube, welche durch Drehen in verschiedene Höhen eingestellt werden kann, einmal zur Ablesung des Nullpunktes auf eine ebene Unterlage (Glasplatte), auf der das Ganze steht, dann auf die Oberfläche einer auf die Glas- platte aufgelegten Platte, deren Dicke gemessen werden soll. Die Verschiebung der Schraube zwi- schen diesen beiden Stellungen kann grob an einer seitlichen, in Millimeter geteilten Skala abgelesen werden. Als Ablesemarke dient der scharfe Rand der horizontalen, mit der Schraube fest verbun- denen Kreisscheibe. Die Ablesung der Bruchteile von Millimetern erfolgt mittels einer auf dieser Kreisscheibe angebrachten Kreisteilung. Als Ab- leserand dient jetzt der scharfe Rand der Milli- meterskala. Die Ganghöhe der Schraube beträgt meist 0,5 mm; hat die Kreis- teilung 500 Teilstriche, so entspricht eine Drehung um einen Teilstrich einer Hebung oder Senkung der Schraubenspitze um 0,001 mm. Durch Schätzung der Zehntel Teilstriche kann man mit diesem Apparat, absolute Genauigkeit von Schraube und Teilung vorausgesetzt, eine Genauigkeit der Ablesung bis auf 0,0001 mm erzielen.

Zur Messung des Krümmungsradius von Linsen wird der Apparat auf die Linse gestellt und die Schraubenspitze mit der Linsenfläche in Berührung gebracht. Man erhält auf diese Weise die senkrechte Entfernung der Spitze von der durch die Spitzen der drei Füße gehenden Ebene und kann daraus, wenn man den Ab- stand dieser drei Spitzen kennt, auf einfache Weise den Linsenradius berechnen.

Weitere Instrumente zur Längenmessung sind z. B. der Zeißsche Dicken- messer und der Komparator.

Wird die Einstellung einer Strichmarke auf einer Millimeterteilung zur Ab- lesung einer Einstellung benutzt, so bedient man sich zur Erhöhung der Ge- nauigkeit oft eines sog. Nonius (Abb. 4).

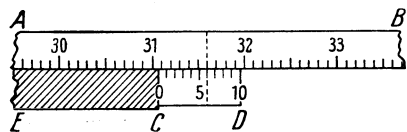


Abb. 4. Nonius.

In diesem Falle bildet die Ablesemarke den Nullstrich einer der Hauptskala AB parallelen und an ihr entlang verschieb- baren Nebenskala CD, deren Teilstriche meist so bemessen sind, daß 9 Teilstriche der Hauptskala gleich 10 Teilstrichen der

Nebenskala sind. Am Nullstrich der Skala des Nonius wird abgelesen, zwischen welchen zwei mm-Zahlen die Ablesung liegt, in der Abbildung liegt sie zwischen

31,0 und 31,1. Die Zehntelmillimeter ermittelt man durch die Feststellung, welcher Teilstrich der Noniusskala mit einem Teilstrich der Hauptskala zusammenfällt. Ist dies z. B., wie in Abb. 4, der 6. Teilstrich, der in diesem Falle mit dem Teilstrich 31,6 der Hauptskala zusammenfällt (in der Abb. gestrichelt), so ist dieser sechste Teilstrich  $54/10$  Teilstriche vom wahren Einstellungspunkt entfernt. Die richtige Ablesung lautet also  $31,6 \text{ cm} - \frac{54}{10} \text{ mm}$  oder  $31,06 \text{ cm}$ . In dieser Weise gibt die Nummer des Teilstrichs der Noniusskala — in diesem Falle 6 —, der mit irgendeinem Teilstrich der Hauptskala zusammenfällt, direkt die Zehntelmillimeter an. Das Zusammenfallen wird meist nicht ganz genau erfolgen. Bei einer gut gearbeiteten Teilung kann man oft noch die nächste Dezimale aus dem Grade der Abweichung schätzen. Es gibt auch Nonien, bei denen der Unterschied der Teilungen der beiden Skalen noch kleiner ist als  $1/10 \text{ mm}$ . Diese erlauben dann eine genauere Ablesung. Doch sind dieser Methode gewisse Grenzen gesetzt.

Der Ort eines Punktes (Zeiger oder dgl.) auf einer Skala ist nur dann mit Sicherheit abzulesen, wenn sich dieser unmittelbar auf der Skala befindet. Das ist in vielen Fällen nicht möglich. Die Projektion des Zeigers auf die Skala ist dann von der Stellung des Auges des Beobachters abhängig. Um die hieraus erwachsenden Ungenauigkeiten zu beseitigen, wird die Skala häufig auf einem Spiegel angebracht, und es wird diejenige Augenstellung eingenommen, bei der sich der Zeiger mit seinem eigenen Spiegelbild deckt, das Auge also genau senkrecht über dem abzulesenden Punkt der Skala steht (sog. parallaxenfreie Ablesung).

**12. Winkelmessung.** Als Einheit des Winkels dient im praktischen Leben meist 1 Grad ( $1^\circ$ ), das ist der 90. Teil eines rechten Winkels. Davon sind abgeleitet die Minute,  $1' = 1/60^\circ$ , und die Sekunde,  $1'' = 1/60'$ . Für die mathematische Behandlung und daher auch oft in der Physik bequemer ist die Messung der Winkel im sog. Bogenmaß. Ein Winkel hat, im Bogenmaß gemessen, die Größe  $\alpha$ , wenn zu ihm, als Zentriwinkel eines Kreises vom Radius  $r$ , ein Kreisbogen von der Länge  $\alpha r$  gehört (Abb. 5). Die Einheit des Winkels im Bogenmaß beträgt  $360/2\pi$  gewöhnliche Grade, also  $57,2958^\circ = 57^\circ 17' 45''$ .

Die Messung von Winkeln geschieht in der Physik häufig so, daß man zwei Längen mißt, deren Quotient den  $\sin$ ,  $\cos$  oder  $\tan$  des zu messenden Winkels bilden. Kennt man den Wert der betreffenden Winkelfunktion, so kann man den Wert in Grad aus Tabellen entnehmen und, falls erforderlich, in Bogengrade umrechnen.

Handelt es sich um kleine Winkel — in der Regel ist dies bis etwa  $6^\circ$  zulässig — so macht man oft von der Tatsache Gebrauch, daß der Zahlenwert eines solchen Winkels im Bogenmaß sehr angenähert dem  $\sin$  oder  $\tan$  des Winkels gleich ist, so daß man diese Größen ohne wesentlichen Fehler einander gleichsetzen kann ( $\psi = \sin \psi = \tan \psi$ ). In Bogensekunden beträgt  $6^\circ 0,1047$ , und es ist  $\sin 6^\circ = 0,1045$ ,  $\tan 6^\circ = 0,1051$ . Der Fehler beträgt also bei  $6^\circ$  weniger als 1 %.

Zahlreiche physikalische, insbesondere optische Instrumente müssen mit einer sehr genauen Winkelteilung versehen sein, an der man Drehungen von Teilen des Instrumentes genau ablesen kann (z. B. die zur Messung von Winkeln, vor allem im Gelände, benutzten Theodoliten, die Spektrometer, die Richtkreise von Geschützen usw.). In diesen Fällen bewegt sich eine mit dem drehbaren Teil verbundene Strichmarke neben einer festen kreisförmigen Skala (oder

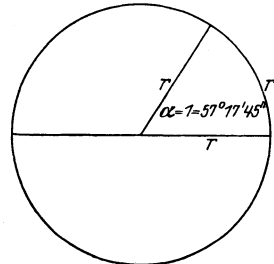


Abb. 5. Einheit des Winkels im Bogenmaß.

umgekehrt), die in Grade oder Bruchteile von Graden eingestellt ist. Die Differenz zweier Einstellungen der Strichmarke gibt den Winkelunterschied der beiden zu ihr gehörigen Einstellungen des Apparates an. Da die Winkelmessung durch Verwendung einer Strichteilung auf einem Kreisbogen, auf eine Längenmessung, nämlich auf die Messung des zu dem betreffenden Winkel gehörigen Kreisbogens, zurückgeführt wird, so kann man auch hier, wie bei der eigentlichen Längenmessung, das Noniusprinzip verwenden. Der Nonius wird dabei den besonderen Zwecken der Winkelmessung angepaßt. Sehr häufig sind z. B. Nonien, bei denen 30 Teile der Nebenskala mit 29 Teilstrichen einer in Viertelgrade geteilten Hauptskala zusammenfallen. In diesem Falle ergibt die Einstellung des Nonius unmittelbar den zu messenden Winkel auf  $\frac{1}{2}$  Minuten genau. Denn er erlaubt — wie der in § 11 beschriebene Nonius Zehntelteilstriche — Dreißigstelteilstriche abzulesen, also  $\frac{1}{30}$  von  $\frac{1}{4}$  Grad, oder  $\frac{1}{2}$  Minute. Weit genauere Vorrichtungen zur Ablesung von Winkeln befinden sich natürlich an den großen Fernrohren der Sternwarten.

**13. Messung von Flächen und Rauminhalten.** Die gewöhnliche physikalische Flächeneinheit ist 1 Quadratcentimeter (1 qcm oder  $\text{cm}^2$ ). Abgeleitete Einheiten ergeben sich aus den in § 10 besprochenen abgeleiteten Längeneinheiten. Analog ist die gewöhnliche physikalische Einheit des Rauminhaltes oder Volumens das Kubikcentimeter (1 ccm oder  $\text{cm}^3$ ), und entsprechend werden auch die abgeleiteten Einheiten gebildet.

Zur Ausmessung von Flächen verfährt man, wenn möglich so, daß man durch Messung einer ausreichenden Zahl von Längen (z. B. Dreiecksseiten) und Winkeln so viele Bestimmungsstücke zahlenmäßig festlegt, daß daraus nach den Gesetzen der Geometrie die Größe der Fläche berechnet werden kann. Bei unregelmäßig geformten Flächen versagt dies Verfahren. Sehr genau ist natürlich dies Verfahren nicht. Ein besonders häufiger Fall ist die Messung von Querschnitten, insbesondere zylindrischer Körper (Drähte, Stäbe). Dieser wird aus den mit dem Kalibermaß (§ 11) gemessenen Querschnitten berechnet. Dabei ist es notwendig, den Mittelwert aus mehreren, an verschiedenen Stellen angestellten Messungen zu nehmen, um die oft vorkommenden Ungleichmäßigkeiten auszugleichen. Planimeter sind besondere Instrumente zur Ausmessung von Flächeninhalten. Zur Messung des Querschnittes von Drähten verfährt man oft folgendermaßen. Ein Stück des Drahtes von bekannter Länge wird gewogen. Kennt man das Gewicht von  $1 \text{ cm}^3$  des Drahtmaterials (das spezifische Gewicht § 61), so kann man aus dem Gewicht des Drahtes sein Volumen berechnen und aus diesem und der gemessenen Länge des Drahtes den Querschnitt. Dieses Verfahren ist sehr zweckmäßig, weil es den Mittelwert über die ganze Länge des Drahtes liefert und daher zufällige Fehler ausschließt.

Bei ganz einfach geformten Körpern kann die Messung des Rauminhaltes in Analogie zur Ausmessung von Flächen so erfolgen, daß eine ausreichende Zahl von Längen und Winkeln gemessen wird, um den Rauminhalt geometrisch zu berechnen (Zylinder, Kegel, Parallelepipet, Kugel u. dgl.). Bei unregelmäßig geformten Körpern ist dies nicht möglich. Man kann dann so vorgehen, daß man den Körper in einen kalibrierten, zum Teil mit Wasser gefüllten Maßzylinder bringt und abliest, um wieviel Kubikcentimeter das Wasser steigt. Gelegentlich verwendet man auch das sog. Überlaufverfahren. Ein Gefäß ist mit einem seitlichen Auslaufrohr versehen und wird soweit mit Wasser gefüllt, bis das Wasser aus diesem Rohr ausfließt. Bringt man jetzt den auszumessenden Körper in das Wasser, so fließt weiteres Wasser aus, dessen Volumen gleich dem des eingebrachten Körpers ist. Dieses ausgeflossene Wasser wird aufgefangen, entweder



in einem Maßzylinder, an dessen Teilung man die Wassermenge unmittelbar in Kubikzentimetern ablesen kann, oder besser in einem beliebigen Gefäß und dann gewogen. Das Gewicht des ausgeflossenen Wassers in Gramm ist bei Zimmertemperatur sehr nahezu gleich seinem Volumen in Kubikzentimetern (§ 61).

Zur Volumbestimmung kann auch der Gewichtsverlust dienen, den ein Körper im Wasser erfährt. Näheres darüber s. § 106.

Das Volumen einer Flüssigkeitsmenge mißt man entweder direkt in einem kalibrierten Maßzylinder, oder man bestimmt es aus dem Gewicht, wenn das Gewicht eines Kubikzentimeters der betreffenden Flüssigkeit bekannt ist.

**14. Zeitmessung.** Die wissenschaftliche Zeiteinheit ist die Sekunde (sec). Sie ist so definiert, daß  $60 \cdot 60 \cdot 24 \text{ sec} = 86400 \text{ sec}$  gleich einem mittleren Sonnentage (dem über ein Jahr genommenen Mittelwert zwischen den Zeiten je zweier aufeinanderfolgender Kulminationen der Sonne) sind. Vom Sonnentag ist der Sterntag, der sich aus zwei aufeinanderfolgenden Kulminationen eines Fixsternes ergibt, zu unterscheiden, weil die Erde bei einem vollen Umlauf um die Sonne bezüglich der Sonne scheinbar eine Umdrehung weniger um sich selbst macht, als bezüglich des Fixsternhimmels. (Würde die Erde der Sonne immer die gleiche Seite zukehren, so würde sie sich bei einem vollen Umlauf um die Sonne gegenüber dem Fixsternhimmel einmal in einem Jahre ganz herumdrehen.) Die Dauer eines Sterntages beträgt 23 Stunden 56 Minuten 4,1 Sekunden mittlerer Sonnenzeit.

Zur praktischen Zeitmessung benutzt man bekanntlich im allgemeinen Uhren, und zwar für genaueste Messungen Pendeluhren mit Gewichtsantrieb, welche weit zuverlässiger sind als von Federn angetriebene Uhren. Zur Regulierung des Ganges der Pendeluhren dient ein Pendel (§ 68).

Der mittlere Sonnentag ist kein absolut konstantes Zeitmaß. Aus astronomischen Beobachtungen geht hervor, daß seine Dauer sehr langsamen periodischen Schwankungen in der Größenordnung einiger Sekunden unterworfen ist. Ferner muß angenommen werden, daß die Erdrotation infolge der ständigen Reibung der Flutwelle ganz allmählich abnimmt (§ 75).

Da in der Physik die Länge in der Regel in Zentimetern, die Zeit in Sekunden, und, wie wir später sehen werden, Massen in Gramm gemessen werden, so nennt man dieses Maßsystem das Zentimeter-Gramm-Sekunden-System (CGS-System). Mit Ausnahme der Temperatur und der mit dieser zusammenhängenden Größen drückt man alle physikalischen Größen in diesem Maßsystem aus.

**15. Skalare und Vektoren.** Die physikalischen Größen teilen sich in Skalare und Vektoren.

Skalare sind solche Größen, bei denen die Angabe der Maßzahl und der Maßeinheit genügt, um sie vollständig zu charakterisieren, wie z. B. Längen, Flächen, Volumina. Die Addition und Subtraktion zweier Skalare erfolgt nach den bekannten Regeln der algebraischen Addition und Subtraktion (z. B. ist die Länge zweier aneinander gelegter Strecken von den Längen  $a$  und  $b$  gleich der algebraischen Summe  $a + b$ ).

Bei den Vektoren genügt die Angabe von Maßzahl und Maßeinheit nicht, sondern es muß auch noch die Angabe ihrer Richtung hinzukommen. Ein Beispiel hierfür ist die Geschwindigkeit. Die Bewegung z. B. eines Eisenbahnzuges ist noch nicht vollständig durch die Angabe der Größe seiner Geschwindigkeit charakterisiert, es muß auch noch die Bewegungsrichtung angegeben werden, etwa durch Angabe des Winkels der Bewegung gegen die Nord-Süd-Richtung. Vektoren werden zweckmäßig durch Pfeile dargestellt. Die Länge des Pfeils bildet ein Maß für die Größe des Vektors (Länge gleich oder

proportional der Maßzahl), die Richtung, in der der Pfeil zeigt, gibt die Richtung des Vektors an.

**16. Addition und Zerlegung von Vektoren.** Die Addition von Vektoren folgt nicht den Regeln der algebraischen Addition<sup>1)</sup>, sondern dem sog. Parallelogrammgesetz. Sie wird oft auf graphischem Wege ausgeführt. Man legt die hinteren Enden beider Vektorpfeile  $a$  und  $b$  so aneinander, daß jeder Pfeil in der richtigen Richtung liegt (Abb. 6a). Dann ergänzt man die Figur in der aus der Abbildung zu ersiehenden Weise zu einem Par-

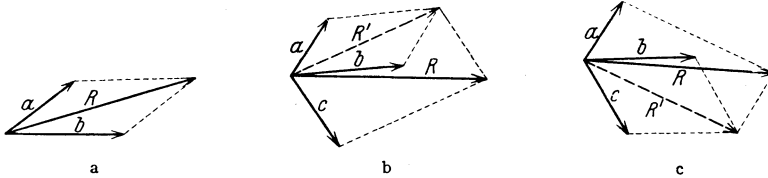


Abb. 6. Vektoreaddition.

allelogramm. Die Diagonale  $R$  dieses Parallelogramms, welche die von den beiden Pfeilen gebildete Ecke mit der gegenüberliegenden Ecke verbindet, ist die Summe (Vektorsumme, Resultierende) der beiden Vektoren. Diese ist selbst wieder ein Vektor, dessen Richtung von der von den beiden Pfeilen gebildeten Ecke fortzeigt. Handelt es sich um die Addition von mehr als zwei Vektoren, so kann man erst die Resultierende von zweien von ihnen bilden, zu dem so gefundenen Vektor  $R'$  den dritten vektoriell addieren usw. Die Reihenfolge ist dabei gleichgültig (Abb. 6b und c).

Zum gleichen Ergebnis kommt man durch Konstruktion des sog. Vektorpolygons (Abb. 7), indem man die Vektorpfeile einen an den andern legt und die Enden des so entstehenden Linienzuges verbindet. Die Reihenfolge ist natürlich auch dabei gleichgültig.  $R$  ist die Resultierende der Vektoren  $a, b, c, d, e$ .

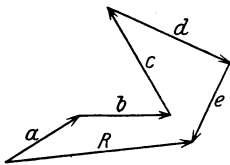


Abb. 7. Vektorpolygon.

Aus dem cos-Satz folgt, wie man aus Abb. 6a leicht ablesen kann, daß die Länge des Vektorpfeils der Resultierenden zweier Vektoren gleich

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cos \gamma} \tag{I}$$

ist, wenn  $\gamma$  den Winkel zwischen  $a$  und  $b$  bedeutet.

Die Größen  $a, b$  usw., aus denen sich die Resultierende durch Vektoraddition zusammensetzt, nennt man die Komponenten des resultierenden Vektors  $R$ .

Sehr häufig ist es erforderlich, einen gegebenen Vektor in Komponenten zerlegt zu denken, aus denen er in Wirklichkeit nicht durch Addition entstanden

ist aus denen er aber durch Vektoraddition als deren Resultierende entstanden sein könnte. Die Zerlegung von Vektoren erfolgt durch einfache Umkehrung des vorstehend geschilderten Verfahrens.

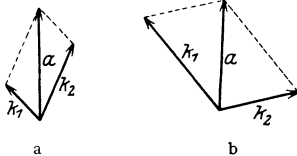


Abb. 8. Zerlegung eines Vektors.

Es sei  $a$  jetzt der gegebene und zu zerlegende Vektor. Man zeichne durch den Anfangspunkt von  $a$  zwei Gerade in denjenigen beiden Richtungen, in denen die neuen Komponenten liegen sollen. Dann

ziehe man durch die Spitze des Vektorpfeils die Parallelen zu diesen beiden Richtungen (Abb. 8a und b). Man erhält so ein Parallelogramm, dessen Diagonale der ursprüngliche Vektor ist, und dessen durch den Anfangspunkt von  $a$  gehende zwei Seiten die beiden Komponenten  $k_1$  und  $k_2$  des Vektors  $a$  in den gewählten

<sup>1)</sup> Bei den Vektoren hat die Unterscheidung zwischen Addition und Subtraktion keinen Sinn.

Richtungen sind. Je nach der Wahl dieser Richtungen fällt die Größe der Komponenten ganz verschieden aus, wie man durch Vergleich der Abb. 8a und b sieht.

Man kann in dieser Weise einen Vektor auch in mehr als zwei Komponenten zerlegen. Besonders häufig ist der Fall einer Zerlegung in den drei zueinander senkrechten Richtungen eines rechtwinkligen Koordinatensystems.

### c) Die Materie.

**17. Der Satz von der Erhaltung der Materie.** Jede in der Natur beobachtbare Erscheinung ist in irgendeiner Weise an das Vorhandensein von Materie geknüpft, geht an und durch Materie, also irgendwelche Stoffe, vor sich. Dabei sehen wir oft, daß diese Materie sich verändert, insbesondere bei chemischen Vorgängen, oder gar zu verschwinden scheint, wie gelöstes Kochsalz, fortgetrocknetes Wasser u. dgl. In allen diesen Fällen kann man nachweisen, daß die Materie nicht verschwunden ist, sondern nur ihre Form geändert hat, wodurch sie oft der unmittelbaren Beobachtung entrückt ist. Ganz allgemein gilt nach den bis jetzt vorliegenden irdischen Erfahrungen der Satz, daß Materie nicht vernichtet, sondern nur in ihrer Beschaffenheit bis zu einem gewissen Grade verändert werden kann. Ebenso gilt aber auch, daß Materie nie aus Nichts entstehen kann. (Die heute viel diskutierte Möglichkeit einer Umwandlung von Materie in Strahlung [§ 599] muß hier zunächst außer Betracht bleiben. Bestätigt es sich, daß die Materie nur eine besondere Form der Energie ist, die in andere Energieformen übergehen kann, so fällt der Satz von der Erhaltung der Materie mit unter das Energieprinzip, § 48.)

Hier begegnet uns zum erstenmal einer der sog. Erhaltungssätze der Physik. Wir werden deren noch weitere kennenlernen. Sie bilden eine der wichtigsten Grundlagen des ganzen Gebäudes der Physik.

**18. Aggregatzustände.** Man teilt die Körper ein in feste, flüssige und gasförmige Körper. Man bezeichnet diese drei Zustände als die drei Aggregatzustände. Sie unterscheiden sich äußerlich nach dem Widerstand, welche ein Körper einer Änderung seiner Form und seines Volumens entgegensetzt.

a) Feste Körper setzen einer Änderung sowohl ihrer Form als auch ihres Volumens einen sehr großen Widerstand entgegen. Sie sind sehr schwer deformierbar und sehr wenig zusammendrückbar.

b) Flüssigkeiten setzen einer Änderung ihrer Form keinen oder höchstens einen sehr geringen, einer Änderung ihres Volumens einen großen Widerstand entgegen. Sie sind beliebig deformierbar (z. B. durch Eingießen in beliebig geformte Gefäße), aber sehr wenig zusammendrückbar, wenn auch meist mehr als feste Körper.

c) Gase setzen einer Änderung ihrer Form keinen, einer Vergrößerung ihres Volumens keinen, einer Verkleinerung desselben einen geringen Widerstand entgegen. Sie sind also, wie die Flüssigkeiten, beliebig deformierbar. Ferner sind sie einerseits leicht zusammendrückbar, und andererseits dehnen sie sich stets von selbst durch den ganzen ihnen zur Verfügung stehenden Raum aus.

Feste Körper in strengem Sinne sind nur die kristallinen Körper. Die andern, scheinbar festen Körper — z. B. Siegelack, Pech in kaltem Zustande, Glas — haben, wenn man die deformierenden Ursachen lange genug wirken läßt, weitgehend die Eigenschaften von Flüssigkeiten. Sie sind, wenn auch mehr oder weniger schwer, beliebig deformierbar (plastisch)<sup>1)</sup>. Sie unterscheiden sich ferner von den eigent-

<sup>1)</sup> Streng ist die Unterscheidung der kristallinen und der amorphen Körper durch ihre Plastizität nicht. Auch die ersteren zeigen unter der Wirkung sehr starker, lang andauernder Kräfte ein plastisches Verhalten, aber meist in erheblich geringerem Grade, als die amorphen Körper. Der eigentliche und wesentliche Unterschied liegt in ihrem molekularen Aufbau.

lichen festen Körpern dadurch, daß sie keinen wohldefinierten Schmelzpunkt haben.

**19. Vorläufiges über den Aufbau der Materie.** Zerlegt man einen einheitlichen (homogenen) festen, flüssigen oder gasförmigen Körper in einzelne Teile, so erhält man zunächst immer wieder Gebilde, die sich von dem ursprünglichen Ganzen lediglich durch Größe und Form unterscheiden, aber nicht durch ihr physikalisches Verhalten. Zum Vergleich denke man sich eine sehr große Menschenmenge in Gruppen und diese immer wieder in kleinere Gruppen eingeteilt. Diese Gruppen und Untergruppen werden sich in ihrem allgemeinen Verhalten von der ursprünglichen Gesamtmenge nicht unterscheiden. Aber ebenso, wie man mit einer solchen Einteilung einer Menschenmenge in Gruppen schließlich an eine Grenze kommt, wenn man sie nämlich so weit aufgeteilt hat, daß jede Gruppe nur noch aus einem einzigen Menschen besteht, so gibt es auch eine Grenze der Unterteilung der Körper, die ohne ein tieferes Eingreifen in die Natur des betreffenden Stoffes nicht unterschritten werden kann. Was bei der Menschenmenge die einzelnen Menschen sind, sind bei den physikalischen Körpern die sog. Moleküle und Atome, die man als die Bausteine der Körper bezeichnen kann. Die einzelnen Stoffarten unterscheiden sich dadurch, daß sie aus verschiedenartigen Molekülen aufgebaut sind. Näheres über das Wesen der Moleküle wird weiter unten (Abschnitt XI) besprochen. Jeder unserer Beobachtung zugängliche Körper besteht aus einer ungeheuer großen Zahl von Molekülen. In einem Kubikzentimeter der uns umgebenden Luft befinden sich rund 27 Trillionen ( $27 \cdot 10^{18}$ ) Moleküle, in 1 g Wasser  $3,37 \cdot 10^{22}$  Moleküle. Ein Molekül des Gases Wasserstoff wiegt nur rund  $3,3 \cdot 10^{-24}$  g, also eine Quatrillion (Billion Billionen) Wasserstoffmoleküle nur etwa 3,3 g.

In einem festen Körper liegen die molekularen Bestandteile ziemlich dicht beieinander und sind mehr oder weniger fest an ihren Ort gebunden infolge von Kräften, mit denen sich benachbarte Teilchen gegenseitig beeinflussen. Auch in den Flüssigkeiten liegen die Moleküle einander ziemlich nah, aber die Kräfte, die sie aufeinander ausüben, sind nicht so groß wie bei den festen Körpern. Die Moleküle sind daher in den Flüssigkeiten nicht fest an ihren Ort gebunden, sondern vermögen sich aneinander vorbei zu bewegen. In noch erhöhtem Maße ist dies dies bei den Gasen der Fall, bei denen im allgemeinen die zwischen den Molekülen wirkenden Kräfte sehr klein sind, weil die Abstände der einzelnen Moleküle in den Gasen erheblich größer sind als in den festen oder flüssigen Körpern.

Es sei hier nur allgemein bemerkt, daß sich in den Molekülen und Atomen stets elektrische Ladungen befinden, und daß die zwischen den Molekülen und Atomen eines Körpers wirkenden Kräfte, denen diese Körper ihren Zusammenhalt verdanken, in sehr vielen Fällen elektrische Kräfte zwischen diesen Ladungen sind (Näheres s. Abschn. XI).

## II. Mechanik starrer Körper.

In diesem Abschnitt wird vorausgesetzt, daß wir es mit „starr“ Körpern zu tun haben, d. h. idealen festen Körpern, deren Form und Volumen durch Kräfte, die auf sie wirken, nicht merklich verändert werden.

### a) Lehre von den Bewegungen.

**20. Definition des Massenpunktes.** Um die folgenden Überlegungen möglichst einfach zu gestalten, betrachten wir häufig nicht das Verhalten wirklicher physikalischer Körper, sondern dasjenige eines so kleinen, gedachten Körpers, daß wir ihn mit genügender Annäherung als punktförmig ansehen können. Einen solchen idealisierten Körper bezeichnen wir als einen Massenpunkt. Man stellt ihn sich am besten als eine ganz winzig kleine Kugel vor. Wir gewinnen mit dieser Idealisierung eines Körpers den Vorteil, daß wir seine Lage im Raum durch Angabe seines Ortes in einem Koordinatensystem eindeutig angeben können, während das für einen ausgedehnten Körper, dessen einzelne Teile sich an verschiedenen Stellen des Raumes befinden, nicht ohne weiteres möglich ist. (Man beachte, daß man im täglichen Leben sogar recht ausgedehnte Körper wie Massenpunkte behandelt, z. B. bei der Angabe des augenblicklichen Ortes eines Schiffes in geographischer Länge und Breite. Es kommt hauptsächlich darauf an, daß die Dimensionen des betreffenden Körpers, in diesem Falle des Schiffes, so klein sind gegenüber den Dimensionen des ganzen in Frage kommenden Raumes, daß man sie ihnen gegenüber vernachlässigen kann, ohne einen irgend ins Gewicht fallenden Fehler zu machen.) Zur Angabe des jeweiligen Ortes eines Punktes bedienen wir uns in der Regel eines rechtwinkligen Koordinatensystems, dessen Nullpunkt (Schnittpunkt der Achsen) und Achsenrichtungen wir so wählen, wie es für den vorliegenden Fall gerade bequem ist. Gelegentlich erweist es sich auch als zweckmäßig, ein Polarkoordinatensystem zugrunde zu legen.

**21. Bewegung.** Unter Bewegung versteht man jede Ortsänderung eines Körpers. Der Begriff der Bewegung ist ein relativer, d. h. die Beurteilung einer Bewegung hängt ab von dem Bewegungszustand des Beobachters der Bewegung. Ein in einem Zuge sitzender Mensch befindet sich, vom Zuge aus gesehen, in Ruhe; vom Erdboden aus beurteilt, wird er mit dem Zuge bewegt. Bewegt er sich innerhalb des Zuges, so ist seine Bewegung, vom Zuge aus beurteilt, eine andere als vom Erdboden aus gesehen. Ein Haus bewegt sich, von der Erde aus beurteilt, nicht; von der Sonne aus beurteilt, nimmt es an der Bewegung der Erde teil. Es muß also bei Angaben über die Bewegung eines Massenpunktes, überhaupt jedes Körpers, stets Klarheit darüber herrschen, von wo aus die Bewegung beurteilt wird, d. h. welches Bezugssystem man als ruhend ansehen will. Bei physikalischen Überlegungen ist es meistens zweckmäßig,

die Erdoberfläche, den Laboratoriumstisch, als ruhend zu betrachten und die Bewegungen auf diese zu beziehen. Das bedeutet, daß man zur Festlegung des jeweiligen Ortes eines Körpers ein Koordinatensystem benutzt, welches mit der Erde fest verbunden gedacht wird.

**22. Geschwindigkeit.** Eine Bewegung ist zahlenmäßig durch ihre Geschwindigkeit  $v$  charakterisiert. Es genügt aber nicht, die Geschwindigkeit eines Körpers nach ihrer Größe anzugeben, man muß auch die Richtung der Geschwindigkeit kennen. Die Geschwindigkeit ist daher ein Vektor (§ 15). Als Maß der Geschwindigkeit dient die in 1 sec zurückgelegte Strecke. Ein Körper hat die Geschwindigkeit  $v$ , wenn er in 1 sec die Strecke  $v$  cm zurückgelegt hat. Daher legt ein Körper bei der Geschwindigkeit  $v$  in  $t$  Sekunden die Strecke

$$s = vt \tag{1}$$

zurück, und es ist

$$v = \frac{s}{t}. \tag{2}$$

Der einfachste Fall einer Bewegung liegt vor, wenn ein Körper sich mit konstanter Geschwindigkeit geradlinig bewegt. Eine solche Bewegung heißt eine geradlinige, gleichförmige Bewegung.

Ein Körper bewege sich auf der  $x$ -Achse eines Koordinatensystems. Zur Zeit  $t_1$  befinde er sich im Punkte  $x_1$ , zur Zeit  $t_2 = t_1 + t$  im Punkte  $x_2$ . Dann ist seine Geschwindigkeit nach Gl. 2  $v = (x_2 - x_1)/t$ . Ob dieser Ausdruck positiv oder negativ ist, hängt davon ab, welche Richtung wir der positiven  $x$ -Achse

gegeben haben, ist also nur mathematisch, nicht physikalisch von Bedeutung. Ist die Geschwindigkeit in einer Richtung positiv, so ist eine Geschwindigkeit, die gerade entgegengesetzte Richtung hat, negativ. (Die Unterscheidung zwischen positiven und negativen Geschwindigkeiten hat aber wegen der Vektornatur der Geschwindigkeit nur dann einen Sinn, wenn es sich um Be-

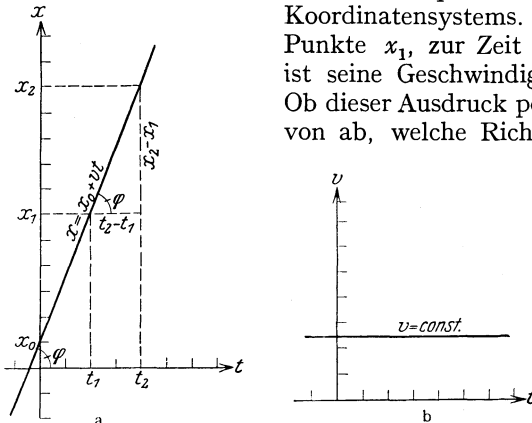


Abb. 9. Graphische Darstellung einer geradlinigen, gleichförmigen Bewegung. a) Zurückgelegter Weg  $x$  als Funktion der Zeit  $t$ , b) Geschwindigkeit  $v$  als Funktion der Zeit  $t$ . Es ist angenommen  $v = 2,5$  cm/sec.

wegungen handelt, die längs der gleichen Strecke oder paralleler Strecken erfolgen).

In Abb. 9a ist die Abhängigkeit des Ortes  $x$  eines längs der  $x$ -Achse geradlinig und gleichförmig bewegten Körpers von der Zeit  $t$  dargestellt. Man sieht, daß  $v = (x_2 - x_1)/t = \text{tg } \varphi$  ist, wenn  $\varphi$  der Winkel ist, den die Gerade mit der  $t$ -Achse bildet. Abb. 9b zeigt die Abhängigkeit von  $v$  von  $t$  bei konstanter Geschwindigkeit.

Sei  $ds$  ein sehr kleines Stück des Weges,  $dt$  die zur Zurücklegung dieses Stückes gebrauchte Zeit, so ist nach Gl. 2

$$v = \frac{ds}{dt}. \tag{3a}$$

Die Geschwindigkeit ist der Differentialquotient des Weges nach der Zeit. Umgekehrt ist der in der Zeit  $t$  zurückgelegte Weg

$$s = \int_0^t v dt. \tag{3b}$$

Der zurückgelegte Weg ist das Zeitintegral der Geschwindigkeit.

**23. Beschleunigte Bewegung.** Eine Bewegung, deren Geschwindigkeit sich nach Größe oder Richtung mit der Zeit ändert, nennen wir eine beschleunigte Bewegung, und zwar auch dann, wenn die Geschwindigkeit nicht zu-, sondern abnimmt. Es ist also auch eine Bewegung auf gekrümmter Bahn bei konstanter Geschwindigkeit eine beschleunigte Bewegung. Man kann eine Verlangsamung als eine negative Beschleunigung auffassen (s. dazu aber die Bemerkung im vorletzten Absatz dieses Paragraphen). Die Beschleunigung ist um so größer, je schneller die Geschwindigkeit sich nach Größe und Richtung ändert. Man benutzt daher als Maß der Beschleunigung  $\gamma$  die Änderung der Geschwindigkeit in einer Sekunde. Ist die Geschwindigkeit eines Körpers zu Beginn der Zeit  $t$  gleich  $v_1$  und nach Ablauf dieser Zeit gleich  $v_2$ , so ist die Beschleunigung

$$\gamma = \frac{v_2 - v_1}{t}. \tag{4}$$

Es ist also auch

$$v_2 = v_1 + \gamma t. \tag{5}$$

Dabei ist die Addition in der rechten Seite von Gl. 5 vektoriell vorzunehmen (Addition des Vektors  $\gamma t$  zum Vektor  $v_1$ ). Die Beschleunigung ist ein Vektor, da bei ihr sowohl Größe als auch Richtung maßgebend sind.

Daß ein Körper eine Beschleunigung erfahren kann, ohne daß sich die Größe seiner Geschwindigkeit ändert, erkennt man aus Abb. 10. Ein Körper habe anfänglich die Geschwindigkeit  $v_1$  und auf ihn wirke in der durch den Pfeil  $\gamma t$  angezeigten Richtung eine Beschleunigung  $\gamma$ . In dem in der Abb. 10 vorausgesetzten Fall setzen sich die Geschwindigkeit  $v_1$  und die in der Zeit angenommene zusätzliche Geschwindigkeit  $\gamma t$  zu einer resultierenden Geschwindigkeit  $v_2$  zusammen, die gleich  $v_1$  ist.

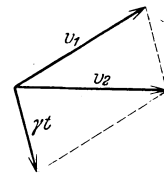


Abb. 10.

Der einfachste Fall einer beschleunigten Bewegung ist die geradlinige beschleunigte Bewegung mit konstanter Beschleunigung. In Abb. 11 a und b ist die Abhängigkeit des Ortes  $x$  und der Geschwindigkeit  $v$  von der Zeit  $t$  für diesen Fall dargestellt.

Die Geschwindigkeit kann hier nicht ohne weiteres durch Gl. 2 (§ 22) definiert werden, da sie ja nicht konstant ist, sich also auf dem Wege  $s = x_2 - x_1$  ändert. Macht man aber die Strecke  $x_2 - x_1$  sehr klein, gleich  $dx$ , so daß auch die zum Durchlaufen dieser Strecke benötigte Zeit sehr klein, gleich  $dt$ , wird, so kann man die Geschwindigkeit längs der Strecke  $dx$  als konstant ansehen, und es wird wie in Gl. 3 a

$$v = \frac{dx}{dt}, \tag{6}$$

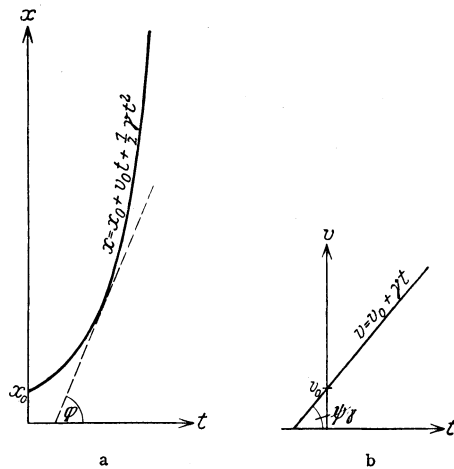


Abb. 11. Graphische Darstellung einer gleichförmig beschleunigten Bewegung.

also  $v$  gleich dem Differentialquotienten des Weges nach der Zeit. Man sieht, daß auch jetzt wieder die Geschwindigkeit zur Zeit  $t$  durch die Tangente des Neigungswinkels  $\varphi$  der  $(x, t)$ -Kurve, d. h. durch die Neigung der dort an sie gelegten Tangente, dargestellt wird.

Analog zu Gl. 6 können wir statt Gl. 4 auch schreiben

$$\gamma = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, \quad (7)$$

wobei  $dv$  den Geschwindigkeitszuwachs in der sehr kleinen Zeit  $dt$  bedeutet.  $\gamma$  ist der Neigungswinkel der  $(v, t)$ -Kurve gegen die  $t$ -Achse (Abb. 11 b).

Man beachte, daß das Vorzeichen von  $\gamma$  nach Gl. 4 von dem Vorzeichen von  $v_2 - v_1$  und daher von der Wahl der positiven Koordinatenrichtung abhängt. Eine positive Beschleunigung ist mathematisch immer eine solche, welche der vorhandenen Geschwindigkeit eine Änderung in Richtung wachsender Koordinaten erteilt. Bewegt sich daher ein Körper gegen die Richtung der wachsenden Koordinaten und nimmt dabei seine Geschwindigkeit ab, so ist die Beschleunigung trotz der Verlangsamung mit positivem Vorzeichen zu versehen.

Durch Integration von Gl. 7 erhält man, wenn  $\gamma$  zeitlich und räumlich konstant ist, d. h. weder von  $x$  noch von  $t$  abhängt,

$$v = \frac{dx}{dt} = v_0 + \gamma t \quad (8)$$

und durch nochmalige Integration

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} \gamma t^2. \quad (9)$$

Hierin bedeuten  $x_0$  und  $v_0$  den Ort des Körpers und seine Geschwindigkeit zur Zeit  $t = 0$ .

**24. Winkelgeschwindigkeit und Winkelbeschleunigung.** Von den krummlinigen Bewegungen betrachten wir hier die mit gleichbleibender Geschwindigkeit erfolgende Bewegung eines Massenpunktes auf einer kreisförmigen Bahn vom Radius  $r$ . In diesem Falle bedient man sich zur Bezeichnung des jeweiligen Ortes eines Massenpunktes  $P$  am besten eines Polarkoordinatensystems, in dem dieser Ort einmal

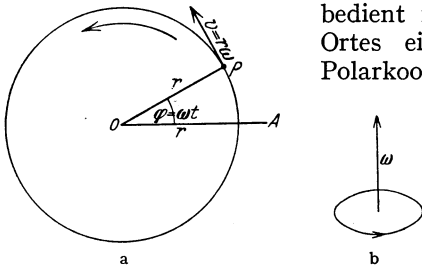


Abb. 12. Kreisbewegung.

durch den Radius  $r$  der Kreisbahn gegeben ist, zweitens durch Angabe des Winkels  $\varphi$ , den die jeweilige Verbindung des Massenpunktes mit dem Mittelpunkt des Kreises (Radiusvektor oder Fahrstrahl) mit einer festen, durch den Mittelpunkt gehenden Geraden  $OA$  bildet (Abb. 12 a).

Da  $r$  konstant ist, ändert sich bei der Kreisbewegung nur der Winkel  $\varphi$ . Man kann also die Ortsänderung durch die Änderung des Winkels  $\varphi$  allein beschreiben. Je schneller sich  $\varphi$  ändert, um so schneller geht die Ortsänderung des Massenpunktes auf dem Kreise vor sich. Messen wir  $\varphi$  in Bogenmaß (§ 12), so ist der von zwei Winkeln  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  eingeschlossene Kreisbogen gleich  $r(\varphi_2 - \varphi_1)$ . Hat der Massenpunkt in der Zeit  $t$  dieses Stück des Kreises zurückgelegt, so ist seine Geschwindigkeit gemäß Gl. 2

$$v = \frac{r(\varphi_2 - \varphi_1)}{t} \quad (10)$$

oder in Differentialform

$$v = r \cdot \frac{d\varphi}{dt}. \quad (11)$$

Man bezeichnet  $\omega = d\varphi/dt$  als die Winkelgeschwindigkeit der Kreisbewegung, denn  $\omega$  ist die Geschwindigkeit, mit der sich der Winkel  $\varphi$  verändert, d. h. der Zuwachs des Winkels  $\varphi$  in einer Sekunde. Selbstverständlich wächst  $\varphi$  bei mehreren Umläufen über den Wert  $2\pi$  hinaus. Er beträgt nach zwei vollen Umläufen  $4\pi$ , nach  $n$  vollen Umläufen  $n \cdot 2\pi$ .



Ist die Winkelgeschwindigkeit nicht konstant, so kann man in Analogie zu den Überlegungen des § 23 eine Winkelbeschleunigung  $\eta$  definieren, welche den Zuwachs der Winkelgeschwindigkeit in einer Sekunde angibt:  $\eta = d\omega / dt$ .

Auch Winkelgeschwindigkeiten und Winkelbeschleunigungen sind Vektoren, denn die Richtung der Drehungsachse und der Umlaufssinn sind wesentliche Merkmale einer Rotation. Man kann Winkelgeschwindigkeiten durch einen Pfeil darstellen, dessen Größe der Maßzahl der Winkelgeschwindigkeit proportional ist, dessen Richtung auf der Bahnebene des sich bewegenden Körpers senkrecht steht, und der nach derjenigen Richtung zeigt, in der sich eine rechtsgängige Schraube (die meisten Schrauben, Bohrer u. dgl. sind rechtsgängig) vorwärtsbewegt, wenn man sie im Sinne der vorliegenden Rotation herumdreht (Abb. 12 b). Die Addition zweier solcher Vektoren folgt den gleichen Gesetzen wie die anderer Vektoren. Das gleiche gilt für Winkelbeschleunigungen.

**25. Harmonische Bewegung.** Als Spezialfall einer beschleunigten Bewegung betrachten wir noch die sog. harmonische Bewegung (so genannt, weil die reinen Töne durch solche Schwingungen hervorgebracht werden, s. § 157). Eine solche Bewegung führen viele Körper aus, wenn sie durch elastische Kräfte in Bewegung gesetzt werden, z. B. ein an einem oder beiden Enden eingespannter, elastischer Stab.

Wir betrachten zunächst eine gleichförmige Kreisbewegung von konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  und legen ein rechtwinkliges Koordinatensystem mit seinem Nullpunkt in den Mittelpunkt der Kreisbahn (Abb. 13). Die Koordinaten eines Punktes auf dieser Kreisbahn sind dann

$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi, \quad (12)$$

wenn  $r$  den Radius des Kreises bedeutet und  $\varphi$  den Winkel zwischen der Richtung von  $r$  und der positiven  $x$ -Achse. Bewegt sich ein Massenpunkt mit konstanter Geschwindigkeit auf dem Kreise, so ist der zu seinem jeweiligen Ort gehörige Winkel  $\varphi$ , wenn  $t$  die Zeit bedeutet, seitdem der Massenpunkt die positive  $x$ -Achse gekreuzt hat,

$$\varphi = \omega t, \quad (13)$$

und die Koordinaten des Massenpunktes sind zur Zeit  $t$

$$x = r \cos \omega t \quad (14a)$$

$$\text{und } y = r \sin \omega t. \quad (14b)$$

Betrachtet man nun z. B. die Komponente der Bewegung in der Richtung der  $x$ -Achse allein — was man auch anschaulich unmittelbar tun kann, wenn man die Kreisbewegung von einem außerhalb des Kreises gelegenen Punkte der  $y$ -Achse aus betrachtet —, so erhält man eine regelmäßig hin- und hergehende, sog. periodische Bewegung oder Schwingung, welche man, wenn sie der durch die Gl. 14a oder b ausgedrückten Gesetzmäßigkeit entspricht, eine harmonische Bewegung nennt. (Ob dabei die betrachtete Koordinate proportional dem sin oder cos ist, ist ganz gleichgültig, da sich diese beiden Funktionen mit fortschreitender Größe von  $\omega t$  ganz gleichartig ändern. Ob der sin oder cos auftritt, hängt nur von der Wahl des Nullpunktes von  $t$  ab.)  $r$  ist der größte Wert, den  $x$  (oder  $y$ ) annehmen kann. Man bezeichnet  $r$  als die Amplitude der Schwingung.

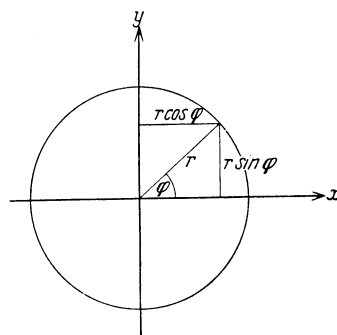


Abb. 13. Zur harmonischen Bewegung.

Wir erhalten jetzt die Komponenten  $v_x$  und  $v_y$  der Geschwindigkeit in der Richtung von  $x$  oder  $y$  nach Gl. 3 durch Differentiation der Gl. 14 nach  $t$

$$v_x = \frac{dx}{dt} = -r\omega \sin \omega t, \quad v_y = \frac{dy}{dt} = r\omega \cos \omega t, \quad (15)$$

und durch nochmalige Differentiation von 15 nach  $t$  die Beschleunigungen in diesen Richtungen

$$\gamma_x = -r\omega^2 \cos \omega t = -\omega^2 x, \quad \gamma_y = -r\omega^2 \sin \omega t = -\omega^2 y, \quad (16)$$

also den Koordinaten  $x$  und  $y$  proportional.

Wir können umgekehrt auch schließen, daß immer dann, wenn die Beschleunigung eines Körpers proportional der Entfernung dieses Körpers von einem bestimmten Punkte und nach diesem Punkte hin gerichtet ist — in diesem Falle dem Punkte  $x = 0, y = 0$  —, die Bewegung eine harmonische ist.

## b) Das Verhalten starrer Körper unter der Wirkung von Kräften.

**26. Kräfte als Ursache von Bewegungsänderungen.** Bisher haben wir Änderungen von Geschwindigkeiten betrachtet, ohne nach ihrer Ursache zu fragen. Vielfach beobachten wir in der Natur Änderungen von Geschwindigkeiten, so wohl bezüglich ihrer Größe als auch ihrer Richtung, ohne daß die Ursache ohne weiteres sichtbar ist (z. B. freier Fall, schräger Wurf). In anderen Fällen können wir die Ursache unmittelbar erkennen. Insbesondere ist das dann der Fall, wenn diese Ursache in unserem eigenen Körper gelegen ist, wenn wir also die Bewegung eines Körpers durch Betätigung unserer Muskeln in irgendeiner Weise beeinflussen, sei es, daß wir ihn aus der Ruhe in Bewegung setzen oder umgekehrt einen bewegten Körper zur Ruhe bringen, oder die Größe und Richtung einer Bewegung in irgendeiner Weise ändern. In allen diesen Fällen ist hierbei dasjenige Etwas wirksam, das wir die Kraft unserer Muskeln nennen. Wir können also durch unsere Kraft Körper beschleunigen. Es ist nun aber eine Grundlage jeden wissenschaftlichen Erkennens, daß die unmittelbaren Ursachen gleicher Vorgänge die gleichen sein müssen. Wir nehmen daher in allen Fällen, in denen wir in der Natur Beschleunigungen auftreten sehen, das Wirken eines Etwas an, das unserer Muskelkraft äquivalent ist und das wir daher auch als Kraft bezeichnen. Zu dem gleichen Ergebnis kommen wir, wenn wir bedenken, daß wir imstande sind, die Wirkung von bewegungsändernden Ursachen (z. B. der Schwere) durch die Kraft unserer Muskeln aufzuheben (eine mit der Hand getragene Last, die wegen des Getragenwerdens nicht, wie sie es sonst tun würde, herabfällt). Es kann aber nur Gleiches und Gleiches sich gegenseitig unwirksam machen, so daß wir gezwungen sind, die wirkende Ursache, die in diesem Falle in der Schwere liegt, auch als eine Kraft zu bezeichnen.

**27. Der Trägheitssatz (I. NEWTONSches Axiom).** Schon GALILEI hat ausgesprochen, daß ein Körper, auf den keinerlei Kräfte wirken, seine Bewegung, sowohl bezüglich der Größe der Geschwindigkeit wie bezüglich ihrer Richtung, unverändert beibehält. In der Praxis des täglichen Lebens ist es durchweg so, daß ein Körper, der sich mit unveränderter Geschwindigkeit z. B. über die Erdoberfläche bewegen soll (Eisenbahnzug, Wagen, Schiff), der dauernden Wirkung einer Kraft bedarf, damit er nicht zum Stillstande kommt. Das liegt aber nur daran, daß auf einen jeden solchen Körper hemmende Kräfte wirken, nämlich solche, die von der Reibung herrühren (am Erdboden, den Schienen, den Achsen der Räder, dem Wasser, der Luft). Diese Reibungskräfte nur werden bei konstanter

Geschwindigkeit durch die vorwärtstreibende Kraft überwunden. Wären sie nicht vorhanden, so würde ein einmal in Fahrt befindlicher Eisenbahnzug auf ebener horizontaler Bahn ohne Maschine beliebig lange mit unverminderter Geschwindigkeit weiterlaufen. Eine polierte Stahlkugel oder ein Eisstückchen auf blankem Eisen legt, da hier die Reibung sehr gering ist, sehr weite Strecken mit nur ganz allmählich abnehmender Geschwindigkeit zurück. Die Ursache, welche bewirkt, daß ein Körper, auf den keinerlei Kräfte wirken, seinen Bewegungszustand nicht ändert, bzw. daß es der Einwirkung einer Kraft bedarf, um seinen Bewegungszustand zu ändern, bezeichnet man als die Trägheit der Körper. Sie ist eine allgemeine Körpereigenschaft, und zwar diejenige, welche uns, neben der Schwere und der — nicht immer vorhandenen — Sichtbarkeit, das Vorhandensein eines Körpers am deutlichsten zum Bewußtsein bringt. NEWTON hat diese Körpereigenschaft in dem ersten der drei sog. Axiome, die er der Mechanik zugrunde gelegt hat, etwa folgendermaßen ausgesprochen:

„Jeder Körper verharrt in geradliniger, gleichförmiger Bewegung, es sei denn, er werde durch eine auf ihn wirkende Kraft gezwungen, seinen Bewegungszustand zu ändern.“

Der Fall des Verharrens in Ruhe ist hierin mit enthalten, da die Ruhe als eine Bewegung mit der Geschwindigkeit  $v = 0$  angesehen werden kann.

Das erste NEWTONSche Axiom wird oft auch als Trägheitssatz bezeichnet. Man kann es auch so aussprechen:

Wo wir sehen, daß ein Körper Größe oder Richtung seiner Geschwindigkeit ändert, behaupten wir, daß eine Kraft auf ihn wirkt. Oder: Die Ursache jeder Änderung einer Bewegung nach Größe und Richtung der Geschwindigkeit ist stets eine Kraft.

**28. Die träge Masse (2. NEWTONSches Axiom).** Das zweite der NEWTONSchen Axiome (schon 1632 von GALILEI ausgesprochen) lautet:

„Die Änderung der Bewegung (*mutatio motus*) ist der wirkenden Kraft proportional und erfolgt in derjenigen Richtung, in der die Kraft wirkt.“

Was ist hier unter „Änderung der Bewegung“ zu verstehen? Handelt es sich jeweils um den gleichen Körper, der nach einander verschiedenen großen Kräften unterworfen wird, so kann man diesen Begriff mit der Änderung der Geschwindigkeit, also der Beschleunigung identifizieren und sagen, daß die Beschleunigung der wirkenden Kraft proportional ist. Handelt es sich aber um verschiedene Körper, so gilt dies nicht mehr, denn wir wissen aus der täglichen Erfahrung, daß die Beschleunigungen, die verschiedene Körper durch die gleiche Kraft erfahren, sehr verschieden sein können. Denn sie setzen einer gleich großen Änderung ihres jeweiligen Bewegungszustandes einen verschieden großen Widerstand entgegen, sie haben eine verschiedene Trägheit. Wir schreiben dieses verschiedene Verhalten der Körper einer ihnen innewohnenden Eigenschaft zu, die als träge Masse oder kurz Masse des Körpers bezeichnet wird. Die Masse eines Körpers ist also nicht ein Ausdruck für die Materie selbst, sondern für eine ihrer Eigenschaften. Wohl aber ist sie das handgreiflichste Maß der Menge der in einem Körper enthaltenen Materie.

Nun ist bei gleicher Kraft die Beschleunigung eines Körpers um so kleiner, je größer seine Trägheit ist, also je mehr Masse er enthält. Es ist daher die Beschleunigung  $\gamma$  der wirkenden Kraft  $k$  proportional, der Masse  $m$  des betreffenden Körpers umgekehrt proportional,  $\gamma \approx k/m$ , bzw.  $k \approx m\gamma$ . Da wir nun über die Maßeinheiten der Kraft und der Masse noch nicht verfügt haben, so ist nichts im Wege, daß wir diese Proportionalität in eine Gleichung verwandeln und schreiben

$$k = m\gamma \text{ oder Kraft} = \text{Masse Beschleunigung.} \quad (1)$$

Es ist also unter der Änderung der Bewegung das Produkt aus Masse und Beschleunigung zu verstehen. Da eine Kraft nicht nur durch ihre Größe, sondern auch durch ihre Richtung charakterisiert ist, so ist sie ein Vektor, und Gl. 1 drückt daher nicht nur die Gleichheit der Maßzahlen beider Seiten, sondern auch der Richtungen der beiden Vektoren  $k$  und  $m\gamma$  aus.

Das zweite NEWTONSche Axiom ist eine das erste Axiom ergänzende strengere Definition des Kraftbegriffs. Es sagt aus, daß wir eine Kraft erstens durch die Größe der Beschleunigung messen wollen, die sie einem bestimmten Körper erteilt, und zweitens, daß wir ihr diejenige Richtung zuschreiben wollen, in der diese Beschleunigung erfolgt. Und schließlich ist es eine Definition für den Begriff der trägen Masse.

Als Einheit der Masse ist diejenige Masse festgesetzt, die gleich derjenigen eines Kubikzentimeters Wasser von 4° ist. (Über den Grund der Festsetzung dieser Temperatur s. § 198.) Diese Masse wird als 1 Gramm (1 gr oder g) bezeichnet. Vom Gramm sind u. a. folgende Einheiten abgeleitet:

$$\begin{aligned} 1 \text{ cg (Zentigramm)} &= \frac{1}{100} \text{ g} \\ 1 \text{ mg (Milligramm)} &= \frac{1}{1000} \text{ g} \\ 1 \text{ kg (Kilogramm)} &= 1000 \text{ g} \\ 1 \text{ t (Tonne)} &= 1000 \text{ kg} = 10^6 \text{ g.} \end{aligned}$$

Daneben wird im täglichen Leben als Einheit das Pfund =  $\frac{1}{2}$  kg gebraucht, von dem das Zentner = 100 Pfund abgeleitet ist.

Die Masse ist als reines Quantitätsmaß ein Skalar (§ 15). Sie ist durch ihre Maßzahl und Angabe der Maßeinheit völlig beschrieben.

Die Messung (Vergleichung) von Massen erfolgt in der Regel nicht durch Vergleich ihrer Trägheit, sondern ihres Gewichtes, d. h. durch Wägung.

Das internationale Prototyp der Masseneinheit ist das in Paris befindliche „Urkilogramm“, von dem sich Kopien in allen Kulturländern befinden<sup>1)</sup>.

**29. Die Bewegungsgröße.** Die Gl. 1, § 28 kann man unter Berücksichtigung der Gl. 4, § 23 auch schreiben:

$$k = \frac{m(v_2 - v_1)}{t} = \frac{mv_2 - mv_1}{t} = \frac{d(mv)}{dt}. \quad (2)$$

Die wirkende Kraft  $k$  ist demnach unmittelbar gleich der Änderung des Produktes  $mv$  aus Geschwindigkeit und Masse in der Zeit  $t$  oder gleich dem Differentialquotienten von  $mv$  nach der Zeit. Das Produkt aus Masse und Geschwindigkeit nennt man die Bewegungsgröße oder den Impuls der Masse  $m$ , und man kann daher das zweite NEWTONSche Axiom auch folgendermaßen aussprechen: Die Änderung der Bewegungsgröße in der Zeiteinheit ist gleich der wirkenden Kraft. Dies, sowie die Gl. 2, ist als eine Vektorgleichung zu betrachten. Die Gleichsetzung zweier Vektoren bedeutet nicht nur Übereinstimmung in ihrer Maßzahl, sondern auch in ihrer Richtung.

Wir können jetzt die am Anfang des § 28 gestellte Frage, was unter „Änderung der Bewegung“ zu verstehen sei, präzise dahin beantworten, daß es sich um die Änderung der Bewegungsgröße handelt.

Aus Gl. 2 folgt unmittelbar

$$mv = \int k \cdot dt. \quad (3)$$

Die Bewegungsgröße ist das Zeitintegral der wirkenden Kraft.

<sup>1)</sup> S. hierzu die Fußnote S. 6.

**30. Das wissenschaftliche Maßsystem (CGS-System) und das technische Maßsystem.** Das Zentimeter, das Gramm und die Sekunde sind die Grundeinheiten des wissenschaftlichen Maßsystems. Man bezeichnet dieses daher auch als das Zentimeter-Gramm-Sekunden-System oder kurz CGS-System. Außerhalb dieses Systems steht als Größe besonderer Art nur die Temperatur.

Für die Zwecke der Technik sind die Einheiten des CGS-Systems zum Teil unbequem klein. Sie bedient sich fast durchweg des technischen Maßsystems, dessen Grundeinheiten neben der Sekunde das Meter und das Kilogrammgewicht (also eine Kraft an Stelle einer Masse, vgl. § 60) bilden.

**31. Die Einheit der Kraft.** Gemäß dem in § 29 Gesagten muß als Krafteinheit diejenige Kraft angesehen werden, welche einer Masse  $m$  eine so große Beschleunigung  $\gamma$  erteilt, daß das Produkt  $m\gamma$  die Maßzahl 1 hat. Das ist z. B. der Fall, wenn  $m$  und  $\gamma$  beide im C G S-System (§ 30) die Maßzahl 1 haben. Man sagt daher auch:

Einheit der Kraft ist diejenige Kraft, welche der Masse 1 g die Beschleunigung  $1\text{ cm/sec}^2$  erteilt.

Man nennt die so definierte Krafteinheit 1 dyn. Sie ist  $\frac{1}{981}$  derjenigen Kraft, welche die Masse 1 g infolge ihrer Schwere auf der Erdoberfläche in Meereshöhe erfährt (§ 58), also rund gleich dem Gewicht von 1 mg.

**32. Trägheitskräfte. D'ALEMBERTSches Prinzip.** Die Größe  $m\gamma$ , die von der Trägheit der Masse  $m$  abhängt, bezeichnet man als eine Trägheitskraft, als den Trägheitswiderstand der Masse  $m$  gegen die Beschleunigung  $\gamma$ . Der Trägheitswiderstand ist der beschleunigenden Kraft  $k$  entgegengesetzt gerichtet, hat also das entgegengesetzte Vorzeichen wie  $k$ . Trägt man dem Rechnung, indem man Gl. 1 schreibt  $k + (-m\gamma) = 0$ , so wird hierdurch das sog. D'ALEMBERTSche Prinzip (1793) ausgesprochen, welches besagt, daß bei Einrechnung der Trägheitskräfte die Summe der auf einen Körper wirkenden Kräfte stets gleich Null ist. Eine besondere Bedeutung haben die Trägheitskräfte bei den krummlinigen Bewegungen.

**33. Addition von Kräften. Der Satz vom Parallelogramm der Kräfte.** Zur Beschreibung einer Kraft ist außer ihrer Maßzahl auch die Angabe der Richtung erforderlich, in der sie wirkt. Kräfte sind daher Vektoren und nach dem für Vektoren geltenden Gesetz zu addieren (§ 16).

Wirken auf einen Körper mehrere Kräfte gleichzeitig, so führt er diejenige Bewegung aus, die er ausführen würde, wenn nur eine einzige Kraft auf ihn wirken würde, die nach Größe und Richtung gleich der nach den Gesetzen der Vektoraddition ermittelten Resultierenden der auf ihn tatsächlich wirkenden Kräfte ist. Man kann diese also durch ihre Resultierende ersetzt denken.

An sich wäre es denkbar, daß die Wirkung einer Kraft durch das Hinzukommen einer zweiten irgendwie beeinflußt würde. In diesem Falle würde die einfache Vektoraddition von Kräften nicht ohne weiteres anwendbar sein. Daß sie es ist, beruht auf der Tatsache, daß sich die Wirkungen mehrerer Kräfte stets ungestört überlagern. Diese schon von NEWTON erkannte Tatsache nennt man den Satz von der ungestörten Superposition der Kräfte oder das Unabhängigkeitsprinzip.

Zur graphischen Konstruktion der Resultierenden von Kräften verfährt man nach den in § 16 erörterten allgemeinen Regeln der Vektoraddition. Dabei ist jeder Kraft ihr Angriffspunkt zuzuordnen, d. h. der Punkt eines Körpers, an dem man sich die Kraft wirkend denkt. Der Vektorpfeil einer Kraft ist zunächst so zu zeichnen, daß sein hinteres Ende in ihrem Angriffspunkt liegt. Greifen die wirkenden Kräfte alle im gleichen Punkte des Körpers an, so läßt sich die Resultierende immer ohne weiteres konstruieren. Greifen aber mehrere

Kräfte in verschiedenen Punkten eines Körpers an, so ist die Konstruktion nicht ohne weiteres möglich. Von diesen Fällen wollen wir nur diejenigen betrachten, in denen die Kräfte, also auch die sie darstellenden Vektorpfeile, in derselben Ebene liegen. Es gilt der Satz, daß man die Angriffspunkte von Kräften in der Richtung der Kraft sowohl vorwärts als auch rückwärts beliebig verschoben

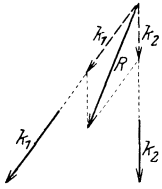


Abb. 14. Resultierende von Kräften, die nicht im gleichen Punkte angreifen.

denken kann, ohne daß an der augenblicklichen Wirkung dieser Kraft etwas geändert wird (es ist z. B. für die augenblickliche Wirkung der einen Wagen ziehenden Kraft ganz gleichgültig, ob ich einen Strick unmittelbar vorn am Wagen befestige oder in der Mitte der Deichsel oder an deren vorderem Ende). Man kann daher zwei nicht im gleichen Punkte angreifende, aber in einer Ebene liegende Kräfte  $k_1$  und  $k_2$  an dem Punkte angreifend denken, in dem sich ihre Richtungen schneiden (Abb. 14), also die Angriffspunkte in der Konstruktion bis zu diesem Schnittpunkt verschieben, und nunmehr die Resultierende  $R$  dieser beiden Kräfte in bekannter Weise konstruieren.

Wirken noch weitere Kräfte in der gleichen Ebene, so kann man diese nacheinander in der gleichen Weise zu der ersten Resultierenden addieren, und man findet auf diese Weise die Resultierende sämtlicher Kräfte.

Zur Vermeidung von Mißverständnissen sei ausdrücklich betont, daß nur die augenblickliche Wirkung einer Kraft durch eine Verschiebung des Angriffspunktes in der Krafrichtung nicht geändert wird. Der weitere Verlauf der

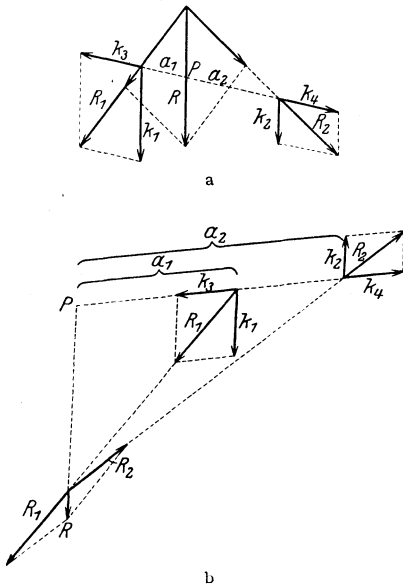


Abb. 15. Resultierende paralleler Kräfte.

Bewegung, für die außer der Größe und Richtung der äußeren Kraft u. a. auch noch die Wirkung des Trägheitswiderstandes maßgebend ist, hängt von der Lage des Angriffspunktes durchaus ab. Wirkt z. B. auf einen Körper eine an einem Punkt seiner Oberfläche angreifende Kraft in einer im Raume festen Richtung, so wird er im allgemeinen unter der Wirkung dieser Kraft und des ihr entgegengesetzt gerichteten Trägheitswiderstandes Drehungen im Raume ausführen, deren Art entscheidend davon abhängt, ob die äußere Kraft etwa an der Vorder- oder der Rückseite des Körpers angreift.

Als an sich selbstverständlichen wichtigen Spezialfall findet man, daß zwei gleich große, entgegengesetzt gerichtete und auf der gleichen Geraden liegende Kräfte sich gegenseitig aufheben (Tauziehen zweier gleich starker Gruppen). Ferner findet man, daß die Resultierende zweier gleichgerichteter, in derselben Geraden liegender Kräfte gleich ihrer algebraischen Summe ist.

Die Parallelogrammkonstruktion gelingt in der angegebenen Weise zunächst nicht, wenn es sich um zwei parallele, gleich oder entgegengesetzt gerichtete Kräfte handelt, da sie durch Verschieben in ihrer Richtung nie zum Schnitt zu bringen sind. In diesem Falle kann man sich durch einen Kunstgriff helfen. Man verbinde (Abb. 15 a) die Angriffspunkte der beiden Kräfte durch eine Gerade und füge in der Konstruktion in den Angriffspunkten zwei beliebige in dieser Geraden liegende, gleich große, entgegengesetzt gerichtete Kräfte  $k_3$  und

$k_4$  hinzu. Diese Kräfte bleiben unwirksam, da sie sich gegenseitig aufheben. Die Wirkung der vier Kräfte ist also die gleiche, wie die der ursprünglichen beiden Kräfte  $k_1$  und  $k_2$ . Nunmehr konstruieren wir die Resultierenden  $R_1$  von  $k_1$  und  $k_3$  und  $R_2$  von  $k_2$  und  $k_4$ . Diese sind (außer in dem später zu behandelnden Falle, daß  $k_1$  und  $k_2$  gleich groß und entgegengesetzt gerichtet sind, § 40) nicht mehr parallel, man kann daher ihre Resultierende  $R$  in der bereits bekannten Weise finden und hat damit auch die Resultierende der ursprünglichen Kräfte  $k_1$  und  $k_2$  gefunden.

Eine einfache Berechnung ergibt, daß die Resultierende  $R$  — die natürlich in der gleichen Ebene liegt, wie die ursprünglich gegebenen Kräfte — bei parallelen, gleichgerichteten Kräften gleich der Summe dieser Kräfte und ihnen parallel und gleichgerichtet ist, und daß ihre Richtung die Verbindungslinie der Angriffspunkte in einem zwischen diesen gelegenen Punkte  $P$ , dem sog. Mittelpunkt der beiden genannten Kräfte, schneidet, dessen Entfernungen  $a_1$  und  $a_2$  von den Angriffspunkten sich umgekehrt verhalten, wie die betreffenden Kräfte.

$$a_1 : a_2 = k_2 : k_1 \quad \text{oder} \quad a_1 k_1 = a_2 k_2. \quad (4)$$

Sind die beiden ursprünglichen Kräfte parallel und entgegengesetzt gerichtet (Abb. 15 b), so ist die Größe der Resultierenden  $R$  gleich der algebraischen Differenz der beiden Kräfte, sie ist ihnen parallel und der größeren von ihnen gleichgerichtet. Ihre Richtung schneidet die Verlängerung der Angriffspunkte in einem jenseits des Angriffspunktes der größeren Kraft gelegenen Punkte  $P$ , dessen Entfernungen  $a_1$  und  $a_2$  von den Angriffspunkten sich wieder umgekehrt verhalten wie die betreffenden Kräfte, Gl. 4.

Liegen zwei auf einen Körper wirkende Kräfte nicht in einer Ebene, so kann man keinen gemeinsamen Angriffspunkt für sie finden. Es läßt sich nachweisen, daß man die beiden Kräfte in diesem Falle stets auf eine Einzelkraft und ein Paar von zwei gleich großen, entgegengesetzt gerichteten, parallelen Kräften (Kräftepaar, § 40) zurückführen kann.

**34. Einige Versuche über die Zusammensetzung von Kräften.** Zur Nachprüfung der vorstehend ausgesprochenen Gesetzmäßigkeiten benutzen wir zweckmäßig diejenigen Kräfte, die uns die Schwere der Körper zur Verfügung stellt. Wir könnten uns dazu auch beliebiger anderer Kräfte (gespannte Federn, elektrische Kräfte oder magnetische Kräfte) bedienen. Die Schwerkraft ist nur am bequemsten zu handhaben und am leichtesten verfügbar.

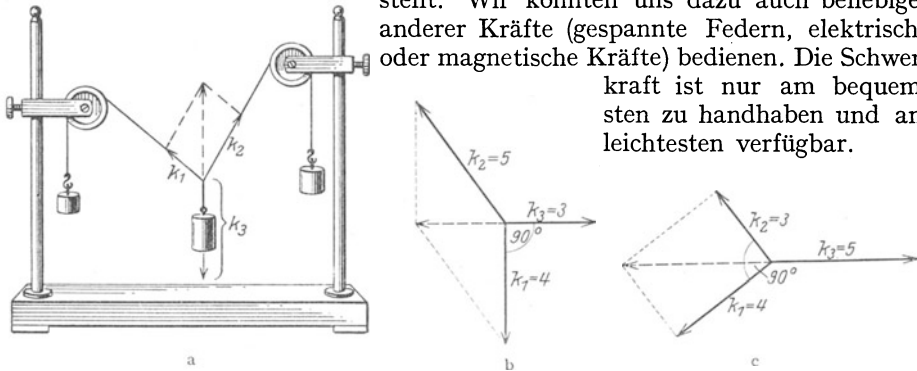


Abb. 16. Parallelogramm der Kräfte.

Wir bringen an einem Gestell zwei feste Rollen (§ 80) an (Abb. 16a), über die ein Faden läuft. Zwischen den Rollen ist an diesem ein zweiter Faden befestigt. An die drei freien Enden der Fäden hängen wir Massen, deren Gewichte sich wie  $k_1 : k_2 : k_3$  verhalten. Es zeigt sich dann, daß die Fäden und Gewichte in einer ganz bestimmten Stellung zur Ruhe kommen. Den Knoten, in dem die drei

Fäden zusammentreffen, können wir als einen Massenpunkt von sehr geringer Masse (so daß die Wirkung seiner eigenen Schwere vernachlässigt werden kann) ansehen. Auf diesen Körper wirkt nach links oben die Kraft  $k_1$ , nach rechts oben die Kraft  $k_2$ , senkrecht nach unten die Kraft  $k_3$ . Befindet sich der Massenpunkt  $m$  in Ruhe, so beweist dies, daß die Resultierende aller auf ihn wirkenden Kräfte gleich Null ist. Das ist dann der Fall, wenn die Resultierende je zweier der drei Kräfte gleich groß und entgegengesetzt gerichtet ist wie die dritte Kraft, und mit ihr in einer Geraden liegt.

Die Richtigkeit der zu prüfenden Gesetzmäßigkeit wird z. B. mittels eines hinter die Fäden gehaltenen Stücks Karton nachgewiesen, auf dem das Parallelogramm der Kräfte entsprechend den drei wirkenden Kräften gezeichnet ist. Abb. 16b und c zeigen dies für den Fall, daß die Kräfte im Verhältnis 3:4:5 stehen, und zwar in zwei verschiedenen Anordnungen. In diesem besonderen Falle bilden die beiden kleineren Kräfte stets einen Winkel von  $90^\circ$ .

Man befestige einen über eine feste Rolle laufenden Faden in der Mitte einer leichten, aber möglichst wenig biegsamen Stange von etwa 50 cm Länge und gleiche deren Gewicht durch ein an das andere Fadenende gehängtes Gegengewicht  $k$  genau aus (Abb. 17). Nunmehr befestige man sowohl am freien Fadenende als auch rechts und links des Fadens an der Stange drei Gewichte, die sich wie  $k_1:k_2:k_3$  verhalten. Man findet, daß die Einrichtung nur dann in Ruhe bleibt, wenn

1.  $k_3 = k_1 + k_2$ ,
2.  $a_1:a_2 = k_2:k_1$  ist.

Hierdurch ist die Richtigkeit der in § 33 beschriebenen Konstruktion bewiesen, denn der Ruhezustand zeigt, daß die Resultierende aller drei Kräfte gleich Null ist. Das ist dann der Fall, wenn die Resultierende  $R$  der Kräfte  $k_1$  und  $k_2$  der Kraft  $k_3$ , welche senkrecht nach oben wirkt, entgegengesetzt gerichtet ist, mit ihr in einer Geraden liegt und gleich  $k_3$  ist. Wie man aus Abb. 17 erkennt, trifft dies zu. Man kann aber ebensogut etwa  $k_2$  als diejenige Kraft betrachten, welche die Wirkung der Resultierenden von  $k_1$  und  $k_3$  aufhebt. Diese Resultierende wäre in Abb. 17 so zu zeichnen, daß sie im gleichen Punkte wie  $k_2$ , aber senkrecht nach oben gerichtet, angreift und gleich  $k_2 (= k_3 - k_1)$  ist.

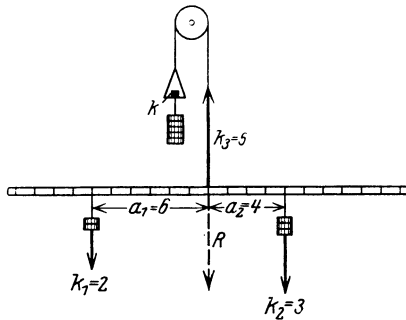


Abb. 17. Resultierende paralleler Kräfte.

In sehr einfacher Weise kann man die Zusammensetzung paralleler Kräfte auch auf folgende Weise zeigen. Man lege ein leichtes Brett auf zwei Briefwagen, so daß sein Gewicht sich auf beide Wagen gleichmäßig verteilt. Sodann belaste man das Brett mit einem Gewicht. Die Briefwagen zeigen dann im allgemeinen einen verschiedenen Ausschlag, und zwar immer diejenige den größeren, der das Gewicht näher gelegen ist. Die Summe der Ausschläge der Briefwagen, natürlich abzüglich der vom Gewicht des Brettes herrührenden Ausschläge, ist aber stets gleich dem aufgelegten Gewicht. Die Ausschläge verhalten sich umgekehrt wie die Abstände des aufgelegten Gewichtes von den beiden Wagen.

**35. Druck.** Sehr häufig kommt es vor, daß eine große Zahl von kleinen, parallelen Kräften, im Durchschnitt gleichmäßig verteilt, senkrecht auf die Oberfläche eines Körpers wirken. In diesem Falle bezeichnet man die Summe der auf 1 qcm der Fläche wirkenden Kräfte als den auf die Fläche wirkenden



Druck. Ist die Summe der senkrecht auf eine Fläche  $F$  wirkenden parallelen Kräfte gleich  $k$ , so daß  $k$  die Gesamtkraft ist, die diese Fläche erfährt, so ist also der Druck auf die Fläche

$$p = \frac{k}{F} \quad (5)$$

Liegt z. B. ein Körper von 1 kg Gewicht mit einer vollkommen ebenen Grundfläche von 100 qcm auf einer anderen, ebenfalls vollkommen ebenen Fläche, so entfällt auf jedes qcm der Unterlage  $\frac{1}{100}$  des Körpergewichts, also 10 g. Der Druck auf die Unterlage beträgt 10 g/qcm. Seine Hauptanwendung findet der Begriff des Drucks in der Lehre von den Flüssigkeiten und Gasen (Abschn. Vb und c).

Der physikalische Sprachgebrauch unterscheidet also im Gegensatz zum gewöhnlichen scharf zwischen Kraft und Druck. Der im täglichen Leben als Gegensatz zum Druck meist gebrauchte Ausdruck Zug ist in der Physik wenig gebräuchlich. Wenn er verwendet wird, so bedeutet er eine Kraft, welche wie der Druck in vielen Punkten einer Fläche angreift, aber nicht auf die Fläche zu sondern senkrecht von ihr fortgerichtet ist.

**36. Wirkung und Gegenwirkung (3. NEWTONSches Axiom).** Das dritte Axiom, das NEWTON der Mechanik zugrunde gelegt hat, lautet:

„Die von zwei Körpern aufeinander ausgeübten Kräfte sind stets gleich groß, einander entgegengesetzt gerichtet und liegen in Richtung der Verbindungslinie beider Körper<sup>1)</sup>.“

Man sagt auch wohl kurz: Wirkung (actio) und Gegenwirkung (reactio) sind einander gleich.

Ein einfacher Fall dieser Art liegt z. B. vor, wenn zwei Körper durch eine gespannte oder zusammengedrückte Feder miteinander verbunden sind (Abb. 18). Die Kraft, mit der die Masse  $m_1$  von der Feder nach links getrieben wird, ist ebenso groß, wie diejenige, mit der die Masse  $m_2$  nach rechts getrieben wird. Das gleiche ist z. B. der Fall beim Zusammenstoß zweier elastischer Kugeln. Sie erfahren beide die gleiche Kraft, die sie nach entgegengesetzten Seiten auseinandertreibt (§ 56). Die Beschleunigungen, die sie durch diese Kraft erfahren, hängen natürlich von ihrer Masse ab.

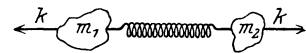


Abb. 18. Wirkung und Gegenwirkung bei zwei durch eine zusammengedrückte Feder verbundenen Massen.

**37. Der Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße (Impulssatz).** Das dritte NEWTONSche Axiom kann man leicht auf eine andere wichtige Form bringen. Zwischen zwei Körpern von den Massen  $m_1$  und  $m_2$ , etwa denjenigen der Abb. 18, wirke eine Kraft  $k$ , dann ist nach dem dritten Axiom

$$k = m_1 \gamma_1 = - m_2 \gamma_2. \quad (6)$$

(Die rechte Seite muß negatives Vorzeichen bekommen, weil  $\gamma_2$  die entgegengesetzte Richtung hat wie  $\gamma_1$ .) Es ist also

$$m_1 \gamma_1 + m_2 \gamma_2 = 0. \quad (7)$$

Es sei nun die Geschwindigkeit der Masse  $m_1$  zu Beginn der Zeit  $t$  gleich  $u_1$ , nach Ablauf der Zeit  $t$  gleich  $v_1$ , und entsprechend für die Masse  $m_2$  gleich  $u_2$  und  $v_2$ . Dann können wir, auf Grund von Gl. 4, § 23 (bei anderer Bedeutung der Buchstaben), die Gl. 7 auch schreiben

$$\frac{m_1 (v_1 - u_1)}{t} + \frac{m_2 (v_2 - u_2)}{t} = 0.$$

<sup>1)</sup> Daß die Kraft in Richtung der Verbindungslinie der beiden Körper liegt, gilt allerdings, wie wir heute wissen, nicht allgemein, z. B. nicht bei den Kräften, die zwischen elektrischen Strömen und Magneten wirken.

Hieraus folgt

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2. \quad (8)$$

Auf der linken Seite steht aber die Summe der Bewegungsgrößen der beiden Massen (§ 29) zu Beginn der Zeit  $t$ , auf der rechten die gleiche Summe nach Ablauf der Zeit  $t$ . Diese Summe hat sich während dieser Zeit nicht geändert. Dabei können die Einzelgeschwindigkeiten, absolut genommen, größer oder kleiner geworden sein. Ihre Zu- bzw. Abnahme liegt aber in entgegengesetzter Richtung. Sind z. B.  $u_1$  und  $u_2$ , also die Anfangsgeschwindigkeiten, gleich Null, so ist  $m_1 v_1 = -m_2 v_2$ , d. h. die nach der Zeit  $t$  erreichten Geschwindigkeiten sind einander entgegengesetzt gerichtet und verhalten sich umgekehrt wie die zugehörigen Massen.

Denken wir uns die Bewegung der beiden Körper in die drei zueinander senkrechten Richtungen eines Koordinatensystems zerlegt, so gilt dieser Satz auch für jede Geschwindigkeitskomponente einzeln. Es ist also

$$m_1 u_{1x} + m_2 u_{2x} = m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x}; \quad m_1 u_{1y} + m_2 u_{2y} = m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y}; \quad (8a)$$

$$m_1 u_{1z} + m_2 u_{2z} = m_1 v_{1z} + m_2 v_{2z}.$$

Das Gleiche gilt weiter, wenn es sich um mehr als zwei Massen  $m_i$  handelte zwischen denen nur innere Kräfte wirken. Innere Kräfte sind solche, welche lediglich zwischen den Körpern selbst wirken, also nicht von Körpern außerhalb des betrachteten Körpersystems herrühren. Seien  $u_{ix}$ ,  $u_{iy}$ ,  $u_{iz}$  die Komponenten ihrer Bewegungen nach den drei Koordinatenrichtungen, so gilt allgemein

$$\sum m_i u_{ix} = \text{const}, \quad \sum m_i u_{iy} = \text{const}, \quad \sum m_i u_{iz} = \text{const}. \quad (8b)$$

Man nennt diesen Satz den Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße oder den Impulssatz. Er besagt, daß die Summe der Bewegungsgrößen zweier oder auch mehrerer Körper sich unter der Wirkung von inneren Kräften nicht ändert. Wir werden später sehen, daß der Begriff der Bewegungsgröße nicht auf bewegte materielle Körper beschränkt ist. Nehmen wir den Begriff der Bewegungsgröße im weitesten Sinne, so kann man den Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße auch dahin aussprechen, daß die Summe der in der Welt vorhandenen Bewegungsgröße konstant ist, also weder vermehrt noch vermindert werden kann. Dieser Satz bildet also einen der fundamentalen sog. Erhaltungssätze der Physik.

Beispiele für den Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße sind im täglichen Leben außerordentlich zahlreich. Bewegt man sich in einem leichtbeweglichen Wagen oder Boot nach vorwärts, so bewegt sich Wagen oder Boot nach entgegengesetzter Richtung. Streckt man eine in beiden Händen gehaltene schwere Last (Eisenstange, Hanteln) plötzlich nach vorn, so bewegen sich dafür andere Teile des Körpers ein wenig rückwärts.

Ein besonderes charakteristisches Beispiel ist der sog. Rückstoß, den man beim Abschuß von Gewehren und Kanonen beobachtet. Zwischen Geschöß und Geschütz wirkt, solange sich jenes noch im Rohr befindet, als innere Kraft der Druck der Pulvergase. Durch diese wird nicht nur das Geschöß nach vorn, sondern auch das Geschütz nach hinten getrieben. Ist die Masse des Geschosses z. B. tausendmal kleiner als die des Geschützes, so ist die Geschwindigkeit, mit der das Geschöß zurückläuft, tausendmal kleiner als die Geschößgeschwindigkeit. Die Raketen, die vielleicht einmal zu technischer Bedeutung als Antriebsmittel für Fahr- und Flugzeuge gelangen können, werden durch den Rückstoß der mit sehr hoher Geschwindigkeit ausgetriebenen Pulvergase angetrieben.

Man versehe ein an einem Ende verschlossenes, 2—3 cm weites und etwa 20 cm langes Metallrohr mit zwei seitlich eingeführten, isolierten Drähten, zwi-

schen denen man den Funken eines Induktors überspringen lassen kann. Es ist zweckmäßig, das Rohr entweder wie eine Kanone auf Rädern zu montieren oder an zwei langen Schnüren aufzuhängen. Man fülle das Rohr mit einem Gemisch aus Leuchtgas und Luft, indem man es über die Öffnung eines Bunsenbrenners mit guter Luftzufuhr hält, und schließe es dann einmal mit einem gut schließenden gewöhnlichen Korken, dann mit einem solchen, der mit Blei oder dergleichen belastet ist. Bringt man das Gasgemisch durch einen elektrischen Funken zur Explosion, so fliegt der Kork hinaus. Gleichzeitig bewegt sich das Rohr zurück. Der Rückstoß ist um so heftiger, je schwerer das Geschloß ist. Das Geschloß fliegt um so schneller und daher um so weiter fort, je leichter es ist.

**38. Gleichgewicht.** Befindet sich ein Körper in Ruhe oder in gleichförmiger geradliniger Bewegung, so kann man nicht durch Umkehrung des Trägheitssatzes schließen, daß auf ihn keine Kraft wirkt. Man kann nur den Schluß ziehen, daß sich jedenfalls alle auf ihn wirkenden Kräfte gegenseitig aufheben, ihre Resultierende also den Wert Null hat. Tatsächlich ist z. B. kein auf der Erde befindlicher Körper, auch wenn er sich in Ruhe befindet, frei von Kräften, denn auf alle wirkt die Schwerkraft. Man bezeichnet den Zustand eines Körpers, bei dem die auf ihn wirkenden Kräfte sich gegenseitig aufheben, als Gleichgewicht, insbesondere dann, wenn sich der Körper in Ruhe befindet.

Ein Körper kann unter der Wirkung von zwei Kräften nur dann im Gleichgewicht sein, wenn diese beiden Kräfte gleich groß und entgegengesetzt gerichtet sind und in der gleichen Geraden liegen (§ 33).

Wirken auf einen Körper zwei Kräfte, welche diese Bedingungen nicht erfüllen, so ist zur Herstellung des Gleichgewichtes das Hinzutreten mindestens einer dritten Kraft erforderlich, welche zusammen mit der Resultierenden der beiden ersten Kräfte die vorstehend genannten Bedingungen erfüllt. Es befindet sich ein Körper unter der Wirkung beliebig vieler Kräfte im Gleichgewicht, wenn die Resultierende aller dieser Kräfte den Wert Null hat. Als Beispiele von im Gleichgewicht befindlichen Körpern können wir schon den Knoten der Vorrichtung in Abb. 16 a und die Holzstange zum Befestigen der Massen in Abb. 17 betrachten.

**39. Zwangskräfte.** Wir beobachten häufig, daß sich ein Körper in Ruhe befindet, obgleich es auf den ersten Blick scheinen könnte, daß nur eine einzige Kraft auf ihn wirkt. Bei genauerer Untersuchung zeigt sich jedoch, daß in diesen Fällen stets mindestens noch eine zweite Kraft wirkt, welche der ersten gleich und entgegengesetzt gerichtet ist. Ein auf einem Tisch liegender Gegenstand verbiegt durch seine Schwere die Tischplatte ein wenig. Dadurch tritt in der Platte eine elastische Kraft (§ 92) auf, welche der Schwerkraft gerade gleich, aber nach oben gerichtet ist, sie also aufhebt. Ein an einer Spiralfeder hängender Körper dehnt die Feder, in der dadurch eine den Körper nach oben ziehende Kraft entsteht, die die Schwerkraft aufhebt. Es ist dies ein besonderer Fall des dritten Newtonschen Axioms (§ 36). Wir wollen solche Kräfte, die ihren Ursprung erst der Wirkung einer andern Kraft verdanken, Zwangskräfte nennen und mit  $k_z$  bezeichnen.

**40. Kräftepaar, Drehmoment.** Wir haben in § 33 noch den Spezialfall beiseite gelassen, daß auf einen Körper zwei Kräfte wirken, welche gleich groß und entgegengesetzt gerichtet sind, aber nicht in der gleichen Geraden liegen. Für solche Kräfte gibt es keine Resultierende. Tatsächlich ist auch die Wirkung eines solchen sog. Kräfte paares (auch Drehzwillig genannt) von der Wirkung aller anderen Kräftekonfigurationen grundsätzlich verschieden. Es bewirkt nämlich keine Beschleunigung des Körpers in einer bestimmten Richtung, sondern eine Drehung des Körpers, d. h. eine Änderung seiner Winkelgeschwindigkeit, eine Winkelbeschleunigung (§ 24).

Man bezeichnet das Produkt aus der Größe der Kräfte  $k$  und ihrem senkrechten Abstand  $a$  (Abb. 19a) als das Drehmoment, Drehungsmoment oder statische Moment  $N$  der Kräfte  $k$ .

$$N = k a. \tag{9}$$

Ist ein Körper an einer festen Achse befestigt und wirkt auf ihn von außen her eine Kraft  $k$  in einer zur Achse  $A$  senkrechten Ebene, so tritt stets von selbst in der Achse eine Zwangskraft  $k_z$  auf, welche gleich  $k$  und entgegengesetzt gerichtet ist (Abb. 19b). Eine einzelne, von außen auf einen um eine feste Achse

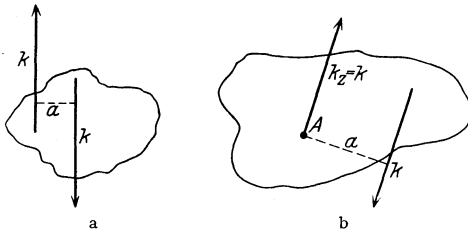


Abb. 19.

a) Kräftepaar, b) Drehmoment, hervorgerufen durch eine in einer festen Achse auftretende Zwangskraft.

oder einen Punkt drehbaren Körper wirkende Kraft hat also infolge der durch sie hervorgerufenen Zwangskraft stets das Auftreten eines Kräftepaars und damit eines Drehmoments  $ka$  zur Folge, wenn  $a$  den senkrechten Abstand der Kraft  $k$  von der Achse bedeutet.

Man kann ein Drehmoment durch einen Vektorpfeil darstellen, dessen Länge gleich der Größe des Drehmoments oder ihr proportional ist, der

auf der Ebene, welche durch die beiden das Drehmoment hervorruhenden Kräfte gebildet wird, senkrecht steht und dessen Spitze nach derjenigen Richtung zeigt, in der sich eine rechtsgängige Schraube vorwärtsbewegen würde, wenn man sie in Richtung des Drehmoments dreht (vgl. die ganz analoge Festsetzung § 24). Die Addition von Drehmomenten erfolgt durch Addition ihrer Vektorpfeile gemäß § 16.

Ein Körper befindet sich unter der Wirkung mehrerer Kräftepaare im Gleichgewicht, wenn die Vektorsumme ihrer Drehmomente den Wert Null hat. Wirken z. B. auf einen Körper zwei Drehmomente, so besteht Gleichgewicht nur dann, wenn die beiden Drehmomente gleiche Größe und entgegengesetzten Drehungssinn haben.

**41. Der Hebel.** Unter einem Hebel versteht man jeden um eine Achse oder einen Punkt drehbaren Körper, auf den mehrere — meistens und mindestens drei — Kräfte wirken, von denen die eine eine im Drehpunkt wirkende Zwangskraft ist. Die Achse oder der Punkt, um den sich der Körper drehen kann, kann eine feste Achse oder ein fester Punkt sein, der bei einer Lagenänderung des Körpers seinen Ort im Körper nicht ändert. Es ist dies aber nicht nötig. Es ist z. B. nicht der Fall beim Brecheisen (Abb. 20), das ein Hebel ist.

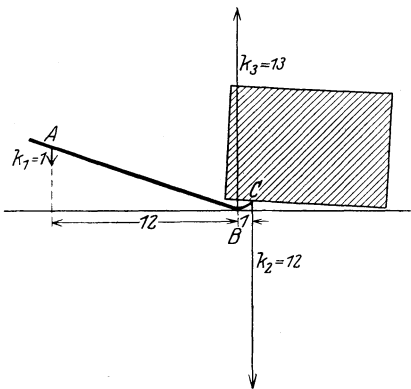


Abb. 20. Schema des Brecheisens.

Auf das Brecheisen wirkt in  $A$  die von außen angreifende Kraft, z. B. eines menschlichen Armes, bei  $B$  und  $C$  greifen die Gegenkräfte an, die durch das Brecheisen überwunden werden sollen.

Als einfachsten idealisierten Fall eines Hebels denken wir uns einen um eine feste Achse in  $A$  drehbaren Körper

(Abb. 21a). Wir lassen an diesem Körper von außen, etwa durch Federn, zwei Kräfte  $k_1$  und  $k_2$  wirken. Diese bewirken nach § 40 das Auftreten einer Zwangs-

kraft  $k_2$  in  $A$ , welche gleich der Resultierenden  $R$  von  $k_1$  und  $k_2$  ist und in der ihr entgegengesetzten Richtung wirkt, im allgemeinen aber nicht auf der gleichen Geraden liegt. Sie bildet daher mit  $R$  ein Kräftepaar, welches den Körper zu drehen sucht.

Ein solcher Hebel ist nur dann im Gleichgewicht, d. h. er gerät nicht in Drehung, wenn kein solches Kräftepaar auftritt, d. h. wenn die in der Achse wirkende Zwangskraft mit der Resultierenden der von außen angreifenden Kräfte auch auf der gleichen Geraden liegt (Abb. 21b). In diesem Falle wirkt auf den Hebel kein Drehmoment, die Drehmomente der beiden Kräfte  $k_1$  und  $k_2$  sind gleich groß und entgegengesetzt gerichtet. Es ist also

$$k_1 a_1 = -k_2 a_2, \text{ oder } k_1 a_1 + k_2 a_2 = 0, \quad (10)$$

wenn  $a_1$  und  $a_2$  die senkrechten Abstände der Achse von den Kräften  $k_1$  und  $k_2$  — die man auch die „Arme“ dieser Kräfte nennt — sind. Ein Hebel ist im Gleichgewicht, wenn die Summe der auf ihn wirkenden Drehmomente gleich Null ist. In dieser Form gilt das Hebelgesetz allgemein, auch wenn mehr als zwei äußere, in der gleichen Ebene liegende Kräfte — außer der Zwangskraft in der Drehachse — auf ihn wirken, also  $\sum k_i a_i = 0$ .

Weiteres über Hebel s. § 79ff.

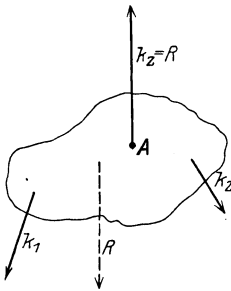


Abb. 21 a. Kräfte am Hebel.

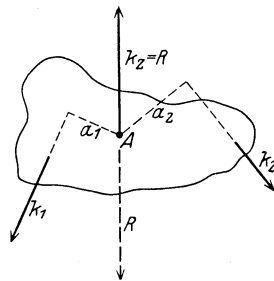


Abb. 21 b. Hebel im Gleichgewicht.

**42. Trägheitsmoment.** Wir betrachten jetzt einen Massenpunkt  $m$ , der durch eine starre, masselose Stange mit einer festen Achse verbunden sei, derart, daß sein senkrechter Abstand von der Achse  $a$  sei, und auf den von außen in einer zur Achse senkrechten Ebene eine Kraft  $k$  wirke. Es tritt dann ein Drehmoment  $N$  gemäß Gl. 9 auf. Es ist  $N = k a = m a \gamma$ , wenn  $\gamma$  die Beschleunigung ist, die der Massenpunkt erfährt. Da sich der Massenpunkt aber nur auf einem Kreise um die Achse bewegen kann, so können wir nach § 24 setzen  $\gamma = a \frac{d\omega}{dt} = a \eta$ , wobei  $\omega$  seine Winkelgeschwindigkeit,  $\eta$  seine Winkelbeschleunigung bedeutet.

Es folgt

$$N = m a^2 \eta = J \eta, \quad (11)$$

wobei

$$J = m a^2. \quad (12)$$

Die durch Gl. 12 definierte Größe  $J$  nennt man das Trägheitsmoment des Massenpunktes  $m$ , bezogen auf eine in der senkrechten Entfernung  $a$  befindliche Achse.

Auch ausgedehnte Körper haben ein Trägheitsmoment, dessen Größe von Richtung und Lage der Achse abhängt. Die Achse kann innerhalb oder außerhalb des Körpers liegen. Dieses Trägheitsmoment eines Körpers ist gleich der algebraischen Summe der Trägheitsmomente seiner Einzelmassen  $m_1, m_2, \dots$ , also

$$J = m_1 a_1^2 + m_2 a_2^2 + \dots = \sum m_i a_i^2,$$

oder in Integralform

$$J = \int a^2 dm. \quad (13)$$

Zur Berechnung dieses Integrals ist es notwendig, daß man die Verteilung der Massenelemente  $dm$  des Körpers als Funktion des Abstandes  $a$  kennt. Die Gl. 11 zwischen  $N$ ,  $J$  und  $\eta$  gilt auch für ausgedehnte Körper. Es ist bemerkenswert, daß sie dem zweiten NEWTONSchen Axiom formal völlig gleicht, denn nach Gl. 11 ist das Drehmoment gleich Trägheitsmoment mal Winkelbeschleunigung. Es tritt also formal das Drehmoment an die Stelle der Kraft, das Trägheitsmoment an die Stelle der Masse und die Winkelbeschleunigung an die der gewöhnlichen Beschleunigung. Tatsächlich handelt es sich ja auch nur um eine Umformung des zweiten NEWTONSchen Axioms.

Es sei das Trägheitsmoment, bezogen auf eine durch den Schwerpunkt des Körpers (§ 66) gehende Achse, gleich  $J_0$ . Dann ist das Trägheitsmoment bezüglich irgendeiner anderen zu dieser Achse parallelen Achse

$$J = J_0 + ma^2, \quad (14)$$

wobei  $m$  die Gesamtmasse des Körpers und  $a$  den Abstand der Achse von den ihr parallelen, durch den Schwerpunkt gehenden Geraden bedeutet (Satz von STEINER).

Es sei  $P$  irgendein innerhalb oder außerhalb eines Körpers gelegener Punkt. Trägt man von diesem Punkt aus auf jeder durch ihn hindurchgehenden Geraden Strecken ab, welche  $1/\sqrt{J}$  proportional sind, wobei  $J$  das Trägheitsmoment des Körpers bezüglich einer in der betreffenden Geraden gelegenen Achse bedeutet, so liegen die Endpunkte dieser Strecken auf der Oberfläche eines Ellipsoids, des sog. Trägheitsellipsoids bezüglich des Punktes  $P$ , dessen Mittelpunkt in  $P$  liegt. Dieses hat natürlich je nach der Wahl des Punktes  $P$  verschiedene Größe, Gestalt und Achsenrichtungen. Die drei Achsen des Trägheitsellipsoids heißen die Hauptträgheitsachsen, die in ihre Richtung fallenden Trägheitsmomente die Hauptträgheitsmomente.

Das Trägheitsmoment einer homogenen, d. h. gleichmäßig mit Masse erfüllten Vollkugel von der Masse  $m$  und dem Radius  $r$  bezüglich einer durch ihren Mittelpunkt (Schwerpunkt) gehenden Achse beträgt  $J = \frac{2}{5} mr^2$ .

**43. Kreisbewegung. Zentripetalkraft und Zentrifugalkraft.** Ein Körper von der Masse  $m$  bewege sich mit konstanter Geschwindigkeit  $v$  auf einem Kreise vom Radius  $r$  um einen festen Punkt. Das kann z. B. so geschehen, daß er in dieser Entfernung durch einen im Drehungszentrum befestigten Faden oder eine Stange festgehalten wird. Seine Winkelgeschwindigkeit sei  $\omega$ . Die Geschwindigkeit in seiner Bahn ist dann gemäß Gl. 11, § 24  $v = r\omega$ . Eine krummlinige Bewegung ist gemäß der in § 23 gegebenen Definition der beschleunigten Bewegung auch bei konstanter Bahngeschwindigkeit eine beschleunigte Bewegung.

Nach § 25 sind die Beschleunigungen in Richtung der beiden zueinander senkrechten Koordinatenachsen (Abb. 22a)

$$\gamma_x = -\omega^2 x \quad \text{und} \quad \gamma_y = -\omega^2 y. \quad (15)$$

Die Gesamtbeschleunigung ist, da die Vektoren  $\gamma_x$  und  $\gamma_y$  aufeinander senkrecht stehen,

$$\gamma = \sqrt{\gamma_x^2 + \gamma_y^2} = -\omega^2 \sqrt{x^2 + y^2} = -\omega^2 r. \quad (16)$$

Auf die Masse  $m$  wirkt daher eine Kraft

$$k = m\gamma = -mr\omega^2 = -\frac{mv^2}{r}. \quad (17)$$

Diese Kraft ist auf das Zentrum der Kreisbewegung hin gerichtet, da nach Gl. 15  $\gamma_x:\gamma_y = x:y$ . Es ist das diejenige Kraft, die den Körper zwingt, auf einer Kreisbahn zu laufen, also z. B. die Spannung in einem ihn haltenden Faden. Sie kann z. B. mit Hilfe einer eingeschalteten Feder leicht gemessen werden. Man bezeichnet diese Kraft als Zentripetalkraft. Es ist aber wohl zu beachten, daß es sich hier nicht um eine einer Kreisbewegung eigentümliche besondere Art von Kraft handelt, sondern daß damit lediglich diejenige Kraft bezeichnet wird, die jeweils den umlaufenden Körper in Richtung auf das Drehungszentrum hinzieht. Das können die elastischen Kräfte in einer Stange, einer Feder oder einem gespannten Faden sein, oder auch die Schwerkraft oder elektrische oder magnetische Kräfte. Diese Zentripetalkraft hat ihren Ausgangspunkt im Drehungszentrum. Wirkt vom Drehungszentrum aus eine Kraft  $k$  auf die Masse  $m$ , so muß aber nach dem dritten NEWTONSchen Axiom (§ 36) auch eine gleich große, entgegengesetzt gerichtete Kraft von der Masse  $m$  aus auf das Drehungszentrum wirken. Die rotierende Masse  $m$

sucht also das Drehungszentrum mit einer Kraft  $mr\omega^2$  radial nach außen zu ziehen. Es ist dies die Kraft, die wir z. B. fühlen, wenn wir einen Stein an einem Faden im Kreise herumschleudern. Sie erweckt in uns den Eindruck, als wirke von der rotierenden Masse her eine Kraft auf unsere Hand, in dem Sinne, als habe der Körper das Bestreben, sich in radialer Richtung fortzubewegen. Tatsächlich handelt es sich nur um die Gegenwirkung der Trägheit des rotierenden Körpers gegen die Wirkung der von der Hand auf ihn ausgeübten Kraft, nicht, wie es den Anschein haben könnte, um eine von der Rotation herrührende, auf den rotierenden Körper in radialer Richtung wirkende Kraft, welche durch ihn auf das Zentrum übertragen wird. Wäre letzteres der Fall, so müßte der rotierende Körper, wenn wir etwa den ihn haltenden Faden durchschneiden oder plötzlich loslassen, unter der vereinigten Wirkung seiner Trägheit und dieser Kraft — nach Aufhören der Zentripetalkraft —, eine radial nach außen gerichtete Bahn beschreiben, während er tatsächlich, sobald er freigelassen wird (bei Abwesenheit anderer Kräfte, z. B. der Schwerkraft), gemäß dem ersten NEWTONSchen Axiom mit konstanter Geschwindigkeit  $v = r\omega$  geradlinig, also tangential zu seiner vorherigen Bahn, fortfliegt. Diese sog. Zentrifugalkraft  $+mr\omega^2$  greift also tatsächlich nicht an dem rotierenden Körper an, sondern geht infolge seiner Trägheit von ihm aus und greift am Drehungszentrum an (Abb. 22b). Sie ist nichts anderes als die gemäß dem dritten NEWTONSchen Axiom auftretende Gegenwirkung gegen die den Körper nach der Drehungsachse hin ziehende Zentripetalkraft.

Der tatsächliche Vorgang bei der Rotation ist in Abb. 22c grob schematisch dargestellt. Zur Zeit  $t$  befindet sich der rotierende Körper im Punkte A. Ohne die Wirkung der Zentripetalkraft würde er sich vermöge seiner Geschwindigkeit  $v = r\omega$  in der Zeit  $dt$  geradlinig bis zum Punkte B bewegt haben. Durch die Zentripetalkraft erfährt er jedoch eine zu  $v$  senkrechte Beschleunigung, die ihm während der Zeit  $dt$  eine durchschnittliche Geschwindigkeit  $v_r$  erteilt. Un-

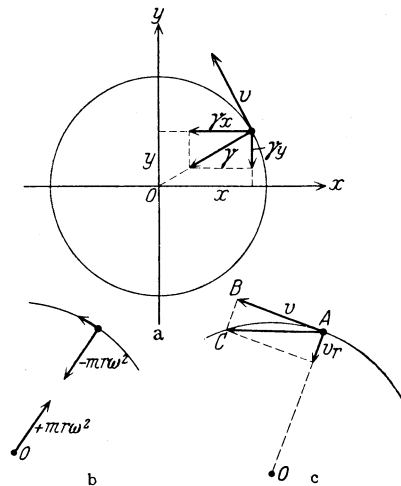


Abb. 22. Zur Ableitung der Zentrifugalkraft.

ter der vereinigten Wirkung dieser beiden Geschwindigkeiten gelangt er in der Zeit  $dt$  zum Punkte  $C$  auf der Kreisbahn. Die Abbildung kann von dem Vorgang nur ein rohes Bild geben, da ja tatsächlich die Richtung von  $v_r$  längs des Kreisbogens  $AC$  ständig wechselt. Man muß sich daher den Vorgang auf ein unendlich kleines Stück des Kreisbogens übertragen denken. Dann werden auch die beiden Vektorpfeile  $AB = AC = v$  einander tatsächlich gleich, d. h. die Geschwindigkeit  $v$  bleibt konstant trotz der fortgesetzt erfolgenden (aber senkrecht zur Bahnrichtung gerichteten) Beschleunigungen (vgl. § 23, Abb. 10).

Die bei der Rotation auftretende Zentrifugalkraft beträgt demnach

$$k = m r \omega^2 = \frac{m v^2}{r} \quad (18)$$

Es wird häufig davon gesprochen, daß sich bei der Rotation Zentrifugalkraft und Zentripetalkraft das Gleichgewicht halten. Das ist richtig. Man beachte aber, daß dieses Gleichgewicht nicht den rotierenden Körper betrifft, sondern den Körper (Stange, Faden), der ihn mit dem Drehungszentrum verbindet.

Das hier Gesagte gilt für jede krummlinige Bewegung. Die Größe der Zentrifugalkraft in irgendeinem Punkte einer gekrümmten Bahn berechnet man aus Gl. 18, indem man für  $r$  den Krümmungsradius der Bahn in jenem Punkte einsetzt.

Das Auftreten der Zentrifugalkraft ist also eine Folge der Trägheit des rotierenden Körpers, der der Beschleunigung in radialer Richtung einen Trägheitswiderstand (§ 32) entgegensetzt. (Nach der allgemeinen Relativitätstheorie rührt die Trägheit der Körper von der Anwesenheit anderer Massen im Weltraum her. Ohne diese würden alle Trägheitswirkungen, also auch die Zentrifugalkraft, fehlen.)

**44. Die Zentrifugalkraft, vom rotierenden System aus beurteilt.** In § 43 haben wir die Kräfteverhältnisse an einem rotierenden Körper so dargestellt, wie sie einem Beobachter erscheinen, der sich außerhalb des rotierenden Systems in Ruhe befindet. Jetzt wollen wir uns in die Lage eines Beobachters versetzen, der zugleich mit dem betrachteten Körper mit gleicher Winkelgeschwindigkeit um die gleiche Achse rotiert. In dieser Lage befinden wir uns ja z. B. selbst, wenn wir die Wirkungen der Erdrotation betrachten. Als einfaches Beispiel denken wir uns eine um eine zentrale Achse rotierende Kreisscheibe, in deren Mittelpunkt sich der mitrotierende Beobachter befinde. Während ein außerhalb der Scheibe befindlicher Beobachter die Vorgänge auf der rotierenden Scheibe auf ein außerhalb der Scheibe ruhendes Koordinatensystem beziehen wird, wird der mitrotierende Beobachter sie auf ein Koordinatensystem beziehen, das mit dem rotierenden System fest verbunden ist, auf der Erde also z. B. auf das übliche Gradnetz. Hieraus ergibt sich eine grundsätzlich verschiedene Betrachtungsweise der beiden Beobachter. Die des ruhenden Beobachters haben wir in § 43 auseinandergesetzt. Für diesen erfahren sämtliche dem rotierenden System angehörenden Körper — sofern sie sich auf der Scheibe in Ruhe befinden — eben weil sie rotieren, dauernde Beschleunigungen unter der Wirkung der Zentripetalkräfte, befinden sich also nicht im Gleichgewicht. Für den mitrotierenden Beobachter aber befinden sich alle Körper, die sich gegenüber der rotierenden Scheibe nicht bewegen, in Ruhe, sie ändern ihre Orte in dem mitrotierenden Koordinatensystem nicht. Und da sie ruhen, so befinden sie sich für diesen Beobachter im Gleichgewicht. Nun bemerkt aber der mitrotierende Beobachter sehr wohl, daß es für jeden solchen Körper einer in Richtung auf die Drehungsachse wirkenden Kraft bedarf, also einer Zentripetalkraft, damit der Körper wirklich in Ruhe



verharrt, andernfalls bewegt er sich sofort auf den Außenrand der Scheibe hin. Und zwar ist die beschleunigte Bewegung, in der die Körper ohne die Wirkung der Zentripetalkraft geraten würde, für den mitrotierenden Beobachter gar nicht anders zu deuten, als daß es sich dabei um die Wirkung einer Kraft handelt, die an den rotierenden Körpern selbst angreift und diese radial nach außen zu treiben sucht. Und diese Kraft wird er mit weit mehr Recht, als ein außerhalb des Systems ruhender Beobachter als Zentrifugalkraft bezeichnen; denn von seinem Standpunkt aus treibt sie die rotierenden Körper radial vom Drehungszentrum fort. (Letzteres ist für ihn übrigens nur als der Schnittpunkt sämtlicher Zentripetalkräfte gekennzeichnet.)

Wenn wir daher die Standpunkte der beiden Beobachter noch einmal kurz zusammenfassen, so ergibt sich:

Für den ruhenden Beobachter ist das rotierende System und die zu ihm gehörigen und relativ zu ihm ruhenden Körper nicht im Gleichgewicht. Die Rotation seiner Bestandteile wird durch die an jedem einzelnen dieser Bestandteile angreifende Zentripetalkraft aufrechterhalten, die ihnen fortgesetzte Beschleunigungen in radialer Richtung erteilt. Die Zentrifugalkraft ist die Gegenwirkung der rotierenden Massen gegen die beschleunigende Wirkung der Zentripetalkraft gemäß dem 3. Newtonschen Axiom (§ 36), also eine Trägheitskraft.

Für den mitrotierenden Beobachter befinden sich alle relativ zum rotierenden System in Ruhe befindlichen, also mitrotierenden Körper im Gleichgewicht. Er beobachtet aber, daß innerhalb seines Systems überall eine Kraftwirkung auftritt, die alle mitrotierenden Körper radial nach außen zu treiben sucht, und die den Massen der Körper und ihrem Abstände von einer bestimmten Geraden (der Drehungsachse) proportional ist ( $k = m r \omega^2$ ). Für ihn greift also die Zentrifugalkraft an den mitrotierenden Körpern selbst an. Die Zentripetalkraft ist dazu notwendig, um der Zentrifugalkraft das Gleichgewicht zu halten, also zu verhindern, daß sie die zum System gehörigen Körper in beschleunigte radiale Bewegung versetzt.

Daß für den mitrotierenden Beobachter die Zentrifugalkraft tatsächlich den Charakter einer Kraft im eigentlichen Sinne hat, wird noch durch folgende Überlegung besonders deutlich. Abb. 23 stelle eine um den Punkt  $o$  mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  rotierende Scheibe dar, an deren Rande in  $B$  sich eine Masse befinde, die dort zunächst durch eine Zentripetalkraft festgehalten werde. Sie bewegt sich daher anfänglich mit der Geschwindigkeit  $v = r \omega$  auf einem Kreise vom Radius  $r$ . Zur Zeit  $t = 0$  höre die Zentripetalkraft auf zu wirken, so daß die Masse sich nunmehr, von außerhalb des Systems her beurteilt, infolge ihrer Trägheit mit der Geschwindigkeit  $v$  in tangentialer Richtung von der Scheibe fortbewege. Sie hat dann nach der Zeit  $t$  die Strecke  $vt$  in dieser Richtung zurückgelegt, und ihr Abstand vom Drehungszentrum hat sich von  $r$  auf

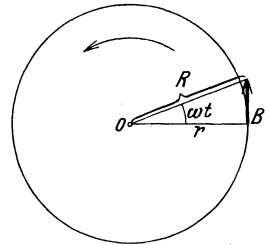


Abb. 23. Zur Zentrifugalkraft.

$$R = \sqrt{r^2 + v^2 t^2}$$

vergrößert. Durch zweimaliges Differenzieren erhalten wir die Beschleunigung, mit der  $R$  wächst,

$$\frac{dR}{dt} = \frac{v^2 t}{\sqrt{r^2 + v^2 t^2}}, \quad \frac{d^2 R}{dt^2} = \frac{v^2 r^2}{(r^2 + v^2 t^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Für den Zeitpunkt  $t = 0$ , in dem sich die Masse von dem Rande der Scheibe fortzubewegen begann, erhalten wir aus dieser Gleichung ihre Anfangsbeschleu-

nigung  $\gamma$ , d. h. die Beschleunigung, die sie erfuhr, als sie sich im Abstände  $r$  vom Drehungszentrum befand. Es ergibt sich, indem wir  $t = 0$  setzen,

$$\gamma = \left( \frac{d^2 R}{dt^2} \right)_{t=0} = \frac{v^2}{r} = r\omega^2.$$

Hieraus folgt für die auf die Masse  $m$  wirkende Kraft  $k = m\gamma$

$$k = mr\omega^2,$$

also der richtige Ausdruck für die Zentrifugalkraft.

Man wird geneigt sein, rein gedanklich den Standpunkt des ruhenden Beobachters, wie er in § 43 dargestellt wurde, vorzuziehen. Tatsächlich aber kommt man, wenn man sich auf den hier geschilderten Standpunkt eines mitrotierenden Beobachters stellt, genau zum gleichen Ergebnis bezüglich der in der Natur eintretenden Vorgänge. Insofern sind beide Standpunkte gleichberechtigt. Und man wird jeweils denjenigen von ihnen anwenden, der für den gerade vorliegenden Fall der bequemere ist. Wir werden noch an mehreren Beispielen sehen, daß das sehr häufig der Standpunkt des mitrotierenden Beobachters ist.

**45. Beispiele für die Trägheitskräfte rotierender Massen.** Die beim Herumschleudern eines Körpers an einer Schnur auftretende Zentrifugalkraft kann man in der Hand unmittelbar fühlen. Einige technische Anwendungen werden in § 90 besprochen werden.

Zur Anstellung von Versuchen über die Zentrifugalkraft bedient man sich zweckmäßig einer sog. Zentrifugalmaschine, bei der eine vertikale Achse, auf der die zu untersuchenden Körper befestigt werden, in schnelle Rotation versetzt werden kann. Es seien als Beispiele folgende Versuche erwähnt.

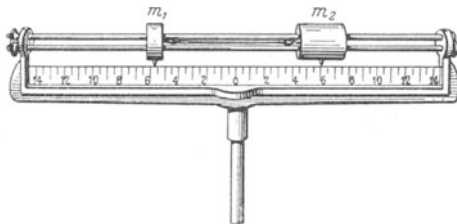


Abb. 24. Zur Zentrifugalkraft.

1. Auf zwei glatten, horizontalen Stangen (Abb. 24) sind leicht verschiebbar zwei durch eine Schnur verbundene Massen  $m_1$  und  $m_2$  angebracht. Die bei Rotation von der Masse  $m_1$  ausgehende Zentrifugalkraft wird durch die Schnur auf die Masse  $m_2$  übertragen und umgekehrt (Standpunkt eines außerhalb des rotierenden Systems befindlichen Beobachters). Die auf die beiden Massen wirkenden Zentripetalkräfte (der Zug

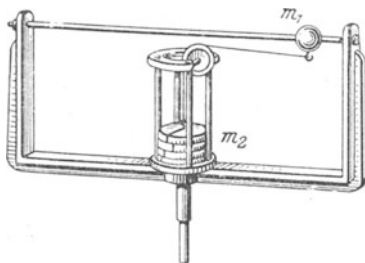


Abb. 25. Zur Zentrifugalkraft.

in der gespannten Schnur) sind einander stets gleich und entgegengesetzt gerichtet, heben sich also gegenseitig auf. Das aus den zwei Massen und der Schnur bestehende System setzt sich in Richtung der größeren Zentrifugalkraft in Bewegung. Seien  $r_1$  und  $r_2$  die Abstände der beiden Massen vom Drehungszentrum, und sei z. B.  $m_1 r_1 \omega^2 < m_2 r_2 \omega^2$ , so zieht die Masse  $m_2$  die Masse  $m_1$  zu sich hinüber. Je mehr dies geschieht, um so mehr überwiegt  $m_2 r_2 \omega^2$  über  $m_1 r_1 \omega^2$ , und die Massen schlagen heftig an die die Stangen auf der Seite von  $m_2$  begrenzende Backe.

2. Bei dem in Abb. 25 dargestellten Apparat vermag die kleinere Masse  $m_1$  die größere Masse  $m_2$  zu heben, wenn der Apparat so schnell rotiert, daß die von  $m_1$  aus durch Vermittlung der Schnur auf  $m_2$  wirkende Zentrifugalkraft größer wird als die auf  $m_2$  wirkende Schwerkraft. Ist die Masse  $m_2$  einmal gehoben, so beachte man, daß sie erst bei einer kleineren

Rotationsgeschwindigkeit, als zu ihrer Hebung erforderlich war, wieder herabfällt. Der Abstand  $r_1$  der Masse  $m_1$  von der Achse ist bei der Hebung von  $m_2$  größer geworden und damit auch die von ihr ausgehende Zentrifugalkraft.

3. Der aus federnden Metallbändern hergestellte Apparat (Abb. 26) wird oft als Erdmodell bezeichnet, weil er sich, wie die Erde, bei Rotation abplattet. Der Vergleich ist insofern ein äußerlicher, als die Zentripetalkräfte in beiden Fällen ganz verschiedener Art sind. Die Wirkung der Rotation besteht darin, daß die von den äußeren Teilen der Bänder ausgehende Zentrifugalkraft die der Achse nahen Teile nach der Mitte zu zieht, bis durch die dabei eintretende Durchbiegung elastische Kräfte von solcher Größe auftreten, daß zwischen ihnen und der Zentrifugalkraft Gleichgewicht besteht.

4. Ein sehr lehrreicher Fall ist der in Abb. 27a dargestellte sog. Zentrifugalregulator, der aus zwei gleichen Massen besteht, die sich an den Enden zweier, um die Spitze des Apparats vertikal drehbarer Stangen befinden. Je schneller der Apparat rotiert, um so höher heben sich die Massen.

Wir betrachten die Verhältnisse zunächst vom Standpunkt eines außerhalb des rotierenden Systems ruhenden Beobachters (§ 43). Auf die Masse  $m$  (Abb. 27b) wirken zwei Kräfte, die Schwerkraft  $k_1$  und der in der Stange  $l$  auftretende Zug (Zwangskraft, § 39)  $k_2$ . Eine gleichförmige Rotation findet dann statt, wenn die Resultierende  $k$  dieser beiden Kräfte gerade die zur Rotation auf einem Kreise  $r = l \sin \alpha$  nötige Zentripetalkraft  $m l \omega^2 \sin \alpha$  liefert. Man liest aus der Abb. 27b ab, daß das der Fall ist, wenn  $k = k_1 \operatorname{tg} \alpha$ . Es folgt  $k_1 \operatorname{tg} \alpha = m l \omega^2 \sin \alpha$  oder

$$\cos \alpha = \frac{k_1}{m l \omega^2}.$$

Wenn wir den gleichen Fall vom Standpunkt eines mitrotierenden Beobachters (§ 44) betrachten, so kommt zu den Kräften  $k_1$  und  $k_2$  noch die der Zentripetalkraft gleiche, aber entgegengesetzt gerichtete Zentrifugalkraft  $k'$  als an der Masse  $m$  wirkende Kraft hinzu (Abb. 27c). Die beiden Betrachtungsweisen unterscheiden



Abb. 26. Sog. Erdmodell.

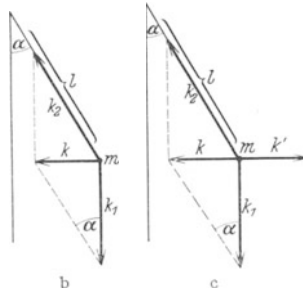
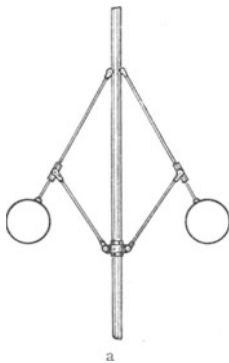


Abb. 27. Zentrifugalregulator.



Abb. 28. Sog. Zentrifugieren von Quecksilber und Wasser.

sich dadurch, daß vom ersten Standpunkt aus die an der Masse  $m$  angreifenden Kräfte  $k_1$  und  $k_2$  nicht miteinander im Gleichgewicht sind, sondern eine Resultierende,  $k$ , haben, während vom zweiten Standpunkt aus die drei angreifenden Kräfte  $k_1$ ,  $k_2$  und  $k'$  miteinander im Gleichgewicht sind.

Der Zentrifugalregulator dient in der Technik zum Regulieren des Ganges von Dampfmaschinen. Die beweglichen Massen stehen in Verbindung mit

einem Hebelwerk, welches den Dampfstrom zur Maschine je nach dem Grad der Hebung der Massen regelt.

5. Befindet sich in dem in Abb. 28 dargestellten Gefäß eine Flüssigkeit, so bewegt sie sich bei Rotation nach außen, bei hinreichend schneller Rotation bis in die Wölbung des Gefäßes. Sind zwei verschieden schwere, also auch verschieden träge Flüssigkeiten gleichzeitig vorhanden, z. B. Wasser und Quecksilber, so nimmt die trägere Flüssigkeit, also das Quecksilber, den äußeren Platz ein. Denn es verdrängt wegen seiner größeren Trägheit das Wasser.

**46. Arbeit und Energie.** Arbeit leisten bedeutet für den Menschen jede Tätigkeit, die mit der Anwendung von Muskelkraft verbunden ist, z. B. das Heben eines Körpers vom Erdboden auf einen Tisch. Mit dieser Tätigkeit wäre eine Arbeit nicht verbunden, wenn der Körper nicht durch die Schwere nach unten gezogen würde (außer derjenigen Arbeit, die man braucht, um den Körper gegen seine Trägheit in Bewegung zu setzen, die man aber wieder gewinnt, wenn man den Körper wieder zur Ruhe bringt. Man kann sich auch die Bewegung des Körpers unendlich langsam vorgenommen denken, so daß eine Beschleunigungsarbeit [§ 47] von endlicher Größe nicht zu leisten ist). Um den Körper um eine bestimmte Strecke senkrecht emporzuheben, ist es notwendig, erstens eine Kraft aufzuwenden, um den Körper gegen die ihn nach der andern Seite ziehende Schwerkraft festzuhalten, diese also aufzuheben, und zweitens den Körper längs der genannten Strecke gegen die Schwerkraft zu bewegen. Wir sagen, daß wir eine um so größere Arbeit geleistet haben, je größer die dazu nötige Kraft ist und je länger der Weg ist, längs dessen diese Kraft wirken mußte. Ganz das gleiche gilt, wenn es sich nicht um die Schwerkraft, sondern um irgendeine andere Kraft handelt, z. B. um das Spannen einer Feder gegen die Wirkung der Federkraft. Man mißt daher jede mechanische Arbeit unmittelbar durch das Produkt aus Kraft und Weg.

$$\text{Arbeit} = \text{Kraft} \times \text{Weg}.$$

Dabei darf aber nur diejenige Komponente der Kraft in Rechnung gesetzt werden, die tatsächlich bei der Ausführung der betreffenden Arbeit wirksam geworden ist. Das ist diejenige, welche in der Richtung des Weges liegt, während eine Kraftkomponente senkrecht zur Wegrichtung unwirksam bleibt, als sei sie nicht vorhanden (vgl. § 64). Es ist daher die geleistete Arbeit gleich dem Produkt aus der in der Richtung des Weges liegenden Kraftkomponente  $k_s$  und dem Weg  $s$ .

$$A = k_s s, \quad (19)$$

also wenn Kraft und Weg den Winkel  $\varphi$  miteinander bilden,

$$A = k \cdot s \cdot \cos \varphi. \quad (20)$$

Man kann, indem man in Gl. 20  $s \cos \varphi$  zusammenfaßt, auch sagen: Arbeit = Kraft  $\times$  Wegkomponente in der Krafrichtung.

Ändert sich die Kraft  $k$  längs des Weges  $s$ , so ist die geleistete Arbeit durch Integration über die einzelnen Wegelemente  $ds$  zu berechnen,

$$A = \int k ds \cos \varphi. \quad (21)$$

Die Arbeit ist das Wegintegral der Kraft.

Gleichbedeutend mit dem Begriff Arbeit ist der Begriff Energie (eingeführt von D'ALEMBERT 1785 und YOUNG 1807). Ob man im Einzelfalle den einen oder anderen Ausdruck braucht, ist Sache der Gewohnheit. Man spricht meist von der Arbeit, die an einem Körper geleistet wird, und

von der Energie, die infolgedessen auf den Körper übergegangen ist. Wird an einem Körper Arbeit geleistet, so ändert sich dabei seine Energie um einen Betrag, der gleich der geleisteten Arbeit ist (§ 48).

Beispiele für das oben Gesagte umgeben uns ringsum. Ein ganz besonders häufiger Fall ist die bereits behandelte Arbeitsleistung gegen die Schwere. Ein anderer sehr großer Teil der im täglichen Leben geleisteten Arbeit dient zur Überwindung von Reibung, z. B. besteht hierin der größte Teil des Arbeitsaufwandes bei den meisten Transportmitteln.

Der Mensch empfindet es auch als eine Arbeit, wenn er z. B. einen schweren Körper längere Zeit ruhig halten muß, obgleich nach der obigen Definition an einem ruhenden Körper keine Arbeit geleistet wird. Dies hängt mit den sehr komplizierten physiologischen Vorgängen im menschlichen Körper zusammen und bedeutet, wie hier nicht näher erörtert werden kann, keinen Widerspruch gegen die Definition.

Die wissenschaftliche Einheit der Arbeit oder Energie ist 1 erg. Das ist diejenige Arbeit, die geleistet wird, wenn das Produkt  $k_s s = 1$  ist, also z. B. bei einer Verschiebung eines Körpers um 1 cm unter der Wirkung einer Kraft von 1 dyn. Vom erg ist abgeleitet das Joule (Wattsekunde) =  $10^7$  erg. In der Technik dient als Arbeits- oder Energieeinheit meist — dem technischen Maßsystem (§ 31) entsprechend — das Meterkilogramm (mkg), d. i. die Arbeit, die bei der senkrechten Hebung von 1 kg um 1 m geleistet wird. Es ist  $1 \text{ mkg} = 9,81 \cdot 10^7 \text{ erg}$  (vgl. § 60).

**47. Beschleunigungsarbeit.** Arbeit ist auch zu leisten, wenn die Größe der Geschwindigkeit eines Körpers geändert wird, die sog. Beschleunigungsarbeit. Denn es bedarf dazu eines Aufwandes an Kraft, und diese Kraft muß längs einer gewissen Strecke wirken, damit eine endliche Geschwindigkeitsänderung erzielt wird. Es ist also zur Leistung einer bestimmten Beschleunigungsarbeit die Wirkung einer Kraft längs eines bestimmten Weges nötig. Daß zur Beschleunigung eines Körpers ein Kraftaufwand erforderlich ist, hängt nach dem Trägheitssatz damit zusammen, daß jeder Körper einer Beschleunigung einen Widerstand entgegensetzt. Nach § 32 hat dieser Trägheitswiderstand die Größe  $m\gamma$ . Er ist um so größer, je größer die Masse  $m$  und je größer die Beschleunigung  $\gamma$  ist. Ferner ist die an dem Körper geleistete Beschleunigungsarbeit gleich dem Produkt aus der wirksamen Komponente der angreifenden Kraft und dem Wege, längs dessen der Körper während der Wirkung der Kraft verschoben wurde, entsprechend Gl. 20. Ist  $dA$  die während des Durchlaufens der Strecke  $ds$  von der Kraft  $k$  an der Masse  $m$  geleistete Arbeit, so ist

$$dA = k ds = m\gamma ds = m \frac{dv}{dt} ds = m \frac{ds}{dt} dv = m v dv, \quad (22)$$

da  $\gamma = dv/dt$  und  $v = ds/dt$  ist.

Wird nur die Richtung, aber nicht die Größe der Geschwindigkeit eines Körpers geändert, so ist dazu nach dem ersten NEWTONschen Axiom (§ 27) zwar die Wirkung einer Kraft erforderlich, aber diese Kraft leistet keine Arbeit, da die Geschwindigkeit konstant bleibt. Ein solcher Fall liegt z. B. bei einer gleichförmigen Kreisbewegung vor. Die richtungsändernde Kraft wirkt in diesem Falle stets senkrecht zur jeweiligen Bewegungsrichtung. Eine Zentripetalkraft (§ 44) leistet daher bei der gleichförmigen Kreisbewegung keine Arbeit.

Jeder Körper, dessen Geschwindigkeit sich verringert, gibt Energie ab und leistet Arbeit. Man kann z. B. einen Körper dadurch verlangsamen (negativ beschleunigen), daß man ihn gegen eine Feder laufen läßt, die dabei zusammengedrückt wird (Puffer der Eisenbahnen). Der bewegte Körper leistet

dann die Arbeit der Zusammendrückung der Feder und verliert seine Geschwindigkeit. Ein Hammer treibt einen Nagel in Holz, eine Axt zertrümmert einen Gegenstand — alles Vorgänge, die mit Arbeitsaufwand verbunden sind — und kommt dabei von der Bewegung zur Ruhe. Es wird in diesen Fällen also Arbeit aus der Bewegung gewonnen, während bei der positiven Beschleunigung zur Erzeugung von Bewegung Arbeit aufgewendet werden muß.

**48. Der Satz von der Erhaltung der Energie oder Arbeit.** Versuche, bei denen die Reibung bis zur äußersten möglichen Grenze ausgeschaltet wird (damit keine Arbeit zu ihrer Überwindung aufgewendet zu werden braucht), zeigen, daß man durch Verminderung der Geschwindigkeit eines Körpers genau den gleichen Betrag an Arbeit wieder gewinnt, wie vorher notwendig gewesen ist, um dem Körper den jetzt wieder verlorenen Betrag an Geschwindigkeit zu erteilen. Bringt man also einen Körper aus der Ruhe auf die Geschwindigkeit  $v$  unter Leistung der dazu nötigen Arbeit  $A$ , so ist diese Arbeit (wenn wir zunächst alle reibungsartigen Vorgänge außer acht lassen), nicht verloren. Man kann sie jeden Augenblick aus der Bewegung des Körpers wieder gewinnen, indem man den Körper mittels einer geeigneten Vorrichtung wieder zur Ruhe bringt. Dabei geht dann die Energie des bewegten Körpers auf diese Vorrichtung über und steht dort unter Umständen wieder zu neuer Arbeitsleistung zur Verfügung.

Ganz allgemein gilt der Satz: Arbeit oder Energie kann nicht verloren gehen, sie kann aber auch nicht aus nichts entstehen. (Satz von der Erhaltung der Energie oder Energieprinzip).

Dieser Satz ist hier zunächst nur für rein mechanische Arbeit aufgestellt. ROBERT MAYER, JAMES PRESCOTT, JOULE, HERMANN HELMHOLTZ und andere dehnten ihn auf das Gesamtgebiet der Physik aus. (Auf Grund der damals, 1847, noch nicht klaren Terminologie nannte HELMHOLTZ das Gesetz den Satz von der Erhaltung der Kraft. Selbstverständlich gilt für Kräfte kein Erhaltungssatz.) Wie der Begriff der Energie auf den andern Gebieten der Physik zu definieren ist, wird von Fall zu Fall erörtert werden.

Die in dem Satz von der Erhaltung der Energie niedergelegte und immer wieder bestätigte Erkenntnis hat ein Jahrhunderte altes Streben der Menschheit seines praktischen Sinnes beraubt, nämlich den Versuch, ein sog. „perpetuum mobile“ zu konstruieren. Ein solches sollte nicht etwa, wie sein Name eigentlich besagt, eine Vorrichtung sein, die ohne äußeren Antrieb ewig läuft (das wäre bei völliger Ausschaltung der Reibung durchaus möglich; vgl. die völlig reibungslose Bewegung der Planeten), sondern eine Maschine, welche ohne äußere Energiezufuhr dauernd Arbeit leistet, also Energie aus nichts schafft, Arbeit „umsonst“ liefert. Das ist nach dem Satz von der Erhaltung der Energie unmöglich. Man kann ihn daher auch als den Satz von der Unmöglichkeit eines perpetuum mobile bezeichnen. (Das Reichspatentamt nimmt Patentanmeldungen, welche ein angebliches perpetuum mobile betreffen, nicht mehr an.)

Da wir, wie in § 6 erwähnt, berechtigt sind, anzunehmen, daß die physikalischen Gesetzmäßigkeiten im ganzen Weltall die gleichen sind, so folgt aus der Tatsache, daß Energie nirgends in der Welt je aus nichts entstehen oder verlorengehen kann, daß der Gesamtvorrat des Weltalls an Energie unveränderlich ist. Es ändert sich nur die Form, in der die Energie in Erscheinung tritt (Bewegungsenergie, elektrische, magnetische, Schwereenergie, Wärmeenergie usw.). Das Energieprinzip ist wieder einer der fundamentalen Erhaltungssätze der Physik.

**49. Energie der Bewegung oder kinetische Energie.** Bei der Beschleunigung eines Körpers wird die hierzu aufgewendete Arbeit auf den bewegten Kör-

per übertragen. Sie ist gemäß dem Energieprinzip nicht verschwunden, sondern nur in eine andere Form übergegangen, in dem bewegten Körper sozusagen aufgespeichert, und kann sich, bei Aufhören der Bewegung, wieder in ihre alte (oder eine andere) Form verwandeln (gespannte Feder beschleunigt einen Körper, dieser spannt bei Bremsung wieder eine gleiche Feder). Wir müssen daher sagen, daß die Energie während der Dauer der Bewegung in dem bewegten Körper enthalten ist, eben in Gestalt seiner Bewegung. Ein bewegter Körper besitzt kinetische Energie oder Energie der Bewegung. Die Größe dieser Energie muß sich durch seine Masse und durch seine Geschwindigkeit ausdrücken lassen. Durch Integration von Gl. (22) finden wir

$$A = \int_0^v m v \, dv = \frac{1}{2} m v^2. \quad (23)$$

Die kinetische Energie einer mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegten Masse  $m$  beträgt also  $\frac{1}{2} m v^2$ .

Differentiert man die kinetische Energie nach der Geschwindigkeit  $v$ , so ergibt sich

$$\frac{dA}{dv} = m v. \quad (24)$$

Das aber ist nichts anderes, als die uns bereits als Bewegungsgröße oder Impuls bekannte Größe (§ 29). Die Bewegungsgröße ist demnach der Differentialquotient der kinetischen Energie nach der Geschwindigkeit.

**50. Energie der Lage oder potentielle Energie.** Wenden wir das Energieprinzip auf solche Arbeitsleistungen an, welche im Endergebnis nicht zu einer Beschleunigung, sondern zu einer Lageänderung gegen die Wirkung einer Kraft, führen (z. B. Hebung eines Körpers gegen die Wirkung der Schwere), so müssen wir nach dem Energieprinzip annehmen, daß die aufgewendete Arbeit nunmehr in Energie des verschobenen Körpers übergegangen ist und daß diese Energie auf der Änderung seiner Lage beruht. Gemäß Gl. 19 ist die für eine solche Lagenänderung aufgewandte Arbeit  $A = k_s s$ , wobei  $s$  die Strecke bedeutet, um welche er in Richtung der wirkenden Kraft  $k_s$  verschoben worden ist. Der gleiche Betrag an Energie muß also nunmehr auf den Körper übergegangen sein. Wir bezeichnen diese Energie als Energie der Lage oder potentielle Energie.

Der Zahlenwert der potentiellen Energie eines Körpers in einer bestimmten Lage ist nach dieser Festsetzung davon abhängig, wie groß der Weg gegen die Krafrichtung ist, über den er bis an den Punkt verschoben wurde, an dem er sich befindet. D. h. die potentielle Energie hängt ihrem Betrage nach von dem Ausgangspunkt dieser Bewegung ab. Richtiger gesagt, wir haben dem Körper in diesem Ausgangspunkte soeben willkürlich die potentielle Energie Null zugeschrieben. Tatsächlich ist dies auch zulässig. Die Wahl des Nullpunktes der potentiellen Energie wird uns von der Natur in keiner Weise vorgeschrieben. Wir können ihn daher vollkommen willkürlich wählen, so wie es im vorliegenden Falle gerade am bequemsten ist. Auf die Ergebnisse von Rechnungen, in denen die potentielle Energie auftritt, hat das keinerlei Einfluß, denn in diesen kommen stets nur Differenzen von potentiellen Energien vor. In vielen Fällen legen wir den Nullpunkt am bequemsten in die Erdoberfläche oder in das Meeresniveau oder in die Ebene des Laboratoriumstisches.

**51. Leistung.** Die gleiche Arbeit kann in sehr verschieden langer Zeit geleistet werden. Man bewertet es im täglichen Leben als eine um so höhere „Leistung“, je schneller eine Arbeit geleistet, bzw. je mehr Arbeit in einer bestimmten Zeit geleistet wird. In der Physik versteht man daher unter

Leistung die in der Zeiteinheit, also 1 sec, geleistete Arbeit. Die Einheit der Leistung liegt vor, wenn in 1 sec 1 erg geleistet wird. Den  $10^7$  fachen Betrag dieser Einheit, also eine Leistung von 1 Joule/sec (§ 46) bezeichnet man als 1 Watt. Hiervon abgeleitet ist ein Kilowatt (kW) = 1000 Watt. Eine technische Leistungseinheit, in der häufig die Leistung von Dampfmaschinen angegeben wird, ist die Pferdestärke (PS). 1 PS ist gleich 75 mkg/sec oder 0,736 kW.

§ 52. Rotationsenergie. Drehimpuls. Bewegt sich ein Massenpunkt  $m$  mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  auf einem Kreise vom Radius  $r$ , ist also seine Geschwindigkeit  $v = r\omega$ , so ist seine kinetische Energie

$$A = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m r^2 \omega^2 \quad (25)$$

oder nach Gl. 12, § 42,

$$A = \frac{1}{2} J \omega^2. \quad (26)$$

Handelt es sich um einen ausgedehnten Körper, der aus zahlreichen Einzelmassen  $m_1, m_2, m_3$  usw. besteht, die die Abstände  $r_1, r_2, r_3$  usw. von der Achse haben, so ist seine Rotationsenergie

$$A = \frac{1}{2} (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots) \omega^2.$$

Der Ausdruck in der Klammer ist aber nach § 42 das Trägheitsmoment  $J$  des Körpers. Demnach gilt Gl. 26 auch für einen ausgedehnten Körper.

Die kinetische Energie eines rotierenden Körpers ergibt sich also aus Trägheitsmoment  $J$  und Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  in ganz gleicher Weise, wie die kinetische Energie eines geradlinig fortbewegten Körpers aus Masse und Bahngeschwindigkeit.

Infolge der in der Rotation steckenden Energie ist ein größerer Arbeitsaufwand nötig, um einen rollenden Körper auf eine bestimmte Geschwindigkeit  $v$  zu bringen, als den gleichen Körper, wenn er reibungslos gleitet, denn seine gesamte Energie beträgt jetzt  $\frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} J \omega^2$ . Da aber bei einem mit der Geschwindigkeit  $v$  auf einer Ebene rollenden Körper  $v = r\omega$  ist, so beträgt seine Energie insgesamt  $\frac{1}{2} (m + J/r^2) v^2$ . Der Einfluß des Rollens geht also dahin, daß die träge Masse eines Körpers von  $m$  auf  $m + J/r^2$  vergrößert erscheint. Bei einer rollenden Kugel erscheint z. B. die träge Masse nach § 42 (letzter Absatz) auf das 1,4 fache vergrößert.

Diese Wirkung läßt sich eindrucksvoll auf folgende Weise zeigen. Man stelle sich zwei zylindrische Körper von genau gleicher Größe, gleichem Aussehen und genau gleichem Gewicht her, von denen der eine etwa ein massiver Holzkörper sei, der andere ein Hohlzylinder, dessen Wand innen mit Blei ganz gleichmäßig bekleidet ist. Die Körper sind also weder durch den Augenschein noch durch ihr Gewicht zu unterscheiden. Läßt man jedoch die beiden Körper auf einer schiefen Ebene, etwa einem schräg gestellten Brett, nebeneinander gleichzeitig herabrollen, so kommt der massive Körper schneller unten an als der Hohlkörper. Denn auf beide wirkt genau die gleiche Kraft, der Hohlkörper aber ist scheinbar träger. Sein Trägheitsmoment ist das größere, weil in ihm die Massen weiter von der Drehungsachse entfernt sind als beim Vollzylinder. Ebenso findet man, daß der Vollzylinder schnellere Schwingungen ausführt als der gleich schwere Hohlzylinder, wenn man ihn in Richtung seiner Achse an einem Faden aufhängt und den Faden tordiert.

Die Bewegungsgröße oder der Impuls eines bewegten Körpers ist nach Gl. 24 der Differentialquotient seiner kinetischen Energie  $\frac{1}{2} m v^2$  nach der Geschwindigkeit  $v$ . Analog definiert man als Drehimpuls eines rotierenden Körpers den Differentialquotienten seiner Rotationsenergie  $\frac{1}{2} J \omega^2$  nach der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ . Es ist also der Drehimpuls gleich  $D = J \omega$  oder im einfachen Falle eines rotierenden Massenpunktes ( $J = m r^2$ )

$$D = J \omega = m r^2 \omega. \quad (27)$$



Ebenso wie die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  kann man einen Drehimpuls durch einen Vektorpfeil darstellen, für dessen Größe und Richtung Festsetzungen gelten, die denen für die Winkelgeschwindigkeit entsprechen (vgl. § 24) und Drehimpulse nach den Gesetzen der Vektoraddition (§ 16) addieren.

In Analogie zum Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße gilt auch für den Drehimpuls ein Erhaltungssatz. Wirken in den einzelnen Körpern eines Körpersystems nur innere Kräfte (§ 37), so bleibt bei allen Wechselwirkungen zwischen diesen Körpern die Summe ihrer Drehimpulse konstant. Betrachten wir daher die Gesamtheit der im Weltall vorhandenen Körper als ein einziges Körpersystem, so folgt aus diesem Satz, daß die Summe der im Weltall vorhandenen Drehimpulse eine konstante Größe hat und weder vermehrt noch vermindert werden kann.

Beim Vergleich zwischen den Gesetzen der fortschreitenden Bewegung und der Rotation zeigen sich folgende formale Parallelen. Die Gesetze der Rotation ergeben sich aus denen der fortschreitenden Bewegung, indem man Strecken  $s$  durch Winkel  $\varphi$ , Geschwindigkeiten  $v$  und Beschleunigungen  $\frac{dv}{dt}$  durch Winkelgeschwindigkeiten  $\omega$  und Winkelbeschleunigungen  $\frac{d\omega}{dt}$ , Massen  $m$  durch Trägheitsmomente  $J$ , Kräfte  $k$  durch Drehmomente  $N$  und Bewegungsgrößen  $mv$  durch Drehimpulse  $D$  ersetzt, wie folgende Zusammenstellung zeigt.

Fortschreitende Bewegung.		Rotation.	
Energie:	$A = \frac{1}{2} m v^2$	Energie:	$A = \frac{1}{2} J \omega^2$
	$A = \int k ds$		$A = \int N d\varphi$
Bewegungsgröße:	$q = mv$	Drehimpuls:	$D = J \omega$
Kraft:	$k = m \frac{dv}{dt}$	Drehmoment:	$N = J \frac{d\omega}{dt}$

Physikalisch gleichartige Größen sind aber nur die Energie der fortschreitenden Bewegung und der Rotation, nicht aber Bewegungsgröße und Drehimpuls oder Kraft und Drehmoment.

**53. Rotation um freie Achsen. Der Kreisel.** Eine Rotation um eine freie Achse liegt dann vor, wenn die Richtung der Rotationsachse eines Körpers nicht durch äußere Bedingungen (feste Lagerung) festgelegt ist. Beispiele hierfür bilden u. a. die um ihre Achse rotierenden Himmelskörper und der Kreisel. Unterliegt der rotierende Körper keinen äußeren Kräften bzw. sind solche durch irgendwelche anderen Kräfte aufgehoben, so muß bei einer solchen Rotation um eine freie Achse der Schwerpunkt des Körpers in Ruhe (bzw. gleichförmiger, geradliniger Bewegung) verharren (§ 67). Das ist nur dann möglich, wenn der Schwerpunkt auf der Rotationsachse liegt, also die Rotation um eine durch den Schwerpunkt gehende Achse erfolgt. Stabile Rotationsachsen sind nur die Achsen größten und kleinsten Trägheitsmoments, und von diesen ist die erstere die stabilere.

Bei der Rotation um freie Achsen treten bei jeder durch äußere Kräfte erzwungenen Änderung der Richtung der Rotationsachse sehr auffällige und komplizierte Trägheitswirkungen auf. Ein allgemein bekanntes Beispiel hierfür bildet das Verhalten eines Kreisels. Die Theorie dieser Erscheinungen ist zu kompliziert, um an dieser Stelle ausführlich erörtert zu werden. Wir müssen uns daher auf die folgenden elementaren Überlegungen beschränken. Zunächst fällt beim rotierenden Kreisel die Stabilität seiner Rotationsachse auf, d. h. die Tatsache, daß der Kreisel bei ausreichend schneller Rotation nicht umfällt. Zweitens bemerkt man, daß eine ausreichend träge rotierende Masse (großes Trägheitsmoment) auf jeden Versuch, die Richtung ihrer Achse im Raum zu ändern, mit einer heftigen Drehung senkrecht zu der aufgezwungenen

Bewegung reagiert. Sehr schöne Versuche lassen sich mit dem Rade eines Fahrrades anstellen, dessen Achse beiderseits durch Handgriffe zum Anfassen verlängert ist, und dessen Bereifung zwecks Erhöhung des Trägheitsmoments durch

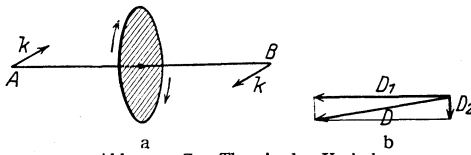


Abb. 29. Zur Theorie des Kreisels.

ein Bleirohr ersetzt ist. Das Rad wird durch Abziehen einer auf die verlängerte Achse gewickelten Schnur wie ein Kreisel in schnelle Rotation versetzt. (Der Bleikranz muß sehr gut befestigt sein, da er andernfalls mit einer die Umstehenden schwer ge-

fährdenden Wucht tangential abgeschleudert werden kann.)

Wir wollen das Verhalten eines Kreisels an einem einfachen Beispiel wenigstens qualitativ verständlich machen. Abb. 29a stelle eine im Sinne des Pfeils um die Achse AB rotierende Scheibe dar. Auf die Achse wirken für einen Augenblick die zur Zeichnungsebene senkrechten Kräfte  $k$ , die ein Kräftepaar bilden. (Man denke sich, daß man den Kreisel bei A und B anfasse und ihm in der erwähnten Weise einen kurzen, drehenden Ruck erteile.) Der Kreisel erhält zu dem Drehimpuls  $D_1$ , den er infolge seiner Rotation um die Achse AB besitzt, einen zusätzlichen Drehimpuls  $D_2$  um eine zu AB senkrechte, in der Zeichnungsebene liegende Achse. Nach der in § 52 gegebenen Vorschrift haben die Vektorpfeile  $D_1$  und  $D_2$  die in Abb. 29b dargestellte Lage, und ihre Resultierende, d. h. Größe und Richtung des nach Aufhören der Wirkung des

Kräftepaars  $k k$  vorhandenen Drehmoments, ist  $D$ . Die Richtung von  $D$  gibt zugleich die nunmehrige Lage der Achse AB an. Es ist also A nach unten, B nach oben verschoben, d. h. die Achse hat sich senkrecht zu derjenigen Richtung verlagert, die ihr durch das Kräftepaar  $k k$  aufgezwungen werden sollte.

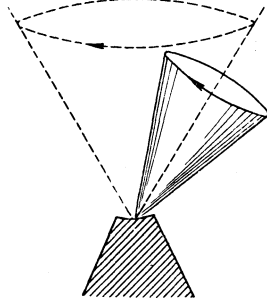


Abb. 30. Präzession des Kreisels.

Bei einem mit einer Spitze auf der Erde stehenden Kinderkreisel rührt das Drehmoment  $k k$  von der Schwerkraft her, die den Kreisel zu kippen sucht. Genau wie vorstehend beschrieben bewegt sich jedoch die Kreiselachse nicht in einer diesem Drehmoment entsprechenden Richtung, sondern senkrecht dazu. Damit das von der Schwerkraft herrührende Drehmoment  $D_1$  überhaupt auftritt, muß der Kreisel natürlich zunächst eine winzig kleine Kippbewegung ausführen. Sobald er aber auch nur ein wenig gekippt ist, tritt das Drehmoment  $D_2$  auf und dieses hat nun zur Folge, daß sich die Kreiselachse auf einem Zylindermantel dreht (Abb. 30). Läuft der Kreisel völlig reibungslos, so dauert seine Bewegung in der geschilderten Weise bei konstantem Öffnungswinkel des Kegels, den die Achse beschreibt, beliebig lange an. Da jedoch die Rotationsgeschwindigkeit im praktischen Falle durch Reibung allmählich verlangsamt wird, so wird der Winkel immer größer und der Kreisel fällt schließlich um. Die Bewegung der Kreiselachse auf einem Kegelmantel bezeichnet man als Präzession des Kreisels.

**54. Die Erddrehung.** Die Erde ist ein rotierender Körper mit einer völlig freien Achse. Infolge der Anziehung durch die Sonne und den Mond und der Schiefe der Ekliptik tritt auch bei ihr eine Präzessionsbewegung auf, welche die Richtung ihrer Umdrehungsachse, ebenso wie beim Kreisel, allmählich ändert. Die Erdachse bewegt sich auf einem Kegelmantel. Daß sie zur Zeit auf den Polarstern hinweist, ist demnach ein vorübergehender Zustand. Sie nimmt im Laufe der Zeit eine andere Richtung an und vollendet in 26000

Jahren einen vollen Umlauf. Nach dieser Zeit wird also der Polarstern wieder seine heutige Bedeutung haben. Der Öffnungswinkel des Kegels, auf dessen Mantel die Erdachse sich bewegt, ist gleich der doppelten Schiefe der Ekliptik, d. h. des Winkels, den die Äquatorialebene der Erde mit der Ebene der Erdbahn bildet, nämlich  $47^{\circ}$ . Der Anblick des Himmels ändert sich also im Laufe der Jahrtausende sehr erheblich und war im Altertum merklich anders als heute. So ging zur Zeit Homers der zum Großen Bären gehörige Stern  $\eta$  ursae majoris am Horizonte in Griechenland nie unter<sup>1)</sup>, während das heute der Fall ist.

Die Erddrehung bringt an den mit ihr bewegten Körpern eine Reihe von sehr lehrreichen Trägheitswirkungen hervor.

Wir denken uns die Erde zunächst einmal als eine vollkommene Kugel. In der Breite  $\varphi$  befinde sich auf der Erdoberfläche eine Masse  $m$  (Abb. 31a). Auf diese wirkt erstens die nach dem Mittelpunkt gerichtete Schwerkraft  $k$ , zweitens die radial von der Erdachse weggerichtete Zentrifugalkraft  $k_z$  (Standpunkt des mitrotierenden Beobachters, § 44), deren Größe man leicht zu  $k_z = m r \omega^2 \sin \varphi$  berechnet ( $r$  = Erdradius). Die Schwerkraft liefert die erforderliche Zentripetalkraft. Durch Zerlegung der Zentrifugalkraft in eine radiale und eine tangential Komponente erkennt man, daß sie einerseits der Schwerkraft entgegenwirkt,

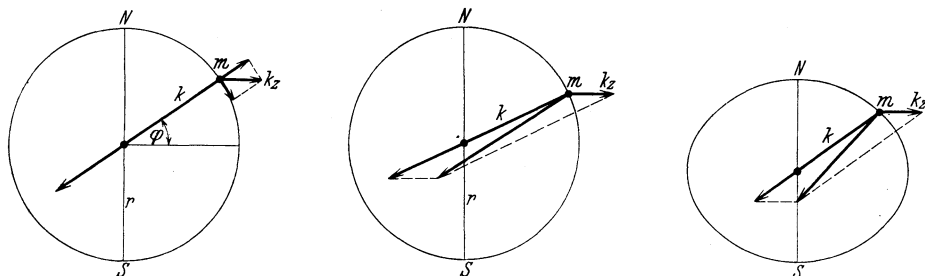


Abb. 31. Die Zentrifugalkraft auf der Erde.

andererseits die Masse  $m$  in Richtung auf den Äquator zu treiben sucht. Abb. 31b beleuchtet dies von einer etwas anderen Seite, indem die Schwerkraft und die Zentrifugalkraft zu einer Resultierenden vereinigt sind. Diese steht nicht senkrecht auf der Kugeloberfläche, hat also eine tangential, auf den Äquator hin gerichtete Komponente. Dies muß zur Folge haben, daß jeder auf der Kugeloberfläche befindliche, frei bewegliche Körper in Richtung auf den Äquator hin getrieben wird. Es kann auf einer genau kugelförmigen rotierenden Erde kein Gleichgewicht bestehen. Ein solches ist erst dann möglich, wenn die Resultierende der Schwerkraft und der Zentrifugalkraft auf der Erdoberfläche senkrecht steht. Die Berechnung ergibt, daß die Erde in diesem Falle die Gestalt eines abgeplatteten Rotationsellipsoids haben muß, wie das auch tatsächlich der Fall ist (Abb. 31c). In der Abb. 31 ist die Zentrifugalkraft der Deutlichkeit halber viel zu groß im Verhältnis zur Schwerkraft gezeichnet. Sie beträgt am Äquator, wo sie am größten ist, nur etwa  $\frac{1}{300}$  der Schwerkraft. Daher ist auch die Abplattung nur sehr gering. Die Erde hat ihre abgeplattete Form bereits angenommen, als sie sich noch im flüssigen Zustand befand. Wäre aber der feste Erdkörper selbst genau kugelförmig, so würde doch die Oberfläche des Weltmeers die abgeplattete Gestalt zeigen.

Bewegt sich ein Körper längs eines Breitengrades von Westen nach Osten, also gleichsinnig mit der Erddrehung, so ist seine Winkelgeschwindigkeit  $\omega$

<sup>1)</sup> Vgl. Odyssee, 5. Gesang, 274—276, und Ilias, 17. Gesang, 487—489, wo es von diesem Stern heißt: *Ὀτὶ δ' ἄμμορος ἐστὶ λοετρῶν Ὠκεανοῦ*. Er allein ist des Bades im Ozean nicht teilhaftig.

größer, als die der Erde, insofern ist bei ihm die Zentrifugalkraft größer als bei einem auf der Erde ruhenden Körper, sein Gewicht erscheint um einen größeren Betrag vermindert, umgekehrt bei einem von Osten nach Westen bewegten Körper. Diese Wirkung hat durch genaue Pendelversuche auf schnell fahrenden Schiffen nachgewiesen werden können.

Bewegt sich ein Körper auf der nördlichen Halbkugel von Süden nach Norden, so besitzt er eine größere Geschwindigkeitskomponente in der West-Ostrichtung als der Teil der Erdoberfläche, in den er gelangt, denn die Geschwindigkeit der einzelnen Punkte der Erdoberfläche nimmt vom Äquator zum Pol ab. Ist wieder  $r$  der Erdradius,  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit der Erde, so ist die Geschwindigkeit eines in der geographischen Breite  $\varphi$  sich mit der Erde drehenden Körpers  $v = r\omega \cos \varphi$ . Bewegt er sich nun in Richtung eines Längengrades aus der Breite  $\varphi$  bis in die Breite  $\varphi'$ , so gerät er in eine Gegend, wo die Teile der Erdoberfläche eine andere West-Ostgeschwindigkeit haben als er, nämlich  $v' = r\omega \cos \varphi'$ . Der Körper hat also gegenüber der Erdoberfläche eine Geschwindigkeit in west-östlicher Richtung  $u = v - v' = r\omega (\cos \varphi - \cos \varphi')$ . Bewegt er sich z. B. auf der nördlichen Halbkugel in nördlicher Richtung, so eilt er der Erddrehung voraus und umgekehrt bei Bewegung in südlicher Richtung. Allgemein bewirkt Bewegung vom Äquator in Richtung auf einen der Pole eine Voreilung, die umgekehrte Bewegung eine Nacheilung des Körpers gegenüber der Erddrehung. Das macht sich z. B. daran bemerkbar, daß Geschosse in den bezeichneten Richtungen von ihrer Bahn abweichen und daß bei nord-südlich verlaufenden Eisenbahnlinien auf der nördlichen Halbkugel die in der Fahrtrichtung rechts liegende, auf der südlichen Halbkugel die links liegende Schiene etwas stärker abgenutzt wird, weil sie diese Abweichung zu verhindern haben. Entsprechende Erscheinungen zeigen sich in der verschiedenen starken Erosion der beiden Ufer von Flüssen, die etwa in Richtung eines Meridians fließen.

Ein von einem hohen Turm herabfallender Körper fällt nicht genau lotrecht hinab, sondern etwas schräge in der Richtung der Erddrehung. Denn er hat auf der Spitze des Turmes wegen der größeren Entfernung von der Erdoberfläche eine größere West-Ostgeschwindigkeit als der Fuß des Turmes.

Ein wichtiger Beweis für die Drehung der Erde auf Grund der Trägheitskräfte ist von FOUCAULT geliefert worden (FOUCAULTScher Pendelversuch 1850). Man befestigt an einem langen Faden oder dünnen Draht einen schweren Körper. Läßt man den Körper Pendelschwingungen ausführen, so beobachtet man, daß die Schwingungsebene sich allmählich im Raume dreht, und zwar entgegen der Erddrehung und im Laufe einer Stunde um einen Winkel, der gleich  $15^\circ \sin \varphi$  ist, wenn  $\varphi$  die geographische Breite des Beobachtungsortes ist. Die Schwingungsebene dreht sich also in 24 Stunden am Äquator um  $0^\circ$ , in Berlin um  $285^\circ 36'$ , an den Polen um  $360^\circ$ . Bei einem ausreichend langen Pendel kann man die Drehung der Schwingungsebene schon nach wenigen Schwingungen sichtbar machen, indem man mit einer Bogenlampe ein Schattenbild des Fadens auf eine weiße Wand wirft und das Pendel anfänglich senkrecht zur Wand schwingen läßt. Man bemerkt bald, daß der Schatten anfängt, nach beiden Seiten auszuschielen, ein Beweis für die Drehung der Schwingungsebene. Die Theorie dieser Erscheinung ist mit dem Versuch im Einklang.

Alle vorstehend besprochenen Erscheinungen lassen sich auch so verstehen, daß bewegliche Körper infolge ihrer Trägheit stets diejenige Bahn beschreiben, die die kleinste, mit den gegebenen Bedingungen verträgliche Krümmung besitzt.

Die von der Erddrehung herrührenden Trägheitskräfte heißen CORIOLISkräfte.

55. Die Polflucht der Kontinente. Bei der Betrachtung eines Globus fällt auf, daß die Kontinente sich im wesentlichen um die äquatorialen und mittleren

Breiten gruppieren, während in den Polarregionen nur wenig Festland vorhanden ist. WEGENER erklärt dies als Folge der Zentrifugalkraft. Man kann die Kontinente als Schollen betrachten, die auf dem Magma schwimmen, auf dem sie, wenn auch nur schwer und langsam, beweglich sind. Der Schwerpunkt einer solchen Scholle liegt höher als der Schwerpunkt des von ihm verdrängten Magmas. Wäre die Scholle nicht vorhanden, so bestände an jener Stelle infolge der ellipsoidischen Gestalt der Erde Gleichgewicht, und die dort befindlichen Magmamassen hätten gerade diejenige Zentrifugalkraft, die nötig ist, um die Resultierende von Schwerkraft und Zentrifugalkraft senkrecht zur Erdoberfläche zu stellen. Da aber der Schwerpunkt der Scholle höher liegt, als er ohne Vorhandensein der Scholle beim Magma liegen würde, er sich also weiter außen befindet, als dieser, so wirkt auf die Scholle eine größere Zentrifugalkraft, als an jener Stelle zulässig ist, und die Resultierende von Schwerkraft und Zentrifugalkraft steht nicht mehr senkrecht zur Erdoberfläche, sondern geneigt. Sie besitzt eine zur Erdoberfläche tangential, auf den Äquator hin gerichtete Komponente, die die Scholle in der gleichen Richtung treibt (Polflucht der Kontinente). Läge der Schwerpunkt der Schollen tiefer als der des verdrängten Magmas, so würden die Kontinentalschollen polwärts getrieben werden.

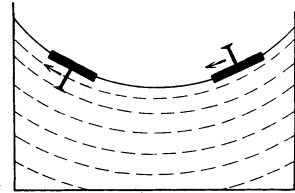


Abb. 32. Zur Erläuterung der Polflucht. Nach Lely.

Dieses Verhalten wird sehr hübsch durch folgenden Versuch veranschaulicht. Abb. 32 stellt ein Gefäß mit Wasser dar, das in schnelle Rotation versetzt werden kann (vgl. hierzu § 104). In das Wasser wird ein Kork mit einem Nagel gesetzt. Steht der Nagel aufwärts, so wird der Kork bei Rotation nach innen getrieben, steht er abwärts, so wandert der Kork nach außen. Das erklärt sich ohne weiteres nach Vorstehendem daraus, daß im ersten Falle die am Schwerpunkt des Systems Kork-Nagel angreifende Zentrifugalkraft kleiner ist, als sie es für den Schwerpunkt des vom Kork verdrängten Wassers wäre, im zweiten Falle aber größer. Daß die Dinge hier bezüglich dessen, was bei den Kontinentalschollen über die relative Lage der Schwerpunkte gesagt wurde, gerade umgekehrt liegen, beruht darauf, daß die Krümmung der Wasseroberfläche umgekehrt ist, wie die der Erdoberfläche. Die Verhältnisse bei der Erde werden deutlich, wenn man den Luftraum oberhalb des Wassers mit der Erde identifiziert.

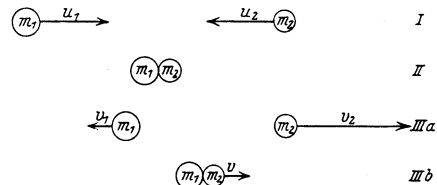


Abb. 33. Zentraler Stoß zweier Massen. I vor dem Stoß, II beim Stoß, III a nach dem Stoß (elastisch), III b nach dem Stoß (unelastisch). Es ist angenommen  $m_2 = m_1/2$ ,  $u_2 = -u_1$ , daher elastisch  $v_1 = -u_1/3$ ,  $v_2 = +5u_1/3$ , unelastisch  $v = +u_1/3$

**56. Elastischer und unelastischer Stoß.** Zur Veranschaulichung des Energieprinzips (§ 48) und des Satzes von der Erhaltung der Bewegungsgröße (§ 37) behandeln wir im folgenden als ein besonders lehrreiches und einfaches Beispiel den Zusammenstoß zweier Körper, und zwar betrachten wir zwei Kugeln, welche sich mit verschiedener Geschwindigkeit auf der gleichen Geraden bewegen und zentral zusammenstoßen (Abb. 33).

Beim Zusammenstoß wird stets ein mehr oder weniger großer Teil der kinetischen Energie der beiden stoßenden Körper in andere Energieformen (Wärme, dauernde Formänderung der stoßenden Körper, Schall) verwandelt. Die Körper haben dann nach dem Stoß zusammen eine kleinere kinetische Energie als vorher. Man hat zwei ideale Grenzfälle zu unterscheiden, den vollkommen elastischen Stoß, bei dem verschwindend wenig kinetische Energie umgewandelt

wird, und den vollkommen unelastischen Stoß, bei dem ein Maximum von Energieumwandlung stattfindet und die beiden Körper nach dem Stoß nicht wieder auseinandergehen, sondern ihren Weg gemeinsam fortsetzen. Der erste Fall wird mit großer Annäherung etwa durch zwei gute Kugellagerkugeln aus Stahl, der zweite durch zwei Kugeln aus Glaserkitt verwirklicht.

1. Der elastische Stoß. Hierbei ist sowohl die Summe der Bewegungsgrößen (Impulssatz § 37), wie der kinetischen Energien (Energieprinzip § 48) nach dem Stoß die gleiche wie vorher. Es seien  $m_1$  und  $m_2$  die beiden stoßenden Massen,  $u_1$  und  $u_2$  ihre Geschwindigkeiten vor dem Stoß,  $v_1$  und  $v_2$  diejenigen nach dem Stoß. Dann folgt aus dem Energieprinzip

$$\frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2, \quad (28)$$

und aus dem Impulssatz

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = m_1 v_1 + m_2 v_2. \quad (29)$$

Hieraus folgt:

$$v_1 = \frac{u_1(m_1 - m_2) + 2u_2 m_2}{m_1 + m_2} \quad \text{und} \quad v_2 = \frac{u_2(m_2 - m_1) + 2u_1 m_1}{m_1 + m_2}. \quad (30)$$

Wir wollen jetzt z. B. annehmen, daß die beiden Massen gleich groß seien und daß die zweite Masse vor dem Stoß ruhte, also  $u_2 = 0$  sei. Dann ergibt sich aus den vorstehenden Gleichungen  $v_1 = 0$  und  $v_2 = u_1$ . Die beiden Massen haben also in diesem Spezialfall ihre Geschwindigkeiten vertauscht.

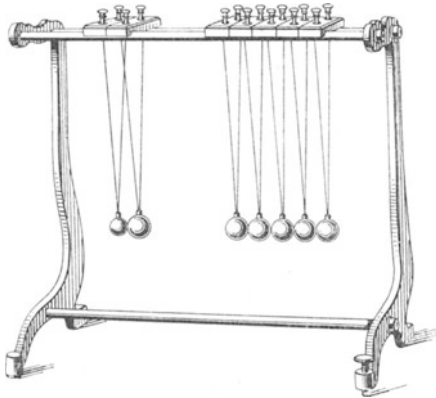


Abb. 34. Kugelstoßapparat.

Zur Demonstration derartiger Erscheinungen kann man sich des in Abb. 34 dargestellten Apparates bedienen, an dem eine Anzahl von guten Stahlkugeln an Doppelschnüren aufgehängt sind. Von besonderem Interesse ist folgender Versuch. Man hebe eine oder mehrere Kugeln auf der einen Seite und lasse sie gegen die übrigegebliebenen stoßen. Es werden dann am Ende der Kugelreihe genau so viele Kugeln abgestoßen, wie am Anfang dagegen gestoßen waren, und zwar kommen die stoßenden Kugeln zur Ruhe, während die fort-

fliegenden die gleiche Geschwindigkeit haben, wie die stoßenden vorher hatten. Die Zahl der stoßenden Kugeln sei  $a$ , ihre Geschwindigkeit  $u$ , die der fortfliegenden  $b$  und  $v$ . Dann folgt aus dem Energieprinzip  $a \cdot \frac{1}{2} m u^2 = b \cdot \frac{1}{2} m v^2$  und aus dem Impulssatz  $a \cdot m u = b \cdot m v$ . Hieraus ergibt sich aber  $u = v$  und  $a = b$ , wie es der Versuch zeigt. (Daß nicht etwa eine oder mehrere der stoßenden Kugeln reflektiert werden, liegt daran, daß die Fortpflanzung des Stoßes durch die Kugelreihe eine endliche Zeit erfordert).

2. Der unelastische Stoß. Hier ist für die Bewegung der Körper das Energieprinzip nicht, wohl aber der Impulssatz anwendbar, da zwischen den stoßenden Körpern nur innere Kräfte wirken. Als neue Bedingung kommt hinzu, daß die beiden Körper nach dem Stoß die gleiche Geschwindigkeit  $v$  haben. Es ist daher

$$m_1 u_1 + m_2 u_2 = (m_1 + m_2) v. \quad (31)$$

Hieraus folgt:

$$v = \frac{m_1 u_1 + m_2 u_2}{m_1 + m_2}. \quad (32)$$

Ist z. B.  $m_1 = m_2 = m$  und  $u_2 = 0$ , so ergibt sich  $v = u_1/2$ . Die kinetische Energie der beiden Körper zusammen ist in diesem Spezialfall nach dem Stoß gleich  $\frac{1}{2}(2m)(\frac{1}{2}u_1)^2 = \frac{1}{4}mu_1^2$ , während sie vor dem Stoß  $\frac{1}{2}mu_1^2$  betrug. Es ist also im angenommenen Falle die Hälfte der kinetischen Energie in andere Energieformen (vor allem in Wärme und Formänderungsarbeit) umgewandelt.

Zur Demonstration des unelastischen Stoßes befestige man an der stoßenden Stahlkugel des in Abb. 34 dargestellten Apparates ein wenig Glaserkitt, so daß die Kugeln nach dem Stoß beisammen bleiben.

Diese Überlegungen zeigen besonders eindringlich die Bedeutung allgemeiner Prinzipien für die Berechnung physikalischer Erscheinungen. In den vorliegenden Fällen genügte die Anwendung des Energieprinzips bzw. des Impulssatzes und die Voraussetzung, daß der Stoß zentral erfolgt, vollkommen, um den Ablauf des in Frage stehenden Vorganges zu berechnen, mit alleiniger Ausnahme des eigentlichen Stoßvorganges bei der Berührung der stoßenden Körper, der uns hier aber auch gar nicht interessierte.

Wegen der großen prinzipiellen Bedeutung derartigen Überlegungen wollen wir auch den allgemeineren Fall eines elastischen Stoßes beliebiger Stoßrichtung an Hand einer graphischen Darstellung betrachten (Abb. 35). Es müssen aber die Ergebnisse der § 66 und 67 hier als bekannt vorausgesetzt werden. Zwei Massen  $m_1$  und  $m_2$  mit den Bewegungsgrößen  $m_1u_1$  und  $m_2u_2$  bewegen sich so, daß sie zusammenstoßen, wenn ihr gemeinsamer Schwerpunkt  $S$  (§ 66) sich in  $Z$  befindet. Sie laufen also beide auf  $Z$  zu. Die ganze Bewegungsgröße des aus den beiden Körpern bestehenden Systems finden wir, indem wir vom Schwerpunkt aus ihre Bewegungsgrößen vektoriell (§ 16) addieren (der Pfeil  $R$ ). Wir betrachten nunmehr nach dem Stoß den Augenblick, wo sich der gemeinsame Schwerpunkt in  $S'$  befindet. Die Summe  $R$  der beiden Bewegungsgrößen hat sich nach Größe und Richtung nicht geändert (§ 67). Wir nehmen jetzt an, daß die (uns unbekannt) Einzelheiten des Stoßvorganges dazu geführt hätten, daß die Masse  $m_1$  sich in einer zu  $S'A$  parallelen Richtung bewege. Wir müssen nun, um Größe und Richtung der Bewegungsgrößen der beiden Massen nach dem Stoß zu finden, die gesamte Bewegungsgröße so in zwei Komponenten zerlegen, daß die eine in die Richtung  $S'A$  fällt. Von den unendlich vielen verschiedenen Arten, auf die das möglich ist, ist diejenige zu wählen, bei der die Geschwindigkeiten so groß ausfallen, daß das Energieprinzip erfüllt ist. (Bei nicht vollkommen elastischem Stoß ist die beim Stoß verlorene Energie zu berücksichtigen.) Auf diese Weise gelange man etwa zu der in Abb. 35 dargestellten Konstruktion. Den Ort, an dem sich die beiden Massen zur Zeit befinden, finden wir, indem wir einmal durch  $Z$  (denn dort kommen sie her) Parallele zu den beiden neuen Geschwindigkeitsrichtungen legen und durch  $S'$  eine Gerade derart legen, daß die Abstände ihrer Schnittpunkte mit diesen Parallelen von  $S'$  sich umgekehrt wie die beiden Massen verhalten, da ja  $S'$  der Schwerpunkt dieser beiden Massen ist (§ 66). Diese Schnittpunkte sind die derzeitigen Orte von  $m_1$  und  $m_2$ . Damit ist der Zustand nach dem Stoß und der weitere Verlauf vollständig bestimmt.

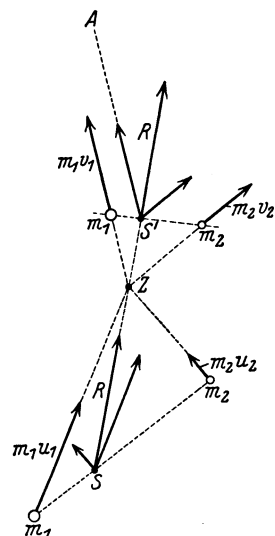


Abb. 35.

Zur Theorie des elastischen Stoßes.

Wir haben bisher den Spezialfall angenommen, daß die beiden stoßenden Körper nur im Augenblick ihrer tatsächlichen Berührung eine Kraft aufeinander ausüben, sich aber sonst, wegen Abwesenheit anderer Kräfte, geradlinig und gleichförmig bewegen. Wir können aber in genau der gleichen Weise auch Fälle betrachten, bei denen die beteiligten Körper Kräfte aufeinander ausüben, die eine Funktion ihres Abstandes sind (Schwerkraft, elektrische Anziehung oder Abstoßung). Solange sich die Körper noch in großem gegenseitigen Abstände voneinander befinden, also ausreichend lange vor und nach dem Stoß, sind diese Kräfte sehr klein, und der Vorgang ist von dem oben betrachteten grundsätzlich nicht verschieden. Er unterscheidet sich von ihm nur während der Dauer des eigentlichen Stoßvorganges, der sich hier über eine längere Zeit erstreckt, nämlich über die Zeit, während derer sich die Körper im Bereich gegenseitiger Kräfte von merklicher Stärke befinden. Zur Berechnung des nach dem Stoß schließlich eintretenden Endzustandes genügt aber wieder die Kenntnis des Anfangszustandes vor dem Stoß und dessen, was man auch hier den Grad der „Elastizität“ des Stoßes nennen kann, nämlich des bei dem Stoß eintretenden Energieverlustes der beiden Körper, sowie die Kenntnis der Größe oder Richtung der Geschwindigkeit eines der beiden Körper nach dem Stoß. In allen Fällen bleibt die Summe der Bewegungsgrößen der stoßenden Körper nach Größe und Richtung konstant, und das Energieprinzip gilt in der Form, daß die Endenergie der stoßenden Körper zuzüglich des beim Stoß eingetretenen Energieverlustes gleich der Anfangsenergie ist. Bei einem solchen Zusammenstoß ist es gar nicht nötig, daß die beteiligten Körper in tatsächliche körperliche Berührung kommen. Es genügt, daß sie in ihre gegenseitigen Anziehungs- bzw. Abstoßungsbereiche geraten und unter der Wirkung dieser Kräfte aus ihren ursprünglich geradlinigen Bahnen abgelenkt werden, um schließlich nach Durchlaufen des Kraftbereichs wieder in geradlinige Bahnen einzumünden. Zusammenstöße der geschilderten Art sind z. B. die Zusammenstöße der Moleküle eines Gases (§ 115).

Besitzen die an einem Zusammenstoß beteiligten Körper außer ihrer kinetischen Energie auch Rotationsenergie, so ist in die Energiebilanz auch die Rotationsenergie mit einzubeziehen und als weitere Bedingung der Satz von der Erhaltung des Drehimpulses (§ 52) anzusetzen.

**57. Die Dimensionen der mechanischen Größen.** Alle in der Mechanik auftretenden Größen lassen sich in den Einheiten der Länge, Masse und Zeit, cm, g und sec, dem sog. CGS-System, ausdrücken (§ 30). Man sagt, sie haben eine bestimmte Dimension im CGS-System. Dabei wird die Längeneinheit durch  $|l|$ , die Masseneinheit durch  $|m|$ , die Zeiteinheit durch  $|t|$  bezeichnet. Eine mechanische Größe  $x$  wird daher ihrer Dimension nach durch eine Gleichung von der Form  $|x| = |m^a l^b t^c|$  dargestellt, wobei  $a$ ,  $b$  und  $c$  positive oder negative Zahlen sind, die auch gleich 0 sein können. Eine reine Zahl hat die Dimension  $|z| = |m^0 l^0 t^0|$ , denn sie ist von den Einheiten unabhängig. Die Dimensionen der wichtigsten mechanischen Größen sind in der Tabelle 1 zusammengestellt.

Tabelle 1. Dimensionen und Maßeinheiten der mechanischen Größen.

Masse . . . . .	$ m $ , g	Energie, Arbeit . . . . .	$ ml^2 t^{-2} $ , g cm <sup>2</sup> sec <sup>-2</sup>
Länge . . . . .	$ l $ , cm	Leistung . . . . .	$ m \cdot l^2 \cdot t^{-3} $ , g cm <sup>2</sup> sec <sup>-3</sup>
Zeit . . . . .	$ t $ , sec	Winkelgeschwindigkeit . . . . .	$ t^{-1} $ , sec <sup>-1</sup>
Geschwindigkeit . . . . .	$ l t^{-1} $ , cm sec <sup>-1</sup>	Winkelbeschleunigung . . . . .	$ t^{-2} $ , sec <sup>-2</sup>
Beschleunigung . . . . .	$ l t^{-2} $ , cm sec <sup>-2</sup>	Schwingungszahl . . . . .	$ t^{-1} $ , sec <sup>-1</sup>
Kraft . . . . .	$ ml t^{-2} $ , g cm sec <sup>-2</sup>	Trägheitsmoment . . . . .	$ ml^2 $ , g cm <sup>2</sup>
Druck . . . . .	$ ml^{-1} t^{-2} $ , g cm <sup>-1</sup> sec <sup>-2</sup>	Drehmoment . . . . .	$ ml^2 t^{-2} $ , g cm <sup>2</sup> sec <sup>-2</sup>
Bewegungsgröße . . . . .	$ ml t^{-1} $ , g cm sec <sup>-1</sup>	Drehimpuls . . . . .	$ ml^2 t^{-1} $ , g cm <sup>2</sup> sec <sup>-1</sup>



### III. Die Schwerkraft.

#### a) Die Schwerkraft an der Erdoberfläche.

58. **Schwerkraft und Beschleunigung durch die Schwere.** Schwerkraft oder Gravitation ist diejenige Kraft, welche alle Körper in der Richtung auf den Erdmittelpunkt zieht. Es gibt keine Körper, die ihr nicht unterworfen wären. Die Schwere ist eine ebenso allgemeine Eigenschaft aller Körper wie die Trägheit. Sie äußert sich bei ruhenden Körpern in einem Druck oder Zug auf diejenigen anderen Körper, auf welchen sie liegen oder an denen sie sonst befestigt sind. Bei frei beweglichen Körpern ist sie die Ursache des Fallens, also einer beschleunigten Bewegung.

Die Schwerkraft ist nicht an allen Punkten der Erdoberfläche gleich groß, sie ist um so größer, je näher sich der betreffende Körper dem Erdmittelpunkt befindet. Sie ist also größer an den Polen als am Äquator (wegen der Abplattung der Erde) und größer im Niveau des Meeres als in größeren Höhen. Doch sind die Unterschiede im Bereich der Erdoberfläche sehr gering (s. u.).

Genaue Versuche zeigen, daß die Beschleunigungen, die verschiedene Körper infolge der Schwere erfahren, völlig gleich sind und ganz unabhängig von der Art der Körper. Das bedeutet, daß alle Körper, die man aus gleicher Höhe frei herabfallen läßt, gleich schnell herabfallen, vorausgesetzt, daß keine andere Kraft, als die Schwere, auf sie wirkt (GALILEI 1590). Daß der Augenschein (fallender Bleiklotz und fallende Feder) dem zu widersprechen scheint, rührt daher, daß beim Fall in Luft auf die Körper außer der Schwerkraft die Luftreibung wirkt, welche verschiedenartige Körper ganz verschieden stark hemmt. Man lasse von einem Turm oder möglichst hoch gelegenen Stockwerk einen Mauerstein und einen Bleiklotz von verschiedenem Gewicht gleichzeitig herabfallen. Auf diese wirkt die Reibung im Verhältnis zur Schwerkraft nur wenig. Sie kommen gleichzeitig oder doch nahezu gleichzeitig am Erdboden an. Noch besser zeigt man den gleich schnellen freien Fall der Körper, z. B. einer Bleikugel und einer Feder, indem man sie in einem Glasrohr herabfallen läßt (Abb. 36), aus dem man mit einer Luftpumpe die Luft möglichst entfernt hat.

Die Beschleunigung, die die Körper beim freien Fall auf der Erde erfahren, beträgt

$$g = 980,62 (1 - 0,00264 \cos 2\varphi - 0,000003 h) \text{ cm/sec}^2, \quad (1)$$

wobei  $\varphi$  die geographische Breite und  $h$  die Höhe über dem Meeresspiegel in  $m$  bedeutet. In runder Zahl ist also in mittleren Breiten

$$g = 981 \text{ cm/sec}^2.$$

59. **Die schwere Masse.** Die Tatsache, daß alle Körper schwer sind, d. h. Gewicht haben, schreibt man einer den Körpern innewohnenden Eigenschaft zu, die man — aus Gründen, die sogleich erörtert werden — ebenso wie die Ur-

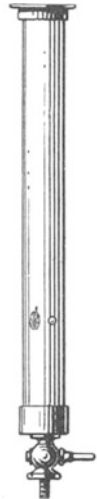


Abb. 36.  
Alle Körper  
fallen gleich  
schnell.

sache der Trägheit, als Masse, und zwar genauer als schwere Masse, bezeichnet. Wir wollen sie vorerst mit  $m'$  bezeichnen. Die schwere Masse eines Körpers setzen wir der auf ihn wirkenden Schwerkraft proportional, man kann sie also nach Festsetzung ihrer Einheit mittels der Schwerkraft messen, etwa indem man die Dehnung einer Spiralfeder beobachtet, an der der Körper frei hängt.

Für einen Körper von der schweren Masse  $m'$  und der trägen Masse  $m$  ist die Schwerkraft erstens nach dem zweiten Newtonschen Axiom (§ 28) gleich  $m \cdot g$  ( $g = 981 \text{ cm/sec}^2$ ), zweitens aber nach der vorstehenden Definition der schweren Masse proportional  $m'$ , also

$$mg = m'a, \quad (2)$$

wobei  $a$  eine Konstante ist. Da  $g$  für alle Körper am gleichen Ort den gleichen Wert hat, so hat das Verhältnis  $\frac{m'}{m} = \frac{g}{a}$  für alle Körper ebenfalls den gleichen Wert. Träge und schwere Masse jedes Körpers sind einander also proportional. Man ist übereingekommen, dieses Verhältnis gleich 1 zu setzen, also die schwere Masse eines Körpers der trägen Masse unmittelbar gleich zu setzen. (Die Erfahrung zeigt uns nur, daß  $m'$  proportional zu  $m$  ist. Da wir aber über die Maßeinheit der schweren Masse frei verfügen können, so ist nichts im Wege, diese so zu wählen, daß  $m = m'$  wird.) Es ist daher die Einheit der schweren Masse auch das Gramm (kg, mg). Wir werden künftig zwischen träger und schwerer Masse in der Regel nicht mehr unterscheiden.

Die Gleichheit der trägen und der schweren Masse der Körper, d. h. die Tatsache, daß ein Körper sich um so schwerer in Bewegung setzen läßt, je größer sein Gewicht ist, ist uns aus der alltäglichen Erfahrung derart geläufig, daß dem Nichtphysiker meist überhaupt nicht zum Bewußtsein kommt, daß an sich zwischen Körper und schwerer Masse grundsätzlich unterschieden werden muß. Man bezeichnet daher im täglichen Leben einen Körper, der sich, obgleich er frei beweglich ist, auf einer horizontalen Ebene nur schwer in Bewegung setzen läßt, als „schwer“, obgleich die diesem Urteil zugrunde liegende Erfahrungstatsache mit der Schwerkraft überhaupt nichts zu tun hat. Die Gleichheit der trägen und schweren Masse, die uns trotzdem zu diesem Urteil berechtigt, ist keineswegs an sich selbstverständlich, sondern eine reine Erfahrungstatsache. Die genaueste Bestätigung liefern Versuche mit dem Pendel (§ 70).

Die Tatsache der Gleichheit der trägen und der schweren Masse bildet die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie von EINSTEIN (§ 601).

**60. Gewicht.** Die Kraft, die auf eine schwere Masse infolge der Gravitation wirkt, nennt man ihr Gewicht. Es wird, als eine Kraft, in der Physik in dyn gemessen. Die Kraft, die ein Körper von 1 g Masse infolge der Schwere erfährt, und die er daher, wenn er z. B. auf einer festen Unterlage steht, auf diese ausübt, ist gleich dem Produkt  $mg$  aus Masse und Schwerebeschleunigung, also im Meeresniveau gleich 981 dyn. Allgemein ist die dem Gewicht eines Körpers von der Masse  $m$  Gramm entsprechende Kraft gleich  $mg$  dyn. Es ist aber daneben, und insbesondere im täglichen Leben, üblich, als Gewichtseinheit statt des dyn das Gewicht von 1 Gramm (kg, mg) zu benutzen, und diese Gewichts- (Kraft-) Einheit wie die Masseneinheit als 1 Gramm zu bezeichnen. Man hat daher zwischen Grammgewicht und Grammmasse zu unterscheiden.

Da  $g$  von der Entfernung des Körpers vom Erdmittelpunkt abhängt, so ändert sich auch das Gewicht eines Körpers mit der Höhe, während seine Masse konstant bleibt. Auf hohen Bergen ist ein Körper ein wenig leichter als in der Ebene, und zwar auf je 1000 m Höhe um rund  $\frac{1}{3000}$ . In 3000 m Höhe

wiegt also 1 kg so viel wie 999 g in der Ebene. Diese Gewichtsabnahme ist aber mit einer Wage, welche das Gewicht eines Körpers mittels aufgelegter Gewichtsstücke feststellt, nicht zu bemerken, weil die Gewichtsstücke mit der Höhe genau ebenso an Gewicht abnehmen. Wohl aber kann man sie mit einer empfindlichen Federwage feststellen, da ja die Kraft einer Feder durch die Höhe nicht verändert wird.

Für das tägliche Leben ist die Abnahme des Gewichts mit der Höhe ohne Bedeutung. Für die im Handelsverkehr vorkommenden Wägungen spielt sie einerseits wegen ihrer Geringfügigkeit keine Rolle. Andererseits aber dienen diese Wägungen ja eigentlich gar nicht der Feststellung eines bestimmten Gewichts, sondern einer bestimmten Substanzmenge, also einer Masse. Ein Käufer würde daher, allerdings vorausgesetzt, daß die Wägung mittels Gewichtsstücken vorgenommen wird, ohne Rücksicht auf die Höhe bei Abwägung, z. B. von 1 Pfund Butter auf einem hohen Berge die gleiche Menge Substanz zugewogen erhalten, die er in der Ebene bekommen würde; und nur darauf kommt es ihm an.

**61. Spezifisches Gewicht. Dichte. Spezifisches Volumen.** Unterteilt man einen homogenen, d. h. in allen seinen Teilen gleich beschaffenen Körper vom Gewicht  $k$  und Volumen  $V$  in Teile von den Gewichten  $k_1, k_2$  usw. und den Volumina  $V_1, V_2$  usw., so findet man, daß stets  $k_1/V_1 = k_2/V_2$  usw.  $= k/V$  ist.

$$\frac{k}{V} = \sigma \quad (3)$$

ist also eine für die betreffende Substanz charakteristische Größe, es ist eine Materialeigenschaft, nämlich das Gewicht der Volumeinheit, eines ccm, der betreffenden Substanz. Denn wenn  $V$  ccm  $k$  g wiegen, so wiegt 1 ccm  $k/V$  g. Man bezeichnet  $\sigma$  als das spezifische Gewicht und mißt es in g/ccm.

Gemäß der Definition des Gramm (§ 28) ist das spezifische Gewicht von Wasser von 4° gleich 1. Das spezifische Gewicht einer Substanz ist also zahlenmäßig gleich dem Verhältnis des Gewichtes einer bestimmten Menge derselben zu dem Gewicht einer ihr an Volumen gleichen Menge Wasser von 4°. Es wird daher das spezifische Gewicht eines Körpers auch oft als das Verhältnis seines Gewichtes zum Gewicht des gleichen Volumens Wasser definiert. In diesem Falle wäre also das spezifische Gewicht (als Verhältnis) eine reine Zahl. Diese Definition ist nicht zu empfehlen.

Da das Gewicht eines Körpers nach § 58 von der Höhe über dem Meeresspiegel abhängt, so ist, genau genommen, das spezifische Gewicht auch von der Höhe, wenn auch nur sehr wenig, abhängig.

Unter der Dichte  $\rho$  einer Substanz versteht man die Masse der Volumeinheit. Da die Masse eines Körpers und sein in Gramm ausgedrücktes Gewicht im Meeressniveau die gleiche Maßzahl haben, so ist die Maßzahl der Dichte gleich derjenigen seines spezifischen Gewichtes. Doch haben  $\rho$  und  $\sigma$  eine verschiedene physikalische Dimension. Von der Höhe ist  $\rho$ , wie die Masse selbst, unabhängig.

Als spezifisches Volumen  $V_s$  einer Substanz bezeichnet man den reziproken Wert der Dichte, nämlich das Volumen der Masseneinheit, also von 1 g.

Es ist also die Masse einer Substanzmenge von Volumen  $V$

$$m = \rho V, \quad (4)$$

das Gewicht einer Substanzmenge von Volumen  $V$

$$\text{in Gramm} \quad k = \sigma V \quad (5a)$$

bzw. in dyn  $k = \rho g V$  (5b)

das Volumen einer Substanzmenge von der Masse  $m$

$$V = V_s m, \quad (6)$$

ferner ist

$$V_s = \frac{1}{\rho}. \quad (7)$$

Das spezifische Gewicht einfach geformter Körper kann man direkt durch Wägung und Ausmessung des Volumens (§ 13) bestimmen. Bei komplizierter geformten Körpern muß man sich anderer Methoden bedienen (§ 106).

Tabelle 2. Spezifische Gewichte.

Aluminium . . . . .	2,7	Alkohol . . . . .	0,791
Blei . . . . .	11,3	Wasser . . . . .	0,9997
Eisen . . . . .	7,6—7,8	Quecksilber . . . . .	13,595
Gold . . . . .	19,3	Wasserstoff . . . . .	0,0008985
Kupfer . . . . .	8,9	Stickstoff . . . . .	0,0012507
Natrium . . . . .	0,97	Sauerstoff . . . . .	0,0014291
Platin . . . . .	21,4	Luft . . . . .	0,0012928
Glas . . . . .	2,4—2,6	Kohlensäure . . . . .	0,0019768
Benzol . . . . .	0,881	Helium . . . . .	0,0001785
Äther . . . . .	0,717		

Die spezifischen Gewichte der festen Körper und Flüssigkeiten gelten für  $0^\circ \text{C}$ , die der Gase für  $0^\circ \text{C}$  und 1 Atm. Druck.

**62. Freier Fall. Senkrechter und schräger Wurf.** Die Beschleunigung eines Körpers beim freien — d. h. weder durch Reibung noch durch eine andere störende Ursache beeinflussten — Fall beträgt nach § 58  $g = 981 \text{ cm/sec}^2$ . Die Höhe, in der sich ein Körper über dem Erdboden befindet, wollen wir mit  $x$  bezeichnen. Da die Schwerebeschleunigung nach unten gerichtet ist, also eine Verminderung von  $x$  bewirkt, haben wir die Beschleunigung  $\gamma = -g$  in Gl. 7, § 23, einzusetzen und erhalten

$$\frac{dv}{dt} = -g \quad (8)$$

Ist die Anfangsgeschwindigkeit eines Körpers zur Zeit  $t = 0$  gleich  $v_0 = 0$ , so ergibt die Auflösung dieser Gleichung

$$v = -gt \quad (9)$$

Das negative Vorzeichen bedeutet, daß die Geschwindigkeit nach unten gerichtet ist. Setzen wir diesen Wert von  $v$  in Gl. 8, § 23, ein, so erhalten wir

$$\frac{dx}{dt} = -gt \quad (10)$$

und durch Integration

$$x = x_0 - \frac{1}{2} g t^2, \quad (11)$$

wenn  $x_0$  die Höhe bedeutet, in der sich der Körper zur Zeit  $t = 0$  befindet. Die in der Zeit  $t$  durchfallene Strecke ist demnach  $x_0 - x = \frac{1}{2} g t^2$ . Sie beträgt nach 1 sec  $g/2 = 4,905 \text{ m}$ , nach 2 sec  $4g/2 = 19,62 \text{ m}$  usw.

Die Proportionalität der Fallstrecke mit dem Quadrat der Fallzeit läßt sich prüfen, wenn man eine ausreichend lange Fallstrecke zur Verfügung hat, mit einiger Genauigkeit aber nur bei großen Fallstrecken, denn bei 80 m Fallstrecke beträgt die Fallzeit erst rund 4 sec. GALILEI<sup>1)</sup>, der die Fallgesetze 1590 zuerst entdeckte und 1604 genau formulierte, benutzte zur Untersuchung ein ganz besonders geeignetes Bauwerk, nämlich den berühmten schiefen Turm zu Pisa, von dessen einzelnen Stockwerken er Mauersteine herabfallen ließ.

<sup>1)</sup> GALILEI (1564—1642) ist als der Schöpfer der Physik im eigentlichen Sinne zu betrachten. Er war der erste neuzeitliche Mensch, welcher physikalische Gesetzmäßigkeiten durch Gleichungen darstellte.

Wenn man einen Körper senkrecht aufwärts wirft, so muß man ihm eine nach oben gerichtete Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  erteilen. Die von dem Körper nach der Zeit  $t$  erreichte Geschwindigkeit ergibt sich durch Integration von Gl. 8, § 23, zu

$$v = v_0 - gt \tag{12}$$

und der zurückgelegte Weg nach Gl. 9, § 23, wenn wir jetzt  $x_0 = 0$  setzen, zu

$$x = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2. \tag{13}$$

Aus Gl. 12 folgt, daß die Geschwindigkeit  $v$  gleich Null wird, also die größte Steighöhe  $h$  erreicht ist, wenn  $t = \frac{v_0}{g}$  ist.  $t$  ist dann die Steigzeit. Setzen wir diesen Wert in Gl. 13 ein, so erhalten wir die Steighöhe  $h$  des Körpers

$$h = \frac{v_0^2}{2g}. \tag{14}$$

Aus der Steighöhe  $h$  fällt dann der Körper wieder frei herab.  $x$  wird wieder Null, wenn der Körper an seinen Ausgangspunkt zurückgekehrt ist. Dies geschieht, wie man aus Gl. 13 berechnet, wenn  $t = 2 \frac{v_0}{g}$  geworden ist, also nach Ablauf einer Zeit, seit Beginn des ganzen Vorganges, die doppelt so groß ist, wie die Steigzeit. Das Herabfallen erfordert demnach die gleiche Zeit wie der Anstieg. Die bei Wiedererreichen des Aufstiegs punktes erreichte Geschwindigkeit erhält man durch Einsetzen des Wertes  $t = 2 \frac{v_0}{g}$  in Gl. 12 zu  $v = -v_0$ . Der Körper hat also seine Anfangsgeschwindigkeit wieder erreicht, aber mit umgekehrter Richtung. Dieses Ergebnis kann auch ohne Rechnung aus dem Energieprinzip gefolgert werden.

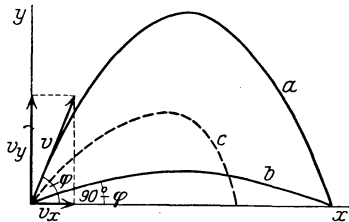


Abb. 37. Schräger Wurf.

Wirft man einen Körper nicht senkrecht sondern schräg aufwärts, so daß seine Anfangsgeschwindigkeit den Winkel  $\varphi$  mit der Erdoberfläche bildet, so kann man die Geschwindigkeit in zwei Komponenten zerlegen, eine senkrecht aufwärts ( $v_y$ ) und eine parallel zur Erdoberfläche gerichtete ( $v_x$ ) (Abb. 37). Die parallel zur Erdoberfläche gerichtete Komponente  $v_x$  bleibt nach dem Trägheitssatz konstant, da die Schwerkraft in dieser Richtung nicht wirkt. Die senkrecht aufwärts gerichtete Komponente  $v_y$  dagegen verhält sich genau wie beim Wurf senkrecht aufwärts. Ist  $v_0$  die Anfangsgeschwindigkeit, so ergibt sich demnach  $v_y = v_0 \sin \varphi - gt$  und  $v_x = v_0 \cos \varphi$ . Die Komponenten des nach Ablauf der Zeit  $t$  in der Vertikalen ( $y$ ) und der Horizontalen ( $x$ ) zurückgelegten Weges ergeben sich daher durch Integration zu

$$x = v_0 t \cos \varphi. \quad y = v_0 t \sin \varphi - \frac{1}{2} g t^2 \tag{15}$$

Eliminiert man aus diesen beiden Gleichungen die Zeit  $t$ , so ergibt sich die Gleichung für die Form der Wurfbahn

$$y = x t g \varphi - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \varphi}. \tag{16}$$

Dies ist die Gleichung einer Parabel (Wurfparabel). Die größte Höhe, die der Körper bei seiner Bewegung erreicht, erhalten wir aus der Überlegung, daß dort  $v_y = 0$  wird. Wir erhalten dann die zur Erreichung des höchsten Punktes erforderliche Zeit  $t = v_0 \sin \varphi / g$ . Setzen wir dies in Gl. 15 ein, so ergibt sich die größte Steighöhe  $y = h$  zu

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 \varphi}{2g}. \tag{17}$$

Beim Abstieg erreicht der Körper schließlich die ursprüngliche Höhe  $y = 0$  wieder. Die Gl. 16 hat, wenn wir  $y = 0$  setzen, zwei Lösungen. Die eine ergibt  $x = 0$ , was dem Anfang der Bewegung entspricht. Die zweite ergibt die Wurfweite  $x = x_m$ , nämlich

$$x_m = \frac{v_0^2}{g} 2 \sin \varphi \cos \varphi = \frac{v_0^2}{g} \sin 2 \varphi. \quad (18)$$

Ist  $x_m$  und  $v_0$  gegeben, und wird die Gleichung (18) durch den Winkel  $\varphi$  erfüllt, so wird sie auch durch den Winkel  $\frac{\pi}{2} - \varphi$  erfüllt. Denn es ist  $\sin 2\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \sin(\pi - 2\varphi) = \sin 2\varphi$ . Physikalisch bedeutet dies, daß man bei gegebener Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  die gleiche Wurfweite bei zwei verschiedenen Anfangswinkeln  $\varphi$  erreichen kann, deren Summe  $90^\circ$  ist (Abb. 37, Kurven a und b, Steilschuß und Flachschuß der Artillerie). Die größte Wurfweite wird bei  $\varphi = 45^\circ$  erreicht, sie beträgt dann  $x_m = \frac{v_0^2}{g}$ . (In diesem Falle fallen die beiden Lösungen zusammen.) Die Steighöhe beträgt dann nach Gl. 17  $h = \frac{v_0^2}{4g}$ , also ein Viertel der Wurfweite.

Bei den sehr schnell fliegenden Geschossen der Gewehre und Geschütze treten wegen der starken Reibung an der Luft erhebliche hemmende Kräfte auf, welche die Kurvenform derart verändern, daß der Abstieg steiler ist als der Anstieg. Die Wurfweite wird dadurch beträchtlich verkleinert (ballistische Kurve, Abb. 37, Kurve c).

**63. Erhaltung der Energie bei Wurf und Fall.** Ein Körper von der Masse  $m$  werde um die Strecke  $x_0$  senkrecht nach oben bewegt. Die Kraft, die die Schwere auf ihn ausübt, ist gleich  $mg$ , daher ist die zur Hebung erforderliche Arbeit gleich  $mgx_0$  (§ 46). Er hat durch diese Hebung potentielle Energie (§ 50) im Betrage  $mgx_0$  gewonnen. Fällt jetzt der Körper frei herab, so nimmt seine potentielle Energie wieder ab, in der Höhe  $x$  beträgt sie nur noch  $mgx$ . Dafür hat er jetzt aber infolge der beim Durchfallen der Strecke  $x_0 - x$  erfolgten Beschleunigung kinetische Energie (§ 40) im Betrage  $\frac{1}{2}mv^2$  gewonnen. Aus den Gl. 9 und 11 berechnet sich seine Geschwindigkeit zu

$$v = \sqrt{2(x_0 - x)g}, \quad (19)$$

und daher ist

$$\frac{1}{2}mv^2 = mg(x_0 - x), \text{ oder } \frac{1}{2}mv^2 + mgx = mgx_0. \quad (20)$$

Es ist also die Summe seiner kinetischen und potentiellen Energie ebenso groß wie seine gesamte Energie zu Anfang der Fallbewegung, als er noch keine kinetische Energie besaß (HUYGENS 1673). Es ergibt sich daher, daß beim freien Fall die Summe der kinetischen und der potentiellen Energie, d. h. die Gesamtenergie des Körpers konstant ist. Der Zuwachs der kinetischen Energie erfolgt auf Kosten der potentiellen Energie bzw. beim Wurf aufwärts umgekehrt. Damit ist die Gültigkeit des Energieprinzips (§ 48) für diese Bewegung nachgewiesen. Das gleiche gilt für jede andere Art der Bewegung eines Körpers unter der Wirkung der Schwere.

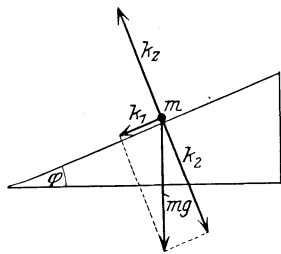


Abb. 38. Schiefe Ebene.

**64. Fall auf der schiefen Ebene.** Unter einer schiefen Ebene versteht man eine ebene Fläche, welche unter einem Winkel  $\varphi$  gegen die Horizontale geneigt ist (Abb. 38).  $m$  sei die Masse eines Körpers, welcher sich ohne Reibung auf dieser Ebene bewegen könne. Die Schwere übt auf ihn eine senkrecht nach unten

gerichtete Kraft vom Betrage  $mg$  aus. Wir zerlegen diese Kraft in zwei zueinander senkrechte Komponenten  $k_1$  und  $k_2$ , die eine parallel, die andere senkrecht zur schiefen Ebene. Von diesen beiden Komponenten kann nur die zur Ebene parallele eine Beschleunigung des Körpers bewirken. Diese Komponente hat den Wert  $k_1 = mg \sin \varphi$ . Die dazu senkrechte Komponente  $k_2 = mg \cos \varphi$  drückt den Körper gegen die schiefe Ebene, ohne ihn in dieser Richtung beschleunigen zu können, denn ihre Wirkung wird durch die in der Fläche auftretende Gegenkraft (Zwangskraft, § 39)  $k_z$ , welche gleich  $k_2$  und ihr entgegengesetzt gerichtet ist, aufgehoben. (Die Kraft  $k_1$  ist demnach eigentlich als die Resultierende der Schwerkraft  $mg$  und der Zwangskraft  $k_z$  aufzufassen, wie man auch aus Abb. 38 erkennt. Denn tatsächlich wirken auf die Masse  $m$  diese beiden Kräfte.) Es ist daher die wirksame Kraft

$$k_1 = m\gamma = mg \sin \varphi, \quad (21)$$

wenn  $\gamma$  die Beschleunigung des Körpers in Richtung der Ebene nach unten bedeutet.

Ist  $h$  die Höhe und  $s$  die Länge der schiefen Ebene, auf deren höchsten Punkt sich ein Körper befinde, so ist seine Entfernung vom Fußpunkt der Ebene  $s = \frac{h}{\sin \varphi}$ . Wird er losgelassen, so durchfällt er die Strecke  $s$  mit wachsender Geschwindigkeit, und zwar ist die nach der Zeit  $t$  zurückgelegte Strecke (§ 23)

$$x = \frac{1}{2} \gamma t^2 = \frac{1}{2} g t^2 \sin \varphi, \quad (22)$$

und die erreichte Geschwindigkeit

$$v = \gamma t = g t \sin \varphi \quad \text{oder} \quad v = \sqrt{2 g x \sin \varphi}. \quad (23)$$

Die nach Durchlaufen der ganzen Strecke  $s$  erreichte Geschwindigkeit beträgt

$$v = \sqrt{2 g s \sin \varphi} = \sqrt{2 g h}. \quad (24)$$

Das ist aber die gleiche Geschwindigkeit, welche er gemäß Gl. 19 beim freien, senkrechten Durchfallen der Höhe  $h$  erlangt haben würde. Übrigens wieder eine einfache Folge aus dem Energieprinzip, da in beiden Fällen die gleiche Verminderung der potentiellen Energie stattfindet, der jeweils der gleiche Gewinn an kinetischer Energie entsprechen muß.

Das gleiche ergibt sich auch, wenn es sich nicht um eine schiefe Ebene handelt, sondern um eine Fläche mit wechselnder Neigung, welche man sich aus lauter kleinen, schiefen Ebenen zusammengesetzt denken kann.

Um einen Körper von der Masse  $m$  auf einer schiefen Ebene um die Strecke  $s$ , d. h. bis in die Höhe  $h = s \cdot \sin \varphi$ , aufwärts zu befördern, ist eine Arbeit vom Betrage

$$A = m \cdot g \cdot s \cdot \sin \varphi = mgh \quad (25)$$

erforderlich, da die wirksame Kraftkomponente der Schwere in Richtung der Ebene den Wert  $mg \sin \varphi$  hat, und der zurückzulegende Weg gleich  $s$  ist. Man sieht, daß die Arbeit ebenso groß ist, wie wenn der Körper senkrecht um die Strecke  $h$  gehoben worden wäre. Die Hebung eines Körpers auf einer schiefen Ebene erfordert demnach die gleiche Arbeit, wie die senkrechte Hebung, sie ist aber mit einer um so kleineren Kraft zu leisten, je geringer die Neigung der Ebene ist, weil die wirksame Komponente der Schwerkraft um den Faktor  $\sin \varphi$  kleiner ist, als die bei senkrechter Hebung in Wirksamkeit tretende volle Schwerkraft. Dafür ist der zurückzulegende Weg entsprechend länger.

Da die potentielle Energie eines Körpers nur von seiner Höhe  $h$  abhängt, so ist für eine gleichförmige geradlinige Bewegung, die in konstanter Höhe verläuft (bei Ausschaltung der Reibung), keine Arbeit erforderlich, da ja die Energie des Körpers dabei unverändert bleibt.

Zur Anstellung von einfachen Fallversuchen auf der schiefen Ebene eignet sich die schon von GALILEI zur Prüfung der Fallgesetze benutzte Fallrinne, eine schräge Rinne, in der eine Kugel herabrollen kann. Man prüfe die vorstehend abgeleiteten Sätze, indem man die verschiedenen Zeiten entsprechenden Fallstrecken mißt. Man findet leicht, daß sich bei gleicher Neigung die durchfallenen Strecken wie die Quadrate der seit Beginn der Bewegung verflossenen Zeiten verhalten. Ebenso kann man die Abhängigkeit der Fallzeit von dem Neigungswinkel  $\varphi$  durch Verändern der Neigung nachprüfen.

Daß bei der Fallrinne eine rollende Kugel und nicht, wie oben vorausgesetzt, ein reibungslos gleitender Körper benutzt wird, ändert an der

Form des Bewegungsgesetzes grundsätzlich nichts. Man hat nur in Gl. 22 statt der Masse  $m$  gemäß § 52, den Ausdruck  $m + J/r^2$  zu setzen. Dies ist bei einer homogenen Vollkugel gleich  $\frac{7}{5} m$ . Die Wirkung des Rollens ist demnach so, als betrage die Schwerebeschleunigung nur  $\frac{5}{7}$  ihres wirklichen Wertes.

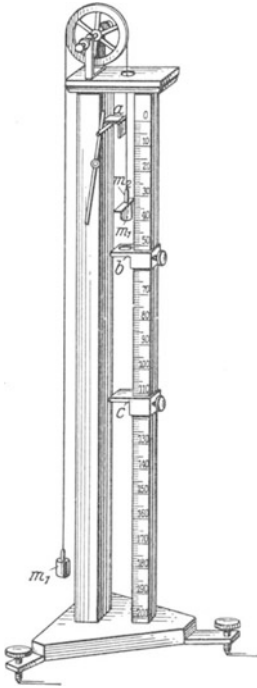


Abb. 39. Fallmaschine.

**65. Die Fallmaschine.** Die schiefe Ebene bewirkt eine Verminderung der Beschleunigung durch die Schwere, daher eine bequemere Beobachtung des Falles. Noch besser wird dies durch die Fallmaschine (Abb. 39) erreicht. Diese besteht in ihren wesentlichen Teilen aus einer über ein möglichst leichtes, leicht drehbares Rad laufenden Schnur, an deren beiden Enden gleiche Massen  $m_1$  gehängt werden können. Die eine der beiden Massen kann durch ein aufgelegtes Übergewicht  $m_2$  etwas schwerer gemacht werden als die andere, so daß sie diese hinaufzieht, während sie selbst sinkt. Es sind Vorrichtungen vorhanden, um erstens die Massen zu bestimmter Zeit in Bewegung treten zu lassen (a), zweitens um das Übergewicht nach Durchfallen einer bestimmten Strecke abzuheben (b), so daß nunmehr die beiden Massen gleich schwer sind, drittens um die herabfallende Masse nach Durchlaufen einer bestimmten Strecke aufzufangen (c). Neben der herabfallenden Masse befindet sich eine Skala, damit man die Abstände von  $ab$  und  $bc$  ablesen kann. Zur Zeitmessung bedient man sich eines Metronoms oder einer Stoppuhr.

Die auf die beiden gleichen Massen  $m_1$  wirkenden Schwerkraften heben sich gegenseitig auf, wirksam bleibt nur das auf der einen Seite aufgelegte Übergewicht  $m_2$ , auf das die Kraft  $m_2g$  wirkt. Diese Kraft setzt die ganze Masse der drei Körper,  $2m_1 + m_2$ , in beschleunigte Bewegung. Es ist daher

$$m_2g = (2m_1 + m_2)\gamma,$$

also die Beschleunigung

$$\gamma = g \frac{m_2}{2m_1 + m_2}.$$

Je kleiner man  $m_2$  gegenüber  $m_1$  macht, desto geringer ist die Beschleunigung. (Allzu klein darf man sie wegen der auftretenden Reibungskräfte nicht machen.) Man kann also die Bewegung bequem in ihren Einzelheiten beobachten.

Man kann mit der Fallmaschine z. B. folgende Versuche anstellen:

1. Prüfung der Gl. 9, § 23. Man hebe das Übergewicht nach Durchfallen verschiedener Strecken  $x$  ab und messe die zum Durchfallen dieser Strecken



benötigten Zeiten. Sie verhalten sich wie die Wurzeln aus den Fallstrecken. Man verändere bei unveränderter Fallstrecke das Übergewicht. Die Quadrate der Fallzeiten sind den Beschleunigungen  $\gamma$ , also bei kleinem Übergewicht ( $m_2 \ll 2 m_1$ ) den Übergewichten umgekehrt proportional.

2. Prüfung der Gl. 8, § 23. Man hebe das Übergewicht nach Durchfallen verschiedener Strecken  $x_1$  ab und messe die zum Durchfallen der Strecke  $x_1$  und einer weiteren, konstanten Strecke  $x_2$  nötigen Zeiten. Sie sind einander umgekehrt proportional. Denn die infolge der Beschleunigung erreichte Geschwindigkeit ist der Beschleunigungszeit proportional. Ebenso findet man, daß die erreichte Geschwindigkeit der Beschleunigung  $\gamma$  proportional ist.

Bei genaueren Rechnungen muß in Betracht gezogen werden, daß durch das Übergewicht nicht nur die beiden Massen in Bewegung gesetzt, sondern auch das Rad, über das die Schnur läuft, in Rotation versetzt wird. Ebenso wie bei einer rollenden Kugel (§ 52) wirkt das Hinzukommen des Rades (Trägheitsmoment  $J$ ) so, als ob die bewegte Masse um eine Masse  $J/r^2$  vermehrt wäre, wenn  $r$  den inneren Radius der Rinne bedeutet, in der die Schnur über das Rad läuft. Daher hat man genau zu setzen  $\gamma = g \frac{m_2}{2m_1 + J/r^2 + m_2}$ .

Das Trägheitsmoment  $J$  des Rades läßt sich aus Versuchen mit verschiedenen großen Massenpaaren  $m_1$  ermitteln.

Kennt man durch Wägung die Massen  $m_1$  und  $m_2$ , so kann man  $g$  durch Messung der Beschleunigung  $\gamma$  berechnen. Es ist dies aber eine mit vielen Fehlerquellen behaftete Methode, die nur mit sehr vollkommenen Apparaten bei großer Sorgfalt mit einiger Genauigkeit gelingt.

**66. Der Schwerpunkt.** Wir betrachten zwei starr miteinander verbundene Massenpunkte  $\mu_1$  und  $\mu_2$  (Abb. 40), deren Abstand  $b$  sei. Auf jede wirke die Schwerkraft  $\mu_1 g$ , bzw.  $\mu_2 g$ . Die Resultierende  $R$  dieser beiden Kräfte hat nach § 33 die Größe  $(\mu_1 + \mu_2) g$ , ist den beiden Einzelkräften parallel und teilt die Verbindungslinie  $b$  im umgekehrten Verhältnis der beiden Kräfte, d. h. in diesem Falle der beiden Massen, so daß  $b_1 : b_2 = \mu_2 : \mu_1$ . Bringen wir die beiden Massen unter Konstanthaltung ihres Abstandes in verschiedene Lagen gegenüber der Richtung der Schwerkraft, so ändert sich die Richtung der Resultierenden, aber ihre Richtung teilt  $b$  stets im gleichen Verhältnis, so daß sich alle diese, für die verschiedenen Lagen konstruierten Resultierenden im Punkte  $S$  schneiden. Wir können uns daher, unabhängig von der zufälligen Orientierung der beiden Massen, diese beiden bezüglich aller Schwerkraftwirkungen stets in diesem Punkte  $S$  vereinigt denken, d. h. so tun, als ob sich die Masse  $\mu_1 + \mu_2$  im Punkte  $S$  befände. Man nennt  $S$  den Schwerpunkt der beiden Massen  $\mu_1$  und  $\mu_2$ . Es befinden sich die beiden Massen in einem rechtwinkligen Koordinatensystem  $(xyz)$  und haben die Koordinaten  $x_1 y_1 z_1$ , bzw.  $x_2 y_2 z_2$ . Dann sind die Koordinaten des Punktes  $S$ , in dem  $b$  durch die Resultierende geteilt wird,

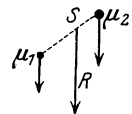


Abb. 40.  
Zur Konstruktion  
des Schwer-  
punktes.

$$x_{12} = \frac{\mu_1 x_1 + \mu_2 x_2}{\mu_1 + \mu_2}, \quad y_{12} = \frac{\mu_1 y_1 + \mu_2 y_2}{\mu_1 + \mu_2}, \quad z_{12} = \frac{\mu_1 z_1 + \mu_2 z_2}{\mu_1 + \mu_2}.$$

Ist nun mit diesen beiden Massen noch eine dritte  $\mu_3$  starr verbunden, so können wir den entsprechenden Punkt durch Fortsetzung dieses Verfahrens finden. Es ergibt sich dann die Lage des Schwerpunktes der drei Massen zu

$$x = \frac{(\mu_1 + \mu_2) x_{12} + \mu_3 x_3}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3} = \frac{\mu_1 x_1 + \mu_2 x_2 + \mu_3 x_3}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3},$$

$$y = \frac{\mu_1 y_1 + \mu_2 y_2 + \mu_3 y_3}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}, \quad z = \frac{\mu_1 z_1 + \mu_2 z_2 + \mu_3 z_3}{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}.$$

In entsprechender Weise ergibt sich für eine beliebige Zahl von miteinander verbundenen Massen  $\mu_i$  die Lage des Schwerpunktes allgemein durch die nachfolgenden Gleichungen

$$x = \frac{\sum \mu_i x_i}{m}, \quad y = \frac{\sum \mu_i y_i}{m}, \quad z = \frac{\sum \mu_i z_i}{m}. \quad (25)$$

Hierin bedeutet  $m = \sum \mu_i$  die Gesamtmasse der miteinander verbundenen Einzelmassen.

Der Schwerpunkt ist also der Angriffspunkt der Resultierenden aller an den einzelnen Massenteilchen eines zusammenhängenden Körpers angreifenden Einzelschwerkräfte.

Der Schwerpunkt ist nicht nur für die Schwerewirkungen, sondern auch für die Trägheitswirkungen von Bedeutung. Wird ein zusammenhängender Körper beschleunigt, so wirkt an jedem seiner Massenteilchen ein der Richtung der Beschleunigung entgegengesetzter Trägheitswiderstand (§ 32), der der Masse des Teilchens proportional ist. Auch hier handelt es sich also, genau wie bei der Schwere, um parallele und den Einzelmassen proportionale Kräfte. Für ihre Resultierende und die Lage ihres Angriffspunktes gilt demnach genau das gleiche, wie für die Schwerkraft. Der Schwerpunkt ist auch der Angriffspunkt der Resultierenden der am Körper auftretenden Trägheitswiderstände. In diesem Sinne nennt man ihn auch wohl den Massenmittelpunkt.

Auch wenn Körper nicht fest miteinander verbunden sind, nennt man den durch Gl. 25 definierten Punkt im Raume ihren gemeinsamen Schwerpunkt (z. B. der gemeinsame Schwerpunkt des Sonnensystems, von Erde und Mond usw.).

Bei homogenen, d. h. gleichmäßig mit Masse gefüllten Körpern von einfachen geometrischen Formen läßt sich die Lage des Schwerpunktes leicht berechnen. Bei einer homogenen Voll- oder Hohlkugel ist es der Mittelpunkt, bei einer homogenen Kiste (Parallelepipet) der Schnittpunkt der Diagonalen.

**67. Der Satz von der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunktes.** Mehrere nicht starr miteinander verbundene Massen  $m_i$ , zwischen denen keine oder nur innere Kräfte (§ 37) wirken, d. h. anziehende oder abstoßende Kräfte zwischen diesen Massen selbst, sollen sich frei im Raum bewegen. Der gemeinsame Schwerpunkt dieser Massen ändert dabei in der Regel auch seinen Ort im Raume, seine Lage ist aber, wenn die Orte der einzelnen Massen durch Angabe ihrer Koordinaten  $x_i$   $y_i$   $z_i$  gegeben sind, für jeden Augenblick aus Gl. 25 zu berechnen. Man erhält die Geschwindigkeit, mit der sich die Lage des Schwerpunktes in den drei Koordinatenrichtungen ändert, indem man Gl. 25 nach der Zeit  $t$  differenziert

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{\sum m_i \frac{dx_i}{dt}}{m}, \quad v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{\sum m_i \frac{dy_i}{dt}}{m}, \quad v_z = \frac{dz}{dt} = \frac{\sum m_i \frac{dz_i}{dt}}{m}, \quad (26)$$

( $m = \sum m_i$ ). Nun stellen aber die Zähler dieser drei Ausdrücke die Summen der Bewegungsgrößen der Einzelmassen in den drei Koordinatenrichtungen dar, und diese sind nach § 37 konstant, da nur innere Kräfte wirken. Demnach sind die drei Geschwindigkeitskomponenten des Schwerpunktes und daher auch seine Geschwindigkeit überhaupt konstant, ganz unabhängig davon, ob sich die Geschwindigkeiten der Einzelmassen infolge der zwischen ihnen wirkenden Kräfte noch so sehr ändern. Wirkt auf alle Einzelmassen außerdem noch eine äußere beschleunigende Kraft, z. B. die Schwere, so führt der Schwerpunkt eine Bewegung aus, die derjenigen gleich ist, die eintreten würde, wenn die gesamten Einzelmassen im Schwerpunkt vereinigt wären.

Wie man aus der Art der Ableitung erkennt, ist dieser sog. Satz von der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunktes nur eine andere Form

des Satzes von der Erhaltung der Bewegungsgröße (§ 37), also letzten Endes des dritten Newtonschen Axioms.

Ein einfaches Beispiel für den Schwerpunktssatz zeigt Abb. 41. Bewegt sich ein Mensch in einem leichten Boot, so bewegt sich das Boot in der entgegengesetzten Richtung. Allerdings tritt eine kleine Komplikation dadurch ein, daß durch die Bewegung des Bootes auch das Wasser in Bewegung gesetzt wird. Das hat zur Folge, daß nach Aufhören der Bewegung des Menschen im Boot dieses zunächst noch ein wenig weiterläuft.

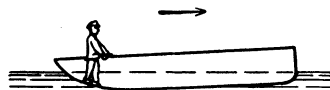


Abb. 41. Zum Schwerpunktssatz.

Als weiteres Beispiel für den Schwerpunktssatz führen wir das im Fluge platzende Schrapnell an. Solange das Schrapnell noch nicht geplatzt ist, liegt sein Schwerpunkt in seinem Innern und beschreibt eine parabolische Bahn (bzw. ballistische Kurve, § 62). Beim Zerplatzen werden die einzelnen Bruchstücke des Schrapnells durch innere Kräfte auseinander getrieben, der gemeinsame Schwerpunkt der Teile aber bewegt sich so fort, als sei das Geschöß unverseht geblieben (allerdings mit der Einschränkung, daß die Luftreibung — eine äußere Kraft — auf die Bruchstücke anders, und zwar stärker, einwirkt als auf das Geschöß, so daß die ballistische Kurve, die der Schwerpunkt nach dem Zerplatzen beschreibt, stärker nach unten gekrümmt ist, als es bei dem ganzen Geschöß der Fall gewesen wäre).

Auf dem Schwerpunktssatz beruht die einzige Möglichkeit, die projektierten Raketenfahrzeuge im Weltraum zu steuern. Wird z. B. eine Rakete vom Fahrzeug aus senkrecht zur Flugrichtung abgeschossen, so erhält das Fahrzeug eine zusätzliche Bewegungskomponente in der entgegengesetzten Richtung, wird also um einen bestimmten Winkel aus seiner bisherigen Fahrtrichtung abgelenkt.

Aus dem Schwerpunktssatz folgt, daß bei der Rotation eines Körpers um eine freie Achse diese Achse stets durch den Schwerpunkt des Körpers gehen muß. Denn nur dann bleibt der Schwerpunkt bei der Rotation in Ruhe (bzw. geradliniger, gleichförmiger Bewegung).

Es sei bemerkt, daß es sich beim Schwerpunktssatz um reine Trägheitswirkungen handelt, die nichts mit der Schwerkraft zu tun haben. Er wird nur aus methodischen Gründen im Anschluß an die Definition des Schwerpunktes in diesem Abschnitt behandelt. Es wäre korrekter, wenn man hier vom Massenmittelpunkt statt vom Schwerpunkt sprechen würde. Doch ist das nicht üblich.

**68. Das mathematische Pendel.** Unter einem Pendel versteht man einen der Schwere unterworfenen Körper, welcher frei (um einen Punkt oder eine feste Achse) drehbar aufgehängt ist. Ein mathematisches Pendel ist eine — weitgehend zu verwirklichende — Idealisierung des Pendels und wird gedacht als ein Massenpunkt  $m$  an einem gewichtslosen Faden (Abb. 42).

Das Pendel habe die Länge  $l$ . Es sei um den Winkel  $\varphi$  aus seiner Ruhelage entfernt. Auf  $m$  wirkt senkrecht nach unten die Schwerkraft  $mg$ . Wir zerlegen diese in zwei Komponenten,  $k_2$  in der Richtung des Fadens und  $k_1$  senkrecht dazu. Erstere wird durch die im Faden auftretende elastische Zwangskraft aufgehoben. Die zweite  $k_1 = -mg \sin \varphi$ , treibt die Masse  $m$  in tangentialer Richtung in die Ruhelage zurück, so daß sie sich auf einem Kreisbogen bewegt.

Es sei  $s$  die Länge des Kreisbogens, um die  $m$  aus seiner Ruhelage entfernt ist. Dann ist  $s = l\varphi$ . Es ist also die Geschwindigkeit von  $m$  gleich  $v = ds/dt = l \frac{d\varphi}{dt}$  und seine Beschleunigung  $\gamma = dv/dt = l \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ . Daher ist

$$k_2 = m\gamma = ml \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mg \sin \varphi. \quad (27)$$

Wenn wir nur kleine Amplituden des Pendels, also kleine Ausschlagswinkel  $\varphi$  betrachten, so können wir (§ 12)  $\sin \varphi = \varphi$  setzen und erhalten

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -\frac{g}{l} \varphi. \quad (28)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung lautet

$$\varphi = \varphi_0 \sin 2\pi \frac{t}{\tau}, \quad (29)$$

wobei

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (30)$$

Das Pendel führt also eine harmonische Bewegung (§ 25) mit der Amplitude  $\varphi_0$  aus.  $\tau$  ist die Schwingungsdauer des Pendels, d. h. die Dauer eines vollen Hin- und Herganges. Sie ist der Wurzel aus der Pendellänge  $l$  proportional. Die Schwingungsdauer eines Pendels von 100 cm Länge ist sehr nahezu gleich 2 sec. Es ist üblich, ein Pendel, dessen Schwingungsdauer genau gleich 2 sec ist, als Sekundenpendel zu bezeichnen, weil die Dauer einer Halbschwingung gleich 1 sec ist. Das Pendelgesetz ist von GALILEI (1596) gefunden worden.

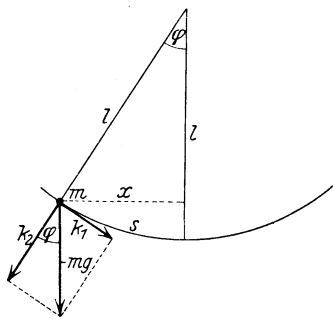


Abb. 42. Mathematisches Pendel.

Entfernt man ein Pendel aus seiner Ruhelage und gibt ihm beim Loslassen einen Stoß senkrecht zu der Richtung, in der es sonst frei schwingen würde, so bewegt es sich in einer geschlossenen Bahn, und seine Aufhängung beschreibt einen Kegel von elliptischem Querschnitt. Wir wollen hier nur den Fall betrachten, daß das Pendel in einem Kreise schwingt. Wie man ohne weiteres erkennt, ist dieser Fall mit dem in § 45 behandelten Fall des Zentrifugalregulators vollkommen identisch, und es gilt daher auch dieselbe Gleichgewichtsbedingung. Setzen wir jetzt die dort eingeführte Schwerkraft  $k = mg$ , so folgt wie dort

$$\cos \alpha = \frac{k}{m l \omega^2} = \frac{g}{l \omega^2} \quad \text{oder}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau} = \sqrt{\frac{g}{l \cos \alpha}} \quad \text{bzw.} \quad \tau = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g}}. \quad (31)$$

Hierin bedeutet  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit und  $\tau$  die Umlaufzeit des Pendels.

An die Stelle von  $l$  in Gl. 30 tritt daher hier  $l \cos \alpha$ . Die Schwingungsdauer eines solchen konischen Pendels ist also gleich der eines ebenen Pendels von der Länge  $l \cos \alpha$ . Es schwingt schneller als ein gleichlanges, ebenes Pendel. Der Unterschied ist jedoch bei kleinem Wert von  $\alpha$  sehr gering, da  $\cos \alpha$  dann von 1 sehr wenig verschieden ist. So macht es auch für die Schwingungsdauer eines ebenen Pendels wenig aus, wenn in der Schwingung eine kleine seitliche Komponente vorhanden ist.

**69. Das physische Pendel.** Die wirklichen, also aus einem räumlich ausgedehnten Körper bestehenden Pendel nennt man auch physische Pendel (Abb. 43). Nach Gl. 10, § 42 gilt für ein physisches Pendel von der Masse  $m$  — wenn jetzt  $l$  den Abstand des Schwerpunktes  $S$  von der Achse  $O$ ,  $J$  das Trägheitsmoment bezüglich dieser Achse und  $N$  das Drehmoment bedeutet —

$$N = J \frac{d\omega}{dt} = J \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mg l \sin \varphi. \quad (32)$$

Es ist daher, wenn wieder  $\varphi$  so klein ist, daß man  $\sin \varphi = \varphi$  setzen darf,

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -\frac{mgl}{J} \varphi \quad (33)$$

und daher

$$\varphi = \varphi_0 \sin 2\pi \frac{t}{\tau},$$

wobei

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}} \text{ und } D = mgl. \quad (34)$$

Man sieht, daß die Gl. 30, § 68 des mathematischen Pendels natürlich ein Spezialfall der Gl. 34 ist, da, wenn die schwingende Masse auf einen Massenpunkt zusammenschrumpft,  $J = ml^2$  wird. Ein physisches Pendel schwingt ebenso schnell wie ein mathematisches Pendel von der Länge

$$\lambda = \frac{J}{ml}, \quad (35)$$

und es wird

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{\lambda}{g}}. \quad (36)$$

Man bezeichnet  $\lambda$  als die reduzierte Pendellänge des physischen Pendels.

Die Größe  $D = mgl$  bezeichnet man als die auf das Pendel wirkende Direktionskraft (dieser Ausdruck ist nicht gut, da diese Größe gar keine Kraft ist).

Das Trägheitsmoment einer homogenen Vollkugel von der Masse  $m$  und dem Radius  $r$ , bezogen auf eine durch ihren Schwerpunkt (Mittelpunkt) gehende Achse ist  $J_0 = \frac{2}{5} mr^2$ . Ist daher eine solche Kugel so an einen Faden aufgehängt, daß ihr Mittelpunkt den Abstand  $l$  vom Aufhängepunkt hat, so ist ihr Trägheitsmoment, bezogen auf diesen Punkt, nach Gl. 14, § 42

$$J = \frac{2}{5} mr^2 + ml^2 = m(l^2 + \frac{2}{5} r^2).$$

Die reduzierte Pendellänge eines solchen Pendels ist daher

$$\lambda = l \left( 1 + \frac{2}{5} \frac{r^2}{l^2} \right).$$

Ist z. B.  $l = 100$  cm,  $r = 1$  cm, so ist  $\lambda = 1,00004 l$ , unterscheidet sich also von  $l$  nur sehr wenig. Ein solches Pendel stellt also bereits eine recht gute Annäherung an das mathematische Pendel dar.

**70. Bestimmung von  $g$  mit dem Pendel.** Mit einem Pendel aus einer an einem nicht zu kurzen Faden hängenden Masse — die man nicht zu klein wähle, indem man etwa eine gut kugelförmig gedrehte Bleikugel verwendet — kann man eine Bestimmung der Erdbeschleunigung  $g$  schon mit einiger Genauigkeit vornehmen.

Beträchtlich genauer ist die Bestimmung von  $g$  mit dem sog. Reversionspendel. Es sei  $J_0$  das Trägheitsmoment eines Körpers, bezogen auf eine horizontale durch seinen Schwerpunkt  $S$  gehende Achse (Abb. 44), etwa die zur Zeichnungsebene senkrecht stehende. Er sei in  $A$  im Abstände  $a$  von  $S$  in einer horizontalen Achse drehbar aufgehängt. Er hat dann die Schwingungsdauer

$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{J_0 + ma^2}{mga}}$ . Es läßt sich nun stets auf der durch  $A$  und  $S$  gehenden

Geraden auf der andern Seite des Schwerpunktes im Abstände  $b$  von  $S$  ein Punkt  $B$  finden, derart, daß der Körper um eine durch  $B$  gehende, zu

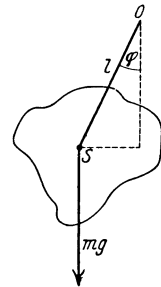


Abb. 43.  
Physisches Pendel.

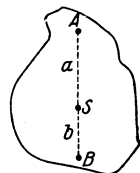


Abb. 44. Zur  
Theorie des Reversionspendels.

der andern parallele Achse schwingend, die gleiche Schwingungsdauer  $\tau$  hat wie bei der Aufhängung in  $A$ . Es ist dann

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{J_0 + m a^2}{m g a}} = 2\pi \sqrt{\frac{J_0 + m b^2}{m g b}} \quad \text{oder} \quad \frac{J_0 + m a^2}{a} = \frac{J_0 + m b^2}{b}.$$

Löst man diese Gleichung nach  $b$  auf, so ergibt sich — außer dem selbstverständlichen Wert  $b = a$  (d. h.  $B$  fällt mit  $A$  zusammen) —

$$b = \frac{J_0}{m a}.$$

Die Länge der Strecke  $AB$  ergibt sich als die Summe von  $a$  und  $b$ , also

$$AB = a + \frac{J_0}{m a} = \frac{J_0 + m a^2}{m a} = \frac{J}{m a},$$



Abb. 45  
Rever-  
sions-  
pendel.

wobei  $J$  das Trägheitsmoment, bezogen auf die durch  $A$  gehende Achse bedeutet. Das aber ist gemäß Gl. 35 die reduzierte Pendellänge  $\lambda$  des um  $A$  schwingenden Körpers, also wegen der gleichen Schwingungsdauer auch die des um  $B$  schwingenden Körpers. Man kann daher auf diese Weise die reduzierte Pendellänge des Körpers finden und daraus und aus der Schwingungszeit, die sehr genau zu messen ist,  $g$  berechnen.

Eine einfache praktische Ausführung zeigt Abb. 45. An einer Metallstange sind zwei, zur Verringerung des Luftwiderstandes meist linsenförmige Massen  $m_1$  und  $m_2$  verschiebbar angebracht. An der Stange befinden sich ferner zwei einander zugekehrte Schneiden, die eine zwischen den beiden Massen, die zweite außerhalb. Die Vorrichtung kann um jede der beiden Schneiden als Pendel schwingen, wenn man eine derselben auf eine geeignete Unterlage (Achat- oder Stahlplatte) setzt. Man verschiebt nun die beiden Massen so lange, bis das Pendel um beide Schneiden genau gleich schnell schwingt. Der Abstand der beiden Schneiden, der sich wegen ihrer Feinheit äußerst genau messen läßt, ist dann gleich der reduzierten Pendellänge  $\lambda$ . Durch eine solche Messung von  $\tau$  und  $\lambda$  kann man dann  $g$  nach Gl. 36 sehr genau bestimmen.

Das Pendel liefert weit genauer als der freie Fall die experimentelle Begründung für die strenge Proportionalität bzw. Gleichheit der trägen und der schweren Masse der Körper (§ 59). Man beachte, daß in Gl. 27, § 68, die Masse  $m$  auf der linken Seite die träge Masse, die Masse  $m$  auf der rechten Seite die schwere Masse bedeutet. Wären sie nicht gleich, wie wir hier stillschweigend voraussetzten, so daß man sie nicht gegeneinander heben könnte, so wäre die rechte Seite von Gl. 30 unter der Wurzel noch mit einem Faktor, nämlich dem Verhältnis der schweren zur trägen Masse, behaftet. Wäre dies Verhältnis nicht für alle Körper genau das gleiche, so würde sich das daran bemerkbar machen, daß zwei Pendel aus verschiedenem Material, welche nach Gl. 35 die gleiche reduzierte Pendellänge haben, trotzdem eine verschiedene Schwingungszeit  $\tau$  haben. Diese Frage kann man mit sehr großer Genauigkeit prüfen, da die Schwingungszahl eines Pendels durch Beobachtung einer sehr großen Zahl von Schwingungen sehr genau zu messen ist. Versuche, die zu diesem Zweck mit äußerster Präzision angestellt wurden, haben die strenge Gültigkeit des Satzes von der Gleichheit der trägen und der schweren Masse ergeben.

**71. Gleichgewicht unter der Wirkung der Schwere.** Ein der Schwere unterworfenen Körper, der sich in Ruhe befindet, ist im Gleichgewicht. Das kann nur dann der Fall sein, wenn die Schwerkraft durch eine gleich

große, entgegengesetzt gerichtete Kraft aufgehoben wird. Beispiele derartiger Gleichgewichte umgeben uns im täglichen Leben in Fülle. Die meisten Gegenstände unserer Umgebung sind in Ruhe, befinden sich also im Gleichgewicht. Entfernt man einen solchen Körper ein wenig aus seiner Ruhelage und läßt ihn dann wieder los, so sucht er, insbesondere wenn die Reibung ausgeschaltet ist, in der Regel in seine ursprüngliche Lage zurückzukehren, z. B. ein aus seiner Ruhelage entferntes Pendel, ein Kasten auf einem Tische, den wir ein wenig kippen usw. Ein Gleichgewicht, bei dem dies der Fall ist, nennt man stabil. Es sind aber auch Fälle denkbar, in denen ein aus seiner Gleichgewichtslage ein wenig verschobener Körper trotz völliger Ausschaltung der Reibung in seiner neuen Lage verbleibt, z. B. eine auf einer genau horizontalen Ebene liegende homogene Kugel, ein an einer Achse drehbar befestigtes, ringsum völlig gleichmäßig gebautes Rad, überhaupt jeder genau in seinem Schwerpunkt unterstützte Körper. Ein derartiges Gleichgewicht nennt man indifferent. Ein dritter Fall liegt vor, wenn ein aus seiner Gleichgewichtslage nur ein wenig entfernter Körper sich alsdann von selbst noch weiter von dieser entfernt und einer andern stabilen Ruhelage zustrebt. Dieser Fall würde etwa dem eines auf einer Fingerspitze balancierten Stockes ähneln, der aber kein Gleichgewicht darstellt, da das Balancieren nur bei fortgesetzter Bewegung des Stockes möglich ist. Ein solches gedachtes Gleichgewicht nennt man labil. Es kann praktisch deshalb nicht vorkommen, weil, wenn ein Körper einmal in eine solche Gleichgewichtslage gebracht wäre, er schon durch eine unendlich kleine Störung aus ihr endgültig entfernt würde. Derartige Störungen lassen sich aber auf der Erde auf keine Weise vermeiden. Labile Gleichgewichtszustände existieren daher als Dauerzustände tatsächlich nicht, sind aber von theoretischem Interesse.

Labilen Lagen sind oft gewisse stabile Lagen sehr ähnlich, bei denen eine sehr kleine Verschiebung des Körpers aus dieser stabilen Lage ihn in eine labile Lage führt, über die hinweg er in eine neue stabile Lage übergehen kann. Ein Beispiel hierfür ist ein auf einer seiner schmalen Flächen gestelltes Brett oder ein auf seine Grundfläche gestellter langer und dünner Zylinder. Schon eine geringe Erschütterung kann genügen, um das Brett so weit zu kippen, daß es, indem es sich um eine seiner Kanten dreht, durch die der stabilen Anfangslage ganz dicht benachbarte labile Gleichgewichtslage hindurchgeht, um in einer neuen stabilen Lage, auf einer seiner Seitenflächen liegend, zu enden. Ein solches Gleichgewicht nennt man auch metastabil.

Bei jeder Gleichgewichtslage sind die Bewegungsmöglichkeiten eines Körpers in irgendeiner Weise beschränkt, es sind ihm gewisse Bedingungen vorgeschrieben. Ein Pendelkörper, der an einem Faden hängt, kann über den Raum der durch die Pendellänge als Radius gegebenen Kugel nicht hinaus. Ein auf einem Tische liegender Kasten kann mit keinem seiner Punkte tiefer liegen als die Tischplatte usw.

Für die drei vorstehend charakterisierten Arten des Gleichgewichts bei Wirkung der Schwere ist eine gemeinsame Bedingung maßgebend, nämlich die, daß der Schwerpunkt des im Gleichgewicht befindlichen Körpers eine extreme Lage einnimmt.

1. Beim stabilen Gleichgewicht nimmt der Schwerpunkt des Körpers die tiefste Lage ein, die die ihm vorgeschriebenen Bedingungen zulassen.

2. Beim labilen Gleichgewicht nimmt der Schwerpunkt des Körpers die höchste Lage ein, die die ihm vorgeschriebenen Bedingungen zulassen.

3. Das indifferente Gleichgewicht bildet den Übergang zwischen dem stabilen und dem labilen Gleichgewicht. Es liegt dann vor, wenn der Schwer-

punkt bei einer Bewegung des Körpers aus seiner Ruhelage seine Höhenlage nicht ändert.

Es kommt sehr häufig vor, daß man eine Gleichgewichtslage gleichzeitig als stabil und als indifferent bezeichnen muß, je nachdem, was für eine Art von Verschiebung aus der Ruhelage man betrachtet. Ein auf einer horizontalen Ebene liegender Zylinder kann ohne Hebung seines Schwerpunktes gerollt werden, in diesem Sinne befindet er sich also im indifferenten Gleichgewicht; bezüglich jeder andern möglichen Bewegung ist er im stabilen Gleichgewicht.

Bewegt man einen Körper aus einer Gleichgewichtslage heraus, so ist mit jeder Änderung der Höhenlage seines Schwerpunktes eine Änderung seiner potentiellen Energie (§ 50) verbunden. Im Falle stabilen Gleichgewichts haben die vorgeschriebenen Bedingungen zur Folge, daß nur Hebungen des Schwerpunktes möglich sind, die potentielle Energie des Körpers wird also bei jeder möglichen Verschiebung aus der Gleichgewichtslage größer, man muß Arbeit aufwenden, um eine solche Verschiebung hervorzurufen. Beim labilen Gleichgewicht dagegen sind nur Senkungen des Schwerpunktes mit den vorgeschriebenen Bedingungen verträglich, die potentielle Energie des Körpers nimmt bei jeder möglichen Bewegung ab, es wird daher bei einer solchen Bewegung Arbeit gewonnen, z. B. gerät der Körper in beschleunigte Bewegung. Beim indifferenten Gleichgewicht wird bei einer Verschiebung des Körpers Arbeit weder aufgewendet noch gewonnen, sie geschieht also ohne Änderung der Energie des Körpers.

Man kann daher die obenerwähnten Definitionen der Gleichgewichtsarten auch folgendermaßen aussprechen: Die potentielle Energie eines Körpers ist im stabilen Gleichgewicht ein Minimum, im labilen Gleichgewicht ein Maximum. Das indifferente Gleichgewicht bildet den Grenzfall zwischen dem stabilen und dem labilen Gleichgewicht.

In der letzten Form gelten die Gleichgewichtsbedingungen für jede Art des Gleichgewichts, nicht nur für solche unter der Wirkung der Schwerkraft, sondern auch irgendwelcher anderen, z. B. elastischer, elektrischer, magnetischer Kräfte.

Häufig hat ein Körper mehrere stabile und labile Gleichgewichtslagen. Ein auf einem Tische stehender Kasten hat 6 stabile Gleichgewichtslagen, nämlich je eine, wenn er auf einer seiner 6 Seitenflächen liegt, und 20 labile Gleichgewichtslagen, nämlich je eine, wenn er auf einer der 12 Kanten, und 8, wenn er auf je einer der 8 Ecken steht. Ein Fadenpendel hat nur eine stabile Gleichgewichtslage.

Für den Fall, daß ein Körper sich auf einer horizontalen Ebene befindet, ist es Bedingung für das stabile Gleichgewicht, daß sein Schwerpunkt sich oberhalb seiner auf der Ebene ruhenden Grundfläche (Unterstützungsfläche) befinde. Bei einem hängenden Körper liegt im stabilen Gleichgewicht der Schwerpunkt senkrecht unterhalb des Aufhängepunktes. (Man hüte sich, diese Bedingungen zur allgemeinen Definition der stabilen Gleichgewichtslage zu benutzen, da sie nur auf die genannten Spezialfälle zutreffen!)

Ein Maß für den Grad der Stabilität einer Gleichgewichtslage bildet die Größe der Lagenänderung, die man mit einem Körper vornehmen kann, ohne ihn in eine labile Gleichgewichtslage zu überführen (Standfestigkeit). Die Stabilität ist daher meist in verschiedenen Richtungen verschieden groß. Ein Körper fällt oft nach der einen Seite leichter um als nach der andern.

Bei dieser Gelegenheit sei die sog. bifilare Aufhängung erwähnt, welche manchmal bei den drehbaren Teilen von Meßinstrumenten (z. B. manchen Elektrometern) Anwendung findet, bei der der drehbare Körper an zwei, im Ruhezustand (stabiles Gleichgewicht) parallelen Fäden herabhängt. Mit jeder Dre-



hung des Körpers um eine vertikale Achse ist eine Hebung seines Schwerpunktes verbunden, es tritt also ein ihn in seine Ruhelage zurücktreibendes Drehmoment auf, welches bei kleinem Drehungswinkel diesem selbst proportional ist. Es ist ferner dem Gewicht des angehängten Körpers, dem Quadrat des Abstandes der beiden Fäden direkt und der Länge der Fäden umgekehrt proportional. Der Winkel, um den der hängende Körper aus seiner Ruhelage gedreht ist, kann als ein Maß für die ihn drehende Kraft dienen.

## b) Die allgemeine Gravitation.

72. Das NEWTONSche Gravitationsgesetz. Es war zweifellos eine der größten Geistesstaten aller Zeiten, als ISAAC NEWTON (1643—1727) auf den Gedanken kam, daß die Schwerkraft nicht auf die irdischen Körper beschränkt sei, sondern überhaupt zwischen allen Massen im Weltraum wirksam sei (allgemeine Gravitation, 1683). Er kam dadurch zunächst zu der Behauptung, daß die Kraft (Zentripetalkraft, § 43), welche den Mond zwingt, eine kreisförmige Bahn um die Erde zu beschreiben, nichts anderes sei, als die Schwerkraft, die, von der Erde ausgehend, auf den Mond in gleicher Weise wirkt, wie auf jeden auf der Erde befindlichen Körper. Ferner aber müssen gleichartige Kraftwirkungen zwischen der Sonne und den sie umkreisenden Planeten auftreten, wenn die Schwere eine allgemeine Eigenschaft der Materie ist, d. h. wenn jegliche Masse auf jede andere eine anziehende Kraft ausübt. In Verfolg dieses Gedankens kam NEWTON zur Aufstellung seines Gravitationsgesetzes für die zwischen zwei Massen  $m$  und  $M$  wirkende Anziehungskraft  $k$ . Der Abstand der Schwerpunkte der beiden Massen sei  $r$ , dann ist nach NEWTON

$$k = -G \frac{mM}{r^2}. \quad (1)$$

D. h. die zwischen zwei Massen wirkende anziehende Kraft ist jeder der beiden Massen proportional und dem Quadrat des Abstandes ihrer Schwerpunkte umgekehrt proportional. Die Größe  $G$  ist eine Konstante, die man als die allgemeine Gravitationskonstante bezeichnet. Ihr Zahlenwert beträgt

$$G = 6,65 \cdot 10^{-8} \text{ dyn} \cdot \text{cm}^2 / \text{gr}^2.$$

Zwei Massen von je 1 g ziehen sich also, wenn ihre Schwerpunkte 1 cm von einander entfernt sind, mit der sehr kleinen Kraft von  $6,65 \cdot 10^{-8}$  dyn an. Das negative Vorzeichen in Gl. 1 bedeutet, daß es sich um eine Anziehung handelt, d. h. um eine Kraft, welche den Abstand  $r$  zu verkleinern sucht.

Es bedeute  $m$  die Masse eines auf der Erdoberfläche befindlichen Körpers. Die Größe der auf ihn wirkenden Schwerkraft  $k$  ist nach § 60 gleich  $mg$ , wobei  $g = 981 \text{ cm/sec}^2$  ist. Andererseits muß aber  $k$  dem NEWTONSchen Gravitationsgesetz entsprechen, wenn wir für  $m$  die Masse des Körpers, für  $M$  die Masse der Erde und für  $r$  den Erdradius ( $R = 6370 \text{ km}$ ) einsetzen, da dies die Entfernung zwischen dem Körper und dem Schwerpunkt der Erde ist. Es ergibt sich daher

$$k = mg = -G \frac{mM}{R^2}$$

oder, wenn wir von dem negativen Vorzeichen absehen,

$$g = G \frac{M}{R^2}. \quad (2)$$

Man kann demnach, da  $g$  und der Radius  $R$  der Erde bekannt ist, die Masse der Erde berechnen, wenn man die Größe der allgemeinen Gravitationskonstan-

ten  $G$  kennt. Sie ist durch sehr genaue Versuche u. a. von RICHARZ und KRIGAR-MENZEL bestimmt worden, welche die Anziehung großer Bleimassen auf leichte Körper gemessen haben. Es ergibt sich dann die Masse der Erde zu rund  $6 \cdot 10^{27} \text{ g} = 6 \cdot 10^{21}$  Tonnen, und ihre Dichte (§ 61) zu rund 5,5. Man muß aus dieser hohen Dichte schließen, daß im Innern der Erde verhältnismäßig schwere

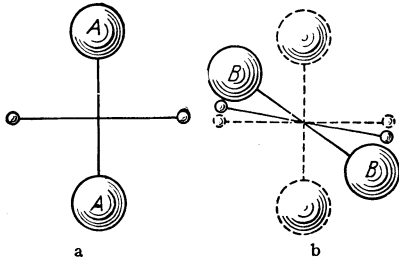


Abb. 46. CAVENDISH'S Versuch zur Demonstration der Gravitation.

Stoffe vorhanden sind. Viele Gründe machen es so gut wie sicher, daß die Erde zum größten Teil aus Eisen und Nickel besteht. Man kann die Anziehung zwischen Massen schon durch einen von CAVENDISH (1798) stammenden Versuch nachweisen. Man bedient sich dazu einer Drehwaage, d. h. zweier an einer Stange drehbar aufgehängten kleinen Bleikugeln (Abb. 46). Stehen diesen zwei größere Bleikugeln in der Stellung  $AA$  gegenüber, so heben sich die anziehenden Wirkungen

der großen Kugeln auf die kleinen gegenseitig auf. Bringt man sie aber in die Lage  $BB$ , so hat die Anziehung durch die großen Kugeln eine drehende Wirkung auf die kleinen zur Folge.

**73. Die Mondbewegung.** Den ersten augenfälligen Beweis für die Richtigkeit der Gravitationstheorie lieferte NEWTON durch Berechnung der Umlaufzeit des Mondes um die Erde. Der Mond bewegt sich (sehr annähernd) auf einer Kreisbahn um die Erde. Aber auch die Erde ist (von der hier belanglosen Bewegung der Erde um die Sonne und des ganzen Sonnensystems abgesehen) nicht in Ruhe. In Ruhe ist vielmehr, da es sich hier nur um Wirkungen innerer Kräfte im System Erde-Mond handelt, der gemeinsame Schwerpunkt  $S\phi$  von Erde und Mond. Sei  $r$  der Abstand des Mondes von der Erde,  $M$  die Erdmasse,  $m$  die Mondmasse,  $r_1$  der Abstand des Erdschwerpunktes,  $r_2$  der des Mondschwerpunktes von  $S\phi$ , so ist die Lage dieses gemeinsamen Schwerpunktes nach § 66 gegeben durch die Beziehung  $M r_1 = m r_2$  (Abb. 47), wobei  $M$  die Erdmasse,  $m$  die Mondmasse und  $r_1 + r_2 = r$  ist. Um den gemeinsamen Schwerpunkt  $S\phi$  bewegt sich der Mond demnach auf einem großen, die Erde auf einem kleinen Kreise, und beide vollführen in der gleichen Zeit einen vollen

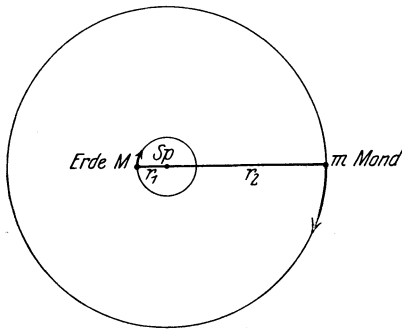


Abb. 47. Zur Mondbewegung.

Umlauf, d. h. sie haben die gleiche Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ .  $S\phi$  liegt tatsächlich noch im Innern der Erde, etwa um  $\frac{3}{4}$  des Erdradius vom Erdmittelpunkt entfernt — wie man leicht daraus berechnet, daß  $M/m$  etwa gleich 81 und  $r$  gleich 60 Erdradien ist —, und ist in der Abb. 47 nur der Deutlichkeit halber anders gezeichnet worden.

Das Gleichgewicht im System Erde-Mond fordert nach § 44 Gleichheit der zwischen den beiden Himmelskörpern wirkenden anziehenden Kraft (Zentripetalkraft) und der auf jeden von ihnen wirkenden Zentrifugalkraft, also

$$M r_1 \omega^2 = m r_2 \omega^2 = G \frac{M m}{r^2}.$$

Hieraus berechnet man leicht mit Hilfe der obigen Beziehungen und Gl. 2

$$\omega^2 = \left(1 + \frac{m}{M}\right) g \frac{R^2}{r^3}.$$

Sei  $\tau$  die Zeit eines Mondumlaufs, so ist  $\tau = \frac{2\pi}{\omega}$ . Vernachlässigen wir die sehr kleine Größe  $m/M$ , so ergibt sich

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{g R^2}}. \quad (3)$$

Setzt man in Gl. 3 ein  $R = 6370 \text{ km} = 6,37 \cdot 10^8 \text{ cm}$ ,  $r = 60,267 R$  und  $g = 981 \text{ cm/sec}^2$ , so ergibt sich  $\tau = 27,3$  Tage, in Übereinstimmung mit der Wirklichkeit.

Aus Gl. 3 folgt, daß  $\tau^2$  proportional  $r^3$  ist. Würde die Erde — wie einzelne Planeten — mehrere auf Kreisbahnen laufende Monde haben, so würden sich die Quadrate ihrer Umlaufzeiten  $\tau$  wie die 3. Potenzen ihrer Abstände  $r$  vom Erdmittelpunkte verhalten (vgl. das dritte KEPLERSche Gesetz, § 74).

**74. Die Bewegung der Planeten.** Der größte Erfolg der Gravitationstheorie aber war es, daß NEWTON aus ihr auf rein mathematischem Wege die Bewegungsgesetze der Planeten ableiten konnte, wie sie von KEPLER (1609 und 1618) zunächst rein empirisch auf Grund der astronomischen Beobachtungen aufgestellt worden waren. Die drei KEPLERSchen Gesetze lauten:

1. Die Planeten bewegen sich auf Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.

2. Der von der Sonne nach einem Planeten weisende Fahrstrahl (Radius Vektor) überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.

3. Die Quadrate der Umlaufzeiten der Planeten verhalten sich wie die 3. Potenzen der großen Achsen ihrer Bahnellipsen.

Zu 1. Die Exzentrizität der Planetenbahnen, also ihre Abweichung von einer Kreisbahn, ist meist sehr gering. Sie ist mit 0,20561 am größten beim Merkur, am kleinsten bei der Venus mit 0,00682. Die Exzentrizität der Erdbahn beträgt 0,01675.

Strenggenommen müßte man das 1. KEPLERSche Gesetz etwas anders formulieren. Denn in der obenerwähnten Fassung widerspricht es dem Satz von der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunktes (§ 67). Im einfachsten Falle, daß die Sonne nur einen Planeten besäße, würde nämlich nach vorstehender Fassung der gemeinsame Schwerpunkt von Sonne und Planet, der ja zwischen den Schwerpunkten der beiden Körper liegt, bei einem Umlauf des Planeten ebenfalls einen Umlauf um den Mittelpunkt der Sonne ausführen, also nicht in Ruhe bleiben, obgleich zwischen den beiden Körpern nur innere, d. h. von ihnen selbst ausgehende Kräfte (§ 37) wirken. Tatsächlich bewegt sich auch die Sonne, wie wir das bei der Mondbewegung schon bezüglich der Erde erläutert haben, und zwar würde ihr Schwerpunkt im Falle, daß sie nur einen einzigen Planeten hätte, auch auf einer Ellipse laufen, welche mit der Ellipse der Planetenbahn einen Brennpunkt gemeinsam hat, der im gemeinsamen Schwerpunkt von Sonne und Planet läge. Nun ist aber in Wirklichkeit die Sonnenmasse außerordentlich viel größer als die Gesamtmasse aller Planeten zusammen (330000 mal größer als die Erdmasse, 1047 mal größer als die Masse des Jupiter, der selbst wieder 750 mal schwerer ist als alle andern Planeten zusammen), so daß der Schwerpunkt des Sonnensystems sehr nahezu in den Mittelpunkt der Sonne fällt, die Sonnenbewegung also vernachlässigt werden kann.

In der praktischen Astronomie kann jedoch eine andere Wirkung nicht vernachlässigt werden, das ist die Schwerewirkung, die die einzelnen Planeten

aufeinander ausüben. Hierdurch treten sog. Störungen der Planetenbahnen auf. Die Berechnung dieser Störungen ist schwierig, weil es im allgemeinen mathematisch nicht möglich ist, die Bewegung von drei oder mehr sich gegenseitig anziehenden Körpern in geschlossener Form aus dem Gravitationsgesetz zu berechnen (sog. Mehrkörperproblem). Man ist also auf Näherungsrechnungen sehr komplizierter Art angewiesen. Das gleiche gilt für die genaue Berechnung der Mondbewegung, auf die die Anziehung der Sonne störend wirkt.

Die KEPLERSchen Gesetze gelten grundsätzlich auch für die periodischen Kometen. Diese haben durchweg eine Bahn von sehr großer Exzentrizität. Sie unterliegen aber fast alle sehr beträchtlichen Störungen, weil sie meist auf ihrer Bahn in die Nähe eines Planeten kommen. Daher ist die Vorausberechnung ihrer Wiederkehr oft sehr ungenau. Man nimmt an, daß es sich bei „verlorenen“ oder „neuen“ Kometen in der Mehrzahl der Fälle um Kometen handelt, deren Bahn durch solche Einflüsse bis zur Unkenntlichkeit gestört ist, und daß die meisten Kometen periodisch sind, also dem Sonnensystem dauernd angehören. Ein nicht-periodischer Komet muß auf einer parabolischen oder hyperbolischen Bahn verlaufen. Die Bahnen von Kometen mit sehr großer Umlaufszeit nähern sich in der Nähe der Sonne einer Parabel bereits sehr an.

Beispiele für die Gültigkeit der KEPLERSchen Gesetze finden sich auch außerhalb des Sonnensystems. Es gibt nämlich unter den Fixsternen eine sehr große Zahl von Doppelsternen, das sind Paare von verhältnismäßig nahe benachbarten Fixsternen, welche unter der Wirkung ihrer gegenseitigen Anziehung umeinander rotieren. Es ist also so, als wenn eine Sonne einen Planeten hätte, der mit ihr an Masse vergleichbar ist. In diesem Falle muß man natürlich das erste KEPLERSche Gesetz in seiner strengen Fassung anwenden, d. h. unter Berücksichtigung der Bewegung beider Massen. Beide Fixsterne rotieren auf Ellipsen um ihren gemeinsamen Schwerpunkt.

Zu 2. Die Bedeutung des zweiten KEPLERSchen Gesetzes zeigt Abb. 48. Die schraffierten, inhaltsgleichen Flächen entsprechen jeweils gleichen Zeiträumen. Daß ein Gesetz von etwa dieser Art bestehen muß, kann man bereits aus dem Energieprinzip ableiten. Je näher ein Planet der Sonne ist, desto kleiner wird seine potentielle Energie, also muß seine kinetische Energie und daher seine Geschwindigkeit zunehmen. Die Bahngeschwindigkeit ist daher am größten in größter Sonnennähe (Perihel), am kleinsten in größter Sonnenferne (Aphel).

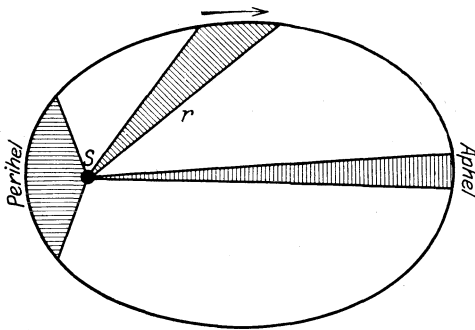


Abb. 48. Zum zweiten KEPLERSchen Gesetz.

Man bezeichnet das zweite KEPLERSche Gesetz auch als den Flächensatz. Er gilt ganz allgemein bei Bewegungen, die unter der Wirkung einer von einem festen Zentrum ausgehenden Kraft (Zentralkraft) erfolgen, während die beiden anderen Gesetze nur dann gelten, wenn diese Kraft proportional  $1/r^2$  ist.

Zu 3. Das dritte KEPLERSche Gesetz ist bereits oben (Gl. 3, § 73) als für die kreisförmige Mondbahn gültig bewiesen worden. Es läßt sich auf die gleiche Weise für kreisförmige Planetenbahnen beweisen, folgt aber aus dem NEWTONSchen Gravitationsgesetz ebenfalls für elliptische Bahnen.

Da die Gravitation zwischen allen im Weltall befindlichen Massen wirkt, wenn auch wegen der ungeheuer großen Entfernungen meist nur in ganz außer-

ordentlich geringem Maße, so müssen doch im Laufe von Jahrmillionen gegenseitige Beeinflussungen der Bewegungen der Fixsterne eintreten. Ferner wirkt auch die gegenseitige Anziehung zwischen den an vielen Stellen des Weltalls vorhandenen, äußerst dünn verteilten und noch nicht zu Fixsternen zusammengeballten Massen (dunkle Nebel). Im Laufe der Zeit werden solche Nebelmassen durch die gegenseitige Anziehung ihrer Bestandteile immer mehr in Richtung ihres gemeinsamen Schwerpunktes gezogen, verdichten sich also, wobei sie sich auf sehr hohe Temperaturen erwärmen, und bilden schließlich einen neuen Fixstern.

Das erste und dritte KEPLERSche Gesetz folgt, wie die mathematische Behandlung zeigt, aus dem Gravitationsgesetz aus dem einzigen Grunde, weil  $k$  proportional  $1/r^2$  ist. Das zweite Gesetz gilt, wie oben erwähnt, bei jeder Zentralkraft. Diese Gesetze gelten also nicht nur dann, wenn die Zentralkraft von der Gravitation herrührt, sondern in allen Fällen, wo eine Kraft zwischen zwei Körpern wirkt, die dem Quadrat ihres Abstandes umgekehrt proportional ist, z. B. für elektrische Ladungen. Diese werden daher unter geeigneten Bedingungen ebenfalls Bewegungen umeinander ausführen, welche den KEPLERSchen Gesetzen gehorchen (sog. KEPLERbewegung). Eine wichtige Anwendung findet diese Tatsache in der Theorie der Atome.

**75. Die Gezeiten.** Die Gezeiten, der regelmäßige Wechsel von Ebbe und Flut, sind, wie schon NEWTON erkannte, eine Wirkung der Schwerkraft, nämlich einer Anziehung des Meerwassers durch den Mond und auch durch die Sonne. Die Wirkung der letzteren ist etwa halb so stark wie die des Mondes.

Wir wollen hier nur die Wirkung des Mondes betrachten. Für ihr Verständnis ist die Tatsache wesentlich, daß die Erde, ebenso wie der Mond, bei einem vollen Umlauf des Mondes um die Erde selbst einen vollen Umlauf um den gemeinsamen Schwerpunkt  $S$  von Mond und Erde ausführt, der im Innern der Erde liegt, etwa um  $3/4$  des Erdradius vom Erdmittelpunkt entfernt (§ 73). Infolgedessen sind die dieser Rotation entsprechenden Bahnradien und daher auch die von ihr herrührenden Trägheitswirkungen (Zentrifugalkraft, § 43) an der dem Monde zugekehrten Seite der Erde sehr viel kleiner als an der vom Monde abgekehrten Seite. Auf das Meerwasser wirken neben der überall nahezu gleichen Erdanziehung zwei weitere Kräfte, erstens die Anziehung durch den Mond, zweitens die eben erwähnten Trägheitskräfte. An der dem Monde zugekehrten Seite vermindert die Anziehung durch den Mond die Wirkung der irdischen Schwerkraft; gegenüber dieser Anziehung sind die Trägheitswirkungen ( $mr\omega^2$ ) infolge der Rotation um den gemeinsamen Schwerpunkt von Erde und Mond, die im gleichen Sinne schwerkraftverkleinernd wirken, klein, da der Bahnradius  $r$  hier klein ist (etwa  $1/4$  Erdradius). An der dem Monde abgekehrten Seite ist zwar die anziehende Wirkung des Mondes der irdischen Schwerkraft gleichgerichtet, in entgegengesetzter Richtung wirken aber hier die von der Rotation herrührenden Trägheitskräfte, die die Wirkung der Mondanziehung wegen des großen Bahnradius (etwa  $7/4$  Erdradius) beträchtlich überwiegen, so daß auch an dieser Seite der Erde insgesamt eine schwerkraftmindernde Wirkung eintritt. Zwischen den beiden betrachteten Punkten nimmt diese Wirkung zunächst allmählich ab und steigt dann wieder an. Die Wasserbedeckung der Erde nimmt daher eine gestreckte Form an und steht jeweils an diesen Punkten am höchsten (Abb. 49).

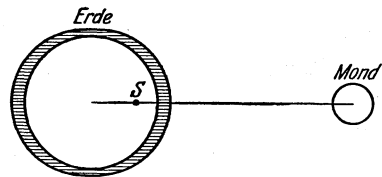


Abb. 49. Schema der Gezeiten.

Aus der vorstehenden Überlegung geht aber noch nicht hervor, woher es kommt, daß die Höhe der dem Monde zugekehrten und der vom Monde abgewandten Flutwelle gleich groß ist. Es könnte zunächst scheinen, daß dies ein Zufall sei, der durch die Abstands- und Größenverhältnisse von Erde und Mond herbeigeführt wird. Tatsächlich kann die gleiche Höhe nur so zustande kommen, daß die Summe von Zentrifugalkraft und Mondanziehung auf der dem Monde zugekehrten Seite gleich der Differenz zwischen der Zentrifugalkraft und der Mondanziehung auf der vom Monde abgewandten Seite ist, und es ist wenigstens nicht auf den ersten Blick einzusehen, daß zwischen diesen beiden Kräften eine grundsätzliche Beziehung bestehen sollte. Daß dies doch der Fall ist, zeigt die folgende sehr lehrreiche Rechnung. Es sei  $r$  der Abstand des Mondschwer-

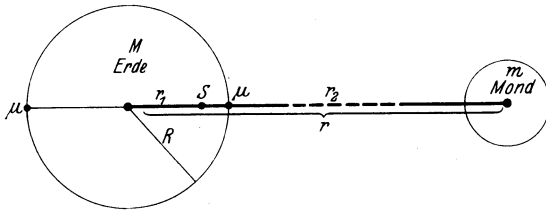


Abb. 50. Zur Theorie der Gezeiten.

punkts vom Erdschwerpunkt,  $S$  der gemeinsame Schwerpunkt von Erde und Mond,  $r_1$  der Abstand des Erdschwerpunkts,  $r_2$  der Abstand des Mondschwerpunkts von  $S$ , so daß  $r = r_1 + r_2$  (Abb. 50). Die Lage von  $S$  ergibt sich aus der Bedingung  $M r_1 = m r_2$  ( $M =$  Erdmasse,  $m =$  Mondmasse). Es folgt  $r_1 = r m / (M + m)$  und  $r_2 = r M / (M + m)$ . Sei  $R$  der Erdradius, so ist  $r$  etwa gleich  $60 R$ ; ferner ist  $m$  etwa gleich  $M/81$ . Daraus folgt  $r_1 = 60 R/82$  oder rund  $3 R/4$ , wie oben bereits erwähnt.

Es sei  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit, mit der Erde und Mond sich um ihren gemeinsamen Schwerpunkt drehen. Bei beiden Himmelskörpern wirkt der Zentrifugalkraft die gleiche Zentripetalkraft entgegen, nämlich ihre gegenseitige Anziehung, und diese beträgt nach § 72  $G M m / r^2$ . Es gilt daher

$$M r_1 \omega^2 = m r_2 \omega^2 = G \frac{M m}{r^2} \quad \text{oder} \quad \omega^2 = G m / r^2 r_1 = G (M + m) / r^3.$$

Wir bezeichnen mit  $k_1$  die von Mondanziehung und Zentrifugalkraft erzeugte, der irdischen Schwerkraft entgegengerichtete Kraft an der dem Monde zugewandten Seite, mit  $k_2$  diejenige an der vom Monde abgewandten Seite auf irgendeine Masse  $\mu$ , die sich auf der Erdoberfläche befindet. Dann folgt aus dem Vorstehenden

$$k_1 = G \frac{\mu \cdot m}{(r - R)^2} + \mu (R - r_1) \omega^2, \quad k_2 = -G \frac{\mu \cdot m}{(r + R)^2} + \mu (R + r_1) \omega^2.$$

Führen wir die obigen Werte von  $\omega^2$  und  $r_1$  in diese Gleichungen ein, so ergibt sich

$$k_1 = G \mu \left[ \frac{m}{(r - R)^2} - \frac{m}{r^2} + (m + M) \frac{R}{r^3} \right], \quad k_2 = G \cdot \mu \left[ -\frac{m}{(r + R)^2} + \frac{m}{r^2} + (m + M) \frac{R}{r^3} \right].$$

Nun ist  $R$  sehr klein gegen  $r$ , rund  $r/60$  (s. o.). Wir können daher die Nenner  $(r - R)^2$  und  $(r + R)^2$  in eine Reihe entwickeln und nach dem zweiten Gliede abbrechen. Dann folgt

$$k_1 = G \mu \left[ \frac{m}{r^2} \left( 1 + \frac{2R}{r} \right) - \frac{m}{r^2} + (m + M) \frac{R}{r^3} \right] = G \mu (M + 3m) \frac{R}{r^3},$$

$$k_2 = G \mu \left[ -\frac{m}{r^2} \left( 1 - \frac{2R}{r} \right) + \frac{m}{r^2} + (m + M) \frac{R}{r^3} \right] = G \mu (M + 3m) \frac{R}{r^3}$$

also  $k_1 = k_2$  bis auf sehr kleine Glieder höherer Ordnung. Bei dieser Ableitung haben wir von den besonderen Größenverhältnissen von Erde und Mond nur

insofern Gebrauch gemacht, als wir aus ihnen die Berechtigung zu der vorstehenden Reihenentwicklung gezogen haben. Das Ergebnis gilt demnach für alle Fälle, in denen der Radius des betrachteten Himmelskörpers klein gegen den Abstand von dem zweiten Himmelskörper ist.

Wegen der Kleinheit von  $m$  gegenüber  $M$  kann man die Ausdrücke für die obigen Kräfte auch schreiben

$$k = k_1 = k_2 = G \mu M \frac{R}{r^3}.$$

Nun ist aber die Schwerkraft  $k'$  an der Erdoberfläche (§ 72)

$$k' = G \frac{\mu M}{R^2}.$$

Demnach ist  $k = k' R^3 / r^3$  oder rund  $k / 200000$ . An den Stellen maximaler Flut ist daher die Schwerkraft scheinbar um rund  $1/200000$  ihres normalen Betrages vermindert.

Während eines vollen Mondumlaufs (27,3 Tage) vollführen die Punkte maximaler Flut ebenfalls einen Umlauf um  $360^\circ$  im Raume. Sie würden also, wenn die Erde nicht selbst rotierte, die Erde in 27,3 Tagen einmal umlaufen. Da sich aber die Erde in 24 Stunden einmal um sich selbst, d. h. sozusagen unter den beiden Flutwellen weg, dreht, so wiederholen sich Flut und Ebbe an jedem Punkt der Erdoberfläche zweimal in rund  $24\frac{3}{4}$  Stunden.

Der Mondflut überlagert sich die schwächere Sonnenflut und bewirkt, je nach der Stellung von Sonne und Mond zueinander, Verstärkung (Springflut) oder Schwächung (Nippflut). Die Differenz der Wasserstände zwischen Ebbe und Flut wird durch die Küstenverhältnisse stark beeinflußt und kann im offenen Ozean mehrere Meter betragen.

Da sich die Erde unter der Flutwelle fort dreht, so besteht eine dauernde Reibung im Wasser der Ozeane, welche mit einem Energieverlust auf Kosten der Erddrehung verbunden ist und eine allmähliche Abnahme der Umdrehungsgeschwindigkeit, d. h. eine Verlängerung des Tages zur Folge haben muß. Dieser Einfluß ist aber so gering, daß man ihn in historischen Zeiten nicht hat nachweisen können (vgl. § 14). Auf einer entsprechenden Ursache beruht aber jedenfalls die Tatsache, daß der Mond der Erde stets die gleiche Seite zukehrt, also bei einem Umlauf um die Erde eine Umdrehung um sich selbst ausführt. Als sich der Mond noch in flüssigem Zustand befand, muß die von der Erde her wirkende Gravitation in seiner Substanz sehr starke Gezeitenwirkungen hervorgerufen haben. Die dadurch erzeugte Reibung hat dazu geführt, daß die Drehung des Mondes relativ zur Erde völlig abgebremst worden ist.

**76. Fernwirkung und Nahewirkung.** Bis gegen Ende des 19. Jahrhunderts bestand die Meinung, daß die Schwerkraft eine sog. Fernwirkung sei, d. h. daß sie von einem Körper auf einen andern wirke, ohne daß in dem zwischen ihnen befindlichen Raume Veränderungen vor sich gehen. Daher nahm man auch an, daß diese Wirkung zu ihrer Ausbreitung durch den Raum keiner Zeit bedürfe, ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit also unendlich groß sei. Das gleiche wurde früher für die Ausbreitung elektrischer Kraftwirkungen angenommen.

Diese Vorstellung ist seit langer langer Zeit aufgegeben. Auch hat die Relativitätstheorie gezeigt, daß die größte Geschwindigkeit, mit der irgendeine Wirkung sich im Raume ausbreiten kann, gleich der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum (300000 km/sec) ist. An die Stelle der Annahme einer Fernwirkung ist die Nahewirkungs- oder Feldtheorie getreten. Diese sagt, daß eine an einer Stelle des Raumes befindliche Masse den sie rings umgebenden Raum, also strenggenommen das ganze Weltall, in einen gewissen Zustand versetze, der zur Folge

hat, daß ein an irgendeinen Punkt des Raumes gebrachter Körper dort eine Kraftwirkung erfährt, deren Größe aus dem Gravitationsgesetz folgt. Man sagt, daß der Raum Träger von Kraftfeldern (Schwerefeldern) sei. Wir werden später noch andere Arten von Kraftfeldern kennenlernen. Es ist bisher nicht möglich gewesen, die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Schwerewirkungen zu messen. Man müßte zu diesem Zwecke imstande sein, die Schwerewirkung eines Körpers abzuschirmen, sie dann in einem bestimmten Zeitpunkt zur Wirkung zu bringen und den Zeitpunkt des Eintreffens der Wirkung an einem entfernten Orte festzustellen. Es scheint aber so, als ob eine Abschirmung von Schwerewirkungen prinzipiell unmöglich ist. Trotzdem kann es kaum noch einem Zweifel unterliegen, daß die Fortpflanzung von Schwerewirkungen mit der gleichen Geschwindigkeit erfolgt wie die des Lichtes.

**77. Gravitationspotential und Feldstärke.** Steht eine Masse  $m$  unter der anziehenden Wirkung einer zweiten Masse  $M$ , so ist bei jeder Bewegung der Masse  $m$ , die den Abstand der beiden Massen vergrößert, gegen die Anziehung Arbeit zu leisten, bei jeder Bewegung, die den Abstand verkleinert, wird aber Arbeit gewonnen. Daraus folgt, daß die potentielle Energie, die die Masse  $m$  bezüglich der Masse  $M$  hat, von dem Abstände  $r$  der beiden Massen abhängig ist, und zwar beträgt sie, wenn man sie für die Entfernung  $r = \infty$  gleich Null setzt (der Nullpunkt der potentiellen Energie kann nach § 50 willkürlich gewählt werden), nach Gl. 1, § 72,

$$A = \int_{\infty}^r G \frac{mM}{r^2} dr = -G \frac{mM}{r}. \quad (4)$$

Unter dem Gravitationspotential  $P$  an einer Stelle des Raumes versteht man die potentielle Energie der Masseneinheit, also von 1 g, in jenem Punkte. Es ist also das Gravitationspotential in der Entfernung  $r$  vom Schwerpunkt der Masse  $M$

$$P = -G \frac{M}{r}. \quad (5)$$

Man kann auch sagen: Das Gravitationspotential in einem Punkte des Raumes ist die Arbeit, welche gewonnen wird, wenn man die Masse 1 g von jener Stelle des Raumes bis in unendliche Entfernung von der anziehenden Masse bringt. Diese Arbeit ist gemäß Gl. 4 negativ, da ja tatsächlich Arbeit gegen die Schwere geleistet werden muß.

Unter der Feldstärke der Gravitation versteht man diejenige Kraft, welche infolge der Gravitation in irgendeinem Punkte des Raumes auf die Masse 1 g wirkt. Sie ist also, wenn wir es nur mit einer anziehenden Masse  $M$  zu tun haben, nach Gl. 1, § 72, gleich

$$\mathcal{G} = -G \frac{M}{r^2}. \quad (6)$$

Hiernach und nach Gl. 2 ist also die Feldstärke der Gravitation auf der Erdoberfläche ( $M = \text{Erddmasse}$ ,  $r = \text{Erdradius}$ ) einfach gleich dem negativen Wert der Schwerebeschleunigung  $g$ , auf der Erdoberfläche, wie überhaupt im Falle der Gravitation Feldstärke und Beschleunigung miteinander identisch sind (bei andern Arten von Kraftfeldern, z. B. elektrischen, ist das nicht der Fall).

Flächen gleichen Potentials (Äquipotentialflächen) sind bei einer einzigen anziehenden homogenen Kugel, wie sie z. B. die Himmelskörper darstellen, Kugelflächen um deren Mittelpunkt. Bei beliebig im Raume verteilten Massen haben sie einen komplizierteren Charakter. Ein Gravitationsfeld kann sowohl durch Angabe des Potentials wie der Feldstärke in den einzelnen Raumpunkten dargestellt werden. Die Richtung der Feldstärke steht immer senkrecht auf den Flächen gleichen Potentials.



## IV. Einige praktische Anwendungen der mechanischen Gesetze<sup>1)</sup>.

78. **Maschinen.** Die mechanischen Gesetze finden im täglichen Leben ausgedehnteste Anwendung bei den sog. Maschinen. Maschinen sind fast immer Vorrichtungen, die den Zweck haben, Energie irgendwelcher Art in diejenige Art von Arbeit umzusetzen, die jeweils gebraucht wird. In erster Linie kommt die Leistung mechanischer Arbeit in Frage, in großem Maße heute aber auch die Erzeugung elektrischer Energie. Von letzterer wird später die Rede sein. Allen Maschinen ist gemeinsam, daß ihnen Energie in irgendeiner verfügbaren, aber für die gewünschte Arbeitsleistung nicht unmittelbar verwendbaren Form zugeführt wird, und daß die Maschine diese Energie in diejenige Energieform umsetzt, welche benötigt wird. Die zugeführte Energie kann sehr verschiedener Natur sein. Im einfachsten Falle ist es sehr oft potentielle Energie irgendwelcher Körper, vor allem von Wasser, welches diese beim Fallen von höherem zu tieferem Niveau abgibt; oder es ist kinetische Energie, z. B. von strömendem Wasser oder bewegter Luft (Wind). Oder es ist Wärmeenergie, die ihrerseits zunächst durch einen Verbrennungsprozeß aus chemischer Energie gewonnen wird (Dampfmaschine, Explosionsmotor). Viele Maschinen werden durch Menschen- oder Tierkraft getrieben und beziehen daher ihre Energie aus den im menschlichen oder tierischen Körper ablaufenden chemischen Prozessen.

Wir befassen uns hier zunächst lediglich mit denjenigen Maschinen, welche rein mechanischen Charakter haben, bei denen also sowohl die zugeführte wie die umgewandelte Energie, soweit sie nicht durch Reibung nutzlos in Wärme verwandelt wird, mechanisch ist. Das Charakteristische an allen derartigen Maschinen ist, daß sie bewegte Teile haben. Viele mechanische Maschinen bezwecken entweder die Änderung der potentiellen (Hebung) oder der kinetischen Energie (z. B. Beschleunigungsarbeit bei horizontaler Fortbewegung) von Massen oder beides zugleich. Andere dienen zur Überwindung von allen möglichen Arten von Widerständen. Alle Maschinen müssen dabei gleichzeitig die nie ganz vermeidbaren Gegenkräfte der Reibung überwinden. Viele Maschinen dienen sogar fast ausschließlich diesem Zweck. So leistet z. B. die Lokomotive eines Eisenbahnzuges oder die Maschine eines Schiffes lediglich während des Anfahrens Beschleunigungsarbeit, während der stetigen horizontalen Fahrt aber nur Arbeit gegen die Reibung.

Wir betrachten als einfaches Beispiel die Arbeit gegen die Schwerkraft. Ein Körper soll gegen die Wirkung der Schwere um eine bestimmte

---

<sup>1)</sup> Dieser Abschnitt macht in keiner Weise Anspruch auf Vollständigkeit. Es ist lediglich eine Reihe von Beispielen ausgesucht worden, die besonders geeignet scheinen, die Anwendung der mechanischen Gesetzmäßigkeiten anschaulich zu erläutern.

Strecke  $h$  senkrecht gehoben werden. Damit diese Arbeit geleistet werden kann, ist es, wie in § 46 auseinandergesetzt ist, zunächst nötig, die Schwerkraft durch eine gleich große Gegenkraft zu kompensieren. Ist das geschehen, so genügt (wenn wir vorläufig von etwaiger Reibung absehen) ein beliebig kleiner Anstoß in der gewünschten Richtung, um den Körper bei dauernder Wirkung der Gegenkraft mit konstanter Geschwindigkeit in dieser Richtung weiter zu befördern. Ist während der Bewegung auch Reibung zu überwinden, so muß auch die hierzu nötige Arbeit dauernd zugeführt werden.

Jede uns von der Natur zur Verfügung gestellte Energiequelle — der menschliche oder tierische Körper, fallendes Wasser usw. — besitzt eine obere Grenze der Leistung (§ 51), d. h. der Arbeit, die sie in einer Sekunde leisten kann. Aber nicht nur die Leistung ist begrenzt, sondern in der Regel auch die ursprünglich verfügbare Kraft, und sie reicht in vielen Fällen nicht aus, um die obenerwähnte Bedingung — Aufhebung der zu überwindenden Gegenkraft — zu erfüllen. So kann wohl ein Mensch 10 Zentner um 10 m heben, aber nur dann, wenn er es stückweise tut. Die erforderliche Arbeit kann er aufbringen, aber nicht die Kraft, um das Gewicht von 10 Zentnern zu kompensieren. So dienen die mechanischen Maschinen, wenn wir wieder von der Reibung absehen, vielfach dazu, das Produkt aus Kraft mal Weg, als das sich häufig die zugeführte Energie darstellt, umzuformen, d. h. es in ein gleich großes Produkt aus einer andern Kraft multipliziert mit einem andern Weg zu verwandeln, derart, daß diese andere Kraft diejenige Größe hat, die zur Leistung der gewünschten Arbeit erforderlich ist. So wirkt bei den mechanischen Maschinen an einem Ende eine Kraft  $k_1$  längs eines gewissen Weges  $s_1$  und erzeugt dafür am andern Ende eine Kraft  $k_2$  von meist anderer Größe, welche längs eines Weges  $s_2$  wirkt, der, von Reibungsverlusten abgesehen, durch das Energieprinzip gegeben ist:

$$k_1 s_1 = k_2 s_2.$$

Diese Gleichung zeigt, daß ein durch eine Maschine erzielter Gewinn an Kraft ( $k_2 > k_1$ ) nur erkauft werden kann durch einen entsprechenden Verlust an Weg ( $s_2 < s_1$ ). Sieht man von Reibungsverlusten in der Maschine ab, so sind die Wege den Kräften umgekehrt proportional (sog. goldene Regel der Mechanik).

Bei den meisten Maschinen ist es so auf eine Änderung der Kraft abgesehen; doch muß man zu den Maschinen ihres gleichartigen Charakters wegen auch gewisse Vorrichtungen rechnen, bei denen es darauf ankommt, den Weg zu ändern. Hierzu gehören z. B. die Uhren, bei denen kleine Wege des Endes der Uhrfeder oder kleine Fallstrecken des Gewichtes umgesetzt werden in große Wege des Zeigerendes. Die zugeführte Energie dient hier lediglich zur Überwindung der Reibung.

Man kann noch so komplizierte mechanische Maschinen in ihren einzelnen Bestandteilen stets zurückführen auf gewisse Grundtypen, die sog. einfachen Maschinen. Diese wieder kann man in zwei Gruppen teilen, solche, die vom Typus des Hebels und solche, die vom Typus der schiefen Ebene sind. In die erste Gruppe gehören vor allem, außer dem Hebel selbst, das Wellrad und die Rolle, in die zweite Gruppe Keil und Schraube.

**79. Der Hebel als Maschine.** Die theoretischen Grundlagen des Hebels sind in § 41 gegeben worden. Der Drehpunkt des Hebels ist nach dem früher Gesagten der Angriffspunkt einer Zwangskraft  $k_2$ . Bei der praktischen Anwendung von Hebeln hat man zu unterscheiden zwischen Hebeln mit festem und solchen mit veränderlichem Drehpunkt. Der erste Fall liegt vor, wenn

der Hebel in einer festen Achse gelagert ist. Ein Beispiel für den zweiten Fall bildet das Brecheisen. Es besteht ferner ein praktischer Unterschied, je nachdem der Drehpunkt zwischen den Angriffspunkten der beiden äußeren Kräfte liegt (sog. zweiarmiger Hebel) oder ob diese beide auf der gleichen Seite des Drehpunktes liegen (sog. einarmiger Hebel) (Abb. 51 a und b).

Im einfachsten Fall liegen die beiden Angriffspunkte der äußeren Kräfte  $k_1$  und  $k_2$  mit dem Drehpunkt  $D$  in einer geraden Linie. Dann ist, vorausgesetzt daß sich die Richtung von  $k_1$  und  $k_2$  bei einer Drehung des Hebels nicht ändert, das Verhältnis  $k_1:k_2$  bei jeder Hebelstellung das gleiche. Liegen die drei Punkte

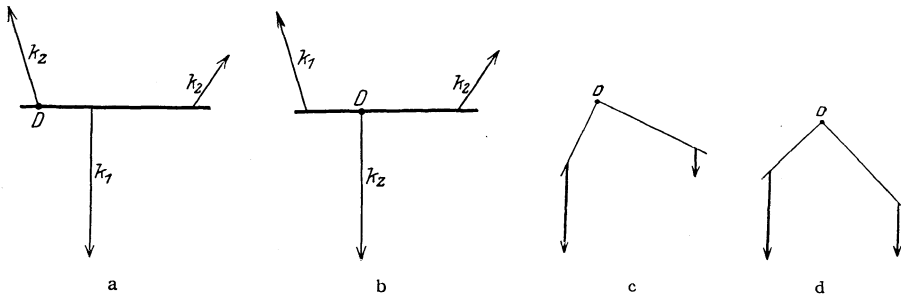


Abb. 51. a einarmiger Hebel, b zweiarmiger Hebel, c und d Kräfte am Winkelhebel bei verschiedener Hebelstellung.

aber nicht auf einer geraden Linie (Winkelhebel), so ist dies nicht der Fall, sondern das Verhältnis der Kräfte ist von der Stellung des Hebels bzw. die Stellung des Hebels vom Verhältnis der Kräfte abhängig (Abb. 51 c und d).

Die unmittelbarste Anwendung findet der Hebel bei allen denjenigen Vorrichtungen, die auch im täglichen Leben als Hebel bezeichnet werden. Sie dienen zur Hebung von Lasten sowie zur Überwindung irgendwelcher sonstiger Widerstände. Wir finden sie z. B. in den Pumpenschwengeln, welche sowohl als einarmige wie als zweiarmige Hebel konstruiert werden (vgl. Abb. 103, § 127), als Bestandteile der Dampfmaschinen, Bremsen und Pedale der Fahrräder usw. Sehr viele unserer gebräuchlichsten Werkzeuge sind teils einarmige, teils zweiarmige Hebel, z. B. Zangen und Scheren. Auch bei der Schubkarre bedienen wir uns einer Hebelwirkung. Wir können sie als einen Hebel auffassen, dessen beweglicher Drehpunkt in der Radachse liegt. Man kann mittels der Schubkarre Lasten heben und befördern, die man mit den Armkräften nicht zu heben vermöchte, und zwar um so besser, je länger die Schubstangen der Schubkarre sind.

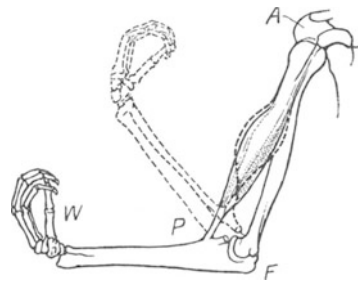


Abb. 52. Der menschliche Arm als Hebel.

In vielen Fällen haben Hebel die Form von Rädern, so z. B. als Handgriffe zum Öffnen und Schließen von Ventilen (bei den Dampfheizungen, Dampfmaschinen usw.). Ein Hebel ist auch das Wellrad mit der daran befindlichen Kurbel, wie es z. B. bei Ziehbrunnen verwandt wird. Bei Brunnen älterer Art findet man allerdings auch oft noch die Anwendung eines gewöhnlichen Hebels zum Heraufholen der Eimer.

Weitere Fälle sind die Griffe von Türen und vielen Werkzeugen, bei denen man durch Vergrößerung des Hebelarms das Drehmoment der wirkenden Kraft (§ 40) vergrößert (Korkzieher, Bohrer, Schlüsselgriff).

Auch die Glieder des menschlichen Körpers sind Hebel. Abb. 52 zeigt dies am Beispiel des Arms.

**80. Rollen und Flaschenzüge.** Ein technisch wichtiger Hebeltyp sind die Rollen. Eine feste Rolle ist ein um eine feste Achse drehbares Rad, über welches eine Schnur, ein Riemen oder eine Kette läuft (Abb. 53). Wirkt an dieser

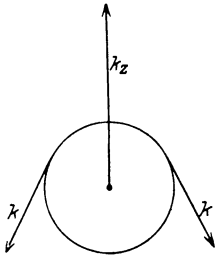


Abb. 53. Schema der festen Rolle.

nach jeder Seite eine Kraft  $k$ , so ist die Rolle im Gleichgewicht, wenn diese Kräfte gleich groß sind. Dabei tritt an der Achse eine Zwangskraft  $k_z$  auf, welche gleich  $2k \cos \varphi/2$  ist, wenn  $\varphi$  der Winkel ist, den die beiden Kräfte  $k$  miteinander bilden.

In der Praxis dienen die festen Rollen meist dazu, die Richtung einer Kraft, z. B. des Zugs in einem Seil, zu ändern oder drehende Bewegungen zu übertragen (Transmissionen). Eine Änderung der Kraft bewirken sie nicht.

Ist die Achse einer Rolle nicht fest, so heißt die Rolle beweglich. Bewegliche Rollen finden sich vor allem bei den sogenannten Flaschenzügen (Abb. 54).

Bei der Untersuchung der Gleichgewichtsverhältnisse an Flaschenzügen geht man am bequemsten davon aus, daß die Zugkraft überall in der Schnur gleich groß ist, und zwar gleich der am freien Ende angreifenden Kraft  $k$ .

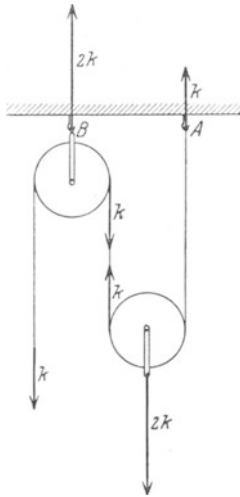


Abb. 54. Einfacher Flaschenzug mit einer festen und einer beweglichen Rolle.

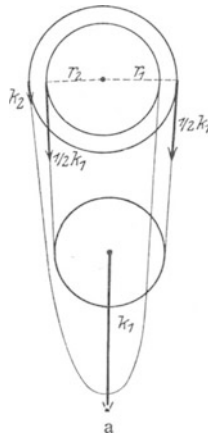
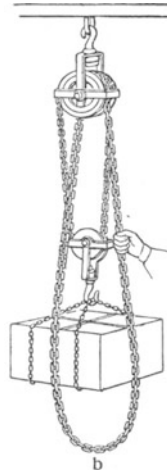


Abb. 55. Differentialflaschenzug. a Schema, b praktische Ausführung.



Daher wird die an zwei Schnurstücken hängende bewegliche Rolle mit der Kraft  $2k$  nach oben gezogen. Gleichgewicht besteht, wenn an der beweglichen Rolle nach unten ebenfalls die Kraft  $2k$  wirkt. Das Gleichgewicht des ganzen Systems wird dadurch hergestellt, daß im Aufhängepunkt des Fadens (A) eine Kraft  $k$ , im Aufhängepunkt der festen Rolle (B) eine Kraft  $2k$  nach oben wirkt. Hierbei

ist jedesmal vom Gewicht der Rollen abgesehen. — Zum gleichen Ergebnis kommt man durch Anwendung des Energieprinzips. Bewegt sich der Angriffspunkt der Kraft  $k$  um die Strecke  $s$  nach unten, so hebt sich (wegen der gleichbleibenden Fadenlänge) die bewegliche Rolle und damit der Angriffspunkt der an ihr wirkenden Kraft  $k'$  um die Strecke  $s/2$ . Also ist

$$k \cdot s = k' \cdot s/2, \quad \text{und} \quad k' = 2k.$$

In analoger Weise wie beim einfachen Flaschenzug lassen sich die Kraftverhältnisse bei Vorhandensein mehrerer fester und beweglicher Rollen berechnen.

Eine andere Form des Flaschenzuges ist der Differentialflaschenzug (Abb. 55). Zwei aufeinander befestigte Räder von etwas verschiedenen Radien  $r_1$  und  $r_2$

bilden eine feste Rolle. Eine Schnur (Kette ohne Ende) läuft über die Umfänge beider Räder und trägt eine bewegliche Rolle, an welcher eine Kraft  $k_1$  wirke. Dieser wird durch die an der Schnur wirkende Kraft  $k_2$  das Gleichgewicht gehalten. Da an der beweglichen Rolle nach unten die Kraft  $k_1$  wirkt, so muß der Zug in der Schnur  $k_1/2$  sein. Die feste Rolle erfährt also zunächst zwei entgegengesetzt gerichtete Drehmomente von den Größen  $\frac{1}{2} k_1 r_1$  und  $-\frac{1}{2} k_1 r_2$ . Die Summe dieser Drehmomente ist ein die Rolle rechts drehendes Drehmoment von der Größe  $\frac{1}{2} k_1 (r_1 - r_2)$ . Es muß, damit Gleichgewicht besteht, durch ein links drehendes Drehmoment von gleicher Größe aufgehoben werden. Dieses Drehmoment wird von der Kraft  $k_2$  geliefert und hat die Größe  $k_2 r_1$ . Es ist also  $k_2 = \frac{1}{2} k_1 \frac{r_1 - r_2}{r_1}$ .

Ist  $r_1$  von  $r_2$  nur wenig verschieden, so ist  $k_2$  sehr viel kleiner als  $k_1$ . Es genügt also eine relativ kleine Kraft  $k_2$ , um Arbeit gegen eine erheblich größere Kraft  $k_1$  zu leisten. Aus dem Energieprinzip — sowie auch aus einfachen geometrischen Überlegungen (s. o.) — folgt aber auch, daß der Angriffspunkt der Kraft  $k_2$  beim Differentialflaschenzug verhältnismäßig sehr große Wege zurückzulegen hat. Bei einer vollen Umdrehung des Rades verschiebt sich der Angriffspunkt der Kraft  $k_2$  um die Strecke  $2\pi r_1$  nach unten, der Teil der Schnur, an dem die bewegliche Rolle hängt, verkürzt sich also einerseits um den gleichen Betrag, andererseits verlängert er sich um den Betrag  $2\pi r_2$ . Daher beträgt seine Verkürzung  $2\pi (r_1 - r_2)$ . Infolgedessen hebt sich die bewegliche Rolle und damit der Angriffspunkt der Kraft  $k_1$  um die Hälfte dieses Betrages. Dann folgt aus dem Energieprinzip wie oben

$$\pi k_1 (r_1 - r_2) = 2\pi k_2 r_1, \quad \text{also} \quad k_2 = k_1 \frac{r_1 - r_2}{2 r_1}.$$

81. **Zahnräder.** Hebel sind auch die Zahnräder. Im Falle der Abb. 56 erzeugt die an der 35 cm langen Kurbelwelle wirkende Kraft von 15 kg ein

Drehmoment von der Größe  $15 \cdot 35 = 525$  — in cm und kg gemessen. Infolgedessen entsteht an der Berührungsstelle der beiden Zahnräder eine Kraft  $k_1$ , welche am kleinen Zahnrad vom Radius 5 cm ein gleich großes aber entgegengesetztes Drehmoment erzeugt. Es ist also  $5 k_1 = 525$  oder  $k_1 = 105$  kg. Die gleiche Kraft wirkt auf das große Zahnrad vom Radius 20 cm und erzeugt an ihm ein Drehmoment von der Größe  $20 \cdot 105 = 2100$ . Diesem wird durch das Drehmoment der an der Welle vom Radius 7 cm wirkenden Kraft von 300 kg das Gleichgewicht gehalten, da  $7 \cdot 300 = 2100$ . Die an

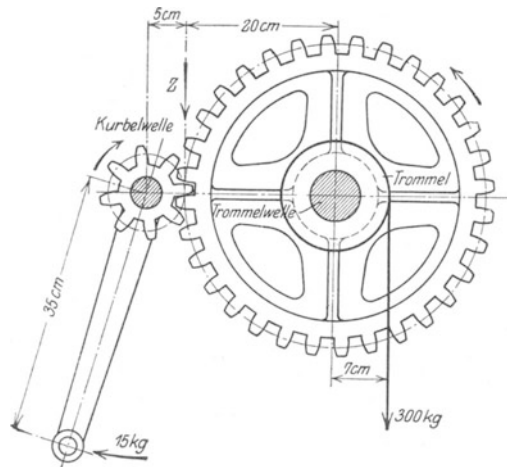


Abb. 56. Zur Wirkung von Zahnrädern.

der Kurbelwelle wirkende Kraft von 15 kg vermag also der an der Welle des großen Zahnrades wirkenden Kraft von 300 kg das Gleichgewicht zu halten, d. h. man kann mit Aufwendung der Kraft von 15 kg eine zwanzigmal so große Kraft überwinden. Eine einfache Rechnung zeigt, daß bei einer Bewegung des Systems das Produkt aus Kraft · Weg an beiden Enden des Systems gleich groß ist, wie es das Energieprinzip verlangt. Wir hätten auch das Gleichgewicht unter Zugrundelegung des Energieprinzips berechnen können (goldene Regel, s. § 78).

**82. Keil und Schraube.** Einfache Maschinen vom Typus der schiefen Ebene sind der Keil und die Schraube. Die Wirkung des Keils ist aus Abb. 57 ersichtlich. Die Kraft  $k_1$  hält den beiden Kräften  $k_2$  das Gleichgewicht, wenn  $k_1 = 2 k_2 \sin \varphi/2$ . Die beiden seitlichen Kräfte sind also bei spitzem Winkel  $\varphi$  sehr viel größer als die den Keil treibende Kraft. Daher die Benutzung des Keils z. B. zum Spalten von Holz. Auf dem gleichen Prinzip beruht die schneidende Wirkung von Messern.

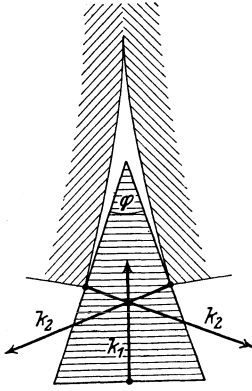


Abb. 57. Schema der Keilwirkung.

Eine Schraube kann man als eine spiraling aufgewinkelte schiefe Ebene ansehen (vgl. Wendeltreppe). Im allgemeinen findet bei der praktischen Verwendung von Schrauben gleichzeitig eine Anwendung des Hebelgesetzes statt (Flügelschraube, breiter Schraubenkopf mit Nut zum Ansetzen des Schraubenziehers usw.). An der Peripherie des Schraubenkopfes vom Radius  $r$  wirke tangential eine Kraft  $k_1$ . Hat die Schraube unter der Wirkung dieser Kraft eine volle Umdrehung ausgeführt, so ist die dabei geleistete Arbeit gleich  $k_1 \cdot 2\pi r$ . Diese Arbeit wird von dem Schraubende oder den Schraubewindungen auf das zu überwindende Hindernis übertragen. Die Verschiebung der Schraube bei einer Umdrehung ist gleich der sog. Ganghöhe  $s$  (Abstand zweier Schraubengänge) der Schraube. Ist die Kraft, mit der das

Schraubende gegen das Hindernis drückt, gleich  $k_2$ , so ist die geleistete Arbeit gleich  $k_2 s$ . Nach dem Energieprinzip muß dies gleich der am Schraubenkopf geleisteten Arbeit sein. Es ist daher  $k_1 \cdot 2\pi r = k_2 s$  oder

$$k_2 = k_1 \frac{2\pi r}{s}.$$

Die Kraft, die mit einer Schraube ausgeübt werden kann, ist also um so größer, je geringer die Ganghöhe  $s$  und je größer der Arm  $r$  der am Schraubenkopf angreifenden drehenden Kraft ist (Anwendung zu Schraubenpressen aller Art).

Bei manchen Schrauben, insbesondere Holzschrauben und Holzbohrern, tritt neben der eigentlichen Schraubenwirkung auch noch eine Keilwirkung auf, indem der Durchmesser der Schraube von der Spitze an allmählich zunimmt. Bei den Holzbohrern wirkt hauptsächlich nur der vorderste Teil als Schraube, mittels derer der Bohrer in das Holz eindringt. Die Kanten der sehr steilen oberen Windungen wirken als Messer, das das durch die Spitze vorgebohrte Loch durch Schneiden vergrößert.

**83. Wagen.** Der Hebel findet eine wichtige Anwendung bei den Wagen. Mit Ausnahme der Federwagen sind alle gebräuchlichen Wagen Hebelwagen. Der Zweck einer Wage ist die Feststellung des Gewichtes bzw. der Masse von Körpern, d. h. ihr Vergleich mit der Gewichtseinheit.

Man hat zu unterscheiden zwischen gleicharmigen und ungleicharmigen Wagen. Bei den gleicharmigen Wagen greift das Gewicht des zu wägenden Körpers und das des Vergleichskörpers (Gewichtsstücke) an gleich langen Hebelarmen an. Die Gewichte sind gleich, wenn die Wage „einsteht“, d. h. sich wieder genau ebenso einstellt wie ohne die Belastung. In diesem Falle sind also die Hebelarme von konstanter Länge, die Vergleichsgewichte nach Bedarf veränderlich. Bei den ungleicharmigen Wagen greift das zu messende Gewicht meist an einem Hebelarm von unveränderlicher Länge an, das konstante Vergleichsgewicht aber wird am andern Hebelarm so lange verschoben, bis die Wage einsteht.

Ist die Größe des Vergleichgewichtes bekannt, so ergibt sich das Gewicht des zu wägenden Körpers aus dem Hebelgesetz (§ 41). Abb. 58 zeigt eine ungleicharmige Wage (sog. römische Schnellwage), wie sie heute noch vielfach, vor allem von wandernden Händlern, gebraucht wird. Die Einteilung des linken Hebelarmes ergibt direkt das Gewicht des zu wägenden Körpers.

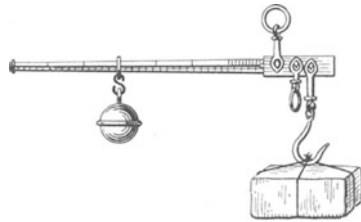


Abb. 58. Schnellwage.

Eine ungleicharmige Wage, und zwar ein Winkelhebel (§ 79), ist ferner die übliche Briefwage (Abb. 59). Es besteht Gleichgewicht, wenn  $k_1 a_1 = k_2 a_2$ . Die Wage ist so eingerichtet, daß sich bei einer Senkung der Wagschale  $k_1 a_1$  stark,  $k_2 a_2$  nur wenig ändert. Es ist  $a_1 = l_1 \cdot \cos \varphi_1$  und  $a_2 = l_2 \cdot \cos \varphi_2$ , also bei Gleichgewicht

$$k_1 l_1 \cos \varphi_1 = k_2 l_2 \cos \varphi_2.$$

Wählt man  $\varphi_2$  klein,  $\varphi_1$  dagegen nahe an  $90^\circ$ , so ist  $\cos \varphi_2$  sehr wenig,  $\cos \varphi_1$  stark veränderlich. Die Größe des Gewichtes wird aus der Hebung des konstanten Vergleichsgewichtes  $k_1$  an der in Gramm geeichten Skala abgelesen.

Eine im Wirtschaftsleben vielgebrauchte Wage ist die Brückenwage (Abb. 60).  $AD$  ist ein in  $B$  auf einer Schneide drehbarer Wagebalken. An  $A$  hängt die Wagschale mit den Gewichtchen. In  $C$  ist die Platte  $EG$  aufgehängt, welche in  $G$  auf einer Schneide ruht. Diese Schneide befindet sich in  $J$  auf einer Platte  $HK$ , welche in  $K$  auf einer Schneide aufliegt und in  $D$  am Wagebalken aufgehängt ist. Dabei ist die Wage so eingerichtet, daß  $JK:HK = BC:BD$ . Dies hat, wie man leicht nachweisen kann, zur Folge, daß sich bei einer Drehung des Wagebalkens der Punkt  $E$  um ebensoviel hebt oder senkt, wie der Punkt  $G$ , so daß die Platte  $EG$  stets horizontal bleibt. Auf ihr stehe in irgendeinem Punkte  $F$  der zu wägende Körper und übe durch sein Gewicht die Kraft  $k$  aus. Diese verteilt sich auf die Stange  $CE$  und die Schneide so, daß

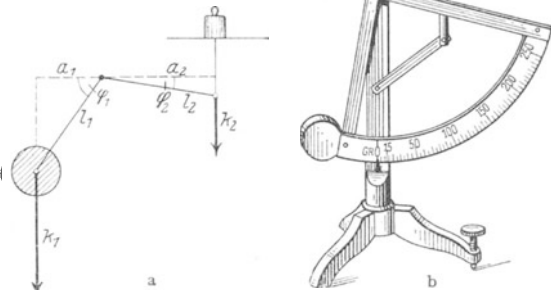


Abb. 59. Briefwage. a Schema, b praktische Ausführung.

$k'_1 = k \frac{FG}{EG}$ ,  $k'_2 = k \frac{EF}{EG}$ .

Die Kraft  $k'_2$  wieder verteilt sich auf die Stange  $DH$  und die Schneide  $K$  so, daß

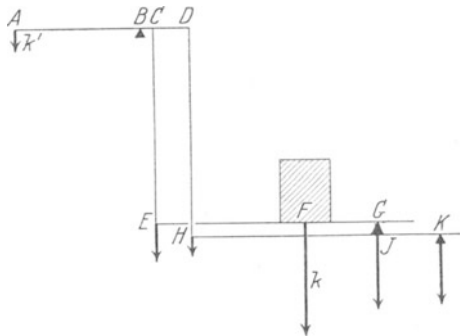


Abb. 60. Schema der Brückenwage.

$$k''_1 = k'_2 \frac{JK}{HK} = k \frac{JK}{HK} \cdot \frac{EF}{EG},$$

$$k''_2 = k'_2 \frac{HJ}{HK} = k \frac{HJ}{HK} \cdot \frac{EF}{EG}.$$

Infolgedessen wirkt auf den Wagebalken  $AD$  ein Drehmoment

$$N = k'_1 BC + k''_1 BD = k \left( BC \frac{FG}{EG} + BD \frac{EF}{EG} \cdot \frac{JK}{HK} \right) = k BC \frac{EF + FG}{EG} = k BC.$$

Dieses Drehmoment ist also ebenso groß, als ob der zu wägende Körper unmittelbar in  $C$  aufgehängt wäre. Daher wird der Kraft  $k$  durch eine in  $A$  wirkende Kraft  $k' = k BC/BA$  das Gleichgewicht gehalten. Diese Wagen werden meist als Dezimalwagen ( $BC:BA = 1:10$ ) oder als Zentesimalwagen ( $BC:BA = 1:100$ ) gebaut. Sehr wesentlich ist die Tatsache, daß die Lage des Punktes  $F$ , in dem sich der zu wägende Körper auf der Platte  $EG$  befindet, ohne Einfluß auf die Wägung ist.

Das Prinzip der Brückenwage findet auch in etwas veränderter Form (Kombination mit dem Prinzip der Schnellwage) Anwendung bei den ärztlich gebrauchten Personenwagen und den Automatenwagen.

Die sonst üblichen Wagen sind, soweit sie nicht Federwagen (§ 97) sind, meist gleicharmige Wagen, z. B. die Küchenwagen und die Wagen, die in Verkaufsläden verwendet werden.

**84. Präzisionswagen.** Die für genaueste Wägung kleinerer Massen benutzten Präzisionswagen (Abb. 61) — oft auch Analysenwagen oder chemische Wagen genannt, weil sie besonders bei chemischen Wägungen benutzt werden — bestehen aus einem gleicharmigen Wagebalken, welcher in seiner Mitte eine sehr fein geschliffene Schneide aus Stahl trägt, die auf einer horizontalen Platte aus Stahl oder Achat ruht und als Drehachse dient. Jede solche Wage hat eine sog. Arretierung, d. h. eine Vorrichtung, mittels derer der Wagebalken, wenn die Wage nicht benutzt wird, von der Unterlage zwecks Schonung abgehoben werden kann. An den Wagebalken hängen, meist ebenfalls auf Schneiden, die sich in möglichst genau gleichem Abstande von der Mittelschneide und in der gleichen Geraden mit ihr befinden, zwei Wagschalen, zum Aufnehmen des zu wägenden Körpers einerseits und der Gewichtsstücke andererseits. In der Mitte des Balkens ist ein längerer Zeiger befestigt, der über einer Skala spielt. Der Wagebalken ist zwecks möglichster Leichtigkeit bei großem

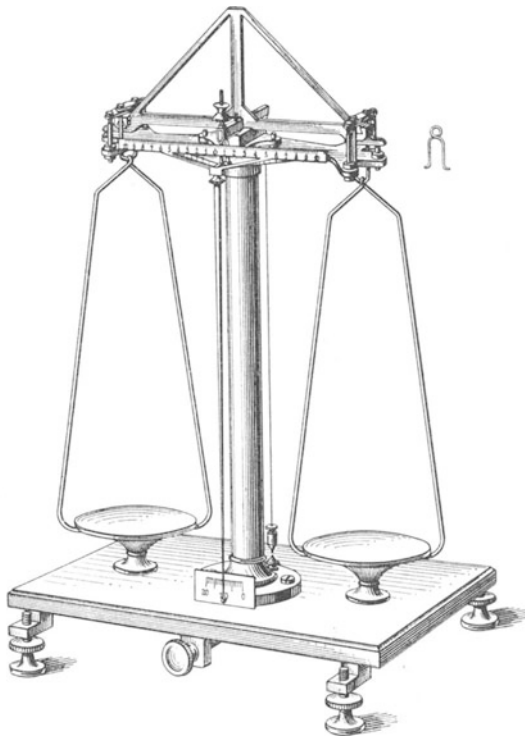


Abb. 61. Präzisionswage.

Widerstand gegen Durchbiegungen meist nach dem Prinzip der Brückenträger konstruiert. Er besitzt eine Vorrichtung, um durch Verstellen zweier kleiner, an ihm angebrachter Gewichte seinen Schwerpunkt sowohl vertikal wie horizontal zu verschieben. Ersteres dient zur Änderung der Empfindlichkeit, letzteres zur Einstellung des Zeigers auf die Mitte der Skala. Am Wagebalken ist ferner eine



Vorrichtung angebracht (die in Abb. 61 am Wagebalken sichtbare Skala), welche es erlaubt, ein kleines Gewicht von meist 10 mg, den sog. Reiter (Abb. 61 oben rechts) in beliebigem Abstände von der Mitte auf ihn aufzusetzen (s. u.).

Eine Wägung besteht im Prinzip darin, daß man nach Auflegen des zu wägenden Körpers auf die eine Wagschale auf die andere so viele Gewichtsstücke legt, bis die Wage wieder möglichst genau so einsteht wie in unbelastetem Zustande. Kleinere Gewichtsstücke als 10 mg werden aber in der Regel nicht hergestellt. Zur Ermittlung der Milligramm dient der Reiter. Ist der Abstand der Aufhängungen der Wagschalen von der Balkenmitte  $a$ , und wird der Reiter im Abstände  $r$  von der Balkenmitte (Drehachse) aufgesetzt, so wirkt er nach dem Hebelgesetz ebenso, als sei auf die Wagschale ein Gewicht von  $10r/a$  mg aufgelegt. Da die zum Aufsetzen des Reiters bestimmte Vorrichtung in 10 gleiche Teile geteilt ist (eine oft vorhandene feinere Einteilung wird meist nicht benutzt), so kann man durch die verschiedenen Stellungen des 10 mg schweren Reiters Gewichte von 1 bis 10 mg auf der Wagschale ersetzen. Empfindliche Wagen sind aber noch imstande, weitere Dezimalen des Gewichtes anzugeben. Sie lassen sich im allgemeinen auf die geschilderte Weise noch nicht zum Einstehen auf ihren Nullpunkt (= Ruhelage ohne Belastung) bringen. Man verfährt nun weiter so. Man schließt das Gewicht des Körpers zwischen zwei, um 1 mg verschiedene Grenzen ein, indem man feststellt, daß z. B. 51,235 g zu wenig, aber 51,236 g bereits zu viel ist. Im ersten Falle schlage der Zeiger noch um  $x$  Skalenteile (auf Zehntel geschätzt) von der Nullage nach rechts, im zweiten Falle um  $y$  Skalenteile nach links aus. Dann sind zum Gewicht von 51,235 g noch  $x/(x+y)$  mg hinzuzuzählen. Ist z. B.  $x = 2,5$ ,  $y = 1,9$ , so ist das Gewicht des Körpers 51,23557 g. Natürlich ist die genaue Nullage, die leicht etwas vom Nullpunkt der Skala abweicht — was der Genauigkeit der Wägung keinen Abbruch tut — vor und nach jeder Wägung genau zu bestimmen.

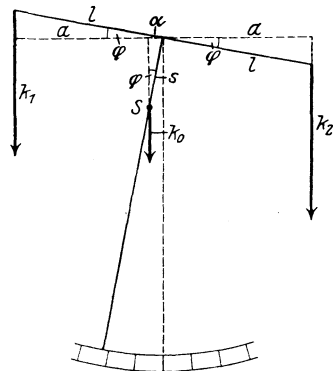


Abb. 62.  
Zur Empfindlichkeit einer Wage.

Genauere Wägungen werden am besten bei schwingender Wage angestellt. Jede Wage gerät bei Aufhebung der Arretierung in leichte Schwingung. Man liest eine ungerade Zahl von aufeinander folgenden Umkehrpunkten des Zeigers ab, z. B. 4 rechts, 3 links, nimmt zunächst das Mittel aus den Ablesungen auf jeder Seite für sich, und aus diesen Mittelwerten wird das Mittel genommen. Dies ist der Punkt, auf den sich die Wage einstellen würde, wenn sie zur Ruhe kommt.

Man beachte, daß die Wage ein dreiarmiger Hebel ist, und daß daher auf den Wagebalken drei Drehmomente wirken. Zwei einander ganz oder nahezu gleiche Drehmomente werden von den Wagschalen mit den aufgelegten Gewichten geliefert, das dritte von dem im Schwerpunkt des Wagebalkens angreifenden Eigengewicht des Wagebalkens (Abb. 62).

Eine Wage ist um so empfindlicher, je größere Ausschläge sie bei einer bestimmten Gewichts-differenz der beiden Wagschalen zeigt. Die Empfindlichkeit hängt von der Lage des Schwerpunktes des Wagebalkens ab. Der Wagebalken befindet sich im stabilen Gleichgewicht, sein Schwerpunkt liegt unterhalb der Drehachse (Schneide). Abb. 62 gibt ein Schema eines Wagebalkens.  $S$  sei der Schwerpunkt,  $s$  der Abstand des Schwerpunktes von der Drehachse. Der Balken, dessen Länge  $2l$  sei, befindet sich infolge ungleicher Belastung in der gezeichneten Lage (Ablenkungswinkel  $\varphi$ ) im Gleichgewicht.  $k_0$  sei die infolge des Eigen-

gewichtetes des Wagebalkens in  $S$  angreifende Kraft. Dann folgt aus dem Hebelgesetz

$$k_1 a + k_0 \alpha = k_2 a \quad \text{oder} \quad k_1 l \cos \varphi + k_0 s \sin \varphi = k_2 l \cos \varphi.$$

Es ist also  $\operatorname{tg} \varphi$ , oder bei kleinem Ausschlag  $\varphi = \frac{k_2 - k_1}{k_0} \frac{l}{s} = \frac{\Delta k}{k_0} \frac{l}{s}$ , wenn  $\Delta k$  die Differenz der Gewichte auf den beiden Wagschalen bedeutet. Die Empfindlichkeit ist also um so größer, je länger die Wagebalken sind, je kleiner die Kraft  $k_0$ , d. h. das Gewicht des Wagebalkens ist, und je dichter der Schwerpunkt des Wagebalkens an der Schneide liegt.

Es könnte hiernach zunächst scheinen, daß man einer Wage eine beliebig große Empfindlichkeit erteilen könne, indem man die Wagebalken möglichst lang und den Schwerpunktsabstand  $s$  möglichst klein macht. Dieser an sich vorhandenen Möglichkeit ist aber durch praktische Rücksichten eine Grenze gesetzt. Jede Vergrößerung der Empfindlichkeit bringt nämlich unvermeidlich eine Vergrößerung der Schwingungsdauer der Wage und eine Abnahme ihrer Stabilität mit sich. Die Schwingungsdauer darf aber eine gewisse Grenze nicht überschreiten, wenn das Arbeiten mit der Wage nicht zu zeitraubend und schwierig werden soll. Da der Wagebalken (mit den angehängten Gewichten) um eine Achse drehbar und in stabilem Gleichgewicht ist, so kann man ihn als ein Pendel auffassen, das um seine stabile Gleichgewichtslage schwingen kann. Es gilt daher auch hier die Gleichung

$$\tau = 2\pi \sqrt{\frac{J}{D}}$$

(Gl. 34, § 69). Es sei  $J_0$  das Trägheitsmoment des Wagebalkens selbst (einschließlich der Wagschalen),  $m$  das auf jeder Seite aufgelegte Gewicht. Dann ist das gesamte Trägheitsmoment des schwingenden Systems  $J = J_0 + 2ml^2$ . Die Direktionskraft  $D$  des schwingenden Systems wird durch das im Schwerpunkt des Wagebalkens angreifende Gewicht  $k_0$  des Wagebalkens geliefert. Es beträgt demnach  $D = k_0 s$ . Vergrößert man die Länge  $l$  der Wagenarme, so vergrößert man dadurch nicht nur den Ausdruck  $2ml^2$ , sondern auch das Trägheitsmoment  $J_0$  des Wagebalkens. Hierdurch wird die Schwingungsdauer  $\tau$  vergrößert. Im gleichen Sinne wirkt eine Verkleinerung des Drehmoments  $D$  durch Verkleinerung des Schwerpunktsabstandes  $s$ .

Wie man aus der obigen Gleichung für  $\tau$  nach Einsetzung des Wertes für  $J$  sieht, wächst die Schwingungszeit einer Wage auch mit der Größe von  $m$ , also mit dem Gewicht der aufgelegten Massen.

Voraussetzung für die strenge Gültigkeit der vorstehenden Überlegungen ist, daß die Aufhängepunkte der Wagschalen mit der Mittelschneide des Wagebalkens genau in einer Geraden liegen. Ist dies nicht genau der Fall, so werden die Verhältnisse komplizierter. Insbesondere wird dann die Empfindlichkeit von der Belastung abhängig. Eine geringe Abhängigkeit der Empfindlichkeit von der Belastung zeigt sich bei jeder Wage schon deshalb, weil jeder Wagebalken sich unter der Wirkung der aufgelegten Gewichte ein wenig durchbiegt, so daß die drei genannten Punkte, wenn sie bei unbelasteter Wage etwa genau in einer Geraden lagen, dies bei belasteter Wage nicht mehr tun, und um so weniger, je größer die Belastung ist.

**85. Absolute Wägung.** Eine einzige, mit aller Sorgfalt ausgeführte Wägung gibt noch nicht die Gewähr dafür, daß — auch absolute Richtigkeit der benutzten Gewichtsstücke vorausgesetzt — das Gewicht eines Körpers richtig bestimmt ist, denn nie sind die beiden Wagearme genau gleich lang. Schon die fast nie ganz zu vermeidenden Temperaturdifferenzen bedingen durch die Wärme-

ausdehnung (§ 196) stets kleine Ungleichmäßigkeiten, welche bei der außerordentlichen Genauigkeit, mit der eine gute Wage arbeitet, durchaus ins Gewicht fallen. Es sei die Länge des einen Wagebalkens  $l$ , die des andern  $l + \delta$ . Das Gewicht des zu wägenden Körpers sei  $k$ . Die Wägung ergebe das scheinbare Gewicht  $k_1$ . Dann ist nach dem Hebelgesetz  $kl = k_1(l + \delta)$ . Jetzt vertauscht man die Wagearme, d. h. man lege nunmehr den zu wägenden Körper und die Gewichtsstücke je auf die andere Seite. Dann ergibt sich ein anderes scheinbares Gewicht  $k_2$ , und es ist  $k(l + \delta) = k_2 l$ . Aus diesen Gleichungen folgt einerseits das wahre Gewicht  $k = \sqrt{k_1 k_2}$ , andererseits das Verhältnis der Wagearme  $\frac{l + \delta}{l} = \sqrt{\frac{k_2}{k_1}}$ . Das wahre Gewicht ist also das geometrische Mittel aus den beiden scheinbaren Gewichten. Wegen des geringen Unterschiedes kann man es auch durch das arithmetische Mittel  $(k_1 + k_2)/2$  ersetzen. Aus dem gleichen Grunde kann man für das Verhältnis der Wagebalken setzen  $1 + \frac{k_2 - k_1}{2 k_1}$ .

Die Anstellung einer derartigen Doppelwägung ist immer dann nötig, wenn man das absolute Gewicht eines Körpers ermitteln will. In sehr zahlreichen Fällen, z. B. bei fast allen chemischen Wägungen, dienen Wägungen aber nur zur Bestimmung des Gewichtsverhältnisses von verschiedenen Körpern. Dieses ergeben auch Wägungen mit einer nicht genau gleicharmigen Wage richtig. Die Einzelgewichte werden zwar im Verhältnis der Längen der Wagebalken zu groß oder zu klein bestimmt, aber da dadurch alle Massen — vorausgesetzt, daß sie stets auf der gleichen Seite der Wage lagen — im gleichen Verhältnis zu groß oder zu klein bestimmt werden, so fällt der Fehler bei der Verhältnisbildung wieder heraus.

Über die Korrekturen des Gewichtes, die noch wegen des Auftriebs des Körpers und der Gewichtsstücke in der Luft anzubringen sind, s. § 126.

**86. Verwandlung von hin- und hergehender in drehende Bewegung.** Ein in der Technik häufig auftretendes Problem ist die Umwandlung von hin- und hergehender Bewegung in drehende. Technisch besonders wichtig ist der Fall der Dampfmaschinen (§ 238), bei denen die Hin- und Herbewegung des Kolbens meist in Rotation von Rädern umgesetzt werden soll (Exzenter). Das Schema einer solchen Vorrichtung zeigt Abb. 63. Die durch die bewegliche Stange übertragene Kraft  $k$  bewirkt ein Drehmoment von der Größe  $k'r$ , welches das um die Achse  $A$  drehbare Rad (Radius  $r$ ) in Bewegung setzt. Das Drehmoment ist 0 für  $\varphi = 0$  und  $\varphi = 180^\circ$  (sog. tote Punkte).

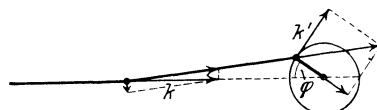


Abb. 63. Verwandlung von hin- und hergehender in drehende Bewegung.

Um trotz des veränderlichen Drehmoments einen möglichst gleichmäßigen Gang der Maschine zu gewährleisten, verbindet man die rotierenden Teile mit sog. Schwungrädern, d. h. Rädern von großer Masse, welche durch ihre Trägheit größere Schwankungen der Umlaufgeschwindigkeit verhindern und die Maschine über die toten Punkte hinwegtreiben. Man kann diese Schwungräder als Energiespeicher betrachten, welche Rotationsenergie bei großem Drehmoment aufspeichern und bei kleinem Drehmoment abgeben.

Bei Maschinen mit schweren hin- und hergehenden Teilen findet eine dauernde Hin- und Herverlagerung des Schwerpunktes statt. Das führt zum Auftreten großer Kräfte in den Fundamenten der Maschine und damit zu starker Beanspruchung der Gebäude oder Fahrzeuge. Man ist daher bei großen Maschinen stets bemüht, möglichst weitgehenden sog. Massenausgleich zu erzielen, d. h. die Maschine so zu bauen, daß die hin- und hergehenden Bewegungen ihrer ein-

zelenen Teile so abgeglichen sind, daß der Schwerpunkt der Maschine als Ganzes in Ruhe bleibt.

**87. Wagenräder.** Eine der wichtigsten menschlichen Erfindungen ist das Wagenrad, welches den Transport von Fahrzeugen über längere, insbesondere schlechte Wegstrecken erst möglich gemacht hat. Der Vorzug des Wagenrades

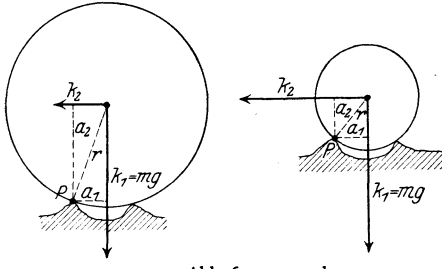


Abb. 64. Wirkung des Wagenrades. a großes, b kleines Rad.

gegenüber der primitiven Schlittenkufe beruht vor allem darin, daß bei ihm eine viel geringere Reibung auftritt als bei letzterer. Außerdem werden die durch einen schlechten, holprigen Weg auftretenden Hindernisse von einem Wagen um so leichter überwunden, je größer seine Räder sind, wie aus Abb. 64 ersichtlich ist. Damit sich das Rad weiter nach links bewegt, muß es sich um den Punkt P drehen, und damit das möglich ist, muß die Zugkraft  $k_2$  ein mindestens ebenso

großes Drehmoment  $k_2 a_2$  um diesen Punkt ausüben wie die Schwerkraft  $k_1 = mg$ , deren Drehmoment  $mg a_1$  ist. Aus der Abb. 64 ergibt sich  $k_2 a_2 = k_2 \sqrt{r^2 - a_1^2} = mg a_1$ , also  $k_2 = mg \frac{a_1}{\sqrt{r^2 - a_1^2}}$ . Die Zugkraft  $k_2$  kann also bei gleichem  $a_1$  und gleicher auf der Achse befindlicher Masse  $m$  um so kleiner sein, je größer der Radius  $r$  des Rades ist.

Die Verwendung von Gummireifen hat den Vorteil, daß kleine Hindernisse den Reifen eindrücken, statt daß das Fahrzeug über jedes derartige Hindernis hinweggehoben werden muß. Der Arbeitsaufwand ist also geringer als bei festen Reifen.

**88. Das Fahrrad.** Als ein besonders durchsichtiges Beispiel von Anwendungen der Hebelgesetze sei noch das Fahrrad behandelt. Der Mechanismus des Fahrrades bezweckt, eine am Pedal angreifende Kraft auf den Punkt zu übertragen, in dem das Hinterrad den Erdboden berührt. Dabei wird gleichzeitig die Größe der Kraft geändert. Das Größenverhältnis der Kräfte untersuchen wir am besten im Ruhezustande (Schema Abb. 65), indem wir das infolge der am Pedal angreifenden Kraft am Hinterrade auftretende Drehmoment durch eine entsprechende

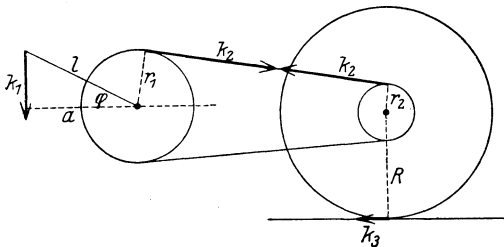


Abb. 65. Schema des Fahrradgetriebes.  $l$  Länge des Pedals,  $r_1$  Radius des großen Kettenrades,  $r_2$  Radius des kleinen Kettenrades,  $R$  Radius des Hinterrades.

Kraft kompensieren. (Man hänge ein Fahrrad an ein Gestell, hänge an das eine Pedal ein Gewicht von etwa 2 kg und verhindere die Drehung durch ein an der Peripherie des Hinterrades angehängtes tangential angreifendes Gegengewicht oder Federdynamometer.) Die größte kompensierende Kraft ist erforderlich, wenn das Pedal horizontal steht.

Wir betrachten das große Kettenrad als einen Hebel, an dem zwei Kräfte angreifen,  $k_1$  am Pedal und die in der Kette auftretende Zwangskraft  $k_2$ . Bei Gleichgewicht ist  $k_1 a = k_2 l \cos \varphi = k_2 r_1$ . Auf das kleine Kettenrad des Hinterrades wirkt die gleiche Kraft  $k_2$  und an der Peripherie die Kraft  $k_3$ . Wegen des Gleichgewichts ist  $k_2 r_2 = k_3 R$ . Es folgt

$$k_3 = k_1 \frac{l r_2}{R r_1} \cos \varphi.$$

Das Verhältnis  $l/R$  ist in der Regel etwa  $1/2$ . Das Verhältnis  $r_2/r_1$  ermittelt man

am einfachsten aus dem Verhältnis der Umfänge der beiden Kettenräder durch Abzählung der Zähne.

Beim Radfahren wird die Kraft  $k_1$  durch das Gewicht des auf das Pedal tretenden Fahrers ausgeübt und unter Umständen noch durch Ziehen an der Lenkstange verstärkt. Dadurch entsteht an demjenigen Punkt, in dem das Hinterrad den Erdboden berührt, eine der berechneten Kraft  $k_3$  gleiche, aber horizontal nach hinten gerichtete Kraft gegen den Erdboden. Dies hat nach dem dritten NEWTONSchen Axiom (§ 36) das Auftreten einer  $k_3$  gleichen, aber nach vorn gerichteten vom Erdboden aus auf das Rad wirkenden Zwangskraft zur Folge, welche das Rad vorwärtstreibt.

Über die Stabilität des Rades beim Fahren s. § 90.

**89. Anwendung der Kreiselgesetze.** Eine sehr wichtige technische Anwendung der Stabilität der Achsenrichtung rotierender Körper (§ 53) ist der Kreiselkompaß. Man bedient sich dazu eines elektrisch in konstanter Rotation gehaltenen Körpers, der in einer sog. kardanischen Aufhängung (wie sie auch bei älteren, nicht elektrischen, Schiffslampen verwendet wird) aufgehängt ist, so daß er sich nach allen Richtungen frei drehen kann. Befindet sich ein solcher Kreisel mit seiner völlig freien Achse irgendwo auf der Erde, so wird durch die Erddrehung die Richtung seiner Rotationsachse fortwährend geändert. Er führt also eine dauernde Präzessionsbewegung aus (§ 53). Diese wird aber beim Kreiselkompaß durch eine besondere Vorrichtung (Anblasen mit einem Luftstrom) abgebremst. Das hat zur Folge, daß der Kreisel sich mit seiner Achse in die einzige Richtung einstellt, welche bei der Erddrehung unverändert bleibt, nämlich parallel zur Erdachse in die genaue geographische Nord-Südrichtung. Er besitzt also gegenüber dem magnetischen Kompaß den großen Vorzug, erstens durch die Eisenteile des Schiffes nicht gestört zu werden, zweitens von den Anomalien der erdmagnetischen Kraft, der sog. Mißweisung (§ 342), völlig frei zu sein.

Eine gewisse Rolle spielt die Achsenstabilität des Propellers von Flugzeugen bei deren Steuerung, indem jede Richtungsänderung des Flugzeuges das Auftreten einer Kraft zur Folge hat, welche das Flugzeug in eine dazu senkrechte Richtung zu drehen sucht. Dem muß durch die Steuerung begegnet werden. Jede Betätigung des Seitensteuers erfordert demnach auch eine Betätigung des Höhensteuers, und umgekehrt.

**90. Trägheitswirkungen bei gekrümmten Bahnen (Zentrifugalkraft).** In der Praxis spielen Trägheitswirkungen bei der Bewegung von Körpern auf gekrümmten Bahnen eine bedeutende Rolle. Ein geläufiges Beispiel hierfür ist das Fahren einer Kurve mit dem Fahrrad. Bekanntlich genügt hierfür die Schrägstellung des Steuerrades allein nicht. Es muß vielmehr noch eine Zentripetalkraft hinzukommen, die diejenige Größe hat, welche der Krümmung der Bahn (Radius  $r$ ), der Winkelgeschwindigkeit  $\omega = v/r$  und der im Schwerpunkt des Systems Fahrrad + Fahrer vereinigt gedachten Masse  $m$  entspricht. Sie muß nach Gl. 18, § 43,  $mv^2/r$  betragen. Diese Kraft wird von der Schwerkraft geliefert, indem der Schwerpunkt des Systems durch seitliche Neigung nach derjenigen Richtung verlagert wird, in der die Kurve gefahren werden soll. (Es wäre also auch für einen geübten Radfahrer schwierig, an der Oberfläche des Mondes Kurven zu fahren, weil dort nur eine geringe Schwerkraft herrscht!). In Abb. 66 sei das Fahrrad nebst Fahrer durch die Gerade  $AB$  schematisiert.  $S$  sei der Schwerpunkt, der wegen der geringen Masse des Fahrrades nahezu mit

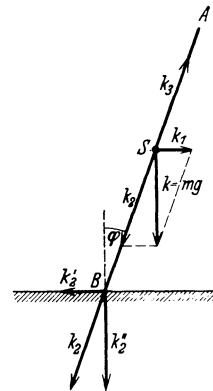


Abb. 66. Schema des Radfahrers in einer Kurve.

dem Schwerpunkt des Fahrers zusammenfällt. In  $S$  greift die Schwerkraft  $mg$  an. Wir zerlegen sie in zwei Komponenten, eine horizontale  $k_1$  und eine in Richtung  $AB$  gelegene  $k_2$ . Auf  $S$  wirkt ferner in der Richtung  $BA$  die durch die Kraftkomponente  $k_2$  hervorgerufene Zwangskraft  $k_3$ , welche gleich  $k_2$  und ihr entgegengerichtet ist,  $k_2$  also aufhebt. Es bleibt demnach nur die Kraft  $k_1$  übrig, und diese liefert die zum Zustandekommen der kreisförmigen Bewegung, d. h. zum Fahren einer Kurve erforderliche Zentripetalkraft. Aus der Abb. 66 liest man ab, daß der Neigungswinkel  $\varphi$  des Fahrrades durch die Bedingung

$$k_1 = mg \operatorname{tg} \varphi = \frac{mv^2}{r} \quad \text{bzw.} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{v^2}{rg}$$

gegeben ist. Die Neigung  $\varphi$  muß also um so größer sein, je größer die Geschwindigkeit  $v$  und je kleiner der Krümmungsradius  $r$  ist. Im Fußpunkte  $B$  wirkt eine Kraft, die gleich  $k_2$  ist, schräge gegen den Erdboden. Wir zerlegen sie wieder in zwei Komponenten,  $k_2'$  parallel und  $k_2'' = mg$  senkrecht zum Erdboden. (Senkrecht zum Erdboden wirkt also nur das Gewicht des Fahrrades nebst Fahrer, sofern die Bahn horizontal ist.) Letztere wird durch die Gegenwirkung des Erdbodens aufgehoben, erstere wenn sie nicht zu groß ist, also bei kleinem Winkel  $\varphi$ , durch die Reibung. Bei großer Neigung, also insbesondere bei großer Geschwindigkeit  $v$ , genügt die Reibung nicht (Ausgleiten auf nassem Asphalt!), und es muß dafür gesorgt werden, daß  $k_2$  senkrecht zur Bahnfläche liegt. Das geschieht bekanntlich bei den Radrennbahnen dadurch, daß man sie in den Kurven schräge legt (Überhöhung). (In diesem Falle wirkt die volle Kraft  $k_2$ , die größer als  $mg$  ist, senkrecht zur Bahn.)

Die Kunst des Radfahrens besteht darin, daß man stets Neigung und Bahnkrümmung durch Nachstellung des Vorderrades miteinander in Einklang bringt. Die Bahnkrümmung ist eindeutig durch die Stellung des Vorderrades bestimmt. Bei gegebener Bahnkrümmung und Geschwindigkeit übt die Reibung am Boden [die Gegenwirkung (§ 36) gegen die Kraft  $k_1'$ , Abb. 66] eine horizontal gerichtete Kraft auf das Fahrrad aus, die gleich  $mv^2/r$ , also um so größer ist, je kleiner der Krümmungsradius ist. Da diese Kraft nach innen gerichtet ist und unterhalb des Schwerpunktes angreift, so sucht sie das Fahrrad nach außen umzukippen. Durch Ausnutzung dieser Tatsache hat man es in der Hand, die unvermeidlichen kleinen, wechselnden Neigungen des Fahrrades zu kompensieren. Ist dadurch eine Abweichung aus der gewünschten Richtung eingetreten, so muß erst überkompensiert werden. Will man also z. B. plötzlich aus der geraden Richtung abbiegen, etwa nach links, so muß erst eine passende Linksneigung hergestellt werden, was dadurch geschieht, daß man die Lenkstange zuerst ein wenig nach rechts zieht. Will man aus einer gekrümmten Bahn wieder geradeaus fahren, so muß die Lenkstange zuerst noch mehr herangezogen werden, damit die vorhandene Neigung vernichtet wird. Die Richtigkeit dieser Behauptungen kann man beim Radfahren leicht nachweisen, wenn man darauf achtet, daß die Änderungen plötzlich erfolgen. Da die Zentripetalkraft mit  $v^2$  wächst, so bedarf es bei großer Geschwindigkeit viel kleinerer Lenkstangenbewegungen, um Gleichgewicht zu halten als bei kleiner Geschwindigkeit. Darum ist es leichter, schnell zu fahren, als langsam. Die Vordergabel der Fahrräder ist gewöhnlich so gebaut, daß eine leichte Körperbewegung genügt, um die Lenkstange ein wenig heranzuziehen. Bei nicht zu kleiner Geschwindigkeit genügen diese kleinen Bewegungen der Lenkstange, um kleine zufällige Neigungen zu kompensieren, so daß man dann freihändig fahren kann.

Bei größeren Geschwindigkeiten spielt beim Fahrrad auch die Achsenstabilität der rotierenden Räder also eine Kreiselwirkung (§ 53), eine Rolle.

Ein weiteres Beispiel für die Trägheitswirkungen rotierender Körper ist das sog. Teufelsrad, das man oft in Vergnügungsparks findet, eine glatte Scheibe, die in schnelle Rotation versetzt werden kann. Personen, welche sich auf der Scheibe befinden, können sich auf ihr nicht halten, sondern werden durch die Zentrifugalkraft (Standpunkt des mitrotierenden Beobachters, § 44) nach außen geschleudert. Es ist lehrreich, den Vorgang im einzelnen zu verfolgen. Beim Inbetriebsetzen der Scheibe genügt die geringe vorhandene Reibung, um den auf ihr befindlichen Massen eine gewisse Geschwindigkeit zu erteilen. Wegen der Kleinheit der Reibung dauert diese Bewegung angenähert (je nach der Größe der Reibung) in unveränderter Richtung — von der festen Erde aus beurteilt — an. D. h. die Massen entfernen sich vom Mittelpunkt der Scheibe infolge der Trägheit, die ihre Geschwindigkeit nach Größe und Richtung aufrecht zu erhalten sucht. Die Reibung bewirkt nur eine Verzerrung der geraden Bahn in eine mehr oder weniger gekrümmte Spirale, die schließlich über den Scheibenrand hinausführt.

Auf einer Trägheitswirkung beruht auch das bekannte Zirkuskunststück „Looping the Loop“, die Schleifenfahrt, bei der ein Radfahrer oder

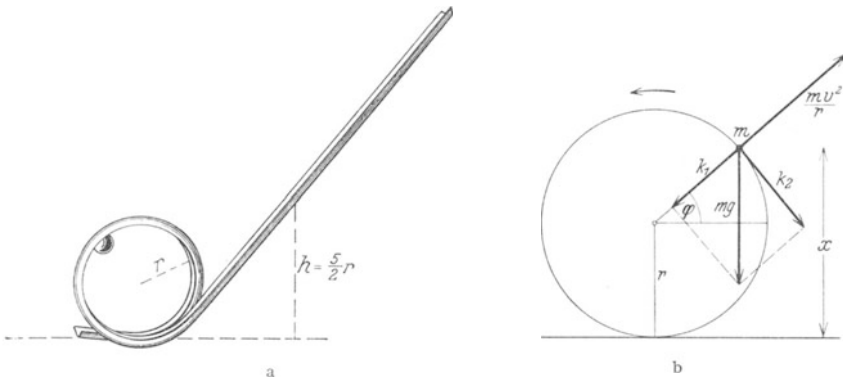


Abb. 67. Schleifenfahrt. a Modell, b zur Erklärung.

ein kleiner bemannter Wagen aus größerer Höhe eine Schleife der in Abb. 67a dargestellten Form durchfährt. Man kann den Versuch leicht im kleinen mit einer Kugel nachahmen. Das Gelingen hängt natürlich davon ab, daß die auf den die Schleife durchlaufenden Körper wirkende Zentrifugalkraft genügt, um die Wirkung der Schwerkraft aufzuheben.

Die umlaufende Masse  $m$  befinde sich in dem in Abb. 67b bezeichneten Punkte. Wir zerlegen die an ihr angreifende Schwerkraft  $k = mg$  in ihre radiale und ihre tangentielle Komponente  $k_1$  und  $k_2$ . Die Zentrifugalkraft  $mv^2/r$  muß mindestens ebenso groß sein, wie die erstere, damit noch eine senkrecht gegen die Bahn gerichtete Kraftkomponente vorhanden ist.  $x$  sei die Höhe vom  $m$  über dem tiefsten Punkt der Bahn. Man liest aus der Abb. 67b ab  $k_1 = k \sin \varphi = mg(x - r)/r$ . Die Abfahrtshöhe des Körpers sei  $h$ , gemessen vom tiefsten Punkt der Bahn. Dann ist seine kinetische Energie in der Höhe  $x$  gleich  $mv^2/2 = mg(h - x)$ . Es ist also  $mv^2/r = 2mg(h - x)/r$ . Die Bedingung für das sichere Durchlaufen der Kreisschleife ist daher

$$2mg \frac{h - x}{r} \geq mg \frac{x - r}{r} \quad \text{oder} \quad h \geq \frac{3}{2}x - \frac{r}{2}.$$

Damit dieser Bedingung auch im höchsten Punkte der Bahn genügt ist ( $x = 2r$ ), muß also die Abfahrthöhe mindestens  $h = 5r/2$  betragen, wobei von Reibungs-

verlusten abgesehen ist. Andernfalls fällt der Körper aus der Höhe  $x = (2h + r)/3$  herab.

**91. Uhren.** Die Pendeluhr ist eine Erfindung des Physikers HUYGENS (1658). Zu ihrem Betriebe dienen fallende Gewichte oder die Kraft einer Feder, welche die beim Gange der Uhr durch Reibung auftretenden Energieverluste

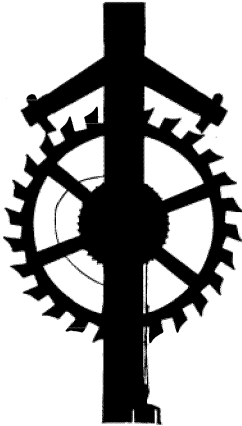


Abb. 68. Ankerhemmung.

aus der in ihnen aufgespeicherten potentiellen bzw. elastischen Energie ersetzen. Der Ablauf des Ganges wird durch die Schwingung des Pendels geregelt, welches mittels der sog. Ankerhemmung (Abb. 68), einem mit den Zeigern und den Gewichten durch weitere Zahnräder gekoppelten Zahnrad, das Fortrücken um je einen Zahn nur in Zeitabständen von einer Pendelschwingung gestattet. Das Pendel ist an seinem unteren Ende mit einer (wegen der Luftreibung) linsenförmigen Masse versehen, welche zwecks Regulierung der Schwingungszeit auf der Pendelstange verschoben werden kann.

Bei den Taschenuhren tritt an die Stelle des Pendels die sog. Unruhe, d. h. ein Rad, welches durch die elastische Kraft einer an seiner Achse angreifenden feinen Spiralfeder Schwingungen um seine Ruhelage ausführen kann. Die Schwingungsdauer der Unruhe kann durch Änderung der wirksamen Länge der Feder (Verstellen des Zeigers im Innern der Uhr) reguliert werden. Die Einwirkung auf den Gang der Uhr erfolgt auch hier durch eine Ankerhemmung oder durch die ihr prinzipiell ähnliche Zylinderhemmung.

Wegen der Abhängigkeit der Schwingungszeit des Pendels von der Schwerebeschleunigung  $g$  und demnach von der Höhe, hängt der Gang einer Pendeluhr ein wenig von der Höhe ab, derjenige einer Taschenuhr aber nicht.

Zur Beseitigung der Längenänderungen des Uhrpendels durch die Schwankungen der Temperatur benutzt man für gute Pendeluhrer sog. Rostpendel, deren Länge von der Temperatur unabhängig ist. Ähnliche Vorrichtungen besitzen auch die Unruhen (§ 197).



## V. Mechanik deformierbarer Körper.

### a) Die elastischen Eigenschaften fester Körper.

92. **Begriff der Elastizität und allgemeine Tatsachen.** Die Elastizitätslehre behandelt die unter der Wirkung von Kräften eintretenden Änderungen von Form und Volumen der Körper. Dabei zeigen feste, flüssige und gasförmige Körper ein verschiedenes Verhalten, derart, daß man es, wie das im § 18 geschehen ist, in gewissem Umfange als äußeres Merkmal für den betreffenden Aggregatzustand benutzen kann.

Bisher haben wir vorausgesetzt, daß wir es mit starren Körpern zu tun haben, also solchen, welche eine absolut unveränderliche Form haben. Tatsächlich ändert aber jeder Körper seine Form und sein Volumen, wenn auf seine einzelnen Teile verschieden große und verschieden gerichtete Kräfte wirken. Diese Eigenschaft bezeichnet man als Elastizität. Es ist also jeder wirkliche Körper elastisch, d. h. mehr oder weniger deformierbar.

Wird ein fester Körper einem einseitigen oder allseitigen Druck oder Zug unterworfen, so ändert sich dabei sein Volumen und seine Form in einer bestimmten, von Größe und Richtung der wirkenden Kräfte abhängigen Weise, und zwar um so mehr, je größer diese Kräfte sind. Die Änderungen sind im allgemeinen, solange sie klein sind, den Kräften proportional, nämlich solange eine bestimmte, für jedes Material charakteristische Grenze, die Elastizitätsgrenze des Materials, nicht überschritten wird. Sonst aber beobachtet man, daß die Deformationen erstens den wirkenden Kräften nicht mehr proportional sind, zweitens daß die Deformationen nach Aufhören der Kraftwirkung nicht sofort wieder völlig verschwinden, sondern sich erst nach einiger Zeit, und meist auch nicht vollständig, zurückbilden (elastische Nachwirkung). Bei weiterer Steigerung der Kräfte kommt es schließlich dazu, daß das Gefüge des Körpers ihnen nicht mehr gewachsen ist und auseinanderbricht.

Die deformierenden Kräfte können solche sein, welche die linearen Abmessungen eines Körpers verändern (Druck, Zug) oder biegende Kräfte oder sog. scherende Kräfte, welche die einzelnen Teile des Körpers gegeneinander verdrehen (Torsion). Allen diesen deformierenden Kräften setzt ein fester Körper eine Kraft entgegen, die den natürlichen Zustand wieder herzustellen sucht (elastische Kraft).

Form und Volumen eines festen Körpers sind gegeben durch die Kräfte, welche seine elementaren Bausteine, die Atome, aneinander und in ihren natürlichen Ruhelagen festhalten. Jede Änderung von Form und Volumen ist verbunden mit einer Arbeitsleistung gegen die atomaren Kräfte, welche sich sowohl einer Vergrößerung wie einer Verkleinerung des gegenseitigen Abstandes der einzelnen Atome des Körpers widersetzen.

**93. Kleine Deformationen. HOOKEsches Gesetz.** Bei kleinen Deformationen, welche innerhalb der Elastizitätsgrenze bleiben, sind die Deformationen eines festen Körpers der wirkenden Kraft proportional. Ein Metalldraht sei am oberen Ende fest aufgehängt, an sein unteres Ende werden nacheinander die Gewichte  $k_1, k_2, k_3$  usw. gehängt. Es zeigt sich, daß bis zu einer gewissen, vom Material und der Dicke des Drahtes abhängigen Grenze die durch die einzelnen Gewichte bewirkten Verlängerungen des Drahtes sich wie  $k_1:k_2:k_3$  usw. verhalten. Die Längenänderung  $\Delta l$  ist dabei proportional der Länge  $l$  des Drahtes und umgekehrt proportional seinem Querschnitt  $q$ . Danach gilt für solche Deformationen das HOOKEsche Gesetz (1660).

$$\Delta l = \frac{l k}{q \varepsilon}. \quad (1)$$

Das gleiche Gesetz gilt innerhalb der genannten Grenzen auch für einen auf einen Körper wirkenden Druck.

Die Größe  $\varepsilon$  ist eine Materialkonstante, der Elastizitätsmodul. Er ist um so größer, je weniger deformierbar das Material ist. Er ist also ein Maß für den Widerstand gegen elastische Deformationen. Da nach Gl. 1  $\varepsilon = l k / \Delta l q$ , so hat  $\varepsilon$ , da  $l / \Delta l$  eine reine Zahl ist, die Dimension Kraft/Querschnitt. Tabellarisch wird  $\varepsilon$  meist nicht in dyn/cm<sup>2</sup>, sondern in kg-Gewicht/mm<sup>2</sup> angegeben. Tabelle 3 gibt einige derartige Zahlenwerte.

Tabelle 3. Elastizitätsmoduln.

Aluminium . . . . .	6 300—7 200	Iridium . . . . .	53 000
Blei . . . . .	1 500—1 700	Kupfer . . . . .	10 000—13 000
Schmiedeeisen und Stahl	20 000—22 000	Messing . . . . .	8 000—10 000
Gußeisen . . . . .	7 500—13 000	Holzfasern . . . . .	500—1 200

Ist ein Körper einer von allen Seiten senkrecht auf seine Oberfläche gleichmäßig wirkenden Kraft unterworfen, so ändert sich sein Volumen. Ist der Körper isotrop, d. h. ist sein Elastizitätsmodul in allen Richtungen der gleiche, so ändert er dabei seine Form nicht, wohl aber, wenn dies nicht der Fall ist. Denn er ist dann in gewissen Richtungen leichter zusammendrückbar oder auseinanderziehbar als in anderen, d. h. bei anisotropen Körpern, z. B. den meisten Kristallen, gewalzten Blechen, Drähten hängt  $\varepsilon$  von der Richtung ab.

Der Elastizitätsmodul einer Substanz ist keine streng konstante Größe. Bei vielen Stoffen stellt sich bei Dehnung eine sog. Verfestigung ein, d. h. ihr Elastizitätsmodul wächst bei der Dehnung.

Besonders interessante Erscheinungen zeigen sich bei Einkristalldrähten. Das sind Drähte, die aus einem einzigen Kristall bestehen, während Metalle in ihrem gewöhnlichen Zustande ein Konglomerat aus sehr vielen Mikrokristallen bilden. Solche Einkristalldrähte zeigen eine außerordentliche Dehnbarkeit, so daß man sie oft schon mit den Händen leicht auf das Doppelte ihrer ursprünglichen Länge und mehr dehnen kann. Dabei erhält ihre Oberfläche ein schuppiges, gewelltes Aussehen. Die Erscheinung beruht darauf, daß bei der Dehnung des Kristalls die einzelnen Teile des Kristalls sich längs einer Kristallgitterebene (§ 584) gegeneinander verschieben, aufeinander gleiten.

**94. Längsdilatation und Querkontraktion.** Mit der Längenänderung (Längsdilatation) eines Körpers durch Zug ist stets auch eine Änderung seiner Querdimensionen verbunden; sein Querschnitt verkleinert sich bei Verlängerung. Das Verhältnis dieser Querkontraktion (relative Änderung der Querdimensionen) zur Längsdilatation (relative Längenänderung) kann im Grenzfall etwa die Größe  $1/2$  erreichen. In diesem Falle bleibt das Volumen konstant. In der Regel aber ist mit einer Längsdilatation eine Vergrößerung des Volumens verbunden.

Entsprechend erfolgt bei einseitiger Zusammendrückung eine Querschnittsvergrößerung.

Man hänge einen dickwandigen Gummischlauch (Druckschlauch) am einen Ende auf und schiebe über ihn eine durchbohrte Pappscheibe, welche durch Reibung auf ihm festsetzt. Verlängert man den Schlauch durch Zug, so fällt die Scheibe wegen der Querschnittsverminderung des Schlauches herab.

**95. Biegung.** Eine andere Art der elastischen Deformation ist die Biegung. Ein an einem Ende befestigter und am andern Ende von einer Kraft angegriffener Stab (Abb. 69a) ändert seine Form, indem seine vorher parallelen Enden nunmehr einen Winkel  $\varphi$  miteinander bilden. Das gleiche gilt für einen an beiden Enden aufgelegten Stab, auf den in seiner Mitte eine Kraft wirkt (Abb. 69b).

Für einen einseitig befestigten, rechteckigen Stab gilt

$$\operatorname{tg} \varphi = 6 \frac{l^2}{a^3 b} \frac{k}{\varepsilon}, \quad (2)$$

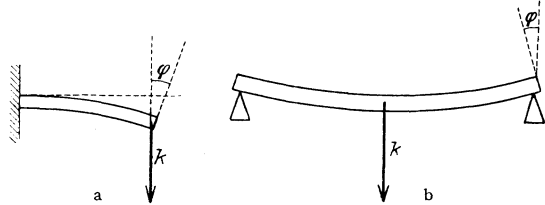


Abb. 69. Biegung eines Stabes.

( $l$  Länge,  $a$  Höhe,  $b$  Breite), für

einen an seinen beiden Enden lose aufliegenden, rechteckigen Stab bei Angriff der Kraft in der Mitte

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{3}{4} \frac{l^2}{a^3 b} \frac{k}{\varepsilon}. \quad (3)$$

Man kann daher den Elastizitätsmodul  $\varepsilon$  auch durch Biegungsversuche bestimmen. Man setzt z. B. zu diesem Zweck auf die beiden Enden des Stabes Spiegel und berechnet den Winkel, den die beiden Stabenden unter der Wirkung einer Kraft  $k$  miteinander bilden, aus der Ablenkung eines über die beiden Spiegel laufenden Lichtstrahls.

Ein gebogener Körper unterliegt sowohl Druck- wie Zugwirkungen. Seine Teile werden an der nach innen gekrümmten Seite zusammengedrückt, an der nach außen gebogenen Seite auseinandergezogen. Zwischen diesen beiden Bereichen liegt eine Fläche, deren Dimensionen sich bei der Biegung nicht ändern, die sog. neutrale Zone.

**96. Torsion.** Ein stab- oder drahtförmiger Körper sei an seinem einen Ende befestigt; an seinem andern Ende wirke auf ihn um seine Längsachse ein Drehmoment (§ 40), welches dieses Ende gegen das andere Ende zu verdrehen sucht. Man nennt dies eine Torsion. Der Winkel, um den die beiden Enden durch ein solches Drehmoment  $N$  gegeneinander verdreht werden, ist bei kleinen Torsionen dem Drehmoment proportional. Hat ein zylindrischer Draht die Länge  $l$  und den Radius  $r$ , so ist der Verdrehungswinkel  $\varphi$  durch die Gleichung

$$\varphi = \frac{2 l}{\pi r^4 \mathcal{J}} N \quad (4)$$

gegeben.  $\mathcal{J}$  ist der Torsionsmodul der Substanz.

Man bestimmt den Torsionsmodul einer Substanz, indem man z. B. an einen aus ihr hergestellten Draht einen Körper von bekanntem Trägheitsmoment (§ 42) anhängt. Dreht man diesen aus seiner Ruhelage, so führt er Torsionsschwingungen um sie aus, aus deren Schwingungsdauer man bei Kenntnis der Dimensionen des Drahtes den Torsionsmodul berechnen kann. Den bei Torsionen auftretenden Kräften verdanken die drehbar aufgehängten Teile vieler Meßinstrumente (Galvanometer usw.) ihre Richtkraft.

Ebenso wie bei Längenänderungen gibt es bei jeder Substanz auch bei Torsionen eine Elastizitätsgrenze, oberhalb derer die einfache Gesetzmäßigkeit (Gl. 4) nicht mehr gilt.

**97. Spiralfedern. Federwage.** Eine durch Aufwickeln eines Drahtes auf einen zylindrischen Körper hergestellte Spiralfeder verhält sich bei einseitigem Zug oder Druck wie ein einer Längsdilatation oder Längszusammendrückung unterworfenen zylindrischen Körper und gehorcht in sehr weiten Grenzen dem einfachen HOOKEschen Gesetz. Die tatsächliche elastische Änderung des Drahtes selbst besteht aber in einer Torsion.

Wegen der weitgehenden Gültigkeit des HOOKEschen Gesetzes für solche Spiralfedern kann man die Dilatation oder Zusammendrückung von Spiralfedern zur Messung der diese Änderung bewirkenden Kräfte benutzen. Auf diesem Prinzip beruhen die Federwagen (Abb. 70 a), bei denen die Längenänderungen einer Feder durch das Gewicht einer angehängten oder aufgelegten Masse an einer Skala abgelesen werden können, ferner die für Demonstrationszwecke oder als grobe Wagen benutzten Federdynamometer (Abb. 70 b).

Die flach gewickelten Bandfedern aus Stahlbändern, wie sie z. B. als Uhrfedern und zum Betriebe sonstiger mechanischer Werke und auch bei den Unruhen der Taschenuhren (§ 91) benutzt werden, verhalten sich als Ganzes, wenn sie gespannt sind, wie ein tordierter Körper. Der tatsächliche Vorgang bei der Spannung besteht aber in einer Biegung des Metallbandes.

**98. Elastische Energie.** Bei einer elastischen Längenänderung eines Körpers wird gegen die elastische Gegenkraft Arbeit geleistet. Sei  $\Delta l = x$  die bestehende Längenänderung, so besteht nach Gl. 1 zwischen  $x$  und der diese Änderung bewirkenden Kraft  $k$  die Beziehung

$$k = \frac{q\varepsilon}{l} x.$$

Vergrößert sich die Verlängerung von  $x$  auf  $x + dx$ , so ist dazu die Arbeit (= Kraft · Weg)

$$dA = k \cdot dx = \frac{q\varepsilon}{l} x dx$$

erforderlich. (Dabei ist die Längenänderung  $x$  als sehr klein gegen die Länge  $l$  angenommen). Es ergibt sich daher die gesamte, zu einer Verlängerung  $\Delta l$  erforderliche Arbeit durch Integration zu

$$A = \int_0^{\Delta l} \frac{q\varepsilon}{l} x dx = \frac{1}{2} \frac{q\varepsilon}{l} (\Delta l)^2.$$

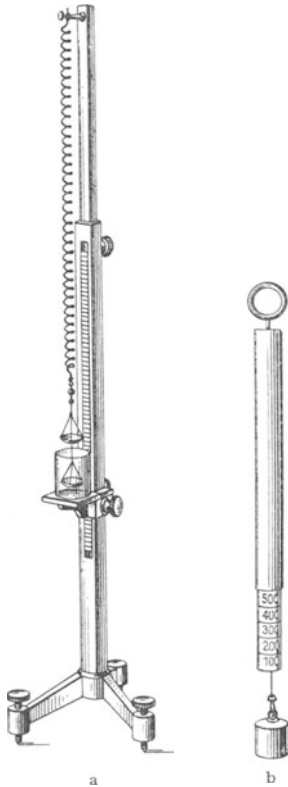


Abb. 70. a Federwage zur Bestimmung spezifischer Gewichte (vgl. § 106), b Federdynamometer.

Diese Arbeit steckt nunmehr als potentielle Energie in dem deformierten Körper und kann aus ihm bei Aufhören der deformierenden Kraft wiedergewonnen werden. Entsprechendes gilt für alle andern Arten von elastischen Deformationen. Auf dieser Tatsache beruht es, daß gespannte Federn die zum Betriebe von Werken nötige Energie liefern können. In ihnen ist potentielle Energie aufgespeichert.

Wird ein fester Körper, den wir uns der Einfachheit als ein Parallelepiped mit den Kanten  $a, b, c$  vorstellen wollen (wir können uns jeden beliebig geformten Körper als aus sehr kleinen derartigen Parallelepipeden zusammengesetzt denken), einem allseitigen, senkrecht zu seinen Flächen wirkenden Druck  $p$  unterworfen, so wirken dabei auf seine drei Flächen die Kräfte  $pab, pac, pbc$ . Die dabei eintretenden Änderungen seiner Kantenlängen seien  $\Delta a, \Delta b, \Delta c$ . Die bei der Formänderung geleistete Arbeit beträgt daher

$$\Delta A = p(ab\Delta c + ac\Delta b + bc\Delta a) = p\Delta(abc) = p\Delta V. \quad (5)$$

wobei  $V = abc$  das Volumen des Körpers bedeutet.

Vom atomistischen Standpunkt aus betrachtet, stellt sich die bei der elastischen Deformation eines festen (und auch eines flüssigen, aber im allgemeinen nicht eines gasförmigen) Körpers geleistete Arbeit als das Äquivalent für die Änderung der gegenseitigen potentiellen Energie der atomistischen Bestandteile des Körpers dar. Jede Änderung ihrer natürlichen Abstände, welche ihren Gleichgewichtslagen im ungestörten Zustande entsprechen, ist mit einer Zunahme dieser Energie verbunden (stabiles Gleichgewicht = Minimum der potentiellen Energie, § 71), die dem Körper in Form von Arbeit zugeführt werden muß. Hören die deformierenden Kräfte wieder auf zu wirken, so kehren die Teilchen wieder in ihre natürlichen gegenseitigen Lagen zurück, es sei denn, daß die Deformation so groß war, daß dauernde innere Umlagerungen stattgefunden haben (Verschiebungen ganzer Elementarteile des Körpers gegeneinander). In solchen Fällen bleiben dauernde Formänderungen bestehen (elastische Nachwirkung).

## b) Mechanik ruhender Flüssigkeiten (Hydrostatik).

99. **Druck im Innern einer Flüssigkeit unter Vernachlässigung der Schwere.** In dem in Abb. 71 dargestellten Gefäß befinde sich eine Flüssigkeit, die wir uns zunächst der Wirkung der Schwerkraft entzogen denken.  $S_1$  und  $S_2$  seien zwei verschiebbare Stempel von den Querschnitten  $q_1$  und  $q_2$ . Auf  $S_1$  wirke eine Kraft  $k_1$ , die durch den Stempel auf die Flüssigkeit übertragen wird. Es wirkt dann auf die Flüssigkeitsoberfläche ein Druck  $p = k_1/q_1$  (§ 37). Wird der Stempel  $S_1$  durch die Kraft  $k_1$  um die Strecke  $a_1$  verschoben, so muß sich dafür der Stempel  $S_2$  um eine Strecke  $a_2$  nach außen verschieben. Auf den Stempel  $S_2$  wirkt daher eine Kraft  $k_2$ . Die bei der Verschiebung des Stempels  $S_1$  geleistete Arbeit ist  $k_1 a_1 = p q_1 a_1$ . Diese Arbeit muß sich in der am Stempel  $S_2$  geleisteten Arbeit  $k_2 a_2$  wiederfinden, so daß  $k_2 a_2 = p q_1 a_1$ . Nun muß aber das bei  $S_2$  bei der Verschiebung neu auftretende Flüssigkeitsvolumen  $q_2 a_2$  gleich dem bei  $S_1$  verdrängten Flüssigkeitsvolumen  $q_1 a_1$  sein. Es folgt daher

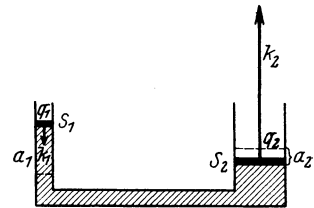


Abb. 71. Druck in einer der Schwere entzogenen Flüssigkeit.

$$k_2 = p q_2, \text{ bzw. } \frac{k_2}{q_2} = p, \text{ und } k_1 : k_2 = q_1 : q_2. \quad (1)$$

Nun ist  $k_2/q_2$  der von der Flüssigkeit gegen  $S_2$  ausgeübte Druck. Andererseits ist aber  $p$  auch der Druck, den die Flüssigkeit gemäß dem dritten NEWTONschen Axiom gegen  $S_1$  ausübt. Es ist demnach der Druck gegen  $S_1$  und  $S_2$  der gleiche. Was aber hier für die beiden beweglich gedachten Teile der Gefäßwandung nach-

gewiesen ist, gilt natürlich auch für jedes andere Stück derselben; der Druck, den die Flüssigkeit auf die einzelnen Teile der Gefäßwandung ausübt, ist, — abgesehen von der hier vernachlässigten Wirkung der Schwerkraft —, überall der gleiche.

Nun kann man sich überall in das Innere der Flüssigkeit Körper gebracht denken, deren Oberflächen nunmehr auch Grenzflächen der Flüssigkeit wären, und auf die auch der gleiche Druck wirken würde. Man spricht daher auch von dem Druck im Innern einer Flüssigkeit und kann den eben ausgesprochenen Satz dahin erweitern, daß überall in einer der Schwere entzogenen Flüssigkeit im Gleichgewichtszustand der gleiche Druck herrscht.

Aus einem beliebig geformten und mit Öffnungen versehenen Gefäß, welches mit einem verschiebbaren Stempel verschlossen ist, spritzt die Flüssigkeit beim

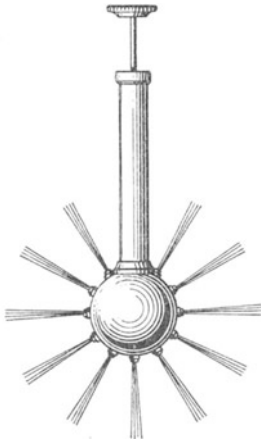
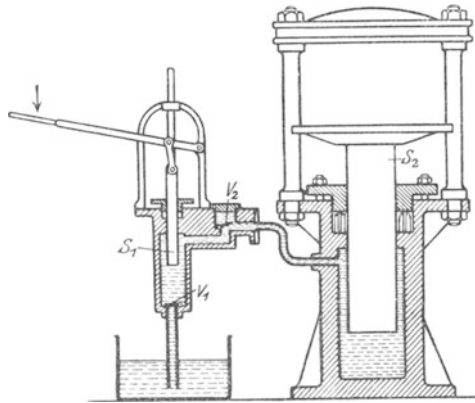


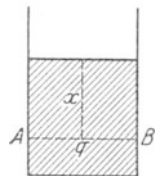
Abb. 72. Zum Flüssigkeitsdruck.

Abb. 73. Hydraulische Presse.  $V_1$  und  $V_2$  sind Ventile.

Hineindrücken des Stempels senkrecht aus allen Öffnungen heraus (Abb. 72), ein Beweis, daß die die Flüssigkeit beschleunigende Kraft, also der Druck, überall senkrecht zur Oberfläche steht (Pascal 1660).

**100. Die hydraulische Presse.** Eine Anwendung des eben besprochenen Satzes finden wir in der hydraulischen Presse, welche zur Umwandlung kleiner Kräfte in große dient.

Indem man das Verhältnis  $q_2 : q_1$  (Gl. 1) hinreichend groß wählt, ist man imstande, mit einer kleinen Kraft  $k_1$  eine sehr große Kraft  $k_2$  zu erzeugen. Dabei sind dann die Bewegungen des Stempels  $S_2$  sehr klein gegen die Bewegungen des Stempels  $S_1$ .  $S_1$  ist daher bei der praktischen Ausführung (Abb. 73) der Kolben einer Wasserpumpe, welche Wasser von außen her in das Gefäß drückt (§ 127), so daß der Vorgang zur Erzielung großer Wirkung beliebig oft wiederholt werden kann.

Abb. 74.  
Zur Zunahme des Drucks mit der Tiefe.

**101. Wirkung der Schwere.** Bei einer der Schwere unterworfenen Flüssigkeit wirkt im Innern nicht nur der etwa auf ihre Oberfläche ausgeübte Druck, z. B. der Luftdruck (§ 120), sondern auch der Druck, den die über einem Punkte im Innern liegenden Flüssigkeitsschichten infolge ihres Gewichtes ausüben. Es sei  $AB$  (Abb. 74) ein horizontaler Querschnitt von der Größe  $q$  durch eine Flüssigkeit in der Tiefe  $x$  unter der Oberfläche. Ist das spezifische Gewicht der Flüssigkeit  $\sigma$  bzw. ihre Dichte  $\rho$ , so ist das Gewicht der auf dem Querschnitt  $AB$  lastenden Flüssigkeit  $k = \sigma q x g$ , bzw.  $\rho g q x$  dyn (§ 61).

Da sich dieses Gewicht aber auf die Fläche  $q$  gleichmäßig verteilt, so ist der Druck  $p$ , d. h. die auf 1 qcm des Querschnittes wirkende Kraft

$$p = \frac{h}{q} = \sigma x \text{ g/cm}^2 \text{ bzw. } \rho g x \text{ dyn/cm}^2. \quad (2)$$

Wirkt außerdem noch auf die Oberfläche von außen der Druck  $p_0$ , so ist  $p = p_0 + \sigma x$ . Der Druck im Innern einer der Schwere unterworfenen Flüssigkeit nimmt also proportional der Tiefe zu. Es ist dabei vorausgesetzt, daß sich  $\sigma$  mit der Tiefe nicht ändert, d. h. daß die Flüssigkeit nicht merklich zusammendrückbar ist. Das ist bei nicht sehr großen Tiefen stets mit großer Annäherung erfüllt. Den von der Schwere herrührenden Druck in einer Flüssigkeit nennt man den hydrostatischen Druck.

Zur Demonstration der Änderung des Druckes mit der Tiefe kann z. B. folgender Versuch dienen (Abb. 75). An einem in eine Flüssigkeit getauchten Zylinder befindet sich unten eine dicht anschließende, aufgeschliffene Glasplatte. Ist der Zylinder leer, so wird die Platte durch den Druck der Flüssigkeit fest gegen den Zylinder gepreßt. Man kann sogar den Zylinder noch fast bis zur Höhe der Flüssigkeit im Gefäß mit der gleichen Flüssigkeit anfüllen, ohne daß die Platte abfällt. Sie fällt erst ab, wenn der Druck der über ihr befindlichen Flüssigkeit zuzüglich des eigenen Gewichtes der Platte einen Druck erzeugt, der gleich dem Druck an derjenigen Stelle der Flüssigkeit ist, an der sich die Platte befindet.

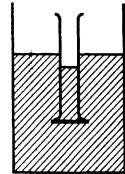


Abb. 75. Zum Nachweis der Zunahme des Drucks mit der Tiefe.

**102. Bodendruck.** Die durch Gl. 2 ausgedrückte Gesetzmäßigkeit ist von der Form des Gefäßes unabhängig. Es ist daher auch der Druck auf den Boden eines bis zur Höhe  $h$  mit Flüssigkeit gefüllten Gefäßes unabhängig von der Form des Gefäßes stets gleich  $\sigma h$ . Dies erklärt sich z. B. bei einem Gefäß von der in

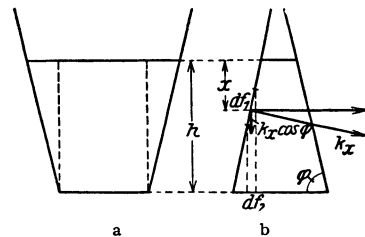


Abb. 76. Zum Bodendruck.

Abb. 76a dargestellten Form so, daß der Druck der seitlich der beiden punktierten Linien gelegenen Flüssigkeit von den Seitenwänden des Gefäßes getragen wird, bei dem in Abb. 76a dargestellten Gefäß aber auf folgende Weise. Es sei  $d f_1$  ein ringförmiges Flächenelement der Seitenwand in der Tiefe  $x$  unter der Oberfläche,  $d f_2$  dessen Projektion auf die Bodenfläche ( $d f_1$  ist der Übersichtlichkeit halber nur auf der linken Seite angedeutet). In der Tiefe  $x$  herrsche der Druck  $p_x$ ; dann wirkt auf  $d f_1$  die Kraft  $h = p_x d f_1$ . Da aber Gleichgewicht herrscht, so wirkt von  $d f_1$  aus eine gleich große Kraft auf die Flüssigkeit. Wir zerlegen diese in eine horizontale und eine vertikale Komponente. Die horizontalen Komponenten aller einzelnen, auf die ganze ringförmige Fläche  $d f_1$  wirkenden Einzelkräfte heben sich gegenseitig aus Symmetriegründen auf. Es bleibt nur eine nach unten gerichtete Komponente von der Größe  $d f_1 \cdot p_x \cdot \cos \varphi$  übrig, wenn  $\varphi$  den Winkel bedeutet, den die Seitenwand mit dem Boden bildet. Diese Kraft überträgt sich durch die Flüssigkeit auf das zugehörige Flächenelement  $d f_2$  des Bodens und erzeugt hier einen Druck  $p' = p_x \cdot \cos \varphi \cdot d f_1 / d f_2$  oder, da  $d f_1 / d f_2 = 1 / \cos \varphi$ ,  $p' = p_x$ . Zu diesem Druck kommt aber noch der Druck der über  $d f_2$  befindlichen Flüssigkeit,  $p'' = (h - x) \sigma$ , hinzu, so daß der Gesamtdruck  $p = p_x + \sigma(h - x)$ . Nun muß aber der Druck an allen Punkten der Bodenfläche der gleiche sein, da sonst horizontale Strömungen der Flüssigkeit eintreten würden;  $p$  muß also von  $x$  unabhängig sein. Das ist nur dann möglich, wenn  $p_x = \sigma x$ , also  $p = \sigma h$ . D. h.

der Druck in der Tiefe  $x$  bzw.  $h$  hängt nur von der Tiefe ab, nicht von der Form des Gefäßes (dem Winkel  $\varphi$ ). Zur Demonstration dieser Gesetzmäßigkeit bedient man sich eines Apparates, bei dem verschieden geformte Gefäße mit

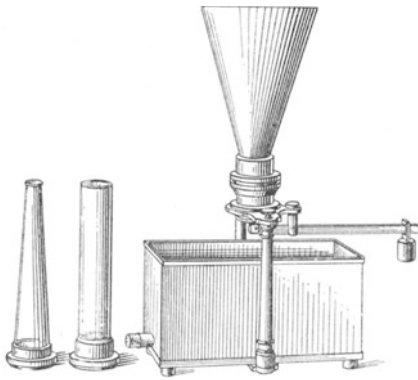


Abb. 77. Bodendruckapparat.

einem Boden versehen werden können, welcher durch eine bestimmte Kraft angedrückt wird (Abb. 77). Es zeigt sich, daß, unabhängig von der Form des Gefäßes, bei gleicher andrückender Kraft das Gefäß stets bis zur gleichen Höhe mit Flüssigkeit gefüllt werden muß, damit der Bodendruck den Boden gegen die wirkende Kraft löst. Füllt man zunächst die Gefäße bei fest angedrücktem Boden bis oben und läßt dann erst die konstante andrückende Kraft wirken, so entleeren sich die Gefäße sämtlich bis zur gleichen Höhe (sog. hydrostatisches Paradoxon, PASCAL 1660).

**103. Zusammenhängende Flüssigkeitsräume (Kommunizierende Röhren).**

Stehen zwei mit der gleichen Flüssigkeit gefüllte Räume miteinander so in Verbindung, daß die Flüssigkeit von dem einen zum andern strömen kann, so steht bei Gleichgewicht die Flüssigkeit in beiden Räumen (vorausgesetzt, daß sie nicht sehr eng sind, vgl. § 181) gleich hoch, und der Druck ist in gleichen Tiefen in beiden Räumen der gleiche. Die Form der Räume spielt dabei keine Rolle (Abb. 78).

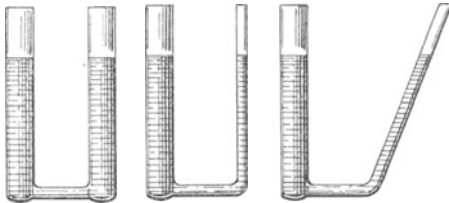


Abb. 78. Zusammenhängende Flüssigkeitsräume (kommunizierende Röhren).

Das folgt aus den vorstehenden Überlegungen über den Bodendruck. Die Drucke in den zusammenhängenden Räumen müssen in allen Horizontalebene gleich sein, weil sonst in dem Teil, in dem die Räume verbunden sind, eine Flüssigkeitsströmung eintreten würde, welche schließlich Druckgleichheit herstellen würde. Damit der Druck in allen Horizontalebene der gleiche sei, müssen aber die Flüssigkeitshöhen über ihnen überall gleich sein, d. h. die Oberflächen in den kommunizierenden Räumen liegen in gleicher Höhe.

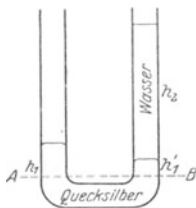


Abb. 79. Kommunizierende Röhren mit zwei verschiedenen Flüssigkeiten.

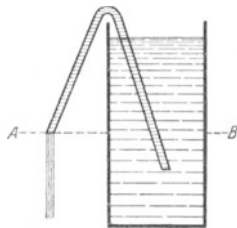


Abb. 80. Flüssigkeitsheber.

Befinden sich in den beiden Schenkeln eines zusammenhängenden (kommunizierenden) Röhrensystems (Abb. 79) zwei verschieden schwere, nicht miteinander mischbare Flüssigkeiten, z. B. Quecksilber und Wasser, so kann man folgende Überlegung anstellen. Innerhalb der schwereren Flüssigkeit muß der Druck in derselben Horizontalebene

$AB$  auf beiden Seiten der gleiche sein. Ist  $\sigma_1$  das spezifische Gewicht der schwereren,  $\sigma_2$  das der leichteren Flüssigkeit, so ist im Niveau  $AB$  links  $p = \sigma_1 h_1$ , rechts  $p = \sigma_1 h_1' + \sigma_2 h_2 \text{ g/cm}^2$ , so daß

$$\sigma_1 (h_1 - h_1') = \sigma_2 h_2 .$$



Kennt man z. B.  $\sigma_2$ , so kann man durch Messung der Höhen  $h_1 - h'_1$  und  $h_2$  das spezifische Gewicht  $\sigma_1$  bestimmen.

Besteht in einer zusammenhängenden Flüssigkeit zu irgendeinem Zeitpunkt keine Druckgleichheit in gleichen Niveaus, so tritt eine Strömung ein, die diesen Zustand herzustellen sucht. Ein Beispiel hierfür ist der Flüssigkeitsheber (Abb. 80). Ein gebogenes, mit Flüssigkeit gefülltes Rohr taucht in ein Gefäß mit der gleichen Flüssigkeit derart, daß seine äußere Öffnung tiefer liegt als der Flüssigkeitsspiegel. An diesem wie an der äußeren Rohröffnung herrscht der Druck der äußeren Luft, und daher besteht im Niveau  $AB$  keine Druckgleichheit, der Druck ist im Innern der Flüssigkeit höher als an der Rohröffnung. Infolgedessen strömt die Flüssigkeit so lange aus dem Rohr aus, bis der Spiegel sich bis in die Höhe der äußeren Rohröffnung gesenkt hat. Um den Heber in Betrieb zu setzen, saugt man die Flüssigkeit zunächst in das Rohr hinein.

Die in diesem Paragraphen besprochenen Gesetzmäßigkeiten spielen eine wichtige Rolle in den Wasserleitungsnetzen, ferner in der Natur bei den Bodengewässern (Grundwasser, sonstige wasserführende Schichten, Quellen).

**104. Freie Flüssigkeitsoberflächen.** Wir betrachten ein Flüssigkeitsteilchen an der freien, d. h. nicht an Gefäßwände grenzenden Oberfläche einer Flüssigkeit. Da die einzelnen Teile einer Flüssigkeit beliebig leicht gegeneinander verschiebbar sind, also beliebig kleinen verschiebenden Kräften folgen können, so müssen sich die auf ein solches Teilchen wirkenden Kräfte bei einer im Gleichgewicht befindlichen Flüssigkeit aufheben. Auf ein an der Oberfläche befindliches Flüssigkeitsteilchen wirkt erstens die Schwere, zweitens von unten her, senkrecht zur Oberfläche, der Druck der Flüssigkeit, den es selbst durch die zur Oberfläche senkrechte Komponente seines eigenen Gewichtes hervorruft (Zwangskraft). Damit sich diese beiden Kräfte das Gleichgewicht halten, müssen sie einander gleich und entgegengesetzt gerichtet sein. Daher muß eine freie Flüssigkeitsoberfläche bei alleiniger Wirkung der Schwere (also insbesondere wenn die Kapillarwirkungen an der Begrenzung der Flüssigkeit außer Betracht gelassen werden, § 181), zur Richtung der Schwerkraft senkrecht, d. h. horizontal liegen. Andernfalls würde die Schwerkraft eine zur Flüssigkeitsoberfläche parallele Komponente haben, welche das Teilchen seitlich verschiebt. Das gleiche gilt für die Trennungsfäche zweier sich nicht mischender Flüssigkeiten von verschiedenem spezifischen Gewicht, z. B. Wasser und Quecksilber oder Wasser und Öl.

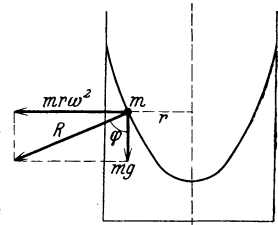


Abb. 81. Oberfläche einer rotierenden Flüssigkeit.

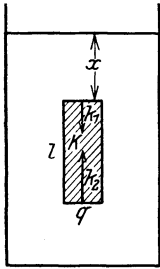
Wirkt außer der Schwere noch eine andere Kraft auf die Flüssigkeit, so muß die freie Oberfläche zur Resultierenden aller wirkenden Kräfte senkrecht stehen.

Von Interesse ist der Fall einer in einem zylindrischen Gefäß rotierenden Flüssigkeit. Wir stellen uns auf den Standpunkt eines mit der Flüssigkeit rotierenden Beobachters (§ 44). Auf jedes Flüssigkeitsteilchen  $m$  an der Flüssigkeitsoberfläche wirkt erstens vertikal die Schwerkraft  $mg$ , zweitens horizontal die Zentrifugalkraft  $mr\omega^2$  ( $r$  Abstand des Teilchens von der Rotationsachse,  $\omega$  Winkelgeschwindigkeit). Die Resultierende dieser beiden Kräfte muß senkrecht zur Flüssigkeitsoberfläche stehen. Letztere stellt sich so ein, daß das der Fall ist.

Aus der Abb. 81 liest man als Gleichgewichtsbedingung ab, daß  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{mr\omega^2}{mg} = \frac{r\omega^2}{g}$  sein muß ( $\varphi =$  Neigungswinkel der Flüssigkeitsoberfläche). Der Flüssigkeitsquerschnitt, der sich daraus berechnet, ist eine Parabel.

**105. Auftrieb. Archimedisches Prinzip.** Befindet sich ein räumlich ausgedehnter Körper in einer der Schwere unterworfenen Flüssigkeit, so ist der auf

die einzelnen Teile seiner Oberfläche wirkende Druck von der Tiefe abhängig. Es sei  $K$  ein in eine Flüssigkeit von spezifischem Gewicht  $\sigma$  eingetauchter Körper von der Länge  $l$  und dem Querschnitt  $q$  (Abb. 82). Seine obere Fläche befinde sich in der Tiefe  $x$  unter der Flüssigkeitsoberfläche, seine untere Fläche also in der Tiefe  $l + x$ . Die Wirkung der auf seine Seitenflächen wirkenden horizontalen Drucke heben sich gegenseitig auf, nicht aber die Drucke auf die obere und die untere Fläche. Auf die obere Fläche wirkt nach Gl. 2 eine Kraft  $k_1 = \sigma q x g$  nach unten, auf seine untere Fläche eine Kraft  $k_2 = \sigma q (l + x) \cdot g$  nach oben. Die Resultierende dieser beiden parallelen, aber entgegengesetzt gerichteten Kräfte ist



$$k = k_2 - k_1 = \sigma q l = \sigma V g \text{ bzw. } V \rho g \text{ dyn} \quad (3)$$

( $V$  = Volumen des Körpers). Diese Kraft ist nach oben gerichtet. Man nennt sie den Auftrieb, das durch Gl. 3 dargestellte Gesetz nach seinem angeblichen Entdecker (250 v. Chr.) das Archimedische Prinzip.

Der Auftrieb wirkt der Schwere des eingetauchten Körpers entgegen, dieser erleidet also in der Flüssigkeit einen scheinbaren Gewichtsverlust, der, wie Gl. 2 zeigt, gleich dem in Gramm ausgedrückten Gewicht  $\sigma V$  der Flüssigkeitsmenge ist, welche das gleiche Volumen einnimmt wie der eingetauchte Körper, denn  $V$  ist dieses Volumen,  $\sigma$  das spezifische Gewicht der Flüssigkeit. Man drückt daher das Archimedische Prinzip auch so aus: Der Gewichtsverlust eines Körpers in einer Flüssigkeit ist gleich dem Gewicht der von ihm verdrängten Flüssigkeit. Dieses Gesetz gilt unabhängig von der besonderen Form des eingetauchten Körpers.

Man beachte, daß der Auftrieb eine Schwerkraftwirkung ist und in einem der Schwere entzogenen Raum nicht stattfinden würde.

**106. Bestimmung des spezifischen Gewichtes fester Körper aus dem Auftrieb.** Ist die Flüssigkeit, in die der Körper eingetaucht wird, Wasser (genau: Wasser von 4°, § 198), also vom spezifischen Gewicht  $\sigma = 1$ , so ist zahlenmäßig das in Gramm ausgedrückte Gewicht der verdrängten Flüssigkeit gleich deren Volumen in Kubikzentimeter, also auch gleich dem Volumen des eingetauchten Körpers. Es kann daher die Bestimmung des Gewichtsverlustes eines Körpers in Wasser unmittelbar zur Bestimmung seines Volumens dienen.

Hierauf gründet sich eine sehr bequeme, angeblich schon von Archimedes benutzte Methode zur Bestimmung des spezifischen Gewichtes, die besonders bei solchen Körpern wichtig ist, deren Volumen man z. B. wegen unregelmäßiger Form schwer anderweitig bestimmen kann. Ist  $k$  das wahre Gewicht des Körpers,  $k'$  sein scheinbares Gewicht, wenn er in Wasser getaucht ist, so ist sein Auftrieb gleich  $k - k'$ . Nun ist aber die Maßzahl von  $k - k'$  gleich der Maßzahl des Volumens  $V$  des eingetauchten Körpers, bzw. gleich dem Gewicht des gleichen Volumens Wasser. Das Verhältnis  $k/(k - k')$  gibt also an, wievielfach schwerer der Körper ist als das gleiche Volumen Wasser, d. h. es ist unmittelbar gleich dem Zahlenwert des spezifischen Gewichtes. Besonders bequem bei dieser Methode ist es, daß man nicht die Absolutwerte von  $k$  und  $k'$  benötigt, sondern nur das Verhältnis ihrer Maßzahlen. Es genügt daher die Messung irgendwelcher Größen, welche  $k$  und  $k'$  proportional sind, z. B. der Verlängerungen einer Spiralfeder unter der Wirkung von  $k$  und  $k'$ . Man kann sich also einer ungeeichten Federwaage bedienen. Man benutzt dazu etwa eine lange Spiralfeder, an welche man den betreffenden Körper anhängt, und zwar so, daß er einmal in Luft, dann in Wasser hängt. Eine hierfür eingerichtete Federwaage zeigt Abb. 70a, § 97.

Die Verlängerung der Feder im ersten Falle ist  $k$ , im zweiten Falle  $k'$  proportional, so daß man aus dem Verhältnis dieser Verlängerungen unmittelbar das Verhältnis  $k'/k$  gewinnt. Es ist dann der Zahlenwert  $|\sigma|$  des spezifischen Gewichts

$$|\sigma| = \frac{k}{k - k'}, = \frac{\Delta l}{\Delta l - \Delta l'}, \quad (4)$$

wenn  $\Delta l$  und  $\Delta l'$  die betreffenden Längenänderungen der Feder sind. Bei der praktischen Ausführung ist darauf zu achten, daß sich an den Körper keine Luftblasen angeheftet haben (Abstreichen mit einer Feder). Diese Methode ist ohne weiteres nur für Substanzen zu verwenden, die schwerer als Wasser sind.

Bei der sog. Mischungsmethode stellt man sich durch Zusammenmischung zweier Flüssigkeiten, von denen die eine spezifisch schwerer, die andere spezifisch leichter ist, als der zu untersuchende Körper, etwa aus reinem Wasser und konzentrierter Kochsalzlösung, eine Mischung her, in der der Körper gerade schwebt, also weder steigt noch fällt. Dann ist sein Auftrieb gleich seinem Gewicht, und sein spezifisches Gewicht gleich demjenigen der Mischung, das z. B. mit der MOHRschen Wage (Abb. 83) oder dem Aräometer (Abb. 84) bestimmt werden kann.

**107. Bestimmung des spezifischen Gewichtes von Flüssigkeiten aus dem Auftrieb.** Da der Auftrieb eines Körpers in einer Flüssigkeit von deren spezifischem Gewicht abhängt, so kann man ihn auch dazu benutzen, um dieses zu bestimmen.

Hierzu dient u. a. die sog. MOHRsche Wage (Abb. 83). Sie besteht aus einem um eine Schneide drehbaren Hebel, an dessen einem Ende ein Glaskörper  $K$  hängt, der meist gleichzeitig als Thermometer ausgebildet ist.

Der Hebel trägt an seinem andern Ende ein Gewicht  $G$ , welches einen an ihm angebrachten Zeiger zum Einstehen auf eine Marke bringt, wenn sich der Glaskörper in Luft befindet. Wird der Körper  $K$  in eine Flüssigkeit getaucht, so erfährt er einen Auftrieb, der durch Aufsetzen von reiterartigen Gewichten  $g$  auf den in 10 gleiche Teile geteilten Hebelarm kompensiert werden kann. Diese Gewichte sollen so bemessen sein, daß das größte von ihnen, an das Ende des Hebelarms gehängt, gerade den Auftrieb in Wasser von 4° kompensiert. Die weiteren Gewichte sind dezimale Bruchteile dieser Einheit.

Zur schnellen Bestimmung des spezifischen Gewichtes von Flüssigkeiten dient ferner das Aräometer (Abb. 84). Es ist dies ein unten ( $b$ ) beschwerter Glaskörper ( $a$ ), dessen oberes, mit einer Skala ( $s$ ) versehenes Ende aus einer Flüssigkeit um so weiter herausragt, je spezifisch schwerer diese ist. An der Skala kann das spezifische Gewicht unmittelbar abgelesen werden. Solche Aräometer finden vielfach Verwendung in der Praxis (Prüfungen von Milch, Akkumulatorensäure usw.).

**108. Schwimmen.** Ist ein Körper spezifisch leichter als die Flüssigkeit, in die er eintaucht, so ist sein Auftrieb größer als sein Gewicht, falls er vollständig in die Flüssigkeit eingetaucht wird. Es wirkt daher auf ihn eine nach oben gerichtete Kraft, die ihn aus der Flüssigkeit herausschleibt, und zwar so weit, bis der Auftrieb des noch eintauchenden Teils gleich seinem Gewicht ist. Der Körper schwimmt. Es ist dann

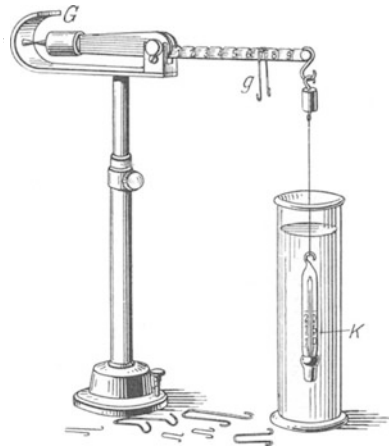


Abb. 83. MOHRsche Wage.

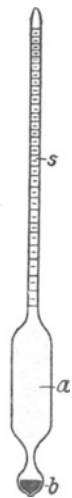


Abb. 84. Aräometer.

das Gewicht der verdrängten Flüssigkeitsmenge gleich dem Gesamtgewicht des schwimmenden Körpers. Bei einem Körper vom spezifischen Gewicht  $\sigma_2$  ergibt sich, wenn  $\sigma_1 > \sigma_2$  das spezifische Gewicht der Flüssigkeit bedeutet, der eingetauchte Bruchteil  $V'$  seines Volumens  $V$  aus der Gleichung

$$\sigma_2 V = \sigma_1 V'. \quad (5)$$

Ein Körper taucht demnach in eine Flüssigkeit um so tiefer ein, je geringer deren spezifisches Gewicht ist. So kommt es, daß ein Schiff im Süßwasser tiefer einsinkt, als im spezifisch schwereren Meerwasser, in dem auch Menschen leichter schwimmen.

(Der menschliche Körper hat im allgemeinen ein spezifisches Gewicht, das etwas größer ist als das des Wassers; er sinkt daher im Wasser unter. Das Schwimmen des Menschen beruht darauf, daß sich ein Schwimmer durch schräge nach unten gerichtete Beinstöße Beschleunigungen nach oben erteilt, indem er sich sozusagen am Wasser abstößt. Dadurch wird seine Fallbewegung aufgehoben. Gleichzeitig bewirkt die Horizontalkomponente dieser Stöße eine Vorwärtsbewegung. Die Armbewegungen dienen fast ausschließlich der Fortbewegung.)

Als spezifisches Gewicht eines kompliziert zusammengesetzten Körpers ist in Gl. 5 sein mittleres oder scheinbares spezifisches Gewicht einzusetzen, d. h.

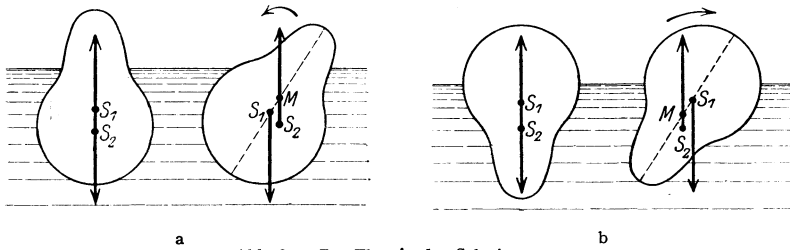


Abb. 85. Zur Theorie des Schwimmens.

sein Gesamtgewicht dividiert durch sein Volumen bzw. es ist, z. B. bei einem Schiff, die Eintauchtiefe zu berechnen aus der Bedingung, daß sein Gewicht  $k$  gleich dem Auftrieb  $V'\sigma$  ist, wobei  $V'$  das in die Flüssigkeit eintauchende Volumen und  $\sigma$  das spezifische Gewicht der Flüssigkeit ist.

Unter den vielen an sich möglichen Lagen, in denen ein Körper schwimmen könnte, sind nur einige, häufig nur eine einzige, stabile Lagen. Die Schwerkraft greift im Schwerpunkt  $S_1$  des gesamten Körpers an (Abb. 85). Den Auftrieb kann man sich auf Grund einer Überlegung, welche der in § 167 bezüglich des Schwerpunktes angestellten völlig analog ist, in demjenigen Punkte im Körper angreifend denken, in dem der Schwerpunkt  $S_2$  der verdrängten Flüssigkeit liegen würde. Diese beiden Kräfte erzeugen im allgemeinen ein Drehmoment, welches den Körper in eine andere Lage zu drehen sucht. Gleichgewicht ist nur dann vorhanden, wenn die Gerade, die  $S_1$  und  $S_2$  verbindet, vertikal gerichtet ist. Es kann aber noch stabil oder labil sein. Bei Bewegungen des schwimmenden Körpers um seine jeweilige Schwimmlage ändert die verdrängte Flüssigkeitsmenge ihre Form bei konstant bleibendem Volumen. Daher verschiebt sich auch im allgemeinen ihr Schwerpunkt  $S_2$  bei einer solchen Bewegung. Die genaue Theorie ergibt folgendes: Man zeichne in dem schwimmenden Körper die Gerade, welche bei Gleichgewicht die beiden Schwerpunkte  $S_1$  und  $S_2$  verbindet. Der Punkt  $M$ , in dem die Resultierende des Auftriebs diese Gerade schneidet, heißt das Metazentrum. Der schwimmende Körper ist im stabilen Gleichgewicht, wenn das

Metazentrum über dem Schwerpunkt  $S_1$  des Körpers liegt (Abb. 85 a), im labilen Gleichgewicht, wenn es unter diesem liegt (Abb. 85 b). Im ersteren Falle kehrt der Körper, aus seiner Gleichgewichtslage gebracht, von selbst in diese wieder zurück. Im letzteren aber bewirkt eine noch so geringe Verschiebung aus der Gleichgewichtslage ein Umkippen in die stabile Lage. Diese Behauptungen lassen sich aus der Abb. 84 ohne weiteres ablesen.

Die stabilen Schwimmlagen sind natürlich unter allen sonst möglichen Lagen diejenigen, welche die im § 71 formulierte Bedingung des stabilen Gleichgewichts erfüllen, also diejenigen kleinster potentieller Energie. Dabei ist aber natürlich die Flüssigkeit mit in Rechnung zu setzen. Stabil ist also jede Schwimmlage, bei der die potentielle Energie des Systems (Flüssigkeit + schwimmender Körper) ein Minimum ist.

**109. Die elastischen Eigenschaften der Flüssigkeiten.** Da die Flüssigkeiten einer reinen Formänderung keinen Widerstand entgegensetzen, kommen bei ihnen als elastische Einwirkungen nur Volumenänderungen in Frage. Die dabei etwa auftretenden Formänderungen sind elastisch belanglos. Unter der Kompressibilität oder Zusammendrückbarkeit einer Flüssigkeit versteht man das Verhältnis der Volumenänderung zu der Druckänderung, durch welche sie hervorgerufen wird.

Will man die Kompressibilität einer Flüssigkeit messen, so muß man dafür Sorge tragen, daß der auf die Flüssigkeit wirkende Druck nicht auch die Wände des sie einschließenden Gefäßes deformiert, d. h. das Gefäßvolumen verändert. Man bedient sich dazu eines sog. Piezometers (Abb. 86, ÖRSTED), bei dem auf das die Flüssigkeit enthaltende Gefäß von außen der gleiche Druck wirkt, wie im Innern auf die Flüssigkeit, so daß sich die Druckwirkungen auf das Gefäß, von der sehr kleinen Zusammendrückung des Gefäßmaterials abgesehen, aufheben. Die zu untersuchende Flüssigkeit befindet sich im Gefäß *A* und ist unten durch Quecksilber abgeschlossen. Im übrigen ist das äußere Gefäß mit Wasser gefüllt. Das Ganze kann unter erhöhten Druck gebracht werden. Die Zusammendrückung der in *A* befindlichen Flüssigkeit kann am Stande des Quecksilbers im Steigrohr abgelesen werden.

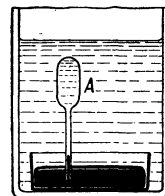


Abb. 86. Zur Messung der Elastizität von Flüssigkeiten.

Die Flüssigkeiten sind der Größenordnung nach etwa zehnmal so stark zusammendrückbar, wie ein fester Körper.

### c) Mechanik ruhender Gase (Aerostatik).

**110. Molekulartheorie der Gase (kinetische Gastheorie).** Die Eigenschaften der Gase lassen sich weit einfacher als diejenigen der festen und flüssigen Körper aus dem Verhalten der die Gase zusammensetzenden Moleküle verstehen und quantitativ erklären. Dies bildet den Inhalt der sog. kinetischen Gastheorie. Hiernach befinden sich die Moleküle eines Gases in ständiger, ihrer Geschwindigkeit nach nur von der Temperatur des Gases abhängiger Bewegung (§ 193). Diese Bewegung ist eine vollkommen ungeordnete. Die Moleküle bewegen sich so lange auf geraden Bahnen, bis sie mit der Wandung des das Gas einschließenden Gefäßes oder mit einem andern Molekül zusammenstoßen. Diese Zusammenstöße sind vollkommen elastisch (§ 56), gehen also ohne Energieverlust vonstatten. Jedoch tritt bei einem Zusammenstoß zweier Moleküle in der Regel ein Energie- und Impulsaustausch ein. Bei einem solchen Zusammenstoß treten also Änderungen der Richtung und der Geschwindigkeit jedes Moleküls auf. Der Zustand

des Gases verändert sich „mikroskopisch“, d. h. wenn wir seine einzelnen Moleküle betrachten, fortgesetzt. Nun ist aber die Zahl der Moleküle auch in einem sehr kleinen Gasvolumen und bei sehr niedrigem Druck noch immer außerordentlich groß. Und wenn wir ein solches Volumen als Ganzes „makroskopisch“ betrachten, so bemerken wir von diesen fortgesetzten Änderungen des Zustandes nichts. Es herrscht ein sog. dynamisches Gleichgewicht, in dem bei der großen Zahl von Molekülen jede an einem Molekül gerade vor sich gehende Änderung der Größe und Richtung seiner Geschwindigkeit durch eine gerade entgegengesetzte, an einem der unzähligen andern Moleküle vor sich gehende Änderung im Durchschnitt ausgeglichen wird.

Es liegt hier ein Fall vor, der dem Zustande der Bevölkerung einer großen Stadt analog ist, welche unter gleichbleibenden Verhältnissen lebt. Betrachtet man eine solche Bevölkerung „mikroskopisch“, d. h. fragt man nach den Schicksalen jedes einzelnen Bewohners, so bietet sich einem das Bild eines stets wechselnden Zustandes. Einzelne Einwohner sterben, dafür werden andere geboren, einzelne wandern ab, dafür wandern andere zu. Bei „makroskopischer“ Betrachtung aber, wenn man die Bevölkerung als Ganzes ohne Rücksicht auf die verschiedenen Individuen und ihre Einzelschicksale betrachtet, bietet sich stets das gleiche Bild; die Zahl der Einwohner, ihr durchschnittliches Alter wie auch der Durchschnitt aller ihrer Eigenschaften, ändert sich nicht — immer unter Voraussetzung gleichbleibender Verhältnisse. Diese „makroskopische“ Betrachtungsweise ist diejenige der Bevölkerungsstatistik. Sie führt in ihrer weiteren Ausnutzung zur Feststellung ganz bestimmter Gesetzmäßigkeiten für das durchschnittliche Verhalten einer Bevölkerung, ohne daß es dabei nötig ist, über das Schicksal des einzelnen Individuums etwas zu wissen.

Es ist nun eine außerordentlich wichtige Tatsache, daß die Betrachtungsweise der Statistik, welche immer anwendbar ist, wenn es sich um eine große Zahl von Einzelindividuen handelt (auf die Einwohner eines einzelnen Hauses sind die obigen Betrachtungen offenbar nicht anwendbar), mit vollem Erfolg auch auf das Verhalten der Gase mit ihren außerordentlich vielen gleichartigen Molekülen Anwendung gefunden hat. Und diese Betrachtungsweise gibt uns ja auch gerade das, was wir in der Regel einzig unmittelbar beobachten können, nämlich das Verhalten einer Gesamtheit von sehr vielen Molekülen in einem nicht allzu kleinen Raume, während sich das Verhalten eines einzelnen Moleküls meist der Beobachtung entzieht und, als rein zufällig, uns ebensowenig interessiert, solange wir uns eben mit ausgedehnten Gasvolumina beschäftigen, wie den Bevölkerungsstatistiker ein Einzelschicksal.

Die mathematischen Methoden, welche in der Statistik Anwendung finden, beruhen auf den Gesetzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Sie führen im Endergebnis zu Aussagen über das durchschnittliche Verhalten der einzelnen beteiligten Individuen — in unserm Falle der Gasmoleküle — bzw. zu bestimmten Mittelwerten derjenigen Größen, welche ihr Verhalten kennzeichnen. Diese Aussagen gestalten sich besonders einfach, wenn wir es mit einem sog. idealen Gase zu tun haben (§ 118), bei dem von den Kräften, die die Moleküle aufeinander ausüben, abgesehen werden kann. Unter dieser Voraussetzung ergeben sich für eine ruhende und auf konstanter Temperatur gehaltene Gasmenge u. a. die nachstehenden, uns hier zunächst interessierenden Tatsachen (2. und 3. gelten auch für nicht ideale Gase).

1. Der Mittelwert der kinetischen Energie  $\frac{1}{2} \mu v^2$  eines Gasmoleküls, genommen über eine ausreichend lange Zeit (zeitlicher Mittelwert), ist für alle Gasmoleküle der gleiche, und zwar ebenso groß, wie der Mittelwert der

kinetischen Energie, genommen über sämtliche Moleküle in einem bestimmten Zeitmoment (räumlicher Mittelwert). Daraus folgt, daß die durchschnittliche Geschwindigkeit  $v$  der Moleküle, d. h. ihr zeitlicher Mittelwert, auch für alle Gasmoleküle die gleiche ist, sofern wir es mit lauter gleichartigen Molekülen (gleiche Masse  $\mu$ ) zu tun haben. Es ist in sehr vielen Fällen zulässig, so zu rechnen, als ob alle Moleküle in jedem Augenblick diese mittlere Geschwindigkeit hätten.

2. Die Bewegungsrichtungen der Moleküle sind bei dynamischem Gleichgewicht stets über alle räumlichen Richtungen im Durchschnitt gleichmäßig verteilt.

3. Ein Gas füllt stets den ganzen ihm zur Verfügung stehenden Raum aus. Sofern man von der Wirkung der Schwere absehen kann, sind die Moleküle über den ganzen verfügbaren Raum im Durchschnitt gleichmäßig verteilt. Es befinden sich also in gleichen Raumteilen gleich viele Moleküle.

4. Bei gleicher Temperatur ist die kinetische Energie der Moleküle verschiedener Gase die gleiche. Leichte Gasmoleküle sind also schneller als schwere. Denn da  $\mu_1 v_1^2/2 = \mu_2 v_2^2/2$ , so ist  $v_1^2 : v_2^2 = \mu_2 : \mu_1$ .

5. Die Geschwindigkeit der Moleküle hängt bei gegebener Temperatur nicht vom Gasdruck ab.

**III. Das Gesetz von AVOGADRO.** Eine von AVOGADRO (1811) aufgestellte, weiter unten zu beweisende Behauptung besagt: Die Zahl der Moleküle in 1 ccm eines idealen Gases hängt nur von der Temperatur und dem Druck ab, aber nicht von der Art des Gases. Sie ist also für verschiedene Gase bei gleichem Druck und gleicher Temperatur gleich groß (AVOGADROsches Gesetz, 1811. Vgl. hierzu den Schluß von § 193).

Wir betrachten 1 ccm eines Gases bei  $0^\circ$  und 760 mm Druck. Die Dichte des Gases sei  $\rho$ . Die Zahl der in 1 ccm enthaltenen Moleküle sei  $n$ , die Masse eines einzelnen Moleküls  $\mu$ . Dann ist die Masse von 1 ccm des Gases, also seine Dichte

$$\rho = n\mu. \quad (1)$$

Man bezeichnet die nach dem AVOGADROschen Gesetz für alle Gase gleich große Zahl  $n$ , die Zahl der in 1 ccm eines Gases bei  $0^\circ$  und 760 mm Druck (sog. Normalbedingungen) enthaltenen Moleküle, als die AVOGADROsche Zahl. Es ist

$$n = 26,97 \cdot 10^{18}, \text{ d. h. rund } 27 \text{ Trillionen.} \quad (2)$$

Die Massen verschiedener Gase von gleichem Volumen verhalten sich wie ihre Dichten. Da  $n$  aber für alle Gase bei gleichem Druck und gleicher Temperatur den gleichen Wert hat, so verhalten sich nach Gl. 1 die Dichten, bzw. spezifischen Gewichte verschiedener Gase bei gleicher Temperatur wie die Massen der einzelnen Moleküle dieser Gase. Aus dem Verhältnis der spezifischen Gewichte oder der Dichten zweier idealer Gase kann man also das Verhältnis der Gewichte oder Massen ihrer einzelnen Moleküle finden.

**112. Molekulargewicht. Mol und Grammatom.** Unter dem Molekulargewicht eines Stoffes versteht man das Gewicht eines einzelnen Moleküls dieses Stoffes, wenn man als Gewichtseinheit nicht das Gramm, sondern das Gewicht eines einzelnen Wasserstoffatoms (genauer:  $\frac{1}{16}$  der Masse eines Sauerstoffatoms, vgl. § 568) benutzt. Da ein Wasserstoffmolekül aus zwei Wasserstoffatomen besteht, so ist das Molekulargewicht des Wasserstoffgases gleich 2. Das Molekulargewicht des Sauerstoffgases  $O_2$  ist gleich 32, das des Heliums (eiatomig) gleich 4, das des HCl gleich 36,46 usw. (vgl. die Tab. 34 § 558).

Aus der Messung der Dichte, bzw. des spezifischen Gewichtes kann man das Molekulargewicht nur bei solchen Substanzen bestimmen, welche in den ideal gas-

förmigen Zustand, oder wenigstens sehr nahezu in diesen, gebracht werden können. Denn nur für solche Gase gilt ja das AVOGADROSche Gesetz. Es gibt jedoch auch für andere Substanzen sowohl physikalische wie chemische Methoden, um ihr Molekulargewicht zu bestimmen.

1 Mol (auch Grammolekül genannt) einer Substanz ist diejenige Menge derselben, welche so viel Gramm wiegt, wie das Molekulargewicht angibt. Es wiegt also 1 Mol Wasserstoffgas 2 g, 1 Mol Helium 4 g, 1 Mol Sauerstoffgas 32 g. Das Gewicht bzw. die Masse eines Mols in Gramm ist also zahlenmäßig gleich dem Molekulargewicht. Die Masse eines Mols beträgt

$$M = N \mu, \quad (3)$$

wenn  $N$  die Zahl der Moleküle im Mol und  $\mu$  die Masse eines Moleküls bedeutet. Das Verhältnis  $M/\mu = N$  ist für alle Substanzen gleich groß, da sich ja die Massen eines Mols verschiedener Stoffe wie deren Molekulargewichte, und diese wieder wie die Massen  $\mu$  ihrer Moleküle verhalten.  $N$ , die Zahl der Moleküle in 1 Mol, ist also eine sog. universelle Konstante. Man nennt sie die LOSCHMIDTSche Zahl. Ihr Zahlenwert beträgt

$$N = 6,038 \cdot 10^{23}. \quad (4)$$

Ein Mol Wasserstoffgas (Molekulargewicht 2,0156) wiegt 2,0156 g. Es ist daher die Masse eines Wasserstoffmoleküls gleich  $2/N$  g und diejenige eines Wasserstoffatoms gleich  $1/N$  g =  $1,69 \cdot 10^{-24}$  g. Da in 1 Mol aller Substanzen stets die gleiche Zahl von Molekülen enthalten ist, so hat auch 1 Mol der verschiedenen Gase nach dem Gesetz von AVOGADRO bei gleichem Druck und gleicher Temperatur im idealen Gaszustande das gleiche Volumen. Dieses Volumen — für 0° und 760 mm Druck — können wir z. B. aus den Daten des Sauerstoffs ausrechnen. Die Dichte des Sauerstoffgases beträgt unter den genannten Bedingungen 0,001429 (Tab. 2, § 61), also ist das Volumen von 1 g Sauerstoffgas (sein spezifisches Volumen  $V_s$ )  $1/0,001429$ . Das Molekulargewicht des Sauerstoffgases ist 32, also ist das Volumen von 1 Mol, d. h. 32 g Sauerstoffgas bei Normalbedingungen gleich  $32/0,001429$  oder rund 22400 ccm. Die gleiche Zahl, das Molvolumen, ergibt sich für Helium ( $4/0,0001787$ ), Stickstoff ( $28/0,0012507$ ) usw.

Das Atomgewicht eines Elements ist die Zahl, welche angibt, wievielmals schwerer ein Atom desselben ist als ein Wasserstoffatom. Es ist also das Atomgewicht des Wasserstoffs gleich 1, das des Heliums 4, das des Sauerstoffs 16. (Tatsächlich werden die Molekular- und Atomgewichte auf Sauerstoff gleich 16 bezogen. Wegen des Atomgewichts des Wasserstoffs, genau 1,0078, s. § 568.) Eine Tabelle der Atomgewichte s. § 58.

Das Grammatom hängt mit dem Atomgewicht ebenso zusammen wie das Mol mit dem Molekulargewicht. Ein Grammatom eines Elementes ist diejenige Menge desselben, welche soviel Gramm wiegt, wie das Atomgewicht angibt. Die Zahl der Atome im Grammatom ist ebenso groß wie die Zahl  $N$  der Moleküle im Mol.

Es ist zu beachten, daß die LOSCHMIDTSche Zahl von Druck und Temperatur unabhängig ist. Die AVOGADROSche Zahl hingegen bezieht sich auf einen ganz bestimmten Druck- und Temperaturzustand und würde einen andern Wert annehmen, wenn man sie auf einen andern Zustand bezöge.

**113. Der Druck der Gase.** Wir sind auf Grund der in § 110 entwickelten Vorstellung nunmehr in der Lage, uns ein anschauliches Bild davon zu machen, wie der Druck eines Gases auf die Wände eines das Gas einschließenden Gefäßes entsteht. Bei ihrer Bewegung stoßen die Gasmoleküle fortgesetzt an die Wände und werden von ihnen wieder zurückgeworfen, und zwar nach den Gesetzen des elastischen Stoßes (§ 56), d. h. es



geht hierbei keine kinetische Energie verloren. Da die Gefäßwände fest sind, also Energie auf sie nicht übertragen wird, so wird jedes Molekül mit der gleichen Geschwindigkeit, mit der es ankam, die Wand nach der Reflexion wieder verlassen. Ein Molekül treffe mit der Geschwindigkeit  $v$  unter dem Einfallswinkel  $\varphi$  (Abb. 87) auf eine glatte Wand. Wir zerlegen jetzt seine Geschwindigkeit in zwei Komponenten,  $v_x = v \cos \varphi$  senkrecht,  $v_y = v \sin \varphi$  parallel zur Gefäßwand.  $v_y$  erfährt bei der Reflexion keine Änderung,  $v_x$  aber wird in seiner Richtung umgekehrt und in  $-v_x$  verwandelt, so daß eine Änderung der Geschwindigkeit im Betrage  $v_x - (-v_x) = 2 v_x$  eintritt. [Man leitet dies aus Gl. 30 § 56 ohne weiteres ab, indem man  $u_1 = v_x$ ,  $u_2 = 0$  setzt und beachtet, daß die Masse  $m_2$  der Gefäßwand unendlich groß gegenüber der Masse  $m_1$  des Moleküls ist.] Diese Geschwindigkeitsänderung wird hervorgebracht durch die Kraft, die die Wand auf das aufprallende Molekül ausübt. Der Reflexionswinkel ist gleich dem Einfallswinkel  $\varphi$ .

Zur Ableitung der Gesetze des Gasdrucks machen wir von der Tatsache Gebrauch, daß dieser Druck, wie die Erfahrung ebenso wie theoretische Überlegungen zeigen, von der Form des das Gas einschließenden Gefäßes unabhängig ist und bei gegebener Gasmenge und Temperatur lediglich von seinem Volumen abhängt. Zur Vereinfachung der Berechnung denken wir uns daher das Gas in ein kugelförmiges Gefäß vom Radius  $r$  eingeschlossen (Abb. 88a). Die in einem solchen Gefäß befindlichen Gasmoleküle werden, außer bei sehr niedrigem Druck, zwischen ihren Zusammenstößen mit der Gefäßwand sehr oft mit andern Gasmolekülen zusammenstoßen und dadurch Ablenkungen erfahren. Trotzdem ist es erlaubt, bei der Druckberechnung von diesen Zusammenstößen mit andern Gasmolekülen abzusehen, denn bei der ungeheuer großen Zahl von Molekülen wird es im Durchschnitt immer so kommen, daß an Stelle eines Moleküls, welches durch einen Zusammenstoß mit einem andern vorerst am Erreichen der Gefäßwand verhindert wird, gleichzeitig irgendein anderes einen derartigen Zusammenstoß erleidet, daß es an Stelle des ersten auf die Gefäßwand, die es ohne diesen Zusammenstoß vorerst nicht erreicht hätte, geworfen wird, so daß wir das letztere Molekül ohne weiteres an die Stelle des ersteren gesetzt denken können. Wir nehmen also an, ohne damit eine Vernachlässigung zu begehen, die das Ergebnis fälscht, daß nur Zusammenstöße der Gasmoleküle mit der Gefäßwand, nicht solche der Moleküle unter sich, vorkommen.

Zwecks größerer Allgemeinheit wollen wir obendrein die Gefäßwand als rauh annehmen, und zwar so, daß wir sie uns aus sehr vielen kleinen, ebenen Flächen zusammengesetzt denken (Abb. 88b), an denen die Moleküle entsprechend der Abb. 87 reflektiert werden, die aber ganz regellos zur idealen Kugelfläche der Gefäßwand orientiert sind, so daß, wenn wir Einfallswinkel

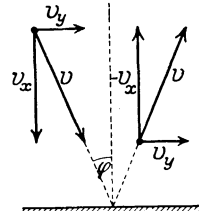


Abb. 87. Zur Ableitung des Gasdrucks.

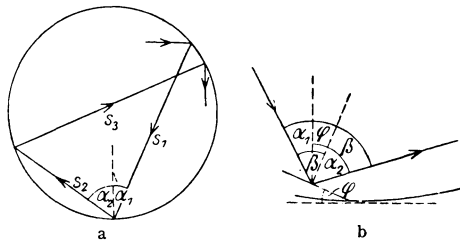


Abb. 88. Zur Ableitung des Gasdrucks.

und Austrittswinkel auf diese beziehen, die Reflexion der Moleküle ganz unregelmäßig und in zufälligen Richtungen erfolgt. Wir bezeichnen mit  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  den Einfallswinkel und Austrittswinkel des Moleküls, bezogen auf die ideale Kugelfläche (d. h. auf die Tangente im Auftreffpunkt), mit  $\beta$  den Einfallswinkel und Austrittswinkel, bezogen auf die sehr kleine ebene Auftrefffläche, welche unter dem Winkel

$\varphi$  gegen die ideale Kugelfläche geneigt sei (Abb. 88 b). Dann ist die Änderung der Bewegungsgröße gleich

$$\Delta \mu v = 2 \mu v \cos \beta,$$

wobei  $\mu$  die Masse eines Moleküls ist. Diese Änderung zerlegen wir in zwei Komponenten, eine zur idealen Kugelfläche senkrechte,  $\Delta \mu v_{\perp}$ , und eine zu ihr parallele,  $\Delta \mu v_{\parallel}$ . Es ist

$$\Delta \mu v_{\perp} = 2 \mu v \cos \beta \cos \varphi, \quad \Delta \mu v_{\parallel} = 2 \mu v \cos \beta \sin \varphi,$$

ferner aber  $\varphi = \beta - \alpha_1 = \alpha_2 - \beta$ , also  $\varphi = (\alpha_2 - \alpha_1)/2$ ,  $\beta = (\alpha_1 + \alpha_2)/2$ . Daraus folgt:

$$\Delta \mu v_{\perp} = 2 \mu v \cos \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \cos \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} = \mu v (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2),$$

$$\Delta \mu v_{\parallel} = -2 \mu v \cos \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \sin \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} = \mu v (\sin \alpha_2 - \sin \alpha_1).$$

Nun ist, wenn wir mit  $s_1$  und  $s_2$  (Abb. 88 a) die zu  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  gehörigen Sehnen bezeichnen, welche ja den (idealisierten) Weg des Moleküls darstellen,  $\cos \alpha_1 = s_1/2r$ ,  $\cos \alpha_2 = s_2/2r$ ,  $\sin \alpha_1 = s'_1/r$ ,  $\sin \alpha_2 = s'_2/r$ , wobei  $s'_k = \sqrt{4r^2 - s_k^2}$ , so daß

$$\Delta \mu v_{\perp} = \mu v \frac{s_1 + s_2}{2r}, \quad \Delta \mu v_{\parallel} = \mu v \frac{s'_2 - s'_1}{2r}.$$

Wir betrachten jetzt das Schicksal eines Gasmoleküls über eine sehr lange Zeit  $t$ , in der es eine sehr große Zahl  $z$  von Zusammenstößen mit der Gefäßwand erleidet. Durch Summierung ergeben sich dann die parallel und senkrecht zur Gefäßwand umgesetzten Bewegungsgrößen zu

$$\sum \Delta \mu v_{\perp} = \mu v \frac{s_1 + \sum_1^z 2s_k + s_{z+1}}{2r}, \quad \sum \Delta \mu v_{\parallel} = \mu v \frac{s'_{z+1} - s'_1}{2r}.$$

Die zur Oberfläche senkrechte Komponente ist ungeheuer viel größer als die zur Oberfläche parallele, welche überhaupt nur von den Zufälligkeiten des ersten und letzten Zusammenstoßes abhängt. Bilden wir den Mittelwert der letzteren Komponente über die sehr zahlreichen Moleküle des Gases, so wird dieser gleich Null, weil im Durchschnitt positive und negative Werte von  $s'_{z+1} - s'_1$  von gleichem Betrage gleich oft vorkommen werden. Es bleibt also nur die zur Oberfläche senkrechte Komponente übrig. Bei dieser dürfen wir in Anbetracht der Größe von  $\sum_1^z 2s_k$ , den Unterschied von  $s_1$  und  $s_{z+1}$  vernachlässigen und statt  $s_1 + s_{z+1}$  schreiben  $2s_1$ , so daß

$$\sum \Delta \mu v_{\perp} = \mu v \frac{\sum_1^z s_k}{r}.$$

Nun ist aber  $\sum s_k$ , der in der Zeit  $t$  zurückgelegte Weg, gleich  $vt$ , so daß wir schreiben können:

$$\sum \Delta \mu v_{\perp} = \frac{\mu v^2}{r} t.$$

Es sei  $n$  die Zahl der Moleküle in  $\tau$  ccm des Gases, also die Gesamtzahl der Moleküle im Gefäß gleich  $n \cdot 4\pi r^3/3$ . Dann ist die gesamte, in der Zeit  $t$  umgesetzte Bewegungsgröße

$$\frac{4\pi}{3} r^2 n \mu v^2 t.$$

In der Zeiteinheit wird also die Bewegungsgröße

$$\frac{4\pi}{3} r^2 n \mu v^2 \quad (5)$$

umgesetzt. Nach dem zweiten NEWTONschen Axiom ist die in der Zeiteinheit umgesetzte Bewegungsgröße gleich der wirkenden Kraft (Gl. 2, § 29). Der Ausdruck (5) ist also die von der Gefäßwand auf den Gasinhalt ausgeübte Kraft. Nach dem dritten NEWTONschen Axiom üben die Gasmoleküle die gleiche Kraft auf die Gefäßwand aus. Dies ist die Ursache des Gasdrucks, welcher gleich der auf 1 qcm der Gefäßwand entfallenden Kraft ist. Man erhält also den Druck  $p$ , wenn man (5) durch die Fläche der Kugel  $4\pi r^2$  dividiert,

$$p = \frac{1}{3} n \mu v^2. \quad (6)$$

Aus den vorstehenden Überlegungen ergibt sich die wichtige Tatsache, daß bei den idealen Gasen das, was wir mren Druck nennen, eine vollkommen andere Ursache hat, als der Druck, mit dem sich z. B. feste und flüssige Körper einer Verkleinerung ihres Volumens widersetzen. Im letzteren Fall rührt der Druck davon her, daß sich die atomistischen Bestandteile der Körper einer Änderung ihrer gegenseitigen Lage, einer Störung ihres natürlichen Gleichgewichts, infolge der zwischen ihnen wirkenden Kräfte widersetzen. Gemäß der Definition der idealen Gase sind aber derartige Kräfte bei ihnen überhaupt nicht merklich vorhanden. Ihr Druck wird lediglich durch ihre kinetische Energie, durch die Stöße der Moleküle gegen die Gefäßwände, hervorgerufen. Bei den wirklichen Gasen beeinflussen die zwischen den Atomen wirkenden Kräfte den Druck um so mehr, je größer die Abweichungen vom idealen Zustand sind (Gesetz von VAN DER WAALS, § 201). Wie wir sehen werden, sind gerade die meisten gewöhnlichen Gase unter Normalbedingungen dem idealen Zustand sehr nahe.

Haben wir es mit einer Mischung verschiedener idealer Gase zu tun, so addieren sich ihre Einzeldrucke, die sog. Partialdrucke, da sich ihre Molekulargeschwindigkeiten gegenseitig nicht beeinflussen, so daß der Gesamtdruck

$$p = \frac{1}{3} n_1 \mu_1 v_1^2 + \frac{1}{3} n_2 \mu_2 v_2^2 + \dots = p_1 + p_2 + \dots \quad (7)$$

(DALTONSches Gesetz 1803).

Da  $n$  die Zahl der Moleküle in 1 ccm bedeutet, so ist  $n\mu$  die in 1 ccm enthaltene Masse. Sie ist gleich der Dichte  $\rho$  des Gases (§ 61). Es ist also auch

$$p = \frac{1}{3} \rho v^2. \quad (8)$$

Man kann daher die Geschwindigkeit  $v$  der einzelnen Gasmoleküle aus dem Druck und dem spezifischen Gewicht eines Gases berechnen.

Das spezifische Gewicht von Wasserstoff beträgt bei 0°C und 760 mm Druck (Tab. 2, § 61) 0,0008985. Ein Druck von 760 mm ist gleich 1013300 dyn/qcm (§ 120). Es ist daher für Wasserstoff, wie man aus obiger Gleichung unter Einsetzung dieser Zahlen berechnet,  $v = 1,837 \cdot 10^5$  cm/sec = 1837 m/sec oder rund 2 km/sec. Für Luft ergibt sich  $v = 484$  m/sec, also rund 0,5 km/sec (vgl. auch § 115).

STERN hat die Geschwindigkeit von Molekülen direkt messen können und sie in Übereinstimmung mit der Theorie gefunden (vgl. § 193).

114. Das Gesetz von BOYLE-MARIOTTE. Führt man in Gl. 8 statt  $\rho$  den reziproken Wert  $1/\rho = V_s$  ein, d. h. das spezifische Volumen (§ 61), so ergibt sich

$$p V_s = \frac{1}{3} v^2. \quad (9)$$

Diese Größe ist für ein Gas bei konstant gehaltener Temperatur konstant. Betrachten wir statt des spezifischen Volumens  $V_s$  eine Gasmenge von der Masse  $m$  und dem Volumen  $V$ , so ist  $V_s = 1/\rho = V/m$ . Es ergibt sich demnach für ein beliebiges Gasvolumen  $V$  von der Masse  $m$

$$p V = \frac{1}{3} m v^2.$$

Die rechte und daher auch die linke Seite dieser Gleichung ist aber für eine bestimmte Gasmenge bei konstanter Temperatur konstant, also

$$pV = \text{const.} \quad (10)$$

Dies ist das Gesetz von BOYLE-MARIOTTE (1660, bzw. 1676). Es besagt, daß, bei konstant gehaltener Temperatur, Druck und Volumen eines Gases einander umgekehrt proportional sind. Ändert man bei konstanter Temperatur den Druck einer abgeschlossenen Gasmenge von  $p_1$  auf  $p_2$ , so ändert sich das Volumen von  $V_1$  auf  $V_2$ , und zwar ist

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \quad \text{oder} \quad V_2 : V_1 = p_1 : p_2. \quad (11)$$

Zustandsänderungen, bei denen die Temperatur konstant gehalten wird, nennt man isotherme Prozesse.

**115. Freie Weglänge und Stoßzahl.** Unter der mittleren freien Weglänge (kurz: freie Weglänge) in einem Gase versteht man den Mittelwert der Wege, die die einzelnen Gasmoleküle bei ihrer Bewegung zwischen je zwei Zusammenstößen mit andern Molekülen zurücklegen. Wir denken uns eine Schar von  $z_0$  Gasmolekülen, welche in der gleichen Richtung fliegen, und nehmen an, die

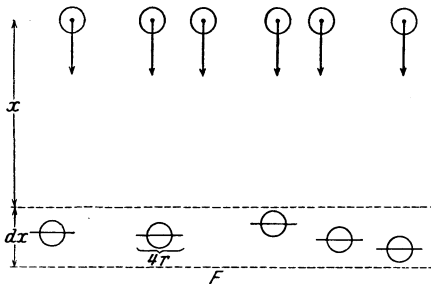


Abb. 89. Zur Ableitung der freien Weglänge.

Moleküle seien Kugeln vom Radius  $r$ . In jeder Gasschicht, die sie durchfliegen, erleiden einige von ihnen Zusammenstöße mit andern Molekülen und scheiden durch Ablenkung aus ihrer Richtung aus der Schar aus. Wir betrachten eine Gasschicht von der Dicke  $dx$  in der Entfernung  $x$  vom Ursprung der Molekülschar (Abb. 89). Es seien hier noch  $z$  von den  $z_0$  Molekülen in der geradeaus fliegenden Schar vorhanden, d. h. noch nicht durch Zusammenstöße aus ihr ausgeschieden.

Der Querschnitt dieser Schicht, die die Schar durchläuft, sei  $F$ . Das dazugehörige Schichtvolumen ist also  $dV = F dx$ . In diesem befinden sich  $nF dx$  Moleküle, wenn in 1 ccm  $n$  Moleküle sind. Diese können wir uns als ruhend denken. Wir fragen nun nach der Zahl der Zusammenstöße in dieser Schicht. Man sieht leicht ein, daß es für die Zahl der Zusammenstöße auf das gleiche herauskommt, wenn wir uns alle Moleküle als Kreisscheiben vom Radius  $r$  vorstellen, deren Flächen senkrecht zur Bewegungsrichtung der Molekülschar stehen. Es macht ferner für die Zahl der Zusammenstöße nichts aus, wenn wir an die Stelle der bewegten Moleküle vom Radius  $r$  Massenpunkte setzen und dafür den Radius der ruhenden Moleküle bzw. der gedachten Kreisscheiben, verdoppeln. Die Schicht  $dx$  nehmen wir als so dünn an, daß die darin befindlichen Moleküle sich nicht gegenseitig überdecken. Jetzt sieht man, daß von den  $z$  Molekülen, welche noch die Schicht ohne Zusammenstoß erreichen, ein Bruchteil  $dz/z$  darin Zusammenstöße erleidet, der gleich dem Verhältnis der Fläche der in der Schicht befindlichen gedachten Scheiben vom Radius  $2r$ , also  $4\pi r^2 nF dx$ , zur Fläche  $F$  ist, also

$$\frac{dz}{z} = - n \cdot 4\pi r^2 dx.$$

$dz$  bedeutet die Änderung der Zahl  $z$  auf dem Wege  $dx$ . Daher ist die rechte

Seite negativ zu setzen. Die Lösung dieser Differentialgleichung lautet, wenn wir für  $x = 0$   $z = z_0$  setzen,

$$z = z_0 e^{-4\pi n r^2 x} = z_0 e^{-\frac{x}{\lambda}}. \quad (12)$$

Die Größe  $\lambda = 1/4 \pi n r^2$  ist, wie sich leicht zeigen läßt, der Mittelwert der freien Weglänge. Da die Zahl  $n$  der Moleküle im Kubikzentimeter der Dichte und diese nach Gl. 8 dem Druck proportional ist, so ist die freie Weglänge dem Druck umgekehrt proportional, ferner ist sie dem Querschnitt der Moleküle  $\pi r^2$  umgekehrt proportional.

Es gibt Methoden, um die freie Weglänge zu bestimmen (§ 177). Es hat sich ergeben (bei Atmosphärendruck und  $0^\circ$ ): in Luft rund  $10^{-5}$  cm, in Wasserstoff  $1,8 \cdot 10^{-5}$  cm, in Kohlensäure  $0,7 \cdot 10^{-5}$  cm. Da die Zahl der Moleküle im Kubikzentimeter bekannt ist (§ 108), so kann man auch den Querschnitt  $\pi r^2$  der Moleküle berechnen. Der Radius der Moleküle ergibt sich in der Größenordnung von etwa  $10^{-8}$  cm. Der Gesamtquerschnitt aller in 1 ccm bei Normalbedingungen befindlichen Moleküle ergibt sich bei Wasserstoff zu 8500, bei Luft zu 17000, bei Kohlensäure zu 26000 qcm, also von der Größenordnung von 1—3 qm.

Die Molekulargeschwindigkeit haben wir bereits im § 113 berechnet. Aus der mittleren freien Weglänge und der Geschwindigkeit kann man die Zeit zwischen zwei Zusammenstößen berechnen, bzw. deren reziproken Wert, die Zahl der Stöße in der Zeiteinheit, die sog. Stoßzahl. Sie ergibt sich in Luft zu etwa 4700 Millionen, in Wasserstoff zu 9500 Millionen, in Kohlensäure zu 5500 Millionen in der Sekunde.

**116. Die Elastizität der Gase.** Es sei ein Gas vom Volumen  $V$  und Druck  $p$  in ein Gefäß vom Querschnitt  $q$  und der Länge  $x$  mit einem dicht schließenden, verschiebbaren Stempel von der in Abb. 90 dargestellten Art eingeschlossen und durch eine äußere Kraft  $k = p \cdot q$  ins Gleichgewicht gebracht. Wir denken uns jetzt den Stempel durch eine kleine, der Kraft  $k$  entgegengesetzt gerichtete Kraft  $dk$  um die Strecke  $dx$  verschoben, also das Volumen bei konstanter Temperatur von  $V$  auf  $V + dV$  vergrößert, den Druck von  $p$  auf  $p - dp$  verkleinert. Es ist nun einerseits  $dx/x = dV/V$ , andererseits nach Gl. 10  $dV/V = -dp/p$ , ferner, da  $dpq = dk$ ,  $dp/p = dk/pq$ . Es folgt

$$\frac{dx}{x} = \frac{dV}{V} = \frac{dk}{pq} \quad \text{oder} \quad dx = \frac{x dk}{pq}. \quad (13)$$

Vergleicht man dies mit dem im § 93, Gl. 1, dargestellten HOOKEschen Gesetz und bedenkt, daß hier  $dk$  die Kraft ist, die die Verlängerung  $dx$  bewirkt und daß  $x$  die ursprüngliche Länge des Gasvolumens bedeutet, so erkennt man, daß die Gase diesem Gesetz gehorchen, und daß ferner für Gase der Elastizitätsmodul  $\epsilon$  gleich dem Druck  $p$  ist. Dies gilt jedoch nur unter der Voraussetzung, daß die Temperatur konstant bleibt.

**117. Arbeit bei der isothermen Volumänderung eines Gases.** In ein Gefäß vom Querschnitt  $q$  (Abb. 90) und dem Volumen  $V$  sei wieder eine Gasmenge vom Druck  $p$  eingeschlossen. Durch Hineinschieben des Stempels um die kleine Strecke  $dx$  werde sein Volumen bei konstanter Temperatur (isotherm) um den Betrag  $dV = q \cdot dx$  verkleinert. Hierbei ist gegen die vom Druck des Gases gegen den Stempel ausgeübte Kraft  $pq$  Arbeit  $dA$  zu leisten, und zwar ist diese gleich dem Produkt aus Kraft und Weg, d. h.

$$dA = p \cdot q \cdot dx = p \cdot dV. \quad (14)$$

Bei einer Volumenvergrößerung wird vom Gasdruck Arbeit, und zwar im gleichen Betrage geleistet, also Arbeit gewonnen.

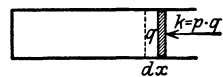


Abb. 90. Volumenänderung eines Gases.

**118. Ideale und wirkliche Gase.** Die wirklichen Gase gehorchen den in den vorstehenden Paragraphen abgeleiteten Gesetzmäßigkeiten vielfach mit sehr großer Annäherung. Ein Gas, welches ihnen streng gehorchen würde, nennt man, wie bereits in § 110 erwähnt, ein ideales Gas. Luft, Sauerstoff, Stickstoff, Wasserstoff und die Edelgase sind unter gewöhnlichen Bedingungen des Drucks und der Temperatur sehr nahezu ideale Gase (vgl. § 200). Bei tiefen Temperaturen und hohem Druck treten Abweichungen ein (§ 201). Diese rühren erstens davon her, daß Wechselwirkungen, insbesondere anziehende Kräfte, zwischen den Molekülen bei den vorstehenden Ableitungen als nicht vorhanden angesehen worden sind. Bei nicht zu hohem Druck ist der durchschnittliche Abstand zwischen den Molekülen eines Gases so groß, daß diese Wechselwirkungen nur äußerst wenig in Erscheinung treten. Bei hohem Druck, also kleinen durchschnittlichen Molekülabständen, ist dies aber der Fall. Abweichungen vom idealen Gaszustand treten ferner ein, wenn das Eigenvolumen der Moleküle nicht mehr gegenüber dem Volumen des Gasraums vernachlässigt werden kann (große Dichte). In den folgenden Paragraphen setzen wir stets voraus, daß wir es mit idealen Gasen zu tun haben.

**119. Gase unter der Wirkung der Schwere.** Bei den Flüssigkeiten können wir, wegen ihrer sehr geringen Zusammendrückbarkeit, fast stets davon absehen, daß ihre Dichte unter der Wirkung des mit der Tiefe zunehmenden Druckes sich ändert. Bei den Gasen ist dies nicht mehr erlaubt. Wir betrachten in einem

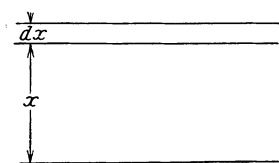


Abb. 91. Zur Ableitung der Druckformel der Gase.

der Schwere unterworfenen Gase, etwa in der atmosphärischen Luft, zwei zur Richtung der Schwerkraft senkrechte Ebenen von sehr kleinem Abstände  $dx$  (Abb. 91). Die positive Richtung von  $x$  sei nach oben gerichtet, so daß  $p$  mit wachsendem  $x$  abnimmt. In der Höhe  $x$  betrage der Druck  $p$ , in der Höhe  $x + dx$  betrage er  $p + dp$ . Dann ist

$$dp = \sigma dx g / \text{cm}^2 = \rho g dx \text{ dyn/cm}^2,$$

wenn  $\rho$  die Dichte des Gases an jener Stelle und  $g$  die Schwerebeschleunigung bedeutet (vgl. § 101). Nun ist nach Gl. 8, § 113, die Dichte eines Gases bei konstanter Temperatur seinem Druck proportional. Es sei  $p_0$  der Druck,  $\rho_0$  die Dichte des Gases im Niveau  $x = 0$ . Dann ist  $\rho = \rho_0 \cdot p/p_0$ , so daß  $dp = \rho_0 p/p_0 \cdot dx$ . Die Lösung dieser Gleichung lautet

$$p = p_0 e^{-\frac{\rho_0}{p_0} x} = p_0 e^{-\beta x} \quad (15)$$

wobei  $\beta = \rho_0/p_0$ . Dies ist die sog. barometrische Höhenformel.

Die Gl. 12 gilt im Gleichgewichtszustand nur für ein einheitliches, d. h. überall gleichmäßig zusammengesetztes Gas. Bei einer Mischung verschiedener Gase gilt im Gleichgewichtszustand die Gl. 15 für die Partialdrucke der einzelnen Gase, und es ist für jedes derselben der für das betreffende Gas zutreffende Wert von  $\beta$  einzusetzen. Der Gesamtdruck ergibt sich dann als die Summe der Partialdrucke.

**120. Der Luftdruck.** Von besonderem Interesse und von großer Bedeutung für viele auf der Erdoberfläche stattfindenden Vorgänge ist der von der irdischen Atmosphäre herrührende Druck, der Luftdruck. Er ist zuerst von TORRICELLI (1643) gemessen worden, und zwar durch folgenden Versuch. Man fülle eine am einen Ende zugeschmolzene Glasröhre von etwa 1 m Länge ganz mit gut gereinigtem und getrocknetem Quecksilber, verschließe sie mit dem Daumen und stelle sie mit dem offenen Ende in eine Schale mit Quecksilber. Hebt man

jetzt den Daumen ab, so fließt ein Teil des Quecksilbers aus, und über dem Quecksilber entsteht im Rohr ein leerer Raum. Die Höhe der im Rohr verbleibenden Quecksilbersäule beträgt etwa 760 mm, je nach dem äußeren Luftdruck (Abb. 92). Neigt man das Rohr, so steigt das Quecksilber in ihm in die Höhe, so, daß der senkrechte Abstand der Quecksilberkuppe im Rohr von der Ebene des Quecksilbers in der Schale stets der gleiche bleibt. (Neigt man das Rohr so weit, daß das Quecksilber an das geschlossene Rohrende anschlägt, so geschieht dies mit einem Knall, ein Beweis dafür, daß die Röhre oben gut luftleer ist.)

Dieser Versuch beweist das Vorhandensein des Luftdrucks. Denn nach § 103 ist in einem horizontalen Niveau einer zusammenhängenden ruhenden Flüssigkeitsmenge der Druck überall der gleiche. Er ist also innerhalb des Rohres in der durch die äußere Quecksilberoberfläche gebildeten Ebene ebenso groß wie in dieser Fläche selbst. Auf die äußere Quecksilberoberfläche wirkt der Luftdruck  $p$ , auf das im gleichen Niveau befindliche Flächenstück im Rohr der Druck der darüber befindlichen Quecksilbersäule. Ein Quecksilbervolumen von 1 qcm Querschnitt und 76 cm Länge hat die Masse (spez. Gewicht des Quecksilbers 13,596)  $76 \cdot 13,596 = 1033 \text{ g} = 1,033 \text{ kg}$ . Die Kraft, die diese Masse unter der Wirkung der Schwere ausübt, ist (§ 60)  $1033 \cdot 981 \text{ dyn} = 1013300 \text{ dyn}$ . Der Druck von 1 Atm. ist also rund gleich 1 Million dyn/qcm oder etwas mehr als 1 kg/qcm. Demnach beträgt das Gewicht der über 1 qcm der Erdoberfläche liegenden Luft rund 1 kg. Der Druck der Atmosphäre ist so groß, wie wenn er durch eine 10 m hohe Wasserschicht hervorgerufen wäre.

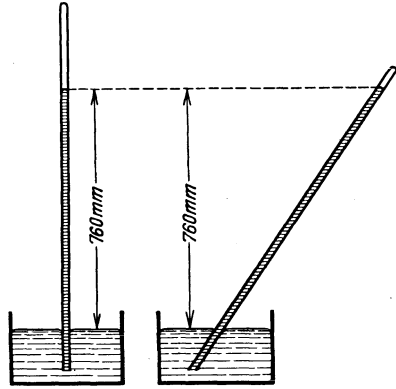


Abb. 92. Versuch von TORRICELLI.

Die Konstante  $\beta$  der Gl. 15 ergibt sich für die atmosphärische Luft, wenn wir die Höhe  $x$  in Metern ausdrücken, bei 0<sup>0</sup> zu  $1/7800 \cdot p_0$  ist der Luftdruck im Meeresniveau.

Wie man sieht, sind die Luftdruckunterschiede bei kleinen Höhenunterschieden sehr gering. Für  $x = 4 \text{ m}$  beträgt die Druckabnahme rund  $1/2000$ . Doch lassen sich auch solche kleinen Druckdifferenzen mit empfindlichen Instrumenten (Luftdruckvariometern) schon auf Strecken von Bruchteilen eines Meters nachweisen. Bei größeren Höhenunterschieden sind die Druckdifferenzen aber sehr beträchtlich. So beträgt in 8 km Höhe der Luftdruck nur noch weniger als  $1/4$  des Druckes im Meeresniveau. Die Abhängigkeit des Luftdrucks von der Höhe ist ein wichtiges Mittel der Höhenmessung in Gebirgen (barometrische Höhenmessung). Aus Gl. 15 ergibt sich mit  $\beta = 1/7800$  und bei Benutzung BRIGGScher Logarithmen

$$x = 18\,400 \log \frac{10 p_0}{p},$$

Hieran ist noch eine kleine Kor-

rektur wegen der Temperatur anzubringen, von der wir aber hier absehen. Die obige Tabelle gibt den Luftdruck in den verschiedenen Höhen der Atmosphäre.

Da die genaueste Methode zur Messung des Luftdrucks, diejenige mit dem Barometer, auf dem Versuch von TORRICELLI beruht, nämlich auf der Messung

Tabelle 4. Luftdruck in verschiedenen Höhen.

Höhe in m	Druck in mm Hg
0 (Meeresniveau)	760
500	714
1000	671
2000	592
4000	461

der Länge einer Quecksilbersäule, so drückt man den Luftdruck und überhaupt Gasdrucke in der Regel in „mm Quecksilber“ (mm Hg oder auch kurz mm) aus. Ein Druck gleich dem der Erdatmosphäre, also von 760 mm Hg, heißt auch 1 Atmosphäre (1 Atm.). In der Technik wird auch die „Neumatmosphäre“ benutzt, welche genau gleich einem Druck von 1 kg/cm<sup>2</sup> ist, während 1 Atm. = 1,033 kg/cm<sup>2</sup> beträgt.

Die atmosphärische Luft besteht in ihren unteren Schichten aus 78% Stickstoff, 21% Sauerstoff und einem Rest, der zum größten Teil aus dem Edelgas Argon besteht. Näheres über die Erdatmosphäre, insbesondere ihre Zusammensetzung, s. § 246.

**121. Wirkungen des Luftdrucks.** Die bekannte Tatsache, daß der Druck in den Gasleitungen scheinbar (tatsächlich nur der Überdruck über den Luftdruck) in höheren Stockwerken — im Gegensatz zum Druck in den Wasserleitungen — größer ist als in tieferen, beruht auch auf der Abnahme des Gasdrucks mit der Höhe. Es seien *A* und *B* (Abb. 93) zwei Öffnungen in einer vertikalen Gasleitung. Außen ist Luft. Bei den kleinen in Frage kommenden Höhenunterschieden sehen wir von der Änderung der Dichte mit der Höhe ab. Es sei  $\sigma_1$  das spezifische Gewicht der Luft,  $\sigma_2$  dasjenige des Gases, der Höhenunterschied zwischen *A* und *B* sei  $x$ . Der Luftdruck in *A* sei  $p_1$ ; der Luftdruck in *B* ist dann gleich  $p_1 - \sigma_1 x$ . Entsprechend sei der Gasdruck in *A* gleich  $p_2$ , der in *B* demnach gleich  $p_2 - \sigma_2 x$ . Der Überdruck des Gases in *A* ist dann gleich  $p_2 - p_1$ , in *B* gleich  $(p_2 - \sigma_2 x) - (p_1 - \sigma_1 x) = p_2 - p_1 + (\sigma_1 - \sigma_2) \cdot x$ . Er ist daher, da  $\sigma_1 > \sigma_2$ , in *B* größer als in *A*.

Diese Tatsache läßt sich gut mit der BEHNschen Röhre (Abb. 94) zeigen. Es ist dies ein Rohr mit zwei feinen Öffnungen, in welches Leuchtgas geleitet wird, das an den beiden Öffnungen entzündet wird. Bei horizontaler Lage brennen beide Flammen gleich hoch. Eine ganz geringe Neigung genügt, damit die eine, obere, Flamme erheblich größer und die andere erheblich kleiner wird. Damit eine starke Wirkung eintritt, muß der Gasdruck im Rohr durch geringes Öffnen des Gashahnes so niedrig gehalten werden, daß er nur wenig größer ist als der Luftdruck (Vorsicht vor Explosionen!).

Ähnliche Verhältnisse wie bei einer Gasleitung liegen bei dem Kamin eines Ofens vor. Der Kamin ist mit warmer Luft gefüllt, die eine kleinere Dichte hat als kalte Luft. An der oberen Öffnung des Kamins herrscht, wenn der Kamin weit und der Ofen unten nahezu geschlossen ist, Atmosphärendruck. Da der Druck in der warmen Luft im Kamin nach unten zu weniger schnell zunimmt als in der äußeren Luft, so herrscht unten im Ofen ein tieferer Druck als außen vor dem Ofen. Die äußere Luft wird daher in den Ofen gedrückt und bewirkt den „Zug“ im Ofen und die nötige Sauerstoffzufuhr zur Verbrennung. Ein Ofen „zieht“ daher erst dann gut, wenn er einige Zeit gebrannt hat, also der Kamin mit warmer Luft gefüllt ist. Je höher der Kamin ist, desto größer ist die Druckdifferenz in ihm und um so kräftiger zieht er. Deshalb gibt man Fabrikschornsteinen eine so große Höhe.

Es ist bemerkenswert, daß alle diese Erscheinungen ohne die Wirkung der Schwere nicht stattfinden würden. Ein auf der Erde gut wirkender Kamin würde also z. B. auf dem Monde unter sonst gleichen Bedingungen wegen der geringen Schwerkraft nur sehr schlecht oder gar nicht wirken.

Auf dem Luftdruck beruht auch das feste Haften von feuchtem Papier an einer glatten Fläche (z. B. Glas), das oft fälschlich als Adhäsion (§ 179) bezeichnet

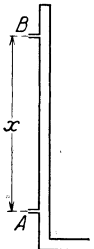


Abb. 93. Zur Theorie des Überdrucks in Gasleitungen.

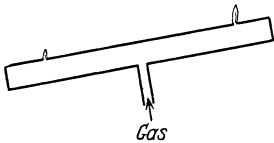


Abb. 94. BEHNsche Röhre.



wird. Letztere spielt hierbei nur eine geringe Rolle. Das Papier wird durch den einseitigen Luftdruck (einseitig, weil die Befeuchtung das Eindringen von Luft an die Unterseite verhindert) gegen die Unterlage gepreßt. Die Kraft, mit der z. B. eine feuchte Briefmarke auf eine Glasfläche gepreßt wird, beträgt, wie man leicht berechnet, rund 5 kg.

Auf einer Wirkung des Luftdrucks beruhen auch die sog. Stechheber (Pipette). Abb. 95 stellt ein Glasgefäß dar, welches man in eine Flüssigkeit taucht und alsdann mit dem Finger oben schließt. Die Flüssigkeit bleibt dann beim Herausheben in dem Gefäß (vorausgesetzt, daß die Flüssigkeit das Glas benetzt, vgl. § 181). Indem nämlich zunächst ein wenig von ihr herausfließt, ohne daß dafür Luft einströmt, wird der Druck der über ihr befindlichen Luft wegen der eintretenden Volumenvergrößerung ein wenig kleiner als der Atmosphärendruck, und es besteht Gleichgewicht, wenn dieser Druck zuzüglich des von der Flüssigkeitssäule herrührenden Drucks an der unteren Gefäßöffnung einen Druck erzeugt, der gleich dem Atmosphärendruck ist.

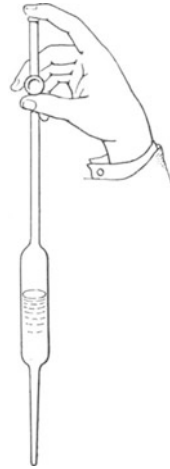


Abb. 95. Stechheber.

**122. Messung des Luftdrucks.** Die Messung des Luftdrucks mittels des Quecksilberbarometers beruht auf dem TORRICELLISCHEN Versuch (§ 120), nämlich auf der Messung der Länge einer Quecksilbersäule, deren Druck dem Luftdruck das Gleichgewicht hält. In Abb. 96 sind zwei Ausführungsformen von Quecksilberbarometern dargestellt.

Die Ablesungen an einem Quecksilberbarometer bedürfen meist noch einer Korrektur, weil erstens das spezifische Gewicht des Quecksilbers und daher die Länge der Quecksilbersäule von der Temperatur abhängt, und zweitens auch die Länge der meist aus Messing bestehenden Skala, an der die Länge der Säule abgelesen wird, sich mit der Temperatur ändert.

Quecksilber ist wegen seines hohen spezifischen Gewichts und wegen seines geringen Dampfdrucks (§ 221) als Barometerfüllung besonders geeignet. Man kann aber auch andere Flüssigkeiten nehmen, doch sind dann die Säulen entsprechend länger. Schon OTTO VON GUERICKE konstruierte im 17. Jahr-

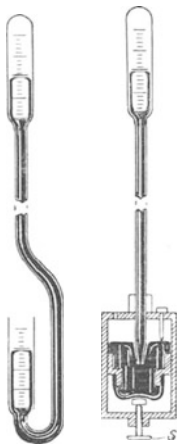


Abb. 96. Verschiedene Quecksilberbarometer.

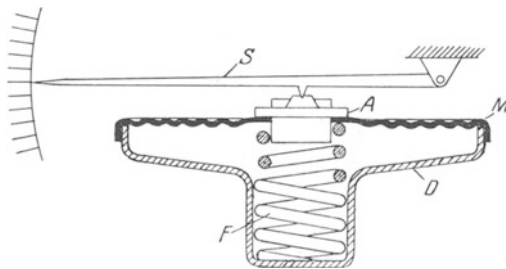


Abb. 97. Aneroidbarometer. D Metallkapsel, F Feder, M Metallmembran, A Lager, S Zeiger.

hundert ein Wasserbarometer. Die Wassersäule in einem solchen ist etwas über 10 m lang.

Für weniger genaue Messungen benutzt man oft die sog. Aneroidbarometer (Abb. 97). Ihr Hauptteil ist eine luftdicht verschlossene Metallkapsel *D* mit biegsamen Wänden. Diese biegen sich auseinander oder zusammen, je nachdem der äußere Luftdruck größer oder kleiner ist als der Druck der in der Kapsel

eingeschlossenen Luft. Die Verbiegung der Wände wird durch einen Hebelmechanismus auf einen Zeiger *S* übertragen, der auf einer Skala den Luftdruck unmittelbar abzulesen gestattet.

Eine weitere Methode zur Luftdruckmessung s. § 222.

**123. Messung kleiner Gasdrucke.** Für kleine Gasdrucke (etwa 5—50 mm Hg) benutzt man oft sog. abgekürzte Quecksilberbarometer (Abb. 98), weil solche in den zum Teil luftleer gemachten Gefäßen leichter unterzubringen oder un-



Abb. 98. Abgekürztes Quecksilberbarometer. Die Öffnung ist mit dem Raum verbunden zu denken, in dem der Druck gemessen werden soll.

mittelbar mit ihnen zu verbinden sind und oft nur die Ablesung kleinerer Drucke Interesse hat. Bei sehr kleinen Drucken wird die Ablesung der Höhendifferenz von Quecksilberoberflächen zu ungenau und schließlich bei Drucken unter etwa 1 mm unmöglich. Man bedient sich zum Messen solcher kleiner Drucke des MACLEODSchen Manometers (Abb. 99). Seine Wirkung besteht darin, daß ein wenig des Gases, dessen Druck man messen will, abgesondert und auf einen bestimmten Bruchteil seines Volumens zusammengedrückt wird, und zwar so weit, daß dabei sein Druck bis zu einer leicht meßbaren Größe steigt. Beträgt z. B. der Druck des Gases  $\frac{1}{1000}$  mm, und wird es auf  $\frac{1}{10000}$  seines ursprünglichen Volumens komprimiert, so steigt dabei nach Gl. II, § 114, sein Druck auf 10 mm, ist also an der Differenz zweier Quecksilberhöhen gut ablesbar. Das MACLEODSche Manometer ist durch das Rohr *C* mit dem Raum, in dem sich das auf seinen Druck

zu untersuchende Gas befindet, verbunden. *B* ist ein mit Quecksilber gefülltes Gefäß, das durch einen starkwandigen Schlauch mit dem Manometer verbunden ist. Im Steigrohr *A* des Manometers (unterbrochen gezeichnet, es ist etwa 80 cm lang) steht zunächst das Quecksilber um so viel höher, wie es der Druck-

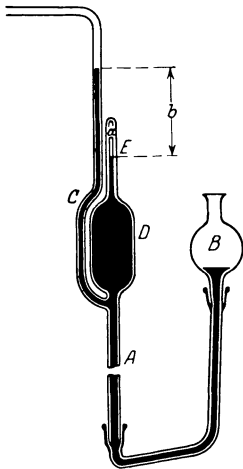


Abb. 99. Manometer nach MACLEOD.

differenz (rund 760 mm) zwischen dem Innern des Manometers und der äußeren Luft entspricht. Hebt man das Gefäß *B* an, so hebt sich gleichzeitig das Quecksilber im Manometer und schließt das Gefäß *D* gegen den übrigen Gasraum ab. Bei weiterem Heben wird das in diesem Gefäß befindliche Gas zusammengedrückt und in das enge Rohr *a* bis *E* hineingedrückt. Eine Strichmarke zeigt an, bis zu welcher Höhe das Quecksilber gehoben werden muß, damit das abgeschlossene Gas bis auf  $\frac{1}{100}$  oder  $\frac{1}{1000}$  oder  $\frac{1}{10000}$  seines ursprünglichen Volumens zusammengedrückt ist. Den Druck, den das Gas nunmehr hat, kann man aus der Differenz der Quecksilberniveaus in den Röhren *a* und *C* ablesen. (Der sehr niedrige Druck in *C* kann dabei vernachlässigt werden.) Der Druck des Gases vor der Zusammendrückung war dann  $\frac{1}{100}$  bzw.  $\frac{1}{1000}$  bzw.  $\frac{1}{10000}$  dieses Druckes. Mittels derartiger Manometer können noch Drucke bis zu etwa  $\frac{1}{10000}$  mm Hg gut gemessen werden. Das Verfahren ist aber nur auf nahezu ideale Gase anwendbar.

Eine elegante Methode zur Messung kleiner Drucke (1 bis 0.01 mm Hg) besteht darin, daß man in dem Gase einen an seinem einen Ende befestigten feinen Quarzfaden anbringt, dessen freies Ende mit einem Mikroskop mit Okularskala (§ 470) beobachtet werden kann. Versetzt man den Faden durch Anstoßen in Schwingungen, so klingen diese wegen der Reibung im Gase allmählich ab, und zwar um so schneller, je größer die Gasdichte, also der Druck ist. Die Geschwindigkeit des Abklingens kann daher zur Messung des Drucks verwendet werden.

**124. Luftpumpen.** Luftpumpen dienen dazu, den Druck der Luft, oder auch anderer Gase, in einem Gefäß zu verändern. Für die Physik sind diejenigen Pumpen besonders wichtig, die zur Herstellung kleiner Drucke dienen. Ein von jeder Substanz freier Raum heißt ein Vakuum. Doch versteht man darunter auch oft einen nur sehr weitgehend von allen Gasen entleerten Raum und spricht wohl von schlechtem und gutem Vakuum (Hochvakuum). Das Entfernen der Luft oder anderer Gase aus einem Raum bezeichnet man als evakuieren, die dazu dienenden Pumpen als Vakuumpumpen.

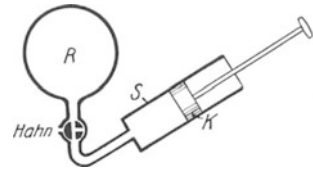


Abb. 100. Stiefelpumpe.

Die einfachste Form einer Vakuumpumpe ist die sog. Stiefelpumpe (Abb. 100). Die erste derartige Luftpumpe wurde von dem während des Dreißigjährigen Krieges in Magdeburg als Bürgermeister lebenden OTTO VON GUERICKE konstruiert (Original im Deutschen Museum in München). Neuere nach diesem Prinzip gebaute Pumpen sind meist mit einer eben geschliffenen Glasplatte, dem Luftpumpenteller, verbunden, auf welche eine aufgeschliffene und durch Fett einigermaßen abgedichtete Glasglocke aufgesetzt werden kann, so daß der Raum unter der Glocke luftleer gemacht werden kann. Am unteren Ende der Pumpe, deren zylindrischen Teil S man den Stiefel und deren beweglichen, dicht schließenden Teil K man den Kolben nennt, befindet sich ein Hahn, mittels dessen man den Stiefel entweder mit dem auszupumpenden Raum oder mit der äußeren Luft verbinden kann. Beim Evakuieren wird folgendermaßen verfahren. Der Stiefel wird mit dem auszupumpenden Raum R, dem sog. Rezipienten, verbunden und der Kolben herausgezogen. Dann strömt ein Teil der Luft aus dem Raum R in die Pumpe. Ist das Volumen des Raumes  $V$ , das der Pumpe  $V'$ , so ist, wenn das Gas anfangs den Druck  $p_0$  hatte, sein Druck nach dem BOYLE-MARIOTTESCHEN Gesetz nunmehr  $p_1 = p_0 V / (V + V')$ , also kleiner als vorher. Jetzt wird durch Drehen des Hahns der zu evakuierende Raum abgesperrt und gleichzeitig die Pumpe mit der äußeren Luft verbunden und dann der Kolben wieder zurückgeschoben,

so daß die in dem Stiefel befindliche Luft nach außen herausgedrückt wird. Nunmehr verbindet man die Pumpe wieder mit dem zu evakuierenden Raum und wiederholt das gleiche Verfahren. Der Druck sinkt hierbei von  $p_1$  auf  $p_2 = p_1 V / (V + V')$  usw. Bezeichnet man den echten Bruch  $V / (V + V')$  mit  $\alpha$ , so folgt aus vorstehendem, daß der Druck im Gefäß nach  $n$  Kolbenzügen gleich  $p_n = p_0 \alpha^n$  geworden ist. (Dabei ist von dem Vorhandensein des Rohrstückes zwischen Stiefel

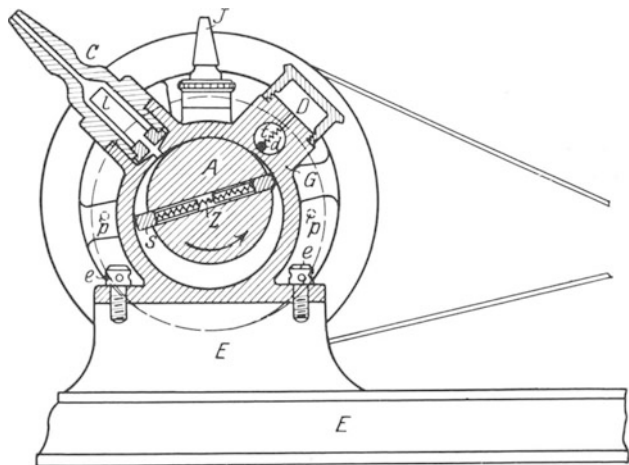


Abb. 101. Kapselpumpe nach GAEBDE.

und Hahn, dem sog. schädlichen Raum, abgesehen.) Absolute Dichtigkeit des Gefäßes und Fehlen eines schädlichen Raums vorausgesetzt, könnte also auf diesem Wege der Druck beliebig herabgesetzt werden. Doch wäre dies ein lang-

wieriges und mühsames Geschäft. Man benutzt daher derartige Pumpen nicht zur Erzeugung sehr niedriger Drucke.

Sehr viel bequemer und schneller wirkt die rotierende Kapselpumpe von GAEDE (Abb. 101). Das Ansatzrohr *C* ist mit dem zu evakuierenden Gefäß verbunden, das Ventil *D* und der Stutzen *J* führen in die äußere Luft. *A* ist ein Metallzylinder, der exzentrisch in einem Hohlraum sitzt und in der Richtung des Pfeils durch einen Elektromotor gedreht wird. Zwei Metallstücke *S*, welche durch eine Feder *Z* auseinandergedrückt werden, bewirken einen luftdichten Anschluß an die Wandung des Hohlraums, *d* ist ein Ventil, welches sich unter der Wirkung eines Überdrucks von innen nach außen hin öffnet. Bei der Drehung des Zylinders wird dauernd links Luft aus dem zu evakuierenden Raum in den inneren Hohlraum gesaugt und rechts durch das Ventil in den Außenraum hinausgedrückt. Die Pumpe ist mit Öl luftdicht gemacht.

Eine bequeme und vielfach verwendete Luftpumpe ist die Wasserstrahlpumpe (Abb. 102). Bei dieser wird Wasser unter Druck (aus der Wasserleitung)

von *C* her durch eine Verengung *R* hindurchgepreßt und strömt unten durch ein weiteres Rohr *A* aus. In die Verengung ragt ein Rohr *L* hinein, das durch *B* mit dem zu evakuierenden Gefäß verbunden ist. In dem engen Querschnitt *A'*, der dem strömenden Wasser an der Mündung des Rohres *L* zur Verfügung steht, ist seine Strömungsgeschwindigkeit sehr viel größer als am Ende des weiten Rohres *A*, wo es in die Atmosphäre ausströmt, also Atmosphärendruck hat. Nach § 129 ist daher der Druck des Wassers in *A'* sehr viel niedriger als der Atmosphärendruck. Das hat zur Folge, daß die in *L* befindliche Luft, solange ihr Druck größer ist als der des Wassers in *A'*, in das Wasser hineingedrückt und von ihm mitgerissen wird. Man kann auf diese Weise Drucke bis zur Größe des Dampfdrucks des Wassers (§ 221, bei Zimmertemperatur rund 15 mm Hg) erreichen. Unter diesen Druck aber kann der Druck in *L* nicht sinken.

Abb. 102. Wasserstrahlpumpe.

Man kann eine Wasserstrahlpumpe auch so verwenden, daß das Wasser durch *B* einströmt und der zu evakuierende Raum bei *C* angeschlossen ist. Die Wirkung ist die gleiche. Welche der beiden Schaltungsweise günstiger ist, hängt von der speziellen Konstruktion der jeweils verwendeten Pumpe ab.

**125. Einige Versuche mit der Luftpumpe.** Ein unter die Glocke der Luftpumpe gesetztes abgekürztes Barometer (§ 122) zeigt, nachdem man einige Zeit evakuiert hat, den niedrigen Druck an. Eine unter die Glocke gebrachte fest zugebundene Schweins- oder Gummiblase bläht sich bei abnehmendem Druck auf und platzt schließlich.

Schon OTTO VON GUERICKE hat eine größere Anzahl von Versuchen mit der Luftpumpe beschrieben. Besonders bekannt ist der Versuch mit den „Magdeburger Halbkugeln“, den er 1654 auf dem Reichstage zu Regensburg vorführte. Es waren dies zwei große Halbkugeln aus Kupfer (Original im Deutschen Museum in München), welche dicht schließend aufeinandergesetzt werden konnten, und deren Innenraum dann mit einer Luftpumpe ausgepumpt wurde. Ist dies in ausreichendem Maße geschehen, so werden die beiden Halbkugeln durch den äußeren Luftdruck, dem jetzt nicht mehr durch den Druck der vorher innerhalb der Halbkugel vorhandenen Luft das Gleichgewicht gehalten wird, mit großer Kraft aneinandergedrückt. OTTO VON GUERICKE ließ an jede Halbkugel 8 Pferde spannen und

zeigte, daß diese nicht imstande waren, sie auseinanderzureißen. Der Versuch läßt sich leicht mit zwei kleineren, gut gearbeiteten Halbkugeln nachahmen. Nur ist dann die Kraft, mit welcher die Halbkugeln zusammengepreßt sind, entsprechend kleiner, denn sie ist dem Querschnitt proportional. Immerhin beträgt sie bei kreisförmigem Querschnitt von 5 cm Radius, also einer Fläche von rund 80 qcm, etwa 80 kg, da auf jedes Quadratcentimeter eine Kraft von rund 1 kg entfällt.

Besonders eindrucksvoll läßt sich die Verdünnung eines Gases mittels einer Luftpumpe durch die Beobachtungen elektrischer Entladungen in dem Gase zeigen.

**126. Auftrieb in Gasen.** Genau wie in Flüssigkeiten erfahren auch in Gasen die Körper einen Auftrieb, und ebenso wie in jenen ist der Gewichtsverlust in diesen gleich dem Gewicht der verdrängten Gasmenge (§ 105). Da dieses Gewicht sehr klein ist, so ist auch der Auftrieb gering und in den meisten Fällen zu vernachlässigen (in Luft rund 1 g auf ein Volumen von 1000 ccm). Bei genauen absoluten Wägungen (§ 85) ist er jedoch in Rechnung zu setzen. Da in den meisten Fällen die Gewichte aus Messing, der zu wägende Körper aber aus einer andern Substanz besteht, so sind die Volumina des Körpers und der Gewichtsstücke und daher ihre Auftriebe nicht gleich. Kennt man das spezifische Gewicht des Körpers, so kann man die erforderliche Korrektur an den Wägungen durch eine einfache Rechnung ermitteln. Es sei  $k_1$  das wahre Gewicht,  $V_1$  das Volumen und  $\sigma_1$  das spezifische Gewicht des zu wägenden Körpers,  $k_2$  das wahre Gewicht der zum Ausgleich der Wage aufgelegten Gewichtsstücke,  $V_2$  ihr Volumen,  $\sigma_2$  ihr spezifisches Gewicht,  $\sigma$  das spezifische Gewicht der Luft. Dann ist im allgemeinen  $k_1$  nicht gleich  $k_2$ , sondern es gilt, da  $k_1 = V_1 \sigma_1$ ,  $k_2 = V_2 \sigma_2$

$$k_1 - V_1 \sigma = k_2 - V_2 \sigma \quad \text{oder} \quad k_1 = k_2 \frac{1 - \frac{\sigma}{\sigma_2}}{1 - \frac{\sigma}{\sigma_1}}.$$

Die Gewichtsstücke bestehen fast stets aus Messing ( $\sigma_2 = 8,4$ ). Für  $\sigma$  genügt der angenäherte Wert 0,0012. Wegen der Kleinheit von  $\sigma$  kann man auch schreiben

$$k_1 = k_2 \left( 1 - \frac{\sigma}{\sigma_2} + \frac{\sigma}{\sigma_1} \right) = k_2 \left( 1 - 0,000143 + \frac{0,0012}{\sigma_1} \right).$$

Man bezeichnet diese Berechnung als die Reduktion einer Wägung auf den luftleeren Raum.

Den Auftrieb in Luft zeigt sehr schön ein auch schon von OTTO VON GUERICKE angestellter Versuch. An einer kleinen, gleicharmigen Wage (aerostatische Wage) sind zwei Körper von in Luft scheinbar gleichem Gewicht, aber von verschiedenem Volumen (etwa eine Messingkugel und eine hohle Glaskugel) angebracht. Tatsächlich muß die Glaskugel schwerer sein, denn sie erfährt in Luft einen größeren Auftrieb als die Messingkugel. Bringt man die Wage unter die Glocke der Luftpumpe und evakuiert, so sinkt bei abnehmendem Druck die Glaskugel herunter, weil der Auftrieb jetzt geringer wird.

Auf dem Auftrieb in der Luft beruhen die Luftballons und Luftschiffe. Diese sind infolge ihrer Konstruktion, da der größte Teil ihres Volumens mit den sehr leichten Gasen Wasserstoff, Leuchtgas oder Helium gefüllt ist, leichter als Luft und schwimmen daher in ihr. Sie steigen bis in diejenige Höhe, in welcher die Luftdichte so gering geworden ist, daß das spezifische Gewicht der Luft gleich dem durchschnittlichen spezifischen Gewicht des Luftfahrzeugs ist.

Leichtere Gase erfahren in schwereren einen Auftrieb. Wasserstoff und Leuchtgas steigen in Luft hoch, Kohlensäure und Kohlenoxyd sinken zu Boden. Denn jedes System von Körpern strebt dem Zustande kleinster potentieller Energie zu (vgl. § 120). Aus diesem Grunde steigt auch warme Luft in kälterer auf, denn jene ist bei gleichem Druck spezifisch leichter als diese. Auf dieser Tatsache beruhen zum größten Teil die meteorologischen Erscheinungen (§ 246 ff.). Der Auftrieb ist eine Wirkung der Schwere und würde an einem schwebefreien Orte nicht auftreten. An einem solchen würde daher auch eine Kerze nicht brennen, denn hierzu ist es nötig, daß die entstehenden heißen Verbrennungsgase fortwährend durch den Auftrieb in der Luft entfernt und durch nachströmende Luft (Sauerstoff) ersetzt werden. Andernfalls erstickt eine Flamme in ihren eigenen Verbrennungsgasen.

Es ist lehrreich, sich den Mechanismus des Auftriebs in den Flüssigkeiten und Gasen seinem Wesen nach klarzumachen. Wir wollen daneben auch noch folgenden ganz groben „Auftriebs“-Versuch betrachten. Bringt man in ein mit kleinen Stahlkugeln (Kugellagerkugeln) gefülltes Gefäß zwischen diese Kugeln eine größere Holzkugel und eine Bleikugel und schüttelt das Gefäß ein wenig hin und her, so steigt die Holzkugel an die Oberfläche und „schwimmt“ auf ihr, wie Kork auf Wasser, die Bleikugel sinkt zu Boden. Wir wollen zuerst diesen Versuch erklären. Wären die Kugeln vollkommen reibungslos, so daß sie ohne jeglichen Kraftaufwand aneinander vorbeigleiten könnten, so wäre es gar nicht nötig, das Gefäß zu schütteln, um das Steigen der Holzkugel, das Sinken der Bleikugel, hervorzurufen. Dieser Zustand würde von selbst eintreten als der Zustand kleinster potentieller Energie, also der stabile Gleichgewichtszustand des ganzen Kugelsystems. Das leichte Schütteln dient lediglich dazu, den Kugeln den zur Umlagerung erforderlichen Grad von Bewegungsfreiheit zu geben. Natürlich erleidet auch die Bleikugel innerhalb der Stahlkugeln einen „Auftrieb“, denn wegen des Gewichts der über ihnen liegenden Stahlkugeln drücken die unter der Bleikugel befindlichen Stahlkugeln etwas stärker gegen sie als die über ihr liegenden. Dieser Fall ist also vollkommen durchsichtig. Wir betrachten jetzt den ebenso durchsichtigen Fall des Auftriebs in Gasen. Er scheint zunächst ganz ähnlich zu liegen, nämlich als hätten wir nur an die Stelle der Stahlkugeln die Gasmoleküle zu setzen, statt des Schüttelns die Molekularbewegung. Aber die Dinge liegen hier doch erheblich anders. Der Druck auf einen im Gase befindlichen Körper rührt nicht, wie bei den Stahlkugeln, von einer dauernden körperlichen Berührung mit den Gasmolekülen her, sondern von den Stößen, die die Moleküle auf seine Oberfläche ausüben (§ 113). Die Intensität dieser Stöße ist in allen Teilen des Gases, gleiche Temperatur vorausgesetzt, die gleiche. Der Unterschied des Drucks in den verschiedenen Niveaus, die den Auftrieb hervorruft, hat seine Ursache darin, daß die Dichte des Gases und daher die Zahl der Moleküle, also auch die Zahl der Stöße, mit der Tiefe zunimmt. Es treffen also in 1 sec mehr Moleküle einen im Gase befindlichen Körper von unten her als von oben. Betrachten wir der Einfachheit halber wieder einen zylindrischen Körper, dessen oberes und unteres Niveau durch die Indizes 1 und 2 bezeichnet werden. Dann wirkt auf ihn nach Gl. 6, § 113, der Auftrieb

$$k = q (p_2 - p_1) = q \frac{1}{3} \mu v^2 (n_2 - n_1).$$

( $n_1$  bzw.  $n_2$  = Zahl der Moleküle in 1 ccm). Betrachten wir ein Gas, welches sich in einem geschlossenen Gefäß befindet, so könnte es zunächst scheinen, als hänge der Auftrieb in dem Gase von der Molekulargeschwindigkeit  $v$  ab, die ihrerseits wieder von der Temperatur abhängt (§ 103). Denn die Zahl der Moleküle im Gefäß ändert sich ja bei einer Temperaturerhöhung nicht. Wohl

aber ändert sich dabei die Differenz der Molekülzahlen  $n_2 - n_1$ , in zwei verschiedenen Niveaus. Das läßt sich auch ohne weiteres wenigstens qualitativ verstehen. Je höher die Temperatur ist, um so heftiger ist die thermische Bewegung der Moleküle, um so größer ihre Geschwindigkeit  $v$ . Die ungeordnete Bewegung der Moleküle sucht diese im Durchschnitt gleichmäßig im ganzen verfügbaren Raum zu verteilen, die Schwere sucht sie sämtlich in ein möglichst tiefes Niveau zu ziehen, also eine ungleichmäßige Dichteverteilung herzustellen. Je heftiger die Molekularbewegung ist, desto wirksamer tritt sie der Wirkung der Schwere entgegen und um so gleichmäßiger sind die Moleküle im Gefäß verteilt. Es läßt sich ohne Schwierigkeit ableiten, daß  $n_2 - n_1$  und  $v^2$  einander umgekehrt proportional sind, und daß unser Ausdruck für  $h$  mit der Auftriebsgleichung 3, § 105, vollkommen identisch ist. (Eine grobe Analogie zu dieser Wirkung der Molekularbewegung ist die Verteilung eines Bodensatzes in einer Flüssigkeit beim Umrühren.)

Wenden wir uns jetzt zu den Flüssigkeiten, so erkennt man sofort, daß bei ihnen der Auftrieb nicht die gleiche Ursache hat wie bei den Gasen. Sie sind sehr wenig zusammendrückbar und der Unterschied in der Zahl der Moleküle an der oberen und unteren Fläche eines eingetauchten Körpers ist verschwindend klein. Der Auftrieb hat also in diesem Falle nichts mit der thermischen Molekularbewegung zu tun. Er entspricht in weit höherem Maße dem Fall der Stahlkugeln. Die Flüssigkeitsmoleküle verhalten sich so, wie es die Stahlkugeln tun würden, wenn sie mit verschwindend kleiner Reibung aneinander vorbeigleiten könnten.

Dieses Beispiel ist so ausführlich erörtert worden, um einmal zu zeigen, daß man sich sehr davor hüten muß, bei einem äußerlich gleichartigen Verhalten sofort auf Gleichheit des zugrunde liegenden Mechanismus zu schließen. In sehr zahlreichen derartigen Fällen liegt nichts anderes vor als eine Analogie, und Analogien sind keine dem wirklichen Verständnis dienenden Erklärungen.

**127. Saugpumpen.** Im engen Zusammenhange mit dem Luftdruck steht die Wirkung der Saugpumpen, die zum Hochpumpen von Wasser und andern Flüssigkeiten dienen. Eine solche stellt Abb. 103a dar. Sie besteht aus einem bis in die Flüssigkeit reichenden Rohr, in welchem ein dicht schließender Stempel sitzt, welcher mit einem sich nach oben öffnenden Ventil  $V_2$  versehen ist. Unten im Rohr befindet sich ein zweites, sich ebenfalls nach oben öffnendes Ventil  $V_1$ . Bei der durch einen Hebelmechanismus, den Pumpenschwengel, bewirkten Hebung des Stempels bewirkt dieser erstens eine Hebung des über ihm befindlichen Wassers, welches aus dem Seitenrohr ausfließt, zweitens wird unter ihm das Wasser aus dem Reservoir durch den äußeren Luftdruck durch das jetzt offene Ventil  $V_1$  in den Raum unter dem Stempel gedrückt, bei der folgenden Abwärtsbewegung durch  $V_2$  in den Raum über den Stempel befördert und bei der nächsten Aufwärtsbewegung entleert usw. Da der Hauptanteil an der Hebung des Wassers durch den äußeren Luftdruck zustande kommt, so darf der Stempel nicht mehr als 10 m über der Oberfläche des Wassers im Reservoir gehoben werden, da sonst in der Pumpe eine Art von Wasserbarometer mit einem luftleeren Raum unterhalb des Stempels entsteht, das Wasser aber dem Stempel nicht mehr folgt. (Aus dem gleichen

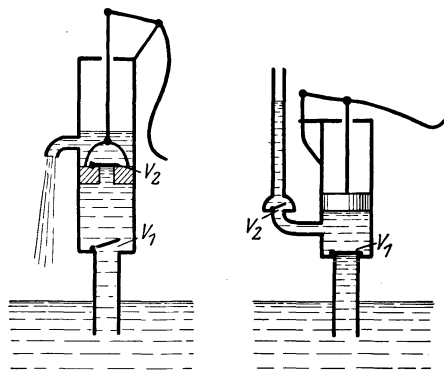


Abb. 103a. Saugpumpe.

Abb. 103b. Druckpumpe.

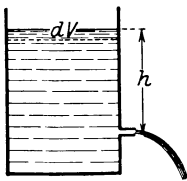
Grunde ist es auch nicht möglich, Wasser mittels eines Flüssigkeitshebers (§ 103) über eine größere Höhe als 10 m über den Flüssigkeitsspiegel hinwegzuheben.)

Die Druckpumpe ist genau genommen eine Verbindung einer Saug- und einer Druckpumpe (Abb. 103b). Der Stempel trägt hier kein Ventil. Bei der Aufwärtsbewegung des Stempels ist das Ventil  $V_1$  offen, das Ventil  $V_2$  im Ansatzrohr geschlossen, es wird also Wasser aus dem Reservoir angesaugt. Bei der Abwärtsbewegung ist Ventil  $V_2$  offen, Ventil  $V_1$  geschlossen, und das Wasser wird im Ansatzrohr hochgedrückt. Hierbei ist es nur eine Frage der auf den Stempel wirkenden Kraft, wie hoch das Wasser gedrückt werden kann. Aber der Stempel darf sich auch in diesem Falle nicht mehr als etwa 10 m über die Flüssigkeitsoberfläche im Reservoir erheben. Die verschiedenen Ventile werden bei beiden Pumpentypen, wie leicht verständlich, durch die Bewegung des strömenden Wassers automatisch geöffnet und geschlossen.

### d) Mechanik bewegter Flüssigkeiten und Gase (Hydrodynamik und Aerodynamik).

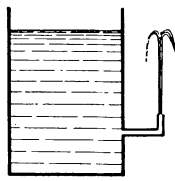
In diesem Abschnitt wird im allgemeinen vorausgesetzt, daß die betrachteten Flüssigkeiten und Gase keiner Reibung unterliegen.

128. **Das Theorem von TORRICELLI.** In einem Gefäß befinde sich eine Flüssigkeit (Abb. 104a). Seitlich am Gefäß sei eine Öffnung,  $h$  cm unter der Oberfläche der Flüssigkeit, aus der die Flüssigkeit ausströmt. In der Zeit  $dt$  sei durch Ausströmen das Flüssigkeitsvolumen  $dV$  aus dem Gefäß verschwunden. Es ist damit eine Änderung der potentiellen Energie der Flüssigkeit verbunden, denn der nach der Zeit  $dt$  eingetretene Zustand ist so, als sei die vorher im Volumen  $dV$  befindlich gewesene Flüssigkeitsmenge  $m$  nunmehr aus der Öffnung ausgeflossen, also um die Höhe  $h$  gesunken. (Daß es nicht die gleichen Flüssigkeitsteilchen sind, die aus  $dV$  verschwanden und unten ausflossen, spielt bei dieser



a

Abb. 104. Zum Theorem von TORRICELLI.



b

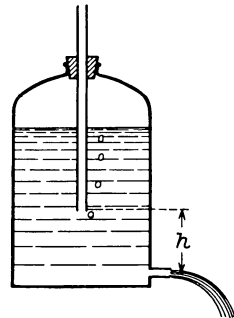


Abb. 105. MARIOTTESCHE FLASCHE.

energetischen Betrachtung keine Rolle.) Nach dem Energieprinzip muß sich die verlorene potentielle Energie, deren Größe  $mgh$  ist (§ 50), als kinetische Energie  $\frac{1}{2}mv^2$  der ausgeströmten Flüssigkeit wiederfinden. Es muß also sein  $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$  oder

$$v = \sqrt{2gh}. \quad (I)$$

Mit dieser Geschwindigkeit  $v$  muß nach dem Energieprinzip die Flüssigkeit aus einer in der Tiefe  $h$  unter der Oberfläche befindlichen Öffnung ausströmen (sog. Theorem von TORRICELLI). Sie ist genau so groß, als sei die Flüssigkeit aus der Höhe  $h$  frei herabgefallen (vgl. § 62). Die Flüssigkeit müßte genau bis in die Höhe  $h$  wieder emporsteigen, wenn man die Öffnung senkrecht nach oben richtet (Abb. 104b). Tatsächlich ist wegen der Reibung die Ausströmungsgeschwindigkeit  $v$  etwas kleiner, als Gl. 1 angibt.



Werden Feuerhydranten aus einem Wasserreservoir gespeist, so muß demnach die Wasserfläche in diesem höher liegen als der höchste Punkt, der noch von Wasserstrahlen erreicht werden soll. Weil das oft nicht der Fall ist, erhöht man den Druck und damit die Ausströmungsgeschwindigkeit des Wassers durch Druckpumpen (Feuerspritzen).

Um ein gleichmäßiges Ausströmen einer Flüssigkeit aus einem Reservoir trotz abnehmender Druckhöhe zu bewirken, verwendet man gelegentlich ein Prinzip, welches durch die sog. MARIOTTESche Flasche (Abb. 105) illustriert wird. Durch das in die Flüssigkeit hineinragende Rohr wird bewirkt, daß der Druck in dem Niveau, welches durch das untere Rohrende gegeben ist, immer gleich dem Atmosphärendruck bleibt, solange die Flüssigkeit nicht unter diese Öffnung sinkt. Der Druck der Luft in der Flasche oberhalb der Flüssigkeit ist dabei kleiner als der Atmosphärendruck, und zwar um so viel kleiner, wie der Druck des Wassers an der unteren Rohröffnung beträgt. Die Ausströmungsgeschwindigkeit  $v$  ergibt sich aus Gl. 1, indem man für  $h$  den senkrechten Abstand der Rohröffnung von der Ausflußöffnung einsetzt.

**129. Hydrodynamischer Druck.** In einer strömenden Flüssigkeit, deren Querschnitt, z. B. infolge veränderlicher Weite der durchflossenen Röhren, nicht überall gleich groß ist, ist die Strömungsgeschwindigkeit an den einzelnen Stellen verschieden, und zwar ist sie um so größer, je enger der Querschnitt ist, denn es muß ja durch jeden Querschnitt in der gleichen Zeit die gleiche Flüssigkeitsmenge strömen. Diese Tatsache kann man z. B. an Wasserläufen, deren Breite veränderlich ist, leicht beobachten, etwa unter Brücken, welche den Strom verengen.

Wir betrachten ein Massenelement  $m$  einer strömenden Flüssigkeit (Abb. 106), das von zwei senkrecht zur Strömungsgeschwindigkeit  $v$  liegenden Querschnitten  $q$  und  $q'$  begrenzt werde. Die sehr kleine Dicke des Massenelements sei  $\delta$ . Auf der linken Begrenzung  $q$  herrsche der Druck  $p$ , auf der rechten  $q'$  der Druck  $p'$ . Es wirkt daher auf das Massenelement die Kraft  $k = m \frac{dv}{dt} = pq - p'q'$ . Wegen der Kleinheit von  $\delta$  kann man setzen  $p'q' = pq + \delta d(pq)/dx$ , wenn  $x$  die Strömungsrichtung (nach rechts) bedeutet. Es folgt

$$m \frac{dv}{dt} = - \delta \frac{d(pq)}{dx}.$$

Multipliziert man beide Seiten mit  $dx$  und berücksichtigt, daß  $dx/dt = v$ , und daß  $q\delta = V$  das Volumen des Massenelements ist, so ergibt sich weiter

$$m v dv + d(pV) = 0.$$

Durch Integration dieser Gleichung erhält man

$$\frac{1}{2} m v^2 + pV = \text{const.}$$

Dividieren wir dies noch durch  $V$  und setzen die Dichte der als nicht zusammendrückbar gedachten Flüssigkeit  $m/V = \rho$ , so ergibt sich die sog. BERNOULLISche Gleichung

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{const.} \quad (2)$$

oder wenn wir mit den Indizes 1 und 2 den Zustand des Flüssigkeitselements zu verschiedenen Zeiten, bzw. den Zustand in zwei verschiedenen Punkten einer stationären Strömung bezeichnen,

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 = \text{const.} \quad (3)$$

Der Druck im Innern einer strömenden Flüssigkeit ist also um so größer, je kleiner die Geschwindigkeit ist, und umgekehrt. Die in strömenden Flüssigkeiten auftretenden Druckdifferenzen nennt man den hydrodynamischen Druck,

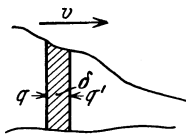


Abb. 106. Zur Ableitung des hydrodynamischen Drucks.

im Gegensatz zu dem von der Schwere herrührenden hydrostatischen Druck (§ 101). Im allgemeinen Falle treten beide zugleich auf. Ändert sich der Querschnitt des Flüssigkeitsstromes längs seines Weges, etwa infolge verschiedener Weite des durchströmten Rohrsystems, so ist die Geschwindigkeit dem Querschnitt umgekehrt proportional. Im engen Querschnitt herrscht also stets ein niedrigerer Druck als im weiten Querschnitt. Beim Übergang von Stellen höheren Drucks zu Stellen niedrigeren Drucks nimmt die Geschwindigkeit zu, im umgekehrten Falle ab.

In strömenden Gasen gelten entsprechende Gesetzmäßigkeiten. Der Hauptunterschied gegenüber den Flüssigkeiten besteht darin, daß bei den Gasen die Dichte  $\rho$  stark vom Druck abhängt, während das bei den Flüssigkeiten nur äußerst wenig der Fall ist und in allen praktischen Fällen vernachlässigt werden kann. Man spricht daher auch bei den Gasen von einem hydrodynamischen Druck; doch ist daneben auch der Ausdruck aerodynamischer Druck gebräuchlich.

Die Gesetze des hydrodynamischen Drucks spielen eine wichtige Rolle in allen Fällen, wo sich im Wege einer Strömung, sei es eines Gases oder einer Flüssigkeit, ein festes Hindernis befindet, das die Strömung in irgendeiner Weise beeinflußt. Dabei kommt es lediglich darauf an, daß sich Gas oder Flüssigkeit und Hindernis relativ zueinander bewegen, und es ist für die auftretenden Druckkräfte ganz gleichgültig, ob das Hindernis in einer Strömung ruht oder ob es sich durch ein ruhendes Medium hindurchbewegt. Die Theorie des in strömender Luft schwebenden Drachens und die des durch die Luft hindurchbewegten Flugzeugs ist prinzipiell die gleiche. Die Modellversuche der Flugtechnik werden in der Mehrzahl der Fälle mit ruhenden Modellen in strömender Luft an- gestellt.

**130. Einige Beispiele für den hydrodynamischen Druck in Gasen.** Da Versuche über den hydrodynamischen Druck sich mit Gasen leichter anstellen lassen als mit Flüssigkeiten, so geben wir im folgenden einige Beispiele dieser Art.

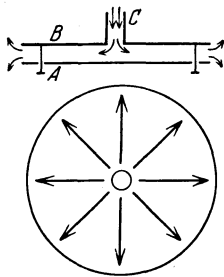


Abb. 107. Zur Demonstration des hydrodynamischen Drucks in einem Gasstrahl.

Einer mit einem Rohr  $C$  versehenen Platte  $B$  (Abb. 107) steht in kleinem Abstände eine zweite, bewegliche Platte  $A$  gegenüber. Bläst man durch  $C$  einen Luftstrom, so wird  $A$  nicht etwa abgestoßen, sondern angezogen (aerodynamisches Paradoxon). Es herrscht nämlich an den Außenflächen und am Rande der Platten Atmosphärendruck. Da der Querschnitt des Luftstroms in der Mitte der Platten enger ist als am Rande, die Geschwindigkeit also von der Mitte zum Rande abnimmt, so ist der Druck zwischen den Platten kleiner als der äußere Druck, und dieser preßt die Platte  $A$  gegen  $B$ . Im Augenblick der Berührung hört der Luftstrom auf, die Platte fällt ab und das Spiel wiederholt sich. Die Platte  $A$  tanzt periodisch auf und ab. Auf derartigen periodischen Bewegungen des Gaumensegels, beruht auch das Schnarchen. Damit der soeben beschriebene Versuch gelingt, darf der Plattenabstand eine gewisse Größe nicht überschreiten, da sonst der Druckunterschied zu gering wird.

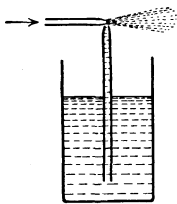


Abb. 108. Flüssigkeitszerstäuber.

Man forme eine Papiertüte mit verschlossener Spitze so, daß sie genau in einen Glastrichter hineinpaßt, und lege sie lose in ihn hinein. Bläst man durch das Rohr des Trichters, so wird die Tüte gegen den Luftstrom an die Trichterwand gepreßt.

Eine bekannte Anwendung des hydrodynamischen Drucks bilden die Flüssigkeitszerstäuber, wie sie zum Benetzen von

Blumen und zum Spritzen von Parfüms dienen und sich auch an den Inhalierapparaten finden (Abb. 108). Wenn ein Luftstrom aus einer engen Öffnung tritt, so verbreitert sich sein Querschnitt beim Eintritt in den freien Raum. Es herrscht also an der Öffnung (kleiner Querschnitt) ein kleinerer Druck als in größerer Entfernung, wo der sich ausbreitende Luftstrahl allmählich Atmosphärendruck annimmt. Setzt man dicht an die Öffnung ein zweites Rohr, so herrscht auch an dessen Ende und in seinem Innern ein Druck, der kleiner ist als Atmosphärendruck. Daher wird eine Flüssigkeit, in welche dieses Rohr taucht, durch den äußeren Luftdruck hoch getrieben und von dem aus dem ersten Rohr austretenden Luftstrahl mitgerissen und zerstäubt.

Die Druckdifferenzen in einem sich in Luft frei ausbreitenden Luftstrahl zeigt ferner sehr schön folgender Versuch (Abb. 109). Ein leichter Zelluloidball schwebt frei in einem aus einer engen Düse austretenden Luftstrahl, weil er einerseits von dem nach oben gerichteten Luftstrom hochgetrieben, andererseits aber durch das Druckgefälle, welches im Strahl von außen nach innen gerichtet ist, nach der Mitte des Strahls zu getrieben wird. (Mit dieser Erscheinung hat das Tanzen eines Balles auf einem Wasserstrahl, das man z. B. oft in Schießbuden sieht, nichts zu tun.)

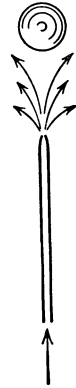


Abb. 109. Ball auf einem Luftstrahl.

Abb. 110 stellt das Schema eines Schiffsventilators dar, nebst der Strömung, die sich an ihm im Winde ausbildet. Man erkennt am Rande des Ventilators die Zusammendrängung der Stromlinien (erhöhte Strömungsgeschwindigkeit), durch die dort ein Druck hervorgerufen wird, der niedriger ist als der Druck der umgebenden Atmosphäre. Dadurch wird die schlechte Luft in den mit dem Ventilator verbundenen Räumen nach oben gesaugt oder richtiger gesagt, der Atmosphärendruck treibt diese Luft aus dem Ventilator heraus.

Aus ähnlichen Gründen ziehen Schornsteine besser, wenn Wind über sie streicht, als bei Windstille. Heftiger Wind erzeugt Atemnot, da der Kopf dabei ähnlich wirkt wie der Ventilator.

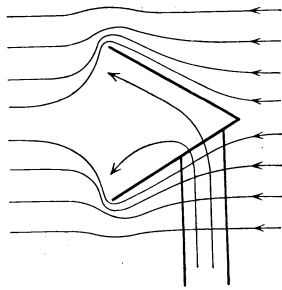


Abb. 110. Wirkung eines Schiffsventilators.

Auch der Bunsenbrenner beruht auf der Wirkung des aerodynamischen Drucks. Seine Konstruktion bezweckt, einer Leuchtgasflamme so viel Sauerstoff aus der Luft zuzuführen, daß das Gas restlos verbrennt (bläuliche, fast unsichtbare Flamme), während es sonst nur unvollständig verbrennt (durch glühende, unverbrannte Kohleteilchen leuchtende Flamme). Das Leuchtgas strömt durch eine enge Düse in das Rohr B aus (Abb. 111). Infolgedessen ist der Druck

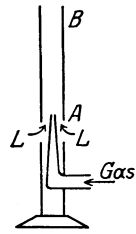


Abb. 111. Bunsenbrenner.

in der Umgebung der Düse niedriger als Atmosphärendruck. Dies hat zur Folge, daß durch die regulierbaren Löcher A Luft von unten in das Rohr B einströmt und sich mit dem Leuchtgas mischt.

**131. Tragflächen. Flugzeug.** Auf der Ausnutzung des hydrodynamischen Drucks beruht das Schweben oder Fliegen von Körpern, die schwerer sind als Luft, der sog. dynamische Auftrieb (im Gegensatz zum statischen Auftrieb, § 126). Als Beispiel wählen wir den Tragflügel eines Flugzeuges. Der Einfachheit halber nehmen wir an, der Flügel ruhe, und die Luft ströme an ihm vorbei. Bei geeigneter Form des Flügels bildet sich an ihm eine Strömung aus, wie sie Abb. 112 c

zeigt. Man sieht, daß die Stromlinien oberhalb des Flügels zusammengedrängt, unterhalb des Flügels auseinandergezogen sind. Die Luft strömt oben schneller (niedriger Druck) an dem Flügel vorbei als unten (hoher Druck). Die daher rührende Druckdifferenz trägt den Flügel samt seiner Last gegen die Wirkung der Schwere. (Die Strömung läßt sich darstellen als die Überlagerung einer sog. Potentialströmung, Abb. 112 a, und einer den Flügel im Sinne des Uhrzeigers

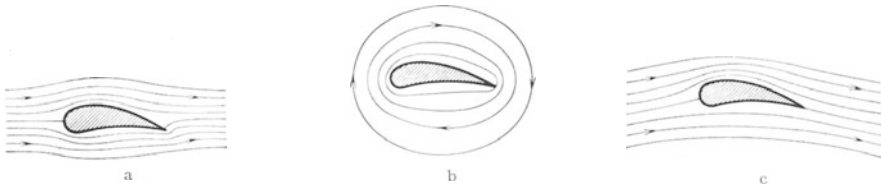


Abb. 112.

Zur Theorie der Tragflügel (nach PRANDTL). a Potentialströmung, b Kreisströmung, c kombinierte Strömung.

umlaufenden Kreisströmung, Abb. 112 b, die oben die Strömungsgeschwindigkeit vergrößert, unten verkleinert. Für das Zustandekommen der Kreisströmung ist die hintere scharfe Kante des Flügels entscheidend.)

Auf entsprechende Weise erklärt sich das Schweben der Drachen, die Wirkung von Segeln, der Steuerräder von Wasserfahrzeugen und der Schwingen der Vögel, welche letztere in der einen Phase ihrer Bewegung auch eine vorwärtstreibende Wirkung ausüben.

Die Wirkung von Schrauben (Propellern), mittels derer Luft- und Wasserfahrzeuge angetrieben werden, beruht auf genau den gleichen Grundlagen wie die von Tragflächen. Die vordere Kante jedes Schraubenflügels entspricht der vorderen Kante des Flugzeugflügels. Die Resultierende der auf die einzelnen Schraubenflügel wirkenden Druckkräfte erzeugt die in Richtung der Schraubenachse wirkende Kraft, die das Fahrzeug vorwärts treibt.

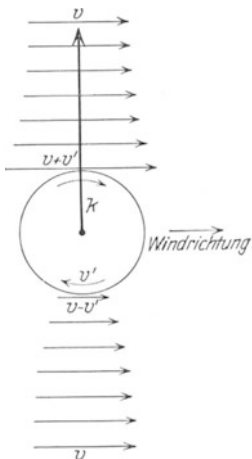


Abb. 113.

Zur Theorie des Rotors.

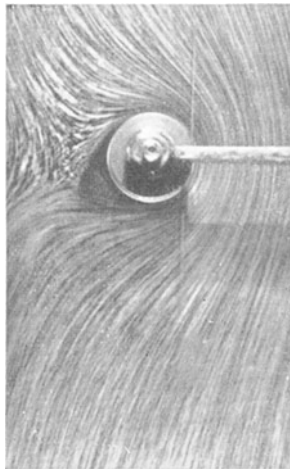


Abb. 114.

Bild der Strömung (Wasser) um einen rotierenden Zylinder nach PRANDTL.

erzeugt die in Richtung der Schraubenachse wirkende Kraft, die das Fahrzeug vorwärts treibt.

**132. Magnus-Effekt. Der Flettner-Rotor. Auch**

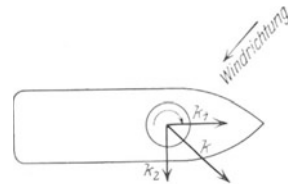


Abb. 115.

Schema eines Schiffs mit Rotor.

der Flettner-Rotor, der heute zum Schiffsantrieb benutzt wird, beruht in seiner Wirkung auf den Gesetzen des hydrodynamischen Drucks. Er besteht aus einem vertikal auf dem Schiffe angebrachten Metallzylinder (Rotor) von 1–2 m Durchmesser und beträchtlicher Höhe, der mittels eines Motors um seine Achse gedreht werden kann. Befindet sich der rotierende Zylinder in strömender Luft, so

nimmt die Oberfläche des Zylinders die ihm nächstgelegenen Luftschichten infolge von Reibung mit. Daher wird auf der einen Seite des Rotors die Geschwindigkeit  $v$  der strömenden Luft vergrößert, auf der andern Seite verkleinert (Abb. 113). Der kleinen Geschwindigkeit entspricht aber ein höherer Druck als der größeren gemäß Gl. 3. Der Rotor erfährt also einen Überdruck nach der Seite, wo die Geschwindigkeit der Luft größer ist. Diese Erscheinung, die auch bei Geschossen wegen ihres Dralls eine Rolle spielt und eine seitliche Abweichung bewirkt, heißt der MAGNUS-Effekt. Abb. 114 zeigt am Beispiel des Wassers den Einfluß der Rotation eines Zylinders auf die Strömungslinien. Wirksam ist beim Schiffsantrieb, wie auch beim Segel, stets nur die in der Richtung der Schiffsachse wirksame Komponente  $k_1$  der Kraft  $k$  (Abb. 115), da die Form des Rumpfes eine seitliche Bewegung fast vollkommen verhindert.

Zur Demonstration des Magnus-Effektes ist der in Abb. 116 dargestellte, ohne weitere Erklärung verständliche Apparat geeignet.

**133. Ausströmen von Gasen aus engen Öffnungen.** In einem Gefäß befindet sich ein Gas von der Dichte  $\rho$  unter dem Druck  $p$ . Verkleinert man jetzt das Volumen des Gefäßes, welches eine feine Öffnung besitzt, um den Betrag  $\Delta V$ , so strömt aus dieser Öffnung ein Gasvolumen  $\Delta V$  aus. Hierzu ist nach Gl. 14, § 117, die Arbeit  $p \Delta V$  aufzuwenden. Es sei die Masse des ausgeströmten Gases gleich  $m$ , seine Ausströmungsgeschwindigkeit gleich  $v$ . Dann hat es auf Kosten der aufgewendeten Arbeit die kinetische Energie  $\frac{1}{2} m v^2 = p \Delta V$  erhalten. Bei gleicher Volumenänderung  $\Delta V$  und gleichem Druck  $p$  muß diese kinetische Energie für alle Gase die gleiche sein. Nun ist aber die ausgeströmte Menge  $m = \rho \Delta V$  ( $\rho =$  Dichte), so daß  $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \Delta V \cdot v^2 = p \Delta V$ , also

$$v = \sqrt{\frac{2p}{\rho}} \quad \text{bzw.} \quad \rho = \frac{2p}{v^2}. \quad (4)$$

Demnach verhalten sich die Ausströmungsgeschwindigkeiten zweier verschiedener Gase bei gleichem Druck umgekehrt wie die Wurzeln aus ihren Dichten (BUNSEN'Sches Ausströmungsgesetz).

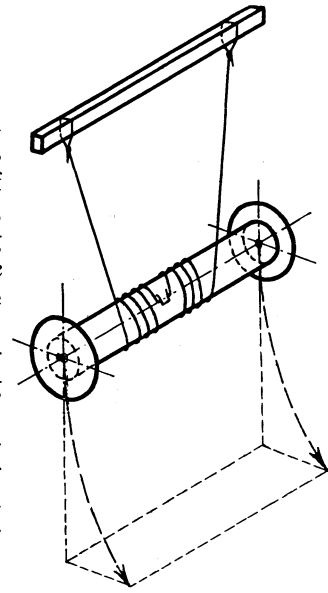


Abb. 116.  
Zur Demonstration des MAGNUS-Effektes.

## VI. Schwingungen und Wellen.

### a) Mechanische Schwingungen.

134. **Wesen der Schwingungen.** Unter einer mechanischen Schwingung verstehen wir eine periodische Bewegung eines Körpers oder seiner Teile um eine durch irgendwelche Kräfte gegebene natürliche Ruhelage. Wird ein Körper oder werden Teile von ihm aus dieser entfernt, und werden sie durch eine Kraft wieder in sie zurückgezogen, so kehren sie im allgemeinen nicht unmittelbar wieder in diese zurück, sondern führen Schwingungen um sie aus. Findet bei dieser Bewegung kein Energieverlust statt, bzw. wird die Schwingungsenergie konstant gehalten, so dauert die Schwingung unbegrenzt an (ungedämpfte Schwingung). Findet dagegen Energieabgabe nach außen statt, so nimmt die Schwingung allmählich an Intensität ab und hört schließlich auf (gedämpfte Schwingung).

Der Vorgang erklärt sich so, daß bei der Entfernung des Körpers aus seiner Ruhelage an ihm Arbeit geleistet wird, er gewinnt potentielle Energie. Wird er wieder losgelassen, so verwandelt sich die potentielle Energie in kinetische. Wenn der Körper seine alte Ruhelage wieder erreicht hat, so ist diese Umwandlung restlos vollzogen. Nunmehr bewegt sich der Körper infolge seiner Trägheit über seine Ruhelage hinaus, die kinetische Energie verwandelt sich, indem Arbeit gegen die zur Ruhelage hintreibende Kraft geleistet wird, wieder in potentielle Energie, und das Spiel wiederholt sich immer wieder, wenn die Dämpfung die Energie nicht allmählich aufzehrt. Eine solche Bewegung haben wir bereits beim Pendel (§ 68) kennengelernt.

Der einfachste Fall einer Schwingung ist die sog. harmonische Schwingung oder Sinusschwingung. Es bedeute  $\xi$  die Entfernung eines Körpers oder eines seiner Teile aus seiner Ruhelage. Dann verläuft eine ungedämpfte harmonische Schwingung nach der Gleichung

$$\xi = \xi_0 \sin (\omega t + a). \quad (1)$$

Die Entfernung aus der Ruhelage ist eine rein periodische Funktion der Zeit  $t$ .  $\xi_0$  ist der größte Wert, den  $\xi$  während einer Schwingung annimmt, die sog. Amplitude der Schwingung oder die Schwingungsweite.  $a$  ist die Phasenkonstante der Schwingung. Ihre Größe hängt davon ab, wie man den Anfangspunkt der Zeit  $t$  wählt. Sie ist deshalb bei einer einzelnen Schwingung physikalisch bedeutungslos und kann dann stets durch geeignete Wahl des Anfangspunktes der Zeit beseitigt werden. Wählt man diesen hingegen so, daß  $a = \pi/2$  wird, so wird  $\xi = \xi_0 \cos \omega t$ . Ob man also eine harmonische Schwingung durch den sin oder cos darstellt, ist bei einer einzelnen Schwingung gleichgültig. Hingegen kommt es, wenn zwei oder mehrere Schwingungen gleichzeitig erfolgen,

auf die Differenz ihrer Phasenkonstanten entscheidend an. Die Konstante  $\omega$ , deren Größe von den speziellen Bedingungen des Vorganges abhängt, heißt die Kreisfrequenz der Schwingung. Abb. 117a stellt die Abhängigkeit von  $\xi$  von der Zeit  $t$  nach Gl. 1 für den Fall  $a = 0$  dar.

Setzt man  $\omega = 2\pi\nu$  oder  $\omega = 2\pi/\tau$ , so wird, wenn wir  $a = 0$  setzen,

$$\xi = \xi_0 \sin 2\pi\nu t = \xi_0 \sin 2\pi \frac{t}{\tau}. \quad (2)$$

Es ist also

$$\tau = 1/\nu = 2\pi/\omega. \quad (3)$$

Die Bedeutung von  $\tau$  ergibt sich aus der Überlegung, daß  $\xi$  alle möglichen Werte einmal in jeder Richtung durchläuft, wenn das Argument  $2\pi t/\tau$  des  $\sin$  von  $2\pi \frac{t}{\tau}$  auf  $2\pi \frac{t+\tau}{\tau} = 2\pi \frac{t}{\tau} + 2\pi$ , also die Zeit von  $t$  auf  $t + \tau$  wächst (Abb. 117a).

Es wiederholt sich also jeweils nach Ablauf der Zeit  $\tau$  der gleiche Vorgang, sie ist gleich der Dauer einer Hin- und Herschwingung.  $\tau$  nennt man daher die Schwingungszeit, und es ist  $\nu = 1/\tau$  die Zahl der Schwingungen in 1 sec, die sog. Schwingungszahl, auch Frequenz (nicht mit der um den Faktor  $2\pi$  größeren Kreisfrequenz  $\omega$  zu verwechseln) genannt. Als Einheit der Schwingungszahl  $\nu$  benutzt man neuerdings auch 1 Hertz (Hz) (nach HEINRICH HERTZ, dem Entdecker der elektrischen Wellen). Es hat also eine Schwingung eine Schwingungszahl von  $\nu$  Hz, wenn in 1 sec  $\nu$  Schwingungen erfolgen.

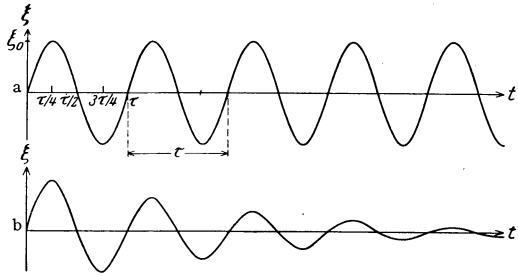


Abb. 117. Harmonische Schwingung. a ungedämpft, b gedämpft.

Die meisten Schwingungen sind nicht harmonisch, sondern gehorchen einer allgemeineren periodischen Funktion  $\xi = f(t)$ . Nach einem Satze von FOURIER aber kann man eine solche Funktion in allen hier in Betracht kommenden Fällen in eine Reihe von folgender Art entwickeln:

$$\begin{aligned} \xi = f(t) = & A_1 \sin(\omega t + a_1) \\ & + A_2 \sin(2\omega t + a_2) \\ & + A_3 \sin(3\omega t + a_3) \\ & + \dots \dots \dots \end{aligned} \quad (4)$$

Man kann also eine beliebige Schwingung als Summe von harmonischen Schwingungen mit den Kreisfrequenzen  $\omega, 2\omega, 3\omega$  usw. darstellen. Die Schwingung mit der Kreisfrequenz  $\omega$  nennt man die Grundschwingung, die folgenden die 1., 2., 3. usw. Oberschwingung.

Bei einer gedämpften Schwingung ist die Amplitude nicht konstant, sondern nimmt mit der Zeit ab. Eine solche Schwingung wird durch die Gleichung

$$\xi = \xi_0 e^{-\alpha t} \sin \omega t \quad (5)$$

dargestellt. Wenn  $\alpha$  nicht so groß ist, daß sich der Faktor  $e^{-\alpha t}$  während der Dauer  $\tau$  einer Schwingung sehr beträchtlich ändert, kann man jetzt den Ausdruck  $\xi_0 e^{-\alpha t}$  als die jeweilige Amplitude der Schwingung auffassen. Diese ist also bei einer gedämpften Schwingung eine Funktion der Zeit und nimmt mit fortschreitender Zeit immer weiter, bis zum Wert 0, ab (Abb. 117b).

**135. Elastische Schwingungen.** Unter den mechanischen Schwingungen sind diejenigen besonders häufig, die unter der Wirkung einer elastischen Kraft

erfolgen, wo also die Kraft, welche einen Körper oder einen seiner Teile in die Ruhelage zurückzieht, elastischen Ursprungs ist. Nach dem HOOKEschen Gesetz (§ 93) ist die elastische Kraft  $k$ , welche einen deformierten Körper wieder in seine Ruhelage zurückzieht, bei kleinen Deformationen der Entfernung  $\Delta l$ , die wir jetzt  $\xi$  nennen wollen, aus der Ruhelage proportional, also

$$k = m \frac{d^2 \xi}{dt^2} = -\frac{q \varepsilon}{l} \xi = -\beta \xi \quad (6)$$

( $m$  = Masse des Körpers). Das negative Vorzeichen ist zu wählen, weil die Kraft  $k$  die Größe  $\xi$  zu verkleinern sucht. Die Lösung dieser Gleichung lautet:

$$\xi = \xi_0 \sin \omega t, \quad \text{wobei} \quad \omega = \sqrt{\frac{\beta}{m}}. \quad (7)$$

$\xi$  ist also periodisch veränderlich. Elastische Schwingungen sind harmonisch, solange die Amplituden innerhalb der Gültigkeitsgrenzen des HOOKEschen Gesetzes bleiben. Die Schwingungszahl  $\nu$ , mit der ein sich selbst überlassener Körper schwingt, nennt man seine Eigenschwingung.

**136. Saitenschwingungen.** Ein oft vorkommender Fall einer elastischen Schwingung ist der, daß ein fester Körper, dessen Länge beträchtlich größer ist als seine Dicke, an seinen beiden Enden fest eingespannt ist, während seine übrigen Teile elastische Schwingungen ausführen. Beispiele hierfür sind die Saiten der Musikinstrumente (§ 168). Als Modell einer Saite können wir uns einen Gummischlauch von einigen Metern Länge bedienen, der an seinem einen Ende befestigt ist. Das andere Ende spannen wir mit der Hand. Entfernt man den Schlauch zwischen Hand und Wand aus seiner Ruhelage, so führt er gedämpfte Schwingungen um diese aus. Wir können ihn in dauernder Schwingung erhalten, wenn wir die Hand im Tempo der Eigenschwingung ein wenig auf und ab bewegen.

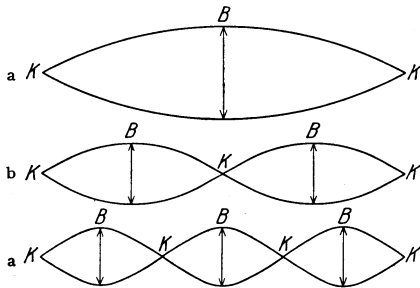


Abb. 118. Saitenschwingungen.

Die Schwingung ist in Abb. 118a dargestellt. In der Mitte ist ein sog. Schwingungsbauch  $B$ , an den Enden sind sog. Schwingungsknoten  $K$ . Das in der Hand befindliche Ende ist als ein festes Ende zu betrachten. Die kleine Bewegung der Hand dient nur dazu, den von der Luftreibung herrührenden Energieverlust der Schwingung zu ersetzen. Ändert man bei gleichbleibender Länge die Spannung  $k$ , so beobachtet man, daß man mit zunehmender Spannung die Hand schneller bewegen muß: Die Eigenschwingung, d. h. die Schwingungszahl  $\nu$  des Schlauches ist in gewissen Grenzen der Spannung proportional. Ändert man bei gleichbleibender Spannung die Länge, so findet man, daß die Schwingungszahl der Länge  $l$  umgekehrt proportional ist. Also

$$\nu = \text{const.} \frac{k}{l}. \quad (8)$$

Ferner aber zeigt sich, daß man einen gespannten Schlauch auch dann in Schwingung erhalten kann, wenn man die Hand zwei-, drei-, viermal usw. so schnell bewegt wie bei dem ersten Versuch. In diesen Fällen nimmt die Schwingung des Schlauches die in Abb. 118b, c dargestellten Formen an. Diese Schwingungen sind Oberschwingungen des Schlauches. Bei der ersten Oberschwingung befindet sich außer an den beiden Enden auch in der Mitte ein Knoten  $K$ , und je ein Bauch  $B$  in  $1/4$  und  $3/4$  der Länge. Der Schlauch schwingt also so, als bestünde er aus zwei gleichen Stücken von je der halben Länge. Bei der zweiten



Oberschwingung befinden sich Knoten  $K$  an den Enden und in  $1/3$  und  $2/3$  der Länge und Bäuche  $B$  in  $1/3$ ,  $3/6 = 1/2$  und  $5/6$  der Länge usw.

Entsprechende Erscheinungen zeigen sich bei elastischen Stäben, welche an einem Ende oder an beiden Enden eingespannt sind. Am freien Ende ist im ersten Fall stets ein Schwingungsbauch, im zweiten Fall in der Mitte stets ein Schwingungsbauch oder ein Schwingungsknoten.

### 137. Schwingungen von Luftsäulen.

Abb. 119 stelle ein an beiden Enden geschlossenes und mit Luft oder einem andern Gase gefülltes Rohr dar. Eine solche Luftsäule ist infolge der elastischen Eigenschaften der Luft schwingungsfähig, und zwar bewegen sich bei einer Schwingung ihre Teilchen in der Richtung der Rohrachse periodisch hin und her, bei der Grundschwingung in der Rohrmitte am stärksten, während sie an den Enden stets in Ruhe sind (Abb. 119a und b). An den Enden der Luftsäule sind Schwingungsknoten, in der Mitte ist ein Schwingungsbauch. Auch hier gibt es Oberschwingungen, deren Schwingungszahlen das 2-, 3-, 4fache usw. der Grundschwingung sind. Die Schwingungszahl  $\nu$  der Grundschwingung ergibt sich aus der Länge  $l$  der Luftsäule und der Schallgeschwindigkeit  $c$  (§ 156) zu

$$\nu = \frac{c}{2l}. \quad (9)$$

Mit der Bewegung der Luftteilchen sind periodische Druckänderungen  $\Delta p$  verbunden, und zwar sind diese an den geschlossenen Enden und bei den Oberschwingungen außerdem in den Schwingungsknoten am stärksten, in den

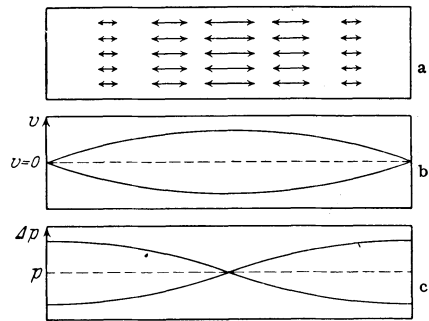


Abb. 119. Schwingungen von Luftsäulen. a Bewegung der Luftteilchen, b graphische Darstellung der Amplituden der Bewegung (diese selbst erfolgt, wie in a dargestellt), c Amplituden des Drucks.

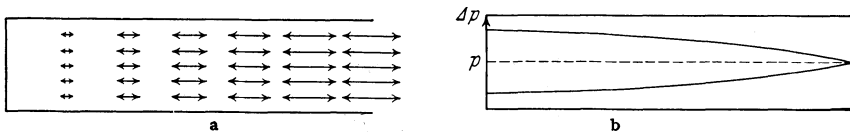


Abb. 120. Grundschwingung einer einseitig offenen Luftsäule. a Bewegung der Luftteilchen, b Amplituden des Drucks.

Schwingungsbäuchen Null. Man sagt daher, daß mit jedem Schwingungsbauch ein Druckknoten und mit jedem Schwingungsknoten ein Druckbauch zusammenfällt (Abb. 119c).

Eine Luftsäule, welche an ihren beiden Enden offen ist, ist ebenfalls schwingungsfähig. Bei ihr befinden sich an den offenen Enden stets Schwingungsbäuche (Druckknoten). Bei der Grundschwingung befindet sich in der Mitte ein Schwingungsknoten (Druckbauch). Überhaupt liegen die Verhältnisse hier, auch bei den Oberschwingungen, genau umgekehrt, wie bei der beiderseits geschlossenen Luftsäule. Für die Schwingungszahl gilt ebenfalls Gl. 9.

Eine an ihrem einen Ende offene, am andern Ende geschlossene Luftsäule (Abb. 120a und b) hat am geschlossenen Ende stets einen Schwingungsknoten (Druckbauch), am offenen Ende stets einen Schwingungsbauch (Druckknoten). Die Schwingungszahl der Grundschwingung ist

$$\nu = \frac{c}{4l}, \quad (10)$$

also bei gleicher Länge nur halb so groß, wie wenn beide Enden offen oder geschlossen sind. In diesem Falle kommen nur solche Oberschwingungen vor, deren Schwingungszahlen das 3-, 5-, 7fache usw. der Grundschwingung sind.

Der experimentelle Nachweis dieser Gesetzmäßigkeiten wird am besten mit Orgelpfeifen (§ 169) gegeben.

**138. Erzwungene Schwingungen. Resonanz.** Auf einen schwingungsfähigen Körper, dessen Eigenschwingung die Schwingungszahl  $\nu_0$  habe, wirke eine periodische Kraft  $k = k_0 \sin 2\pi \nu t$ . Er schwingt dann mit der Periode  $\nu$  der auf ihn wirkenden Kraft (erzwungene Schwingung). Voraussetzung hierfür ist aber das Vorhandensein einer, wenn auch geringen Dämpfung, da der Körper sonst, außer im Falle der Resonanz (s. u.) überhaupt nicht in gleichmäßige Schwingungen gerät.

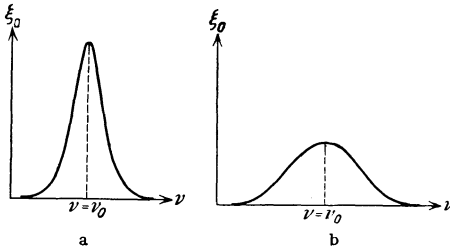


Abb. 121. Amplitude  $\xi_0$  einer erzwungenen Schwingung als Funktion der erregenden Schwingungszahl  $\nu$ . a Dämpfung klein, b Dämpfung größer.

Die Amplitude  $\xi_0$  der erzwungenen Schwingung ist bei nicht sehr großer Dämpfung am größten, wenn  $\nu = \nu_0$ .

Diesen Fall bezeichnet man als Resonanz. Je mehr sich  $\nu$  von  $\nu_0$  unterscheidet, um so kleiner wird  $\xi_0$  (Abb. 121).

Je geringer die Dämpfung ist, um so schmaler ist der Bereich, in dem der Körper merklich in Mitschwingungen versetzt wird, um so größer ist aber auch im Resonanzbereich seine Amplitude. Zwischen erregender und erzwungener Schwingung besteht eine Phasendifferenz, deren Größe von den Schwingungszahlen und der Größe der Dämpfung abhängt.

Die Schwingungen eines Körpers können bei Resonanz sehr heftig werden. Man muß bei Maschinen darauf achten, daß nicht in den Gebäuden schwingungsfähige Teile (Träger, Böden) vorhanden sind, deren Eigenschwingung mit der Tourenzahl einer Maschine übereinstimmt, da dadurch Gefahren für das Gebäude entstehen können. Aus diesem Grunde ist auch vielfach das Überschreiten von Brücken durch Kolonnen im Marschschritt verboten, weil das Tempo der gleichmäßigen Schritte vieler Menschen zufällig mit dem Tempo der Eigenschwingung der Brücke übereinstimmen und dadurch die Gefahr einer zu starken Schwingung der Brücke eintreten kann. Weitere Fälle von Resonanz s. § 164.

## b) Wellen.

**139. Fortpflanzung von Störungen.** Wird ein Teilchen eines Körpers durch irgendeine Ursache aus seiner natürlichen Ruhelage gebracht, also das innere Gleichgewicht des Körpers an dieser Stelle gestört, so wirkt diese Störung auf die benachbarten Teilchen ein. Die Störung pflanzt sich als sog. Welle in dem Körper fort. Ist der Körper in allen Richtungen gleich beschaffen, so schreitet die Störung in allen Richtungen mit gleicher Geschwindigkeit  $c$  fort. Ist sie zur Zeit  $t = 0$  von ihrem Ursprungsort  $r = 0$  ausgegangen, so hat sie nach der Zeit  $t$  ringsum die Oberfläche einer Kugel vom Radius  $r = ct$  erreicht. Sie bildet eine Kugelwelle (Abb. 122).

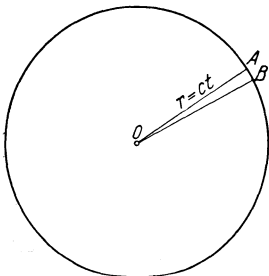


Abb. 122. Kugelwelle.

Betrachten wir ein sehr kleines Stück einer Kugelwelle ( $OAB$  in Abb. 122) in großer Entfernung vom Ausgangspunkt  $O$ , so können wir das kleine Stück  $AB$  der Kugelfläche oft mit ausreichender An-

näherung als eben ansehen. Eine Welle, bei der wir dies voraussetzen, heißt eine ebene Welle.

Einen aus einer Kugelwelle herausgeschnittenen sehr schmalen Kegel, dessen Querschnitt wir als außerordentlich klein annehmen, nennt man einen Strahl bzw. ein Strahlenbündel. Man stellt einen Strahl durch eine Linie dar (dies kommt hauptsächlich bei den Lichtwellen in Betracht, Lichtstrahl, vgl. § 429). Man kann sich daher eine Kugelwelle auch aus unendlich vielen solchen Strahlen bestehend denken.

**140. Periodische Wellen.** Von besonderem Interesse ist der Fall, daß in einem Punkte eines Mediums eine periodische Störung erfolgt, also an dieser Stelle der Ausgangspunkt einer periodischen Welle liegt. Das kann so geschehen, daß sich an jener Stelle ein schwingender Körper befindet, der die ihm benachbarten Teile des Mediums periodisch in Bewegung setzt. Diese werden dann erzwungene periodische Bewegungen ausführen, welche die gleiche Schwingungszahl  $\nu$  haben, wie der schwingende Körper. Es habe die Bewegung des schwingenden Körpers die Periode  $\omega$ . Seine Schwingung erfolge also nach der Gleichung  $\xi = \xi_0 \sin \omega t$ . Dann führt jedes Teilchen des Körpers eine Schwingung aus nach der Gleichung

$$\eta = \eta_0 \sin (\omega t + a), \quad (1a)$$

wobei  $\eta$  seine Entfernung aus seiner Ruhelage,  $\eta_0$  seine Amplitude bedeutet. Da die Störung die Zeit  $r/c$  gebraucht, um von dem Störungszentrum bis in die Entfernung  $r$  zu gelangen, wenn  $c$  die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Störung ist, so herrscht zur Zeit  $t$  in der Entfernung  $r$  vom Störungszentrum ein Zustand, der dem Zustand im Zentrum zur Zeit  $t - r/c$  entspricht. Es ist also die Phasenkonstante  $a$  in Gl. 1a gleich  $-\omega r/c$ , wenn  $a$  im Störungszentrum ( $r = 0$ ) den Wert Null hat, so daß im Abstände  $r$

$$\eta = \eta_0 \sin \omega (t - r/c). \quad (1b)$$

Die Amplitude  $\eta_0$  hängt bei einer Kugelwelle von der Entfernung vom Zentrum der Welle ab. Bei einer ebenen Welle können wir sie als konstant ansehen. Befinden sich in einer ebenen Welle zwei Punkte im Abstände  $x$  voneinander in Richtung der Fortpflanzung der Welle, so ist ihre Phasendifferenz  $\omega \frac{x}{c}$ .

Die Gesamtheit der Punkte, in denen die Wirkung der gleichen Ursache — d. h. des gleichen Ereignisses im Störungszentrum — gleichzeitig eintritt, nennt man eine Wellenfläche. Die Wellenflächen sind also bei einer Kugelwelle Kugelflächen, bei einer ebenen Welle Ebenen.

In manchen Fällen ist die Ausbreitung von Wellen auf die Grenzfläche zweier Körper (Flüssigkeiten oder Gase) beschränkt. Dieser Fall liegt bei den Wasserwellen vor und an der Grenze zweier Luftschichten, welche verschiedene Strömungsrichtungen haben. Diese letzteren Wellen sind kenntlich an den wellenartigen Wolkenbildungen, die man an der Grenzfläche beobachtet.

Es sei bemerkt, daß es zwei vollkommen verschiedene Kräfte sind, die die periodischen Wellenbewegungen einer in ihrem Gleichgewicht gestörten Flüssigkeitsoberfläche bewirken. Auf ein aus seiner Gleichgewichtslage gebrachtes Teilchen einer Flüssigkeitsoberfläche wirkt erstens die Schwerkraft, die die Oberfläche horizontal zu stellen sucht, zweitens aber die später zu besprechende Oberflächenspannung, die dahin wirkt, daß die Oberfläche möglichst klein, also bei einer freien Flüssigkeitsoberfläche eben ist. Bei den großen Wellen, wie man sie als deutliche Wellenbewegung von Wasserflächen beobachtet, überwiegt vollkommen die Wirkung der Schwere (sog. Schwerewellen). Dagegen rühren die

winzigen Wellchen, die sog. Kräuselwellen, die beim Hinstreichen leichten Windes über eine Wasserfläche oder beim Anstoßen eines mit Flüssigkeit gefüllten Gefäßes auftreten, ganz überwiegend von der Oberflächenspannung her (sog. Kapillarwellen).

**141. Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Wellen.** Die Geschwindigkeit  $c$ , mit der sich eine Welle in einem Körper fortpflanzt, ist eine für die Beschaffenheit des betreffenden Körpers charakteristische Größe. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Welle ist definiert als der Weg, den eine Störung in 1 sec zurücklegt, d. h. sie ist der Quotient aus dem in der Zeit  $t$  zurückgelegten Weg  $x$  durch die Zeit  $t$ , in vollkommener Analogie zur Geschwindigkeit eines Körpers (§ 22). Man kann sie messen, indem man die Zeit  $t$  bestimmt, die die Störung gebraucht, um von einem Punkte  $A$  zu einem in ihrer Fortpflanzungsrichtung in der Entfernung  $x$  gelegenen Punkte  $B$  zu gelangen,  $c = x/t$ . Daneben gibt es noch andere Methoden für periodische Wellen (§ 145).

Als Beispiel sei die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Störung in einem gespannten Schlauch (§ 136) erwähnt. Man kann sie z. B. auf folgende Weise messen. Man schlage mit der Hand kurz auf das eine Ende eines gespannten Schlauchs. Dann läuft die Störung an dem Schlauch, unter fortgesetzter Zurückwerfung an den Enden, hin und her. Man mißt die Zeit  $t$ , während derer die Störung  $n$  mal hin und her gelaufen ist. Der zurückgelegte Weg ist dann, wenn  $l$  die Länge des Schlauchs ist,  $x = 2nl$ , und es ergibt sich  $c = 2nl/t$ . Man findet hierbei, daß  $c$  um so größer ist, je stärker der Schlauch gespannt ist.

**142. Wellenlänge.** Wir betrachten eine ebene periodische Welle. Die Schwingung in einem Punkte  $x = 0$  dieser Welle sei gegeben durch die Gleichung

$$\eta = \eta_0 \sin \omega t. \quad (2)$$

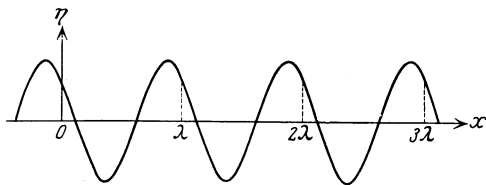


Abb. 123. Zur Definition der Wellenlänge.

Dann ist sie nach Gl. 1 b in der Entfernung  $x$  (Abb. 123) dargestellt durch

$$\eta' = \eta_0 \sin \omega \left( t - \frac{x}{c} \right). \quad (3)$$

$\eta'$  und  $\eta$  sind im allgemeinen zur gleichen Zeit  $t$  verschieden. Sie sind nur gleich, wenn

$$\sin \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) = \sin \omega t, \text{ oder } \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) = \omega t \pm 2n\pi,$$

wobei  $n$  eine ganze Zahl bedeutet, also wenn

$$x = \pm n \frac{2\pi c}{\omega} = \pm n \frac{c}{\nu} = \pm n\lambda. \quad (4)$$

Der nächste Punkt, in dem dies erfüllt ist, ist gegeben durch  $n = 1$ , also  $x = c/\nu = \lambda$ . Man bezeichnet  $\lambda$  als die Wellenlänge. Punkte, in denen jeweils der gleiche Zustand herrscht (Punkte gleicher Phase), haben voneinander, in Richtung der Fortpflanzung der Welle gemessen, einen Abstand von einer, zwei, drei usw. Wellenlängen. Es ist also

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \text{ oder } \lambda\nu = c. \quad (5)$$

Die Wellenlänge hängt demnach bei gegebenem  $\nu$  von der Art des Mediums, in dem sie fortschreitet, d. h. von  $c$ , ab.

**143. Longitudinale und transversale Wellen. Polarisation.** Die Bewegung der gestörten Teilchen in einer Welle kann entweder eine Hin- und Herbewegung sein, welche in derjenigen Geraden erfolgt, in welcher sich die Welle fortpflanzt, oder diese Bewegung kann senkrecht zu dieser Richtung erfolgen. Eine Welle

der ersten Art heißt eine longitudinale Welle, eine der zweiten Art eine transversale Welle.

Longitudinale Wellen kommen in allen Körpern vor, transversale sind nur in festen Körpern möglich. Wo beide Arten von Wellen vorkommen, haben die transversalen Wellen eine größere Fortpflanzungsgeschwindigkeit als die longitudinalen. Von den Erdbebenherden auf der Erde gehen sowohl longitudinale wie transversale Wellen und außerdem Oberflächenwellen, die längs der Erdoberfläche verlaufen, aus. Diese kommen an den anderen Punkten der Erdoberfläche wegen ihrer verschiedenen Geschwindigkeit zu verschiedenen Zeiten an. Je größer der Abstand ist, um so größer ist diese Zeitdifferenz. Man kann aus ihr den Abstand berechnen und damit die Entfernung eines Erdbebenherdes wenigstens ungefähr angeben.

Bei den mechanischen Wellen kann man meist ohne weiteres unterscheiden, ob es sich um eine longitudinale oder eine transversale Welle handelt. Für die spätere Anwendung in der Optik ist es aber wichtig, hier ein besonders charakteristisches Merkmal hervorzuheben. Eine longitudinale Schwingung ist außer durch ihre Schwingungszahl nur durch ihre Stärke (Amplitude) bestimmt. Eine transversale Schwingung aber kann bei gleicher Schwingungszahl und Amplitude noch in allen verschiedenen zur Fortpflanzungsrichtung senkrechten Richtungen erfolgen. Erfolgt sie nur in einer einzigen Richtung, so heißt eine solche Schwingung linear polarisiert (Abb. 124a). Sie kann aber auch in zwei zueinander senkrechten Richtungen gleichzeitig erfolgen, sich also aus zwei linear polarisierten Schwingungen zusammensetzen, die verschiedene Amplitude haben können. Ihre Amplituden seien  $\eta$  und  $\vartheta$ , ihre Phasendifferenz  $\pi/2$ . Dann sind die beiden Schwingungen gegeben durch die Gleichungen

$$\eta = \eta_0 \sin \omega t \text{ und } \vartheta = \vartheta_0 \sin \left( \omega t + \frac{\pi}{2} \right) = \vartheta_0 \cos \omega t.$$

Eine solche Schwingung ist durch Abb. 124b dargestellt. Man nennt sie elliptisch polarisiert. Sind die beiden Amplituden  $\eta_0$  und  $\vartheta_0$  gleich, so erhalten wir eine zirkular polarisierte Schwingung (Abb. 124c).

Die schon oben als Beispiel benutzte einfache Hin- und Herschwingung eines gespannten Schlauches ist linear polarisiert. Führen wir den Schlauch durch einen Schlitz hindurch, so kann die Schwingung nur dann ungestört erfolgen, wenn der Schlitz in der Richtung orientiert ist, in der die Schwingungen erfolgen. Andernfalls wird die Schwingung unvollkommen oder gar nicht hindurchgelassen. Man kann die Schwingung durch Drehen des Schlitzes unterdrücken. Es ist eine charakteristische Eigenschaft einer transversalen Schwingung, daß sie polarisiert sein kann und daß man Gebilde konstruieren kann, welche bei einer Drehung um die Fortpflanzungsrichtung der Schwingung als Achse je nach ihrer Stellung die Schwingung hindurchlassen oder ganz oder zum Teil aufhalten. Der auf diese Weise geführte Nachweis der Polarisierbarkeit ist ein eindeutiger Beweis für den transversalen Charakter einer Welle.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit longitudinaler Wellen ist in festen und flüssigen Körpern

$$c = \sqrt{\frac{\epsilon}{\rho}}, \tag{6}$$

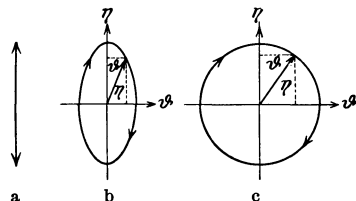


Abb. 124. Polarisierte Schwingungen. a linear, b elliptisch, c zirkular polarisiert.

wobei  $\varepsilon$  der Elastizitätsmodul (§ 194) und  $\rho$  die Dichte der betreffenden Substanz ist. Diese sog. NEWTONSche Gleichung folgt aus der Elastizitätstheorie. Für Gase ist

$$c = \sqrt{\frac{p \cdot \kappa}{\rho}} \tag{7}$$

( $p$  = Druck des Gases).  $\kappa$  ist für einatomige Gase gleich 1,67, für zweiatomige Gase, also für die Luft, gleich 1,40, für alle andern Gase gleich 1,33

(vgl. § 210, dort findet sich auch die Erklärung für das Auftreten des Faktors  $\kappa$ . Zunächst sollte man  $c = \sqrt{\frac{p}{\rho}}$  erwarten, da nach § 116 für ideale Gase  $\varepsilon = p$  ist.)

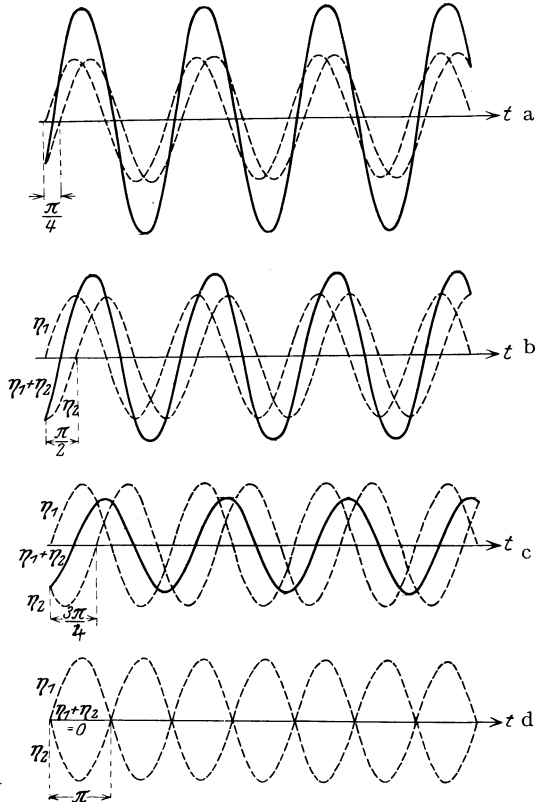


Abb. 125. Interferenz von Wellen. Phasendifferenz a)  $\pi/4$ , b)  $\pi/2$ , c)  $3\pi/4$ , d)  $\pi$ .

**144. Interferenz.** Zwei ebene Wellen von gleicher Amplitude und Schwingungszahl, aber verschiedener Phase, sollen am gleichen Ort zusammentreffen. Die von der ersten erregte Störung sei gegeben durch  $\eta_1 = \eta_0 \sin \omega t$ , die von der zweiten erregte durch  $\eta_2 = \eta_0 \sin (\omega t - \alpha)$ . Die gesamte Störung ist dann

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 = \eta_0 [\sin \omega t + \sin (\omega t - \alpha)] = 2 \eta_0 \cos \frac{\alpha}{2} \sin \left( \omega t - \frac{\alpha}{2} \right). \tag{8}$$

Da die Phasendifferenz  $\alpha$  eine konstante, d. h. nicht von  $t$  abhängige Größe ist, so haben wir  $2 \eta_0 \cos \alpha/2$  als die Amplitude der gesamten Schwingung zu betrachten. Ist  $\cos \alpha/2 = \pm 1$ , also  $\alpha = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi$  usw. =  $2n\pi$  ( $n$  = ganze Zahl), so hat die Amplitude ihren größten möglichen Wert  $2 \eta_0$ . Man sagt dann, daß die Schwingungen „in

Phase“ sind. Ist aber  $\cos \alpha/2 = 0$ , also  $\alpha = (2n + 1)\pi$ , so ist die Amplitude gleich Null. Dazwischen liegen Amplitudenwerte zwischen 0 und  $2 \eta_0$ . Bei gleichzeitigem Wirken zweier Schwingungen hängt es also von ihrer Phasendifferenz  $\alpha$  ab, ob sie sich verstärken oder schwächen oder sogar gegenseitig aufheben (Abb. 125). Diese Erscheinung heißt Interferenz. Der Nachweis der Interferenzfähigkeit bei einer Erscheinung ist stets ein eindeutiger Beweis dafür, daß es sich um eine periodische Schwingung handelt.

Abb. 126 zeigt die Interferenz zweier Systeme von Wasserwellen, welche durch zwei periodisch auf und ab bewegte Körper erzeugt wurden. Man erkennt deutlich im Felde der Wellen die Maxima und Minima der Bewegung.

**145. Stehende Wellen.** Zwei ebene Wellen von gleicher Schwingungszahl und Amplitude sollen in genau entgegengesetzter Richtung laufen. Im

Punkte  $x = 0$  sollen sie zur Zeit  $t = 0$  die Phasendifferenz 0 haben, also beide durch die Gleichung  $\eta_1 = \eta_2 = \eta_0 \sin \omega t$  dargestellt sein. Wir betrachten jetzt einen Punkt in der Entfernung  $x$  (Abb. 127). Nach § 140 ist die nach

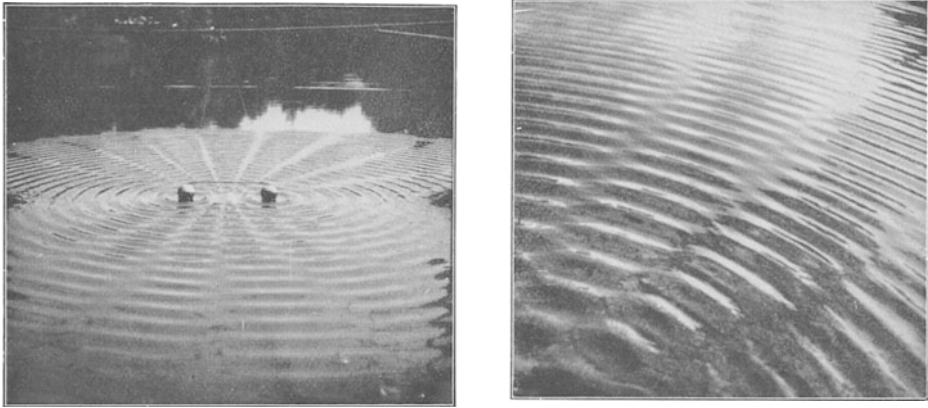


Abb. 126. Interferenz von Wasserwellen (nach GRIMSEHL). Rechts ein Teil des linken Bildes vergrößert.

rechts laufende Welle in diesem Punkt dargestellt durch die Gleichung  $\eta_1 = \eta_0 \sin \omega (t - x/c)$  und die nach links laufende durch die Gleichung  $\eta_2 = \eta_0 \sin \omega (t + x/c)$ . Die gesamte Störung in diesem Punkte ist also

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 = \eta_0 \left[ \sin \omega \left( t - \frac{x}{c} \right) + \sin \omega \left( t + \frac{x}{c} \right) \right] = 2 \eta_0 \cos \omega \frac{x}{c} \sin \omega t \tag{9}$$

$$= 2 \eta_0 \cos 2 \pi \frac{x}{\lambda} \sin \omega t.$$

Der von der Zeit unabhängige Ausdruck  $2 \eta_0 \cos 2 \pi \frac{x}{\lambda}$  ist als die Amplitude der Schwingung im Punkte  $x$  anzusehen. Man erkennt, daß sie von der Entfernung  $x$  periodisch abhängt. Sie ist Null für  $\cos 2 \pi \frac{x}{\lambda} = 0$ , also  $x = \pm \frac{\lambda}{4}$ ,  $\pm \frac{3\lambda}{4}$  usw.  $= \pm \frac{2n+1}{4} \lambda$ , und hat ihren größten Wert für  $\cos 2 \pi \frac{x}{\lambda} = \pm 1$ , also  $x = \pm \frac{n}{2} \lambda$ , wobei  $n$  eine ganze Zahl bedeutet. Längs des Weges der beiden Wellen

wechseln also Punkte ab, in denen die Schwingung ein Maximum ist, und solche, in denen sie verschwindet. Erstere nennt man wieder Bäuche, letztere Knoten (vgl. § 136). Die Erscheinung heißt eine stehende Welle. Der Abstand zweier Knoten bzw. zweier Bäuche beträgt eine halbe Wellenlänge. Man kann durch Messung des Abstandes zweier Knoten oder Bäuche in einer stehenden Welle also die Wellenlänge  $\lambda$  bestimmen und daraus, wenn die Schwingungszahl  $\nu$  bekannt ist, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit  $c$  nach Gl. 5 berechnen. Stehende Wellen bilden sich z. B. bei der Reflexion einer Welle an einer Wand durch Interferenz der ankommenden mit der reflektierten Welle.

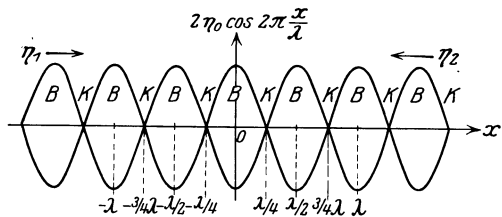


Abb. 127. Stehende Welle. Die beiden Sinuskurven stellen in diesem Fall nicht  $\eta_1$  und  $\eta_2$  dar, sondern sie bezeichnen die Werte, zwischen denen  $\eta_1 + \eta_2 = \eta$  an den verschiedenen Punkten der Strecke  $x$  hin- und herschwankt.

wechseln also Punkte ab, in denen die Schwingung ein Maximum ist, und solche, in denen sie verschwindet. Erstere nennt man wieder Bäuche, letztere Knoten (vgl. § 136). Die Erscheinung heißt eine stehende Welle. Der Abstand zweier Knoten bzw. zweier Bäuche beträgt eine halbe Wellenlänge. Man kann durch Messung des Abstandes zweier Knoten oder Bäuche in einer stehenden Welle also die Wellenlänge  $\lambda$  bestimmen und daraus, wenn die Schwingungszahl  $\nu$  bekannt ist, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit  $c$  nach Gl. 5 berechnen. Stehende Wellen bilden sich z. B. bei der Reflexion einer Welle an einer Wand durch Interferenz der ankommenden mit der reflektierten Welle.

Man kann jede Schwingung eines Körpers (z. B. einer Saite eines Instrumentes) als eine stehende Welle betrachten, die dadurch entsteht, daß in dem Körper zwei einander entgegenlaufende und an den Grenzen immer wieder reflektierte Wellen miteinander interferieren.

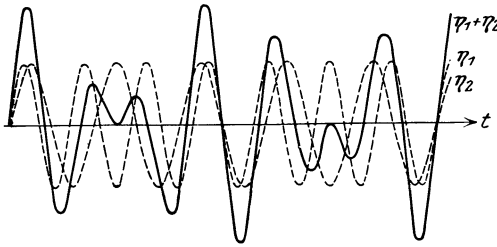


Abb. 128. Schwebung.  $\nu_1 : \nu_2 = 6 : 5$ .

**146. Schwebungen.** Eine weitere Interferenzerscheinung sind die Schwebungen. Sie entstehen, wenn ein Punkt von zwei Wellen getroffen wird, welche nicht sehr verschiedene Amplitude und nicht sehr verschiedene Schwingungszahlen  $\nu_1$  und  $\nu_2$  haben, so daß  $\nu_1 - \nu_2$  klein gegen  $\nu_1$  und  $\nu_2$  ist. Die gesamte, von den beiden

Schwingungen erregte Störung ist dann bei gleicher Amplitude  $\eta_0$  gegeben durch

$$\eta = \eta_1 + \eta_2 = \eta_0 (\sin 2\pi \nu_1 t + \sin 2\pi \nu_2 t) = 2\eta_0 \cos 2\pi \frac{\nu_1 - \nu_2}{2} t \cdot \sin 2\pi \frac{\nu_1 + \nu_2}{2} t. \quad (10)$$

Der Faktor  $\cos 2\pi \frac{\nu_1 - \nu_2}{2} t$  ist, weil voraussetzungsgemäß  $\nu_1 - \nu_2$  klein ist, nur sehr langsam veränderlich. Wir können den Vorgang so auffassen, daß die Störung die Schwingungszahl  $\frac{\nu_1 + \nu_2}{2}$  (Mittelwert von  $\nu_1$  und  $\nu_2$  und beiden sehr nahezu gleich) hat und eine langsam periodisch veränderliche Amplitude  $2\eta_0 \cos 2\pi \frac{\nu_1 - \nu_2}{2} t$ . Der Verlauf einer solchen Schwebung ist in Abb. 128 dargestellt, aber zwecks größerer Deutlichkeit für ein relativ großes Verhältnis  $\nu_1 : \nu_2$ .

**147. Dopplereffekt.** Innerhalb eines Mediums bewege sich ein Körper, welcher eine Welle  $\eta = \eta_0 \sin 2\pi \nu t$  aussendet, mit der Geschwindigkeit  $v$ . Wir fragen nach der in einem Punkte, von dem sich der Körper fortbewegt, auftretenden Schwingung.

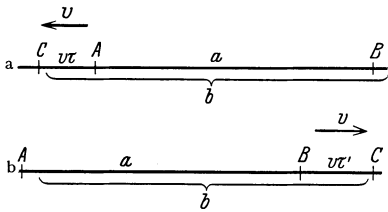


Abb. 129. Zur Ableitung des Dopplereffektes. a Quelle der Schwingung bewegt, Beobachter ruhend; b Quelle der Schwingung ruhend, Beobachter bewegt.

Zur Zeit  $t = 0$  befinde sich der mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegte schwingende Körper in A. Der Beobachter befinde sich ruhend in B (Abb. 129). Die Dauer einer Schwingung des Körpers ist  $\tau = 1/\nu$ . Zur Zeit  $t = 0$  sende der Körper gerade ein Schwingungsmaximum ( $\eta = \eta_0$ ) aus. Wenn sich die von ihm ausgehende Welle mit der Geschwindigkeit  $c$  ausbreitet, so

erreicht dieses Schwingungsmaximum den Beobachter nach der Zeit  $t_1 = a/c$ . Das nächste Schwingungsmaximum wird um die Zeit  $\tau$  später ausgesandt, und der schwingende Körper befinde sich alsdann im Punkte C. Seine Entfernung vom Beobachter hat sich um die Strecke  $v\tau$  auf  $b = a + v\tau$  vergrößert. Die Schwingung braucht also jetzt die Zeit  $b/c$ , um den Beobachter zu erreichen. Dies erfolgt zur Zeit  $t_2 = \tau + b/c$ . Zwischen dem Eintreffen der beiden Schwingungsmaxima liegt für den Beobachter also nicht die Zeit  $\tau$ , sondern die Zeit  $\tau' = t_2 - t_1$ . Mit Hilfe der vorstehenden Gleichungen erhält man leicht  $\tau' = \tau (1 + v/c)$ . Die von dem bewegten Körper ausgehende Welle hat also für den ruhenden Beobachter eine vergrößerte Schwingungsdauer und demnach eine kleinere Schwingungszahl  $\nu' = 1/\tau'$ , also

$$\nu' = \frac{\nu}{1 + \frac{v}{c}}$$



Bewegt sich der schwingende Körper nicht auf den Beobachter zu, sondern von ihm weg, so kehrt sich das Vorzeichen seiner Geschwindigkeit um, und es wird  $v' = v/(1 - v/c)$ . Man bezeichnet diese Erscheinung, die in der Akustik (§ 165) und der Optik (§ 497) eine wichtige Rolle spielt, als Dopplereffekt.

Etwas anders liegen die Verhältnisse, wenn der schwingende Körper ruht und der Beobachter sich bewegt. Wir nehmen jetzt an, daß dieser sich mit der Geschwindigkeit  $v$  von dem schwingenden Körper fortbewege (Abb. 129). Dieser ruhe im Punkte  $A$ . Zur Zeit  $t = 0$  sende er wieder gerade ein Schwingungsmaximum aus, und der Beobachter werde von diesem im Punkte  $B$  in der Entfernung  $a$  von  $A$  erreicht. Das geschieht zur Zeit  $t_1 = a/c$ . Das nächste Maximum wird um die Zeit  $\tau$  später ausgesandt als das erste. Es erreiche den bewegten Beobachter in  $C$ . Er hat sich jetzt von dem schwingenden Körper um eine Strecke  $BC$  entfernt, die gleich  $v\tau'$  ist, wenn  $\tau'$  die Zeit bedeutet, die zwischen dem Eintreffen der beiden Maxima bei ihm liegt. Sein Abstand von dem schwingenden Körper beträgt daher jetzt  $b = a + v\tau'$ . Die Zeit  $t_2$ , zu der ihn das zweite Maximum erreicht, können wir auf zwei Weisen berechnen. Sie ist erstens gleich der Zeit  $t_1$  zuzüglich der Zeit, die der Beobachter braucht, um von  $B$  nach  $C$  zu gelangen, also  $t_2 = t_1 + \tau'$ . Zweitens ist sie gleich der zwischen der Aussendung der zwei Maxima wirklich verstrichenen Zeit  $\tau$ , zuzüglich der Zeit, die die Welle braucht, um von  $A$  nach  $C$  zu gelangen, also  $t_2 = \tau + b/c$ . Mit Hilfe der vorstehenden Beziehungen erhält man durch einfache Rechnung  $\tau' = \tau/(1 - v/c)$  bzw. für die beobachtete Schwingungszahl

$$v' = v \left( 1 - \frac{v}{c} \right).$$

Bei Umkehrung der Bewegungsrichtung ergibt sich  $v' = v(1 + v/c)$ .

Man erhält also in den beiden betrachteten Fällen verschiedene beobachtete Schwingungszahlen, je nachdem ob der schwingende Körper sich bewegt und der Beobachter ruht oder umgekehrt. Sofern aber, wie das in allen wichtigen mechanischen Fällen stets der Fall ist,  $v$  klein gegen  $c$  ist, also die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle groß gegen die Geschwindigkeit des schwingenden Körpers, bzw. des Beobachters, verschwindet dieser Unterschied praktisch. Denn wegen der Kleinheit von  $v/c$  können wir im ersten Falle auch schreiben  $\tau' = \tau(1 + v/c)$ ,  $v' = v(1 - v/c)$ , und das ist dann mit der für den zweiten Fall geltenden Gleichung identisch. (Vgl. hierzu § 593).

**148. Energietransport in einer Welle. Entfernungsgesetz.** Setzt eine in einem Medium befindliche Störungsquelle die Teilchen des Mediums in Bewegung, erzeugt also eine Welle in ihm, so leistet sie dabei auf Kosten ihrer eigenen Schwingungsenergie Arbeit. Die auf ein Teilchen des Mediums übertragene Energie wird aber — soweit nicht ein Teil davon durch Reibung in Wärme verwandelt wird — immer wieder an die nächstfolgenden Teilchen abgegeben. In einer Welle wandert also Energie durch das Medium. Die Welle überträgt Energie von einer Stelle an eine andere.

Wir setzen jetzt voraus, daß wir es mit einer Kugelwelle zu tun haben und daß im Medium keine Energie verlorengeht. Wir denken uns um die Störungsquelle eine Kugel mit dem Radius  $r_1$  und eine zweite mit dem größeren Radius  $r_2$  geschlagen (Abb. 130). Sei  $E$  die Energie, die in 1 sec von der Störungsquelle ausgeht, so wandert davon durch jedes Quadratcentimeter der ersten Kugelfläche die Energie  $J_1 = E/4\pi r_1^2$ , durch jedes Quadratcentimeter der

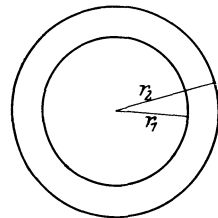


Abb. 130.  
Zum Energietransport in  
einer Welle.

zweiten Kugel die Energie  $J_2 = E/4\pi r_2^2$ . Man nennt dies die Dichte des Energiestromes in den Entfernungen  $r_1$  und  $r_2$ . Es verhält sich also

$$J_1 : J_2 = 1/r_1^2 : 1/r_2^2 = r_2^2 : r_1^2. \quad (II)$$

Die Energiestromdichte  $J$  nimmt mit dem Quadrat der Entfernung vom Störungszentrum ab.

**149. Vorgänge an der Grenze zweier Medien.** Trifft eine Welle auf die Grenze zweier verschieden beschaffener Medien, so erleidet sie verschiedene Veränderungen. Ein Teil von ihr tritt nicht in das zweite Medium ein, sondern wird zurückgeworfen (reflektiert), der andere Teil geht in das andere Medium über, aber im allgemeinen unter Änderung seiner Richtung, er wird gebrochen.

Es findet also stets eine Teilung der Energie an der Grenzfläche zweier Medien statt. Aber das Verhältnis der beiden Anteile kann sehr verschieden sein, es kann vorkommen, daß entweder der reflektierte oder der gebrochene Anteil weitaus überwiegt.

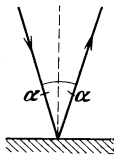


Abb. 131. Zum Reflexionsgesetz.

**150. Reflexion.** Für die Reflexion eines Strahls gilt folgendes Gesetz: Der reflektierte Strahl liegt in derjenigen Ebene, die von dem einfallenden Strahl und dem Einfallslot gebildet wird, und bildet mit dem Einfallslot den gleichen Winkel  $\alpha$  wie der einfallende Strahl (Abb. 131). Das Einfallslot ist das im Einfallspunkte eines Strahls auf der reflektierenden Fläche errichtete Lot.

Zwecks späterer Anwendung bei der Brechung sei hier eine Konstruktion von FRESNEL erwähnt, die zum gleichen Ergebnis führt. Es seien  $AB$  und  $CD$  zwei parallele Strahlen einer ebenen Welle, die unter dem Einfallswinkel  $\alpha = ABF$  auf die Ebene  $HJ$  fallen (Abb. 132). Ist eine Wellenfläche (§ 140) im Strahl  $AB$  in  $B$  an dieser Ebene angekommen, so ist sie im Strahle  $CD$  erst im Punkte  $E$ , hat also im Strahle  $CD$  noch den Weg  $ED$  bis zur Ebene  $HJ$  zurückzulegen. Während dies geschieht, bewegt sich der bereits bei  $B$  reflektierte erste Strahl schon in seiner neuen Richtung und hat, bis der zweite Strahl in  $D$  angekommen ist, nach seiner Reflexion einen Weg von

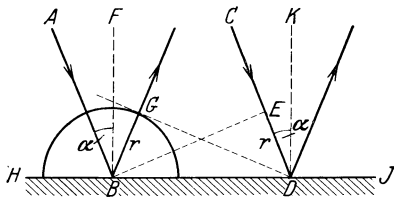


Abb. 132. FRESNELSche Konstruktion des reflektierten Strahls.

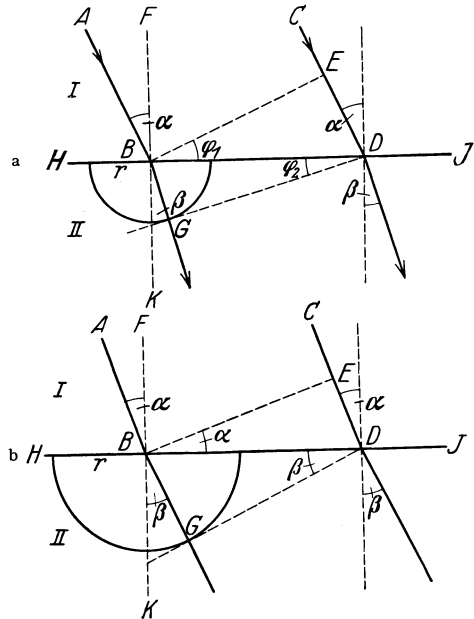


Abb. 133. FRESNELSche Konstruktion des gebrochenen Strahls. a)  $c_1 > c_2$ , b)  $c_1 < c_2$ .

der Länge  $r$ , der ebenso groß ist wie die Strecke  $ED$ , zurückgelegt. Er ist also jedenfalls bis zu einem Punkt gekommen, der auf einem Kreise um  $B$  mit dem Radius  $r$  liegt. Nach FRESNEL ist nun die neue Richtung des ersten Strahls gleich der von  $BG$ , wobei  $G$  derjenige Punkt ist, in dem die von  $D$  aus an den Kreis gelegte Tangente den Kreis berührt.  $DG$  ist die Wellen-

fläche der reflektierten ebenen Welle. Nun ist  $BD = BD$ ,  $BG = ED$ ,  $\sphericalangle BGD = \sphericalangle BED = 90^\circ$ , folglich  $\sphericalangle BGD = \sphericalangle BED$  und daher  $\sphericalangle GBD = \sphericalangle EDB$ . Dann ist aber auch  $\sphericalangle FBG = \sphericalangle EDK = \sphericalangle ABF = \alpha$ . Das ist das Reflexionsgesetz. Das gleiche gilt für jeden andern Strahl, der der gleichen ebenen Welle angehört. Der reflektierte Strahl liegt mit dem einfallenden Strahl und dem Einfallslot in der gleichen Ebene.

**151. Brechung.** Die Richtung, in der der aus einem Medium (I) in ein anderes (II) eintretende Strahl in diesem weiter verläuft, kann man nach FRESNEL auf Grund einer der soeben benutzten ganz analogen Konstruktion finden (Abb. 133). Es seien  $AB$  und  $CD$  zwei einer ebenen Welle angehörende Strahlen, die unter dem Einfallswinkel  $\alpha$  auf die Trennungsfäche  $HJ$  zweier Medien I und II fallen. Ist der Strahl  $AB$  in  $B$  angekommen, so entspricht dem wie in § 150 in  $CD$  der Punkt  $E$ . Es sei nun  $c_1$  die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle in I,  $c_2$  diejenige in II. Dann ist die Welle, während sie im Strahl  $CD$  in I von  $E$  bis  $D$  läuft, im Strahl  $AB$  in II um eine Strecke  $r$  fortgeschritten, für welche gemäß der Definition der Geschwindigkeit gilt  $r:ED = c_2:c_1$ . Kennt man die beiden Geschwindigkeiten bzw. ihr Verhältnis, so kann man  $r$  konstruieren. Man hat jetzt, genau wie in § 147, mit  $r$  um  $B$  in II einen Halbkreis zu schlagen und von  $D$  aus die Tangente an ihn zu legen, welche ihn in  $G$  berühre. Dann ist  $BG$  die Richtung des Strahls in II. Es ist nun 1.  $BD = ED/\sin \varphi_1$ , 2.  $BD = BG/\sin \varphi_2$ . Nun ist  $\varphi_1 = \alpha$ ,  $\varphi_2 = \beta$ . Es folgt:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{ED}{BG} = \frac{c_1}{c_2} = n_{12}. \quad (12)$$

Dies ist das Brechungsgesetz.  $c_1/c_2 = n_{12}$  nennt man den gegenseitigen Brechungsindex oder Brechungskoeffizienten der beiden Medien. Er kann von der Schwingungszahl der Welle abhängen. Ist  $c_1 > c_2$ , so wird der Strahl dem Einfallslot zugebrochen ( $\alpha > \beta$ , Abb. 133a), im umgekehrten Falle wird er von ihm weggebrochen ( $\alpha < \beta$ , Abb. 133b).

Über die mit der Brechung zusammenhängende Totalreflexion s. § 455.

**152. Das FERMATSCHE PRINZIP.** Ein von FERMAT aufgestelltes Prinzip besagt, daß der Weg, den eine Welle zwischen zwei Punkten zurücklegt, stets ein solcher ist, daß zu seiner Zurücklegung entweder ein Minimum oder Maximum an Zeit benötigt wird. Fast stets ist ersteres der Fall (in der Optik: Satz vom kürzesten oder ausgezeichneten Lichtweg). Sobald eine Welle mit Materie in Wechselwirkung tritt, ist dieser zeitlich kürzeste Weg in der Regel nicht der geometrisch kürzeste, also nicht die gerade Linie zwischen den beiden Punkten. Als Beispiel nehmen wir den Fall der Brechung. Wir betrachten einen Strahl, der unter Brechung aus einem Medium in ein anderes eintritt. Die Geschwindigkeit der Welle sei im ersten Medium  $c_1$ , im zweiten  $c_2$ . Wir greifen zwei beliebige, in je einem der Medien gelegene Punkte  $A$  und  $B$  auf dem Strahl heraus (Abb. 134) und fragen nach der Zeit  $t$ , die der Strahl zur Zurücklegung des Weges von  $A$  nach  $B$  gebraucht. Dabei setzen wir die Gültigkeit des Brechungsgesetzes, Gl. 12, noch nicht voraus, der Weg  $ACB$  sei also vorläufig noch beliebig, d. h. von den beiden Strecken  $x$  und  $y$ , in die der Punkt  $C$  die Strecke  $DE$  teilt, sei nur ihre Summe  $DE$ , aber nicht ihr Verhältnis bekannt.

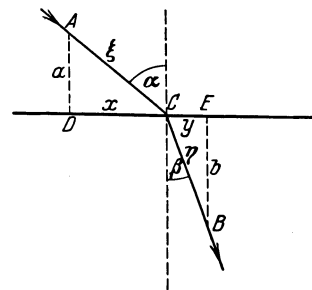


Abb. 134. Ableitung des Brechungsgesetzes aus dem FERMATSCHEM PRINZIP.

Die Zeit  $t$ , die die Welle zur Zurücklegung des Weges von  $A$  nach  $B$  benötigt, beträgt (Abb. 134)

$$t = \frac{\xi}{c_1} + \frac{\eta}{c_2} = \frac{1}{c_1} \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{1}{c_2} \sqrt{y^2 + b^2}.$$

Da sie ein Minimum (oder Maximum) sein soll, so muß  $\delta t = \frac{\partial t}{\partial x} \delta x + \frac{\partial t}{\partial y} \delta y = 0$  sein, also

$$\delta t = \frac{1}{c_1} \frac{x \delta x}{\sqrt{x^2 + a^2}} + \frac{1}{c_2} \frac{y \delta y}{\sqrt{y^2 + b^2}} = 0.$$

Nun ist wegen  $x + y = DE = \text{const}$   $\delta x + \delta y = 0$ , also  $\delta y = -\delta x$ , so daß

$$\frac{1}{c_1} \frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{1}{c_2} \frac{y}{\sqrt{y^2 + b^2}}, \quad \text{bzw.} \quad \frac{1}{c_1} \frac{x}{\xi} = \frac{1}{c_2} \frac{y}{\eta}$$

oder, wie man aus der Abb. 134 leicht abliest,

$$\frac{1}{c_1} \sin \alpha = \frac{1}{c_2} \sin \beta$$

in Übereinstimmung mit Gl. 12.

**153. Absorption einer Welle.** Geht auf dem Wege einer Welle ein Teil der in ihr enthaltenen Energie durch Umwandlung in andere Energieformen, z. B. in Wärme, verloren, so spricht man von Absorption der Welle. Für den Energieverlust  $dE$  bei der Absorption einer ebenen harmonischen Welle auf dem Wegelement  $dx$  gilt

$$dE = -E \cdot \alpha \cdot dx.$$

$E$  ist die im Punkte  $x$  noch vorhandene Energie,  $\alpha$  der sog. Absorptionskoeffizient. Er hängt meist von der Schwingungszahl der Welle ab. Die Lösung der Gleichung lautet

$$E = E_0 e^{-\alpha x}, \quad (13)$$

wobei  $E_0$  die im Punkte  $x = 0$  vorhandene Energie bedeutet.

**154. Das HUYGENSSCHE PRINZIP.** Es sei  $AB$  (Abb. 135) der Querschnitt durch ein Stück einer Wellenfläche einer Kugelwelle. HUYGENS (1690) hat das Prinzip aufgestellt, daß man grundsätzlich jeden Punkt im Raum, der von einer Welle getroffen wird, als sekundären Ausgangspunkt einer neuen elementaren Kugelwelle gleicher Art, also einer sich von diesem Punkte nach allen Seiten ausbreitenden Kugelwelle, ansehen könne. Wenn sich trotzdem im allgemeinen eine Welle von einem Punkte einer Wellenfläche nur nach einer einzigen Richtung ausbreitet, so liegt das, wie man streng beweisen kann, daran, daß die von ihm ausgehenden Wellen sich, wenn keine Hindernisse in ihrem Wege liegen, in allen andern Richtungen, außer der genannten, durch Interferenz gegenseitig auslöschen. Will man die Lage der Wellenfläche nach der Zeit  $t$  finden, so hat man um jeden Punkt der ersten Wellenfläche einen Kreis mit dem Radius  $r = ct$  zu schlagen ( $c =$  Geschwindigkeit der Welle). Die gemeinsame Einhüllende  $CD$  dieser Kreise ist dann die Wellenfläche zur Zeit  $t$ . Abb. 135 zeigt, daß dies im Falle freier Ausbreitung der Welle wieder eine Kugelfläche ist, wie wir das bisher schon vorausgesetzt haben, daß also die Fortpflanzung einer durch keine Hindernisse gestörten Welle geradlinig ist.

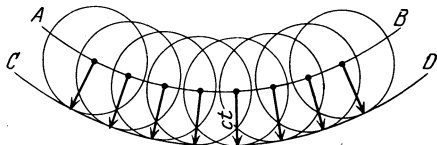


Abb. 135. Zum HUYGENSSCHEN PRINZIP.

**155. Beugung.** Die geradlinige Fortpflanzung einer Welle ist nach dem Vorstehenden an die Bedingung geknüpft, daß sich die von einem Punkte in der Welle ausgehenden Elementarwellen in

allen Richtungen, außer derjenigen, welche die Verlängerung des ankommenden Strahls bildet, durch Interferenz auslöschen. Verhindert man aber durch irgendwelche Begrenzungen — in den Weg der Welle gebrachte Hindernisse, welche einen Teil der Welle abschirmen — den Zutritt eines Teils dieser Elementarwellen, so kann die Auslöschung durch Interferenz nicht vollständig erfolgen. In solchen Fällen kann die geradlinige Fortpflanzung gestört sein. Diese Erscheinung heißt Beugung.

Die Beugung läßt sich gut an Wasserwellen beobachten. Abb. 136 zeigt eine ebene Wasserwelle, welche gegen ein mit einem Loch versehenes Brett läuft.

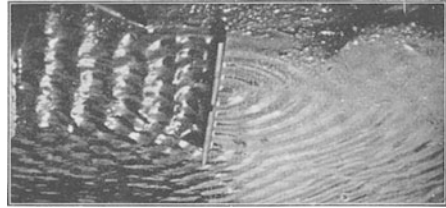


Abb. 136. Beugung einer Wasserwelle an einem Loch nach GRIMSEHL.

Während die Welle im allgemeinen reflektiert wird, tritt sie dort, wo das Loch ist, durch das Brett hindurch und breitet sich auf der andern Seite kreisförmig aus, genau so, als befände sich an der Stelle des Lochs ein primäres Störungszentrum. Abb. 136 zeigt auch sehr schön die Bildung stehender Wellen (§ 145) bei der Reflexion der Wellen (links). Weiteres über Beugung siehe in der Lehre vom Licht.

### c) Die Lehre vom Schall (Akustik).

**156. Wesen und Fortpflanzung des Schalls.** Unter Schall verstehen wir alle diejenigen physikalischen Vorgänge, die auf unser Ohr einwirken. Die Quelle jedes Schalls ist ein schwingender Körper. Dieser erzeugt in dem ihn umgebenden Medium, z. B. der Luft, eine fortschreitende Welle gleicher Schwingungszahl, welche wiederum das Trommelfell des Ohrs in Bewegung setzt und dadurch das Gehörorgan erregt.

Die Schallgeschwindigkeit kann nach Gl. 6 und 7, § 137, berechnet werden. In Luft beträgt sie bei  $0^{\circ}$  331,5 m/sec, bei  $20^{\circ}$  etwa 340 m/sec, also in runder Zahl  $\frac{1}{3}$  km/sec. Sehr heftige Knalle haben unter Umständen eine erheblich größere Geschwindigkeit. Bei freier Ausbreitung pflanzt sich der Schall geradlinig fort. Sind Hindernisse in seinem Weg, so gelangt er infolge Beugung (§ 155) an dessen Kanten zum Teil auch hinter diese. (Man kann „um die Ecke“ hören.)

Man kann die Schallgeschwindigkeit in Luft messen, indem man z. B. die Zeit  $t$  mißt, die zwischen dem Aufblitzen eines Schusses und der Ankunft des Knalls in einem  $x$  m entfernten Orte verstreicht. Es ist dann  $c = x/t$ . Auch die Zeit zwischen einem Knall und der Wiederkehr seines Echos von einer ebenen Wand läßt sich zur Messung verwerten. Sehr viel genauer sind die Methoden, bei denen Schwingungszahl und Wellenlänge eines Schalls gemessen werden, aus denen man die Schallgeschwindigkeit  $c$  nach der Gleichung  $c = \lambda \nu$  (§ 142) berechnet. Diese Methode ist aber natürlich nur bei periodischen Schallwellen verwendbar, die eine wohldefinierte Wellenlänge haben.

**157. Geräusche, Klänge, Töne.** Wir teilen unsere Gehörempfindungen ein in Geräusche einerseits und Klänge und Töne andererseits. Letztere beiden unterscheiden sich für unser Ohr von ersteren dadurch, daß sie eine deutlich erkennbare Tonhöhe haben.

Die Ursache eines Geräusches ist eine Schallwelle ohne periodischen Charakter, in der also die Druckschwankungen der Luft ganz unregelmäßig erfolgen. Unter einem Ton verstehen wir einen Schall, welcher rein periodischen Charakter hat und einer harmonischen Welle, darstellbar durch die Gleichung

$\eta = \eta_0 \sin 2\pi \nu t$ , entspricht. Solche reinen Töne sind schwer zu erzeugen. Klänge sind Tongemische, insbesondere solche, welche aus einem Grundton (Grundschwingung, § 134) von größerer Stärke und einer mehr oder weniger großen Zahl von schwächeren Obertönen (Oberschwingungen) bestehen.

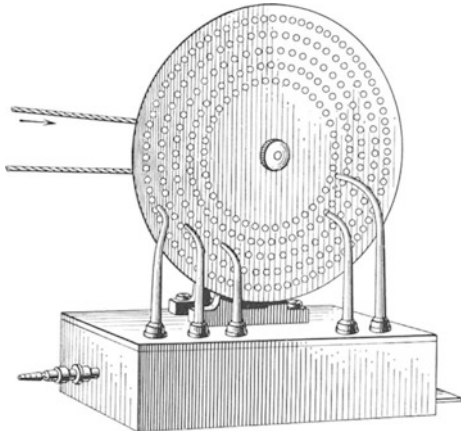


Abb. 137. Lochsirene.

Das gleichzeitige Erklngen mehrerer Klänge oder Töne von etwa gleicher Stärke heißt ein Akkord, insbesondere dann, wenn es sich um Schwingungen von einfachem Verhältnis ihrer Schwingungszahlen handelt.

Als Tonhöhe eines Klanges empfindet man die Tonhöhe des stärksten in ihm enthaltenen Tones, also meist des tiefsten. Bei einem Akkord wird der Eindruck der Tonhöhe durch den höchsten in ihm vorkommenden Klang beherrscht. (In der praktischen Musik liegen in der Regel die Töne der Melodie am höchsten, z. B. beim Chorgesang im Sopran, die begleitenden Töne tiefer.)

#### 158. Tonhöhe. Schwingungszahl.

**Wellenlänge.** Bringt man eine in

gleichmäßigem Abstände mit kreisförmig angeordneten Löchern versehene Scheibe (Abb. 137) in schnelle Drehung und bläst durch die Löcher einen Luftstrom, so hört man einen Klang, der um so höher ist, je größer die Zahl der Löcher bzw. je größer die Umdrehungsgeschwindigkeit der Scheibe ist. Ein solcher Apparat heißt eine Sirene. Den gleichen Versuch kann man auch mit einem rotierenden Zahnrad machen, dessen Zähne man mit einem Kartenblatt berührt. Der bei diesen Versuchen hörbare Klang rührt von den dabei periodisch auftretenden Luftstößen her (vgl. auch den Klang einer Kreissäge). Die Tonhöhe des Klanges ist um so größer, je schneller diese Luftstöße erfolgen, d. h. je größer die Schwingungszahl des Grundtones des Klanges ist. Der tiefste Ton, den das Ohr als solchen (nicht als Brummen) empfindet (das Subkontra-C), hat etwa 16 Schwingungen/sec. Er ist auf großen Orgeln noch vorhanden. Die obere Grenze der Hörbarkeit liegt bei jungen Menschen bei etwa 20000 Schwingungen/sec, sinkt aber bereits in mittlerem Alter meist beträchtlich herab. Die Grenzen der musikalisch verwendeten Töne liegt im allgemeinen zwischen 16 und 4000 Schwingungen/sec.

Die Wellenlänge eines Tones von der Schwingungszahl  $\nu$  in Luft ergibt sich aus Gl. 5, § 142, zu  $\lambda = c/\nu$ . So sind z. B. die Wellenlängen für die genannten Hörbarkeitsgrenzen rund 20 m und 2 cm.

**159. Reflexion von Schallwellen.** Schallwellen gehorchen dem Reflexionsgesetz (§ 150). Sie werden bekanntlich an ebenen Wänden, Waldrändern usw. gut reflektiert (Echo). Die sog. „Akustik“ eines Raumes hängt von den in ihm herrschenden Reflexionsverhältnissen ab. Stoffe und Teppiche reflektieren den Schall schlecht, dämpfen daher alle Geräusche und Klänge. In großen Räumen (Kirchen, „Hallen“) mit glatten Wänden ist die Reflexion stark und macht sich wegen der großen Wege, die der Schall zurückzulegen hat, und der daher rührenden großen Zeitdifferenz zwischen Klang und Echo oft unangenehm bemerkbar (Nachhall).

Aus den geometrischen Eigenschaften der Ellipse folgt, daß Schall, welcher vom Brennpunkt einer solchen (z. B. einer elliptisch geformten Wand) ausgeht,

durch Reflexion an ihr in dem andern Brennpunkt wieder vereinigt wird. Auf dieser Tatsache beruhen die an manchen Orten vorhandenen sog. Flüstergewölbe.

Man benutzt die Reflexion des Schalls am Meeresboden dazu, um aus der Laufzeit des Schalls zum Meeresboden und zurück die Meerestiefe festzustellen (Echo-Lot).

**160. Interferenz von Schallwellen.** Zum Nachweis der Interferenz (§ 144) von Schallwellen benutzt man zweckmäßig zwei Wellen, die von der gleichen Schallquelle herrühren, weil so am besten völlige Gleichheit der Schwingungen gewährleistet ist. Bringt man eine Stimmgabel (§ 171) in  $A$  vor eine ebene reflektierende Wand  $DE$  (Abb. 138), so hört man an jeder Stelle  $C$  den von ihr direkt kommenden Schall und den von der Wand reflektierten Schall. Die Differenz der Wege, die diese beiden Wellen zurückzulegen haben, ist  $AB + BC - AC$ . Beträgt diese Differenz ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge ( $n\lambda$ ), so verstärken sich nach § 144 die beiden Wellen, beträgt sie aber ein ungeradzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge [ $(2n + 1)\lambda/2$ ], so löschen sie sich bei gleicher Stärke durch Interferenz aus. Jedenfalls tritt ein Minimum der Schallstärke auf. Ob das eine oder andere eintritt, hängt von der Lage von  $C$  im Raume und vom Orte  $A$  der Schallquelle ab. Bewegt man sich also bei feststehender Schallquelle in der Nähe einer reflektierenden Wand oder wird die Schallquelle

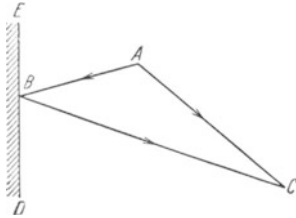


Abb. 138. Zur Interferenz von Schallwellen.

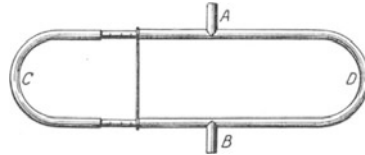


Abb. 139. QUINCKESCHES ROHR.

gegenüber der Wand bewegt, so ändert sich die Tonstärke. Der Versuch gelingt am besten mit einer dicken Stimmgabel von großer Tonhöhe, weil bei kleiner Wellenlänge die Unterschiede örtlich am stärksten wechseln.

Zur Beobachtung von Schallinterferenzen dient z. B. auch das QUINCKESCHE Rohr (Abb. 139). Die eine Hälfte des Rohres ist posaunenartig ausziehbar. Man läßt einen Ton bei  $A$  eintreten und hört ihn durch einen bei  $B$  angesetzten Schlauch ab. Ist das eine Rohr so weit herausgezogen, daß die Differenz der Schallwege  $ACB$  und  $ADB$  eine halbe Wellenlänge beträgt, so ist die Tonstärke ein Minimum. Man kann auf diese Weise die Wellenlänge eines Tones in Luft messen.

**161. Stehende Schallwellen.** Stehende Schallwellen (§ 145) erzeugt man am besten durch Reflexion an einer ebenen Wand. In dem zwischen Schallquelle und Wand liegenden Raum überlagern sich die ankommende und die in entgegengesetzter Richtung laufende reflektierte Welle. Man kann die Maxima und Minima des Tones direkt mit dem Ohre abhören. Noch besser macht man sie mit einer „empfindlichen Flamme“ sichtbar (einer an einem langen Schlauch bei geeignetem Druck brennenden Gasflamme, welche sich bei großer Tonstärke zusammenzieht). Die Maxima des Schalles liegen an den Stellen stärkster Druckschwankung, also schwächster Bewegung der Luftteilchen, d. h. an den Druckbäuchen (Schwingungsknoten).

Der Abstand zweier Maxima ist nach § 145 gleich der halben Wellenlänge der Schwingung. Kennt man die Schwingungszahl  $\nu$ , so kann man die Schallgeschwindigkeit  $c$  nach Gl. 5, § 142, aus diesem Abstand berechnen. Diese

Methode hat KUNDT angewandt, um die Schallgeschwindigkeit in Gasen zu bestimmen. Man erzeugt im Innern einer mit dem betreffenden Gase gefüllten Glasröhre stehende Wellen. In der Röhre befindet sich etwas trockenes Korkpulver, Bärlappsamen oder am besten Quarzpulver. Dieses wird bei Erregung der Wellen von den Stellen stärkster Bewegung, also dem Druck-

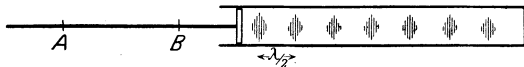


Abb. 140. KUNDTsche Röhre mit Staubfiguren.

knoten, fortgeschleudert und sammelt sich in den Druckbäuchen (KUNDTsche Staubfiguren). Man kann so den Abstand zweier Bäuche, also die halbe Wellenlänge, messen. Die in Abb. 140 dargestellte Vorrichtung dient insbesondere für Wellenlängenmessungen in Luft. Man erzeugt z. B. durch Reiben eines in  $\frac{1}{2}$  oder in  $\frac{1}{4}$  und  $\frac{3}{4}$  seiner Länge ( $A, B$ ) eingespannten Metall- oder Glasstabes in diesem Longitudinalschwingungen, welche durch eine aufgesetzte Korkscheibe an die Luft in der Röhre übertragen werden.

**162. Akustische Schwebungen.** Akustische Schwebungen (§ 146) treten ein, wenn zwei Töne von wenig verschiedener Schwingungszahl gleichzeitig erklingen. Man beobachtet sie leicht bei zwei gleichen Stimmgabeln, deren eine durch Beschweren ihres Endes mit ein wenig Wachs leicht verstimmt ist oder bei einem ein wenig verstimmt Saitenpaar einer Mandoline. Die Schwebungen bestehen in einem mehr oder weniger schnellen An- und Abschwellen der Tonstärke. Sie erfolgen um so langsamer, je weniger sich die Schwingungszahlen der beiden Töne unterscheiden. Da das Ohr mehr als etwa 16 einzelne Ereignisse in einer Sekunde nicht mehr getrennt wahrnimmt, so verschwinden die Schwebungen für das Ohr, wenn die Differenz der Schwingungszahlen  $\nu_1 - \nu_2$  größer als etwa 16 Schwebungen/sec wird. Im allgemeinen bemerkt das Ohr dann, wenigstens bei tieferen Tönen, den Unterschied in der Tonhöhe unmittelbar, während bei sehr kleinen Differenzen die Beobachtung der Schwebungen das sicherste Mittel zur Feststellung der Schwingungszahldifferenz ist. Beim Einstimmen der gleichen Saiten von Klavier oder Mandoline ist es daher zweckmäßig, auf das Verschwinden der Schwebungen zu achten.

**163. Kombinationstöne.** Wird das Ohr von zwei Tönen von den Schwingungszahlen  $\nu_1$  und  $\nu_2$ , die sich um mehr als 16 Schwingungen/sec unterscheiden, gleichzeitig getroffen, so hört man bei aufmerksamer Beobachtung nicht nur diese beiden Töne, sondern auch noch Töne, deren Schwingungszahl gleich der Summe und gleich der Differenz jener beiden Töne ist, also  $\nu_1 + \nu_2$ , bzw.  $\nu_1 - \nu_2$ . Unter geeigneten Umständen sind noch weitere Töne hörbar, deren Schwingungszahlen sich durch die allgemeine Formel  $\nu = m \cdot \nu_1 \pm n \cdot \nu_2$  ausdrücken lassen, wobei  $m$  und  $n$  ganze Zahlen sind. Diese Töne heißen Kombinationstöne oder Summations- bzw. Differenztöne. Am leichtesten ist der erste Differenzton,  $\nu_1 - \nu_2$ , hörbar. Diese Töne sind in dem das Ohr treffenden Klange nicht enthalten. Sie entstehen erst im Ohr, und zwar infolge der Tatsache, daß das Trommelfell Ausbiegungen nach innen und nach außen nicht den gleichen elastischen Widerstand entgegengesetzt. Die mathematische Analyse der Schwingung, zu der eine solche asymmetrisch schwingende Membran durch zwei auf sie auftreffende Töne verschiedener Schwingungszahl erregt wird, ergibt, daß in der erzwungenen Schwingung tatsächlich jene Summations- und Differenzschwingungen auftreten müssen.

Kombinationstöne, insbesondere der erste Differenzton, treten z. B. auch auf, wenn zwei Orgelpfeifen mit dem gleichen Windbalg betrieben werden. In diesem Falle wird die Differenzschwingung im Windbalg erregt, und sie ist in dem ausgesandten Klange tatsächlich neben den beiden ursprünglichen Tönen enthalten.



**164. Akustische Resonanz.** Singt man in ein geöffnetes Klavier bei abgehobenem Pedal einen Ton, so klingt er aus ihm wieder heraus. Die Saite gleicher Frequenz ist durch Resonanz (§ 138) in Schwingungen versetzt worden. Bekannt ist das Klirren von Gegenständen beim Anschlagen eines bestimmten Tones. Es wird behauptet, daß man ein Glas durch starkes Hineinsingen des Eigentones in so heftiges Mitschwingen versetzen kann, daß es springt. In engen Räumen beobachtet man oft, daß ein bestimmter Ton in ihnen besonders laut klingt. Es ist das derjenige Ton, der der Grundschiwingung der eingeschlossenen Luftsäule entspricht. Man setzt Stimmgabeln auf Kästen, die so beschaffen sind, daß die in ihnen befindliche Luftsäule in ihrer Eigenschwingung derjenigen der Stimmgabel entspricht. Die Stimmgabel tönt dann viel lauter als ohne den Kasten. Das rührt daher, daß die im Kasten schwingende Luftsäule die Schallenergie viel schneller an die Luft abgibt als die einfache Stimmgabel, der auf diese Weise durch ständige Abgabe an den Resonanzkasten ihre Schwingungsenergie auch viel schneller entzogen wird. In geringem Grade wird das gleiche schon durch Aufsetzen auf eine Tischplatte erreicht. Eine verstärkte Schallabgabe an die Luft bezwecken auch die Resonanzböden der Streichinstrumente und anderer Musikinstrumente und die Schalltrichter (Grammophon, Lautsprecher, Megaphon). Die bekannte Form der Resonanzkästen von Streichinstrumenten ist erfahrungsgemäß die für die Erzeugung einer möglichst gleichmäßigen Schallwirkung über den ganzen Tonbereich des Instruments günstigste. (Resonanz im strengen Sinne liegt also hier nicht vor.) Weshalb diese Form so besonders günstig ist, ebenso die außerordentlichen Einflüsse der Lackierung, hat man bisher noch nicht befriedigend erklären können. Um so mehr zu bewundern bleibt die Leistung der alten Geigenbauer, die diese Form auf rein empirischem Wege gefunden haben.

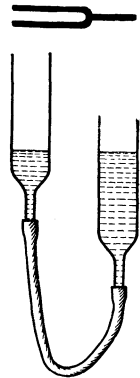


Abb. 141.  
Resonanz einer  
Luftsäule.

Läßt man in der in Abb. 141 dargestellten Vorrichtung das Wasser auf und ab steigen, während sich eine tönende Stimmgabel über dem einen Rohr befindet, so hört man infolge von Resonanz einen lauten Ton bei einer ganz bestimmten Länge der im Rohr befindlichen Luftsäule. Hält man eine Stimmgabel von 4—500 Schwingungen vor den geöffneten Mund, so gelingt es leicht, eine Mundstellung zu finden, bei der die Mundhöhle in Resonanz gerät.

HELMHOLTZ benutzte die Resonanz von luftgefüllten Räumen, um Klänge zu analysieren, d. h. die sie bildenden reinen Töne zu ermitteln. Er bediente sich dazu eines Satzes von „Resonatoren“ von der in Abb. 142 dargestellten Form, welche mit ihrer in der Abbildung oberen Öffnung in die Ohröffnung gesteckt werden, und es werden diejenigen Resonatoren festgestellt, welche bei Ertönen des zu untersuchenden Klanges am stärksten in Resonanz versetzt werden.

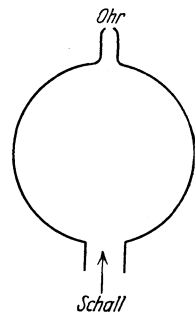


Abb. 142. HELMHOLTZ'scher Resonator.

**165. Der akustische Dopplereffekt.** Der akustische Dopplereffekt (§ 147) ist eine häufig zu beobachtende Erscheinung. Der Pfiff einer Lokomotive erscheint höher, wenn sie auf einen zufährt, als wenn sie von einem wegfährt. Das gleiche beobachtet man bei den Klingeln von Radfahrern und den Hupen von Automobilen. Der Effekt ist um so stärker, das Springen der Tonhöhe beim Vorbeifahren um so deutlicher, je schneller die Schallquelle bewegt ist. Man beobachtet den Dopplereffekt ebenfalls, wenn die Schallquelle ruht und man selbst sich bewegt, z. B. beim Läuten von Signalglocken neben einem fahrenden Eisenbahnzuge.

### d) Musikalische Akustik.

166. **Die musikalische Tonleiter.** Die heutige Musik beruht auf der sog. Tonleiter. Es ist dies eine Folge von Tönen, deren Schwingungszahlen in einfachen Verhältnissen zueinander stehen. Man unterscheidet die Dur- und die Moll-Tonleiter. Wir betrachten zunächst die Dur-Tonleiter. Ihr Grundton heiÙe c, und wir wollen unsere Maßeinheit der Einfachheit halber so wählen, daß ihm die Schwingungszahl 1 zukomme. Die c-dur-Tonleiter setzt sich dann aus folgenden Tönen zusammen:

	Grundton c	Sekunde d	Gr. Terz e	Quart f	Quint g	Gr. Sexte a	Septime h	Oktave c'
Schwingungszahl	1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8	2
Verhältnis		9/8	10/9	16/15	9/8	10/9	9/8	16/15

Nehmen wir irgendeinen Ton von anderer Schwingungszahl als Grundton, so ist das Schwingungszahlverhältnis der einzelnen Töne in der zu ihm gehörenden Tonleiter stets das gleiche. Bildet man in der Dur-Tonleiter alle Zahlenverhältnisse zwischen irgend zwei Tönen, so sind — mit Ausnahme des fehlenden Verhältnisses  $9/5$  — sämtliche Zahlenverhältnisse zwischen 1 und 2, die man aus den Zahlen 1 bis 16 unter Auslassung der Zahlen 7, 11, 13 und 14 bilden kann, in ihr enthalten. Das Verhältnis  $v_1:v_2$  zweier Töne heißt ihr Intervall.

In der c-moll-Tonleiter tritt an die Stelle der großen Terz die kleine Terz  $e = 6/5$ , an die Stelle der großen Sexte die kleine Sexte  $a = 8/5$ . Beim Aufstieg enthält sie die Septime h, beim Abstieg tritt an dessen Stelle  $b = 9/5$ , so daß hier das in der Dur-Tonleiter fehlende Intervall erscheint.

Ein Instrument, welches in seiner Stimmung der vorstehenden Tabelle entspricht, ist für ein musikalisches Ohr völlig rein gestimmt. Man nennt diese Tonleiter die natürlich-harmonische Tonleiter. Es kommen in ihr zwischen benachbarten Tönen drei verschiedene Verhältnisse (Intervalle, Tonschritte) vor: der große Ganzton  $9/8 = 1,125$ , der kleine Ganzton  $10/9 = 1,111$  und der halbe Ton  $16/15 = 1,077$ . Eine Folge von zwei halben Tönen bedeutet einen Schritt von  $16/15 \cdot 16/15 = 256/225 = 1,138$ , ist also sowohl vom großen wie vom kleinen Ganzton verschieden.

Diese reine Stimmung ist für fest gestimmte Instrumente, wie z. B. das Klavier, nicht brauchbar. Diese Instrumente haben bekanntlich in der Oktave 12 Intervalle, und die Töne dieser Oktave müssen auch für die auf andere Grundtöne aufgebauten Tonleitern, nicht nur für c-dur, dienen. Es muß also z. B. das a, die große Sexte der c-dur-Tonleiter, gleichzeitig die Sekunde der g-dur-Tonleiter, die große Terz der f-dur-Tonleiter, die Quart der e-dur-Tonleiter und die Quint der d-dur-Tonleiter sein. Nun ist die Sekunde zu  $g = 3/2$ ,  $a = 3/2 \cdot 9/8 = 27/16$ , die große Terz zu  $f = 4/3$ ,  $a = 4/3 \cdot 5/4 = 5/3$ , die Quart zu  $e = 5/4$ ,  $a = 5/4 \cdot 4/3 = 5/3$  und die Quint zu  $d = 9/8$ ,  $a = 9/8 \cdot 3/2 = 27/16$ . Man sieht, daß das a der c-dur-Tonleiter zwar für f-dur und e-dur stimmt, aber nicht für g-dur und d-dur. Der Unterschied beträgt  $81/80$  (sog. Pythagoräisches Komma). Entsprechendes kann man für andere Töne nachweisen.

Aus diesem Grunde ist man übereingekommen, ein Kompromiß zu machen und die Oktave in 12 gleiche Intervalle (Halbtonschritte) einzuteilen, d. h. so, daß man vom Grundton mit 12 gleichen Schritten zur Oktave kommt. Die Zahl, welche bei dieser sog. temperierten Stimmung oder gleichschwebenden Temperatur das Verhältnis zweier benachbarter Töne angibt, sei  $x$ . Um die genannte Bedingung zu erfüllen, muß  $x^{12} = 2$  sein oder  $x = \sqrt[12]{2} = 1,059 \dots$ . In dieser Stimmung sind zwar sämtliche Intervalle ein wenig unrein, aber so wenig, daß es bei der praktischen Musik nicht bemerkt wird. (Der Ganztonschritt

beträgt  $1,059^2 = 1,121$ .) Und es ist der große Vorteil gewonnen, daß keine Tonart vor der andern durch reinere Stimmung bevorzugt ist. Darüber hinaus aber ist die ganze moderne Musik wegen der sich durch diese Art der Stimmung bietenden Möglichkeit zu sog. Modulationen (Übergang von einer Tonart in eine beliebige andere) nur auf dieser Basis denkbar.

Die Grundlage unserer heutigen musikalischen Stimmung ist der sog. Kamerton a, (eingestrichenes a) als welcher gesetzlich derjenige Ton festgelegt ist, welcher die Schwingungszahl 435 hat.

Man hat neuerdings den Versuch gemacht, die Möglichkeiten der praktischen Musik dadurch zu erweitern, daß man auch noch Dritteltonschritte ( $\sqrt[18]{2}$ ) und Vierteltonschritte ( $\sqrt[24]{2}$ ) einführt. Zu wesentlichen Auswirkungen dieser Bestrebungen ist es bislang noch nicht gekommen.

**167. Konsonanz und Dissonanz.** Zwei oder mehrere gleichzeitig erklingende Töne ergeben entweder einen Wohlklang (Konsonanz) oder einen Mißklang (Dissonanz). Die Erfahrung zeigt, daß die Konsonanz zweier Töne um so besser ist, je einfacher das Zahlenverhältnis ist, in dem ihre Schwingungszahlen stehen. Die beste Konsonanz ist daher die Oktave, es folgt die Quint, dann die Quart, die Terz und die Sexte. Die Sekunde und die Septime werden bereits als weniger wohlklingend empfunden, kommen aber als wichtige Intervalle in der praktischen Musik vor.

**168. Die Saiteninstrumente.** Bei den Saiteninstrumenten werden die Eigenschwingungen gespannter Saiten aus Darm, drahtumspunnenem Darm oder Draht zur Tonerzeugung benutzt. Die Saiten werden entweder gestrichen (Geige, Bratsche, Violoncello, Kontrabaß), angeschlagen (Klavier) oder gezupft (Zither, Laute, Mandoline, Harfe, Pizzicato der Streichinstrumente). Die Klangfarbe ist von Art und Ort der Erregung der Saite stark abhängig. Die Saiten werden durch Änderung ihrer Spannung auf die vorgeschriebene Schwingungszahl gebracht (gestimmt). Bei den meisten Saiteninstrumenten wird nicht nur die Schwingung der Saite zwischen ihren festen Begrenzungen (leere Saite) ausgenutzt, sondern es werden weitere Töne durch Begrenzung der Saite mit dem aufgesetzten Finger — Verkürzung, also Erhöhung der Schwingungszahl, d. h. des Tones — erzeugt. Bei den Streichinstrumenten benutzt man ferner die sog. Flageolettöne, das sind diejenigen Töne, welche entstehen, wenn man den Finger in  $1/2$ ,  $1/3$ ,  $1/4$  usw. der Saitenlänge lose aufsetzt, so daß zwar die Saite ganz schwingt, aber mit 1, 2, 3 usw. Knoten. Es werden also die Oberschwingungen der leeren Saiten benutzt (vgl. § 136, Abb. 118).

Das Verhalten von Saiten kann mit dem Monochord untersucht werden, welches aus einem Resonanzkasten mit einer Saite besteht, deren Spannung und Länge man meßbar verändern kann.

**169. Pfeifen. Die Orgel.** Die meisten sonstigen Instrumente, die für die Musik in Frage kommen, beruhen auf den Schwingungen von Luftsäulen. In erster Linie ist hier die Orgel zu nennen. Sie besitzt zwei Arten von Pfeifen: Lippenpfeifen und Zungenpfeifen. Bei den Lippenpfeifen (Abb. 143a) wird von  $h$  her durch den Schlitz  $SS$  ein Luftstrom gegen die scharfe Kante der sog. Lippe geblasen. Beim Vorbeistreichen des Luftstromes an dieser entsteht zunächst ein Geräusch, also ein Gemenge aus allen möglichen Schwingungen. Darunter ist stets auch die Eigenschwingung des Luftraumes der Pfeife. Dieser wird dadurch zum Mitschwingen angeregt. Dies wirkt wieder auf den Luftstrom zurück — der im Tempo dieser Eigenschwingung zu pendeln beginnt. Dadurch wird wieder die Resonanz des Luftraumes verstärkt, der auf diese Weise zu starkem Tönen veranlaßt wird. Bei den Lippenpfeifen sind zu unterscheiden: Offene Pfeifen, welche also am einen Ende offen sind, und geschlossene, sog. „gedackte“

Pfeifen. Der Ton der letzteren ist bei gleicher Länge um eine Oktave tiefer als derjenige der ersteren, wie man aus den im § 137 angestellten Überlegungen erkennt. Wegen der verschiedenen Art ihrer Obertöne ist die Klangfarbe der beiden Arten verschieden. Bei den Zungenpfeifen (Abb. 143b) passiert der Luftstrom eine Öffnung, welche durch eine federnde, metallische, auf den zu erzeugenden Ton abgestimmte Zunge nahezu geschlossen ist. Die Zunge wird durch den Luftstrom in Schwingungen versetzt und öffnet und schließt die Öffnung im Tempo ihrer Schwingung. Dadurch wird der Luftstrom ebenfalls im gleichen Tempo unterbrochen und erregt dann einen auf den gleichen Ton abgestimmten Luftraum zu Schwingungen. Die Harmonika beruht lediglich auf der Wirkung der Zungen und der durch sie hervorgebrachten periodischen Luftstöße. Abgestimmte Lufträume werden bei ihr nicht zu Schwingungen erregt.

Die sog. Register der Orgel geben die Möglichkeit, je nach Wahl zu jedem Grundton andere Töne leise miterklingen zu lassen. Auf diese Weise kann man die Klangfarbe stark verändern und bis zu einem gewissen Grade sogar diejenige anderer Instrumente nachahmen.

Ein Harmonium ist eine kleine Orgel, welche nur Zungenpfeifen enthält.

**170. Blasinstrumente.** Bei den Blasinstrumenten werden Luftsäulen durch den Luftstrom des Mundes in Schwingungen versetzt. Die wichtigsten unter ihnen sind erstens die Holzblasinstrumente: Flöte, Klarinette, Oboe und Fagott, zweitens die Blechblasinstrumente: Horn, Trompete, Kornett und Posaune, Saxophon usw.

Die Blasinstrumente ähneln in der Art ihrer Erregung teils den Lippen-, teils den Zungenpfeifen.

Bei den Holzblasinstrumenten wird die wirksame Länge des schwingenden Luftraums, und damit die Tonhöhe, dadurch verändert, daß seitlich am Instrument

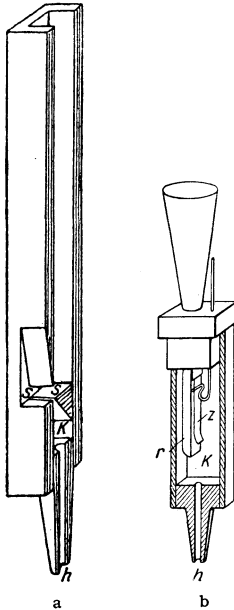


Abb. 143. a Lippenpfeife.  
b Zungenpfeife.

Löcher vorhanden sind, welche entweder mit dem Finger oder durch besondere Klappen verschlossen werden können.

Von den Blechinstrumenten ist das Ventilhorn auch mit Löchern und Klappen versehen. Die Wirkung der anderen Blechinstrumente beruht auf einer Ausnutzung des sog. Überblasens. Man kann durch geeignete Art des Anblasens einer Luftsäule statt des Grundtons auch die Obertöne zum Ansprechen bringen. Die ersten Obertöne liegen weit auseinander, aber die höheren liegen einander immer näher, und es befindet sich schließlich unter ihnen die lückenlose Folge aller Töne der Tonleiter. Diese Blechinstrumente werden also nur mit ihren hohen Obertönen benutzt, und es besteht die Kunst des Spielers darin, gerade den gewünschten unter diesen Obertönen zu erzeugen. Dies geschieht durch eine geeignete Mundstellung. Bei der Posaune können die benutzten Obertöne durch einen die Rohrlänge ändernden Auszug rein gestimmt werden.

Das Verhalten von tönenden Luftsäulen kann man untersuchen, indem man Orgelpfeifen mittels eines Blasebalgs zum Schwingen bringt. Man kann so z. B. leicht feststellen, daß der Ton einer offenen Lippenpfeife um eine Oktave sinkt, wenn man die Öffnung mit der Hand verschließt. Mit einem ausreichend starken Luftstrom kann man sie leicht überblasen, also ihre Obertöne hervorbringen. Den Einfluß offener und geschlossener Enden zeigt auch folgender einfache Versuch. Schlägt man mit der Handfläche auf das eine Ende einer

beiderseits offenen Pappröhre von etwa 25 cm Länge, so hört man, wenn man die Hand nach dem Schlage auf der Röhre liegen läßt, einen Ton, der der Eigenschwingung der eingeschlossenen Luftsäule bei einem offenen und einem geschlossenen Ende entspricht. Schlägt man aber ganz kurz, am besten nur mit einem Finger, so schwingt die Luftsäule mit zwei offenen Enden, und ihre Schwingungszahl ist jetzt doppelt so groß wie vorher (§ 137), der Ton ist um eine Oktave höher. Enge Röhren (Schlüssel, Panflöte) kann man auch durch Anblasen des offenen Endes zum Tönen bringen. Vgl. auch das Heulen des Windes in Schornsteinen.

Das Pfeifen mit dem Munde beruht auf einer Anregung der Eigenschwingung der Mundhöhle bzw. ihrer Obertöne, die man durch geeignete Form derselben in gewissen Grenzen verändern kann.

**171. Andere Musikinstrumente.** Weitere Musikinstrumente beruhen auf den Eigenschwingungen von metallischen oder sonstigen, ebenen oder gebogenen Platten oder Stäben (Glocken, Becken, Triangel, Xylophon, Gong) oder auf Schwingungen gespannter Membrane (Kalbfell), wie bei der Trommel und Pauke. Die besondere Klangfarbe dieser Instrumente ist dadurch bedingt, daß sie infolge ihrer komplizierten Form viele unharmonische Obertöne haben. Verhältnismäßig sehr reine Töne gibt dagegen die Stimmgabel (Abb. 144).

Das Grammophon, hervorgegangen aus dem von EDISON erfundenen Phonographen, ermöglicht eine mechanische Fixierung und eine Wiedergabe von Klängen und Geräuschen, also von Sprache und Musik. Die Herstellung einer Grammophonplatte geschieht so, daß durch den aufzunehmenden Klang Schwingungen einer Membran erregt werden, welche mit einer spitzen Nadel versehen ist. Diese erzeugt auf einer unter ihr rotierenden Platte aus weichem Material Vertiefungen von wechselnder Größe, entsprechend den von der Nadel ausgeführten Schwingungen. Von der so erzeugten Platte werden auf Hartgummi Kopien hergestellt. Läßt man eine solche wieder in richtigem Tempo unter einer Nadel weg rotieren, welche an einer Membran befestigt ist, so führt diese Nadel die gleichen Bewegungen aus wie die bei der Aufnahme benutzte Nadel und versetzt die Membran in entsprechende Schwingungen, welche von dieser wieder als Schallschwingungen an die Luft übertragen werden.

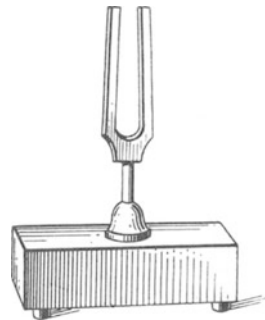


Abb. 144. Stimmgabel.

## e) Das Ohr. Der Kehlkopf. Die Sprache.

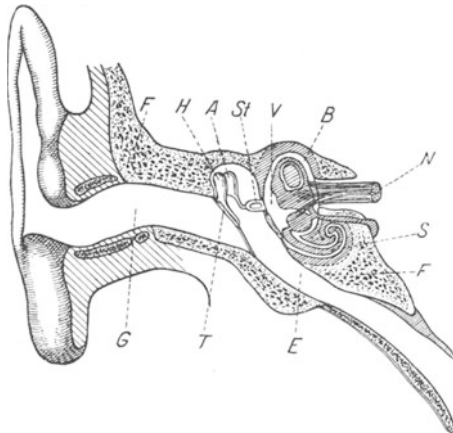
**172. Das Ohr.** Das Ohr (Abb. 145) besteht aus:

1. dem äußeren Ohr (Gehörgang *G*), welches durch das Trommelfell *T*, eine häutige Membran, abgeschlossen ist. Die Ohrmuschel dient dazu, den auffallenden Schall in den im Felsenbein *F* liegenden Gehörgang zu konzentrieren.

2. dem Mittelohr, welches durch die Eustachische Röhre *E* (zum Ausgleich des Luftdrucks) mit der Nase verbunden ist. In ihm befindet sich ein System von Knöcheln, Hammer *H*, Ambos *A* und Steigbügel *St* genannt, die die von außen erregten Schwingungen des Trommelfells auf das ovale Fenster übertragen, welches das innere Ohr abschließt. Die Knöchelchen bilden ein System von Hebeln, die die Schwingungen des Trommelfells, welche verhältnismäßig große Amplitude haben, aber wenig kräftig sind, in kräftige Bewegungen des ovalen Fensters von kleiner Amplitude verwandeln.

3. dem innern Ohr oder Labyrinth. Dieses ist ein sehr kompliziertes Gebilde und bildet einen Hohlraum im Felsenbein. Es besteht aus mehreren Teilen:

dem Vorhof *V*, den drei Bogengängen *B*, den Ampullen und der Schnecke *S*. Von diesen haben die Bogengänge mit dem Gehör wahrscheinlich überhaupt nichts zu tun, sondern bilden das menschliche Gleichgewichtsorgan. (Dieses ist auch bei vielen Tieren mit dem Gehörorgan verbunden.) Die Ampullen sind wahrscheinlich das Organ für die Empfindung von Geräuschen, während die Schnecke das tonempfindliche Organ ist. Sie besteht aus  $2\frac{1}{2}$  Windungen, wird durch ein knöchernes Spiralblatt in zwei Hälften geteilt und endet in einem zweiten, dem runden Fenster, welches gegen das Mittelohr durch eine Membran abgeschlossen ist. Das ganze innere Ohr ist mit einer Flüssigkeit, dem Labyrinthwasser, angefüllt, welches die Schwingungen des ovalen Fensters auf die inneren



Organe überträgt. Längs der Windungen der Schnecke erstreckt sich das sog. Cortische Organ, welches aus einer sehr großen Zahl von einzelnen Fasern (Abb. 145b) besteht. Diese sind auf die Töne des menschlichen Hörbereichs abgestimmt und geraten in Schwingungen, wenn das Ohr von ihrem Eigenton getroffen wird (Resonanztheorie des Hörens, HELMHOLTZ 1867). Hierdurch wer-



Abb. 145. Schema des menschlichen Ohres. a schematischer Querschnitt, b Querschnitt durch das Cortische Organ.

den die Enden von Nerven *N* gereizt, und diese leiten die Erregung in das im Gehirn befindliche Hörzentrum, wo die Tonempfindung entsteht.

**173. Der Kehlkopf.** Im Kehlkopf befindet sich als schwingungsfähiges Organ eine Membran, das Stimmband, dessen Spannung (Eigenfrequenz) verändert werden kann. Es wird durch den von der Lunge her durch die Luftröhre kommenden Luftstrom in Schwingungen versetzt und wirkt dann etwa wie die Zunge einer Zungenpfeife, indem es den Luftstrom zu periodischem An- und Abschwellen und dieser die Mundhöhle und die angrenzenden Hohlräume zum Mitschwingen bringt.

**174. Die Sprache und die Vokale.** Die Entstehung der Konsonanten ist sehr kompliziert und muß hier außer Betracht bleiben. Bezüglich der Vokale ist festgestellt, daß — unbeschadet der Tatsache, daß man jeden Vokal in einem beträchtlichen Bereich von Tonhöhen singen kann — die charakteristische Klangfarbe jedes Vokals darauf beruht, daß im Klange Töne von ganz bestimmter, absoluter Schwingungszahl, die sog. Formanten (HELMHOLTZ 1857, DONDERS 1858), enthalten sind. Diese werden nicht von den Stimmbändern hervorgerufen, sondern sind Schwingungen der Nasenhöhle und des Rachens. Daß die Klangfarbe der Vokale eine Frage des Mitklingsens ganz bestimmter Töne ist, kann man schon daraus erkennen, daß ein in ein offenes Klavier bei abgehobenem Pedal hineingesprochener Vokal infolge von Resonanz ganz deutlich als der gleiche Vokal wieder aus dem Klavier heraushallt. Man kann einem reinen Ton, dem man die Formanten eines Vokals mit sehr geringer Stärke beimischt, den Charakter dieses Vokals geben. Läßt man eine besprochene Grammophonplatte mit falscher Geschwindigkeit laufen, so ändert sich wegen der falschen Tonhöhe der Formanten der Charakter der Vokale.

## VII. Die sog. Molekularwirkungen.

Die nachstehend beschriebenen, verschiedenartigen Erscheinungen werden hier unter der Bezeichnung Molekularwirkungen zusammengefaßt, die seit langem dafür üblich ist. Selbstverständlich sind alle physikalischen Wechselwirkungen letzten Endes Molekularwirkungen, weil die zwischen den einzelnen Körpern und in ihnen wirkenden Kräfte ihren Ursprung in den Molekülen bzw. den Atomen der Körper haben.

### a) Die Reibung.

**175. Reibung zwischen festen Flächen.** In den vorhergehenden Abschnitten ist in vielen Fällen schon darauf hingewiesen worden, daß die Bewegungen der Körper durch das Auftreten von Reibungskräften mehr oder weniger stark beeinflußt werden. Das äußert sich in Abweichungen von dem von der rein mechanischen Theorie geforderten Verhalten, insbesondere in — scheinbaren — Abweichungen vom Energieprinzip.

Die alltägliche Erfahrung lehrt uns, daß ein Körper, der sich mit konstanter Geschwindigkeit gleitend oder rollend auf einer festen horizontalen Fläche bewegen soll, der ständigen Wirkung einer treibenden Kraft, also einer ständigen Energiezufuhr, bedarf. Andernfalls kommt er nach einiger Zeit zur Ruhe. Es muß also eine Kraft auf ihn wirken, um ihn längs eines bestimmten Weges zu verschieben, ohne daß er einen Zuwachs weder seiner potentiellen, noch seiner kinetischen Energie erfährt. Eine an einem Körper längs eines Weges  $s$  wirkende Kraft  $k$  leistet aber stets eine Arbeit  $A = ks$  (§ 46). Diese ist im vorliegenden Falle nicht dem bewegten Körper zugute gekommen, sondern wird von ihm unmittelbar weiter verwendet zur Überwindung der seine Bewegung hemmenden Reibungskräfte. Und zwar wird sie vor allem in Wärme der beiden sich aneinander reibenden Körper verwandelt. Wie wir später sehen werden, ist die Wärme eine ungeordnete Bewegung der Körpermoleküle. Wir finden also die aufgewandte Arbeit in der kinetischen Energie der Moleküle der beteiligten Körper wieder, und zwar in ihrem vollen Betrage. Das Energieprinzip (§ 48) ist demnach nicht verletzt.

Die von der Reibung herrührende hemmende Kraft wächst mit der Kraft, mit der die Flächen aufeinandergedrückt sind, und mit der Geschwindigkeit und ist ihr bei kleiner Geschwindigkeit ungefähr proportional. Jedoch ist es eine Eigentümlichkeit der Reibung zwischen festen Flächen, daß eine endliche Kraft notwendig ist, um einen Körper gegen die Wirkung der Reibung in Bewegung zu setzen. Liegt ein Körper auf einer schiefen Ebene, so setzt er sich unter der Wirkung der Schwere nicht in Bewegung, wenn die Neigung der Ebene nicht einen bestimmten, von den Umständen abhängenden Betrag (sog.

Reibungswinkel) überschreitet (sonst wäre es z. B. unmöglich, auf einem schrägen Wege zu gehen). Bei kleiner Neigung bleibt er in Ruhe und setzt sich erst in Bewegung, wenn die Neigung diesen Grenzwert überschritten hat. Die charakteristischen Böschungswinkel aufgeschütteten körnigen Materials (Sand, Erde, Steine usw.) und ihre Abhängigkeit von der Art desselben haben zum Teil hier ihren Ursprung.

Durch Versuche auf der schiefen Ebene kann man nachweisen, daß die Reibung zwischen zwei ebenen Flächen von der Größe dieser Flächen bei gleicher zwischen ihnen wirkender Kraft nicht oder nur wenig abhängt. Dies erklärt sich so, daß die Flächen sich wegen der unvermeidlichen kleinen Unebenheiten fast immer nur in drei Punkten berühren, in denen also der Hauptsitz der Reibungskraft ist. Die Reibung ist der Kraft, mit der die reibenden Flächen aufeinandergedrückt sind, ungefähr proportional.

Man kann die gleitende Reibung durch Anwendung von Schmiermitteln erheblich herabsetzen. Ihre Wirkung besteht darin, daß sie eine unmittelbare Reibung der festen Flächen verhindern, und daß sich die Reibung hauptsächlich

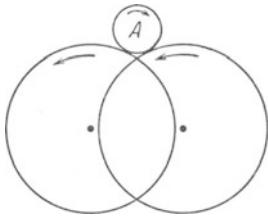


Abb. 146. Schema des Friktionsrades.

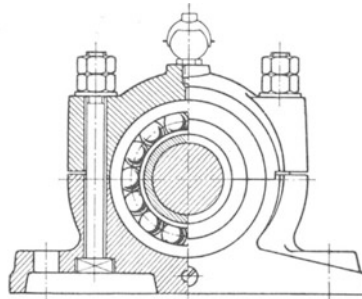


Abb. 147. Kugellager.

innerhalb des flüssigen Schmiermittels abspielt, wo sie weit geringer ist (innere Reibung, § 176).

Viel kleiner als die gleitende Reibung ist die rollende Reibung, die auftritt, wenn ein Körper auf dem andern rollt. Darauf beruht zum Teil der Nutzen der Räder. In den Achsen der Räder findet allerdings gleitende Reibung statt. Diese aber kann durch geeignete Konstruktion und durch Schmierung stark herabgesetzt werden. Man kann die rollende Reibung noch weiter herabsetzen, wenn man die Achse *A* eines Rades selbst wieder auf Räder lagert, so, daß sie nur rollende Reibung erfährt (sog. Friktionsräder, Abb. 146). Die Räder, auf denen die Achse ruht, drehen sich so langsam, daß die Reibung in ihren Achsen sehr klein wird. Auf einem ähnlichen Prinzip beruhen die Kugellager (Abb. 147), bei denen die Achse auf Stahlkugeln gelagert ist, welche ringförmig in einer gut geschmierten Rinne angeordnet sind.

Die Reibung zwischen festen Flächen ist ein Vorgang, der von allen möglichen Zufälligkeiten stark beeinflußt wird, so daß es nicht gut möglich ist, allgemein gültige Gesetzmäßigkeiten aufzustellen.

**176. Innere Reibung von Flüssigkeiten.** Wird ein zylindrisches Gefäß mit einer Flüssigkeit in Drehung versetzt, etwa auf der Schwungmaschine (§ 45), so setzt sich nach kurzer Zeit auch die gesamte Flüssigkeit mit in Bewegung. Das ist nur dadurch möglich, daß die rotierende Gefäßwand ihre Bewegung durch Reibung auf die Flüssigkeit überträgt. Es hat sich ergeben, daß die einer festen Fläche unmittelbar anliegende Flüssigkeitsschicht an der Fläche



haftet und von dieser mitgenommen wird. Diese Schicht überträgt ihre Bewegung auf die unmittelbar benachbarte infolge der sog. inneren Reibung oder Viskosität der Flüssigkeit, diese wieder auf die nächste usw. Zähne Flüssigkeiten sind solche mit großer innerer Reibung.

Wir betrachten zwei im Abstände  $dx$  voneinander parallel strömende Flüssigkeitsschichten, deren Geschwindigkeitsdifferenz  $dv$  sei. Die Fläche, in der die Reibung stattfindet, sei  $F$ . Der hemmende Einfluß, den die langsamere Schicht auf die schnellere ausübt, ist dem Geschwindigkeitsgefälle  $dv/dx$  proportional. Es ergibt sich daher die zwischen den beiden Schichten wirkende Reibungskraft

$$k = \eta F \frac{dv}{dx}. \quad (I)$$

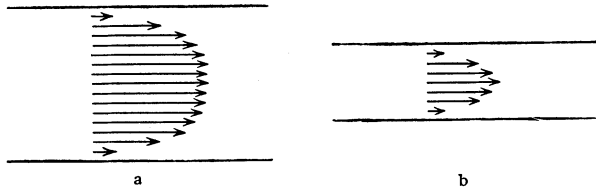


Abb. 148. Strömung einer Flüssigkeit durch ein weites (a) und ein enges (b) Rohr. Die Pfeile bedeuten die Strömungsgeschwindigkeiten.

$\eta$  ist eine für die betreffende Flüssigkeit charakteristische Größe, der Koeffizient der inneren Reibung oder Viskositätskoeffizient. Er ist stark von der Temperatur abhängig.

Durch die innere Reibung wird die Strömung von Flüssigkeiten durch Röhren beeinflusst. Die der Röhrenwand unmittelbar anliegende Schicht ist stets in Ruhe, und die Strömungsgeschwindigkeit nimmt erst weiter im Innern allmählich ihren größten Wert an. Abb. 148 zeigt die Abhängigkeit der Strömungsgeschwindigkeit von der Entfernung von der Röhrenachse in einem weiten und einem engen Rohr. In weiten Röhren spielt die Reibung eine geringere Rolle, während sie in sehr engen Röhren (sog. Kapillaren) sehr bedeutend sein kann. Für eine Flüssigkeit, welche durch enge Röhren strömt, gilt daher auch keineswegs das TORRICELLIsche Theorem (§ 128), sondern das Gesetz von POISEUILLE (Gl. 5). Sei  $V$  das in der Zeit  $t$  aus einer Kapillare von der Länge  $l$  ausströmende Flüssigkeitsvolumen,  $r$  der Radius der Kapillaren,  $p$  der Druck, unter dem die Flüssigkeit steht, und  $\eta$  der Viskositätskoeffizient, so ist

$$V = \frac{\pi p r^4}{8 l \eta} t. \quad (5)$$

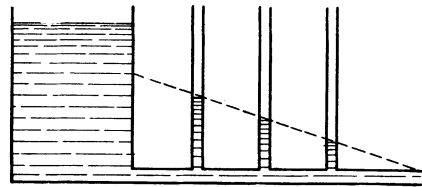


Abb. 149. Druckgefälle in einer Röhre.

Die innere Reibung bewirkt auch, daß in einem von einer Flüssigkeit durchströmten horizontalen Rohre von gleichmäßiger Weite ein Druckgefälle besteht, derart, daß der Druck in Richtung der Strömung abnimmt (Abb. 149). Da die Flüssigkeit die Reibung überwinden muß, so verliert sie an Energie. Die Flüssigkeit durchströmt aber jeden Querschnitt des als gleich weit angenommenen Rohres mit gleicher Geschwindigkeit. Ihre kinetische Energie bleibt daher konstant. Es muß ihr also als Ersatz für die durch die Reibung verlorengene Energie neue Energie zugeführt werden. Das geschieht ganz von selbst dadurch, daß sich im Rohr ein Druckgefälle in Richtung der Strömung einstellt, und dieses in der Strömungsrichtung wirkende Druckgefälle bewirkt die Beschleunigung der Flüssigkeit, die die hemmende Kraft der Reibung gerade aufhebt.

Die vorstehenden Gesetzmäßigkeiten gelten nur, solange die Strömungsgeschwindigkeit eine bestimmte Größe nicht überschreitet. Man bezeichnet die Strömung dann als laminar. Bei Überschreitung einer kritischen Geschwindig-

keit schlägt die laminare in eine turbulente Strömung um, bei der sich innerhalb der strömenden Flüssigkeit Wirbel bilden. Der Widerstand, den ein Rohr einer solchen Strömung entgegensetzt, ist viel größer als bei laminarer Strömung. Die Ursachen, die zur Turbulenz führen, sind sehr kompliziert und unübersichtlich und noch nicht in allen Einzelheiten geklärt. Es ist dies ein technisch sehr wichtiges Problem.

**177. Innere Reibung in Gasen.** Die Gesetze der Reibung in Gasen sind denen der Reibung in Flüssigkeiten völlig analog, solange die Gase nicht sehr verdünnt sind. Doch ist ihre innere Reibung sehr klein gegenüber derjenigen der Flüssigkeiten. Der Koeffizient der inneren Reibung der Gase ist ebenso definiert, wie derjenige der Flüssigkeiten, nämlich durch Gl. 1. Man kann sich das Zustandekommen der inneren Reibung in Gasen sehr anschaulich vorstellen, indem man bedenkt, daß durch die ungeordnete Molekularbewegung ein dauernder Austausch der Moleküle zwischen benachbarten, verschieden schnell bewegten Gasschichten stattfindet. Dadurch entsteht eine Tendenz zum Ausgleich der Geschwindigkeiten, die wie eine die schnellere Schicht hemmende, die langsamere beschleunigende Kraft wirkt. Es ist daher auch verständlich, daß bei der inneren Reibung die mittlere freie Weglänge (§ 115) eine Rolle spielt. Die Theorie ergibt, daß für Gase

$$\eta = \frac{1}{3} n \mu v \lambda, \quad (2)$$

wenn  $n$  die Zahl der Moleküle im Kubikzentimeter,  $\mu$  die Masse eines Moleküls,  $v$  die mittlere Geschwindigkeit der Moleküle und  $\lambda$  die mittlere freie Weglänge bedeutet. Da nach Gl. 6, § 113,  $\frac{1}{3} n \mu v^2 = p$ , dem Druck, ist, andererseits  $v$ , wie an gleicher Stelle ausgeführt, berechnet werden kann, so kann man aus Gl. 2, wenn  $\eta$  durch Messungen bekannt ist, die mittlere freie Weglänge  $\lambda$  berechnen. Auf diese Weise sind die in § 115 angegebenen Zahlen gewonnen. Auch aus Versuchen mit bewegten Ionen in Gasen (§ 403) kann man die freie Weglänge berechnen.

Jeder Körper, der sich durch die Luft bewegt, unterliegt der hemmenden Kraft der Reibung. Die von der Reibung herrührende, bewegungshemmende Kraft ist bei kleiner Geschwindigkeit  $v$  dieser proportional. Sie wächst aber bei steigender Geschwindigkeit schneller als diese und wird bei sehr hohen Geschwindigkeiten (z. B. denen der Geschosse) dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional. Wir betrachten noch die Modifikation, die an den Gesetzen des freien Falles vorgenommen werden muß, wenn man die Reibung mit in Rechnung setzt. (Der Fall ist dann nicht mehr im eigentlichen Sinne frei.) Fällt ein Körper von der Masse  $m$  unter der Wirkung der Schwere und der Reibung in der Luft, so gilt die Bewegungsgleichung (vgl. § 62)

$$m \frac{dv}{dt} = mg - \alpha v,$$

wobei  $-\alpha v$  die der Schwerebeschleunigung  $g$  (§ 58) entgegenwirkende Reibungskraft und  $\alpha$  eine von der Art des fallenden Körpers abhängige Konstante ist.

Die Lösung dieser Gleichung lautet

$$v = \frac{mg}{\alpha} \left( 1 - e^{-\frac{\alpha t}{m}} \right).$$

Bei genauen Messungen muß noch der Auftrieb der Masse  $m$  im umgebenden Medium berücksichtigt werden. Insbesondere ist dies beim Fall in Flüssigkeiten zu berücksichtigen, für den die gleichen Überlegungen gelten. Es tritt dann an die Stelle von  $mg$  das scheinbare Gewicht  $mg - \rho Vg$  dyn, wobei  $\rho$  die Dichte des Gases oder der Flüssigkeit bedeutet. Die Größe  $\alpha$  ist der inneren Reibung  $\eta$

in dem betreffenden Medium proportional und hängt im übrigen von der Form und der Größe der Oberfläche des fallenden Körpers ab. Für Kugeln gilt das STOKESSche Reibungsgesetz

$$\alpha = 6 \pi \eta r,$$

wobei  $r$  den Radius der fallenden Kugel bedeutet.

Bei nicht zu kleiner Reibung erreicht ein fallender Körper nach einer gewissen Zeit eine konstante Endgeschwindigkeit  $v_m$ . Die hemmende Kraft der Reibung ist dann der Schwerkraft gleich geworden, und es ist  $dv/dt = 0$ . Aus der obigen Gleichung folgt  $v_m = mg/\alpha$ . Für eine Kugel von der Dichte  $\rho$ , also der Masse  $m = 4 \pi r^3 \rho/3$  ergibt sich dann auf Grund des STOKESSchen Gesetzes  $v_m = 2 r^2 \rho g/9 \eta$ . Die Fallgeschwindigkeit ist also bei gegebener Größe der Kugel um so größer, je größer ihre Dichte ist. (Vgl. den Fall einer Bleikugel und einer gleichgroßen Papierkugel.)

Das STOKESSche Gesetz gilt in der obigen einfachen Form nur dann, wenn die Dimensionen des fallenden Körpers groß sind gegen die freie Weglänge der Gasmoleküle.

Das scheinbare Schweben von Wassertröpfchen in der Luft, in Wolken und Nebel, und fester Teilchen im Rauch rührt daher, daß diese Körper so klein sind, daß ihre Fallgeschwindigkeit außerordentlich langsam ist.

**178. Durch Reibung gedämpfte Schwingung.** Von besonderem Interesse ist der Fall, daß die Bewegung eines schwingenden Körpers durch Reibung gedämpft wird und dadurch allmählich abklingt. Als Beispiel betrachten wir die Schwingung eines Pendels, welches der Luftreibung unterliegt. Wir haben jetzt der Gl. 27, § 68, noch ein Glied,  $-\alpha v = -\alpha l \frac{d\varphi}{dt}$ , hinzuzufügen, welches die Reibungskraft darstellt, so daß die Bewegungsgleichung des Pendels (für kleine Amplituden,  $\sin \varphi = \varphi$ ) jetzt lautet

$$m l \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -mg \varphi - \alpha l \frac{d\varphi}{dt}.$$

Die Lösung dieser Gleichung ist (für nicht zu große Reibung,  $\alpha/2m < \sqrt{g/l}$ )

$$\varphi = \varphi_0 e^{-\frac{\alpha t}{2m}} \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{g}{l} - \left(\frac{\alpha}{2m}\right)^2} t\right).$$

Ist  $\left(\frac{\alpha}{2m}\right)^2$  sehr klein gegen  $g/l$ , was in Luft meist der Fall ist, so können wir schreiben

$$\varphi = \varphi_0 e^{-\frac{\alpha t}{2m}} \sin 2\pi \frac{t}{\tau}, \quad \tau = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Diese Gleichung zeigt erstens, daß das wenig gedämpfte Pendel dieselbe (genau genommen nur eine äußerst wenig größere) Schwingungszeit  $\tau$  hat wie das ungedämpfte. Zweitens aber entnimmt man aus ihr, daß die Amplitude  $\varphi_0 e^{-\frac{\alpha t}{2m}}$  mit der Zeit abnimmt, und zwar um so schneller, je größer der die Reibungskraft bestimmende Faktor  $\alpha$  und je kleiner die Masse  $m$  ist. Letzteres ist leicht erklärlich, denn ein schwingendes Pendel hat eine um so größere Energie, je größer die Pendelmasse ist, und je größer diese Energie ist, desto länger dauert es, bis sie durch die Reibung aufgezehrt ist, die ja nur von der Größe, Form und Beschaffenheit der Oberfläche, aber nicht von der Masse des Körpers abhängt.

Die durch Reibung am Gase bedingte zeitliche Abnahme der elastischen Schwingung eines feinen Quarzfädchens hat man zur Messung von Gasdrucken verwendet (§ 123).

## b) Härte. Kohäsion. Adhäsion.

179. Die Härte ist eine Eigenschaft, die nur den festen Körpern zukommt. Sie beruht auf dem mehr oder minder festen Zusammenhang der elementaren Bausteine der Körper. Man nennt einen Körper härter als einen andern, wenn man diesen mit jenem ritzen kann. Die Härte der Körper, die allerdings nur ungefähr zu definieren ist, ist technisch von großer Bedeutung, und es gibt verschiedene Verfahren, um sie zu messen. Manche Substanzen, z. B. der Stahl, können durch besondere Verfahren gehärtet werden. Die härteste von allen Substanzen ist der Diamant.

Als Kohäsion bezeichnet man oft die Eigenschaft der Körper, einen inneren Zusammenhalt zu haben, als Adhäsion das Haften von Teilen eines Körpers an anderen unter der Wirkung molekularer Kräfte, z. B. von Kreide an einer Tafel. Bei Flüssigkeiten fallen diese letzteren Erscheinungen unter die in § 181 zu besprechenden Gesetzmäßigkeiten.

## c) Oberflächenspannung und Kapillarität.

180. **Oberflächenspannung.** Eine freie Flüssigkeitsoberfläche erweckt den Eindruck, als bestehe sie aus einer dünnen Haut. Die sog. Oberflächenspannung hat ihre Ursache in den zwischen den Flüssigkeitsmolekülen wirkenden anziehenden Kräften. Bei einem im Innern der Flüssigkeit befindlichen,

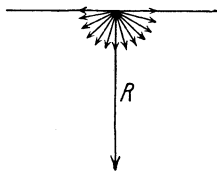


Abb. 150. Zur Erklärung der Oberflächenspannung.

also rings von anderen Molekülen umgebenen Molekül heben sich diese allseitig gerichteten Kräfte gegenseitig auf, aber nicht bei einem an der Oberfläche befindlichen. Ein solches steht unter der Wirkung von Molekularkräften, deren Resultierende  $R$  (Abb. 150) senkrecht in das Innere der Flüssigkeit gerichtet ist. Es hat infolge dieser auf ihn wirkenden Kraft eine gewisse potentielle Energie. Die Bedingung für das Gleichgewicht ist aber, wie in jedem Falle von stabilem Gleichgewicht, daß die potentielle Energie der Flüssigkeit ein Minimum sei (§ 71). Das ist dann der Fall, wenn möglichst wenige Moleküle sich an der Oberfläche befinden, diese also möglichst klein ist. Daher ist, sofern keine anderen als innere Kräfte auf sie wirken, eine freie Flüssigkeitsoberfläche stets die kleinste Fläche, die mit den gegebenen Bedingungen (z. B. der Form der Begrenzung) verträglich ist (Minimalfläche). Aus diesem Grunde sind freie Tropfen kugelförmig.

Dünne Flüssigkeitshäutchen, z. B. Seifenlamellen, welche einen Drahtrahmen bedecken, setzen einer Vergrößerung ihrer Oberflächen einen Widerstand entgegen, denn es ist ein Aufwand an Arbeit erforderlich, um den neu

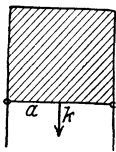


Abb. 151. Zur Oberflächenspannung.

an die Oberfläche tretenden Molekülen ihre potentielle Energie zu erteilen, d. h. sie gegen die anziehenden Kräfte der sie umgebenden Moleküle an die Oberfläche zu befördern. Es verhält sich also eine Flüssigkeitsoberfläche etwa wie eine elastische Gummimembran, wengleich die Ursache der auftretenden Kräfte eine ganz andere ist. Abb. 151 stelle eine in einen rechteckigen Drahtrahmen eingespannte Flüssigkeitslamelle dar. Die eine Rechteckseite, deren Länge  $a$  sei, sei verschiebbar, so daß die Größe der Oberfläche verändert werden kann. Diese Seite werde um die Strecke  $dx$  verschoben, so daß sich die Größe der Flüssigkeitsoberfläche (beide Seiten der Lamelle!) um den Betrag  $dF = 2a \cdot dx$  vergrößert. In 1 qcm der Oberfläche sollen sich

$n$  Moleküle befinden, und die potentielle Energie jedes an der Oberfläche befindlichen Moleküls soll  $\varepsilon$  betragen. Dann ist mit der Vergrößerung der Oberfläche ein Zuwachs an potentieller Energie, also ein Aufwand von Arbeit

$$dA = n\varepsilon dF = n\varepsilon \cdot 2a dx \quad (1)$$

verbunden. Diese Arbeit leistet die an der Seite  $a$  angreifende und sie um  $dx$  verschiebende Kraft  $k$ . Nun ist aber Arbeit gleich Kraft  $\cdot$  Weg. Setzen wir  $dA = k \cdot dx$ , so ergibt sich die Kraft, die zur Vergrößerung der Lamelle nötig ist, bzw. mit der die Lamelle der Vergrößerung widerstrebt, zu

$$k = n\varepsilon \cdot 2a = 2a\mathcal{S}. \quad (2)$$

Die für die betreffende Flüssigkeit charakteristische Konstante  $\mathcal{S} = n\varepsilon$  heißt die Konstante der Oberflächenspannung.

Von besonderem Interesse sind die Flüssigkeitshäute von der Art der Seifenblasen. Bei diesen wirkt der Druck eines eingeschlossenen Gases der Tendenz der Flüssigkeit, eine möglichst kleine Oberfläche zu bilden, entgegen. Zur Berechnung des Gleichgewichts betrachten wir irgendeinen größten Kreis auf einer Seifenblase und berechnen die Kraft, mit der die hier zusammenstoßenden beiden Hälften der kugelförmigen Blase infolge ihrer Oberflächenspannung aneinander haften. Die Länge ihrer Berührungsstrecke ist gleich  $2\pi r$  ( $r =$  Radius der Blase). Da wir die innere und äußere Oberfläche der Blase zu berücksichtigen haben, so ist die Kraft nach Gl. 2  $k = 4\pi r\mathcal{S}$ . Andererseits sucht der innere Gasdruck  $p$  die beiden Blasenhälften auseinanderzutreiben. Man kann leicht berechnen, daß die vom Druck in dieser Richtung hervorgebrachte Kraftkomponente den Wert  $k = \pi r^2 p$  hat. Diese beiden Kräfte müssen einander das Gleichgewicht halten; es ist also

$$4\pi r\mathcal{S} = \pi r^2 p \quad \text{oder} \quad p = \frac{4\mathcal{S}}{r}.$$

Aus dieser Gleichung folgt das zunächst überraschende Resultat, daß der Druck in einer Seifenblase bei Gleichgewicht um so größer ist, je kleiner der Radius der Blase ist. Das scheint der Erfahrung zu widersprechen, daß man eine Seifenblase durch Hineindrücken von Luft vergrößern kann. Tatsächlich wird dabei aber nur das eingeschlossene Luftvolumen vermehrt, der innere Druck sinkt aber. Das dem so ist, zeigt leicht der folgende Versuch. Sind zwei Seifenblasen von verschiedenem Radius durch ein Rohr miteinander verbunden (Abb. 152), so wächst die größere auf Kosten der kleineren, bis die kleinere nur noch eine kleine Kuppe auf dem Rohrende bildet, deren Krümmung gleich der Krümmung der großen Blase ist. Erst dann herrscht im Innern Druckgleichgewicht, während anfänglich der Druck in der kleineren Blase größer war als in der größeren, so daß Luft von jener in diese strömte.

Die Oberflächenspannungen hängen davon ab, an was für eine andere Substanz die Flüssigkeit grenzt.

**181. Kapillarität.** Die sog. Kapillarerscheinungen beruhen auf Kraftwirkungen, welche auftreten, wenn eine Flüssigkeit eine feste Wand berührt. In diesem Falle wirken auf die an der Oberfläche der Flüssigkeit befindlichen Moleküle nicht nur die Moleküle im Innern der Flüssigkeit ( $k_1$ ), sondern auch diejenigen der festen Wand ( $k_2$ ) (Abb. 153). Dazu kann auch noch eine Wirkung der über der Flüssigkeit befindlichen Substanz (überschichtete Flüssigkeit) kommen und schließlich die Schwerkraft ( $k_3$ ), die aber in den meisten Fällen sehr klein gegen

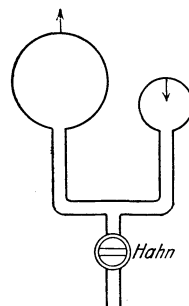


Abb. 152. Eine große Seifenblase wächst auf Kosten einer kleinen.

die übrigen Kräfte ist. Die Flüssigkeitsoberfläche stellt sich senkrecht zur Resultierenden  $R$  dieser Kräfte (§ 104). Je nachdem, wie sich die hierbei auftretenden Kräfte zueinander verhalten, steigt die Flüssigkeit am Rande an der Gefäßwand hoch (Abb. 153a) oder wird an ihr herabgedrückt (Abb. 153b). Eine Folge dieser Erscheinungen ist das Verhalten von Flüssigkeiten in engen Röhren (Kapillaren, daher der Name Kapillarität). Wasser steigt in einer in ein Gefäß mit Wasser getauchten Kapillaren hoch (Abb. 154a), und zwar um so höher, je enger die Röhre ist, Quecksilber wird in ihr herabgedrückt (Abb. 154b). Die Flüssigkeit verhält sich also so, als wirke an ihr dort, wo ihre Oberfläche die Wandung berührt, eine Kraft, die sie in Richtung der Wandung zu ziehen sucht. Die Größe dieser Kraft, bezogen auf je 1 cm der Begrenzungslinie, sei  $\kappa$  (Kapillaritätskonstante). Wir betrachten zunächst den Fall einer in Wasser getauchten Kapillaren, bei der diese Kraft nach oben gerichtet ist. Bei Gleichgewicht muß die längs des ganzen Rohrumfanges  $2\pi r$  ( $r$  = Rohrradius) angreifende Kraft die Schwerkraft der gehobenen Wassermenge gerade aufheben. Setzen wir die Dichte der Flüssigkeit allgemein gleich  $\rho$ , so beträgt bei der Steighöhe

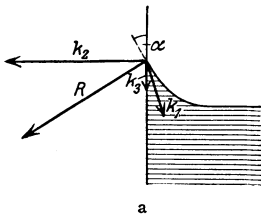
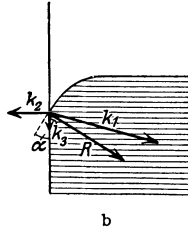
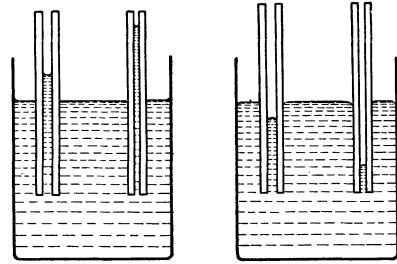


Abb. 153. Zur Theorie der Kapillarercheinungen.



b



a

b

Abb. 154. Wirkung von Kapillaren.

$h$  das Gewicht der gehobenen Flüssigkeitsmenge  $\pi r^2 h \rho g$  dyn. Die von der Kapillarität herrührende Kraft aber beträgt  $2\pi r \kappa$ . Es folgt

$$2\pi r \kappa = \pi r^2 h \rho g \text{ oder } h = \frac{2\kappa}{r \rho g}. \quad (3)$$

Man kann also aus der Steighöhe in einer Kapillaren die Kapillaritätskonstante  $\kappa$  berechnen, wenn die übrigen Daten in Gl. 3 bekannt sind.

Ist, wie im Falle des Quecksilbers, die Kapillarkraft nach unten gerichtet, so muß sie auf die Flüssigkeit die gleiche Kraft ausüben, wie es ohne die Kapillarewirkung die Flüssigkeit tun würde, die oberhalb der herabgedrückten Flüssigkeit fehlt. Wie man leicht berechnet, ergibt sich aus dieser Überlegung für die Kapillardepression  $h$  der gleiche Ausdruck wie oben für die kapillare Steighöhe.

Sind die zwischen den Molekülen einer Flüssigkeit und denjenigen einer angrenzenden festen Substanz wirkenden Kräfte größer als die zwischen den Molekülen der Flüssigkeit selbst wirkenden Kräfte, so breitet sich die Flüssigkeit auf der Oberfläche der festen Substanz als dünne Haut aus, sie benetzt die Oberfläche und haftet an ihr verhältnismäßig fest (z. B. Wasser auf einer sauberen Glasfläche). Im umgekehrten Falle findet keine Benetzung statt, sondern die Flüssigkeit bildet auf der Oberfläche Tropfen (z. B. Quecksilber auf Glas, Wasser auf einer gefetteten Glasfläche). Der eintretende Gleichgewichtszustand ist, wie stets, dadurch gegeben, daß ein Minimum potentieller Energie eintritt. In diesem Falle handelt es sich, wenn wir von der Schwerkraft absehen, um die gegenseitige potentielle Energie der Moleküle an der Oberfläche der beteiligten Substanzen.

Ein Stechheber (§ 121) ist nur bei solchen Flüssigkeiten zu benutzen, die die Wand des Hebers benetzen, also an ihr haften. Andernfalls dringt zwischen Wandung und Flüssigkeit Luft in das Innere des Hebers, und die Flüssigkeit fließt aus. Man könnte den TORRICELLISCHEN Versuch (§ 120) anstellen, ohne ein Gefäß mit Quecksilber unter das Glasrohr zu setzen, wenn Quecksilber die Rohrwandung benetzte.

Bringt man einen Öltropfen auf Wasser, so breitet er sich auf ihm infolge der zwischen dem Wasser und dem Öl wirkenden Kapillarkräfte zu einer dünnen Schicht aus. RAYLEIGH, PERRIN u. a. haben diese Erscheinung dazu benutzt, um einen Anhalt für die Größe der Moleküle zu gewinnen. Bringt man sehr wenig Öl auf eine große Wasserfläche, so wird das Wasser nicht vollständig von dem Öl überzogen. Die Ausbreitungsfähigkeit des Öls hat eine Grenze. Es liegt nahe, anzunehmen, daß diese dann erreicht ist, wenn die Dicke der Schicht von der gleichen Größenordnung wie der Durchmesser der Moleküle geworden ist. Man findet auf diese Weise, daß dieser Durchmesser bestimmt kleiner als  $10^{-6}$  cm ist. Ähnliche Schlüsse hat man aus der Dicke der schwarzen Flecke von Seifenblasen (§ 485) ziehen können.

Kapillarkräfte sind, neben osmotischen Wirkungen (§ 184) beim Aufsteigen des Safts in den Pflanzen wirksam. Auch bewirken sie die leichte Durchfeuchtung feinporiger und schwammiger Körper, in die Flüssigkeiten durch die Kapillarkräfte hineingezogen werden.

## d) Diffusion und Osmose.

**182. Diffusion von Flüssigkeiten.** Unter Diffusion versteht man die Wanderung von Molekülen eines Stoffes ohne das Vorhandensein einer diese Wanderung bewirkenden Kraft, also ausschließlich auf Grund der natürlichen Bewegung der Moleküle (§ 110).

Flüssigkeiten können durch gewisse feste Stoffe diffundieren, z. B. durch unglasierten Ton. Ein Gefäß aus solchem Ton ist immer außen feucht, wenn es mit Wasser gefüllt ist (Kühlkrüge). Voraussetzung für eine echte Diffusion ist, daß die Substanz, durch welche ein anderer Stoff diffundiert, feine Poren besitzt, welche den Molekülen der Flüssigkeit den Durchtritt gestatten. Daneben gibt es aber auch noch einen ebenfalls als Diffusion bezeichneten Vorgang, bei dem eine Substanz von einem festen Stoff auf der einen Seite absorbiert (§ 184) und auf der andern Seite wieder abgegeben wird (z. B. Diffusion von Wasserstoff durch Palladium oder Platin).

Eine Diffusion findet auch statt, wenn sich die Grenzflächen zweier mischbarer Flüssigkeiten unmittelbar berühren. Man kann bei vorsichtigem Aufgießen reines Wasser über eine konzentrierte Lösung z. B. von Kupfersulfat schichten, weil letztere schwerer ist als ersteres. Es besteht dann zunächst eine ganz scharfe Trennungsfäche zwischen den beiden Flüssigkeiten. Läßt man die Flüssigkeit längere Zeit stehen, so verwischt sich die Trennungsfäche immer mehr, und das Wasser nimmt in immer höheren Schichten eine bläuliche Färbung von Kupfersulfat an. Nach einer Reihe von Monaten ist das ganze Gefäß mit gleichmäßig bläulich gefärbter Flüssigkeit gefüllt. Dies ist eine Folge der Diffusion des gelösten Kupfersulfats aus der Lösung in das reine Wasser. Natürlich diffundieren auch die Wassermoleküle hin und her. Die Diffusion in einer Lösung bewirkt stets einen Ausgleich der Konzentration in der Flüssigkeit. Man beachte, daß sich der gelöste Stoff wie ein Gas verhält, indem er den ganzen verfügbaren Raum, d. h. im Falle unseres Versuchs die ganze Wassermenge, gleichmäßig auszufüllen strebt (vgl. § 184). Diese Diffusion, bei der

die Räume, zwischen denen die Moleküle hin- und herwechseln, durch keine feste Wand getrennt sind, nennt man freie Diffusion.

Auch feste Stoffe diffundieren ineinander, bei gewöhnlicher Temperatur allerdings nur sehr langsam, schneller bei höherer Temperatur.

**183. Diffusion von Gasen.** Gase diffundieren wegen der großen Beweglichkeit ihrer Moleküle viel schneller als Flüssigkeiten. Man unterscheidet wie bei den Flüssigkeiten die freie Diffusion und die Diffusion durch poröse Wände.

Sehen wir von der etwaigen Wirkung der Schwere, die bei kleinen Vertikaldimensionen meist zu vernachlässigen ist, ab, so ist die Diffusion ein Vorgang, der lediglich durch die Gesetze der Statistik beherrscht wird. Als grobes Beispiel betrachten wir eine große Menschenmenge, die sich zunächst etwa vollkommen in der einen Ecke eines großen Saals zusammengedrängt befindet. Diese Menschen sollen sich bewegen, und zwar jeder ganz unabhängig vom andern. Der Erfolg einer solchen, ganz ungeordneten Bewegung wird sein, daß sich die Menschen nach kurzer Zeit über den ganzen Saal verteilt haben werden, und dieser Zustand wird zwar in Einzelheiten kleine Schwankungen aufweisen, aber als Ganzes wird er, wegen der vorausgesetzten Unabhängigkeit der Bewegungen der einzelnen Menschen, erhalten bleiben. Besteht die Menschenmenge aus Männern, Frauen und Kindern, so wird sich das geschilderte Verhalten, wieder völlige Unabhängigkeit der Individuen vorausgesetzt, auch für jede dieser drei Gruppen einzeln zeigen; eine jede von ihnen wird den verfügbaren Raum durchschnittlich gleichmäßig erfüllen. Die Menschenmenge verhält sich also genau wie ein Gas, welches den verfügbaren Raum gleichmäßig erfüllt, und zwar sind die drei Menschengruppen mit drei verschiedenen Molekülarten zu vergleichen. Diffusion ist also ein Ausgleich von Dichteunterschieden unter dem Einfluß der zufälligen, regellosen Molekularbewegung. Die Diffusion wird um so schneller erfolgen, d. h. durch irgendeinen Querschnitt wird in der Zeiteinheit ein um so größeres Gasvolumen hindurchdiffundieren, je größer erstens dieser Querschnitt ist, zweitens je größer der Dichteunterschied, also auch der Unterschied der Partialdrücke dieses Gases auf beiden Seiten des Querschnitts ist. Er wird also vom Druckgefälle  $dp/dx$  abhängen, wenn das Druckgefälle in der  $x$ -Richtung stattfindet. Das in der Zeiteinheit durch den Querschnitt  $q$  in der  $x$ -Richtung diffundierende Gasvolumen beträgt daher

$$V = -K \cdot q \cdot \frac{dp}{dx}. \quad (1)$$

$K$  ist der sog. Diffusionskoeffizient des betreffenden Gases. Handelt es sich um ein Gemisch mehrerer Gase, so ist für  $p$  der Partialdruck (§ 113) der betreffenden Gasart einzusetzen.  $K$  hängt, wenn es sich um die Diffusion mehrerer Gasarten ineinander handelt, für jedes einzelne Gas auch von der Art und Dichte der andern Gase sowie von der Temperatur ab. Denn es ist klar, daß die Diffusionsgeschwindigkeit eng mit der mittleren freien Weglänge (§ 115) zusammenhängt, und diese hängt davon ab, ob sich das Gas allein oder mit andern Gasen gemischt im Raume befindet.

Diffundiert ein Gas durch einen porösen Körper, so ist die Diffusionsgeschwindigkeit um so größer, je kleiner die Dichte bzw. das Molekulargewicht des Gases ist. Denn da die Diffusion auf der freien Bewegung der Gasmoleküle beruht, so muß die Diffusion um so schneller erfolgen, je größer die Geschwindigkeit der Moleküle ist. Nun ist aber bei gegebener Temperatur die kinetische Energie der Moleküle,  $mv^2/2$ , für alle idealen Gase die gleiche (§ 110 u. 193), also  $v$  umgekehrt proportional zu  $1/\sqrt{m}$ , wobei  $m$  die Masse eines Moleküls bedeutet. Da



aber in 1 ccm aller idealen Gase unter gleichen Bedingungen die gleiche Zahl von Molekülen enthalten ist (§ III), die Dichten der Gase sich also bei gleichem Druck und gleicher Temperatur wie die Massen  $m$  ihrer einzelnen Moleküle verhalten, so folgt, daß die Molekulargeschwindigkeiten und damit die Diffusionsgeschwindigkeiten unter gleichen Verhältnissen der Wurzel aus den Gasdichten umgekehrt proportional sind.

Ein unglasierter, mit Luft gefüllter Tonzylinder  $T$  werde mit einem Becherglas  $B$  bedeckt. Der Zylinder ist mit einem Wassermanometer  $M$  verbunden (Abb. 155). Leitet man unter das Becherglas Wasserstoff oder Leuchtgas, so zeigt das Manometer im ersten Augenblick einen starken Überdruck im Zylinder an, der danach wieder verschwindet. Das kommt daher, daß der leichtere Wasserstoff von außen schneller in den Zylinder hineindiffundiert als die schwerere Luft von innen nach außen, da für die Diffusionsgeschwindigkeit jedes Gases nur sein Partialdruck maßgebend ist. Allmählich folgt aber auch die Luft, und es stellt sich schließlich ein Zustand her, bei dem innerhalb und außerhalb des Zylinders Luft und Wasserstoff in gleichem Verhältnis gemischt sind. Das Manometer zeigt dann keinen Überdruck mehr an. Entfernt man jetzt das Becherglas, so daß sich der mit der Luftwasserstoffmischung gefüllte Zylinder in reiner Luft befindet, so zeigt das Manometer zunächst einen Unterdruck im Zylinder, weil der Wasserstoff schneller aus dem Zylinder ins Freie diffundiert als die Luft von außen hineindiffundieren kann. Nach einiger Zeit ist das Druckgleichgewicht wieder hergestellt.

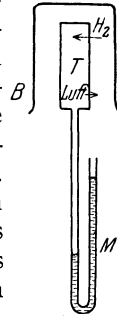


Abb. 155.  
Zur Diffusion  
von Gasen.

Die Diffusion von Gasen spielt eine wichtige Rolle im täglichen Leben und im Haushalt der Natur. Die Lüftung unserer Wohnungen geschieht zum großen Teil durch Diffusion durch die porösen Mauern. Die Wechselwirkung zwischen Atemluft und Blut in der Lunge wird durch Diffusion durch die Wände der Lungenbläschen vermittelt.

Ätherdampf diffundiert durch eine Seifenblase. Man setze eine mit einem fein ausgezogenen Rohr versehene Seifenblase in ein bedecktes Gefäß, auf dessen Boden sich etwas Äther befindet (Abb. 156). Nach einiger Zeit kann man den Ätherdampf am Rohrende entzünden.

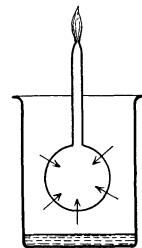


Abb. 156.  
Diffusion von Äther-  
dampf durch eine  
Seifenblase.

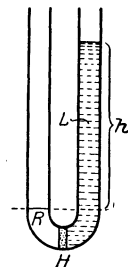


Abb. 157.  
Schema der  
Osmose.

**184. Osmose.** Es gibt Stoffe, durch welche aus einer Lösung zwar das Lösungsmittel diffundiert, z. B. das Wasser, aber nicht der gelöste Stoff. Es sei  $H$  (Abb. 157) eine solche sog. halbdurchlässige (semipermeable) Wand. Auf der rechten Seite befindet sich z. B. eine Lösung  $L$  von Kupfersulfat, auf der linken reines Wasser  $R$ , und zwar seien anfänglich beide Schenkel des Gefäßes gleich hoch gefüllt. Nach einiger Zeit zeigt sich, daß das reine Wasser gesunken, die Kupfersulfatlösung gestiegen ist, und zwar ist der Unterschied  $h$  der Höhen um so größer, je konzentrierter die Lösung ist. Bei einer 6proz. Zuckerlösung beträgt der Überdruck rund 4 Atmosphären. Die Erscheinung ist also derart, als wirke von der halbdurchlässigen Wand her ein Druck in Richtung vom reinen Lösungsmittel zur Lösung hin. Dieser Vorgang heißt Osmose, der Überdruck auf der einen Seite osmotischer Druck. VAN'T HOFF hat gezeigt, daß dieser Druck ebenso groß ist, wie wenn der gelöste Stoff den Raum, den er in der Lösung einnimmt, als ideales Gas erfüllte. Auf dieser Tatsache beruht

eine wichtige Methode zur Bestimmung des Molekulargewichts gelöster Stoffe. Eine quantitative Erklärung der Osmose kann erst in § 225 gegeben werden.

Ähnliche Erscheinungen zeigen sich auch, wenn eine Scheidewand zwar für die auf beiden Seiten befindlichen Stoffe durchlässig ist, aber für die eine mehr als für die andere; z. B. für Wasser und Alkohol, die durch eine Schweinsblase getrennt sind.

Für Versuche eignen sich poröse Tongefäße, deren Oberfläche mit einem Niederschlag von Kupferferrozyanid oder gewissen andern Stoffen bedeckt ist. Eine einfache Versuchsanordnung zum Nachweis der Osmose besteht in einem Gefäß mit leicht angesäuertem Wasser, in welches man ein zweites, unten mit einer Schweinsblase verschlossenes und oben mit einem Steigrohr versehenes Gefäß mit konzentrierter Kupfervitriollösung stellt. Die Lösung steigt allmählich im Steigrohr hoch, da nur das Wasser, aber nicht das Kupfervitriol, durch die Membran hindurchdiffundiert.

In der Physiologie spielt die Osmose durch die Zellwände der Organismen eine überaus wichtige Rolle.

## e) Mischungen und Lösungen, Absorption und Adsorption.

**185. Mischungen.** Unter einer Mischung versteht man ein Gemenge von zwei oder mehreren Stoffen, in dem die einzelnen Bestandteile gleichmäßig im ganzen verteilt sind. Die Moleküle der einzelnen Bestandteile behalten dabei, im Gegensatz zur chemischen Verbindung, ihren Charakter. Mischungen können in beliebigen Mengenverhältnissen stattfinden. Feste Substanzen sind stets mischbar. Bei Flüssigkeiten und Gasen findet häufig eine vollständige oder teilweise Trennung (Entmischung) der Bestandteile einer Mischung durch die Schwere statt, wenn es sich um eine Mischung aus Substanzen von verschiedenem spezifischen Gewicht handelt (Wasser und Öl oder Wasser und Quecksilber). Bei der Mischung von Flüssigkeiten ist oft das Volumen der Mischung nicht gleich der Summe der Volumina der Bestandteile.

**186. Lösungen.** Lösungen unterscheiden sich von Mischungen vor allem dadurch, daß die betreffenden Stoffe nicht in beliebigen Mengenverhältnissen zusammentreten können, sondern daß es eine von verschiedenen Umständen, insbesondere von der Temperatur und der Art der Stoffe abhängige obere Grenze gibt, über die hinaus ein Stoff in einem andern nicht gelöst sein kann (gesättigte Lösung). Während bei einer Mischung die einzelnen Bestandteile gleichwertig nebeneinanderstehen, unterscheidet man bei einer Lösung das Lösungsmittel und den gelösten Stoff. Die Menge des letzteren ist meist, aber nicht immer, klein gegenüber der des Lösungsmittels. Der gelöste Stoff ist im Lösungsmittel in seine einzelnen Moleküle zerspalten oder sogar noch weiter zerlegt (dissoziiert, § 314).

Der häufigste Fall ist der der Lösung eines Stoffs in einer Flüssigkeit, insbesondere in Wasser (wässrige Lösung), welches die überwiegende Mehrzahl aller Stoffe, wenn auch zum Teil nur in sehr geringen Mengen, löst. Daher rührt die Schwierigkeit, chemisch reines Wasser herzustellen.

Es gibt auch sog. feste Lösungen, d. h. Lösungen von Stoffen in festen Körpern; als eine solche faßt man z. B. den Stahl (Kohlenstoff oder Kohlenstoff-Eisenverbindungen in Eisen) auf.

Bei der Lösung findet meist eine Temperaturänderung statt (§ 227).

**187. Kolloidale Lösungen.** Eine kolloidale Lösung ist eine solche, in der der gelöste Stoff nicht in molekularer bzw. atomistischer Form enthalten ist, sondern in größeren Komplexen, die allerdings noch weit unterhalb der ge-

wöhnlichen Sichtbarkeitsgrenze liegen. Die Lösungen erscheinen klar, z. B. eine kolloidale Goldlösung. Doch können die Teilchen mit dem Ultramikroskop (§ 495) sichtbar gemacht werden. Kolloidale Lösungen unterscheiden sich von größeren Aufschwemmungen u. a. dadurch, daß der gelöste Stoff durch Filtrierpapier und auch durch noch feinere Filter fast nie vom Lösungsmittel getrennt werden kann. Auch in den mit Gold gefärbten Gläsern (Rubingläser) befindet sich das Gold in kolloidaler Form. Kolloidale Stoffe spielen besonders in der Physiologie eine wichtige Rolle.

**188. Absorption.** Die Absorption ist in gewissem Sinne der Lösung verwandt. Sie besteht in der Aufsaugung von Gasen durch feste oder flüssige Körper. Bei festen Körpern spricht man auch von Okklusion.

Unter den festen Körpern zeichnet sich besonders die Kohle durch ihre hohe Absorptionsfähigkeit aus. Man bringe ein Stück Holzkohle, welches einige Monate an der Luft gelegen hat, auf den Boden eines mit Wasser gefüllten Gefäßes, das unter der Glocke einer Luftpumpe steht. Bei Verminderung des Drucks erkennt man die Abgabe einer großen Luftmenge am Aufsteigen zahlreicher Bläschen. Zur möglichst vollständigen Evakuierung von Gefäßen versieht man diese mit einem Ansatzrohr, in dem sich gut ausgeglühte Kokosnußkohle befindet, welche von außen mit flüssiger Luft gekühlt wird. Diese Kohle absorbiert bei der tiefen Temperatur der flüssigen Luft, etwa  $-200^{\circ}$ , alle Gase aus dem (am besten vorher schon mittels einer Pumpe möglichst evakuierten) Gefäß, mit Ausnahme der etwa vorhandenen Edelgase, die zum Teil nur in geringen Mengen absorbiert werden (Tabelle 5).

Auch Flüssigkeiten können Gase absorbieren. Wasser absorbiert in großen Mengen Ammoniak und Kohlensäure, in kleineren Mengen auch andere Gase, z. B. Stickstoff und Sauerstoff, die Bestandteile der Luft. Vgl. die Absorption von Kohlensäure in Wasser, Bier, Sekt und Mineralwasser. Sauerstoff wird von Wasser stärker gelöst als Stickstoff. Dies ist wichtig für das organische Leben im Wasser, welches auf den im Wasser gelösten Sauerstoff für die Atmung angewiesen ist.

Für die absorbierte Menge eines Gases gilt das HENRISCHE Gesetz (1803), welches besagt, daß die Menge (Gewichtsmenge) des absorbierten Gases dem Druck proportional ist, unter dem sich das Gas über der Flüssigkeitsoberfläche befindet. Man kann also durch Anwendung hohen Drucks bewirken, daß die absorbierte Menge groß ist. Wird der Gasdruck in einer Bierflasche durch Öffnen herabgesetzt, so entweicht ein großer Teil der absorbierten Kohlensäure (Schäumen des Bieres), und bei längerem Stehen an der Luft, in der der Druck der Kohlensäure nur sehr gering ist, entweicht sie allmählich gänzlich, das Bier wird schal. Befinden sich über einer Flüssigkeit mehrere Gase, so gilt das HENRISCHE Gesetz für die Partialdrucke (§ 113) der einzelnen Gase, also nicht für ihren Gesamtdruck.

Tabelle 5. Absorption von Gasen.

	1 l Wasser absorbiert bei 760 mm Druck		Buchsbaumkohle absorbiert bei $-183^{\circ}$ das nachstehende Vielfache ihres Volumens
	bei $0^{\circ}$	bei $20^{\circ}$	
H <sub>2</sub>	21,1 ccm	18,1 ccm	135
O <sub>2</sub>	48,9 „	31,0 „	230
N <sub>2</sub>	23,5 „	15,4 „	155
He	9,7 „	10,0 „	15
CO <sub>2</sub>	1800 „	900 „	190
NH <sub>3</sub>	$1,2 \times 10^6$ „	$0,7 \times 10^6$ „	

Vorstehende Tabelle gibt einige Zahlenangaben über die in Wasser und Kohle absorbierten Mengen einzelner Gase.

**189. Adsorption.** Die Adsorption unterscheidet sich von der Absorption dadurch, daß sie nur an der Oberfläche stattfindet, während absorbierte Stoffe den ganzen absorbierenden Körper erfüllen. Sie kommt dadurch zustande, daß die Moleküle des adsorbierenden Körpers eine große anziehende Kraft auf diejenigen des adsorbierten Stoffes ausüben, so daß sich die Oberfläche des Körpers mit einer relativ dichten Schicht dieser Moleküle bedeckt.

Strenggenommen ist wohl die obenerwähnte Absorption von Gasen in Kohle auch als eine Adsorption zu bezeichnen, denn sie dürfte nur an den Oberflächen der zahlreichen feinen Poren stattfinden, die das Innere der für diesen Zweck verwendbaren Kohlenarten durchziehen (Buchsbaumkohle, Kokosnußkohle u. dgl.).

## VIII. Wärmelehre (Thermodynamik).

### a) Temperatur und Wesen der Wärme.

190. **Temperatur.** Die Begriffe warm und kalt beruhen auf einem in der Haut und einzelnen, aber nicht allen, inneren Körperteilen vorhandenen Sinn, dem Wärmesinn. Die Ursache der Wärmeempfindung, die wir von einem Körper erfahren, sehen wir in einer Eigenschaft dieses Körpers, die wir seine Temperatur nennen. Bei starker Wärmeempfindung schreiben wir einem Körper hohe, bei starker Kälteempfindung tiefe Temperatur zu. Warm und kalt sind relative Begriffe. Ob wir etwas als warm oder kalt empfinden, kann u. a. von der Vorgeschichte abhängen. Die Luft in einem Zimmer, in dem eine Temperatur von  $5^{\circ}$  herrscht, kann uns warm erscheinen, wenn wir bei starkem Frost aus dem Freien kommen, dagegen erscheint sie uns kalt, wenn wir uns längere Zeit darin aufhalten. Allgemein nennen wir Körper warm, die unsere Haut erwärmen, kalt solche, die sie abkühlen. Da nun das Eintreten der einen oder andern Wirkung von den jeweiligen Umständen und von der Vorgeschichte abhängt, so ist unser Wärmesinn für quantitative Bestimmungen nicht brauchbar. Ferner vermag unsere Haut sehr große Kälte von sehr großer Wärme nicht zu unterscheiden. Auch erzeugt jene, wie diese, auf der Haut Blasen.

191. **Temperaturskala. Absolute Temperatur.** Es ist Vorbedingung für jede physikalische Behandlung einer Erscheinung, daß man sich bei ihrer Beobachtung und Messung von den menschlichen Sinnen möglichst frei macht. Der Wärmesinn der Haut ist nach dem im § 190 Gesagten zur quantitativen Vergleichung von Temperaturen ungeeignet.

Man ist übereingekommen, die Temperatur, welche schmelzendes Eis hat, als eine Temperatur von  $0^{\circ}$  (0 Grad) zu bezeichnen, und die Temperatur reinen, unter einem Druck von 760 mm Hg siedenden Wassers als eine solche von  $100^{\circ}$ . Dies sind die sog. Fundamentalpunkte der 100 teiligen oder Celsiusskala. Sie ist als Temperaturskala gesetzlich festgelegt. Andere früher übliche Temperaturskalen sollten auch aus dem täglichen Leben so schnell wie möglich ausgemerzt werden, um die heute in dieser Beziehung noch vielfach herrschende Verwirrung zu beseitigen. (Reaumurskala: gleiche Fundamentalpunkte wie Celsiusskala, aber Einteilung in 80 statt 100 Grade. Fahrenheitskala: Schmelzpunkt des Eises gleich  $32^{\circ}$ , Siedepunkt des Wassers  $212^{\circ}$ , nur noch in den angelsächsischen Ländern gebräuchlich). Die Einteilung des Intervalls zwischen  $0^{\circ}$  und  $100^{\circ}$  in 100 gleiche Schritte von je  $1^{\circ}$  beruht auf der Ausdehnung der Körper, insbesondere der Gase, durch die Wärme (§ 196). Der Schritt von  $1^{\circ}$  ist dadurch definiert, daß bei einer Temperaturänderung um  $1^{\circ}$  das Volumen eines idealen Gases sich um  $\frac{1}{100}$  desjenigen Betrages ändert, um den es sich bei der Erwärmung von  $0^{\circ}$  auf  $100^{\circ}$  ändert. Daraus ergibt sich auch

die Möglichkeit einer Fortsetzung der Temperaturskala über  $100^{\circ}$  und unter  $0^{\circ}$ . Temperaturen unter  $0^{\circ}$  werden mit negativen Zahlen bezeichnet.

Aus später zu erörternden Gründen (§ 193) ist es für physikalische Zwecke oft bequem und vor allem durch theoretische Erwägungen geboten, den Nullpunkt der Temperatur nicht auf den Schmelzpunkt des Eises zu legen, sondern um  $273^{\circ}$  der Celsiusskala tiefer, nach  $-273^{\circ}$  (genau  $-273,2^{\circ}$ ). Der Schmelzpunkt des Eises liegt dann bei  $+273^{\circ}$ , der Siedepunkt des Wassers bei  $+373^{\circ}$ . Diese Temperaturskala heißt die absolute Temperaturskala oder Kelvinskala, die in ihr gemessene Temperatur die absolute Temperatur (KELVIN 1854). Temperaturen in der Celsiusskala bezeichnen wir meist mit  $t$ , in der absoluten Skala mit  $T$ . Es ist also  $T = t + 273^{\circ}$ . Zur Unterscheidung werden manchmal die Grade in der Celsiusskala durch C, in der Kelvinskala mit K bezeichnet, also z. B.  $0^{\circ}\text{C} = 273^{\circ}\text{K}$ , allgemein  $t^{\circ}\text{C} = (t + 273)^{\circ}\text{K}$ .

**192. Die Temperatur als Ausgleichsgröße.** Die Erfahrung zeigt, daß Körper, welche miteinander in Berührung sind, nach einiger Zeit immer die gleiche Temperatur annehmen. Die Temperaturen zweier ursprünglich verschieden warmer Körper gleichen sich aus (§ 241). Kennt man also die Temperatur des einen dieser Körper, so ist auch die des andern bekannt. Die Messung von Temperaturen beruht in den meisten Fällen darauf, daß man einen Körper, dessen Temperatur man an ihm unmittelbar ablesen oder anderweitig auf Grund einer Eichung bestimmen kann (Thermometer), mit dem auf seine Temperatur zu untersuchenden Körper in direkte Berührung bringt.

**193. Mechanische Wärmetheorie.** Es ist schon früher (§ 110) darauf hingewiesen worden, daß die Molekularenergie der Körper von der Temperatur abhängt. Tatsächlich besteht der physikalische Unterschied zwischen zwei sonst gleichen Körpern von verschiedener Temperatur lediglich darin, daß die Molekularenergie des wärmeren Körpers größer ist als die des kälteren. In dieser Tatsache beruht die Natur der Wärme. Einen Körper erwärmen, heißt nichts anderes, als die Energie seiner Moleküle erhöhen. (Erste Andeutung dieser Vorstellung durch BACON 1620, fester begründet durch DAVY und RUMFORD 1812, vollendet durch KRÖNIG 1856, CLAUDIUS 1857, MAXWELL 1860 und BOLTZMANN 1866—1877).

Es gibt vier Arten von Energie, die ein Molekül besitzen kann. Erstens eine auf seiner fortschreitenden Bewegung, also seiner Geschwindigkeit, beruhende kinetische Energie, zweitens eine auf einer Rotation des Moleküls beruhende Rotationsenergie, drittens Schwingungsenergie der einzelnen Bestandteile des Moleküls gegeneinander und viertens potentielle Energie.

In den folgenden Überlegungen spielt der Begriff des Freiheitsgrades eine wichtige Rolle.

Ist die fortschreitende Bewegung eines Körpers durch irgendwelche Bedingungen auf eine Linie beschränkt, so sagt man, er habe nur einen Grad von Bewegungsfreiheit oder nur einen Freiheitsgrad. Ist die Bewegung auf eine Fläche beschränkt, so hat er zwei Freiheitsgrade. Vermag er sich in allen Richtungen des Raums zu bewegen, so hat er drei Freiheitsgrade. Sehr anschauliche Beispiele für diese drei Fälle sind die Eisenbahn, die nur längs der Schienen (Linie) zu fahren vermag, das Schiff, welches an eine Fläche gebunden ist, und das in allen räumlichen Richtungen bewegliche Flugzeug.

Entsprechendes gilt für die Rotation der Körper. Ist die Freiheit des Körpers so weit beschränkt, daß er sich nur um eine bestimmte im Raume feste Achse zu drehen vermag, so hat er nur einen Freiheitsgrad der Rotation. Sind gleichzeitige Rotationen um zwei zueinander senkrechte Achsen, aber nicht um die dritte, möglich, sind also die Lagemöglichkeiten seiner Rotationsachse auf

eine Ebene beschränkt, so hat er deren zwei. Und ist er schließlich in seiner Rotationsrichtung keinerlei Beschränkungen unterworfen, so hat er drei Freiheitsgrade der Rotation. Als Rotationsachsen kommen, da es sich bei den Molekülen um freie Rotationen handelt, nach § 67 nur solche in Frage, die durch die Schwerpunkte des Moleküls gehen.

Ist der Körper nicht starr, sondern vermögen seine einzelnen Teile noch Bewegungen, z. B. Schwingungen, gegeneinander auszuführen, so kommen weitere Freiheitsgrade hinzu.

Die mechanische Wärmetheorie sagt nun aus, daß die Energie  $E$ , die im zeitlichen oder räumlichen Durchschnitt auf jeden der Freiheitsgrade und jede Energieart jedes Moleküls einer Substanz entfällt, für alle Freiheitsgrade aller Moleküle eines gleichmäßig temperierten Körpers gleich groß und der absoluten Temperatur  $T$  proportional ist. Dieses wichtige Gesetz heißt das Äquipartitionsgesetz oder der Satz von der (durchschnittlichen) Gleichverteilung der Energie. In Gleichungsform lautet dieses Gesetz

$$E = \frac{1}{2} kT. \tag{1}$$

$k$  ist eine der sog. universellen, d. h. für alle Körper gleichen Konstanten und hat den Zahlenwert

$$k = 1,375 \cdot 10^{-16} \text{ erg/grad.}$$

Man nennt sie die BOLTZMANNsche Konstante. Es gibt verschiedene Methoden, um diese wichtige physikalische Konstante, die u. a. auch in der Theorie der Wärmestrahlung eine Rolle spielt, zu messen. Haben also die Moleküle eines Körpers z. B. 3 Freiheitsgrade und nur kinetische Energie, so beträgt bei der absoluten Temperatur  $T$  die auf jedes Molekül entfallende Energie  $E = \frac{3}{2} kT$ .

STERN hat eine unmittelbare Messung der Molekulargeschwindigkeit auf folgende Weise ausgeführt (Abb. 158).  $A$  ist ein feiner (zur Zeichnungsebene senkrecht ausgespannter) Silberdraht, der elektrisch geglüht werden kann. Ihn umgeben koaxial zwei Kupferzylinder, deren innerer einen feinen, dem Draht parallelen Spalt  $B$  besitzt. Das Ganze befindet sich in einem auf sehr niedrigen Druck ausgepumpten Gefäß. Die beiden fest miteinander verbundenen Zylinder können in schnelle Rotation versetzt werden.

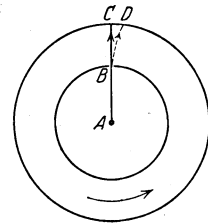


Abb. 158. Messung der Molekulargeschwindigkeit nach STERN.

Wenn der Draht glüht, so gehen von ihm einatomige Silbermoleküle, also Silberatome, aus. Da sie im Raum völlig frei beweglich sind, so haben sie bezüglich ihrer kinetischen Energie drei Freiheitsgrade. Es ist daher ihre kinetische Energie nach Gl. 1  $\frac{1}{2} \mu v^2 = 3 \cdot \frac{1}{2} kT = \frac{3}{2} kT$ , wenn man für  $T$  die Temperatur des Drahtes einsetzt ( $\mu$  = Masse des Moleküls). Wenn die Zylinder ruhen, so verlaufen die Atomstrahlen durch den Spalt  $B$  nach  $C$  und schlagen sich dort als ein schmaler Silberstreifen nieder. Rotieren aber die Zylinder, so daß der äußere die Geschwindigkeit  $u$  hat, so legt der äußere Zylinder den Weg  $CD$  zurück, während sich die Atome von  $B$  nach  $C$  bewegen. (Die gestrichelte Linie stellt die Bahn der Atome relativ zu den rotierenden Zylindern dar. In Wirklichkeit bewegen sie sich natürlich immer geradlinig.) Der Niederschlag erfolgt jetzt also an einer Stelle, die um die Strecke  $CD$  gegenüber dem bei ruhenden Zylindern gewonnenen verschoben ist. Es ist  $v : u = BC : CD$ . Man kann also aus  $u$ ,  $BC$  und  $CD$  die Geschwindigkeit  $v$  berechnen. Sie ergab sich bei den STERNschen Versuchen in sehr guter Übereinstimmung mit der Theorie.

Die physikalische Zweckmäßigkeit der absoluten Temperaturskala erklärt sich daraus, daß der Nullpunkt der absoluten Temperatur der Punkt ist, bei dem die Energie der Moleküle Null werden würde. Wärmeenergie kann man dann einem Körper nicht mehr entziehen, und daher ist eine tiefere Temperatur nicht denkbar.

Wir werden später (§ 562 und 579) sehen, daß bei sehr tiefen Temperaturen Abweichungen vom Äquipartitionsgesetz eintreten. Vorerst können wir es als streng gültig betrachten.

Sofern wir ein Molekül eines idealen Gases als starren Körper ansehen dürfen, müßte es 6 Freiheitsgrade haben, nämlich je 3 der fortschreitenden Bewegung und der Rotation. Tatsächlich ist ein Gasmolekül nicht starr, sondern ein aus meist vielen Bausteinen sehr kompliziert aufgebauter Körper (§ 581). Diese Bestandteile können Schwingungen gegeneinander ausführen, die grundsätzlich dazu führen, daß weitere Freiheitsgrade auftreten. Aus Gründen, die wir erst später erörtern können, kommen aber diese Freiheitsgrade bei den im folgenden anzustellenden Überlegungen nicht in Betracht. Das gleiche gilt unter Umständen für die Freiheitsgrade der Rotation oder einen Teil von ihnen. Wie ebenfalls später auseinandergesetzt werden wird, spielen diese in den uns hier angehenden Fällen ganz oder zum Teil keine Rolle, sind also als nicht vorhanden anzusehen, wenn das Trägheitsmoment eines Moleküls bezüglich einer oder zweier seiner Hauptträgheitsachsen (§ 42) sehr klein ist. Dabei gehen alle überhaupt möglichen Rotationsachsen durch den Schwerpunkt des Moleküls (§ 67).

Bei den einatomigen Molekülen gehen alle drei Hauptträgheitsachsen durch den Schwerpunkt des einen, das Molekül bildenden Atoms. Der Abstand der Massenteilchen des Atoms von dem Schwerpunkt ist außerordentlich klein (Größenordnung höchstens  $10^{-12}$  cm, § 549), und daher ist auch das Trägheitsmoment des Atoms um jede durch den Schwerpunkt gehende Achse sehr klein. Wir dürfen also einem einatomigen Molekül keine Freiheitsgrade der Rotation zuschreiben, so daß nur die drei Freiheitsgrade der fortschreitenden Bewegung übrigbleiben.

Bei den zweiatomigen Molekülen geht eine der drei Hauptträgheitsachsen durch die beiden Schwerpunkte der zwei Atome, und es ist daher das Trägheitsmoment eines solchen Moleküls bezüglich dieser Achse aus den gleichen Gründen, wie bei den einatomigen Molekülen, sehr klein. Die beiden andern Hauptträgheitsachsen stehen auf der ersten senkrecht und gehen durch den gemeinsamen Schwerpunkt (§ 66) der beiden Atome. Von diesen beiden Achsen sind die Massen der beiden Atome sehr viel weiter entfernt als von der ersteren Achse (Größenordnung  $10^{-8}$  cm, § 549), die auf diesen beiden Achsen bezogenen Trägheitsmomente sind also viel größer. Daher sind jetzt von den Freiheitsgraden der Rotation zwei in Rechnung zu setzen. Ein zweiatomiges Molekül hat 5 Freiheitsgrade.

Bei den drei- und mehratomigen Molekülen gibt es keine Hauptträgheitsachsen, bezüglich derer das Trägheitsmoment sehr klein wäre. Diese haben daher 6 Freiheitsgrade, je drei bezüglich der fortschreitenden Bewegung und der Rotation.

Die ein mehratomiges Molekül bildenden Atome können Schwingungen gegeneinander ausführen. Aus ebenfalls erst später (§ 562) zu erörternden Gründen spielen aber diese Schwingungen bei den folgenden Darlegungen keine Rolle.

Die idealen Gase zeichnen sich gemäß ihrer Definition (§ 118) dadurch aus, daß ihre Moleküle keine merkliche potentielle Energie gegeneinander besitzen. Sie besitzen nur kinetische und Rotationsenergie. Es haben daher im idealen Zustande die Moleküle



der einatomigen Gase	$3 + 0 = 3$	Freiheitsgrade,
der zweiatomigen Gase	$3 + 2 = 5$	Freiheitsgrade,
der anderen Gase	$3 + 3 = 6$	Freiheitsgrade.

Aus dem Vorstehenden läßt sich jetzt die Richtigkeit des AVOGADROSchen Gesetzes (§ III) beweisen. Die Moleküle eines idealen Gases haben drei Freiheitsgrade der fortschreitenden Bewegung. Ihre kinetische Energie beträgt daher  $mv^2/2 = 3kT/2$ . Setzt man dies in die Gl. 6, § I13, für den Druck  $p$  eines Gases ein, so erhält man

$$p = nkT \text{ oder } n = \frac{p}{kT},$$

wobei  $n$  die Zahl der Moleküle in 1 ccm bedeutet. Man sieht, daß diese Zahl nur vom Druck und der Temperatur abhängt, also für alle idealen Gase bei gleichem Druck und gleicher Temperatur gleich groß ist.

194. Das MAXWELLSche Gesetz. Die Moleküle eines idealen Gases haben demnach eine mittlere kinetische Energie

$$\frac{1}{2} \mu v^2 = \frac{3}{2} kT. \quad (2)$$

Dies ist jedoch nur ein Mittelwert. Tatsächlich kommen, unter dauerndem, durch die elastischen Zusammenstöße der Moleküle hervorgerufenem Wechsel der Energieverteilung über die Moleküle, alle möglichen Geschwindigkeiten  $v$  vor, aber mit sehr verschiedener Häufigkeit. Sowohl sehr kleine wie sehr große Geschwindigkeiten sind sehr selten. Die Verteilung der Geschwindigkeiten auf die einzelnen Moleküle ist, bei gegebener Gesamtenergie des Gases, eine rein zufällige und unterliegt daher den Gesetzen der Statistik, also der Wahrscheinlichkeitsrechnung (§ I10). Auf dieser Grundlage konnte MAXWELL (1860) das Gesetz ableiten, nach dem sich die Geschwindigkeiten auf die Moleküle eines idealen Gases verteilen. Es sei  $n$  die Gesamtzahl der Moleküle des Gases,  $dn_v$  die Anzahl von ihnen, deren Geschwindigkeit eine Größe zwischen  $v$  und  $v + dv$  hat. Dann ist

$$dn_v = \frac{4n v^2 dv}{\sqrt{\pi} v_0^3} e^{-\frac{v^2}{v_0^2}}. \quad (3)$$

In Abb. 159 ist die Abhängigkeit der zu  $dn_v$  proportionalen Funktion  $\frac{v^2}{v_0^3} e^{-\frac{v^2}{v_0^2}}$  von  $v/v_0$  dargestellt. Die Höhe der Ordinate ist ein Maß für die Häufigkeit der zugehörigen Geschwindigkeit  $v$ ; demnach liegt das Maximum bei  $v/v_0 = 1$ .  $v_0$  ist also die wahrscheinlichste, d. h. die am häufigsten vorkommende Geschwindigkeit. Sie hängt von der Art des Gases, nämlich von der Masse seiner Moleküle und der Temperatur ab. Wie schon aus der Asymmetrie der Kurve hervorgeht, gibt es mehr Moleküle, welche eine größere Geschwindigkeit haben, als die wahrscheinlichste, als solche, die eine kleinere Geschwindigkeit haben. Die mittlere Geschwindigkeit und die wahrscheinlichste Geschwindigkeit sind einander nicht gleich. Wie hier nicht näher ausgeführt werden soll, besteht zwischen der wahrscheinlichsten und der mittleren Geschwindigkeit  $\bar{v}$  die Beziehung  $\bar{v} = v_0 \frac{2}{\sqrt{\pi}}$ . Von größerer Wichtigkeit als die mittlere Geschwindigkeit ist der Mittelwert des Quadrats der Geschwindigkeiten  $v^2$ , weil dieser Mittelwert eng mit der durchschnittlichen Molekularenergie und daher mit der Temperatur zusammenhängt. Die Rechnung ergibt die Beziehung  $v^2 = \frac{3}{2} v_0^2$  (man beachte, daß das

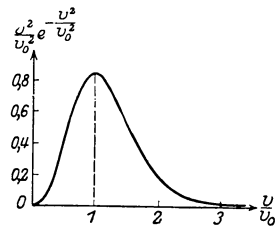


Abb. 159. MAXWELLSches Verteilungsgesetz.

Beziehung  $\bar{v} = v_0 \frac{2}{\sqrt{\pi}}$ . Von größerer Wichtigkeit als die mittlere Geschwindigkeit ist der Mittelwert des Quadrats der Geschwindigkeiten  $v^2$ , weil dieser Mittelwert eng mit der durchschnittlichen Molekularenergie und daher mit der Temperatur zusammenhängt. Die Rechnung ergibt die Beziehung  $v^2 = \frac{3}{2} v_0^2$  (man beachte, daß das

„mittlere Geschwindigkeitsquadrat“  $\overline{v^2}$  einen anderen, und zwar größeren Wert hat, als das Quadrat der mittleren Geschwindigkeit ( $\bar{v}^2$ ). Es gilt demnach

$$\overline{v^2} = \frac{3\pi}{8} \bar{v}^2 = \frac{3}{2} v_0^2. \quad (4)$$

In der Mehrzahl der Fälle, wo eine durchschnittliche Geschwindigkeit der Gasmoleküle in eine Berechnung eingeht (z. B. bei der Berechnung des Gasdrucks, § 113), handelt es sich um die Wurzel aus dem mittleren Geschwindigkeitsquadrat  $\sqrt{\overline{v^2}}$ . Das rührt davon her, daß die betreffenden Erscheinungen primär durch die Energie der Moleküle bzw. durch deren Mittelwert  $\frac{1}{2} \mu \overline{v^2}$  bedingt werden. Die im § 113 berechneten Geschwindigkeiten von Gasmolekülen entsprechen daher nicht  $\bar{v}$ , sondern  $\sqrt{\overline{v^2}}$ .

Unter Berücksichtigung von Gl. 2 (wo jetzt statt  $v^2$  zu setzen ist  $\overline{v^2}$ ) und 4 kann man jetzt Gl. 3 auch schreiben

$$dn_v = \frac{4 n v^2 dv}{\sqrt{\pi} \left(\frac{2kT}{\mu}\right)^{\frac{3}{2}}} e^{-\frac{\frac{1}{2} \mu v^2}{kT}}. \quad (5)$$

Ein entsprechendes Gesetz gilt auch für die Rotationsbewegungen der Moleküle.

**195. Die BROWNSCHE MOLEKULARBEWEGUNG. Schwankungserscheinungen.** Wohl die eindrucksvollste Bestätigung der mechanischen Wärmetheorie ist die sog. BROWNSCHE BEWEGUNG. Beobachtet man eine verdünnte Lösung von chinesischer Tusche oder eine kolloidale Goldlösung (§ 188) bei starker Vergrößerung unter dem Mikroskop, so sieht man in der Tusche die Kohlenteilchen, in der Goldlösung die Goldteilchen, und zwar befinden sie sich in einer heftigen, vollkommen unregelmäßigen Zickzackbewegung (Abb. 160). Das gleiche sieht man besonders schön an den festen Teilchen in Zigarren- und Zigarettenrauch, wenn man diesen in einer geeigneten Kammer unter ein Mikroskop bringt. Diese Erscheinung ist bereits 1827 von dem englischen Botaniker BROWN beobachtet worden, aber erst seit rund 30 Jahren, seitdem die mechanische Natur der Wärme zur Sicherheit geworden ist, gebührend beachtet worden. Sie erklärt sich auf folgende Weise:

Man denke sich einen außerordentlich großen, aber auf seiner Unterlage leicht beweglichen Körper, an den rings herum eine große Zahl von Menschen in ganz ungeordneter Weise fortwährend stößt. Der Körper wird sich dabei nur unmerklich hin und her bewegen, weil sich bei der großen Zahl von Stößen die Unregelmäßigkeiten, mit denen die einzelnen Stöße erfolgen, ausgleichen. Jetzt denke man sich den Körper wesentlich kleiner, die Dichte der Menschen, die gegen ihn stoßen, aber ebenso groß, so daß jetzt die Zahl der Stöße, seiner kleineren Oberfläche wegen, weit kleiner wird. Bei dieser kleinen Zahl von Stößen werden sich die Unregelmäßigkeiten nicht mehr in dem Maße ausgleichen wie vorher. Der Körper wird bald ein wenig mehr nach der einen, bald ein wenig mehr nach der andern Seite getrieben werden, er wird eine Zickzackbewegung ausführen, und zwar um so lebhafter, je kleiner und leichter er ist. (Man vergleiche etwa die Bewegungen eines Fußballs während einer längeren Zeit und stelle sich auch das Verhalten eines Fußballs vor, der eine zehnmal größere Masse hätte als üblich.)

Die Teilchen, die wir bei der BROWNSCHEN BEWEGUNG im Mikroskop beobachten, entsprechen einem solchen relativ kleinen Körper, die Moleküle des Mediums, in der das Teilchen schwebt, den stoßenden Menschen. Die Teilchen

sind so klein, daß die Zahl der Stöße, die sie erleiden, schon merklichen Schwankungen unterliegt. Und diese Unregelmäßigkeit der von den bewegten Molekülen herrührenden Stöße ist es, die die Zickzackbewegung der Teilchen hervorruft. Daß die Heftigkeit der Bewegung mit abnehmender Teilchengröße zunehmen muß, hat weiter seinen Grund darin, daß die Masse des Teilchens mit der 3. Potenz, seine Oberfläche und damit die Zahl der ihn treffenden Stöße aber nur mit der 2. Potenz seiner linearen Dimensionen (z. B. bei einer Kugel ihres Radius) abnehmen.

Die Bewegung solcher Teilchen hat EINSTEIN unter Zugrundelegung der Gesetze der Statistik theoretisch untersucht. Die dabei aufgefundenen Gesetzmäßigkeiten geben z. B. die Möglichkeit, die Anzahl der Moleküle in 1 ccm aus der Beobachtung der BROWNSchen Bewegung zu bestimmen. Abb. 160 zeigt ein Beispiel einer im Mikroskop beobachteten BROWNSchen Bewegung eines Teilchens. (Die eingezeichneten Knickpunkte sind die Orte, an denen sich das Teilchen



Abb. 160. BROWNSche Bewegung.

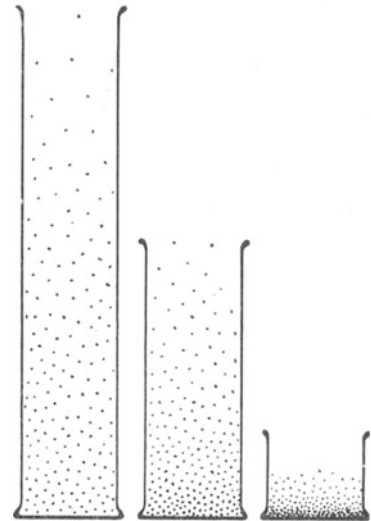


Abb. 161. Verteilung schwebender Teilchen in einer Flüssigkeit.

in regelmäßigen Zeitabständen befand; die wirkliche Bewegung ist noch viel unregelmäßiger). Diese Bewegung ist natürlich rein zufällig und sieht in jedem einzelnen Falle wieder anders aus. Aber, wie in § 110 auseinandergesetzt, liefert die Beobachtung gehäufte Zufälligkeiten bei großer Zahl von Beobachtungen wieder Gesetzmäßigkeiten, die um so strenger gelten, je größer die Zahl der beteiligten Individuen oder der einzelnen Beobachtungen ist.

Die Teilchen, welche eine BROWNSche Bewegung ausführen, verhalten sich genau wie Moleküle von außerordentlich großer Masse. Auch für sie gilt, daß auf jeden ihrer Freiheitsgrade (fortschreitende Bewegung und Rotation) der Energiebetrag  $\frac{1}{2} k T$  entfällt. Ihre mittlere kinetische Energie ist also  $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} k T$ . Je höher die Temperatur  $T$ , desto intensiver ist ihre Bewegung.

Unter der vereinigten Wirkung der BROWNSchen Bewegung, die die Teilchen durch den ganzen verfügbaren Raum durchschnittlich gleichmäßig zu verteilen sucht (Diffusion, § 182), und der Schwerkraft, die sie zu Boden drückt, verteilen sich in einer Flüssigkeit oder einem Gase schwebende Teilchen so, daß sie in tieferen Niveaus zahlreicher sind als in höheren, und zwar verteilt sich ihre Dichte

nach einer Formel, die der barometrischen Höhenformel (Gl. 15, § 119) ganz analog ist (Abb. 161). Da die BROWNSche Bewegung um so heftiger ist, je kleiner die Teilchen sind, so verbreiten sich sehr kleine Teile durch große Bereiche einer Flüssigkeit, während größere Teile sich in der Nähe des Bodens ansammeln. Der Unterschied in der Verteilung rührt von der gleichen Ursache her, aus der sich das Mischungsverhältnis der einzelnen Gase in der Atmosphäre mit der Höhe ändert. Die schwebenden Teilchen entsprechen einem Gase mit extrem hohem Molekulargewicht und zeigen daher im Schwerefelde ein extrem hohes Dichtegefälle.

Die unregelmäßigen Zickzackbewegungen, die ein Teilchen bei der BROWNSchen Bewegung ausführt, sind eine charakteristische Folge der Tatsache, daß die Gesetze der Statistik, welche Mittelwerte über eine große Zahl von Teilchen geben, bei kleiner Teilchenzahl versagen müssen (vgl. wieder die Statistik eines einzelnen Hauses und einer ganzen Stadt). Das Volumen, das ein Teilchen einnimmt, welches eine BROWNSche Bewegung von merklicher Stärke ausführt, ist so klein, daß in ihm die Abweichungen der Zahl, Richtung und durchschnittlichen Geschwindigkeit der Moleküle vom Mittelwert zeitweise beträchtlich sein können. Man bezeichnet diese Erscheinung als Schwankungen. Solche Schwankungen treten überall da auf, wo die Zahl der Individuen klein ist. Man vergleiche folgendes Beispiel. Man zähle etwa in Abständen von je 1 Minute die Anzahl der Menschen, die sich in einer Stadt auf einer 1 km langen belebten Straße befinden. Man wird finden, daß die relativen Abweichungen der einzelnen Zahlen von ihrem Mittelwert (etwa in Prozenten ausgedrückt) sehr klein sind. Führt man das gleiche an einer 1 km langen, wenig belebten Landstraße oder an einem nur 10 m langen Stück der städtischen Straße aus, so ergeben sich sehr viel größere relative Abweichungen vom Mittelwert, weil die in Frage kommende Individuenzahl sehr viel kleiner ist.

Trotzdem sind auch diese Schwankungen statistisch faßbar, nicht im einzelnen, aber wieder in ihrem Mittelwert. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung sagt aus, daß die mittlere, relative Schwankung (genauer die Wurzel aus dem Mittelwert der 2. Potenz der Schwankungen) der Wurzel aus der Zahl der beteiligten Individuen umgekehrt proportional ist. Aus der mittleren Größe der Schwankung kann man daher die Zahl dieser Individuen ermitteln.

Die Theorie der BROWNSchen Bewegung ist von EINSTEIN aufgestellt worden. Mit ihrer Hilfe kann man aus den Beobachtungen der BROWNSchen Bewegung die Dichteschwankungen der Moleküle des Mediums, in dem die Bewegung stattfindet, und aus diesen die Zahl der Moleküle in 1 ccm berechnen. Dem gleichen Zweck kann grundsätzlich jede molekulare oder atomistische Schwankungserscheinung dienen (z. B. die Schwankungen, die die Ausstrahlung radioaktiver Substanzen zeigt, § 572).

Bei drehbar aufgehängten Gebilden besteht die BROWNSche Bewegung in unregelmäßig schwankenden Drehbewegungen. Es gibt Vorrichtungen (z. B. Spiegelablesung, § 444), um sehr kleine Drehbewegungen beobachtbar zu machen. Von solchen macht man z. B. bei der Messung schwächster elektrischer Ströme Gebrauch. Es wird etwa die unter der Wirkung eines elektrischen Stromes erfolgende Drehung einer Magnetnadel beobachtet (§ 363). Auch die Magnetnadel führt unter der Wirkung des umgebenden Gases eine allerdings überaus schwache drehende BROWNSche Bewegung aus. Dies führt zu einer unteren Grenze für die Beobachtbarkeit elektrischer Ströme, die dann erreicht ist, wenn die unregelmäßigen Ausschläge, die das Instrument infolge BROWNScher Bewegung ausführt, von der gleichen Größenordnung sind, wie die Ausschläge unter der Wirkung des Stromes. Aber auch dann, wenn man die Magnetnadel

in ein vollkommenes Vakuum brächte, würde diese Grenze nicht überschritten werden können, weil auch ein elektrischer Strom Schwankungen zeigt, die von einer Brownschen Bewegung der Elektrizitätsträger herrühren.

## b) Temperatur und Volumen. Zustandsgleichungen.

196. Ausdehnung fester und flüssiger Körper durch die Wärme. Die Abmessungen der Körper ändern sich bei einer Änderung ihrer Temperatur, wenn auch in sehr verschiedenem Maße. Sie dehnen sich bei Erwärmung aus und ziehen sich bei Abkühlung zusammen. Sei  $\Delta t$  die mit einem Körper vorgenommene Temperaturänderung,  $l$  seine Länge vor der Temperaturänderung, so ist seine Länge im erwärmten Zustande

$$l + \Delta l = l (1 + \alpha \Delta t) \quad \text{oder} \quad \frac{\Delta l}{l} = \alpha \Delta t, \quad (1)$$

d. h. die relative Längenänderung  $\Delta l/l$  und die Temperaturänderung  $\Delta t$  sind einander, wenigstens innerhalb gewisser Grenzen, proportional. Die Konstante  $\alpha$ , welche für jede Substanz einen charakteristischen Wert hat, heißt der lineare Ausdehnungskoeffizient der Substanz (Tab. 6). Wie man aus der Gl. 1 sieht, ist  $\alpha$  zahlenmäßig gleich der Längenänderung eines Stücks des betrachteten Materials von der Länge  $l = 1$  bei einer Temperaturänderung  $\Delta t = 1^0$ .

Tabelle 6.

Ausdehnungskoeffizienten einiger fester und flüssiger Körper.

Blei . . . . .	0,0000292	Diamant . . . . .	0,0000013	Alkohol . . . . .	0,00110
Eisen . . . . .	120	Graphit . . . . .	080	Äther . . . . .	163
Kupfer . . . . .	165	Glas . . . . .	081	Olivenöl . . . . .	072
Platin . . . . .	090	Bergkristall $\perp$ Achse	144	Quecksilber . . . . .	018
Invar (64 Fe + 36 Ni)	016	„ $\parallel$ „	080	Wasser . . . . .	018
		Quarzglas . . . . .	005		

Die Ausdehnungskoeffizienten sind also sehr verschieden. Der geringe Ausdehnungskoeffizient von Quarzglas zeigt sich z. B. darin, daß man ein Stück glühendes Quarzrohr in kaltes Wasser tauchen kann, ohne daß es wie Glas zerspringt. Bei letzterem rührt das Springen daher, daß sein Gefüge der plötzlichen ungleichmäßigen Zusammenziehung bei der Abkühlung nicht gewachsen ist.

Natürlich ändert sich bei einem festen Körper mit der Temperatur auch das Volumen. Hat ein Parallelepiped bei der Temperatur  $t$  das Volumen  $V = a \cdot b \cdot c$ , so beträgt das Volumen bei der Temperatur  $t + \Delta t$

$$(V + \Delta V) = a \cdot b \cdot c (1 + \alpha \Delta t)^3.$$

Dies gilt natürlich nur für isotrope, d. h. in allen Richtungen gleich beschaffene Körper, sonst kann  $\alpha$  für verschiedene Richtungen verschiedene Werte haben (s. den Bergkristall, Tab. 6).

Da  $\alpha \cdot \Delta t$  immer klein gegen 1 ist, kann man schreiben

$$(V + \Delta V)/V = (1 + 3\alpha \Delta t) \quad \text{oder} \quad \frac{\Delta V}{V} = 3\alpha \Delta t. \quad (2)$$

$3\alpha$  ist der kubische Ausdehnungskoeffizient. Er ist also sehr angenähert dreimal so groß wie der lineare.

Da sich das Volumen eines Körpers bei Erwärmung vergrößert, seine Masse aber konstant bleibt, so wird seine Dichte bzw. sein spezifisches Gewicht bei Erwärmung kleiner.

Bei der Messung der Ausdehnung flüssiger Körper ist natürlich die gleichzeitige Ausdehnung des Gefäßes mit in Rechnung zu setzen. Unter dem Ausdehnungskoeffizienten einer Flüssigkeit ist stets ihr kubischer Ausdehnungskoeffizient zu verstehen.



Abb. 162. Längenänderung eines Stabes durch die Wärme.

Folgende Versuche mögen die Ausdehnung fester und flüssiger Körper durch die Wärme illustrieren. Eine Metallstange ist am einen Ende befestigt, am andern Ende mit einer Zeigervorrichtung versehen, welche ihre Längenänderung sichtbar macht. Erwärmt man den Stab durch eine Flamme, so bewegt sich der Zeiger (Abb. 162). Eine Metallkugel, welche bei Zimmertemperatur gerade durch einen Metallring hindurchfällt, bleibt nach ausreichender Erwärmung in ihm liegen und fällt erst nach Abkühlung hindurch (Abb. 163).

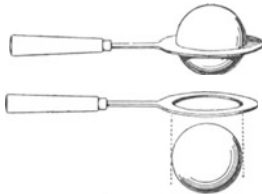


Abb. 163. Volumänderung einer Kugel durch die Wärme.

Setzt man ein Glasgefäß mit einem Steigrohr, welches mit einer Flüssigkeit gefüllt ist, in heißes Wasser, so steigt die Flüssigkeit nach anfänglichem kurzen Sinken im Steigrohr empor. Das anfängliche Sinken rührt daher, daß das Glasgefäß sich eher ausdehnt als die in ihm enthaltene Flüssigkeit. Das gleiche beobachtet man, wenn man ein Quecksilberthermometer in heißes Wasser taucht.

Die Ausdehnung von Eisenträgern von Gebäuden kann bei Bränden gefährlich werden, weil sie das Mauerwerk auseinander sprengen. Deshalb sollen solche Träger immer am einen Ende frei gelagert oder sonst beweglich sein. Eisenbahnschienen erhalten kleine Abstände, um Raum für die Ausdehnung im Sommer zu lassen.

#### 197. Einige Anwendungen der Wärmeausdehnung fester Körper.

Die Anwendungen der beschriebenen Erscheinungen sind sehr mannigfaltig. Wir führen nur folgende Beispiele an.

Eisenringe u. dgl. werden über Achsen in heißem Zustande geschoben, damit sie sich nach Abkühlung fest anpressen. Dasselbe geschieht mit den Eisenreifen der Räder.

Die Rostpendel (§ 91) der Pendeluhrn bestehen aus zwei verschiedenen Arten von Metallstäben (Abb. 164a), z. B. aus Eisen und Zink (Fe, Zn), deren Längen so bemessen sind, daß die Hebung der Pendellinse durch die Ausdehnung der Stangen Zn infolge der Senkung durch die Ausdehnung der Stangen Fe gerade aufgehoben wird.

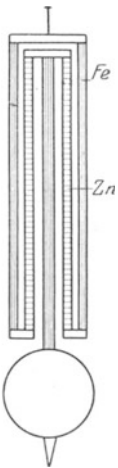


Abb. 164a. Rostpendel.

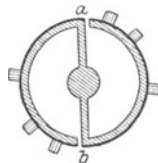


Abb. 164b. Kompensierte Unruhe.

Lötet man zwei Metallstreifen von verschiedenem Ausdehnungskoeffizienten in ihrer ganzen Länge zusammen, so biegt sich der Streifen bei einer Temperaturänderung (BREGUETSche Spirale). Dieser Effekt wird z. B. dazu benutzt, um die Unruhen der Taschenuhren (§ 91) temperaturunabhängig zu machen, indem man den Umfang der Unruhe aus zwei solchen Doppelstreifen herstellt (Abb. 164b). Die Ausdehnung des Unruherades bei a und b mit der Temperatur wird durch die Einbiegung an den Lücken in ihrer Wirkung auf das für die Schwingungszeit maßgebende Trägheitsmoment kompensiert.

198. **Anomalie des Wassers.** Das Wasser ist einer der wenigen Körper, der sich in einem kleinen Temperaturbereich, nämlich zwischen  $0^{\circ}$  und  $4^{\circ}$ , mit steigender Temperatur nicht ausdehnt, sondern zusammenzieht. Es hängt das damit zusammen, daß mit dem Wasser in diesem, dem Schmelzen unmittelbar benachbarten Bereich noch molekulare Umwandlungen vorgehen. Tabelle 7 illustriert dies Verhalten durch Angabe der Dichte des Wassers in dem fraglichen Temperaturbereich.

Tabelle 7. Dichte des Wassers.

$0^{\circ}$	0,99987
$2^{\circ}$	0,99997
$4^{\circ}$	1,00000
$6^{\circ}$	0,99997
$8^{\circ}$	0,99988
$10^{\circ}$	0,99973

In dieser Anomalie des Wassers liegt der Grund dafür, daß das Gramm auf Wasser von  $4^{\circ}$  bezogen wird (§ 28). In der Nähe des Dichtemaximums, also bei  $4^{\circ}$ , ändert sich die Dichte bei kleinen Temperaturänderungen sehr viel weniger als in den benachbarten Bereichen (vgl. das Intervall von  $2^{\circ}$  bis  $4^{\circ}$  und von  $0^{\circ}$  bis  $2^{\circ}$ ). Ein kleiner Fehler in der Temperatur macht hier für die Dichte sehr viel weniger aus als bei anderen Temperaturen. Daher ist Wasser von der Dichte, wie sie dem Maximum bei  $4^{\circ}$  entspricht, mit größerer Annäherung zuverlässig herzustellen als Wasser von irgendeiner andern Dichte.

Die Anomalie des Wassers ist im Haushalte der Natur von großer Bedeutung. Wäre Wasser von  $0^{\circ}$  am dichtesten, also auch spezifisch am schwersten, so würde bei Abkühlung der obersten Wasserschichten das kalte Wasser immer nach unten sinken. Das ist nur so lange der Fall, als die Wassertemperatur nicht unter  $4^{\circ}$  sinkt. Bis bei Abkühlung diese Temperatur erreicht ist, mischen sich also die verschiedenen warmen Wasserschichten fortwährend, und es entsteht, wenigstens in nicht zu tiefen Gewässern, eine ziemlich gleichmäßige Temperatur. Ist aber das Wasser bis auf  $4^{\circ}$  abgekühlt, so sinken die sich weiter abkühlenden Oberflächenschichten nicht mehr zu Boden, da sie spezifisch leichter sind als das bereits unter ihnen befindliche Wasser von  $4^{\circ}$ , sondern kühlen sich, an der Oberfläche bleibend, immer mehr ab, bis sie gefrieren, so daß sich eine Eisdecke bildet (Abb. 165). Die Anomalie des Wassers hat daher zur Folge, daß die Wassertemperatur in größeren Tiefen nur sehr schwer unter  $4^{\circ}$  sinken kann, und ein Ausfrieren bis auf den Grund nicht leicht eintritt. (Oberhalb  $4^{\circ}$  erfolgt der Wärmeausgleich im Wasser durch die sehr stark wirksame Konvektion, unterhalb von  $4^{\circ}$  nur durch die sehr viel langsamer wirkende Wärmeleitung. Vgl. § 241.) Das ist natürlich von Wichtigkeit für die Möglichkeit der Existenz organischen Lebens im Wasser.

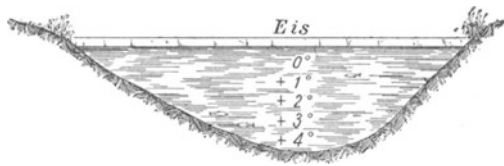


Abb. 165. Zur Anomalie des Wassers.

199. Die Zustandsgleichung der idealen Gase. Das Gesetz von BOYLE-MARIOTTE-GAY LUSSAC. Der Zustand eines idealen Gases ist durch den Druck  $p$ , das Volumen  $V$  und die Temperatur  $T$  in einfacher Weise bestimmt. Nach den Gl. 6, § 113, und 2, § 194, ist nämlich  $p = \frac{1}{3} n \mu \bar{v}^2$  und  $\frac{1}{2} \mu \bar{v}^2 = \frac{3}{2} k T$ , daher

$$p = n k T, \quad (3)$$

wobei  $n$  die Zahl der Moleküle in 1 ccm und  $\mu$  die Masse,  $\bar{v}^2$  das mittlere Geschwindigkeitsquadrat eines Moleküls bedeutet. Die Masse von 1 ccm, d. h. die Dichte des Gases, ist daher  $\rho = n \mu = 1/V_s$ .  $V_s$  ist das spezifische Volumen (§ 61). Es folgt dann aus Gl. 3

$$p \cdot V_s = \frac{k T}{\mu}. \quad (4)$$

Wir multiplizieren auf der rechten Seite dieser Gleichung Zähler und Nenner mit  $N$ , der Zahl der Moleküle im Mol (§ 112), und setzen  $N k = R$ .  $R$  ist die sog. allgemeine Gaskonstante. Da sowohl  $N$  wie  $k$  universelle Konstanten sind, so ist dies  $R$  auch. Ihr Zahlenwert hängt also nicht von der Art des Gases ab. Es ist

$$R = 0,83131 \cdot 10^8 \text{ erg/grad} \cdot \text{mol} = 1,986 \text{ cal/grad} \cdot \text{mol} \quad (5)$$

(wegen cal = Kalorie s. § 205).  $N \mu$  ist die Gesamtmasse der Moleküle in 1 Mol, also gleich dem Molekulargewicht  $M$  des Gases (§ 112), so daß

$$p V_s = \frac{N k T}{N \mu} = \frac{R T}{M} \quad \text{oder} \quad p \cdot M \cdot V_s = R T. \quad (6)$$

Nun ist aber  $M \cdot V_s^1 = V_m$  das Volumen von  $M$  g, also von 1 Mol, das sog. Molvolumen, welches für alle idealen Gase bei gleicher Temperatur und gleichem Druck den gleichen Wert hat (§ 112). Wir können also statt Gl. 6 auch schreiben

$$p \cdot V_m = R T. \quad (7)$$

In dieser Form ist in dem Gesetz keine von der Art des speziellen idealen Gases abhängige Konstante mehr enthalten. Bei  $p = 760 \text{ mm}$  und  $T = 273^0 \text{ abs.}$ , also  $0^0 \text{ C}$ , ist (§ 112)

$$V_m = 22392 \text{ ccm}. \quad (8)$$

Die Gl. 4, 6 und 7 sind nur verschiedene Ausdrucksarten des gleichen Gesetzes. Es ist eine Erweiterung des Gesetzes von BOYLE-MARIOTTE (§ 114) und heißt das Gesetz von BOYLE-MARIOTTE-GAY LUSSAC (1802) oder die Zustandsgleichung der idealen Gase.

Gl. 4 drückt den Zustand von 1 g eines idealen Gases aus, weil das darin auftretende spezifische Volumen  $V_s$  das Volumen von 1 g ist. Das Volumen von  $m$  g ist  $V = m \cdot V_s$ . Es folgt daher aus Gl. 4 für eine beliebige Gasmenge  $m$

$$p V = m \frac{k T}{\mu} \quad (9)$$

oder in der gewöhnlichen Temperaturskala ( $T = 273^0 + t$ , § 191)

$$p V = m \frac{k}{\mu} (273 + t). \quad (10)$$

Bezeichnen wir den Druck und das Volumen bei  $t = 0^0$  mit  $p_0$  und  $V_0$ , so folgt, da  $p_0 V_0 = m \frac{k}{\mu} \cdot 273$ ,

$$p V = p_0 V_0 \left(1 + \frac{t}{273}\right) = p_0 V_0 (1 + \alpha t), \quad (11)$$



oder allgemeiner für zwei beliebige Temperaturen  $t_1$  und  $t_2$

$$p_1 V_1 / (1 + \alpha t_1) = p_2 V_2 / (1 + \alpha t_2) = p_0 V_0, \tag{12}$$

wobei  $\alpha = 1/273$  (genau  $1/273,2 = 0,003660$ , § 191).

In Abb. 166 ist der Zusammenhang zwischen  $p$  und  $V$  für ein ideales Gas bei verschiedenen Temperaturen dargestellt. Die Kurven sind sog. Isothermen, d. h. jede einzelne entspricht einer bestimmten, längs der Kurve konstanten Temperatur.

200. Der Ausdehnungskoeffizient und der Druckkoeffizient der idealen Gase. Aus Gl. 11 und 12 können wir den Ausdehnungskoeffizienten der idealen Gase entnehmen. Wir betrachten die Volumänderung bei konstantem Druck und haben also in Gl. 12 zu setzen:  $t_2 = t_1 + \Delta t$ ,  $p_2 = p_1$ . Es ergibt sich dann die Volumzunahme

$$\Delta V = V_2 - V_1 = \frac{V_1}{1 + \alpha t_1} \cdot \alpha \Delta t = V_0 \alpha \Delta t, \tag{13}$$

wenn  $V_0$  das Volumen bei  $0^\circ$  und beim Druck  $p_0 = p_1 = p_2$  bedeutet. Die Volumzunahme der idealen Gase mit der Temperatur bei konstantem Druck ist also eine gleichmäßige und beträgt für je  $1^\circ$  Temperaturänderung  $1/273$  des Volumens  $V_0$  bei  $0^\circ$  und gleichem Druck. (Man beachte, daß hier  $\alpha$  nicht die relative Ausdehnung  $\Delta V/V$  bei  $1^\circ$  Temperaturerhöhung bedeutet, sondern  $\Delta V/V_0$ , daß also  $\alpha$  als Ausdehnungskoeffizient etwas anders definiert ist, als dies bei den festen und flüssigen Körpern geschah [§ 196]. Die relative Ausdehnung  $\Delta V/V$  eines idealen Gases bei der Temperatur  $t$  und  $1^\circ$  Temperaturerhöhung beträgt, wie man leicht zeigen kann,  $1/(273 + t)$ , also z. B. bei  $15^\circ$   $1/288$ . Sie ist also eine Funktion der Temperatur).

Halten wir das Volumen einer Gasmenge bei einer Temperaturänderung  $\Delta t$  konstant, so erhalten wir in ganz entsprechender Weise

$$\Delta p = p_2 - p_1 = p_0 \cdot \alpha \Delta t. \tag{14}$$

Im Sinne dieser Gleichung bezeichnet man die Konstante  $\alpha$  auch als den Druck- oder Spannungskoeffizienten der idealen Gase.

Tab. 8 gibt die an verschiedenen Gasen gemessenen Werte des Druckkoeffizienten  $\alpha$ . Der Grad der Übereinstimmung des experimentellen und des an letzter Stelle genannten theoretischen Wertes von  $\alpha$  ist ein Hinweis darauf, in welchem Grade sich ein wirkliches Gas dem idealen Gaszustand nähert. Man sieht, daß dies vielfach, und gerade bei den meisten gewöhnlichen Gasen, sehr weitgehend der Fall ist.

Tabelle 8. Druckkoeffizienten einiger Gase.

Wasserstoff . . . . .	0,003663
Helium . . . . .	3660
Stickstoff . . . . .	3675
Sauerstoff . . . . .	3674
Kohlenoxyd . . . . .	3667
Kohlensäure . . . . .	3726
Ammoniak . . . . .	3802
Ideales Gas theoretisch $1/273,2$ .	3660

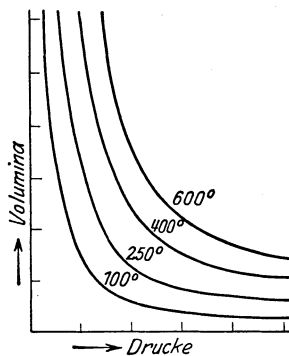


Abb. 166. Isothermen eines idealen Gases.

201. Die Zustandsgleichung von VAN DER WAALS. Die vollkommene Zustandsgleichung einer Substanz müßte so beschaffen sein, daß sie den funktionellen

Zusammenhang zwischen  $p$ ,  $V$  und  $T$  von den tiefsten bis zu den höchsten Temperaturen und Drucken, also gleichzeitig für den festen, flüssigen und gasförmigen Zustand umfaßte. Das ist bis heute noch nicht gelungen. Dagegen konnte VAN DER WAALS (1873) eine Zustandsgleichung aufstellen, welche wenigstens für viele Substanzen sowohl für den flüssigen wie für den gasförmigen Zustand Geltung hat. Diese Zustandsgleichung lautet

$$\left(p + \frac{a}{V_m^2}\right) (V_m - b) = RT. \quad (15)$$

$a$  und  $b$  sind Konstanten, die von der Natur des Gases abhängen und tragen den Abweichungen vom idealen Gaszustand Rechnung. Bei der Ableitung der Gesetze der idealen Gase ist vorausgesetzt, daß zwischen den Molekülen keine Kräfte wirken. Tatsächlich aber ziehen sie einander an, und zwar um so mehr, je dichter das Gas ist. Dies hat zur Folge, daß die Geschwindigkeit, mit der die Gasmoleküle auf die ein Gasvolumen begrenzende Gefäßwandung treffen, und daher auch der auf diese Wandung ausgeübte Druck  $p$  (§ 113) durch die die Moleküle in der Richtung auf das Innere des Gasraums ziehende Kraft vermindert wird. (Vgl. hierzu die die Ursache der Oberflächenspannung veranschaulichende Abb. 150, § 180.) Dem als Kraft auf die Flächeneinheit der Gefäßwände definierten Gasdruck  $p$  ist daher, wie VAN DER WAALS zeigte, ein additives Glied, eben  $a/V_m^2$ , hinzuzufügen. Es ist groß, wenn das Molvolumen  $V_m$  klein ist, d. h. wenn die Moleküle einander, auf engem Raum zusammengedrängt, nahe sind, also starke Kräfte aufeinander ausüben. Bei großem  $V_m$ , also kleiner Gasdichte, verschwindet es gegenüber  $p$ . Die Ableitung der Zustandsgleichung idealer Gase hat ferner zur Voraussetzung, daß der Raum, den die Gasmoleküle selbst einnehmen, sehr klein ist gegen den ihnen zur Verfügung stehenden Raum. Diese Vernachlässigung wird durch das Glied  $b$  beseitigt, welches wie eine Verminderung des Volumens  $V_m$  wirkt. Ist  $V_m$  sehr groß, also die Dichte klein, so kann man  $b$  daneben vernachlässigen. Gl. 15 geht also, wie es sein muß, bei großem  $V_m$ , d. h. kleiner Dichte in die Zustandsgleichung idealer Gase (Gl. 7) über. Die Konstante  $b$  ist dem sog. Kovolumen proportional, das ist dasjenige Volumen, welches 1 Mol der Substanz einnehmen würde, wenn die Moleküle in der engsten möglichen Packung beieinander lägen. Die Konstanten  $a$  und  $b$  sind für verschiedene Substanzen verschieden.

Eine eingehendere Diskussion der VAN DER WAALSSchen Gleichung erfolgt in § 228. Dort findet sich auch eine Darstellung in Kurvenform (Abb. 175).

**202. Verschiedene Arten von Zustandsänderungen.** Der Zustand eines Gases hängt von drei Veränderlichen,  $p$ ,  $V$  und  $T$ , ab. Der allgemeinste Fall einer Zustandsänderung ist eine solche, bei der sich diese drei Größen sämtlich gleichzeitig ändern. Es kann aber auch eine dieser Größen konstant gehalten werden.

Isotherme Zustandsänderungen sind solche, bei denen  $T$ , isobare solche, bei denen  $p$ , isopykne solche, bei denen  $V$ , also auch die Dichte, konstant gehalten wird.

Die isothermen Zustandsänderungen eines idealen Gases werden durch das BOYLE-MARIOTTESche Gesetz (§ 113) beherrscht. Gl. 13 beherrscht die isobaren, Gl. 14 die isopyknen Zustandsänderungen eines idealen Gases.

Zustandsänderungen, bei denen einem Körper keine Energie in Form von Wärme von außen zugeführt oder nach außen hin entzogen wird, heißen adiabatische Zustandsänderungen (§ 210). In diesem Falle kann der Zustand des Körpers, wenn wir von chemischen Prozessen absehen, nur durch mechanische Arbeit geändert werden.

### c) Temperaturmessung.

**203. Flüssigkeitsthermometer.** Instrumente zur Temperaturmessung heißen Thermometer, sofern es sich um Instrumente handelt, welche mit dem betreffenden Körper in unmittelbare Berührung gebracht werden und dann die gleiche Temperatur annehmen wie dieser (§ 192).

Die gebräuchlichsten Thermometer sind die Quecksilberthermometer, bei denen die Wärmeausdehnung des Quecksilbers zur Messung der Temperatur benutzt wird. Die Quecksilberthermometer haben die allbekannte Form: ein meist etwa kugelförmiges Glasgefäß mit einer angesetzten feinen Kapillaren, welche bis auf einen Teil der Kapillaren mit Quecksilber gefüllt sind. Das von Quecksilber freie Ende ist möglichst gut luftleer gemacht. Erwärmt sich das Quecksilber, so steigt es in der Kapillaren hoch. Die Eichung von Thermometern erfolgt so, daß man sie in Bäder von genau bekannter Temperatur eintaucht. Die wichtigsten Eichtemperaturen (sog. Fixpunkte) sind die Schmelztemperatur des Eises,  $0^{\circ}\text{C}$ , und die Siedetemperatur des Wassers bei 760 mm Druck,  $100^{\circ}\text{C}$ , als diejenigen Temperaturen, auf denen die Temperaturskala beruht. Als weitere Eichtemperaturen können u. a. die Schmelzpunkte gewisser anderer reiner Substanzen dienen, z. B. Hg  $-38,87^{\circ}$ , Sn  $+231,84^{\circ}$ , Zn  $+419,4^{\circ}$ , Ag  $960,3^{\circ}$ , Au  $1063^{\circ}$ , Pt  $1764^{\circ}$ , welche letztere aber für Quecksilberthermometer nicht mehr in Frage kommen. Nachdem auf der Skala des Thermometers diejenigen Punkte festgelegt sind, auf die das Ende des Quecksilberfadens sich bei  $0^{\circ}$  und bei  $100^{\circ}$  einstellt, wird das Zwischenstück in 100 gleiche Teile geteilt, und diese Skala gegebenenfalls noch über die beiden Fixpunkte hinaus verlängert. Dabei wird stillschweigend die Voraussetzung gemacht, daß sich das Quecksilber und das Glas in diesem ganzen Temperaturbereich gleichmäßig ausdehnt. Tatsächlich ist dies nicht genau der Fall. Erstens ist der Ausdehnungskoeffizient des Quecksilbers selbst zwischen  $0^{\circ}$  und  $100^{\circ}$  nicht streng konstant und zweitens zeigt auch das Glas in diesem Bereich eine nicht ganz gleichmäßige Wärmeausdehnung, die auch für die verschiedenen Glassorten verschieden ist. Der Fehler kann zwischen  $0^{\circ}$  und  $100^{\circ}$  an einzelnen Stellen den Betrag von  $0,1^{\circ}$  ein wenig überschreiten. Das Glas der Thermometer zeigt eine sog. thermische Nachwirkung, d. h. es zieht sich bei Abkühlung nach erfolgter Erwärmung nicht sofort vollständig wieder auf sein früheres Volumen zusammen, sondern erst nach einiger Zeit. Bringt man ein vorher auf höhere Temperatur, etwa  $100^{\circ}$ , erwärmtes Thermometer sofort in schmelzendes Eis, so zeigt es daher anfänglich nicht auf  $0^{\circ}$ , sondern etwas tiefer (sog. Depression des Nullpunktes). Diese Nachwirkungserscheinungen sind bei frisch hergestelltem Glase besonders stark und verschwinden zum Teil, wenn man das Glas häufigen aufeinanderfolgenden Erwärmungen und Abkühlungen aussetzt (künstliche Alterung von Thermometern). Sie bilden ein Analogon zu den elastischen Nachwirkungen (§ 193).

Der Meßbereich eines gewöhnlichen Quecksilberthermometers ist nach unten durch diejenige Temperatur, bei der das Quecksilber gefriert  $-38,87^{\circ}$  — begrenzt. Die obere Grenze seiner Verwendbarkeit liegt bei etwa  $150^{\circ}$ , weil oberhalb dieser Temperatur bereits eine merkliche Verdampfung des Quecksilbers in den gasleeren Raum der Kapillaren eintritt. Diese wird weitgehend eingeschränkt, wenn man die Kapillare nicht gasleer macht, sondern mit einem Gase, meist Stickstoff, füllt. Mit Hilfe einer solchen Stickstofffüllung von hohem Druck (30—50 Atm) kann man auch das Sieden des Quecksilbers bei höheren Temperaturen verhindern (§ 222). Derartige Thermometer aus besonderem Glase sind bis etwa  $660^{\circ}$ , solche aus Quarz bis etwa  $750^{\circ}$ , benutzbar (Stickstoffthermometer).

Für tiefe Temperaturen benutzt man statt des Quecksilbers Flüssigkeiten, die eine möglichst niedrige Gefriertemperatur (= Schmelztemperatur) haben, z. B. Alkohol (Weingeistthermometer), Pentan oder Petroläther.

Spezialkonstruktionen ermöglichen die Ablesung des höchsten oder tiefsten Standes, die das Thermometer während einer gewissen Zeit gezeigt hat (Maximum- und Minimumthermometer). Hierher gehört auch das Fieberthermometer.

**204. Gasthermometer und sonstige Methoden der Temperaturmessung.** Für sehr genaue Messungen, insbesondere aber zur Eichung anderer Thermometer, benutzt man Thermometer mit Gasfüllung. Und zwar benutzt man dazu ein Gas, welches dem idealen Zustand möglichst nahe ist, meist Wasserstoff, Stick-

stoff oder Helium, in einem Gefäß aus Platinrhodium. Man kann zur Bestimmung der Temperatur entweder die Volumänderung bei konstantem Druck [ $V = V_0 (1 + \alpha t)$ ] oder die Druckänderung bei konstantem Volumen [ $p = p_0 (1 + \alpha t)$ ] benutzen (§ 200). Meist geschieht das letztere.

In Abb. 167 ist ein Gasthermometer einfacher Konstruktion für konstantes Volumen dargestellt. Das Gas befindet sich im Gefäß  $G$ , das der zu messenden Temperatur ausgesetzt wird, und in der anschließenden Kapillare  $K$ . Der Raum ist durch Quecksilber abgeschlossen. Durch Regulieren des Quecksilberstandes wird dafür gesorgt, daß das Quecksilber genau eine feine Spitze  $S$  berührt, so daß das Volumen stets das gleiche ist. Der Druck des Gases bei verschiedenen Temperaturen kann aus der Höhendifferenz  $h$  des Quecksilbers in den Röhren  $R$  und  $R'$  abgelesen werden.

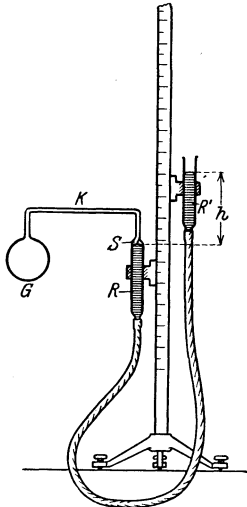


Abb. 167. Gasthermometer.

Außer den hier beschriebenen, auf der thermischen Volumänderung beruhenden Methoden gibt es noch andere Methoden zur Temperaturmessung, welche auf dem Einfluß der Temperatur auf elektrische Erscheinungen bzw. auf der Strahlung der Körper beruhen (§ 301 und 537). Für sehr hohe Temperaturen kommen letztere allein in Betracht.

## d) Kalorimetrie.

**205. Wärmemenge. Kalorie.** Nach § 193 besteht eine Temperaturerhöhung eines Körpers in einer Vermehrung der Energie der Moleküle des Körpers. Man muß einem Körper also Energie zuführen, um ihn zu erwärmen. Häufig ist diese zugeführte Energie bereits in Form von Wärmeenergie eines andern Körpers (Flamme, elektrisch geheizter Körper) vorhanden, und die Erwärmung des Körpers besteht in einem Übergang der molekularen Energie von einem andern wärmeren Körper auf ihn. Es ist üblich, Energiebeträge, die als thermische oder Wärmeenergie eines Körpers auftreten, als Wärmemengen zu bezeichnen, ein Ausdruck, der noch aus der Zeit stammt, in der man die Wärme für einen Stoff hielt. Da demnach eine Wärmemenge nichts anderes ist als eine gewisse Energiegröße, so wäre es an sich natürlich, sie in der gleichen Einheit zu messen, in der wir bisher Energien gemessen haben, nämlich in erg. Es ist dies aber im allgemeinen nicht üblich. Die praktische Einheit der Wärmemenge ist die (kleine) Kalorie oder Grammkalorie, 1 cal. Sie ist definiert als diejenige Wärmemenge, die notwendig ist, um 1 g Wasser von 14,5° auf 15,5° zu erwärmen (die Angabe der Temperatur ist notwendig, da die zu einer Erwärmung des Wassers um 1° nötige Wärmemenge ein wenig von der Temperatur abhängt). 1000 cal nennt man eine große Kalorie oder Kilogrammkalorie, 1 Cal oder kcal.

206. **Der erste Hauptsatz der Wärmetheorie.** Da die Wärme ihrem Wesen nach Molekularenergie ist, so muß auch für eine Wärmemenge das Energieprinzip gelten (§48). D. h. die in Form einer Wärmemenge vorhandene Energie kann nicht verlorengehen, höchstens in andere Energieformen (mechanische, elektrische usw.) umgewandelt werden. Das auf Wärmemengen angewandte Energieprinzip pflegt man den ersten Hauptsatz der Wärmetheorie zu nennen. Er ist zuerst von dem deutschen Arzt JULIUS ROBERT MAYER (1840) aufgestellt und dann von H. HELMHOLTZ und anderen erweitert und auf die Gesamtheit der physikalischen Erscheinungen ausgedehnt worden. Es ist dies eines der wichtigsten Ereignisse in der Geschichte der Physik und für die weitere Entwicklung der Physik und Chemie von größter Tragweite gewesen.

207. **Wärmekapazität und spezifische Wärme.** Körper aus dem gleichen Material, aber von verschiedener Masse, benötigen zur Erzielung der gleichen Temperaturerhöhung einer um so größeren Wärmemenge, je größer ihre Masse ist. Zwei Körpern gleicher Masse, aber aus verschiedenem Material, müssen im allgemeinen verschieden große Wärmemengen zugeführt werden, um ihnen die gleiche Temperaturerhöhung zu erteilen. Man nennt die Wärmemenge, die man einem Körper zuführen muß, um seine Temperatur um  $1^{\circ}$  zu erhöhen, seine Wärmekapazität  $K$ . Um also einen Körper von der Temperatur  $t_1$  auf die Temperatur  $t_2$ , d. h. um  $t_2 - t_1$  Grad, zu erwärmen, ist die Wärmemenge

$$Q = K (t_2 - t_1) \tag{1}$$

erforderlich. Die Wärmekapazitäten  $K$  zweier Körper aus dem gleichen Material verhalten sich wie ihre Massen  $m$ , es ist also

$$K = C m. \tag{2}$$

Die Größe  $C$  ist eine für jedes Material charakteristische Eigenschaft, seine sog. spezifische Wärme (richtiger wäre spezifische Wärmekapazität). Ist  $m = 1\text{ g}$ , so wird  $K = C$ . D. h. die spezifische Wärme einer Substanz ist die Wärmekapazität von  $1\text{ g}$  der Substanz, oder anders ausgedrückt, die spezifische Wärme einer Substanz ist diejenige Wärmemenge, die man  $1\text{ g}$  der Substanz zuführen muß, um sie um  $1^{\circ}$  zu erwärmen. Tab. 9 zeigt die spezifischen Wärmen einiger fester und flüssiger Körper.

Es ist bemerkenswert, daß das Wasser eine besonders hohe spezifische Wärme besitzt. Diese Tatsache ist von großer Wichtigkeit für den Wärmehaushalt der Natur. Sie hat zur Folge, daß die Meere zu Beginn der warmen Jahreszeit verhältnismäßig lange kälter bleiben als die Luft, und zu Beginn der kalten Jahreszeit wärmer. Daher kommt es, daß das Klima in der Nähe der Küsten

Tabelle 9. Spezifische Wärme einiger Substanzen.

	Spez. Wärme $C$ in cal/grad $^{-1}$ g $^{-1}$	Atomgewicht $\alpha$	Atomwärme $C \alpha$
Aluminium . . . . .	0,214	27,1	5,80
Eisen . . . . .	0,111	55,84	6,29
Nickel . . . . .	0,106	58,68	6,22
Kupfer . . . . .	0,091	63,57	5,78
Silber . . . . .	0,055	107,88	5,93
Antimon . . . . .	0,050	120,2	6,00
Platin . . . . .	0,032	195,2	6,25
Gold . . . . .	0,031	197,2	6,12
Blei . . . . .	0,031	207,2	6,42
Glas . . . . .	0,19	—	—
Quarzglas . . . . .	0,174	—	—
Diamant . . . . .	0,12	—	—
Wasser . . . . .	1,00	—	—
Äthyläther . . . . .	0,56	—	—
Äthylalkohol . . . . .	0,58	—	—
Schwefelkohlenstoff	0,24	—	—

erheblich geringere jährliche Temperaturunterschiede zeigt als das Klima im Innern der Kontinente.

Die Gase werden in § 209 gesondert behandelt.

**208. Atomwärme. Gesetz von DULONG-PETIT.** In der Tab. 9 sind bei den Metallen außer den spezifischen Wärmen  $C$  noch die Atomgewichte  $\alpha$  und die Produkte  $C\alpha$  eingetragen, also die Wärmekapazitäten von  $\alpha$  g, d. h. von so viel Gramm, wie das Atomgewicht beträgt.  $C\alpha$  ist demnach die Wärmekapazität von 1 Grammatom, also für jeweils die gleiche Anzahl von Atomen (§ 109). Man sieht aus der Tabelle, daß diese sog. Atomwärme bei den Metallen trotz sehr verschiedener Atomgewichte einen einigermaßen konstanten Wert hat, nämlich rund 6 (Gesetz von DULONG-PETIT 1819).

Diese Tatsache erklärt sich auf folgende Weise. Die Metalle sind kristallinische Gebilde, in denen die Atome raumgitterartig angeordnet sind (§ 574). Ihre thermische Bewegung besteht in Schwingungen, um gewisse Ruhelagen, in denen sie durch die Kräfte festgehalten werden, die von den sie umgebenden Atomen ausgehen. Sie haben daher sowohl potentielle wie kinetische Energie. Auf jede dieser beiden Energiearten entfällt für jeden der drei Freiheitsgrade des Atoms (§ 193) die Energie  $kT/2$ . Die durchschnittliche Energie eines Atoms beträgt daher nach Gl. 1, § 193,  $6 \cdot \frac{1}{2} kT = 3 kT$ . In einem Grammatom des Metalls befinden sich  $N$  Atome ( $N =$  LOSCHMIDT'sche Zahl § 112). Daher sollte die thermische Energie eines Grammatoms gleich  $3 N kT$  oder, da  $Nk = R$  (§ 198), gleich  $3 RT$  sein. Die Atomwärme, d. h. die Wärmeenergie, die einem Grammatom bei einer Temperaturerhöhung um  $1^\circ$  zugeführt werden muß, ist demnach  $3 R (T + 1) - 3 RT = 3 R$ . Nun ist  $R$  sehr nahezu gleich 2, also ist der theoretische Wert der Atomwärme gleich 6. Die Abweichungen rühren daher, daß tatsächlich die Verhältnisse nicht ganz so einfach liegen, wie hier angenommen wurde. Bei sehr tiefen Temperaturen treten ganz abweichende Verhältnisse ein. Näheres hierüber s. § 562 und 581.

**209. Die spezifische Wärme der Gase.** Bei den festen und flüssigen Körpern ist die Zustandsänderung, insbesondere die Volumänderung bei einer Temperaturänderung, eindeutig bestimmt. Bei den Gasen ist dies anders. So ist z. B. ihre Volumänderung bei einer Temperaturänderung erst dann eindeutig gegeben, wenn man weiß, wie sich gleichzeitig ihr Druck ändert.

Am einfachsten liegen die Verhältnisse, wenn man dafür sorgt, daß das Volumen einer Gasmenge bei einer Temperaturerhöhung konstant bleibt. Wir können uns das wenigstens theoretisch so vorstellen, daß das Gas in ein vollkommen starres Gefäß eingeschlossen sei, welches sich bei Erwärmung nicht merklich ausdehnt. (Tatsächlich erzielt man dies durch Regelung des Drucks.) Wir denken uns 1 g eines idealen Gases in einem solchen Gefäß befindlich. Nach § 112 sind dies  $1/M$  Mol ( $M =$  Molekulargewicht), und die Zahl der Gasmoleküle ist demnach gleich  $N/M$  ( $N =$  LOSCHMIDT'sche Zahl, § 112). Die Zahl der Freiheitsgrade der Moleküle (§ 193) sei  $n$ . Dann entfällt auf jedes Molekül bei der Temperatur  $T$  nach Gl. 1, § 193 im Durchschnitt die Energie  $E = nkT/2$ , also auf die ganze Gasmenge die Energie  $A = n N kT/2M$  oder nach § 199  $A = n RT/2M$  ( $R =$  allgemeine Gaskonstante).

Erhöht man jetzt die Temperatur des Gases um  $1^\circ$  von  $T$  auf  $T + 1$ , so ändert sich die Energie des Gases um den Betrag  $nR/2M$ . Nun ist aber die Energieänderung von 1 g einer Substanz bei einer Temperaturänderung um  $1^\circ$  definitionsgemäß die spezifische Wärme derselben. In dem besprochenen Falle handelt es sich um die spezifische Wärme bei konstantem Volumen  $C_v$ . Es ist also allgemein für ein Gas, dessen Moleküle  $n$  Freiheitsgrade haben,

$$C_v = \frac{n}{2} \frac{R}{M}, \quad (4)$$

und daher, nach § 193, idealen Gaszustand vorausgesetzt, für

$$\begin{aligned} \text{einatomige Gase } (n = 3) \quad C_v &= \frac{3}{2} \frac{R}{M}, \\ \text{zweiatomige Gase } (n = 5) \quad C_v &= \frac{5}{2} \frac{R}{M}, \\ \text{alle anderen Gase } (n = 6) \quad C_v &= 3 \frac{R}{M}. \end{aligned}$$

Die Molwärme bei konstantem Volumen  $c_v$  ist die Wärmekapazität von 1 Mol, also  $M$  mal so groß wie die spezifische Wärme, also  $c_v = \frac{3}{2} R$  bzw.  $\frac{5}{2} R$  bzw.  $3 R$ . Die Molwärmern sind also für alle idealen Gase mit Molekülen gleicher Atomzahl gleich groß.

Wir betrachten jetzt 1 g eines idealen Gases, welches in ein zylindrisches Gefäß mit beweglichem Stempel eingeschlossen ist. Auf diesen Stempel wirke von außen eine konstante Kraft, die in dem Gase einen konstanten Druck aufrechterhält. Nimmt man mit dem Gase eine Temperaturerhöhung um  $1^\circ$  vor, so dehnt es sich, da sein Druck konstant bleibt, aus, es schiebt den Stempel ein wenig zurück. Dabei tritt eine Volumänderung  $\Delta V$  ein, und das Gas leistet nach § 117 gegen den Stempel Arbeit im Betrage  $p \Delta V$ . Nach Gl. 6, § 199 ist für 1 g bei einer Temperaturänderung  $\Delta T$  die Arbeit  $p \Delta V = R \Delta T / M$ , also im vorliegenden Falle, bei einer Temperaturänderung  $\Delta T = 1^\circ$ ,  $p \Delta V = R / M$ . Die Differenz  $C_p - C_v = R / M$  ist demnach derjenige Anteil der einer Gasmenge von 1 g zugeführten Wärme, der bei einer Erwärmung des Gases bei konstantem Druck nicht als Wärme, sondern als mechanische Arbeitsleistung (Verschiebung des Stempels gegen die von außen wirkende Kraft) in die Erscheinung tritt.

Da dem Gase Energie nur in Form von Wärme zugeführt wurde, so muß auch diese vom Gase geleistete Ausdehnungsarbeit aus der zugeführten Wärme gedeckt werden. Es muß also dem einen Gramm Gas der Betrag  $R / M$  mehr an Wärme zugeführt werden, als bei der gleichen Temperaturerhöhung bei konstantem Volumen. Die gesamte, in diesem Falle zuzuführende Wärmemenge heißt die spezifische Wärme bei konstantem Druck  $C_p$ , und es folgt

$$C_p = C_v + \frac{R}{M}. \quad (5)$$

Es ergibt sich daher im idealen Gaszustand für

$$\begin{aligned} \text{einatomige Gase } C_p &= \frac{5}{2} \frac{R}{M}, \\ \text{zweiatomige Gase } C_p &= \frac{7}{2} \frac{R}{M}, \\ \text{alle anderen Gase } C_p &= 4 \frac{R}{M}. \end{aligned}$$

Für die Molwärmern bei konstantem Druck  $c_p$  ergibt sich entsprechend  $c_p = \frac{5}{2} R$  bzw.  $\frac{7}{2} R$  bzw.  $4 R$ . Es folgen ferner die wichtigen Beziehungen für

$$\begin{aligned} \text{einatomige Gase } C_p / C_v &= \frac{5}{3} = 1,67, \\ \text{zweiatomige Gase } C_p / C_v &= \frac{7}{5} = 1,40, \\ \text{alle anderen Gase } C_p / C_v &= \frac{4}{3} = 1,33. \end{aligned}$$

Weiter muß für alle idealen Gase  $c_p - c_v = R$  sein.

Die hier abgeleiteten Beziehungen gelten lediglich für ideale Gase. Z. B. ist für Ätherdampf  $C_p / C_v = 1,0$ . Der Grad ihrer Erfüllung bei wirklichen Gasen ist daher ein wichtiger Anhaltspunkt dafür, wie weit ein solches Gas vom idealen Zustande entfernt ist. Tab. 10 gibt hierfür einige Zahlen.

Tabelle 10. Spezifische Wärme einiger Gase.

	$c_v$	$c_p$	$c_p/c_v$	$c_p$	$c_p - c_v$
H <sub>2</sub>	2,41	3,40	1,41	6,80	1,98
He	0,76	1,26	1,66	5,04	2,00
N <sub>2</sub>	0,178	0,249	1,40	6,98	1,99
O <sub>2</sub>	0,156	0,218	1,40	6,98	1,98
A	0,077	0,127	1,65	5,02	1,99
CO <sub>2</sub>	0,155	0,202	1,30	8,88	2,07
CH <sub>4</sub>	0,405	0,531	1,31	7,43	2,02

Der Zahlenwert der allgemeinen Gaskonstanten ist  $R = 1,986$  cal/grad. Die letzte Kolumne zeigt, daß die Beziehung  $c_p - c_v = R$  bei allen angeführten Gasen teils vorzüglich, teils sehr nahezu erfüllt ist. Für  $c_p$  ergibt die Theorie,

je nach der Zahl der Atome im Molekül, in runder Zahl ( $R = 2$  cal/grad) die Werte 5 bzw. 7 bzw. 8. Bei den meisten Gasen der Tabelle ist auch dies sehr annähernd erfüllt, beträchtliche Abweichungen zeigen die Gase CO<sub>2</sub> und CH<sub>4</sub>, die auch tatsächlich vom idealen Zustande bereits ziemlich entfernt sind. Die Zahlen für das Verhältnis  $c_p/c_v$  stimmen durchweg mit der Theorie gut überein.

Die Messung der Größe  $c_p/c_v = \kappa$  ist ein wichtiges Mittel, um zu bestimmen, ob ein Gas ein-, zwei- oder mehratomig ist. Da diese Größe in den Ausdruck für die Schallgeschwindigkeit in Gasen eingeht (§ 210), so kann man sie aus der Schallgeschwindigkeit ermitteln. Die Methode der KUNDTschen Staubfiguren (§ 161) ist ursprünglich zu diesem Zweck ersonnen.

**210. Adiabatische Zustandsänderungen von Gasen.** Wird einem Gase Energie in Gestalt einer Wärmemenge  $Q$  von außen zugeführt, so kann sich diese in verschiedener Weise am Gase auswirken. Wir betrachten 1 g eines idealen Gases. Die in ihm enthaltene molekulare Energie sei  $U$ . Bei Zuführung der Wärmemenge  $Q$  ändere sich diese um den Betrag  $dU$ , gleichzeitig ändere sich das Volumen um den Betrag  $dV$ . Mit dieser Volumänderung ist nach § 117 ein Aufwand an Arbeit im Betrage  $p \cdot dV$  verbunden, der auf Kosten der zugeführten Wärmemenge  $Q$  geht. Nach dem Energieprinzip (erster Hauptsatz, § 206) muß sein

$$Q = dU + p \cdot dV. \quad (6)$$

Eine adiabatische Zustandsänderung ist eine solche, bei der keine Wärme zu- oder abgeführt wird, also

$$dU + p \cdot dV = 0 \quad (7)$$

ist. Nun ist die in 1 g eines idealen Gases enthaltene Molekularenergie gemäß der Definition der spezifischen Wärme  $c_v$  (§ 208) gleich  $U = c_v T$ , also  $dU = c_v \cdot dT$ , ferner nach Gl. 6, § 199,  $p = RT/MV$ . Wir können also schreiben

$$c_v dT + \frac{RT}{M} \cdot \frac{dV}{V} = c_v dT + p dV = 0. \quad (8)$$

Die Integration dieser Gleichung liefert

$$c_v \log T + \frac{R}{M} \log V = \text{const}, \quad \text{oder} \quad \log T + (\kappa - 1) \log V = \text{const},$$

wenn wir noch  $R/M = c_p - c_v$  und  $c_p/c_v = \kappa$  setzen. Statt dessen kann man schreiben

$$T \cdot V^{\kappa-1} = \text{const}. \quad (9)$$

Indem wir noch  $T = p \cdot V \cdot M/R$  setzen, erhalten wir

$$p V^\kappa = \text{const} = p_0 V_0^\kappa. \quad (10)$$

Dieser Ausdruck tritt also bei adiabatischen Zustandsänderungen an Stelle des für isotherme Änderungen gültigen Gesetzes von BOYLE-MARIOTTE (§ 114).



Aus Gl. 9 und 10 liest man ab, daß bei einer adiabatischen Volumverminderung bzw. Druckerhöhung eines abgeschlossenen Gasvolumens die Temperatur des Gases steigt, im umgekehrten Falle sinkt. Man kann also Gase durch adiabatisches Zusammenpressen erwärmen, durch Volumvergrößerung abkühlen. Die adiabatische Erwärmung der Luft kann man z. B. beim Aufpumpen von Fahrradreifen beobachten, denn sie bewirkt die oft beträchtliche Erwärmung der Pumpe, nur sehr wenig die Reibung des Kolbens. Vor der Erfindung der Zündhölzer wurde das pneumatische Feuerzeug viel gebraucht. Es bestand aus einem dickwandigen, am einen Ende geschlossenen Glasrohr mit einem dicht schließenden Stempel. Wird dieser heftig in das Rohr gestoßen, so erwärmt sich die darin befindliche Luft so stark, daß ein am Stempel befindliches Stückchen Zunder ins Glühen gerät.

Von der Ursache der Temperaturänderung bei einer adiabatischen Volumänderung eines idealen Gases kann man sich eine ganz anschauliche Vorstellung machen. Bei einer solchen Volumänderung muß immer ein Teil der Wandung des Gefäßes, in dem sich das Gas befindet, bewegt werden. Wenn nun Moleküle des Gases gegen diese bewegte Wand stoßen, so werden sie nicht, wie von einer ruhenden Wand, mit unveränderter Geschwindigkeit zurückgeworfen. Dies wird an dem Beispiel eines gegen eine bewegte Wand geworfenen Balles klar. Bewegt sich die Wand gegen die Richtung, in der der Ball geworfen wird, so fliegt dieser mit einer größeren Geschwindigkeit wieder zurück, als er vorher hatte (Schlagen eines Balles mit einem Tennisschläger). Weicht aber die Wand vor dem Ball zurück, so verliert er bei der Reflexion an Geschwindigkeit. Im ersten Falle ist er von der bewegten Wand beschleunigt worden, im zweiten hat er auf Kosten seiner Bewegungsenergie die Wand beschleunigt. Ebenso werden die Gasmoleküle von einer in das Gas hinein bewegten Wand, also bei Volumverkleinerung, beschleunigt. Die durchschnittliche Molekularenergie im Gase nimmt zu, seine Temperatur steigt. Im umgekehrten Falle werden die gegen die zurückweichende Wand stoßenden Moleküle verlangsamt, so daß die Temperatur des Gases sinkt.

Findet jedoch die Volumänderung eines idealen Gases nicht unter Bewegung einer es begrenzenden Wand statt, sondern dadurch, daß ihm etwa durch Öffnen eines Hahns Zutritt zu einem bisher leeren Raum gestattet wird, so geschieht dies bei einem idealen Gase ohne Arbeitsleistung, die Moleküle strömen einfach mit gleichbleibender Geschwindigkeit in den bisher leeren Raum, es findet dabei also auch keine Temperaturänderung statt.

Bei den wirklichen Gasen, für die die Zustandsgleichung von VAN DER WAALS (§ 201) gilt, ist dies jedoch in mehr oder weniger hohem Maße der Fall. Dieser Effekt ist von JOULE und THOMSON durch folgenden Versuch zuerst nachgewiesen worden. Sie trieben ein Gas durch einen schwer durchlässigen Pfropfen  $P$  in einem gegen Wärmeverlust gut geschützten Rohr (Abb. 168), in dem auf der einen Seite des Pfropfens der Druck  $p_1$  und auf der anderen der niedrigere Druck  $p_2$  aufrechterhalten wurde. Es zeigte sich dann eine Abkühlung der durch den Pfropf getriebenen Luft. Wäre die Luft ein ideales Gas, so würde eine solche nicht eintreten, und es wäre  $p_1 V_1 = p_2 V_2$ . Nun bewirken aber die zwischen den Luftmolekülen wirkenden anziehenden (VAN DER WAALSschen) Kräfte, daß die Luft stärker kompressibel ist, als ein ideales Gas. Denn je dichter die Moleküle einander durch eine Verkleinerung des Volumens kommen, um so stärker treten die anziehenden Kräfte in die Erscheinung und unterstützen die Wirkung der volumenvermindernden äußeren Kraft. Entsprechend dehnt sich aber

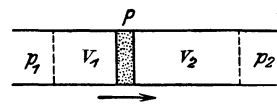


Abb. 168.  
Zum JOULE-THOMSON-Effekt.

auch die Luft bei einer Druckverkleinerung stärker aus als ein ideales Gas. Daher ist im Falle des JOULE-THOMSONschen Versuchs das Volumen  $v_2$  größer, als es bei einem idealen Gase wäre und daher  $p_2 V_2 > p_1 V_1$ . Nun ist aber nach § 117  $p_1 V_1$  die zum Durchdrücken des Gases durch den Pfropfen aufzuwendende äußere Arbeit,  $p_2 V_2$  die auf der anderen Seite neu gewonnene äußere Arbeit. Es wird also äußere Arbeit bei diesem Prozeß gewonnen. Dies kann nur auf Kosten der inneren Energie des Gases, also seiner Molekulargeschwindigkeit, geschehen. Das Gas kühlt sich durch Leistung äußerer Arbeit ab. Es kühlt sich aber ferner auch durch Leistung innerer Arbeit ab, weil die Gasmoleküle sich bei der Expansion weiter voneinander entfernen, ihre gegenseitige potentielle Energie also vermehrt wird, was wieder nur auf Kosten ihrer kinetischen Energie geschehen kann.

Wasserstoff ist bei Zimmertemperatur weniger kompressibel als ein ideales Gas, daher tritt bei ihm der umgekehrte Effekt ein. Erst bei  $-80^\circ$  (sog. Inversionspunkt) wird bei ihm die Arbeit gegen die inneren Kräfte so groß, daß Abkühlung eintritt.

Die Tatsache, daß in der Formel für die Schallgeschwindigkeit in Gasen (Gl. 7, § 143) die Größe  $\kappa = C_p/C_v$  auftritt, erklärt sich daraus, daß die Druckänderungen und die damit verbundenen Temperaturänderungen in den Gasen beim Schall so schnell verlaufen, daß ein Ausgleich der Temperaturen zwischen benachbarten Luftteilchen nicht stattfinden kann, die Änderungen also adiabatisch sind, so daß die Gl. 10 gilt.

**211. Messung spezifischer Wärmen.** Apparate zur Messung spezifischer Wärmen heißen Kalorimeter. Die einfachste Form eines solchen ist das Wasserkalorimeter. Es besteht aus einem Metallgefäß, welches mit Wasser gefüllt wird. Zur Vermeidung von Wärmeverlusten wird es meist mit einer für Wärme möglichst wenig durchlässigen Hülle (Watte, Luftmantel) umgeben.

Es sei  $m$  die Masse eines Körpers aus der Substanz, deren spezifische Wärme  $C$  man bestimmen will, also  $Cm$  seine Wärmekapazität.  $m'$  sei die Masse,  $C' = 1$  die spezifische Wärme des Wassers im Kalorimeter,  $m''$  die Masse des Kalorimetergefäßes und  $C''$  dessen spezifische Wärme, seine Wärmekapazität (sog. Wasserwert) also  $C''m''$ . Die Anfangstemperatur des Wassers und des Gefäßes sei  $t_1$ . Der zu untersuchende Körper werde zunächst auf die Temperatur  $t_2$  gebracht, z. B. indem man ihn in ein durch Wasserdampf von  $100^\circ$  erwärmtes Gefäß bringt, so daß  $t_2 = 100^\circ$ . Bringt man jetzt den Körper in das Wasser, so gleichen sich die Temperaturen aus, und die „Mischungstemperatur“ (Endtemperatur) sei  $t$ . Das Wasser und das Gefäß haben sich also um  $(t - t_1)^\circ$  erwärmt, der Körper hat sich um  $(t_2 - t)^\circ$  abgekühlt. Erstere haben dabei die Wärmemenge  $(C'm' + C''m'')(t - t_1)$  aufgenommen, letzterer hat die Wärmemenge  $Cm \cdot (t_2 - t)$  abgegeben. Nach dem Energieprinzip (erster Hauptsatz, § 206) muß also sein

$$Cm \cdot (t_2 - t) = (C'm' + C''m'')(t - t_1)$$

oder

$$C = \frac{C'm' + C''m''}{m} \frac{t - t_1}{t_2 - t}.$$

Bei genaueren Messungen ist hieran noch eine kleine Korrektur anzubringen, weil man zur Messung der Temperaturen ein Thermometer und zum schnellen Temperatenausgleich einen Rührer in das Wasser bringen muß, deren Wärmekapazitäten auch zu berücksichtigen sind. Diese Methode heißt Mischungsverfahren.

Die spezifische Wärme von Flüssigkeiten kann man mit dem gleichen Kalorimeter messen, indem man das Wasser durch diese Flüssigkeit ersetzt und einen

festen Körper von bekannter spezifischer Wärme (Kalorifer) benutzt. In diesem Falle ist dann  $C'$  die zu bestimmende unbekannte Größe.

Eine andere Kalorimeterform, das Eiskalorimeter, s. § 214.

NERNST hat mehrere Kalorimeter angegeben, welche besonders zur Messung spezifischer Wärmen bei sehr tiefen Temperaturen dienen, bei denen dem zu untersuchenden Körper eine bestimmte Wärmemenge durch elektrische Heizung zugeführt und dann seine Temperaturänderung gemessen wird. Auch letzteres geschieht auf elektrischem Wege.

## e) Änderungen des Aggregatzustandes.

212. Die Arten der Änderung des Aggregatzustandes. Erwärmt man einen (kristallinen) festen Körper (§ 18), so geht er bei einer bestimmten Temperatur in den flüssigen Zustand über, sofern nicht schon vorher chemische oder sonstige Veränderungen (Verbrennung u. dgl.) mit ihm vorgehen. Der Körper schmilzt. Kühlen wir ihn jetzt von höherer Temperatur wieder ab, so wird er bei der gleichen Temperatur wieder fest. Diese Temperatur heißt die Schmelztemperatur oder der Schmelzpunkt der betreffenden Substanz. Da die Substanz bei Abkühlung bei der so definierten Schmelztemperatur fest wird, erstarrt, so nennt man sie auch Erstarrungstemperatur. Bei Substanzen, die bei normalen Temperaturen flüssig sind, wie insbesondere das Wasser und wäßrige Lösungen, ist im allgemeinen der Ausdruck Gefrierpunkt gebräuchlich. Physikalisch sind alle diese Ausdrücke gleichbedeutend.

Flüssige Körper gehen im allgemeinen bei jeder Temperatur allmählich in den gasförmigen Zustand über, sie verdampfen oder verdunsten, und zwar um so schneller, je höher die Temperatur ist. Steigert man die Temperatur, so wird schließlich ein Punkt erreicht, bei dem die ganze Flüssigkeit unter heftiger Blasenbildung in ihrem Innern sehr schnell vollkommen in den gasförmigen Zustand übergeht. Die Flüssigkeit siedet. Die betreffende Temperatur heißt die Siedetemperatur oder der Siedepunkt. Der dem Verdampfen entgegengesetzte Vorgang heißt Kondensation. Ein dem Verdampfen entsprechender Übergang vom festen zum flüssigen Zustand kommt nicht vor. Dagegen gibt es einen der Verdampfung entsprechenden Übergang vom festen unmittelbar in den gasförmigen Zustand und umgekehrt. Dieser Vorgang heißt Sublimation.

Der Verlauf der Temperatur  $t$  eines Körpers beim Schmelzen oder Sieden bei gleichmäßiger Zufuhr von Wärme  $Q$  ist in Abb. 169 schematisch dargestellt. Vor Erreichung des Schmelz- bzw. Siedepunktes  $t_s$  steigt die Temperatur des Körpers regelmäßig an. In dem Augenblick, wo diese Temperatur erreicht ist (A), hört der Anstieg auf, und die Temperatur bleibt, trotz dauernder Zufuhr von Wärme, so lange konstant, bis der Schmelz- bzw. Siedeprozess vollständig beendet ist (B). Alsdann steigt sie wieder an. Diese Temperaturen lassen sich also sehr scharf bestimmen. Beim Erstarren bzw. Kondensieren, verläuft der Vorgang in genau der gleichen Weise rückwärts.

Einen wohldefinierten Schmelzpunkt haben nur die eigentlichen festen, also die kristallinen Körper, aber nicht die amorphen (§ 18). Diese erweichen vielmehr bei steigender Temperatur allmählich, werden zunächst zähflüssig und schließlich dünnflüssig (Glas, Siegellack, Pech). Bei ihnen gibt es also keine scharfe Grenze zwischen fest und flüssig.

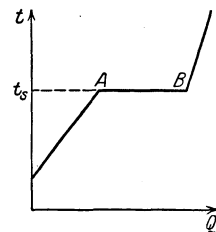


Abb. 169. Temperaturverlauf beim Schmelzen und beim Sieden.  $t$  = Temperatur,  $Q$  = zugeführte Wärmemenge,  $t_s$  = Schmelz- bzw. Siedetemperatur.

Die drei Formen, in denen eine Substanz entsprechend den drei Aggregatzuständen auftreten kann, nennt man ihre Phasen und spricht demnach von der festen, flüssigen und gasförmigen Phase. Eine Substanz kann nur bei einer ganz bestimmten Temperatur, nämlich der Schmelztemperatur, dauernd gleichzeitig in festem und flüssigem Zustande anwesend sein. Oberhalb des (vom Druck abhängigen, § 216) Schmelzpunktes ist sie stets flüssig, unterhalb desselben fest. Oberhalb des (ebenfalls vom Druck abhängigen, § 222) Siedepunktes ist eine Substanz nur gasförmig, aber unterhalb des Siedepunktes, nicht nur beim Siedepunkt, kann sie im flüssigen und gasförmigen Zustand gleichzeitig anwesend sein, ist dies sogar im Gleichgewichtszustand immer (§ 221). Auch unterhalb des Schmelzpunktes sind die feste und die gasförmige Phase einer Substanz nebeneinander existenzfähig. In allen drei Phasen kann eine Substanz nur bei einem ganz bestimmten Druck und einer ganz bestimmten Temperatur, beim sog. Tripelpunkt, dauernd gleichzeitig anwesend sein. Beim Wasser entspricht dieser Punkt einem Druck  $p = 4,6$  mm und einer Temperatur  $t = + 0,0076^{\circ}$ . Es gilt also folgendes Schema:

Unterhalb des Schmelzpunktes: fest und gasförmig;  
 im Tripelpunkt: fest, flüssig und gasförmig;  
 zwischen Schmelzpunkt und Siedepunkt: flüssig und gasförmig;  
 oberhalb des Siedepunktes: gasförmig.

Bei sehr vorsichtiger Behandlung einer Flüssigkeit läßt sie sich um einige Grade unter ihren Schmelzpunkt abkühlen, ohne zu erstarren (Unterkühlung). Schüttelt man sie dann oder wirft ein Körnchen der festen Substanz hinein, so erstarrt sie sofort und erwärmt sich dabei bis auf ihren Schmelzpunkt.

Ebenso kann man eine Flüssigkeit durch ganz langsames Erwärmen um einige Grade über ihren Siedepunkt erhitzen, ohne daß sie siedet. Sie wallt dann plötzlich heftig auf und kühlt sich dabei bis auf ihren Siedepunkt ab (Siedeverzug).

Bei der Unterkühlung und beim Siedeverzug befindet sich die Flüssigkeit in einem sog. metastabilen Zustande, d. h. in einem sehr wenig stabilen inneren Gleichgewicht, aus dem sie durch eine kleine Störung herausgeworfen wird, um dann in ihren stabilsten Zustand überzugehen (etwa wie ein auf eine

Tabelle II. Einige Schmelz- und Siedepunkte  
 in Celsiusgraden.

	Schmelzpunkt	Siedepunkt
Aluminium . . . . .	+ 658	—
Argon . . . . .	— 189,6	— 186
Blei . . . . .	+ 327,4	+ 1625
Bor . . . . .	+ 2300	—
Chlor . . . . .	— 102	— 33,6
Gold . . . . .	+ 1064	rd. + 2610
Helium . . . . .	— 272,1	— 268,82
Iridium . . . . .	+ 2340	—
Kohlenstoff . . . . .	rd. + 4000	—
Kupfer . . . . .	+ 1043	+ 2310
Natrium . . . . .	+ 97,6	+ 877,5
Platin . . . . .	+ 1767	rd. + 3800
Quecksilber . . . . .	— 38,87	+ 357
Sauerstoff . . . . .	+ 218,4	— 183
Stickstoff . . . . .	— 210,52	— 195,67
Wasserstoff . . . . .	— 257,14	— 252,8
Wolfram . . . . .	+ 2900	—

Die Siedepunkte beziehen sich auf einen Druck von 760 mm.

schmale Kante gestelltes Brett, § 71).

In der Tab. II sind die Schmelzpunkte und Siedepunkte einiger Substanzen wiedergegeben.

Metalllegierungen haben meist einen niedrigeren Schmelzpunkt als die reinen Metalle, aus denen sie bestehen. Die sog. ROSE'sche Legierung (2 Bi + 1 Pb + 1 Sn) schmilzt bei  $95^{\circ}$ , die sog. WOODS'sche Legierung (1 Cd + 1 Sn + 2 Pb + 4 Bi) bei etwa  $66^{\circ}$ . Eine Legierung aus Kalium und Natrium ist bei Zimmertemperatur flüssig.

**213. Wesen der Änderung des Aggregatzustandes.** Die thermische Bewegung in den festen (kristallinen) Körpern besteht in Schwingungen ihrer atomistischen Bestandteile um feste Ruhelagen. Je höher die Temperatur ist, desto heftiger werden diese Schwingungen. Bei der Schmelztemperatur haben sie einen solchen Grad erreicht, daß der Zusammenhang des Körpers gelockert wird. Die regelmäßige Ordnung des festen Körpers geht in den weitgehend ungeordneten Zustand der Flüssigkeit über. Näheres darüber s. § 214. Zur Herbeiführung dieser Lockerung des atomistischen Gefüges und der etwa noch mit diesem Prozeß verbundenen Änderungen an den atomistischen Bestandteilen der Substanz ist ein Aufwand von Arbeit in Gestalt der Zuführung thermischer Energie an diese Bestandteile notwendig.

Entsprechendes gilt für den Verdampfungs- bzw. Siedevorgang. Die hierbei zugeführte Wärmeenergie (Verdampfungswärme) leistet gegen die beim Schmelzprozeß bereits weitgehend gelockerten inneren Bindungen erneut Arbeit. Dies führt zu einer weiteren Trennung der Moleküle, wie wir sie bei der Besprechung des gasförmigen Zustandes kennengelernt haben. Näheres hierüber findet sich im § 219.

**214. Schmelzwärme.** Die während des Schmelzvorganges (Strecke  $AB$  in Abb. 169) einem festen Körper zugeführte Wärmemenge wird demnach nicht zur Erhöhung der Körpertemperatur verwendet, sondern dient dazu, die zur Lösung des Verbandes der Moleküle notwendige Arbeit gegen die Kräfte zu leisten, welche die Moleküle im festen Körper zusammenhalten. Unter der Schmelzwärme einer Substanz — auch latente (verborgene) Schmelzwärme genannt, weil sie nicht durch eine Temperaturänderung in die Erscheinung tritt — versteht man diejenige Wärmemenge, die man 1 g einer Substanz zuführen muß, damit sie bei der Schmelztemperatur aus dem festen in den flüssigen Zustand übergeht. Umgekehrt wird die gleiche Wärmemenge frei, wenn ein flüssiger Körper erstarrt. Er gibt dann seine Schmelzwärme an die Umgebung ab, bzw. er bleibt selbst während des Erstarrungsprozesses trotz dauernder Wärmeabgabe nach außen auf konstanter Temperatur.

Um z. B. die Schmelzwärme des Eises zu messen, kann man so verfahren, daß man ein Stück Eis von  $0^{\circ}$  in ein mit Wasser gefülltes Kalorimeter (§ 211) bringt. Die Anfangstemperatur des Wassers und des Kalorimetergefäßes sei  $t_1$ ; nachdem das Eis geschmolzen ist, betrage sie  $t_2$ . Die Masse des Eises sei  $m$ , die des Wassers  $m'$ .  $\lambda$  sei die in Kalorien gemessene Schmelzwärme des Eises. Es sei ferner  $C' = 1$  die spezifische Wärme des Wassers,  $C''$  die spezifische Wärme des Kalorimetermaterials,  $m''$  seine Masse, also seine Wärmekapazität  $K = C''m''$ . Um das Eis auf die Temperatur  $t_2$  zu bringen, muß es erstens geschmolzen werden. Dazu ist die Wärmemenge  $\lambda m$  nötig. Zweitens muß es als Wasser von  $0^{\circ}$  auf  $t_2^{\circ}$  erwärmt werden. Die dazu nötige Wärmemenge beträgt  $C'mt_2$  cal. Das Eis nimmt also insgesamt  $m(\lambda + C't_2)$  cal auf. Diese werden dem Wasser und dem Kalorimetergefäß entzogen. Das Wasser gibt die Wärmemenge  $C'm'(t_1 - t_2)$ , das Kalorimeter die Wärmemenge  $C''m''(t_1 - t_2)$  ab. Nach dem Energieprinzip muß — vorausgesetzt, daß keine Wärme nach außen verloren wurde — die vom Wasser und Kalorimeter abgegebene Wärmemenge gleich der vom Eise aufgenommenen Wärmemenge sein, also

$$m(\lambda + C't_2) = (C'm' + C''m'')(t_1 - t_2)$$

oder

$$\lambda = \frac{C'm' + C''m''}{m}(t_1 - t_2) - C't_2.$$

Die Schmelzwärme des Eises beträgt 80 cal/gr. Tab. 12 gibt die Schmelzwärmen einiger Substanzen.

Tabelle 12. Schmelzwärmen einiger Substanzen.

Aluminium . . . . .	94 cal/g	Silber . . . . .	26,0 cal/g
Blei . . . . .	5,5 „	NaCl . . . . .	124 „
Gold . . . . .	15,9 „	H <sub>2</sub> O . . . . .	80 „
Kupfer . . . . .	41 „		

Auf der Schmelzwärme des Eises beruht das Eiskalorimeter von LAVOISIER, bei dem die Messung von Wärmemengen durch Bestimmung derjenigen Eismenge (bzw. der aus ihr gebildeten Wassermenge) erfolgt, die bei Zufuhr der zu messenden Wärmemenge geschmolzen wird. Beim Eiskalorimeter von BUNSEN (Abb. 170) wird die gebildete Wassermenge aus der Volumabnahme (§ 215) beim Schmelzen ermittelt. Es besteht aus einem doppelwandigen Glasgefäß, welches zwischen den Wänden mit Wasser gefüllt ist. Der Zwischenraum setzt sich in eine mit Quecksilber (*q*) gefüllte Kapillare *c* fort. Zunächst umgibt man das innere Gefäß mit einem Eismantel *b*, indem man es durch schnelle Verdampfung von Äther oder mittels einer Kältemischung (§ 218) unter 0° abkühlt. Jetzt bringt man den auf eine höhere Temperatur *t* erwärmten Körper, dessen Masse *m* sei, in das nunmehr auf 0° befindliche innere Gefäß. Er gibt dort seine Wärme an das Eis ab und kühlt sich auf 0° ab. Dabei schmilzt eine gewisse Eismenge *m'*, und nach dem Energieprinzip muß sein

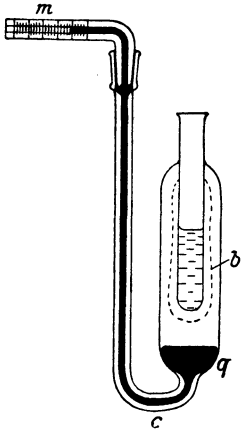


Abb. 170. Eiskalorimeter.

$$C m \cdot t = m' \lambda = 80 m'$$

Die Menge *m'* des geschmolzenen Eises wird aus der Volumabnahme berechnet, welche durch Messung der Verschiebung des Quecksilberfadens mittels der Skala *m* bestimmt werden kann, wenn man den Querschnitt der Kapillaren kennt. Auf diese Weise kann die spezifische Wärme *C* des hineingebrachten Körpers bestimmt werden. Da außer dem hineingebrachten Körper keiner der beteiligten Körper seine Temperatur bei einer solchen Messung ändert, spielt die Wärmekapazität des Gefäßes hierbei keine Rolle (s. a. § 216).

**215. Volumänderung beim Schmelzen.** Beim Schmelzen findet fast stets eine Änderung des Volumens statt, bei den meisten Körpern eine Ausdehnung, also beim Erstarren eine Zusammenziehung. Einzelne Substanzen, z. B. das Wasser, ziehen sich beim Schmelzen zusammen. Die Änderung des Volumens beträgt beim Wasser 9%. Die Dichte des Wassers ist also erheblich größer als die des Eises; dieses ist spezifisch leichter als das Wasser. Die Folge dieses Verhaltens ist die für den Haushalt der Natur höchst wichtige Tatsache, daß Eis auf Wasser schwimmt, und zwar so, daß rund  $\frac{9}{10}$  des Eisvolumens sich unter Wasser befinden.

Die Tatsache, daß Wasser sich beim Gefrieren ausdehnt, spielt in der Natur auch sonst eine wichtige Rolle. Wasser, welches in Gesteinsritzen eingedrungen ist, kann das Gestein beim Gefrieren durch seine plötzliche Ausdehnung sprengen, so daß es beim Wiederauftauen im Frühjahr zerfällt (daher die erhöhte Gefahr von Steinschlag im Gebirge im Frühling). Dieses Ausfrieren des Gesteins ist einer der wichtigsten gebirgszerstörenden Faktoren. Das Mauerwerk von Gebäuden muß gegen Eindringen von Wasser geschützt werden, damit es nicht den gleichen zerstörenden Wirkungen unterliegt. Die Ausdehnung des Wassers beim Gefrieren läßt sich auf folgende Weise demonstrieren. Eine z. B. faustgroße Eisenbombe mit etwa 1–2 cm starken Wänden wird ganz mit Wasser gefüllt und fest verschlossen und alsdann in eine Kältemischung gebracht. Beim Gefrieren sprengt das Eis die Bombe. (Die Explosion ist ungefährlich.)

Läßt man in einem Reagenzglas Paraffin erstarren, so kann man die Zusammenziehung, die bei dieser Substanz eintritt, deutlich erkennen. Das feste Paraffin ist in der Mitte ausgehöhlt, da es an den Wänden zuerst erstarrt.

**216. Abhängigkeit des Schmelzpunktes vom Druck.** Dehnt sich eine Substanz beim Schmelzen aus, so steigt ihr Schmelzpunkt, wenn der äußere Druck erhöht wird, zieht sie sich zusammen, so sinkt er. Daher sinkt der Schmelzpunkt des Eises bei Druckerhöhung, und zwar um  $0,0075^{\circ}$ , wenn der Druck um 1 Atmosphäre erhöht wird. Bringt man ein Stück Eis von  $0^{\circ}$  unter erhöhten Druck, so tritt im ersten Augenblick ein Schmelzprozeß ein. Die hierzu nötige latente Schmelzwärme entzieht aber das Eis sich selbst, und es kühlt sich so auf eine etwas niedrigere Temperatur ab, so daß ein Fortschreiten des Schmelzprozesses unterbunden wird, solange dem Eis nicht Wärme von außen zugeführt wird. Auf dieser Tatsache beruht die sog. Regelation des Eises. Das Zusammenpressen des Schnees, der ja aus Eiskristallen besteht, im Schneeball bewirkt infolge der Druckzunahme, daß der Schnee an einzelnen Stellen schmilzt. Beim Nachlassen des Drucks gefriert er wieder, und die Schneekristalle backen zusammen. Auf der Regelation beruht auch die Plastizität des Eismaterials der Gletscher. Erhöht sich der Druck im Eise, weil der Eisstrom an einer engen Stelle zusammengepreßt wird, so tritt ein örtliches Schmelzen ein, welches den einzelnen Teilen des Eises eine Bewegung gegeneinander und eine Anpassung an den verfügbaren Raum gestattet. So kommt es, daß das Gletschereis wie eine äußerst zähe Flüssigkeit talwärts fließt.

Beim Eiskalorimeter beobachtet man die zunächst überraschende Tatsache, daß nicht das dem hineingebrachten warmen Körper nächstliegende Eis schmilzt, sondern das am weitesten außen befindliche Eis. Das im ersten Augenblick durch Schmelzen des dem innern Gefäße nächsten Eises gebildete Wasser hat ein kleineres Volumen als das Eis, aus dem es entstand, daher entsteht an jener Stelle eine Druckverminderung, die den Gefrierpunkt des Wassers heraufsetzt. Dies bewirkt wieder ein Gefrieren des Wassers bei einer etwas über  $0^{\circ}$  liegenden Temperatur. Diese Temperatur teilt sich dem benachbarten Eise mit, wo sich der gleiche Vorgang wiederholt, und so fort, bis die Erwärmung bis zur äußeren Begrenzung des Eismantels fortgeschritten ist, wo alsdann endgültiges Schmelzen erfolgt.

Für die Abhängigkeit des Schmelzpunktes vom Druck gilt die Gleichung von CLAUSIUS-CLAPEYRON

$$\Delta T = 0,0242 \frac{(V_1 - V_2) T}{\lambda} \Delta p. \quad (1)$$

Hierin bedeutet  $T$  die (absolute) Schmelztemperatur,  $\Delta T$  ihre Änderung, wenn sich der Druck um den Betrag  $\Delta p$  ändert,  $V_1$  das spezifische Volumen der flüssigen,  $V_2$  das der festen Phase,  $\lambda$  die latente Schmelzwärme. Aus Gl. 1 folgt das am Anfang dieses Paragraphen Gesagte. Denn  $\Delta T$  ist positiv oder negativ, je nachdem  $V_1$  größer oder kleiner als  $V_2$  ist. Für Wasser ist  $V_1 < V_2$  (§ 215).

**217. Gefrierpunkt von Lösungen.** Wird in einer Flüssigkeit ein Stoff gelöst, so bewirkt dies eine Herabsetzung des Schmelz- oder Gefrierpunktes (Gefrierpunktserniedrigung). Die Gefrierpunktserniedrigung ist proportional der Anzahl der in je 1g des Lösungsmittels gelösten Moleküle, ganz unabhängig von der chemischen Natur dieser Moleküle. Sind daher in  $m'$  Gramm des Lösungsmittels  $n$  Moleküle gelöst, so ist die Gefrierpunktserniedrigung dem Quotienten  $n/m'$  proportional. Ist  $m$  die Masse des gelösten Stoffes,  $N$  die Zahl der Moleküle in 1 Mol,  $M$  das Molekulargewicht des gelösten Stoffes (§ 112), so verhält sich  $n:N = m:M$ , und es ist  $n = Nm/M$ , so daß die

Gefrierpunktserniedrigung  $\Delta t_g$  proportional  $m/m' M$  wird, da ja  $N$  eine universelle Konstante ist. Es folgt

$$\Delta t_g = -A \frac{m}{m'} \cdot \frac{1}{M} \quad (2)$$

(**RAOULTSches Gesetz**).  $A$  ist eine lediglich von der Art des Lösungsmittels, nicht von der des gelösten Stoffes, abhängige Konstante. Meist bezieht man die Gefrierpunktserniedrigung auf 100 g des Lösungsmittels, also  $m' = 100$  g. Als molekulare Gefrierpunktserniedrigung bezeichnet man diejenige Erniedrigung, welche eintritt, wenn 1 Mol der Substanz in 100 g des Lösungsmittels gelöst ist. Die Gl. 2 läßt sich, wie hier nur erwähnt sei, aus den Gesetzen der Thermodynamik ableiten. Es besteht, wie **VAN'T HOFF** gezeigt hat, ein naher Zusammenhang zwischen dem **RAOULTSchen Gesetz** und den Gesetzen des osmotischen Drucks, der auch lediglich von der Zahl, nicht von der Art der gelösten Moleküle, abhängt (vgl. § 225).

Die Konstante  $A$  kann man für jedes Lösungsmittel bestimmen, indem man die Gefrierpunktserniedrigung ermittelt, die eine Substanz von bekanntem Molekulargewicht  $M$  hervorruft. Ist aber  $A$  bekannt, so kann man die Molekulargewichte anderer Stoffe aus der von ihnen im gleichen Lösungsmittel hervorgebrachten Gefrierpunktserniedrigung ermitteln. Bei gleicher Konzentration  $m/m'$  verhalten sich, wie man aus Gl. 2 abliest, die Gefrierpunktserniedrigungen  $\Delta t_g$  umgekehrt wie die Molekulargewichte  $M$ . Es ist dies eine einfache und wichtige Methode zur Bestimmung von Molekulargewichten.

Scheinbare Abweichungen von dem **RAOULTSchen Gesetz** erklären sich daraus, daß in vielen Fällen bei der Lösung eines Stoffes eine Veränderung mit den Molekülen vorgeht, welche sich zum Teil dabei spalten (Dissoziation, § 314). Es wirkt dann jedes Bruchstück eines Moleküls wie ein Molekül, und die Folge ist eine scheinbare Vergrößerung der Zahl der gelösten Moleküle und eine stärkere Gefrierpunktserniedrigung, als man ohne diesen Vorgang nach Gl. 2 erwarten sollte. Diese Abweichungen können dazu dienen, den Dissoziationsgrad der gelösten Moleküle zu bestimmen.

**218. Kryohydrate. Kältemischungen.** Kühlt man eine Lösung unter ihren Gefrierpunkt ab, so scheidet sich zunächst nur das Lösungsmittel in fester Form ab, also bei wässrigen Lösungen reines Eis. Bei Fortsetzung der Abkühlung gelangt man schließlich an einen Punkt, bei dem die Lösung gesättigt ist (§ 186). Entzieht man der Substanz noch mehr Wärme, so bleibt die Temperatur konstant, und aus der Lösung scheiden sich nunmehr sowohl gelöster Stoff wie Lösungsmittel in fester Form in bestimmtem Mengenverhältnis als sog. **Kryohydrat** aus. Die hierbei von der ausgeschiedenen Substanz abgegebene Wärme entstammt sowohl der Schmelzwärme des Lösungsmittels als auch — bei negativer Lösungswärme (§ 227) — der letzteren, geht also auf Kosten „latenter“ Wärmen. Daher bleibt die Temperatur bei weiterem Entzug von Wärme konstant.

Mischt man Eis von  $0^\circ$  mit Kochsalz, so tritt ein Lösungsprozeß ein, indem sich konzentrierte, flüssige Kochsalzlösung bildet. Hierbei wird einmal Schmelzwärme zum Schmelzen des Eises verbraucht, andererseits ist auch zum Lösen des Salzes Wärme erforderlich, da Kochsalz eine negative Lösungswärme hat. Diese Wärme wird der Eis-Salz-Mischung entzogen, die sich infolgedessen abkühlt, und zwar bis zu derjenigen Temperatur, bei der das Kryohydrat auszufallen beginnt. Bei Eis und Kochsalz ist das günstigste Mischungsverhältnis 3:1. Hierbei wird eine Temperatur von etwa  $-22^\circ$  erreicht. Derartige Mischungen heißen Kältemischungen.



**219. Verdampfen.** Das Verdampfen einer Substanz hat seine Ursache in der Molekularbewegung innerhalb des flüssigen Körpers. Die zwischen den Molekülen einer Flüssigkeit wirkenden anziehenden Kräfte setzen dem Austritt von Molekülen aus der Oberfläche der Flüssigkeit einen gewissen Widerstand entgegen (vgl. die Oberflächenspannung, § 180). Es ist daher zur Entfernung eines Moleküls aus dem Anziehungsbereich der Flüssigkeit, also zum Verdampfen, ein Aufwand von Arbeit nötig. Hat ein Molekül infolge seiner thermischen Bewegung die nötige kinetische Energie, so ist es imstande, diese Arbeit auf Kosten dieser Energie zu leisten. Da es nach dem MAXWELLSchen Gesetz (§ 194) stets Moleküle aller möglichen Geschwindigkeiten gibt, so werden auch stets Moleküle von innen auf die Flüssigkeitsoberfläche stoßen, welche eine ausreichend große Geschwindigkeit haben, um diese zu durchstoßen und in den Außenraum zu treten. Auf dieser Tatsache beruht das Verdampfen von Flüssigkeiten.

Die Zahl der Moleküle, deren kinetische Energie ausreicht, um diese Arbeit zu leisten, ist um so größer, je größer die mittlere Energie der Flüssigkeitsmoleküle d. h. je höher die Temperatur der Flüssigkeit ist. Die Verdampfung ist also von der Temperatur abhängig, und ihre Intensität steigt mit dieser.

Durch den Verdampfungsprozeß werden der Flüssigkeit immer ihre schnellsten Moleküle entzogen. Dadurch sinkt die durchschnittliche Molekularenergie innerhalb der Flüssigkeit, d. h. die Flüssigkeit kühlt sich ab. Soll sie auf konstanter Temperatur erhalten werden, so muß man ihr denjenigen Betrag an Wärme wieder zuführen, der ihr durch Verdampfung entzogen wird.

Die Abkühlung von Flüssigkeiten durch Verdampfung kann man leicht am Wasser beobachten. Freistehendes Wasser ist stets ein wenig kälter als seine Umgebung. Der menschliche Körper wird stark abgekühlt, wenn er naß ist, weil das Wasser auf ihm schnell verdampft (Erkältungsgefahr nach Schwitzen). Äther kann man durch Beschleunigung seiner Verdampfung (Hindurchblasen von Luft, wodurch die Oberfläche vergrößert und der gebildete Dampf immer wieder fortgeschafft wird) leicht erheblich unter  $0^{\circ}$  abkühlen.

Sehr eindrucksvoll wird die Abkühlung einer Flüssigkeit durch Verdampfung durch den sog. Kryophor (Abb. 171) demonstriert. Er besteht aus zwei durch eine Röhre miteinander verbundenen und gut luftleer gemachten Glasgefäßen, in denen sich etwas Wasser befindet. Der übrige Raum des Gefäßes ist mit gesättigtem Wasserdampf gefüllt (§ 221). Man bringt das Wasser in die obere Kugel und umgibt die andere mit einer Kältemischung. In ihr kondensiert sich jetzt der vorher bei Zimmertemperatur gesättigte Wasserdampf im Gefäß. Da aber in der oberen Kugel zunächst immer noch nahezu Zimmertemperatur herrscht, so verdampft dort weiteres Wasser. Dadurch tritt Abkühlung des Wassers in ihm ein, und dieses kommt schließlich zum Gefrieren.

**220. Verdampfungswärme.** Die Wärmemenge, die einer Substanz durch Verdampfen von 1 g entzogen wird, oder, was dasselbe ist, die Wärmemenge, die nötig ist, um 1 g der Flüssigkeit bei konstanter Temperatur zu verdampfen, heißt (latente) Verdampfungswärme. Umgekehrt wird die gleiche Wärmemenge frei bei Kondensation von 1 g aus dem gasförmigen in den flüssigen Zustand.

Man kann die Verdampfungswärme  $\eta$  des Wassers messen, indem man die Temperaturänderung einer in einem Kalorimetergefäß befindlichen Wassermenge  $m'$  mißt, wenn man eine Dampfmenge  $m$ , etwa durch Einleiten mittels eines Rohres aus einem Kessel mit siedendem Wasser, in ihm kondensieren läßt. Eine der in § 214 bezüglich der Schmelzwärme angestellten vollkommen gleiche Überlegung führt

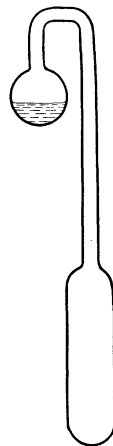


Abb. 171.  
Kryophor.

dann (bei gleicher Bedeutung der Buchstaben) zu der Gleichung

$$m[\eta + C'(t_2 - t)] = (C'm' + C''m'')(t - t_1),$$

so daß

$$\eta = \frac{C'm' + C''m''}{m} (t - t_1) - C'(t_2 - t).$$

Die Verdampfungswärme  $\eta$  des Wassers beträgt bei 100° 539,1 cal/g. Sie ist, wie die Verdampfungswärmen überhaupt, von der Temperatur abhängig. Auch folgender einfacher Versuch ergibt wenigstens ungefähr die Verdampfungswärme des Wassers. Man fülle ein Reagenzglas etwa zu  $\frac{1}{4}$  mit Wasser, stelle einen Bunsenbrenner darunter und Sorge dafür, daß die Flamme gleichmäßig brennt (Schutz vor Zug). Mittels eines Metronoms vergleiche man die Zeiten, die vergehen, erstens bis das Wasser von der Anfangstemperatur  $t$  bis 100° erwärmt wurde, also zu sieden beginnt, zweitens bis der letzte Rest des Wassers verdampft ist. Die Wärmemenge, die in der ersten Phase des Versuchs jedem Gramm des Wassers zugeführt werden muß, beträgt  $(100 - t)$  cal, in der zweiten Phase 539,1 cal. War die Wärmezufuhr gleichmäßig, so verhalten sich die in beiden Phasen zugeführten Wärmemengen wie die entsprechenden Zeiten, d. h. wie die Anzahl der Metronomschläge in den beiden Phasen. War etwa die Anfangstemperatur 20°, so verhalten sich die Zeiten wie 80:539.

Tabelle 13 gibt die Verdampfungswärmen einiger Substanzen bei ihrem normalen Siedepunkt. Man beachte den extrem hohen Wert beim Wasser.

Tabelle 13. Verdampfungswärme einiger Substanzen.

Alkohol . . . . .	202 cal/g	Sauerstoff . . . . .	51 cal/g
Ammoniak . . . . .	321 „	Stickstoff . . . . .	48 „
Äther . . . . .	80 „	Schwefelkohlenstoff . . . . .	85 „
Chlor . . . . .	62 „	Wasser . . . . .	539,1 „
Quecksilber . . . . .	68 „	Wasserstoff . . . . .	110 „

**221. Gesättigter Dampf. Dampfdruck.** Aus früherer Zeit ist die Gewohnheit geblieben, daß man ein Gas, welches in Berührung mit seiner eigenen Flüssigkeit steht, als Dampf bezeichnet. (Man unterschied früher Gase und Dämpfe. Letztere sollten verflüssigbar sein, erstere nicht. Man weiß heute, daß man alle Gase unter geeigneten Bedingungen verflüssigen kann, § 228.) Dämpfe sind nichts anderes als Gase. Heute wird die Bezeichnung Dampf auch vielfach für solche Gase gebraucht, welche vom idealen Gaszustand merklich abweichen, denn diese lassen sich leichter verflüssigen, als solche, bei denen das nicht der Fall ist. Physikalisch nicht korrekt ist die Bezeichnung von Wolken schwebender fester oder flüssiger Teilchen als Dampf (z. B. eine „dampfende“ Lokomotive). Solche Wolken sind richtig als Nebel zu bezeichnen. Wasserdampf ist unsichtbar.

Ein dicht geschlossenes Gefäß sei zum Teil mit einer Flüssigkeit gefüllt. Diese wird in den von ihr nicht angefüllten Raumteil hinein verdampfen. Es zeigt sich, daß die Dichte, die der Dampf der Flüssigkeit in diesem Raum annehmen kann, begrenzt ist. Nach Erreichung einer bestimmten Dichte hört die weitere Verdampfung auf. Es stellt sich ein sog. dynamisches Gleichgewicht zwischen Flüssigkeit und Dampf her, derart, daß gleichzeitig ebenso viele Moleküle die Flüssigkeit verlassen (verdampfen) wie aus dem Dampf wieder in die Flüssigkeit eintreten (sich kondensieren). Da der Druck des Dampfes von seiner Dichte abhängig ist, so stellt sich also im Laufe der Zeit ein ganz bestimmter Druck des Dampfes über der Flüssigkeit her, der sog. Dampfdruck oder Sättigungsdruck der Flüssigkeit. Der Dampfdruck ist von der Temperatur abhängig und steigt mit ihr. Tab. 14a zeigt diese Abhängigkeit für Wasser (bzw. Eis), Tab. 14b für Quecksilber, Tab. 14c für Helium.

Tabelle 14a. Dampfdruck des Wassers (Eises).

— 60°	0,007 mm	+ 40°	55,3 mm
— 40°	0,093 „	+ 60°	149,4 „
— 20°	0,77 „	+ 80°	355,1 „
+ 0°	4,6 „	+ 100°	760,0 „
+ 20°	17,5 „	+ 200°	11665,0 „

Tabelle 14b. Dampfdruck des Quecksilbers.  
(Temperaturen in Celsiusgraden.)

0°	0,0001846 mm	60°	0,0277 mm
15°	0,00081 „	100°	0,3006 „
30°	0,0027 „	356,7°	760,0 „

Tabelle 14c. Dampfdruck des Heliums. (Absolute Temperaturen).

1,475°	4,15 mm	4,9°	1329 mm
3,516°	359,5 „	5,16°	16680 „
4,205°	757,5 „	5,20°	17180 „

Ein Dampf, der mit seiner Flüssigkeit im Gleichgewicht ist, heißt gesättigt.

Der Druck (Partialdruck, § 113) des gesättigten Dampfes über einer Flüssigkeit ist unabhängig davon, ob sich über der Flüssigkeit noch fremde Gase, z. B. Luft, befinden.

Zur Bestimmung des Dampfdrucks einer Flüssigkeit bei Zimmertemperatur kann man sich der Einrichtung bedienen, die für den Versuch von TORRICELLI (§ 120) verwendet wurde (Abb. 172). Man stelle zunächst in der Röhre, wie im § 120 angegeben, ein Vakuum über Quecksilber her. Dann lasse man in der Röhre von unten her etwas von der zu untersuchenden Flüssigkeit aufsteigen. Sofort sinkt die Quecksilbersäule, weil jetzt über ihr nicht mehr der Druck Null, sondern der Dampfdruck der Flüssigkeit herrscht. Dieser ist aus der Differenz der beiden Einstellungen der Quecksilbersäule zu entnehmen. Dabei muß, damit bestimmt Sättigung herrscht, stets noch etwas Flüssigkeit im Rohr vorhanden sein. Wir können jetzt auch schließen, daß bei dem TORRICELLI'schen Versuch oben im Rohr tatsächlich kein vollkommenes Vakuum herrscht, sondern der Dampfdruck des Quecksilbers, der bei Zimmertemperatur etwa  $\frac{1}{1000}$  mm Hg beträgt. Bei Einführung von Wasser sinkt das Quecksilber bei 15° um 12,8 mm, entsprechend einem Dampfdruck von 12,8 mm Hg, erheblich mehr bei Einführung von Alkohol oder Äther. Verkleinert oder vergrößert man den dem Dampf zur Verfügung stehenden Raum durch Heben, Senken oder Neigen des Rohres, so bleibt, solange noch Flüssigkeit vorhanden ist, der Dampfdruck der gleiche, und von dem Dampf wird ein Teil kondensiert, bzw. es bildet sich die entsprechende weitere Menge Dampf aus der Flüssigkeit.

Die der Verdampfung entgegenwirkenden molekularen Kräfte hängen, wie im § 219 erwähnt, eng mit der Oberflächenspannung zusammen, also mit den einseitig gerichteten Kräften, die die an der Oberfläche einer Flüssigkeit befindlichen Moleküle in das Innere zu ziehen suchen. Die Kondensation einer Flüssigkeit wird daher erleichtert, wenn zu den normalen molekularen Kräften noch andere anziehende Kräfte hinzukommen. So wirken die in der Luft fast stets vorhandenen elektrisch geladenen Staubteilchen usw. infolge der von ihnen ausgehenden elektrischen Kräfte kondensationsfördernd auf Wasserdampf, sie wirken als sog. Kondensationskerne. Es tritt aber an ausgedehnten, festen, abgekühlten Flächen eine Kondensation des Wasserdampfes der Luft leichter ein als an kleinen Wassertröpfchen. Die Temperatur, bei der eine Kondensation von Wasser aus der Atmosphäre (Tau-

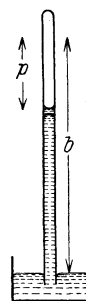


Abb. 172.  
Messung des  
Dampf-  
drucks.  
b Barometer-  
stand,  
p Dampf-  
druck.

bildung) an ausgedehnten Flächen eintritt, heißt Taupunkt. Er ist vom Partialdruck des Wasserdampfes, d. h. dem Sättigungsgrade der Luft, abhängig und kann dazu dienen, um den Feuchtigkeitsgehalt der Atmosphäre zu bestimmen.

**222. Sieden. Abhängigkeit des Siedepunktes vom Druck. Destillation.** Das Sieden einer Flüssigkeit besteht in einer Verdampfung, welche nicht nur an der Oberfläche, sondern auch im Innern der Flüssigkeit, insbesondere an den Gefäßwänden, vor sich geht. Es bilden sich dort Dampfblasen, welche an die Oberfläche steigen. In diesen Dampfblasen herrscht der Dampfdruck, welcher der Temperatur der Flüssigkeit entspricht. Es ist klar, daß ein solcher Siedeprozess nur dann möglich ist, wenn dieser Dampfdruck nicht kleiner ist als der Druck, unter dem die Flüssigkeit steht. Denn wäre das der Fall, so würden die etwa spontan entstehenden Blasen durch den äußeren Druck zusammengedrückt und wieder zu Flüssigkeit kondensiert werden. Eine Flüssigkeit siedet daher bei derjenigen Temperatur, bei der der Druck ihres gesättigten Dampfes gleich dem äußeren Druck, bei freiem Sieden an der Luft also gleich dem Luftdruck ist. Dabei ist zu beachten, daß die Dampfblasen im Innern der Flüssigkeit auch noch unter deren hydrostatischem Druck (§ 100) stehen, sie also eine etwas höhere Temperatur haben müssen als Dampf bei Atmosphärendruck. Zuverlässige Siedepunktsbestimmungen können daher nur durch Messung der Temperatur des Dampfes nach dem Austritt aus der siedenden Flüssigkeit angestellt werden.

Die Siedetemperatur einer Flüssigkeit hängt also vom Druck ab. Tab. 15 zeigt diese Abhängigkeit für Wasser in der Umgebung des normalen Atmosphärendrucks. Bringt man Wasser von 90—95° unter die Glocke einer Luftpumpe, so siedet das Wasser auf, wenn der Druck ausreichend gesunken ist. Bei sehr niedrigem Druck kann man sogar Wasser von Zimmertemperatur ohne Zufuhr von Wärme zum Sieden bringen. Der Versuch gelingt besonders gut, wenn man in dem Raum, in dem man den Druck erniedrigt, Schwefelsäure aufstellt, welche den entstehenden Wasserdampf absorbiert, da man den Druck andernfalls nicht unter dessen Sättigungsdruck erniedrigen kann. Da die Verdampfungswärme in diesem Falle

Tabelle 15.  
Abhängigkeit des Siedepunktes  
des Wassers vom Druck.

Druck	Siedepunkt
720 mm <sup>h</sup>	98,49°
730 „	98,89°
740 „	99,26°
750 „	99,63°
760 „	100,00°
770 „	100,37°
780 „	100,73°
790 „	101,09°
800 „	101,44°

nicht schnell genug von außen zugeführt wird, muß sie auf Kosten der Wärme des Wassers selbst gehen. Das Wasser kann sich dabei bis auf 0° abkühlen und unter gleichzeitigem Sieden gefrieren. Die sich bildende Eiskecke wird von den Dampfblasen durchbrochen.

Da der Luftdruck mit der Höhe abnimmt, so tut dies auch die Siedetemperatur des Wassers. Sie beträgt z. B. auf der Höhe des Montblanc (4800 m, Luftdruck rund 420 mm) nur etwa 84°. Man benutzt diese Abhängigkeit, um auf Expeditionen in hohen Gebirgen auf bequeme Weise Höhen zu messen (sog. Siedebarmeter). Zur Beförderung des Gärwerdens von Speisen benutzt man den sog.

PAPINSchen Topf, d. i. ein Kochtopf, der mit einem Deckel fest verschlossen ist. Dieser besitzt ein Ventil, das sich erst bei einem gewissen Überdruck des Wasserdampfes öffnet. Das Wasser siedet dann unter dem erhöhten Druck seines eigenen Dampfes und daher bei einer höheren Temperatur als 100°

(Man vermeide die Benutzung des Ausdrucks „kochen“ statt sieden. Kochen heißt die Ausnutzung siedenden Wassers zum Garmachen von Speisen. Auch spricht man vom Auskochen von Gegenständen zwecks Reinigung oder Sterilisation. Physikalisch ist der Ausdruck sonst nicht gebräuchlich.)

Unter Destillation versteht man das Verdampfen einer Flüssigkeit und ihr erneutes Kondensieren aus ihrem Dampf bei Abkühlung. Im besonderen bezeichnet man als Destillation ein auf dieser Grundlage beruhendes Verfahren zur Gewinnung reiner Flüssigkeiten (Wasser, Alkohol usw.). Das Verfahren besteht darin, daß man die noch mit anderen Substanzen vermischte Flüssigkeit zum Sieden bringt und den Dampf in einem anderen Gefäß kondensiert. Handelt es sich z. B. um die wässrige Lösung eines Salzes, so verdampft beim Sieden nur das Wasser. Leitet man den Dampf durch eine Kühlschlange, so kondensiert er sich dort zu reinem Wasser (destilliertes Wasser). Beim Sieden eines Gemisches mehrerer Flüssigkeiten ist der Dampf erheblich reicher an denjenigen Bestandteilen, welche einen niedrigeren Siedepunkt haben als die anderen. Kondensiert man den Dampf, so sind also im Destillat die ersteren angereichert. Diese Anreicherung kann man durch Wiederholung des Verfahrens weiter treiben (fraktionierte Destillation, Gewinnung starker Alkoholika aus schwächeren).

**223. Dampfdichte.** Da nach dem Gesetz von AVOGADRO die Zahl der Moleküle in 1 ccm bei allen idealen Gasen unter gleichen Bedingungen gleich groß ist, so verhalten sich die Dichten von solchen Gasen wie die Gewichte ihrer einzelnen Moleküle, also auch wie ihre Molekulargewichte (§ 112). Die Dichten idealer Gase sind bei gleichem Druck und gleicher Temperatur ihren Molekulargewichten proportional, und man kann letztere aus der Dichte berechnen.

Dieses Verfahren läßt sich auch bei festen und flüssigen Substanzen anwenden, welche man verdampfen kann. In diesen Fällen pflegt man die Dichte der in den idealen Gaszustand versetzten Substanz bei  $0^{\circ}\text{C}$  und 760 mm Druck als deren Dampfdichte zu bezeichnen. In vielen Fällen existiert zwar eine Substanz unter den genannten Bedingungen nicht in einer dem idealen Gaszustand ausreichend nahen Form. Hat man jedoch ihre Dichte bei einer Temperatur und einem Druck bestimmt, bei denen sie als im idealen Gaszustand befindlich anzusehen ist, so kann man aus den Gesetzen der idealen Gase leicht berechnen, wie groß ihre Dichte wäre, wenn die obigen Bedingungen herrschten. Unter den verschiedenen Methoden zur Bestimmung von Dampfdichten sei diejenige von VICTOR MEYER erwähnt. Man füllt eine kleine, abgewogene Menge der zu untersuchenden Substanz in ein Glasröhrchen *R*, das entweder offen oder mit einem Stöpsel verschlossen ist, der sich bei Überdruck von innen leicht öffnet. Das Röhrchen wird in einen Glaskolben *A* von der in Abb. 173 dargestellten Form geworfen, der bereits vorher auf eine so hohe Temperatur erhitzt wurde, daß die Substanz bei ihr nicht nur verdampft, sondern sich auch dem idealen Gaszustand ausreichend nahe befindet. Es ist nicht nötig, diese Temperatur genau zu kennen. Sie muß nur die vorstehende Bedingung erfüllen. Nach dem Einbringen in den Kolben, der alsdann sofort wieder mit einem Stopfen verschlossen wird, verdampft die Substanz und verdrängt die zu unterst im Kolben befindliche Luft. Das hat zur Folge, daß Luft aus dem oben am Kolben befindlichen Entbindungsrohr ausgetrieben wird. Diese wird in einem kalibrierten Maßzylinder *B* unter Wasser aufgefangen. Die ausgetriebene Luftmenge ist derjenigen genau gleich, die im Kolben von der verdampfenden Substanz verdrängt wurde, also dort das gleiche Volumen einnahm wie diese. Da sich die verdampfte Substanz im Kolben

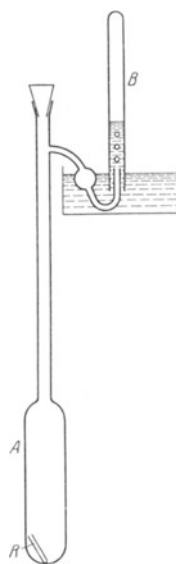


Abb. 173. Messung der Dampfdichte nach VICTOR MEYER.

wie ein ideales Gas verhält und da ferner auch die Luft ein nahezu ideales Gas ist, so würden sich beide Stoffe — vorausgesetzt, daß die verdampfte Substanz dabei ihren idealen Charakter behielte — bei allen Druck- und Temperaturänderungen vollkommen gleichartig verhalten. Wäre also statt der Luft die verdampfte Substanz aus dem Kolben vertrieben und im Maßzylinder aufgefangen worden, so würde sie unter der vorstehenden Voraussetzung genau das gleiche Volumen einnehmen wie die tatsächlich ausgetriebene Luft. Man kann also das abgelesene Luftvolumen gleich demjenigen Volumen setzen, das die Substanz einnehmen würde, wenn sie sich als ideales Gas unter den gleichen Druck- und Temperaturverhältnissen befinden würde wie die ausgetriebene Luft. Die Temperatur ist die Zimmertemperatur, der Druck im wesentlichen der atmosphärische Luftdruck. Jedoch sind noch zwei Korrekturen anzubringen, erstens weil das Wasser im Maßzylinder meist höher steht als außen im Gefäß, zweitens weil ein Teil des Druckes im Zylinder von gesättigtem Wasserdampf herrührt. Man kann nun auf Grund der Gasgesetze (§ 199) leicht berechnen, welches Volumen die Substanz bei 0° und 760 mm Druck einnehmen würde. Indem man das vorher festgestellte Gewicht der Substanz durch dieses Volumen dividiert, erhält man die Dichte des Dampfes. Bezieht man diese nicht auf Wasser, sondern auf Wasserstoff als Einheit (Wasserstoffgas  $H_2 = 2$ ), so ist die Dichte unmittelbar gleich dem Molekulargewicht.

**224. Siedepunkt von Lösungen.** Der Dampfdruck einer Lösung ist bei gleicher Temperatur kleiner als der des reinen Lösungsmittels. Diese Tatsache steht in nahem Zusammenhang mit den Gesetzen des osmotischen Druckes (§ 184 und 217). Es ist daher die Siedetemperatur einer Lösung höher als die des reinen Lösungsmittels, denn sie muß, damit der Dampfdruck gleich dem äußeren Druck wird, eine höhere Temperatur haben, als das reine Lösungsmittel haben müßte. Für diese Siedepunktserhöhung gilt ein Gesetz, welches dem RAOULTSchen Gesetz (Gl. 1, § 217) ganz analog ist, aber das umgekehrte Vorzeichen hat. Die Siedepunktserhöhung ist bei gleichem Lösungsmittel der gelösten Menge proportional, der Menge des Lösungsmittels und dem Molekulargewicht des gelösten Stoffes umgekehrt proportional. Wie in § 217 ausgeführt, bedeutet dies, daß sie lediglich von der Zahl der gelösten Moleküle, nicht von ihrer Art, abhängt.

Sei  $p$  der Dampfdruck des reinen Lösungsmittels,  $p'$  der Dampfdruck der Lösung bei der gleichen Temperatur, so gilt nach RAOULT

$$\frac{p - p'}{p} = \frac{n'}{n}. \quad (3)$$

Dabei bedeutet  $n$  die Zahl der Moleküle des reinen Lösungsmittels,  $n'$  die Zahl der in ihm befindlichen Moleküle des gelösten Stoffes.

Als molekulare Siedepunktserhöhung bezeichnet man diejenige Erhöhung, die bei Lösung von 1 Mol in 100 g des Lösungsmittels eintritt. Ebenso wie die Gefrierpunktserniedrigung, kann die Siedepunktserhöhung zur Bestimmung des Molekulargewichts des gelösten Stoffes dienen. Für die scheinbaren Abweichungen von der genannten Gesetzmäßigkeit gilt das gleiche wie bei der Gefrierpunktserniedrigung.

**225. Erklärung des osmotischen Druckes aus dem RAOULTSchen Gesetz.** Die Gl. 3 gibt uns nun die Möglichkeit, im Anschluß an VAN'T HOFF und ARRHENIUS eine quantitative Erklärung des osmotischen Druckes (§ 184) zu geben. Am Boden eines abgeschlossenen Gefäßes (Abb. 174) befindet sich reines Lösungsmittel ( $R$ ), darüber, von ihm durch eine halbdurchlässige Wand getrennt, die Lösung ( $L$ ) eines Stoffes in dem gleichen Lösungsmittel. Der Raum über den Flüssigkeiten

sei mit dem gesättigten Dampf des Lösungsmittels erfüllt. Seine Dichte sei  $\rho_1$ , die Dichte der Lösung, die derjenigen des reinen Lösungsmittels sehr nahezu gleich ist,  $\rho_2$ . Der Druck des Dampfes über dem reinen Lösungsmittel sei  $p$ , über der Lösung  $p'$ , der osmotische Druck in der Lösung  $P$ . Dieser wirkt nach § 184 so, als werde von der halbdurchlässigen Wand her eine Kraft auf die Lösung ausgeübt. Für das hydrostatische Gleichgewicht im Niveau der halbdurchlässigen Wand können wir zwei Bedingungen aufstellen, eine für das Gas und eine für die Flüssigkeit unter Berücksichtigung des osmotischen Druckes. Die erste lautet  $p = p' + \rho_1 g h$  (§ 121). Als zweite ergibt sich  $p + P = p' + \rho_2 g h$  (§ 101). Aus diesen beiden Gleichungen erhält man  $P = (p - p') (\rho_2 - \rho_1) / \rho_1$ , oder, da  $\rho_1 \ll \rho_2$ ,

$$P = \frac{p - p'}{p} \cdot \frac{p}{\rho_1} \cdot \rho_2 = \frac{n'}{n} \cdot \frac{p}{\rho_1} \rho_2$$

(s. Gl. 3). Nun können wir das Verhältnis  $n'/n$  der Zahlen der gelösten Moleküle zu denen der Moleküle des Lösungsmittels durch das Verhältnis  $m'/m$  der Zahlen der Mole des gelösten Stoffes zu denen des Lösungsmittels ersetzen. Ferner können wir nach § 199 setzen  $p/\rho_1 = p V_s = p V_m/M$ , wobei  $V_m$  das Volumen eines Mols des Lösungsmittels im Gaszustand und  $M$  sein Molekulargewicht bedeutet. Wir erhalten dann

$$P = \frac{m'}{m} \cdot \frac{p V_m}{M} \rho_2.$$

Nun ist aber  $mM$  die Masse des Lösungsmittels in Gramm, daher  $mM/\rho_2$  das Volumen  $V$  des Lösungsmittels und sehr nahezu auch der Lösung. Folglich ist  $mM/\rho_2 m' = V/m' = V_M$ , dasjenige Volumen, welches 1 Mol des gelösten Stoffes in der Lösung einnimmt. Es ergibt sich dann

$$P V_M = p V_m = R T.$$

Der osmotische Druck folgt also dem Gesetz der idealen Gase (§ 199).

**226. Sublimieren.** Auch über festen Substanzen, die sublimieren (§ 212), besteht ein von der Temperatur abhängiger Dampfdruck. Wegen des Dampfdrucks über Eis s. Tab. 14a, § 221. Tab. 16 gibt als Beispiel einige Zahlenangaben für das Jod.

Tabelle 16. Dampfdruck über Jod.

— 48,3 <sup>0</sup>	0,000050 mm	
— 32,3 <sup>0</sup>	0,00052	„
— 20,9 <sup>0</sup>	0,0025	„
0 <sup>0</sup>	0,029	„
15 <sup>0</sup>	0,131	„
30 <sup>0</sup>	0,469	„
80 <sup>0</sup>	15,9	„
114,5	90,0	„ (Schmelzpunkt)
185,3	760,0	„ (Siedepunkt).

Entsprechend der Schmelz- und der Verdampfungswärme haben solche Körper auch eine Sublimationswärme, d. i. die Wärmemenge, die man braucht, um 1 g der Substanz zur Sublimation zu bringen.

Auch bei scharfem Frost beobachtet man ein allmähliches Schwinden des Schnees, der sich durch Sublimation unmittelbar in Wasserdampf verwandelt. Der umgekehrte Vorgang ist die unmittelbare Bildung von Raureif aus dem Wasserdampf der Luft sowie die Bildung der Schneekristalle in den kalten oberen Luftschichten.

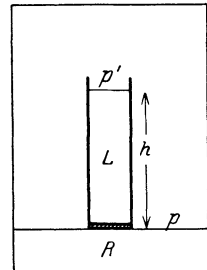


Abb. 174. Zur Berechnung des osmotischen Drucks.

Bringt man in ein luftleer gemachtes Glasgefäß einige Jodkristalle und kühlt eine Stelle der Gefäßwand ab, so schlägt sich dort aus dem im Gefäß gebildeten Joddampf festes Jod nieder. Frei an der Luft liegende Jodkristalle verschwinden durch Sublimation.

**227. Lösungswärme.** Wie wir in § 182, 184 und 225 gesehen haben, verhält sich ein gelöster Stoff im Lösungsmittel in vielen Beziehungen wie ein Gas. Löst man eine feste Substanz in einer Flüssigkeit, so ist dies ein Vorgang, der in gewisser Hinsicht mit einer Sublimation zu vergleichen ist. Daher kommt es, daß wenigstens in vielen Fällen bei der Lösung Wärme verbraucht wird, es tritt Abkühlung ein. Doch ist dies nicht immer der Fall, sondern es kann durch das Hinzutreten anderer Umstände auch Erwärmung eintreten, und zwar dann, wenn gleichzeitig mit der Lösung eine chemische Reaktion stattfindet. Die sog. Lösungswärme kann also positiv oder negativ sein. Z. B. ist die Lösungswärme von Kochsalz in Wasser negativ, es tritt bei Lösung Abkühlung ein (vgl. § 218).

**228. Verflüssigung der Gase.** Das Problem der Verflüssigung von Gasen besteht, vom molekularen Standpunkt aus gesehen, darin, die zwischen den Molekülen eines Gases vorhandenen Anziehungskräfte derart wirksam zu machen, daß sich die Moleküle zu dem für den flüssigen Zustand charakteristischen engeren Verbände zusammenfinden (§ 580). Die anziehenden Kräfte sind auch im gasförmigen Zustand vorhanden. Daß sie nicht ohne weiteres zur Überführung des Gases in den flüssigen Zustand führen, liegt daran, daß bei höherer Temperatur die thermische Bewegung der Moleküle dem Zustandekommen eines engeren molekularen Verbandes zu stark entgegenwirkt.

Bei manchen Gasen ist es möglich, schon bei gewöhnlichen Temperaturen diese Wirkung der thermischen Bewegung dadurch zu kompensieren, daß man die Moleküle durch Verminderung des Gasvolumens, d. h. Erhöhung des Drucks, auf so kleine Abstände bringt, daß die molekularen Anziehungskräfte ausreichen, um die Moleküle gegen die Wirkung der Molekularbewegung in den engeren Verband des flüssigen Zustandes zu bringen. Solche Gase, z. B. Chlor, Kohlensäure, Ammoniak, Schwefeldioxyd, können also bei gewöhnlicher Temperatur durch Anwendung hinreichend hoher Drucke verflüssigt werden. Bei anderen Gasen gelingt dies nicht. Bei ihnen ist es vielmehr erforderlich, zunächst ihre thermische Molekularenergie herabzusetzen, d. h. sie abzukühlen. Für jedes Gas gibt es eine bestimmte Temperatur, oberhalb deren es unmöglich ist, sie unter Anwendung noch so hoher Drucke zu verflüssigen, unterhalb deren dies aber stets gelingt. Diese Temperatur heißt die kritische Temperatur  $T_k$  des Gases. Ist das Gas auch nur ein wenig unter diese Temperatur abgekühlt, so kann es durch Anwendung eines genügend hohen Druckes verflüssigt werden. Bei der kritischen Temperatur  $T_k$  ist der Druck  $p_k$  erforderlich, der der kritische Druck genannt wird. Das spezifische Volumen des Gases in diesem sog. kritischen Zustande heißt sein kritisches Volumen  $V_k$ , sein reziproker Wert  $\rho_k = 1/V_k$  seine kritische Dichte. Gase (Dämpfe), welche schon bei gewöhnlicher Temperatur durch Druck verflüssigt werden können, sind also solche, deren kritische Temperatur höher ist als die gewöhnliche Temperatur (vgl. auch § 221).

Da die Wirksamkeit der molekularen Anziehungskräfte für die Verflüssigung entscheidend ist, so müssen Gase bei Temperaturen, wo sie durch Druck verflüssigt werden können, erheblich vom idealen Gaszustand entfernt sein. Es gilt also für sie die Zustandsgleichung von VAN DER WAALS (Gl. 15, § 201). Je besser ein Gas den Gesetzen der idealen Gase gehorcht, um so weiter ist es von seinem kritischen Zustand entfernt.



Die Zustandsgleichung von VAN DER WAALS gibt uns Auskunft über den kritischen Zustand und die Verflüssigung der Gase. In Abb. 175a sind für den Fall der Kohlensäure, der für alle andern Gase typisch ist, Isothermen nach

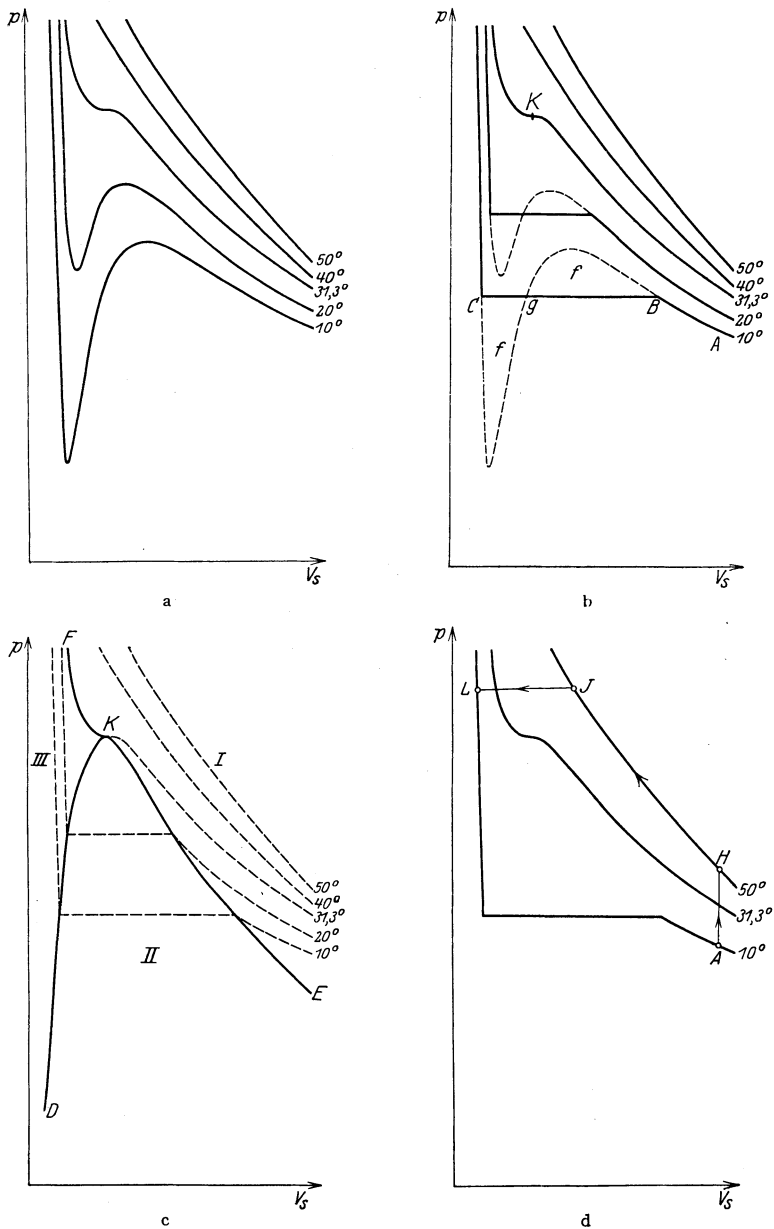


Abb. 175. Zustandsgleichung von VAN DER WAALS. Zur Verflüssigung der Gase.

der VAN DER WAALSSchen Gleichung gezeichnet, d. h. eine Anzahl von  $(p, V_s)$ -Kurven bei konstanten Temperaturen, wie sie sich aus jener Gleichung ergeben. ( $V_s$  = spezifisches Volumen.) Wir verfolgen jetzt den Zustand des Gases, indem wir — etwa bei  $t = 10^\circ$  — bei großem Volumen (Punkt A, Abb. 175 b)

beginnen und nunmehr bei konstanter Temperatur das Volumen allmählich verkleinern, d. h. den Druck erhöhen. Dabei wird das Gas bis an den Punkt *B* gelangen, und zwar längs der gezeichneten Isothermen. Versucht man nun, den Druck bei konstanter Temperatur weiter zu erhöhen, so gelingt dies nicht. Auch bei weiterer Verkleinerung des Volumens nimmt der Druck nicht zu, sondern bleibt konstant. Der Prozeß verläuft von *B* ab nicht mehr längs der Kurve, die der VAN DER WAALSschen Gleichung entspricht, sondern längs der horizontalen Geraden *BC*, welche die VAN DER WAALSsche Kurve in *G* schneidet und in *C* erneut erreicht. Von hier ab verläuft die Zustandsänderung wieder auf der VAN DER WAALSschen Isothermen. Abb. 175 b zeigt den tatsächlichen Verlauf der Zustandsänderung.

Das horizontale Stück *BC* stellt diejenige Phase der isothermen Zustandsänderung dar, in welcher sich das Gas verflüssigt. Der Verflüssigungsprozeß beginnt in *B* und ist in *C* beendet. Rechts von *B* haben wir ein Gas, zwischen *B* und *C* Gas (gesättigten Dampf) und Flüssigkeit nebeneinander, jenseits von *C* nur Flüssigkeit. Entsprechend dem Unterschied der Zusammendrückbarkeit (Elastizität) der Gase und Flüssigkeiten steigt der Druck rechts von *B* mit abnehmendem Volumen schwach, jenseits *C* stark an.

Die Lage des horizontalen Kurvenstücks *BC* ist, wie man beweisen kann, durch die Bedingung gegeben, daß die beiden Flächen (*f*), die es mit der theoretischen VAN DER WAALSschen Kurve bildet, gleich groß sind. Daher wird, wie man aus den Kurven erkennt, das horizontale Stück um so kürzer, je höher die Temperatur ist. Bei der Kohlensäure z. B. schrumpft sie bei der Isotherme von  $31,3^{\circ}$  zu einem Punkt *K* zusammen (Abb. 175 b). Steigt die Temperatur noch höher, so gibt es keine horizontale Gerade mehr, welche die VAN DER WAALSsche Kurve dreimal schneidet wie die Gerade *BC*. Es ist dann auch keine Verflüssigung mehr möglich. Die Isotherme bei  $31,3^{\circ}$  entspricht also der höchsten Temperatur, bei der Kohlensäure noch verflüssigt werden kann; die kritische Temperatur der Kohlensäure beträgt  $31,3^{\circ}$ . *K* ist der kritische Punkt, seine Koordinaten sind der kritische Druck und das kritische Volumen.

Verbindet man die Endpunkte aller horizontalen Kurvenstücke der Isothermenschar nebst dem kritischen Punkt *K* durch eine Kurve (*DKE*, Abb. 175 c), so teilt diese zusammen mit dem Stück *KF* der kritischen Isothermen das „Zustandsgebiet“ in drei Bereiche. Im Bereich I ist die Substanz nur gasförmig, im Bereich II haben wir Gas und Flüssigkeit nebeneinander, im Bereich III ist die Substanz vollständig verflüssigt.

Die Verwandlung eines Gases in eine Flüssigkeit ist auch möglich, ohne daß die Substanz dabei einen unstetigen Verflüssigungsprozeß durchmacht. So kann man z. B., vom Punkt *A* auf der  $10^{\circ}$ -Isotherme ausgehend, Kohlensäure zunächst bei konstantem Volumen auf  $50^{\circ}$  erwärmen (Abb. 175 d, Punkt *H*), es alsdann bei konstanter Temperatur zusammendrücken bis zum Punkte *J* und es nunmehr bei konstantem Druck wieder auf  $10^{\circ}$  abkühlen (Punkt *L*), wie es die Pfeile andeuten. Es befindet sich jetzt im Gebiet III, ist also zweifellos flüssig geworden. Aber in diesem Falle ist der Übergang ein stetiger. Auf dem Wege *JL*, beim Überschreiten der kritischen Isothermen, durchläuft die Substanz einen eigentümlichen Zustand, bei dem sie nicht plötzlich wie bei der Kondensation, sondern in stetigem Übergange ihre Eigenschaften von denen eines Gases in diejenigen einer Flüssigkeit verwandelt. Man kann diese Erscheinung sowie ihre Umkehrung leicht an flüssiger Kohlensäure beobachten, welche in ein Glasrohr eingeschlossen ist (sog. NATTERERSche Röhre). Taucht man eine solche Röhre in warmes Wasser (eben über der kritischen Temperatur von  $31,3^{\circ}$ ), so verschwindet die Oberfläche der flüssigen Kohlensäure unter Schlieren-

bildung, und die Kohlensäure ist gasförmig geworden, ohne daß ein Verdampfungs- oder Siedeprozess stattgefunden hätte.

In Tab. 17 sind die kritischen Daten (statt des kritischen Volumens  $V_k$  die kritische Dichte  $\rho_k = 1/V_k$ ) einiger Gase angegeben, und zwar die kritischen Temperaturen  $t_k$  in der Celsius-Skala. Man erkennt aus der Tabelle, weshalb zahlreiche Gase bei gewöhnlicher Temperatur nicht verflüssigt werden können. Die Verflüssigung des Heliums ist erst vor einer Reihe von Jahren KAMERLINGH ONNES gelungen.

Läßt man flüssige Kohlensäure aus einer käuflichen Bombe plötzlich in einen Stoffbeutel ausströmen, so kühlt sie sich durch heftige Verdampfung so stark ab, daß ein Teil von ihr erstarrt (Kohlensäureschnee).

Tabelle 17. Einige kritische Daten.

	$t_k$	$p_k$	$\rho_k$
Wasserstoff . . . . .	— 241 <sup>0</sup>	15 Atm.	0,033
Stickstoff . . . . .	— 147,0 <sup>0</sup>	34	0,32
Sauerstoff . . . . .	— 118,8	50	0,42
Helium . . . . .	— 268 <sup>0</sup>	2,3	0,065
Ammoniak . . . . .	+ 130 <sup>0</sup>	115,0	—
Wasser . . . . .	+ 365,0 <sup>0</sup>	200,5	0,329
Quecksilber . . . . .	rd. + 1200 <sup>0</sup>	456	rd. 4

**229. Verflüssigung von Luft, Wasserstoff und Helium. Sehr tiefe Temperaturen.** Nach dem vorstehend Gesagten besteht das technische Problem bei der Verflüssigung zahlreicher Gase in der Abkühlung auf die niedrige kritische Temperatur. Heute wird flüssige Luft in großen Mengen für alle möglichen Verwendungszwecke technisch hergestellt, und zwar in Deutschland nach dem LINDESCHEN Verfahren. Das hierbei zur Abkühlung der Luft verwendete Prinzip beruht auf dem JOULE-THOMSON-Effekt (§ 210). Die Luft wird zunächst komprimiert und die dabei eintretende Erwärmung durch Kühlung wieder rückgängig gemacht. Dann wird die Luft durch plötzliche Expansion stark abgekühlt. Diese Luft umspült alsdann die Röhren, durch welche dem Apparat weitere Luft zugeführt wird, welche auf diese Weise vorgekühlt wird und sich, nachdem mit ihr der gleiche Prozeß vorgenommen ist, noch weiter abkühlt als die zuerst abgekühlte Luft. In dieser Weise wird das Verfahren, bei dem die gleiche Luft stets im Kreise durch den Apparat geleitet wird, fortgesetzt, bis sich die Luft auf ihre kritische Temperatur von — 141<sup>0</sup> abgekühlt hat und sich dann bei Kompression verflüssigt.

Abb. 176 zeigt das Schema der LINDESCHEN Luftverflüssigungsmaschine. Die von  $O$  kommende Luft passiert einen Waschturm  $W$  zur Beseitigung der Kohlensäure. In  $L$  befindet sich der Kompressor, der die Luft auf etwa 200 Atm. komprimiert.  $T$  ist eine Trockenvorrichtung, aus der die Luft nach  $A$  gelangt, wo sie durch eine Kältemaschine vorgekühlt wird.  $V_1$  ist ein Ventil, in welchem die Luft entspannt wird, wobei sie sich abkühlt. Der hierbei verflüssigte Anteil sammelt

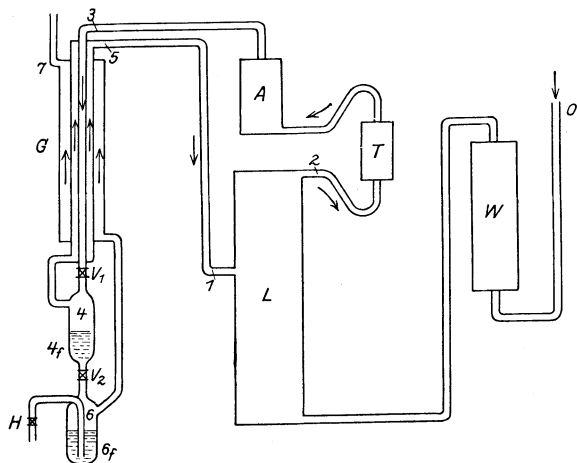


Abb. 176. Schema der LINDESCHEN Luftverflüssigungsmaschine.

sich in 4, während die kalte, gasförmige Luft durch den „Gegenströmer“  $G$ , in dem sie die neuankommende Luft vorkühlt, wieder in den Kompressor gelangt. Durch Öffnen des Ventils  $V_2$  kann die verflüssigte Luft in das Vorratsgefäß 6 gelassen und durch den Hahn  $H$  abgezapft werden. Die beim Durchgang durch  $V_2$  verdampfte Luft entweicht nach Ausnutzung ihrer tiefen Temperatur im Gegenströmer durch 7 in die Atmosphäre.

Die Verflüssigung des Wasserstoffs gelingt auf diese Weise erst unterhalb von  $-80^\circ$  (§ 210). Man verfährt daher so, daß man den Wasserstoff zunächst mittels flüssiger Luft auf eine Temperatur von etwa  $-210^\circ$  bringt. Diese tiefe Temperatur wird dadurch erreicht, daß man flüssige Luft heftig verdampfen läßt, wobei sie sich infolge der Abgabe der Verdampfungswärme (§ 220) stark unter ihre ursprüngliche Temperatur abkühlt. Erst mit dem so abgekühlten Wasserstoff kann der bei den Verflüssigung der Luft beschriebene Prozeß vorgenommen werden, durch den sich der Wasserstoff bei seiner kritischen Temperatur von  $-241^\circ$  und dem kritischen Druck von 15 Atm. verflüssigt. Um Helium zu verflüssigen, verfährt man mit ihm ebenso, unter Verwendung von flüssigem Wasserstoff zur Vorkühlung. Flüssiges Helium hat eine Temperatur von  $-268,9^\circ = 4,3^\circ$  abs., welche sich durch schnelles Verdampfen (Absieden) bis auf etwa  $0,6^\circ$  abs. hinuntersetzen läßt. Bei dieser Temperatur beobachtet man in dem flüssigen Helium schon Kristalle von festem Helium. Alle andern Gase werden schon bei höheren Temperaturen fest (vgl. Tab. 11, § 213). Die Temperatur von etwa  $0,6^\circ$  abs. ist die tiefste bisher erreichte Temperatur. Mit ihr ist der absolute Nullpunkt nahezu erreicht.

Die Erzielung so tiefer Temperaturen ist von großem experimentellen Interesse, weil bei ihnen viele Körper in verschiedenen Beziehungen ein besonders interessantes Verhalten zeigen (z. B. spezifische Wärme, § 562 und 579, Supraleitfähigkeit, § 301).

Da der Siedepunkt des Stickstoffs tiefer liegt als der des Sauerstoffs, so siedet er aus flüssiger Luft schneller weg als dieser. Flüssige Luft, welche einige Zeit gestanden hat, ist daher ziemlich sauerstoffreich. Ein hineingesteckter glühender Span glimmt hell auf trotz der tiefen Temperatur. Quecksilber wird bei der Temperatur der flüssigen Luft fest und läßt sich hämmern, Gummi wird hart und brüchig, Bleidraht hoch elastisch. Über die Verwendung flüssiger Luft zur Herstellung hoher Vakua s. § 188.

## f) Wärme und Arbeit.

**230. Das mechanische Wärmeäquivalent.** Da eine Wärmemenge ihrem Wesen nach Molekularenergie ist, so kann man sie statt in Kalorien auch in derjenigen Einheit messen, die wir in der Mechanik für die Energie eingeführt haben (§ 45), nämlich in erg. Die Zahl, welche angibt, wieviel erg gleich 1 cal sind, heißt das mechanische Wärmeäquivalent, ihr reziproker Wert das kalorische Äquivalent der Energie. Sie ist zuerst von JOULE experimentell ermittelt worden. Später hat sie zuerst JULIUS ROBERT MAYER theoretisch berechnet.

JOULE benutzte den in Abb. 177 dargestellten Apparat. In einem mit Wasser gefüllten Gefäß befand sich ein drehbares Flügelrad  $a$  und feste Scheidewände  $b$ , welche die Strömung des Wassers bei der Drehung des Rades erschwerten. Das Rad wurde durch zwei fallende Gewichte in Bewegung gesetzt. Infolge der großen Reibung im Wasser, das bei der Drehung des Flügelrades durch die engen Zwischenräume zwischen den Scheidewänden und dem Rade hindurchgepreßt wurde, war die Fallbewegung so langsam, daß die fallenden Massen keine merkliche kinetische Energie gewannen, sondern daß ihre potentielle

Energie so gut wie vollständig durch Reibung in Wärme des Wassers und des Gefäßes verwandelt wurde. Sei  $m$  die Masse der beiden Gewichte,  $h$  ihre Fallhöhe, so beträgt diese Energie  $mgh$  erg. Sei ferner  $t$  die Temperaturerhöhung des Wassers und des Gefäßes,  $K$  ihre in cal/grad ausgedrückte Wärmekapazität, so ist ihr Zuwachs an thermischer Energie gleich  $Kt$  cal (§ 207). Nach dem Energieprinzip muß daher sein

$$mgh \text{ erg} = Kt \text{ cal}, \quad \text{oder} \quad 1 \text{ cal} = \frac{mgh}{Kt} \text{ erg}.$$

MAYER berechnete das Wärmeäquivalent auf folgende Weise. In einem Gefäß mit verschiebbarem und von außen mit konstantem Druck angedrückten Stempel befinde sich 1 ccm eines idealen Gases von 0°. Dieses werde bei konstantem Druck  $p$  um 1° erwärmt. Dabei dehnt es sich um  $\Delta V = 1/273$  ccm aus (§ 200). Die von ihm dabei gegen die den Stempel haltende Kraft geleistete Arbeit (§ 117) ist  $p \cdot \Delta V = p \cdot 1/273$  erg. Diese Arbeit stammt aus der bei der Temperaturerhöhung zugeführten Wärme. Nach § 209 entfällt auf die reine Ausdehnungsarbeit eines Gramms eines bei konstantem Druck  $p$  um 1° erwärmten idealen Gases der Anteil  $C_p - C_v = R/M$  der zugeführten Wärme ( $R$  allgemeine Gaskonstante = 1,98 cal,  $M$  Molekulargewicht). Haben wir es, wie hier vorausgesetzt, nicht mit 1 g, sondern mit 1 ccm eines Gases von der Dichte  $\rho$ , also mit  $\rho$  Gramm, zu tun, so ist die Arbeit  $\rho$  mal größer, also  $p \Delta V = \rho \cdot R/M$ . Nach dem Energieprinzip muß also sein

$$p/273 \text{ erg} = \rho \frac{R}{M} \text{ cal}.$$

Wir nehmen z. B. an, daß das Gas 760 mm Druck habe. Dann ist nach § 120  $p = 1,0133 \cdot 10^6$  dyn/qcm. Das Verhältnis  $\rho/M$  ist für alle Gase bei gleichem Druck gleich groß, nämlich gleich  $1/V_m = (V_m \text{ Molvolumen, § 112})$ . Bei Wasserstoff z. B. ist  $\rho = 0,00008985$ ,  $M = 2$ , also  $\rho/M = 0,4493 \cdot 10^{-4}$ . Es ergibt sich, mit  $R = 1,98$  cal/grad

$$1,0133 \cdot 10^6 / 273 \text{ erg} = 1,98 \cdot 0,4493 \cdot 10^{-4} \text{ cal},$$

oder  $1 \text{ cal} = 4,17 \cdot 10^7$  erg. Nach den zuverlässigsten Messungen ist

$$1 \text{ cal} = 4,186 \cdot 10^7 \text{ erg} = 4,186 \text{ Joule} = 0,427 \text{ mkg} \quad (1)$$

(§ 46). Um 1 g Wasser um 1° zu erwärmen, ist also eine Energie nötig, die gleich der kinetischen Energie einer Masse von 1 kg nach freiem Durchfallen einer Höhe von 0,427 m ist.

**231. Verwandlung von mechanischer Arbeit in Wärme.** Die Möglichkeit der Verwandlung von Arbeit in Wärme ist bereits seit Urzeiten bekannt (Reiben kalter Hände, Erzeugung von Feuer durch Reiben oder Schlagen, Heißlaufen von Achsen usw.). Der Energieverlust eines bewegten Körpers durch Reibung besteht zum überwiegenden Teil in einer solchen Verwandlung seiner kinetischen Energie in Wärme, also der gleichgerichteten Bewegungsenergie seiner Moleküle in ungeordnete Molekularbewegung. Es kann aber auch jede andere Energieform in Wärme übergehen, so elektrische Energie (§ 306) und chemische Energie (§ 245).

**232. Der zweite Hauptsatz der Wärmetheorie. Entropie.** Man kann den Inhalt des ersten Hauptsatzes (§ 206), d. h. des Energieprinzips, dahin formulieren, daß es unmöglich ist, eine Maschine zu konstruieren, welche fortwährend

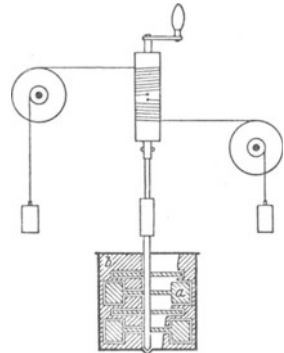


Abb. 177. Messung des mechanischen Wärmeäquivalents nach JOULE.

Arbeit aus nichts erzeugt. Eine solche wäre ein sog. Perpetuum mobile erster Art (§ 48). Der erste Hauptsatz schließt aber nicht aus, daß man eine periodisch wirkende Maschine konstruieren könnte, die nichts weiter tut als ein Wärmereservoir abzukühlen, d. h. ihm Wärmeenergie zu entziehen und diese in mechanische Arbeit umzuwandeln. Eine solche Maschine könnte z. B. den ungeheuren Wärmeverrat, der im Meerwasser enthalten ist, nutzbar machen und aus ihm mechanische Arbeit erzeugen, wobei sie das Meerwasser allmählich mehr und mehr abkühlen würde. Eine solche gedachte Maschine nennt man ein Perpetuum mobile zweiter Art. Der zweite Hauptsatz der Wärmetheorie sagt nun aus, daß auch ein solches Perpetuum mobile zweiter Art unmöglich ist. In einfacher Formulierung läßt er sich nach PLANCK so aussprechen: Es ist unmöglich, eine periodisch wirkende Maschine zu konstruieren, die nichts weiter bewirkt als Abkühlung eines Wärmereservoirs und gleichzeitig Hebung einer Last. Eine derartige Maschine wäre nicht nur eine Arbeits-, sondern auch eine Kältemaschine.

In Durchführung dieses Gedankens kommt man zur Definition einer Größe, welche man als Entropie bezeichnet. Die Entropie  $S$  eines Körpers oder eines Systems von Körpern ist durch eine Differentialgleichung definiert,

$$dS = \frac{dU + p dV}{T}, \quad (2)$$

wobei  $dS$  die bei einer sehr kleinen Zustandsänderung eintretende Entropieänderung,  $dU$  die Änderung der inneren Energie des Körpers,  $p dV$  die äußere Arbeit (§ 117) bedeutet. Der zweite Hauptsatz läßt sich nun auch so formulieren: Bei jedem physikalischen Vorgang ist die Summe der Änderungen  $dS$  der Entropien aller an dem Vorgang beteiligten Körper stets gleich oder größer als Null.

$$dS \geq 0. \quad (3)$$

Oder mit anderen Worten: Die Entropie eines abgeschlossenen Systems von Körpern kann nur zu-, nie abnehmen (CLAUSIUS 1850, KELVIN 1851).

Der zweite Hauptsatz gibt also die Möglichkeit, bei gegebenem Anfangszustand zu berechnen, in welcher Richtung der Vorgang nunmehr weiter verläuft und welchem Endzustand er zustrebt. Bringt man mehrere, zunächst in beliebigem Zustande befindliche Körper miteinander in thermische Wechselwirkung, so läßt sich der schließlich eintretende Endzustand aus den Bedingungen berechnen, daß erstens die Gesamtenergie aller an dem Vorgang beteiligten Körper unverändert bleibt (erster Hauptsatz), zweitens die Entropie den größten möglichen Wert hat (zweiter Hauptsatz).

**233. Wesen der Entropie.** Das Wesen der Entropie ist von BOLTZMANN aufgeklärt worden. Wir betrachten als besonders einfachen Fall ein ideales Gas. Seine Moleküle sollen zusammen eine bestimmte Energie  $U$  haben, aber die Verteilung dieser Energie auf die einzelnen Moleküle, die Richtung der Geschwindigkeit der einzelnen Moleküle und ihre Verteilung im Raum sei zunächst noch ganz beliebig. Es sei z. B. noch möglich, daß die Energie  $U$  sich auf ganz wenige Moleküle oder auf alle gleichmäßig verteile, daß etwa alle Moleküle sich in gleicher Richtung bewegen oder daß sie alle in einer Ecke des verfügbaren Raumes zusammengedrängt seien. Bei gegebener Energie  $U$ , gegebenem Volumen  $V$  und gegebener Zahl von Molekülen sind noch unendlich viele Arten möglich, wie sich die Energie auf die Moleküle verteilen kann, wie sich die Geschwindigkeiten der Moleküle auf die verschiedenen Richtungen im Raume verteilen und wie die Moleküle selbst im Volumen  $V$  verteilt sein können. Man denke zum Vergleich

an die Einwohner des Deutschen Reiches und stelle sich vor, daß es eine ungeheure Zahl von Möglichkeiten gibt, wie etwa das Gesamtvermögen des Volkes auf die einzelnen Deutschen verteilt sein kann, und ebenfalls unendlich viele Möglichkeiten, wie die einzelnen Deutschen im Gebiet des Reiches verteilt sein können.

Wir denken uns jetzt den augenblicklichen Zustand eines Gases etwa dadurch charakterisiert, daß wir angeben, daß das erste Molekül die Energie  $E_1$ , das zweite die Energie  $E_2$  usw. hat, wobei die Summe aller dieser Energien gleich der vorgeschriebenen Gesamtenergie  $U$  sein muß, daß wir ferner bei jedem Molekül die Richtung seiner Geschwindigkeit angeben und den Ort, an dem es sich im Volumen  $V$  befindet. Dadurch ist der augenblickliche Zustand des Gases vollständig gegeben. Man nennt eine solche Zuordnung bestimmter Energiebeträge, Richtungen und Orte im Raum zu jedem Molekül eine Komplexion. Wir bekommen aber offenbar einen vollkommen identischen Zustand, wenn wir zwei oder mehrere der Moleküle miteinander in jeder Beziehung vertauschen, sie also ihre Energie, ihre Bewegungsrichtung und ihren Ort vertauschen lassen. Ein bestimmter Zustand kann also im allgemeinen durch mehrere Komplexionen, die durch Vertauschung auseinander hervorgehen, hergestellt werden.

Wegen der Wechselwirkungen der Moleküle, insbesondere ihrer Zusammenstöße, ändert sich nun der Zustand eines Gases, wenn wir seine einzelnen Moleküle individuell betrachten, fortwährend, in jedem Augenblick haben wir eine etwas andere Verteilung der Energie auf die Moleküle, die einzelnen Moleküle ändern fortgesetzt ihre Richtung und ihren Ort. Wir haben also jeden Augenblick eine andere Komplexion vor uns. Wir nehmen jetzt an, daß jede derartige Komplexion, die mit den gegebenen Bedingungen verträglich ist, genau gleich wahrscheinlich ist, d. h. daß jede von ihnen im Laufe einer langen Zeit im Durchschnitt gleich oft vorkommt. Nun haben wir eben gesehen, daß der gleiche Zustand durch mehrere Komplexionen hergestellt werden kann. Die einzelnen mit den gegebenen Bedingungen (konstante Gesamtenergie und Volumen) verträglichen Zustände sind also nicht gleich wahrscheinlich, sondern es werden im Laufe einer längeren Zeit diejenigen Zustände am häufigsten auftreten, welche durch die größte Zahl von Komplexionen verwirklicht werden. Wenn wir wieder unser grobes Beispiel heranziehen, so sehen wir z. B., daß eine Verteilung des ganzen deutschen Volksvermögens auf die Bevölkerung, derart, daß ein Deutscher das ganze Vermögen und alle andern nichts besitzen, durch 70 Millionen (Einwohnerzahl) verschiedene Komplexionen hergestellt werden kann, eine Verteilung aber, bei der je zwei Menschen gerade die Hälfte des Volksvermögens besitzen, durch rund  $\frac{1}{2} \cdot (70 \text{ Millionen})^2 = 2450$  Billionen Komplexionen, und andere Verteilungsarten lassen sich noch auf viel mehr Arten herstellen. Wechselt also die Vermögensverteilung fortgesetzt in ganz zufälliger Weise, so wird unter allen möglichen Zuständen derjenige der häufigste sein, der durch die größte Zahl von Komplexionen hergestellt werden kann. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung lehrt nun weiter, daß, wenn es sich um eine sehr große Zahl von Individuen handelt, in unserm Falle die Moleküle eines Gases, die Zahl der Komplexionen für einen ganz engen Bereich von Zuständen, praktisch für einen ganz bestimmten Zustand, ungeheuer viel größer ist, als für irgendwelche Zustände unterhalb dieses Bereichs. Dieser Zustand ist also der praktisch allein vorkommende. Ein nur ganz wenig von ihm abweichender Zustand tritt nur mit verschwindender Häufigkeit als eine momentane, winzige Zustandsschwankung auf. Dies ist also der Zustand, der sich infolge der Wechselwirkungen zwischen den Molekülen nach kürzester Zeit herstellt, wie

auch der Anfangszustand sein mag. Aus solchen Überlegungen läßt sich auch das MAXWELLSche Gesetz über die Molekulargeschwindigkeiten (§ 194) ableiten.

Die Zahl der Komplexionen, durch die ein bestimmter Zustand verwirklicht wird, nennt man die thermodynamische Wahrscheinlichkeit  $W$  des Zustandes. Sie ist bei großer Individuenzahl auch eine sehr große Zahl. BOLTZMANN (1866) zeigte, daß die Entropie eines Körpers oder Systems von Körpern mit dieser thermodynamischen Wahrscheinlichkeit durch die Gleichung

$$S = k \log W \quad (4)$$

zusammenhängt. Hierbei ist  $k$  die sogenannte BOLTZMANNsche Konstante  $k = 1,372 \cdot 10^{-16}$ , die uns bereits aus § 193 bekannt ist. (Der  $\log$  ist der natürliche Logarithmus.) Die Entropie eines Körpers oder Systems von Körpern ist also um so größer, je größer die thermodynamische Wahrscheinlichkeit  $W$  seines Zustandes ist, und der zweite Hauptsatz besagt, daß bei allen in der Natur vorkommenden Vorgängen die Entropie, d. h. die thermodynamische Wahrscheinlichkeit des Zustandes der an dem Vorgange beteiligten Körper insgesamt zunimmt, höchstens im Grenzfalle konstant bleibt. Jeder Vorgang verläuft von selbst so, daß unwahrscheinlichere Zustände sich in wahrscheinlichere verwandeln, nie umgekehrt. Dies ist also der eigentliche Kern des zweiten Hauptsatzes.

Zustände, bei denen eine gewisse Ordnung herrscht, sind in diesem Sinne sehr unwahrscheinlich. Die Vorgänge in der Natur sind also so gerichtet, daß sie bestehende Ordnungen zu zerstören suchen, z. B. die Ansammlung aller Moleküle eines Gases in einer Ecke des verfügbaren Raumes, gleichgerichtete Bewegung vieler Moleküle usw. Der Zustand, dem die Natur zustrebt, ist der Zustand der sog. idealen Unordnung. Niemals kommt es in der Natur vor, daß ein ungeordneter Zustand sich in einen solchen größerer Ordnung verwandelt, ohne daß an anderer Stelle in der Natur dafür als Kompensation der umgekehrte Vorgang eintritt.

Wir wollen dies noch an einem einfachen Beispiel erläutern. Ein Gefäß bestehe aus zwei Abteilungen, welche durch eine Öffnung mit einem Hahn verbunden sind. Zunächst sei der Hahn geschlossen. Die eine Abteilung sei vollkommen leer, in der andern befinden sich 1000 Moleküle. Wir öffnen jetzt den Hahn, und die Moleküle verteilen sich infolge ihrer thermischen Bewegung auf beide Abteilungen. Im weiteren Verlauf wird sich jedes einzelne Molekül gelegentlich durch die Öffnung hindurchbewegen und sich bald in der einen, bald in der andern Abteilung befinden. Da sich die einzelnen Moleküle vollkommen unabhängig voneinander bewegen, so ist es natürlich an sich möglich, daß im Ablauf der Dinge einmal wieder zufällig alle Moleküle gleichzeitig in der einen Abteilung sind. Es ist das aber ein überaus unwahrscheinliches Ereignis. Es ist schon sehr unwahrscheinlich, daß je ein Zustand eintritt, bei dem die Moleküle nicht einigermaßen gleichmäßig auf beide Abteilungen verteilt sind. In noch viel höherem Maße gilt dies, wenn wir die ungeheuer großen Zahlen von Molekülen in Betracht ziehen, um die es sich in praktischen Fällen immer handelt. Je größer diese Zahl ist, um so geringer wird die Wahrscheinlichkeit, daß das Molekülsystem je einmal einen Zustand einnimmt, bei dem die Molekülverteilung in den beiden Gefäßabteilungen von der wahrscheinlichsten Verteilung irgendwie merklich abweicht, die dann vorhanden ist, wenn die Moleküle in den Abteilungen im Durchschnitt gleich dicht verteilt sind. Dieses Beispiel zeigt uns an einem einfachen Fall, wie ein Zustand kleinerer Wahrscheinlichkeit von selbst in einen solchen größerer Wahrscheinlichkeit übergeht. (Diese Tatsachen haben ja ihr grobes Gegenstück im täglichen Leben. Auch an den uns umgebenden Gegenständen erkennen wir die unter der Wirkung der mit ihnen vorgenommenen



zufälligen Hantierungen bestehende Tendenz, aus geordneten Zuständen in ungeordnete überzugehen. Der Zustand, in dem sich z. B. die Gegenstände auf einem Schreibtisch nach längerer Arbeit an demselben zu befinden pflegen, ist nicht nur eine äußere Analogie zu den beschriebenen molekularen Vorgängen, sondern in ähnlicher Weise wie sie durch Wahrscheinlichkeitsgesetze beherrscht.)

**234. Das NERNST'sche Wärmethorem (dritter Hauptsatz).** Die Definitionsgleichung der Entropie, Gl. 2, § 232, sagt als Differentialgleichung nichts über den absoluten Betrag der Entropie aus. Bei ihrer Integration tritt eine Integrationskonstante auf, welche zunächst unbestimmt bleibt. Diese Unbestimmtheit behebt das Wärmethorem von NERNST, auch dritter Hauptsatz der Wärmetheorie genannt. Es sagt aus, daß die Entropie aller Substanzen beim absoluten Nullpunkt der Temperatur gleich Null wird. Aus Gl. 4, § 233, folgt dann, daß die thermodynamische Wahrscheinlichkeit des Zustandes aller Körper beim absoluten Nullpunkt  $W = 1$  wird. Das bedeutet, daß dieser Zustand überhaupt nur durch eine einzige Komplexion verwirklicht werden kann. Eine weitere Folge aus dem NERNST'schen Theorem ist, daß die spezifischen Wärmen der Körper sich beim absoluten Nullpunkt asymptotisch dem Wert Null nähern. Ein Körper, dessen spezifische Wärme unendlich klein ist, bedarf aber auch nur einer unendlich kleinen Wärmezufuhr, um eine endliche Temperaturerhöhung zu erfahren. Da nun ein Körper, von dem wir einmal voraussetzen wollen, er sei tatsächlich bis auf den absoluten Nullpunkt abgekühlt, notwendig mit anderen Körpern in Wechselwirkung stehen muß, welche eine, wenn auch nur sehr wenig höhere Temperatur haben, so genügt schon die Zufuhr einer verschwindend kleinen Wärmemenge von diesen Körpern her, um seine Temperatur um einen endlichen Betrag über den absoluten Nullpunkt zu erhöhen. So ist der absolute Nullpunkt eine Grenztemperatur, die zwar mit beliebiger Annäherung, aber grundsätzlich nicht physikalisch streng erreicht werden kann.

Das NERNST'sche Wärmethorem hat sich nicht nur auf physikalischem Gebiet als sehr fruchtbar erwiesen. Es leistet vor allem auch sehr wertvolle Dienste bei der Berechnung chemischer Gleichgewichte. Doch kann darauf hier nicht näher eingegangen werden. Das NERNST'sche Wärmethorem steht in naher Beziehung zur Quantentheorie (§ 546).

**235. CARNOT'scher Kreisprozeß.** Für die Umwandlung von Wärme in mechanische Arbeit ist eine von CARNOT angestellte Überlegung wichtig, der sog. CARNOT'sche Kreisprozeß (1824). In einen Behälter von veränderlichem Volumen denken wir uns ein Gramm eines idealen Gases eingeschlossen, welches zunächst die Temperatur  $T_1$  und das Volumen  $V_1$  habe. Mit diesem Gase denken wir uns nacheinander folgende Veränderungen vorgenommen:

1. Das Gas werde adiabatisch (§ 210) komprimiert, bis es die höhere Temperatur  $T_2$  angenommen hat. Sein Volumen sei jetzt  $V_2$ .

2. Das Gas wird mit einem sehr großen Wärmereservoir von der gleichen Temperatur  $T_2$  in Verbindung gebracht und nunmehr bei konstanter Temperatur (isotherm) auf das Volumen  $V'_2$  ausgedehnt. Da sich ein Gas bei Volumvergrößerung abkühlt (§ 210), so muß ihm zur Konstanthaltung seiner Temperatur eine Wärmemenge  $Q_2$  aus dem Reservoir von der Temperatur  $T_2$  zugeführt werden.

3. Das Gas wird von dem Wärmebehälter getrennt und nunmehr adiabatisch ausgedehnt, bis es durch Abkühlung wieder seine alte Temperatur  $T_1$  erhalten hat. Sein Volumen sei jetzt  $V'_1$ . ( $V'_1$  ist größer als  $V_1$ ).

4. Nunmehr wird das Gas mit einem zweiten sehr großen Wärmereservoir von der Temperatur  $T_1$ , seiner Ausgangstemperatur, verbunden und isotherm

auf sein ursprüngliches Volumen  $V_1$  zurückgeführt, also komprimiert. Dabei gibt es eine Wärmemenge  $Q_1$  an das kältere Reservoir von der Temperatur  $T_1$  ab.

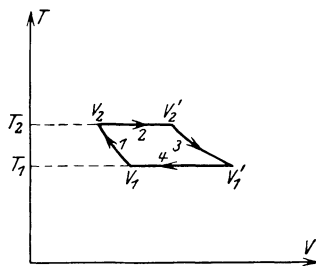


Abb. 178. CARNOTSCHER Kreisprozeß.

Nach Vollendung dieses sog. Kreisprozesses ist das Gas wieder vollkommen in seinem Anfangszustand. Dagegen hat das eine Wärmereservoir die Wärmemenge  $Q_2$  abgegeben, das andere die Wärmemenge  $Q_1$  aufgenommen. Ferner ist bei jedem der vier Teilprozesse Arbeit geleistet worden.

Bei jedem einzelnen Teilprozeß leistet das Gas eine Arbeit  $\int p dV$ , welche im Falle 2. und 3. positiv, in den Fällen 1. und 4. negativ ist. Die einzelnen Phasen des Kreisprozesses sind in Abb. 178 dargestellt.

Bezeichnen wir mit  $A$  die insgesamt vom Gase geleistete Arbeit, so ergibt sich diese, da sie für jeden Teilprozeß durch das Integral  $\int p dV$  (§ 118) dargestellt ist, zu

$$A = \int_{V_1 T_1}^{V_2 T_2} p dV + \int_{V_2 T_2}^{V_2' T_2} p dV + \int_{V_2' T_2}^{V_1' T_1} p dV + \int_{V_1' T_1}^{V_1 T_1} p dV. \quad (5)$$

Dabei verläuft also der erste und dritte Prozeß adiabatisch, der zweite und vierte isotherm. Für erstere beide gilt daher die in § 210, Gl. 8, abgeleitete Beziehung  $C_v dT = -p dV$ . Bei den beiden anderen können wir nach § 199  $p = \frac{RT}{MV}$  setzen, so daß wir erhalten

$$A = -C_v \int_{T_1}^{T_2} dT + \frac{R}{M} \int_{V_1}^{V_2'} T_2 \frac{dV}{V} - C_v \int_{T_2}^{T_1} dT + \frac{R}{M} \int_{V_1'}^{V_1} T_1 \frac{dV}{V}. \quad (6)$$

Das erste und dritte Integral unterscheiden sich lediglich durch die Vertauschung der Integrationsgrenzen, sie sind also entgegengesetzt gleich und heben sich gegenseitig auf. Die Ausführung der beiden anderen Integrale ergibt

$$A = \frac{R}{M} \left[ T_2 \log \frac{V_2'}{V_2} + T_1 \log \frac{V_1'}{V_1} \right]. \quad (7)$$

Da nun die Prozesse, durch die der Zustand  $(V_2, T_2)$  aus  $(V_1, T_1)$  und der Zustand  $V_1' T_1$  aus  $V_2' T_2$  entstanden, adiabatisch verliefen, so bestehen nach Gl. 9, § 210, die Beziehungen

$$T_2 V_2^{\kappa-1} = T_1 V_1^{\kappa-1} \quad \text{und} \quad T_2 V_2'^{\kappa-1} = T_1 V_1'^{\kappa-1},$$

( $\kappa = \frac{C_p}{C_v}$ ) aus denen ohne weiteres folgt  $V_2'/V_2 = V_1'/V_1$ , so daß

$$A = \frac{R}{M} \log \frac{V_1'}{V_1} \cdot (T_2 - T_1). \quad (8)$$

Da  $T_2 > T_1$  und  $V_1' > V_1$ , so ist dieser Ausdruck positiv, das Gas hat äußere Arbeit geleistet, und zwar auf Kosten der von dem wärmeren Reservoir an das Gas abgegebenen Wärme  $Q_2$ . Diese Wärme ist aber nicht vollständig in Arbeit verwandelt worden, sondern nur der Bruchteil  $Q_2 - Q_1$ , denn das Gas hat ja im vierten Teilprozeß die Wärmemenge  $Q_1$  an das kältere Reservoir abgegeben.

Die Einzelbeträge  $Q_1$  und  $Q_2$  lassen sich leicht berechnen. Da beim zweiten Teilprozeß keine Erwärmung des Gases stattgefunden hat, so findet sich die zugeführte Wärme restlos in der geleisteten äußeren Arbeit  $\int_{V_2, T_2}^{V_1', T_2} p dV$  wieder, und diese beträgt, wie oben bereits bewiesen,  $\frac{R}{M} T_2 \log \frac{V_1'}{V_2}$ , so daß  $Q_2 = \frac{R}{M} T_2 \log \frac{V_1'}{V_2} = \frac{R}{M} T_2 \log \frac{V_1'}{V_1}$ . Und entsprechend ist  $Q_1$ , die an das zweite Reservoir abgegebene Wärme,  $Q_1 = \frac{R}{M} T_1 \log \frac{V_1'}{V_1}$ . Aus diesen Beziehungen ergibt sich wieder leicht die Gleichung  $A = Q_2 - Q_1$ , welche nichts anderes bedeutet als die Gültigkeit des Energieprinzips. Denn die vom Gase geleistete mechanische Arbeit  $A$  muß sich, da sonst Energie weder zu- noch abgeführt wurde, darstellen als der Überschuß zwischen der vom Gase aufgenommenen und der von ihm wieder abgegebenen Wärmeenergie.

Wir sehen also, daß, um durch einen solchen Kreisprozeß die mechanische Arbeit  $A$  zu gewinnen, die Wärmeenergie  $Q_2 > A$  aufgewendet werden mußte, und daß mit der Gewinnung mechanischer Arbeit der Übergang eines Teils  $Q_1$  dieser Wärmeenergie von einem Wärmereservoir der höheren Temperatur  $T_2$  auf eines von der tieferen Temperatur  $T_1$  verbunden war. Der mechanische Nutzeffekt  $\eta$  des Prozesses ist also kleiner als 1, nämlich

$$\eta = \frac{A}{Q_2} = \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} = \frac{T_2 - T_1}{T_2}. \quad (9)$$

Der Nutzeffekt  $\eta$  hängt also lediglich von der Temperatur der beiden Wärmereservoirs ab, er ist unabhängig von den Einzelheiten der gedachten Teilprozesse, die zur Gewinnung der mechanischen Arbeit  $A$  führten. Das Ergebnis gilt ganz allgemein zunächst für ideale Gase. Der Nutzeffekt kann auf keine Weise verbessert, nur durch mangelhafte Versuchsbedingungen — Reibung, Wärmeabgabe an andere Körper der Umgebung usw. — verschlechtert werden.

Bisher liegt den Überlegungen, außer den Gesetzen der idealen Gase, nur der erste Hauptsatz zugrunde. Unter Heranziehung des zweiten Hauptsatzes kann man aber nachweisen, daß die durch Gl. 9 ausgesprochene Gesetzmäßigkeit auch dann gilt, wenn die „arbeitende“ Substanz kein ideales Gas, sondern irgendein wirklicher Körper ist. Wir kommen damit zu der wichtigen Folgerung, daß eine Umwandlung von Wärme in mechanische Arbeit auf dem Wege eines Kreisprozesses einen beschränkten Nutzeffekt hat. Wird bei einem solchen mechanische Arbeit auf Kosten thermischer Energie eines Wärmereservoirs geleistet, so geht notwendig ein Übergang eines weiteren Wärmebetrages von dem wärmeren Reservoir auf ein kälteres daneben her. Aus Gl. 9 erkennt man, daß der Nutzeffekt eines solchen Prozesses um so größer ist, je größer die Temperaturdifferenz  $T_2 - T_1$  der beiden Reservoirs und je niedriger die Temperatur  $T_1$  des kälteren Reservoirs ist. Nur im nichtrealisierbaren Grenzfall, daß  $T_1 = 0^\circ$  abs., wird der Nutzeffekt gleich 1 oder gleich 100%.

Man beachte an den vorstehenden Überlegungen, daß es sich um die Gewinnung von Arbeit mit Hilfe eines Kreisprozesses handelt, also eines Vorgangs, bei dem die benutzte Vorrichtung — das Gefäß nebst dem eingeschlossenen Gase — sich am Ende des Prozesses wieder im gleichen Zustand befindet wie am Anfang, und bei dem die einzige Veränderung darin besteht, daß das wärmere Reservoir die Wärmemenge  $Q_2$  verloren, das kältere die Wärmemenge  $Q_1$  aufgenommen hat. Der begrenzte Nutzeffekt, den wir dabei berechnet haben, ist eine Eigentümlichkeit eines solchen Kreisprozesses. Lassen aber wir die For-

derung der Wiederkehr des benutzten materiellen Systems in den Anfangszustand fallen, so ist auch eine restlose Verwandlung von Wärme in Arbeit mittels eines idealen Gases wenigstens theoretisch möglich. Ein Beispiel hierfür liefert der zweite Teilprozeß des CARNOTSchen Kreisprozesses, bei dem die Temperatur des Gases konstant gehalten wird und die zugeführte Wärmemenge  $Q_2$  restlos zur Leistung der Arbeit  $\int p dV$  dient, also zur Fortbewegung des den Gasraum schließenden Stempels gegen einen äußeren Druck, der dem Gasdruck das Gleichgewicht hält. Man kann sich diese Arbeit etwa als Hebung eines Gewichtes  $k = pq$  denken, wenn  $p$  den Gasdruck,  $q$  den Querschnitt des Stempels bedeutet.

**236. Reversible und irreversible Prozesse.** Als reversibel oder umkehrbar bezeichnet man solche physikalischen Prozesse, die in allen Einzelheiten restlos rückgängig gemacht werden können, ohne daß dafür an anderer Stelle in der Natur Veränderungen zurückbleiben. Alle anderen Prozesse heißen irreversibel oder nichtumkehrbar.

Reversible Prozesse sind dadurch gekennzeichnet, daß bei ihnen die Entropie des beteiligten Systems von Körpern konstant bleibt, also nach Gl. 2, § 232,  $\int dS = 0$  ist. Es ist dies ein idealer Grenzfall, der bei keinem Vorgang in der Natur in voller Strenge verwirklicht ist. Alle tatsächlichen Naturvorgänge sind irreversibel. Dies hängt mit der im § 233 besprochenen Tatsache zusammen, daß alle wirklichen Naturvorgänge so verlaufen, daß unwahrscheinliche, d. h. irgendwie geordnete Zustände, sich stets in wahrscheinlichere, also weniger geordnete verwandeln, aber niemals umgekehrt. Es hat dies zur Folge, daß die Entwicklung des Kosmos eine bestimmte Richtung hat und niemals wieder restlos zu früheren Zuständen zurückführen kann. Die Entropie des Weltalls nimmt ständig zu. Im weiteren Verfolg dieses Gedankens kommt man zu dem Schluß, daß die Entwicklung des Weltalls einem Endzustand zustrebt, bei dem diese Entropie ihr Maximum erreicht hat, bei dem also weitere Veränderungen nicht mehr eintreten. Das würde das Ende jedes Geschehens im Weltall bedeuten (sog. Wärmetod).

Besonders augenfällige Beispiele irreversibler Vorgänge sind die Verwandlung von mechanischer Energie in Wärme durch Reibung und der Übergang von Wärme von einem wärmeren auf einen kälteren Körper. Auch der CARNOTSche Kreisprozeß ist irreversibel. Ferner die chemischen Reaktionen, denn sie verlaufen stets in derjenigen Richtung, bei der die Entropie der beteiligten Substanzmengen zunimmt.

**237. Verwandlung von Wärme in Arbeit. Wärmekraftmaschinen.** Für die praktische Verwandlung von Wärme in Arbeit kommen nur solche Vorrichtungen in Frage, welche periodisch arbeiten, in denen also Kreisprozesse vor sich gehen. Eine praktisch verwendbare Maschine, welche sich im Laufe der Zeit dauernd verändert, also nicht periodisch wieder in ihren Anfangszustand zurückkehrt, ist nicht gut denkbar. Für die Wärmekraftmaschinen bleibt daher die Gl. 9 gültig, und zwar nur als eine obere, tatsächlich nie erreichbare Grenze für den erzielbaren Nutzeffekt. Der wirklich erzielte Nutzeffekt, d. h. der Arbeitsbetrag, der in der gewünschten Form gewonnen wird, bleibt stets unter dieser Grenze. Ein oft nicht unerheblicher Teil wird durch Reibung der Maschinenteile aufgezehrt. Ferner wird oft nicht nur Wärme an das kältere Wärmereservoir abgegeben, sondern auch an andere Teile der Umgebung, wodurch sich der Nutzeffekt verschlechtern kann.

Jedenfalls ergibt sich aber aus Gl. 9 die Forderung, daß man die Temperaturen  $T_2$  und  $T_1$ , zwischen denen die Maschine arbeitet, so wählen muß, daß  $T_2$  möglichst groß,  $T_1$  möglichst klein ist. Bezüglich  $T_1$  sind wir aus praktischen

Gründen — die Erzeugung tiefer Temperaturen ist sehr kostspielig — an die gewöhnlichen Temperaturen unserer Umgebung gebunden, wobei noch zu beachten ist, daß sich das kältere Reservoir unter Umständen durch die Aufnahme der Wärmemengen  $Q_1$  mehr oder weniger erwärmt. Das Ziel bleibt daher, die Temperatur  $T_2$  möglichst hoch zu machen.

Als arbeitendes Gas dienen im allgemeinen Wasserdampf (Dampfmaschinen) oder die Verbrennungsgase explosibler Stoffe (Explosionsmotore).

**238. Dampfmaschinen.** Bei den Dampfmaschinen ist das Wärmereservoir von höherer Temperatur ( $T_2$ ) der Kessel, in dem aus siedendem Wasser Dampf erzeugt wird. Es besitzt also eine Temperatur von  $100^\circ$ , wenn man nicht durch besondere Vorrichtungen (Druck) die Siedetemperatur heraufsetzt (§ 222), was zur Erzielung höherer Nutzeffekte meist geschieht. Das kältere Wärmereservoir ist der Kondensator, eine wassergekühlte Vorrichtung, in der sich der Dampf nach erfolgter Arbeitsleistung unter Abgabe seiner latenten Verdampfungswärme kondensiert.

Der Hauptteil der von JAMES WATT erfundenen Kolbendampfmaschine ist der Zylinder  $P$  (Abb. 179a), in dem sich ein dicht schließender Kolben  $T$  mit der Kolbenstange  $A$  hin und her bewegen kann. Diese Hin- und Herbewegung wird dadurch hervorgerufen, daß der vom Kessel herkommende Dampf bald von oben, bald von unten her gegen den Kolben drückt. In der Abb. 179a ist der Kolben noch in Aufwärtsbewegung begriffen gedacht, der Dampf strömt von dem Kessel her durch das Rohr  $x$ , den Schieberkasten  $d$  und das Rohr  $b$  in den unteren Teil des Zylinders. Der obere Teil des Zylinders, der sich bei der Aufwärtsbewegung des Kolbens mit Dampf gefüllt hatte, ist aber durch das Rohr  $a$  und das im Querschnitt gezeichnete Rohr  $O$  mit dem Kondensator verbunden, einem Behälter, der fortwährend mit kaltem Wasser gekühlt wird, so daß sich der Dampf in ihm sofort zu Wasser kondensiert. Infolgedessen besteht in dem oberen Zylinderteil, da der Zylinder ja keine Luft enthält, ein sehr niedriger Druck, der Kolben wird durch den Druck im unteren Teil nach oben getrieben. Durch die Bewegung des Kolbens wird die sog. Steuerung betätigt. Diese bewirkt, daß sich, sobald der Kolben das obere Ende des Zylinders erreicht hat, der Schieber  $y$  derart nach unten verschiebt, daß nunmehr eine Verbindung der unteren Zylinderhälfte durch  $b$  mit  $O$  und dem Kondensator hergestellt wird und eine Verbindung der oberen Hälfte durch  $a$  und  $x$  mit dem Kessel. Infolgedessen kehrt sich die Bewegung nunmehr um und das Spiel wiederholt sich stets von neuem.

Die Kolbenstange überträgt die geleistete mechanische Arbeit. Dabei wird fast stets ihre hin- und hergehende Bewegung zunächst in drehende Bewegung umgesetzt (§ 86).

Bei manchen Dampfmaschinen strömt der Dampf nicht sofort in den Kondensator, sondern erst in einen zweiten, manchmal sogar noch in einen dritten Zylinder, wobei sein Druck ständig abnimmt. Man unterscheidet dann Hochdruck- und Niederdruckzylinder. Eine solche Maschine heißt Verbund- oder Compoundmaschine.

Die Dampfturbinen haben gegenüber der Kolbendampfmaschine den Vorteil, daß sie keine hin- und hergehende, sondern sofort eine drehende Bewegung hervorrufen. Bei einer Dampfturbine strömt der Dampf gegen die sehr zahlreichen Schaufeln eines Rades (Abb. 179b). Der Raum, in den der Dampf

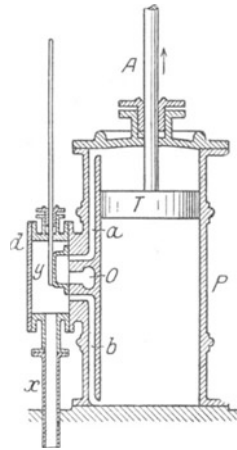


Abb. 179a. Zylinder der Kolbendampfmaschine.

vom Rade abströmt, steht wieder mit einem Kondensator in Verbindung, so daß in ihm ein sehr niedriger Druck herrscht. So wird das Rad durch den einseitigen Druck des dagegen strömenden Dampfes (genauer: durch die bei der Änderung der Strömungsrichtung des Dampfes übertragene Bewegungsgröße) in Drehung versetzt.

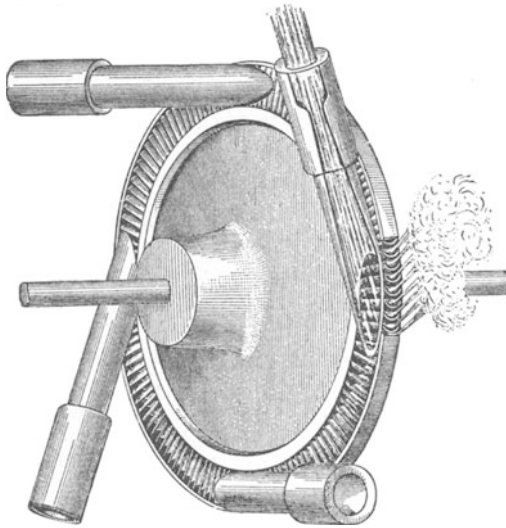


Abb. 179 b. Dampfturbine.

Die Rotationsgeschwindigkeit der Dampfturbinen ist eine sehr hohe. Bei der Verwendung als Schiffsmaschinen muß man zwischen Schiffswelle und Turbine eine Übersetzung einschalten, um eine langsamere Drehung der Welle zu erzielen, da die Umdrehungsgeschwindigkeit der Schiffsschraube im Wasser eine bestimmte Größe nicht überschreiten darf. Für den Antrieb von Dynamomaschinen aber ist die hohe Umdrehungszahl ein besonderer Vorteil.

Bei Dampfmaschinen, welche unter erhöhtem Druck arbeiten, kann die Kesseltemperatur im allgemeinen bis auf etwa  $150^{\circ}$ , d. h.  $423^{\circ}$  abs., steigen. Der Dampfdruck beträgt dann 5 Atmosphären.

(Man ist aber gelegentlich schon bis 12 Atmosphären Druck gegangen.) Rechnet man die Temperatur des Kondensators sehr günstig zu  $40^{\circ}$ , also  $313^{\circ}$  abs., so ergibt sich nach § 235 als günstigster Nutzeffekt einer Dampfmaschine  $110^{\circ}/423^{\circ} = 0,26 = 26\%$ . Doch wird ein so großer Nutzeffekt tatsächlich nie erreicht. Es geht also bei einer Dampfmaschine der weitaus größte Teil, mehr als dreiviertel, der zugeführten Wärmeenergie nutzlos an den Kondensator über. Erst neuerdings hat man angefangen, diese Wärme (sog. Abwärme) bei größeren industriellen Betrieben für Heizungszwecke nutzbar zu machen.

**239. Explosionsmotore.** Sehr viel günstiger ist der Nutzeffekt bei den Explosionsmotoren. Sie beruhen im Prinzip auf der Bewegung eines Kolbens in einem Zylinder durch die Verbrennungsgase des mit Luft gemischten, verdampften Brennstoffs, die sich infolge der bei der Explosion auftretenden großen positiven Wärmetönung (§ 245) sehr stark auszudehnen suchen. Arbeit wird nur bei der einen Bewegungsrichtung des Kolbens geleistet, und zwar bei den Zweitaktmotoren einmal bei jedem Hin- und Hergang, bei den Viertaktmotoren einmal bei jedem zweiten Hin- und Hergang. In den dazwischenliegenden Bewegungsphasen läuft der Motor infolge der Trägheit der mit ihm verbundenen Teile, meist auch eines Schwungrades, weiter.

Die Temperaturen, zwischen denen ein Explosionsmotor arbeitet — nämlich die Temperatur der Verbrennungsgase einerseits und der Außenluft oder des bei größeren Motoren stets verwendeten Kühlwassers andererseits — liegen viel weiter auseinander als bei der Dampfmaschine. Daher ist der theoretische und der praktische Nutzeffekt dieser Motore ein viel günstigerer als der der Dampfmaschinen.

Auf die Einzelheiten kann hier nicht eingegangen werden.

**240. Kältemaschinen.** Indem man das Prinzip der Wärmekraftmaschinen gewissermaßen umkehrt, kommt man zu den sog. Kältemaschinen. Es sind dies

Maschinen, in denen auch Wärme in Arbeit verwandelt wird, aber nicht mit der Absicht auf die Gewinnung der Arbeit, sondern auf die Abkühlung eines Körpers, auf Kosten von dessen Wärmeenergie die Arbeit gewonnen wird. Solche Maschinen dienen z. B. zur Eisgewinnung. Auch die LINDESche Luftverflüssigungsmaschine (§ 229) ist ein Beispiel einer solchen Maschine.

## g) Wärmeaustausch.

**241. Richtung und verschiedene Arten des Wärmeaustausches.** Es ist eine Erfahrungstatsache, die sich auch aus dem zweiten Hauptsatz (§ 232) herleiten läßt, daß, wenn zwei Körper verschiedene Temperaturen haben und imstande sind, Wärme auszutauschen, sich die Temperaturen stets ausgleichen (§ 192). Das bedeutet, daß Wärme stets vom wärmeren zum kälteren Körper strömt, aber nie umgekehrt.

Es gibt drei verschiedene Arten, auf die Wärme von einem Körper zu einem andern übergehen kann.

1. Die Wärmestrahlung. Diese beobachten wir in größtem Maße an der Sonne, von der die Wärme nur auf diesem Wege zu uns kommt. Ferner ist sie bei irdischen Körpern von nicht zu niedriger Temperatur (warmer Ofen) deutlich fühlbar. Die Wärmestrahlung ist mit dem Licht wesensgleich und wird an anderer Stelle behandelt (§ 532 ff.).

2. Die Konvektion. Diese kommt nur in Flüssigkeiten und Gasen vor und besteht darin, daß größere zusammenhängende Teile der betreffenden Substanz sich von einem Ort zum andern bewegen und die in ihnen enthaltene Wärme mit sich führen. Hierher gehört das Aufsteigen der warmen Luft von einem heißen Körper. Die Luftbewegungen in der Atmosphäre sind ein Beispiel in großem Maßstabe. In allergrößtem Umfange finden Konvektionsströmungen jedenfalls in den äußeren Schichten der Sonne und der übrigen Fixsterne statt. Die bei der Konvektion auftretenden Bewegungen haben ihre Ursache meistens darin, daß infolge von Temperaturunterschieden in den einzelnen Teilen einer Flüssigkeit oder eines Gases Dichteunterschiede auftreten, die einen Auftrieb des wärmeren und daher weniger dichten Teils im kälteren und dichteren bewirken.

Eine wichtige technische Anwendung der Wärmekonvektion ist die Warmwasserheizung, bei welcher das im Kessel erwärmte Wasser im Röhrensystem nach den kälteren Stellen wandert. Das Röhrensystem besteht aus den gegen Wärmeverluste möglichst gut geschützten Zuleitungsrohren und den im Gegensatz dazu eigens auf gute Wärmeabgabe konstruierten Heizkörpern. Das Wasser strömt in abgekühltem Zustande von diesen wieder in den Kessel zurück.

Der Ausgleich der Temperaturen im Innern von Gebäuden geschieht fast ausschließlich auf dem Wege der Konvektion. Der „Zug“ in Gebäuden besteht meist aus Konvektionsströmen, welche durch Temperaturdifferenzen zwischen dem Hausinnern und der Außenluft entstehen.

Die wärmende Wirkung der Kleidung und der tierischen Pelze beruht darauf, daß sie eine Konvektion der den Körper umgebenden Luft verhindern. Die schlechte Wärmeleitfähigkeit von Stoffen und Pelzen spielt dabei nur eine untergeordnete Rolle.

3. Die Wärmeleitung, die in den folgenden Paragraphen besprochen wird.

**242. Natur der Wärmeleitung.** Die Wärmeleitung ist eine reine Molekularwirkung. Ist die Temperatur eines Körpers an einer Stelle höher als an einer

unmittelbar benachbarten, so geben die Moleküle der wärmeren Stelle durch Zusammenstöße einen Teil ihrer Energie an die Umgebung ab. Die wärmere Stelle kühlt sich ab, die kältere erwärmt sich; es fließt Wärme von der wärmeren zur kälteren Stelle, so lange, bis sich die Temperaturen, d. h. die mittleren Energien der Moleküle, ausgeglichen haben.

Dies Verhalten ist eine Folge des zweiten Hauptsatzes (§ 232). Denn ein Zustand, bei dem die Molekularenergie über alle Teile eines Körpers oder eines Systems zusammenhängender Körper im Durchschnitt gleichmäßig verteilt ist, bei dem also alle beteiligten Körper auf gleicher Temperatur sind, ist wahrscheinlicher als irgendein anderer Zustand.

Wird innerhalb eines Körpers eine Temperaturdifferenz künstlich aufrechterhalten, z. B. indem man eine Stelle desselben mit einem Körper von hoher Temperatur, etwa einer Flamme, in Berührung bringt, der ihm fortgesetzt Wärme nachliefert, eine andere Stelle mit einem Körper von niedriger Temperatur, etwa der Luft oder einem Gefäß mit kaltem Wasser oder Eis, so fließt durch den Körper ein dauernder Strom von Wärme. Dieses Strömen von Wärme unter der Wirkung einer Temperaturdifferenz hat formal eine große Ähnlichkeit mit dem Strömen einer Flüssigkeit oder eines Gases unter der Wirkung einer Druckdifferenz. Tatsächlich handelt es sich um einen Ausgleich der Molekularenergien durch Zusammenstöße zwischen den aneinander grenzenden, verschieden temperierten Teilen des betreffenden Körpers. Was bei der Wärmeleitung „strömt“, ist nicht Materie, sondern Energie. Man spricht daher in diesem Fall und in andern verwandten Fällen von einer Energieströmung, deren Stärke hier durch die Zahl der Kalorien gegeben ist, die in 1 sec durch den Querschnitt des wärmeleitenden Körpers fließen.

Die Wärmemenge, die in 1 sec durch einen Querschnitt  $q$  fließt, welcher senkrecht zur Richtung  $x$  des größten Gefälles der Temperatur liegt, ist

$$Q = -\lambda q \frac{dT}{dx}. \quad (1)$$

—  $dT/dx$  ist das Temperaturgefälle oder der Temperaturgradient, d. h. die Temperaturabnahme auf je 1 cm in der  $x$ -Richtung.  $\lambda$  ist eine Materialkonstante, die Wärmeleitfähigkeit der betreffenden Substanz. Da bei thermischem Gleichgewicht der Strömung nirgends im Körper eine dauernde Ansammlung von Wärme stattfindet — denn das würde ja eine Temperaturänderung an einer solchen Stelle bewirken —, so ist der Wärmestrom  $Q$  cal/sec in jedem Querschnitt der gleiche, also durch den ganzen Körper konstant, sofern keine Wärme durch seine seitliche Begrenzung abströmt (vgl. durch ein dichtes und ein undichtes Rohr strömendes Wasser).

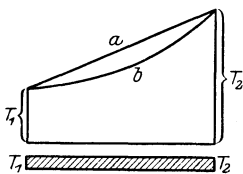


Abb. 180. Wärmeleitung in einem Metallstab.

**243. Wärmeleitung in festen Körpern, Flüssigkeiten und Gasen.** Die Wärmeleitung in einem festen Körper kann z. B. mittels eines Metallstabes demonstriert werden, der einige mit Quecksilber gefüllte Löcher enthält, in welche Thermometer tauchen und der an seinem einen Ende in ein Gefäß mit siedendem Wasser, mit seinem andern Ende in Eis taucht. Hat der Stab überall gleichen Querschnitt  $q$ , so sollte nach Gl. 1  $dT/dx$  überall gleich sein, d. h. die Temperaturdifferenz, die je zwei gleich weit voneinander befindliche Thermometer anzeigen, sollte überall gleich groß sein (Abb. 180, Gerade  $a$ ). Tatsächlich ist das nicht der Fall, da der Stab Wärme nicht nur an seinem kalten Ende abgibt, sondern auch auf seiner ganzen Länge an die Luft. Das führt zu einem Temperaturverlauf, wie er in Abb. 180 durch die gekrümmte Linie ( $b$ ) dargestellt ist. Auch dieser Verlauf läßt sich theoretisch begründen.



Das verschieden große Wärmeleitvermögen, daneben auch die verschieden große spezifische Wärme, sind der Grund dafür, daß sich Körper von gleicher Temperatur, z. B. Zimmertemperatur, verschieden warm anfühlen. Je besser das Wärmeleitvermögen und je größer außerdem die spezifische Wärme des betreffenden Körpers ist, um so größer ist die Wärmemenge, die in 1 sec von der warmen Haut abgeleitet wird, um so schneller kühlt sich also die betreffende Hautstelle ab. Metalle von Zimmertemperatur erscheinen daher kalt, ein Stück Watte nicht. Liegen die Temperaturen über der Hauttemperatur, so kehrt sich die Erscheinung gerade um. Ein Stück Watte von 100° kann man noch anfassen, ein Stück Eisen von 100° aber nicht. Es ist dies eines der vielen Beispiele dafür, wie wenig geeignet der menschliche Körper für quantitative Messungen ist.

Das Wärmeleitvermögen der Flüssigkeiten ist durchweg viel kleiner als das der festen Körper.

Von besonderem Interesse ist die Wärmeleitung der Gase. Eine bemerkenswerte Tatsache ist, daß die Wärmeleitfähigkeit eines Gases bei nicht zu tiefem Druck vom Druck unabhängig ist. Das liegt daran, daß zwar die freie Weglänge der Moleküle mit sinkendem Druck wächst, wodurch der Transport von Molekularenergie begünstigt wird, andererseits aber die Zahl der Moleküle, also der Energieträger, dem Druck proportional ist. Diese beiden Effekte heben sich in ihrer Wirkung auf den Energieaustausch gegenseitig auf. Ist aber der Druck so niedrig, daß die freie Weglänge der Gasmoleküle von der gleichen Größenordnung ist, wie die Abmessungen des das Gas einschließenden Gefäßes, so sinkt die Wärmeleitfähigkeit stark. Die Wärmeleitung durch ein Gas beruht auf einem Energieaustausch zwischen den Molekülen der verschieden temperierten Bereiche des Gases, wird also durch die Molekularbewegung vermittelt. Moleküle der kälteren Bereiche dringen in die wärmeren Bereiche ein und umgekehrt und bewirken so einen Ausgleich der molekularen Energie in ihnen. Die Wärmeleitung der Gase steht daher in nächster Beziehung zu den Erscheinungen der Diffusion (§ 183) und der inneren Reibung (§ 177). Es sind dies im Grunde alles Diffusionserscheinungen.

In Tab. 18 sind die Wärmeleitfähigkeiten einiger Substanzen zusammengestellt.

In anisotropen, d. h. in verschiedenen Richtungen verschieden beschaffenen festen Körpern, wie vielen Kristallen, ist die Wärmeleitfähigkeit von der Richtung abhängig. So leitet z. B. auch Holz merklich besser in Richtung seiner Fasern, als senkrecht dazu.

Besonders schlechte Wärmeleiter sind diejenigen festen Substanzen, welche viel Luft enthalten, in denen die Leitung also wesentlich durch die sehr schlecht leitende Luft besorgt wird, wie z. B. Kork, Watte, Webstoffe.

Eine Folge des geringen Wärmeleitvermögens der Gase, in diesem Falle des Wasserdampfs, ist das sog. LEIDENFROSTSche Phänomen. Ein auf eine ausreichend heiße Metallplatte ( $t > 100^\circ$ ) gebrachter Wassertropfen schwebt eine Zeitlang dicht über derselben, anstatt sofort zu verdampfen, weil ihn die sich im ersten Augenblick unter ihm bildende, die Wärme schlecht leitende Wasserdampfschicht weitgehend vor dem Zustrom von Wärme aus der Platte schützt. Erst wenn sich der Tropfen allmählich durch die Dampfschicht hindurch auf

Tabelle 18. Wärmeleitfähigkeiten einiger Substanzen.

	cal/grad · cm · sec
Aluminium . . . . .	0,48
Blei . . . . .	0,08
Eisen . . . . .	0,14—0,17
Kupfer . . . . .	0,90
Silber . . . . .	1,01
Schiefer . . . . .	0,00081
Holz . . . . .	0,0003—0,0009
Glas . . . . .	0,0014—0,0018
Wasser . . . . .	0,0014
Luft . . . . .	0,000057
Helium . . . . .	0,00034
Wasserstoff . . . . .	0,00032

100° erhitzt hat, verdampft (zerspritzt) er plötzlich. Aus dem gleichen Grunde soll es angeblich gefahrlos sein, schnell mit der Zunge über glühendes Eisen zu lecken.

Da die Wärmeleitung an das Vorhandensein von Materie gebunden ist, so kann sie im Vakuum nicht stattfinden. Auf dieser Tatsache beruht der gute Wärmeschutz (sowohl gegen Abkühlung als auch gegen Erwärmung), den die doppelwändigen sog. Thermosflaschen (WEINHOLDSche oder DEWAR-Gefäße) bieten, bei denen der Zwischenraum zwischen den Wänden gut evakuiert ist.

## h) Wärmequellen. Thermochemie.

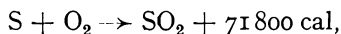
**244. Wärmequellen.** Die wichtigste Wärmequelle ist für uns die Sonne. Sie strahlt in 1 sec etwa  $10^{26}$  cal aus. Dies entspricht einer Leistung von rund  $0,5 \cdot 10^{24}$  PS. Bei senkrechtem Einfall der Sonnenstrahlung fallen auf 1 qcm der Erdoberfläche etwa 1,94 cal/min (sog. Solarkonstante).

Technisch ist heute noch immer die Wärmeerzeugung aus Kohle am wichtigsten. Daneben gewinnt die Wärmeerzeugung auf elektrischem Wege, möglichst unter Ausnutzung der Wasserkräfte, immer mehr an Bedeutung. Alle diese Arten der Wärmeerzeugung gehen letzten Endes auf die Sonnenenergie zurück, denn die in den Kohlen aufgespeicherte Energie ist von den Pflanzen, aus denen die Kohle entstanden ist, aus der Sonnenstrahlung aufgenommen worden, und die Wasserkräfte verdanken ihren Ursprung ebenfalls der Sonnenstrahlung, welche diejenigen atmosphärischen Vorgänge hervorruft, die die Hebung des Wassers auf ein höheres Niveau bewirken.

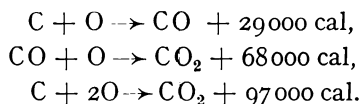
**245. Thermochemie.** Die Wärmeerzeugung durch Verbrennung von Kohle ist nur ein Beispiel für viele andere chemische Vorgänge, bei denen Wärme frei wird. Man unterscheidet endotherme und exotherme chemische Vorgänge. Ein endothermer Prozeß ist ein solcher, der nur vor sich geht, wenn den beteiligten Substanzen von außen Wärme zugeführt wird, also nur unter Aufnahme von Wärme. Bei den exothermen Prozessen dagegen wird nach außen hin Wärme abgegeben. Hierher gehören die gewöhnlichen Verbrennungen mit dem Sauerstoff der Luft.

Ob ein Vorgang endotherm oder exotherm verläuft, richtet sich danach, ob in den Molekülen, welche bei dem chemischen Prozeß neu gebildet werden, die innere Energie größer (endotherme Prozesse) oder kleiner (exotherme Prozesse) ist als vorher in den Molekülen, aus denen sie entstanden.

Man kann den thermischen Effekt bei einem chemischen Prozeß in Gleichungsform darstellen, z. B. bedeutet die Gleichung



daß bei der chemischen Verbindung von 1 Grammatom Schwefel mit 2 Grammatomen (1 Mol) Sauerstoffgas zu Schwefeldioxyd 71800 cal frei werden. Diese Wärmemenge heißt die Wärmetönung des betreffenden chemischen Prozesses. Sie ist bei exothermen Prozessen positiv, bei endothermen negativ und unabhängig von dem Wege, auf dem eine chemische Verbindung aus ihren Bestandteilen zustande kommt. So ist z. B.



Man sieht, daß man die letzte Gleichung auch durch Addition der beiden ersten erhalten kann. Es ist also, wie das auch das Energieprinzip verlangt, energetisch gleichgültig, ob man zunächst aus Kohlenstoff und Sauerstoff Kohlenoxyd und dann aus diesem und Sauerstoff Kohlensäure herstellt oder gleich aus Kohlenstoff und Sauerstoff Kohlensäure.

### i) Physik der Atmosphäre<sup>1)</sup>.

**246. Allgemeine Eigenschaften der Atmosphäre.** Das Gesetz der Luftdruckabnahme mit der Höhe ist bereits in § 120 abgeleitet worden. Über die Höhe, bis zu der man von dem Vorhandensein einer Atmosphäre sprechen muß, geben uns Dämmerungserscheinungen, Nordlichter, Sternschnuppen und Meteore Auskunft, für deren Auftreten Gase in noch wirksamer Dichte Vorbedingung sind. Die Höhenmessungen dieser Erscheinungen reichen bis zu 300—500 km.

In Bodennähe besteht die atmosphärische Luft aus einem Gasgemenge, welches sich aus 78 Volumprozenten Stickstoff, 21% Sauerstoff und einem Rest anderer Gase zusammensetzt. Aus den Analysen haben sich folgende genauere Zahlen für die Beteiligung der einzelnen Gase ergeben:

Stickstoff . . . . .	78.03 %	Wasserstoff . . . . .	0.01 %
Sauerstoff . . . . .	20.99 %	Neon . . . . .	0.0015 %
Argon . . . . .	0.94 %	Helium . . . . .	0.00015 %
Kohlensäure . . . . .	0.03 %		

Hierzu tritt noch Wasserdampf, der aber im Gegensatz zu den vorgenannten Bestandteilen in stets wechselnder Menge gefunden wird, so daß ihm eine Sonderstellung zukommt. Seine Beimengung zur Luft, die sog. Luftfeuchtigkeit und deren Verhalten, erfordert deshalb gesonderte Betrachtung.

Auf theoretischem Wege, nämlich mit der Annahme, daß der Partialdruck jedes Gases für alle Höhen nach Gl. 15 (§ 119) zu berechnen wäre, versuchte man früher der Frage nach der Zusammensetzung der Atmosphäre in der Höhe beizukommen. Danach würden unter Berücksichtigung des Molekulargewichtes der einzelnen Bestandteile der Atmosphäre oberhalb 80 km die schweren Gase praktisch verschwunden sein, und in genügend großer Höhe würde das leichteste Gas die Alleinherrschaft haben, wie klein auch sein Anteil an dem Gasgemisch der untersten Schichten sein mag. Solche Betrachtungen würden indessen nur für eine Atmosphäre Gültigkeit haben können, die sich in vollkommener Ruhe befindet. Demgegenüber haben die neueren Untersuchungen des Nordlichtspektrums noch für die Höhe der Polarlichter das Vorhandensein von Stickstoff und Sauerstoff nachgewiesen. Also sind Mischvorgänge bis in diese großen Höhen hinauf wirksam. In hohen Schichten der Atmosphäre muß ferner ein verhältnismäßig starker Ozongehalt vorhanden sein, da Sonnen- und Sternspektren im Ultraviolett bei Wellenlängen endigen, die vom Ozon absorbiert werden, das in Bodennähe ja fast fehlt (§ 523).

Außerordentlich wichtig ist das Verhalten der Atmosphäre gegenüber der Sonnenstrahlung. Von der an der gedachten Grenze der Atmosphäre ankommenden Wärmestrahlung<sup>2)</sup> wird nur ein kleiner Bruchteil (etwa 20%) von der Atmosphäre direkt absorbiert, und zwar sind es hauptsächlich die langwelligen Strahlungsgattungen, die vom Wasserdampf- und Kohlensäuregehalt der Atmosphäre auf-

<sup>1)</sup> Bearbeitet von W. KÖNIG, Berlin.

<sup>2)</sup> Vgl. § 244. Die Solarkonstante ist, wie neuerdings festgestellt worden ist, nicht streng konstant, sondern unterliegt kleinen Schwankungen.

genommen werden. Dagegen werden etwa 40% der ankommenden Strahlung durch Reflexion an Wolken oder durch diffuse Zerstreung in den Weltenraum zurückgeworfen, gehen also der Erde und ihrer Atmosphäre ganz verloren, während die restlichen, hauptsächlich aus kurzwelliger Strahlung bestehenden 40% entweder direkt oder diffus zerstreut zur Erdoberfläche gelangen, ohne zunächst die Temperatur der Luft zu beeinflussen. Trotzdem spielt dieser Betrag, der also doppelt so hoch ist, wie die von der Lufthülle direkt absorbierte Wärmemenge, die Hauptrolle im Wärmehaushalt der Atmosphäre. Er dient nämlich zur Temperaturerhöhung der Erdoberfläche und kommt dann mittelbar der Luft doch noch zu gute, und zwar entweder in langwellige Strahlung umgewandelt, die, von der Erdoberfläche ausgehend, in der Luft absorbiert werden kann, oder auf die unten beschriebene Art und Weise.

**247. Die Lufttemperatur.** Zwischen der Temperaturverteilung, wie sie sich aus den astronomischen Grundlagen der Bestrahlung durch die Sonne errechnet, und den wirklichen Verhältnissen auf der Erde, bestehen recht große Unterschiede, nur in groben Zügen ist noch die allgemeine Temperaturabnahme vom Äquator zu den Polen hin festzustellen. Die vermittelnde Rolle der Erdoberfläche, von der eben die Rede war, bringt es mit sich, daß sich die Lufttemperatur der untersten Höhenkilometer stark der Temperatur der Unterlage anpaßt. Da nun festes Land große Temperaturoegensätze zwischen Tag und Nacht, noch größere zwischen Sommer und Winter aufweist, so macht die Lufttemperatur diese Schwankungen über Land in etwas vermindertem Maße mit, über großen Wasserflächen halten sich demgegenüber die Temperaturänderungen in sehr engen Grenzen. So übt die Verteilung von Land und Wasser auf der Erdoberfläche stärksten Einfluß auf die horizontale Verteilung der Lufttemperaturen aus. Der zweite wichtige Faktor, welcher modifizierend auf diese Verteilung einwirkt, ist die ständige Bewegung der Luftmassen, durch welche Temperatureinflüsse über weite Strecken der Erde hin übertragen werden. Die Gesamtwirkung des allgemeinen Luftkreislaufs äußert sich in einer starken Abschwächung der Temperaturunterschiede auf der Erde, wie sie nach den Strahlungsverhältnissen auftreten müßten.

Allgemein bekannt ist die Abnahme der Lufttemperatur nach oben hin, doch lehren die Beobachtungen aus der freien Atmosphäre, die mit Hilfe von Ballons gewonnen werden, daß im Temperaturenbau der Atmosphäre eine wichtige Schichtgrenze vorhanden ist, welche den unteren, etwa 9—16 (in Europa rund 10) km mächtigen Teil mit Temperaturabnahme nach oben (Troposphäre genannt) deutlich von den darüberliegenden Schichten (Stratosphäre) trennt, in denen mit wachsender Höhe keine wesentliche Temperaturänderung mehr gefunden wird. Man erklärt diese Tatsache so, daß die Temperatur der Stratosphäre nur noch durch den Strahlungshaushalt der Atmosphäre bestimmt wird, der hier Gleichgewicht zwischen Aufnahme und Abgabe der Strahlungsenergien ergibt, während die auf die Troposphäre beschränkte starke vertikale Durchmischung der Luftmassen das Strahlungsgleichgewicht nicht zur Ausbildung kommen läßt. Für die unteren Kilometer würde das Strahlungsgleichgewicht zuerst eine sehr rasche, dann allmählich abklingende Temperaturabnahme mit der Höhe bedeuten, in Wirklichkeit aber beobachtet man in den ersten 3 km durchschnittlich 0,5° Temperaturabnahme pro 100 m Erhebung, darüber bis zur Stratosphärenengrenze etwas mehr. Hier geben andere Faktoren den Ausschlag. Alle Vertikalbewegungen der Atmosphäre wirken sich infolge der adiabatischen Temperaturänderungen (§ 210), die den Druckänderungen bei vertikaler Bewegung entsprechen, im Sinne einer Temperaturabnahme nach oben aus. Die außerordentlich wichtige und allgemeine Bedeutung dieser Tat-

sache erhellt daraus, daß auch alle horizontalen Bewegungen der Luft — und solche fehlen fast nie — mit vertikalen Versetzungen verknüpft sind. Auch die Einflüsse der Erdoberfläche sind keineswegs auf die Strahlung beschränkt. Eine ganz dünne Luftschicht, die der Erdoberfläche aufliegt, erfährt Temperaturänderungen durch Wärmeleitung. Im Falle der Abkühlung bleiben dann die durch Temperaturniedrigung dichter und schwerer gewordenen Luftmassen am Boden liegen, anders aber im Falle der Erwärmung. Da die erwärmten Luftteilchen spezifisch leichter werden, steigen sie empor und räumen ihren Platz anderen zum Ersatz herabsinkenden Luftteilchen ein. Diese Konvektionsströme (§ 241) führen trotz der adiabatischen Abkühlung der Luft beim Aufsteigen die von der Unterlage aufgenommene Wärme rasch in beträchtliche Höhen, in unseren Breiten an heiteren Sommertagen bis etwa 1 km, in den Tropen bis etwa 4 km hinauf. Die vorher angegebenen Zahlenwerte für die Temperaturabnahme in der Troposphäre sind noch von dem Feuchtigkeitsgehalt der Luft mit beeinflußt, sie gelten außerdem nur für mittlere Zustände. Die wechselnde Temperaturabnahme mit der Höhe gewinnt für die Bewegungsvorgänge und damit für das Wetter eine ausschlaggebende Bedeutung.

**248. Luftfeuchtigkeit. Kondensationserscheinungen.** Die in der Luft enthaltene Wasserdampfmenge können wir in Millimeter Quecksilberdruck angeben; die Sättigungsdrucke des Wasserdampfes in ihrer Abhängigkeit von der Temperatur wurden in Tab. 14a (§ 221) mitgeteilt. Nur selten herrscht jedoch in den unteren Luftschichten Sättigung, und der Unterschied zwischen der jeweils vorhandenen Wasserdampfmenge und dem zur herrschenden Temperatur gehörigen Sättigungswert spielt eine so große Rolle, daß man zu seiner Kennzeichnung besondere Begriffe eingeführt hat. Die relative Feuchtigkeit gibt das Verhältnis des vorhandenen Dampfdruckes zu dem der herrschenden Temperatur entsprechenden Sättigungsdruck in Prozenten an; das Sättigungsdefizit bezeichnet die Differenz der beiden Größen. Beispiel: Beobachteter Dampfdruck 13,2 mm, Lufttemperatur 20° C, relative Feuchtigkeit 75%, Sättigungsdefizit 4,3 mm (Sättigungsdruck bei 20° 17,5 mm).

Wird die Temperatur der feuchten Luft erniedrigt, so wird das Sättigungsdefizit geringer, und die relative Feuchtigkeit steigt. Die Temperatur, bei welcher der herrschende Dampfdruck dem Sättigungsdruck gleich wird, nennt man Taupunkt. Sinkt die Temperatur unter diesen, so kommt der über den Sättigungsdruck überschießende Wasserdampf zur Kondensation.

Zur Messung der Luftfeuchtigkeit stehen mehrere Methoden zur Verfügung. Man kann einem bestimmten Luftvolumen durch Trockensubstanzen den Wasserdampf entziehen und dessen Menge durch Wägungen absolut bestimmen, ein umständliches Verfahren, welches nur zur Kontrolle der indirekten Methoden verwendet wird. Ferner kann man bei künstlicher Abkühlung blank polierter Oberflächen gut den Anfang des Beschlagens, durch gleichzeitige Temperaturbestimmung also den Taupunkt der umgebenden Luft feststellen, der den herrschenden Dampfdruck ergibt. Im sog. Hygrometer verwendet man zur Messung der Luftfeuchtigkeit Haare, welche die Eigenschaft haben, bei wechselnder Feuchtigkeit ihre Länge zu verändern. Diese Instrumente müssen bei bekannten Feuchtigkeitswerten geeicht werden und gestatten dann, an einer Teilung die relative Feuchtigkeit direkt abzulesen. Sie bedürfen indessen häufiger Kontrolle und Neujustierung, sind deshalb wenig geeignet für solche Zwecke, bei denen ein stets gebrauchsfertiges Instrument benötigt wird. Ein solches steht dagegen im Psychrometer zur Verfügung. Bei diesem wird der Wärmeverbrauch bei der Verdampfung des Wassers zur Bestimmung der Feuchtigkeit ausgenutzt. Von zwei gleichen Thermometern ist das Gefäß des einen mit einer

dünnen Stoffhülle überzogen, die mit Wasser getränkt wird. Ist die Luft nicht mit Feuchtigkeit gesättigt, so findet von der feuchten Hülle Verdunstung statt, und ein Teil der Verdampfungswärme (§ 220) wird dem Thermometergefäß entzogen, so daß das sog. „feuchte Thermometer“ seinen Stand erniedrigt. An dem anderen, dem sog. „trockenen Thermometer“ wird gleichzeitig die Lufttemperatur abgelesen. Da die Verdampfungsgeschwindigkeit und damit der Wärmeverbrauch von dem Sättigungsdefizit abhängt, so kann aus dem Unterschied der beiden Thermometerangaben ein Schluß auf die Luftfeuchtigkeit gezogen werden. Zum praktischen Gebrauch hat man Tafeln entworfen, aus denen man sofort für jede Differenz in den Angaben beider Thermometer die relative Feuchtigkeit wie auch den herrschenden Dampfdruck entnehmen kann. Beim ASSMANNschen Aspirations-Psychrometer wird durch einen Ventilator ein gleichmäßiger Luftstrom an den Thermometergefäßen vorbeigeführt, um den störenden Einfluß wechselnder Windgeschwindigkeit bei dem Verdampfungsvorgang auszuschalten.

Von der räumlichen Verteilung des Dampfdruckes sei hier nur erwähnt, daß er mit der Höhe rasch abnimmt und schon in 8000 m auf rund 1% seines Bodenwertes gesunken ist, so daß sich darüber praktisch genommen kein Wasserdampf mehr vorfindet. Ganz unregelmäßig erweist sich die Anordnung der relativen Feuchtigkeit, an deren Verhalten die Entstehung der Kondensationsprodukte geknüpft ist.

Erniedrigt sich die Temperatur der Erdoberfläche unter den Taupunkt der auflagernden Luft, so kommt es je nach der herrschenden Temperatur zu Tau- oder Reifbildungen. Abkühlung bodennaher Luftschichten selbst unter den Taupunkt erzeugt Nebel. Bei unseren Herbstnebeln ist die Abkühlung der Luft meist auf Ausstrahlung zurückzuführen; die meisten Seenebel verdanken ihre Entstehung dem Umstand, daß kalte Luft über warmes Meerwasser streicht.

Die Wolken sind die sichtbaren Kondensationsprodukte höherer Luftschichten. Ihr Schweben erklärt sich leicht aus dem geringen Gewicht der Wolkenteilchen, welche infolge der Luftreibung nur minimale Fallgeschwindigkeit erreichen können (§ 177). Die Mehrzahl der Wolken besteht aus Wassertröpfchen, auch bei Temperaturen bis weit unter den Gefrierpunkt handelt es sich häufig um unterkühlte Tröpfchen flüssigen Wassers (§ 212). Da der Sättigungsdruck über stark konvex gekrümmten Oberflächen größer ist, als über ebenen Wasserflächen, bedarf es zur Bildung der Kondensationströpfchen einer Übersättigung nach der gewöhnlichen Definition, die sich auf die Verhältnisse über ausgedehnten Wasserflächen bezieht. Der Beginn der Kondensation vollzieht sich in der freien Atmosphäre an Kondensationskernen, die aus Staub-, über den Ozeanen aus Salzteilchen bestehen können, vor allem aber auch aus Spuren nitroser Gase, welche so stark hygroskopisch sind, daß sie schon vor der Sättigung Wasserdampfmoleküle an sich ziehen und mit ihnen eine wäßrige Lösung bilden. Die höchsten Wolken von faserigem Aussehen bestehen immer aus Eiskristallen, die sich durch Sublimation (§ 226) bilden.

Da der Sättigungsdruck über Eis etwas niedriger als der über Wasser ist, sind in der freien Atmosphäre mehrere Zustände von Sättigung oder Übersättigung zu unterscheiden. Ist geringe Übersättigung in bezug auf Eis vorhanden, bilden sich Wolken, die aus Vollkristallen bestehen. Bei etwas stärkerer Übersättigung entstehen Kristallskelette, indem die Ecken der Kristalle ausschließen, das sind die Anfänge der Schneesterne. Steigt die Übersättigung in bezug auf Eis noch weiter, so bilden sich sog. Sphärokristalle, die Urformen der Graupeln. Tritt nun noch Übersättigung in bezug auf Wasser hinzu, so daß auch Tröpfchen kondensieren, so lagern sich letztere den Graupelkörnern an, erstarren und vergrößern

die Graupeln. Der Hagel hat ein Graupelkorn zum Kern, das von klaren, glasigen Eisschalen umgeben ist. Letztere verdanken ihre Entstehung einer lebhaften Kondensation auf der Oberfläche des Eiskügelchens, die dann einsetzen muß, wenn das kalte Graupelkorn in warme Luftschichten gerät und dabei starke Übersättigung in seiner Umgebung schafft. Gefrieren der wäßrigen Hülle tritt ein, wenn das Hagelteilchen wieder in kalte Schichten gerät, was bei den einen Hagelfall begleitenden lebhaften Vertikalbewegungen leicht möglich ist. Beim großtropfigen Regen ist es zu einer Vereinigung von kleineren Kondensations-tröpfchen gekommen, die dann so schwer geworden sind, daß sie durch ihr Gewicht zur Erde gezogen werden.

Zu fast allen Niederschlägen bedarf es starker Kondensation und damit beträchtlicher Abkühlung der Luft. Diese wird bei der Mehrzahl der Niederschläge adiabatisch, nämlich durch die beim Emporsteigen der Luft erfolgende Expansion wegen der damit verbundenen Druckerniedrigung verursacht.

**249. Bewegungen der Luft.** Der gewöhnliche Wind, die horizontale Luftbewegung, sucht die im gleichen Niveau entstandenen Luftdruckunterschiede auszugleichen. Seine Stärke ist deshalb im stationären Zustand und bei Vernachlässigung der Reibung dem Luftdruckgefälle proportional. Wie alle Bewegungen auf der Erde unterliegen nun die bewegten Luftmassen der ablenkenden Kraft der Erdrotation (§ 54), so daß ihre Bahn über die Erdoberfläche nicht in Richtung des stärksten Druckgefälles, sondern auf der Nordhalbkugel mit einer Abweichung nach rechts, auf der Südhalbkugel mit einer solchen nach links verläuft. In höheren Luftschichten, wo fast keine Reibung mehr stattfindet, ist diese Beeinflussung so groß, daß der Ablenkungswinkel  $90^\circ$  erreicht, daß also die Bewegung der Luft senkrecht zur Richtung des steilsten Gefälles, mithin in Richtung der Linien gleichen Drucks (Isobaren) vor sich geht. Dadurch wird die Erhaltung von Luftdruckunterschieden sehr begünstigt.

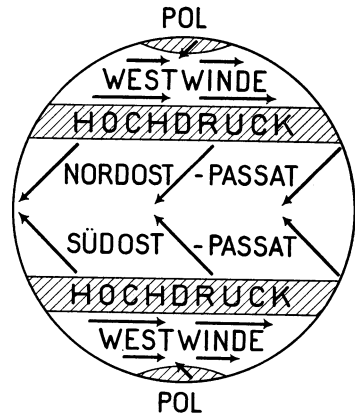


Abb. 181.  
Schema des allgemeinen Luftkreislaufs.

Die Luftdruckunterschiede sind zum großen Teil auf Temperaturunterschiede in der Atmosphäre zurückzuführen. Temperaturerhöhung an einer Stelle der Erde dehnt die Luftsäule dort nach oben hin aus, erhöht dabei in einem bestimmten oberen Niveau den Druck durch die Hebung von Luft über dieses Niveau, so daß nun Abfluß nach der Seite stattfinden muß. Am Boden des Luftmeeres macht sich diese Massenverlagerung im Sinken des Drucks an der erwärmten Stelle und in Drucksteigerung in der Gegend des oberen Zuflusses bemerkbar, was wiederum Luftversetzungen auch in den unteren Schichten zur Folge hat.

Treten keine Störungen hinzu, so entwickelt sich eine geschlossene Zirkulation in dem eben geschilderten Sinne. Wir können eine solche bei den zwischen Tag und Nacht wechselnden Land- und Seewinden, die an der Erdoberfläche tagsüber Luft in das erwärmte Land hinein, nachts von dem abgekühlten Land seewärts führen und in der Höhe von Gegenströmungen begleitet sind, beobachten. Die Monsune sind in gleicher Weise jahreszeitlich wechselnde Land- und Seewinde. Bis zu einem gewissen Grade wird auch der allgemeine Kreislauf der Luftmassen auf der Erde von diesem Zirkulationsschema beherrscht. In den Passaten (Abb. 181) sehen wir den durch die Erdrotation abgelenkten unteren Zustrom von Luft in die wärmsten äquatornahen Gegenden der Erde, dort kommt

die Luft zum Aufsteigen, um in der Höhe in den Gegenpassaten wieder polwärts abzufließen. Allerdings erstreckt sich die Zirkulation nun nicht bis zu den Polen, sondern findet bereits in etwa 30° Breite (Roßbreiten) ihr Ende, da aus den Gegenpassaten hier durch die ablenkende Kraft der Erdrotation schon fast reine Westwinde geworden sind, die auf den Abfluß vom Äquator her stauend wirken und Hochdruckgürtel erzeugen. Von diesen Hochdruckgebieten werden außer den Passaten auch die Westwinde der unteren Schichten in den gemäßigten Breiten gespeist. Erst an den Polen, den Kältezentren, entstehen wieder kleinere Hochdruckgebiete, von denen kalte Luft, sich nach der Seite hin ausbreitend, abfließt. Diese schematische Anordnung der Druckverteilung und der großen Strömungen des allgemeinen Luftkreislaufes erleidet zwar durch die unregelmäßige Verteilung von Land und Meer auf der Erdoberfläche sowie durch störende Einflüsse, die mit der Zeit wechseln können, die mannigfachsten Abänderungen, läßt sich aber trotzdem fast stets noch bis zu einem gewissen Grade erkennen.

Von ausschlaggebender Bedeutung für die Witterungsvorgänge werden die Vertikalbewegungen in der Atmosphäre, da ja die Expansion aufsteigender Luft zur Kondensation führt, die adiabatische Erwärmung herabsteigender Luft dagegen zur Austrocknung. Der Regenreichtum an den Luvseiten der Gebirge, die Regenarmut ihrer Leeseiten zeigt uns deutlich diese Folgeerscheinungen. In besonderen Fällen wird das Herabsinken der Luft vom Gebirge durch Fallwinde noch stärker bemerkbar, die den Namen Föhn tragen und die adiabatische Zustandsänderung durch die Wärme und Trockenheit der unten ankommenden Luft erkennen lassen.

Die wichtigsten vertikalen Bewegungen in der freien Atmosphäre sind folgende: Luftmassen kleineren Umfangs, die einen beträchtlichen Temperaturüberschuß über ihre Umgebung aufweisen, erlangen einen Auftrieb und strudeln empor, die einzelnen Haufenwolken sind sichtbare Zeugen solchen Aufquellens der Luft. Der Aufstieg geht so weit, bis durch Expansion die Temperatur der aufsteigenden Luft der der Umgebung gleich geworden ist, das vertikale Temperaturgefälle längs der Aufstiegstrecke bestimmt auch die Geschwindigkeit des Emporsteigens. Vertikalbewegungen ausgedehnter Luftmassen finden an Grenzflächen der Atmosphäre statt, die häufig zwei Luftkörper verschiedener Dichte sprunghaft voneinander trennen. Solche Grenzflächen entstehen, wenn zwei Luftkörper verschiedener Herkunft, die ihre Eigenschaften nur langsam geändert haben, infolge der Strömungsverhältnisse aneinander geführt werden. Da diese Grenzflächen der Regel nach schräg liegen, verschieben sich die Massen der leichteren Luft an denen der schwereren ähnlich wie an Gebirgsabhängen.

Fast alle Bewegungen der Luft vollziehen sich in turbulenter Strömungsform. Zum Teil erzwingen Unebenheiten der Erdoberfläche diese ungeordnete Bewegung, daneben sorgt auch die vertikale Anordnung der Temperaturen häufig dafür, daß sich den horizontalen Luftversetzungen auf- und absteigende Bewegungen beigesellen. Je größer das Temperaturgefälle nach oben hin, desto lebhafter werden letztere und damit die turbulente Durchmischung.

**250. Das Wetter.** In manchen Gegenden der Erde, so in den Passatzonen, gibt es fast keine Änderung des Wetters, in anderen, z. B. in den Monsungebieten, wechselt die Witterung nur jahreszeitlich, bei uns in den gemäßigten Zonen dagegen sehr häufig und unregelmäßig. Man ist erst durch Einführung der sog. synoptischen Arbeitsmethode, d. h. durch die Darstellung gleichzeitiger Vorgänge über größeren Gebieten der Erde auf Wetterkarten, zu einem besseren Verständnis unserer Wettervorgänge gekommen. Auf den Wetterkarten (vgl. das Beispiel Abb. 182) wird außer den Witterungszuständen von einzelnen Beobachtungsstellen vor allem die Luftdruckverteilung durch Isobaren (Kurven gleichen Druckes)



zur Anschauung gebracht, und man findet auf Wetterkarten aufeinanderfolgender Tage in der Regel eine Verschiebung der Witterungsvorgänge mit den Gebieten tiefen und hohen Luftdruckes. In den gemäßigten Zonen geht diese Wanderung fast stets dem allgemeinen Luftkreislauf entsprechend von Westen nach Osten vor sich, nicht selten unter wellenartigen Änderungen des Luftdrucks, indem Hoch- und Tiefdruckgebiete einander ablösen.

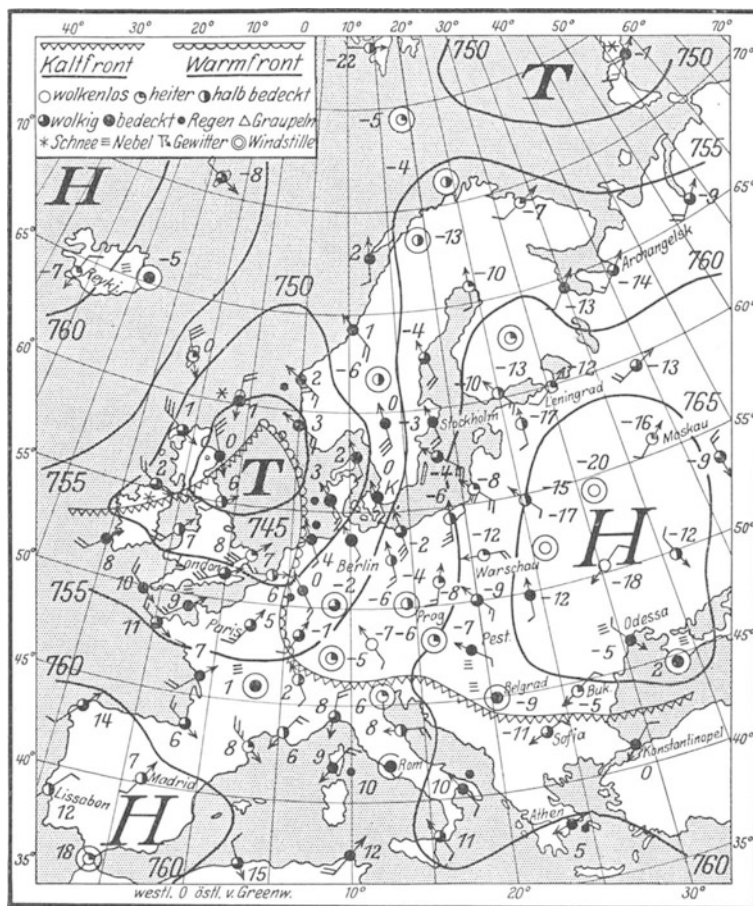


Abb. 182. Beispiel einer winterlichen Wetterkarte.

Die Wetterkarten der üblichen Form veranschaulichen durch Isobaren für das Meeresniveau die Luftdruckverteilung eines bestimmten Zeitpunktes. Auf dem hier wiedergegebenen Beispiel ist ein gut entwickeltes Tiefdruckgebiet (auch Zyklone genannt) über Westeuropa, ein deutliches Hochdruckgebiet über Osteuropa zu erkennen. Die Winde an den einzelnen telegraphisch meldenden Beobachtungsstellen sind durch Pfeile dargestellt, deren Befiederung die Windstärke ablesen läßt, die Lufttemperaturen sind in Zahlen neben den Stationskreisen vermerkt. Eine durch den Kern der Zyklone *T* verlaufende gezackte Linie gibt die Grenze zwischen Luftkörpern verschiedener Herkunft und Temperatur an. Im Tiefdruckgebiet dringt die warme Luft im sog. warmen Sektor mit spitzwinkliger Begrenzung in die kalte Luftmasse hinein vor. Diese Anordnung der Temperatur in Verbindung mit den Strömungsverhältnissen ergibt wichtige Schlußfolgerungen über den vertikalen Aufbau der Atmosphäre im Tiefdruckgebiet, über Einzelheiten der Witterung an den Grenzflächen der Luftkörper und über das Verhalten der gesamten Zyklone.

Der Luftdruck ist indessen nicht bestimmend für das Wetter, die Beschriftung der Barometer mit Wetterangaben daher irreführend, vielmehr sind die Druckänderungen meist nur Begleiterscheinungen anderer Vorgänge, deren Wesen es zu erforschen gilt. Man kann häufig wesentlich tiefer in das Verständnis der

Dinge eindringen, wenn man die Luftströmungen und damit die Massenversetzungen in der Atmosphäre betrachtet. Die großen Luftströme bringen nämlich die Eigenschaften der Luft, Temperatur, Feuchtigkeitsverhältnisse, mehr oder weniger starken Staubgehalt u. a. aus den Gebieten ihrer Herkunftsstätten mit und verpflanzen somit Wettereigentümlichkeiten in andere Gegenden. Besondere Wettervorgänge aber kommen da zur Entwicklung, wo Luftströme verschiedener Eigenschaft und Herkunft miteinander in Berührung treten. Es ist oben schon erwähnt worden, daß sie sich dann nicht einfach vermischen, sondern aneinander längs Grenzflächen verschieben. Strömt nun warme Luft gegen kältere an, so gleitet sie vermöge ihrer geringeren Dichte an der schrägliegenden Grenzfläche der kalten Luft empor. Ähnlich wie beim Aufsteigen zu einem Gebirge treten dabei Kondensationserscheinungen, Wolken und Niederschläge auf, in diesem Falle Schichtwolken und länger anhaltende gleichmäßige Niederschläge, die durch die darunterliegende kalte Luft hindurch zum Boden fallen. Dringt dagegen kalte Luft gegen warme vor, so drängt sie sich kraft ihrer größeren Dichte keilförmig unter die warme, preßt letztere empor, so daß ebenfalls Wolken und Niederschläge entstehen, diesmal aber infolge des ungestümeren Vordringens der Kaltluft hochgetürmte, geballte Wolkenmassen und kürzere, dafür aber auch stärkere Niederschläge. Außerdem führt der Kaltlufteinbruch eine böenartige Verstärkung des Windes herbei. Man nennt die Schnittlinien der Grenzfläche zwischen zwei Luftkörpern mit dem Erdboden, im Falle vordringender Kaltluft also deren vordersten Rand, eine Kaltfront, im Falle vordringender warmer Luft also die Linie, von der aus das Emporgleiten der warmen Luft über die kältere beginnt, eine Warmfront.

In den Tiefdruckgebieten werden häufig Luftkörper verschiedener Herkunft aneinandergeführt, wobei sich Bilder ähnlich dem unseres Wetterkartenbeispiels ergeben, welches beide Arten von Fronten aufweist. Das gewöhnliche Schicksal der in die Tiefdruckgebiete hineingeführten Warmluftmassen ist ihre schließliche Verdrängung durch kältere Luft nach oben, wobei sich dann ihr Vorhandensein in der Höhe noch durch das Anhalten ihrer Kondensation und dementsprechend durch Schlechtwettergebiete bemerkbar macht. Der bei uns vorherrschende veränderliche Wettercharakter verdankt seine Entstehung dem sich ständig wiederholenden Zusammentreffen kalter und warmer Luftkörper, die aus verschiedenen geographischen Breiten in die mit dem großen Weststrom schwimmenden Tiefdruckgebiete hineingezogen werden, um mit ihm ostwärts zu triffen.

In der Mehrzahl der Fälle gelingt es, aus einer sorgsamten Analyse der Wetterlage und unter Zuhilfenahme von Erfahrungsregeln die Weiterentwicklung der eingeleiteten Witterungsvorgänge richtig abzuschätzen und so eine wissenschaftlich begründete Wettervorhersage aufzustellen. Doch gestattet diese Methode wegen des häufigen Hinzutretens neuer Erscheinungen im allgemeinen nur eine Voraussicht auf kurze Zeit, deren Dauer sich nur selten über einen Tag hinaus erstrecken kann.

Länger anhaltende Wettereigentümlichkeiten, wie trockene Sommer, kalte Winter u. dgl. gehen immer mit merkbareren Abweichungen des allgemeinen Luftkreislaufs vom normalen Verhalten einher, die sich am deutlichsten in den großen Zügen der Luftdruckverteilung widerspiegeln. Man spricht dann von einer Änderung der Großwetterlage, die Ursachen der mannigfaltigsten Art haben kann. Durch Änderungen in der zugestrahlten Sonnenenergie, durch anormale Temperatur und Erstreckung von Meeresströmungen, durch Wechsel in Schneebedeckung und Bodenfeuchtigkeitsgehalt der Festländer, durch die Eisverhältnisse in den Polargebieten, aber auch durch alle anderen Faktoren, die Einfluß auf die Tem-

peratur- und Feuchtigkeitsverhältnisse gewinnen, können Störungen des allgemeinen Luftkreislaufs hervorgerufen werden, ohne daß man im Einzelfall schon in der Lage ist, die wahre Ursache anzugeben. Eine wissenschaftliche Vorhersage des Witterungscharakters ganzer Jahreszeiten ist deshalb heute noch ganz unmöglich.

Das ständige Ineinandergreifen aller Elemente, die Auswirkung jeder Einzelursache auf alle im Bereich der Möglichkeit liegenden Erscheinungen und deren Übertragung auf entfernte Gebiete der Erde macht die Witterungsgeschehnisse zu ungeheuer verwickelten physikalischen Vorgängen, denen leider experimentell fast gar nicht, mit theoretischen Berechnungen nur unter besonders vereinfachten Annahmen beizukommen ist. Aus diesen Gründen ist die Wetterforschung ein außerordentlich schwieriges Gebiet der angewandten Physik.

## IX. Elektrizität und Magnetismus.

### a) Allgemeines über Elektrizitätserzeugung.

**251. Elektrizitätsquellen.** Es gibt verschiedene Arten, auf die das Etwas, welches wir Elektrizität nennen, erzeugt werden kann. Die historisch älteste Methode ist die Elektrizitätserzeugung durch Reibung, die bereits im Altertum am Bernstein (*ἤλεκτρον*, daher der Name Elektrizität) beobachtet wurde. Als praktische Elektrizitätsquellen kommen heute in erster Linie die Generatoren (Dynamomaschinen) der Kraftwerke in Betracht (§ 399), daneben in gewissem Umfange Akkumulatoren (§ 325) und sog. Elemente (§ 324). Das Auftreten von Elektrizität beobachten wir in der Natur im übrigen u. a. noch bei den radioaktiven Erscheinungen (§ 572), der Pyro- und Piezoelektrizität (§ 287) und in der Atmosphäre (Gewitter), an gewissen Tieren, wie dem Zitterrochen, usw.

Das Wesen der von diesen verschiedenartigen Quellen herrührenden Elektrizität ist stets das gleiche. Für die Wahl der einen oder andern Elektrizitätsquelle sind stets nur Fragen der Zweckmäßigkeit maßgebend.

**252. Die sog. Reibungselektrizität.** Werden zwei chemisch verschiedene Körper aneinander gerieben, so tritt an ihnen stets Elektrizität auf. Daß diese Tatsache zunächst nur an einer bestimmten Klasse von Körpern, den Isolatoren,

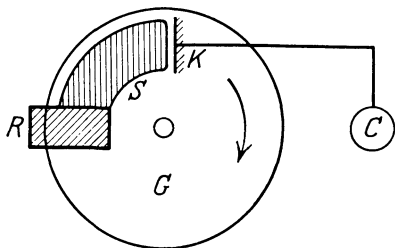


Abb. 183. Reibungselektriermaschine.

beobachtet wurde, hat besondere Gründe (§ 264). Der Name Reibungselektrizität ist irreführend, denn bei dieser Art der Elektrizitätserzeugung ist nicht die Reibung das Wesentliche, sondern die beim Reiben auftretende sehr innige Berührung zweier Stoffe. Der Mechanismus des Vorgangs ist in seinen Einzelheiten noch nicht restlos geklärt. Man kann aber jedenfalls sagen, daß bei der innigen Berührung der Körper ein Teil der in dem einen vorhandenen

atomistischen Elektrizitätsträger (Elektronen, § 261) auf den andern übergeht. (Nach COEHN laden sich Nichtleiter von höherer Dielektrizitätskonstante [§ 284] positiv auf gegenüber solchen mit kleinerer Dielektrizitätskonstante.) Zu dieser Art der Elektrizitätserzeugung verwendet man meist einen mit einem Fell geriebenen Hartgummi- oder Schwefelstab oder einen mit einem amalgamierten Lederlappen geriebenen Glasstab. Ein früher viel gebrauchter, aber heute durch die Influenzmaschine (§ 286) ganz verdrängter Apparat ist die Reibungselektriermaschine (Abb. 183). Eine Glasscheibe G wird zwischen zwei fest an sie gepreßten Reibkissen R aus amalgamiertem Leder hindurchgedreht. Dadurch wird die Scheibe und das Reibkissen elektrisch. Ein Seiden-

lappen *S* verhindert vorzeitiges Abströmen der Elektrizität, die dann durch den Spitzenkamm *K* (Spitzenwirkung, § 272) aufgenommen und an die Metallkugel *C* weitergeleitet wird. Die auf dem Reibkissen entstehende Elektrizität wird meist zur Erde abgeleitet. Diese Maschine arbeitet sehr unökonomisch, weil der weitaus größte Teil der aufgewandten Arbeit durch Reibung in Wärme verwandelt wird.

Die Erzeugung von Elektrizität durch Reibung ist oft besonders bequem, und die dazu nötigen Vorrichtungen sind billig. Daher kommt sie bei den in Abschnitt Elektrostatik zu besprechenden Versuchen bevorzugt zur Verwendung. Grundsätzlich kann man sich dazu auch irgendeiner andern Elektrizitätsquelle bedienen. Es sei dies hier besonders betont, um den häufig auftretenden Irrtum zu vermeiden, als habe die sog. Reibungselektrizität eine besondere Beziehung zur Elektrostatik. Der Fall liegt genau so wie in der Mechanik, wo wir uns als Kraft bei unsern Versuchen bevorzugt der bequem und kostenlos verfügbaren Schwerkraft bedienen, aber genau so gut auch andere Kräfte verwenden könnten.

## b) Elektrostatik.

Die Elektrostatik ist die Lehre von den zwischen ruhenden elektrischen Ladungen wirkenden Kräften und von den durch diese Kräfte bedingten Gleichgewichtszuständen.

**253. Elektrostatischer Grundversuch.** An einem gut trockenen Seidenfaden sei ein leichter Körper (Papierzylinder, Holundermarkkugel oder dgl.) aufgehängt (Abb. 184). Eine Stange aus Hartgummi oder Schwefel werde mit einem weichen Fell, am besten Katzenfell, gerieben und dem aufgehängten Körper genähert. Man beobachtet alsdann folgendes:

1. Der Körper wird von der Hartgummistange angezogen.

2. Nachdem der Körper die Hartgummistange berührt hat, vor allem aber, wenn man die Stange an dem Körper sozusagen abgestrichen hat, verwandelt sich die Anziehung in eine Abstoßung.

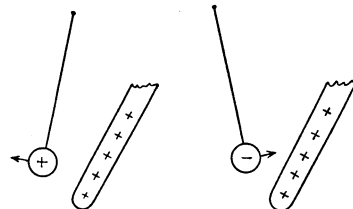


Abb. 184. Elektrostatischer Grundversuch.

Man überstreiche nunmehr den Körper mit der Hand (Entladung) und wiederhole den Versuch mit einer Glasstange, die vorher mit einem Seidenlappen oder einem amalgamierten Lederlappen gerieben wurde. Man beobachtet wieder die gleichen Erscheinungen wie mit der geriebenen Hartgummistange.

3. Der mit der geriebenen Glasstange bestrichene Körper wird von der Glasstange abgestoßen, von der geriebenen Hartgummistange aber angezogen. Wird jedoch die geriebene Hartgummistange an dem Körper abgestrichen, so ist das Umgekehrte der Fall.

Den Zustand, in den die Stangen durch das Reiben versetzt werden, bezeichnet man bekanntlich als den elektrischen Zustand, das an den geriebenen Körpern auftretende Etwas als Elektrizität. Von ihrer Natur wird später die Rede sein. Hier sei nur so viel gesagt, daß wir sie als eine Substanz anzusehen haben. Stellt man den gleichen Versuch mit andern geriebenen Stoffen an, so zeigt sich, sofern auf die angegebene Weise überhaupt eine Wirkung erzielt wird, daß die auftretende Elektrizität sich entweder wie die des geriebenen Glases oder wie die des geriebenen Hartgummis verhält. Ein Drittes gibt es nicht.

Man streiche an dem aufgehängten Körper erst die geriebene Hartgummistange, dann, ohne vorher wieder zu entladen, die geriebene Glasstange oder umgekehrt ab. Man beobachtet,

4. daß sich die Wirkungen der Glas- und der Hartgummielektrizität gegenseitig aufheben können. Durch das Hinzutreten der andern Elektrizität wird die Wirkung der einen herabgesetzt, aufgehoben oder in ihr Gegenteil verwandelt, je nachdem in welchem Mengenverhältnis die beiden Elektrizitäten auf den Körper übertragen wurden.

**254. Positive und negative Elektrizität.** Es ist seit langer Zeit üblich, die Glaselektrizität als positive Elektrizität, die Hartgummielektrizität als negative Elektrizität zu bezeichnen. (Diese Wahl ist völlig willkürlich und zufällig; man hätte genau so gut, ja sogar besser, auch umgekehrt verfahren können.) Eine dritte Art von Elektrizität gibt es nicht.

**255. Elektrizitätsmenge und elektrische Ladung.** Indem wir uns von vornherein auf den Boden der Auffassung der Elektrizität als einer Substanz stellen — eine Auffassung, die später näher zu erklären sein wird —, sind wir berechtigt, von der Menge der auf einem Körper befindlichen Elektrizität zu sprechen, also den Begriff der Elektrizitätsmenge einzuführen. Man bezeichnet die auf einem Körper befindliche Elektrizitätsmenge (genauer den Überschuß der auf ihm vorhandenen positiven Elektrizitätsmenge über die auf ihm vorhandene negative Elektrizitätsmenge) als die elektrische Ladung des Körpers.

Man wird naturgemäß zwei Elektrizitätsmengen als gleich bezeichnen, wenn sie, am gleichen Orte befindlich, sowohl nach Größe wie nach Richtung unter gleichen Verhältnissen genau gleiche Wirkungen auf eine bestimmte andere Ladung hervorbringen. Als entgegengesetzt gleich wird man sie bezeichnen, wenn ihre Wirkungen auf eine bestimmte andere Ladung unter gleichen Verhältnissen der Größe nach gleich, aber entgegengesetzt gerichtet sind.

Ein mit gleichen Mengen positiver und negativer Elektrizität geladener Körper wirkt bei gleichmäßiger Verteilung beider Ladungsarten wie ein gar nicht geladener Körper. Einen Körper, der nach außen keine elektrischen Wirkungen zeigt, nennen wir elektrisch neutral.

Als Raumdichte einer elektrischen Ladung bezeichnet man den Betrag an Ladung, der sich in 1 ccm eines Raumes befindet; sie ist die Ladung der Volumeinheit. Häufig befindet sich eine elektrische Ladung lediglich innerhalb einer äußerst dünnen Schicht an der Oberfläche eines Körpers. In diesem Falle bezeichnet man die auf je 1 qcm der Oberfläche entfallende Elektrizitätsmenge als die elektrische Flächendichte.

**256. Das COULOMBSche Gesetz.** Indem wir die Beobachtung 1, § 253, einer späteren Besprechung vorbehalten, ergeben die Beobachtungen 2 und 3 folgenden allgemeinen Schluß:

Ladungen gleichen Vorzeichens (gleichnamige Ladungen) stoßen sich ab, Ladungen entgegengesetzten Vorzeichens (ungleichnamige Ladungen) ziehen sich an.

Dieses allgemeine Ergebnis wird durch das Gesetz von COULOMB (1785, Vorläufer CAVENDISH 1771) genauer präzisiert. Dieses besagt:

Die zwischen zwei Elektrizitätsmengen  $e$  und  $e'$  wirkende Kraft  $k$  ist der Größe jeder der beiden Elektrizitätsmengen proportional, dem Quadrat ihres Abstandes  $r$  umgekehrt proportional.

$$k = \text{const} \frac{e e'}{r^2}. \quad (1)$$

Die Kraft wirkt, gemäß dem dritten NEWTONschen Axiom (§ 36), in Richtung der Verbindungslinie der beiden Ladungen. Man sieht, daß sich, in Über-

einstimmung mit dem Experiment, bei gleichem Vorzeichen von  $e$  und  $e'$  Abstoßung (positives Vorzeichen von  $k$ , d. h. Vergrößerung des Abstandes  $r$ ), bei entgegengesetztem Vorzeichen Anziehung ergibt, wenn die Konstante des Gesetzes positiv gewählt wird.

Die Gültigkeit dieses Gesetzes, das schon früher CAVENDISH auf Grund anderer Beobachtungen aufgestellt hatte, wurde von COULOMB durch genaue Versuche mittels einer elektrischen Drehwage festgestellt (Abb. 185). An einem horizontalen, an einem dünnen Faden drehbar und isoliert aufgehängten Balken befindet sich eine Kugel aus Holundermark. In gleicher Höhe mit ihr und im veränderlichen Abstände von ihr eine zweite, gleiche Kugel. Beiden Kugeln können elektrische Ladungen erteilt werden. Die Größe der anziehenden oder abstoßenden Kraft wird aus der Drehung des Balkens (der Torsion des Fadens, § 96) ermittelt.

Man beachte die völlige formale Gleichheit des COULOMBSchen Gesetzes mit dem NEWTONSchen Gravitationsgesetze (§ 72). Die Proportionalität der Kraft mit  $1/r^2$ , die in beiden Gesetzen auftritt, hat zur Folge, daß für die Bewegung zweier frei beweglicher elektrischer Ladungen entgegengesetzten Vorzeichens unter der Wirkung der gegenseitigen Anziehung die gleichen Gesetze gelten wie für zwei sich anziehende Massen. Diese Bewegungen gehorchen also auch dem 1. und 2. KEPLERSchen Gesetz, ebenso wie die Planetenbewegungen (§ 175). Das dritte KEPLERSche Gesetz gilt jedoch nur dann, wenn für mehrere, das gleiche Anziehungszentrum („Sonne“) umkreisende Ladungen das Verhältnis  $e/m$  aus ihrer Ladung  $e$  und ihrer Masse  $m$  gleich groß ist. Das Verhältnis  $e/m$  tritt in diesem Falle an die Stelle des Verhältnisses der schweren zur trägen Masse (§ 59). Dieses ist für alle Körper gleich groß, nämlich gleich 1. Das Verhältnis  $e/m$  kann aber sehr verschiedene Werte annehmen.

**257. Die elektrostatische und die praktische Ladungseinheit.** In dem COULOMBSchen Gesetz in der oben angeführten Form ist noch eine Konstante unbestimmt. Dies rührt daher, daß wir noch keine Festsetzung über die Maßeinheit von Elektrizitätsmengen getroffen haben. Das sog. elektrostatische Maßsystem beruht auf der Festsetzung, daß die Einheit der Elektrizitätsmenge so gewählt werden soll, daß die Konstante im COULOMBSchen Gesetz den Wert 1 erhält und eine reine Zahl ist, also aus dem Gesetz überhaupt verschwindet. (Dies ist eine natürlich erlaubte, aber völlig willkürliche Festsetzung, für die nur praktische Gesichtspunkte maßgebend sind. Wir werden später noch andere Maßsysteme kennenlernen. Man beachte, daß bei der Aufstellung des NEWTONSchen Gravitationsgesetzes diese Freiheit der Festsetzung nicht besteht, weil die Masseneinheit bereits anderweitig festgelegt ist. Daher kann das Gravitationsgesetz nicht ohne die allgemeine Gravitationskonstante  $G$  geschrieben werden.)

Wir schreiben also nunmehr das COULOMBSche Gesetz in folgender einfacher Form:

$$k = \frac{e e'}{r^2}. \quad (2)$$

Messen wir die Kraft  $k$  in dyn und den Abstand  $r$  in cm, so ergibt sich zwangsläufig die Definition der Einheit der Elektrizitätsmenge in CGS-System:

Eine Elektrizitätsmenge ist gleich der (elektrostatischen) Einheit, wenn sie auf eine ihr gleiche im Abstände von 1 cm die Kraft 1 dyn ausübt.

Die elektrostatische (el. stat.) Einheit der Elektrizitätsmenge eignet sich nicht für die Bedürfnisse der Technik. (So fließen z. B. durch eine normale elektri-

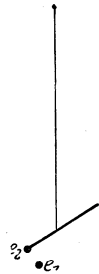


Abb. 185.  
Versuch von  
COULOMB.  
Drehwage.

sche Glühlampe in 1 sec  $10^8$  bis  $10^9$  elektrostatische Ladungseinheiten). Man benutzt als praktisches Maß der Elektrizitätsmenge das Coulomb. Es ist

$$1 \text{ Coulomb} = 3 \cdot 10^9 \text{ el. stat. Einh.}$$

Vom Standpunkt der Elektrostatik aus ist 1 Coulomb eine sehr große Elektrizitätsmenge. Durch Einsetzen in das COULOMBSche Gesetz berechnet man leicht, daß zwei Ladungen von je 1 Coulomb, die sich in 1 km Abstand voneinander befinden, mit einer Kraft von rund  $10^9$  dyn, entsprechend einem Gewicht von rund 1000 kg, aufeinander wirken.

Auch bei den elektrischen Gesetzen muß an der Forderung festgehalten werden, daß die Dimension (§ 57) der beiden Seiten einer Gleichung die gleiche sein soll. Daher muß man in Gl. 2 dem Produkt  $ee'$  die gleiche Dimension zuschreiben wie dem Produkt  $kr^2$ . Die Dimension des letzteren ist aber im CGS-System gegeben und beträgt  $|m l^3 t^{-2}|$ . Die Dimension einer Elektrizitätsmenge im elektrostatischen System ist daher gleich der Wurzel aus diesem Ausdruck, also  $|e| = |m^{1/2} l^{3/2} t^{-1}|$ .

**258. Der Satz von der Erhaltung der Elektrizität.** Genaueste Versuche mit elektrischen Ladungen haben gezeigt, daß solche weder aus nichts erzeugt, noch vernichtet werden können. Tritt irgendwo eine bisher nicht beobachtete positive oder negative Elektrizitätsmenge neu in die Erscheinung, so kann man nachweisen, daß gleichzeitig stets auch eine gleich große Ladung entgegengesetzten Vorzeichens neu aufgetreten ist. Die Summe dieser beiden Ladungen ist also Null. Wenn wir von der „Erzeugung“ elektrischer Ladungen, wie das üblich ist, sprechen, so bedeutet das immer nur, daß ein Teil der in jedem scheinbar unelektrischen Körper stets in außerordentlich großer Menge enthaltenen elektrischen Ladungen aus ihm entfernt worden ist. War der Körper vorher elektrisch neutral, enthielt er also gleiche Mengen positiver und negativer Elektrizität, so zeigt sich an ihm, wenn wir von ihm etwa die Elektrizitätsmenge  $-e$  entfernen, nunmehr eine Ladung  $+e$ . Elektrizität erzeugen heißt daher stets: Ladungen entgegengesetzten Vorzeichens, die sich vorher gegenseitig in ihrer Wirkung aufhoben, voneinander trennen und dadurch nach außen wirksam machen. Da wir keinen Grund haben, anzunehmen, daß irgendwo im Weltall andere Gesetze gelten, so können wir den Satz aussprechen:

Die Menge der im Weltall enthaltenen positiven und negativen elektrischen Ladungen ist unveränderlich.

(Von der Erzeugung einer elektrischen Ladung wohl zu unterscheiden ist die Erzeugung eines elektrischen Stromes. Bei letzterer werden Ladungen in einem Leiter in Bewegung gesetzt, ohne daß sich dabei die beteiligten positiven und negativen Ladungen zu trennen und nach außen bemerkbare Aufladungen des betreffenden Leiters stattzufinden brauchen. Ein metallischer Draht, in dem ein elektrischer Strom fließt, ist — von Kapazitätswirkungen abgesehen — ungeladen.)

Für elektrische Ladungen gilt also ein sog. Erhaltungssatz. Damit tritt die Elektrizität als vierter in seiner Menge unveränderlicher Bestandteil des Kosmos neben die Materie (§ 17), die Energie (§ 48) und die Bewegungsgröße (§ 37). Wir werden später sehen, daß wegen der engen Verknüpfung von Elektrizität und Materie die auf diese beiden bezüglichen Erhaltungssätze letzten Endes identisch sind.

**259. Schwerpunkt elektrischer Ladungen. Elektrischer Dipol.** Elektrische Ladungen sind im allgemeinen auf Körpern räumlich verteilt. Genau wie man bei räumlich verteilten Massen (ausgedehnter Körper, System mehrerer Körper) einen Schwerpunkt definieren kann, in dem man sich in vielen Fällen die Einzel-



massen konzentriert denken kann (§ 66), so kann man auch einen elektrischen Schwerpunkt einer räumlich verteilten elektrischen Ladung definieren, sofern es sich um Ladung eines Vorzeichens handelt. Sind positive und negative Ladungen gleichzeitig vorhanden, so ist für jede der Schwerpunkt besonders zu bestimmen. Man gewinnt so den gleichen Vorteil, wie im Falle von Massen, indem man sich, in Analogie zur Vorstellung des Massenpunktes (§ 20), eine beliebig verteilte elektrische Ladung einheitlichen Vorzeichens oft durch eine gleich große, im elektrischen Schwerpunkt der Ladung befindliche „Punktladung“ ersetzt denken kann. Wenn wir künftig von dem Ort sprechen, an dem sich eine Ladung befindet, so ist damit stillschweigend der Ort der äquivalenten Punktladung gemeint.

Für die Bestimmung des Schwerpunktes einer elektrischen Ladung gelten die gleichen Gesetze wie für den Schwerpunkt einer räumlich verteilten Masse. Der Schwerpunkt einer gleichmäßig über eine Kugelfläche verteilten Ladung liegt im Mittelpunkt der Kugel.

Ein Gebilde, das aus einer Punktladung  $+e$  und einer gleich großen Punktladung  $-e$  besteht (Abb. 186), die voneinander den Abstand  $l$  haben, bezeichnet man als einen elektrischen Dipol, die Größe  $el$  als das elektrische Moment des Dipols. Sind die Ladungen keine Punktladungen, sondern räumlich ausgedehnt, so kann man das Ladungssystem in vielen Fällen auch noch als einen Dipol betrachten, indem man sich die positiven und negativen Ladungen einzeln in ihren Schwerpunkten vereinigt denkt und sie durch gleich große Punktladungen ersetzt. Bei komplizierteren Ladungsverteilungen ist das aber meist nicht mehr zulässig. Die Verbindungslinie der beiden Punktladungen eines Dipols nennt man seine elektrische Achse.

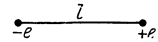


Abb. 186.  
Elektrischer Dipol.

**260. Gute und schlechte Leiter. Isolatoren.** Der elektrostatische Grundversuch gelingt nicht, wenn z. B. die zur Aufhängung des Körpers benutzte Seidenschnur naß ist, wenn man einen Zwirnfaden oder einen Metalldraht statt des Seidenfadens benutzt oder wenn man den aufgehängten Körper während des Bestreichens mit der geriebenen Stange mit der Hand berührt. In allen diesen Fällen zeigt es sich, daß der Körper dann nicht in der Lage ist, den elektrischen Zustand längere Zeit beizubehalten. Eine nähere Untersuchung ergibt, daß die auf den Körper übertragenen Elektrizitätsmengen durch die zuletzt genannten Stoffe zur Erde abfließen.

Substanzen, welche die Eigenschaft haben, daß elektrische Ladungen durch sie abfließen können, nennt man *Leiter*, solche, bei denen dies nicht oder nur in äußerst geringem Maße der Fall ist, *Isolatoren* oder *Dielektrika* (Sing. Dielektrikum).

Die Fähigkeit, die Elektrizität zu leiten, ist den einzelnen Stoffen in sehr verschiedenem Grade eigen. Durch manche fließt die Ladung eines Körpers sehr leicht, durch andere sehr schwer ab. Zwischen Leitern und Isolatoren besteht keine scharfe Grenze, sondern man findet in der Natur alle möglichen Übergänge zwischen sehr guten Leitern und sehr nahezu vollkommenen Isolatoren (vgl. Tab. 20, § 292). Stoffe, die eine zwar geringe, aber doch noch merkliche Leitfähigkeit haben, also den Übergang zwischen den (guten) Leitern und den Dielektrika bilden, heißen *Halbleiter*.

Die vollkommensten Leiter sind die Metalle, unter diesen wieder Silber und Kupfer. Sehr gute Isolatoren sind z. B. Quarz, Glimmer, Bernstein, Hartgummi, Siegellack, Seide, Petroleum, ferner die Gase in ihrem normalen Zustande. Ein Halbleiter ist z. B. trockenes Holz.

**261. Das Wesen der Elektrizität und der elektrische Aufbau der Materie.** Wir haben bisher von der Elektrizität als von einem noch nicht näher definierten

substanzartigen Etwas gesprochen, das sich, etwa wie eine Flüssigkeit, im Innern oder an der Oberfläche von Körpern befindet und unter Umständen auch in ihnen fließen kann. Bis vor einigen Jahrzehnten herrschte die Auffassung, daß die Elektrizität ein unwägbares, also nicht materielles Fluidum sei von zweierlei Art, entsprechend der positiven und der negativen Elektrizität. Diese beiden Fluida sollten, abgesehen von ihrem Vorzeichen, von vollständig gleicher Beschaffenheit sein (dualistische Theorie).

Heute wissen wir, daß die Elektrizität keineswegs ein unwägbares Etwas ist, sondern etwas durchaus Materielles. Es gibt keine elektrischen Ladungen ohne Materie. Aber umgekehrt gibt es auch keine Materie ohne elektrische Ladung. Vielmehr besitzt jedes Atom, aus dem sich die zusammenhängende Materie aufbaut, eine mit ihm untrennbar verbundene elektrische Ladung. Daß die Materie uns für gewöhnlich unelektrisch erscheint, liegt nur daran, daß sich die in ihr enthaltenen positiven und negativen elektrischen Ladungen gegenseitig in ihrer Wirkung nach außen aufheben. Zerlegt man aber die Materie in ihre letzten, kleinsten Bestandteile, so zeigt sich an ihnen, daß elektrische Ladungen eine ebenso fundamentale Eigenschaft der Materie darstellen wie die Trägheit und die Schwere. Über den Bau der Atome sei hier nur folgendes gesagt (Näheres s. § 549 ff.):

Jedes Atom besteht aus einem sog. Atomkern, in dem die Hauptmasse des Atoms vereinigt ist und der eine positive elektrische Ladung trägt. Und zwar zeigt die Untersuchung der Größe dieser Ladung, daß sie stets ein genaues ganzzahliges Vielfaches einer bestimmten Elektrizitätsmenge ist, welche man als das elektrische Elementarquantum bezeichnet. Ein Atomkern trägt stets eine so große Zahl von positiven elektrischen Elementarquanten wie seine Ordnungszahl (Nummer) im periodischen System der Elemente (§ 558) angibt, also ein Wasserstoffatomkern 1, ein Heliumatomkern 2, ein Lithiumatomkern 3 positive Elementarquanten usw.

Die Atomkerne werden, wie die Sonne von ihren Planeten, von sog. Elektronen umkreist. (Einführung des Begriffs Elektron durch STONEY 1881.) Es sind dies Körper von sehr kleiner Masse; sie beträgt nur  $\frac{1}{1845}$  der Masse eines Wasserstoffatoms; das Elektron besitzt also die kleinste Masse unter allen in der Natur vorkommenden materiellen Gebilden. Die Elektronen, welche sämtlich unter sich völlig gleichartig sind, tragen eine negative elektrische Ladung, deren Betrag ebenfalls gleich dem elektrischen Elementarquantum ist, und zwar stets nur ein solches Quantum. Ein elektrisch neutrales Atom besitzt daher stets so viele Elektronen, wie die Zahl der von seinem Kern getragenen positiven Elementarquanten beträgt. Es kommt vor, daß ein Atom (oder Molekül) eines oder mehrere seiner Elektronen verliert; dann hat es insgesamt positive Ladung im Überschuß. Es kommt ebenfalls vor, daß zu einem neutralen Atom (Molekül) noch ein oder mehrere Elektronen hinzutreten, dann hat es negative Ladung im Überschuß. Elektrisch geladene Atome oder Moleküle bezeichnet man als Ionen.

Das elektrische Elementarquantum ist eine sehr kleine Elektrizitätsmenge. Es beträgt nur

$$\varepsilon = 4,794 \cdot 10^{-10} \text{ el. stat. Einh.} = 1,598 \cdot 10^{-19} \text{ Coulomb.} \quad (3a)$$

(Eine Meßmethode s. § 283.) Die Masse eines Wasserstoffatoms beträgt  $1,669 \cdot 10^{-24} \text{ g}$  (§ 112). Demnach beträgt die Masse eines Elektrons

$$\mu = \frac{1,669 \cdot 10^{-24}}{1845} = 0,905 \cdot 10^{-27} \text{ g.} \quad (3b)$$

Positive Elektronen, d. h. positive Ladungen mit so kleiner Masse, gibt es nicht, und es gibt andererseits keine negativ geladenen Atomkerne. Positive elektrische Ladungen sind stets an Atomkerne gebunden. Diese Tatsachen genügen zunächst zum Verständnis der folgenden Abschnitte dieses Buches. Näheres über die Atome kann erst später (§ 549ff.) gesagt werden.

**262. Die Elektrizitätsbewegung in den Metallen.** Unter Berücksichtigung des vorstehend Gesagten folgt schon aus der täglichen Erfahrung, daß beim Fließen elektrischer Ladungen durch die bekanntesten und besten festen Leiter (mit gewissen Ausnahmen, § 302), insbesondere durch die Metalle, eine Bewegung positiver Elektrizität nicht stattfindet. Mit einem Fließen positiver Elektrizität ist notwendig stets ein Transport der sie tragenden Atome verbunden. Das müßte sich aber z. B. bei den Drähten in allen elektrischen Leitungen bemerkbar machen. So müßte allmählich das Lötzinn aus den Lötstellen der Drähte an andere Stellen wandern und durch zugewandertes Kupfer ersetzt werden. Die Wolfram-Drähte der Glühlampen würden sich im Laufe der Zeit verändern usw. Von derartigen Effekten ist nichts zu bemerken. Es folgt, daß das Fließen elektrischer Ladungen in festen metallischen Leitern, wenigstens unter gewöhnlichen Verhältnissen, immer nur in einer Bewegung von Elektronen, also negativen Ladungen, besteht, während die positiven Ladungen an ihren Plätzen bleiben.

Es sei nicht unterlassen, zu bemerken, daß die in diesem Abschnitt behandelten Tatsachen sich ohne Ausnahme auch unter der älteren Annahme deuten lassen würden, daß sowohl die positive wie die negative Elektrizität sich wie ein nicht im eigentlichen Sinne materielles Fluidum in den festen Leitern bewegt. Daß dies nicht der Fall ist, zeigt sich erst auf anderen Gebieten.

Es ist demnach die positive Aufladung eines metallischen Leiters so zu verstehen, daß ihm Elektronen entzogen werden, so daß sich die in ihm enthaltenen positiven und negativen Ladungen nicht mehr, wie im gewöhnlichen, elektrisch neutralen Zustande, in ihrer Wirkung nach außen gegenseitig aufheben, sondern nunmehr ein positiver Überschub besteht, der nach außen hin wirksam wird. Die Entladung eines positiv geladenen metallischen Leiters besteht in dem Hinüberfließen einer so großen Zahl von Elektronen auf ihn, daß dadurch sein positiver Ladungsüberschub kompensiert wird.

Aus der Zeit der älteren Elektrizitätstheorie ist heute noch die Gewohnheit übriggeblieben, als Stromrichtung einer bewegten Elektrizitätsmenge diejenige Richtung zu bezeichnen, in der bei dem betreffenden Vorgang positive Elektrizität fließen würde. Die tatsächliche Bewegungsrichtung der Elektrizität in den Metallen ist also der so definierten Stromrichtung gerade entgegengesetzt.

Die Elektronen sind in den Metallen frei beweglich. Eine noch so kleine Kraft, die auf sie wirkt, setzt sie in Bewegung.

**263. Elektroskop und Elektrometer.** Zum Nachweis von Elektrizitätsmengen kann das Elektroskop dienen. Die einfachste Konstruktion ist das Blättchenelektroskop (Abb. 187). In ein Metallgehäuse *A* (bei primitiven Instrumenten auch wohl ein Glasgefäß) ist isoliert (etwa durch einen Verschuß aus Hartgummi, Bernstein oder Siegelack) eine Metallstange eingeführt, welche oben einen Knopf, eine Klemmschraube, eine Platte oder dgl. und unten, in der Mitte des Gehäuses, zwei im ungeladenen Zustand unmittelbar aneinander herab-

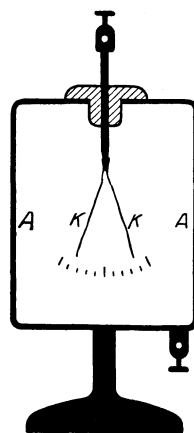


Abb. 187.  
Blättchenelektroskop.

hängende Blättchen  $K$  aus Aluminiumfolie oder Blattgold trägt. Wird eine elektrische Ladung auf den Knopf übertragen, so verteilt sie sich über die Stange und die Blättchen. Diese werden also beide mit Ladung gleichen Vorzeichens geladen und stoßen sich infolgedessen ab (eine noch etwas korrektere Beschreibung s. § 276). Sie spreizen sich auseinander, und zwar um so stärker, je größer ihre Ladung ist. Bei manchen Elektroskopen läuft auch die Stange unten in eine längliche Platte aus, an der ein einziges, bei der Ladung sich abspreizendes Blättchen herabhängt. Oder das bewegliche System besteht aus einer leichten, um eine Achse drehbaren Nadel aus Aluminium (Abb. 188, Braunsch'sches Elektrometer,  $K$  Nadel,  $A$  Gehäuse,  $S$  Skala,  $B$  Bernstein-Isolation).

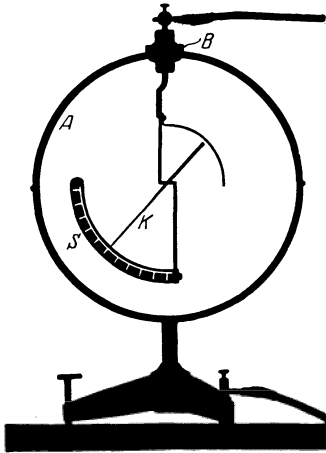


Abb. 188. BRAUNSCHES ELEKTROMETER.

Ist ein Elektroskop mit einer Skala oder sonstigen Vorrichtung versehen, an der man die Größe der Wirkung ablesen kann, so bezeichnet man es als Elektrometer. Zur genauen Messung von Elektrizitätsmengen ist jedoch ein Elektrometer nur unter bestimmten Bedingungen zu verwenden (vgl. § 280).

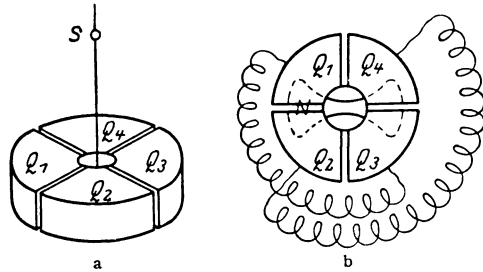


Abb. 189. Quadrantelektrometer. Schema.

Weit empfindlicher als die Blättchenelektrometer sind die Saitenelektrometer und die Quadrantelektrometer.

Das Quadrantelektrometer besteht aus vier ebenen metallischen Quadranten  $Q_1, Q_2, Q_3, Q_4$  geteilten kreisförmigen Schachtel, welche isoliert und durch schmale Zwischenräume von einander getrennt sind (Abb. 189). Dicht über den Quadranten bzw. innerhalb der Schachtel hängt an einem sehr dünnen Metalldraht, Metallband oder metallisierten Quarzfäden der bewegliche Teil  $N$  des Instruments, den man auch hier als Nadel zu bezeichnen pflegt, ein etwa 8-förmiges Gebilde aus dünnem Aluminium oder metallisiertem Papier. Das Ganze ist in ein metallisches Gehäuse eingeschlossen. Die Quadranten sind zu je zwei kreuzweise miteinander leitend verbunden. Befindet sich auf dem einen Quadrantenpaar etwa eine positive, auf dem andern eine negative Ladung und ist ferner die Nadel ebenfalls geladen, so dreht sich diese aus ihrer natürlichen Ruhelage, je nach dem Vorzeichen ihrer Ladung, auf das positive oder negative Quadrantenpaar zu, und zwar infolge der in der Aufhängung auftretenden zurücktreibenden Torsion um so weiter, je größer die Ladungen sind. Die Drehungen werden meist mittels Spiegelablesung (§ 444) mit Hilfe eines mit der Nadel fest verbundenen Spiegelchens  $S$  gemessen. Es gibt noch eine größere Zahl verwandter Konstruktionen.

Bei den Saiten- oder Fadenelektrometern besteht der bewegliche Teil aus einem oder zwei feinen Platindrähten. Abb. 190 zeigt das Schema eines Zweifaden-Elektrometers. Den beiden Fäden  $K$ , welche zwecks Regulierung der Empfindlichkeit unten an einem verstellbaren Quarzbügel  $Q$  befestigt sind,

stehen zwei metallische, mit dem Gehäuse verbundene Schneiden *A* gegenüber. Bei Aufladung spreizen sich die Fäden auseinander. Ihr Abstand wird mit einem Mikroskop mit Okularmikrometer (§ 470) abgelesen.

**264. Einige Versuche mit dem Elektroskop.** 1. Man nähere dem Knopfe bzw. der Platte des Elektroskops eine geriebene Hartgummi- oder Glasstange, ohne zu berühren. Das Elektroskop zeigt einen Ausschlag, der beim Entfernen der Stange wieder verschwindet.

2. Man berühre den Knopf des Elektroskops mit einer geriebenen Hartgummistange. Gibt dies einen zu großen Ausschlag, so übertrage man durch Abstreichen erst etwas von der Ladung der Stange auf eine an einem Hartgummi- oder Glasgriff isoliert befestigte Metallkugel von 1–2 cm Durchmesser und übertrage dessen Ladung auf das Elektroskop. Dieses zeigt einen Ausschlag, der auch nach Entfernen der Stange bzw. der Kugel bestehen bleibt. Das Elektroskop ist negativ geladen. Ebenso kann man mittels des geriebenen Glasstabes das Elektroskop positiv laden.

3. Man füge zu einer bereits vorhandenen positiven (negativen) Ladung negative (positive) hinzu. Der Ausschlag des Elektroskops wird kleiner oder verschwindet oder es stellt sich nach Durchgang durch die Nullage wieder ein Ausschlag ein.

4. Man nähere dem positiv geladenen Elektroskop die geriebene Glasstange, ohne zu berühren. Der Ausschlag wird größer, solange der Glasstab in der Nähe ist und geht bei Entfernen wieder auf seinen alten Wert zurück. Nähert man die geriebene Hartgummistange, so wird der Ausschlag kleiner, solange die Stange in der Nähe ist. Nähert man das Fell, mit dem die Hartgummistange gerieben wurde, so wird der Ausschlag größer. Das Fell ist also positiv geladen, denn es wirkt wie der geriebene Glasstab. Ebenso erweist sich der Seidenlappen, mit dem der Glasstab gerieben wurde, als negativ geladen.

5. Man schlage den Knopf (die Platte) des Elektroskops leicht mit einem trockenen Seidenlappen. Das Elektroskop zeigt einen Ausschlag, der sich bei Prüfung durch Annäherung einer geriebenen Glasstange als negativ erweist.

Die Deutung von Versuch 1 kann erst später (§ 274) erfolgen, ebenso die von Versuch 4; jedoch beweist dessen zweiter Teil, daß das Reibzeug die entgegengesetzte Ladung erhält wie der geriebene Stab, denn es hat auf das Elektroskop die entgegengesetzte Wirkung wie dieser.

Die Versuche 2 und 3 sind nach dem in den vorhergehenden Paragraphen Gesagten ohne weiteres verständlich.

Versuch 5 beweist, daß auch das Metall des Elektroskopknopfes durch Reiben elektrisch wird. Diese Elektrisierung kann hier beobachtet werden, weil das geriebene Metall isoliert ist, die erzeugte Ladung also nicht abfließen kann, wie sie es tun würde, wenn man den Metallstab in der Hand hielte. Man kann auf diese oder ähnliche Weise den Nachweis führen, daß alle Körper durch Reiben elektrische Ladungen annehmen (vgl. § 252).

**265. Elektrisches Feld. Feldstärke.** In dem eine Ladung umgebenden Raume erfährt gemäß dem COULOMBSCHEN Gesetz jede andere Ladung eine Kraftwirkung. Im Gegensatz zur älteren Auffassung, welche annahm, daß diese Kraft von der einen Ladung unvermittelt auf die andere wirke, ohne daß der zwischen ihnen liegende Raum daran beteiligt sei (Fernwirkungstheorie, vgl. § 76), steht die heutige Physik auf dem Standpunkt, daß die Kraftwirkung auf eine Ladung nur durch einen bestimmten, am Orte dieser Ladung im

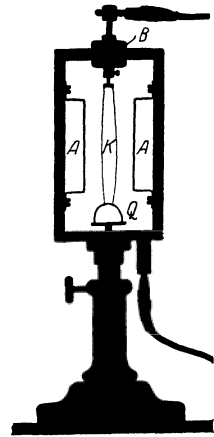


Abb. 190. Schema eines Zweifaden-Elektrometers.

Raume herrschenden Zustand hervorgerufen werden könne (Nahewirkungstheorie). Da elektrische Kraftwirkungen auch im völlig leeren Raum (Vakuum) eintreten, so ist die etwa im Raum vorhandene Materie (z. B. die Luft) an diesen Vorgängen höchstens indirekt beteiligt, aber ihr Vorhandensein ist für diese Kraftwirkungen nicht Vorbedingung. Diese Tatsache würde sich anschaulich deuten lassen, wenn es gestattet wäre, anzunehmen, daß auch der scheinbar leere Raum von einem unserer Wahrnehmung sonst entzogenen Stoff erfüllt sei, dessen Zustand sich unter der Wirkung einer in ihm enthaltenen elektrischen Ladung, und zwar nicht nur in der unmittelbaren Umgebung, in irgendeiner Weise verändert, etwa so, daß in ihm mechanische Spannungen entstehen, welche dann die unmittelbare Ursache der Kraftwirkungen auf andere entfernte elektrische Ladungen sein könnten. Tatsächlich hat diese Ansicht, also eine in gewissem Sinne mechanische und anschauliche Deutung der elektrischen Kraftwirkungen, die Physik lange beherrscht. Man nannte diesen hypothetischen Stoff den Äther oder Lichtäther (weil er auch der Träger des Lichts sein sollte), und man nahm von ihm an, daß er unwägbare sei und das ganze Weltall samt allen in ihm vorhandenen Körpern erfülle. Aus Gründen, die später erörtert werden, kann heute an dieser anschaulichen Vorstellung nicht mehr festgehalten werden. Die elektrischen Kraftwirkungen sind nicht mechanisch zu deuten, sondern sind Erscheinungen eigener Art. Anschaulich sind nur mechanische Vorgänge, d. h. solche, von denen wir uns als von Bewegungen oder Zuständen materieller Körper eine bildliche Vorstellung machen können. Es ist grundsätzlich unmöglich, daß wir uns vom Wesen der elektrischen Kraftwirkungen eine mechanisch-anschauliche Vorstellung bilden, weil sie eben einem andern Erscheinungsbereich angehören. So werden wir dazu geführt, unter Verzicht auf Anschaulichkeit dem leeren Raum an Stelle des Äthers die Eigenschaft zuzuschreiben, unter der Wirkung in ihm befindlicher elektrischer Ladungen gewisse Zustände anzunehmen, welche die Ursache der Kraftwirkungen auf andere elektrische Ladungen sind. Wir sagen: eine elektrische Ladung erzeugt im ihn umgebenden Raume ein elektrisches Feld, welches die unmittelbare Ursache für die Kraftwirkungen dieser Ladung auf andere Ladungen ist. Man muß sich darüber klar sein, daß mit der Einführung des Begriffes des elektrischen Feldes eine Erklärung im eigentlichen Sinne nicht gegeben wird, sondern daß er nur dazu dient, die Erscheinungen zu beschreiben.

Das elektrische Feld einer Ladung erstreckt sich so weit, wie Kraftwirkungen der Ladung auftreten. Aus dem COULOMBSchen Gesetz folgt, daß sich das elektrische Feld jeder Ladung durch das ganze Weltall erstreckt, denn erst für  $r = \infty$  wird die Kraftwirkung  $k = 0$ . (Sie kann allerdings „abgeschirmt“ werden, d. h. durch die Kraftwirkung einer andern entgegengesetzten Ladung in gewissen Raumbereichen unwirksam gemacht werden. Trotzdem muß man streng genommen sagen, daß sich die Kraftwirkungen beider Ladungen auch in diese Raumbereiche erstrecken, sich aber wegen entgegengesetzter gleicher Wirkung gegenseitig aufheben.) Selbstverständlich wird aber die Wirkung jeder Ladung in einer gewissen Entfernung unbeobachtbar klein.

Die Größe der elektrischen Kraft, die die Ladungseinheit in einem Punkte eines elektrischen Feldes erfährt, bezeichnet man als die elektrische Feldstärke in diesem Raumpunkte. Die elektrische Feldstärke ist die auf die Ladung  $+1$  ausgeübte elektrische Kraft. Ebenso wie eine Kraft ist daher die elektrische Feldstärke ein Vektor. Die Richtung der Feldstärke ist also diejenige, in der eine positive Ladung in dem Felde beschleunigt wird. Steht ein Raumpunkt unter der Wirkung mehrerer Ladungen, so überlagern sich die Felder dieser Ladungen, und die elektrische Feldstärke ist die nach den

Gesetzen der Vektor-Addition (§ 16) gebildete Resultierende der einzelnen Feldstärken.

Die auf eine Ladung von der Größe  $e$  ausgeübte Kraft ist gemäß der Definition der Feldstärke gleich dem Produkt aus Feldstärke  $\mathfrak{E}$  und Ladung  $e$ :

$$k = e \cdot \mathfrak{E}. \quad (4)$$

Die Feldstärke in dem eine Punktladung  $e$  umgebenden Raume ist nach Gl. 2, § 257 bei Abwesenheit anderer Ladungen

$$\mathfrak{E} = \frac{e}{r^2}. \quad (5)$$

Man erkennt dies ohne weiteres, indem man in jener Gleichung  $e' = +1$  setzt.

Unter einem homogenen elektrischen Feld versteht man ein solches, in dem die elektrische Feldstärke überall gleiche Größe und gleiche Richtung hat.

Die Gl. 4 ergibt für die Feldstärke  $\mathfrak{E}$  die nachstehende Dimensionsbeziehung:  $|\mathfrak{E}| = |k/e|$  oder gemäß § 57 und 257  $|\mathfrak{E}| = |m^{\frac{1}{2}} l^{-\frac{1}{2}} t^{-1}|$ .

**266. Elektrische Kraftlinien.** Zur anschaulichen Darstellung elektrischer Felder bedient man sich nach FARADAY (1852) des Begriffes der Kraftlinien oder Feldlinien. Diese sind gedachte Linien, für welche folgende Festsetzungen gelten:

1. Die Richtung der Kraftlinien soll in jedem Raumpunkte die Richtung der elektrischen Kraft anzeigen.

2. Denken wir uns in allen Punkten eines elektrischen Feldes Flächen, welche zur Krafttrichtung senkrecht stehen (Flächen gleichen Potentials, § 265), so soll jedes Quadratcentimeter einer solchen Fläche von so vielen Kraftlinien durchsetzt werden, wie die Maßzahl der Feldstärke in jenem Raumpunkte angibt. Kommt also auf 1 qcm einer solchen Fläche gerade eine Kraftlinie, so bedeutet das, daß die Feldstärke dort von der Größe 1 ist. Hat die Feldstärke die Größe  $\mathfrak{E}$ , so ist die Zahl solcher Kraftlinien, die sog. Kraftlindichte,  $n = \mathfrak{E}$ .

Da die Kraftlinien die Richtung der Feldstärke haben, so sind sie von positiven Ladungen fort, auf negative Ladungen hin gerichtet. Im Raum um eine einzelne, von anderen Ladungen weit entfernte Punktladung verlaufen sie radial.

Nach den Festsetzungen über die Zahl der Kraftlinien auf 1 qcm (Dichte der Kraftlinien) und unter Berücksichtigung der Gl. 5 ist die Zahl der Kraftlinien, die eine, eine Punktladung  $e$  im Abstände  $r$  umschließende Kugelfläche durchsetzen, gleich

$$4 \pi r^2 \frac{e}{r^2} = 4 \pi e. \quad (6)$$

Die Zahl der Kraftlinien, die durch irgendeine die Ladung umhüllende Fläche treten, ist also unabhängig vom Abstände dieser Fläche von der Ladung; weder vermehrt sie sich noch vermindert sie sich mit zunehmender Entfernung von der Ladung, d. h. im Raume um eine einzelne Ladung treten weder neue Kraftlinien hinzu, noch hören solche plötzlich auf. Der Anfangspunkt einer Kraftlinie liegt immer in einer positiven, ihr Endpunkt immer in einer negativen Ladung. Sollte, was natürlich vorläufig nicht festzustellen ist, die Summe der positiven und der negativen Ladungen im Weltall nicht gleich groß sein, so ist daneben allerdings auch der Fall denkbar, daß Kraftlinien sich bis ins Unendliche erstrecken bzw. ihren Anfang in unendlicher Ferne haben. Später (§ 378) werden wir auch elektrische Kraftlinien kennenlernen, die in sich selbst zurücklaufen, also weder Anfang noch Ende haben.

Man kann die Richtung der elektrischen Kraft, also den Verlauf der Kraftlinien, sichtbar machen, indem man etwa auf eine in das elektrische Feld ge-

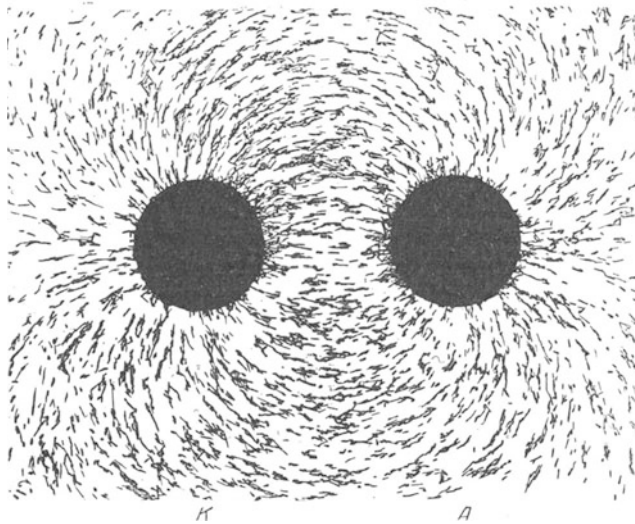


Abb. 191. Kraftlinienbild im Felde zweier gleich großer, entgegengesetzter elektrischer Ladungen.

brachte Glasplatte kleine Rutil- oder Gipskristalle streut. Bei ausreichender Feldstärke ordnen sich die Kristalle (wie Eisenfeilspäne im magnetischen Felde, § 333) in Ketten, welche in Richtung der Kraftlinien verlaufen. Abb. 191 zeigt ein auf diese Weise erzeugtes Bild des Kraftlinienverlaufs im Felde einer positiven ( $A$ ) und einer gleich großen negativen Ladung ( $K$ ). Man erkennt, daß Anfang und Ende jeder Kraftlinie sich auf den Ladungen befinden. (Den Richtungssinn der

Kraftlinien kann man natürlich durch einen solchen Versuch nicht ermitteln.)

**267. Elektrostatische Energie.** Befindet sich ein elektrisch geladener Körper in einem elektrischen Felde, so kann er sich infolge der auf ihn wirkenden Kraft je nach dem Vorzeichen seiner Ladung in oder gegen die Richtung des Feldes in Bewegung setzen, also kinetische Energie gewinnen, genau wie ein auf der Erde befindlicher Körper unter der Wirkung der Schwerkraft. Da diese Energie nach dem Energieprinzip (§ 48) nicht aus nichts entstehen kann, so muß sie bereits vor Beginn der Bewegung vorhanden gewesen sein, und zwar als eine von der Lage der Ladung im elektrischen Felde herrührende potentielle Energie, ebenso wie ein gehobener Körper wegen seiner Lage im Schwerfeld der Erde potentielle Energie besitzt. Ein elektrisch geladener Körper, eine Ladung, hat also in einem elektrischen Felde potentielle Energie, welche sich, wenn der Körper frei beweglich ist, in kinetische Energie umsetzt. Aus dem Energieprinzip folgt, daß mit der Zunahme seiner kinetischen Energie eine entsprechende Abnahme seiner potentiellen Energie verbunden sein muß. (Vgl. die entsprechenden Verhältnisse beim freien Fall, § 63.)

**268. Elektrisches Potential. Spannung.** Man bezeichnet die potentielle Energie, welche die positive Ladungseinheit an einer Stelle eines elektrischen Feldes haben würde, wenn man sie dorthin verbrächte, als das elektrostatische oder kurz elektrische Potential an jener Stelle des Feldes. Das elektrische Potential in einem Punkt des Raums ist die potentielle Energie, welche die positive Ladungseinheit dort hat oder haben würde. Ebenso wie in der Mechanik (§ 50) ist es physikalisch bedeutungslos, welchem Punkt im Raum man das Potential Null zuschreibt, weil stets nur Differenzen von Potentialen in die physikalischen Gesetzmäßigkeiten eingehen. In praktischen Fällen ist es meist bequem und üblich, der Erde das Potential Null zuzuschreiben. Bei einer einzeln im Raume gedachten Punktladung hingegen bezeichnet man das in unendlicher Ferne von ihr herrschende Potential mit Null (vgl. § 77). Um das Potential in



der Entfernung  $r$  von einer positiven Punktladung zu bestimmen, hat man daher die Arbeit zu berechnen, die aufgewandt werden muß, um die positive Ladungseinheit aus unendlicher Ferne bis auf den Abstand  $r$  von der Ladung zu bringen, also ihren Zuwachs an potentieller Energie auf diesem Wege. Dabei ist Arbeit gegen die abstoßende Kraft zu leisten, die Ladungseinheit gewinnt potentielle Energie. Das Potential im Felde einer einzelnen positiven Ladung ist also überall positiv. Handelt es sich hingegen um eine negative Ladung, so wird infolge der Wirkung der anziehenden Kraft bei der Heranführung der positiven Ladungseinheit Arbeit gewonnen; die potentielle Energie der positiven Ladungseinheit nimmt ab, wenn man sie aus unendlicher Ferne bis in den Abstand  $r$  von einer negativen Ladung bringt. Das Potential im Felde einer einzelnen negativen Ladung ist überall negativ.

Befindet sich die Ladung  $e$  in einem Raumpunkt, in dem das Potential  $V$  herrscht, so ist gemäß der Definition des Potentials ihre potentielle Energie  $e$  mal so groß wie die der Ladungseinheit, also gleich

$$A = eV. \quad (7)$$

Das Vorzeichen dieser potentiellen Energie hängt sowohl vom Vorzeichen von  $V$  wie von  $e$  ab. (Daß demnach auch negative Energiebeträge auftreten können, ist lediglich formal und hängt mit der Wahl des Nullpunktes des Potentials zusammen.)

Eine positive Ladungseinheit befinde sich im Abstände  $r$  von einer Punktladung und werde ihr um die Strecke  $dr$  in radialer Richtung genähert. Die Verschiebung beträgt also  $-dr$ . Da die auf die Ladungseinheit wirkende Kraft gleich der Feldstärke  $\mathcal{E} = e/r^2$  ist, so ist die bei dieser Verschiebung geleistete Arbeit, also die Potentialdifferenz zwischen Anfangs- und Endlage  $dV = -\mathcal{E} \cdot dr$ . Die zur Beförderung der Ladungseinheit aus unendlicher Ferne bis in den Abstand  $r$  von der Punktladung erforderliche Arbeit findet man unter Benutzung der Gl. 5 durch Integration

$$V = - \int_{\infty}^r \mathcal{E} dr = -e \int_{\infty}^r \frac{dr}{r^2} = \frac{e}{r}. \quad (8)$$

$V = e/r$  ist also das Potential in der Entfernung  $r$  von der einzelnen Ladung  $e$ .

Die Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten nennt man meist, insbesondere auch in der Technik, die zwischen diesen Punkten herrschende elektrische Spannung.

Gemäß der Definition des Potentials besteht zwischen zwei Punkten die elektrostatische Einheit der Potentialdifferenz oder Spannung, wenn sich die potentielle Energie der elektrostatischen Ladungseinheit bei der Verschiebung zwischen diesen Punkten um 1 erg ändert. Die praktische Einheit der Potentialdifferenz oder Spannung heißt 1 Volt. Es ist

$$1 \text{ el. stat. Spannungseinheit} = 300 \text{ Volt.}$$

Häufig benutzt wird die abgeleitete Einheit 1 Millivolt (mV) =  $10^{-3}$  Volt. Da die in der Technik vorkommenden Spannungen Beträge bis zu 1 Million Volt erreicht haben, so wird sich wahrscheinlich auch bald die Einheit 1 Megavolt =  $10^6$  Volt einbürgern.

Wird eine Ladung von der Größe  $e$  über eine Potentialdifferenz  $V_2 - V_1$  verschoben, so ändert sich ihre potentielle Energie dabei um den Betrag  $eV_2 - eV_1$ , es ist also die an ihr geleistete Arbeit

$$A = e(V_2 - V_1). \quad (9)$$

Die Arbeit hängt nicht vom Wege ab, auf dem die Verschiebung erfolgt, sondern lediglich vom Potential in der Anfangs- und Endlage.

Das Produkt  $eV$  hat als Arbeit die Dimension  $|m l^2 t^{-2}|$  (§ 57). Daraus ergibt sich für das Potential nach § 257 die Dimensionsgleichung  $|V| = |m^{1/2} l^{3/2} t^{-1}|$ .

**269. Flächen gleichen Potentials.** Alle Punkte eines elektrischen Feldes, in denen das gleiche Potential besteht, bilden geschlossene Flächen, welche die das Feld erzeugende Ladung umschließen. Man nennt solche Flächen gleichen Potentials auch Äquipotentialflächen oder Niveaulächen. Sie können,

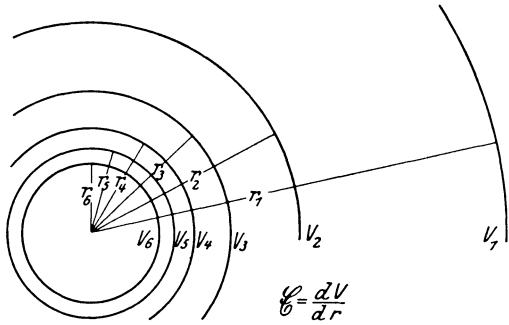


Abb. 192. Äquipotentialflächen im Felde einer Punktladung. Die inneren Äquipotentialflächen sind, weil sie zu dicht zusammenrücken, nicht gezeichnet.

wie die Kraftlinien, zur Veranschaulichung der Verhältnisse in einem elektrischen Felde dienen, indem man etwa jeweils Flächen zeichnet, welche sich um die gleiche Potentialdifferenz unterscheiden.

Die Flächen gleichen Potentials stehen auf den Kraftlinien senkrecht, da zur Verschiebung einer Ladung auf ihnen keine Arbeit erforderlich ist, in einer zur Fläche tangentialen Richtung also keine Kraft herrscht (Analogie zur Fortbewegung einer schweren Masse auf einer horizontalen, reibungs-

losen Fläche). Im einfachen Falle einer Punktladung sind die Äquipotentialflächen Kugelflächen um die Ladung (Abb. 192).

Es sei  $\Delta V$  die Potentialdifferenz zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Äquipotentialflächen. Dann ist die zur Überführung einer Ladung  $e$  von einer Fläche zur nächsten erforderliche Arbeit nach Gl. 9 überall gleich  $e \Delta V$ . Andererseits ist aber diese Arbeit auch durch das Produkt Kraft  $\cdot$  Weg gegeben. Es sei  $\Delta s$  der in Richtung der elektrischen Kraft gemessene Abstand zwischen je zwei benachbarten Flächen aus einer Schar von Äquipotentialflächen, die sich jeweils um die gleiche Potentialdifferenz  $\Delta V$  unterscheiden. Dann ist die Arbeit gleich  $k \Delta s$  oder nach Gl. 4, § 265, gleich  $e \mathcal{E} \Delta s$ . Das Produkt  $e \mathcal{E} \Delta s$  ist also überall im Felde das gleiche, nämlich gleich  $\Delta V$ . Ist die Feldstärke  $\mathcal{E}$  groß, so ist der Abstand  $\Delta s$  der Äquipotentialflächen klein und umgekehrt. Je dichter die Äquipotentialflächen beieinander liegen, um so größer ist daher die Dichte der sie verbindenden Kraftlinien. Im übrigen folgt  $e \Delta V = e \mathcal{E} \Delta s$ ,  $\mathcal{E} = \Delta V / \Delta s$ , oder in Differentialform geschrieben

$$\mathcal{E} = \frac{dV}{ds}, \tag{10}$$

wobei  $ds$  in der Richtung der Feldstärke liegt. Man nennt daher die Feldstärke auch das Potentialgefälle oder den Potentialgradienten. Ihre Einheit im praktischen Maßsystem ist 1 Volt/cm.

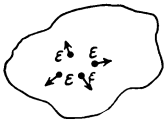


Abb. 193. Zum Potential auf einem Leiter.

**270. Feldstärke und Potential in Leitern.** Da die Elektronen in metallischen Leitern jeder auf sie wirkenden elektrischen Kraft folgen, also in Bewegung bleiben, solange eine solche Kraft besteht, und sei sie noch so klein, so kann auf einem solchen Leiter elektrisches Gleichgewicht, d. h. Ruhe der elektrischen Ladungen, nur bestehen, wenn in ihm keine elektrische Kraft wirkt. Es befinde sich z. B. eine (aus sehr vielen Elektronen  $e$

bestehende) Ladung an der in der Abb. 193 bezeichneten Stelle eines Leiters. Diese Elektronen üben aufeinander abstoßende Kräfte aus; es besteht also im Innern des

Leiters ein elektrisches Feld, dem die Elektronen folgen. Die Elektronen werden durch dieses Feld an die Oberfläche des Körpers getrieben. Hier findet ihre Beweglichkeit insofern eine Grenze, als sie im allgemeinen nicht aus der Oberfläche austreten können. Wohl aber können sie sich noch längs der Oberfläche bewegen, solange die herrschende Feldstärke eine Komponente parallel zur Oberfläche hat, also nicht senkrecht auf ihr steht. Die Bewegung der Elektronen hört daher erst dann auf, wenn

1. die Feldstärke im Innern des Leiters überall den Wert Null angenommen hat, und wenn

2. die Feldstärke an der Oberfläche senkrecht auf dieser steht.

Dieser Zustand stellt sich nun in Leitern, die nicht mit einer Elektrizitätsquelle z. B. den beiden Klemmen eines Akkumulators, in Verbindung stehen, durch die Bewegung der Elektronen stets von selbst her, indem sich die Elektronen derart auf dem Leiter verteilen, daß durch die Überlagerung der Felder, die von den einzelnen Elektronen herrühren, erstens in jedem Punkte im Innern des Leiters die Feldstärke Null entsteht, zweitens die Richtung der elektrischen Kraft überall senkrecht zur Leiteroberfläche steht. Befindet sich irgendwo in einem Leiter positive Ladung im Überschuß (infolge eines Defizits an Elektronen an jener Stelle), so übt diese Ladung Kräfte auf die im Leiter befindlichen Elektronen aus (allerdings auch auf die positiven Ladungen, die sich aber in den Metallen ja nicht bewegen können). Das führt zu einer Änderung der Ladungsverteilung, die sich dann wieder so einstellt, daß die vorstehenden Bedingungen erfüllt sind. Die Ladungsverteilung ist schließlich genau die gleiche wie bei einem negativen Ladungsüberschuß, nur mit entgegengesetztem Vorzeichen. Also:

Im Innern eines im elektrischen Gleichgewicht befindlichen Leiters herrscht die Feldstärke Null.

Ist dieser Gleichgewichtszustand erreicht, so kann man eine im Innern des Leiters gedachte Ladung beliebig verschieben, ohne daß dazu ein Aufwand an Arbeit erforderlich wäre, denn das Produkt Kraft · Weg ist immer Null. (Wir denken uns hierbei die verschobene Ladung so klein, daß sie das elektrische Gleichgewicht nicht merklich beeinflusst.) Eine im Innern des Leiters befindliche Ladung hat also, wenn sich der Leiter im elektrischen Gleichgewicht befindet, überall die gleiche potentielle Energie. Auf die Ladungseinheit bezogen, bedeutet dies, daß das Potential im Innern eines Leiters überall gleich groß ist.

Das Innere eines im elektrischen Gleichgewicht befindlichen Leiters ist immer ein Raum konstanten Potentials.

Infolgedessen gilt auch:

Die Oberfläche eines im elektrischen Gleichgewicht befindlichen Leiters ist immer eine Fläche konstanten Potentials (Äquipotentialfläche). Denn auch zur Verschiebung einer Ladung längs der Oberfläche, also senkrecht zur dort herrschenden Kraft, ist Arbeit nicht erforderlich.

Herrscht im Innern eines Leiters überall die Feldstärke Null, so bedeutet das, daß die Kraftlinien, welche von etwa auf seiner Oberfläche befindlichen Ladungen ausgehen, sämtlich in den Raum außerhalb des Leiters austreten, aber nicht in das Innere. Und zwar stehen sie, wie gesagt, senkrecht auf der Oberfläche des Leiters. An diesem Zustande ändert sich nichts, wenn wir uns einen solchen Leiter ausgehöhlt denken, so daß er etwa aus einem rings geschlossenen Hohlkörper aus Blech besteht. Auch in dem von dem leitenden Hohlkörper umschlossenen Hohlraum herrscht überall — infolge des Fehlens von Kraftlinien — die Feldstärke Null und infolgedessen wieder überall das gleiche Potential, wie es auf der Oberfläche des umschließenden Leiters besteht.

Diese Tatsache findet eine wichtige praktische Anwendung. Man schützt empfindliche Apparate vor äußeren elektrischen Störungen, indem man sie mit einem rings geschlossenen oder höchstens mit kleinen Beobachtungs- und Zuführungsöffnungen versehenen Metallkasten (sog. FARADAY-Käfig) umgibt, den man mit der Erde leitend verbindet. Es können dann die Kraftlinien etwaiger äußerer elektrischer Felder nicht störend in das Innere des Kastens bis zu dem geschützten Instrument vordringen (elektrostatischer Schutz). In vielen Fällen genügt es auch schon, wenn man den Apparat mit einem nicht zu weitmaschigen Käfig aus Drahtnetz umgibt. In diesem Falle treten zwar einzelne Kraftlinien durch die Maschen des Netzes, biegen aber in nächster Nähe des Netzes auf dieses zurück, so daß das Innere von Kraftlinien, also von elektrischen Feldern, weitgehend frei bleibt.

**271. Sitz der Ladung eines Leiters an dessen Oberfläche.** Wenn sich im Innern eines geladenen Leiters im Gleichgewichtszustand keine Kraftlinien befinden, sondern solche erst von der Oberfläche nach außen hin ausgehen, so bedeutet dies, daß seine Ladung (genauer ein Überschuß von Ladung eines Vorzeichens über solche entgegengesetzten Vorzeichens) sich lediglich an der Oberfläche befindet. Denn befänden sich Ladungen eines Vorzeichens an einer Stelle im Innern im Überschuß, so müßten auch Kraftlinien von ihnen ausgehen und im Innern verlaufen.

(Strenggenommen, gibt es auch im Innern eines Leiters stets elektrische Felder, nämlich solche, welche zwischen benachbarten atomaren Bestandteilen des Leiters, den Atomkernen und Elektronen, infolge ihrer elektrischen Ladungen verlaufen. Diese haben aber Anfang und Ende im Innern des Leiters und erstrecken sich nur über atomare Bereiche, sind also nach außen hin nicht wirksam, weil im Innern überall gleich viel positive und negative Ladung vorhanden ist. Lediglich an der Oberfläche kann dauernd in Bereichen, die groß sind gegen die Abstände der einzelnen Atome, ein Überschuß der einen Ladung über die andere herrschen, der nach außen hin wirkt. Wenn also von dem Fehlen von Ladungen im Innern eines Leiters gesprochen wird, so bedeutet das tatsächlich, daß sich in Volumelementen, die im gewöhnlichen Sinne sehr klein, aber gegenüber den gegenseitigen Abständen der Atome groß sind, keine Ladung eines Vorzeichens im Überschuß befindet.)

Zum Nachweis der Tatsache, daß die Ladung eines Leiters nur auf dessen Oberfläche sitzt, bedient man sich z. B. eines geschlossenen metallischen Gefäßes mit einer Öffnung, durch die eine isolierte Metallkugel gerade frei eingeführt werden kann<sup>1)</sup> (Abb. 194). Das Gefäß wird isoliert aufgestellt und geladen. Berührt man das Gefäß von außen mit der isolierten Metallkugel und bringt diese dann in Berührung mit einem Elektroskop, so erweist sie sich als geladen. Führt man jedoch die Probekugel ins Innere und berührt die Innenwand des Gefäßes, so ist die Kugel nach dem Herausziehen ungeladen.

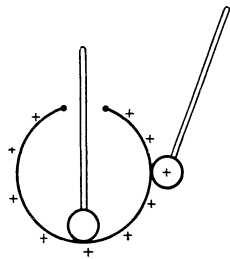


Abb. 194. Nachweis, daß die Ladung eines Leiters nur auf der Außenseite sitzt.

Ist umgekehrt anfänglich die Probekugel geladen, der hohle Metallkörper aber nicht, so kann man durch Berühren der Außenseite des letzteren mit der geladenen Kugel deren Ladung nicht vollständig auf ihn überführen, da die Kugel bei der Berührung einen Teil seiner äußeren Oberfläche bildet, also ein Teil der Ladung auf ihr sitzen bleibt. Um die Kugel an den hohlen Metallkörper völlig zu entladen, muß man sie in das Innere desselben bringen (vgl. § 286).

<sup>1)</sup> Die Öffnung darf keine scharfen Kanten haben, da sonst beim Hindurchführen der Kugel die Ladung auf diese überströmt (Spitzenentladung durch die Luft, § 272).

Man stelle ein Blättchenelektroskop in das Innere eines isoliert aufgestellten Drahtkäfigs und verbinde die Blättchen durch einen Draht mit dem Käfig. Bei noch so starker Ladung des Käfigs zeigen die Blättchen keinen Ausschlag. Ebenso wenig zeigt ein isoliert aufgestelltes, mit einem Metallgehäuse versehenes geladenes Elektroskop einen Ausschlag, wenn man die Blättchen mit dem Metallgehäuse leitend verbindet. In beiden Fällen gelangt, auch bei hoher Aufladung des Ganzen, keine Ladung auf die Blättchen.

**272. Spitzenwirkung.** Theorie und Experiment zeigen übereinstimmend, daß die Flächen gleichen Potentials (§ 269) in der Umgebung eines geladenen Körpers an nach außen gekrümmten Stellen seiner Oberfläche um so dichter beieinander liegen, je stärker die Krümmung ist. Daher ist auch die elektrische Feldstärke an solchen Stellen sehr groß. Es treten dort sehr viele Kraftlinien aus dem Leiter aus, d. h. die Flächendichte seiner Ladung erreicht dort sehr hohe Werte. Besonders stark ist diese Wirkung an scharfen Spitzen. In ihrer Umgebung kann die Feldstärke in der Luft so groß werden, daß eine Entladung des Körpers durch die Luft stattfindet, dieser also seine Ladung an die umgebenden Körper verliert (§ 406). Von dieser sog. Spitzenwirkung wird vielfach Gebrauch gemacht (s. z. B. § 252). Die wichtigste technische Anwendung der Spitzenwirkung ist der von BENJAMIN FRANKLIN (1750) erfundene Blitzableiter. Sein Name ist nicht ganz korrekt. Jedenfalls leitet kein Blitzableiter den Blitz von dem Gebäude auf andere Stellen ab; er verhindert einen Einschlag nicht. Im Gegenteil bietet er einem Blitz infolge der an ihm auftretenden Spitzenwirkung gerade einen bequemen Übergang zur Erde dar. Sein Nutzen besteht darin, daß er den Blitz auf einem unschädlichen Wege zur Erde ableitet und den Einschlag an unerwünschter Stelle verhindert. (Die manchmal angenommene blitzverhindernde Wirkung, die darin bestehen soll, daß ein Blitzableiter einen allmählichen und unschädlichen elektrischen Ausgleich zwischen der Erde und den Wolken herbeiführt und dadurch das Auftreten von Blitzen verhindert, dürfte wegen der Größe der auszugleichenden Ladungen kaum in Betracht kommen.)

**273. Berührungsspannung von Metallen.** Zwischen zwei verschiedenen sich berührenden Metallen besteht eine Potentialdifferenz (Volta-Effekt, Kontaktpotentialdifferenz oder Berührungsspannung) von der Größenordnung bis zu 1 Volt. Eine Erklärung für diese Tatsache, die den beobachteten Erscheinungen gerecht wird, hat kürzlich SOMMERFELD auf dem Boden der Quantentheorie gegeben. Hier kann nur auf die Tatsache selbst hingewiesen werden.

In der Reihe (sog. Spannungsreihe)

(+) Rb—K—Na—Al—Zn—Pb—Sn—Sb  
—Bi—Fe—Cu—Ag—Au—Pt (—)

sind eine Anzahl von Metallen so geordnet, daß irgendein Metall aus der Reihe negativ elektrisch wird, wenn es mit einem weiter links stehenden, positiv, wenn es mit einem weiter rechts stehenden Metall in Berührung steht, also z. B.  $\text{Sn}^-$  —  $\text{Al}^+$ ,  $\text{Sn}^+$  —  $\text{Cu}^-$ .

Auf ähnlichen, aber komplizierteren Erscheinungen dürfte die sog. Reibungselektrizität beruhen (§ 252).

Bringt man zwei anfänglich ungeladene, sehr gut ebene, isolierte Platten aus zwei verschiedenen Metallen, etwa Kupfer und Zink, miteinander in Berührung (Abb. 195) und reißt sie schnell voneinander ab, so kann man mit Hilfe eines Elektroskops nachweisen, daß sie entgegengesetzte Ladungen erhalten haben.

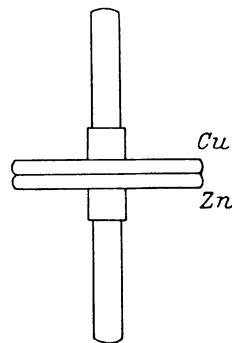


Abb. 195. Zum Nachweis der Berührungsspannung von Metallen.

Die Summe der in einem geschlossenen, aus verschiedenen Metallen bestehenden Kreise auftretenden Berührungsspannungen ist Null. Es gilt nämlich, wenn  $V$  die Spannungen bedeutet, z. B.  $V(\text{Al} - \text{Sn}) + V(\text{Sn} - \text{Cu}) = V(\text{Al} - \text{Cu}) = -V(\text{Cu} - \text{Al})$ , so daß die Summe der Spannungen in einem aus den Metallen Al, Sn und Cu bestehenden Kreise  $V(\text{Al} - \text{Sn}) + V(\text{Sn} - \text{Cu}) + V(\text{Cu} - \text{Al}) = 0$  ist.

**274. Influenz.** Wird ein ungeladener Leiter in ein elektrisches Feld gebracht, so gilt wegen der Beweglichkeit der Elektronen nach wie vor die Gleichgewichtsbedingung des § 270. Das Innere eines Leiters ist bei elektrischem Gleichgewicht auch jetzt ein Raum gleichen Potentials. Es treten zwar zunächst in seinem Innern elektrische Kräfte auf, da seine einzelnen Teile sich in Gebieten verschiedenen Potentials befinden. Infolgedessen erfahren aber die in ihm enthaltenen Elektronen Verschiebungen, welche so lange andauern, bis sein elektrostatisches Gleichgewicht, welches durch das Feld gestört wurde, wieder hergestellt ist, d. h. bis die Ladungsverteilung im Innern des Leiters sich derart eingestellt hat, daß die von ihr herrührenden elektrischen Kräfte die Kräfte des äußeren Feldes in jedem Punkt im Innern des Leiters, indem sie sich ihnen überlagern, gerade aufheben, und bis die Kraftlinien des Feldes überall auf der Leiteroberfläche senkrecht stehen. Die Summe der Ladungen ist auf dem anfänglich ungeladenen Leiter auch nach Herstellung der neuen Ladungsverteilung noch Null, aber die positiven und negativen Ladungen sind jetzt anders verteilt als ohne das Vorhandensein des äußeren Feldes. In einem Teil des

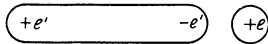


Abb. 196.  
Influenz durch eine Ladung.

Körpers befindet sich positive, im andern negative Ladung  $e'$  (Abb. 196) im Überschuß. Der Betrag von  $e'$  hängt davon ab, wie viele der von der influenzierenden Ladung  $e$  ausgehenden Kraftlinien (vgl. § 264) auf dem Leiter endigen. Er kann nie größer sein als  $e$ . Diese Erscheinung heißt Influenz. Abb. 192 zeigt die Influenz, die an einem Leiter im Felde einer Ladung  $+e$  eintritt. Der Leiter wird durch die Influenzwirkung zu einem elektrischen Dipol (§ 259); er wird, wie man auch sagt, polarisiert.

Wird das linke Ende des Leiters (Abb. 196), in dem die Influenzwirkung stattfindet, leitend mit der Erde verbunden, so strömt die an diesem Ende angesammelte Ladung zur Erde ab (genauer: es strömen Elektronen von der Erde her in den Leiter und neutralisieren die Ladung  $+e'$ ), und der Leiter hat nach Trennung der leitenden Verbindung mit der Erde einen, im Falle der Abb. 196 negativen, Ladungsüberschuß. Wir lernen hier ein wichtiges Verfahren kennen, um elektrische Ladungen zu trennen (in etwas nachlässiger Ausdrucksweise: zu erzeugen, § 258). Man trennt die Ladungen in einem Leiter durch Influenz und läßt die Ladung eines Vorzeichens durch eine vorübergehend hergestellte leitende Verbindung zur Erde oder auf irgendeinen andern Leiter überfließen, so daß die Ladung des andern Vorzeichens allein auf dem Leiter zurückbleibt.

Zum Nachweis der Influenz kann folgender Versuch dienen (Abb. 197): Eine isoliert aufgestellte metallische Kugel  $A$  werde etwa positiv geladen. Alsdann nähere man ihr einen gleichfalls isolierten Metallzylinder  $B$ . In diesem wird sich dann die in Abb. 196 dargestellte Ladungsverteilung herstellen. Jetzt bringe man eine isolierte Metallkugel  $C$  an das der geladenen Kugel  $A$  zugekehrte Ende des Zylinders  $B$  (Abb. 197a).  $C$  bildet jetzt mit  $B$  zusammen einen zusammenhängenden Leiter, und die negative Ladung fließt in die Kugel  $C$ . Man kann mittels eines Elektroskops nachweisen, daß sie, wenn  $A$  positiv ist, negativ geladen ist. Ebenso kann man zeigen, daß sich nunmehr auf  $B$  eine positive Ladung befindet. Entläd man jetzt den Zylinder  $B$  und wiederholt den gleichen Versuch aber so, daß man das von  $A$  abgewandte Ende von  $B$

mit der Kugel  $C$  berührt (Abb. 197 b), so hat  $C$  eine positive und  $B$  eine negative Ladung.

Nähert man einen geladenen Körper, z. B. eine geriebene Glasstange, einem ungeladenen Elektroskop, ohne zu berühren, so zeigen die Blättchen einen Ausschlag, der bei Entfernung des geladenen Körpers wieder verschwindet. Dies ist eine Wirkung der Influenz auf die Stange mit den Blättchen (Abb. 198). Hiermit ist die Erklärung der Versuche 1 und 4 in § 264 gegeben.

Während so im Innern eines in ein elektrisches Feld gebrachten Leiters das Feld durch die neu entstehende Ladungsverteilung zum Zusammenbrechen gebracht wird, überlagern sich im Außenraum die Wirkungen des influenzierenden Feldes mit denen des Feldes der Influenzladungen. Dies hat eine Verzerrung und Schwächung des äußeren Feldes in der Umgebung des Leiters zur Folge, die daher rührt, daß ein Teil der Kraftlinien an der Oberfläche des Leiters beginnen bzw. endigen und durch den Leiter auf einer gewissen Strecke unterbrochen sind. Abb. 199 zeigt dies für den Fall einer leitenden Kugel in einem an sich (d. h. ohne Anwesenheit der leitenden Kugel und in größerer Entfernung von ihr) homogenen elektrischen Felde.

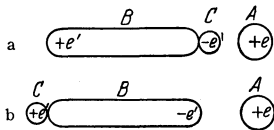


Abb. 197.  
Zum Nachweis der Influenz.

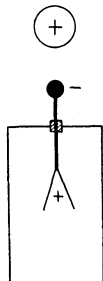


Abb. 198.  
Influenz im  
Elektroskop.

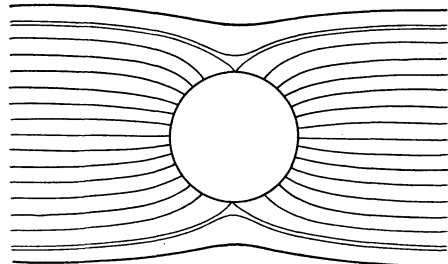


Abb. 199. Kraftlinien in der Umgebung einer leitenden Kugel im homogenen Felde.

**275. Der Elektret.** Ein Körper, an dessen Enden infolge von Influenz gleich große Ladungen entgegengesetzten Vorzeichens sitzen, gleicht mit seinen beiden elektrischen „Polen“ einem Magneten mit seinen beiden Polen (§ 334). Bei Aufhören des influenzierenden Feldes verliert aber ein Leiter diese Pole wieder. Es ist jedoch gelungen, Gebilde herzustellen, in denen derartige, durch Influenz erzeugte Ladungsverteilungen fixiert wurden, indem man Metallpulver in ein durch Hitze verflüssigtes Dielektrikum (§ 284) einbettete, es einem influenzierenden Felde aussetzte und das Dielektrikum im Felde erstarren ließ. Die Ladungsverteilung bleibt dann wenigstens teilweise bestehen. Man hat ein solches Gebilde in Analogie zum Magneten als „Elektret“ bezeichnet. Nach Aufhören des äußeren Feldes ist natürlich die Feldstärke in seinem Innern nicht mehr Null. Er bildet ja auch keinen zusammenhängenden Leiter mehr, sondern besteht aus sehr vielen kleinen, durch nicht leitendes Material voneinander isolierten, geladenen Metallkörnchen. Ein Elektret ist ein Beispiel für einen elektrischen Dipol (§ 259).

**276. Kraftwirkungen elektrischer Felder auf Dipole und auf ungeladene Leiter.** Befindet sich ein elektrischer Dipol in einem homogenen elektrischen Felde  $\mathcal{E}$ , so wirken auf seine beiden „Pole“, d. h. auf seine beiden entgegengesetzt gleichen Ladungen gleich große, entgegengesetzt gerichtete Kräfte,  $+e\mathcal{E}$  und  $-e\mathcal{E}$ . Diese beiden Kräfte bilden also ein Kräftepaar (§ 40), welches ein Drehmoment auf den Dipol ausübt, so daß er sich mit seiner elektrischen Achse in

die Richtung der elektrischen Kraft einzustellen sucht (Abb. 200). Ist  $l$  der Abstand (der Schwerpunkte) seiner beiden Ladungen  $+e$  und  $-e$ , also sein elektrisches Moment (§ 259)  $M = el$ , so ist die Größe dieses Drehmoments  $N = el\mathcal{E} \sin \varphi$

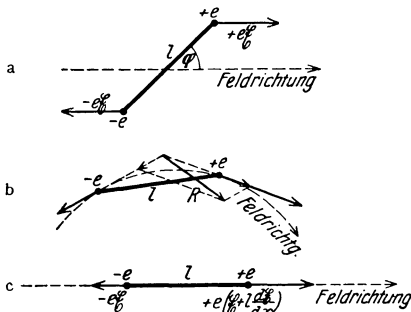


Abb. 200. Dipol a im homogenen, b und c im inhomogenen Felde.

$= M\mathcal{E} \sin \varphi$ . Wir sehen, daß für das Verhalten von Dipolen, auch von magnetischen Dipolen (§ 336), stets das Moment, nicht die Polstärke, die maßgebende Größe ist. Ein homogenes Feld hat also auf einen Dipol lediglich eine richtende, keine beschleunigende Wirkung.

Ist aber das Feld, in dem sich ein elektrischer Dipol befindet, inhomogen, so ist die Feldstärke am Orte seiner positiven und negativen Ladung im allgemeinen nicht die gleiche, sondern im allgemeinen Falle sowohl nach Größe wie nach Richtung verschieden (Abb. 200b). Diese beiden Kräfte bilden also

kein Kräftepaar, sondern ihre Resultierende ist eine Einzelkraft  $R$ , welche den Dipol nach derjenigen Seite — wenn auch im allgemeinen Falle nicht genau in diejenige Richtung — treibt, nach der die größere Feldstärke weist. Er bewegt sich in Richtung wachsender Feldstärke; er wird, wie man sagt, in das Feld hineingezogen.

Wir wollen den einfachen Fall betrachten, daß das Feld überall die gleiche Richtung ( $x$ -Achse eines Koordinatensystems) habe und daß der Dipol mit seiner Achse in der Feldrichtung liege (Abb. 200c). Die Stärke des Feldes nehme in der positiven Feldrichtung zu. Es sei  $\mathcal{E}$  die Feldstärke am Orte der negativen Dipolladung  $-e$ . Dann herrscht bei nicht zu schneller örtlicher Änderung der Feldstärke am Orte der Dipolladung  $+e$  die Feldstärke  $\mathcal{E} + l \frac{d\mathcal{E}}{dx}$ . Die Resultierende der beiden entgegengesetzt gerichteten Kräfte liegt dann in Richtung des Feldes und hat die Größe

$$+e \left( \mathcal{E} + l \frac{d\mathcal{E}}{dx} \right) - e\mathcal{E} = el \frac{d\mathcal{E}}{dx} = M \frac{d\mathcal{E}}{dx}.$$

Maßgebend für die auf den Dipol wirkende beschleunigende Kraft ist daher erstens nicht die Feldstärke selbst, sondern ihr Differentialquotient, ihre örtliche Änderungsgeschwindigkeit. Die Kraft ist um so größer, je inhomogener das Feld ist. Zweitens hängt sie nicht von den Ladungen  $e$  an sich, sondern wieder von dem elektrischen Moment  $M$  des Dipols ab.

Bringt man einen ungeladenen Leiter in ein elektrisches Feld, so wird er, wie wir gesehen haben, durch Influenz zu einem elektrischen Dipol. Es muß daher auch für einen solchen das vorstehend Gesagte gelten. Ist das Feld homogen, so kann es nur eine drehende Wirkung auf den Leiter ausüben. Bei jedem länglich geformten Leiter muß das zur Folge haben, daß er sich mit seiner Längsachse in die Feldrichtung einzustellen sucht. Liegt er nämlich so im Felde, wie es Abb. 201a zeigt, und dreht er sich nur ein wenig aus dieser Lage heraus, so ändert sich sofort die Verteilung der Influenzladung auf ihm (Abb. 201b), so daß nunmehr ein ihn mit seiner Längsachse in die Feldrichtung drehendes Kräftepaar auftritt. Das Gleichgewicht der Abb. 201a ist labil und geht in das stabile Gleichgewicht über, bei dem die Längsachse des Leiters in der Feldrichtung liegt.

Im inhomogenen Felde muß sich ein durch Influenz zu einem Dipol gewordener Leiter genau so verhalten wie der oben betrachtete Dipol. Auch er



wird in Richtung wachsender Feldstärke getrieben, in das Feld hineingezogen. Sehr inhomogene Felder haben wir im allgemeinen in der Nähe nicht sehr ausgedehnter geladener Körper. Die Feldstärke nimmt mit der Entfernung mehr oder weniger schnell ab. Die Folge ist, daß jeder ungeladene Leiter in Richtung auf die das Feld erzeugende Ladung getrieben wird, eine Ladung zieht einen ungeladenen Leiter an. Damit haben wir jetzt auch die Erklärung für die Beobachtung 1 beim elektrostatischen Grundversuch (§ 253) gefunden.

Wie wir später sehen werden (§ 561), sind die Moleküle elektrische (und oft auch magnetische) Dipole oder können durch elektrische Felder zu solchen werden. Daher finden die vorstehenden Überlegungen eine wichtige Anwendung bei der Erklärung der auf Moleküle wirkenden Kräfte.

Die Anziehung zwischen einem geladenen und einem ungeladenen Körper ist natürlich eine gegenseitige (drittes NEWTONSches Axiom). Steht daher eine Ladung der Oberfläche eines leitenden Körpers gegenüber, so wird sie von diesem angezogen. Man kann zeigen, daß diese Kraft so groß ist, wie wenn sich eine gleich große Ladung hinter der Oberfläche befände, und zwar im Falle einer Ebene am Orte des Spiegelbildes der Ladung. Man spricht daher von dem elektrischen Bild einer Ladung und nennt die anziehende Kraft die Bildkraft.

Aus dem Vorstehenden folgt, daß es zur Anstellung von quantitativ einwandfreien elektrostatischen Versuchen nötig ist, alle beteiligten Ladungen von leitenden Körpern und auch vom Erdboden möglichst entfernt zu halten, damit nicht durch die Bildkräfte störende Einflüsse auftreten.

Wir können jetzt auch die Wirkungsweise des Elektroskops etwas strenger fassen, als es früher (§ 263) geschehen ist. Bringt man auf den inneren, isolierten Teil des Elektroskops eine Ladung, so erzeugt sie durch Influenz eine Influenzladung entgegengesetzten Vorzeichens auf der Innenwand des leitenden und mit der Erde verbundenen Gehäuses. Es verlaufen also alle von den Blättchen ausgehenden Kraftlinien auf das Gehäuse hin, und im Raum innerhalb desselben, aber nicht zwischen den auf gleichem Potential befindlichen Blättchen, besteht ein elektrisches Feld. Die Kraft dieses Feldes ist es, die die Blättchen in der Richtung auf das Gehäuse treibt.

**277. Der Elektrophor.** Der Elektrophor ist ein Apparat zur Erzeugung (Trennung) elektrischer Ladungen. Er besteht aus einer Platte aus irgendeiner durch Reibung leicht zu elektrisierenden Masse<sup>1)</sup> (dem „Kuchen“) und einer Metallplatte (dem „Deckel“) mit einem isolierenden Handgriff, wie dies die Abb. 202 zeigt. Der Kuchen wird durch Reiben oder noch besser Schlagen mit einem Katzenfell negativ elektrisiert. Stellt man den Deckel auf ihn, so tritt an seiner Unterseite durch Influenz positive, an seiner Oberseite negative Ladung auf. Leitet man letztere durch Berühren mit dem Finger zur Erde ab, so bleibt auf dem Deckel positive Ladung übrig, die man nun auf andere Körper übertragen kann. Da hierbei die Ladung des Kuchens nicht vermindert wird (sie befindet sich in den

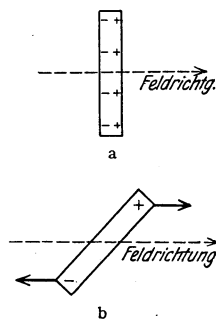


Abb. 201. Ungeladener Leiter im homogenen Felde.

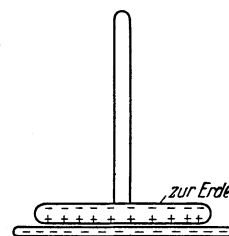


Abb. 202. Elektrophor.

<sup>1)</sup> Besonders empfohlen wird eine Mischung aus 2 Teilen Kolophonium und 1 Teil fein gepulverten Gips.

obersten Schichten desselben und kann aus ihnen nur sehr schwer austreten), so kann man diesen Versuch sehr oft wiederholen, ohne daß die Wirkung merklich abnimmt.

**278. Kapazität.** Es befinde sich eine leitende Kugel vom Radius  $r$  in großer Entfernung von irgendwelchen anderen Körpern. Auf der Kugel, d. h. auf ihrer Oberfläche gleichmäßig verteilt, befinde sich eine Ladung  $e$ . Das von dieser Ladung erzeugte äußere Feld ist dem einer im Zentrum der Kugel (Ladungsschwerpunkt, § 259) befindlichen Punktladung  $e$  gleich, und zwar für alle Entfernungen von diesem Zentrum, welche größer sind als der Radius der Kugel. Im Innern der Kugel aber und an ihrer Oberfläche herrscht konstantes Potential. Da nun hiernach das Potential auf der Oberfläche der Kugel nach § 268 den Wert  $V = e/r$  hat, so hat auch das Potential auf der ganzen Kugel, auch im Innern, den gleichen Wert.

Ist der geladene Leiter anders geformt und befinden sich in seiner Nähe andere Leiter, so ist der Zusammenhang zwischen Ladung  $e$  und Potential  $V$  komplizierter. Er läßt sich aber stets in der Form

$$V = e/C \quad \text{oder} \quad e = C V \quad (11)$$

ausdrücken, wobei  $C$  eine Größe ist, welche von Form, Größe und Konfiguration der betreffenden Leiter, sehr wesentlich auch von den in der Umgebung befindlichen Körpern (Erde, Zimmerwände usw.), in rein geometrischer Weise abhängt. Man bezeichnet  $C$  als die Kapazität des Leiters.

(Das Wort Kapazität darf nicht mit „Fassungsvermögen“ übersetzt werden, ebensowenig wie das Wort Wärmekapazität [§ 207]. Es bedeutet in beiden Fällen nicht diejenige Menge, die ein Körper maximal aufnehmen kann [Fassungsvermögen eines Gefäßes], sondern im Falle der Wärmekapazität diejenige Wärmemenge, welche ein Körper mehr enthält, wenn man seine Temperatur um  $1^\circ$  erhöht, im Falle der elektrischen Kapazität diejenige Elektrizitätsmenge, welche ein Leiter mehr enthält, wenn man sein Potential um die Potentialeinheit, d. h. von  $V$  auf  $V + 1$ , erhöht.)

Die Kapazität einer frei im Raume befindlichen Kugel ist nach dem oben Gesagten gleich dem Radius der Kugel und wird daher in Zentimetern gemessen. Demnach ist die Dimension jeder Kapazität im elektrostatischen Maßsystem gleich der einer Länge, wie man auch aus der Dimensionsbeziehung  $|C| = |e/V|$  unmittelbar berechnen kann, indem man die Dimensionen von  $V$  und  $e$  einsetzt. Die elektrostatische Einheit der Kapazität ist also 1 cm. Die Kapazität hat an sich mit einer Länge nichts gemein, und es ist nur eine zufällige Folge des elektrostatischen Maßsystems, daß sich die Kapazität gerade so ausdrückt. Im elektromagnetischen Maßsystem ist es anders.

Wenn man an die Stelle der elektrostatischen Einheiten der Ladung und des Potentials die praktischen Einheiten, das Coulomb und das Volt, setzt, so erhält man als Einheit der Kapazität das Farad (nach FARADAY genannt). Es ist, wie man aus den Beziehungen des Volt und Coulomb zu den elektrostatischen Einheiten leicht berechnet,  $1 \text{ Farad} = 300 \cdot 3 \cdot 10^9 = 9 \cdot 10^{11}$  elektrostatischen Einheiten, also  $9 \cdot 10^{11}$  cm. Diese Einheit stellt eine außerordentlich große Kapazität dar. In der Praxis wird daher als Einheit ihr millionter Teil, das Mikrofarad ( $\mu\text{F}$ ) benutzt;  $1 \mu\text{F} = 9 \cdot 10^5$  cm. Daß auch dies noch eine recht große Kapazität ist, sieht man daraus, daß sie z. B. einer frei im Raum befindlichen Kugel vom Radius  $9 \cdot 10^5$  cm = 9 km zukäme. Die Erde hat eine Kapazität von etwa  $700 \mu\text{F}$ . Der Radius einer Kugel von der Kapazität 1 Farad wäre rund gleich  $1/16$  des Erdbahnhalmessers.

**279. Kondensatoren.** Vorrichtungen, welche ihrer Kapazität wegen hergestellt und benutzt werden, bezeichnet man als Kondensatoren. In einzelnen einfachen Fällen kann man die Kapazität eines Kondensators leicht berechnen.

a) Kugelkondensator. Ein Kugelkondensator besteht aus zwei voneinander isolierten, konzentrischen, leitenden Kugelschalen (Abb. 203). Legt man an die beiden Kugelschalen, z. B. mittels eines Akkumulators, eine Spannung  $V$  und sei  $C$  die Kapazität des Kondensators, so befindet sich auf der einen, etwa der inneren Kugel die Ladung  $+e = CV$ , auf der andern eine gleich große negative Ladung; denn da die beiden Kugeln auf verschiedenem Potential sind, so besteht zwischen ihnen ein elektrisches Feld (§ 265), dessen Kraftlinien auf den positiven Ladungen der einen Kugel beginnen und sämtlich auf denen der andern endigen, was nur bei gleicher Größe der Ladungen möglich ist. Die Kraftlinien, die von  $+e$  ausgehen, verlaufen radial im Zwischenraum der beiden Kugeln und endigen auf der äußeren Kugel. Das Feld zwischen den beiden Kugeln ist also genau das gleiche wie das Feld einer im gemeinsamen Zentrum der beiden Kugeln befindlichen Punktladung  $+e$ . Demnach ist auch die Potentialdifferenz (Spannung) zwischen zwei im Abstände  $r_1$  und  $r_2$  (Radien der beiden Kugeln) von diesem Zentrum befindlichen Punkten ebenso groß, wie sie im Felde einer frei im Raume befindlichen Punktladung  $+e$  wäre, also  $V = e/r_1 - e/r_2$ . Also ist

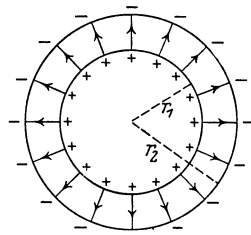


Abb. 203. Kugelkondensator.

$$V = e \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = \frac{e}{C}$$

und die Kapazität des Kugelkondensators

$$C = \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}.$$

Aus dieser Gleichung kann man ungefähr den Einfluß der Umgebung, z. B. der Zimmerwände, auf die Kapazität einer Kugel abschätzen, indem man erstere durch eine leitende Kugelfläche von etwa den gleichen Dimensionen ersetzt denkt. Man sieht, daß die Abweichung des Wertes von  $C$  von  $r_1$  — dem für eine allein im Raume befindliche Kugel geltenden Wert — um so kleiner ist, je größer  $r_2$ , also der durchschnittliche Abstand der Umgebung, gegenüber dem Kugelradius  $r_1$  ist.

Es ist nützlich, bei dieser Gelegenheit ausdrücklich darauf hinzuweisen, daß der Begriff der Kapazität eines einzelnen Leiters erst durch seine Lagebeziehung zu den ihn umgebenden Leitern einen Sinn erhält und sich mit seiner Stellung zur Umgebung ändert. Bei der in § 278 behandelten Kugel ist stillschweigend vorausgesetzt, daß sie sich völlig allein im Raume befindet.

b) Plattenkondensator. Eine praktisch besonders wichtige Kondensatorform ist der Plattenkondensator. Er besteht aus zwei im Abstände  $d$  voneinander befindlichen, meist gleich großen Metallplatten, deren Fläche  $F$  sei (Abb. 204).

Legt man an die beiden Platten eine Spannung  $V$  und sei  $C$  die Kapazität des Kondensators, so befindet sich, wie beim Kugelkondensator, auf der einen Platte die Ladung  $+e = CV$ , auf der andern eine gleich große negative Ladung. Ist der Plattenabstand  $d$  klein gegen die Dimensionen der Flächen  $F$ , so verlaufen die Kraftlinien dieser beiden Ladungen praktisch sämtlich senkrecht von einer

Platte zur andern<sup>1)</sup>). Auf der Flächeneinheit der Platten befinden sich die Ladungen  $+e/F$  bzw.  $-e/F$ . Es laufen also von jedem Quadratcentimeter der positiven Platte  $4\pi e/F$  Kraftlinien zur negativen Platte (§ 266). Daher ist die Feldstärke im Innern des Kondensators auch  $\mathfrak{E} = 4\pi e/F$ . Die beiden Platten sind als Leiter Äquipotentialflächen. Ihre Potentialdifferenz beträgt  $V$ . Dann besteht zwischen  $V$  und  $\mathfrak{E}$  nach § 269 die Beziehung  $V = \mathfrak{E}d$ . Es ergibt sich also

$$V = \frac{4\pi d}{F} e = \frac{e}{C}, \quad \text{und die Kapazität beträgt } C = \frac{F}{4\pi d}. \quad (12)$$

Man kann mehrere Kondensatoren durch geeignete Verbindung ihrer Platten in verschiedener Weise zusammenschalten und dadurch andere Kapazitätsbeträge herstellen. Es seien  $C_1$  und  $C_2$  zwei Kondensatoren (Abb. 205 a), welche in der

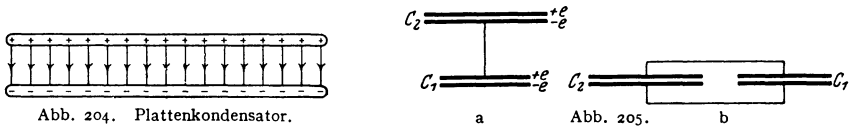


Abb. 204. Plattenkondensator.

Abb. 205. a Kondensatoren in Reihenschaltung, b in Parallelschaltung.

dargestellten Weise miteinander leitend verbunden (in Reihe geschaltet) sind. Legt man an die beiden nicht miteinander verbundenen Kondensatorplatten eine Spannung  $V$  und sei  $C$  die Kapazität der Kombination, so erhalten diese Platten Ladungen vom Betrage  $e = CV$ . Durch Influenz aber laden sich auch die beiden miteinander verbundenen Platten auf die gleichen Ladungsbeträge  $e = CV$  auf. Denn alle Kraftlinien, die in den Kondensatoren verlaufen, beginnen und endigen an den Platten. Seien  $V_1$  und  $V_2$  die Teilspannungen an  $C_1$  und  $C_2$ , so folgt  $V = V_1 + V_2 = e (1/C_1 + 1/C_2) = e/C$ . Es ist daher  $C = C_1 C_2 / (C_1 + C_2)$ . Dieser Ausdruck ist stets kleiner als  $C_1$  und  $C_2$  einzeln, z. B. wenn  $C_1 = C_2$ ,  $C = C_1/2$ .

Abb. 205 b stellt eine Parallelschaltung zweier Kondensatoren  $C_1$  und  $C_2$  dar. Legt man an diese Kombination die Potentialdifferenz  $V$ , so tritt in  $C_1$  die Ladung  $e_1 = VC_1$ , in  $C_2$  die Ladung  $e_2 = VC_2$  auf. Die Gesamtladung der Kombination ist also  $e = e_1 + e_2 = V(C_1 + C_2) = VC$ , so daß die Kapazität des Systems  $C = C_1 + C_2$  ist.

Kondensatoren von größerer Kapazität kann man so herstellen, daß man zwei voneinander isolierte Systeme von unter sich verbundenen parallelen Platten ineinandergreifen läßt. Macht man das eine Plattensystem drehbar, so daß es sich mehr oder weniger weit zwischen die Platten des andern Systems hineinschieben läßt, so erhält man einen sog. Drehkondensator (Abb. 206) von veränderlicher Kapazität. Solche finden zu Meßzwecken und heute insbesondere auch in der drahtlosen Telegraphie und Telephonie (Rundfunkapparate) ausgedehnte Verwendung.

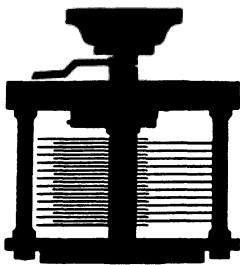


Abb. 206. Drehkondensator.

Technische Kondensatoren werden vielfach so hergestellt, daß man zwei lange Stanniolstreifen durch Streifen aus paraffingetränktem Papier gegeneinander isoliert

<sup>1)</sup> Tatsächlich sind bei einem Plattenkondensator die Kraftlinien am Rande ein wenig nach außen gekrümmt. Dies bewirkt eine geringe Vergrößerung der Kapazität, die aber um so weniger ins Gewicht fällt, je kleiner der Plattenabstand  $d$  gegenüber dem Durchmesser der Plattenflächen ist. Auch ist hier vorausgesetzt, daß sich in der Umgebung des Kondensators keine anderen Leiter befinden.

und zwecks größerer Handlichkeit aufrollt. Man kann auf diese Weise große Flächen  $F$  und kleine Abstände  $d$ , also große Kapazitäten, erzielen. Der Einfluß, den das paraffinierte Papier (Dielektrikum) hat — bisher haben wir stets Luft als zwischen den Platten befindlich angenommen —, wird im § 284 erörtert werden.

Einer beliebigen Verkleinerung des Plattenabstandes ist durch die Bedingung eine Grenze gesetzt, daß das elektrische Feld ( $\mathcal{E} = V/d$ ) zwischen ihnen nicht so groß werden darf, daß schon bei nicht sehr hoher Spannung  $V$  ein Durchschlagen erfolgt.

Die gesamte Ladung, die sich auf den beiden Platten eines Kondensators befindet, ist wegen der gleichen Größe der positiven und negativen Ladung Null. Es ist aber üblich, als Ladung eines Kondensators die Elektrizitätsmenge zu bezeichnen, welche sich auf jeder einzelnen ihrer Platten befindet, ohne Rücksicht auf das Vorzeichen der Ladung. Man sagt also, daß ein Kondensator die Ladung  $e$  trägt, wenn sich auf seinen Platten die Ladungen  $+e$  und  $-e$  befinden.

**280. Messung von Potentialdifferenzen mit dem Elektrometer.** Wir haben in § 263 das Elektrometer als ein Instrument zum Nachweis von Elektrizitätsmengen betrachtet. Tatsächlich ist sein Ausschlag primär bedingt durch das in ihm herrschende elektrische Feld (§ 276), also durch die zwischen dem isolierten, beweglichen Teil (Blättchen, Nadel) und dem Gehäuse (bzw. den Quadranten) herrschende Spannung. Je nach der Kapazität des Elektrometers (Kapazität des inneren, isolierten Teils gegen das Gehäuse) entspricht aber der gleichen Spannung, also dem gleichen Ausschlage, eine andere, auf ihm befindliche Elektrizitätsmenge, während der gleiche Ausschlag stets die gleiche Spannung anzeigt. Ändert man die Kapazität eines geladenen Elektrometers, indem man seinem Knopfe etwa die Hand nähert, wodurch sich die Kapazität erhöht, so wird der Ausschlag kleiner trotz gleichbleibender Ladung, weil jetzt der gleichen Ladung eine kleinere Spannung entspricht. Legt man aber an das Elektrometer eine konstante Spannung, etwa diejenige einer Batterie von Akkumulatoren, so bleibt der Ausschlag, auch wenn man die Kapazität ändert, konstant. Ein Elektrometer ist also in erster Linie ein Spannungsmesser, ein elektrostatisches Voltmeter. Zur Messung von Elektrizitätsmengen ist es nur geeignet, wenn man seine Spannungsempfindlichkeit und seine Kapazität kennt.

**281. Einige Versuche mit dem Plattenkondensator.** Man verbinde die eine Platte eines Plattenkondensators, dessen Plattenabstand man verändern kann, oder das eine Plattensystem eines Drehkondensators mit den Blättchen eines Elektroskops, die andere Platte, bzw. das andere Plattenpaar, mit dessen Gehäuse (Abb. 207), so daß die Kapazitäten des Kondensators und des Elektroskops parallel geschaltet sind (§ 279), sich also addieren, und bringe auf den Kondensator eine Ladung, deren Vorhandensein durch einen Ausschlag des Instruments angezeigt wird. Ändert man jetzt die Kapazität des Kondensators durch Änderung des Plattenabstandes bzw. Drehen des einen Plattensystems, so ändert sich auch der Ausschlag. Je kleiner die Kapazität des Kondensators ist, um so größer ist der Ausschlag. Denn die Ladung auf dem ganzen, aus Kondensator und Elektroskop bestehenden System, dessen Kapazität  $C$  sei, ist konstant, daher auch nach Gl. 11, § 278, das Produkt  $VC$ . Die vom Elektroskop angezeigte Spannung  $V$  ist also bei gegebener Ladung  $E$  der Kapazität  $C$  des Systems umgekehrt proportional.

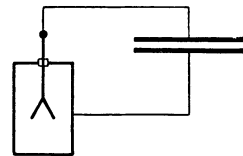


Abb. 207. Nachweis der Veränderlichkeit einer Kapazität.

Auf Grund dieser Erscheinung kann man noch Potentialdifferenzen mit einem wenig empfindlichen Elektroskop nachweisbar machen, die, wenn

man sie ohne weiteres an das Instrument legen würde, ihrer Kleinheit wegen keinen beobachtbaren Ausschlag geben würden, z. B. die Spannung von etwa 2 Volt eines Akkumulators. Man benutzt dazu eine der Abb. 207 entsprechende Vorrichtung. Man mache zuerst die Kapazität des Kondensators so groß wie möglich. Dann verbinde man die eine Klemme des Akkumulators mit dem Gehäuse des Elektroskops; mit einem von der andern Klemme herkommenden Draht mit isolierter Handhabe berühre man kurz die Zuleitung zu den Blättchen. Der Kondensator und das Elektroskop sind jetzt auf 2 Volt aufgeladen, aber es zeigt sich kein meßbarer Ausschlag, weil die Spannung zu klein ist. Verkleinert man jetzt die Kapazität des Kondensators in ausreichendem Maße, so zeigt sich ein solcher. Ist  $V$  die Spannung des Akkumulators und  $C_1$  die Anfangskapazität des Systems Kondensator-Elektroskop,  $C_2$  die Endkapazität, so ist zunächst die Elektrizitätsmenge  $e = VC_1$  in das System geflossen. Diese ändert sich bei der Verkleinerung von  $C$  nicht, so daß auch  $e = V'C_2$ , wenn  $V'$  die Potentialdifferenz nach Änderung der Kapazität bedeutet. Es ist also  $V' = VC_1/C_2$ . Ist z. B.  $C_1/C_2 = 100$ , so wird das Potential auf das 100-fache gesteigert. Man kann diesen Versuch leicht mit einem gewöhnlichen Elektroskop und einem Drehkondensator von etwa 500 cm Kapazität, wie sie für Rundfunkapparate gebraucht werden, anstellen.

**282. Die Energie eines geladenen Kondensators. Die Anziehung der Kondensatorplatten.** Um die in einem geladenen Kondensator aufgespeicherte Energie zu berechnen, verfährt man am einfachsten so, daß man die Arbeit berechnet, die notwendig ist, um die Ladung des Kondensators schrittweise herzustellen. Dazu kann folgendes Gedankenexperiment dienen. Es herrsche in dem Kondensator bereits die Spannung  $V$ , seine Ladung sei also  $e = CV$ . Wir wollen jetzt seine Ladung um den sehr kleinen Betrag  $de$  vergrößern, indem wir der negativen Platte noch eine positive Ladung  $+de$  entziehen und sie gegen die Richtung des im Kondensator bereits herrschenden Feldes  $\mathfrak{E} = V/d$  auf die positive Platte bringen. (Oder richtiger: indem wir der positiven Platte Elektronen im Betrage  $de$  entziehen und sie gegen die Kraft des Feldes auf die negative Platte bringen. Der Effekt ist natürlich der gleiche.) Dazu ist nach Gl. 7, § 268, die Arbeit  $dA = V de$  aufzuwenden. Wir erhalten demnach die Arbeit, die insgesamt notwendig ist, um den Kondensator von Null bis zur Ladung  $e$  aufzuladen, durch Integration

$$A = \int_0^e V de = \frac{1}{C} \int_0^e ede = \frac{1}{2} \frac{e^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} eV. \quad (13)$$

Auf der rechten Seite bedeutet jetzt  $V$  die Endspannung des Kondensators,  $V = e/C$ .  $A$  ist also der Betrag der in dem geladenen Kondensator aufgespeicherten Energie, die bei Entladung wieder frei wird.

Zwischen den Platten des geladenen Kondensators besteht wegen des entgegengesetzten Vorzeichens der Ladung seiner beiden Platten eine anziehende Kraft  $k$ , die wir aus Gl. 13 berechnen können. Es sei  $x$  der Abstand der beiden Platten eines Plattenkondensators. Wir vergrößern ihn jetzt um den Betrag  $dx$ . Dann ist die dabei zu leistende Arbeit  $dA = k \cdot dx$ . Wir erhalten also  $k$ , indem wir aus Gl. 13  $k = dA/dx$  bilden, also

$$k = \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{2} \frac{e^2}{C} \right).$$

Führen wir aus Gl. 12, § 279 (unter Ersetzung von  $d$  durch  $x$ ), den Ausdruck für

die Kapazität  $C = F/4\pi x$  ein, so ist  $A = e^2 \frac{2\pi x}{F}$  und

$$k = \frac{2\pi e^2}{F} = \frac{2\pi C^2 V^2}{F} = \frac{F}{8\pi x^2} \cdot V^2 = \frac{F}{8\pi} \cdot \mathfrak{E}^2, \quad (14)$$

da  $V/x = \mathfrak{E}$ .

Daß die Kraft  $k$  bei gegebener Ladung  $e$  ( $k = 2\pi e^2/F$ ) nicht vom Plattenabstande abhängt, erklärt sich ohne weiteres dadurch, daß sich ja bei einer Änderung des Abstandes die Zahl der im Kondensator verlaufenden Kraftlinien, also die Feldstärke im Kondensator, nicht ändert. Und diese ist es, die die Kraft auf die Ladungen der Platten ausübt. (Dabei ist allerdings von der Randwirkung [§ 279, Fußnote] abgesehen, die bewirkt, daß die Kraft mit Vergrößerung des Abstandes tatsächlich allmählich abnimmt.) Bei konstanter Potentialdifferenz dagegen nimmt die Kraft mit zunehmendem Abstände wie  $1/x^2$  ab. Denn je größer der Abstand ist, um so kleiner ist die Kapazität und sind damit die Ladungen und die zwischen ihnen wirkenden Kräfte.

Die zwischen den Platten eines geladenen Plattenkondensators wirkende Kraft kann dazu dienen, die Potentialdifferenz, die an ihnen liegt, auf rein mechanischem Wege zu messen. Man verfährt dabei so, daß man die eine Platte an eine Wage hängt und ihr die andere fest gegenüberstellt. Die Anziehung der ersten Platte durch die zweite wird gemessen, indem man sie durch Auflegen von Gewichten auf die andere Seite der Wage kompensiert (Potentialwage). Es ist dann nach Gl. 14  $V^2 = 8\pi x^2 k/F$ .

**283. Die Messung des elektrischen Elementarquantums.** Das elektrische Feld im Innern eines Plattenkondensators kann dazu dienen, die Größe des elektrischen Elementarquantums (§ 261), also die Ladung der Elektronen, zu messen. Die zuverlässigste Messung dieser Größe ist von MILLIKAN ausgeführt worden. Er benutzte zu diesem Zweck einen kleinen Plattenkondensator mit horizontalen Platten, der vor dem Objektiv eines stark vergrößernden Mikroskops stand. In die zwischen den Platten befindliche Luft konnten mittels eines Zerstäubers feine Quecksilber- oder Öltröpfchen gebracht werden, die unter der Wirkung der Schwere ganz langsam herabfallen. Diese Fallbewegung kann mit dem Mikroskop beobachtet und ihre Geschwindigkeit mit einem Okularmikrometer (§ 470) gemessen werden. Durch gewisse Einflüsse (z. B. Röntgenstrahlen, § 403) kann man den Atomen der die Tröpfchen umgebenden Luft elektrische Ladungen erteilen (sie ionisieren). Wenn sich, was leicht geschieht, ein oder mehrere geladene Atome an ein Tröpfchen anlagern, so erhält dies dadurch eine elektrische Ladung, die, wegen der atomistischen Struktur der Elektrizität, stets aus einem Elementarquantum oder einer kleinen ganzen Zahl solcher besteht. Angenommen, das Tröpfchen habe  $n$  positive Elementarquanten  $\varepsilon$  aufgenommen, so daß seine Ladung  $n\varepsilon$  beträgt. Legt man jetzt an den Kondensator, dessen Plattenabstand gleich  $d$  sei, eine Spannung  $V$ , so daß in ihm die Feldstärke  $\mathfrak{E} = V/d$  herrscht, so wirkt auf das Tröpfchen eine Kraft  $k = n\varepsilon V/d$ . Ist diese Kraft nach oben gerichtet, so wirkt sie der Schwerkraft entgegen. Ist  $\mu$  die Masse des Tröpfchens, so beträgt die Schwerkraft  $k' = \mu g$  ( $g = 981 \text{ cm/sec}^2$ ). Die gesamte, auf das Teilchen wirkende Kraft ist demnach  $k'' = \mu g \pm n\varepsilon V/d$ , je nach der Richtung des Feldes im Kondensator. Je nach der Größe und Richtung von  $V$  ist  $k''$  aufwärts oder abwärts gerichtet. Man richtet es nun so ein, daß das Tröpfchen ganz langsam entweder steigt oder fällt. Dann ist nach § 177 seine Fall- oder Steiggeschwindigkeit in der im Kondensator befindlichen Luft  $v = k''/\alpha$ , wenn  $-\alpha v$  die von der Luftreibung herrührende Reibungskraft ist. Die Größe von  $\mu$  wird durch einen Fallversuch ohne elektrisches Feld bestimmt, aus dem man mit Hilfe der Ge-

setze der Luftreibung (STOKESSches Reibungsgesetz, § 177) den Radius des Tröpfchens und dann aus dem spezifischen Gewicht die Masse ermitteln kann. Die Messungen ergeben in der Tat, daß alle vorkommenden Werte von  $n\varepsilon$  kleine ganzzahlige Vielfache einer Einheit, eben des Elementarquantums, sind. Es ist  $\varepsilon = 4,79_4 \times 10^{-10}$  el. stat. Ladungseinheiten =  $1,59_8 \times 10^{-19}$  Coulomb.

Durch diese Messungen wird, wie durch viele andere Tatsachen, die atomistische Struktur der Elektrizität völlig sicher bewiesen. (Die von einer Seite aufgestellte Behauptung, daß es noch kleinere Ladungen, sog. Subelektronen, gäbe, ist einwandfrei als irrig nachgewiesen worden.)

**284. Dielektrika. Dielektrische Polarisation.** Bisher haben wir im allgemeinen stillschweigend angenommen, daß sich zwischen den Platten eines Kondensators Luft befindet. Bringt man statt dessen einen andern Isolator zwischen die Platten, so ändert sich die Kapazität. Zum Nachweis können wir uns der in Abb. 207 dargestellten Versuchsanordnung bedienen. Der Kondensator sei geladen, so daß das Elektroskop einen Ausschlag zeigt. Jetzt bringen wir zwischen die Platten des Kondensators eine Glas- oder Hartgummiplatte. Der Ausschlag des Elektroskops wird kleiner, ein Beweis, daß — ebenso wie bei einer Annäherung der Platten — die Kapazität größer geworden ist. Die gleiche Erscheinung zeigt sich bei der Einführung aller isolierenden Materialien (Dielektrika), aber in verschieden starkem Grade. Wird das Dielektrikum wieder entfernt, so stellt sich der frühere Ausschlag wieder her, ein Beweis, daß die Ladung des Kondensators sich nicht geändert hat.

Diese Erscheinung erklärt sich auf folgende Weise: Auch die Dielektrika sind aus elektrisch geladenen, atomistischen Bestandteilen aufgebaut, enthalten aber keine frei beweglichen Ladungsträger wie die Metalle und die anderen leitenden Substanzen. Bei einem festen Dielektrikum werden die atomistischen Ladungsträger in ihren Ruhelagen durch atomare elektrische Kräfte festgehalten und durch elektrische Kräfte aus diesen nur ein wenig herausbewegt, um so mehr, je stärker das auf sie wirkende elektrische Feld ist. Daher hat ein solches Feld zur Folge, daß sich die positiv elektrischen Bestandteile des festen Dielektrikums ein wenig in der Richtung des Feldes, die negativen etwas gegen dieselbe verschieben, so daß an den Grenzflächen Oberflächenladungen auftreten. Die Wirkung einer solchen Verschiebung ist grob schematisch in Abb. 208 dargestellt. Die Erscheinung heißt dielektrische Polarisation (FARADAY 1837).

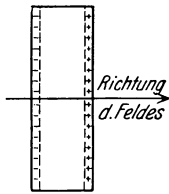


Abb. 208. Zur Theorie der dielektrischen Polarisation.

In einem flüssigen oder gasförmigen Dielektrikum sind die Moleküle nicht an eine feste Ruhelage gebunden, auch sind sie elektrisch neutral, d. h. die Summe ihrer positiven und negativen Elementarladungen ist Null. Daher übt ein homogenes elektrisches Feld, d. h. ein solches, dessen Kraftlinien parallel verlaufen, keine fortbewegende Kraft auf sie aus (§ 276). Aber der Schwerpunkt ihrer positiven und ihrer negativen Ladungen liegt im elektrischen Felde nicht an der gleichen Stelle des Moleküls. Ein Molekül bildet einen elektrischen Dipol (§ 259). Da diese Ladungen durch ein auf sie wirkendes homogenes elektrisches Feld mit gleich großer Kraft nach entgegengesetzter Richtung getrieben werden, so wirkt auf einen solchen Dipol ein Drehmoment, welches ihn so einzustellen sucht, daß die Verbindungslinie des negativen mit dem positiven Ladungsschwerpunkt in Richtung des elektrischen Feldes liegt. Die Wirkung einer solchen Richtung der molekularen Dipole ist offenbar derjenigen in einem festen Dielektrikum, wie sie in Abb. 208 dargestellt ist, analog (vgl. auch § 585).



Befindet sich ein Dielektrikum zwischen den Platten eines geladenen Kondensators, so findet also in ihm durch das in dem Kondensator herrschende Feld eine dielektrische Polarisierung statt. An der der positiven Platte zugekehrten Seite entsteht eine fest am Dielektrikum haftende negative, an der negativen Platte eine entsprechende positive Oberflächenladung, also eine Ladungsverteilung, die im Dielektrikum ein Feld hervorbringt, das dem Feld der auf dem Kondensator befindlichen Ladung gerade entgegengesetzt gerichtet ist, dieses also zum Teil aufhebt (Abb. 209).

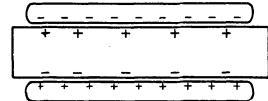


Abb. 209. Dielektrikum im Kondensator.

Die Oberflächenladungen  $e'$  des Dielektrikums sind der Ladung  $e$  des Kondensators proportional,  $e' = \alpha e$ . Die Größe  $\alpha$  ist ein Maß für die Verschiebbarkeit der Ladungsträger im Dielektrikum. Das von der Ladung des Kondensators herrührende Feld beträgt nach § 279  $\mathfrak{E}_0 = 4\pi e/F$ , das von der Ladung  $e'$  herrührende Feld  $\mathfrak{E}' = -4\pi e'/F = -4\pi\alpha e/F = -\alpha\mathfrak{E}_0$ . Durch die Überlagerung dieser beiden Felder entsteht im Kondensator ein Feld von der Stärke

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_0 + \mathfrak{E}' = \mathfrak{E}_0(1 - \alpha) = \frac{1}{\varepsilon}\mathfrak{E}_0.$$

$\varepsilon = 1/(1 - \alpha)$  heißt die Dielektrizitätskonstante des Dielektrikums. Nun ergibt sich nach Gl. 10, § 269, die zwischen den Platten des Kondensators herrschende Spannung zu

$$V = \mathfrak{E}d = \frac{1}{\varepsilon}\mathfrak{E}_0d = \frac{V_0}{\varepsilon}, \quad (15)$$

wenn  $V_0$  die Spannung bedeutet, die der Kondensator ohne das Dielektrikum bei gleicher Ladung  $e$  haben würde. Es sei  $C_0$  die Kapazität des Kondensators ohne,  $C$  diejenige mit Dielektrikum. Dann ist bei gleicher Ladung  $e$

$$e = V_0 \cdot C_0 = V \cdot C = \frac{1}{\varepsilon} V_0 \cdot C,$$

so daß

$$C = \varepsilon C_0. \quad (16)$$

Die Ladung, die auf den Platten eines mit einem Dielektrikum erfüllten Plattenkondensators von der Fläche  $F$  und dem Plattenabstand  $d$  sitzt, ist nach dem vorstehend Gesagten und nach Gl. 12, § 279 gleich

$$e = \frac{F}{4\pi d} \varepsilon V = F \frac{\varepsilon}{4\pi} \mathfrak{E},$$

da nach § 269  $V/D = \mathfrak{E}$ . Die Ladung  $e$  bezeichnet man auch als die bei der Ladung im Kondensator eingetretene dielektrische Verschiebung. Von ihr entfällt auf die Flächeneinheit der Betrag

$$\mathfrak{D} = \frac{\varepsilon}{4\pi} \mathfrak{E}. \quad (17)$$

Diese Größe heißt die Verschiebungsdichte im Felde  $\mathfrak{E}$ .

Der kleinste Wert, den  $\varepsilon$  annehmen kann, ist 1, wenn nämlich die molekularen Ladungsträger überhaupt nicht verschiebbar sind ( $\alpha = 0$ ) — was bei wirklichen Stoffen streng nie vorkommt — oder wenn gar keine solchen Ladungsträger vorhanden sind. Dieser Fall liegt nur beim Vakuum vor. Die Dielektrizitätskonstante des Vakuums hat also den Wert 1. Der höchste Wert, den  $\alpha$  annehmen kann, ist 1, dann wird nämlich  $e' = e$ . In diesem Falle ist die Dielektrizitätskonstante  $\varepsilon = \infty$ . Das ist der Grenzfall, daß sich ein Leiter zwischen den Platten befindet.

Die Dielektrizitätskonstanten aller wirklichen Körper sind also größer als 1. In der Tabelle 19 sind einige Dielektrizitätskonstanten zusammengestellt:

Tabelle 19. Dielektrizitätskonstanten.

Paraffinöl . . . . .	2,2	Glimmer . . . . .	6—8
Petroleum . . . . .	2,0	Hartgummi . . . . .	2,7
Wasser . . . . .	81	Luft . . . . .	1,0006
Bernstein . . . . .	2,8	Vakuum . . . . .	1,0000
Glas . . . . .	5—7		

Alle Gase haben, wie die Luft, eine von 1 nur sehr wenig verschiedene Dielektrizitätskonstante. Es macht daher nur äußerst wenig aus, ob sich Luft oder ein Vakuum zwischen den Platten eines Kondensators befindet. Glimmer ist mit seiner hohen Dielektrizitätskonstanten (und auch aus sonstigen Gründen) zur Herstellung von Kondensatoren besonders geeignet und wird daher zu diesem Zweck viel verwandt, z. B. auch für die sog. Blockkondensatoren der Rundfunk-Empfangsgeräte. Zur Erhöhung der Kapazität von Drehkondensatoren wird vielfach eine Ölfüllung verwandt. Außerdem findet durch das Öl hindurch ein Funkenübergang erst bei höheren Feldstärken statt als durch Luft. Man kann daher an solche Kondensatoren höhere Spannungen anlegen als an Luftkondensatoren (vgl. auch § 407).

Ein Kondensator mit Dielektrikum (Glas) ist auch die älteste Kondensatorform, die Leidener oder Kleistsche Flasche (Abb. 210). Sie besteht aus einem innen und außen, unter Freilassung des oberen Randes, mit Stanniol beklebten zylindrischen Glasgefäß. Die innere Belegung ist mit einer nach außen ragenden und mit einem Knopf versehenen Metallstange verbunden, während die äußere Belegung durch die Unterlage, auf der sie steht, mit der Erde verbunden ist. Leidener Flaschen werden zur Aufspeicherung elektrischer Ladungen verwendet. Mittels eines Elektrophors oder einer Influenzmaschine (§ 286) kann man durch fortgesetzte Übertragung von Ladung auf die innere Belegung beträchtliche Elektrizitätsmengen in einer Leidener Flasche ansammeln, die sich, wenn man dem Knopf der Metallstange einen die äußere Belegung berührenden Metallbügel nähert, mit heftig knallenden Funken entlädt, d. h. zwischen den beiden Belegungen ausgleicht. Lädt man eine Leidener Flasche, die man unter Berührung der äußeren Belegung in der Hand hält, mit den kräftigen Funken aus einer Influenzmaschine, so spürt man beim Überspringen jedes Funkens einen Schlag. Das rührt daher, daß sich, z. B. bei positiver Aufladung der inneren Belegung, die äußere Belegung durch Influenz gleich hoch negativ auflädt. Diese negative Ladung fließt von der Erde her durch den Körper des Trägers der Flasche.



Abb. 210. Leidener Flasche.

In einem Kondensator, der mit einer Substanz von der Dielektrizitätskonstanten  $\epsilon$  angefüllt ist, ist, wie vorstehend ausgeführt, die Feldstärke auf den Bruchteil  $1/\epsilon$  verkleinert. Daher ist auch die Anziehung der auf den Platten befindlichen Ladungen (§ 282) auf den gleichen Bruchteil verkleinert. Das gilt nicht nur für Kondensatoren, sondern überhaupt für alle Ladungen, die sich in einem Dielektrikum befinden. Das COULOMBSche Gesetz gilt daher in der durch Gl. 2, § 257, dargestellten Form streng nur für das Vakuum ( $\epsilon = 1$ ). Befinden sich die beiden Ladungen  $e$  und  $e'$  in einem Dielektrikum von der Dielektrizitätskonstanten  $\epsilon$ , so lautet das allgemeinere Gesetz

$$k = \frac{1}{\epsilon} \frac{ee'}{r^2}. \quad (17)$$

**285. Kraftwirkung elektrischer Felder auf Dielektrika.** Befindet sich ein dielektrischer Körper in einem elektrischen Felde, so wird er durch die dielektrische Polarisation zu einem elektrischen Dipol. Es gilt daher das gleiche, was in § 276 über die Wirkung elektrischer Felder auf Dipole gesagt ist, sofern sich der dielektrische Körper im Vakuum befindet. Ist jedoch der ihn umgebende Körper ein zweites Dielektrikum, so hängt die Größe und Richtung der auf ihn wirkenden drehenden oder beschleunigenden Kräfte davon ab, ob seine Dielektrizitätskonstante größer oder kleiner ist als die des umgebenden Mediums. Ist sie größer, so bestehen qualitativ die gleichen Verhältnisse wie bei einem ungeladenen Leiter im elektrischen Felde. Im homogenen Felde stellt er sich mit seiner Längsachse in die Feldrichtung ein, im inhomogenen Felde bewegt er sich in Richtung wachsender Feldstärke. Ist jedoch seine Dielektrizitätskonstante die kleinere, so stellt er sich im homogenen Felde mit seiner Längsachse senkrecht zur Feldrichtung, im inhomogenen Felde wird er in Richtung abnehmender Feldstärke beschleunigt, also aus dem Felde herausgetrieben.

**286. Influenzmaschinen.** Im Elektrophor (§ 277) haben wir eine einfache Vorrichtung kennengelernt, um mittels einer bereits vorhandenen elektrischen Ladung durch Influenz weitere Ladungen in fast beliebigen Mengen zu erzeugen (voneinander zu trennen). Weit bequemer und schneller bewirken dies die Influenzmaschinen. Die modernen Influenzmaschinen sind sehr kompliziert. Es soll daher lediglich eine einfache Vorrichtung besprochen werden, die praktisch nicht in Gebrauch ist, aber das Grundsätzliche gewisser Typen von Influenzmaschinen zu erläutern gestattet. Zunächst sei ein einfaches Gedankenexperiment vorausgeschickt (Abb. 211).

Zwei isolierte Metallplatten  $\alpha$  und  $\beta$  werden im Felde eines geladenen Kondensators ( $A, K$ ) miteinander in Berührung gebracht (a) und laden sich durch Influenz entgegengesetzt auf. Alsdann werden sie voneinander getrennt (b) und ihre Ladungen z. B. auf den Blättchenträger und die Außenhülle eines isoliert aufgestellten Elektroskops gebracht (c), welches die Ladungen durch einen Ausschlag anzeigt. Da aber die beiden Metallstücke bei dieser Berührung einen Teil der Oberflächen des Elektroskops bilden, geht ihre Ladung nicht vollständig auf dieses über (§ 271). Man entlädt nunmehr die beiden Metallstücke vollends, indem man sie in die beiden, an den Kondensatorplatten befestigten Blechtaschen  $F_1$  und  $F_2$  steckt (d). Dabei wird die Ladung des Kondensators vergrößert. Man beachte, daß die Ladung der Platten sich vorher noch nicht verändert hatte. Wiederholt man jetzt das gleiche Verfahren, so sind die Influenzladungen der beiden Metallstücke ein wenig größer als beim ersten Male, da ja die Feldstärke im Kondensator gewachsen ist. So kann man prinzipiell die Ladung des Elektrometers durch fortgesetzte Wiederholung des Verfahrens beliebig steigern. Das Verfahren heißt „Multiplikation“, weil die ursprünglich wirksame Ladung dabei ständig vergrößert wird.

Abb. 212 zeigt die gleichen Phasen in etwas größerer Annäherung an die Wirklichkeit bei einem rotierenden Apparat.  $A$  und  $K$  bilden den Kondensator. Die beiden Metallstücke  $\alpha$  und  $\beta$  sitzen auf einer isolierenden Speiche und werden, wenn sie  $A$  und  $K$  gegenüberstehen, durch eine metallische Querverbindung in leitende Berührung miteinander gebracht (a). (Die Pfeilspitzen bedeuten gleitende Kontakte, etwa Büschel aus feinen Metallfäden.) Beim Weiterdrehen im Sinne des Uhrzeigers sind  $\alpha$  und  $\beta$  durch Influenz entgegengesetzt geladen (b). Sie berühren dann zwei weitere Schleifkontakte, die zum Elektroskop führen (c) und geben schließlich (d) ihre noch verbleibende Restladung an die metallischen Verlängerungen  $F_1$  und  $F_2$  von  $A$  und  $K$ , die den Blechtaschen des vorhergehenden

den Versuchs entsprechen, ab. Der Erfolg ist eine Aufladung des Elektrometers und eine Erhöhung der Ladungen auf  $A$  und  $K$ . Die bei der nächsten Umdrehung auftretende Wirkung ist dementsprechend stärker usw.

Der letzte Versuch gibt das auf eine ganz einfache Form gebrachte Schema einer gewissen Type von Influenzmaschinen. Andere Typen arbeiten nach

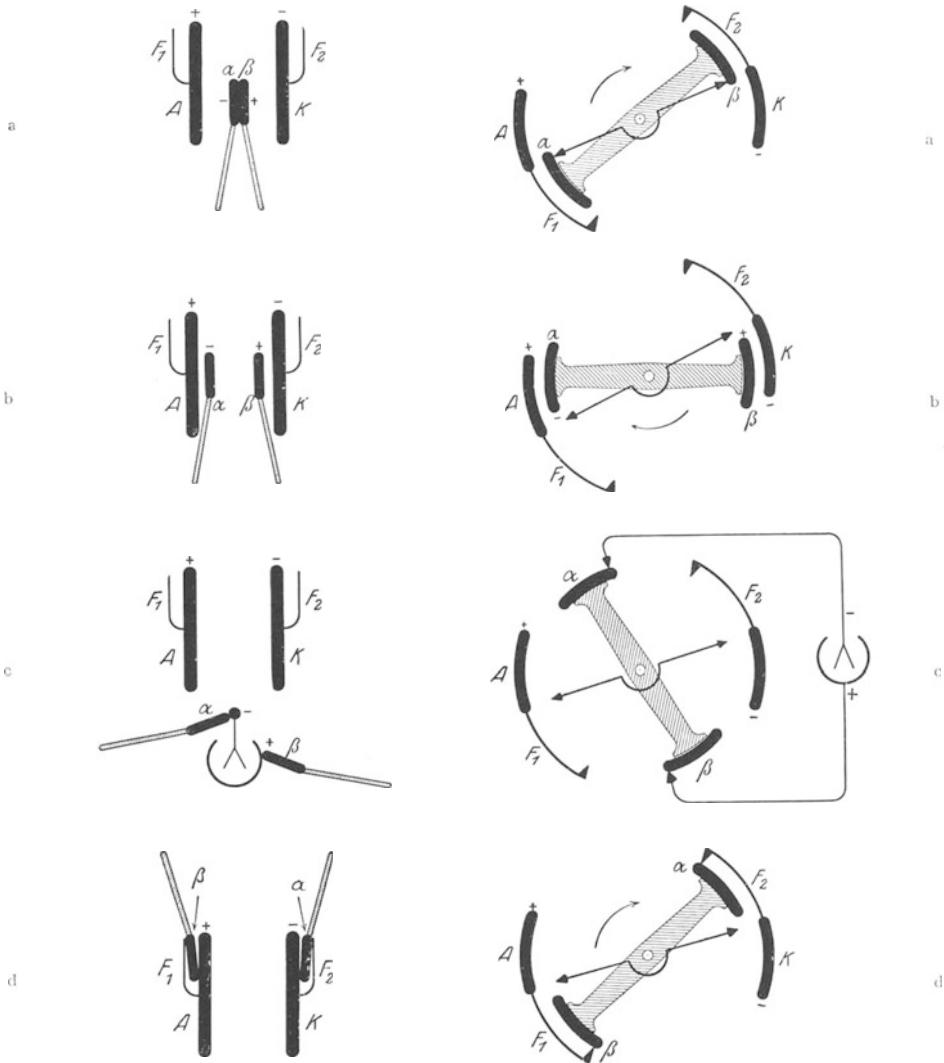


Abb. 211 u. 212. Wirkungsweise einer Influenzmaschine nach dem Multiplikatorverfahren (nach R. W. POHL).

einem etwas anderen Verfahren. Damit die Maschine zu arbeiten beginnt, genügt es, wenn auf einer der Kondensatorplatten eine winzige Anfangsladung sitzt. Das ist fast stets von selbst der Fall. Die Maschinen erregen sich also selbst, aber das Vorzeichen der Ladungen ist vom Zufall abhängig. Die Spannung der Influenzmaschinen steigt so lange, bis die Ladungsverluste durch mangelhafte Isolation, insbesondere infolge von Entladungen durch die Luft, der neu erzeugten Ladung gleich werden. Man läßt daher meist die Ladungen in die beiden Be-

legungen eines Kondensators (Leidener Flasche) fließen, deren Kapazität die Ansammlung größerer Ladungen ohne zu schnellen Spannungsanstieg erlaubt ( $V = e/C$ , § 278). Man kann mit solchen Maschinen modernen Typs Spannungen von vielen tausend Volt erzeugen.

**287. Piezo- und Pyroelektrizität.** Viele Kristalle bestehen, wie im § 584 ausführlich auseinandergesetzt wird, aus gitterartig angeordneten Atomen oder aus Ionen entgegengesetzter Ladung. Wir haben bereits bei der dielektrischen Polarisierung (§ 284) gesehen, daß eine durch elektrische Kräfte hervorgerufene Verschiebung der positiven und negativen Ladungen eines solchen Gitters das Auftreten von Ladungen an den Grenzflächen eines Kristalls bewirken kann. Das gleiche kann auch durch mechanische Einwirkungen geschehen. Es gibt Kristalle, z. B. Quarz, bei denen an der Oberfläche Ladungen auftreten, wenn man einen Druck auf sie ausübt. Die Ladungen sind dem Druck proportional. Diese Erscheinung heißt Piezoelektrizität. Eine ähnliche Wirkung kann auch eine Erwärmung eines Kristalls haben (Pyroelektrizität). Zum Nachweis dieser Ladungen bestäubt man den Kristall z. B. mit einem Gemisch von Schwefel- und Mennigepulver. In einem solchen ist durch Berührung (Reibung, § 252) der Schwefel negativ, die Mennige positiv elektrisch. Daher haftet das gelbe Schwefelpulver an den positiv elektrischen, das rote Mennigepulver an den negativ elektrischen Stellen der Kristalloberfläche.

### c) Elektrische Ströme in festen Leitern.

**288. Vorbemerkung.** In diesem Kapitel muß, vorbehaltlich der späteren Besprechung, vorausgesetzt werden:

1. Daß es Vorrichtungen — Elemente, Akkumulatoren, Dynamomaschinen der elektrischen Kraftwerke usw. — gibt, mittels derer man imstande ist, zwischen zwei Punkten eines Leiters eine dauernde Spannungsdifferenz aufrechtzuerhalten.

2. Daß es Instrumente gibt, welche die Menge der durch sie in der Zeiteinheit fließenden Elektrizität (elektrische Stromstärke) anzeigen (Amperemeter, Galvanometer). Instrumente, welche die zwischen zwei Punkten bestehende Potentialdifferenz (Spannung) messen (Voltmeter), sind bereits im § 280 besprochen. Bei den in der Folge zu besprechenden Versuchen bedient man sich in der Regel nicht dieser elektrostatischen Voltmeter, sondern anderer (elektromagnetischer) Voltmeter (§ 367), welche auf dem gleichen Prinzip beruhen wie die Amperemeter.

**289. Der Potentialabfall in einem von Elektrizität durchströmten Leiter.**

a) Man verbinde die beiden Belegungen einer geladenen Batterie  $C$  größerer, parallel geschalteter Leidener Flaschen (also einen Kondensator) durch Kupferdrähte mit den Enden eines 1—2 m langen, dünnen, trockenen Holzstabes  $ab$  (Halbleiter). Man verbinde ferner das Gehäuse eines als Spannungsmesser dienenden Elektrometers  $E$  von geeigneter Empfindlichkeit mit dem einen Ende ( $a$ ) des Stabes und befestige an der Zuführung zu den Blättchen des Elektrometers einen Draht, den man mittels eines isolierten Handgriffes an dem Holzstab entlang führen kann (Abb. 213). An dem Ausschlag des Elektrometers erkennt man, daß die Potentialdifferenz zwischen dem Punkt  $a$  und den einzelnen Stellen des Holzstabes in der Richtung von  $a$  nach  $b$  stetig ansteigt. Je mehr man den berührenden Draht dem Ende  $b$  nähert, um so größer wird der Ausschlag. Die Ausschläge

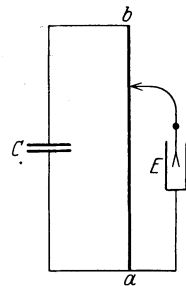


Abb. 213. Potentialabfall in einem von Elektrizität durchströmten Holzstab.

werden aber mit der Zeit geringer und verschwinden schließlich ganz. Die Batterie erweist sich dann als ungeladen. Ihre Ladung ist durch den Holzstab allmählich abgeflossen. Der Versuch ist nichts anderes als ein Beweis der Tatsache, daß sich Potentialdifferenzen innerhalb eines Leiters — die ganze Versuchsanordnung ist ja ein zusammenhängendes System von Leitern — auszugleichen suchen. Ferner beweist er, daß, wenn zwischen zwei Punkten eines Leiters (des Holzstabes) eine Potentialdifferenz besteht, das Potential in den zwischen ihnen liegenden Punkten des Leiters in der Richtung vom höheren zum niedrigeren abfällt, und daß ein solches Potentialgefälle besteht, solange sich die Potentiale im Innern noch nicht ausgeglichen haben, also solange noch eine Strömung der Elektrizität stattfindet.

b) Wir wiederholen den Versuch auf andere Weise. An Stelle der Batterie von Leidener Flaschen benutzen wir einen Akkumulator  $S$ , zwischen dessen Klemmen eine dauernde Potentialdifferenz von etwas über 2 Volt besteht, an

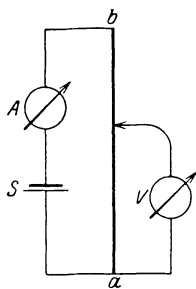


Abb. 214. Potentialabfall in einem von Elektrizität durchströmten Draht.

Stelle des Holzstabes einen dünnen, ausgespannten Eisendraht  $ab$  von 2—3 m Länge, statt des Elektrometers ein elektromagnetisches Voltmeter  $V$ . Zum Nachweis der durch den Draht strömenden Elektrizität schalten wir zwischen den Akkumulator und den Eisendraht ein Amperemeter  $A$  (Abb. 214).

Fahren wir an dem von Elektrizität durchflossenen Draht mit dem einen zum Voltmeter führenden Drahte entlang, so zeigt jetzt das Voltmeter durch seine Ausschläge an, daß sich das Potential in dem Drahte von Punkt zu Punkt stetig ändert. Die Ausschläge nehmen jetzt nicht mit der Zeit ab, weil der Vorrat an Elektrizität, den der Akkumulator zu liefern vermag, viel größer ist als der der geladenen Batterie von Leidener Flaschen. Das Ergebnis des Versuchs (vom Konstantbleiben der Spannung abgesehen) ist das gleiche wie das des vorher beschriebenen Versuches. Gleichzeitig ist durch diesen Versuch mit Hilfe des Amperemeters das Strömen der Elektrizität unmittelbar nachgewiesen.

**290. Elektrischer Strom.** Bei den beiden im vorstehenden Paragraphen besprochenen Versuchen fließt durch den Leiter (Holzstange, Draht) elektrische Ladung. Einen solchen Vorgang nennt man einen elektrischen Strom. Je nach der Menge der durch den Querschnitt des Leiters in der Zeiteinheit fließenden Ladung bezeichnet man einen Strom als mehr oder weniger stark. Als Maß der Stärke eines elektrischen Stromes, kurz Stromstärke  $i$  genannt, dient die in der Zeiteinheit durch irgendeinen Querschnitt des Leiters fließende Elektrizitätsmenge. Diese Menge ist in allen Querschnitten des Leiters die gleiche, ganz gleich, ob dieser Querschnitt an verschiedenen Stellen verschieden groß ist oder nicht, denn es findet nirgends in einem stromdurchflossenen Leiter eine dauernde Ansammlung elektrischer Ladungen, d. h. keine ständig wachsende Aufladung des Leiters, statt. Betrachten wir ein durch zwei beliebige Querschnitte  $q_1$  und  $q_2$  begrenztes Stück eines Leiters, so muß demnach stets durch den einen Querschnitt ebensoviel Elektrizität eintreten, wie durch den andern in der gleichen Zeit austritt.

Fließt durch einen zur Stromrichtung senkrechten Querschnitt  $q$  eines Leiters der Strom  $i$ , so entfällt auf je 1 qcm des Querschnitts der Strom

$$\frac{i}{q} = j. \quad (1)$$

Diese Größe heißt Stromdichte.

Es sei  $de$  die in der Zeit  $dt$  durch einen Querschnitt eines Leiters fließende Elektrizitätsmenge. Dann ist gemäß der vorstehend gegebenen Definition der Stromstärke

$$i = \frac{de}{dt} \quad (2a)$$

die in  $\tau$  sec durch den Querschnitt fließende Elektrizitätsmenge, also die Stromstärke im Leiter. Bei der Stromstärke  $i$  fließt daher in der Zeit  $t$  die Elektrizitätsmenge

$$e = \int_0^t i dt, \quad (2b)$$

bzw. bei konstanter Stromstärke  $i$  die Elektrizitätsmenge

$$e = it \quad (2c)$$

durch jeden Querschnitt des Leiters.

Je nachdem wir der Messung der Stromstärke die elektrostatische oder die praktische Ladungseinheit (das Coulomb) zugrunde legen, kommen wir zur elektrostatischen oder zur praktischen Einheit der Stromstärke. Die elektrostatische Einheit der Stromstärke kommt einem Strome zu, bei dem in der Sekunde eine elektrostatische Ladungseinheit durch einen Querschnitt des Leiters fließt. Fließt in der Sekunde 1 Coulomb durch einen solchen Querschnitt, so ist die Stromstärke gleich der praktischen Einheit, welche 1 Ampere (abgek. A) heißt. Entsprechend dem Umrechnungsverhältnis zwischen elektrostatischer Ladungseinheit und Coulomb (§ 257) ist

$$1 \text{ Ampere (A)} = 3 \cdot 10^9 \text{ elektrostatischen Einheiten der Stromstärke.}$$

Eine viel benutzte, vom Ampere abgeleitete Einheit ist 1 Milliampere (mA) =  $10^{-3}$  A.

Da ein Strom von  $i$  A in der Zeit  $t$  sec die Elektrizitätsmenge  $e = it$  Coulomb mit sich führt, so nennt man 1 Coulomb, d. h. die vom Strome 1 A in 1 sec transportierte Elektrizitätsmenge, auch 1 Amperesekunde. Als größere Einheit dient vielfach die auf die Stunde als Zeiteinheit bezogenen Ampere-stunde (Ah) = 3600 Amperesekunden oder Coulomb.

Sehr wichtig ist die Tatsache, daß ein metallischer Leiter, in dem ein elektrischer Strom fließt, trotzdem elektrisch ungeladen ist, d. h. daß sich in jedem Volumelement eines solchen Leiters gleichviel positive und negative (atomistische) Elektrizität befindet. Wird zwei Punkten eines metallischen Leiters eine Potentialdifferenz aufgezwungen, etwa durch Verbinden mit den beiden Klemmen eines Akkumulators, so setzen sich die in ihm befindlichen Elektronen, wie in jedem Leiter, in dem eine Potentialdifferenz besteht (§ 270), derart in Bewegung, daß sie die Potentialdifferenz zu beseitigen suchen. Während das in den in der Elektrostatik behandelten Fällen meist sehr schnell stattfindet, ist das hier nicht der Fall. Vielmehr sorgt der Akkumulator für Aufrechterhaltung der Potentialdifferenz und damit des elektrischen Stromes. Für die aus dem einen Ende des Leiters austretenden Elektronen strömen am andern Ende aus dem Akkumulator neue Elektronen in gleicher Zahl in ihn ein. Die Ladung des Leiters ändert sich daher beim Strömen der Elektrizität nicht, er bleibt im ganzen und in allen seinen Teilen elektrisch neutral, denn die negative Ladung der bewegten Elektronen wird durch die positive Ladung der ortsfesten Ionen des Metalls kompensiert. Die Elektronen bewegen sich mit der gleichen Dichte, die sie hatten, ehe der Strom floß, durch den Leiter zwischen den ruhenden positiven Bestandteilen

desselben hindurch. In den nicht metallischen Leitern liegen die Verhältnisse häufig nicht so einfach.

Abweichungen von dem geschilderten Verhalten treten auch bei metallischen Leitern dann ein, wenn Teile eines Leitersystems, die sich auf verschiedenen Potential befinden, einander sehr nahe sind. Dann wirken sie wie die Belegungen eines Kondensators, der auf eine Spannung aufgeladen ist, und es treten an solchen Stellen Ladungen auf (sog. Kapazitätswirkungen).

Wird an zwei Punkte eines Leiters eine Spannung gelegt, so besteht in seinem Innern ein elektrisches Feld (§ 265). Bei beliebiger Form des Leiters kann dieses sehr kompliziert gestaltet sein. Bei einem einfachen Draht von konstanter Dicke und z. B. zylindrischem Querschnitt verlaufen seine Kraftlinien der Achse des Drahtes parallel und folgen jeweils der Richtung des Drahtes, auch wenn dieser gekrümmt ist. Infolgedessen ist die elektrische Feldstärke  $\mathcal{E}$  in einem homogenen Draht von konstantem Querschnitt und der Länge  $l$ , an dessen Enden eine Spannung  $V$  liegt, nach § 269  $\mathcal{E} = V/l$ , und zwar unabhängig von der Form, in die der Draht gebogen ist. Dieses elektrische Feld liefert die treibende Kraft für die Strömung der Elektronen im Draht, die sich — wegen ihrer negativen Ladung — in ihm von niederem zum höherem Potential bewegen.

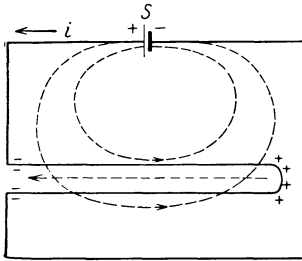


Abb. 215. Zum Zustandekommen der Feldverteilung in einer Stromschleife.

Es ist sehr lehrreich, sich das Zustandekommen der endgültigen Feldverteilung etwas genauer klarzumachen. Wir betrachten als Beispiel einen Stromkreis von der in Abb. 215 dargestellten Form, und zwar insbesondere die in ihm enthaltene Drahtschleife. Vor dem Einschalten des Stromes verlaufen die von dem positiven und dem negativen Pol der Stromquelle  $S$  herkommenden Kraftlinien in gekrümmten Kurven von dem positiven zum negativen Pol, und diese Feldverteilung besteht auch noch im Augenblick des Einschaltens. Das schon vorher bestehende Feld setzt die Elektronen im Draht gegen die positive Feldrichtung in Bewegung. Man erkennt, daß sich dann in der Drahtschleife zunächst eine Ladungsverteilung bilden muß, wie sie Abb. 215 zeigt. Rechts entsteht in ihr ein positiver, links ein negativer Ladungsüberschuß. Von diesen Ladungen gehen aber Kraftlinien aus, die von der positiven zur negativen Ladung verlaufen, den Kraftlinien des ursprünglichen Feldes entgegengerichtet sind, es also schwächen. Die Ansammlung von Ladungen geht nun so lange vor sich, bis das von ihnen herrührende zusätzliche Feld das ursprüngliche Feld in der Hauptsache aufgehoben hat. Es stellt sich schließlich ein Zustand ein, bei dem das ursprüngliche Feld in der oberen Hälfte der Schleife nahezu, aber noch nicht völlig aufgehoben ist, das ursprüngliche Feld in der unteren Hälfte aber bereits ein wenig überkompensiert ist. Damit ist der endgültige Zustand erreicht, daß das Feld im Draht überall gleichsinnig, d. h. innerhalb des Drahtes vom positiven zum negativen Pol der Batterie gerichtet ist.

Wie bereits erwähnt (§ 262), ist aus früherer Zeit die Gewohnheit bestehen geblieben, als Richtung eines elektrischen Stromes diejenige Richtung zu bezeichnen, in der positive Ladungen fließen würden, wenn die Strömung aus solchen bestände. Die wahre Strömungsrichtung, nämlich die der Elektronen, ist aber bei der Leitung in den Metallen gerade die entgegengesetzte Richtung. Die alte Bezeichnungsart ist jedoch so sehr eingebürgert, daß wir uns ihr hier auch anschließen werden. Wir bezeichnen also als Richtung eines elektrischen Stromes stets diejenige von höherem zu niedrigerem Potential.



291. **Der Mechanismus der Stromleitung in den Metallen.** Über die Tatsache, daß die Leitfähigkeit der Metalle auf den Bewegungen von Elektronen beruht, besteht nicht der geringste Zweifel. Das genaue Verständnis des Mechanismus der Stromleitung in den Metallen stieß jedoch bisher auf sehr große Schwierigkeiten, die erst durch eine Theorie von SOMMERFELD behoben worden sind, die auf dem Boden der Quantentheorie wurzelt (§ 580). Zahlreiche Gesetzmäßigkeiten der Stromleitung können jedoch auf Grund einer einfachen Vorstellung über den Leitungsmechanismus gedeutet werden, die wir uns hier zunutze machen wollen, ohne dabei die Tatsache aus den Augen zu verlieren, daß es sich nur um ein etwas grobes Bild handelt.

Nach dieser Vorstellung bewegen sich die Elektronen durch das Gefüge eines Metalles unter der Wirkung eines elektrischen Feldes wie in einem reibenden Medium, also etwa so wie kleine Körper beim Fall durch die Luft. Wir haben im § 177 gesehen, daß solche Körper schnell eine Geschwindigkeit annehmen, bei der die der Geschwindigkeit  $v$  proportionale Reibungskraft  $\alpha v$  der treibenden Schwerkraft  $mg$  gleich und entgegengesetzt gerichtet ist, so daß diese beiden Kräfte sich gegenseitig aufheben und der Körper mit konstanter Geschwindigkeit fällt. Wir übertragen diese Verhältnisse auf die Elektronen in einem Metall, indem wir nur an Stelle der Schwerkraft  $mg$  die vom elektrischen Felde  $\mathcal{E}$  auf die die Ladung  $\varepsilon$  (Elementarquantum, § 257) tragenden Elektronen ausgeübte Kraft  $\varepsilon\mathcal{E}$  setzen. Wir erhalten demnach die Beziehung

$$\alpha v = \varepsilon \mathcal{E} \quad \text{oder} \quad v = \frac{\varepsilon}{\alpha} \mathcal{E}. \quad (3)$$

(Tatsächlich wird ein solches Elektron keine geradlinige Bahn im Metall beschreiben, sondern infolge fortgesetzter Zusammenstöße mit den Metallatomen [bzw. Metallionen] eine Zickzackbahn. Unter  $v$  ist hier lediglich die Komponente der Geschwindigkeit in der Richtung des elektrischen Feldes zu verstehen. Diese wird zwar ständig wechseln, aber, über eine größere Zeit genommen, einen konstanten Mittelwert, nämlich  $v$ , haben.)

Die Größe  $\varepsilon/\alpha$  kann man als die Beweglichkeit der Elektronen bezeichnen, denn je größer sie ist, um so größer ist bei gegebener Feldstärke  $\mathcal{E}$  die Geschwindigkeit  $v$ . Sie ist, wie man leicht sieht, gleich der Geschwindigkeit der Elektronen bei der Feldstärke  $\mathcal{E} = 1$ .

Wir betrachten ein Stück eines stromdurchflossenen Leiters (Abb. 216) von der Länge  $l$  und dem Querschnitt  $q$  und nehmen an, daß in jedem Kubikzentimeter dieses Leiters  $n$  Elektronen für den Stromtransport verfügbar sind. Die Bewegung der Elektronen erfolge von rechts nach links. Durch den linken Querschnitt  $q$  treten in einer Sekunde so viele Elektronen nach links aus, wie sich rechts von ihm in einem Stück von der Länge  $v$  befinden, nämlich  $nqv$ ; denn diejenigen Elektronen, welche  $v$  cm von dem linken Querschnitt  $q$  entfernt sind, erreichen ihn gerade noch am Schluß der nächsten Sekunde, alle näher gelegenen schon vor dem Ende der Sekunde. Es ist also die in einer Sekunde durch den Querschnitt tretende Elektrizitätsmenge, d. h. die Stromstärke im Leiter,

$$i = n \varepsilon q v. \quad (4)$$

Zwischen den Enden des ganzen Leiterstücks von der Länge  $l$  herrsche die Potentialdifferenz  $V$ . Dann ist die Feldstärke im Leiter

$$\mathcal{E} = \frac{V}{l}. \quad (5)$$

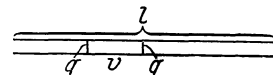


Abb. 216. Zum Mechanismus des elektrischen Stromes.

Aus den Gl. 3, 4 und 5 erhält man

$$i = \frac{n \varepsilon^2}{\alpha} \cdot \frac{q}{l} \cdot V. \quad (6)$$

**292. Das OHMSche Gesetz. Widerstand.** In der Gl. 6 ist das OHMSche Gesetz (1827) ausgesprochen, dem man in der Regel die folgende Form gibt:

$$i = \frac{V}{w} \quad \text{oder} \quad V = iw. \quad (7)$$

Die Größe  $w$  bezeichnet man als den Widerstand des betreffenden Leiterstücks. Nach Gl. 6 und 7 ist

$$w = \frac{\alpha}{n \varepsilon^2} \cdot \frac{l}{q} = \rho \frac{l}{q}. \quad (8)$$

Der Widerstand setzt sich aus zwei Teilen zusammen. Der eine,  $\rho = \alpha/n\varepsilon^2$ , ist durch den Stoff, aus dem der Leiter besteht, bedingt; denn die Zahl  $n$  der für den Stromtransport verfügbaren Elektronen und die ihrer Bewegung widerstehenden Kräfte (von  $\alpha$  abhängig) sind in den verschiedenen leitenden Materialien sehr verschieden. Der zweite Teil, der „Formfaktor“  $l/q$ , hängt von der geometrischen Form des Leiterstücks ab.  $\rho$  bezeichnet man als den spezifischen Widerstand des Leitermaterials. Es ist das derjenige Widerstand, den ein Leiterstück des betreffenden Materials von 1 cm Länge und 1 qmm Querschnitt hat. Der reziproke Wert des spezifischen Widerstandes heißt spezifisches Leitvermögen. (Man hüte sich davor, zu sagen, der spezifische Widerstand sei der Widerstand eines Kubikzentimeters des betreffenden Materials, denn dieser Widerstand kann sehr verschieden sein, je nachdem, ob das Leiterstück bei gleichem Volumen kurz und dick oder lang und dünn ist.)

Die Einheit des Widerstandes im praktischen Maßsystem ist 1 Ohm. Das ist derjenige Widerstand, in dem bei einer angelegten Spannung von 1 Volt ein Strom von 1 Ampere fließt. Für sehr große Widerstände benutzt man auch die abgeleitete Einheit 1 Megohm =  $10^6$  Ohm.

Von der Definition des Ohm aus dem OHMSchen Gesetz als das Verhältnis  $w = V/i$  ist die gesetzliche Definition des Ohm zu unterscheiden. Gesetzlich ist 1 Ohm definiert als der Widerstand einer Quecksilbersäule von 1 qmm Querschnitt und 106,3 cm Länge bei  $0^\circ$  (vgl. § 317). Er entspricht nach den besten Messungen der Definition aus dem OHMSchen Gesetz auf rund 0,01 %.

In Tab. 20 sind die spezifischen Widerstände  $\rho$  einer Reihe von Metallen nebst einigen anderen, weiter unten zu erörternden Daten wiedergegeben. Ferner enthält sie Angaben über die Widerstände einiger besonders schlechter Leiter, also praktischer Isolatoren. (Wegen der weiteren Angaben s. § 295 und 301.)

Tabelle 20. Spezifische Widerstände.

	$\rho \cdot 10^4$	$a \cdot 10^3$	$\lambda$	$q \cdot \lambda \cdot 10^4$		$\rho$
Ag . . . . .	0,016	+ 4,1	1,01	0,0162	Schiefer . . .	$10^8$
Cu . . . . .	0,017	4,3	0,90	0,0153	Marmor . . .	$10^{10}$
Zn . . . . .	0,060	4,2	0,27	0,0162	Glas . . . . .	$5 \cdot 10^{13}$
Fe . . . . .	0,086	6,6	0,16	0,0155	Quarz    Achse.	$10^{14}$
Pt . . . . .	0,107	3,92	0,17	0,0228	Siegellack . .	$8 \cdot 10^{15}$
Bi . . . . .	1,20	4,5	0,019	0,0182	Quarz $\perp$ Achse	$3 \cdot 10^{16}$
Manganin . .	0,43	$\pm 0,02$	—	—	Glimmer . . .	$5 \cdot 10^{16}$
Konstantan .	0,50	$\pm 0,05$	0,027	0,0270	Quarzglas . .	$> 5 \cdot 10^{18}$

Bemerkenswert ist, daß der Widerstand des Quarzes, als eines anisotropen Körpers, von der Richtung abhängt. Der bei den Metallen in der Tabelle

angegebene Wert  $\rho \cdot 10^4$  ergibt, gerade den Widerstand eines Drahtes von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt.

**293. Prüfung des OHMSchen Gesetzes.** Zur Nachprüfung des OHMSchen Gesetzes, insbesondere der Abhängigkeit des Widerstandes von Länge und Querschnitt, kann man sich einer Schaltung von der in Abb. 217 dargestellten Art bedienen<sup>1)</sup>. Man schalte bei konstanter Spannung  $V$  an den Enden von  $w$  nacheinander als Stücke  $w$  ein:

1. verschiedene Stücke Draht gleichen Materials und gleicher Dicke, aber verschiedener Länge;
2. verschieden dicke, aber gleich lange Drahtstücke aus dem gleichen Material;
3. gleich lange und gleich dicke Stücke Draht aus verschiedenem Material.

Die Versuche 1 und 2 sollen den Einfluß von Länge und Querschnitt, also des Formfaktors, auf den Widerstand nachweisen, der Versuch 3 das verschiedene Verhalten verschiedener Metalle (spezifischer Widerstand) bei gleichem Formfaktor. Verändert man bei dem gleichen Draht die Spannung  $V$ , z. B. durch Verwendung eines Trockenelementes statt des Akkumulators, so ändert sich gleichzeitig die Stromstärke  $i$ . Das Verhältnis  $V/i$  ergibt den Widerstand  $w$  des Drahtes. Zu den Versuchen 1 und 2 wählt man am besten dünnen Eisendraht, weil dieser einen ziemlich hohen Widerstand hat. Ist nämlich der Widerstand von  $w$  nicht groß gegen die Widerstände der Zuleitungen und des Amperemeters sowie gegen den inneren Widerstand des Akkumulators (§ 304), so scheinen die Versuche das OHMSche Gesetz nicht zu bestätigen, weil z. B. bei einer Verdoppelung der Drahtlänge der Widerstand des ganzen Leiterkreises sich nicht auf das Doppelte, sondern um weniger erhöht. Die Stromstärke darf ferner nicht so hoch gewählt werden, daß das Drahtstück sich merklich erwärmt (§ 301).

**294. Die Geschwindigkeit der Elektrizitätsbewegung in den Metallen.** Wird an einen Leiter plötzlich eine Potentialdifferenz (Spannung) angelegt, so breitet sich längs des Leiters die die Elektronen antreibende Kraft mit Lichtgeschwindigkeit (Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen Wellen, § 417) aus. Der Strom in einem Leiter setzt also praktisch sofort beim Einschalten in allen Teilen des Leiters ein. Die Geschwindigkeit der Elektronen im Leiter dagegen, die eigentliche Strömungsgeschwindigkeit, ist sehr klein. (Ebenso pflanzt sich das Einsetzen einer Flüssigkeitsströmung in einem Rohr — die die Strömung einleitende Druckwelle — mit der Geschwindigkeit des Schalls in der Flüssigkeit fort, während die Strömungsgeschwindigkeit eine andere, viel kleinere ist.)

Einen Begriff von der Größenordnung dieser Geschwindigkeit erhält man durch folgende Übersichtsrechnung. In einem Silberdraht von 1 qmm Querschnitt fließe ein Strom von 1 A oder 1 Coulomb/sec. Wir wollen, was jedenfalls der Größenordnung nach richtig ist, annehmen, daß auf jedes Silberatom ein „Leitungselektron“ entfalle. Dann ist die Zahl der in 1 ccm enthaltenen Leitungselektronen rund  $n = 5,9 \cdot 10^{22}$ , denn so groß ist die Zahl

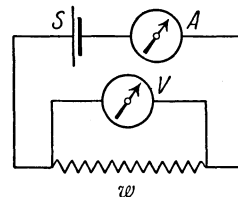


Abb. 217. Prüfung des OHMSchen Gesetzes.  
 S = Akkumulator, A = Amperemeter, V = Voltmeter,  
 w = zu untersuchendes Leiterstück.

<sup>1)</sup> In den schematischen Figuren bedienen wir uns folgender Bildzeichen:

- |   |                                  |   |  |
|---|----------------------------------|---|--|
| ⊗ | Amperemeter oder Voltmeter.      |   | Akkumulator oder sonstige konstante Stromquelle.                     |
| ⋯ | Leiter mit merklichem Widerstand | — | Leiter mit so kleinem Widerstand, daß er vernachlässigt werden kann. |

der Atome in 1 ccm Silber. Dann ergibt sich, unter Einsetzung des Wertes von  $\varepsilon = 4,794 \cdot 10^{-10}$  el. stat. Einh. =  $1,598 \cdot 10^{-19}$  Coulomb, in Gl. 4

$$v = 0,0106 \text{ cm/sec} \quad \text{oder rund} \quad \frac{1}{100} \text{ cm/sec.}$$

Natürlich bedeutet dieser Wert nicht mehr als die ungefähre Größenordnung der Elektronengeschwindigkeit in diesem speziellen Fall.

**295. Das WIEDEMANN-FRANZsche Gesetz.** Zwischen dem spezifischen elektrischen Widerstand  $\rho$ , bzw. seinem reziproken Wert, dem spezifischen elektrischen Leitvermögen  $1/\rho$  und dem Wärmeleitvermögen  $\lambda$  besteht bei den Metallen ein naher Zusammenhang. In Tab. 20 (§ 292) ist neben dem spezifischen Widerstand auch das Wärmeleitvermögen der Metalle eingetragen. Es zeigt sich, wie aus der Tabelle ersichtlich, daß das Produkt  $\rho \cdot \lambda$ , also das Verhältnis  $\lambda:1/\rho$ , bei den meisten Metallen etwa den gleichen Wert hat (Gesetz von WIEDEMANN und FRANZ). Die Wärmeleitfähigkeit und die elektrische Leitfähigkeit der Metalle sind einander nahezu proportional. Ihre theoretische Deutung findet diese Tatsache durch die neue Theorie der Metallleitung von SOMMERFELD (§ 580).

**296. KIRCHHOFFSche Regeln. Stromverzweigungen. Parallel- und Reihenschaltung von Leitern. Spannungsteilung.** Da sich in einem stromdurchflossenen metallischen Leiter nirgends elektrische Ladungen ansammeln, so muß, wenn sich ein Leiter irgendwo in mehrere Leiter verzweigt, die Summe der in den einzelnen Leiterzweigen fließenden Ströme gleich dem in dem ungeteilten Leiterstück fließenden Strom sein

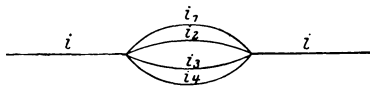


Abb. 218. Stromverzweigung.

(Abb. 218), also  $i = i_1 + i_2 + \dots$ . Es ist dies gleichbedeutend mit der sog. 1. KIRCHHOFFSchen Regel, welche besagt, daß, wenn in irgendeinem Leitersystem ein Verzweigungspunkt vorhanden ist, die Summe der auf ihn hin fließenden Ströme gleich der Summe der von ihm fort fließenden Ströme ist. Natürlich müssen die einzelnen Zweige sich irgendwo wieder vereinigen, damit in ihnen ein Strom fließen kann.

Die 2. KIRCHHOFFSche Regel lautet: In einem beliebig verzweigten stromdurchflossenen Leitersystem besteht zwischen je zwei beliebigen Punkten stets eine eindeutige Potentialdifferenz. Diese ist nach § 269 durch

$$V = \int_1^2 \mathcal{E} \cdot ds$$

gegeben. Das Integral ist also unabhängig von dem Wege, auf dem man von dem einen Punkt (1) zu dem andern (2) übergeht. Führt man die Integration auf einem in sich geschlossenen Wege aus, d. h. kehrt man nach Durchlaufen eines geschlossenen Weges innerhalb des Leitersystems zum Ausgangspunkt zurück, so wird  $V = 0$ . Die so errechnete Potentialdifferenz  $V = 0$  ist die Summe der Potentialdifferenzen zwischen den Enden der einzelnen Teilstücke des Leitersystems. Es ist demnach in einem zusammenhängenden stromdurchflossenen Leitersystem die Summe der in ihm auftretenden einzelnen Teilspannungen stets gleich Null.

Es seien  $w_1$  und  $w_2$  Stücke eines unverzweigten Leitersystems mit den Widerständen  $w_1$  und  $w_2$ ; der durch sie fließende Strom sei  $i$  (Reihenschaltung Abb. 219a). Zwischen den Enden von  $w_1$  liege die Potentialdifferenz  $V_1$ , zwischen denen von  $w_2$  die Potentialdifferenz  $V_2$ . Wenden wir auf beide Leiterstücke das OHMSche Gesetz an, so folgt

$$V_1 = i w_1, \quad V_2 = i w_2. \quad (9)$$

Es verhält sich also

$$V_1 : V_2 = w_1 : w_2. \quad (10)$$

Sei  $V = V_1 + V_2$  die Potentialdifferenz zwischen den Enden des ganzen Systems und  $w$  der Widerstand der ganzen Leiterkombination, so ist nach dem OHMSchen Gesetz

$$V = V_1 + V_2 = iw. \quad (11)$$

Aus Gl. 9 und 11 folgt

$$w = w_1 + w_2. \quad (12)$$

Der Widerstand zweier oder mehrerer hintereinander (in Reihe, in Serie) geschalteter Leiter ist gleich der Summe der Widerstände dieser Leiter.

Es seien  $w_1$  und  $w_2$  zwei Leiterstücke, die als Teile einer Stromverzweigung parallel geschaltet sind (Abb. 219b). In diesem Falle herrscht zwischen den Enden beider Leiter die gleiche Potentialdifferenz  $V$ ; es fließen in ihnen aber im allgemeinen verschieden starke Ströme  $i_1$  und  $i_2$ . Wenden wir wieder auf beide Leiterzweige das OHMSche Gesetz an, so folgt, wenn wir mit  $i$  die Stromstärke im unverzweigten Leiterteil bezeichnen und  $w$  der Widerstand der betrachteten Leiterkombination ist,  $i = V/w = i_1 + i_2 = V/w_1 + V/w_2$  oder

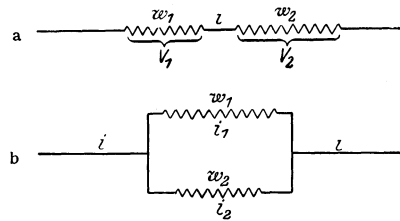


Abb. 219. Zwei Leiter, a in Reihenschaltung, b in Parallelschaltung.

$$\frac{i}{w} = \frac{i}{w_1} + \frac{i}{w_2} \quad \text{bzw.} \quad w = \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2}. \quad (13a)$$

In analoger Weise kann man den Widerstand von mehr als zwei parallelgeschalteten Leitern berechnen. Es ergibt sich allgemein für  $n$  solche Leiter

$$\frac{i}{w} = \frac{i}{w_1} + \frac{i}{w_2} + \dots + \frac{i}{w_n}. \quad (13b)$$

Aus Gl. 9 und 11 leitet man leicht ab, daß

$$V_1 = V \frac{w_1}{w}. \quad (14)$$

Es ist dies nur ein gleichungsmäßiger Ausdruck für das im § 289 behandelte Spannungsgefälle längs eines stromdurchflossenen Leiters. Man kann also, indem man an zwei Punkte eines solchen Leiters Drähte anlegt, eine Spannung  $V_1$  am Leiter „abgreifen“, welche im Verhältnis  $w_1/w$  kleiner ist als die am ganzen Leiter liegende Spannung  $V$  (Spannungsteilung, sog. Potentiometerschaltung), z. B. in dem in Abb. 219a dargestellten Falle etwa die Spannung  $V_1$  an den Enden des Widerstandes  $w_1$ , die im Verhältnis  $w_1/(w_1 + w_2)$  kleiner ist als die an den Enden des ganzen Widerstandes  $w_1 + w_2$  liegende Spannung  $V$ . Man kann auf diese Weise mit Hilfe größerer Spannungen beliebig kleine Teilspannungen herstellen. Das ist besonders deshalb wichtig, weil es bisher nicht möglich ist, ausreichend konstante Stromquellen von kleinerer Spannung als 1–2 Volt (Elemente, Akkumulatoren) herzustellen, häufig aber sehr viel kleinere Spannungen benötigt werden.

**297. Rheostaten.** Als Rheostaten bezeichnet man Apparate, welche ihres Widerstandes wegen hergestellt und benutzt werden. Häufig ist ihr Widerstand veränderlich, gegebenenfalls in meßbarer Weise. Solche Rheostaten dienen vor allem

1. zur Einregulierung bestimmter Stromstärken, indem man sie in den betreffenden Stromkreis einschaltet und ihren Widerstand so lange verändert, bis die gewünschte Stromstärke erreicht ist,

2. als Vergleichsnormale zur Messung unbekannter Widerstände und zu sonstigen Meßzwecken.

Zur Regulierung von Stromstärken benutzt man vor allem die sog. Schieberwiderstände oder Schieberheostaten (Abb. 220). Sie beruhen auf dem Prinzip, daß durch einen Schieber *G*, welcher längs eines als Widerstand dienenden spulenförmigen Drahtes verschoben werden kann, ein mehr oder weniger großer Teil dieses Drahtes in den Stromkreis eingeschaltet wird. Solche Schieberheostaten werden meist aus Manganindraht hergestellt, der am besten auf Schiefer aufgewickelt ist. Das eine Ende *A* des Drahtes und die den Schieber tragende Metallschiene *Q* werden mit dem Stromkreise verbunden. Durch den Schieber wird also, je nach seiner Stellung, eine mehr oder weniger große Zahl von Windungen des Drahtes

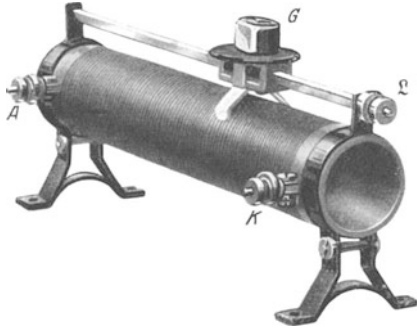


Abb. 220. Schieberheostat.

in den Stromkreis eingeschaltet; die Widerstandsänderung ist daher nicht ganz stetig, sondern erfolgt sprungweise. Legt man eine Spannung *V* an die Endklemmen *A* und *K*, so kann man z. B. zwischen *A* und *Q* einen je nach der Stellung des Schiebers *G* verschieden großen Bruchteil von *V* am Widerstande abgreifen (Spannungsleitung, § 296). Bei den Kurbelwiderständen werden mit Hilfe einer über metallische Kontakte gleitenden Kurbel verschieden lange Stücke des Widerstandsdrahtes in den Stromkreis eingeschaltet.

Als Vergleichsnormale benutzt man meist sog. Stöpselrheostaten (Präzisionswiderstandssätze). Diese bestehen aus einer größeren Zahl von Widerständen aus auf Spulen aufgewickelm Manganindraht, die an der Unterseite

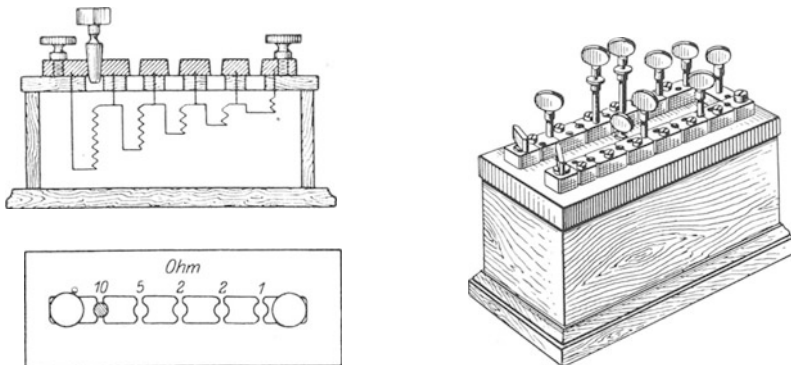


Abb. 221. Stöpselheostat.

der oberen, aus Hartgummi bestehenden Platte eines geschlossenen Kastens angebracht sind (Abb. 221). Die Größe dieser Widerstände ist meist so abgestuft wie die Gewichte in einem Gewichtssatz (etwa 0,1, 0,2, 0,2, 0,5; 1, 2, 2, 5; 10, 20, 20, 50; 100, 200, 200, 500 Ohm usw., häufig auch 1, 2, 3, 4 Ohm usw.; je nach der Größe des Rheostaten). Die Widerstände sind mit möglichst großer Genauigkeit abgeglichen. Die Enden jedes dieser Widerstände führen an Messing-

klötze auf dem Kastendeckel, und zwar je ein Ende je zweier aufeinanderfolgender Widerstände an denselben Messingklotz. Diese Messingklotze können durch Messingstöpsel leitend miteinander verbunden werden. Läßt man einen Strom am einen Ende der Reihe der Messingklotze ein- und am andern Ende austreten und sind die Klötze nicht durch Stöpsel verbunden, so muß der Strom sämtliche Widerstände des Rheostaten nacheinander durchlaufen. Der Widerstand des ganzen Rheostaten ist dann gleich der Summe aller in ihm enthaltenen Widerstände. Verbindet man jedoch zwei Messingklotze durch einen Messingstöpsel, so fließt praktisch der gesamte Strom an dieser Stelle durch den so gut wie widerstandslosen dicken Stöpsel, und es ist so, als wenn der Widerstand, dessen beide Enden an diesen beiden Klötzen liegen, gar nicht vorhanden wäre. Der betreffende Widerstand ist „kurzgeschlossen“. Wirksam sind daher nur diejenigen Widerstände, deren Stöpsel herausgezogen sind. Man kann mit einem solchen Rheostaten eine große Zahl von verschiedenen Widerständen mit großer Genauigkeit herstellen.

**298. Messung von Widerständen.** Der direkteste Weg zur Messung des Widerstandes eines Leiters besteht in der unmittelbaren Anwendung des OHM'schen Gesetzes, indem man erstens mit einem Amperemeter den durch den Leiter fließenden Strom, zweitens mit einem Voltmeter die zwischen seinen Enden bestehende Potentialdifferenz mißt und  $w = V/i$  berechnet. Es ist dies genau die in Abb. 217 dargestellte Schaltung.

Die gebräuchlichste Methode der Widerstandsmessung ist die Messung in der sog. WHEATSTONESchen Brückenschaltung. Es seien  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $w_3$  und  $w_4$  vier in der aus Abb. 222a ersichtlichen Weise miteinander verbundene Widerstände. Mindestens einer dieser Widerstände muß meßbar veränderlich sein. Zwei gegenüberliegende Punkte (II, III) der Schaltung sind durch ein empfindliches Strommeßinstrument  $G$  (Galvanometer) miteinander verbunden. Zwischen den beiden anderen Ecken (I, IV) liegt ein Akkumulator oder Element  $A$ . In der das Galvanometer enthaltenden Leitung, der „Brücke“, ist ein sog. Taster  $T$  angebracht, d. h. ein Schalter, mit dem man diese Leitung leicht für ganz kurze Zeit schließen kann.

Ist die Galvanometerleitung geschlossen, so wird im allgemeinen auch durch sie ein Strom fließen und sich durch einen Ausschlag des Instrumentes bemerkbar machen, nämlich immer dann, wenn nicht gerade die Potentiale an den beiden Enden dieser Leitung (II, III) einander gleich sind, also in diesem Zweige Potentialdifferenz 0 herrscht. Durch Verändern der Widerstände, mindestens des einen von ihnen, kann man es aber stets erreichen, daß dies der Fall ist. Dann fließt durch die Galvanometerleitung kein Strom; das Instrument (das hier als sog. Null-Instrument dient) zeigt beim Schließen des Tasters  $T$  keinen Ausschlag. (Der Taster hat den Zweck, daß man zunächst durch ganz kurzes Einschalten feststellen kann, ob nicht infolge ganz schlechter Abgleichung das empfindliche Instrument zu stark mit Strom belastet wird und Schaden leiden könnte. Auch läßt sich beim kurzen Einschalten ein leichtes Zucken des Zeigers noch erkennen, wenn die Abweichung der Dauereinstellung vom Nullpunkt nur noch schwer bemerkbar ist. Schließlich dient er dazu, um zu verhindern, daß sich eine etwa in einem der Widerstände vorhandene

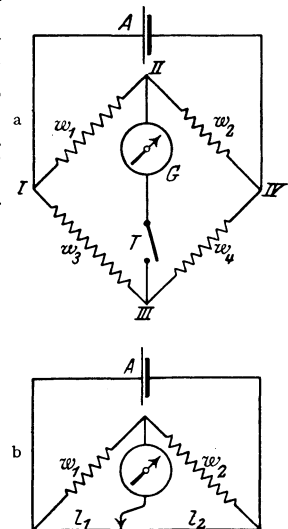


Abb. 222.  
Widerstandsmessung in der  
WHEATSTONESchen Brücken-  
schaltung.

Selbstinduktion [§ 381] störend bemerkbar macht, was der Fall wäre, wenn man den Taster etwa als Stromschlüssel in der zur Stromquelle führenden Leitung benutzte.)

Fließt durch die Galvanometerleitung kein Strom, so ist es für die Strom- und Spannungsverteilung im ganzen Stromkreise belanglos, ob sie vorhanden ist oder nicht. Die Verteilung ist genau die gleiche, als sei sie nicht vorhanden. Der durch die Widerstände  $w_1$  und  $w_2$  fließende Strom sei jetzt  $i$ , der durch die beiden andern Widerstände fließende Strom  $i'$ . Die Spannung im Punkte I sei  $V$ , in den Punkten II und III  $V'$ , im Punkte IV  $V''$ . Dann ergibt die Anwendung des OHMSCHEN Gesetzes auf die vier Widerstände

$$i = \frac{V' - V}{w_1} = \frac{V'' - V'}{w_2}, \quad i' = \frac{V' - V}{w_3} = \frac{V'' - V'}{w_4}.$$

Dividiert man die zweite Gleichung durch die erste, so folgt

$$w_1 : w_3 = w_2 : w_4, \quad \text{oder} \quad w_1 : w_2 = w_3 : w_4. \quad (15)$$

Sind also drei dieser Widerstände bekannt, so kann man den vierten berechnen. Es genügt sogar, um  $w_1$  zu berechnen, wenn nur einer dieser Widerstände, etwa  $w_2$ , seiner Größe nach bekannt ist und ferner das Verhältnis  $w_3/w_4$  von zwei anderen Widerständen.

Für genaue Widerstandsmessungen benutzt man zum Vergleich die Widerstände eines oder mehrerer Stöpselrheostaten. Für Messungen, bei denen es nur auf geringere Genauigkeit ankommt, bedient man sich oft eines sog. Meßdrahtes. Es ist dies ein auf einer Millimeterteilung ausgespannter Manganindraht von meist 1 m Länge, auf dem eine Metallschneide verschoben werden kann, von der aus ein Draht zum Galvanometer führt (Abb. 222 b). Die hierdurch abgegrenzten beiden Teile des Drahtes von den Längen  $l_1$  und  $l_2$  bilden die Widerstände  $w_3$  und  $w_4$ . Den Widerstand  $w_2$  bildet ein Stöpselrheostat,  $w_1$  ist der zu messende Widerstand. Nach erfolgter Abgleichung (durch Verschieben der Schneide) ist  $w_1 = w_2 \cdot w_3/w_4$ . Das Verhältnis  $w_3/w_4$  aber ist gleich dem Verhältnis, in dem die Metallschneide den Meßdraht teilt, denn die Widerstände der beiden Teile des Drahtes verhalten sich, vorausgesetzt, daß er überall gleich dick und gleich beschaffen ist, wie die Längen dieser Teile, so daß einfach  $w_1 = w_2 \frac{l_1}{l_2}$ .

Man kann in der WHEATSTONESCHEN BRÜCKENSCHALTUNG Stromquelle und Galvanometer miteinander vertauschen.

Der große Vorzug der WHEATSTONESCHEN Methode beruht darin, daß man kein geeichtes Strom- oder Spannungsmeßinstrument gebraucht und daß man bei Verwendung eines Meßdrahtes mit einem einzigen Stöpselrheostaten auskommt.

Die einfache Schaltung der Abb. 222 a oder b ist nur dann anwendbar, wenn die zu vergleichenden Widerstände sämtlich groß gegen die Widerstände der sie verbindenden Drähte sind, so daß man diese gegen jene vernachlässigen kann. Zur Messung von sehr kleinen Widerständen verwendet man eine auf dem gleichen Prinzip beruhende, kompliziertere Schaltung, die sog. THOMSON-BRÜCKE. Ihre Schaltung ist aus Abb. 223 ersichtlich. Die Abzweigungen an den Verzweigungspunkten  $a, b, c, d$  müssen unmittelbar an den Enden der beiden zu vergleichenden, sehr kleinen Widerstände  $w_1$  und  $w_2$  liegen. Die Widerstände  $w_3, w_4$  und  $w_3', w_4'$  werden nun so lange verändert, bis gleichzeitig erstens  $w_3 : w_3' = w_4 : w_4'$  ist und zweitens das Galvanometer  $G$  keinen Strom mehr anzeigt. Ist letzteres erreicht, so sind offenbar die durch  $w_1$  und  $w_2$ , durch  $w_3$  und  $w_4$  und durch



$w_3'$  und  $w_4'$  fließenden Ströme, die mit  $J$ ,  $i$  und  $i'$  bezeichnet seien, einander paarweise gleich. Die gesamte an den Enden der Schaltung liegende Spannung sei  $V$ , die in den Punkten  $e$  und  $f$  herrschende Spannung  $V'$ . Dann ergibt die Anwendung des OHMSchen Gesetzes (§ 292)

$$V' = Jw_1 + i'w_3' = iw_3 \quad \text{und} \quad V - V' = Jw_2 + i'w_4' = iw_4$$

$$\text{oder} \quad \frac{w_1}{w_3} \cdot \frac{J}{i} + \frac{w_3'}{w_3} \cdot \frac{i'}{i} = 1 \quad \text{und} \quad \frac{w_2}{w_4} \cdot \frac{J}{i} + \frac{w_4'}{w_4} \cdot \frac{i'}{i} = 1.$$

Da nun  $w_3'/w_3 = w_4'/w_4$ , so folgt

$$\frac{w_1}{w_3} = \frac{w_2}{w_4} \quad \text{oder} \quad w_1 = w_2 \frac{w_3}{w_4}.$$

Der Einfluß des Widerstandes, der in dem die Endpunkte  $b$  und  $c$  der beiden kleinen Widerstände verbindenden Drahtes steckt, ist also durch diese Schaltung eliminiert. Die Widerstände  $w_3$ ,  $w_4$ ,  $w_3'$ ,  $w_4'$  werden so groß gewählt, daß man den Widerstand ihrer Zuleitungen ihnen gegenüber vernachlässigen kann.

**299. Kapazitätsmessung in der Brückenschaltung.** Die WHEATSTONESche Brückenschaltung kann auch zur Messung von Kapazitäten verwendet werden. Neben anderen Methoden (§ 392) ist hier die Methode von MAXWELL zu erwähnen. In der Brückenschaltung wird einer der vier Widerstände durch einen pendelnden Kontakt  $K$  ersetzt und die zu messende Kapazität  $C$  in der aus Abb. 218 ersichtlichen Weise mit der Schaltung verbunden. Der Kontakt bewege sich  $n$  mal in 1 sec zwischen den beiden Anschlägen hin und her und in dem betreffenden Zweige der Schaltung herrsche die Spannung  $V$ . Dann lädt sich der Kondensator  $n$  mal in 1 sec auf die Spannung  $V$  auf, nimmt also  $n$  mal die Ladung  $e = CV$  auf und wird nach jeder Aufladung durch Kurzschluß wieder entladen. Insgesamt nimmt er also in 1 sec die Elektrizitätsmenge  $ne = nCV$  auf, die ihm durch die Zuleitung zufließen muß. Dies entspricht aber einer durchschnittlichen Stromstärke in diesem Zweige vom Betrage  $i = ne = nCV$ . Man sieht, daß, wenn man rein formal  $i/nC = w$  setzt, diese Beziehung zwischen  $i$  und  $V$  dem OHMSchen Gesetz entspricht. Der Kondensator von der Kapazität  $C$  entspricht in seiner Wirkung bei  $n$ maliger Auf- und Entladung in 1 sec einem Widerstande von der Größe  $i/nC$ . Man kann daher, wenn man  $n$  kennt, die Kapazität  $C$  messen, indem man die Brückenschaltung einmal in der Schaltung der Abb. 224 durch Verändern der übrigen Widerstände auf Stromlosigkeit in der Galvanometerleitung abgleicht und alsdann an Stelle des Pendelkontaktes einen veränderlichen Widerstand  $w$  einschaltet, mittels dessen die Schaltung wieder abgeglichen wird, der also dann gleich  $i/nC$  sein muß.

**300. Der JOHNSEN-RAHBECK-Effekt.** Auf dem Potentialgefälle längs eines stromdurchflossenen Leiters beruht der sog. JOHNSEN-RAHBECK-Effekt, auch elektrische Klebkraft genannt. Eine ebene Platte aus einem schlechten Leiter (Halbleiter, z. B. Solnhofener Schiefer) wird auf der einen Seite mit einer Metallfolie belegt, mit ihrer anderen Fläche liegt sie auf einer Metallplatte auf. Legt man an diese beiden Metallbelegungen eine Spannung, etwa die 220 Volt eines städtischen Netzes, so haftet die Metallplatte mit sehr großer Kraft an dem Halbleiter. Die Erklärung ist folgende: Wegen der unvermeidlichen kleinen Unebenheiten der Halbleiterplatte berühren sich diese und die Metallplatte nur in ganz wenigen Punkten ( $A$ ,  $B$ , Abb. 225) so, daß zwischen ihnen ein Strom übergehen kann. Der sehr schwache Strom, der durch den Halbleiter fließt, strömt daher in Bahnen, wie sie Abb. 225 zeigt. Längs dieser „Stromlinien“ liegt das

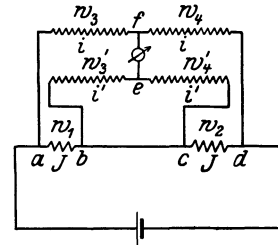


Abb. 223. THOMSONSche Brückenschaltung.

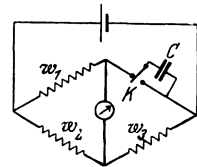


Abb. 224. Kapazitätsmessung nach MAXWELL.

ganze Spannungsgefälle von 220 Volt. Es herrschen daher an einzelnen Punkten der unteren Halbleiterfläche, z. B. in *C*, Spannungen von beträchtlicher Größe gegen die Metallplatte. So bilden die sich außerordentlich nahe gegenüberstehenden Flächen einen Kondensator von sehr kleinem Plattenabstand, der auf eine Spannung von der Größenordnung von 100 Volt aufgeladen ist und dessen Platten sich daher mit sehr großer Kraft anziehen (§ 282). Dieser Effekt hat neuerdings technische Bedeutung erlangt (z. B. zur Konstruktion von Relais [§ 370] für die Zwecke der Telegraphie).

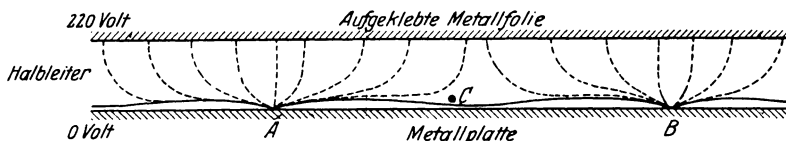


Abb. 225. Schema zum JOHNSEN-RAHBECK-Effekt.

**301. Temperaturkoeffizient des Widerstandes.** Hat man in einer WHEATSTONEschen Brückenschaltung den Widerstand z. B. eines Eisendrahtes gemessen und erwärmt man jetzt den Draht etwa mit einer Flamme, so bemerkt man, daß sein Widerstand größer wird. Der Widerstand der metallischen Leiter ist von der Temperatur abhängig, und zwar steigt er mit wachsender Temperatur. Für Kupfer ist z. B. der Widerstand bei  $500^{\circ}$  1,4mal so groß wie bei  $0^{\circ}$ , bei  $-190^{\circ}$  nur noch  $1/10$  des Widerstandes bei  $0^{\circ}$ .

Sehr deutlich erkennt man die Änderung des Widerstandes mit der Temperatur, wenn man einen Stromkreis aus einigen Akkumulatoren, einer Metallfadenlampe und einem Amperemeter von geeigneter Empfindlichkeit bildet. Beim Einschalten ist der Ausschlag wegen des kleineren Anfangswiderstandes zuerst größer und geht dann beträchtlich zurück, weil die Temperatur des Lampenfadens sich durch den durch ihn hindurchgehenden Strom erhöht (§ 306) und daher sein Widerstand bei Stromdurchgang größer ist als ohne Strom. Bei Kohlefadenlampen ist das Gegenteil der Fall. Der Widerstand des Kohlefadens sinkt — wenigstens anfänglich — bei steigender Temperatur. Daher kommt es auch, daß Metallfadenlampen beim Einschalten sofort hell aufleuchten, während Kohlefadenlampen ihre volle Lichtstärke erst kurze Zeit (Bruchteile einer Sekunde) nach dem Einschalten zeigen. Beim gleichzeitigen Einschalten einer Metallfadenlampe und einer gleich hellen, parallelgeschalteten Kohlefadenlampe ist dies gut zu beobachten.

Bei sehr tiefen Temperaturen ist der Widerstand der Metalle außerordentlich klein. Bei einigen Metallen treten in der Nähe des absoluten Nullpunktes (§ 191) besondere Verhältnisse ein, indem dort ihr Widerstand völlig verschwindet. Diese sog. Supraleitfähigkeit ist zuerst bei den Metallen Quecksilber, Zinn, Blei, Thallium und Indium beobachtet worden. Der Übergang in den supraleitenden Zustand erfolgt bei einer bestimmten, für das betreffende Metall charakteristischen Temperatur, und zwar liegen diese „Sprungtemperaturen“, wie in Tab. 21 angegeben. Fast alle anderen Metalle zeigen bisher auch bei den tiefsten

Tabelle 21. Sprungtemperaturen.

Tl	In	Sn	Hg	Pb
2,47 <sup>0</sup>	3,41 <sup>0</sup>	3,74 <sup>0</sup>	4,19 <sup>0</sup>	7,2 <sup>0</sup> abs.

Temperaturen noch einen sog. Restwiderstand. Eine Erklärung für die Supraleitfähigkeit, die jedenfalls nur auf dem Boden der Quantentheorie (Kap. XI) gegeben werden kann, ist heute noch nicht gefunden worden.

Im Bereiche gewöhnlicher Temperaturen  $t$  ändert sich der Widerstand der Metalle ungefähr nach der Formel

$$w = w_0 (1 + at), \quad (16)$$

wobei  $w_0$  der Widerstand bei  $0^\circ\text{C}$  ist.  $a$  ist in einem nicht allzu großen Temperaturbereich nahezu konstant. Sein Zahlenwert (Tab. 20, § 292) ist im gewöhnlichen Temperaturbereich für die Metalle von der Größenordnung  $4 \cdot 10^{-3} = 1/250$ , also ungefähr ebenso groß wie der Ausdehnungskoeffizient der idealen Gase  $1/273$  (§ 200). Es ist also der Widerstand der Metalle bei gewöhnlicher Temperatur in roher Annäherung der absoluten Temperatur proportional.  $a$  heißt der Temperaturkoeffizient des Widerstandes. Es gibt auch Substanzen mit negativen Temperaturkoeffizienten, bei denen also der Widerstand mit steigender Temperatur abnimmt, z. B., wie schon oben erwähnt, die Kohle in den Kohlefadenlampen. Für größere Temperaturbereiche reicht die einfache Gl. 16 nicht aus, d. h.  $a$  wird eine Funktion der Temperatur.

Die Legierungen Manganin und Konstantan haben einen erheblich kleineren Temperaturkoeffizienten als die reinen Metalle (s. Tab. 20, § 292). Daher wird insbesondere das Manganin bevorzugt zur Herstellung von Präzisionswiderständen benutzt.

Die Steigerung des Widerstandes mit wachsender Temperatur findet wenigstens qualitativ ihre Erklärung auf Grund der im § 291 entwickelten Vorstellungen. Denn es ist verständlich, daß der Bewegung der Elektronen um so größere hemmende Kräfte entgegentreten, je heftiger die thermische Bewegung in dem Metall ist.

Von der Temperaturabhängigkeit des Widerstandes macht man u. a. Gebrauch beim sog. Widerstandsthermometer. Es besteht aus einer dünnen, in Quarz eingebetteten Platindrahtspirale, die in das eine Ende einer Quarzröhre eingeschmolzen ist. Ist der Temperaturkoeffizient des Widerstandes des Platindrahtes bekannt, so kann man, indem man seinen Widerstand in der WHEATSTONEschen Schaltung mißt, die Temperatur berechnen, auf der er sich befindet.

Eine andere Anwendung ist das sog. Bolometer, das zur Messung der Energie von Wärmestrahlung (§ 520) benutzt wird. Es besteht aus einem sehr dünnen, einseitig beruhten Metallblech, welches einen der vier Widerstände einer WHEATSTONEschen Brückenschaltung bildet. Fällt Strahlung auf die beruhte Seite, so erwärmt sich das Blech, und diese Erwärmung, welche ein Maß für die absorbierte Strahlungsenergie ist, wird durch die eintretende Widerstandsänderung gemessen.

Zur Vermeidung der Überschreitung einer gewissen Stromstärke schaltet man gelegentlich in einen Stromkreis eine Eisendrahtspirale ein. Bei wachsender Stromstärke erwärmt sich der Eisendraht durch den Strom. Dadurch steigt sein Widerstand zunächst langsam, schließlich sehr schnell mit wachsender Temperatur an, denn sein Temperaturkoeffizient ist abnorm hoch und steigt mit der Temperatur weiter an. Der Strom wächst viel langsamer an als die Spannung, weil der Anstieg des Widerstandes die Wirkung eines Anstiegs der an dem Drahte liegenden Spannung zu einem erheblichen Teil kompensiert.

**302. Elektrolytische Leitung in festen Körpern.** Während die Leitfähigkeit der Metalle ausschließlich auf der Bewegung der in ihnen enthaltenen Elektronen beruht, sind in gewissen anderen festen Stoffen, vor allem in vielen Salzen, die Ladungsträger häufig die Ionen des Körpers, also die mit einem oder mehreren positiven und negativen Elementarquanten  $e$  geladenen Atome. Diese Art der Leitfähigkeit, bei der also ein Transport der Atome selbst stattfindet, bezeichnet man als elektrolytische Leitfähigkeit (vgl. § 315).

Ein Beispiel dieser Art ist das Glas bei höherer Temperatur. Man versee ein Stück Glasrohr mit zwei Zuleitungen aus Kupferdraht, indem man den Draht einige Male so um das Rohr wickelt, daß die beiden Zuleitungen etwa  $\frac{1}{2}$  cm Abstand voneinander haben, und verbinde die Drähte unter Zwischenschaltung einer Glühlampe mit den beiden Polen der Starkstromleitung (110 oder 220 Volt, gleichgültig ob Gleichstrom oder Wechselstrom). Dann erwärme man das Glasrohr zwischen den Drähten mit einer Gas- oder Spiritusflamme. Nach kurzer Zeit, noch ehe das Rohr glüht, bemerkt man das Auftreten kleiner weißer Fünkchen an den Zuleitungen; gleichzeitig beginnt die Glühlampe erst schwach, dann hell zu leuchten. Das Glasrohr gerät infolge der Erwärmung durch den hindurchgehenden Strom ebenfalls ins Glühen, und man kann sogar die Flamme jetzt entfernen, ohne daß der Stromdurchgang sogleich aufhört. Meist schmilzt das Glasrohr nach einiger Zeit durch.

WARBURG hat gezeigt, daß man Natrium auf elektrolytischem Wege durch Glas hindurchwandern lassen kann. Man benutzt diese Erscheinung dazu, um ganz reines Natrium in ein weitgehend luftleer gemachtes Glasgefäß zu bringen (für gewisse elektrische und optische Untersuchungen). Man taucht das untere Ende des betreffenden Glasgefäßes in eine Schale, welche ein geschmolzenes Natriumsalz (Natronsalpeter, elektrolytisch leitend) enthält, und erhitzt dieses und damit den eingetauchten Teil des Glasgefäßes auf etwa  $300^{\circ}$ . Man verbindet den positiven Pol einer Stromquelle von hoher Spannung mit dem Salz, den negativen mit einer im Innern des Glasgefäßes befindlichen Metallelektrode. Dann fließt durch das Gefäß ein elektrischer Strom (Glimmentladung, § 407) zwischen der Metallelektrode und der als zweite Elektrode wirkenden erhitzten Stelle der Glaswand und durch das bei dieser Temperatur leitend gewordene Glas hindurch. Positive Ladungsträger sind hier die im Glase (im wesentlichen Natriumsilikat) enthaltenen Na-Ionen. Diese wandern also in der Richtung auf das Innere des Gefäßes und scheiden sich auf der inneren Glaswand als metallisches Natrium ab. Als Ersatz treten neue Natriumionen aus der Schmelze in das Glas über, das infolgedessen in seiner Zusammensetzung nicht verändert wird. (Vgl. den ganz analogen Fall der Leitung durch eine  $\text{CuSO}_4$ -Lösung mit einer Cu-Anode § 318.)

Die Leitfähigkeit des aus Verbindungen von seltenen Erden bestehenden Glühstifts der Nernstlampe (§ 307) ist ebenfalls eine elektrolytische.

**303. Charakteristik von Leitern.** Trägt man die Stromstärke  $i$  in einem Leiter als Funktion der angelegten Spannung auf, so erhält man eine Kurve, die man die Charakteristik des Leiters nennt. Bei absolut strenger Gültigkeit des OHMSchen Gesetzes, d. h. wenn  $w$  konstant ist, ist die Charakteristik eine Gerade. In Wirklichkeit ist dies schon deshalb nie genau der Fall, weil der Strom jeden Leiter erwärmt und der Widerstand so wenigstens indirekt eine Funktion der Stromstärke  $i$  ist,  $w = w(i)$ . Bei vielen Leitern ist aber der Widerstand auch an sich schon, unabhängig von der Temperatur, eine Funktion von  $i$ , nämlich dann, wenn die Zahl der Ladungsträger im Leiter von der Stromstärke abhängt. Wir werden einen solchen Fall bei den ionisierten Gasen kennen lernen (§ 404). Das OHMSche Gesetz ist dann zu verallgemeinern und lautet

$$V = i w(i). \quad (17)$$

Man spricht von einer steigenden oder fallenden Charakteristik, je nachdem der Differentalkoeffizient  $dV/di$  der Charakteristik einen positiven oder negativen Wert hat. Allgemein ist

$$\frac{dV}{di} = w(i) + i \frac{dw(i)}{di}. \quad (18)$$

Es gibt Fälle, in denen die Funktion  $w(i)$  eine derartige Gestalt hat, daß  $dV/di$  bei genügend hoher Stromstärke  $i$  negativ wird.

Bei fallender Charakteristik treten im Leiter labile Zustände ein. Jede zufällige kleine Erhöhung der Stromstärke bewirkt ein Sinken des Widerstandes und damit eine weitere Steigerung der Stromstärke, mit der ein erneutes Sinken des Widerstandes verbunden ist, so daß die Stromstärke, soweit die sonst im Stromkreise enthaltenen Widerstände es zulassen, weiter und weiter ansteigt.

### 304. Innerer Widerstand, Reihen- und Parallelschaltung von Stromquellen.

In einem geschlossenen, eine Stromquelle (Akkumulator, Element usw.) enthaltenden Stromkreise durchfließt der Strom nicht nur die an die Stromquelle angeschlossenen Leiter, sondern auch die Stromquelle selbst. Der Strom ist in sich ringförmig geschlossen. Und zwar fließt er innerhalb der Stromquelle von der negativen zur positiven, außerhalb von der positiven zur negativen Klemme der Stromquelle (Richtung des positiven Stromes! § 262). Es kommt daher für die Berechnung der Stromstärke im Kreise nicht nur der Widerstand des äußeren Leiterkreises  $w_a$ , sondern auch der innere Widerstand  $w_i$  der Stromquelle in Betracht. Es sei  $V_0$  die Spannung zwischen den Klemmen der offenen Stromquelle, d. h. wenn diese durch keinen äußeren Leiterkreis geschlossen ist (sog. elektromotorische Kraft der Stromquelle). Dann fließt, wenn der Kreis durch ein Leitersystem vom Widerstande  $w_a$  geschlossen ist, nach dem OHMSchen Gesetz ein Strom von der Stärke

$$i = \frac{V_0}{w_a + w_i}. \quad (19)$$

Gemäß § 296 herrscht also an den Enden des äußeren Widerstandes  $w_a$ , d. h. an den Klemmen der Stromquelle, nur die Spannung

$$V = V_0 \frac{w_a}{w_a + w_i}. \quad (20)$$

Die Spannung  $V$  nennt man die Klemmenspannung der belasteten Stromquelle. Sie ist um so kleiner, je kleiner das Verhältnis  $w_a : w_i$  ist. (In dieser Tatsache liegt der Grund dafür, daß der Versuch über das OHMSche Gesetz im § 289 nicht mit zu kleinem äußeren Widerstand  $w_a$  angestellt werden durfte, da dann die Spannung an den Enden der Widerstände bei den verschiedenen Versuchen merklich verschieden gewesen wäre.)

Verbindet man die Klemmen einer Stromquelle durch einen sehr kleinen Widerstand ( $w \ll w_i$ ), so tritt ein sog. Kurzschluß der Stromquelle ein. Aus Gl. 19 folgt, daß die Stärke des alsdann fließenden Stromes  $i = V_0/w_i$  beträgt. Ein stärkerer Strom kann der betreffenden Stromquelle nicht entnommen werden. In der Regel dürfen ihr aber nur weit schwächere Belastungen zugemutet werden, wenn sie nicht Schaden leiden soll. So hat z. B. ein Akkumulator, der bis zu 3 Amp. belastet werden darf, einen inneren Widerstand  $w_i$  von etwa 0,2 Ohm. Er liefert also bei einer elektromotorischen Kraft  $V_0$  von etwa 2 Volt einen Kurzschlußstrom von etwa 100 Amp.

Stehen für die Erzeugung eines Stromes mehrere gleichartige Stromquellen zur Verfügung, so ist von Fall zu Fall zu entscheiden, in welcher Weise diese am besten zur Erzeugung eines möglichst starken Stromes verwendet werden. Es seien  $n$  gleiche Stromquellen je vom inneren Widerstande  $w_i$  und der elektromotorischen Kraft  $V$  verfügbar.

1. Diese Stromquellen werden alle hintereinander geschaltet (Abb. 226 a). Dann hat diese „Batterie“ die elektromotorische Kraft  $nV$ , und der gesamte innere Widerstand der Stromquelle ist  $nw_i$ . Es ist daher die Stromstärke  $i = nV/(nw_i + w_a)$ . Ist  $w_a \gg nw_i$ , so ist die Klemmenspannung angenähert

gleich  $nV$ , man erreicht also mit  $n$  hintereinander geschalteten Stromquellen annähernd die  $n$ -fache Wirkung einer einzigen Stromquelle. Ist dagegen  $w_a \ll nw_i$ , so ist, fast unabhängig von  $n$ , die Stromstärke sehr angenähert  $i = V/w_i$ . Man gewinnt in diesem Falle durch die Reihenschaltung mehrerer Stromquellen keinen nennenswerten Vorteil. Die Reihenschaltung ist also nur dann von Nutzen, wenn

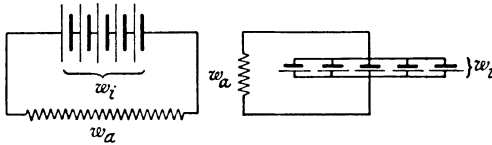


Abb. 226. a Reihenschaltung, b Parallelschaltung von Stromquellen.

der äußere Widerstand groß gegen den inneren Widerstand ist.

2. Die  $n$  gleichen Stromquellen werden alle parallelgeschaltet (Abb. 226 b). Dann herrscht am Ende der Batterie die gleiche Spannung  $V$  wie an den Enden einer einzelnen Stromquelle, und der gesamte innere

Widerstand ist (§ 296)  $w_i/n$ . Die Stromstärke beträgt daher  $i = V/(w_i/n + w_a)$ . Ist  $w_a \gg w_i/n$ , so ist  $i$  sehr angenähert gleich  $V/w_a$ , also unabhängig von der Zahl  $n$  der Stromquellen. Ist aber  $w_a \ll w_i$ , so ist  $i = nV/w_i$ , unabhängig von  $w_a$  und proportional der Zahl der parallelgeschalteten Stromquellen. Die Parallelschaltung empfiehlt sich also in denjenigen Fällen, in denen es auf große Stromstärke bei kleinem äußeren Widerstand ankommt.

Es sind natürlich noch andere Schaltungsarten von  $n$  Stromquellen möglich (teils parallel, teils hintereinander). Wie eine einfache Rechnung zeigt, wird die größte Stromstärke erzielt, wenn die Schaltung so gewählt wird, daß der innere Widerstand der Batterie gleich dem äußeren Widerstand ist.

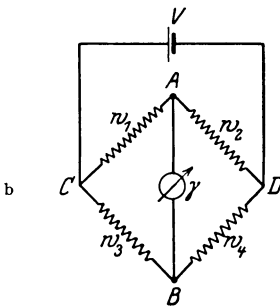
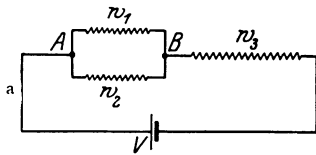


Abb. 227. Zur Berechnung der Stromstärke bei Stromverzweigungen.

**305. Berechnung der Stromstärke in Stromverzweigungen.**

Von der Gl. 19 kann man eine interessante und in manchen Fällen sehr nützliche Anwendung machen, die wir an zwei Beispielen erläutern wollen. Gegeben sei ein Stromkreis, wie er in Abb. 227 a dargestellt ist. Die Batterie habe die Spannung  $V$  (die äußeren Widerstände seien so groß, daß der innere Widerstand der Batterie dagegen vernachlässigt werden, ihre Klemmenspannung  $V$  also stets ihrer elektromotorischen Kraft gleichgesetzt werden kann). Wir wollen die Stromstärke berechnen, die im Widerstand  $w_1$  herrscht. Natürlich können wir das auf Grund des OHMSCHEN Gesetzes und der KIRCHHOFFSCHEN Regeln tun. Viel einfacher kommen wir auf folgende Weise zum Ziel. Wir betrachten die Punkte  $A$  und  $B$ , an denen die Enden von  $w_1$  liegen, wie die Klemmen einer Stromquelle, von der aus ein Strom durch  $w_1$  fließt. Wir berechnen zunächst die elektromotorische Kraft  $V_0$  dieser Stromquelle. Das ist offenbar die Spannung, die der einer offenen wirklichen Strom-

quelle entspricht, also die Spannung, die zwischen  $A$  und  $B$  herrschen würde, wenn diese Punkte nicht durch  $w_1$  als äußeren Widerstand verbunden wären. Aus Gl. 14, § 292, ergibt sich  $V_0 = Vw_2/(w_2 + w_3)$ . Der äußere Widerstand ist  $w_a = w_1$ . Zur Berechnung des inneren Widerstandes müssen wir bedenken, daß die Punkte  $A$  und  $B$  — von  $w_1$  abgesehen — auf doppelte Weise miteinander verbunden sind, nämlich durch  $w_2$  und (über die Batterie, deren Widerstand wir vernachlässigen) durch  $w_3$ . Diese beiden Widerstände in Parallelschaltung bilden also den inneren Widerstand der „Stromquelle“  $AB$ , und es

ist nach Gl. 13a, § 296,  $w_i = w_1 w_2 / (w_1 + w_2)$ . Setzen wir die Werte von  $V_0$ ,  $w_a$  und  $w_i$  in Gl. 19 ein, so folgt ohne weiteres

$$i = \frac{V \frac{w_2}{w_2 + w_3}}{w_1 + \frac{w_2 w_3}{w_2 + w_3}}.$$

Diese Gleichung kann man bei einiger Übung ohne jede Zwischenrechnung einfach hinschreiben. Durch Vertauschung von  $w_2$  und  $w_1$  erhalten wir den durch  $w_2$  fließenden Strom. Weit deutlicher noch wird der Vorzug der vorstehenden Betrachtungsweise bei dem folgenden komplizierteren Beispiel. Gegeben sei die WHEATSTONEsche Brückenschaltung (§ 298). Es ist eine häufig vorkommende Aufgabe, den Strom zu berechnen, der durch das Galvanometer fließt, wenn die Widerstände nicht gemäß Gl. 15 abgeglichen sind. Als „Stromquelle“ haben wir die beiden Verzweigungspunkte  $A$  und  $B$  (Abb. 227b) zu betrachten, an denen das Galvanometer, dessen Widerstand  $\gamma$  Ohm betrage, liegt. Wir berechnen zunächst die elektromotorische Kraft dieser Stromquelle, wenn die Spannung der Batterie  $B$  gleich  $V$  sei. Im Punkte  $A$  herrscht, wenn die Galvanometerleitung nicht geschlossen ist, die Spannung  $V w_1 / (w_1 + w_2)$ , im Punkte  $B$  die Spannung  $V w_3 / (w_3 + w_4)$ . Zwischen  $A$  und  $B$  besteht daher bei offener Galvanometerleitung die Spannung  $V_0 = V [w_1 / (w_1 + w_2) - w_3 / (w_3 + w_4)]$ . Dies ist die „elektromotorische Kraft“ der Stromquelle  $AB$ . Ihr innerer Widerstand setzt sich aus den Widerständen  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $w_3$  und  $w_4$  auf folgende Weise zusammen. Von  $A$  ausgehend, sind  $w_1$  und  $w_2$  parallel geschaltet und an ihren anderen Enden bei  $C$  und  $D$  durch die Batterieleitung kurz geschlossen (den inneren Widerstand der Batterie vernachlässigen wir hier wieder). Von den kurz geschlossenen Punkten  $C$  und  $D$  ab setzt sich der innere Widerstand in den parallel geschalteten Widerständen  $w_3$  und  $w_4$  fort, die mit ihren anderen Enden an  $B$  liegen. Der innere Widerstand der Stromquelle  $AB$  beträgt demnach  $w_i = w_1 w_2 / (w_1 + w_2) + w_3 w_4 / (w_3 + w_4)$ . Der äußere Widerstand ist der des Galvanometers,  $w_a = \gamma$ . Durch Anwendung der Gl. 19 folgt nunmehr für die Stromstärke im Galvanometer

$$i = \frac{V \left( \frac{w_1}{w_1 + w_2} - \frac{w_3}{w_3 + w_4} \right)}{\gamma + \frac{w_1 w_2}{w_1 + w_2} + \frac{w_3 w_4}{w_3 + w_4}}.$$

Die Berechnung dieses komplizierten Ausdrucks aus dem Ohmschen Gesetz und den KIRCHHOFFSchen Regeln wäre außerordentlich viel zeitraubender gewesen als die vorstehende einfache Überlegung, bei der lediglich die Berechnung des inneren Widerstandes der Stromquelle einiges Nachdenken erfordert.

### d) Stromenergie, Stromwärme.

306. **Stromleistung.** Im § 282 ist gezeigt worden, daß die Energie, die in einem Kondensator von der Kapazität  $C$  und der Ladung  $e$  bzw. der Spannung  $V$  aufgespeichert ist,

$$A = \frac{e^2}{2C} = \frac{1}{2} e V \quad (1)$$

ist. Verbindet man die beiden Platten des Kondensators durch einen Draht, so gleichen sich die Ladungen aus. Die Energie des Kondensators verschwindet. Strömt in der Zeit  $dt$  aus dem Kondensator die Ladung  $de$ , so ist

nach Gl. 2a, § 292, der durch den verbindenden Draht fließende Strom  $i = de/dt$ . Die Änderung der Energie des Kondensators in der Zeiteinheit aber ist nach Gl. 1

$$\frac{dA}{dt} = \frac{e}{C} \frac{de}{dt} = iV, \quad (2)$$

da die zwischen den Platten des Kondensators herrschende Spannung  $V = e/C$  ist (§ 278).

Die dem Kondensator verlorene Energie muß nach dem Energieprinzip (§ 48) an anderer Stelle wieder auftreten. Tatsächlich finden wir sie als Erwärmung des verbindenden Drahtes wieder. Diese Wärmeenergie können wir auch im Anschluß an die im § 291 angestellten Überlegungen berechnen. Auf die in dem Draht fließenden Elektronen wirkt nach Gl. 3, § 291, die Kraft  $k = e\mathcal{E} = \alpha v$ . Die von dieser Kraft in 1 sec an einem Elektron geleistete Arbeit ist gleich dem Produkt aus  $k$  und dem in 1 sec zurückgelegten Wege, d. h. der Geschwindigkeit  $v$  der Elektronen, also  $kv = \alpha v^2$ . In dem ganzen Leiterstück von der Länge  $l$  und dem Durchschnitt  $q$  befinden sich  $nql$  Elektronen. Die gesamte Arbeit in 1 sec ist also

$$L = nql\alpha v^2.$$

Aus den Gl. 3, 4 und 5, § 291, folgt aber, daß man statt dessen schreiben kann:

$$L = iV. \quad (3)$$

Das ist genau gleich dem Energieverlust des Kondensators in 1 sec nach Gl. 2.

$L = dA/dt$  ist, als die in 1 sec geleistete Arbeit, die Leistung (§ 51) des Stromes  $i$ . Diese Arbeit wird zwar zunächst von der im Drahte herrschenden elektrischen Kraft an den Elektronen geleistet. Diese aber geben die gewonnene Energie durch reibungsartige Vorgänge fortgesetzt wieder an die Atome des Leiters ab, diese geraten in thermische Bewegung, der Leiter wird erwärmt. Die elektrische Energie des Kondensators geht also in Wärmeenergie des seine Platten verbindenden Leiters über.

Für die Leistung eines Stromes ist es natürlich ganz ohne Belang, welches die Ursache der Spannung ist, die die Ladungsträger in Bewegung setzt. Daher gilt Gl. 3 nicht nur für die Entladung eines Kondensators, sondern ganz allgemein, wenn unter der Wirkung einer Spannung  $V$  ein Strom von der Stärke  $i$  fließt. Berücksichtigt man noch das OHMSche Gesetz (Gl. 7, § 292), so gilt also stets, und zwar nicht nur in festen, sondern auch in flüssigen und gasförmigen Leitern

$$L = iV = i^2 w = \frac{V^2}{w}. \quad (4)$$

Die in einem Leiter beim Fließen eines Stromes auftretende Wärme bezeichnet man als JOULESche Wärme, das durch Gl. 4 ausgesprochene Gesetz als das JOULESche Gesetz (1840). In der Zeit  $t$  wird in einem stromdurchflossenen Leiter die Wärmeenergie

$$A = Lt = iVt \quad (5)$$

frei.

Mißt man  $i$  und  $V$  im elektrostatischen Maßsystem, so erhält man die Stromleistung  $L$  in erg/sec und die Wärmeenergie  $A$  in erg. Bei Verwendung des Volt und Ampere als Einheiten kommt man zur praktischen Einheit der Leistung, dem Watt oder Voltampere. Ein Strom leistet 1 Watt, wenn das Produkt  $i \cdot V = 1$  ist. Es ist

$$1 \text{ Watt} = 10^7 \text{ erg/sec} = 0,239 \text{ cal/sec.} \quad (6)$$



Will man also die von einem Strome erzeugte Wärmemenge  $Q$  in Kalorien angeben, so ist an Stelle von Gl. 5 zu schreiben

$$Q = 0,239 i V t. \quad (7)$$

Die praktische Einheit der elektrischen Arbeit oder Energie liegt dann vor, wenn  $A = i V t = 1$  ist,  $i$  in Ampere,  $V$  in Volt,  $t$  in Sekunden gemessen. Diese Einheit heißt 1 Wattsekunde oder 1 Joule. Aus Gl. 6 folgt, daß

$$1 \text{ Wattsekunde} = 10^7 \text{ erg} = 0,239 \text{ cal.} \quad (8)$$

Den Betrag von 0,239 cal nennt man auch das elektrische Wärmeäquivalent.

Für die Zwecke der Technik ist die Wattsekunde unbequem klein. Man verwendet daher bei der technischen Messung elektrischer Leistung statt des Watt das Kilowatt (kW) = 1000 Watt, und als technische Einheit der Arbeit dient die Kilowattstunde (kWSt), d. h. die bei einer Leistung von 1 kW in 1 Stunde geleistete Arbeit. Es ist

$$\begin{aligned} 1 \text{ kWSt} &= 1000 \cdot 60 \cdot 60 \text{ Wattsekunden} = 3600000 \text{ Wattsekunden} \\ &= 3,6 \cdot 10^{13} \text{ erg} = 8,6 \cdot 10^5 \text{ cal.} \end{aligned} \quad (9)$$

Ein Kilowatt ist gleich 1,36 (oder rund  $\frac{4}{3}$ ) Pferdestärken (§ 51).

**307. Praktische Anwendungen der Stromwärme.** Die Erzeugung von Wärme durch den elektrischen Strom findet vielfache praktische Anwendungen.

In der elektrischen Glühlampe wird ein dünner Draht aus Wolfram durch den elektrischen Strom zur Weißglut erhitzt. Er befindet sich in einem meist möglichst weitgehend luftleer gemachten Glasgefäß. Bei den sog. Nitalampen ist das Glasgefäß mit reinem Stickstoff (Druck rund  $\frac{1}{2}$  Atm.) gefüllt, wodurch ihr Nutzeffekt etwa verdoppelt wird. Die Einführung der Metallfadenlampen, die besonders seit der Erfindung eines Verfahrens zur Herstellung von dünnen Wolframdrähten datiert, bedeutet einen außerordentlichen Fortschritt gegenüber der älteren Kohlefadenlampe (verkohlte Kokosnußfaser), da die Drähte aus dem sehr schwer schmelzbaren Wolfram weit höher erhitzt werden können als der Kohlefaden. Hierdurch wird der optische Nutzeffekt der Lampen ganz bedeutend verbessert (vgl. § 538).

Der Energieverbrauch einer normalen Metallfadenlampe beträgt zwischen 0,5 und 1 Watt für je eine Kerze ihrer Lichtstärke (§ 437). Eine 25-kerzige Glühlampe verbraucht daher etwa 12,5—25 Watt. Bei einer Spannung von 220 (110) Volt fließt in ihr demnach ein Strom von rund 0,06—0,12 (0,12—0,24) A. Der Widerstand einer solchen Lampe beträgt also rund 4000—2000 (1000—500) Ohm; aber nur wenn der Draht glüht, in kaltem Zustande ist der Widerstand sehr viel kleiner (§ 301).

Bei den elektrischen Bogenlampen geht ein elektrischer Strom (Lichtbogen, § 412) durch die Luft zwischen zwei Kohlestäben über. Dadurch bildet sich am positiven Kohlestab ein hell weißglühender Krater aus, der eine intensive Lichtquelle darstellt. Bogenlampen werden außer zur Straßen- und Saalbeleuchtung vor allem in Projektionsapparaten (§ 465) verwendet. Doch ist man hier neuerdings auch dazu übergegangen, Metallfadenlampen von hoher Kerzenstärke zu benutzen.

Die zeitweise viel benutzte Nernstlampe, deren Nachteil neben großen Vorzügen (vorzügliche Ökonomie und angenehmes Licht) darin besteht, daß sie erst einige Zeit nach dem Einschalten zündet, enthält einen aus Oxyden gewisser seltener Erden hergestellten Stift, welcher bei höherer Temperatur elektrolytisch leitet (§ 302) und dann bei Stromdurchgang ein sehr intensives Licht ausstrahlt. Die Heizung erfolgt zunächst durch einen in die Lampe eingebauten und durch

den Strom zum Glühen gebrachten Heizdraht, der selbsttätig ausgeschaltet wird, nachdem der Stift leitend geworden ist. Dieser bleibt dann von selbst infolge der in ihm auftretenden JOULESchen Wärme leitend, solange Strom durch ihn fließt. Der Nernststift hat bei allen Temperaturen eine fallende Charakteristik (§ 303), d. h. je stärker der in ihm fließende Strom ist, je heißer er also wird, desto kleiner wird sein Widerstand. Infolgedessen müßte bei konstanter angelegter Spannung der Strom immer weiter wachsen und den Stift schließlich zum Schmelzen bringen. Um dies zu verhindern, ist dem Stift ein Eisendrahtwiderstand vorgeschaltet, der gerade die entgegengesetzte Eigenschaft hat und das Überschreiten einer bestimmten, zulässigen Stromstärke verhindert (§ 301).

Die neuerdings immer mehr für Nachtbeleuchtung von Treppenhäusern, für Reklamezwecke usw. in Gebrauch gekommenen Glimmlichtlampen beruhen nicht auf der JOULESchen Wärme, sondern es wird die in ihnen befindliche Gasfüllung (Neon oder andere Gase) durch eine durch das Gas hindurchgehende Glimmladung auf anderem Wege elektrisch zum Leuchten gebracht (§ 408).

In den in der drahtlosen Telegraphie und Telephonie gebrauchten Verstärker- röhren (§ 425) wird die Kathode — ein ausgespannter Wolframdraht — durch einen elektrischen Strom zum Glühen gebracht.

Auch für Heizzwecke wird die JOULESche Wärme ausgenutzt. Eine weitere Verbreitung der elektrischen Heizung scheidert in Deutschland bislang hauptsächlich noch an den Strompreisen, so daß im allgemeinen nur eine Verwendung im kleinen (elektrische Kocher, Brat- und Backeinrichtungen, Föhnapparat, Heizplatten, elektrische Zigarrenanzünder, Brennscheren u. dgl.) in Frage kommt, während die Verwendung elektrischer Öfen unverhältnismäßig teuer ist.

Die bekannten Schmelzsicherungen in den elektrischen Leitungen bestehen aus einem dünnen Metalldraht, der bei Überschreitung der zulässigen Stromstärke infolge der JOULESchen Wärme durchschmilzt und dadurch die Leitung gefahrlos unterbricht.

In allen Fällen, in denen es nicht gerade auf die Wärmewirkung des Stromes abgesehen ist, bedeutet das Auftreten JOULEScher Wärme einen unerwünschten und oft sehr lästigen Energieverlust.

**308. Hitzdrahtinstrumente.** Eine wichtige Anwendung findet die JOULESche Wärme in den Hitzdrahtstrommessern. Hier wird die Längenänderung,

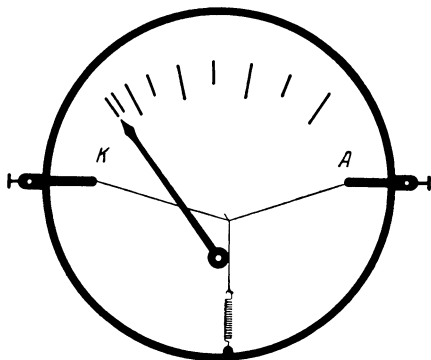


Abb. 228. Hitzdrahtstrommesser. Schema.

die ein Draht infolge seiner Erwärmung durch den elektrischen Strom erfährt, auf irgendeine Weise in die Bewegung eines Zeigers auf einer Skala übersetzt, an der man die durch das Instrument fließende Stromstärke abliest (Abb. 228). Die Erwärmung und daher auch die Längenänderung des Drahtes ist nur von der Stromstärke, nicht von der Stromrichtung, abhängig, was sich mathematisch durch die Abhängigkeit von  $i^2$  (Gl. 4) ausdrückt. Dies hat zur Folge, daß ein Hitzdrahtstrommesser nicht nur für Gleichstrom, sondern auch für Wechselstrom (§ 388) verwendbar ist. Der Aus-

schlag eines Hitzdrahtstrommessers ist der Stromstärke nicht proportional, sondern wächst gemäß dem vorstehend Gesagten etwa mit dem Quadrat der Stromstärke.

**309. Thermoelektrische Wirkungen.** Es seien zwei Drähte aus verschiedenem Metall, etwa Kupfer und Eisen, zu einem geschlossenen Kreise, etwa durch Zusammenlöten der Enden, vereinigt (Abb. 229). Bringt man die beiden Lötstellen auf verschiedene Temperatur, indem man eine von ihnen stark erwärmt oder abkühlt, so ist die Spannung zwischen den Metallen an der einen Lötstelle größer als an der andern. Die Summe der Potentialdifferenzen im Kreise ist nicht mehr Null, und es fließt in ihm infolgedessen ein Strom, den man mit Hilfe eines in den Kreis geschalteten Galvanometers nachweisen kann. (Die Einschaltung des Galvanometers ändert an der Wirkung nichts, wenn sich die beiden Klemmen desselben auf gleicher Temperatur befinden, so daß dort keine weiteren Spannungen auftreten.) Diese Erscheinung bezeichnet man als Thermoelektrizität oder Thermoeffekt (A. BECQUEREL 1826).

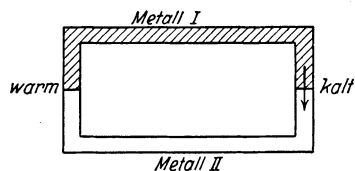


Abb. 229. Zum Thermoeffekt.

Vorrichtungen, in welchen der Thermoeffekt zur Erzeugung elektrischer Energie benutzt wird, heißen ein Thermoelemente. Ihre hauptsächlichste Verwendung finden sie zur Temperaturmessung. Hat man einmal die Größe der Potentialdifferenz eines solchen Thermoelementes für eine Reihe von Temperaturen der einen Lötstelle gemessen, während die andere Lötstelle auf konstanter Temperatur — etwa  $0^{\circ}$  — gehalten wurde, so kann man das Thermoelement nunmehr zur Temperaturmessung benutzen. Man hat dabei den Vorteil, daß man, wenn die Drähte dünn sind und die Lötstelle sehr klein ist, die Temperatur an ganz bestimmten Punkten messen kann, nicht, wie mit dem Quecksilberthermometer, nur die mittlere Temperatur des von der Quecksilberkugel eingenommenen Raumes. Auch kann man die Temperatur in sehr engen Bohrungen messen. Weitere Vorteile liegen in ihrer sehr kleinen Wärmekapazität. Sie stellen sich daher sehr schnell ein und entziehen dem Körper, dessen Temperatur gemessen werden soll, nur sehr wenig Wärme. Thermoelemente finden deshalb in der praktischen Physik vielfache Anwendungen.

Thermosäulen, welche aus einer größeren Zahl von hintereinander geschalteten Thermoelementen aus sehr dünnem Draht bestehen, werden zur Messung der Energie von Wärmestrahlung verwendet. Die Lötstellen sind dann so angeordnet, daß etwa die 1., 3., 5. usw. Lötstelle von der Strahlung getroffen und erwärmt wird, während die dazwischenliegenden Lötstellen gegen die Strahlung abgeschirmt sind (Abb. 230).

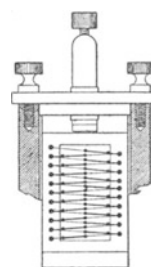


Abb. 230. Thermo-Säule für Strahlungsmessungen.

Die größte „Thermokraft“ gegeneinander besitzen Wismut und Antimon, nämlich etwa  $10^{-4}$  Volt, wenn sich die eine Lötstelle auf  $0^{\circ}$ , die andere auf  $+1^{\circ}$  befindet. Die häufig benutzte Kombination Eisen-Konstantan ergibt unter gleichen Verhältnissen rund  $0,5 \cdot 10^{-4}$  Volt. Da man in diesem Falle ist, Spannungen von viel kleinerer Größenordnung noch genau zu messen, so ist natürlich ein Thermoelement dem Quecksilberthermometer in der Genauigkeit, die mit ihm erzielt werden kann, außerordentlich überlegen.

Der Thermoeffekt hat sein Gegenstück im PELTIER-Effekt (1834). Wird die Verbindungsstelle zweier Metalle von einem Strom durchflossen, so tritt dort, je nach der Stromrichtung, Erwärmung oder Abkühlung ein. Zum Nachweis kann die in Abb. 231 dargestellte Vorrichtung dienen. Fließt durch die beiden Wismut-

Antimon-Lötstellen ein Strom, so erwärmt sich die eine, die andere kühlt sich ab. Dies zeigt sich an einer Verschiebung des Quecksilberfadens, der sich in der Röhre befindet, die die beiden Glas- kugeln (Luftthermometer) verbindet, in denen sich die beiden Lötstellen befinden.

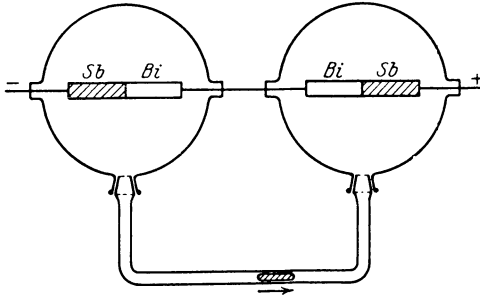


Abb. 231. Zum Nachweis des PELTIER-Effekts.

310. Dimensionen elektrischer Größen im elektrostatischen System. Wir stellen in Tab. 22 noch einmal die Dimensionen der bisher erwähnten elektrischen Größen im elektrostatischen Maßsystem zusammen. Soweit ihre Berechnung nicht bereits früher durchgeführt worden ist, läßt sie sich leicht nach dem

gleichen Prinzip, wie bei den mechanischen Größen (§ 57), an Hand irgendeines Gesetzes anstellen, welches die in ihrer Dimension noch unbekannte Größe mit anderen, der Dimension nach bekannten Größen in Beziehung setzt.

Tabelle 22. Dimensionen im elektrostatischen Maßsystem.

Elektrizitätsmenge . . . . .	$ e  =   m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-1}  ,$
Stromstärke . . . . .	$ i  =   m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-2}  ,$
Spannung . . . . .	$ V  =   m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}} t^{-1}  ,$
Widerstand . . . . .	$ w  =   t^{-1} t  ,$
Kapazität . . . . .	$ C  =   l  .$

Es sei nicht unterlassen, hier noch einmal zu betonen, daß es sich bei den Dimensionsbeziehungen nur um etwas rein Formales ohne physikalischen Inhalt handelt. So ist natürlich eine Kapazität keine Länge, sondern die Gleichheit ihrer Dimension mit der einer Länge ist nur eine Folge unserer willkürlichen Festsetzung, daß wir die Konstante des COULOMBSchen Gesetzes gleich der reinen Zahl 1 festlegen (§ 257).

Gleichzeitig geben wir in Tab. 23 noch eine Zusammenstellung der Beziehung zwischen den elektrostatischen und den praktischen Einheiten.

Tabelle 23. Es ist die elektrostatische Einheit:

der Elektrizitätsmenge	$\frac{1}{3} \cdot 10^{-9}$ Coulomb,
der Stromstärke . . . . .	$\frac{1}{3} \cdot 10^{-9}$ Ampere,
der Spannung . . . . .	300 Volt,
des Widerstandes . . . . .	$9 \cdot 10^{11}$ Ohm,
der Kapazität . . . . .	$\frac{1}{9} \cdot 10^{-11}$ Farad.

### e) Elektrische Ströme in flüssigen Leitern.

311. Leitfähigkeit reiner Flüssigkeiten. Abgesehen von flüssigen Metallen und geschmolzenen Salzen, sind die meisten Flüssigkeiten, vorausgesetzt, daß sie chemisch sehr rein sind, sehr schlechte Leiter, zum großen Teil sogar ganz vorzügliche Isolatoren. Es ist in vielen Fällen, in denen sich bei einer reinen Flüssigkeit eine schwache Leitfähigkeit zeigt, zweifelhaft, ob sie nicht von ganz kleinen Resten von Verunreinigungen herrührt. So ist auch chemisch reines Wasser ein außerordentlich schlechter Leiter.

Auf Grund der bereits früher entwickelten Vorstellungen ist klar, daß die Leitfähigkeit einer Flüssigkeit davon abhängt, ob sich in ihr frei bewegliche Ladungsträger (Ionen, Elektronen) befinden. Mangelnde Leitfähigkeit bedeutet also bei einer Flüssigkeit einen Mangel an solchen Ladungsträgern.

**312. Leitfähigkeit wässriger Lösungen. Elektrolyse.** Man verbinde zwei Stücke Platinblech *A* und *K*, welche sich in einem mit destilliertem Wasser gefüllten, vorher gut gereinigten Glasgefäß befinden, unter Einschaltung eines Strommeßinstrumentes mit den beiden Klemmen einer Akkumulatorenbatterie (4—10 Volt, Abb. 232). Ist das Meßinstrument ausreichend empfindlich, so wird es das Eintreten eines schwachen Stromes anzeigen, ein Beweis, daß das Wasser (das keineswegs chemisch rein ist) eine schwache Leitfähigkeit hat. Bringt man jetzt in das Wasser einige Tropfen einer Säure oder ein wenig von der Lösung irgendeines Salzes, so steigt die Stromstärke sofort an und erreicht bei größerer Konzentration beträchtliche Werte. Die Leitfähigkeit des Wassers rührt also fast ausschließlich von in ihm gelösten Stoffen her. Es haben aber nicht alle gelösten Stoffe diese Eigenschaft, sondern nur die Salze, Basen und Säuren; so erhöht z. B. gelöster Zucker die Leitfähigkeit des Wassers nicht. Ähnliche Erscheinungen, wenn auch nicht in so hohem Maße, zeigen Lösungen in anderen Flüssigkeiten. Die spezifische Leitfähigkeit von Lösungen reicht in keinem Falle an die der Metalle heran.

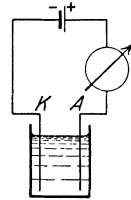


Abb. 232. Leitfähigkeit von Wasser.

Man bezeichnet die beiden in die Flüssigkeit getauchten, zur Stromzuführung dienenden Bleche als Elektroden. Die mit dem positiven Pol der Batterie verbundene nennt man die Anode, die mit dem negativen Pol verbundene die Kathode. Der (positive) Strom fließt also in der Flüssigkeit von der Anode zur Kathode. Eine durch gelöste Stoffe leitend gemachte Flüssigkeit nennt man einen Elektrolyten, die mit der Elektrizitätsleitung durch solche Flüssigkeiten verbundenen Erscheinungen Elektrolyse.

**313. Abscheidungen an den Elektroden.** Läßt man mittels Platinelektroden einen Strom durch eine wässrige Lösung einer Säure, z. B. Schwefelsäure, gehen, so bemerkt man an den Elektroden eine lebhaft Gasentwicklung (Abb. 233). Zur genaueren Untersuchung dieser Erscheinung bedient man sich eines sog. Voltameters (nicht mit einem Voltmeter zu verwechseln!), bei dem sich die an den beiden Elektroden gebildeten Gas mengen in getrennten Röhren sammeln. Es zeigt sich, daß die Mengen in beiden Röhren verschieden sind, und zwar erscheint an der Kathode etwa doppelt soviel Gas wie an der Anode. Die Untersuchung dieser Gas ergibt, daß sich an der Anode Sauerstoff (bringt glimmenden Span zum hellen Glühen oder zum Brennen), an der Kathode Wasserstoff (verbrennt mit bläulicher Flamme) gebildet hat. (Daß nicht genau doppelt soviel Wasserstoff wie Sauerstoff, sondern etwas mehr Wasserstoff erscheint, liegt daran, daß von dem an der Anode auftretenden Sauerstoff ein nicht unbeträchtlicher Teil im Wasser gelöst wird.) Läßt man durch das Voltmeter Wechselstrom gehen, so daß die Stromrichtung fortgesetzt wechselt, so bilden sich an beiden Elektroden gleich große Gas mengen, und zwar Mischungen von 1 Teil Sauerstoff und 2 Teilen Wasserstoff, d. h. Knallgas. Dies kann man durch

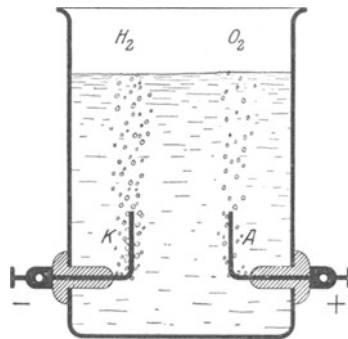


Abb. 233. Zersetzung des Wassers.

die unter lebhaftem Knall erfolgende Verbrennung feststellen, wenn man das Gas unter Wasser in einem Reagenzglas auffängt oder es durch Seifenlösung perlen läßt, deren so gebildete Blasen man anzündet (Vorsicht!).

Eine hübsche Erscheinung zeigt sich, wenn man einen Strom durch eine wässrige Bleiazetatlösung hindurchschickt und als Kathode einen Bleidraht, als Anode eine Bleiplatte benutzt. Es scheidet sich dann an der Kathode Blei in kristallinischer Form als baumartiges Gebilde (Bleibaum, Abb. 234) ab.

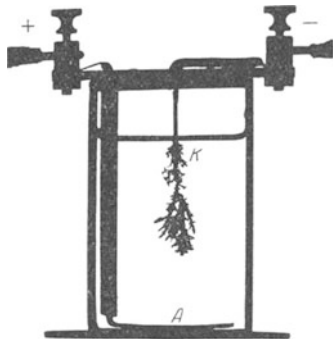


Abb. 234. Bleibaum.

**314. Elektrolytische Dissoziation.** Wo ein Transport elektrischer Ladungen stattfindet, also ein elektrischer Strom fließt, müssen, wie schon oben betont, stets bewegliche Ladungsträger vorhanden sein, welche diese Ladung mit sich führen, wie es in den Metallen die Elektronen tun. Bei der Stromleitung durch einen Elektrolyten sind es die atomistischen Bestandteile der gelösten Stoffe, welche als Ladungsträger auftreten. Diese Ladungsträger werden nicht erst durch die an eine elektrolytische Zelle gelegte Spannung erzeugt,

sondern sind in jedem Elektrolyten stets vorhanden. Wird z. B. Kochsalz,  $\text{NaCl}$ , in Wasser gelöst, so befindet sich dieses im Wasser nicht in molekularer Form als  $\text{NaCl}$ -Moleküle, sondern die  $\text{Na}$ -Atome und die  $\text{Cl}$ -Atome sind, jedenfalls bei nicht zu hoher Konzentration, voneinander getrennt, und außerdem tragen die  $\text{Na}$ -Atome eine positive, die  $\text{Cl}$ -Atome eine negative elektrische Ladung. In diesem Zustande bezeichnet man die Atome und überhaupt alle elektrisch geladenen atomistischen oder molekularen Gebilde, wie schon des öfteren erwähnt, als Ionen. (Weshalb das  $\text{Na}$  in Gestalt von Ionen nicht, wie metallisches  $\text{Na}$ , mit dem Wasser reagiert, wird später, § 561, erörtert werden.) Den Zerfall eines Moleküls in Ionen in einer Lösung nennt man elektrolytische Dissoziation. Bei der Lösung von Schwefelsäure,  $\text{H}_2\text{SO}_4$ , entstehen aus jedem  $\text{H}_2\text{SO}_4$ -Molekül zwei positive  $\text{H}$ -Ionen und ein negatives  $\text{SO}_4$ -Ion, ebenso bei der Lösung von Kupfersulfat,  $\text{CuSO}_4$ , ein positives  $\text{Cu}$ -Ion und ein negatives  $\text{SO}_4$ -Ion. Da es sich um atomistische Gebilde handelt, so kann die auf den Ionen auftretende Ladung nur ein kleines ganzzahliges Vielfaches des elektrischen Elementarquantums (§ 261) sein. Und zwar zeigt sich, daß die Zahl dieser Elementarquanten mit der Wertigkeit übereinstimmt, welche das betreffende Atom oder die Atomgruppe (z. B. das Radikal  $\text{SO}_4$ ) in der vorliegenden chemischen Verbindung besitzt. Von den Elementen tragen die in den linken Vertikalreihen des periodischen Systems stehenden Elemente, also insbesondere der Wasserstoff und die Metalle, positive Ladungen, die in den rechten Vertikalreihen stehenden fast immer negative Ladungen. Säurereste (Radikale), wie  $\text{SO}_4$ , tragen negative Ladungen, und zwar so viele Elementarquanten, wie ihrer chemischen Valenz entspricht, das  $\text{SO}_4$ -Ion also zwei negative Elementarquanten.

Die besonders starke Dissoziation, die in Wasser eintritt, kann man rein formal auf Grund der ungewöhnlich hohen Dielektrizitätskonstanten des Wassers ( $\epsilon = 81$ ) verstehen. Das COULOMBSche Gesetz in seiner allgemeinen Form (Gl. 17, § 284) sagt aus, daß die Anziehung zweier Ladungen der Dielektrizitätskonstanten des Mediums, in dem sie sich befinden, umgekehrt proportional ist. In Wasser ist demnach die Kraft, mit der zwei Ladungen entgegengesetzten Vorzeichens einander anziehen, 81mal kleiner als in Luft. Es ist daher verständlich, daß ein Molekül, das aus Ionen besteht, die durch die zwischen ihren

Ladungen wirkenden Kräfte aneinander gebunden sind (§ 561), in Wasser eine starke Tendenz hat, in seine Bestandteile zu zerfallen, bzw. daß die von der thermischen Bewegung herrührenden Stöße es sehr leicht zum Zerfall bringen.

**315. Der Mechanismus der Elektrizitätsleitung in Elektrolyten.** Legt man an zwei in einem Elektrolyten befindliche Elektroden eine Spannung, so entsteht im Elektrolyten genau wie in einem metallischen Leiter ein elektrisches Feld, welches die in ihm vorhandenen Ladungsträger in Bewegung setzt, und zwar die positiven Ionen in Richtung des Feldes, also auf die Kathode zu, die negativen gegen die Richtung des Feldes, auf die Anode zu. Für die Bewegung der Ionen kann man genau die gleichen Überlegungen anstellen, wie es in § 291 für die Elektronen in den Metallen geschehen ist, sogar mit noch größerem Recht, denn sie entsprechen in diesem Falle der Wirklichkeit weitgehend. Es gilt also auch für Elektrolyte das OHMSche Gesetz (§ 292). Es ist aber im Falle der Elektrolyte zu beachten, daß es sich um zwei Arten von Ladungsträgern, positive und negative Ionen, handelt, welche verschiedene Beweglichkeiten und auch verschiedene Ladungen, je nach ihrer Wertigkeit, haben können.

Die auf die verschiedenen Ionenarten wirkenden bewegungshemmenden Kräfte sind verschieden groß, z. B. für das Cl-Ion fünfmal so groß wie für das H-Ion. Infolgedessen sind die Wanderungsgeschwindigkeiten der Ionen verschieden. Die Geschwindigkeit, die ein Ion bei der Feldstärke 1 Volt/cm hat, nennt man seine Beweglichkeit (vgl. § 291):

Da die positiven Ionen zur Kathode, die negativen zur Anode wandern, nennt man erstere auch Kationen, letztere Anionen (Abb. 235).

Die Einzelheiten der sich beim Stromdurchgang durch Elektrolyte abspielenden Vorgänge gehören im allgemeinen in das Gebiet der physikalischen Chemie. Es werden daher im folgenden nur die wichtigsten Tatsachen besprochen.

**316. Die FARADAYSchen Gesetze.** Da bei der Leitung durch Elektrolyte die an die Elektroden gelangenden Ladungen auf den Atomen bzw. Atomkomplexen des gelösten Stoffes sitzen, so müssen diese zugleich mit den Ladungen an die Elektroden gelangen und dort in die Erscheinung treten. Tatsächlich beobachtet man in den meisten Fällen die hiernach zu erwartenden Abscheidungen an den Elektroden. (In den Fällen, wo sie nicht auftreten, liegt das an gewissen chemischen Vorgängen an der Elektrode, § 318.)

Aus den Ausführungen der vorhergehenden Paragraphen ergeben sich nun ohne weiteres die Gesetze, die für den Zusammenhang zwischen dem durch einen Elektrolyten fließenden Strom  $i$  und den durch diesen Strom an den Elektroden abgeschiedenen Gewichtsmengen gelten. Es sei  $n$  die Zahl der in 1 Sekunde an einer der beiden Elektroden abgeschiedenen Ionen (geladene Atome oder Atomgruppen),  $z$  die chemische Wertigkeit der betreffenden Ionen,  $e$  das elektrische Elementarquantum, also  $ze$  die Ladung jedes Ions (denn, wie bereits oben erwähnt, trägt ein Ion so viele Elementarquanten, wie seine Wertigkeit beträgt), schließlich  $\mu$  die Masse eines Ions. Dann ist die Stromstärke, d. h. die in 1 sec an der Elektrode abgegebene Elektrizitätsmenge

$$i = nze. \quad (I)$$

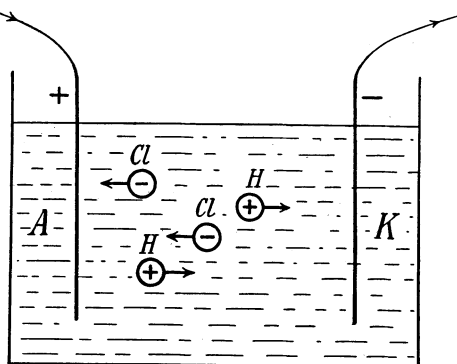


Abb. 235.  
Schema der Ionenwanderung in einer HCl-Lösung.

Gleichzeitig wird in  $t$  sec an der Elektrode die Masse  $n\mu$  abgeschieden, also in der Zeit  $t$  die Masse

$$m = n\mu t. \quad (2)$$

Aus Gl. 1 und 2 folgt, daß die in der Zeit  $t$  durch einen Strom  $i$  abgeschiedene Masse  $m$  durch die Gleichung

$$m = \frac{\mu}{z\epsilon} i t = A i t \quad (3)$$

gegeben ist, wobei

$$A = \frac{\mu}{z\epsilon}. \quad (4)$$

Die Gl. 3 und 4 enthalten die beiden FARADAYSchen Gesetze (1833) der Elektrolyse. Gl. 3 (erstes FARADAYSches Gesetz) besagt: Die abgeschiedenen materiellen Mengen  $m$  sind der Stromstärke  $i$  und der Zeit  $t$ , während der der Strom floß, also der durchgegangenen Elektrizitätsmenge proportional und schließlich einer Konstanten  $A$ , die das elektrochemische Äquivalent heißt und von der Art der Ionen abhängt, denn sie enthält nach Gl. 4 die Atommasse  $\mu$  und die Wertigkeit  $z$ . Multiplizieren wir auf der rechten Seite von Gl. 4 Zähler und Nenner mit der Zahl der Moleküle im Grammatom, der LOSCHMIDTSchen Zahl  $N$  (§ 112), so wird der Zähler  $N\mu$  gleich dem Atomgewicht  $\alpha$  des Ions bzw. bei Ionen, die aus mehreren Atomen bestehen (z. B.  $\text{SO}_4$ ), gleich der Summe der Atomgewichte ihrer Bestandteile, und wir können schreiben:

$$A = \frac{N\mu}{zN\epsilon} = \frac{\alpha}{zC}, \quad (5)$$

wobei

$$C = N\epsilon \quad (6)$$

die sog. FARADAYSche Konstante ist. Gl. 5 spricht das zweite FARADAYSche Gesetz aus: Die elektrochemischen Äquivalente der Ionen verhalten sich wie die Quotienten aus Atomgewicht  $\alpha$  und Wertigkeit  $z$ .

Die FARADAYSche Konstante  $C$  ist, als Produkt zweier universeller, d. h. nicht vom Material abhängiger Konstanten, ebenfalls eine solche und von der Art des betreffenden Ions und allen äußeren Bedingungen unabhängig. Ihr Zahlenwert beträgt nach den zuverlässigsten Messungen (an Silber)

$$C = N\epsilon = 96494 \text{ Coulomb/Grammatom bzw. Mol.} \quad (7)$$

Die von einem  $z$ -wertigen Ion getragene Ladung beträgt demnach  $zN\epsilon$ , z. B. beim zweiwertigen Cu oder beim zweiwertigen  $\text{SO}_4$   $2N\epsilon$ .

Die FARADAYSche Konstante hat eine große Bedeutung für die Atomphysik, denn sie erlaubt, wenn eine der beiden atomistischen Größen  $N$  und  $\epsilon$  bekannt ist, die andere zu berechnen. So erhalten wir z. B. unter Zugrundelegung des Wertes  $\epsilon = 1,598 \cdot 10^{-19}$  Coulomb (§ 261), für  $N$  den bereits § 109 angeführten Wert der LOSCHMIDTSchen Zahl  $N = 6,038 \cdot 10^{23}$ .

**317. Die elektrochemischen Äquivalente.** In der Tab. 24 sind die gemessenen elektrochemischen Äquivalente  $A$  einiger Elemente in Coulomb/Mol zusammengestellt, ferner deren Atomgewichte  $\alpha$ , ihre Wertigkeit  $z$  und das Ver-



hältnis  $\alpha/A$ , welches nach Gl. 5 gleich  $z \cdot C$  sein muß, und  $C = \alpha/zA$ . Die Tabelle zeigt, daß die Messungen das Gesetz mit großer Genauigkeit bestätigen.

Tabelle 24. Elektrochemische Äquivalente.

	$A \cdot 10^3$	$\alpha$	$z$	$\alpha/A$	$N \epsilon = \alpha/zA$
H	0,01045	1,008	1	96459	96459
Ag	1,118	107,88	1	96494	96494
O	0,0829	16,00	2	193004	96502
Cu	0,3294	63,57	2	192987	96494
N	0,0484	14,00	3	289256	96419
Al	0,0936	27,1	3	289530	96510
Sn	0,3083	119,0	4	386000	96500
V	0,1057	51,0	5	482498	96500
U	0,4119	238,5	6	578784	96464

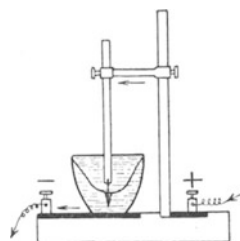


Abb. 236. Silbervoltameter.

Der zuverlässigste Wert ist derjenige für Silber. Wegen der großen Genauigkeit, deren derartige Messungen fähig sind, ist die gesetzliche Einheit des Stromes auf das elektrochemische Äquivalent des Silbers basiert. Das gesetzliche Ampere ist diejenige Stromstärke, bei der in 1 sec 1,118 mg Silber abgeschieden werden<sup>1)</sup>. Für diese Messungen bedient man sich eines Silbervoltameters (Abb. 236), in dem Silber aus der Lösung eines Silbersalzes auf einer Platinelektrode niedergeschlagen wird. Genaue Eichungen von Ampereometern werden durch Vergleich mit dem Silbervoltameter ausgeführt.

**318. Sekundäre Prozesse an den Elektroden.** Wir haben im § 316 erwähnt, daß keineswegs stets die Bestandteile des gelösten Stoffes an den Elektroden abgeschieden werden, sondern vielfach andere, z. B. aus verdünnter Schwefelsäure die Bestandteile des Wassers, Sauerstoff und Wasserstoff. Diese Erscheinung erklärt sich daraus, daß in sehr vielen Fällen an den Elektroden sog. sekundäre chemische Prozesse vor sich gehen (DANIELL 1839). Wir betrachten den Fall der verdünnten Schwefelsäure,  $H_2SO_4$ , in der sich auf je zwei positive H-Ionen ein negatives  $SO_4$ -Ion befindet. Die H-Ionen wandern an die Kathode, nach welcher von der andern Seite, von der Stromquelle her, Elektronen durch die Zuleitung fließen. An der Kathodenoberfläche vereinigt sich jedes H-Ion mit einem Elektron und verwandelt sich so in ein elektrisch neutrales H-Atom. (Man beachte folgendes: Der — im Sinne unserer Stromrichtungsdefinition [§ 262] — positive Strom wird an der Kathode innerhalb des Elektrolyten durch positive Ionen gebildet, die auf die Kathode zulaufen, jenseits der Kathode aber, im Draht, durch die in entgegengesetzter Richtung auf die Kathode zu laufenden negativ geladenen Elektronen.) Je zwei H-Atome verbinden sich zu einem  $H_2$ -Molekül. Diese

<sup>1)</sup> Das Deutsche Reichsgesetz über die elektrischen Einheiten vom 1. Juni 1898 lautet:

1. „Die gesetzlichen Einheiten für elektrische Messungen sind das Ohm, das Ampere und das Volt.“

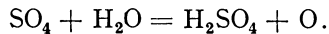
2. „Das Ohm ist die Einheit des elektrischen Widerstandes. Es wird dargestellt durch den Widerstand einer Quecksilbersäule von der Temperatur des schmelzenden Eisens, deren Länge bei durchweg gleichem, einem Quadratmillimeter gleich zu achtenden Querschnitt 106,3 cm und deren Masse 14,4521 g beträgt.“

3. „Das Ampere ist die Einheit der elektrischen Stromstärke. Es wird dargestellt durch den unveränderlichen elektrischen Strom, welcher bei dem Durchgange durch eine wässrige Lösung von Silbernitrat in einer Sekunde 0,001118 g Silber niederschlägt.“

4. „Das Volt ist die Einheit der elektromotorischen Kraft. Es wird dargestellt durch die elektromotorische Kraft, welche in einem Leiter, dessen Widerstand 1 Ohm beträgt, einen elektrischen Strom von 1 Ampere erzeugt.“

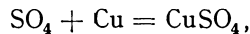
Es folgen weitere Bestimmungen über die Einheiten der Elektrizitätsmenge, der elektrischen Leistung und Arbeit, der Kapazität und Induktion.

letzteren bilden Blasen von Wasserstoffgas, die aufsteigen und abgeschieden werden. Hier wird also der eine Bestandteil des gelösten Stoffes unmittelbar ausgeschieden. Anders an der Anode. Hier gibt jedes zweiwertige  $\text{SO}_4$ -Ion zwei Elektronen an die Elektrode ab und wird dadurch elektrisch neutral. In diesem Zustande aber kann es mit dem Wasser reagieren (vorausgesetzt, daß es nicht mit dem Material der Elektrode reagiert, s. unten). Über den Grund dafür, weshalb ein Ion erst nach Neutralisation seiner Ladung chemisch reagiert, s. § 561. Die Reaktion geht nach folgender Gleichung vor sich:



Es werden also Sauerstoffatome frei, die sich zu Molekülen vereinigen und, wie an der Kathode der Wasserstoff, an der Anode ausgeschieden werden. Die gebildete Schwefelsäure geht in Lösung und dissoziiert von neuem. Da auf ein  $\text{SO}_4$ -Ion zwei Wasserstoffionen entfallen, so entspricht der Ausscheidung von einem  $\text{O}_2$ -Molekül diejenige von zwei  $\text{H}_2$ -Molekülen. Es werden also tatsächlich die Bestandteile des Wassers im richtigen Verhältnis abgeschieden, und der Vorgang erscheint als eine Wasserzersetzung.

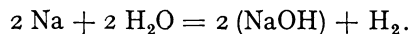
Besteht die Anode aus Kupfer oder einem andern unedlen Metall, so reagiert das  $\text{SO}_4$ -Ion nicht mit dem Wasser, sondern mit diesem Metall, es bildet sich z. B.



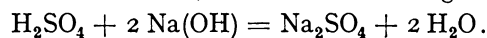
also Kupfersulfat, welches in Lösung geht, und es findet keine Ausscheidung an der Anode statt. An der Kathode wird nach wie vor Wasserstoff abgeschieden. Ersatz für diesen Verlust erhält die Lösung aber aus der Anode in Gestalt von je einem doppelt geladenen Cu-Ion auf je zwei ausgeschiedene einfach geladene H-Ionen. Dabei wird die Anode allmählich aufgelöst. An die Stelle der  $\text{H}_2\text{SO}_4$ -Lösung tritt allmählich eine  $\text{CuSO}_4$ -Lösung, aus der dann auch Cu an der Kathode abgeschieden wird.

War von Anfang an der Elektrolyt eine  $\text{CuSO}_4$ -Lösung, so ändert sich an den Betrachtungen nichts; nur wird jetzt an der Kathode sofort Cu aus der Lösung abgeschieden und der Lösung an der Anode aus dem Cu der Elektrode wieder ersetzt, so daß die Lösung unverändert bleibt. Es wandert also das Kupfer der Anode durch die Lösung an die Kathode.

Wieder etwas anders liegen die Verhältnisse, wenn man z. B. einen Strom mittels Platinelektroden durch eine verdünnte Lösung von Natriumsulfat,  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ , gehen läßt. Die Na-Ionen wandern zur Kathode und erlangen dort nach Aufnahme eines Elektrons aus der Kathode chemische Reaktionsfähigkeit. Es tritt eine Reaktion mit dem Wasser ein:



Der so entstandene Wasserstoff,  $\text{H}_2$ , wird ausgeschieden, in der Lösung bleibt Natronlauge, NaOH. An die Anode wandern die  $\text{SO}_4$ -Ionen, und hier tritt durch den schon besprochenen Prozeß eine Reaktion mit dem Wasser ein, welche zur Bildung von Sauerstoff, der abgeschieden wird, und Schwefelsäure, die in Lösung bleibt, führt. Die Schwefelsäure und die Natronlauge diffundieren wieder in die Lösung zurück, mischen sich und reagieren miteinander. Es entsteht wieder Natriumsulfat und Wasser, nach der Gleichung



Die Lösung bleibt also in ihrer chemischen Zusammensetzung unverändert, und das Endergebnis ist wieder die Zersetzung des Wassers. Die Lösung nimmt allmählich an Konzentration zu, weil nur die Bestandteile des Wassers abgeschieden werden.

**319. Elektrolytische Leitung in nichtwässrigen Lösungen und in Schmelzen.** Bedingung für eine elektrolytische Leitung in einer Substanz ist das Vorhandensein von frei beweglichen Ionen. Daher leiten alle diejenigen Lösungen, in denen der gelöste Stoff dissoziiert ist. Die wässrigen Lösungen nehmen aber unter allen anderen einen hervorragenden Platz ein, weil das Wasser in besonders hohem Grade dissoziierend wirkt (§ 314).

Im übrigen sind es unter den Flüssigkeiten besonders die geschmolzenen Salze, welche häufig eine beträchtliche elektrolytische Leitfähigkeit zeigen. Es ist begreiflich, daß Salze, welche ja schon im festen (kristallinen) Zustand häufig aus Ionen bestehen (§ 584), auch in geschmolzener Form Ionen enthalten können. Jedoch kommt auch der Fall vor, daß sich beim Schmelzen eines Kristalls seine Ionen zu Molekülen vereinigen.

Bei flüssigen Metallen hat man neuerdings bei extrem hohen Stromdichten neben der Elektronenleitung auch Anzeichen einer schwachen elektrolytischen Leitfähigkeit gefunden, d. h. einen Transport von Metallionen im Strom.

**320. Technische Anwendungen der Elektrolyse.** Die Elektrolyse findet einige wichtige technische Anwendungen. Die eine ist die sog. Galvanoplastik, nämlich die Herstellung von Metallniederschlägen auf elektrischem Wege. In diesem Falle bedient man sich als Elektrolyt einer Lösung eines Salzes des niederzuschlagenden Metalls und als Anode eines Blechs aus dem gleichen Metall, um die Konzentration der Lösung konstant zu halten. Als Kathode dient der Gegenstand, auf dem das Metall niedergeschlagen werden soll. Auf diese Weise werden z. B. Vergoldungen, Versilberungen, Vernicklungen und Platinierungen hergestellt. Auch Nachbildungen von Gegenständen, z. B. von Münzen, werden auf diese Weise erzeugt. Man stellt zunächst mit irgendeiner plastischen Masse einen Abdruck des Gegenstandes her, macht die so entstandene Form an ihrer Oberfläche mit Kohlepulver leitend und benutzt sie als Kathode.

Ein zweites wichtiges Anwendungsgebiet ist die Herstellung sehr reiner Metalle. Man stellt zunächst eine chemisch möglichst reine Lösung eines Salzes des betreffenden Metalles her und schlägt aus ihr das Metall elektrolytisch nieder. Technisch wichtig ist neuerdings besonders das sog. Elektrolyteisen, d. h. elektrolytisch hergestelltes, sehr reines Eisen, welches sich durch besondere magnetische Eigenschaften vor gewöhnlichem, stets mehr oder weniger mit Kohle verunreinigtem Eisen auszeichnet. Wasserstoff wird technisch durch Elektrolyse von Wasser gewonnen. Auch geschieht die Gewinnung von Aluminium auf elektrolytischem Wege, und zwar aus der Salzschmelze bei hoher Temperatur.

**321. Widerstand elektrolytischer Leiter.** Auch für elektrolytische Leiter gilt das OHMSche Gesetz (§ 292). Es hängt dies, wie bereits erwähnt, damit zusammen, daß die Wanderungsgeschwindigkeit der Ionen der auf sie wirkenden elektrischen Kraft proportional ist (§ 315) und die Zahl der Ladungsträger nicht von der Stromstärke abhängt, solange die Konzentration konstant bleibt (§ 303). Die Größe des Widerstandes hängt von der Beweglichkeit der Ionen, von ihrer Anzahl (Konzentration) und Ladung (Wertigkeit) ab, außerdem natürlich von den geometrischen Verhältnissen des vom Strome durchflossenen Flüssigkeitsvolumens und schließlich von der Temperatur. Und zwar haben die Elektrolyte, im Gegensatz zu den Metallen, einen negativen Temperaturkoeffizienten (§ 301). Ihr Widerstand sinkt bei Erwärmung.

Beim Durchgang eines Stromes durch einen Elektrolyten tritt, wie im § 323 näher besprochen werden wird, eine Gegenspannung an den Elektroden auf, die sog. Polarisation des Elektrolyten. Man kann daher den Widerstand eines Elek-

trolyten im allgemeinen nicht gut mit Gleichstrom messen. Die Polarisationsspannung täuscht, indem sie der angelegten Spannung entgegenwirkt, einen höheren Widerstand vor als tatsächlich vorhanden ist. Die Polarisation braucht aber zu ihrer Ausbildung eine gewisse Zeit. Deshalb benutzt man am besten zur Widerstandsmessung Wechselstrom, dessen Richtung so schnell wechselt, daß die Polarisationsspannung keine Zeit hat, sich in merklicher Größe auszubilden. Im übrigen verfährt man ebenso wie bei anderen Widerstandsmessungen und bedient sich meist der WHEATSTONEschen Brückenschaltung (§ 298). An Stelle des Galvanometers in der Brücke benutzt man ein Telephon, welches den Wechselstrom durch einen summenden Ton anzeigt und zum Schweigen kommt, wenn die Widerstände gemäß Gl. 15, § 298, abgeglichen sind.

(Bei genauen Messungen muß man auch die in der Schaltung befindlichen Kapazitäten und Selbstinduktionen [§ 392] berücksichtigen und abgleichen.)

In einem bestimmten Gefäß ist der Widerstand eines Elektrolyten  $w = \rho K$ , wenn  $\rho$  den spezifischen Widerstand (§ 292) des Elektrolyten bedeutet.  $K$  ist eine durch die geometrischen Verhältnisse bedingte Apparatkonstante, die sog. Widerstandskapazität des Gefäßes, welche dem Faktor  $l/q$  in Gl. 8, § 292, entspricht. Es ist in der Regel am besten, ihre Größe mittels eines Elektrolyten von bekanntem spezifischen Widerstand empirisch zu bestimmen.

**322. Metalle in Berührung mit Elektrolyten.** Taucht man ein Metall in einen Elektrolyten, z. B. Zink in eine Lösung von Zinksulfat, so entsteht, wie man durch Versuche nachweisen kann, zwischen dem Metall und dem Elektrolyten eine Potentialdifferenz. Sie entsteht dadurch, daß Ladungsträger (Ionen) von dem einen Stoff zu dem andern übergehen. Bei der Darstellung dieser verwickelten Erscheinungen wollen wir uns an die von NERNST gegebene Theorie halten. Doch müssen wir uns dabei auf die wesentlichsten Züge beschränken, da diese Erscheinungen in das Gebiet der physikalischen Chemie gehören.

Ein Metall löst sich in einem Elektrolyten, ja sogar schon in reinem Wasser, meist ein wenig auf. Und zwar sind es nicht elektrisch neutrale Metallatome oder Moleküle, die in die Lösung gehen, sondern stets positiv geladene Metallionen. Der Vorgang hat eine gewisse äußere Ähnlichkeit mit der Verdampfung (§ 219). Es ist so, als würden die Metallionen durch einen im Metall herrschenden Druck in die Lösung getrieben. NERNST spricht daher von einem Lösungsdruck der Metalle gegen den Elektrolyten. Befinden sich in der Lösung bereits die gleichen Ionen, so üben diese einen osmotischen Druck (§ 184) aus. Dieser wirkt dem Lösungsdruck entgegen. Ferner läßt sich das Metall infolge des Austritts von positiven Metallionen negativ auf, es übt also auf die austretenden positiven Ionen eine zurücktreibende Kraft aus. Demzufolge wird sich ein Gleichgewicht einstellen, das dadurch bedingt ist, daß der osmotische Druck im Elektrolyten, zusätzlich der von der eingetretenen Potentialdifferenz zwischen Metall und Elektrolyt herrührenden elektrischen Kraft, dem Lösungsdruck der Ionen gerade gleich ist. Es kann aber auch vorkommen, daß der osmotische Druck im Elektrolyten größer ist als der Lösungsdruck der Metallionen. Dann kann Gleichgewicht nur herrschen, wenn die elektrische Kraft das umgekehrte Vorzeichen hat, als wir es oben annahmen, d. h. das Metall muß sich positiv aufladen, der Elektrolyt negativ. Das kann nur so geschehen, daß der osmotische Druck im Elektrolyten positive Ionen aus diesem an das Metall treibt, die dieses positiv aufladen, bis jetzt der Lösungsdruck der Metallionen (die in diesem Falle nicht aus dem Metall heraustreten können), zuzüglich der nunmehr umgekehrt gerichteten elektrischen Kraft dem osmotischen Druck das Gleichgewicht hält.

Im ersten Fall, der z. B. bei Zink in Zinksulfatlösung eintritt, lädt sich also das Metall gegen den Elektrolyten negativ auf (Abb. 237a). Im zweiten Fall, z. B. bei Kupfer in Kupfersulfatlösung, tritt das Gegenteil ein, das Kupfer lädt sich positiv auf (Abb. 237b). Die hierbei auftretenden Potentialdifferenzen hängen von der Art des Metalls und der Art und Konzentration des Elektrolyten ab. Taucht man zwei verschiedene Metalle (Elektroden) in den gleichen Elektrolyten, innerhalb dessen natürlich, wenn durch ihn kein Strom fließt, überall das gleiche Potential herrscht, weil er ein Leiter ist (§ 270), so zeigen die Elektroden demnach gegeneinander eine Potentialdifferenz. Verbindet man sie jetzt durch einen Draht, so sucht sich diese Potentialdifferenz auszugleichen, im Draht fließt ein Strom. Solange aber Elektrolyt und Metall unverändert bleiben, sucht sich das Gleichgewicht an den beiden Elektroden immer wiederherzustellen, indem neue Metallionen in Lösung gehen bzw. neue Ionen an das Metall heranwandern. Die Potentialdifferenz bleibt also erhalten, und es fließt ein Strom, der so lange andauert, bis die eine Elektrode völlig in Lösung gegangen ist.

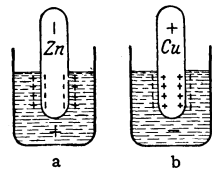


Abb. 237. Zur Theorie der Polarisation eines Metalls in einem Elektrolyten.

Die hier beschriebenen Erscheinungen wurden von VOLTA (1792) im Anschluß an den bekannten Froschschenkelversuch von GALVANI (1786) entdeckt.

**323. Elektrolytische Polarisation.** Entsprechende Erscheinungen zeigen sich nicht nur bei zwei verschiedenen Metallen, sondern überhaupt immer dann, wenn die Elektroden in einem Elektrolyten chemisch verschieden sind. Leitet man einen Strom durch eine elektrolytische Zelle mit zwei zunächst völlig gleichen Elektroden, so führen die mit der Elektrolyse verbundenen Abscheidungsvorgänge, insbesondere aber die sekundären Prozesse an den Elektroden, meist sehr bald zum Auftreten chemischer Unterschiede zwischen den Elektroden, die eine dem fließenden Strom entgegenwirkende Spannung zwischen ihnen erzeugen. Diesen Vorgang bezeichnet man als elektrolytische Polarisation. Es genügt schon eine sich auf den Elektroden bildende Haut verschiedener Gase, wie Wasserstoff und Sauerstoff bei der Zersetzung des Wassers, um eine solche Wirkung hervorzubringen.

Dies läßt sich leicht nachweisen. Legt man an zwei Platinelektroden in einer mit verdünnter Schwefelsäure gefüllten Zelle *Z* die Spannung eines Akkumulators *S*, rund 2 Volt, so bemerkt man an einem eingeschalteten Amperemeter, daß die Stärke des durch die Zelle hindurchgehenden Stromes von ihrem anfänglichen Werte schnell absinkt. Schaltet man, nachdem der Strom einige Zeit geflossen ist, die Elektroden der Zelle mit Hilfe eines Umschalters (Wippe, Abb. 238) auf ein Voltmeter *V*, so zeigt dieses eine Spannung an, die entgegengesetzt gerichtet ist wie die ursprünglich angelegte Spannung. Die Zelle ist polarisiert. Natürlich zerstört der nunmehr durch das Voltmeter fließende Strom die Polarisation nach einiger Zeit. Man kann die Polarisation sofort beseitigen, indem man die polarisierenden Gashäute mit einem Pinsel oder durch Schütteln von den Elektroden entfernt.

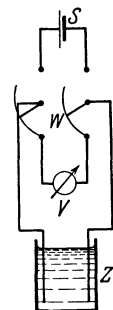


Abb. 238. Zum Nachweis der elektrolytischen Polarisation.

Entsprechende, oft sehr verwickelte Polarisationserscheinungen zeigen sich stets, wenn man nicht durch besondere Kunstgriffe bei der chemischen Zusammensetzung der Elektroden und des Elektrolyten dafür Sorge trägt, daß die Ausbildung polarisierender Schichten vermieden wird.

Die Polarisation vermindert die Stromstärke im Elektrolyten und wirkt daher wie eine scheinbare Erhöhung des Widerstandes des Elektrolyten. Die

Verwendung von Wechselstrom bei der Messung des Widerstandes von Elektrolyten wird nunmehr verständlich (§ 321). Während der kurzen Zeit eines Stromstoßes des Wechselstroms kann sich eine merkliche Polarisation nicht ausbilden, und auch die geringfügige, tatsächlich eintretende Polarisation wird durch den folgenden, entgegengesetzt gerichteten Stromstoß sofort beseitigt.

**324. Galvanische Elemente.** Vorrichtungen, bei denen die in § 322 beschriebene Erscheinung zur Erzeugung von Potentialdifferenzen und von elektrischen Strömen benutzt wird, heißen galvanische Elemente. Solche Elemente haben im 19. Jahrhundert eine sehr wichtige Rolle in der physikalischen Praxis und der Elektrotechnik gespielt. Ein einfaches Element wird z. B. durch eine Zink- und eine Kupferplatte gebildet, die in verdünnte Schwefelsäure tauchen. Elemente dieser primitiven Art haben den Nachteil, daß ihre Potentialdifferenz (sog. elektromotorische Kraft) bei Stromdurchgang sinkt, weil bei ihnen die gleiche, den Stromdurchgang hemmende Polarisationseffekt auftritt, die wir bereits bei der einfachen elektrolytischen Zelle kennengelernt haben. Um derartige Polarisationseffekte zu verhindern, ist eine sehr große Zahl von Kombinationen erfunden worden, die jedoch heute fast durchweg nur noch historisches Interesse haben. Die wichtigsten Methoden zur Verhinderung einer Polarisation der Elektroden bestehen darin, daß man die Kathode in eine Lösung ihres eigenen Salzes tauchen läßt, z. B. Zink in Zinksulfatlösung; dann wird an der Elektrode das gleiche Metall ausgeschieden, aus dem sie selbst besteht, und sie erleidet keine Veränderung. Oder es wird der abgeschiedene Wasserstoff durch ein in der Lösung befindliches oxydierendes Mittel beseitigt. Galvanische Elemente finden heute hauptsächlich noch bei Hausklingelanlagen und bei kleinen Telegraphen- und Telephonämtern in größerem Umfange Verwendung, außerdem als sog. Trockenelemente bei Taschenlampen und bei den Heiz- und Anodenbatterien der Rundfunk-Empfangsapparate. Die Trockenelemente sind tatsächlich nicht trocken, sondern der Elektrolyt ist in ihnen in irgendeinem Stoff, der den Raum zwischen den Elektroden ausfüllt (Sägespäne u. dgl.), als Tränkung enthalten, so daß die Elemente besser handlich sind. Im übrigen werden die Elemente mehr und mehr durch die Akkumulatoren (§ 325) und elektrischen Generatoren (§ 399) verdrängt.

Für die physikalische Meßtechnik wichtig sind die sog. Normalelemente. Es sind dies Elemente, deren Zusammensetzung so gewählt ist, daß sie eine sehr genau reproduzierbare Spannung haben, die außerdem nur wenig von der Temperatur abhängt. Die beiden gebräuchlichen Formen sind das WESTON-Element und das CLARK-Element. Beim WESTON-Element besteht die eine Elektrode aus Quecksilber, daran schließt sich eine Paste aus Merkursulfat,  $Hg_2SO_4$ . Der Elektrolyt ist Kadmiamsulfatlösung und die andere Elektrode

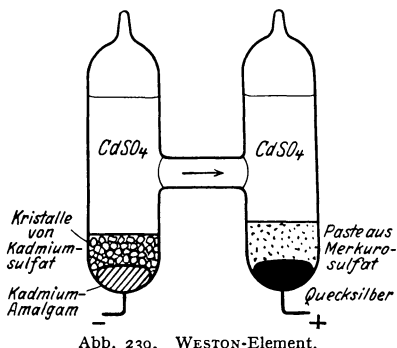


Abb. 239. WESTON-Element.

der Elektrode Kadmium oder Kadmiamsulfat. Im Elektrolyten befinden sich Kadmiamsulfatkristalle im Überschuß, so daß die Lösung stets konzentriert ist (Abb. 239). Das CLARK-Element unterscheidet sich von dem WESTON-Element hauptsächlich durch die Verwendung von Zink an Stelle von Kadmium. Die Spannung des WESTON-Elements beträgt bei 20° 1,01830 Volt, die des CLARK-Elements 1,4324 Volt.

Normalelementen darf nur ein sehr schwacher Strom entnommen werden, wenn ihre Spannung konstant bleiben soll. Sie werden daher in der Meßtechnik

nur so verwendet, daß sie eine andere Spannung kompensieren, ohne selbst Strom zu liefern. Das Schema einer einfachen Schaltung dieser Art zeigt Abb. 240.

Das Normalelement  $N$  (Spannung  $V_0$ ) und eine andere Stromquelle  $S$  (Spannung  $V$ ), deren Spannung gemessen werden soll, werden in der aus Abb. 240 ersichtlichen Weise an zwei Widerstände  $w_1$  und  $w_2$  gelegt. Die Stromquelle  $S$  erzeugt dann an den Enden von  $w_1$  eine Spannung von der Größe  $V w_1 / (w_1 + w_2)$  (§ 296). Demnach sind in dem das Normalelement, das Galvanometer  $G$  und den Widerstand  $w_1$  enthaltenden Stromkreise zwei einander entgegengesetzt gerichtete Spannungen,  $V_0$  und  $V w_1 / (w_1 + w_2)$ , wirksam. Sie heben sich auf, das Galvanometer zeigt also keinen Strom an, wenn diese beiden Spannungen den gleichen Betrag haben (sich kompensieren, daher der Name Kompensationsmethode). Die Einstellung erfolgt durch Veränderung des Widerstandsverhältnisses  $w_1/w_2$ . Auf diese Weise kann aus  $V_0$  und den beiden Widerständen die Spannung  $V$  der andern Stromquelle berechnet werden. Für nicht sehr genaue Messungen kann man sich eines Schleifdrahtes, wie er für die WHEATSTONEsche Brückenschaltung benutzt wird (§ 298), bedienen, um das richtige Widerstandsverhältnis herzustellen. Sehr viel größere Genauigkeit erreicht man mit den sog. Kompensationsapparaten, die auch einen Vergleich solcher Spannungen mit dem Normalelement erlauben, die unter der Spannung desselben liegen. Die obige Schaltung ist auf höhere Spannungen als diese beschränkt.

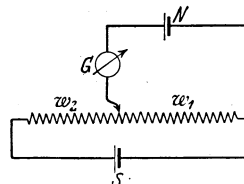
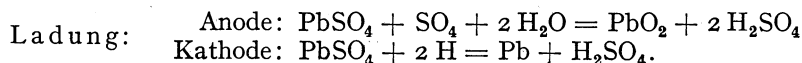
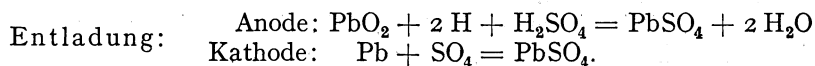


Abb. 240. Schema einer Kompensationsschaltung.

**325. Akkumulatoren.** Bisher ist uns die elektrolytische Polarisation lediglich als eine störende Erscheinung begegnet. Eine höchst wichtige Anwendung findet sie aber bei den Akkumulatoren oder Sammlern. Es sind dies nichts anderes als Elemente. Während aber die gewöhnlichen Elemente den Nachteil haben, daß sie infolge der Stromentnahme, d. h. durch Veränderung oder Zerstörung ihrer Elektroden, schließlich unbrauchbar werden, kann man bei den Akkumulatoren auf einfache Weise den ursprünglichen Zustand nach längerer Stromentnahme wieder herstellen, also den in ihnen abgelaufenen chemischen Vorgang umkehren. Das Wesen eines Akkumulators zeigt folgender einfacher Versuch: In verdünnter Schwefelsäurelösung  $H_2SO_4$  befinden sich zwei Bleielektroden, die sich in der Lösung sofort mit einer Schicht von Bleisulfat,  $PbSO_4$ , überziehen. Legt man an eine solche elektrolytische Zelle eine Spannung, etwa 6 Volt, so findet eine Polarisation der Zelle statt. Aus der Lösung wandern die negativen  $SO_4$ -Ionen an die Anode, die positiven H-Ionen an die Kathode. Dort treten nunmehr folgende Reaktionen ein:



Es bildet sich also an der Anode Bleisuperoxyd ( $PbO_2$ ), an der Kathode metallisches Blei. Gleichzeitig verschwindet aus der Lösung Wasser und es bildet sich Schwefelsäure. Der Elektrolyt wird konzentrierter. Unterbricht man nach einiger Zeit den Strom, so zeigen die jetzt chemisch verschieden gewordenen Elektroden eine Spannungsdifferenz von etwas über 2 Volt. Die Zelle ist „geladen“. Man kann sie nunmehr genau wie ein Element zur Stromentnahme benutzen. Bei der Entladung, bei der der Strom in entgegengesetzter Richtung fließt wie bei der Ladung, wandern aus der Lösung die negativen  $SO_4$ -Ionen an die Bleielektrode (die Kathode), die positiven H-Ionen an die  $PbO_2$ -Elektrode (die Anode). Dabei spielen sich folgende chemischen Reaktionen ab:



Die Elektroden nehmen also ihren ursprünglichen Zustand wieder an. Die bei der Ladung gebildete Schwefelsäure verschwindet wieder, das verschwundene Wasser wird wieder neu gebildet. Die bei der Ladung aufgetretenen Veränderungen werden also, wenn man den Entladestrom hinreichend lange fließen läßt, bei der Entladung wieder rückgängig gemacht und umgekehrt.

Die bei dem geschilderten Vorgang benutzte Einrichtung ist nichts anderes als ein primitiver Bleiakкумуляtor. Für praktische Zwecke wird er in mannigfacher Weise verändert. Seine Leistung bzw. die Elektrizitätsmenge (meist in Amperestunden [§ 290] angegeben und als Ladungskapazität bezeichnet), die er zu liefern vermag, ist offenbar um so größer, je größer die Menge der bei der Ladung chemisch veränderten Substanz ist. Man benutzt daher gitterförmige Bleielektroden, in die bei der Herstellung Blei bzw. Bleisüperoxyd in poröser Form hineingepreßt wird. Das hat den Vorteil, daß die chemischen Reaktionen nicht nur an der äußeren Oberfläche, sondern auch im Innern der Elektroden, an der Oberfläche der zahlreichen Poren, vor sich gehen.

Läßt man bei der Ladung den Strom noch weiter fließen, als zur Beendigung der chemischen Reaktionen nötig ist, so findet an der Kathode Wasserstoffabscheidung statt. Diese kündigt also die Beendigung der Ladung an. Vielfach bedient man sich auch der Änderung des spezifischen Gewichtes des Elektrolyten infolge der sich bei Ladung und Entladung ändernden Konzentration der Schwefelsäure, um den Ladungsgrad festzustellen. Hierzu benutzt man z. B. kleine Aräometer (§ 107).

Die Mindestspannung, die zum Aufladen eines Akkumulators erforderlich ist, beträgt 2,6 Volt. Er liefert nach der Ladung etwa 2,05 Volt. Der Stromwirkungsgrad, d. h. das Verhältnis der bei Ladung und Entladung durch den Akkumulator gehenden Elektrizitätsmengen, beträgt etwa 95%. Hingegen liefert er von der bei der Ladung in ihn hineingesteckten Energie bei Entladung nur höchstens 85%. Der Energieverlust beruht in erster Linie darauf, daß der Akkumulator einen inneren Widerstand besitzt (§ 300) und daß daher sowohl bei Ladung wie bei Entladung ein Teil der Energie in Stromwärme im Innern des Akkumulators verwandelt wird.

Ein großer Nachteil des Bleiakкумуляtors ist sein hohes Gewicht. Es gibt eine Reihe anderer Konstruktionen mit leichteren Metallen. In erster Linie ist noch der EDISON-Akkumulator zu nennen. Seine Elektroden bestehen in ungeladenem Zustande aus  $\text{Fe}(\text{OH})_2$  und  $\text{Ni}(\text{OH})_2$ . Bei der Ladung verwandeln sie sich in Fe und  $\text{Ni}_2\text{O}_3$ . Als Elektrolyt dient Kalilauge. Die Spannung beträgt etwa 1,25 Volt.

Akkumulatoren, einzeln oder in Batterien zu mehreren, finden in der Praxis eine sehr ausgedehnte Verwendung. Batterien von großer Kapazität und mehreren hundert Volt Spannung werden unter anderm auch gebraucht, um die Belastung der Dynamomaschinen in den Großkraftwerken möglichst gleichmäßig zu gestalten. Man lädt die Batterie in den Zeiten geringerer Stromentnahme und entlädt sie in den Zeiten größten Verbrauchs (Stromspitzen). Da aber die Akkumulatoren Gleichstrom liefern, die großen Kraftwerke jedoch heute immer mehr zur Erzeugung von Wechselstrom oder Drehstrom (§ 394) übergegangen sind und die Abnehmer daher auf solchen eingerichtet sind, so findet dieses Verfahren heute immer weniger Anwendung.

Akkumulatoren können natürlich nur mit Gleichstrom, nicht mit Wechselstrom, geladen werden. Wo nur Wechselstrom vorhanden ist, muß dieser daher „gleichgerichtet“ werden. Die Gleichrichtung besteht darin, daß man in den Stromkreis einen sog. Gleichrichter einschaltet, d. h. eine Vorrichtung, welche Strom nur in einer Richtung durchläßt, in der andern nicht. Es gibt zahlreiche



verschiedene Methoden, welche zu diesem Zwecke angewendet werden können (elektrolytische Gleichrichter, für eine Stromrichtung polarisierbar, für die andere nicht, Pendelgleichrichter, Edelgasgleichrichter, Gleichrichter mit Glühelktrode, Quecksilbergleichrichter usw.).

Den Akkumulatoren verwandt sind die sog. regenerierbaren Elemente. Ein solches ist z. B. das KUPRON-Element. Seine Anode besteht aus Kupferoxydul, seine Kathode aus Zink. Als Elektrolyt dient Natronlauge. Bei Stromentnahme wird das Kupferoxydul zu metallischem Kupfer reduziert, das Zink geht in Lösung. Läßt man nach vollständiger Reduktion die Kupferanode einige Zeit an der Luft liegen, so oxydiert sie sich wieder zu Kupferoxydul, und das Element ist nach Ersatz der verbrauchten Natronlauge wieder verwendungsbereit. Von Zeit zu Zeit muß auch die Zinkkathode ersetzt werden.

**326. Lokalströme.** Sehr reine Metalle, z. B. reines Zink und Eisen, reagieren bekanntlich nur sehr schwer mit Säuren, während chemisch unreine Metalle weit leichter reagieren. Hierbei ist die Elektrolyse im Spiel. Befinden sich nämlich in dem betreffenden Metall kleine Teilchen eines andern Metalls oder auch Rostteilchen u. dgl., so besteht zwischen den verschiedenen Bestandteilen eine Potentialdifferenz, sie bilden miteinander und mit der Säure winzig kleine, kurzgeschlossene Elemente. Ist z. B. in Zink etwas Kupfer enthalten, so fließen in verdünnter Schwefelsäure zwischen dem Zink und dem Kupfer Ströme, sog. Lokalströme, welche fortgesetzt  $\text{SO}_4$ -Ionen an das Zink schaffen, so daß die Reaktion  $\text{Zn} + \text{SO}_4 = \text{ZnSO}_4$  sehr lebhaft erfolgen kann, während ohne derartige Lokalströme die Zufuhr von  $\text{SO}_4$ -Ionen an das Zink lediglich auf dem weit langsameren Wege der Diffusion (§ 182) erfolgen würde.

Ähnliche Erscheinungen treten in größerem Maßstabe auch sonst auf, wenn sich verschiedene einander berührende Metalle in Salzlösungen befinden. Man muß daher an Schiffen, insbesondere im Meerwasser, das Vorhandensein verschiedener blanker Metalle an der Außenseite des Schiffskörpers vermeiden, da Lokalströme sonst leicht zur schnellen Zerstörung desjenigen dieser Metalle führen können, welches sich gegen die andern negativ auflädt.

**327. Elektrische und chemische Energie.** Das Auftreten elektrischer Energie an Elementen oder Akkumulatoren wird, wie wir gesehen haben, durch chemische Prozesse verursacht, welche die Elektroden verändern. Nach dem Energieprinzip (§ 48) kann die auftretende elektrische Energie nicht aus nichts entstanden sein. Ihre Quelle haben wir in den sich abspielenden chemischen Prozessen zu suchen. Tatsächlich sind dies auch stets exotherme Prozesse (§ 245), d. h. solche, bei denen ein Überschuß an Wärme auftritt, also eine Abgabe von Energie in Form von Wärme stattfindet (z. B. Erhitzung beim Auflösen von Zink in Schwefelsäure). Man könnte zunächst vermuten, daß diese chemische Energie bei den Elementen und Akkumulatoren ganz in elektrische Energie übergeht. Das ist auch unter Umständen der Fall. In den meisten Fällen geht aber ein Teil der chemischen Energie in Wärme über, das Element erhitzt sich bei Stromentnahme. In anderen Fällen kommt es aber auch vor, daß die erzeugte elektrische Energie größer ist als die chemische Energie. In solchen Fällen kühlt sich das Element bei Stromentnahme gegen seine Umgebung ab. Es wird dann also ein Teil der elektrischen Energie von der Wärme geliefert, die aus der Umgebung dauernd in das abgekühlte Element strömt.

Einen der ganz seltenen Fälle, bei denen sich die Spannung eines Elements unmittelbar aus der aufgewandten chemischen Energie richtig berechnen läßt, bildet das sog. DANIELL-Element, dessen Anode aus Kupfer in Kupfersulfatlösung und dessen Kathode aus Zink in Zinksulfatlösung besteht. Die Lösungen sind etwa durch einen porösen Tonzylinder, durch den der Strom hindurchtreten kann, von-

einander getrennt. Bei Stromentnahme geht Zink in Lösung, und an der Anode wird Kupfer ausgeschieden. Die Wärmetönung (§ 245) bei der Lösung von 1 Mol Zn beträgt in Joule oder Wattsekunden (§ 306)  $4,40 \cdot 10^5$  Wattsekunden. Bei der Abscheidung von 1 Mol Kupfer ist Arbeit aufzuwenden, und zwar  $2,34 \cdot 10^5$  Joule. Es bleiben also  $2,06 \cdot 10^5$  Joule im Überschuß verfügbar. Die Spannung des Elements sei  $V$ . Die Kupfer- und Zinkionen sind zweiwertig, tragen also je zwei Elementarquanten  $\epsilon$ . Je ein Mol trägt demnach die Ladung  $2N\epsilon = 2 \cdot 96494$  Coulomb (§ 316). Bei der Überführung dieser Ladung von einer Elektrode zur andern, also über die Spannungsdifferenz  $V$ , leistet die Spannung  $V$  die Arbeit  $2N\epsilon V = 1,93 \cdot 10^6 V$ . Setzen wir diese Arbeit der verfügbaren chemischen Energie gleich, so folgt  $V = 1,07$  Volt, was sehr nahezu mit dem wirklichen Wert der Spannung übereinstimmt.

**328. Das Kapillarelektrometer.** Steht eine Quecksilberoberfläche mit einem Elektrolyten in Verbindung, so beeinflussen die zwischen Quecksilber und Elektrolyten auftretenden elektrischen Kräfte die gegenseitige Oberflächenspannung. Dieser Effekt wird zur Messung von Spannungen — bis zu 0,95 Volt — im sog. Kapillarelektrometer (besser Kapillarlvmeter) ausgenutzt. Dieses besteht aus zwei, durch eine Kapillare  $G$  verbundenen Glasgefäßen,

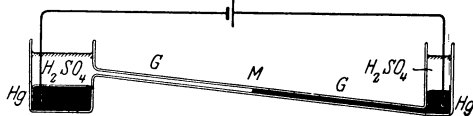


Abb. 241. Kapillarelektrometer.

die in der aus Abb. 241 ersichtlichen Weise mit Quecksilber und verdünnter Schwefelsäure gefüllt sind. Es bildet also eine elektrolytische Zelle mit Quecksilberelektroden. Leitet man durch das Elektrometer einen Strom, so polarisieren sich die Elektroden (§ 323), und zwar wegen der sehr verschiedenen Stromdichte die kleine Elektrode in der Kapillaren viel mehr als die große Elektrode im weiten Gefäß. Ist der Strom so gerichtet, daß die auftretende Polarisierungsspannung der natürlichen Spannung zwischen dem Quecksilber und dem Elektrolyten entgegenwirkt, so wird die Oberflächenspannung größer, der Quecksilberfaden steigt bei  $M$  in der Kapillaren höher. Bei umgekehrter Stromrichtung tritt der umgekehrte Effekt ein.

**329. Elektrokinetische Erscheinungen.** Bringt man in eine Flüssigkeit einen dielektrischen Körper (§ 284), so lädt sich dieser gegenüber der Flüssigkeit auf.

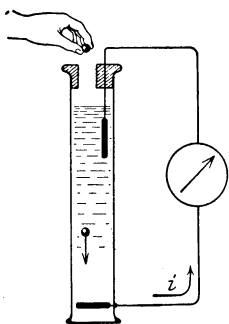


Abb. 242. Zur Demonstration eines Stromungsstromes (nach R. POHL).

Z. B. erhält eine Paraffinkugel in Wasser eine negative Ladung, und die sie umgebenden Wassermoleküle laden sich positiv. Nimmt man die Paraffinkugel aus dem Wasser heraus, so kann man ihre Ladung mit einem Elektroskop nachweisen. Diese Erscheinung beruht auf der innigen Berührung zwischen der Oberfläche des Dielektrikums und dem Wasser und hat die gleiche Ursache wie die sog. Reibungselektrizität (§ 252). Befindet sich ein auf diese Weise aufgeladener Körper zwischen zwei Elektroden entgegengesetzten Vorzeichens, so wird er durch das zwischen ihnen bestehende elektrische Feld nach der einen Elektrode getrieben, wie die Ionen in einem Elektrolyten. Man nennt diesen Vorgang Elektrophorese. Sie tritt z. B. häufig bei kolloidalen Teilchen auf, die in einer Flüssigkeit suspendiert sind (§ 187). Die geladenen Flüssigkeitsteilchen,

die sich an der Oberfläche der Teilchen befinden, werden dabei in Richtung auf die entgegengesetzte Elektrode getrieben wie die Teilchen. Die Aufladung kann auch an geeigneten porösen Stoffen stattfinden, die einen mit Flüssigkeit

gefüllten Raum in zwei Teile scheiden. In diesem Falle findet nur eine Bewegung der Flüssigkeit statt, die dann bei Stromdurchgang auf der einen Seite der porösen Scheidewand höher steht als auf der andern (sog. Elektrosrose). Läßt man Glas-kugeln oder dgl. in einem mit Wasser gefüllten Gefäß herabfallen, das oben und unten je eine Elektrode trägt, die miteinander über ein Galvanometer verbunden sind, so zeigt dieses während des Falles der Kugeln einen Strom an (Abb. 242). Denn die fallenden Kugeln sind wegen ihrer Aufladung im Wasser Ladungsträger und stellen wegen ihrer Bewegung einen elektrischen Strom dar, der sich außen durch das Galvanometer hindurch schließt. Derartige Ströme heißen Strömungsströme, der ganze Erscheinungsbereich Elektrokinetik.

## f) Magnetismus.

**330. Magnete.** Ein Magnet ist bekanntlich ein meist stab-, nadel- oder hufeisenförmiges Stück Eisen, welches zwei in die Augen fallende Eigenschaften besitzt. Erstens wirkt es anziehend auf Eisen, zweitens richtet es sich, wenn es frei beweglich ist, ungefähr in die Nordsüdrichtung.

Untersucht man das gegenseitige Verhalten zweier Magnete, so zeigt sich, daß die beiden Enden eines Magneten sich nicht gleich verhalten. Das eine Ende des einen Magneten wird von dem einen Ende des andern angezogen, vom andern aber abgestoßen, und mit dem andern Ende des ersten Magneten ist es gerade umgekehrt.

Es gehen also von einem Magneten Kräfte aus, die in vielen Beziehungen eine äußere Ähnlichkeit mit elektrischen Kräften haben.

Die einem Magneten innewohnende besondere Eigenschaft bezeichnet man als Magnetismus. Sie ist bereits im Altertum an gewissen Eisenerzen (sog. natürlichen Magneten) beobachtet worden, und man hat schon früh derartige Magnete für die Navigation benutzt (Kompass).

Eine nähere Untersuchung zeigt, daß die magnetischen Kräfte bei länglichen Magneten im allgemeinen ungefähr von deren Enden ausgehen. Diese Stelle bezeichnet man als die Pole des Magneten. Jeder Magnet hat im allgemeinen zwei solche Pole, nie weniger als zwei. Denjenigen Pol eines Magneten, der sich nach Norden einstellt, nennt man den Nordpol oder positiven Pol des Magneten, den andern Südpol oder negativen Pol. (In manchen Ländern, z. B. in Frankreich, ist die Bezeichnung aus später [§ 342] zu erörternden Gründen umgekehrt.) Bei gewöhnlichen Stabmagneten sind die beiden Pole um etwa  $\frac{1}{12}$  der Stablänge von den Enden entfernt.

**331. Es gibt keinen wahren Magnetismus. Magnetische Dipole.** Teilt man einen Nichtleiter, der zwei elektrische „Pole“ besitzt, überhaupt allgemein einen elektrischen Dipol (§ 259), so in zwei Stücke, daß jedes Stück einen dieser beiden Pole enthält, so findet man, daß das eine Stück elektrisch positiv, das andere negativ geladen ist. Man kann also, wie im Abschnitt Elektrostatik an vielen Beispielen erläutert worden ist, positive und negative elektrische Ladungen voneinander trennen, sie voneinander frei machen. Man sagt daher, daß es wahre elektrische Ladungen gibt.

Macht man den gleichen Versuch mit einem Magneten, so mißlingt er. Man magnetisiere eine durch Ausglühen und Abschrecken gehärtete Stricknadel durch Bestreichen mit einem Magneten (§ 316). Sie hat dann am einen Ende einen positiven, am andern Ende einen negativen Pol. In ihrer Mitte verhält sie sich wie gewöhnliches Eisen. Zerbricht man jetzt die Nadel in zwei Teile, so zeigt sich, daß jeder dieser Teile wieder einen vollständigen Magneten, mit je einem Nordpol und einem Südpol von etwa gleicher Polstärke wie die ganze

Nadel, bildet. Es sind also in der ehemaligen Mitte der Stricknadel neue entgegengesetzte Pole aufgetreten. Dieses Verfahren kann mit dem gleichen Erfolg durch weiteres Zerteilen der Stricknadel fortgesetzt werden. Niemals gelingt es, positiven und negativen Magnetismus zu trennen, sie voneinander frei zu machen. Nord- und Südpol bilden ein untrennbares Paar, und zwar sind die beiden jeweils zusammengehörigen Pole immer von genau der gleichen Stärke. Es gibt daher keinen wahren Magnetismus. Das ist ein wesentlicher Unterschied gegenüber der Elektrizität.

In vollkommener Analogie zum elektrischen Dipol definiert man das magnetische Moment eines Magneten, also eines magnetischen Dipols, als das Produkt  $ml$  seiner Polstärke  $m$  und des Abstandes  $l$  seiner beiden Pole.

$$M = ml. \quad (1)$$

(Über die Definition und Einheit der Polstärke s. § 333.) Die Verbindungslinie der beiden Pole heißt die magnetische Achse des Magneten. Sie ist vom Südpol zum Nordpol gerichtet.

**332. Molekularmagnete. Sättigung.** Es liegt natürlich keinerlei Veranlassung vor, anzunehmen, daß die im vorigen Paragraphen beschriebene Erscheinung bei weiterer Unterteilung eines Magneten sich nicht so lange weiter zeigen sollte, bis der Magnet in seine kleinsten Bestandteile, seine Moleküle, zerlegt ist. Dadurch wird man zu der Vorstellung geführt, daß der Magnetismus eines Stückes Eisen eine Eigenschaft seiner Moleküle ist, die man als winzige Magneten anzusehen hat. Man sagt daher, ein Stück Eisen sei aus Molekularmagneten zusammengesetzt. Ein magnetisches Stück Eisen unterscheidet sich von einem unmagnetischen dadurch, daß in ihm die Molekularmagnete oder ganze Gruppen

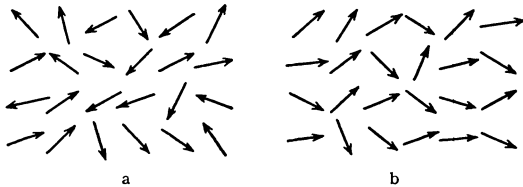


Abb. 243. Schema der Elementarmagnete. a in nicht magnetisiertem, b in teilweise magnetisiertem Eisen.

von solchen, die man als Elementarmagnete bezeichnet, in mehr oder minder hohem Grade nach der gleichen Seite gerichtet sind, während die Elementarmagnete in unmagnetischem Eisen ganz regellos bezüglich ihrer Richtungen verteilt sind (Abb. 243). Liegen sie alle vollkommen gleich gerichtet, so wird sich zwar die Wirkung der einzelnen, einander zugewandten ungleichnamigen Pole nach außen hin gegenseitig aufheben, aber es bleibt die Wirkung der beiden Enden des Magneten übrig, die daher die Pole des ganzen Magneten bilden. Liegen sie aber alle ganz regellos durcheinander, so ist auch an den beiden Enden kein Überschuss von Polen eines Vorzeichens, das Eisen hat keine Magnetpole. Dazwischen liegen natürlich alle möglichen Übergänge, bei denen die Pole schwächer sind als bei vollständiger Magnetisierung. (Über die Natur der Molekularmagnete s. § 360.)

Während die Erreichung einer vollständigen „Elektrisierung“ eines Leiters, d. h. die vollständige Trennung der in ihm befindlichen elektrischen Ladungen voneinander, aus theoretischen und praktischen Gründen nicht möglich ist, ist eine vollständige Magnetisierung, d. h. eine vollkommene Ausrichtung aller Molekularmagnete, eines Stückes Eisen praktisch erreichbar (Sättigung, § 342).

**333. Das COULOMBSche Gesetz für Magnetpole.** Die Untersuchung der Kraftwirkung einzelner Magnetpole aufeinander hat insofern Schwierigkeiten, als es ja einzelne Pole nicht gibt, man es also immer mit der Kraftwirkung der beiden Pole eines Magneten auf die beiden Pole eines andern zu tun hat. Dieser Schwierigkeit kann man aber z. B. dadurch Herr werden, daß man die Pole

sehr langer Magnete benutzt, von denen man zwei einander ganz nahe bringt, während die anderen so weit entfernt sind, daß sie auf diese beiden Pole keine merkliche Kraftwirkung ausüben. (Außerdem kann man dieser Störung durch Rechnung Geltung tragen). Z. B. kann man einen langen Stabmagneten vertikal an eine Wage hängen, sein Gewicht austarieren und nunmehr einen Pol eines zweiten langen, vertikalen Stabmagneten von unten her seinem unteren Pole nähern. Je nach dem Vorzeichen der beiden Pole erfolgt Anziehung oder Abstoßung. Diese kann man durch Auflegen von Gewichten kompensieren und so die Größe der magnetischen Kraft messen. Eine Schwierigkeit dieses Verfahrens liegt darin, daß man ohne besondere Messungen die genaue Lage der Pole im Magneten nicht angeben kann. Auf Grund ähnlicher Versuche fand COULOMB (1785) das heute nach ihm benannte Gesetz für die zwischen Magnetpolen wirkenden Kräfte, welches dem COULOMBSchen Gesetz für elektrische Ladungen (§ 256) formal völlig gleicht. Die Kraft, mit der zwei im Abstände  $r$  voneinander befindliche Magnetpole von den Stärken  $m$  und  $m'$  aufeinander wirken, ist

$$k = \text{const} \frac{m m'}{r^2}.$$

Die Größe der Konstanten hängt von der Wahl der Maßeinheit für die Polstärke ab. Man wählt diese, ganz analog dem Verfahren bei elektrischen Ladungen (elektrostatische Ladungseinheit, § 256) meist so, daß die Konstante den Zahlenwert 1 erhält, wenn sich die Pole im Vakuum befinden (vgl. auch § 339), also daß

$$k = \frac{m m'}{r^2}. \quad (2)$$

Es ist daher die Einheit der magnetischen Polstärke so zu definieren, daß ein Magnetpol die Stärke 1 hat, wenn er im Vakuum oder, was nur einen winzigen Unterschied macht, in Luft auf einen ihm gleichen in der Entfernung  $r = 1$  cm die Kraft  $k = 1$  dyn ausübt.

Die Kraft ist positiv (abstoßend) oder negativ (anziehend), je nachdem die beiden Pole gleichnamig oder ungleichnamig sind, also genau ebenso wie bei elektrischen Ladungen.

Wegen der formalen Gleichheit der Gl. 2 mit dem COULOMBSchen Gesetz für elektrische Ladungen ergibt sich für die Polstärke die gleiche Dimension im CGS-System, wie für eine elektrische Ladung (im elektrostatischen Maßsystem) nämlich  $m^{1/2} l^{3/2} t^{-1}$ .

**334. Magnetische Feldstärke. Kraftlinien. Magnetisches Potential.** Ganz analog zur elektrischen Feldstärke ist der Begriff der magnetischen Feldstärke in einem Raumpunkte definiert als die Kraft, die ein Magnetpol von der Stärke 1 in jenem Punkte des Raumes erfährt. Gemäß ihrer Ableitung aus einer Kraft, also einem Vektor, ist auch die magnetische Feldstärke eine gerichtete Größe. Ist  $\mathfrak{H}$  die magnetische Feldstärke, so ist also die auf einen Magnetpol  $m$  wirkende Kraft

$$k = m \mathfrak{H}. \quad (3)$$

Sie ist positiv (in der Feldrichtung) oder negativ (gegen die Feldrichtung) je nach dem Vorzeichen von  $m$ . Ist die auf einen Magnetpol von der Stärke 1 ausgeübte Kraft  $k = 1$  dyn, so herrscht die Feldstärke 1. Diese Einheit heißt 1 Gauß.

Auch die magnetischen Kraftlinien sind ebenso definiert, wie die elektrischen Kraftlinien. Sie zeigen durch ihre Richtung die Richtung des Feldes und durch ihre Dichte (Zahl der durch 1 cm<sup>2</sup> einer zur Feldrichtung senkrechten Fläche hindurchgehenden Kraftlinien) die Stärke des Feldes an. Die Kraftlinien treten aus dem positiven Pol eines Magneten aus und verlaufen auf den negativen Pol

des gleichen oder eines andern Magneten hin. Die Zahl der von einem Magnetpol der Stärke  $m$  ausgehenden Kraftlinien ist  $4\pi m$  (Beweis genau wie bei den elektrischen Kraftlinien einer Ladung  $e$ , § 266).

Die magnetische Feldstärke in der Entfernung  $r$  von einem einzelnen Pol  $m$  ist nach dem COULOMBSchen Gesetz Gl. 2 und nach Gl. 3

$$\mathfrak{H} = \frac{m}{r^2}. \quad (4)$$

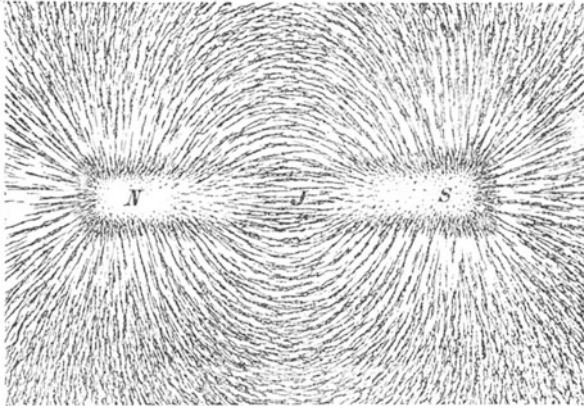


Abb. 244.

Kraftlinien eines Stabmagneten, mit Eisenfeilspänen sichtbar gemacht.

Magnetische Kraftlinien lassen sich ausgezeichnet mittels feiner Eisenfeilspäne sichtbar machen. Legt man auf einen Magneten ein in einen Rahmen gespanntes Blatt Papier und bestreut dies mit einer dünnen Schicht von Eisenfeilspänen, so ordnen sich diese, insbesondere wenn man leicht auf das Papier klopft, in Linien an, welche der Richtung der Kraftlinien entsprechen. Wo die Feldstärke am größten ist, liegen auch die Späne am dichtesten (Abb. 244 und 245). Über den Grund für diese Erscheinung s. § 336.

Ist die Feldstärke in einem ausgedehnten Raumteil nach Größe und Richtung überall die gleiche, so bezeichnet man ein solches Feld als ein homogenes Feld (vgl. § 265).

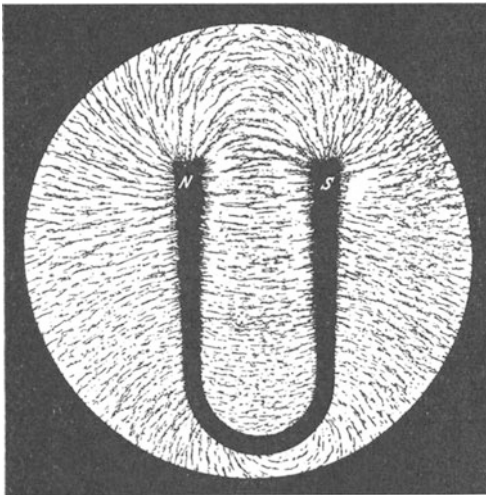


Abb. 245. Kraftlinien eines Hufeisenmagneten, mittels Eisenfeilspänen sichtbar gemacht.

Wieder in vollkommener Analogie zur Elektrostatik bezeichnet man als magnetisches Potential in einem Raumpunkte die potentielle Energie eines Magnetpols von der Stärke  $+1$  in diesem Punkte, gemessen von irgendeinem willkürlich festzusetzenden Nullpunkt an, als welchen man meist das Potential in einem unendlich entfernten Punkt annimmt. Auf Grund dieser Festsetzung ist das magnetische Potential in einem Raumpunkte die Arbeit, die erforderlich ist, um einen Magnetpol  $+1$  aus unendlicher Ferne bis an diesen Punkt zu bringen. (Über Vieldeutigkeit des magnetischen Potentials s. § 355.)

Das Potential  $U$  in der Entfernung  $r$  von einem einzelnen Magnetpol  $m$  ist (vgl. Gl. 8, § 268)

$$U = - \int_{\infty}^r \frac{m}{r^2} dr = \frac{m}{r}. \quad (5)$$

**335. Kraftwirkungen eines magnetischen Feldes auf einen magnetischen Dipol.** Da ein magnetischer Dipol formal einem elektrischen Dipol vollkommen entspricht, so gilt für die Kraftwirkungen magnetischer Felder auf Magnete alles, was früher über die Wirkung elektrischer Felder auf elektrische Dipole gesagt worden ist (§ 276). Die dort abgeleiteten Gleichungen sind ohne weiteres auf Magnete zu übertragen, indem wir an die Stelle der Ladungen  $e$  die Polstärken  $m$ , an die Stelle der elektrischen Feldstärke  $\mathfrak{E}$  die magnetische Feldstärke  $\mathfrak{H}$  setzen. Es ist daher das auf einen Magneten vom Moment  $M$  im homogenen Felde  $\mathfrak{H}$  wirkende Drehmoment

$$N = M\mathfrak{H} \sin \varphi, \quad (6)$$

wenn  $\varphi$  den Winkel bedeutet, den seine Achse mit der Feldrichtung einschließt (Abb. 200a, § 276). Im inhomogenen Felde wirkt auf ihn eine ihn in Richtung wachsender Feldstärke treibende Kraft

$$k = M \frac{d\mathfrak{H}}{dx}, \quad (7)$$

wobei vorausgesetzt ist, daß seine Achse bereits in der Feldrichtung liegt und die Feldrichtung am Orte seines positiven und negativen Pols die gleiche ist (Abb. 200c, § 276). Es ist also auch hier wieder nicht die Polstärke, sondern das magnetische Moment das Entscheidende.

Das magnetische Moment eines Magneten kann durch Messung des Drehmomentes  $N$  in einem Felde bekannter Stärke nach Gl. 6 bestimmt werden. Zu diesem Zweck kann man z. B. den Magneten, um eine feste Achse drehbar, in das Feld eines andern Magneten von bekanntem Moment bringen, und zwar so, daß der zu untersuchende Magnet sich in einiger Entfernung von dem andern befindet und auf die Mitte desselben zu gerichtet ist (sog. erste Hauptlage) oder so, daß die beiden Magnete in der gleichen Geraden liegen und einander ungleichnamige Pole zukehren (sog. zweite Hauptlage). Entfernt man den drehbaren Magneten ein wenig aus seiner Ruhelage, so führt er in beiden Fällen Schwingungen um diese aus, aus deren Zahl in 1 sec man das Moment berechnen kann, wenn das des andern Magneten bekannt ist.

**336. Magnetische Influenz oder Induktion.** Wird ein Stück Eisen, also ein Körper, in dem sich Molekularmagnete (bzw. Elementarmagnete, § 332) befinden, in ein magnetisches Feld gebracht, so wirkt dieses auf die Molekularmagnete ein, und zwar erfahren sie Drehmomente, welche sie in die Richtung des einwirkenden magnetischen Feldes einzustellen suchen. In welchem Maße sie dieser Einwirkung zu folgen vermögen, hängt von den Kräften ab, welche sie in ihrer augenblicklichen Richtung festhalten. Es genügt aber schon eine auch nur teilweise Ausrichtung der Molekularmagnete, um aus dem Stück Eisen einen Magneten zu machen (§ 332). Es wird daher ein gewöhnliches Stück Eisen in einem magnetischen Felde durch die mehr oder weniger vollständige Ausrichtung seiner Molekularmagnete in die Feldrichtung zu einem Magneten (Abb. 246).

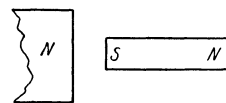


Abb. 246. Magnetische Influenz oder Induktion.

Hier liegt wieder eine Analogie (aber auch nicht mehr!) zur Elektrostatik vor, und zwar zur elektrischen Influenz (§ 274). Man bezeichnet daher diese Erscheinung auch am besten als magnetische Influenz. Vielfach ist aber auch der Ausdruck magnetische Induktion gebräuchlich (nicht zu verwechseln mit der elektromagnetischen Induktion, § 373 ff.).

Infolge der magnetischen Influenz, die ein in einem magnetischen Felde befindliches unmagnetisches Stück Eisen in einen Magneten, also einen magnetischen Dipol, verwandelt, treten an ihm in homogenen und inhomogenen Feldern Dreh-

momente bzw. Beschleunigungen auf, die den Kraftwirkungen auf einen ungeladenen Leiter in einem elektrischen Felde vollkommen entsprechen. Die im § 276 angestellten Überlegungen sind also auf den vorliegenden Fall, trotz völliger Verschiedenheit des zugrunde liegenden Mechanismus, ohne weiteres übertragbar. Es folgt, daß sich ein an sich unmagnetisches Stück Eisen im homogenen

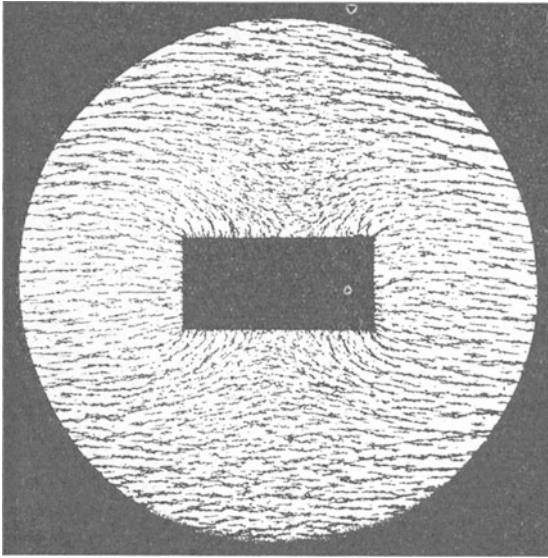


Abb. 247. Eisen in einem Magnetfeld.

Felde mit seiner Längsachse in die Feldrichtung einstellt (Abb. 200 a, § 276), und daß es im inhomogenen Felde in Richtung wachsender Feldstärke getrieben wird (Abb. 200 c). Die Anziehung unmagnetischer Eisenstücke durch Magnetpole erklärt sich daher in genau der gleichen Weise wie die Anziehung ungeladener Leiter durch geladene.

Ein Stück Eisen, welches durch magnetische Influenz zu einem magnetischen Dipol, also einem Magneten, geworden ist, ist seinerseits natürlich wieder imstande, influenzierend auf andere unmagnetische Eisenstücke zu wirken, sie also auch anzuziehen. An einen Pol eines stärkeren

Magneten kann man z. B. mehrere Nägel, einen an den andern, hängen. Noch besser zeigt sich die Erscheinung, wenn man einen Magnetpol in Eisenfeilspäne taucht, welche sich wie ein Bart an den Magneten anhängen, der aber sofort auseinanderfällt, sobald man ihn vom Magneten ablöst. Auf diese Weise erklärt sich auch, weshalb sich in einem magnetischen Felde Eisenfeilspäne in Richtung der Kraftlinien anordnen (Abb. 244 und 245). Jeder der meist länglichen Späne wird zu einem kleinen Magneten, der sich in Richtung der magnetischen Kraft einstellt.

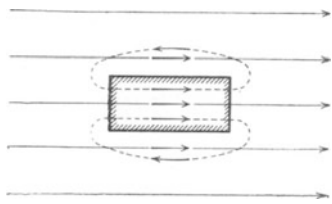


Abb. 248. Zur Deutung der Abb. 247.

Jeder der meist länglichen Späne wird zu einem kleinen Magneten, der sich in Richtung der magnetischen Kraft einstellt.

Infolge der Influenzwirkung wird ein magnetisches Feld durch das Hineinbringen von an sich unmagnetischem Eisen verändert. Da die Kraftlinien des durch Influenz entstandenen Magneten im Außenraum denjenigen des wirkenden magnetischen Feldes entgegengerichtet sind, so heben sie dieses zum Teil auf, die Kraftliniendichte wird dort geringer, d. h. das Feld schwächer. Die

Kraftlinien erscheinen auf die Pole des Eisens hingebogen (Abb. 247). Abb. 248 gibt eine schematische Deutung für die Entstehung dieses Kraftlinienverlaufs. Eine ausreichend dicke Hülle aus weichem Eisen schirmt das Feld eines außerhalb befindlichen Magneten vom Innern so gut wie vollständig ab (Abb. 249, Verwendung z. B. bei den Panzergalvanometern, § 363).

Verbindet man die Pole eines Hufeisenmagneten durch ein Stück weiches Eisen (Anker), so entstehen in diesem Pole, welche den Polen des Magneten nahezu gleich sind. Da stets ungleichnamige Pole beieinander liegen, so heben sich ihre Wirkungen gegenseitig weitgehend auf, und der Magnet hat in diesem



Zustande nach außen hin nur eine sehr geringe Wirkung.

Die einfache Methode, Stahl durch Bestreichen mit einem Magneten zu magnetisieren, beruht auf der Influenz oder Induktion durch das Feld des Magneten. Die Ausrichtung der Molekularmagnete wird durch die dabei auftretenden leichten Erschütterungen befördert (vgl. § 342).

**337. Induktion. Permeabilität. Remanenz. Koerzitivkraft. Suszeptibilität.** In einem unmagnetischen Stück Eisen, in dem also die Molekularmagnete vollkommen ungeordnet durcheinander liegen, bestehen überall zwischen den Molekularmagneten molekulare magnetische Felder, aber mit von Ort zu Ort wechselnder Richtung. Die Kraftlinien, welche die Pole der Molekularmagnete unter sich verbinden, haben eine Länge, welche den Dimensionen der Atomabstände entspricht, sie treten nirgends aus dem Eisen heraus. Anders, wenn die Molekularmagnete ganz oder auch nur zum Teil ausgerichtet sind. Dann tritt ein Teil der Kraftlinien am positiven Ende aus, verläuft durch den Außenraum und tritt am negativen Ende wieder ein. Wir wollen als einfachsten Fall annehmen, daß die Elementarmagnete in einem Stück Eisen durch die Wirkung eines äußeren Feldes  $\mathfrak{H}$  vollständig ausgerichtet seien. Dann kann man sich den Kraftlinienverlauf im Eisen ganz grob etwa in der durch Abb. 250 dargestellten Weise schematisiert denken. Dabei bedeuten die ausgezogenen Linien die Kraftlinien des äußeren Feldes, die punktierten diejenigen der Felder der Elementarmagnete. (Unter dem äußeren Felde ist dabei das Feld zu verstehen, das im Innern des Eisens herrschen würde, wenn man die Felder der Elementarmagnete nicht berücksichtigt bzw. wenn das Eisen keine Elementarmagnete enthalten würde.) Man sieht, daß sich dem äußeren Felde  $\mathfrak{H}$  ein gleichgerichtetes, allerdings längs eines Querschnitts senkrecht zu den Kraftlinien nicht konstantes zusätzliches Feld überlagert (vgl. a. Abb. 248). Denken wir uns einen solchen Querschnitt  $q$  durch das Eisen gelegt, und gehen durch diesen  $N$  Kraftlinien des zusätzlichen Feldes, so ist dessen durchschnitt-

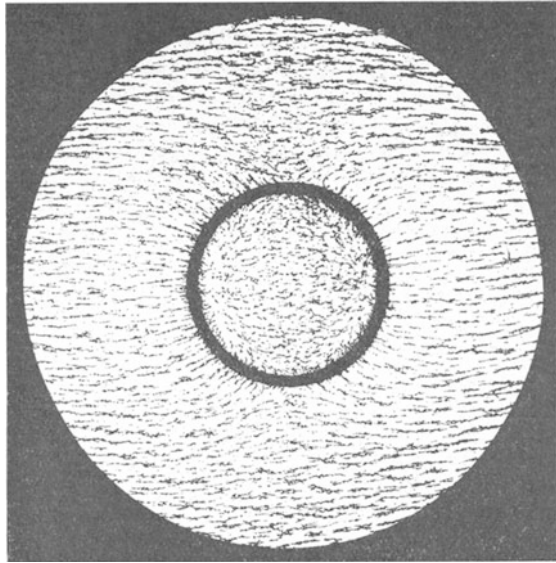


Abb. 249. Schirmwirkung von weichem Eisen.

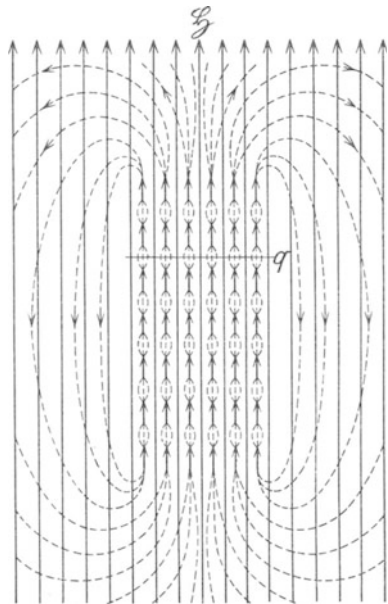


Abb. 250. Zur magnetischen Feldstärke im Eisen (Induktion). Die kleinen Pfeile bedeuten Elementarmagnete.

liche Feldstärke  $\mathfrak{H}' = N/q$ . Die gesamte Feldstärke im Eisen beträgt daher  $\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + \mathfrak{H}'$ . Bisher haben wir den erst bei großer äußerer Feldstärke  $\mathfrak{H}$  verwirklichten Fall betrachtet, daß die Ausrichtung der Elementarmagnete restlos vollzogen sei. Solange das noch nicht der Fall ist, wächst die Stärke des zusätzlichen Feldes mit wachsender äußerer Feldstärke, und wir können  $\mathfrak{H}' = a\mathfrak{H}$  setzen, wobei  $a$  aber keine Konstante ist. Wir erhalten demnach  $\mathfrak{B} = (1 + a)\mathfrak{H}$ , oder wenn wir  $1 + a = \mu$  setzen

$$\mathfrak{B} = \mu\mathfrak{H}. \quad (8)$$

Man bezeichnet  $\mathfrak{B}$  als die Induktion im Eisen und die Gesamtzahl der durch einen Querschnitt  $q$  des Eisens tretenden Kraftlinien, also  $\mathfrak{B}q$ , als den magnetischen Kraftfluß durch das Eisen.  $\mu$  heißt die Permeabilität des Eisens. Da die Magnetisierbarkeit des Eisens von dessen Art (weiches Eisen, Stahl usw.) abhängt, so ist die Permeabilität eine der für das magnetische Verhalten einer Eisensorte charakteristischen Größen. Sie hängt wesentlich davon ab, wie leicht die Elementarmagnete der richtenden Kraft des äußeren Feldes folgen. Jedoch ist  $\mu$ , d. h. das Verhältnis  $\mathfrak{B}/\mathfrak{H}$ , wenn wir von zunächst unmagnetischem Eisen ausgehen und die Feldstärke  $\mathfrak{H}$  allmählich erhöhen, nur für kleinere Feldstärken annähernd konstant. Mit wachsender Feldstärke steigt  $\mu$  zunächst an, um nach Erreichen eines Maximums, das bei den verschiedenen Eisensorten bei sehr verschiedenen Feldstärken eintritt, wieder abzufallen und sich asymptotisch dem Wert 1 zu nähern. Dieses Verhalten kann man auf folgende Weise verstehen. Die durch das äußere Feld ausgerichteten Elementarmagnete erzeugen, wie oben gezeigt, im Innern des Eisens ein dem äußeren Feld gleichgerichtetes Feld. Solange die Zahl der ausgerichteten Elementarmagnete klein ist, spielt dieses gegenüber dem äußeren Feld keine merkliche Rolle, aber je größer ihre Zahl wird, um so wirksamer wird auch das zusätzliche Feld, und um so mehr unterstützt es die richtende Wirkung des äußeren Feldes auf die noch nicht gerichteten Elementarmagnete. Sind aber die Elementarmagnete bei ausreichend hoher Feldstärke  $\mathfrak{H}$  schließlich sämtlich ausgerichtet,

ist magnetische Sättigung eingetreten, so kann das Feld im Innern, also  $\mathfrak{B}$ , nur noch um die gleichen Beträge weiterwachsen wie das äußere Feld. Demnach wird bei noch weiter wachsender Feldstärke  $\mathfrak{H}$  das Verhältnis  $\mu = \mathfrak{B}/\mathfrak{H}$  wieder kleiner und würde bei unendlich hoher Feldstärke, gegenüber der das innere Feld keine merkliche Rolle mehr spielen würde, den Wert 1 erreichen. Tab. 25 zeigt dieses Verhalten für zwei verschiedene Eisensorten.

Steigert man bei einem anfänglich unmagnetischen Stück Eisen die magnetisierende Feldstärke von 0 an zu immer höheren Werten, so wird der im vorstehenden besprochene Zusammenhang zwischen

$\mathfrak{B}$  und  $\mathfrak{H}$  durch die Kurve  $AB$  der Abb. 251a dargestellt. Hierbei ist der Maßstab von  $\mathfrak{B}$  sehr viel kleiner (etwa  $1/1000$ ) als der von  $\mathfrak{H}$  gewählt, um eine anschauliche bildliche Darstellung zu ermöglichen. Ist Sättigung erreicht, so steigt die Induktion  $\mathfrak{B}$  um die gleichen Beträge wie die Feldstärke  $\mathfrak{H}$ , die Kurve würde also bei gleichem Maßstab von  $\mathfrak{B}$  und  $\mathfrak{H}$  schließlich unter  $45^\circ$  gegen die

Tabelle 25. Permeabilität.

Dynamostahl		Geglühtes Gußeisen	
$\mathfrak{H}$	$\mu$	$\mathfrak{H}$	$\mu$
0,25	960	0,25	360
1,0	2300	0,5	590
1,5	4030	0,75	515
2,5	3720	1,0	340
5	2430	1,5	172
10	1410	2,5	99,5
20	775	5	73,6
100	180	10	59,6
500	42,8	100	16,2
1000	22,4	1000	4,1
2000	11,7	2000	3,6
3000	8,2		
4000	6,3		

beiden Achsen verlaufen. Das Kurvenstück  $AB$  nennt man die jungfräuliche oder Nullkurve.

Läßt man nun die Feldstärke nach erreichter Sättigung wieder abnehmen, so zeigt sich, daß der Vorgang nicht in gleicher Weise wieder rückwärts verläuft, sondern auf der oberen Kurve  $BC$ . Zu den einzelnen Werten von  $\mathfrak{H}$  gehören jetzt größere Werte von  $\mathfrak{B}$  als beim Aufstieg. Bei der Feldstärke  $\mathfrak{H} = 0$  ist  $\mathfrak{B}$  nicht wieder verschwunden, sondern es ist noch eine Magnetisierung übriggeblieben, der eine Induktion  $\mathfrak{B}_0$  entspricht. Es bleibt also nach Aufhören der magnetisierenden Wirkung noch ein Rest der früheren Ausrichtung der Elementarmagnete im Eisen bestehen. Diese Erscheinung heißt Remanenz. Die Größe von  $\mathfrak{B}_0$  ist ein Maß für die Größe der Remanenz.

Man kann den remanenten Magnetismus zum Verschwinden bringen, indem man die magnetisierende Feldstärke, aber nunmehr mit umgekehrter Richtung, wieder steigert. Bei einer Feldstärke  $\mathfrak{H}_0$  verschwindet der remanente Magnetismus. Je stärker das Eisen sozusagen seinen Magnetismus festhält, um so höher liegt diese Feldstärke, desto größer ist die sog. Koerzitivkraft der betreffenden Eisensorte. Die Feldstärke  $\mathfrak{H}_0$ , bei der, nach vorhergehender vollständiger Sättigung, der Magnetismus wieder verschwindet, ist also ein Maß für diese Koerzitivkraft. Steigert man die Feldstärke in der nunmehrigen Richtung weiter, so wächst die Magnetisierung, jetzt mit umgekehrten Vorzeichen, wieder und schließlich wird erneut Sättigung erreicht. Kehrt man nunmehr den Prozeß

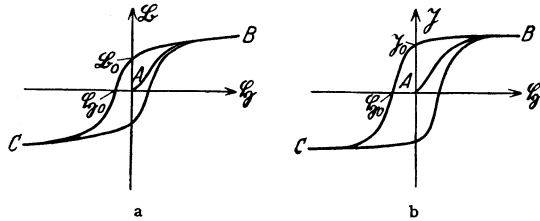


Abb. 251. Hysterisischleifen. a ( $\mathfrak{B}$ ,  $\mathfrak{H}$ )-Kurve, b ( $\mathfrak{Z}$ ,  $\mathfrak{H}$ )-Kurve.

wieder um, so verläuft die Magnetisierung auf der unteren Kurve  $CB$ , bis wieder Sättigung erreicht ist. Der Punkt  $A$  wird also bei einer solchen zyklischen Magnetisierung nie wieder erreicht. Will man das Eisen wieder unmagnetisch machen, so muß man den Magnetisierungsprozeß bei der Feldstärke  $\mathfrak{H}_0$  abbrechen. Besser aber ist es, wenn man das Eisen in eine Spule bringt, in der durch Wechselstrom ein in seiner Stärke und Richtung ständig wechselndes Magnetfeld erzeugt wird (§ 346). Läßt man die Amplitude des Wechselstroms allmählich bis zum Wert Null abnehmen, so durchläuft die Magnetisierung des Eisens Schleifen, wie in Abb. 251a, die immer enger und enger werden und schließlich in den Punkt  $A$  zusammenschrumpfen.

Wo es darauf ankommt, daß von der in einem Stück Eisen hervorgerufenen Magnetisierung nach Aufhören der magnetisierenden Feldstärke ein möglichst großer Rest übrigbleibt, also bei der Herstellung von permanenten Magneten (Dauermagneten), muß man sich einer Eisensorte von hoher Remanenz und gleichzeitig hoher Koerzitivkraft (Stahl) bedienen. Das Produkt aus Remanenz und Koerzitivkraft eines Magneten nennt man seine Gütezahl. Wünscht man im Gegenteil, daß eine Magnetisierung möglichst leicht wieder verschwinde, so ist Eisen von möglichst kleiner Remanenz (weiches Eisen) zu verwenden. Letzteres kommt z. B. bei den Eisenkernen (§ 360) elektrischer Apparate und Meßinstrumente in Frage.

Die in Abb. 251 dargestellte Erscheinung nennt man Hysterisis, die schleifenförmige Kurve die Hysterisischleife. Die Hysterisis hat ihre Ursache darin, daß die einmal in eine bestimmte Richtung eingestellten Elementarmagnete eine gewisse, je nach der betreffenden Eisensorte verschiedene Tendenz haben, in ihrer neuen Stellung zu verbleiben. Es ist eine Kraft notwendig, um

sie wieder aus dieser Einstellung zu entfernen. Das äußere Magnetfeld muß also Arbeit leisten, um die Drehung der Molekularmagnete zu bewerkstelligen. Je größer diese Arbeit ist, d. h. je größer die Tendenz der Molekularmagnete ist, in einer einmal eingenommenen Stellung zu verharren, desto größer ist auch die Remanenz. Der Inhalt der von der Hysteresisschleife eingeschlossenen Fläche ist ein Maß für die Arbeit, die aufgewendet werden muß, um den durch ein vollständiges Durchlaufen der Schleife dargestellten zyklischen Magnetisierungsprozeß zu vollziehen.

Die Zahl der Kraftlinien, die aus dem einen Ende eines magnetisierten Stücks Eisen austreten, in das andere eintreten, ist erstens durch das äußere Feld  $\mathfrak{H}$  bedingt, zweitens durch die Summe der Polstärken derjenigen ausgerichteten Elementarmagnete, welche an den beiden Enden des Stücks Eisen liegen (vgl. Abb. 250). Es betrage die auf 1 qcm der Endfläche des als ein Parallelepiped gedachten Eisenstückes entfallende Polstärkensumme  $\mathfrak{J}$ , so treten demnach, außer den Kraftlinien des äußeren Feldes  $\mathfrak{H}$ , aus jedem qcm der einen Endfläche  $4\pi\mathfrak{J}$  Kraftlinien aus, in die andere wieder ein (§ 334). Die Feldstärke an den Endflächen des Eisenstückes beträgt daher insgesamt  $\mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{J}$ . Wie man aber aus Abb. 250 erkennt, ist diese Feldstärke, d. h. die Kraftlinienzahl auf 1 qcm, ebenso groß wie die durchschnittliche Feldstärke im Innern des Eisens, also gleich  $\mathfrak{B}$ . Sind noch nicht sämtliche Elementarmagnete ausgerichtet, so ändert das an dieser Überlegung nichts. Denn nur derjenige Teil der Elementarmagnete, der bereits in Richtung des äußeren Feldes ausgerichtet ist, trägt zu der zusätzlichen Feldstärke im Innern etwas bei. Die Felder derjenigen Elementarmagnete, die noch ganz regellos angeordnet liegen, heben sich im Durchschnitt gegenseitig auf. Wir erhalten demnach

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + 4\pi\mathfrak{J}. \quad (9)$$

$\mathfrak{J}$  nennt man die Magnetisierung des Eisens. Sie ist ein Maß für die Polstärke des Eisens. Allerdings haben wir uns die Verhältnisse des leichteren Verständnisses halber stark idealisiert, und sie liegen in Wirklichkeit nicht ganz so einfach. Die Polstärke hängt auch noch von den Dimensionen und von der Gestalt des Eisenstückes ab. In Abb. 251b ist eine Hysteresisschleife dargestellt, in welcher  $\mathfrak{J}$  als Funktion von  $\mathfrak{H}$  dargestellt ist. In diesem Falle verläuft die Kurve bei Sättigung horizontal, da ja bei vollständiger Ausrichtung der Molekularmagnete eine weitere Zunahme der Polstärke nicht mehr stattfinden kann. Im übrigen gelten für diese Kurve ebenfalls die oben angestellten Überlegungen.

Die Magnetisierung  $\mathfrak{J}$  erhält eine anschaulichere Bedeutung durch folgende Überlegung. Wir denken uns einen Stabmagneten mit ebenen, zur Achse senkrechten Enden, von der Länge  $l$  und dem Querschnitt  $q$ . Seine Magnetisierung sei  $\mathfrak{J}$ . Dann ist seine Polstärke  $m = \mathfrak{J}q$  und sein magnetisches Moment nach Gl. 1, § 331,  $M = \mathfrak{J}ql$ . Nun ist aber  $ql = V$  das Volumen des Stabes, so daß  $\mathfrak{J}$  das magnetische Moment der Volumeinheit ist. Da  $\mathfrak{J}$  mit der äußeren Feldstärke  $\mathfrak{H}$  wächst, so kann man setzen

$$\mathfrak{J} = \kappa\mathfrak{H}. \quad (10)$$

$\kappa$  ist die sog. Suszeptibilität des betreffenden Materials. Aus den Gl. 8, 9 und 10 kann man leicht ableiten, daß

$$\mu = 1 + 4\pi\kappa, \quad \text{bzw.} \quad \kappa = \frac{\mu - 1}{4\pi}. \quad (11)$$

Demnach ist  $\kappa$ , ebensowenig wie  $\mu$ , eine wirkliche Konstante, sondern auch von der Feldstärke  $\mathfrak{H}$  abhängig. Als Anfangssuszeptibilität bezeichnet man die auf der Nullkurve gemessene Suszeptibilität bei sehr kleiner Feldstärke.

Wie man aus der Erscheinung der Hysteresis sieht, ist die Magnetisierung von Eisen ein nicht umkehrbarer, irreversibler Vorgang (§ 236). Tatsächlich ist er auch ein solcher im thermodynamischen Sinne, denn es wird bei ihm Arbeit in Wärme verwandelt, und ein solcher Vorgang ist irreversibel. Das hat seinen Grund darin, daß die Ausrichtung der Elementarmagnete gegen den Widerstand reibungsartiger Kräfte erfolgen muß, und bei Reibung entsteht immer Wärme.

Je heftiger die thermische Molekularbewegung im Eisen ist, um so leichter wird auch eine durch ein äußeres Feld geschaffene Ordnung der Elementarmagnete wieder zerstört. Die Anfangsmagnetisierung allerdings wird durch Temperaturerhöhung verstärkt, da die thermische Bewegung der Moleküle ihren Verband lockert. Die magnetischen Materialkonstanten sind daher von der Temperatur abhängig.

Eisen (bei gewöhnlicher Temperatur sog.  $\alpha$ -Eisen) verwandelt sich bei einer Temperatur über etwa  $700^{\circ}$  in eine andere Modifikation, das  $\beta$ -Eisen, dieses wieder bei  $830^{\circ}$  in das nicht magnetisierbare  $\gamma$ -Eisen.

**338. Brechung magnetischer Kraftlinien.** Kraftlinien, welche aus einem Medium der Permeabilität  $\mu_1$  in ein solches der Permeabilität  $\mu_2$  übergehen, erfahren, außer beim senkrechten Eintritt, eine Richtungsänderung (sog. Brechung der Kraftlinien). Ist der Eintrittswinkel, gegen das Lot auf der Trennungsfläche gemessen,  $\alpha_1$ , so ist der entsprechende Winkel im zweiten Medium  $\alpha_2$  durch die Gleichung

$$\operatorname{tg} \alpha_1 : \operatorname{tg} \alpha_2 = \mu_1 : \mu_2 \quad (12)$$

gegeben. Ist das zweite Medium Eisen, das erste z. B. Luft, so ist dieses Verhältnis sehr extrem, die Richtungsänderung sehr groß. Ein Beispiel hierfür bietet der Verlauf der Kraftlinien in Abb. 249, dessen Schema noch einmal in Abb. 252 gegeben ist.

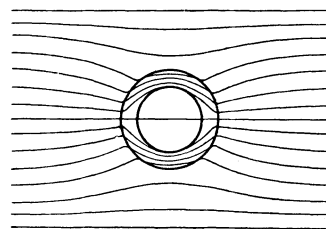


Abb. 252. Brechung von magnetischen Kraftlinien (Schirmwirkung eines Eisenpanzers).

**339. Ferromagnetische, paramagnetische und diamagnetische Substanzen.** Die gleichen Eigenschaften wie Eisen zeigen die mit ihm chemisch äußerst nahe verwandten Metalle Nickel und Kobalt, allerdings in sehr viel geringerem Maße. Man bezeichnet Eisen, Nickel und Kobalt als ferromagnetische Substanzen.

Durch Legieren von Eisen mit Nickel und Kobalt in verschiedenen Verhältnissen sowie auch mit anderen nicht ferromagnetischen Substanzen, insbesondere Mangan, Aluminium, Chrom oder Silizium, werden ferromagnetische Materialien erhalten, welche bezüglich ihrer Materialkonstanten den an magnetisches Material für technische Verwendungszwecke zu stellenden verschiedenen Anforderungen in weitem Umfange entsprechen. Ein für viele Zwecke wichtiges Material ist die als Permalloy bezeichnete Legierung von etwa 21% Fe und 79% Ni, welche die außerordentlich hohe Anfangspermeabilität von etwa 12000 hat.

Ähnliche Eigenschaften, wie die ferromagnetischen Stoffe, haben ferner gewisse Legierungen aus den an sich nicht ferromagnetischen Metallen Kupfer, Mangan und Aluminium (sog. HEUSLERSche Legierungen).

FARADAY hat gezeigt, daß alle Substanzen, auch die Gase, Kraftwirkungen durch magnetische Felder erfahren, wenn auch in einem sehr viel geringeren Grade als die ferromagnetischen Stoffe. Alle nicht ferromagnetischen Substanzen lassen sich in zwei Gruppen einteilen: paramagnetische und diamagnetische Substanzen.

Die paramagnetischen Substanzen besitzen, wie die ferromagnetischen, eine zwar gegenüber diesen sehr kleine, aber positive Suszeptibilität (also  $\mu > 1$ ); die Suszeptibilität der diamagnetischen Substanzen ist negativ (also  $\mu < 1$ ) (Tab. 26).

Tabelle 26. Suszeptibilität  $\kappa$  und Massensuszeptibilität  $\chi$  einiger Stoffe.

Diamagnetisch			Paramagnetisch		
	$\kappa \cdot 10^6$	$\chi \cdot 10^6$		$\kappa \cdot 10^6$	$\chi \cdot 10^6$
Wismut, 15° C . . .	— 15	— 1,47	Zinn, weiß . . . . .	+ 0,3	+ 0,03
Wismut, flüssig . . .	— 0,1	— 0,01	Aluminium, fest, 18° C	+ 1,8	+ 0,65
Antimon, 18° C . . .	— 6	— 0,9	Aluminium, flüssig,		
Quecksilber, 18° C . .	— 2,6	— 0,19	1000° C . . . . .		+ 0,5
Wasserstoff, Gas . . .	— 0,00018	— 2	Sauerstoff, 0° C, 1 Atm.	+ 0,15	+ 105
Wasserstoff, flüssig .	— 0,19	— 2,7	Sauerstoff, flüssig,		
Kohlensäure, Gas . . .	— 0,00084	— 0,42	— 185° C . . . . .		+ 241
Argon, Gas . . . . .	— 0,00164	— 0,45	Sauerstoff, fest, — 253° C		+ 375

Wegen der Bedeutung von  $\chi$  s. § 340.

Die Theorie des Diamagnetismus kann erst in § 387 gegeben werden, wo auch die Theorie des Paramagnetismus besprochen wird. Hier sei nur folgendes gesagt. Die paramagnetischen Substanzen verhalten sich wenigstens qualitativ wie das Eisen und die anderen ferromagnetischen Stoffe. Doch fehlt bei ihnen, wie auch bei den diamagnetischen Substanzen, Remanenz und Koerzitivkraft. Sie zeigen also keine Hysteresis, und man kann aus ihnen keine permanenten Magnete herstellen. Ihre Permeabilität und Suszeptibilität hängt nicht vom Felde  $\mathfrak{H}$ , wohl aber von der Temperatur ab. Bei den Kristallen, die des regulären Systems ausgenommen, hängt die Permeabilität von der Richtung im Kristall ab. Ihre Magnetisierung ist daher je nach ihrer Orientierung zur Feldrichtung eine verschiedene.

Die Suszeptibilität der Gase ist im allgemeinen sehr klein (s. Tab. 26), so daß man sie in vielen Fällen vernachlässigen kann. Hingegen hat flüssiger Sauerstoff eine sehr hohe Suszeptibilität. Das Vakuum hat die Suszeptibilität 0, die Permeabilität 1.

Wie bei den ferromagnetischen Stoffen, so gilt auch bei den para- und diamagnetischen Stoffen die Gl. 11 zwischen der Suszeptibilität  $\kappa$  und der Permeabilität  $\mu$ . Die letztere spielt bei den magnetischen Erscheinungen die gleiche Rolle wie in der Elektrizität die Dielektrizitätskonstante  $\epsilon$  (§ 284). Es gilt daher auch das COULOMBSche Gesetz, Gl. 2, § 333, in der dort angegebenen Form nur für das Vakuum streng. Andernfalls ist noch der Faktor  $1/\mu$  auf der rechten Seite hinzuzufügen, wobei  $\mu$  die Permeabilität der Substanz ist, die die beiden Magnetpole umgibt (vgl. die entsprechenden Darlegungen bezüglich der Dielektrizitätskonstanten, § 284). Allgemein lautet also das COULOMBSche Gesetz des Magnetismus

$$k = \frac{1}{\mu} \frac{m m'}{r^2} \quad (12)$$

**340. Massensuszeptibilität. Molekularsuszeptibilität.** Aus Gl. 10, § 337, und den vorhergehenden Erörterungen über  $\mathfrak{J}$  erkennt man, daß die Suszeptibilität  $\kappa$  das vom Felde  $\mathfrak{H} = 1$  Gauß in der Volumeinheit einer Substanz erzeugte magnetische Moment ist. Dividieren wir demnach  $\kappa$  durch die Dichte  $\rho$  der Substanz, so erhalten wir das im Felde von 1 Gauß auf 1 g der Substanz entfallende magnetische Moment, die sog. Massensuszeptibilität

$$\chi = \frac{\kappa}{\rho}.$$

Multiplizieren wir diese mit dem Molekulargewicht  $M$  der Substanz, so ergibt sich das magnetische Moment von 1 Mol derselben, die sog. Molekularsuszeptibilität

$$\chi_m = \chi \cdot M.$$

Entsprechend ergibt sich die Suszeptibilität von 1 Grammatom, die sog. Atom-  
suszeptibilität

$$\chi_a = \chi \cdot A$$

durch Multiplikation mit dem Atomgewicht  $A$ . Da im Mol, bzw. Grammatom stets die gleiche Zahl von Molekülen, bzw. Atomen enthalten ist (§ 112), so ergeben die durch diese Zahl ( $N$ , LOSCHMIDT'sche Zahl) dividierten Werte von  $\chi_m$  und  $\chi_a$  das auf jedes einzelne Molekül, bzw. Atom im Felde 1 Gauß entfallende magnetische Moment.

**341. Kraftwirkungen magnetischer Felder auf para- und diamagnetische Körper.** Ebenso wie ein Stück Eisen, so wird auch jede andere Substanz, sei sie para- oder diamagnetisch, in einem magnetischen Felde zu einem magnetischen Dipol und erfährt infolgedessen drehende oder beschleunigende Kraftwirkungen, je nachdem, ob das Feld homogen oder inhomogen ist.

Wenn wir das Eisen in magnetischer Beziehung mit einem Leiter verglichen haben, so liegt es nahe, die paramagnetischen und diamagnetischen Substanzen mit den Dielektrika zu vergleichen. Bei den paramagnetischen Substanzen ist dies auch richtig. Bei ihnen ist, in Analogie zu den Dielektrizitätskonstanten  $\epsilon$  der Dielektrika, die Permeabilität  $\mu$  größer als die des Vakuums, für das  $\mu = 1$  ist. Ebenso wie bei den Dielektrika die Kraftwirkungen eines elektrischen Feldes nach Größe und Richtung davon abhängen, ob das sie umgebende Medium eine größere oder kleinere Dielektrizitätskonstante hat, als sie selbst, so gilt das gleiche für paramagnetische Körper, wenn wir an die Stelle des elektrischen das magnetische Feld, an die Stelle der Dielektrizitätskonstanten die Permeabilität setzen. Indem wir die bei den Dielektrika gemachten Ausführungen auf unsern Fall übertragen, können wir folgende Schlüsse ziehen. Im homogenen Felde stellt sich ein länglicher paramagnetischer Körper mit seiner Längsachse in die Feldrichtung ein, wenn seine Permeabilität größer ist als die des ihn umgebenden Mediums. (Hierbei ist von den Kristallen abgesehen, die ein kompliziertes Verhalten zeigen, s. § 339). Im inhomogenen Felde wird er im gleichen Falle in Richtung wachsender Feldstärke gezogen. Ist jedoch seine Permeabilität kleiner als die des ihn umgebenden Mediums, so stellt er sich im homogenen Felde mit seiner Längsachse senkrecht zur Feldrichtung. Im inhomogenen Felde wird er in Richtung abnehmender Feldstärke getrieben.

Diamagnetische Körper verhalten sich in inhomogenen Feldern analog zu den paramagnetischen Körpern. Hat das sie umgebende Medium eine größere Permeabilität als sie selbst, so werden sie in Richtung abnehmender Feldstärke getrieben, andernfalls in Richtung wachsender Feldstärke. Hieraus ergibt sich aber ein unterschiedliches Verhalten im Vakuum (und bei Substanzen von nicht allzu kleiner Suszeptibilität auch in Luft). Die Permeabilität der paramagnetischen Stoffe ist größer, die der diamagnetischen kleiner als die des Vakuums. Daher werden paramagnetische Körper im inhomogenen Felde im Vakuum in Richtung wachsender, diamagnetische Körper in Richtung abnehmender Feldstärke getrieben. Zur Untersuchung von Substanzen auf Para- oder Diamagnetismus ist das sehr inhomogene Feld in der Nähe eines spitzen Polschuhs eines starken Magneten besonders geeignet. Paramagnetische Stoffe sofern ihre Suszeptibilität größer als die der umgebenden Luft ist), werden,

genau wie ein Stück Eisen, nur sehr viel schwächer, vom Pol angezogen, diamagnetische Stoffe werden abgestoßen (Abb. 253).

In homogenen Feldern aber verhalten sich para- und diamagnetische Körper (wenn wir wieder von den komplizierteren Verhältnissen bei den nicht regulären Kristallen absehen) gleich. Dieses auf den ersten Blick überraschende Verhalten wird durch Abb. 254 erläutert. Die Ursache liegt in der Brechung der Kraftlinien. Diese werden in den paramagnetischen Stoffen, wie beim Eisen, vom Einfallslot weg, bei den diamagnetischen Stoffen aber zum Einfallslot hin gebrochen (Gl. 12, § 338). Nun entstehen an den Eintritts- und Austrittsflächen des Körpers durch magnetische Induktion magnetische Belegungen, und diese sind bei den paramagnetischen und den diamagnetischen Körpern in entgegengesetztem Sinne zur Feldrichtung gegeneinander verschoben. In der Abb. 254 ist beim paramagnetischen Körper der Schwerpunkt der positiven Flächenbelegung nach links, der der negativen Flächenbelegung nach rechts verschoben. Bei dem diamagnetischen Körper ist es ebenso. Aber die Belegungen der entsprechenden Flächen haben in den beiden Fällen wegen des entgegengesetzten Vorzeichens von  $\alpha$  verschiedenes Vorzeichen. Beim paramagnetischen Körper bildet sich auf der der Feldrichtung entgegengewandten Fläche eine negative, auf der anderen Fläche eine positive Belegung. Beim dia-

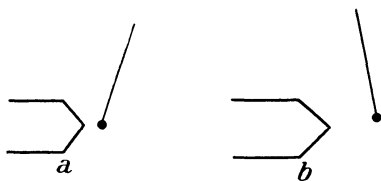


Abb. 253. a) Paramagnetischer, b) diamagnetischer Körper im inhomogenen Felde.

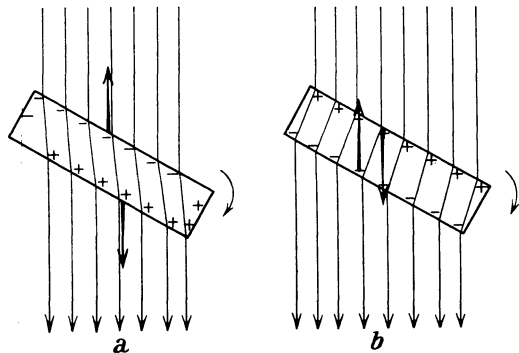


Abb. 254. a) Paramagnetischer, b) diamagnetischer Körper im homogenen Felde.

magnetischen Körper ist es umgekehrt. Denkt man sich nun die vom äußeren Felde herrührende Kraft in den Schwerpunkten der beiden entgegengesetzten Ladungen angreifend, so sieht man aus der Abb. 254, daß in beiden Fällen ein gleichsinniges Drehmoment resultiert, nämlich ein solches, das den Körper mit seiner Längsachse in die Richtung des Feldes einzustellen sucht.

Die Kraftwirkung inhomogener Felder wird, wie oben erwähnt, zum Nachweis der magnetischen Natur von Substanzen und zur Messung ihrer Permeabilität benutzt. Für Flüssigkeiten ist z. B. die sog. Steighöhenmethode in Gebrauch. Man bringt die Flüssigkeit in ein U-förmiges Glasrohr, dessen einen Schenkel man zwischen die Pole eines Magneten setzt. Der andere Schenkel befindet sich außerhalb des Feldes des Magneten. Ist die Flüssigkeit para- oder ferromagnetisch, so wird sie im Rohr hochgezogen, ist sie diamagnetisch, so wird sie herabgedrückt. Aus der Stärke der Wirkung kann man die Suszeptibilität berechnen. Die Kraftwirkung beruht darauf, daß das von den Polen erzeugte Feld nach außen hin an Stärke abnimmt, also inhomogen ist.

**342. Erdmagnetismus.** Die Tatsache, daß auf der Erde ein magnetisches Feld besteht, welches die Bewegung der Erde mitmacht, beweist, daß die Erde sich wie ein Magnet verhält. Es ist möglich und sogar wahrscheinlich, daß dies damit zusammenhängt, daß der Erdkörper zum allergrößten Teil aus Eisen besteht. Im übrigen ist aber der Ursprung der Magnetisierung der Erde noch weitgehend in Dunkel gehüllt. (Es ist gelegentlich vermutet worden, daß hier ein



sonst noch unbekannter Effekt vorliegt, nämlich eine Magnetisierung lediglich durch die Rotation der Erde um ihre Achse. In diesem Zusammenhang ist bemerkenswert, daß auch die Sonne eine Magnetisierung zeigt, deren Pole mit den Enden der Rotationsachse der Sonne zusammenfallen.) Die Magnetpole der Erde liegen bekanntlich in der Nähe der Erdpole (magnetischer Nordpol bei den Melville-Inseln in  $70^{\circ} 5' \text{ n. Br.}, 96^{\circ} 46' \text{ w. L.}$ , magnetischer Südpol auf dem antarktischen Kontinent in  $72^{\circ} 25' \text{ s. Br.}, 154^{\circ} \text{ ö. L.}$ ). Ihre Bezeichnung ist genau genommen inkonsequent, denn da der im Norden gelegene Pol den Nordpol einer Magnetnadel (nach der bei uns üblichen Bezeichnungsweise) anzieht, muß er selbst im magnetischen Sinne ein Südpol sein, und umgekehrt. (Aus diesem Grunde ist die Bezeichnung der Pole eines Magneten in manchen Ländern die umgekehrte, § 330).

Schon die Tatsache, daß die magnetischen Pole nicht genau mit den geographischen Polen zusammenfallen, bedingt, daß eine Magnetnadel im allgemeinen

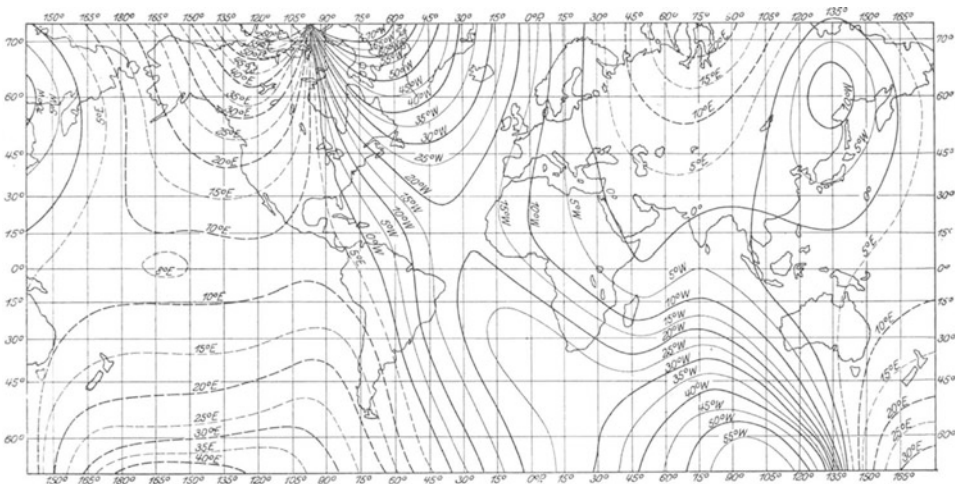


Abb. 255. Linien gleicher Deklination für 1922.

nicht genau nordsüdlich weist. An einzelnen Stellen der Erdoberfläche, z. B. in Ostpreußen und bei Kursk in Sibirien, sind sehr große Anomalien des erdmagnetischen Feldes vorhanden, welche die Richtung der Magnetnadel dort vollkommen verändern. Solche örtlichen Anomalien dürften in allen Fällen auf größere Eisenmassen zurückzuführen sein, welche in mehr oder weniger großer Tiefe in die Erdkruste eingebettet sind. Bei Kursk hat die Untersuchung der Anomalie tatsächlich zur Aufdeckung gewaltiger Eisenerzlager geführt. Die Abweichung der Magnetnadel von der genauen geographischen Nordsüdrichtung nennt man Deklination, in der Seemannssprache auch Mißweisung. Abb. 255 zeigt die Linien gleicher Deklination für das Jahr 1922. Die beigefügten Gradzahlen geben die Abweichung von der geographischen Nordsüdrichtung an. Die erdmagnetischen Pole sind in ständiger, langsamer Wanderung begriffen. Daher ist auch die Deklination langsam zeitlich veränderlich.

Da die Kraft auf jeden der beiden Pole eines Magneten sich aus der von den beiden erdmagnetischen Polen herrührenden Kraft nach dem Parallelogrammgesetz zusammensetzt, so ist die Richtung der erdmagnetischen Kraft an jedem Punkte der Erde mehr oder weniger gegen die Erdoberfläche geneigt. An den beiden erdmagnetischen Polen weist die Magnetnadel senkrecht nach unten.

etwa am Äquator steht sie zur Erdoberfläche tangential. Den Neigungswinkel gegen die Horizontale bezeichnet man als Inklination. Die Magnetnadeln der Kompass usw. konstruiert man stets so, daß die durch die Inklination hervorgerufene Neigung durch ein geringes Übergewicht der einen Seite kompensiert wird. Auf der nördlichen Halbkugel muß die den Südpol tragende Seite ein wenig schwerer sein. Eine ummagnetisierte Magnetnadel steht daher nicht richtig horizontal. Auf diese Weise wird aber die erdmagnetische Kraft nicht in ihrer vollen Größe wirksam, sondern es wirkt auf die Magnetnadel nur die sog. Horizontalkomponente (Horizontalintensität) der Feldstärke. Sie beträgt in unseren Breiten etwa 0,2 Gauß. Die zur Erdoberfläche senkrechte Komponente heißt die Vertikalkomponente.

Das erdmagnetische Feld unterliegt mancherlei Schwankungen. Einmal ist, wie schon erwähnt, die Lage der Pole nicht völlig konstant. Außerdem bestehen gewisse tägliche, jährliche und noch langfristigere periodische Schwankungen. Ferner treten Störungen auf, welche, ebenso wie die Polarlichter, mit der Sonnenfleckenaktivität zeitlich und ursächlich zusammenhängen. Örtlich begrenzte Schwankungen des Feldes treten überall da auf, wo starke elektrische Ströme fließen, also insbesondere in den großen Städten. Diese Störungen können so stark sein, daß sie genauere magnetische Messungen überhaupt unmöglich machen.

Das erdmagnetische Feld ist, wie jedes andere magnetische Feld, imstande, magnetische Influenzwirkungen auszuüben. Daher ist jedes Stück Eisen auf der Erde stets ein wenig magnetisiert. Man kann diese Wirkung mit dem in

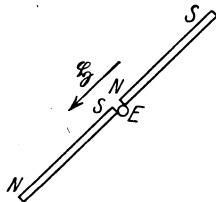


Abb. 256. Magnetische Influenz im Erdfelde.

Abb. 256 dargestellten Apparat leicht nachweisen. Zwei etwa 1 m lange Stangen aus weichem Eisen von quadratischem Querschnitt sind an einem Gestell drehbar so angeordnet, daß man sie in die Richtung des erdmagnetischen Feldes  $\mathcal{H}$ , also in die Richtung der Inklination, einstellen kann. Ihre einander zugekehrten Enden haben einen Abstand von etwa  $\frac{1}{2}$  cm. Sind sie einigermaßen in Richtung des Feldes orientiert, so kann man ein zylindrisches Stück weichen Eisens  $E$  von etwas größerem Durchmesser als der Abstand der Stäbe zwischen ihnen anhängen, ohne daß es abfällt. An den

Enden der Eisenstäbe entstehen im Erdfelde Pole, welche das Eisenstück festhalten. Bewegt man die Stäbe in eine andere Lage, so fällt das Eisenstück ab.

Man beobachtet ferner, daß stählerne Gegenstände, insbesondere Werkzeuge, Feilen, Hämmer u. dgl., welche regelmäßig in einer bestimmten Orientierung im Raume — etwa nordsüdlich oder vertikal — benutzt werden und dabei Erschütterungen ausgesetzt sind, stets in der gleichen Weise magnetisiert sind. Hämmer haben auf der nördlichen Halbkugel fast stets an dem beim Schlagen nach unten gerichteten Ende einen Nordpol, Feilen, welche in einer nach Norden gerichteten Werkstatt benutzt werden, einen Nordpol an ihrer Spitze, da diese bei der Benutzung meist gegen das Fenster gerichtet ist, die Eisenstangen von Regenschirmen an ihrem unteren Ende. Man kann eine Stange aus Eisen von nicht zu geringer Remanenz magnetisieren, indem man sie in die Richtung der erdmagnetischen Kraft — schräg nach unten und nach Norden — hält und einige kräftige Hammerschläge auf ihr eines Ende ausführt. Am unteren Ende entsteht dann ein Nordpol. Wiederholt man den Versuch nach Umdrehung der Stange, so kehren sich die Pole um. In allen diesen Fällen erleichtern die mit den betreffenden Gegenständen vorgehenden Erschütterungen durch die dabei vorübergehend eintretende Lockerung des inneren Gefüges die Ausrichtung der Elementarmagnete in Richtung des äußeren Feldes.

**343. Praktische Anwendungen des Magnetismus.** Die älteste Anwendung des Magnetismus ist diejenige zur Orientierung, insbesondere auf See, in Gestalt des Kompasses. Seit der Einführung eiserner Schiffe sind besondere Maßnahmen notwendig, um die störenden Wirkungen des Schiffskörpers zu kompensieren (daher der Vorteil des Kreiselkompasses, § 89). Für die Zwecke einer von Amerika aus ausgerüsteten Expedition zur magnetischen Erforschung der Meere wurde deshalb ein fast völlig eisenfreies Schiff konstruiert.

Ausgedehnteste Anwendungen magnetischer Wirkungen finden in der Elektrotechnik und bei elektrischen Meßinstrumenten statt.

Man bedient sich ferner magnetischer Kräfte (allerdings durchweg mit Hilfe von starken Elektromagneten, § 360) zur Hebung schwerer Lasten, zur Trennung stark magnetischer Substanzen von anderen (Eisen- und Messingfeilspäne in Werkstätten), zur Entfernung von Eisensplittern aus dem Auge usw. In Warenautomaten macht man die Verschiedenheit der magnetischen Eigenschaften der verschiedenen Metalle nutzbar, um falsche Geldstücke unwirksam zu machen. In den Maximal- und Minimalthermometern werden Magnete benutzt, um die den höchsten und tiefsten Stand anzeigenden Eisenstäbchen wieder auf den Meniskus des Flüssigkeitsfadens zurückzuführen, usw.

Wenn auch die Kräfte, die in magnetischen Feldern auf para- und diamagnetische Substanzen wirken, klein sind gegenüber den auf Eisen ausgeübten Kräften, so ist es doch gelungen, sie dazu zu benutzen, um in technischem Maßstabe Substanzen verschiedenen magnetischen Verhaltens voneinander zu trennen. Es ist dies heute ein wichtiges Erzscheideverfahren.

**344. Dimensionen der magnetischen Größen.** Da die magnetische Polstärke  $m$  im COULOMBSchen Gesetz des Magnetismus in der gleichen Weise mit Kraft und Länge kombiniert auftritt wie die Elektrizitätsmenge  $e$  im COULOMBSchen Gesetz der Elektrostatik, so ergibt sich für  $m$  die gleiche Dimension im CGS-System wie dort für  $e$ . Das gleiche gilt für die magnetische Feldstärke  $\mathfrak{H}$  und das magnetische Potential  $U$  bezüglich der entsprechenden elektrischen Größen  $\mathfrak{E}$  und  $V$  im elektrostatischen Maßsystem. Die Permeabilität  $\mu$  und die Suszeptibilität  $\kappa$  sind reine Zahlen. Die Induktion  $\mathfrak{B}$  ist eine Feldstärke; die gleiche Dimension hat die Magnetisierung  $\mathfrak{J}$ , wie man aus Gl. 9, § 337, erkennt. Es ergibt sich daher die nachstehende Tab. 27.

Tabelle 27. Dimensionen der magnetischen Größen.

Polstärke $m$ . . . . .	$  m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-1}  ,$
Magnetisches Moment $M$ . . . . .	$  m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{5}{2}} t^{-1}  ,$
Feldstärke $\mathfrak{H}$ , Induktion $\mathfrak{B}$ , Magnetisierung $\mathfrak{J}$ . . .	$  m^{\frac{1}{2}} l^{-\frac{1}{2}} t^{-1}  ,$
Potential $U$ . . . . .	$  m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}} t^{-1}  ,$
Permeabilität $\mu$ , Suszeptibilität $\kappa$ . . . . .	$  m^0 l^0 t^0  .$

## g) Kraftwirkungen zwischen Magneten und Strömen und von Strömen unter sich.

**345. Magnetfeld eines geradlinigen Stromes.** Durch einen horizontal in nord-südlicher Richtung ausgespannten Draht  $L$  fließe ein Gleichstrom von einigen Ampere (Abb. 257). Bringt man in die Nähe dieses Drahtes eine Magnetnadel, so bemerkt man, daß sie eine Ablenkung aus der Nord-Süd-Richtung erfährt, solange der Strom fließt, und daß sich die Richtung dieser Ablenkung umkehrt, wenn man die Richtung des Stromes umkehrt. Diese

im Jahre 1820 von ÖRSTED entdeckte Erscheinung bildet die Grundlage der Elektrotechnik.

Der Versuch beweist zunächst ganz allgemein, daß in der Umgebung eines elektrischen Stromes eine magnetische Kraft, d. h. ein magnetisches Feld auftritt. Die genauere Untersuchung zeigt, daß die magnetische Kraft um einen geraden Draht in Richtung von Kreisen liegt, deren Zentrum im Drahte liegt. Eine frei bewegliche Magnetnadel stellt sich überall senkrecht zur Verbindungslinie ihrer Mitte mit dem Drahte. Führt man sie auf einem Kreise einmal um den Draht herum, so dreht sie sich dabei einmal um sich selbst.

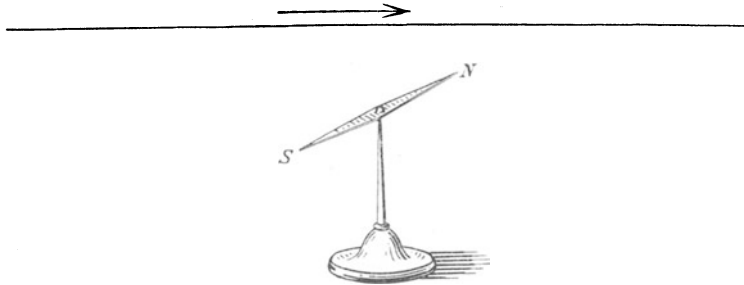


Abb. 257. Zum ÖRSTEDSchen Versuch.

Wie jedes andere Magnetfeld, so kann man auch das hier auftretende Magnetfeld durch Eisenfeilspäne sichtbar machen. Die Späne ordnen sich deutlich auf Kreisen, deren Mittelpunkt im Drahte liegt (Abb. 258; der Stromleiter ist bei der Herstellung des Bildes durch das Loch geführt).

Wichtig ist die Tatsache, daß die hier auftretenden magnetischen Kraftlinien nirgends in „Polen“ beginnen oder endigen, sondern in sich selbst zurücklaufen. Es sind in sich geschlossene Kraftlinien.

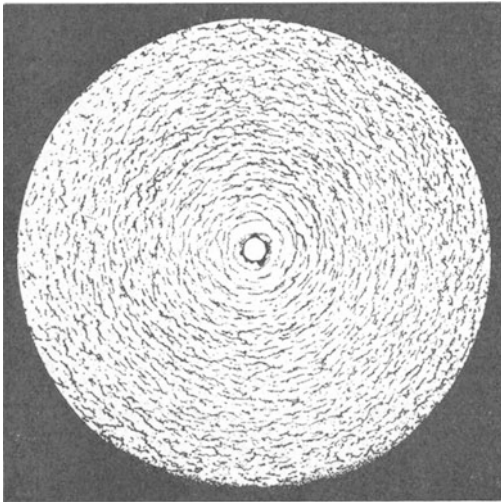


Abb. 258. Magnetfeld eines geradlinigen Stromes.

Aus dem Ablenkungssinn einer Magnetnadel erkennt man durch den Versuch: Der Nordpol einer Magnetnadel weist stets in diejenige Richtung, die, wenn man den Magneten von der Richtung her betrachtet, in der der (positive) Strom fließt, einer Umkreisung des Stromes im Umlaufssinn des Uhrzeigers entspricht. Als Merksregeln können dienen:

**AMPÈRES Schwimmerregel:** Man denke sich in der Richtung des positiven Stromes schwimmend, das Gesicht der Magnetnadel zugewandt. Dann wird der Nordpol nach links abgelenkt.

**Rechte-Hand-Regel:** Man lege die rechte Hand, die Handfläche der Magnetnadel zugewandt, so auf den Draht, daß die ausgestreckten Finger in Richtung des Stromes weisen. Dann wird der Nordpol der Magnetnadel in Richtung des abgespreizten Daumens abgelenkt.

**346. Magnetfelder von Stromschleifen und Spulen.** Stellt man entsprechende Versuche mit Drähten an, welche zu Kreisen oder Rechtecken usw. gebogen sind, so ergeben sich qualitativ die gleichen Wirkungen. Die magnetischen Kraftlinien sind wieder geschlossene Kurven um den Draht, aber keine Kreise. Abb. 259 zeigt die durch Eisenfeilspäne sichtbar gemachten Kraftlinien einer kreisförmigen Stromschleife in einer zur Schleife senkrechten Ebene. Die Kraftlinien treten auf der einen Seite in die durch die Schleife begrenzte Fläche ein, an ihrer andern Seite aus und verlaufen, den Draht einmal umkreisend, an ihren Ausgangspunkt zurück. Das Kraftlinienbild ist also das gleiche, wie es bei einer Eisenscheibe wäre, welche so magnetisiert ist, daß sie auf ihrer einen Fläche einen Nordpol, auf ihrer andern Fläche einen Südpol trägt (Abb. 260). Wir wollen eine solche Eisenscheibe einen Scheibenmagneten nennen. Man spricht auch von einer magnetischen Doppelschicht, weil eine solche Stromschleife sich magnetisch ebenso verhält, als sei ihre Fläche auf der einen Seite mit einer Schicht von positivem, auf der andern mit einer solchen von negativem Magnetismus belegt. Eine stromdurchflossene Drahtschleife ist also einem Scheibenmagneten magnetisch äquivalent.

Die von einem Stromkreis eingeschlossene Fläche nennt man die Windungsfläche. Wird die gleiche Fläche  $F$  vom gleichen Strom in  $n$  Windungen umflossen, so ist die Windungsfläche gleich  $nF$ .

Einen Stabmagneten können wir uns aus einer größeren Zahl von Scheibenmagneten, immer einer auf den andern gelegt, hergestellt denken. Entsprechend können wir auf rein elektrischem Wege ein Gebilde herstellen, das einem Stabmagneten bezüglich seines Magnetfeldes weitestgehend ähnlich ist, wenn wir eine größere Zahl von Stromschleifen übereinanderlegen. Am einfachsten geschieht dies, wenn man einen Draht spiralig aufwickelt, so daß alle Windungen nacheinander vom gleichen Strome durchflossen werden. Ein solches Gebilde heißt eine Spule (auch Solenoid). Das Magnetfeld einer Spule ist so gestaltet, daß die Kraftlinien im Innern parallel zur Achse der Spule verlaufen und auf einem mehr oder weniger langen Wege außen herum in sich selbst zurücklaufen (Abb. 261). Untersucht man das magnetische Feld in der Umgebung und im Innern einer solchen stromdurchflossenen Spule mit einer Magnetnadel, so kann man leicht dieses Verhalten nachweisen und sich ferner durch Vergleich mit dem Felde eines Stabmagneten von dem sehr ähnlichen Verlauf in beiden Fällen überzeugen (vgl. Abb. 244, § 334). Eine stromdurchflossene Spule

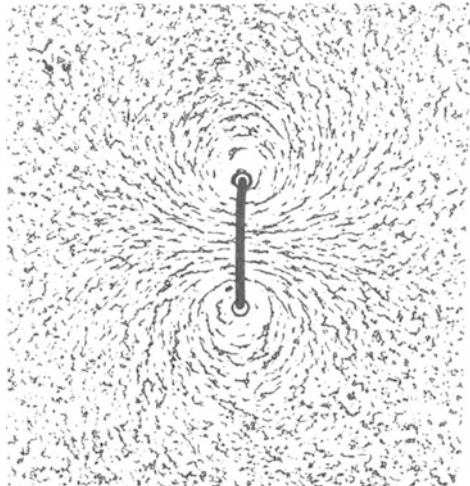


Abb. 259. Magnetfeld einer Stromschleife.

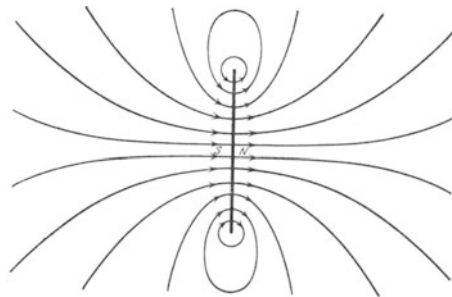


Abb. 260. Magnetfeld eines Scheibenmagneten, schematisch.

ist also einem Stabmagneten magnetisch äquivalent. Die Richtung des magnetischen Feldes ergibt sich auch bei einfachen Stromschleifen und bei Spulen aus der Schwimmer- oder der Rechten-Hand-Regel.

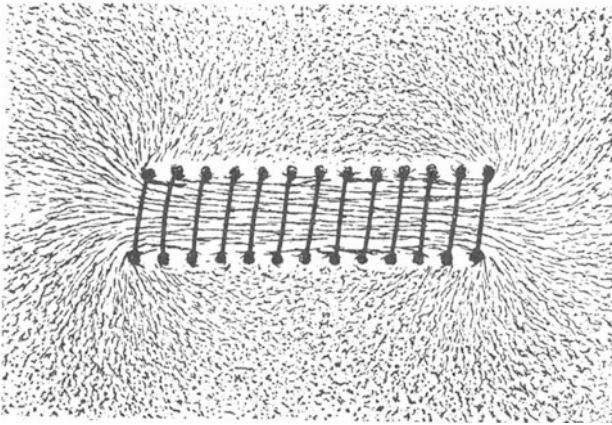


Abb. 261. Magnetfeld einer Spule.

Blickt man in der Richtung der Spulenachse in die Spule hinein, und wird die Spule, von hier aus gesehen, vom Strome im Sinne des Uhrzeigers umflossen, so verlaufen die magnetischen Kraftlinien im Innern von einem weg. Die Spule hat also in diesem Falle am abgewandten Ende einen scheinbaren magnetischen „Nordpol“, am zugewandten Ende einen scheinbaren „Südpol“.

Da die Kraftlinien einer stromdurchflossenen Spule in sich geschlossen

sind, so verlaufen im Innern der Spule ebenso viele Kraftlinien in der einen Richtung, wie außen in der entgegengesetzten Richtung. Ist die Spule eng und lang, so ist die Dichte der Kraftlinien im Innern sehr viel größer als außen, wo die Kraftlinien zum größten Teil in einem weiten Bogen von einem Spulenende zum andern verlaufen. Das bedeutet, daß im Innern der Spule ein sehr viel stärkeres magnetisches Feld herrscht als im Außenraum. Denkt man sich einen einzelnen magnetischen Nordpol einmal längs einer Kraftlinie gegen die Krafrichtung bis zum gleichen Punkt wieder zurückgeführt, so wirkt auf ihn im Innern der Spule eine viel größere Kraft als im Außenraum. Es ist daher bei dieser Bewegung Arbeit hauptsächlich auf dem Wegstück im Spulennern zu leisten, auf dem äußeren Wegstück ist sie bei einer langen und engen Spule sehr viel kleiner.

**347. Bewegung von Stromleitern durch magnetische Felder.** Wenn ein stromdurchflossener Draht auf einen Magneten eine Kraft ausübt, so muß nach dem dritten NEWTONSchen Axiom (§ 36) auch ein Magnet oder, allgemeiner gesagt, ein Magnetfeld eine gleich große Kraft auf einen Stromleiter ausüben. Es ist aber zu beachten, daß das dritte NEWTONSche Axiom für die Wechselwirkungen zwischen Strömen und Magneten nur teilweise gültig ist, nämlich nur bezüglich der gleichen Größe der gegenseitigen Kraftwirkungen, nicht bezüglich ihrer Richtungen. Die auf einen Magnetpol wirkende Kraft steht senkrecht zur Verbindungslinie des Poles mit dem stromführenden Draht. Ein Stromleiter, welcher zur Richtung der magnetischen Kraft senkrecht steht, sonst aber frei beweglich ist, bewegt sich senkrecht zur Richtung der Kraftlinien und zur Richtung des in ihm fließenden Stromes. Zur Ermittlung der Bewegungsrichtung kann man sich folgender Regeln bedienen:

**Schwimmerregel:** Man denke sich in der (positiven) Stromrichtung schwimmend, das Gesicht gegen die Richtung der magnetischen Kraftlinien (also gegebenenfalls dem Nordpol zu) gewandt. Dann erfolgt die Bewegung des Stromleiters in Richtung des ausgestreckten rechten Armes.

**Linke-Hand-Regel:** Man lege die linke Hand, die innere Handfläche dem Nordpol zugewandt (also entgegen der Richtung der Kraftlinien), in Rich-

tung des (positiven) Stromes. Die Bewegung erfolgt dann in Richtung des abgespreizten Daumens.

Diese Regeln folgen aus den Regeln des § 345 durch einfache Umkehrung.

Die Wirkung eines Magnetfeldes auf eine stromdurchflossene Drahtschleife oder Spule ergibt sich ohne weiteres dadurch, daß man sich diese Gebilde durch einen äquivalenten Scheiben- oder Stabmagneten ersetzt denkt. Die eine Seite bzw. das eine Ende wird vom Nordpol eines Magneten je nach der Stromrichtung angezogen oder abgestoßen. Eine etwa im sog. AMPÈRESchen Gestell (Abb. 267, § 358) drehbar aufgehängte stromdurchflossene Spule richtet sich, wenn sie leicht genug beweglich ist, unter der Wirkung des erdmagnetischen Feldes nach Norden.

Abb. 262 zeigt zwei von AMPÈRE angegebene Apparate, welche die vorstehenden Gesetzmäßigkeiten in einfacher Weise demonstrieren. Der Apparat 262a besteht aus einem mit Quecksilber gefüllten Gefäß, in dem sich, am einen Ende drehbar befestigt, ein Magnet  $M$  befindet. Ein Strom tritt durch den Draht  $S$  in das Quecksilber ein und unten aus ihm wieder aus. Der Nordpol  $N$  bewegt sich, längs der magnetischen Kraftlinien des Stromes kreisend, um den Draht  $S$ . Ist der Strom

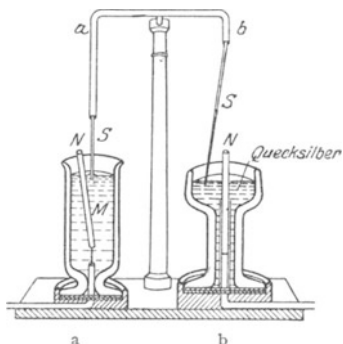


Abb. 262.  
AMPÈRESche Rotationsapparate.

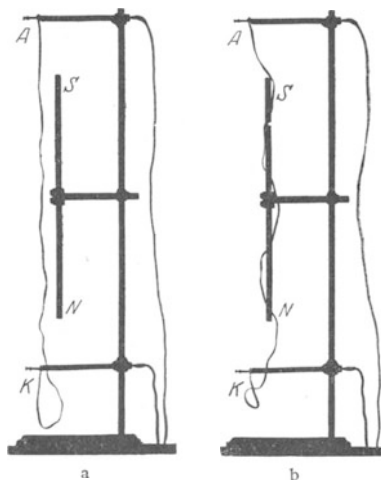


Abb. 263.  
Ein Stromleiter wickelt sich um einen Magneten.

von oben nach unten gerichtet, so bewegt sich der Nordpol, von oben gesehen, im Sinne des Uhrzeigers. Kehrt man die Stromrichtung um, so kehrt sich auch der Drehungssinn um. Der Apparat 262b enthält in dem mit Quecksilber gefüllten Gefäß einen festen Magneten, dagegen ist die Stromzuführung  $S$  drehbar. Fließt der Strom von oben nach unten, und liegt der Nordpol  $N$  oben, so erfolgt die Drehung, von oben gesehen, im Sinne des Uhrzeigers. Dieses Verhalten läßt sich ohne weiteres aus den obigen Regeln ableiten.

Die Tendenz eines beweglichen Leiters, sich senkrecht zu den magnetischen Kraftlinien zu stellen, zeigt auch der folgende Versuch (Abb. 263). Ein Teil eines Stromkreises wird durch ein biegsames Metallband  $AK$  gebildet, das lose neben einem Stabmagneten  $SN$  herabhängt. Die Kraftlinien des Magneten verlaufen vertikal. Demnach sucht sich das Metallband soweit möglich horizontal zu stellen, d. h. es wickelt sich um den Magneten. Kehrt man die Stromrichtung um, so wickelt es sich ab und im umgekehrten Sinne wieder auf.

**348. Die Gesetze von LAPLACE und BIOT-SAVART.** Da die von einem stromdurchflossenen Leiter auf einen Magnetpol — und umgekehrt von diesem auf jenen — ausgeübte Kraft von jedem einzelnen Längenelement des Stromes ausgeht und von der geometrischen Form des Leiters abhängt, so kann man das

diese Kraftwirkungen bestimmende Gesetz in seiner allgemeinen Form nur als Differentialgesetz aussprechen, d. h. so, daß man den Anteil  $dk$  angibt, den ein sehr kurzes, noch als geradlinig zu betrachtendes Stück  $dl$  eines vom Strome  $i$  durchflossenen Leiters zu der auf einen in der Entfernung  $r$  befindlichen Magnetpol  $m$  wirkenden Kraft beiträgt. Dabei kommt es auch noch auf den Winkel  $(i, r)$  an, den die Stromrichtung und die Verbindungslinie  $r$  miteinander bilden (Abb. 264). Die gesamte, von dem Strom auf den Magnetpol ausgeübte Kraft findet man durch Summation über die einzelnen Leiterelemente  $dl$ , also im allgemeinen durch Integration, wenn die geometrische Form des Leiters als Funktion der Koordinaten bekannt ist.

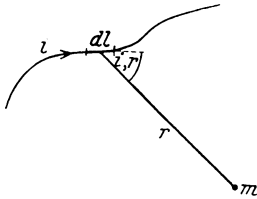


Abb. 264.  
Zum Gesetz von LAPLACE.

Das von LAPLACE (1821) aufgestellte Differentialgesetz lautet

$$dk = \text{const} \frac{m i dl}{r^2} \sin(i, r).$$

Die Kraft  $dk$  steht senkrecht auf der durch  $dl$  und  $r$  gebildeten Ebene.

Es ist üblich, die Konstante dieses Gesetzes gleich der Zahl 1 zu setzen, also fortzulassen. Dies bedingt aber die Einführung einer neuen, von der elektrostatischen und der praktischen Einheit abweichenden Einheit der Stromstärke, der sog. elektromagnetischen Einheit, sowie entsprechender neuer Einheiten der anderen elektrischen Größen. Näheres darüber s. § 352. Im folgenden ist unter der Stromstärke  $i$  stets die im elektromagnetischen Maße gemessene Stromstärke zu verstehen. Entsprechendes gilt für die anderen elektrischen Größen. Wir schreiben demnach das LAPLACE'sche Gesetz

$$dk = \frac{m i dl}{r^2} \sin(i, r). \quad (1)$$

Nun ist aber nach Gl. 4, § 334,  $m/r^2 = \mathfrak{H}$  die magnetische Feldstärke, die der Magnetpol  $m$  in der Entfernung  $r$ , also am Ort des Stromelements, erzeugt. Wir können daher dem Gesetz auch die Form geben

$$dk = i dl \mathfrak{H} \sin(i, \mathfrak{H}). \quad (2)$$

In dieser Form gilt es nunmehr für jedes magnetische Feld, in dem sich ein stromdurchflossener Leiter befindet.

Bezeichnen wir jetzt andererseits das magnetische Feld, welches das Stromelement  $i dl$  am Ort des Magnetpoles erzeugt, mit  $d\mathfrak{H}$ , so ist gemäß der Definition der Feldstärke die auf den Magnetpol  $m$  wirkende Kraft  $dk = m d\mathfrak{H}$ . Dann folgt aus Gl. 1, daß das Stromelement im Abstände  $r$  ein Feld von der Stärke

$$d\mathfrak{H} = \frac{i dl}{r^2} \cdot \sin(i, r) \quad (3)$$

erzeugt. Die Gl. 1, 2 und 3 sind nur verschiedene Formen des gleichen Gesetzes.

In einigen einfachen Fällen läßt sich eine Integration der Gleichungen leicht durchführen. Wir berechnen die Feldstärke im Mittelpunkt eines aus einer einzigen Drahtwindung bestehenden, kreisförmigen Leiters vom Radius  $r$ . In diesem Falle ist  $r$  konstant,  $(i, r) = 90^\circ$ , also  $\sin(i, r) = 1$ , und die Summe über alle Längenelemente  $dl$  ist der Kreisumfang  $2\pi r$ . Es ergibt sich dann das Gesetz von BIOT-SAVART (1820)

$$\mathfrak{H} = \frac{2\pi i}{r}. \quad (4)$$



Durch eine einfache Integration ergibt sich die Feldstärke in der Entfernung  $r$  von einem unendlich langen geraden Draht zu

$$\xi = \frac{2i}{r}. \quad (5)$$

Man findet ferner durch eine einfache Rechnung die Feldstärke in der Achse einer Spule von  $N$  Windungen, deren Länge  $l$  groß gegen ihren Durchmesser ist,

$$\xi = \frac{4\pi Ni}{l} = 4\pi ni, \quad (6)$$

wobei  $n = N/l$  die Zahl von Windungen bedeutet, welche auf 1 cm der Spulenlänge  $l$  entfallen (vgl. § 355). Die Größe  $Ni = nil$  heißt die Amperewindungszahl. Die Feldstärke in der Achse einer solchen Spule hängt also nur von der auf je 1 cm ihrer Länge entfallenden Zahl von Amperewindungen,  $ni$ , nicht von ihrem Radius ab. Sie ist bis nahe an die Spulenden konstant und fällt erst an den Enden ein wenig ab (vgl. den Kraftlinienverlauf bei der Drahtschleife [Abb. 259] und der Spule der Abb. 261).

**349. Wirkung magnetischer Felder auf einzelne bewegte Ladungsträger.** Da jeder elektrische Strom aus bewegten Ladungsträgern, im Falle metallischer Leiter aus bewegten Elektronen besteht, so ist klar, daß das LAPLACESCHE Gesetz die Summe der Wirkungen einzelner Elektronen bzw. der Wirkungen eines Magnetfeldes auf solche darstellt. Nach Gl. 4, § 292, ist  $i = nevq$  ( $n$  = Elektronenzahl im ccm,  $e$  = elektrisches Elementenquantum,  $v$  = Geschwindigkeit der Elektronen,  $q$  = Querschnitt des Leiters), so daß wir statt Gl. 2 auch schreiben können

$$dk = nevqdl\xi \sin(v, \xi).$$

Nun ist aber  $qdl$  das Volumen des Leiterelements,  $n$  die Zahl der Elektronen in 1 ccm, also  $nqdl$  die Gesamtzahl der Elektronen im ganzen Element. Es entfällt daher auf jedes einzelne, mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegte Elektron die Kraft

$$k = ev\xi \sin(v, \xi). \quad (7)$$

Diese Kraft steht senkrecht auf der Richtung von  $v$  und von  $\xi$ . Bewegt sich daher ein einzelnes Elektron frei im Raume, so wird seine Bahn zu einem Kreise bzw. zu einer Schraube gekrümmt, deren Achse die Richtung der Kraftlinien hat. Die Kraft  $k$  liefert die zum Zustandekommen der Kreisbewegung nötige Zentripetalkraft (§ 43). Sei  $\mu$  die Masse des Elektrons, so muß daher sein

$$\frac{\mu v^2}{r} = ev\xi \sin(v, \xi).$$

Der Radius der Elektronenbahn ist demnach

$$r = \frac{\mu v}{e\xi \sin(v, \xi)}. \quad (8)$$

Wir werden diesem Fall später bei den Kathodenstrahlen begegnen (§ 410).

Steht die Feldrichtung zur Elektronengeschwindigkeit senkrecht [ $(v, \xi) = 90^\circ$ ], so beschreibt das Elektron eine Kreisbahn vom Radius

$$r = \frac{\mu v}{e\xi}. \quad (9)$$

350. **Das magnetische Moment von Kreisströmen.** Wie § 346 erwähnt, ist ein geschlossener Stromkreis einem Magneten äquivalent, eine lange Spule einem Stabmagneten, ein flacher, nur aus einer oder wenigen Windungen bestehender Stromkreis einer magnetisierten Scheibe. Wie jeder Magnet, so hat demnach auch ein solcher Stromkreis ein magnetisches Moment (§ 331). Von besonderem Interesse ist das magnetische Moment eines aus einer einzigen Windung bestehenden Stromkreises. Abb. 265 stellt eine rechteckige Stromschleife dar, deren Seitenlängen  $l_1$  und  $l_2$  seien. Die Fläche der Schleife liege in der Richtung des homogenen magnetischen Feldes  $\mathfrak{H}$ , und die Seiten  $l_1$  seien zum Felde senkrecht, die Seiten  $l_2$  zu ihm parallel. Dann wirkt eine Kraft nur auf die ersteren, und zwar nach Gl. 2 auf jede die Kraft  $k = il_1\mathfrak{H}$ . Die beiden Kräfte sind entgegengesetzt gerichtet, weil der Strom die beiden Seiten in entgegengesetztem Sinne durchfließt. Daher wirkt auf den Leiter ein Drehmoment (§ 40) von der Größe

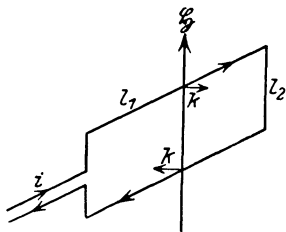


Abb. 265. Zur Ableitung des magnetischen Moments einer Stromschleife.

$$N = kl_2 = il_1l_2\mathfrak{H} = M\mathfrak{H}.$$

Durch Vergleich mit Gl. 6, § 335, erkennt man, daß die durch vorstehende Gleichung definierte Größe  $M$  die gleiche Bedeutung hat wie das magnetische Moment eines Magneten. Sie stellt also das magnetische Moment des Stromkreises dar. Da  $l_1l_2 = F$  die Fläche des Stromkreises ist, so ist

$$M = iF. \quad (10)$$

Diese Gleichung gilt allgemein, nicht nur für den vorliegenden speziellen Fall eines Rechteckes. Für eine kreisförmige Stromschleife ist daher

$$M = \pi r^2 i. \quad (11)$$

Die Gl. 10 läßt sich auch auf folgende Weise ableiten. Wir betrachten eine lange Spule von  $N$  Windungen, dem Querschnitt  $F$  und der Länge  $l$ , die vom Strome  $i$  durchflossen werde. Dann treten aus ihrem Ende nach Gl. 6, § 348,  $F\mathfrak{H} = 4\pi NiF/l$  Kraftlinien aus. Die „Polstärke“ der Spule ist daher nach § 334  $m = NiF/l$ , und das magnetische Moment der Spule nach Gl. 1, § 331,  $M = ml = NiF$ . Auf jede einzelne der  $N$  Windungen entfällt daher das magnetische Moment  $iF$ .

351. **Das elektromagnetische Maßsystem.** Setzt man die Konstante des LAPLACESchen Gesetzes (§ 348) gleich 1, so bedingt dies, wie schon gesagt, die Einführung einer neuen Maßeinheit für den elektrischen Strom  $i$ . Bei dieser Festsetzung hat nämlich ein Strom dann die Stärke  $i = 1$ , wenn 1 cm seiner Länge ( $dl = 1$ ) auf einen Magnetpol der Stärke  $m = 1$  in der senkrechten ( $\sin(i, r) = 1$ ) Entfernung 1 cm die Kraft 1 dyn ausübt. Die so definierte Stromeinheit heißt die elektromagnetische Einheit der Stromstärke. Sie ist der elektrostatischen Einheit nicht gleich, sondern viel größer. Auch hat die Stromstärke im elektromagnetischen Maßsystem eine andere physikalische Dimension als im elektrostatischen System. Es sei das Verhältnis

$$\frac{\text{elektromagnetische Einheit der Stromstärke}}{\text{elektrostatische Einheit der Stromstärke}} = c.$$

Diese Größe  $c$ , welche die Dimension einer Geschwindigkeit (cm/sec, s. u.) hat, läßt sich durch Messungen bestimmen. Sie ergibt sich zu  $3 \cdot 10^{10}$  cm/sec, d. h. genau gleich der Lichtgeschwindigkeit. Das ist kein Zufall, sondern die Licht-

geschwindigkeit ist tatsächlich eine elektromagnetische Größe. Die elektromagnetische Einheit der Stromstärke (auch 1 Weber genannt) ist gleich 10 Ampere.

Je größer die Einheit, desto kleiner ist die Maßzahl einer bestimmten Größe (vgl. eine Gewichtsangabe in Kilogramm und in Gramm). Seien daher  $i_s$  und  $i_m$  die Maßzahlen der Stärke des gleichen Stromes im elektrostatischen und im elektromagnetischen Maßsystem, so folgt, daß  $i_s = c i_m$ . Mit Hilfe dieser Beziehung lassen sich die Verhältnisse der Maßzahlen sämtlicher elektrischer Größen in den beiden Maßsystemen leicht berechnen.

Als Beispiel und zwecks Anwendung im folgenden Paragraphen führen wir diese Umrechnung noch für die Elektrizitätsmenge, die Spannung und die Kapazität durch. Dabei bezeichnet der Index  $s$  bzw.  $m$  die betreffende Größe im elektrostatischen bzw. elektromagnetischen Maße. Die an sich nicht elektrischen Größen werden in ihrer Maßzahl von dem Wechsel des Maßsystems nicht berührt. Daher folgt für eine Elektrizitätsmenge  $e$  zunächst, wenn wir die Maßzahlen des gleichen Stromes einmal mit  $i_s$ , dann mit  $i_m$  bezeichnen,  $e_s = \int i_s dt$  und  $e_m = \int i_m dt$  (§ 290). Da  $i_s = c i_m$ , so folgt sofort für die Maßzahlen der Elektrizitätsmenge  $e_s = c e_m$ . Die bei der Verschiebung einer Ladung  $e$  über die Spannung  $V$  geleistete Arbeit beträgt  $A = Ve$  erg (§ 268). Ihre Maßzahl muß vom Maßsystem unabhängig sein. Wir erhalten daher  $A = V_s e_s = V_m e_m$  und daraus weiter  $V_s = V_m/c$ . Bezeichnen wir jetzt die Maßzahlen der gleichen, auf einem Kondensator der Kapazität  $C_s$  bzw.  $C_m$  befindlichen Ladung mit  $e_s$  bzw.  $e_m$ , so ist einerseits  $e_s = C_s V_s$ , andererseits  $e_m = C_m V_m$ , woraus mit Hilfe der bereits abgeleiteten Beziehungen sofort folgt  $C_s = c^2 C_m$ . Durch entsprechende Überlegungen lassen sich die Verhältnisse der Maßzahlen aller anderen elektrischen Größen in den beiden Maßsystemen ermitteln.

**352. Einheiten und Dimensionen im elektromagnetischen Maßsystem.** In Tab. 28 ist das Verhältnis der elektromagnetischen Maßeinheiten zu den praktischen Maßeinheiten verzeichnet.

Tabelle 28. Es ist die elektromagnetische Einheit:

der Stromstärke	= 10 Ampere,
der Elektrizitätsmenge	= 10 Coulomb,
der Spannung	= $10^{-8}$ Volt,
des Widerstandes	= $10^{-9}$ Ohm,
der Kapazität	= $10^9$ Farad.

Auch die Dimensionen der elektrischen Größen sind im elektrostatischen und elektromagnetischen System verschieden. Man kann die Dimension der Stromstärke  $i_m$  im elektromagnetischen Maße leicht aus dem Gesetz von LAPLACE (§ 348) ermitteln, indem man die bekannten Dimensionen der Kraft (§ 57) und der magnetischen Polstärke (§ 344) einsetzt. Man erhält dann  $|i_m| = |m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}} t^{-1}|$ . In entsprechender Weise, wie wir oben bei der Berechnung der Maßzahlen verfahren sind, kann man dann weiter die Dimensionen der anderen elektrischen Größen im elektromagnetischen Maße ermitteln, wie sie in Tab. 29 zusammengestellt sind. Übrigens stellt man durch Vergleich der Dimension der Strom-

Tabelle 29. Dimensionen im elektromagnetischen Maßsystem.

Stromstärke . . . . .	$ i  =  m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}} t^{-1} $ ,
Elektrizitätsmenge . . . . .	$ e  =  m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{1}{2}} $ ,
Spannung . . . . .	$ V  =  m^{\frac{1}{2}} l^{\frac{3}{2}} t^{-2} $ ,
Widerstand . . . . .	$ w  =  l t^{-1} $ ,
Kapazität . . . . .	$ C  =  l^{-1} t^2 $ .

stärke im elektromagnetischen und elektrostatischen Maßsystem ohne weiteres fest, daß ihr Verhältnis tatsächlich die Dimension einer Geschwindigkeit hat,  $|c| = |lt^{-1}|$ .

**353. Elektrische Messung der Lichtgeschwindigkeit.** Die Größe  $c$  läßt sich auf rein elektrischem Wege messen. Eine der hierzu verwendeten Methoden bedient sich dazu z. B. der oben abgeleiteten Beziehung  $C_s = c^2 C_m$ . Man kann nämlich die Kapazität  $C_s$  eines geeigneten Kondensators einmal aus seinen Abmessungen direkt berechnen, indem man z. B. auf einen Plattenkondensator die Gl. 12, § 279, anwendet, die ja auf dem elektrostatischen System beruht. Andererseits kann man sie z. B. nach der MAXWELLSchen Methode (§ 299) messen und erhält dadurch ihre Größe in der Form  $C = 1/nw$ , wobei  $w$  ein Widerstand ist, der zunächst in Ohm ausgedrückt sei, und  $n$ , die Zahl der Kontaktschwingungen, eine reziproke Zeit ist ( $1/n =$  Dauer einer Kontaktschwingung). Die so gewonnene Zahl ergibt die Kapazität also im praktischen Maßsystem, d. h. in Farad. Um sie im elektromagnetischen Maßsystem auszudrücken, dürfen wir sie nicht etwa gemäß Tab. 28 mit  $10^9$  multiplizieren, denn bei der Aufstellung der Tabelle ist die Kenntnis von  $c$  bereits vorausgesetzt, die ja gerade erst durch die Messung gewonnen werden soll. Man könnte sich das weiter einzuschlagende Verfahren z. B. so denken — in Wirklichkeit ist es komplizierter —, daß man zunächst etwa die Größe des Widerstandes  $w$  dadurch ermittelt, daß man die Leistung des Stromes  $i$  in ihm,  $L = i^2 w$ , in erg/sec (gegebenenfalls aus direkt gemessenen Kalorien umgerechnet, § 306) mißt. Die Stromstärke  $i$  berechnet man auf Grund des LAPLACESchen Gesetzes (bzw. eines der aus ihm abgeleiteten Gesetze) aus der Kraftwirkung, die er auf einen Magnetpol ausübt, dessen Polstärke man durch einen Versuch auf Grund des COULOMBSchen Gesetzes (§ 333) gemessen hat. Auf diese Weise erhält man zunächst die Maßzahl des Stromes  $i$  im elektromagnetischen Maße, aus dem Ergebnis der Leistungsmessung diejenige des Widerstandes und nach der MAXWELLSchen Methode aus dieser diejenige der Kapazität im elektromagnetischen Maße, also  $C_m$ . Man findet dann die Lichtgeschwindigkeit aus der Beziehung

$$c = \sqrt{\frac{C_s}{C_m}}.$$

Derartige Messungen haben den Wert  $c = 2,9978 \cdot 10^{10}$  cm/sec gegeben, in sehr guter Übereinstimmung mit dem zuverlässigsten, aus optischen Messungen gewonnenen Mittelwert  $c = 2,9979_8 \cdot 10^{10}$  cm/sec.

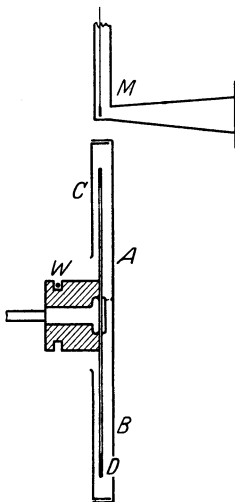


Abb. 266. Der ROWLANDSche Versuch in der Anordnung von EICHENWALD.

**354. Die Versuche von ROWLAND, RÖNTGEN und EICHENWALD.** Bisher haben wir unter einem elektrischen Strom stets nur einen Vorgang verstanden, bei dem sich Ladungsträger (Ionen, Elektronen) innerhalb irgendeines Mediums (Metall, Elektrolyt usw.) bewegen. Für die magnetischen Wirkungen einer bewegten Ladung muß es aber offenbar gleichgültig sein, ob sich das sonst elektrisch neutrale Medium, in welchem sie sich befindet, mit ihr bewegt oder nicht. Man muß daher erwarten, daß ein elektrischer Ladungsüberschuß, der sich an einem festen Ort innerhalb eines beliebigen Körpers befindet, eine magnetische Wirkung

ausübt, wenn er mitsamt diesem Körper bewegt wird (vgl. a. § 329). Daß dies zutrifft, und daß die Größe der magnetischen Wirkung der Theorie entspricht, ist durch Versuche, unter denen in erster Linie diejenigen von ROWLAND, RÖNTGEN und EICHENWALD zu nennen sind, bewiesen worden. Abb. 266 gibt

das Schema eines solchen Versuchs, und zwar des ROWLANDSchen in der Ausführungsform von EICHENWALD. Am Rande einer auf einer Achse montierten Hartgummischeibe  $D$  befindet sich ein Stanniolbelag, der mittels Schleifbürsten und eines Schleifringes  $W$  auf eine Spannung  $V$  gegen Erde aufgeladen werden kann.  $ABC$  ist ein geerdeter Metallkasten, der mit dem Stanniolbelag einen Kondensator der Kapazität  $C$  bildet. Infolgedessen entsteht auf dem Belag eine Ladung  $e = VC$ , und auf je 1 cm des Umfanges der Scheibe, deren Radius  $r$  sei, entfällt die Ladung  $VC/2\pi r$ . Ist  $v$  die Umfangsgeschwindigkeit der Scheibe, so entspricht die bewegte Ladung einem Strome von der Stärke  $i = v VC/2\pi r$ . Die magnetische Wirkung dieses Stromes wird mit Hilfe eines sog. Magnetometers  $M$  gemessen, d. h. einer an einem Faden drehbar aufgehängten Magnetnadel, die in ihrer natürlichen Ruhelage mit der rotierenden Scheibe in gleicher Ebene liegt, und die durch das auf dieser Ebene senkrecht stehende Magnetfeld des Stromes  $i$  in die dazu senkrechte Richtung abgelenkt wird, wie die Magnetnadel beim OERSTED'schen Versuch (§ 345) durch den Strom in einem Draht.

Bei weiteren Versuchen bestand die rotierende Scheibe aus einem Dielektrikum, das sich zwischen den Platten eines geladenen Kondensators befand und dessen beide Flächen daher infolge dielektrischer Polarisierung (§ 284) entgegengesetzt gleiche Ladungen trugen. Die durch die Bewegung dieser beiden Ladungen dargestellten Ströme haben zwar gleiche Größe und entgegengesetzte Richtung. Ist aber das Dielektrikum hinreichend dick, so macht sich seitlich neben der Scheibe doch die Differenz ihrer magnetischen Wirkungen bemerkbar. Auch hier haben die Versuche Übereinstimmung mit der Theorie ergeben.

Eine mit der sie tragenden Materie bewegte Ladung hat also die gleiche magnetische Wirkung wie eine mit gleicher Geschwindigkeit durch die Materie bewegte Ladung von gleicher Größe und Geschwindigkeit. Man bezeichnet solche Ströme als Konvektionsströme.

**355. Vieldeutigkeit des magnetischen Potentials.** Führt man einen Magnetpol von der Stärke  $+1$  einmal um einen vom Strome  $i$  durchflossenen geradlinigen Draht auf einem Kreise vom Radius  $r$  bis auf seinen Ausgangspunkt zurück, so ergibt sich die dabei geleistete Arbeit, wenn die Bewegung gegen die Richtung des magnetischen Feldes erfolgt, nach Gl. 5, § 347 zu

$$A = \frac{2i}{r} 2\pi r = 4\pi i. \quad (12)$$

Diese Arbeit ist also vom Abstand  $r$ , und daher vom Wege unabhängig, vorausgesetzt, daß der Weg des Pols den Strom einmal umschließt. Man kann sich jeden beliebigen derartigen Weg aus unendlich kleinen Zickzackwegen zusammengesetzt denken, die teils den kreisförmigen Kraftlinien folgen, teils senkrecht zu ihnen liegen. Arbeit wird nur auf den ersteren Weganteilen geleistet, und sie ergibt sich, über die einzelnen Kreisbögen summiert, stets gleich  $4\pi i$ . Es läßt sich zeigen, daß dies nicht nur für einen geraden Draht, sondern für beliebig geformte Stromleiter gilt.

Aus Gl. 12 läßt sich in einfacher Weise die Gl. 6, § 347, für das Feld im Innern einer langen Spule von  $N$  Windungen ableiten. Fließt in der Spule ein Strom  $i$ , so ist die Arbeit, die erforderlich ist, um einen Einheitspol aus dem Innern der Spule heraus und außen um die Spule herum wieder an seinen alten Ort zu führen,  $A = 4\pi Ni = \oint \mathfrak{H} ds$ , wobei das Integral über den ganzen geschlossenen Weg  $s$  zu nehmen ist. Nun ist aber das Feld außerhalb der Spule

sehr schwach gegenüber dem Feld im Innern, und es ist daher fast die gesamte Arbeit auf dem Teil des Weges zu leisten, der im Innern der Spule liegt. Man kann also die Integration ohne wesentlichen Fehler auf das im Innern der Spule liegende Wegstück beschränken,  $A = \int_0^l \mathfrak{H} ds$ .  $\mathfrak{H}$  ist jetzt das im Innern weitgehend konstante Feld der Spule. Es folgt  $A = \mathfrak{H}l = 4\pi Ni$  oder  $\mathfrak{H} = 4\pi Ni/l$ .

Da bei einer derartigen Bewegung Arbeit am Magnetpol geleistet werden muß bzw. bei Bewegung in Richtung der Kraftlinien der gleiche Betrag an Arbeit gewonnen wird, so ist bei einer solchen, mit Zurückführung an den Ausgangspunkt verbundenen Umkreisung eines Stromes durch einen Einheitspol eine Änderung seiner potentiellen Energie verknüpft. Hier tritt uns also der Fall entgegen, daß das magnetische Potential, welches ja als die potentielle Energie des Einheitspols definiert ist (§ 334), nicht, wie in allen bisherigen Fällen, eindeutig ist. Es ist vielmehr um den Betrag, der Arbeit, die zum ein- oder mehrmaligen Herumführen des Einheitspols um den Stromkreis nötig ist, vieldeutig. Es ist demnach das Potential  $U = U_0 \pm 4\pi in$ , wobei  $n$  irgendeine ganze Zahl ist.

**356. AMPÈRES Theorie des Magnetismus.** Nachdem im vorstehenden die enge Verknüpfung der elektrischen und magnetischen Erscheinungen nachgewiesen worden ist, liegt es nahe, diese beiden Erscheinungsgebiete in einen inneren Zusammenhang zu bringen. Wir haben gesehen, daß ein Magnet durch einen ihm äquivalenten Strom ersetzt gedacht werden kann. Diesen Gedanken griffen AMPÈRE, WEBER und andere auf, indem sie annahmen, daß jedes Molekül einer Substanz seine magnetischen Eigenschaften molekularen Kreisströmen verdanke, die es zu einem „Molekularmagneten“ machen (§ 332). Diese Hypothese hat in neuester Zeit, infolge unserer heutigen Anschauungen über den Bau der Atome, eine überraschende Beleuchtung erfahren (§ 570).

Man beachte, daß für Magnetpole kein Erhaltungssatz gelten kann wie für elektrische Ladungen (§ 258). Zwar ist, da jeder positive Magnetpol untrennbar mit einem gleich starken negativen verbunden ist, die Summe der im Weltall vorhandenen Magnetpole konstant, und zwar vom Betrage Null. Aber einzelne Magnetpole — immer ein positiver und ein gleich starker negativer zugleich — können beliebig geschaffen oder vernichtet werden. Bei jedem Ein- oder Ausschalten eines Stromes in einer Spule werden Magnetpole geschaffen oder vernichtet. Es liegt also hier nicht so wie bei der „Erzeugung“ elektrischer Ladungen, die lediglich darin besteht, daß Ladungen, die sich vorher der Beobachtung entzogen, durch Trennung wirksam gemacht werden, sondern die beiden Magnetpole einer stromdurchflossenen Spule waren vor dem Einschalten tatsächlich nicht vorhanden.

**357. Magnetische Kraftlinien sind immer in sich geschlossen.** Im § 346 haben wir gesehen, daß die magnetischen Kraftlinien einer Stromschleife, wie überhaupt eines jeden Stromes, geschlossene Kurven sind, d. h. solche, die in sich selbst zurücklaufen. Legen wir mehrere, im gleichen Sinne von einem Strom durchflossene Stromschleifen aufeinander (Spule), so treten die Kraftlinien am einen Ende der Spule aus, am andern Ende wieder ein und verlaufen im Innern der Spule wieder zum Ausgang zurück. Das gleiche ist in einem Magneten der Fall, der ja aus einer sehr großen Zahl zueinander mehr oder weniger parallel gestellter, molekularer Stromschleifen besteht. Daher verlaufen auch in einem Magneten die magnetischen Kraftlinien wie in einer Spule: sie treten am einen Pol aus, am andern Pol wieder ein und verlaufen im Innern des Magneten wieder zum Ausgangspunkt zurück (vgl. § 337).

358. **Kraftwirkungen zwischen Strömen.** Wenn Ströme im Kraftfelde von Magneten Kraftwirkungen erfahren, so ist es selbstverständlich, daß sie auch solche in magnetischen Feldern erfahren, die von anderen Strömen herrühren.

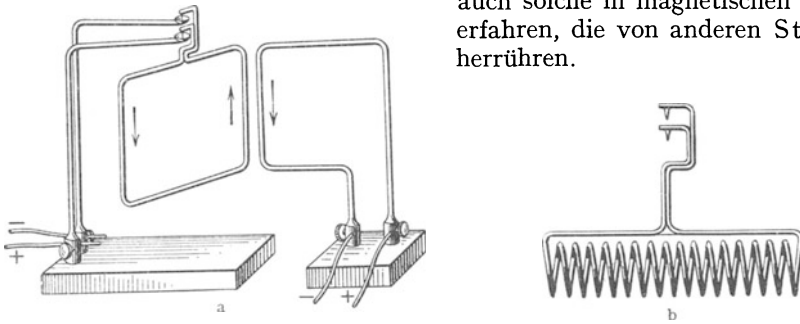


Abb. 267. Anziehung und Abstoßung von Strömen.

Für diese Kraftwirkungen gelten folgende Sätze: Parallele und gleichgerichtete Ströme ziehen sich an, parallele und entgegengesetzt gerichtete Ströme stoßen sich ab. Frei bewegliche Stromleiter suchen sich so einzustellen, daß die Ströme in ihnen parallel und gleichgerichtet verlaufen. Zum Nachweis kann man sich des in Abb. 267 dargestellten Apparates (AMPÈRE 1821) bedienen, bei denen der eine Stromleiter, dessen Enden in Quecksilbernapfe tauchen, drehbar ist. In dem in der Abbildung dargestellten Falle stoßen sich die einander benachbarten Teile der beiden Stromkreise ab. Den gleichen Nachweis kann man mit zwei flachen parallelen Spulen liefern, von denen die eine bifilar aufgehängt ist, die andere ihr fest gegenübersteht. Sind die Ströme in ihnen gleichgerichtet, so ziehen sie sich an, sind sie entgegengesetzt gerichtet, so stoßen sie sich ab. In diesem Falle ist das Vorzeichen der Wirkung besonders leicht zu verstehen. Bei gleichgerichteten Strömen sind die beiden Spulen zwei im Raume gleich orientierten Scheibenmagneten (§ 346) äquivalent, die sich also ungleichnamige Pole zukehren, demnach anziehen. Bei entgegengesetzten Strömen kehren sie sich gleichnamige Pole zu und stoßen sich ab.

Abb. 268 stellt eine Drahtspirale dar, welche mit ihrem unteren Ende in Quecksilber taucht. Schickt man durch sie einen Strom, so ziehen sich die parallelen Ströme in ihren Windungen an, die Spirale verkürzt sich, die Verbindung mit der unteren Stromzuführung durch das Quecksilber wird unterbrochen. Sobald der Strom zu fließen aufgehört hat, verlängert sich aber die Spirale wieder, taucht erneut in das Quecksilber, und so erfolgt ein taktmäßiges Schließen und Öffnen des Stromes.

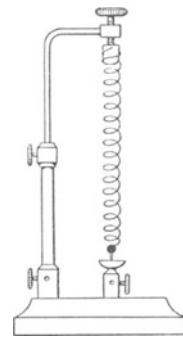


Abb. 268.  
Zur Anziehung paralleler Ströme.

359. **Das AMPÈRESche Gesetz.** Das Gesetz, welches die zwischen zwei stromdurchflossenen Leitern wirkenden Kräfte beherrscht, kann aus den gleichen Gründen, die beim LAPLACESchen Gesetz (§ 348) erörtert wurden, in allgemeiner Form nur als Differentialgesetz ausgesprochen werden, indem man die Kraft  $dk$  angibt, welche zwei beliebig gegeneinander orientierte Leiterelemente von den Längen  $dl_1$  und  $dl_2$ , welche von den Strömen  $i_1$  und  $i_2$  durchflossen werden, im Abstände  $r$  aufeinander ausüben. Dieses AMPÈRESche Gesetz lautet:

$$dk = - \frac{i_1 dl_1 i_2 dl_2}{r^2} \left( \cos(i_1, i_2) - \frac{3}{2} \cos(i_1, r) \cdot \cos(i_2, r) \right). \quad (13)$$

Dabei bedeuten  $(i_1, r)$  und  $(i_2, r)$  die Winkel, die die beiden Stromelemente mit der sie verbindenden Geraden  $r$  bilden, und  $(i_1, i_2)$  ist der Winkel, den die beiden Stromrichtungen unter sich bilden. Wir betrachten die beiden einfachen Fälle, in denen  $i_1$  und  $i_2$  einander parallel sind, also  $(i_1, i_2) = 0^\circ$ , bzw.  $180^\circ$ , ist. Sind die Ströme auch gleichgerichtet, so ist  $(i_1, r) = (i_2, r)$ , und es folgt

$$dk = - \frac{i_1 dl_1 i_2 dl_2}{r^2} \left( 1 - \frac{3}{2} \cos^2(i_1, r) \right),$$

wobei das negative Vorzeichen der eintretenden Anziehung entspricht. Sind die Ströme einander entgegengesetzt gerichtet, so ergibt sich

$$dk = + \frac{i_1 dl_1 i_2 dl_2}{r^2} \left( 1 - \frac{3}{2} \cos^2(i_1, r) \right)$$

mit positivem Vorzeichen, weil sich die Stromelemente jetzt abstoßen.

Die Berechnung der Gesamtkraft, die zwei geschlossene Stromleiter aufeinander ausüben, ist nur in einfachen Fällen auf dem Wege der Integration möglich.

**360. Eisen im Magnetfeld eines Stromes. Elektromagnete.** Ist der Raum, in dem das Magnetfeld eines Stromes besteht, nicht mit Luft, sondern mit Eisen gefüllt, so wird das Eisen durch das Feld magnetisiert (§ 336). Auf Grund der AMPÈRESchen Theorie des Magnetismus können wir uns hiervon jetzt eine anschauliche Vorstellung machen. Die molekularen Kreisströme im Eisen haben das Bestreben, sich zum äußeren Strome parallel zu stellen. Fließt z. B. ein Strom in einer Spule, deren Inneres mit Eisen ausgefüllt ist, so suchen sich die molekularen Ströme im Eisen so einzustellen, daß ihre Flächen senkrecht zur Spulenchse stehen. Während vor dieser Ausrichtung die magnetischen Felder der Kreisströme alle möglichen Richtungen hatten und sich im Durchschnitt in ihrer magnetischen Wirkung nach außen gegenseitig aufhoben, ist dies jetzt nicht mehr der Fall. Je nach dem Grade, in dem die Ausrichtung vollzogen ist, überwiegen mehr oder weniger die Feldkomponenten, die die gleiche Richtung haben wie das Feld, das die Spule erzeugt. Das Feld wird also durch die Felder der Molekularströme verstärkt. An die Stelle der Feldstärke  $\mathfrak{H}$  tritt die Induktion  $\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H}$  (§ 337). Man erkennt aus dieser Überlegung deutlich, daß die Induktion  $\mathfrak{B}$  nichts anderes ist als die im Eisen wirklich herrschende magnetische Feldstärke, oder genauer die in die Richtung des äußeren Feldes fallende Komponente der molekularen Felder, zuzüglich des äußeren Feldes  $\mathfrak{H}$ . Denn diese setzt sich aus zwei Komponenten zusammen, dem Anteil  $\mathfrak{H}$ , den der Strom der Spule liefert, und einem meist weit größeren Anteil  $(\mu - 1) \mathfrak{H}$ , der von den

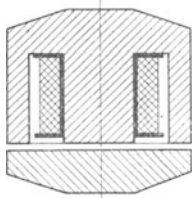


Abb. 269. Topfmagnet.

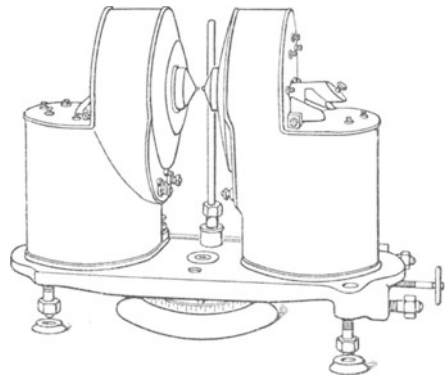


Abb. 270. Großer Elektromagnet.

Feldern der molekularen Kreisströme herrührt. Die Feldstärke in einer Spule kann also durch Einbringen von Eisen sehr erhöht werden. Das Eisen wird



dabei selbst zu einem starken Magneten, einem sog. Elektromagneten. Natürlich verwendet man hierzu weiches Eisen, damit die Magnetisierung nach Aufhören des magnetisierenden Stromes möglichst vollständig wieder verschwindet.

Diese Tatsache ist nicht nur für viele physikalische Anwendungen, sondern ganz besonders auch in der Elektrotechnik von sehr großer Bedeutung (vgl. § 398 ff.). Abb. 269 zeigt einen kleinen sog. Topfmagneten, der infolge geschickter Konstruktion schon bei schwachem Strom große Kraft entwickelt. (Die karierten Teile bedeuten den Querschnitt der Stromspule.) In Abb. 270 ist ein großer Elektromagnet dargestellt. Mit solchen Elektromagneten, die mit Strömen von sehr vielen Ampere beschickt werden und die daher unter Umständen eine besondere Wasserkühlung brauchen, können bei geeigneter Konstruktion der Pole Feldstärken von vielen tausend Gauß hergestellt werden.

**361. Thermomagnetische und galvanomagnetische Erscheinungen.** Unter dieser Bezeichnung faßt man eine Reihe von Effekten zusammen, die durch Einwirkung eines Magnetfeldes auf einen elektrischen oder Wärmestrom in Metallen eintreten. Je zwei dieser Effekte, ein thermischer und ein elektrischer, bilden ein sich entsprechendes Paar.

1a. HALL-Effekt. Die in Abb. 271 dargestellte Metallplatte werde in Richtung des Pfeils von einem elektrischen Strom durchflossen. *A* und *B* seien zwei Punkte gleichen Potentials, was etwa dadurch festgestellt sei, daß durch einen sie verbindenden Stromkreis mit Galvanometer kein Strom fließt. Wird ein auf der Metallplatte senkrecht stehendes Magnetfeld erregt, so entsteht zwischen *A* und *B* eine Potentialdifferenz, die der Feldstärke proportional ist.



1b. NERNST-(ETTINGSHAUSEN-)Effekt. Thermische Analogie zum Effekt 1a. Der Pfeil in Abb. 271 stellt jetzt einen Wärmestrom dar. Zwei Punkte *A* und *B*, welche ohne Magnetfeld keine Temperaturdifferenz zeigten, zeigen eine solche bei Erregung eines zur Platte senkrechten Magnetfeldes.

Abb. 271.  
Zu den thermomagnetischen und galvanomagnetischen Effekten.

2. Thermomagnetische Transversaleffekte. a) Bei der gleichen Anordnung wie beim HALL-Effekt entsteht zwischen *A* und *B* auch eine Temperaturdifferenz (RIGHI-LEDUC-Effekt).

b) Thermische Analogie: Bei der gleichen Anordnung wie bei 1 b entsteht zwischen *A* und *B* auch eine Potentialdifferenz (ETTINGSHAUSEN-Effekt).

3. Änderung des Leitvermögens. a) Erregung eines magnetischen Feldes vermindert das elektrische Leitvermögen eines Metalls (THOMSON-Effekt).

b) Erregung eines magnetischen Feldes vermindert das Wärmeleitvermögen des Metalls (MAGGI-RIGHI-LEDUC-Effekt).

4. Thermomagnetische Longitudinaleffekte. a) Fließt durch die Platte ein Wärmestrom, so entsteht in ihr ein dem Wärmestrom entgegengesetztes Potentialgefälle (ETTINGSHAUSEN-NERNST-Effekt).

b) Die elektrische Analogie zu diesem Effekt besteht in dem Auftreten eines Temperaturgefälles längs eines stromdurchflossenen Leiters (NERNST-Effekt).

Diese Erscheinungen können zum Teil durch die Einwirkung des magnetischen Feldes auf die im Metall bewegten Elektronen erklärt werden. Doch fehlt es bis heute noch an einer vollständigen Theorie.

Die genannten Effekte sind beim Wismut besonders ausgeprägt und nur bei ihm sämtlich beobachtet worden. Nach LENARD nutzt man die Widerstandsänderung einer flachen Wismutspirale zur Messung der Stärke magnetischer Felder (Effekt 3a).

**362. Tangentenbussole.** Eine Tangentenbussole besteht aus einer kreisförmigen, vertikal aufgestellten Stromschleife, gelegentlich auch aus einer kleinen

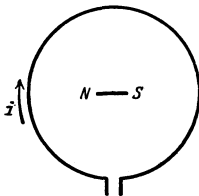


Abb. 272. Schema der Tangentenbussole.

Zahl von derartigen, dicht nebeneinanderliegenden Schleifen, in deren Mittelpunkt sich eine meist auf einer Spitze drehbare Magnetnadel befindet, deren Einstellung man auf einer Kreisteilung ablesen kann (Abb. 272). Die Tangentenbussole wird so aufgestellt, daß die Ebene der Stromschleife in der Richtung der Horizontalkomponente des erdmagnetischen Feldes liegt, die Magnetnadel also in dieser Richtung einsteht, wenn kein Strom fließt. Schickt man einen Strom durch die Schleife, so entsteht ein senkrecht zur Schleifenebene gerichtetes Magnetfeld, welches den Magneten ablenkt. Die Stärke des Magnetfeldes in der Mitte der Schleife ist nach Gl. 4, § 348,  $\mathfrak{H}_i = 2\pi i/r$  bzw. bei  $n$  Windungen  $\mathfrak{H}_i = 2\pi ni/r$  ( $i$  in elektromagnetischen Einheiten gemessen). Die Stärke der Horizontalkomponente des erdmagnetischen Feldes sei  $\mathfrak{H}_e$ . Dann addieren sich die beiden senkrecht aufeinanderstehenden Felder nach dem Parallelogrammsatz zum Felde  $\mathfrak{H}$  (Abb. 273). In der Richtung dieses Feldes stellt sich die Magnetnadel ein. Man entnimmt aus der Abbildung, daß der Ablenkungswinkel der Magnetnadel durch

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\mathfrak{H}_i}{\mathfrak{H}_e} = \frac{2\pi ni}{r\mathfrak{H}_e} \quad (15)$$

gegeben ist.

Ist die Stärke des magnetischen Feldes und sind die geometrischen Abmessungen der Stromschleife bekannt, so kann man hieraus den Strom  $i$  berechnen. Das Instrument könnte daher im Prinzip als Strommeßinstrument dienen. In der Praxis geschieht dies nicht mehr, weil das Instrument viel zu unempfindlich, zu unbequem zu handhaben und zu vielen Störungen ausgesetzt ist. Verwendung findet es z. B., indem man mit ihm nicht  $i$ , sondern mittels eines bekannten  $i$  die Horizontalkomponente des erdmagnetischen Feldes  $\mathfrak{H}_e$  mißt.

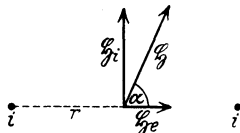


Abb. 273.  
Zur Tangentenbussole.

**363. Nadelgalvanometer.** Bei den sog. Nadelgalvanometern wird die Ablenkung einer Magnetnadel zur Strommessung benutzt. (Erste Konstruktion durch SCHWEIGGER und POGGENDORFF 1820, sog. Multiplikator.) Um Vorteile gegenüber der Tangentenbussole zu erzielen, müssen zwei Bedingungen erfüllt sein: 1. Die Empfindlichkeit muß gesteigert werden; dies geschieht durch Verwendung von Spulen mit zahlreichen Windungen statt einer oder weniger Stromschleifen. 2. Die Störungen infolge der Schwankungen der Größe und Richtung des erdmagnetischen Feldes (§ 342) müssen beseitigt werden. Man darf sich also nicht, wie bei der Tangentenbussole, des erdmagnetischen Feldes als Richtkraft für die Magnetnadel bedienen, sondern diese wird an einem Faden, z. B. Kokon- oder Quarzfaden, aufgehängt, dessen Torsionselastizität die erforderliche Richtkraft ergibt. Um die Wirkung des erdmagnetischen Feldes auszuschalten, werden zwei verschiedene Wege eingeschlagen. Der eine besteht darin, daß man ein sog. astatisches Nadelpaar verwendet. Das drehbare System besteht in diesem Falle nicht aus einer, sondern aus zwei möglichst gleichen, starr miteinander verbundenen und entgegengesetzt gerichteten Magnetnadeln (Abb. 274). Auf ein solches Nadelpaar kann das Erdfeld (soweit es homogen, d. h. am Orte der beiden Nadeln gleich stark und gleich gerichtet ist) kein Drehmoment ausüben, weil es die Pole der beiden Magnete gleich stark nach entgegengesetzten Richtungen zu drehen

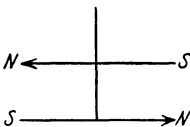


Abb. 274.  
Astatisches Nadelpaar.

strebt. Mit dem Nadelsystem ist ein Spiegel zur Ablesung der Drehungen (§ 439) fest verbunden. Die untere Magnetnadel hängt im Innern einer, meist flachen, Spule oder zwischen zwei solchen so, daß sie in ihrer Ruhelage senkrecht zur Spulenchse steht; die obere Nadel hängt über der Spule. Fließt durch die Spule ein Strom, so sucht sich die untere Nadel in Richtung der Spulenchse einzustellen. (Bei manchen Instrumenten befinden sich auch beide Nadeln im Innern von gleichgebauten Spulen, die vom Strome in entgegengesetzten Richtungen durchflossen werden.) Auf die obere Nadel wirkt ein allerdings sehr viel schwächeres Drehmoment im gleichen Sinne, da die Richtung des magnetischen Feldes der Spule außen derjenigen im Innern entgegengesetzt ist. Die Drehung aus der Ruhelage ist um so größer, je stärker der Strom ist. Und zwar ist die Gleichgewichtslage der Nadel dadurch gegeben, daß sich die ablenkende Kraft des Stromes und die rücktreibende Kraft der Torsion der Aufhängung das Gleichgewicht halten. Galvanometer dieser Art sind zuerst von THOMSON konstruiert worden. Abb. 275 zeigt als Beispiel ein Nadelgalvanometer nach NERNST.

Der andere Weg, der zur Beseitigung der erdmagnetischen Wirkungen eingeschlagen wird, besteht darin, daß man sie von der Nadel nach Möglichkeit überhaupt fernhält. Dies geschieht bei den Panzergalvanometern nach DU BOIS, RUBENS und PASCHEN. Diese besitzen kein astatiches Nadelpaar, aber das ganze Instrument ist in einen doppelten und nur mit den notwendigen Beobachtungs- und Zuführungsöffnungen versehenen Panzer aus etwa 1 cm dickem weichen Eisen eingeschlossen. Dieses schirmt die erdmagnetischen Kraftlinien vom Innern so gut wie vollständig ab (vgl. § 336 u. 338). Zwecks Erzielung eines kleinen Trägheitsmoments (kleine Schwingungsdauer) ohne Einbuße an magnetischem Moment benutzt man als Nadel ein System von mehreren kurzen, parallel und gleichsinnig gerichteten Magnetchen. Mit den besten astatischen Nadelgalvanometern erzielt man eine Empfindlichkeit von etwa  $10^{-12}$  Amp. (Empfindlichkeit = Strom, der einen Ausschlag von 1 mm bei 1 m Skalenabstand hervorruft.)

Eine besondere Konstruktion von Nadelgalvanometern sind die Differentialgalvanometer. Bei diesen ist die zur Ablenkung der Magnetnadel dienende Spule in zwei möglichst genau gleiche Hälften unterteilt, zwischen denen die Magnetnadel herabhängt. Sie dienen z. B. dazu, die Gleichheit zweier Ströme nachzuweisen. Man läßt die beiden zu vergleichenden Ströme die beiden Spulen in entgegengesetztem Sinn durchlaufen. Sind die Stromstärken genau gleich, so heben sich ihre Wirkungen auf die Magnetnadel auf, weil ihre Magnetfelder einander entgegengesetzt gleich sind.

Nadelgalvanometer sind in ihrer Ausschlagsrichtung natürlich von der Stromrichtung abhängig und daher nur für Gleichstrom zu verwenden.

**364. Drehspulinstrumente für Gleichstrom.** Das Prinzip der Drehspulinstrumente (DESPREZ-DARSONVAL 1881) ist eine Umkehrung des den Nadelgalvano-

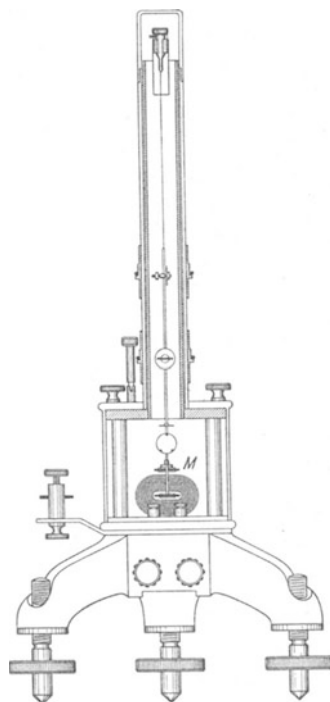


Abb. 275. Nadelgalvanometer nach NERNST.

metern zugrunde liegenden Prinzips. Sie bestehen aus einem festen, starken Hufeisenmagneten  $M$ , zwischen dessen Polen  $P$  sich eine drehbare, von dem zu messenden Strom durchflossene Spule  $S$  befindet. Zur Erhöhung der magnetischen

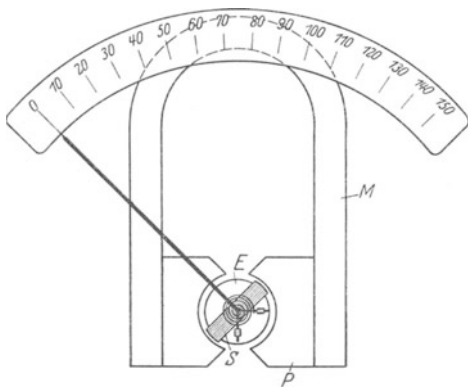


Abb. 276. Drehspulgalvanometer mit Zeigerablesung.

Feldstärke in der Spule ist der Zwischenraum zwischen den Polen mit weichem Eisen  $E$  (das fest, nicht mit der Spule drehbar ist) ausgefüllt, welches den Kraftlinienverlauf so beeinflusst, daß so gut wie alle zwischen den Polen verlaufenden Kraftlinien durch die Spulenfläche treten. Für die Drehung der Spule bleibt nur ein schmaler Zwischenraum frei (Abb. 276).

Durch diese Anordnung wird eine praktisch vollkommene Unschädlichmachung der erdmagnetischen Störungen erreicht, da das Magnetfeld des Hufeisenmagneten ganz außerordentlich viel stärker ist als das erdma-

gnetische Feld, so daß dessen Wirkungen, insbesondere seine Schwankungen im allgemeinen nicht mehr ins Gewicht fallen.

Die Drehspule ist bei weniger empfindlichen Instrumenten auf Spitzen gelagert und mit einem Zeiger versehen, der die Ablenkungen auf einer Skala anzeigt. Solche Instrumente können mit einer festen Eichung versehen werden. Die Ruhelage der Spule ist durch eine Spiralfeder nach Art der Feder der Unruhe einer Taschenuhr bestimmt. Bei empfindlichen Instrumenten ist die Spule an einem Kokonfaden aufgehängt oder an einem dünnen Metallband. Die Stromzuführung erfolgt durch dünne Metallbänder oder Metallfedern, gegebenenfalls auch durch die Aufhängung. Mit der Spule ist ein Spiegel zur Ablesung der Drehungen verbunden (Abb. 277,  $M$  Magnet,  $P$  Polschuhe,  $E$  Eisenkern,  $S$  Spule).

Die Drehspulinstrumente sind der wichtigste Typ von Strommeßinstrumenten für Präzisionsmessungen.

Bei Stromdurchgang sucht sich die Spule mit ihrer Windungsfläche senkrecht zu den Kraftlinien zu stellen. Sie darf also nicht schon in ihrer natürlichen Ruhelage in dieser Stellung stehen, sondern muß mit ihr einen nicht zu kleinen Winkel bilden, bei Instrumenten, die nach beiden Seiten ausschlagen können, einen solchen von  $90^\circ$ . Der Ausschlagssinn ist von der Stromrichtung abhängig. Daher sind solche Instrumente nur für Gleichstrom verwendbar.

**365. Ballistische Galvanometer.** Gleichstromgalvanometer können auch zur Messung von Elektrizitätsmengen, welche in sehr kurzer Zeit durch sie entladen werden, benutzt werden, wenn die Dauer eines solchen Stromstoßes klein gegen die natürliche Schwingungsdauer des Galvanometersystems ist.  $J$  sei das Trägheitsmoment der Spule,  $\omega$  ihre Winkelgeschwindigkeit,  $F$  ihre Windungsfläche,  $\xi$  das magnetische Feld, in dem sie sich befindet,  $i$  der durch sie fließende Strom. Dann ist das magnetische Moment der Spule gleich  $F i \xi$  (§ 350) und das auf sie wirkende Drehmoment gleich  $F i \xi$ . Daher ist nach § 52 (von der Wirkung der Dämpfung abgesehen)

$$J \frac{d\omega}{dt} = F i \xi \quad \text{oder} \quad \omega = \frac{F \xi}{J} \int_0^\tau i dt = \frac{F \xi}{J} e,$$

wenn  $e$  die ganze, in der Zeit  $\tau$  durch das Instrument geflossene Elektrizitäts-

menge bedeutet ( $i = de/dt$ , § 290). Die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  der Spule ist also der durchgeflossenen Elektrizitätsmenge proportional. Die Spule dreht sich nach dem Stromstoß infolge ihrer Trägheit weiter, und zwar um so weiter, je größer die durch den Stromstoß erlangte Winkelgeschwindigkeit ist. Bei kleiner Dämpfung ist der Maximalausschlag (Lage des Umkehrpunktes) der erlangten Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  und daher der Elektrizitätsmenge  $e$  sehr annähernd proportional. In dieser Verwendungsart bezeichnet man ein Galvanometer als ballistisches Galvanometer.

**366. Weicheiseninstrumente.** Die Weicheiseninstrumente dienen zur Messung elektrischer Ströme (oder Spannungen, vgl. § 361). Wegen ihrer Einfachheit und Billigkeit werden sie überall, wo es nicht auf höchste Präzision ankommt, bevorzugt verwendet. Das Prinzip einer der vielen möglichen Konstruktionen zeigt Abb. 278. Vor der Öffnung einer flach gewickelten Spule  $S$  befindet sich, um eine Achse  $A$  drehbar und durch eine (nicht gezeichnete) Feder in ihrer Ruhelage festgehalten, ein flaches Stück weichen Eisens  $B$  mit einem Zeiger. Die Buchse  $K$  und der Kolben  $F$  sind eine Luftdämpfung, die das Instrument zum schnellen Einstehen bringt. Fließt durch die Spule  $S$  ein Strom, so zieht das inhomogene Magnetfeld an der Spulenöffnung das Eisen in das Innere der Spule (§ 336), und zwar um so stärker, je stärker der Strom ist. Das Magnetfeld der Spule ist dem in ihr fließenden Strom proportional, die Stärke der durch magnetische Influenz im weichen Eisen entstehenden Pole ist dem Magnetfeld angenähert proportional, daher ist die Kraft, mit der die Spule auf das weiche Eisen wirkt, dem Quadrat der Stromstärke angenähert proportional. Es folgt daher schon aus mathematischen Gründen, daß der Ausschlag des Instruments nicht von der Stromrichtung abhängt (vgl. § 308). Es zeigt also auch Wechselstrom an, und zwar die sog. effektive Stromstärke (§ 393). Die Unabhängigkeit von der Stromrichtung folgt auch schon aus der Überlegung, daß, unabhängig von der Stromrichtung, das weiche Eisen und die Spule einander stets ungleichnamige Pole zukehren.

**367. Spannungsmesser.** Jede der vorstehend beschriebenen Typen von Strommeßinstrumenten kann ebenso gut auch als Spannungsmesser (Voltmeter) verwandt werden. Denn da

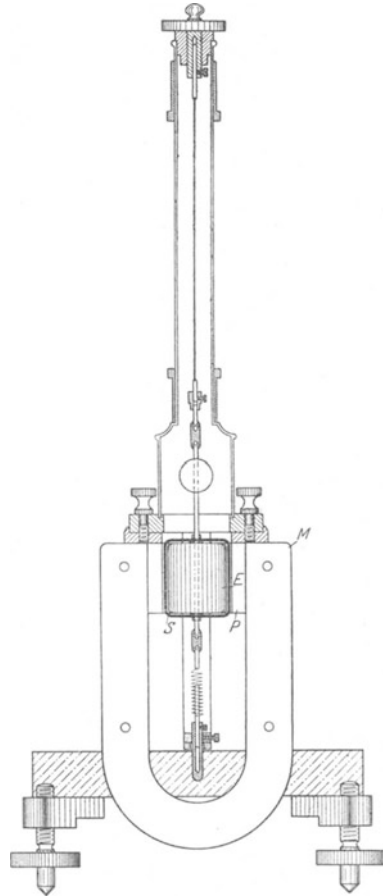


Abb. 277.  
Drehspulgalvanometer mit Spiegelablesung.

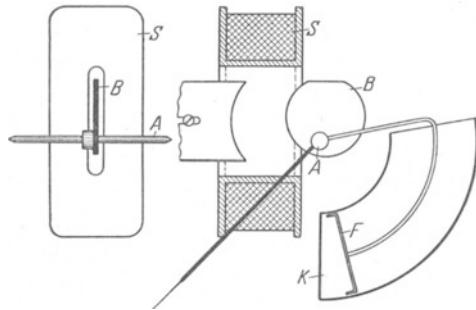


Abb. 278. Schema eines Weicheiseninstrumentes.

ihr Widerstand  $w$  eine feste Größe hat, so ist das Verhältnis  $V/i$  nach dem OHM'schen Gesetz für ein gegebenes Instrument konstant. Einem bestimmten Ausschlag entspricht daher nicht nur eine bestimmte Stromstärke  $i$ , sondern auch eine bestimmte, an den Klemmen des Instruments liegende Spannung  $V = iw$ . Der Ausschlag kann daher sowohl als Maß für die Stromstärke, als auch für die angelegte Spannung dienen. In ihrer praktischen Ausführung unterscheiden sich indessen Voltmeter von Amperemetern in einem wesentlichen Punkt. Sowohl bei Strom- wie bei Spannungsmessung ist es natürlich wichtig, daß für die Zwecke der Messung möglichst wenig Energie aufgewandt wird. Ein Strommeßinstrument, also ein Amperemeter, muß mit der Leitung, in der der Strom gemessen werden soll, in Reihe geschaltet sein, es wird also vom gleichen Strom  $i$  durchflossen, der in der Hauptleitung fließt. Der Energieverbrauch im Instrument in 1 sec ist gleich  $i^2 w$  (§ 306), wenn  $w$  den inneren Widerstand des Instruments bedeutet. Um diesen Energieverbrauch niedrig zu halten, muß also ein Strommeßinstrument einen möglichst kleinen Widerstand  $w$  haben. Das wird bei den auf dem Drehspulprinzip beruhenden Amperemetern stets dadurch erreicht, daß zwar die Drehspule selbst keinen sehr kleinen Widerstand hat, daß aber parallel zu ihr ein Nebenschluß (shunt) von kleinem Widerstand liegt. Durch die Drehspule fließt also nur ein gewisser Bruchteil des zu messenden Stromes. Diese Konstruktion ist deshalb notwendig, weil es nicht gut möglich ist, einer Drehspule stärkere Ströme durch die beweglichen Zuleitungen zuzuführen. Ein Drehspulamperemeter ist also ein empfindliches Drehspulgalvanometer mit einem passend abgeglichenen Nebenschluß. Will man aber die an den Enden eines Leiters liegende Spannung messen, so muß man das Voltmeter zu diesem Leiter parallel schalten. Damit möglichst wenig vom Hauptstrom durch das Voltmeter geht, muß der Widerstand des Voltmeters groß gegen den Widerstand des betreffenden Leiters sein.

Für höhere Spannungen kommt man bei Voltmetern mit dem Widerstand der Spule allein nicht aus, man muß dann vor die Spule noch einen größeren Widerstand legen.

Strommeßinstrumente kann man für verschiedene Meßbereiche brauchbar machen, indem man sie mit geeigneten Nebenschlüssen (s. o.) versieht, so daß nur ein bestimmter Bruchteil des zu messenden Stromes durch das Instrument selbst fließt. Bei Spannungsmessern benutzt man zur Änderung des Meßbereichs Vorschaltwiderstände, also mit dem Instrument in Reihe geschaltete Widerstände, durch die bewirkt wird, daß nur ein Bruchteil der zu messenden Spannung an den Klemmen des Instruments selbst liegt (§ 296).

Die zu Demonstrationszwecken vielfach gebrauchten sog. Universalinstrumente sind Galvanometer, die unter Benutzung von eingebauten Nebenschlüssen und Vorschaltwiderständen je nach Bedarf entweder als Strom- oder als Spannungsmesser oder ohne solche als Galvanometer mittlerer Empfindlichkeit verwendet werden können.

**368. Wechselstrommeßinstrumente mit Drehspulen.** Will man das Drehspulprinzip auch für Wechselstrommessungen benutzen, so muß dafür gesorgt werden, daß sich mit dem Wechsel der Stromrichtung in der Drehspule jeweils auch die Richtung des festen Magnetfeldes umkehrt. Das geschieht auf die Weise, daß man dieses Magnetfeld nicht durch permanente Magnete, sondern durch den zu messenden Strom selbst mittels einer oder zweier Spulen erzeugt, z. B. indem man die Drehspule  $S$  im Innern einer festen Spule oder zwischen zwei Spulen  $F$  aufhängt (Abb. 279), die

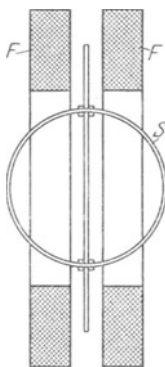


Abb. 279. Schema eines Wechselstrommeßinstrumentes mit Drehspule.

gleichfalls von dem zu messenden Strome durchflossen werden (Dynamometerprinzip). Man gibt in diesem Fall den Spulen  $F$  einen möglichst kleinen Widerstand und schaltet die Drehspule parallel zur festen Spule. Der Ausschlag eines solchen Instruments ist von der Stromrichtung unabhängig und dem Quadrat der Stromstärke proportional.

**369. Leistungsmesser (Wattmeter).** Nach dem gleichen Prinzip kann man mit Drehspulinstrumenten die Leistung  $L = Vi$  eines Stromes in einem Leiter messen. Man schaltet in diesem Falle die feste Spule, welche möglichst kleinen Widerstand haben muß, in Reihe mit dem betreffenden Leiter. Die Drehspule, die großen Widerstand haben muß oder der man einen großen Widerstand vorschaltet, wird mit den beiden Enden des Leiters verbunden, in dem die Leistung gemessen werden soll. Dann ist der die feste Spule durchfließende Strom gleich dem den Leiter durchfließenden Strom  $i$ , das Magnetfeld der Spule ist also dem Strom  $i$  proportional. Der die Drehspule durchfließende Strom ist nach dem OHMSchen Gesetz der an ihr, d. h. der an den Enden des Leiters liegenden Spannung  $V$  proportional. Die auftretende magnetische Kraft ist daher dem Produkt  $Vi$ , d. h. der Zahl der im Leiter verbrauchten Voltampere oder Watt (§ 306) proportional. Ein solches Instrument mißt daher die Leistung  $Vi$  des Stromes in dem betreffenden Leiter.

**370. Elektromagnetische Relais.** Unter einem Relais versteht man eine Vorrichtung, durch die mit Hilfe eines Stromes die Stärke oder Richtung eines andern Stromes geändert werden kann oder, wie man sich auch ausdrückt, ein anderer Strom gesteuert werden kann. Im einfachsten Falle handelt es sich um das Unterbrechen oder Schließen eines Stromkreises durch einen andern Strom.

Ein elektromagnetisches Relais einfachster Art besteht aus einem Elektromagneten, vor dessen Polen sich ein an einer Blattfeder befestigtes Stück weichen Eisens (Anker) befindet, das, solange der Elektromagnet nicht erregt ist, einen kleinen Abstand vom Elektromagneten hat. Wird der Elektromagnet durch einen hindurchfließenden Strom erregt, so zieht er den Anker an, und diese Bewegung kann dazu benutzt werden, um einen Schalter zu betätigen, der einen andern Strom öffnet oder schließt, wie das beispielsweise aus Abb. 280 zu ersehen ist. Der Kontakt  $K$ , der geöffnet und geschlossen wird, wird am besten aus Platinstückchen hergestellt, da andere Metalle wegen der hier leicht auftretenden Funken schnell verbrennen würden. Derartige Relais gibt es in den mannigfachsten Ausführungsformen. Auch der JOHNSON-RAHBECK-Effekt (§ 300) ist zur Konstruktion von Relais benutzt worden.

Man kann es auch so einrichten, daß der durch den Elektromagneten fließende Strom sich selbst unterbricht. Auf diesem Prinzip beruht die elektrische Klingel. (Vgl. auch den WAGNERSchen Hammer, § 386.)

**371. Telegraphie.** Die Telegraphie in ihrer ursprünglichen Form ist eine Zeichensprache, welche aus kurzen oder langen Signalen besteht, die in bestimmter Anordnung und Zahl Buchstaben und in deren Zusammenhang Worte und Sätze bedeuten (MORSE-Alphabet). Sie beruht auf der Verwendung von Relais. Im Prinzip besteht ein Telegraph aus einem an der Empfangsstation befindlichen Relais, welches einen dort vorhandenen Stromkreis unter der Wirkung von Stromstößen, die mittels der Fernleitung von der Sendestation her übertragen

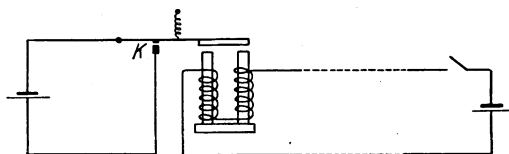


Abb. 280. Schema eines elektromagnetischen Relais. Erregung des Elektromagneten bewirkt Stromschluß.

werden, öffnet und schließt. Diese Stromstöße werden auf der Sendestation mittels eines Schalters (Tasters) als kurze oder lange Stromschlüsse entsprechend der im MORSE-Alphabet zu übertragenden Nachricht erzeugt. Der am Empfangsort auf diese Weise im gleichen Tempo geöffnete und geschlossene Strom bewegt auf elektromagnetischem Wege Schreibvorrichtungen, welche die MORSE-Zeichen in irgendeiner Weise zu Papier bringen, so daß sie abgelesen werden können.

Moderne Telegraphen großer Stationen sind viel komplizierter gebaut. Hier sei nur soviel erwähnt, daß solche Telegraphen die zu vermittelnde Nachricht meist unmittelbar in Druckschrift wiedergeben (Typendrucker).

Bei den telegraphischen Fernleitungen begnügt man sich meist mit einer einzigen Drahtleitung und benutzt als zweite Leitung die gut leitende Erde, mit der die Verbindung durch Metallplatten, die an den beiden Enden der Leitung in sie versenkt werden, hergestellt wird (Erdrückleitung). Über die drahtlose Telegraphie s. § 426.

**372. Telephonie.** Die elektrische Übertragung von Klängen, die Telephonie, beruht auf dem Prinzip, daß man elektrischer Energie, welche vom Sendort zum Empfangsort strömt, Schwankungen aufprägt, die ein möglichst getreues Abbild der Druckschwankungen der Luft in dem zu übertragenden Schall sind. Man nennt dieses Verfahren Modulation. Bei der Telephonie auf Leitungen ist es ein elektrischer Strom, der zwischen den zu verbindenden Orten fließt, dem die Schwankungen aufgeprägt werden, bei der drahtlosen Telephonie (Rundfunk) die Energie der sich rings im Raum um eine Antenne ausbreitenden elektrischen Wellen (§ 417). Am Sendeorte befinden sich Apparate, welche auf irgendeine Weise die Druckschwankungen des Schalles in elektrische Energieschwankungen übersetzen, am Empfangsorte Apparate, welche das Umgekehrte bewirken, also wieder Schallschwingungen erzeugen.

Wir befassen uns hier zunächst nur mit der Leitungstelephonie. Bei dieser, wie bei der drahtlosen Telephonie, dient als Sendeapparat ein Mikrophon, als Empfangsapparat ein Telephon.

Ein Mikrophon ist ein Apparat, der den Widerstand in dem die beiden Orte verbindenden Stromkreise und damit die Stärke des Stromes im Tempo der zu übertragenden Schallschwingungen verändert. Eine der vielen verschiedenen Konstruktionen eines solchen zeigt Abb. 281. In einem Metallgehäuse *G* befindet sich, durch Scheiben *J* isoliert, eine Metallplatte *P* mit der Schraube *S*. Die Platte *P* trägt eine aus Kohle bestehende Schale *K*<sub>1</sub>, die von einem Filzring *F* umgeben ist. Auf diesem liegt eine Kohlemembran *M*, die durch den Deckel *H* gegen das Gehäuse gepreßt und mit ihm leitend verbunden ist. Zwischen *M* und *K*<sub>1</sub> liegt eine lose Füllung von Kohlekörnern *K*<sub>2</sub>. Die Stromzuleitung geht durch die Schraube *S* und durch das Gehäuse. Der Strom muß also die Kohlekörnerfüllung passieren. Wird gegen die Kohlemembran *M* gesprochen, so werden die Körner im Tempo der Schallschwingungen geschüttelt. Dabei ändern sich die Übergangswiderstände zwischen den einzelnen Körnern, der Widerstand des Mikrophons schwankt, und zwar in gewisser Annäherung entsprechend den auftretenden Schallschwingungen. Im gleichen Tempo schwankt also auch der das Mikrophon durchfließende Strom. Er ist in der gewünschten Weise moduliert.

Der modulierte Strom fließt am Empfangsort durch ein Telephon (Hörer der Telephonieapparate). Abb. 282 zeigt eine Konstruktion, wie sie heute bei den sog. Kopfhörern üblich ist. In einer Dose *D* befindet sich ein permanenter

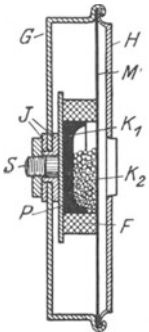


Abb. 281.  
Kohlemikrophon.



Magnet mit den Polen  $N$  und  $S$ , auf dessen Schenkeln Spulen  $s_1$  und  $s_2$  sitzen, die von dem zu empfangenden Strome durchflossen werden. Dicht vor den Polen liegt eine durch Ringe  $R_1$  und  $R_2$  gehaltene Eisenmembran. Die Dose ist oben durch die Kappe  $K$  mit der Schallöffnung  $O$  geschlossen. Die Stromzuleitung erfolgt durch die Klemmen  $K_1$  und  $K_2$ . Ist der Gleichstrom moduliert, so schwankt die Stärke der Pole und damit die Durchbiegung der Membran im Tempo der dem Gleichstrom aufgeprägten Modulation. Die Membran gerät in entsprechende Schwingungen und überträgt diese wieder als hörbare Schallschwingungen an die Luft. Auf die weiteren Einrichtungen, die ein Gegensprechen, Anrufen usw. ermöglichen, sowie auf die Einrichtungen moderner Fernsprechämter kann hier nicht eingegangen werden.

Die Wiedergabe der Klänge durch die gewöhnlichen Kohlemikrophone ist sehr unvollkommen. Sie reagieren auf sehr hohe und sehr tiefe Töne nur mangelhaft oder gar nicht und geben nur die ungefähr in der normalen Sprechtonhöhe liegenden Töne, nicht aber deren Obertöne einigermaßen getreu wieder. Daher rührt der auffallend veränderte Klang, den die Stimme eines am Telephon sprechenden Menschen annimmt. Beim Telephonieren wird, wie durch Versuche festgestellt worden ist, der Sinn des Gesprochenen zum Teil lediglich aus dem Zusammenhange erraten. Für eine künstlerisch einwandfreie Wiedergabe von Musik, wie sie vor allem beim Rundfunk notwendig ist, sind daher Kohlemikrophone nicht geeignet. Hier bedient man sich zur Aufnahme der Schallschwingungen anderer Mikrophone, welche besser auf alle in Betracht kommenden Tonhöhen reagieren.

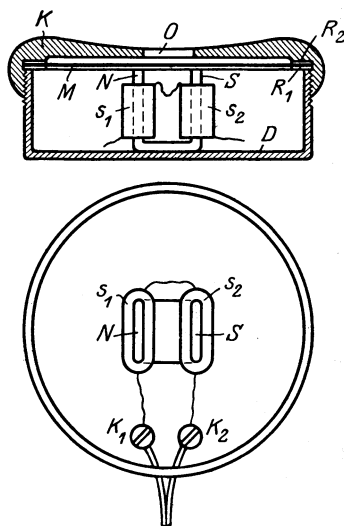


Abb. 282. Telephon.

## h) Elektromagnetische Induktion.

**373. Induktion durch bewegte Magnetpole. LENZ'SCHES GEsETZ.** Nähert man dem einen Ende einer Drahtschleife oder Spule (Abb. 283) den einen Pol eines Magneten, so bemerkt man am Ausschlag eines eingeschalteten Galvanometers, daß in der Spule ein Strom fließt, ohne daß eine sichtbare Stromquelle vorhanden ist, und zwar nur so lange, wie die Bewegung des Magneten andauert. Entfernt man jetzt den Magneten wieder, so fließt während der Fortbewegung ein Strom in umgekehrter Richtung. Stellt man die gleichen Versuche mit dem andern Magnetpol an, so zeigt sich das gleiche, nur sind die Richtungen der Ströme jetzt umgekehrt. Entsprechende Wirkungen beobachtet man stets bei einer Bewegung eines Magneten in der Nähe eines geschlossenen Stromkreises, auch geradliniger Teile eines solchen. Das Annähern eines Nordpols hat die gleiche, aber umgekehrte Wirkung wie das Wiederentfernen, das Annähern eines Südpols die gleiche, aber umgekehrte Wirkung wie das Entfernen eines gleich starken Nordpols und umgekehrt.

Diese Erscheinung heißt elektromagnetische Induktion, der auftretende Strom Induktionsstrom. Diese wichtigen Erscheinungen wurden 1831 von FARADAY entdeckt.

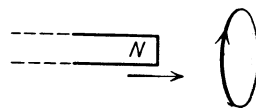


Abb. 283. Zur elektromagnetischen Induktion.

Untersucht man die Richtung der Induktionsströme, so findet man experimentell:

Der durch die Bewegung eines Magnetpols erzeugte Induktionsstrom ist stets so gerichtet, daß das Magnetfeld dieses Stromes die Bewegung des Magneten hemmt (LENZ'sches Gesetz, 1834).

Nähert man also z. B. dem einen Ende einer Spule einen Nordpol, so muß der Induktionsstrom so gerichtet sein, daß die Kraftlinien, die er erzeugt, an jenem Ende der Spule von innen nach außen gerichtet sind, so daß der heranzubewegte Nordpol eine Abstoßung erfährt. Auf Grund dieser Überlegung kann man durch Anwendung der Schwimmer- oder Rechte-Hand-Regel (§ 345) die Richtung des Induktionsstromes ohne weiteres ermitteln. So findet man z. B., daß, wenn man dem einen Ende einer Spule einen Nordpol nähert, der Induktionsstrom so gerichtet sein muß, daß er, von der Seite des Magnetpols her gesehen, die Spule gegen den Sinn des Uhrzeigers umläuft (Abb. 283). Bewegt man einen Nordpol im Kreise um einen langen, geraden Draht, so müssen die Kraftlinien des Induktionsstromes den Draht in der entgegengesetzten Richtung umschließen, wie der Nordpol herumgeführt wird.

Selbstverständlich entstehen vollkommen analoge Erscheinungen, wenn man einen geschlossenen Stromkreis oder Teile eines solchen gegenüber feststehenden Magnetpolen bewegt.

**374. Induktion durch Ströme.** Die Ursache der Induktionsströme liegt offenbar in der zeitlichen Änderung der Stärke von Magnetfeldern an Orte eines Stromkreises. Es ist vorauszusehen, daß es dabei nicht darauf ankommt, auf welche Weise eine solche Änderung erfolgt, daß eine Induktionswirkung also auch eintreten muß, wenn sich das von einem Strom herrührende Magnetfeld ändert. Das Vorhandensein dieser Wirkung zeigt der in Abb. 284 dargestellte Versuch. Die untere Spule ist mit einem Galvanometer verbunden. Durch die obere Spule fließt ein Strom. Sie ist also einem Magneten äquivalent. Beim Nähern und Entfernen der stromdurchflossenen Spule, insbesondere wenn man sie in das Innere der zweiten Spule bringt, treten die gleichen Induktionswirkungen auf wie beim Nähern und Entfernen eines Magneten, dessen magnetische Achse so gerichtet ist wie die magnetische Achse der stromdurchflossenen Spule.

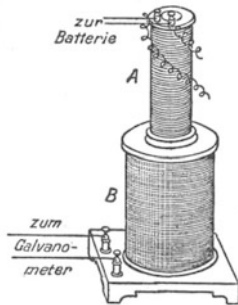


Abb. 284.  
Zur Induktion durch Ströme.

Die Änderung des Magnetfeldes kann aber auch bei nicht bewegten Spulen dadurch erfolgen, daß man den Strom in der einen Spule verstärkt (= Näherung) oder schwächt (= Entfernung) oder in seiner Richtung umkehrt (= Drehung um  $180^\circ$ ). Auch in diesem Falle zeigt der Versuch die erwarteten Wirkungen.

Die Anwendung des LENZ'schen Gesetzes — indem wir die stromdurchflossene Spule wie einen ihr äquivalenten Magneten betrachten — ergibt folgendes. Beim Nähern der Spule bzw. Verstärken des in ihr fließenden Stromes muß eine Abstoßung der Spulen stattfinden, es müssen also die beiden Spulen einander gleichnamige Pole zuehren, d. h. der Induktionsstrom muß entgegengesetzt gerichtet sein wie der induzierende Strom. Beim Entfernen bzw. Schwächen oder Kommutieren muß das Umgekehrte der Fall sein, der Induktionsstrom also die gleiche Richtung haben wie der induzierende Strom.

Zum Nachweis dieser Gesetzmäßigkeiten an zwei geraden, parallelen Drähten kann der in Abb. 285 dargestellte, ohne weiteres verständliche Versuch dienen.

Die Induktionswirkung ist um so geringer, je näher der Winkel, den die beiden Leiterstücke miteinander bilden, an  $90^\circ$  ist. Zwischen Leiterstücken, welche aufeinander senkrecht stehen, findet keine Induktionswirkung statt.

**375. LENZSches Gesetz und Energieprinzip.** Das LENZsche Gesetz ist nichts weiter als eine Folge aus dem Energieprinzip (HELMHOLTZ 1847). Der durch die Bewegung eines Magnetpols erzeugte Induktionsstrom enthält einen bestimmten Betrag an elektrischer Energie, die z. B. in der Erwärmung des von ihm durchflossenen Drahtes in Erscheinung tritt. Die ursprüngliche Quelle dieser Energie kann aber nur in der Bewegung des Magnetpols stecken. Die Energieerzeugung muß also auf Kosten der kinetischen Energie des Magnetpols gehen, d. h. dessen Geschwindigkeit muß bei der Induktion verringert werden, es sei denn, die verlorene kinetische Energie werde durch an ihm geleistete Beschleunigungsarbeit, z. B. durch die bewegende Hand, wieder ersetzt. Es tritt also eine Bewegungshemmung ein.

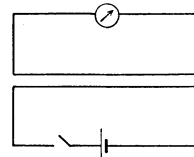


Abb. 285. Induktion zwischen geraden, parallelen Stromleitern.

**376. Induktion im offenen Kreis.** Ein Kondensator sei durch eine Drahtschleife geschlossen (Abb. 286). Auch in diesem Falle findet eine Induktionswirkung statt. In der Schleife werden die Elektronen in genau der gleichen Weise durch eine Änderung des Magnetfeldes in Bewegung gesetzt wie in einem geschlossenen Stromkreise. Der auftretende Strom ist aber nicht in sich geschlossen. Er hat eine Aufladung des Kondensators zur Folge. Ist dessen Kapazität nicht groß, so entsteht infolge dieser Aufladung bald eine Spannungsdifferenz in der Drahtschleife, welche ein weiteres Fließen des Induktionsstromes verhindert, wenn auch die Änderung des Magnetfeldes andauert. Beim Aufhören dieser Änderung entlädt sich der Kondensator wieder durch den Draht.

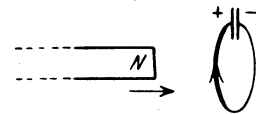


Abb. 286. Zur Induktion im offenen Kreis.

**377. Wirkung von Eisenkernen.** Versieht man die bei den im § 374 beschriebenen Versuche benutzte stromdurchflossene Spule mit einem Kern aus weichem Eisen, so bildet sie einen Elektromagneten, der nun natürlich alle Wirkungen eines entsprechenden permanenten Magneten hat. Die von der Primärspule ausgehenden Induktionswirkungen werden durch die hinzukommenden Wirkungen der im Eisenkern influenzierten Kraftlinien um ein Vielfaches (auf das  $\mu$ -fache, § 337) verstärkt. Ebenso wirkt ein in die mit dem Galvanometer verbundene Spule gebrachter Eisenkern induktionsverstärkend. Denn infolge seiner Anwesenheit ist das magnetische Feld im Innern der Spule stärker, und daher sind auch dessen Änderungen viel größer, als wenn sich an seiner Stelle Luft befindet. Daher verwendet man zur Erzielung starker Induktionswirkungen meist Spulen mit Eisenkernen.

Die Wirkung eines Eisenkerns zeigt deutlich der folgende Versuch. Innerhalb einer mit einem Galvanometer verbundenen Spule befindet sich eine zweite Spule, in der ein Strom fließt. Schiebt man jetzt in das Innere der letzteren einen Stab aus weichem Eisen, so tritt in der andern Spule ein Induktionsstrom auf, der sehr viel stärker ist als der beim Einschleiben der stromdurchflossenen Primärspule allein entstehende Induktionsstrom. Diese Induktionswirkung ist die Folge des starken magnetischen Feldes im Eisen (der magnetischen Induktion  $\mathfrak{B}$ , § 337), das bei Hineinschieben des Eisens in die stromdurchflossene Spule auftritt. Das gleiche, aber mit entgegengesetzten Vorzeichen, zeigt sich beim Wiederentfernen des Eisenstabes.

**378. Elektrische Kraftlinien im Induktionsstrom.** Betrachten wir einen geschlossenen Stromkreis, etwa eine Drahtschleife, dessen Widerstand  $w$  sei und in

dem ein Induktionsstrom von der Stärke  $i$  fließe, so sehen wir, daß es, anders als bei einem etwa aus einem Akkumulator gespeisten Stromkreise, keinen Punkt im Stromkreise gibt, an dem wir uns die nach dem OHMSchen Gesetze aus  $i$  und  $w$  zu berechnende Potentialdifferenz  $V = iw$  lokalisiert denken könnten. Die Ladungsträger im Leiter bewegen sich im Kreise, einer auf sie wirkenden elektrischen Kraft folgend. Die diese Kraft charakterisierenden elektrischen Kraftlinien aber haben nicht, wie in den in der Elektrostatik besprochenen Fällen, einen Anfang auf einer positiven und ein Ende auf einer negativen Ladung, sondern sie sind innerhalb des Leiters in sich geschlossen. Es gibt also auch geschlossene elektrische Kraftlinien. Es gilt ganz allgemein: Die (stets geschlossenen) magnetischen Kraftlinien jedes veränderlichen magnetischen Feldes sind von geschlossenen elektrischen Kraftlinien umgeben. Das Vorhandensein eines Leiters, in dem diese Kraftlinien sich durch das Auftreten eines elektrischen Stromes bemerkbar machen, ist nicht an sich notwendig, sondern bildet nur ein bequemes Mittel, um sie nachzuweisen. Sie sind auch in Nichtleitern und im leeren Raum vorhanden.

Die in einem Leiter induzierte Spannung  $V = iw$  bezeichnet man in der Regel als die induzierte elektromotorische Kraft.

**379. Das FARADAYSche Induktionsgesetz.** Die Anwendung des Energieprinzips gibt die Möglichkeit, die in einem geschlossenen Leiter induzierte elektromotorische Kraft  $V$  zu berechnen. In der Nähe eines geschlossenen Stromkreises (Abb. 287) befindet sich ein Magnetpol von der Stärke  $m$ . Dieser werde einmal um den einen Zweig des Stromkreises herum bis auf seinen Ausgangspunkt zurückgeführt. Dabei entsteht ein Induktionsstrom  $i$ , welcher während der Zeit  $t$  fließt, welche die Bewegung des Magnetpols erfordert. Die Leistung dieses Stromes ist gleich  $Vi$  (§ 306), also tritt in der Zeit  $t$  die Energie  $Vit$  in Form von Stromwärme auf. Andererseits ist die bei Fließen des Induktionsstromes  $i$  für die gleichförmige Bewegung des Magnetpols aufzuwendende Arbeit  $4\pi im$  (§ 355). Nach dem Energieprinzip müssen diese Energiebeträge einander gleich sein, also  $Vit = 4\pi im$ , oder

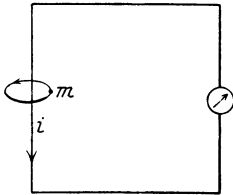


Abb. 287. Zur Ableitung des FARADAYSchen Induktionsgesetzes. (Der Pfeil bezeichnet die Bewegung des Pols  $m$ . Die magnetischen Kraftlinien des Stromes verlaufen in entgegengesetztem Sinne.)

$$V = \frac{4\pi m}{t}. \quad (1)$$

Dabei ist  $V$  im elektromagnetischen Maße (§ 352) gemessen. Nun ist  $4\pi m$  die Zahl der von dem Magnetpol der Polstärke  $m$  ausgehenden Kraftlinien (§ 335). Bei der Bewegung des Pols wird der Stromleiter, den wir uns irgendwie geschlossen denken, von jeder dieser Kraftlinien einmal geschnitten.  $4\pi m/t$  ist demnach die Zahl der Kraftlinien, die den Leiter in 1 sec schneiden. Es folgt: Die bei Induktion in einem geschlossenen Stromkreise induzierte elektromotorische Kraft ist gleich der Zahl der Kraftlinien, welche den Leiter in 1 sec schneiden (FARADAY 1831). Besteht der Stromkreis aus  $n$  Windungen von gleicher Windungsfläche, so ist  $V n$  mal so groß.

Wir betrachten den Fall, daß ein Magnetpol der Ebene eines geschlossenen Stromkreises genähert wird. Solange der Pol von dem Kreise weit entfernt ist, durchsetzen nur sehr wenige Kraftlinien die von ihm umschlossene Fläche. Je mehr der Pol genähert wird, eine um so größere Zahl von Kraftlinien treten in die Fläche ein, wobei sie den Stromleiter schneiden. Beim Entfernen ist das Umgekehrte der Fall. Auch hier gilt wieder das obige Gesetz.

Ist die Windungsfläche  $F$  des Stromkreises eben, und ist das Magnetfeld  $\mathfrak{H}$  homogen, so ist die Zahl der die Fläche durchsetzenden Kraftlinien nach § 334

$$N = F \mathfrak{H} \cos \varphi, \quad (2)$$

wenn  $\varphi$  den Winkel bedeutet, den die Richtung der Kraftlinien mit dem Lot auf der Windungsfläche bildet. Ist die Fläche nicht eben oder das Feld nicht homogen, so muß man die gleiche Betrachtung für sehr kleine Elemente der Fläche durchführen und über die ganze Fläche integrieren. Die Zahl der in  $\tau$  sec neu auftretenden oder verschwindenden Kraftlinien ist  $dN/dt$ . Demnach ergibt sich die induzierte elektromotorische Kraft zu

$$V = \frac{dN}{dt} = \frac{d}{dt} (F \mathfrak{H} \cos \varphi), \quad \text{bzw. für } \varphi = 0 \quad V = \frac{d}{dt} (F \mathfrak{H}). \quad (3)$$

In der rechten Seite dieser Gleichung können sowohl  $\mathfrak{H}$  wie  $F$  wie  $\varphi$  mit der Zeit veränderlich sein. Es tritt also Induktion ein:

1. Wenn sich bei einem Leiterkreis von unveränderlicher Windungsfläche  $F$  die Stärke des Magnetfeldes ändert ( $F$  und  $\varphi$  konstant,  $\mathfrak{H}$  veränderlich);
2. wenn sich bei konstantem Magnetfeld und unveränderter Windungsfläche die Richtung der Fläche des Leiterkreises gegen das Magnetfeld ändert, also die Fläche gedreht wird ( $F$  und  $\mathfrak{H}$  konstant,  $\varphi$  veränderlich);
3. wenn sich bei konstantem Magnetfeld und unveränderter Richtung der Fläche des Leiterkreises zum Magnetfeld die Größe der Fläche  $F$  ändert ( $\mathfrak{H}$  und  $\varphi$  konstant,  $F$  veränderlich).

Natürlich können auch alle diese Fälle gleichzeitig eintreten.

Es ist stets zu beachten, daß bei Stromschleifen, die aus mehreren Lagen bestehen,  $F$  nicht die geometrische Fläche ist, die der Leiter einschließt, sondern die Windungsfläche (§ 346), also bei  $n$  Windungen gleich der Summe der Flächen aller Windungen.

Die Beziehung  $V = dN/dt$  läßt sich auch auf folgende Weise ableiten. Abb. 288 stelle einen zweimal rechtwinklig gebogenen Draht dar, auf dem sich bei gutem elektrischen Kontakt ein metallischer Läufer  $AB$  verschieben läßt. Ein Magnetfeld  $\mathfrak{H}$  stehe senkrecht zur Zeichnungsebene. Der Läufer werde mit der konstanten Geschwindigkeit  $v$  nach rechts bewegt. Dadurch wird in ihm ein Strom  $i$  induziert. Dann wirkt auf den Läufer nach Gl. 2, § 348, eine bewegungshemmende Kraft  $k = \mathfrak{H}il$  ( $l =$  Länge des Läufers zwischen  $A$  und  $B$ ), und zu seiner Fortbewegung über eine Strecke  $\Delta x$  ist daher die Arbeit  $\Delta E = k \Delta x = \mathfrak{H}il \Delta x$  erforderlich. Wird  $v$  konstant gehalten, so muß sich diese Arbeit in der im Drahtkreise auftretenden Energie (JOULESche Wärme, § 306) wiederfinden. Wird die Strecke  $\Delta x$  in der Zeit  $\Delta t$  zurückgelegt, so beträgt diese Energie  $V i \Delta t$ , wenn  $V$  die im Kreise induzierte elektromotorische Kraft ist. Es folgt

$$\mathfrak{H}il \Delta x = V i \Delta t \quad \text{oder} \quad V = \mathfrak{H} \frac{l \Delta x}{\Delta t}.$$

Nun ist  $l \Delta x$  die in der Zeit  $\Delta t$  eintretende Änderung des Flächeninhalts des Stromkreises, also  $\mathfrak{H} l \Delta x$  die Änderung  $\Delta N$  der Zahl der die Fläche des Stromkreises durchsetzenden Kraftlinien, so daß  $V = \Delta N / \Delta t = dN / dt$ .

Unter Zugrundelegung der LAPLACESchen Gleichung (§ 348) erweist sich also das Induktionsgesetz als eine Folge aus dem Energieprinzip.

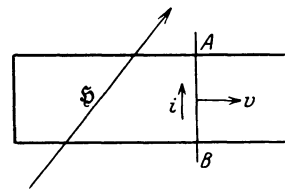


Abb. 288. Zur Ableitung der Gleichung  $V = dN/dt$ .

Ist der Raum innerhalb des Stromkreises mit einem Medium der Permeabilität  $\mu$  ausgefüllt, so ist selbstverständlich an Stelle der Feldstärke  $\mathfrak{H}$  die Induktion  $\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H}$  zu setzen (§ 337), also

$$V = \frac{d}{dt} [F \mathfrak{B} \cos \varphi]. \quad (4)$$

**380. Gegenseitige Induktion.** Die Zahl  $N$  der von einem Strome  $i_1$  herührenden magnetischen Kraftlinien ist der Stromstärke proportional, daher ist auch  $dN/dt$  proportional  $di_1/dt$ . Wirkt also ein veränderlicher Strom  $i_1$  induzierend auf einen zweiten Stromleiter, so tritt in diesem nach Gl. 3 eine elektromotorische Kraft  $V_2$  auf, welche proportional zu  $di_1/dt$  ist und im übrigen von der Gestalt und gegenseitigen Lage der beiden Stromkreise, also von geometrischen Bedingungen, abhängt. Im zweiten Leiter entsteht daher eine induzierte elektromotorische Kraft  $V_2$  und ein Induktionsstrom  $i_2$ , der ebenfalls  $di_1/dt$  proportional ist. Dieser wirkt bei kleinem Abstände (enge Koppelung) wieder induzierend auf den ersten Leiter zurück. Bei größerem Abstände (lose Koppelung) kann man von dieser Rückwirkung oft absehen. Die im zweiten Leiter auftretende elektromotorische Kraft  $V_2$  ist also mit der Änderungsgeschwindigkeit des induzierenden Stromes durch die Beziehung

$$V_2 = -L_{12} \frac{di_1}{dt} \quad (5)$$

verbunden. Den Koeffizienten  $L_{12}$  bezeichnet man als den Koeffizienten der gegenseitigen Induktion (Gegeninduktivität) der beiden Leiterkreise. Er ist durch die gegenseitige Lage der beiden Kreise, ihre geometrischen Verhältnisse und die Permeabilität  $\mu$  des Mediums in dem Raum, in dem sie sich befinden, bedingt und in einfachen Fällen berechenbar.

Setzt man zwei Spulen, sei es neben- oder übereinander, auf den gleichen Eisenkern, so wird die induzierende Wirkung der einen auf die andere infolge der Vermehrung der Zahl der den induzierten Leiter schneidenden Kraftlinien außerordentlich vermehrt. In diesem Falle schneiden so gut wie alle von der einen Spule ausgehenden Kraftlinien auch die zweite Spule. Natürlich ist infolgedessen auch die Rückwirkung der zweiten Spule auf die erste besonders groß, die Koppelung ist eine sehr enge.

**381. Selbstinduktion.** Wenn eine Änderung der Stromstärke in einem Leiter in benachbarten Leitern Induktionsströme hervorruft, so tut sie das natürlich auch in den einzelnen Teilen des betreffenden Stromkreises selbst (FARADAY 1835). Das veränderliche Magnetfeld eines veränderlichen Stromes wirkt induzierend auf den eigenen Stromkreis zurück. Da die auftretenden Induktionsströme (früher Extraströme genannt) den sie hervorruhenden primären Strömen entgegengesetzt gerichtet sind, so bewirkt diese sog. Selbstinduktion eine vorübergehende Herabsetzung der Stärke des in dem Stromkreise fließenden Stromes. Es entsteht in ihm eine sog. gegen elektromotorische Kraft  $V'$ , welche  $di/dt$ , also der Änderungsgeschwindigkeit der Stromstärke im Stromkreise selbst, proportional ist; es ist also

$$V' = -L \frac{di}{dt}. \quad (6)$$

Hierbei ist  $L$  wieder ausschließlich von der geometrischen Konfiguration des Stromkreises abhängig. Man bezeichnet  $L$  als den Selbstinduktionskoeffizienten des Stromkreises. Er ist besonders groß, wenn die einzelnen Teile des Kreises so zueinander liegen, daß sie starke Induktionswirkungen aufeinander ausüben, d. h. wenn die Ströme in ihnen auf große Strecken parallel, gleich-

gerichtet und dicht beieinander laufen, also insbesondere in eng gewickelten Spulen. Die Selbstinduktion einer Spule wird aus den obenerwähnten Gründen außerordentlich erhöht, wenn man sie mit einem Eisenkern versieht (s. u.).

Die Selbstinduktion hat zur Folge, daß sich in einem Leiter unter der Wirkung einer angelegten Spannung  $V$  nicht sofort die Stromstärke  $i = V/w$  gemäß dem OHMSchen Gesetz ausbildet. Vielmehr gilt nach dem vorstehend Gesagten und Gl. 6

$$i w = V - L \frac{di}{dt}. \quad (7)$$

Die Lösung dieser Gleichung lautet bei konstantem  $V$ , wenn zur Zeit  $t = 0$   $i = 0$  gesetzt wird,

$$i = \frac{V}{w} \left( 1 - e^{-\frac{w}{L} t} \right) = i_0 \left( 1 - e^{-\frac{w}{L} t} \right). \quad (8)$$

Die Stromstärke ist also im ersten Augenblick ( $t = 0$ ) gleich Null und steigt dann mit wachsendem  $t$  im allgemeinen außerordentlich schnell zum Grenzwert  $i_0 = V/w$ , der dem OHMSchen Gesetz entspricht, an (Abb. 289 a).

Ebenso verschwindet in einem Stromkreis mit Selbstinduktion ein Strom  $i_0$  nicht sofort beim Abschalten der Spannung, wenn man dafür sorgt, daß der Stromkreis auch dann noch geschlossen bleibt, sondern er klingt nach der Gleichung

$$i = \frac{V}{w} e^{-\frac{w}{L} t} = i_0 e^{-\frac{w}{L} t}. \quad (9)$$

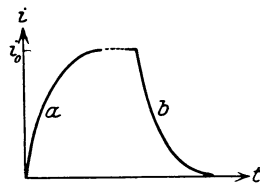


Abb. 289. Wirkung der Selbstinduktion beim Öffnen (a) und Schließen (b) eines Stromkreises.

ab (Abb. 289 b).

Als praktische Einheit der Selbstinduktion dient das Henry, auch Quadrant genannt. Ein Leiter hat die Selbstinduktion 1 Henry, wenn eine in der Zeit 1 sec erfolgende gleichmäßige Änderung eines in ihm fließenden Stromes um 1 Ampere ( $di/dt = 1$ ) das Auftreten einer gegen elektromotorischen Kraft von der Größe 1 Volt zur Folge hat.

Als Beispiel und zwecks späterer Verwendung wollen wir die Selbstinduktion einer langen geraden Spule berechnen, deren Länge  $l$  und deren Querschnitt  $F$  sei, und welche auf je 1 cm ihrer Länge  $n$  Windungen, im ganzen also  $nl = N$  Windungen habe. Das die Spule ausfüllende Medium habe die Permeabilität  $\mu$ , die wir uns der Einfachheit halber als von der Feldstärke unabhängig denken wollen. Bei den para- und diamagnetischen Substanzen trifft dies ja auch stets zu und bei den ferromagnetischen Substanzen wenigstens annähernd bei nicht sehr starken Feldern. Die elektromotorische Kraft, welche in der Spule bei einer Änderung des in ihr fließenden Stromes  $i$  infolge ihrer Selbstinduktion  $L$  induziert wird, ist nach § 381 (von dem hier bedeutungslosen Vorzeichen abgesehen)  $V = L di/dt$ . Andererseits ist aber, wenn  $\mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H}$  die vom Strome  $i$  im Innern der Spule erzeugte magnetische Induktion bedeutet, nach § 379  $V = Fnl \frac{d\mathfrak{B}}{dt}$ , denn  $Fnl$  ist die Windungsfläche der Spule. Nun ist aber weiter nach § 348 und 360  $\mathfrak{B} = 4\pi ni\mu$  und daher  $d\mathfrak{B}/dt = 4\pi n\mu \frac{di}{dt}$ . Man erhält so

$$V = L \frac{di}{dt} \quad \text{und} \quad V = F n^2 l \cdot 4\pi \mu \frac{di}{dt}.$$

Durch Gleichsetzung der rechten Seiten folgt

$$L = F l n^2 \cdot 4\pi \mu = \frac{F N^2}{l} \cdot 4\pi \mu.$$

In Schaltungsskizzen zeichnet man eine Selbstinduktion als eine ver- schlungene Linie (Abb. 293, § 386), im Gegensatz zu einem durch eine Zick- zacklinie dargestellten reinen Widerstand. Leiter, die sowohl OHMSchen Wider- stand wie Selbstinduktion haben, stellt man durch einen OHMSchen Widerstand und eine damit in Reihe geschaltete Selbstinduktion dar.

**382. Wirbelströme.** Unter Wirbelströmen versteht man das Auftreten von Induktionsströmen in Leitern, welche aus ausgedehnten Metallmassen be- stehen, unter der Wirkung veränderlicher magnetischer Felder. Diese Induk- tionsströme können z. B. in den Eisenteilen elek- trischer Maschinen beträchtliche Stärke haben.

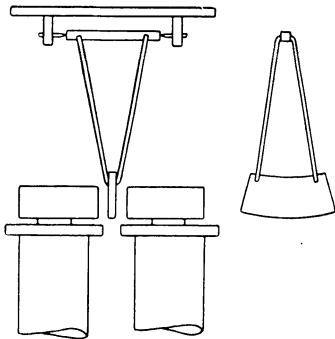


Abb. 290. WALTENHOFENSCHES Pendel.

Zur Demonstration der Wirbelströme eignet sich das WALTENHOFENSCHES Pendel (Abb. 290). Eine dicke Kupferscheibe kann zwischen den Polen eines starken Elektromagneten frei hin und her schwingen. Schaltet man jetzt den Strom des Elektromagneten ein, so bleibt die Kupferscheibe infolge der magnetischen Wirkungen der in ihr auftretenden Induktionsströme zwischen den Polen wie in einer sehr zähen Flüssigkeit stecken (Hem- mung der Bewegung gemäß Energieprinzip, § 375). Die kinetische Energie des Pendels geht in Stromwärme in der Kupferscheibe über. Das

Kupferstück läßt sich nur langsam zwischen den Polen herausziehen.

Läßt man eine Kupferscheibe dicht unterhalb einer auf einer Spitze gelagerten Magnetnadel rotieren, so bewegt sich die Magnetnadel im Sinne der Rotation infolge der Wirkung der durch die Bewegung der Platte im Magnetfelde der Nadel entstehenden Wirbelströme bzw. des von ihnen erzeugten magnetischen Feldes.

Die Vermeidung der nutzlos Energie verbrauchenden Wirbelströme in den großen Eisenteilen elektrischer Maschinen ist ein wichtiges technisches Pro- blem. Man erreicht dies bis zu einem gewissen Grade, indem man diese Teile aus einzelnen voneinander isolierten Streifen aus Weicheisenblech herstellt, die so liegen, daß die Wirbelströme möglichst senkrecht zur Ebene dieser Bleche ver- laufen. Vollkommen lassen sich aber Wirbelströme bei elektrischen Maschinen nicht vermeiden.

**383. Der Haut- oder Skineffekt.** Sehr schnelle elektrische Schwingungen erzeugen auch in dem Leiter, den sie selbst durchfließen, merkbare Wirbelströme. Wir denken uns den durch einen Draht fließenden Strom in lauter einzelne parallele Stromfäden zerlegt. Jeder dieser Stromfäden ist von ringförmigen magnetischen Kraftlinien umschlossen, die auch im Innern des Leiters vorhanden sind. Ein solcher Stromfaden ist in Abb. 291 durch den geraden Pfeil dargestellt, die zwei Durchstoßpunkte einer seiner ringförmigen Kraftlinien durch die Zeich- nungsebene sind durch zwei Punkte angedeutet. Ändert der Strom seine Größe und Richtung, so ändert sich auch die Stärke und Richtung seines magnetischen Feldes. Infolgedessen ist jede magnetische Kraftlinie von induzierten elek- trischen Kraftlinien umgeben (§ 378), die im Leiter elektrische Kreisströme um die Kraftlinien erzeugen. Der Umlaufssinn dieser Ströme ergibt sich an Hand der früher erwähnten Gesetzmäßigkeiten (§ 374) so, wie dies in der Abb. 291 dargestellt ist. Sie laufen an der Oberfläche des Leiters dem fließenden Strom parallel, im Innern sind sie ihm entgegengesetzt gerichtet. Daher wird die Strom- dichte im Leiter nicht mehr, wie bei Gleichstrom, überall die gleiche sein; sie wird in der Achse des Leiters geschwächt, an seiner Oberfläche verstärkt. Bei



technischem Wechselstrom ist diese Wirkung nur überaus gering, dagegen außerordentlich stark bei schnellen Schwingungen. Bei diesen wird der Strom praktisch fast vollkommen auf die äußersten Schichten eines Drahtes zusammengedrängt, daher die Bezeichnung als Haut- oder Skineffekt. Die inneren Teile des Drahtes werden zur Stromleitung kaum ausgenutzt, der Widerstand des Drahtes erscheint außerordentlich vergrößert (wie bei jeder Art von Selbstinduktion, um die es sich ja letzten Endes hier auch handelt). Dieser Effekt ist daher in jeder Hinsicht unerwünscht. Man schränkt seine Wirkung in der Praxis dadurch ein, daß man große Leiteroberfläche bei kleinem Volumen anstrebt. So besteht z. B. die sog. Hochfrequenzlitze aus zahlreichen sehr dünnen, durch Lacküberzug voneinander isolierten Drähten. Diese haben zusammen eine viel größere Oberfläche als ein einzelner Draht, der den gleichen Querschnitt hat, wie jene feinen Drähte zusammen.

**384. Dämpfung von Galvanometern.** Die Drehspule eines Galvanometers, welche durch einen äußeren Stromkreis geschlossen sei, werde auf irgendeine Weise, etwa durch einen Stromstoß, aus ihrer Ruhelage entfernt. Sie schwingt dann in diese wieder zurück. Sind ihre Enden nicht leitend verbunden, so wird dieser Schwingungsvorgang ausschließlich durch die mechanischen Eigenschaften des Systems und die geringe Dämpfung durch die Luftreibung bedingt. Ist aber die schwingende Spule außen durch einen Stromkreis geschlossen, so entsteht in der Spule wegen ihrer Drehung im Felde der permanenten Magnete (Fall 2, § 378), und damit in dem äußeren Stromkreis ein Induktionsstrom, der nach dem LENZschen Gesetz die Bewegung der Spule zu hemmen sucht. Dabei geht die Bewegungsenergie der Spule in Energie des Induktionsstromes, also schließlich in Stromwärme, über. Die Bewegung klingt, infolge dieses Energieverlustes, allmählich ab, sie ist gedämpft.

Die Art des Überganges in die endgültige Ruhelage hängt ganz vom äußeren Widerstand ab. Ist er groß, so ist der durch die Drehung der Spule entstehende Induktionsstrom schwach, und es wird der Spule nur wenig Rotationsenergie entzogen. Diese ist beim erstmaligen Erreichen der natürlichen Ruhelage noch nicht verbraucht. Die Spule schwingt noch über diese hinaus und kommt erst nach einer mehr oder weniger großen Zahl von Hin- und Herschwingungen zur Ruhe. In diesem Falle liegt also eine — je nach der Größe des äußeren Widerstandes mehr oder weniger stark — gedämpfte periodische Schwingung vor. Aus der Schwingungstheorie folgt, daß die Amplituden (jeweils diejenigen auf der gleichen Seite vom Nullpunkt) nach der Gleichung

$$\alpha_n = \alpha_0 e^{-An}$$

abnehmen, wobei  $\alpha_0$  den Anfangsausschlag und  $\alpha_n$  den Ausschlag nach  $n$  vollen Schwingungen bedeutet. Die Größe  $A$  heißt das logarithmische Dekrement der Schwingung, denn es ist

$$\log \alpha_n - \log \alpha_{n+1} = A.$$

Mit wachsender Dämpfung, d. h. kleiner werdendem äußeren Widerstand, nimmt aber die Schwingungsdauer erst langsam, dann schneller zu und wird bei einem bestimmten Wert des äußeren Widerstandes unendlich groß. Von hier ab, bei noch kleinerem äußeren Widerstand, ist die Bewegung der Spule nicht mehr periodisch; sie kriecht von einem einmal vorhandenen Ausschlag in ihre natür-

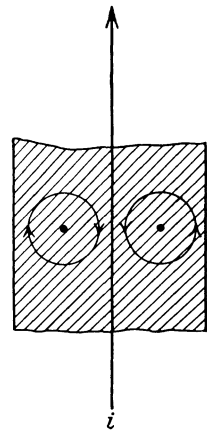


Abb. 291. Zur Theorie des Haut-Effekts.

liche Ruhelage zurück, ohne je über diese hinaus zu schwingen. Die Schwingungsenergie der Spule wird auf dem Wege bis zur Ruhelage restlos aufgezehrt. Je kleiner der äußere Widerstand ist, desto langsamer erfolgt die Rückkehr in die Ruhelage. Genau das gleiche, was hier für die Rückkehr in die Ruhelage gesagt ist, gilt für die Einstellung der Spule auf irgendeinen Ausschlag beim Einschalten eines Stromes. Den äußeren Widerstand, bei dem die beiden geschilderten Bewegungsformen ineinander übergehen, nennt man den Grenzwiderstand des Galvanometers. Seine Größe hängt von verschiedenen Faktoren ab, insbesondere von der Stärke des Magnetfeldes, in dem sich die Spule befindet, von der Windungsfläche der Spule, vom Spulenwiderstand und von der Größe der Torsionskraft in der Aufhängung der Spule.

Für ein bequemes und sicheres Arbeiten ist ein häufiges Hin- und Herschwingen der Spule vor der Einstellung in die Ruhelage ebenso unerwünscht wie ein langsames Hinkriechen in diese. Die schnellste Einstellung in die Ruhelage wird erreicht, wenn der äußere Widerstand gleich dem Grenzwiderstand ist. Dieser Fall soll beim praktischen Arbeiten mit Galvanometern stets nach Möglichkeit verwirklicht werden.

**385. Erdinduktor.** Der Erdinduktor dient zur Messung der Induktion durch das magnetische Feld der Erde. Er wird in erster Linie dazu benutzt, das Verhältnis der Vertikal- zur Horizontalkomponente des erdmagnetischen Feldes (§ 342) zu messen, um daraus den Inklinationswinkel zu berechnen.

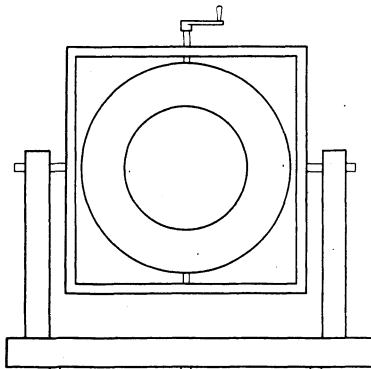


Abb. 292. Schema des Erdinduktors.

Er besteht aus einer Spule von ziemlich großen Abmessungen (Abb. 292), die um eine in der Windungsfläche liegende Achse gedreht werden kann. Die Enden der Spule werden mit einem ballistischen Galvanometer verbunden. Die Achse kann entweder horizontal oder vertikal gelegt werden. Liegt die Windungsfläche in der Anfangs- und Endstellung horizontal, und wird die Spule um  $180^\circ$  gedreht, so ist die auftretende Induktionswirkung der Vertikalkomponente proportional, liegt sie dagegen in Richtung der Vertikalkomponente und das Lot auf die Windungsfläche in der

Anfangs- und Endstellung in Richtung der Horizontalintensität, so ist die bei einer Drehung um  $180^\circ$  auftretende Induktionswirkung der Horizontalintensität proportional.

**386. Funkeninduktor.** Der Funkeninduktor (Induktor, Induktorium) ist ein Apparat, welcher dazu dient, mittels einer Gleichstromquelle von niedriger Spannung hohe Spannungen zu erzeugen. Es gibt sehr viele verschiedene Spezialkonstruktionen von Induktoren. Allen ist folgendes allgemeine Prinzip gemeinsam:

Ein Funkeninduktor besteht aus einer Primärspule  $S_1$  mit relativ wenigen (meist einigen 100) Windungen aus dickem Draht, die umschlossen wird von einer Sekundärspule  $S_2$  aus sehr vielen (oft bis zu 100000) Windungen aus dünnem Draht (in Abb. 293 der Deutlichkeit halber nebeneinander gezeichnet). Im Innern der Primärspule befindet sich zur Verstärkung der Induktionswirkung ein Eisenkern  $F$ , der sie ganz ausfüllt, und der, zur Vermeidung von Wirbelströmen (§ 382), aus voneinander isolierten (lackierten) Eisendrähten hergestellt ist.

Zum Betriebe eines Induktors ist ferner eine Vorrichtung erforderlich, welche den Primärstrom selbsttätig sehr oft in der Sekunde schließt und

wieder öffnet, ein selbsttätiger Unterbrecher  $U$ . Bei kleineren Apparaten ist er direkt in sie eingebaut, bei großen ist es meist ein besonderer Apparat.

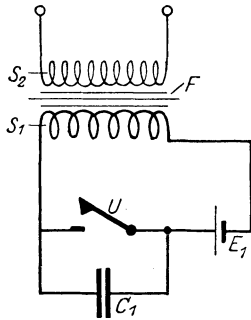


Abb. 293. Schaltungsschema des Funkeninduktors.  $S_1$  Primärspule,  $S_2$  Sekundärspule,  $F$  Eisenkern,  $U$  Unterbrecher,  $E_1$  Stromquelle,  $C_1$  Kondensator. In Wirklichkeit liegt die Primärspule innerhalb der Sekundärspule.

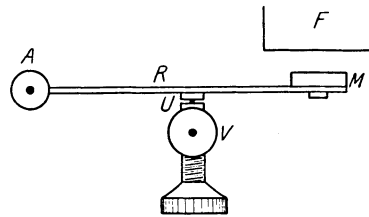


Abb. 294. Prinzip des WAGNERSchen Hammers.  $F$  Eisenkern des Funkeninduktors,  $M$  Eisenstück,  $R$  Blattfeder,  $U$  Platinkontakt (Unterbrechungsstelle),  $A$  und  $V$  Zuleitungen.

Die einfachste und gebräuchlichste Unterbrecherform, insbesondere für kleinere Apparate, ist der sog. WAGNERSche Hammer (Abb. 294), dessen Prinzip vollkommen dem der elektrischen Klingel entspricht.

Als Elektromagnet dient der Eisenkern  $F$  der Primärspule. Neben dieser einfachen Konstruktion gibt es eine Reihe weiterer, verbesserter Vorrichtungen, denen gemeinsam ist, daß sie unmittelbar in den Induktor eingebaut sind und durch die magnetische Kraft des Eisenkerns betrieben werden.

Innerhalb des die Spulen tragenden Kastens befindet sich schließlich noch ein Kondensator  $C_1$ , dessen beide Belegungen mit den beiden Kontaktstellen des Unterbrechers verbunden sind.

Legt man an die Zuleitungen zur Primärspule eine Gleichspannung  $V_1$  (Akkumulatoren, örtliches Netz, je nach der Größe des Apparates), so entsteht in der Primärspule ein Strom  $i_1$ , der infolge der Selbstinduktion den in Abb. 289, § 381, dargestellten Verlauf zeigt. Hierdurch wird in der Sekundärspule eine elektromotorische Kraft  $V_2$  induziert, die der Änderungsgeschwindigkeit von  $i_1$ , also  $di_1/dt$ , proportional und der Spannung in der Primärspule entgegengesetzt gerichtet ist (Abb. 295). Nach sehr kurzer Zeit aber wird der Primärstrom unterbrochen.

Geschähe dies momentan, wäre also  $di_1/dt$  unendlich groß, so würde in der Sekundärspule unendlich kurze Zeit eine unendlich hohe induzierte elektromotorische Kraft entstehen. Die Unterbrechung ist aber nicht momentan, da an der Kontaktstelle des Unterbrechers stets ein Funken auftritt, der noch für kurze Zeit nach Aufhören des metallischen Kontaktes eine Stromleitung durch die Luft zuläßt. Um die Dauer dieses Funkens möglichst abzukürzen und auf diese Weise die Unterbrechung möglichst plötzlich, d. h.  $di_1/dt$  möglichst groß zu machen, besitzt der Induktor den Kondensator. Vor Beginn der Unterbrechung ist der Kondensator kurzgeschlossen, also ungeladen. In dem Augenblick, wo sich der Kontakt  $U$  abzuheben beginnt, liegt an den Belegungen des Kondensators nahezu die volle Betriebsspannung des Induktors. Er nimmt also die Elektrizitätsmenge  $e = CV_1$  auf und entzieht sie dem Stromkreis. Sobald sich der Kontakt wieder schließt, wird der Kondensator durch Kurzschluß wieder ent-

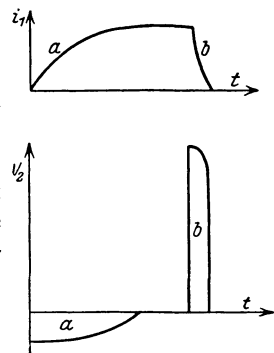


Abb. 295. Primärstrom  $i_1$  (oben) und Sekundärspannung  $V_2$  (unten) am Induktor. a Stromschluß, b Stromöffnung.

laden. Die bei Stromöffnung in der Sekundärspule auftretende elektromotorische Kraft hat daher den in der Abb. 295 unten dargestellten Verlauf. Man erkennt, daß die beim Öffnen des Stromes auftretende elektromotorische Kraft zwar kürzere Zeit andauert als die beim Schließen auftretende, daß sie aber erheblich größer ist als diese. Ist die Sekundärspule an ihren Enden offen, so zeigt sie sich als eine Potentialdifferenz zwischen den offenen Enden. Sind die offenen Enden einander nahe genug, so kann diese Potentialdifferenz zu einer Büschel- oder einer Funkenentladung (§ 407) durch die Luft führen. Mit großen Induktoren kann man so Funken von mehr als 1 m Länge erzeugen. Die erzeugte Spannung ist um so größer, je größer das Verhältnis der Windungszahlen der beiden Spulen ist.

Die von den Kurven des Potentialverlaufs mit der Zeitachse gebildeten Flächen sind einander inhaltsgleich. Ihre Größe beträgt in beiden Fällen (§ 379, Gl. 3)  $\int V dt = \int dN = N$ , wenn  $N$  die Zahl der Kraftlinien bedeutet, die die Sekundärspule bei vollständiger Erregung, d. h. bei vollem Primärstrom, durchsetzen. Da die Zahl der bei Stromschluß entstehenden gleich der Zahl der bei Stromöffnung verschwindenden Kraftlinien ist, so müssen die Flächen inhaltsgleich sein.

Für manche, insbesondere medizinische Zwecke bedient man sich oft eines kleinen Induktors, bei dem die Primärspule mehr oder weniger weit in die Sekundärspule hineingeschoben werden kann, um die Stärke der Wirkung zu regulieren.

Es ist wichtig, anzumerken, daß der Hauptzweck des Eisenkerns nicht der Betrieb des Hammerunterbrechers ist, sondern daß er dazu dient, die Induktionswirkung zu verstärken (§ 381).

Bei großen Induktoren bedient man sich nicht des WAGNERSchen Hammers, sondern anderer Unterbrecher. Bei den rotierenden Unterbrechern wird die zur Primärspule führende Leitung unterbrochen, indem rotierende Kontakte durch

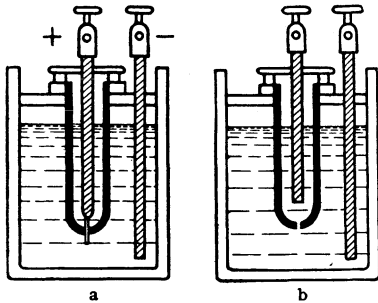


Abb. 296.  
a WEHNELT-Unterbrecher, b Lochunterbrecher.

einen Motor abwechselnd geöffnet und geschlossen werden. Bei den rotierenden Quecksilberunterbrechern wird der Kontakt durch rotierende Quecksilberstrahlen hergestellt. Besonders schnelle und häufige Unterbrechungen gibt der WEHNELT-Unterbrecher und der SIMONSCHE Lochunterbrecher (Abb. 296). In einem Gefäß mit verdünnter Schwefelsäure befindet sich eine Bleiplatte als Kathode und beim WEHNELT-Unterbrecher ein nur wenig aus einem Porzellanrohr herausragender Platinstift als Anode. Durch dieses Gefäß fließt der primäre Gleichstrom. Am Platinstift ist die Stromdichte sehr groß; es tritt daher dort, außer einer Elektrolyse, ein sehr hoher Betrag an JOULEScher Wärme in der Lösung auf, der zur Bildung einer Dampfblase um den Platinstift führt, die nunmehr die Stromleitung unterbricht. Bei der sehr schnell eintretenden Abkühlung bricht die Dampfblase mit scharfem Knall wieder zusammen, und der Strom fließt von neuem. Der WEHNELT-Unterbrecher gibt sehr häufige und plötzliche Stromunterbrechungen und hat daher besonders starke Induktionswirkungen zur Folge. Beim Lochunterbrecher wird die gleiche Wirkung dadurch erzielt, daß der Strom im Elektrolyten durch ein enges Loch hindurchtreten muß.

**387. Die Theorie des Para- und Diamagnetismus.** Paramagnetische Substanzen sind solche, deren Atome bereits an sich ein magnetisches Moment haben. Dieses rührt von den die Kerne der Atome umkreisenden Elektronen her (§ 550 u. 569), welche Kreisströme darstellen. Die Atome der diamagnetischen Substanzen haben an sich kein magnetisches Moment. Zwar werden auch sie von Kreis-

strömen umflossen, aber bei ihnen heben sich die Wirkungen der einzelnen Kreisströme an jedem Atom gerade gegenseitig auf. Die ferromagnetischen Substanzen bilden einen Sonderfall der paramagnetischen Substanzen, dessen Theorie im einzelnen noch nicht geklärt ist. Jedenfalls ist aber der Ferromagnetismus keine Eigenschaft der Atome der ferromagnetischen Substanzen an sich, sondern hängt von der Art der Bindung der Atome ab. Andernfalls könnte nicht bei der Umwandlung des Eisens in eine andere Modifikation, das  $\gamma$ -Eisen, der ferromagnetische Charakter verschwinden (§ 337).  $\gamma$ -Eisen ist paramagnetisch.

Das para- oder diamagnetische Verhalten von Stoffen beruht auf ganz verschiedenen Ursachen. Bei den paramagnetischen Substanzen liegen die Dinge verhältnismäßig einfach. Die Atome, die infolge ihrer magnetischen Momente magnetische Dipole sind, richten sich mit ihrer magnetischen Achse in Richtung des magnetischen Feldes, und die Verhältnisse liegen hier wenigstens qualitativ ebenso wie beim Eisen, wenn auch die Wirkungen weit schwächer sind und Remanenz und Koerzitivkraft fehlen. Das Verhalten der diamagnetischen Substanzen ist aber erst auf Grund der Induktionsgesetze zu verstehen. Die, wie gesagt, auch an den Atomen dieser Stoffe vorhandenen Kreisströme, die ja dauernd ungeschwächt fließen, können wir uns als in widerstandslosen Strombahnen verlaufend denken. Ein diamagnetischer Körper befindet sich zunächst in einem feldfreien Raum. Wird jetzt in diesem Raum ein magnetisches Feld erregt, so entstehen in den gedachten widerstandslosen Strombahnen zusätzliche Induktionsströme, deren Magnetfeld nach dem LENZschen Gesetz (§ 323) dem äußeren Magnetfeld entgegengesetzt gerichtet ist. Noch präziser läßt sich der Vorgang dahin beschreiben, daß an einem Atom diejenigen Kreisströme, deren Magnetfeld dem äußeren Magnetfeld entgegengesetzt gerichtet ist, verstärkt, diejenigen, deren Magnetfeld ihm gleichgerichtet ist, geschwächt werden. D. h. die in ersteren kreisenden Elektronen werden beim Einschalten des Magnetfeldes beschleunigt, die in letzteren kreisenden verlangsamt. Während sich nun die Wirkungen der ganz regellos gelagerten Kreisströme vorher aufhoben, ist das jetzt nicht mehr der Fall. Es überwiegt die Wirkung derjenigen Atome, deren magnetisches Moment gegen die Richtung des äußeren Feldes weist, welches also gerade umgekehrt gerichtet ist wie bei den paramagnetischen Atomen, deren magnetische Momente sich in Richtung des Feldes einstellen. So erklärt sich wenigstens qualitativ das entgegengesetzte Verhalten paramagnetischer und diamagnetischer Substanzen. Beim Ausschalten des magnetischen Feldes treten natürlich Induktionsströme auf, welche den beim Einschalten erzeugten gleich, aber entgegengesetzt gerichtet sind, sie also genau wieder aufheben, so daß die Substanz wieder vollkommen in ihren alten Zustand zurückkehrt.

Es ist zu bemerken, daß das bei den diamagnetischen Stoffen beschriebene Verhalten tatsächlich auch bei allen anderen Stoffen eintreten muß. Paramagnetismus tritt daher dann ein, wenn die paramagnetischen Eigenschaften die diamagnetischen überwiegen.

## i) Zeitlich veränderliche Ströme und Felder.

388. **Wechselstrom.** Unter einem Wechselstrom versteht man allgemein einen Strom, dessen Stärke eine periodische Funktion der Zeit ist. Wir betrachten hier nur den sog. einwelligen Wechselstrom, bei dem die Funktion eine harmonische ist. Der in der Technik benutzte Wechselstrom ist stets sehr nahezu einwellig.

Ein einwelliger Wechselstrom entsteht, wenn an die Enden eines Leiters eine Spannung  $V$  gelegt wird, die der Gleichung

$$V = V_0 \sin(\omega t - \alpha) \quad (1)$$

gehört. Die Spannung schwankt also zwischen den Werten  $+V_0$  und  $-V_0$  periodisch hin und her. Die Konstante  $\alpha$ , die Phasenkonstante, ist nur von der zufälligen Wahl des Anfangspunktes der Zeit abhängig.  $\omega$  heißt die Kreisfrequenz des Wechselstroms. Setzt man  $\omega = 2\pi/\tau$ , so ist  $\tau$  die Periode des Wechselstroms, d. i. die Zeit, in der der Strom einmal alle seine Phasen durchläuft.  $\nu = 1/\tau$  ist die Frequenz des Wechselstroms. Sie ist gleich der Zahl der Perioden in 1 sec (vgl. § 134). Als Wechselzahl bezeichnet man die Häufigkeit der Richtungswechsel in 1 sec; sie ist gleich der doppelten Frequenz. Der gewöhnliche technische Wechselstrom pflegt die Frequenz  $\nu = 50$  zu haben, also die Wechselzahl 100. Als Einheit der Frequenz gebraucht man neuerdings auch die Größe 1 Hertz (Hz). Es hat also technischer Wechselstrom die Frequenz  $\nu = 50$  Hz.

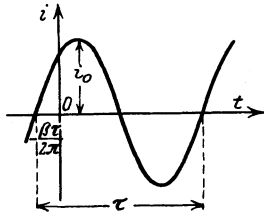


Abb. 297. Zeitlicher Verlauf eines Wechselstroms.

Ist der Verlauf der Spannung an einem Leiter durch Gl. 1 gegeben, so fließt in ihm ein Strom  $i$  nach folgender Gleichung:

$$i = i_0 \sin(\omega t - \beta). \quad (2)$$

Abb. 297 stellt den zeitlichen Verlauf eines solchen Stromes dar.

Die Phasenkonstanten  $\alpha$  und  $\beta$  von Strom und Spannung sind im allgemeinen verschieden, es besteht zwischen ihnen eine Phasendifferenz  $\alpha - \beta$ . Das bedeutet, daß Strom und Spannung nicht gleichzeitig ihre Maximalwerte haben bzw. durch den Wert Null hindurchgehen.

Man beachte, daß die einen Wechselstrom darstellende Gleichung vollkommen derjenigen einer Schwingung (§ 134) entspricht, z. B. derjenigen eines Pendels. In der Tat handelt es sich hier auch um einen Schwingungsvorgang, nämlich um eine elektrische Schwingung. Ein Strom, der periodisch Stärke und Richtung ändert, ist ja nichts anderes als eine periodische Hin- und Herbewegung der Elektronen im Leitersystem, also eine Schwingung dieser Elektronen. Es ist im allgemeinen üblich, die Bezeichnung als elektrische Schwingung Wechselströmen von sehr großer Frequenz  $\nu$  vorzubehalten. Ein physikalischer Grund hierfür liegt aber nicht vor. In der Praxis unterscheidet man meist zwischen Niederfrequenz (Frequenzen des technischen Wechselstroms bis zur Größenordnung von etwa  $\nu = 1000 \text{ sec}^{-1}$ ) und Hochfrequenz (insbesondere die sehr hohen Frequenzen, wie sie bei der drahtlosen Telegraphie und Telephonie in Anwendung kommen, bis etwa zur Größenordnung von  $\nu = 10^7 - 10^8 \text{ sec}^{-1}$ ).

Ob man eine Wechselspannung durch den sin oder den cos darstellt, ist bedeutungslos, da dies ja nur einen Unterschied in der Phasenkonstante bedeutet [ $\sin(\omega t - \alpha) = \cos(\omega t - \alpha')$ , wobei  $\alpha' = \pi/2 + \alpha$ ]. Wesentlich für das Verhalten eines einwelligen Wechselstroms ist außer der Größe von  $V_0$ ,  $i_0$  und  $\omega$  nur die Phasendifferenz zwischen Strom und Spannung.

**389. Wechselstromwiderstand bei Selbstinduktion und OHMSchem Widerstand.** Da ein Wechselstrom fortgesetzt seine Stärke und Richtung ändert, treten in einem von Wechselstrom durchflossenen Leiter mit Selbstinduktion (§ 381) dauernd Induktionswirkungen auf, welche die Stromstärke beeinflussen. Zu der angelegten Spannung  $V$  kommt nach Gl. 6, § 381, noch die induzierte elektro-

motorische Kraft, —  $L di/dt$ , hinzu, welche der angelegten Spannung entgegenwirkt. An Stelle des OHMSchen Gesetzes tritt daher jetzt die Gleichung

$$V - L \frac{di}{dt} = iw. \quad (3)$$

Setzen wir den Wert von  $V$  aus Gl. 1, unter Weglassung der Phasenkonstante — wir brauchen nur den Anfangspunkt der Zeit entsprechend zu wählen — ein, so folgt

$$\frac{di}{dt} + i \frac{w}{L} = \frac{V_0}{L} \sin \omega t. \quad (4)$$

Die Integration dieser Gleichung ergibt

$$i = \frac{V_0}{\sqrt{w^2 + L^2 \omega^2}} \sin(\omega t - \varphi), \quad (5)$$

wobei

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L}{w}. \quad (6)$$

Die maximale Stromstärke beträgt also nicht  $V_0/w$ , sondern an die Stelle von  $w$  tritt die Größe

$$R = \sqrt{w^2 + L^2 \omega^2}, \quad (7)$$

Wechselstromwiderstand, Scheinwiderstand oder Impedanz genannt. Ferner besteht zwischen Spannung und Strom eine Phasendifferenz  $\varphi = \arctg \omega L/w$ . Der Strom  $i$  hinkt in Phase hinter der Spannung  $V$  nach, und zwar um die Zeit  $\varphi/\omega$ . Zur Unterscheidung vom Wechselstromwiderstand eines Leiters nennt man den durch das OHMSche Gesetz definierten Gleichstromwiderstand  $w$  auch den OHMSchen Widerstand.

Man sieht aus Gl. 7, daß der Wechselstromwiderstand von der Kreisfrequenz  $\omega$  abhängt. Ist  $\omega$  sehr groß, was bei den schnellen elektrischen Schwingungen der Fall ist, so kann neben  $L\omega$  der OHMSche Widerstand  $w$  praktisch verschwinden, so daß der Wechselstromwiderstand so gut wie ausschließlich durch die Selbstinduktion bestimmt wird,  $R = L\omega$ . Bei Spulen aus sehr starkem Draht ist dies auch schon bei technischem Wechselstrom weitgehend der Fall.

Fließt in einer Leitung mit großer Selbstinduktion ein Strom, welcher aus einem Gleichstrom mit einem überlagerten Wechselstrom besteht, so wird der Gleichstrom viel weniger geschwächt als der Wechselstrom. Man kann daher den Durchgang der Wechselstromkomponente durch Einschalten von Spulen mit hoher Selbstinduktion in einen Stromkreis weitgehend verhindern. Derartige Drosselspulen werden, um eine möglichst hohe Selbstinduktion zu erzielen, mit Eisenkernen versehen (§ 381). Sie können auch dazu dienen, aus einem Gemisch von Wechselströmen verschiedener Frequenz die Komponenten mit hoher Frequenz auszuscheiden. Denn je größer  $\omega$  ist, desto größeren Widerstand bietet eine Drosselspule dem Wechselstrom.

**390. Wechselstromwiderstand bei Kapazität und OHMSchem Widerstand.** Ein Stromkreis, der an den beiden Belegungen eines Kondensators endet, hat für Gleichstrom einen unendlich hohen Widerstand, denn der Kondensator lädt sich sehr schnell auf eine Spannung auf, die der angelegten Spannung gleich, aber ihr entgegengerichtet ist, so daß sie diese aufhebt. Anders bei Wechselstrom. Auch hier lädt sich zwar der Kondensator auf, aber die Wirkung ist eine ganz andere, da die angelegte Spannung ihre Größe und Richtung fortgesetzt ändert. Es sei  $C$  die Kapazität des Kondensators,  $e$  die jeweils auf ihm befindliche Ladung. Dann beträgt die Spannung am Kondensator  $V' = e/C$ . Demnach gilt jetzt an Stelle des OHMSchen Gesetzes die Gleichung

$$V - V' = V - \frac{e}{C} = iw, \quad (8)$$

wobei  $w$  der OHMSche Widerstand in den Zuleitungen zum Kondensator ist. Differentiiert man diese Gleichung nach der Zeit  $t$  und bedenkt, daß  $dq/dt$ , die Ladungsänderung des Kondensators in der Zeit  $dt$ , gleich der jeweiligen Stromstärke  $i$  ist (§ 290, Gl. 2), so folgt

$$\frac{dV}{dt} - \frac{i}{C} = w \frac{di}{dt}, \quad (9)$$

oder unter Einsetzung von  $dV/dt$  aus Gl. (1), wieder unter Weglassung der Phasenkonstanten,

$$\frac{di}{dt} + \frac{i}{wC} = \frac{\omega}{w} V_0 \cos \omega t. \quad (10)$$

Die Lösung dieser Differentialgleichung lautet

$$i = \frac{V_0}{\sqrt{w^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} \sin(\omega t - \varphi), \quad (11)$$

wobei

$$\varphi = -\arctg \frac{1}{\omega w C}. \quad (12)$$

Der Wechselstromwiderstand beträgt also in diesem Falle  $R = \sqrt{w^2 + 1/\omega^2 C^2}$ . Er ist von der Kreisfrequenz  $\omega$  abhängig und um so kleiner, je größer die Kapazität  $C$  und je größer  $\omega$  ist. Ein Stromkreis aus einer großen Kapazität und sehr kleinem OHMSchen Widerstand  $w$  bietet also einer schnellen elektrischen Schwingung nur einen außerordentlich kleinen Widerstand dar. Es ist so, als sei der für einen Gleichstrom unüberwindliche Widerstand des nicht leitenden Zwischenraums zwischen den Kondensatorbelegungen so gut wie gar nicht vorhanden. Im vorliegenden Falle hat die Phasendifferenz  $\varphi$  positives Vorzeichen. Der Strom eilt der Spannung in Phase voran.

**391. OHMScher Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität in Reihenschaltung. Resonanz.** Enthält ein Stromkreis gleichzeitig Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität, so ergeben sich weitere, kompliziertere Ausdrücke für  $R$ , die, je nachdem ob die betreffenden Größen in Reihe oder parallelgeschaltet sind, verschieden sind.

Von diesen Schaltungen ist der Fall besonders wichtig, daß OHMScher Widerstand, Kapazität und Selbstinduktion in Reihe geschaltet sind. Dann ergibt sich, wenn  $V = V_0 \sin \omega t$ , wie hier nicht näher ausgeführt werden soll,

$$i = \frac{V_0}{\sqrt{w^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin(\omega t - \varphi), \quad (13)$$

wobei

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{w} \quad (14)$$

Wie man leicht sieht, sind die Gl. 5 und 11 Spezialfälle dieser Gl. 13 ( $C = \infty$  bzw.  $L = 0$ ).

Der Strom  $i$  ist nach Gl. 13 am stärksten, wenn  $\omega L - 1/\omega C = 0$ , oder

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{\nu} = \tau = 2\pi \sqrt{LC}. \quad (15)$$

Dieser Fall ist der mechanischen Resonanz (§ 138) ganz analog. Man bezeichnet ihn daher als elektrische Resonanz. Setzen wir  $1/LC = \omega_0^2$ , so können wir statt Gl. 14 auch schreiben

$$\varphi = \arctg \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\frac{w}{L} \omega}. \quad (16)$$



Resonanz findet also statt, wenn  $\omega_0 = \omega$ . Die Größe  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  ist deshalb als die Eigenfrequenz des Stromkreises zu bezeichnen. Ein elektrischer Stromkreis gerät ebenso in Resonanz, wenn man seine Eigenfrequenz auf ihn wirken läßt, wie ein mechanisch schwingungsfähiger Körper, den man im Tempo seiner Eigenfrequenz anstößt. Der Strom eilt der Spannung voraus ( $\varphi < 0$ ), wenn  $\omega_0 > \omega$ , er eilt ihr nach ( $\varphi > 0$ ), wenn  $\omega_0 < \omega$ . Ist  $\omega_0 = \omega$ , so sind Strom und Spannung miteinander in gleicher Phase.

**392. Messung von Selbstinduktionen und Kapazitäten in der WHEATSTONEschen Brückenschaltung.** Bei der Benutzung von Wechselstrom an Stelle von Gleichstrom kann man Selbstinduktionen in der WHEATSTONEschen Brückenschaltung ebenso wie OHMSche Widerstände vergleichen (§ 298), nur tritt in die Bedingungsgleichung für Stromlosigkeit des Brückenweiges an die Stelle des OHMSchen Widerstandes der Wechselstromwiderstand. Ferner ist Bedingung, daß die Punkte an den Enden der Brücke stets in gleicher Phase sind. Als Indikator für Stromlosigkeit der Brücke dient ein Telephon *T* oder ein anderes wechselstromanzeigendes Instrument. Es sei  $L_1$  (Abb. 298) die zu messende Selbstinduktion,  $L_2$  eine Selbstinduktion bekannter Größe,  $w_3$  und  $w_4$  veränderliche Widerstände ohne merkliche Selbstinduktion, z. B. ein Meßdraht (§ 298). Die Widerstände  $w_1$  und  $w_2$  bestehen erstens aus den OHMSchen Widerständen der zu untersuchenden Leiter, zweitens aber aus zusätzlichen, veränderlichen Widerständen. Wenn diese Widerstände so abgeglichen sind, daß die Brücke bei den gleichen Widerständen  $w_3$  und  $w_4$  sowohl bei Messung mit Gleichstrom wie bei Messung mit Wechselstrom stromlos ist, so besteht die Beziehung  $\sqrt{w_1^2 + L_1^2 \omega^2} : \sqrt{w_2^2 + L_2^2 \omega^2} = w_3 : w_4$  und  $w_1 : w_2 = w_3 : w_4$ , und daraus folgt weiter

$$L_1 : L_2 = w_1 : w_2 = w_3 : w_4.$$

Es ist dann die unbekannte Selbstinduktion  $L_1 = L_2 w_3 / w_4$ . Die Abgleichung ist unabhängig von der Frequenz des Wechselstroms. Es ist also nicht nötig, reinen, sinusförmigen Wechselstrom zu verwenden, sondern man kann den sehr kompliziert verlaufenden Wechselstrom der Sekundärspule eines kleinen Induktors (Abb. 285, § 386) benutzen.

In ähnlicher Weise kann man Kapazitäten miteinander vergleichen. Sind  $C_1$  und  $C_2$  (Abb. 299) zwei Kapazitäten,  $w_3$  und  $w_4$  reine OHMSche Widerstände, so gilt bei Stromlosigkeit der Brücke, falls die Leitfähigkeit des in den Kondensatoren enthaltenen Dielektrikums zu vernachlässigen ist,

$$C_1 : C_2 = w_4 : w_3.$$

Da die Kapazität eines Kondensators von der Dielektrizitätskonstanten des zwischen seinen Platten befindlichen Isolators abhängt (§ 284), so kann man mittels der geschilderten Methode Dielektrizitätskonstanten messen, indem man die Kapazität eines Kondensators einmal ohne Dielektrikum und dann mit dem Dielektrikum mißt.

**393. Wechselstromleistung. Effektive Stromstärke.** Die Leistung eines Wechselstroms ist für jeden Augenblick, wie bei Gleichstrom (§ 306), durch das Produkt  $V i$  gegeben. Sie wechselt infolgedessen fortgesetzt ihre Größe und sogar ihr Vorzeichen. Die tatsächlich beobachtbare Leistung eines Wechselstroms ist der Mittelwert aus den Momentanleistungen. Da nach der Zeit  $\tau$  einer Periode

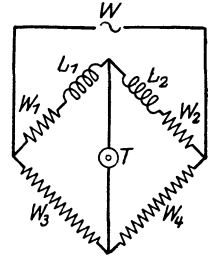


Abb. 298. Vergleich von Selbstinduktionen. *W* Wechselstromquelle, *T* Telephon.

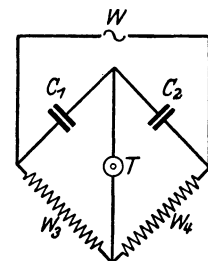


Abb. 299. Vergleich von Kapazitäten.

sich alle Vorgänge genau wiederholen, so erhält man den gewünschten Mittelwert  $L$  durch Mittelwertbildung über die Zeit  $\tau$ . Das Ergebnis der Rechnung ist

$$L = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} V i \, dt = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} V_0 i_0 \sin \omega t \sin (\omega t - \varphi) \, dt = \frac{1}{2} V_0 i_0 \cos \varphi, \quad (17)$$

wenn  $\varphi$  die Phasendifferenz zwischen  $V$  und  $i$  ist, und  $V_0$  und  $i_0$  die betreffenden Maximalwerte (Amplituden) von Strom und Spannung sind. Man sieht, daß die mittlere Leistung  $L$  Null werden kann, nämlich wenn  $\varphi = 90^\circ$  ist. Dieser Fall kann sehr nahezu verwirklicht werden, z. B. bei einer praktisch widerstandsfreien Selbstinduktion (s. Gl. 6, § 389). Man erhält dann einen sog. wattlosen Strom.

Aus den Gl. 13 und 14 berechnet man leicht, daß  $V_0 = i_0 \omega / \cos \varphi$ , so daß man statt Gl. 17 auch setzen kann

$$L = \frac{1}{2} i_0^2 \omega.$$

Durch Vergleich mit Gl. 4, § 306, erkennt man, daß ein Wechselstrom mit der Amplitude  $i_0$  die gleiche Leistung liefert wie ein Gleichstrom von der Stärke  $i = i_0 / \sqrt{2}$ . Man nennt diese Stromstärke die effektive Stromstärke des Wechselstroms

$$i_{\text{eff}} = \frac{i_0}{\sqrt{2}} = 0,707 i_0. \quad (18)$$

$i_{\text{eff}}$  ist die Wurzel aus dem Mittelwert der Quadrate der Stromstärken des Wechselstroms während einer Periode. Ein entsprechender Ausdruck gilt für die effektive Spannung

$$V_{\text{eff}} = 0,707 V_0. \quad (19)$$

**394. Drehstrom.** Der heute technisch immer häufiger verwendete Drehstrom ist ein Spezialfall sog. verketteter Mehrphasenströme. Er wird auf drei Leitern übertragen, welche gegen Erde die Spannungen

$$V_1 = V_0 \sin \omega t, \quad V_2 = V_0 \sin (\omega t + 120^\circ), \quad V_3 = V_0 \sin (\omega t + 240^\circ) \quad (20)$$

haben. Verbindet man nur zwei Enden des Dreileitersystems durch einen Stromkreis, so erhält man in diesem einen einfachen Wechselstrom. Die so erzeugbaren Spannungen  $V_1 - V_2$ ,  $V_2 - V_3$ ,  $V_3 - V_1$  haben, ebenso wie die Spannungen gegen Erde, unter sich eine Phasendifferenz von je  $120^\circ$ , sie sind aber um den Faktor  $\sqrt{3}$  größer als diese. Denn es ist z. B.  $V_2 - V_1 = V_0 [\sin (\omega t + 120^\circ) - \sin \omega t] = 2 V_0 \cos (\omega t + 60^\circ) \cdot \sin 60^\circ = V_0 \sqrt{3} \cos (\omega t + 60^\circ) = 1,73 V_0 \cos (\omega t + 60^\circ)$ .

Hat man daher, wie das in den großen Netzen meist üblich ist, einen Drehstrom, dessen Wechselstromkomponenten (Phasen) eine Effektivspannung von 220 Volt gegen Erde haben, so kann man, wenn man nicht alle drei Phasen verwenden will, was ja z. B. zum Betriebe elektrischer Beleuchtung nicht in Frage kommt, entweder nur eine der Phasen des Drehstroms und einen auf dem Potential der Erde gehaltenen „Nulleiter“ benutzen und hat dann eine Effektivspannung von 220 Volt zur Verfügung, wie sie heute z. B. für die gewöhnlichen Hausanschlüsse allgemein üblich ist. Oder man schließt an zwei Phasen der Drehstromleitung an und hat zwischen ihnen eine Effektivspannung von etwa 380 Volt zur Verfügung, was für viele technische Zwecke bequem ist.

Will man alle drei Phasen des Drehstroms ausnutzen, so verwendet man ihn entweder in der sog. Sternschaltung oder der Dreieckschaltung (Abb. 300). Die drei Wechselstromwiderstände  $R$  sind einander gleich. Die Sternschaltung hat den Vorteil, daß im Mittelpunkt  $O$  stets die Spannung 0 herrscht, so daß

man diesen Punkt mit der Erde (Nulleiter) verbinden kann. Auch verbindet man ihn mit den nicht stromführenden Metallteilen der betreffenden Maschine usw., um das Auftreten von Spannungen gegen Erde durch Induktionswirkungen (Wirbelströme) in ihnen zu vermeiden.

Stellt man drei gleiche Spulen unter einem Winkel von  $120^\circ$  gegeneinander geneigt auf und legt an die eine die Spannung  $V_1 - V_2$ , an die zweite die Spannung  $V_2 - V_3$ , an die dritte die Spannung  $V_3 - V_1$ , so überlagern sich in der Mitte des Raumes zwischen den drei Spulen die magnetischen Felder der drei Stromkreise derart, daß ein Magnetfeld resultiert, welches konstante Größe hat und dessen Richtung sich während einer Periode des Drehstroms mit konstanter Winkelgeschwindigkeit um  $360^\circ$  dreht (Drehfeld).

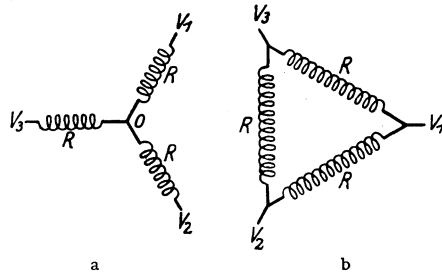


Abb. 300. a Sternschaltung, b Dreieckschaltung.

**395. Verschiebungsströme.** In einem Stromkreise, in dem sich eine Wechselstromquelle und ein Kondensator befinden, fließt ein Strom, obgleich der OHMSche Widerstand des Kreises wegen der Unterbrechung durch den Kondensator unendlich groß ist (§ 390). Das liegt daran, daß der Kondensator durch die periodisch wechselnde Spannung fortgesetzt das Vorzeichen seiner Ladung wechselt, und diese Ladungen fließen als Wechselstrom durch die Zuleitungen zum Kondensator. Gleichzeitig ändert das elektrische Feld im Innern des Kondensators fortgesetzt seine Größe und Richtung. Nach der Definition, die wir bisher für einen elektrischen Strom angewandt haben, handelt es sich also in diesem Falle um einen nicht in sich geschlossenen Strom. Der Strom beginnt und endet auf den Platten des Kondensators.

Es scheint zunächst nur formale Bedeutung zu haben, daß MAXWELL den Begriff des Stroms erweiterte, und zwar derart, daß es ungeschlossene elektrische Ströme grundsätzlich nicht gibt. Er tat dies durch Einführung des Begriffs des Verschiebungsstroms (vgl. S. 287). Der bisher als ungeschlossen angesehene Strom in den Zuleitungen des Kondensators soll durch einen Verschiebungsstrom  $i_v$  im Innern desselben als geschlossen gelten (Abb. 301). Da in einem geschlossenen Stromkreise die Stromstärke überall die gleiche sein muß, so muß der Verschiebungsstrom die gleiche Größe haben wie der in den übrigen Teilen des Kreises fließende Strom, den wir jetzt genauer als Leitungsstrom  $i_l$  zu bezeichnen haben. Der Leitungsstrom  $i_l$  ist gleich der Ladungsänderung des Kondensators in 1 sec,  $i_l = de/dt$ , wenn  $e$  die jeweilige Ladung des Kondensators bedeutet. Die Feldstärke  $\mathcal{E}$  im Innern des Kondensators beträgt z. B. in einem Plattenkondensator nach § 279  $\mathcal{E} = 4\pi e/F$  ( $F$  = Fläche der Kondensatorplatten). Es ist daher der Verschiebungsstrom im Kondensator, der ja dem Leitungsstrom in den Zuleitungen gleich sein soll,

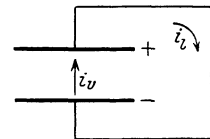


Abb. 301. Zur Einführung des Begriffs Verschiebungsstroms.

$$i_v = i_l = \frac{de}{dt} = \frac{F}{4\pi} \frac{d\mathcal{E}}{dt}. \tag{21}$$

Der Verschiebungsstrom ist demnach der zeitlichen Änderung der Feldstärke oder der Kraftlinienzahl im Kondensator proportional. Er ist um so größer, je schneller diese Änderung erfolgt.

Der Begriff des Verschiebungsstromes ist nun nicht auf den Kondensator beschränkt, sondern er findet Anwendung in allen Fällen, in denen in irgend-

einem Raumpunkt eine zeitliche Änderung des elektrischen Feldes erfolgt. Als Dichte des Verschiebungsstroms  $j_v$  bezeichnet man den auf 1 qcm entfallenden Verschiebungsstrom  $i_v/F$ . Sie beträgt demnach nach (Gl. 21)

$$j_v = \frac{1}{4\pi} \frac{d\mathcal{E}}{dt}. \quad (22)$$

Wie gesagt, erscheint die Einführung dieses neuen Begriffs zunächst rein formal. Sie ist aber tatsächlich von größter Bedeutung. Wie nämlich MAXWELL gezeigt hat, teilen die Verschiebungsströme mit den Leitungsströmen eine fundamental wichtige Eigenschaft: Ebenso wie die Leitungsströme sind die Verschiebungsströme von magnetischen Kraftlinien umgeben. Für die magnetischen Felder von Verschiebungsströmen gelten die gleichen Gesetze wie für diejenigen von Leitungsströmen.

Ist der Raum im Innern eines Kondensators mit einem Dielektrikum von der Dielektrizitätskonstanten  $\varepsilon$  erfüllt, so ist bei gleicher Kondensatorladung das Feld im Innern um den Faktor  $1/\varepsilon$  kleiner als ohne das Dielektrikum (§ 284). Die Stärke des Leitungsstroms und damit des ihm gleichen Verschiebungsstroms hängt aber nur von der Änderungsgeschwindigkeit der Kondensatorladung und damit von deren Größe ab. Daher sind im allgemeinen Falle die rechten Seiten der Gl. 21 und 22 noch mit  $\varepsilon$  zu multiplizieren, und man erhält

$$i_v = \frac{F\varepsilon}{4\pi} \frac{d\mathcal{E}}{dt} = F \frac{d\mathcal{D}}{dt} \quad \text{und} \quad j_v = \frac{\varepsilon}{4\pi} \frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{d\mathcal{D}}{dt}. \quad (23a)$$

Die Verschiebungsstromdichte  $j_v$  ist also gleich der zeitlichen Änderung der elektrischen Verschiebungsdichte  $\mathcal{D}$  (§ 284). Die Gl. 23a ist gemäß der Art ihrer Ableitung in elektrostatischen Einheiten von  $i_v$ ,  $j_v$  und  $\mathcal{E}$  ausgedrückt. Mit Hilfe der in § 352 abgeleiteten Beziehungen stellt man leicht fest, daß sie in elektromagnetischen Einheiten lautet

$$j_v = \frac{\varepsilon}{4\pi c^2} \frac{d\mathcal{E}}{dt}. \quad (23b)$$

Abb. 302 stellt einen Kondensator vor, in dessen Innern sich ein den Kraftlinien paralleler Leiter befindet. Ist der Kondensator geladen, so wird der Leiter durch Influenz zu einem elektrischen Dipol. Ändert sich die Ladung des Kondensators, so ändert sich auch die Stärke des Dipols und es fließt in ihm ein Strom, weil die Ladung an seinen Enden zu- oder abnimmt.

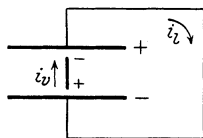


Abb. 302. Leiter im Verschiebungsstrom.

Unter Heranziehung des Begriffs des Verschiebungsstroms können wir diese Erscheinung auch so deuten, daß die den Verschiebungsstrom und damit den Leiter ringförmig umschließenden, zeitlich veränderlichen magnetischen Kraftlinien im Leiter einen Strom induzieren. Das ist nur ein anderer Ausdruck für die gleiche Tatsache.

Eine entsprechende Erscheinung tritt immer dann auf, wenn sich ein Leiter im Bereiche eines Verschiebungsstroms befindet. Es ist so, als werde ein Verschiebungsstrom, den man durch Hineinbringen eines Leiters unterbricht, durch einen Leitungsstrom im Leiter geschlossen.

Wir fassen hier noch einmal die folgenden Tatsachen zusammen:

1. Wie jeder Leitungsstrom, so hat auch jeder Verschiebungsstrom ein magnetisches Feld. Mit anderen Worten: Die Kraftlinien jedes zeitlich veränderlichen elektrischen Feldes sind von magnetischen Kraftlinien ringförmig umschlossen.

2. Die Kraftlinien jedes zeitlich veränderlichen magnetischen Feldes sind von elektrischen Kraftlinien ringförmig umschlossen. Verlaufen diese in einem Leiter, so erzeugen sie in ihm einen Leitungsstrom, verlaufen sie in einem Nichtleiter, so entsteht ein Verschiebungsstrom.

396. Die Energie des elektrischen und magnetischen Feldes. Im § 282 ist die in einem geladenen Kondensator aufgespeicherte elektrische Energie  $E_e = \frac{1}{2} C V^2$  berechnet worden. Wir betrachten jetzt als einfachen Fall einen Plattenkondensator und können dann mit Hilfe der Gl. 12, § 279, und wegen  $V = \mathfrak{E} d$  schreiben

$$E_e = \frac{\epsilon}{2} \frac{F}{4 \pi d} \mathfrak{E}^2 d^2 = \frac{\epsilon}{8 \pi} \mathfrak{E}^2 F d.$$

Als Sitz dieser elektrischen Energie haben wir das elektrische Feld zwischen den Platten des Kondensators zu betrachten, denn mit dem Verschwinden des Feldes verschwindet auch die Energie. (Man sagt zwar, daß die Ladungen auf den Kondensatorplatten eine bestimmte potentielle Energie besitzen. Aber an diesen Ladungen ändert sich ja selbst nichts, ob sie sich nun auf den Kondensatorplatten oder unter ganz anderen Verhältnissen an einem andern Ort befinden. Man vergleiche den Fall zweier Massen, die sich durch Vermittlung einer zwischen ihnen gespannten Feder anziehen. Auch hier sagt man, daß die Massen eine gewisse potentielle Energie gegeneinander besitzen, aber der tatsächliche Sitz dieser potentiellen Energie ist doch die sie verbindende Feder. Denn an dieser, nicht an den Massen, ist bei der Spannungsarbeit geleistet worden.)  $F d$  ist das zwischen den Kondensatorplatten eingeschlossene Volumen, also das Volumen des elektrischen Feldes. Demnach entfällt auf 1 ccm des Feldes die Energie

$$E_e = \frac{\epsilon}{8 \pi} \mathfrak{E}^2. \quad (24)$$

Diese hier für das Feld eines Plattenkondensators abgeleitete Beziehung gilt allgemein für jedes elektrische Feld.  $E_e$  ist die Energiedichte des elektrischen Feldes  $\mathfrak{E}$ .

Zur Berechnung der Energie eines magnetischen Feldes gehen wir von der langen und engen Spule aus, deren Selbstinduktion wir im § 381 berechnet haben. Fließt in ihr bei einer Spannung  $V$  ein Strom  $i$ , so ist die vom Strome in der Zeit  $dt$  geleistete Arbeit nach § 306 gleich  $V i dt$ . Nach Gl. 7, § 381, zerfällt die Spannung  $V$  in zwei Teile,  $V = i w + L di/dt$ . Ebenso setzt sich daher die Stromarbeit aus zwei Teilen zusammen,  $i^2 w dt + L i di/dt \cdot dt = i^2 w dt + L i di$ . Der letztere Anteil besteht nur so lange, wie der Strom  $i$  veränderlich ist, also in der ersten Zeit nach dem Einschalten des Stroms (§ 381). Er dient dazu, um die Energie zum Aufbau des Magnetfeldes der Spule zu liefern, verschwindet also, wenn dieses konstant geworden ist. Daher ist der Anteil der Stromenergie, der in der Zeit  $dt$  auf das Magnetfeld übergeht,

$$dE_m = L i di.$$

Durch Integration ergibt sich hieraus, wenn  $i$  die endgültige, konstante Stromstärke bedeutet, die Gesamtenergie des magnetischen Feldes der Spule zu

$$E_m = \frac{1}{2} L i^2. \quad (25)$$

Führen wir jetzt noch den Ausdruck für die Selbstinduktion  $L = F l n^2 \cdot 4 \pi \mu$  (§ 381) ein und berücksichtigen, daß  $\mathfrak{B} = 4 \pi n i \mu$  (§ 348 und 360), so folgt

$$E_m = \frac{1}{8 \pi \mu} \mathfrak{B}^2 \cdot F l.$$

Die Feldstärke außerhalb der Spule ist, wie in § 346 auseinandergesetzt, außerordentlich schwach und bei einer unendlich langen Spule überhaupt Null. Das ganze Feld ist also praktisch auf den Innenraum der Spule konzentriert, dessen Volumen gleich  $F l$  ist. Demnach entfällt auf die Volumeinheit die Energie

$$E_m = \frac{1}{8\pi\mu} \mathfrak{B}^2, \text{ oder da } \mathfrak{B} = \mu \mathfrak{H}, E_m = \frac{\mu}{8\pi} \mathfrak{H}^2. \quad (26)$$

Dies ist die Energiedichte des magnetischen Feldes von der Stärke  $\mathfrak{H}$ . Die Gl. 26 gilt ganz allgemein für jedes magnetische Feld.

Sind im Raume elektrische und magnetische Felder gleichzeitig vorhanden, so überlagern sie sich, ohne sich in ihrer jeweiligen Stärke gegenseitig zu beeinflussen. Es ist daher die Gesamtenergiedichte eines elektromagnetischen Feldes

$$E = \frac{1}{8\pi} (\epsilon \mathfrak{E}^2 + \mu \mathfrak{H}^2). \quad (27)$$

Bei unsern Berechnungen haben wir  $\epsilon$  und  $\mathfrak{E}$  im elektrostatischen Maße,  $\mu$  und  $\mathfrak{H}$  im magnetischen Maße angesetzt.

Daß Gl. 25 allgemein die Energie des magnetischen Feldes eines Stromkreises, in dem ein Strom  $i$  fließt, darstellen muß, läßt sich auch noch auf folgende Art beweisen. In einem Leiter der Selbstinduktion  $L$  fließe zunächst ein konstanter Strom  $i_0$ . Jetzt werde die Stromquelle entfernt und der Stromkreis im gleichen Moment kurzgeschlossen, so daß weiter in ihm ein Strom fließen kann. Zur Zeit  $t$  nach dem Kurzschluß ist dessen Stärke  $i = i_0 e^{-wt/L}$  (§ 381). Die Energie dieses Stroms geht in JOULEsche Wärme über, deren Betrag

$$A = \int_0^\infty i^2 w dt = i_0^2 w \int_0^\infty e^{-2\frac{w}{L}t} dt = \frac{1}{2} L i_0^2$$

ist. Das ist genau der Betrag, der sich aus Gl. 25 als Energie des Magnetfeldes des von einem Strom  $i_0$  durchflossenen Stromkreises ergibt. Der in diesem nach Abschalten der Spannung und Kurzschluß fließende Strom  $i$  ist nichts anderes als der Induktionsstrom, den das zusammenbrechende Magnetfeld der Spule erzeugt, und wir finden die ganze Energie dieses Feldes schließlich in Übereinstimmung mit dem Energieprinzip in der JOULEschen Wärme dieses Induktionsstromes wieder.

**397. Die MAXWELLSchen Gleichungen.** Im § 395 ist gezeigt worden, daß die Kraftlinien eines veränderlichen Magnetfeldes von geschlossenen elektrischen Kraft-

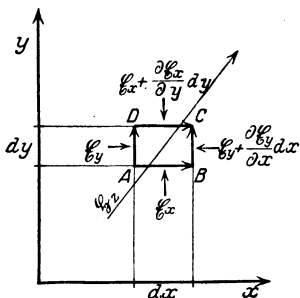


Abb. 303. Zur Ableitung der zweiten MAXWELLSchen Gleichung.

linien umgeben sind. Für die elektromotorische Kraft längs des Umfangs einer solchen Kraftlinie gilt nach

§ 379 die Beziehung  $V = \mu F \frac{d\mathfrak{H}}{dt}$  ( $F =$  von der Kraft-

linie umschlossene Fläche). Es sei  $\mathfrak{E}_s$  die Komponente der elektrischen Feldstärke in Richtung eines Streckenelements  $ds$ . Dann ist die zwischen den Enden von  $ds$  herrschende Spannung  $V = \mathfrak{E}_s ds$ . Wir wenden diese Beziehung jetzt auf die einzelnen Teile des Umfangs eines sehr kleinen rechteckigen Flächenstücks  $dx dy$  (Abb. 303) an, das senkrecht zur Zeichenebene, von vorn nach hinten, von einem veränderlichen magnetischen Felde  $\mathfrak{H}_z$  durchsetzt werde. Längs der Strecke

$AB$  herrsche ein durch das veränderliche Magnetfeld erzeugtes elektrisches Feld von der Stärke  $\mathfrak{E}_x$ , längs der Strecke  $AD$  ein solches von der Stärke  $\mathfrak{E}_y$ . Dann kann

man, wegen der vorausgesetzten Kleinheit von  $dx$  und  $dy$ , für die Feldstärke längs  $DC$  ansetzen  $\mathfrak{E}_x + \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial y} dy$  und für die Feldstärke längs  $BC$   $\mathfrak{E}_y + \frac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial x} dx$ . Die Gesamtspannung längs des Umfangs ergibt sich als die Summe der Teilspannungen längs der einzelnen Teile des Umfangs. Um sie zu berechnen, vollführen wir einen Umlauf um das Rechteck, etwa bei  $A$  beginnend, und zwar gegen den Sinn des Uhrzeigers. Denn wie man aus den früher angegebenen Regeln leicht feststellen kann, ist dies die Richtung der elektrischen Feldstärke bei einer positiven Änderung des magnetischen Feldes  $\mathfrak{H}_z$ . Wir haben dabei weiter zu bedenken, daß die Schritte  $AB$  und  $BC$  in der positiven Koordinatenrichtung erfolgen, die Schritte  $CD$  und  $DA$  dagegen in der negativen Koordinatenrichtung. Erstere sind also positiv, letztere negativ zu rechnen ( $+dx$ ,  $+dy$  bzw.  $-dx$ ,  $-dy$ ). Wir erhalten so für die Spannung  $V$  längs des ganzen Umfangs

$$\begin{aligned} V = \sum \mathfrak{E}_s ds &= \mathfrak{E}_x dx + \left( \mathfrak{E}_y + \frac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial x} dx \right) dy - \left( \mathfrak{E}_x + \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial y} dy \right) dx - \mathfrak{E}_y dy \\ &= \left( \frac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial y} \right) dx dy = \mu \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial t} \cdot F. \end{aligned}$$

Dividieren wir die Gleichung durch  $F = dx \cdot dy$ , so erhalten wir

$$\mu \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial t} = - \left( \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial x} \right). \quad (28)$$

Dies ist die zweite MAXWELLSche Grundgleichung der Elektrodynamik (1864).

Nunmehr betrachten wir ein ganz entsprechendes Flächenstück, welches senkrecht zur Zeichnungsebene von einem veränderlichen elektrischen Felde  $\mathfrak{E}_z$  durchsetzt wird, so daß nach Gl. 23 b, § 395, ein Verschiebungsstrom  $i_v = dx dy \frac{\epsilon}{4\pi c^2} \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial t}$  durch die Fläche hindurchtritt (Abb. 304). Wir bilden in einer zu der vorhergehenden ganz analogen Weise jetzt die Summe über die Produkte  $\mathfrak{H}_s ds$ , die man auch als magnetische Spannung bezeichnet. Wie man mit Hilfe der früher besprochenen Regeln feststellen kann, ist das magnetische Feld des Verschiebungsstromes hier umgekehrt gerichtet wie oben das elektrische

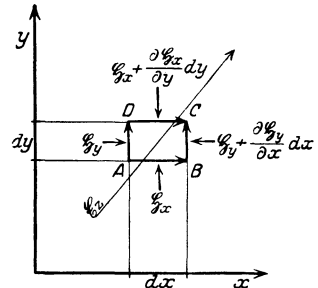


Abb. 304. Zur Ableitung der ersten MAXWELLSchen Gleichung.

Feld, wir müssen das Rechteck diesmal im Sinne des Uhrzeigers ( $ADCBA$ ) umkreisen. Die Summe unterscheidet sich also von der früheren einmal durch Vertauschung von  $\mathfrak{E}$  und  $\mathfrak{H}$ , zweitens durch das Vorzeichen, und wir erhalten

$$\begin{aligned} \sum \mathfrak{H}_s ds &= \mathfrak{H}_y dy + \left( \mathfrak{H}_x + \frac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial y} dy \right) dx - \left( \mathfrak{H}_y + \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial x} dx \right) dy - \mathfrak{H}_x dx \\ &= \left( \frac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial x} \right) dx dy. \end{aligned}$$

Nun ist aber  $\sum \mathfrak{H}_s ds$  nichts anderes als die Kraft, die erforderlich ist, um einen Magnetpol der Stärke  $\tau$  einmal um den Umfang des Rechtecks, d. h. einmal um den Verschiebungsstrom  $i_v = dx dy \frac{\epsilon}{4\pi c^2} \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial t}$  herumzuführen, und diese Arbeit ist nach § 355 gleich  $4\pi i_v$ . Unter Einsetzung dieser Beziehung erhalten wir

$$\left( \frac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial x} \right) dx dy = \frac{\epsilon}{c^2} \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial t} dx dy.$$

Dividieren wir noch durch die Fläche  $F = dx dy$ , so folgt die erste MAXWELLSche Gleichung (1864)

$$\frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial t} = \frac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial x}. \quad (29)$$

Gleichungen, die den beiden hier für  $\mathfrak{E}_z$  und  $\mathfrak{H}_z$  abgeleiteten entsprechen, gelten auch für die beiden anderen räumlichen Richtungen. Man faßt das so entstehende System von 6 Gleichungen in der Schreibweise der Vektorrechnung in zwei zusammen, welche lauten

$$\varepsilon \frac{d\mathfrak{E}}{dt} = c^2 \operatorname{curl} \mathfrak{H}, \quad (30a)$$

$$\mu \frac{d\mathfrak{H}}{dt} = - \operatorname{curl} \mathfrak{E} \quad (30b)$$

(statt des Symbols curl ist auch das Symbol rot üblich). Dabei sind  $\mathfrak{E}$  und  $\mathfrak{H}$  im elektromagnetischen Maßsystem gemessen. Drücken wir jedoch  $\mathfrak{E}$  im elektrostatischen Maßsystem aus, so ergibt sich auf Grund von § 352

$$\varepsilon \frac{d\mathfrak{E}}{dt} = c \operatorname{curl} \mathfrak{H}, \quad (30c)$$

$$\varepsilon \frac{d\mathfrak{H}}{dt} = - c \operatorname{curl} \mathfrak{E}. \quad (30d)$$

Die Gl. 30 haben keinen anderen Inhalt als die beiden Gl. 28 und 29. Sie sind nur eine von der Beziehung auf bestimmte Koordinatenrichtungen losgelöste, bzw. alle drei Koordinatenrichtungen umfassende andere Schreibweise desselben Gesetzes. Fließt durch die Fläche  $dx dy$  noch ein Leitungsstrom von der Stromdichte  $j_l$ , so ist auf der linken Seite von Gl. 30 a noch  $4\pi c^2 j_l$  zu addieren.

## k) Elektrische Maschinen.

**398. Transformatoren.** Transformatoren sind Vorrichtungen, welche dazu dienen, mit Hilfe eines Wechselstromes von bestimmter (Effektiv-) Spannung einen Wechselstrom von irgendeiner anderen Spannung zu erzeugen. Abb. 305

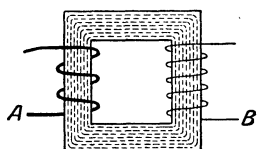


Abb. 305.  
Schema eines Transformators.

zeigt das Schema eines einfachen Transformators. Auf zwei Schenkeln eines Rechtecks aus weichem Eisen (aus Eisenblechen zusammengesetzt, § 376) sitzen zwei Spulen A und B von verschiedenen Windungszahlen  $n_1$  und  $n_2$ . Durch die eine, die Primärspule, fließt der zu transformierende Wechselstrom. Dieser erzeugt im Eisen eine im Tempo des Wechselstroms wechselnde Magnetisierung. Diese wirkt induzierend auf die andere, die Sekundärspule, ein, erzeugt also in ihr wieder eine Wechselspannung, die die gleiche Frequenz hat wie die primäre. Ein solcher Transformator ist sehr weitgehend streuungsfrei, d. h. die Kraftlinien verlaufen fast sämtlich im Eisen, ohne aus ihm herauszutreten. Die Kraftlinienzahl innerhalb der Sekundärspule ist daher fast genau die gleiche wie die innerhalb der Primärspule. Es bedeuten  $n_1$  und  $n_2$  die Windungszahlen der Primär- und der Sekundärspule,  $i_1$  die primäre Wechselstromstärke und  $V_1$  und  $V_2$  die primäre und die sekundäre Wechselspannung,  $V_1^0$  und  $V_2^0$  deren Maximalwerte (Amplituden),  $l$  die Länge der Primärspule. Dann beträgt die magnetische Induktion im Eisen

$$\mathfrak{B} = \frac{4\pi n_1 \mu}{l} \cdot i_1 = \frac{4\pi n_1 \mu}{l} \cdot \frac{V_1^0}{R} \cdot \sin(\omega t + \varphi).$$



Ist der OHMSche Widerstand  $w$  in der Primärspule klein gegen das Produkt  $L\omega$  ( $L$  = Selbstinduktion der Spule), so ist der Wechselstromwiderstand  $R = L\omega$ . Nun ist aber nach § 381  $L = \frac{4\pi n_1^2 F \mu}{l}$  (wobei  $n_1 = nl$  zu setzen ist). Es folgt

$$\mathfrak{B} = \frac{V_1^0}{F n_1 \omega} \cdot \sin(\omega t + \varphi).$$

Die in der Sekundärspule induzierte Spannung beträgt nach § 379

$$V_2 = F n_2 \frac{d\mathfrak{B}}{dt} = \frac{n_2}{n_1} V_1^0 \cos(\omega t + \varphi).$$

Es verhalten sich daher die Amplituden der sekundären und der primären Wechselfspannung wie  $V_2^0 : V_1^0 = n_2 : n_1$  (Übersetzungsverhältnis des Transformators); und ebenso verhalten sich die Effektivwerte der beiden Spannungen.

Ein Transformator verändert also die Spannung eines Wechselstroms im Verhältnis der Windungszahlen seiner beiden Spulen. Man kann einen Wechselstrom sowohl auf höhere wie auf niedrigere Spannung transformieren.

Bei Leerlauf, d. h. wenn die Sekundärspule nicht geschlossen ist, sind wegen der hohen Selbstinduktion und des kleinen Widerstands des Transformators Strom und Spannung in der Primärspule nahezu um  $90^\circ$  gegeneinander verschoben. So fließt in ihr ein sehr nahezu wattloser, keine Energie verbrauchender Strom (§ 393). Wird die Sekundärspule durch einen Stromkreis geschlossen, so wird die Phasendifferenz in der Primärspule infolge der induzierenden Rückwirkung der jetzt stromdurchflossenen Sekundärspule auf sie kleiner. Die Energieabgabe der Primärspule ist dann dem Energieverbrauch im sekundären Stromkreis fast genau gleich, nur sehr wenig größer. Bei der Transformation tritt also nur ein sehr geringer Energieverlust ein.

In dieser Möglichkeit einer beliebigen, fast verlustlosen Änderung der Spannung, die bei Gleichstrom nicht besteht, liegt der große technische Vorteil des Wechselstroms, der dazu geführt hat, daß er in der Elektrotechnik den Gleichstrom immer mehr verdrängt hat. Dieser Vorteil macht sich besonders bemerkbar, seitdem man dazu übergegangen ist, die Erzeugung elektrischer Energie immer mehr an die Stellen zu verlegen, wo die elektrische Energie am billigsten, d. h. ohne wesentlichen Materialtransport, erzeugt werden kann, also in die Nähe von Kohlenfeldern oder Wasserkraften. Die Fernleitung elektrischer Energie  $iV$  gestaltet sich nämlich um so wirtschaftlicher, je höher die Spannung  $V$  und je niedriger die Stromstärke  $i$  in den Fernleitungen ist. Man transformiert daher die Energie am Erzeugungsort auf hohe Spannung (10000 Volt und mehr) und transformiert sie am Verbrauchsorte auf die jeweils gewünschte Spannung herunter. Das kann natürlich auch in mehreren Stufen geschehen.

Transformatoren werden manchmal mit unterteilten Sekundärspulen gebaut, derart, daß man mittels eines Stufenschalters eine mehr oder weniger große Zahl der Windungen in den sekundären Stromkreis einschalten kann (Stufentransformator). Da nur die eingeschalteten Windungen wirksam sind, so kann man die Sekundärspannung auf diese Weise stufenweise verändern.

**399. Generatoren oder Dynamomaschinen.** Die Generatoren oder Dynamomaschinen dienen zur Umwandlung mechanischer in elektrische Energie. Die Zahl der in der Praxis vorkommenden Konstruktionen ist sehr groß. Wir müssen uns hier auf das Grundsätzliche beschränken. Je nach der Art des erzeugten Stromes unterscheidet man Gleichstrom-, Wechselstrom- und Drehstromgeneratoren.

Als ein sehr einfaches Schema zum Verständnis der Wirkung eines Gleichstromgenerators kann die in Abb. 306 dargestellte Vorrichtung dienen. Es be-

steht aus zwei sog. Feldmagneten (Ständer, Stator), die einander ihre entgegengesetzten Pole ( $N, S$ ) zuehren. In dem zylindrischen Raum zwischen ihnen kann der sog. Anker (Läufer, Rotor) gedreht werden, der in unserm Schema

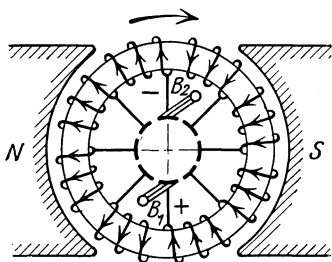


Abb. 306. Schema eines Gleichstromgenerators mit GRAMMESchem Ring.  $\parallel$

aus einem Eisenring besteht, der mit einer in sich zurücklaufenden Drahtwicklung versehen ist (GRAMMEScher Ring). Diese Wicklung ist an verschiedenen Stellen durch Drahtleitungen angezapft, die je zu einem Metallsegment führen. Diese Segmente sind auf der Achse des Ankers, voneinander isoliert, angebracht. Bei jeder Stellung des Ankers werden zwei einander gegenüberstehende Segmente von zwei festen Schleifbürsten ( $B_1, B_2$ ) aus Metallgaze oder Kohle berührt, die die elektrischen Pole des Generators bilden und zur Nutzleitung (städtisches Netz usw.) führen.

Wird der Anker im Sinne des Uhrzeigers gedreht, so ändert sich in jeder einzelnen Ankerwindung die Zahl der sie durchsetzenden magnetischen Kraftlinien. Da die Kraftlinien, die von  $N$  nach  $S$  laufen, fast vollständig innerhalb des Eisenringes verlaufen (vgl. Abb. 252, § 338), so ist die Zahl der Kraftlinien, die die Flächen der Ankerwindungen durchsetzen, oben und unten im Ringe am größten und in der horizontalen Symmetrieachse Null. Daher wird bei der Rotation des Ankers in seinen Windungen, wenn der Kreis durch die mit  $B_1$  und  $B_2$  verbundene Nutzleitung geschlossen ist, eine Spannung induziert, die in der Richtung der Pfeile gerichtet ist, also einen in diesem Sinne fließenden Strom erzeugt, wenn der äußere Stromkreis geschlossen ist. Dieser Strom tritt also bei  $B_2$  ein, bei  $B_1$  aus.  $B_1$  ist positiver,  $B_2$  negativer Pol des Generators. Die Richtigkeit dieser Behauptungen kann man durch Anwendung des LENZschen Gesetzes (§ 373) leicht beweisen. Fließt der Strom tatsächlich in der angegebenen Richtung, so ergibt die Schwimmerregel (§ 347), daß die Richtung der von dem Strome im Eisenring erzeugten magnetischen Kraftlinien in beiden Ankerhälften von oben nach unten verläuft. Das ist aber im Innern eines Magneten — und zu einem solchen wird der Ring durch den ihn umfließenden Strom — die Richtung vom Südpol zum Nordpol (§ 357). Der Ring erhält demnach durch den induzierten Strom oben einen Südpol, unten einen Nordpol. Die Kraftwirkungen zwischen diesen Polen und den Polen des Feldmagneten sind, wie man leicht sieht, so gerichtet, daß sie den Ring unten nach rechts, oben nach links zu treiben, ihn also gegen den Uhrzeigersinn zu drehen suchen. D. h. die Ankerpole, die durch den induzierten Strom entstehen, hemmen die ihm von außen aufgezwungene Drehung im Uhrzeigersinn, wie es das LENZsche Gesetz verlangt. Die zur Überwindung dieser hemmenden Kräfte aufgewandte Arbeit findet sich in Gestalt der in der Nutzleitung verbrauchten Energie wieder. Soll diese Energie während einer Umdrehung konstant sein, also Gleichstrom erzeugt werden, so muß dafür gesorgt werden, daß die hemmende Kraft konstant bleibt, d. h. die beiden Ankerpole stets an der gleichen Stelle im Raum bleiben. Das wird durch die Anzapfung der Ankerwicklung an verschiedenen Stellen erreicht. Wirksam sind stets nur die beiden Anzapfungen, deren zugehörige Segmente mit den beiden festen Bürsten in Verbindung stehen. Sie treten also eine nach der andern in Funktion. Sobald der Anker ein wenig gedreht, die Pole ein wenig mit ihm verschoben sind, schiebt sich das folgende Segmentenpaar unter die Bürsten, die Pole springen ein wenig zurück, und das Spiel beginnt von neuem. Die Maschine erzeugt also einen Gleichstrom, der in seiner Stärke um so weniger schwankt, an je mehr Stellen die Ankerwicklung angezapft ist.

Die Feldmagnete sind in Wirklichkeit stets Elektromagnete, die beim Gleichstromgenerator durch den im Anker erzeugten Strom erregt werden. Im Eisen der Feldmagnete bleiben stets Spuren von Magnetisierung zurück (Remanenz, § 337). Diese erzeugen beim Anlassen zunächst einen schwachen Induktionsstrom. Dieser erregt die Feldmagnete stärker, damit steigt die Induktionswirkung usw. Die Maschine erregt sich selbst (dynamoelektrisches Prinzip, WERNER VON SIEMENS, 1867). Die Wicklung der Feldmagnete liegt mit der Ankerwicklung entweder in Reihe (Hauptschlußgenerator) oder parallel (Nebenschlußgenerator) oder es findet eine Kombination (ein Teil der Windungen parallel, die anderen in Reihe, Verbundgenerator) statt. Bei den Hauptschlußgeneratoren steigt die Spannung mit wachsender Belastung, bei den Nebenschlußgeneratoren sinkt sie mit ihr ein wenig. Der Verbundgenerator zeigt weitgehende Unabhängigkeit der Spannung von der Belastung durch gegenseitige Kompensation dieser Eigenschaften.

Durch eine geringfügige Änderung können wir aus unserm Schema des Gleichstromgenerators dasjenige eines Wechselstromgenerators machen (Abb. 307). Wir

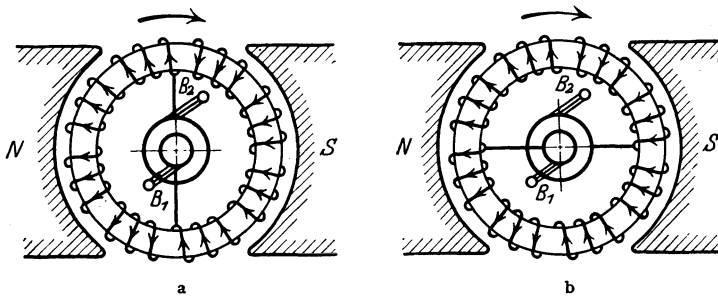


Abb. 307. Schema eines Wechselstromgenerators mit GRAMME schem Ring.

entfernen die Anzapfungen der Ankerwicklung bis auf zwei einander gegenüberliegende und führen diese an zwei auf der Ankerachse sitzende konzentrische Metallringe (Schleifringe), auf denen je eine Bürste ( $B_1$ ,  $B_2$ ) gleitet. In der Stellung der Abb. 307a liegen die Verhältnisse genau wie beim Gleichstromgenerator in der Abb. 306. Bei weiterer Drehung aber bleiben die Ankerpole nicht an ihrer Stelle, sondern wandern mit dem Ring, denn sie liegen ja immer an den beiden Stellen, welche durch die Anzapfung mit den Bürsten verbunden sind. Mit fortschreitender Drehung wird der induzierte Strom immer schwächer und damit die Stärke der Ankerpole immer geringer. Man erkennt dies aus der in Abb. 307b dargestellten, gegenüber der ersten um  $90^\circ$  verdrehten Stellung. Man sieht, daß in jeder Hälfte der beiden durch die Anzapfung gebildeten Ankerhälften die induzierten Spannungen einander entgegengerichtet sind und sich gegenseitig aufheben. In dieser Stellung fließt also kein Strom im Anker und daher auch nicht in der Nutzleitung. Bei weiterer Drehung steigt der Strom wieder an, aber wegen der Vertauschung der Stellung der beiden Ankerhälften in umgekehrter Richtung, erreicht ein Maximum nach Drehung um weitere  $90^\circ$  usw. Der Generator erzeugt also Wechselstrom. Die Feldmagnete werden in diesem Falle meist durch einen kleinen, mit dem Anker auf gleicher Achse sitzenden Gleichstromgenerator erregt.

Versieht man die Maschine mit drei konzentrischen Schleifringen, die mit drei um je  $120^\circ$  gegeneinander verschobenen Stellen der Ankerwicklung verbunden sind, und verwendet drei Schleifbürsten, so liefert die Maschine Drehstrom (§ 394).

Die hier beschriebene Konstruktion ist veraltet und soll nur das allgemeine Prinzip erläutern. In der Praxis sind sehr viele verschiedene Konstruktionen im Gebrauch, je nach den besonderen Erfordernissen des jeweiligen Verwendungszweckes. Zum Antrieb der Generatoren sind die schnell laufenden Wasser- und Dampfturbinen besonders geeignet.

**400. Elektromotoren.** Der Zweck der Elektromotoren ist dem der Generatoren gerade entgegengesetzt. Sie verwandeln elektrische Energie in mechanische Arbeit. Dem entspricht es, daß jeder Generator grundsätzlich, unter Umkehrung seiner Verwendungsart, als Motor laufen kann. Anstatt durch Drehung des Ankers einen Strom zu erzeugen, den man aus ihm entnimmt, schickt man einen Strom durch seinen Anker, der eine Drehung bewirkt. Um diesen Zusammenhang deutlich zu machen, verwenden wir ein Schema eines Gleichstrommotors, welches dem des Generators (Abb. 306) völlig entspricht (Abb. 308).

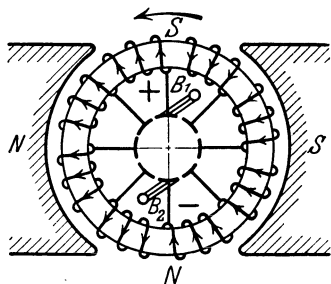


Abb. 308. Schema des Gleichstrommotors mit GRAMME'schem Ring.

Verbindet man die Schleifbürste  $B_1$  mit dem positiven,  $B_2$  mit dem negativen Pol einer Gleichstromquelle, so teilt sich der Strom bei  $B_1$  und durchfließt die beiden Hälften der Ankerwicklung, genau wie der Induktionsstrom beim Generator, in der durch die Pfeile bezeichneten Richtung. Wie beim Generator entsteht demnach oben im Anker ein Südpol, unten ein Nordpol. Die Kraftwirkung zwischen diesen Polen und denen des Feldmagneten — die beim Generator die hemmende Wirkung hervorbrachte — hat hier zur Folge, daß der Anker sich gegen den Sinn des Uhrzeigers dreht. Da wegen der Anzapfung der Ankerwicklung an verschiedenen Stellen die Pole mit kleinen Schwankungen stets an der gleichen Stelle bleiben, so bleibt der Anker in ständiger Drehung. (Man vergleiche damit eine Treitmühle, die etwa durch einen in ihr laufenden Hund in Gang gehalten wird. Der Hund bleibt im umlaufenden Rade stets etwa an der gleichen Stelle. Der auf den Hund wirkenden Schwerkraft entspricht beim Motor das magnetische Feld der Feldmagnete, dem Hunde die beiden Ankerpole.)

Wie beim Generator unterscheidet man Hauptschluß-, Nebenschluß- und Verbundmotoren. Auf Einzelheiten kann hier nicht eingegangen werden. Hauptschlußmotoren sind dort am Platze, wo momentane starke Belastungen zu überwinden sind, z. B. bei den elektrischen Schnellbahnen, Nebenschlußmotoren oder noch besser Verbundmotoren, wo es auf eine von der Belastung möglichst unabhängige Tourenzahl ankommt.

Grundsätzlich kann man das Schema des Wechselstromgenerators (Abb. 307) auch als dasjenige eines Wechselstrommotors betrachten. Wir zeigen hier

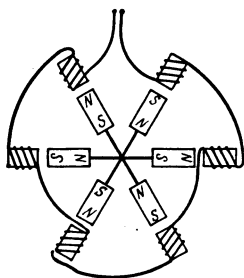


Abb. 309.  
Schema eines Wechselstrom-Synchronmotors.

ein anderes einfaches Modell (Abb. 309). Der Anker trägt Magnete mit paarweise wechselnder Polrichtung, die bei der praktischen Ausführung Elektromagnete sind, die von einem Gleichstrom erregt werden. Diesen Magneten entspricht eine gleiche Zahl von Feldmagneten, die derart vom Wechselstrom umflossen werden, daß auch ihre Pole paarweise abwechseln, indem sie jeweils im einen oder entgegengesetzten Sinne vom Strome umflossen werden. Der Anker bleibt in Rotation, wenn er einmal in so schnelle Umdrehung gebracht ist, daß seine Pole während der Zeit zwischen zwei Polwechseln der Feldmagnete gerade von einem Pol zum nächsten gelangen.

Der Anker drehe sich im Sinne des Uhrzeigers, und der linke obere Pol des Stators verwandle sich gerade aus einem Südpol in einen Nordpol. Dann wird der ihm gegenüberstehende Nordpol des Ankers auf den Südpol des rechten oberen Feldmagneten hingetrieben. Erreicht er ihn gerade in dem Augenblick, in dem wieder ein Polwechsel eintritt, so wiederholt sich das gleiche Spiel usw. Der Motor läuft aber nur, wenn er bereits im richtigen Takt ist. Solche Motoren heißen Synchronmotoren. Sie müssen erst durch eine besondere Anlaßvorrichtung auf die richtige Tourenzahl gebracht werden. Es gibt aber auch Asynchronmotoren, deren Tourenzahl nicht von der Frequenz des Wechselstroms abhängt. Auf die Einzelheiten kann auch hier nicht näher eingegangen werden.

Die Wirkung der Drehstrommotore beruht auf dem in § 394 besprochenen Drehfeld, welches im Raume zwischen drei, unter  $120^\circ$  gegeneinander geneigten, von den drei Phasen eines Drehstroms durchflossenen Spulen — die in diesem Falle natürlich Eisenkerne haben, also Elektromagnete sind — besteht. Der Anker kann im einfachsten Falle aus einem drehbaren Kupferkörper oder einer oder mehreren in sich geschlossenen Windungen ohne Zuleitungen bestehen. Unter der Wirkung des Drehfeldes entstehen im Anker Wirbelströme (§ 382). Diese erfahren durch das Drehfeld eine Kraftwirkung, welche den Anker im Drehungssinn des Feldes dreht. Umschaltung der Stromrichtung in einer der drei Feldspulen bewirkt Umkehrung des Drehungssinns.

**401. Die Leistung von Motoren.** Sobald sich ein Motor infolge des ihn durchfließenden Stroms in Umdrehung befindet, wirkt er infolge seiner Rotation auch als Generator. Da bei gleichem Umdrehungssinn die am Anker eines Motors liegende Spannung die umgekehrte Richtung hat wie die induzierte Spannung in einem ihm gleichen Generator, so ist die durch die Rotation des Motors erzeugte induzierte Spannung der Betriebsspannung entgegengerichtet; sie schwächt sie. Wenn man einen kleinen Motor unter Einschaltung eines Amperemeters mit einer zu seinem Betriebe ausreichenden Stromquelle verbindet und seinen Anker festhält, so fließt durch ihn ein weit stärkerer Strom als wenn er rotiert. Die bei Rotation ohne andere Arbeitsleistung, als Überwindung der Reibung und Lieferung der geringen JOULEschen Wärme, verbrauchte Energie ist äußerst gering. Wird ein anfänglich unbelasteter Motor belastet, d. h. zur Leistung äußerer Arbeit gezwungen, so hat das im ersten Augenblick ein Sinken seiner Tourenzahl zur Folge. Diese bewirkt aber im gleichen Augenblick ein Sinken der im Anker induzierten, der Betriebsspannung entgegengesetzten Spannung. Infolgedessen steigt die Stromstärke im Anker sofort an und drückt die Rotationsgeschwindigkeit wieder in die Höhe. Die Tourenzahl eines Elektromotors ist daher von der Belastung verhältnismäßig wenig abhängig. Die bei Belastung des Motors erforderliche Arbeitsleistung hat ihre Quelle in der durch den oben angedeuteten Vorgang bewirkten Erhöhung der Stromstärke und der damit verbundenen Vergrößerung des Produktes  $Vi$ , der Stromleistung im Motor.

Die äußere Leistung eines Motors mißt man mit dem sog. PRONYschen Zaum. Eine Ausführungsform desselben ist in Abb. 310 dargestellt. Auf die Achse  $A$  eines Motors werden zwei gut passende Holzbacken  $B$  unter einem durch Schrauben  $S$  regulierbaren Druck gepreßt. Mit den Backen ist ein Hebelarm von der Länge  $l$  verbunden, der an seinem einen Ende eine Schale zur Aufnahme von Gewichten trägt. Der laufende Motor leistet Arbeit gegen die Reibung an den Backen. Der Hebel wird durch die Reibung mitgenommen und legt sich gegen einen

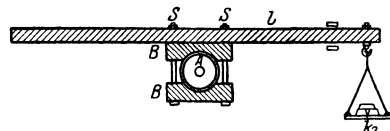


Abb. 310. PRONYscher Zaum.

Anschlag. Alsdann wird die Schale mit Gewichten ( $k_2$ ) belastet, bis das Drehmoment der Gewichte das von der Achsenreibung herrührende Drehmoment gerade aufhebt. Es sei  $k_1$  die an der Achse auftretende Reibungskraft,  $\omega$  die mit einem Tourenzähler zu messende Winkelgeschwindigkeit des Motors,  $r$  der Radius der Achse. Dann ist der von jedem Punkt der Achsenfläche in 1 sec zurückgelegte Weg gleich  $r\omega$ , und die in 1 sec geleistete Arbeit, also die mechanische Leistung (§ 51) des Motors,  $L = k_1 r \omega$ , oder da  $\omega = 2\pi n$ , wenn  $n$  die Tourenzahl/sec bedeutet,  $L = k_1 r 2\pi n$ . Nach dem Hebelgesetz ist aber bei Gleichgewicht  $k_1 r = k_2 l$ , wenn  $k_2$  die von den Gewichten herrührende Kraft ist. Es folgt

$$L = 2\pi n k_2 l.$$

Dies ist die mechanische Arbeitsleistung des Motors. Andererseits kann man die dem Motor zugeführte elektrische Leistung,  $L' = Vi$ , durch Messung von Strom und Spannung bzw. mittels eines Wattmeters (§ 369), messen. Das Verhältnis  $L/L'$  ergibt den Nutzeffekt des Motors. Es ist wegen der Reibung der Schleifbürsten und der Achsen in ihren Lagern sowie wegen der JOULESchen Wärme in den Wicklungen des Motors stets kleiner als 1. Er beträgt bei großen Maschinen 0,9 bis 0,95, bei kleinen Maschinen weniger.

## 1) Elektrizitätsleitung durch Gase.

**402. Wesen der Leitfähigkeit von Gasen.** Gase bieten dem Durchgang der Elektrizität im allgemeinen einen praktisch unendlich hohen Widerstand. Jede Leitfähigkeit ist an das Vorhandensein von Elektrizitätsträgern (Ionen, Elektronen) gebunden, und solche sind in Gasen unter gewöhnlichen Bedingungen nur in sehr geringer Zahl vorhanden. Die atmosphärische Luft ist daher auch ein ganz vorzüglicher Isolator.

Soll ein gaserfüllter Raum fähig werden, Elektrizität zu leiten, so müssen auf irgendeine Weise Elektrizitätsträger in ihm erzeugt oder in ihn hineingebracht werden. Auch das Vakuum kann leitend gemacht werden, wenn in einen völlig gasfrei gemachten Raum (was vollständig nie zu erreichen ist) Ladungsträger gebracht werden. Diese Ladungsträger vermögen dann unter der Wirkung elektrischer Felder Ströme zwischen zwei in den Gasraum ragenden Metallstücken (Elektroden, Anode, Kathode) zu transportieren, wie die Ionen bei der Elektrolyse durch die ja auch an sich nicht leitende Flüssigkeit. Den Vorgang der Erzeugung von Ladungsträgern in einem gaserfüllten Raume bezeichnet man als Ionisation, die Ladungsträger, sofern es keine freien Elektronen sind, ebenso wie in der Elektrolyse als Ionen.

Man pflegt in der Elektrizitätsleitung durch Gase zwei Typen zu unterscheiden, die man als unselbständige und als selbständige Entladung bezeichnet. Sie werden unterschieden nach der Art der Entstehung der Leitfähigkeit des Gases. Bei der unselbständigen Entladung ist der Mechanismus, der die Ionen im Gase erzeugt, von dem Mechanismus des Stromdurchganges selbst ganz unabhängig. Die Ionen werden durch ein von außen auf das Gas wirkendes Mittel (§ 403) in diesem erzeugt, indem eine mehr oder weniger große Zahl der Moleküle des Gases in irgendeiner Weise so zerspalten wird, daß ein positives Ion und ein Elektron oder negatives Ion entsteht. Oder die Ladungsträger werden von außen in den Gasraum gebracht. Diese Ladungsträger besorgen den Elektrizitätstransport durch das Gas unter der Wirkung einer an die Elektroden gelegten Spannung, die sie in Bewegung setzt. Bei der selbständigen Entladung werden die Ionen in ihrer überwältigenden Mehrzahl durch den Mechanismus der Entladung selbst erzeugt. Hierzu sind höhere Spannungen erforderlich als für eine unselbständige Entladung.

Damit aber eine selbständige Entladung überhaupt einsetzt, ist es notwendig, daß infolge irgendeiner äußeren Ursache schon vorher wenigstens einige Ionen im Gase vorhanden sind, die den Entladungsprozeß einleiten. Das ist tatsächlich immer der Fall. In jedem Gase befinden sich stets schon infolge radioaktiver Strahlungen von der Erde oder der Luft her einige wenige Ionen, deren Zahl hierfür ausreicht.

**403. Unselbständige Entladung.** Man lade ein Elektroskop auf eine positive oder negative Spannung. Es verliert seine Ladung infolge der unvermeidlichen Isolationsfehler im Laufe einer gewissen Zeit, aber immer sehr langsam. Bringt man aber in die Nähe des Elektroskops zerpulvertes Material eines Glühstrumpfes, so entlädt sich das Elektroskop sehr schnell. Noch ganz erheblich schnellere Wirkung erzielt man mit einem Radiumpräparat (§ 572) oder wenn man den das Elektroskop umgebenden Luftraum mit Röntgenstrahlen bestrahlt.

In allen diesen Fällen ist an der eigentlichen Isolation des Elektroskops nichts verändert, die Ladung kann nur durch die Luft entweichen bzw. durch aus der Luft kommende Ladungen neutralisiert sein. Demnach ist die Luft leitend geworden und hat den Ausgleich der Ladungen ermöglicht, die dabei zur Erde oder an benachbarte Leiter abfließen.

Der Glühstrumpf besteht zum größten Teil aus Thoriumoxyd. Das gehört ebenso wie das Radium und das Uran zu den sog. radioaktiven Substanzen, welche alle die Eigenschaft haben, Gase in ihrer Umgebung durch die von ihnen ausgehenden Strahlen zu ionisieren (§ 571). Die gleiche Wirkung haben Röntgenstrahlen (§ 525).

Befinden sich in einem ionisierten Gasraum zwei Metallkörper (Elektroden), welche man ebenso wie bei der Elektrolyse als Anode (positiv) und Kathode (negativ) bezeichnet, zwischen denen eine Spannungsdifferenz besteht, so wandern die Ionen, je nach ihrem Vorzeichen, an die eine oder andere Elektrode und geben dort ihre Ladung ab. Die Wanderung positiver Ionen an die Kathode und negativer Ionen an die Anode stellt aber wie bei den Elektrolyten einen elektrischen Strom durch das Gas dar. Zur Untersuchung von Ionenströmen kann z. B. der in Abb. 311 dargestellte Apparat dienen. Das zu untersuchende Gas befindet sich in dem Metallkasten *K*. Als Elektroden dienen die bei *I* und *I'* isoliert eingeführten Elektroden *P* und *P'*, zur Messung des durch das Gas gehenden Stroms das Galvanometer *G*. Zur Vermeidung von Störungen verbindet man den als elektrostatischen Schutzkäfig (§ 271) dienenden Kasten und den einen Pol der Batterie, welche die Spannung zwischen den Platten liefert, mit der Erde.

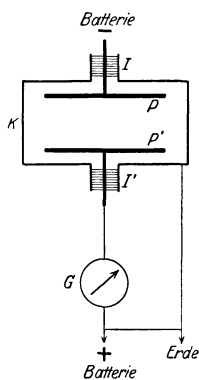


Abb. 311.  
Apparat zur Untersuchung von Ionenströmen in Gasen.

Da die oben beschriebene Art der Ionisierung (Volumionisation) immer auf einer Spaltung der elektrisch neutralen Moleküle in ihre elektrischen Bestandteile beruht, so müssen die so erzeugten Ladungen positiven und negativen Vorzeichens gleich groß sein.

Besteht in dem ionisierten Gasraum kein elektrisches Feld, das die entgegengesetzt geladenen Ionen auseinandertreibt, so verschwinden die Ionen, d. h. ihre elektrischen Ladungen, sehr schnell durch Wiedervereinigung (Rekombination), da sie ja durch ihre gegenseitige Anziehung zueinander hin getrieben werden. Ist das elektrische Feld schwach, so vermag es die Wiedervereinigung nicht vollkommen zu verhindern, sie wird aber um so geringer, je stärker das Feld ist. Denn um so schneller schafft das Feld die Ionen an die Elektroden und wirkt so der Wiedervereinigung entgegen. Um so stärker ist dann auch der durch den Gas-

raum fließende Strom, der ja aus den Ionen besteht, die unter der Wirkung des Feldes aus dem ionisierten Raum an die Elektroden gelangen. Dieser Strom erreicht sein Maximum, wenn das Feld so stark ist, daß keine merkliche Wiedervereinigung mehr stattfindet. Dann gelangen in der Sekunde so viele Ionen an die Elektroden wie in der gleichen Zeit erzeugt werden, und ein weiteres Anwachsen des Stromes kann, ohne Hinzukommen einer weiteren ionisierenden Wirkung, nicht stattfinden. Diese Stromstärke bezeichnet man als Sättigungsstrom (Abb. 312). Weitere Steigerung der elektrischen Feldstärke (der angelegten Spannung) bringt zunächst keine Erhöhung der Stromstärke hervor. Bei einer bestimmten Feldstärke beginnt aber der Strom wieder anzusteigen, wie auch aus Abb. 312 zu ersehen ist. Das ist dann der Fall, wenn das elektrische Feld den

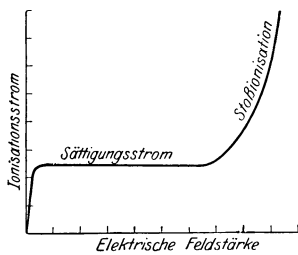


Abb. 312. Abhängigkeit des Ionisationsstromes in einem Gase von der Feldstärke.

Ionen so große Geschwindigkeiten erteilt, daß sie andere Moleküle durch Stoß ionisieren, also durch eine sozusagen mechanische Einwirkung in Ionen zerlegen können. Dieser Vorgang heißt Stoßionisation. Sein Einsetzen bezeichnet den Übergang von der unselbständigen zur selbständigen Entladung (§ 405).

Eine andere Art, auf die Gase leitend gemacht werden können, zeigt folgender Versuch: Man nähere einem positiv geladenen Elektroskop einen, mit dem Gehäuse leitend verbundenen, ziemlich hellglühenden Metallkörper. Das Elektroskop entlädt sich. Hier liegt eine von der zuerst besprochenen ganz verschiedene Erscheinung vor. In diesem Falle entstehen nämlich die Ladungsträger nicht aus den Gasmolekülen, sondern sie treten als Ionen oder Elektronen, als sog. Thermionen, aus dem glühenden Metall aus. In den meisten Gasen bilden die austretenden Elektronen durch Anlagerung an Gasmoleküle sehr schnell Ionen. Diese Art der Ionisation nennt man Oberflächenionisation, weil sie von der Oberfläche der einen Elektrode ausgeht. Je stärker ein Metall glüht, desto stärker ist der von ihm ausgehende Ionenstrom. Bei höheren Temperaturen überwiegt die Emission von Elektronen diejenige von positiven Ionen ganz bedeutend. So kommt es, daß stark glühende Metalle als Anode den Durchgang eines Stromes durch einen Gasraum nur in sehr geringem Maße ermöglichen, weil die austretenden Elektronen durch das elektrische Feld wieder an die Anode zurückgetrieben werden, also nicht durch das Gas wandern, während sie, wenn das glühende Metall Kathode ist, von dieser abgestoßen werden und zur Anode wandern. Es liegt hier also der Fall vor, daß ein Strom in der einen Richtung weit besser geleitet wird als in der andern, in der ein Stromdurchgang praktisch kaum auftritt (sog. unipolare Leitung). Eine besonders starke Elektronenemission zeigen gewisse glühende Oxyde (WEHNELT-Kathode, vgl. auch § 408).

Für die Stärke des Elektronenstromes  $i$ , den eine glühende Oberfläche bei der absoluten Temperatur  $T$  aussendet, hat Richardson das Gesetz

$$i = A T^2 e^{-\frac{b}{T}}$$

abgeleitet, wobei  $A$  und  $b$  Konstanten sind, denen eine bestimmte physikalische Bedeutung zukommt. Das Gesetz ist bei reinen Metallen sehr gut bestätigt worden.

Auf die hier geschilderte Weise kann auch ein Vakuum leitend gemacht werden, denn für die Wanderung der Elektronen von der Kathode zur Anode ist das dazwischenliegende Gas nur ein Hindernis, aber in keiner Weise für den Stromdurchgang erforderlich. Natürlich kann der durch eine so ionisierte Gasstrecke fließende Strom niemals größer werden als die Elektrizitätsmenge, die



in 1 sec aus der glühenden Oberfläche austritt, es sei denn, daß in einem Gase die zwischen den Elektroden liegende Spannung so hoch wird, daß Stoßionisation eintritt. Bei kleinen Spannungen diffundiert ein Teil der aus dem Metall austretenden Elektronen infolge ihrer thermischen Bewegung gegen die Richtung der elektrischen Kraft wieder an die Kathode zurück. Aus diesem und aus anderen Gründen steigt daher mit wachsender Spannung, ebenso wie bei der Volumionisation, der durch das Gas hindurchgehende Strom zunächst an, erreicht dann, wenn alle Elektronen tatsächlich an die Anode gelangen, einen konstanten Wert (Sättigungsstrom), um schließlich, wenn die Elektronen die zur Stoßionisation erforderliche Geschwindigkeit erlangt haben, wieder anzusteigen (Abb. 312).

Man erhält ebenfalls eine Oberflächenionisation durch Austritt von Elektronen, wenn man eine Metallfläche, z. B. eine amalgamierte Zinkplatte, mit ultraviolettem Licht bestrahlt (§ 544).

Die bei diesen Wirkungen auftretenden Elektronen sind natürlich denjenigen vollkommen gleich, die wir bereits bei der Leitung in den Metallen kennengelernt haben. Von allen bei der Ionisation von Gasen auftretenden Ionen hat man nachweisen können, daß sie stets mit einem oder wenigen ganzzahligen Vielfachen des elektrischen Elementarquantums  $\varepsilon = 4,794 \cdot 10^{-10}$  el. stat. E. (§ 261) geladen sind.

Bei der Ionisation eines Gases durch Röntgenstrahlen werden von den Gasmolekülen Elektronen losgelöst, die sich alsdann mit einer gewissen Geschwindigkeit durch das Gas hindurchbewegen und dabei durch Zusammenstöße mit Molekülen auch diese zu ionisieren vermögen. Längs der von einem solchen Elektron durchlaufenen Bahn befinden sich also Ionen. Das kann dazu dienen, die Elektronenbahnen nach einem von WILSON angegebenen Verfahren sichtbar zu machen, wenn das Gas, in dem sich die Elektronen bewegen, nahezu mit Wasserdampf gesättigt ist. Läßt man das Gas sich plötzlich ausdehnen, so kühlt es sich ab. Die Ionen wirken dann als „Kondensationskerne“, an denen sich Wasserdampf niederschlägt (§ 221), d. h. es bildet sich um jedes Ion ein winziges Wassertröpfchen, und die Bahn des Elektrons erscheint als eine Nebelspur. Abb. 313 zeigt die photographische Aufnahme von solchen Elektronenbahnen. Man erkennt deutlich, daß die Elektronen infolge der fortgesetzten Zusammenstöße mit den Gasmolekülen gekrümmte Bahnen beschreiben.

Eine besondere Art der Volumionisation ist diejenige durch sehr hohe Temperaturen. Bei solchen wird die Wärmebewegung der Gasmoleküle so heftig, daß sie sich bei ihren Zusammenstößen zum Teil gegenseitig in Ionen zerpalten. Bei der Temperatur der Fixsternoberflächen sind solche Wirkungen sehr stark vorhanden. Man kann dies auf Grund der Tatsache erkennen, daß



Abb. 313. Bahnen von Elektronen, mit der Nebelmethode sichtbar gemacht.

in den Fixsternspektren vielfach die sog. Funkenspektren von Elementen auftreten, z. B. das des Kalziums auf der Sonne. Die Funkenspektren haben aber, wie Laboratoriumsversuche zeigen, ihren Ursprung nicht in elektrisch neutralen, sondern in ionisierten Atomen (§ 559).

Die Ionisation der Sonnenatmosphäre ergibt sich ferner aus der Tatsache, daß von den Sonnenflecken starke magnetische Felder ausgehen, welche dadurch entstehen, daß sich dort ionisierte Gase in Wirbeln bewegen. Sie bilden also Kreisströme, welche Träger magnetischer Felder sind. Diese bewirken mittelbar die starken magnetischen Störungen auf der Erde zur Zeit lebhafter Sonnenflecktätigkeit.

Auch in Flammen sind die Gase zum Teil ionisiert. Infolgedessen leiten Flammen die Elektrizität. Die Berührung eines Drahtes, welcher mit dem Träger des Blättchens eines geladenen Elektroskops verbunden ist, mit einer zur Erde abgeleiteten Leuchtgasflamme entlädt das Elektroskop sofort. Das beste Mittel zur sofortigen Entladung von geriebenen oder sonstwie elektrisierten Glasstangen oder andern Isolatoren besteht darin, daß man sie einige Male durch eine Leuchtgasflamme zieht.

**404. Charakteristik einer leitenden Gasstrecke.** Von einer Gültigkeit des OHMSchen Gesetzes ist bei der Stromleitung durch Gase im allgemeinen keine Rede. Die Größe  $dV/di$  (§ 303) ist in einem stromdurchflossenen Gase keine Konstante, wie man sofort aus Abb. 312 erkennt. Denn  $dV/di$  ist ja der Tangens des Neigungswinkels der dort dargestellten Kurve gegen die  $i$ -Achse. Im ersten Teil der Kurve, bei kleiner Stromstärke, ist dieser noch ziemlich konstant, wächst aber mit Annäherung an den Sättigungsstrom schnell an. Im Bereich der Sättigung ist  $dV/di$  unendlich groß. Bei Eintritt der Stoßionisation ändert sich das Bild wieder;  $dV/di$  nimmt wieder endliche Werte an. Es gibt Fälle, in denen die Kurve sich bei steigender Stromstärke wieder gegen die Ordinate zurückkrümmt. Die Gasstrecke hat also in diesem Bereich der Stromstärke eine fallende Charakteristik ( $dV/di < 0$ ). Überschreitet man daher mit der Spannung denjenigen Punkt, bei dem die Stromstärke so groß wird, daß die Charakteristik eine fallende wird, so treten labile Zustände mit den im § 303 beschriebenen Folgen ein. Es kann Kurzschluß durch das Gas eintreten.

Dieses Verhalten der Gase rührt davon her, daß nach Eintritt der Stoßionisation die Zahl der Ladungsträger mit der Stromstärke wächst, indem nicht nur der ursprüngliche Strom selbst Ladungsträger erzeugt, sondern auch die so gebildeten Ladungsträger wiederum andere durch Stoß erzeugen können usw. Einer beliebigen Vermehrung der Trägerzahl, also dem Eintreten einer fallenden Charakteristik, wirkt im allgemeinen die Wiedervereinigung der Ionen entgegen. Je größer ihre Zahl wird, um so größer ist auch die Möglichkeit, daß sich je zwei entgegengesetzt geladene Ionen im Gasraum vereinigen und nicht an eine Elektrode gelangen, also zum Strome nichts beitragen.

**405. Selbständige Entladung. Allgemeines.** Man kann in einem Gase eine selbständige Entladung, also eine solche, welche ohne ein von außen her dauernd ionisierendes wirkendes Mittel besteht, stets durch Anlegen einer genügend hohen Spannungsdifferenz an zwei in dem Gase befindliche Elektroden hervorrufen. Ladungsträger werden aber allein durch das Anlegen einer Spannung, d. h. durch ein elektrisches Feld im Gase, nicht geschaffen. Das Einsetzen einer selbständigen Entladung erfolgt vielmehr so, daß zunächst die sehr wenigen, in jedem Gase stets vorhandenen Ladungsträger durch das elektrische Feld beschleunigt werden (sog. TOWNSEND-Strom), so daß sie durch Stoß Gasmoleküle ionisieren. Die so gebildeten Ionen werden ebenfalls beschleunigt und ionisieren

durch Stoß weitere Moleküle, bis schließlich ein verhältnismäßig starker Strom zustande kommt.

Die Entladungsformen der selbständigen Entladung sind außerordentlich mannigfaltig und von den verschiedensten Bedingungen, vor allem der Gasart, dem Gasdruck, der angelegten Spannung und der Form des Entladungsraums, abhängig. Man unterscheidet folgende allgemeine Gruppen: die stille Entladung oder Spitzenentladung, die Funkenentladung, den Lichtbogen und die Glimmentladung. Doch sind diese Entladungsformen nicht scharf voneinander geschieden, und es bestehen zwischen ihnen alle möglichen Übergänge.

**406. Die stille Entladung oder Spitzenentladung.** Es ist schon im § 272 darauf hingewiesen worden, daß bei höheren Spannungen eine Entladung aus Spitzen und scharfen Kanten durch die Luft stattfindet. In der Umgebung solcher Stellen ist nämlich die Feldstärke sehr groß und dies führt zu einer Entladung durch das umgebende Gas, die sich bei ausreichend starkem Spitzenstrom als ein feines Lichtbüschel von in Luft rötlich-violetter Färbung an der Spitze bemerkbar macht. Das Aussehen des Büschels ist bei positiver und negativer Spitze ein wenig verschieden.

Derartige Spitzenentladungen kann man z. B. nachweisen, wenn man den Träger des Blättchens eines Elektroskops mit einer feinen Spitze, etwa einer guten Nähnaedel, versieht. Das Elektroskop verliert, wenn seine Spannung mindestens etwa 1000 Volt beträgt, ziemlich schnell seine Ladung, besonders wenn man der Nadelspitze eine geerdete Metallplatte nähert, aber nur bis zur Grenze von etwa 1000 Volt, denn dies ist die niedrigste, für eine Spitzenentladung erforderliche Spannung. Im Dunkeln sieht man die Spitzenentladung deutlich an Influenzmaschinen und Induktoren. Das vor Gewittern manchmal an metallischen Spitzen, insbesondere Schiffsmasten, auftretende sog. Elmsfeuer ist eine Spitzenentladung infolge der bei Gewittern besonders starken elektrischen Felder in der Atmosphäre. Auch an Hochspannungsleitungen kann man im Dunkeln manchmal die gleiche Erscheinung, Sprühen genannt, beobachten. Die Spitzenentladung ist in den meisten Fällen, wo man es mit hohen Spannungen zu tun hat, eine störende und verlustbringende Erscheinung, die man nach Möglichkeit zu beseitigen trachtet, indem man scharfe Kanten und Spitzen vermeidet. Benutzt wird sie gelegentlich, um bei hohen Spannungen und kleinen Stromstärken eine leitende Verbindung zwischen bewegten Kontakten herzustellen, deren einen man als Spitze oder Spitzenkamm (vgl. die Elektrisiermaschine, § 252) ausbildet. Auch beim Blitzableiter wird die Spitzenentladung nutzbar gemacht (§ 272).

**407. Funkenentladung.** Während es sich bei der Spitzenentladung immer nur um die Entladung verhältnismäßig geringfügiger Elektrizitätsmengen, also um schwache Ströme handelt, besteht die Funkenentladung in einem schlagartigen Übergang größerer Elektrizitätsmengen bei hoher Spannung. Sie tritt, wie die Spitzenentladung, nur bei Gasdrücken von der Größenordnung des Atmosphärendrucks und darüber auf. Ihre großartigste Erscheinungsform ist der Blitz, als eine unter der Wirkung von Spannungen von Millionen von Volt zwischen zwei Wolken oder einer Wolke und der Erde übergehende Funkenentladung. Jeder Funke ist von einem heftigen Knall begleitet, so daß eine Reihe schnell aufeinanderfolgender Funken ein heftiges Knattern hervorruft. Der Knall rührt davon her, daß die JOULEsche Wärme des momentan sehr starken Funkenstroms eine sehr starke Erwärmung des Gases in der Strombahn hervorruft. Der dadurch entstehende sehr hohe Druck gleicht sich in Form einer als Knall bemerkbaren Druckwelle im Gase aus. Am besten beobachtet man diese Entladungsform, indem man zwei isolierte Kugeln (Funkenstrecke) mit den beiden Polen einer mit Leidener Flaschen versehenen Influenzmaschine oder mit den beiden

Klemmen der Sekundärspule eines Funkeninduktors verbindet. Die Farbe der Funken ist in Luft rötlich-violett, kann aber durch die Art der Elektroden, von denen unter der Wirkung der Funken ein wenig verdampft, stark verändert werden. Das Potential, bei dem ein Funke einsetzt, hängt von der Form und dem Abstand der Elektroden, außerdem von Gasdruck und Gasart ab. Die Spannungen, die zum Hervorbringen eines Funkenübergangs zwischen zwei Elektroden, z. B. zwei Kugeln oder einer Platte und einer Spitze, erforderlich sind, sind durch Messungen bekannt. Man kann daher auch umgekehrt die Schlagweite von Funken zwischen zwei solchen Elektroden dazu benutzen, um die an den Elektroden liegende Spannung zu messen. Auch kann man mit Hilfe einer Funkenstrecke verhindern, daß die Spannung zwischen zwei Punkten eines Leitersystems einen bestimmten vorgeschriebenen Wert überschreitet. Man legt die Funkenstrecke an die beiden Punkte und bemißt ihre Länge so, daß ihre Durchschlagsspannung gleich der vorgeschriebenen Höchstspannung ist. Sobald die angelegte Spannung diesen Betrag erreicht, tritt Entladung über die Funkenstrecke ein, und die Spannung sinkt wieder. Diese Methode kommt natürlich nur für hohe Spannungen in Frage.

Abb. 314 zeigt eine Aufnahme eines Funkens auf einer schnell bewegten photographischen Platte. Die zeitliche Folge ist von links nach rechts. Man sieht, wie sich der Funke allmählich ausbildet und sich anfänglich sozusagen erst seinen Weg sucht. Entsprechende Erscheinungen kann man auch bei Blitzen beobachten.

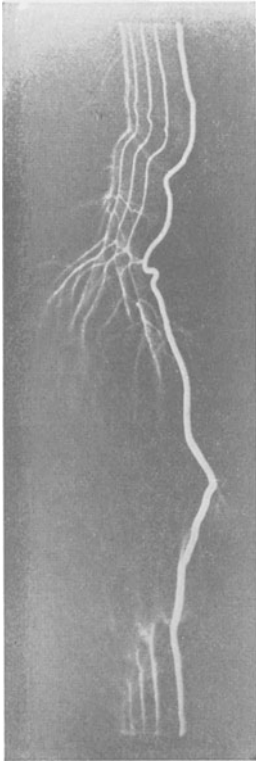


Abb. 314. Aufnahme eines Funkens auf schnell bewegter Platte nach B. WALTER.

Liegt in der Bahn eines Funkens ein festes oder flüssiges Dielektrikum, so kann es bei ausreichender Spannung vom Funken durchschlagen werden. In festen Körpern entsteht dabei ein feines Loch.

Sowohl bei der Spitzen- wie bei der Funkenentladung treten in der Luft chemische Wirkungen auf. Es bilden sich aus dem Luftsauerstoff ( $O_2$ ) Ozon ( $O_3$ ) und aus Sauerstoff und Stickstoff Stickoxyde. Diese Gase, deren Einatmen in größeren Mengen schädlich ist, erzeugen den bekannten sog. Ozongeruch in der Nähe von elektrischen Maschinen mit hohen Spannungen.

408. **Die Glimmentladung.** Legt man an die Elektroden in einem Glasrohr, z. B. von der in Abb. 315 dargestellten Form, eine Spannung von mehreren hundert, ja unter Umständen von einigen tausend Volt, so geht durch das darin befindliche Gas bei Atmosphärendruck noch keine Entladung ein. Pumpt man aber das Gas fort, so setzt bei einem Druck von einigen Zentimetern Hg eine Entladung ein, welche zunächst aus einem Lichtband besteht, das Anode und Kathode verbindet. Bei weiter abnehmendem Druck nimmt die Entladung die in Abb. 315 oder 316 dargestellte Form an. Die Kathode (rechts), welche eine Platte oder ein Stift sein kann, ist mit einer dünnen, in Luft rötlich-gelben Lichthaut bedeckt, der ersten Kathodenschicht (1), auf die ein lichtloser Raum, der CROOKESSche oder HITTORFSche Dunkelraum (2) folgt. Dieser wird durch das negative Glimmlicht (3) begrenzt, das in Luft bläulich gefärbt ist. Es folgt ein zweiter lichtloser Raum, der FARADAYSche Dunkelraum (4). Fast den ganzen übrigen Teil des

Rohres füllt das in Luft rötlich-violette positive Glimmlicht (5) aus, das entweder als zusammenhängende Lichtmasse erscheint, wie in Abb. 315, oder in leuchtende Schichten mit nicht leuchtenden Zwischenräumen aufgelöst ist (Abb. 316). Die Oberfläche der Anode (links) ist oft mit dem in Luft rötlichen anodischen Glimmlicht bedeckt.

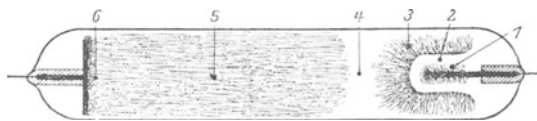


Abb. 315. Ungeschichtete Glimmentladung.

Bei höherem Druck sind die Schichten 1 bis 4 auf die nächste Umgebung der Kathode zusammengedrängt, und das positive Glimmlicht erfüllt fast das ganze Rohr. Je niedriger der Druck ist, um so beträchtlicher werden die Dimensionen der kathodischen Gebilde, und das positive Glimmlicht weicht immer mehr auf die Anode zurück. Dabei werden die Erscheinungen immer lichtschwächer. Schließlich verschwinden sie so gut wie vollkommen, aber dafür tritt jetzt, wenn die Spannung zur Aufrechterhaltung einer Entladung noch ausreicht, eine lebhaft grüne Fluoreszenz (§ 542) des Glases auf. Bei sehr niedrigem Druck setzt schließlich die Entladung aus.

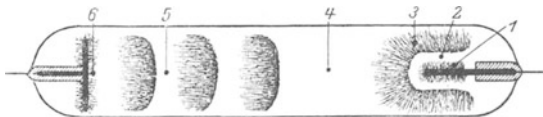


Abb. 316. Geschichtete Glimmentladung.

Die Farbe der Lichterscheinungen ist vor allem von der Art der Gasfüllung abhängig und für jede Gasart charakteristisch. Sie zeigt das Spektrum des betreffenden Gases (§ 529).

Der Mechanismus der Glimmentladung ist überaus kompliziert und in seinen Einzelheiten bisher noch keineswegs völlig aufgeklärt. Fest stehen aber folgende Tatsachen. Senkrecht von der Kathode geht eine aus schnell bewegten freien Elektronen bestehende Strahlung, also eine sog. Korpuskularstrahlung, die von PLÜCKER (1858) entdeckten und zuerst von HITTORF genauer untersuchten Kathodenstrahlen, aus. Diese sind selbst nicht sichtbar, erregen aber die Gasmoleküle durch Zusammenstöße mit ihnen zum Leuchten. In der entgegengesetzten Richtung, also auf die Kathode zu, aber nicht von der Anode, sondern vom Gas ausgehend, verlaufen Strahlen von positiven Gasionen. Man kann sie am besten beobachten, wenn man die Kathode mit Durchbohrungen (Kanälen) versieht, durch die sie in den Raum hinter der Kathode austreten (Abb. 321, § 411). Daher wurden sie von ihrem Entdecker GOLDSTEIN Kanalstrahlen genannt. Der wichtigste Teil der Entladung liegt in den der Kathode nahen Schichten. Man erkennt dies z. B. daran, daß, wenn man den Abstand zwischen Kathode und Anode bei konstantem Gasdruck verändert, diese Entladungsteile unverändert bleiben, während das positive Glimmlicht kürzer oder länger wird. Auch liegt der Hauptteil des Spannungsgefälles, der sog. Kathodenfall, auf dem Stück zwischen der Kathode und dem Rande des negativen Glimmlichts. Diesem Kathodenfall verdanken die Kathoden- und Kanalstrahlen ihre Geschwindigkeit. Er ist abhängig von der Gasart und dem Kathodenmaterial, und bei kleineren Stromdichten, bei denen die Kathode noch nicht ganz von Glimmlicht bedeckt ist, vom Gasdruck weitgehend unabhängig (normaler Kathodenfall) und steigt erst, wenn die Stromdichte größer wird (anormaler Kathodenfall). In den Edelgasen ist der Kathodenfall besonders niedrig. Die mit Edelgas, meist Neon, gefüllten Glimmlampen, die z. B. zu Reklamezwecken Verwendung finden, können daher schon mit der Spannung von 220 Volt der städtischen Netze betrieben werden, während der normale Kathodenfall der anderen Gase durchweg etwa zwi-

schen 220 und 330 Volt liegt. Sehr viel niedriger kann man den Kathodenfall machen, wenn als Kathode ein glühendes Platin- oder Wolframblech oder ein glühender Draht aus gleichem Material benutzt wird. Es beruht dies auf der Elektronenemission glühender Metalle. Noch stärker ist die Wirkung, wenn man eine solche glühende Elektrode mit gewissen Erdalkalioxyden bedeckt, deren Elektronenemission sehr hohe Beträge annehmen kann (WEHNELT-Kathode, vgl. § 403).

**409. Kathodenstrahlen.** Die Kathodenstrahlen tragen ihren Namen nach ihrem im vorstehenden Paragraphen erwähnten Ursprung von der Kathode der Glimmentladung. Häufig wird aber dieser Name auf alle Arten von Elektronenstrahlen, ohne Rücksicht auf die Entstehungsart, angewandt.

In der Glimmentladung bewegen sich die Kathodenstrahlen infolge der Trägheit der Elektronen geradlinig, solange sie nicht mit Gasmolekülen zusammenstoßen oder anderweitig aus ihrer geradlinigen Bahn abgelenkt werden. Hindernisse, welche in ihrem Wege stehen, werfen daher einen ziemlich scharfen Schatten auf der fluoreszierenden Glaswand. Nicht nur die Glaswand, sondern auch sehr viele andere Substanzen, insbesondere Mineralien und Salze, werden durch Aufprall von Kathodenstrahlen zur Fluoreszenz erregt.

In den Kathodenstrahlen steckt trotz ihrer geringen Masse wegen ihrer großen Geschwindigkeit eine beträchtliche kinetische Energie. Treffen sie auf ein Hindernis, an dem sie ihre Geschwindigkeit verlieren, so wird es erwärmt und kann sogar zum Glühen gebracht werden.

Die Kathodenstrahlen bewirken auch in vielen Fällen chemische Umsetzungen. Sie wirken z. B. auf die photographische Platte. Wo eine solche von Kathodenstrahlen getroffen wird, zeigt sie nach Entwicklung eine Schwärzung.

Kathodenstrahlen können in Gasen von niedrigem Druck Strecken von vielen Metern durchlaufen. Aber auch feste und flüssige Substanzen durchdringen sie

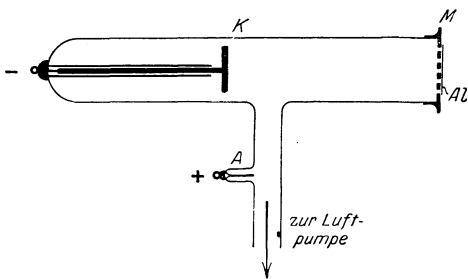


Abb. 317. LENARD-Rohr.

in dünnen Schichten. LENARD hat dies benutzt, um Kathodenstrahlen aus dem Entladungsrohr heraustreten zu lassen (Abb. 317). Er brachte dort, wo die von der Kathode *K* herkommenden Kathodenstrahlen die Rohrwand treffen, ein Metallsieb *M* an, welches er mit einer dünnen, luftdicht aufliegenden Aluminiumfolie *Al* bedeckte. Durch diese können die Kathodenstrahlen nach außen dringen. Man nennt solche aus dem Entladungsrohr befreiten Kathodenstrahlen

LENARD-Strahlen. Sie haben sehr starke chemische und physiologische Wirkungen.

**410. Magnetische und elektrische Ablenkung der Kathodenstrahlen. Spezifische Ladung.** Bringen wir Kathodenstrahlen, deren Elektronen die Geschwindigkeit  $v$  haben, in ein senkrecht zu ihrer Bahn stehendes homogenes magnetisches Feld  $\mathfrak{H}$ , so wird die Bahn zu einem Kreise gekrümmt. Hierfür gilt unmittelbar die bereits im § 349 abgeleitete Gl. 9,

$$\frac{\mu v}{\varepsilon} = r \mathfrak{H} \quad (1)$$

( $\mu$  Masse,  $\varepsilon$  Ladung des Elektrons).  $r$  ist der Radius des Kreises, auf dem das Elektron unter der Wirkung des Magnetfeldes läuft. Steht das Feld

nicht senkrecht zur Elektronengeschwindigkeit, so beschreibt das Elektron eine schraubenförmige Bahn um die Kraftlinien des Feldes. Abb. 318 zeigt eine photo-

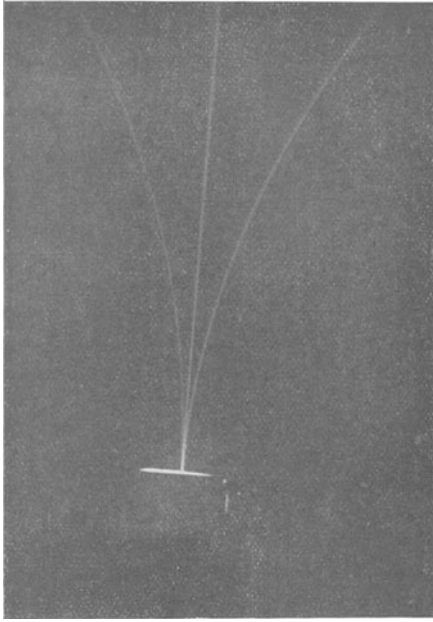


Abb. 318.  
Magnetische Ablenkung von Kathodenstrahlen.

graphische Aufnahme eines Kathodenstrahls, der von einem feinen Oxydfleck auf einer glühenden Platinkathode (WEHNELT-Kathode, § 408) ausgeht. In der Mitte sieht man den unabgelenkten Strahl, zu beiden Seiten den gleichen Strahl im Magnetfelde, je nach dessen Richtung nach rechts oder links abgelenkt.

Wegen seiner elektrischen Ladung unterliegt ein Elektron aber auch einer ablenkenden Wirkung in einem elektrischen Felde. Bewegt sich ein Elektron oder auch ein aus vielen Elektronen bestehender Kathodenstrahl durch einen Kondensator (Abb. 319), in dem die Feldstärke  $\mathcal{E}$  herrscht, parallel zu dessen Platten, so wird es, je nach der Richtung des Feldes nach der einen oder andern Seite aus seiner geradlinigen Bahn



Abb. 319.  
Elektrische Ablenkung eines Kathodenstrahls.

gebogen. Die auf das Elektron wirkende Kraft ist, wenn wir von dem hier belanglosen Vorzeichen absehen, gleich  $\varepsilon \mathcal{E} = \mu \gamma$  ( $\gamma$  = Beschleunigung durch das Feld), also seine Beschleunigung  $\gamma = \frac{\varepsilon}{\mu} \mathcal{E}$ . Es legt daher in der Zeit  $t$  nach Gl. 9, § 126, in Richtung senkrecht zu seiner ursprünglichen Bewegung den Weg  $x = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon}{\mu} \mathcal{E} t^2$  zurück. Ist  $v$  seine Geschwindigkeitskomponente parallel zu den Platten, also seine ursprüngliche Geschwindigkeit, die Länge des im Felde zwischen den Kondensatorplatten zurückgelegten Weges  $y$ , so ist  $t = y/v$ , also  $x = \varepsilon \mathcal{E} y^2 / 2 \mu v^2$  oder

$$\frac{\mu v^2}{\varepsilon} = \frac{\mathcal{E} y^2}{2 x}. \quad (2)$$

(Dieser Vorgang ist der Bewegung eines schräge geworfenen Körpers im Schwerfeld der Erde vollkommen analog. Wie ein solcher Körper unter der Wirkung dieses Feldes in gekrümmter Bahn zu Boden fällt, so fällt das Elektron im elektrischen Felde des Kondensators in Richtung auf dessen positiv geladene Platte.) Durch Kombination der Gl. 1 und 2 kann man das Verhältnis  $\varepsilon/\mu$  und die Geschwindigkeit  $v$  einzeln berechnen. Man kann also aus der Ablenkung eines Kathodenstrahls im magnetischen und elektrischen Felde diese beiden Größen ermitteln. An die Stelle der elektrischen (nicht der magnetischen) Ablenkung kann auch die Messung der vom Elektron durchlaufenen Spannung  $V$ , der er seine Geschwindigkeit  $v$  verdankt, treten. Die an ihm geleistete Arbeit beträgt  $\varepsilon V$ , und diese findet sich in seiner kinetischen Energie  $\frac{1}{2} \mu v^2$  wieder, so daß gilt

$$\frac{1}{2} \mu v^2 = \varepsilon V \quad \text{oder} \quad \frac{\mu v^2}{\varepsilon} = 2 V. \quad (3)$$

Diese Gleichung kann Gl. 2 ersetzen, denn sie enthält wie diese als Unbekannte die Größen  $\varepsilon/\mu$  und  $v^2$ .

Die Geschwindigkeit  $v$  ist natürlich von Fall zu Fall verschieden. Die Größe  $\varepsilon/\mu$  hingegen ist eine für die Elektronen charakteristische Konstante. Man nennt sie die spezifische Ladung des Elektrons, weil sie die Ladung angibt, die 1 g Elektronen besitzen. Die Messungen haben ergeben

$$\frac{\varepsilon}{\mu} = 5,298 \cdot 10^{17} \text{ el. stat. Einh./g} = 1,766 \cdot 10^8 \text{ Coulomb/g.} \quad (4)$$

In Verbindung mit dem Betrage der Ladung des Elektrons (§ 261) ergibt sich daraus die Masse  $\mu$  des Elektrons zu  $9,05 \cdot 10^{-28}$  g, d. i. 1845 mal kleiner als die des Wasserstoffatoms. Das Atomgewicht (§ 112) des Elektrons beträgt demnach  $\frac{1}{1845} = 5,42 \cdot 10^{-4}$ .

Aus der Relativitätstheorie folgt, daß die Masse der Körper von der Geschwindigkeit abhängt (§ 597). Doch macht sich diese Abhängigkeit erst bei Geschwindigkeiten bemerkbar, die mit der Lichtgeschwindigkeit vergleichbar sind. Elektronen kann man wegen ihrer kleinen Masse, indem man sie durch ausreichend hohe Spannungen beschleunigt, tatsächlich Geschwindigkeiten erteilen, die dieser Anforderung genügen. Die Messungen haben diese Abhängigkeit in ausgezeichneter Übereinstimmung mit der Theorie ergeben. Bei halber Lichtgeschwindigkeit ist die Elektronenmasse bereits um etwa 15% größer als die sog. „Ruhmasse“ bei  $v = 0$ . Mit weiter steigender Geschwindigkeit wächst sie sehr schnell an. Bei  $v = \frac{3}{4}$  Lichtgeschwindigkeit beträgt der Massenzuwachs bereits über 50% und nähert sich bei weiterer Annäherung an die Lichtgeschwindigkeit dem Wert  $\infty$ .

Die magnetische Ablenkung der Kathodenstrahlen kann man mit einem geeigneten Entladungsrohr und einem starken Magneten ohne weiteres an der Veränderung des Entladungsbildes erkennen. Um die elektrische Ablenkung nachzuweisen, muß man im Innern des Entladungsrohrs zwei Kondensatorplatten anbringen, an die eine ausreichend hohe Spannung gelegt wird und zwischen denen der Kathodenstrahl hindurchpassiert. Am besten macht man die Ablenkung sichtbar, wenn man am Ende des Rohrs einen Schirm  $a$  mit einer fluoreszierenden

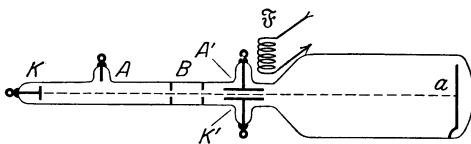


Abb. 320. BRAUN'sche Röhre.

Substanz anbringt (BRAUN'sche Röhre, Abb. 320) und ein möglichst feines Bündel von Kathodenstrahlen verwendet. Dieses erzeugt auf dem Schirm einen feinen leuchtenden Fleck, an dessen Verschiebung man die Ablenkung erkennen und ihre Größe mes-

sen kann. Die BRAUN'sche Röhre ist ein vorzügliches Instrument zur Analyse des Verlaufs von Strom und Spannung bei Wechselströmen und auch bei schnelleren Schwingungen. Zur Analyse des Stroms läßt man diesen durch eine nahe an das Rohr, senkrecht zur Kathodenstrahlbahn, gestellte Spule  $\mathfrak{S}$  von kleinem Widerstand gehen, deren Magnetfeld das Kathodenstrahlbündel ablenkt. Dieses folgt jeder, auch der schnellsten Änderung des Magnetfeldes. Der Lichtfleck erscheint bei schnellen Änderungen in eine Lichtlinie auseinandergezogen. Betrachtet man diese in einem rotierenden Spiegel, so sieht man eine Kurve, die das zeitliche Nacheinander in räumlichem Nebeneinander, also die Stromstärke als Funktion der Zeit, darstellt. Zur Spannungsmessung kann man entweder die elektrische Ablenkung benutzen, indem man die zu messende Spannung an die Platten eines im Rohr befindlichen Kondensators legt, oder man legt die Spannung an die Enden einer Spule von großem Wider-



stand und verfährt sonst wie bei der Strommessung. Der große Vorzug der BRAUNschen Röhre gegenüber andern dem gleichen Zweck dienenden Instrumenten (Oszillographen) ist der, daß sie wegen der überaus kleinen Masse der Elektronen praktisch trägheitslos ist.

**411. Positive Strahlen in der Glimmentladung.** Bereits im § 408 sind die Kanalstrahlen (GOLDSTEIN 1886) als positive Strahlen in der Glimmentladung erwähnt worden (Abb. 321). Sie bestehen aus geladenen Atomen, also Ionen, des in der Entladungsröhre enthaltenen Gases. Sie sind jedoch nicht auf ihrem ganzen Wege positiv geladen. Infolge der Zusammenstöße mit den Gasmolekülen, die dabei ionisiert werden, treten bei den Ionen Umladungserscheinungen auf, so daß sie zeitweilig auch ungeladen oder negativ geladen sind. Auch die Kanalstrahlen kann man elektrisch und magnetisch ablenken, jedoch bedarf es wegen ihrer viel größeren Masse dazu weit stärkerer Felder als bei den Kathodenstrahlen. Auf diese Weise hat man auch für die Kanalstrahlen die spezifische Ladung  $\epsilon/\mu$  messen können. Sie ist, da es sich hier um Ionen, also geladene Atome, handelt, wegen des viel größeren  $\mu$  weit kleiner als die des Elektrons, und von der Gasart abhängig. Dies erkennt man leicht aus den auch hierfür gültigen Gl. 1, 2 und 3, § 410, in die an die Stelle der Elektronenmasse die Ionenmasse zu setzen ist. Auch kann die Ladung eines Kanalstrahlteilchens ein Mehrfaches des elektrischen Elementarquantums betragen.

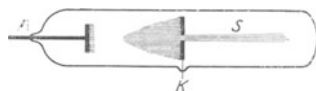


Abb. 321. Kanalstrahlen.

Bringt man auf eine erhitzte Anode gewisse Salze, so geht von ihr eine andere Art von positiven Strahlen, die sog. Anodenstrahlen, aus, welche auch aus positiven Ionen bestehen. Diese entstammen den in den Salzen enthaltenen Stoffen. In der gewöhnlichen Glimmentladung treten solche Anodenstrahlen nicht oder höchstens sehr schwach auf.

**412. Lichtbogen.** Legt man an zwei Kohlenstäbe eine Spannung von mindestens 60 Volt, bringt sie (unter Vorschaltung eines Widerstandes, zur Vermeidung von Kurzschluß) zur Berührung und zieht sie dann wieder auseinander, so entsteht zwischen ihnen in der Luft und auch in anderen Gasen, wenn ihr Druck nicht erheblich kleiner ist als 1 Atm., ein sog. Lichtbogen. Gleichzeitig geraten die Kohlenspitzen ins Glühen, und zwar die positive weit stärker als die negative. Es bildet sich an ihr eine Aushöhlung, ein sog. Krater, der die Quelle eines intensiven weißen Lichtes ist (Abb. 322). Auch die Gasstrecke zwischen den Kohlen leuchtet weißlich durch die von der Entladung mitgerissenen glühenden Kohlenteilchen, und man sieht eine von der Verbrennung der Kohle herührende bläuliche Flamme. Durch den Lichtbogen können Ströme von vielen Ampere fließen. Es herrschen in ihm unter geeigneten Bedingungen Temperaturen bis zu rund 4000°.

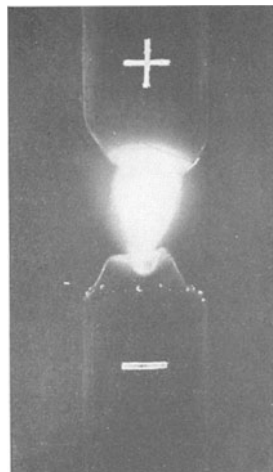


Abb. 322. Lichtbogen.

Der Lichtbogen findet in Gestalt der Bogenlampe ausgedehnte technische Verwendung.

Wichtig ist weiter der Lichtbogen zwischen Quecksilberelektroden in Quecksilberdampf in von anderen Gasen möglichst befreiten Gefäßen (Abb. 323). Die Entladung erhitzt die Quecksilberelektroden stark, so daß in dem Rohr ein hoher Quecksilberdampfdruck herrscht, durch den der Lichtbogen, wie in Luft zwischen den Kohlen,

übergehen kann. Dieser Lichtbogen leuchtet selbst sehr stark und ist eine Quelle intensiver ultravioletter Strahlung, die aus dem Rohre austreten kann, wenn es nicht aus gewöhnlichem Glas, sondern aus geschmolzenem Quarz oder aus besonderen, für Ultraviolett durchlässigen Glassorten hergestellt ist. Derartige Lampen (Quarzquecksilberlampen) finden u. a. wegen der starken physiologischen Wirkung der ultravioletten Strahlung Verwendung, z. B. in der Medizin als sog. „künstliche Höhensonne“. Die Augen müssen vor der Strahlung durch dunkle Glasbrillen geschützt werden.

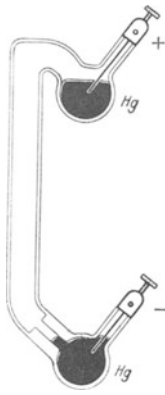


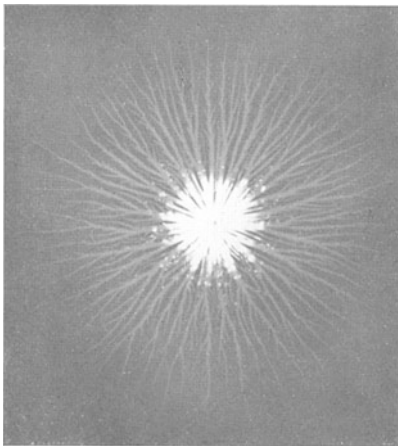
Abb. 323.  
Quecksilberlampe aus  
Quarzglas.

Ein Lichtbogen hat eine fallende Charakteristik (§ 404). Es ist daher notwendig, ihm stets einen Widerstand vorzuschalten, um den Strom in den gewünschten Grenzen zu halten und Kurzschluß durch den Bogen zu vermeiden.

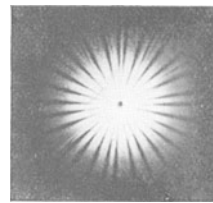
**413. Elektrische Figuren.** Trifft eine Funken- oder Spitzenentladung auf ein festes Hindernis, z. B. eine Glasplatte, so breitet sie sich auf ihr in eigentümlicher Weise aus. Man kann diese Bahnen auf verschiedene Weisen sichtbar machen, z. B. durch nachträgliche Bestäubung mit Schwefelblumenpulver, welches in diesen Bahnen besser haftet als an anderen Stellen, oder durch ihre Wirkung auf eine photographische Platte. Diese Erscheinung nennt man elektrische oder LICHTENBERGSche

Figuren. Die Bahnen haben ein verschiedenes Aussehen, je nachdem die erzeugende Elektrode positiv oder negativ geladen ist (Abb. 324).

**414. Atmosphärische Elektrizität.** Daß in der Atmosphäre starke elektrische Ladungen auftreten können, macht sich deutlich bei Gewittern bemerkbar. Der Blitz ist als eine Funkenentladung bereits im § 407 erwähnt worden. Es handelt sich dann aber nur um abnorm starke Ansammlungen von Ladungen verschiedenen Vorzeichens in einzelnen Wolken. Tatsächlich ist die Atmosphäre stets der Sitz von Ladungen, und es besteht in ihr ein starkes Potentialgefälle, an der Erdoberfläche von 120 Volt/m, und zwar ist die Erde gegenüber den höheren Luftschichten negativ geladen. Die Gesamtladung des Erdballs beträgt rund — 0,5 Millionen Coulomb. Das Potentialgefälle in der Atmosphäre kann man nachweisen, indem man einen mit Spiritus getränkten Wattebausch, der durch einen Draht mit einem im Hause stehenden Elektrometer ver-



a



b

Abb. 324. a positive, b negative LICHTENBERGSche Figur auf photographischer Platte.

bunden ist, anzündet und ein bis zwei Meter aus einem Fenster hinausstreckt. Infolge der in der Flamme befindlichen Ionen (§ 403) wird die Luft in ihrer Um-

gebung leitend. Der Wattebausch und die Blättchen des mit ihm verbundenen Elektrometers laden sich positiv auf, wie man am Ausschlag und durch Prüfung des Vorzeichens der Ladung (§ 264) nachweisen kann. Das Potential ist also schon dicht an der Hauswand merklich höher, als das der Erde.

Die in der Luft stets vorhandenen Ionen sind verschiedenen Ursprungs. Zum größten Teil rühren sie zweifellos von der Strahlung der in der Erde und der Luft vorhandenen radioaktiven Stoffe (§ 572) her. Die Ionenzahl in der Luft schwankt daher mit dem Luftdruck, weil bei sinkendem Druck die dann aus dem Boden entweichende Luft radioaktive Emanation (§ 574) mit sich führt. Ein kleiner Teil der Ionen aber verdankt seine Entstehung dem Vorhandensein einer kürzlich nachgewiesenen, äußerst durchdringenden Strahlung, der sog. Höhenstrahlung (§ 527), welche jedenfalls nicht irdischen, sondern kosmischen Ursprungs ist. Einen Raum vollkommen ionenfrei zu machen, ist bisher nicht gelungen. Denn es ist unmöglich, die Substanzen, aus denen die Wandungen des den Raum umgrenzenden Gefäßes hergestellt sind, so rein herzustellen, daß sie nicht Spuren von radioaktiven Stoffen enthielten, die eine meßbare Ionisation hervorrufen, wenn selbst jede äußere ionisierende Einwirkung durch geeignete Mittel vollkommen abgeschirmt wird.

## m) Elektrische Schwingungen und Wellen.

**415. Schwingungen von elektrischen Schwingungskreisen.** Ein Kondensator von der Kapazität  $C$  sei geschlossen durch eine Leitung, welche den Widerstand  $w$  und die Selbstinduktion  $L$  besitzt (Abb. 325). Zwischen den Platten des Kondensators bestehe in einem bestimmten Augenblick ( $t = 0$ ) aus irgendwelchen Gründen eine Potentialdifferenz  $V$ . Dann befindet sich auf ihm eine Ladung  $e = VC$  (§ 279), und zwar auf seiner einen Platte eine positive, auf der andern eine gleich große negative. Diese Ladung wird sich nunmehr durch  $L$  und  $w$  auszugleichen suchen. Die hierbei auftretenden Erscheinungen gehorchen den gleichen Gesetzen, als wenn der Kondensator eine Batterie von der Spannung  $V$  wäre, nur daß diese Spannung wegen des Abnehmens der Ladung auf den Platten mit der Zeit sinkt. Es gilt daher auch hier die Gl. 7, § 381,

$$i w = V - L \frac{di}{dt} = \frac{e}{C} - L \frac{di}{dt}. \quad (1)$$

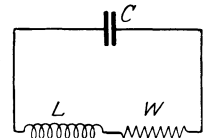


Abb. 325.  
Schwingungskreis.

Diese Gleichung läßt sich lösen, indem man sie nach  $t$  differenziert und von der Beziehung  $de/dt = -i$  (§ 290) Gebrauch macht ( $-i$ , weil der Strom gleich der Abnahme der Ladung des Kondensators ist). Die Gleichung lautet dann

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + w \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0. \quad (2)$$

Für den Fall, daß  $w < 2\sqrt{L/C}$ , der uns hier allein interessiert, also bei kleinem Widerstand  $w$ , lautet die Lösung dieser Gleichung, wenn  $V_0$  die Anfangsspannung des Kondensators bedeutet,

$$i = V_0 \frac{C w}{\cos^2 \varphi} e^{-\alpha t} \sin \omega t, \quad (3)$$

und für den Verlauf der Spannung ergibt sich

$$V = V_0 \frac{1}{\cos \varphi} e^{-\alpha t} \cos(\omega t - \varphi). \quad (4)$$

Dabei sind  $\varphi$ ,  $\alpha$  und  $\omega$  durch die Gleichungen

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{w}{\sqrt{4 \frac{L}{C} - w^2}}, \quad (5)$$

$$\alpha = \frac{w}{2L}, \quad (6)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{w^2}{4L^2}} \quad (7)$$

gegeben. In dem Kondensator fließt also ein Wechselstrom von der Kreisfrequenz  $\omega$  (§ 388). Die Amplitude dieses Wechselstroms ist aber mit dem Faktor  $e^{-\alpha t}$  behaftet, sie wird also mit fortschreitender Zeit immer kleiner. Der Wechselstrom ist gedämpft, er ist eine gedämpfte elektrische Schwingung (Abb. 326). Die Schwingung klingt um so schneller ab, je größer die Dämpfungs-

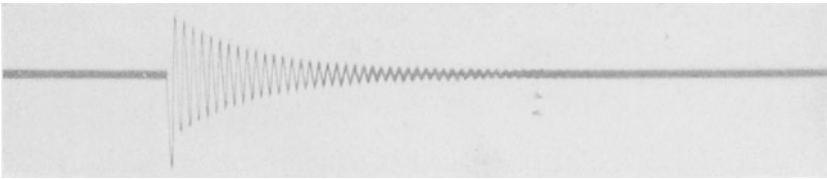


Abb. 326. Gedämpfte elektrische Schwingung, aufgenommen mit BRAUNSCHE Röhre (§ 410).

konstante  $\alpha$  ist, also je größer der, JOULESche Wärme verzehrende, Widerstand  $w$  und je kleiner die Selbstinduktion  $L$  ist. Ist  $(w/2L)^2$  sehr klein, so daß man es auch gegenüber  $1/LC$  vernachlässigen kann, so haben wir eine ungedämpfte Schwingung von der Kreisfrequenz  $\omega = 1/\sqrt{LC}$ . Es entspricht dies der Resonanz bei Wechselstrom (§ 391). In diesem Fall wird  $\varphi = 0$ ; Strom und Spannung sind um  $90^\circ$  in Phase gegeneinander verschoben. Der Vorgang verläuft so, daß der Kondensator sich in regelmäßigen Zeitabständen mit abwechselndem Vorzeichen auflädt. Der Strom  $i$  ist Null, wenn der Kondensator seine maximale Aufladung hat, und hat sein Maximum, wenn der Kondensator gerade entladen ist. Denn in diesem Augenblick kehrt der Strom sein Vorzeichen um. Bei einer elektrischen Schwingung findet, wie beim Pendel, ein periodischer Energieumsatz statt. Bei voller Ladung des Kondensators steckt die Energie der Schwingung in diesem als potentielle Energie der in ihm befindlichen Ladung bzw. in seinem elektrischen Felde (§ 396), bei maximalem Strom steckt sie im magnetischen Felde der Selbstinduktion. Im Augenblick der vollständigen Entladung des Kondensators beginnt der Zusammenbruch des magnetischen Feldes in der Selbstinduktion, und der bei diesem Zusammenbruch in der Selbstinduktion induzierte Strom lädt den Kondensator erneut auf. Die elektrische und die magnetische Energie verhalten sich also in ihrem periodischen Wechsel so wie die potentielle und die kinetische Energie eines schwingenden Pendels. Der Energieverlust einer gedämpften Schwingung erfolgt, wie beim gedämpften Pendel (§ 178), in der Hauptsache durch reibungsartige Vorgänge, durch die die Energie der bewegten Elektronen im Draht allmählich in JOULESche Wärme übergeht.

Die Schwingungsdauer  $\tau$  und die Schwingungszahl  $\nu$  einer ungedämpften Schwingung ergeben sich aus der Beziehung (§ 134)  $\omega = 2\pi/\tau = 2\pi\nu$  zu

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC} \quad \text{und} \quad \nu = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (8)$$

(vgl. § 391).

Zur Erzeugung elektrischer Schwingungen können wir uns z. B. eines Schwingungskreises bedienen, der aus der Sekundärspule  $S$  eines Funkeninduktors, einer Leidener Flasche  $C$  als Kondensator und einer Funkenstrecke  $F$  zwischen Metallkugeln besteht, die in der aus Abb. 327 ersichtlichen Weise miteinander verbunden sind. Setzt man den Induktor durch Anlegen einer Spannung an die mit einem Unterbrecher verbundene Primärspule  $P$  in Betrieb, so entsteht bei jedem Stromschluß und jeder Stromöffnung des primären Stromes an den Enden der Sekundärspule eine induzierte Spannung, welche den Kondensator hoch auflädt. Dieser entlädt sich dann in den Pausen zwischen den einzelnen Induktionsprozessen durch die Sekundärspule, bzw. die Funkenstrecke. Diese tritt jedesmal in Tätigkeit, wenn der Kondensator sich auf die zum Durchbrechen der Luftstrecke zwischen den Kugeln nötige Spannung aufgeladen hat. Betrachtet man die Funken in einem rotierenden Spiegel, welcher die zeitlich nacheinander am gleichen Ort stattfindenden Erscheinungen räumlich getrennt nebeneinander zu beobachten ermöglicht, so sieht man, daß jeder scheinbare Einzelfunke aus einer Anzahl von schnell aufeinanderfolgenden Teilfunken besteht, welche von den einzelnen Hin- und Herschwingungen des Kreises herrühren. Die Schwingung ist in diesem Falle stark gedämpft, weil bei jeder Schwingung viel Energie in dem großen Widerstand der Funkenstrecke in Wärme verwandelt wird.

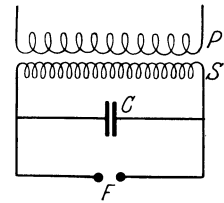


Abb. 327.  
Zur Demonstration elektrischer Schwingungen.

**416. TESLA-Schwingungen.** Die sog. TESLA-Schwingungen werden mit einem Transformator erzeugt, dessen Primärspule  $L_1$  ganz wenige und dessen Sekundärspule  $L_2$  sehr viele Windungen besitzt (Abb. 328). Die Primärspule bildet die Selbstinduktion eines Schwingungskreises, der durch Zuführung von hochfrequentem Wechselstrom in Schwingung versetzt wird. Wegen des extremen Windungszahlverhältnisses der beiden Spulen sind die in der Sekundärspule induzierten Spannungen außerordentlich hoch. In der Umgebung treten unter der Wirkung dieser hohen und schnell wechselnden Spannungen sehr starke Induktionswirkungen auf. Röhren mit verdünnten Gasen ohne Elektroden leuchten hell auf. Die bei diesen Vorgängen auftretenden Energien können sehr beträchtlich sein, und es können bei genügender Energiezufuhr zur Primärspule aus der Sekundärspule Ströme von mehreren Ampere entnommen werden. Es ist bemerkenswert, daß diese Ströme den menschlichen Körper, der Gleichstrom von mehr als etwa 5 Milliampere nicht verträgt, passieren können, ohne ihm zu schaden. Das liegt daran, daß es sich hier um sehr hochfrequente Ströme handelt. Die Schädigungen des menschlichen Körpers durch zu starken Gleichstrom rühren davon her, daß die Leitung im Körper eine elektrolytische ist, bei der also Ionen wandern. Findet dies in zu starkem Maße statt, so daß Ionen in merklicher Zahl durch die Zellwände hindurchtreten, so erfolgt eine Schädigung der Zellen, deren Flüssigkeitsinhalt dabei Veränderungen in seiner Zusammensetzung erfährt. Bei sehr hochfrequentem Strom aber ändert sich die Stromrichtung fortgesetzt so schnell, daß die Ionen nur ganz kurze Hin- und Herbewegungen ausführen, ohne ihren Ort erheblich zu wechseln. Die Theorie dieser Erscheinung ist von NERNST gegeben worden.

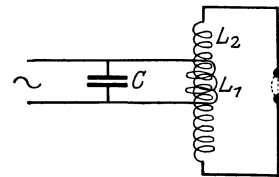


Abb. 328. TESLA-Transformator.

**417. Elektrische Wellen.** Wir betrachten jetzt als einfachste Form eines Schwingungskreises einen geraden Draht. Auch dieser hat eine, allerdings sehr kleine, Kapazität und Selbstinduktion und ist daher zu Schwingungen fähig.

Daß solche in ihm möglich sind, können wir uns auch auf folgende Weise vorstellen. Angenommen, ein Teil der Elektronen des als Ganzes ungeladenen Drahtes befände sich aus irgendeinem Grunde zu einer bestimmten Zeit im Überschuß am einen Ende des Drahtes, so daß das andere Ende des Drahtes positiv geladen ist. Diese Ladungen werden sich jetzt auszugleichen suchen, indem die am einen Ende aufgehäuften Elektronen eine Beschleunigung nach dem andern Ende erfahren. Wir nehmen an, daß auf die Elektronen keine reibungsartigen Kräfte wirken, daß also der Draht einen verschwindend kleinen Widerstand hat, so daß auch keine Stromwärme auftritt. Dann wird die Geschwindigkeit der Elektronen zunächst ständig zunehmen. Die Kraft, die die Elektronen beschleunigt, hört erst in dem Augenblick auf zu wirken, wo der Ladungsausgleich vollendet ist. Infolge ihrer Trägheit setzen aber die Elektronen zunächst ihre Bewegung fort, bis sie durch die nun mehr und mehr in entgegengesetztem Sinne wirkende Kraft gebremst sind. Es entsteht daher jetzt am vorher positiven Drahtende ein Überschuß an negativer, am vorher negativen Ende ein Überschuß an positiver Ladung, und zwar im anfänglichen Betrage, wenn kein Energieverlust stattgefunden hat. Das Spiel beginnt alsdann in umgekehrter Richtung von neuem usw. Die hin- und herlaufenden Elektronen stellen aber einen Strom von ständig wechselnder Stärke und Richtung, also eine elektrische Schwingung, im Draht dar.

Jetzt betrachten wir die elektrischen Kraftlinien an einem solchen Draht, der einen elektrischen Dipol (§ 259) von ständig wechselnder Richtung darstellt. Diese verlaufen stets vom positiv geladenen Drahtende zum negativen

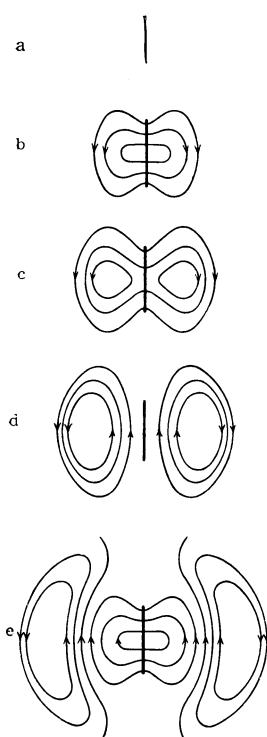


Abb. 329. Elektrisches Feld eines schwingenden Dipols. Nach R. POHL.

Ende, ändern also auch periodisch ihre Richtung. Die elektrische Feldstärke im umgebenden Raum hat daher im zeitlichen Verlaufe Maxima und zwischen diesen liegende Minima. Während jeder Hin- und Herschwingung gibt es einen Augenblick, wo der Draht ungeladen erscheint, also keine Kraftlinien von ihm ausgehen. Infolgedessen zeigt der Verlauf der Kraftlinien im Außenraum ein ständig wechselndes, eigentümliches Bild. In Abb. 329 sind fünf, um je  $\frac{1}{4}$  Schwingung auseinanderliegende Phasen des Feldverlaufs schematisch dargestellt. Als Anfang wählen wir einen Augenblick, in dem gerade keine Kraftlinien vom Draht ausgehen (a). Nach einer Viertelschwingung ist maximale Aufladung der beiden Enden eingetreten, die Zahl der Kraftlinien, die vom Draht ausgehen, ist ein Maximum geworden (b). Von jetzt ab beginnt die Zahl der Kraftlinien, die den Leiter verlassen, wieder abzunehmen, weil nunmehr der Ausgleich der entgegengesetzten Ladungen in ihm eintritt. Gleichzeitig zeigt sich eine Abschnürung eines Teils der Kraftlinien, die jetzt ringförmige Gestalt annehmen (c). Am Ende der zweiten Viertelschwingung ist der Ausgleich der Ladungen erfolgt, es gehen keine Kraftlinien mehr von dem Draht aus. Alle bisher von ihm ausgegangenen Kraftlinien bilden ringartige Gebilde (d). In der dritten Viertelschwingung bildet sich der gleiche Zustand wie im Laufe der ersten Viertelschwingung, aber jetzt mit umgekehrtem Vorzeichen der Ladungen und Feldstärken, erneut aus. Die neu entstehenden Kraftlinien zeigen das

gleiche Bild wie am Schluß der ersten Viertelschwingung, während sich die bereits abgeschnürten Kraftlinien weiter vom Draht entfernt haben (e). Und so

verläuft der Vorgang in gleicher Weise immer weiter unter fortgesetzter Abschnürung weiterer Kraftlinien. Abb. 330 zeigt die auf diese Weise entstehende Verteilung der elektrischen Feldstärke um den Dipol S.

Das Fortwandern der abgeschnürten Kraftlinien rührt davon her, daß sich die elektrischen Kraftwirkungen, ebenso wie die gleich zu besprechenden magnetischen Kraftwirkungen, mit endlicher Geschwindigkeit, und zwar mit Lichtgeschwindigkeit, im Außenraum ausbreiten. Der jeweilige Ladungszustand des Drahtes macht sich also in der Entfernung  $r$  nicht sofort, sondern erst nach der Zeit  $t = r/c$  ( $c =$  Lichtgeschwindigkeit) bemerkbar.

Nun haben wir gesehen (§ 395), daß jede Veränderung der elektrischen Feldstärke in einem Raumpunkt einem Verschiebungsstrom entspricht, ferner, daß jeder Verschiebungsstrom von magnetischen Kraftlinien umgeben ist. Da sich nun bei dem beschriebenen Vorgang die elektrische Feldstärke in jedem Raumpunkt ständig ändert, so ist der ganze Raum von Verschiebungsströmen erfüllt, die in Ebenen liegen, welche durch den schwingenden Dipol hindurchgehen.

Senkrecht zu diesen Verschiebungsströmen aber verlaufen ringförmig um den Draht magnetische Kraftlinien (Abb. 331). Auch diese magnetischen Kraftlinien breiten sich mit Lichtgeschwindigkeit in den Raum aus. In jedem Raumpunkt herrscht demnach ein periodisch wechselndes elektrisches und magnetisches Feld, oder wie man kurz sagt, ein elektromagnetisches Feld. Diese Erscheinung bezeichnet man als elektrische Wellen, oder auch nach ihrem Entdecker, HEINRICH HERTZ (1888), als HERTZSche Wellen. Sie haben heute als Träger der drahtlosen Telegraphie und Telephonie (Rundfunk) eine außerordentliche Bedeutung gewonnen. Die Wellenlänge  $\lambda$  einer elektrischen Welle ist nach § 142 definiert als der in der Fortpflanzungsrichtung gemessene Abstand zweier benachbarter Punkte gleicher Phase (Abb. 331).

Im § 396 ist gezeigt worden, daß ein elektrisches ebenso wie ein magnetisches Feld der Sitz von Energie ist. Wenn der betrachtete Dipol zu schwingen beginnt, so hat er noch kein Feld. Je länger er aber schwingt, um so weiter breitet sich sein Feld mit Lichtgeschwindigkeit um ihn herum aus, desto ausgedehntere Räume werden also von diesem Feld erfüllt, in 1 sec bei ungestörter Ausbreitung bereits eine Kugel vom Radius 300 000 km. Die Energie dieses Feldes muß aber von der Energie der Schwingung im Dipol geliefert werden, die letztere muß also im Laufe der Zeit abnehmen, er muß, auch wenn gar keine Energie durch Stromwärme verlorenginge, gedämpft schwingen, wenn man ihm nicht auf irgendeine

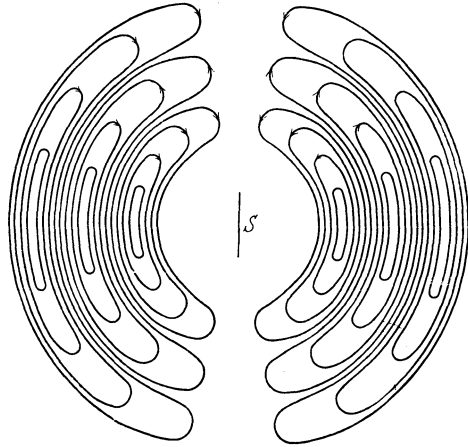


Abb. 330.  
Elektrische Kraftlinien eines schwingenden Dipols.  
Nach R. POHL.

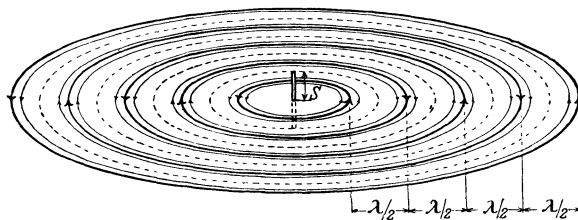


Abb. 331. Magnetische Kraftlinien eines schwingenden Dipols.  
Nach R. POHL.

Weise die ausgestrahlte Energie nachliefert, was bei unserm Beispiel nicht angenommen war. Diese Art der Dämpfung bezeichnet man als Strahlungsdämpfung. Man kann die Abnahme der Schwingungsenergie leicht auch so verstehen, daß das veränderliche magnetische Feld im Raume um den Dipol in ihm ständig Ströme induziert, die dem in ihm fließenden Strom entgegengesetzt gerichtet sind, und ihn daher mehr und mehr schwächen, bis er ganz verschwunden ist.

Unser Dipol stellt einen ganz einfachen Fall eines Senders elektrischer Wellen dar. Er ist dadurch ausgezeichnet, daß er eine besonders starke Strahlungsdämpfung hat. Er bildet einen sog. offenen Schwingungskreis, im Gegensatz zu den früher betrachteten, aus einem Kondensator und einer Selbstinduktionsspule bestehenden geschlossenen Schwingungskreisen. (Es darf dabei aber nicht übersehen werden, daß auch der hier betrachtete gerade Draht eine, wenn auch sehr kleine, Kapazität und Selbstinduktion besitzt.) Offenbar kommt es zur Erzielung starker Wellen darauf an, daß viele Kraftlinien von dem Schwingungskreis aus möglichst weit in den Raum hinaus verlaufen, und das ist bei Plattenkondensatoren und Spulen nur sehr wenig der Fall. Um eine Aussendung starker Wellen zu erzielen, koppelt man daher einen geschlossenen Schwingungskreis, in dem man auf irgendeine Weise eine starke Schwingung aufrechterhält, mit einem offenen, in dem durch den ersteren Schwingungen erzwungen werden. Der zweite Schwingungskreis strahlt dann die ihm von dem ersten gelieferte Energie als Wellen in den Raum aus. Er bildet eine sog. Antenne.

**418. Empfang elektrischer Wellen.** In jedem Punkt des Raumes, der von einer elektrischen Welle getroffen wird, sind wegen der wechselnden Stärke des elektrischen Feldes Verschiebungsströme vorhanden. Wird in diese ein Leiter gebracht, so entstehen in ihm nach § 395 Leitungsströme, die im gleichen Tempo Stärke und Richtung wechseln. Er vollführt erzwungene elektrische Schwingungen, die in ihrem zeitlichen Ablauf denjenigen im Sender entsprechen. Er wirkt als Empfänger der elektrischen Wellen (Empfangsantenne). Statt des geraden Leiters kann man auch eine aus einigen Windungen bestehende Spule (Rahmenantenne) verwenden, die so aufgestellt wird, daß die Windungsebene in Richtung der ankommenden Wellen liegt. In diesem Falle sind die magnetischen Felder der Welle wirksam. Indem die Spule von magnetischen Kraftlinien durchsetzt wird, die fortwährend ihre Zahl und Richtung ändern, wird in ihr eine elektromotorische Kraft induziert, deren Verlauf ein Abbild der ausgesandten Schwingung ist.

Koppelt man eine solche Empfangsantenne mit einem geschlossenen Schwingungskreis, der auf die einfallende Welle abgestimmt ist, so gerät er seinerseits in Mitschwingung (Resonanz). Auf diesem Prinzip beruht der Wellenempfang bei der drahtlosen Telegraphie und Telephonie (Rundfunk).

**419. Die Versuche von HEINRICH HERTZ.** HEINRICH HERTZ (1888) benutzte bei der Entdeckung der elektrischen Wellen kleine Sender, welche aus einem in der Mitte durch eine kurze Funkenstrecke unterbrochenen Draht bestanden (Oszillator). Die beiden Drahthälften waren mit den beiden Polen eines Funkeninduktors verbunden. Ein solcher Sender schwingt, wenn der Induktor in Betrieb ist und zwischen seinen beiden Hälften Funken überspringen, genau so, wie unser in § 417 betrachteter einfacher Dipol, nur mit sehr starker Dämpfung. (Er wird, wie eine Glocke durch den Klöppel, durch die einzelnen Spannungstöße des Induktors zu seinen Eigenschwingungen angeregt. Die zeitliche Folge der einzelnen Spannungstöße hat dabei mit der Frequenz der Schwingung ebensowenig zu tun, wie die der zeitlichen Abstände der einzelnen Glockenschläge mit der Schwingungszahl



[Frequenz] des Glockentones.) Zum Nachweis der von diesem Sender (Oszillator) ausgehenden Wellen im Raum benutzte HERTZ ein ganz ähnliches Gebilde, wieder einen durch eine Funkenstrecke unterbrochenen geraden Draht oder Drahtbügel (Resonator). Stellt man den Draht in die Richtung der elektrischen Kraftlinien des Senders, so treten in ihm unter der Wirkung der elektrischen Kraft Spannungen auf, welche sich darin zeigen, daß zwischen den beiden Drahthälften Fünkchen überspringen.

Den Anstoß zu den Versuchen von HERTZ gab die elektromagnetische Theorie des Lichtes von MAXWELL, nach der das Licht ein elektromagnetischer Wellenvorgang ist (§ 511). Ist dies richtig, so müssen auch die mit groben Apparaten erzeugten elektrischen Wellen Eigenschaften haben, wie wir sie vom Licht kennen, also insbesondere die Erscheinungen der Reflexion, Brechung, Beugung usw. zeigen. In der Tat konnte HERTZ nachweisen, daß diese Erscheinungen in der erwarteten Weise bei den elektrischen Wellen auftreten. Damit war der elektromagnetischen Lichttheorie eine feste Stütze gegeben. Heute gibt es ebensogut eine „Optik“ der elektrischen Wellen wie des sichtbaren und andern Lichtes. Über die Einordnung der elektrischen Wellen in das gesamte elektromagnetische Spektrum s. § 515.

**420. Elektrische Wellen an Drähten.** Verbindet man die beiden Platten des Kondensators eines Schwingungskreises mit zwei längeren parallelen Drähten (LECHERSches Drahtsystem), so kann man in den Drähten stehende elektrische Schwingungen erzeugen, die den stehenden Schwingungen einer gespannten Saite (§ 136) weitgehend analog sind. Die elektrischen Wellen pflanzen sich an den Drähten annähernd mit Lichtgeschwindigkeit fort. Längs der Drähte wechseln Bäuche und Knoten der Spannung und Bäuche und Knoten der Stromstärke in gleichmäßigen Abständen von je  $\frac{1}{4}$  der Wellenlänge der Schwingung ab. Man kann z. B. die Spannungsbäuche, welche je um eine halbe Wellenlänge auseinanderliegen, durch das Aufleuchten einer quer über die Drähte gelegten, elektrodenlosen, mit Neon gefüllten Entladungsröhre nachweisen und so die Wellenlänge messen. Die stehenden Wellen treten immer dann auf, wenn die erregende Schwingung entweder gleich der Grundschwingung oder einer der Oberschwingungen (§ 134) des Drahtsystems ist. Abb. 332 zeigt eine Anordnung zur Erzeugung von elektrischen Wellen an Drähten.

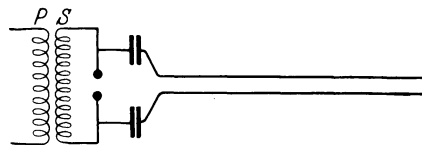


Abb. 332. LECHERSches Drahtsystem.

**421. Drahtlose Telegraphie.** In der ersten Zeit der drahtlosen Telegraphie benutzte man zum Erzeugen der Wellen Schwingungskreise etwa von der Art, wie sie im § 415 beschrieben sind, in Verbindung mit einer Antenne. Von einem solchen Schwingungskreis geht bei jedem der sehr schnell aufeinanderfolgenden Funken eine Welle aus, welche wegen der großen Dämpfung im Funken ziemlich schnell abklingt. Sie ist bereits innerhalb eines sehr kleinen Bruchteils der Zeit zwischen zwei Funken vollkommen erloschen. Durch einen Taster wird der Primärkreis des Induktors im Tempo der zu übertragenden Morsezeichen geöffnet und geschlossen, so daß die Wellen in Folgen ausgesandt werden, die diesen Zeichen entsprechen. Durch gewisse Einrichtungen am Empfangsorte konnte dann die im Empfangskreise erregte Schwingung dazu benutzt werden, um diese Zeichen hörbar zu machen oder anderweitig aufzunehmen.

Diese Art der Telegraphie mit gedämpften Schwingungen hat unter anderem den großen Übelstand, daß eine gedämpfte Welle nicht nur einen genau auf sie abgestimmten Schwingungskreis erregt, sondern mehr oder weniger

stark auch solche, welche auf benachbarte Wellen abgestimmt sind. Dieser Nachteil machte sich mit zunehmender Dichte des funkentelegraphischen Netzes immer mehr bemerkbar und führte neben allen sonstigen Übelständen zu schweren, gegenseitigen Störungen. Heute werden derartige Sender, obgleich sie eine große Zahl von Verbesserungen erfahren haben, kaum noch benutzt. Die modernen Anlagen für drahtlose Telegraphie bedienen sich ausschließlich ungedämpfter Wellen.

**422. Maschinensender. POULSEN-Schwingungen.** Eine Methode zur Erzeugung ungedämpfter Wellen besteht darin, daß man sie nicht als Eigenschwingungen eines Schwingungskreises erzeugt, sondern mittels eines Generators als Wechselstrom von hoher Frequenz. Es sind ferner Einrichtungen erdsonnen, um die Frequenz der auf diese Weise erzeugten Schwingungen noch zu verdoppeln oder zu vervierfachen. Nach dieser Methode arbeitet z. B. die deutsche Großstation in Nauen.

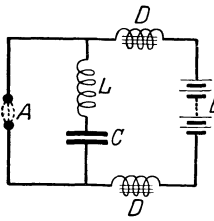


Abb. 333.  
POULSEN-Schaltung.

Eine andere Art, ungedämpfte Schwingungen zu erzeugen, stammt von POULSEN. Das Prinzip — nicht die technische Ausführungsform — zeigt Abb. 333. Die beiden Kohlen eines elektrischen Lichtbogens *A*, der mit Gleichstrom (Stromquelle *B*) betrieben wird, sind durch eine Selbstinduktion *L* und einen Kondensator *C* verbunden. Diese bilden mit dem Lichtbogen *A*, durch den sie wie durch einen Widerstand verbunden sind, einen Schwingungskreis.

Für das Auftreten von Schwingungen im POULSEN-Kreis ist die Tatsache entscheidend, daß ein Lichtbogen eine fallende Charakteristik (§ 404) hat. Das läßt sich in großen Zügen auf folgende Weise verstehen. Die Betriebsspannung des Bogens, also auch die am Kondensator des Kreises liegende Spannung, führt stets kleine Schwankungen aus. Angenommen, sie steige für einen kurzen Augenblick um den Betrag  $\Delta V$  und sinke alsbald wieder auf ihren alten Wert. Der Überschuß an Aufladung, den der Kondensator beim Anstieg aufgenommen hat, entlädt sich dann wieder durch den Lichtbogen, und zwar in Form einer Schwingung mit der Eigenfrequenz des Kreises. In denjenigen Phasen dieser Schwingung, in der der Schwingungsstrom mit dem Betriebsstrom des Bogens gleichsinnig verläuft, ihn also verstärkt, bewirkt diese Stromverstärkung wegen der fallenden Charakteristik eine Widerstandsverminderung des Bogens, also ein noch weiteres Anwachsen der Stromstärke. In den Phasen, wo die beiden Ströme einander entgegengesetzt verlaufen, die Schwingung den Strom im Bogen also schwächt, hat diese Schwächung ein weiteres Sinken der Stromstärke zur Folge. Die Schwingungen werden also durch diese Eigenschaft der Bogenentladung verstärkt. Mit jeder Vergrößerung ihrer Amplitude aber wächst ihre Wirkung auf den Bogen weiter. Der Verstärkung ist erst dann eine Grenze gesetzt, wenn der Energieverlust des Kreises durch JOULEsche Wärme und Ausstrahlung der Energiezufuhr aus der Gleichstromquelle gleichgeworden ist. Diese Energiezufuhr, d. h. die Konstanthaltung der Spannung am Kondensator durch die angelegte Gleichspannung, bewirkt, daß die Schwingungen des Kreises andauern, d. h. ungedämpft sind. Die in die Zuleitungen eingeschalteten Drosselspulen *D*, die für die Schwingungen wegen ihrer hohen Selbstinduktion (Eisenkern) einen sehr großen Widerstand bilden (§ 389), während sie wegen ihres sehr kleinen OHMSchen Widerstandes den Gleichstrom kaum schwächen, verhindern ein Entweichen der Schwingungen in das Gleichstromnetz.

Damit die Schwingungen gleichmäßig erfolgen, ist es günstig, den Bogen in einer Wasserstoffatmosphäre brennen zu lassen.

Man kann die Selbstinduktion und Kapazität eines solchen Schwingungskreises so groß machen, daß die Schwingungszahl in den Bereich der akustisch

hörbaren Frequenzen fällt. Elektrische Schwingungen dieser Art können am Empfangsort besonders bequem mit dem Telephon abgehört werden (Hörfrequenzen).

Da der durch den Lichtbogen fließende Strom alle Schwankungen der Schwingung mitmacht, so schwankt die Temperatur im Lichtbogen im Tempo der Schwingung. Infolgedessen erfährt die ihn umgebende Luft Schwankungen ihrer Temperatur, die sich als Druckschwankungen bemerkbar machen. Diese Druckschwankungen pflanzen sich als Schallschwingungen fort, der Lichtbogen tönt.

Die heute überwiegend gebräuchliche Art der Erzeugung ungedämpfter Schwingungen mittels des Röhrensenders wird im § 426 besprochen.

**423. Prinzip der drahtlosen Telephonie.** Im § 372 ist auseinandergesetzt worden, daß es für die Zwecke der Telephonie darauf ankommt, die Intensität elektrischer Energie, die vom Sende- zum Empfangsort übertragen wird, entsprechend den zu übertragenden Klängen zu modulieren.

Wie bei der Leitungstelephonie der Gleichstrom, so wird bei der drahtlosen Telephonie die Amplitude einer elektrischen Welle durch einen ihr aufgeprägten Klang moduliert. Die Art, wie dies geschieht, wird im § 426 erörtert werden.

Eine derart modulierte elektrische Schwingung hat z. B. den in Abb. 334 schematisch dargestellten Intensitätsverlauf. (Tatsächlich entfallen auf eine Schwebung, denn einer solchen ist dieser Vorgang ähnlich, sehr viel mehr Einzelschwingungen, beim Rundfunk z. B. etwa zwischen 100 und 20000.)

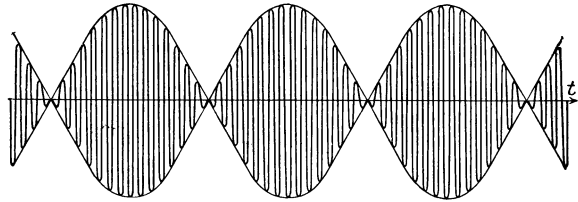


Abb. 334. Modulierte elektrische Schwingung.

Eine solche Modulation ist natürlich nur bei ungedämpften Wellen möglich, da gedämpfte Wellen ja schon an sich in ihrer Stärke schwanken.

Für den Empfang kommt es darauf an, die Intensitätsschwankungen der ankommenden elektrischen Energie in gleichartige Schwingungen einer Telephonmembran zu übersetzen. Das ist aber nicht auf die Weise möglich, daß man die in einem abgestimmten Schwingungskreis auftretenden Schwingungen einfach durch ein Telephon leitet. Dieses würde ja nur die einzelnen Schwingungen der elektrischen Welle mitmachen, wenn es nicht überhaupt zu träge wäre, um so schnellen Schwingungen zu folgen. Es bliebe also tatsächlich in Ruhe und brächte keinen Ton von der der Modulation entsprechenden Schwingungszahl hervor. Um dies zu erreichen, muß man die im empfangenden Schwingungskreis entstehende Schwingung erst „gleichrichten“, d. h. man muß zwischen dem Telephon und dem Schwingungskreis eine Vorrichtung anbringen, welche nur die in der einen Richtung erfolgenden Stromschwankungen hindurchläßt, die anderen aber nicht.

Abb. 335 zeigt eine so gleichgerichtete modulierte Schwingung. Auf eine solche Schwingung reagiert ein Telephon auf folgende Weise: Wegen der Trägheit der Telephonmembran folgt diese nicht jeder Einzelschwingung, sondern dem jeweiligen Mittelwert einer großen Zahl der nunmehr einseitig erfolgenden Einzelschwingungen. Dieser Mittelwert aber schwankt entsprechend der den Schwingungen aufgeprägten Modulation. Die Membran erfährt Durchbiegungen von wechselnder Stärke im Tempo der Schall-

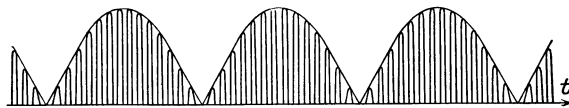


Abb. 335. Gleichgerichtete modulierte Schwingung.

schwingung, und zwar ist jetzt die auf sie wirkende Kraft wegen der erfolgten

Gleichrichtung stets nach der gleichen Seite gerichtet. Die Bewegung der Membran wird also etwa durch eine Kurve dargestellt wie diejenige, welche in Abb. 335 die Amplituden der gleichgerichteten modulierten Schwingung verbindet.

Um eine Schwingung gleichzurichten, bedarf es einer Vorrichtung, die in der einen Richtung den Strom möglichst gut durchläßt, in der andern dagegen so gut wie gar nicht, die also wirkt wie ein sich einseitig öffnendes Ventil auf einen pulsierenden Wasserstrom. Man nennt solche Vorrichtungen daher auch elektrische Ventile. Für die Zwecke der drahtlosen Telephonie sind ausschließlich zwei Apparate dieser Art in Gebrauch, der Kristalldetektor und die Elektronenröhre.

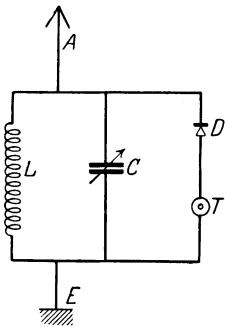


Abb. 336.  
Empfang mit Detektor.

424. **Empfang mit Detektor.** Ein Kristalldetektor besteht aus einem Kristall — besonders geeignet sind u. a. Molybdänglanz, Bleiglantz, Zinkblende, Pyrit —, der an einer Stelle von der Spitze eines dünnen Drahtes berührt wird. Diese Kontaktstelle hat die Eigenschaft, einen Strom in der einen Richtung verhältnismäßig gut, in der andern sehr schlecht durchzulassen (einseitiger Widerstand). Man kann dies Verhalten mit einem Galvanometer und einem Akkumulator unter Vorschaltung eines ausreichenden Widerstandes leicht nachweisen. Der Ausschlag ist bei der einen Stromrichtung viel größer als bei der andern und läßt sich durch Wahl eines günstigen Punktes auf dem Kristall in der einen Richtung fast ganz unterdrücken. Hiernach ergibt sich die in Abb. 336 dargestellte Schaltung für einen mit Detektor arbeitenden Empfangsapparat. Der aus Selbstinduktion  $L$  und Kapazität  $C$  bestehende, durch Veränderung der Kapazität auf die aufzunehmende Schwingung abstimmbare Schwingungskreis wird durch die von der einfallenden Welle in der mit ihm verbundenen Antenne  $A$  erregten Schwingungen zum Mitschwingen gebracht. Die Spannungsschwankungen am Kondensator erzeugen einen im Tempo der modulierten Schwingung pulsierenden Strom im Telefon  $T$ , von dem aber der Detektor  $D$  nur die eine Phase durchläßt. (Eine Kapazität mit einem Pfeil bedeutet in den folgenden Abbildungen einen Drehkondensator, also eine stetig veränderliche Kapazität, § 279.)  $E$  ist eine Drahtverbindung zur Erde (in einfacheren Fällen über die Wasser- oder Gasleitung), die sog. Erdung.

Da die Erregung des Telephons lediglich durch die geringe Energie erfolgt, welche mittels der Antenne aus der einfallenden Welle entnommen wird, so ist die Möglichkeit des Detektorempfanges auf verhältnismäßig kleine Entfernungen, je nach der Stärke des Senders, beschränkt.

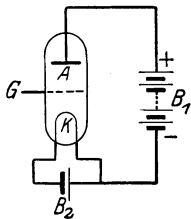


Abb. 337. Schema der Elektronenröhre.

425. **Empfang mit der Elektronenröhre.** Ein weit vollkommeneres Empfangsgerät ist die Elektronenröhre (Verstärkeröhre, Glühkathodenröhre). Sie besteht aus einem möglichst gut evakuierten Glasgefäß, etwa von Glühlampenform. In diesem befinden sich, mit Zuleitungen nach außen, erstens ein dünner (bei manchen Röhren mit Erdalkalioxyden bedeckter) Elektronen aussendender Metalldraht  $K$  (§ 403), der durch einen elektrischen Strom zum Glühen gebracht werden kann, die Kathode, zweitens eine gitterförmige Elektrode, das Gitter  $G$ , und drittens eine Anode  $A$  (Abb. 337). Die gebräuchlichen Röhren sind so gebaut, daß der Glühdraht zunächst vom Gitter und dieses wieder von der Anode zylindrisch umgeben ist (Abb. 338).

Zwischen Kathode und Anode wird die Spannung einer Batterie  $B_1$  von 60—100 Volt gelegt. Die Batterie  $B_2$  dient zum Heizen der Kathode. Wäre das Gitter nicht vorhanden, so würden die Elektronen, die aus dem glühenden Draht austreten, durch die angesetzte Spannung ungehindert zur Anode getrieben. Legt man jetzt an das Gitter, durch dessen Öffnungen die Elektronen an sich zum größten Teil hindurchtreten können, eine Spannung, so hängt es ganz von Größe und Vorzeichen des Gitterpotentials ab, ob die Elektronen durch das Gitter hindurch an die Anode gelangen oder nicht. Ist das Gitterpotential gegenüber dem Kathodenpotential negativ, so werden die mit einer gewissen Anfangsgeschwindigkeit von der Kathode kommenden Elektronen von ihm abgestoßen und gelangen bei ausreichend hoher Spannung nicht an das Gitter. Hat es dagegen gegenüber der Kathode ein positives Potential, so werden die Elektronen durch das zwischen Kathode und Gitter bestehende Feld beschleunigt und treten zum Teil durch die Öffnungen des Gitters hindurch, und zwar innerhalb eines gewissen Potentialbereichs in um so größerer Zahl, je höher das Gitterpotential gegenüber dem Kathoden-



Abb. 338. Elektronenröhre.

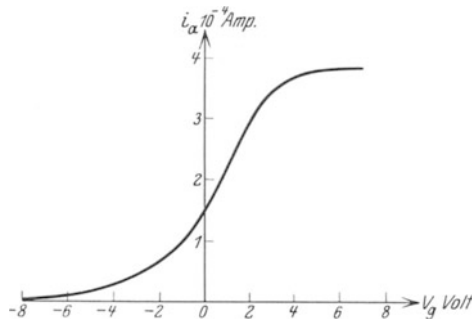


Abb. 339. Charakteristik einer Elektronenröhre.

potential ist. In Abb. 339 ist die Abhängigkeit des von der Kathode zur Anode fließenden Elektronenstroms in Abhängigkeit von der Gitterspannung dargestellt (sog. Charakteristik der Röhre, vgl. § 404). Man sieht, daß die Röhre Strom vorwiegend nur in einer Richtung durchläßt, also wie ein Detektor wirkt. Daß auch schon bei negativem Gitterpotential einige Elektronen an die Anode gelangen, liegt zum Teil daran, daß die aus der Kathode austretenden Elektronen schon eine gewisse Anfangsgeschwindigkeit haben, die sie befähigt, ein Stück auch gegen ein verzögerndes Feld zu laufen, zum Teil an dem sog. Durchgriff, d. h. an der Tatsache, daß wegen der Struktur des Gitters einzelne Kraftlinien von der Anode her in den Raum zwischen Gitter und Kathode treten.

Der außerordentliche Vorzug der Elektronenröhre gegenüber dem Detektor beruht nun darin, daß sie sowohl als Gleichrichter, wie als Verstärker der empfangenen Schwingungen wirken kann. Wir betrachten zunächst ihre Verwendung als Verstärker. In diesem Falle gibt man dem Gitter der Röhre gegenüber der Kathode eine Spannung  $V_g$ , die etwa der Mitte des geraden Teils der Charakteristik der Röhre entspricht (Abb. 340a). Wird jetzt außerdem an das Gitter die wechselnde Spannung  $\Delta V_g$  der empfangenen Schwingung gelegt, so überlagert sie sich der konstanten Gitterspannung, und die Gesamtspannung des Gitters führt Schwankungen um diese im Tempo der Schwingungen aus. Das hat zur Folge, daß der zur Anode gelangende Strom  $i_a$  im gleichen Tempo schwankt, wie dies durch Abb. 340a veranschaulicht ist. Wie man ohne weiteres

sieht, sind die Schwankungen  $\Delta i_a$  des Anodenstroms um so größer, je größer die Amplituden  $\Delta V_g$  der Gitterspannung, also der empfangenen Schwingung, sind. Ist diese moduliert, so ist es auch der Anodenstrom. Dieser ist also ein Abbild der empfangenen modulierten Schwingung. Die Verstärkung besteht darin, daß der Anodenstrom und seine Schwankungen sehr viel größer sind, als die sehr schwachen Ströme, die beim Detektorempfang auftreten. Genügt die Verstärkung durch eine einzige Elektronenröhre nicht, so können hinter die erste Verstärkerröhre weitere Röhren geschaltet werden.

Will man die Elektronenröhre als Gleichrichter (sog. Audion) verwenden, so legt man die konstante Gitterspannung in einen der beiden Knicke der Charakteristik (Abb. 340b) und überlagert dieser konstanten Gitterspannung  $V_g$  die Spannungsschwankungen  $\Delta V_g$  der empfangenen Schwingung. Wie man aus der Abb. 340b erkennt, sind nunmehr die Schwankungen des Anodenstroms in der einen Richtung viel stärker als in der anderen, und der mittlere Anoden-

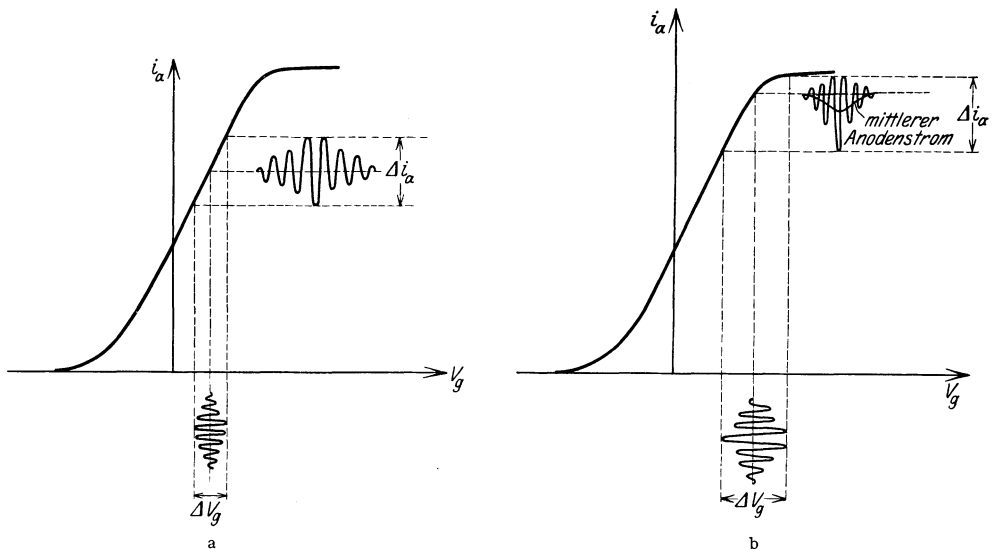


Abb. 340. Wirkung der Elektronenröhre, a als Verstärker, b als Gleichrichter.

strom bleibt nicht, wie bei der reinen Verstärkung, konstant, sondern er führt eine Schwankung im Tempo der Modulation aus.

Wir betrachten jetzt die Wirkung des modulierten Anodenstroms auf ein eingeschaltetes Telephon. Bei der Verstärkerröhre schwankt der Anodenstrom um einen Mittelwert, der dem Anodenstrom bei dem konstanten Gitterpotential entspricht, und dieser Mittelwert ist bei großen und kleinen Amplituden der Spannung  $\Delta V_g$  der gleiche. Da das Telephon viel zu träge ist, um den einzelnen Schwingungen  $\Delta i_a$  des Anodenstroms zu folgen, so bleibt die Membran ständig in derjenigen Lage, die diesem Mittelwert entspricht, erzeugt also keinen Schall. Anders bei der Gleichrichtung. Auch hier stellt sich das Telephon entsprechend dem Mittelwert des jeweiligen Anodenstroms  $i_a$  ein. Wegen der Einseitigkeit der Schwankungen des Anodenstroms ist dieser Mittelwert aber von der Amplitude der Schwankungen abhängig. Ist diese groß, so ist auch der Mittelwert groß, ist sie klein, so ist er klein. Das Telephon führt also Schwingungen aus, die in ihrem Tempo den Änderungen der Amplitude des mittleren Anodenstroms entsprechen. Da dieser aber entsprechend der Modulation der ankommenden

Schwingungen schwankt, so sind die Telefonschwingungen ein Abbild der Modulation, die den empfangenen Schwingungen aufgeprägt wurde. Das Telefon gibt die der Modulation entsprechenden Klänge als Schall wieder.

Abb. 341 zeigt eine einfache Empfangsschaltung mit einer Verstärkerröhre  $R_v$  und einem Audion  $R_a$ . Die von der Antenne  $A$  aufgenommene Schwingung erregt den aus der Selbstinduktion  $L$  und dem variablen Kondensator  $C$  bestehenden Schwingungskreis, der an seinem anderen Ende zur Erde  $E$  abgeleitet ist. Die Spannungsschwankungen des Kreises werden durch einen Kondensator  $C_1$  auf das Gitter der Verstärkerröhre  $R_v$  übertragen. Dieses wird durch eine Batterie  $B_1$  auf dem Wege über  $L$  und den großen Widerstand  $w_1$  (Größenordnung 1 Megohm) auf einer solchen Spannung gegenüber der Kathode gehalten, daß die Verhältnisse der Abb. 340a verwirklicht sind. Die Anode wird mit dem positiven Pol einer Batterie  $B_4$  von etwa 100 Volt Spannung verbunden, und zwar auf dem Wege über einen großen Widerstand  $w_3$ . Schwankt der Anodenstrom im Tempo der modulierten Schwingung, so schwankt auch die Spannung der Anode im gleichen Tempo. Diese Spannungsschwankungen werden durch einen Kondensator  $C_2$  auf das Gitter des Audions  $R_a$  übertragen. Dieses wird durch eine Batterie  $B_2$  auf dem Wege über den großen Widerstand  $w_2$  auf einer solchen Spannung gehalten, daß die Verhältnisse der Abb. 340b verwirklicht sind. Die Anode ist über das Telefon  $T$  mit dem positiven Pol der Batterie  $B_4$  verbunden. Der das Telefon durchfließende, gleichgerichtete Anodenstrom versetzt das Telefon in Schwingungen. Die Batterie  $B_3$  dient zum Heizen der Kathoden.

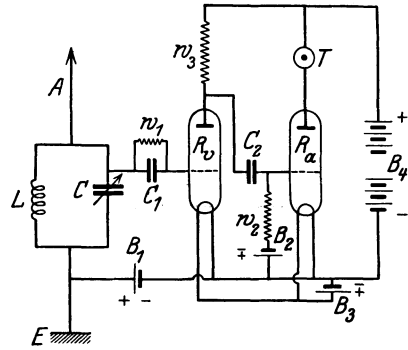


Abb. 341. Einfache Empfangsschaltung mit einer Verstärkerröhre und einem Audion.

Auf die außerordentlich zahlreichen Vorkehrungen, die zum Zweck der Verbesserung und weiteren Verstärkung des Empfangs ersonnen worden sind, kann hier nicht eingegangen werden.

**426. Schwingungserzeugung mittels der Elektronenröhre.** Die heute für die Zwecke der drahtlosen Telegraphie auf kleinere und mittlere Entfernungen sowie für die drahtlose Telephonie (Rundfunk) fast ausschließlich verwendete Methode der Schwingungserzeugung beruht auf der Verwendung von Glühkathodenröhren, die im Prinzip den zum Empfang gebrauchten gleichen, aber von größeren Ausmaßen sind. Eine einfache Sendeschaltung zeigt Abb. 342. Das Gitter einer Glühkathodenröhre ist durch eine Selbstinduktion  $L_1$  und die Sekundärspule eines Transformators  $Tr$ , der ein Kondensator  $C_1$  parallel liegt, mit der Kathode verbunden. Mit der Anode ist ein aus der Selbstinduktion  $L_2$  und der Kapazität  $C_2$  bestehender, abstimmbarer Schwingungskreis verbunden, der mit dem positiven Pol einer Batterie  $B_2$  in Verbindung steht. Mit der Selbstinduktion  $L_2$  ist die Selbstinduktion  $L_3$  des Schwingungskreises der Antenne durch Induktion gekoppelt (in der Abbildung nur schematisch angedeutet), der außerdem noch den

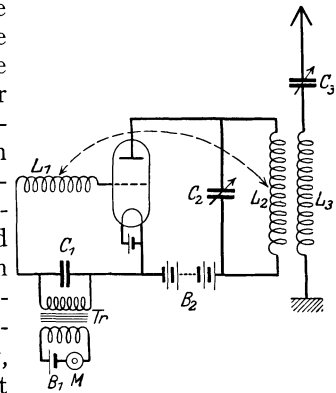


Abb. 342. Schema einer einfachen Sendeschaltung.

zur Abstimmung dienenden Kondensator  $C_3$  enthält und an seinem einen Ende mit der Erde verbunden ist. Die Spule  $L_2$  ist aber auch mit der Spule  $L_1$  gekoppelt, steht ihr also dicht gegenüber (in der Abbildung durch den Pfeil angedeutet und nur der Übersichtlichkeit wegen räumlich getrennt gezeichnet). Die Primärspule des Transformators im Gitterkreis ist durch ein Mikrophon  $M$  und eine Batterie  $B_1$  geschlossen.

Die geschilderte Vorrichtung gerät stets von selbst — durch Selbsterregung — in Schwingungen. Von der Kathode fließt ein Elektronenstrom zur Anode. Ein solcher Strom ist stets kleinen Schwankungen unterworfen, durch die die Spannung an den Belegungen des im Schwingungskreise gelegenen Kondensators  $C_2$  über oder unter ihren normalen Wert sinkt. Nach Aufhören der ersten zufälligen Schwankung sucht sich der alte Zustand am Kondensator wiederherzustellen. Das geschieht aber, wie wir wissen, bei ausreichend kleiner Dämpfung stets in Form einer Schwingung des Schwingungskreises (§ 415). Diese zuerst sehr kleinen Schwingungen übertragen sich durch Induktion von  $L_2$  über  $L_1$  auf das Gitter, dessen Spannungsschwankungen den Elektronenstrom im Tempo der Schwingung steuern. Dadurch aber gerät nunmehr der Schwingungskreis ( $L_2C_2$ ), der ja von diesem Strom durchflossen wird, in stärkere Schwingung. Je heftiger er schwingt, desto stärker wird auch die auf das Gitter übertragene Wirkung. Die Verstärkung der Schwingung findet ihre Grenze erst, wenn die dem Schwingungskreis durch Ausstrahlung usw. entzogene Energie ebenso groß ist, wie die ihm durch den Elektronenstrom zugeführte Energie, bzw. wenn die Amplitude der Spannungsschwankungen des Gitters der Anodenspannung nahekommt. Es entstehen also im Anodenkreise ungedämpfte Schwingungen, die durch Induktion von  $L_2$  auf  $L_3$  und so auf den Antennenkreis übertragen und dort ausgestrahlt werden.

Zur Modulierung der Schwingung dient das Mikrophon  $M$ . Durch die beim Auftreffen von Schall auf das Mikrophon erzeugten Stromschwankungen in der Primärspule des Transformators werden in der Sekundärspule, und damit am Gitter, Spannungsschwankungen induziert, die den Elektronenstrom in der Röhre und infolgedessen die Amplitude der Schwingung im Schwingungskreise im Tempo der Schallschwingungen schwanken lassen. Die ausgesandte Welle ist also in der gewünschten Weise moduliert.

Die dargestellte Schaltung gibt nur das Grundsätzliche des Verfahrens wieder. Die Schaltungen der großen Stationen für drahtlose Telephonie (Rundfunksender) sind wesentlich komplizierter.

Die auf diese Weise erzeugten ungedämpften Wellen können natürlich der Telegraphie ebensogut dienen wie der Telephonie. Die Übertragung von Morsezeichen stellt ja nur eine besonders einfache Form der Modulierung dar, nämlich einen Wechsel zwischen der Intensität Null und der vollen Intensität. Da die ankommenden Schwingungen fast beliebig verstärkt werden können, so ist nichts im Wege, mit den von ihnen gesteuerten Strömen Apparate zu betätigen, welche die Morsezeichen unmittelbar niederschreiben.



## X. Optik und allgemeine Strahlungslehre.

### a) Allgemeines.

**427. Inhalt der Strahlungslehre.** Den Inhalt der Strahlungslehre im engeren Sinne, auch Optik genannt, bildet die Lehre vom Licht, also jener physikalischen Erscheinungen, die die Sinneseindrücke des Auges hervorrufen. Es gibt jedoch physikalisch gleichartige Erscheinungen, welche von unserm Auge nicht wahrgenommen werden. Die spezielle Optik spielt also in der Strahlungslehre etwa die gleiche Rolle wie die Akustik im Rahmen der Lehre von den mechanischen Schwingungen. Sie bildet ein lediglich physiologisch abgegrenztes Teilgebiet der allgemeinen Strahlungslehre. Da die allgemeinen Gesetzmäßigkeiten und Begriffe der gesamten Strahlungslehre gemeinsam sind, so werden sie im folgenden zunächst auf dem unserer Anschauung unmittelbar zugänglichen Gebiet der Lehre vom Licht oder speziellen Optik eingeführt und erläutert. Wir verstehen daher unter Licht im folgenden zunächst nur solche Strahlung, welche auf unser Auge unmittelbar wirkt, also Licht im Sinne des Sprachgebrauchs.

**428. Lichtquellen.** Die ursprüngliche Quelle jeglichen Lichts ist ein lichtaussendender materieller Körper. Die Ursache einer solchen Lichtaussendung kann eine sehr verschiedene sein. In der überwiegenden Mehrzahl der Fälle liegt sie in der Temperatur der Körper. Feste und flüssige Körper beginnen bei  $525^{\circ}\text{C}$  sichtbar zu leuchten (DRAPERSches Gesetz). Dieses erste Leuchten ist allerdings so schwach, daß es nur in völlig dunklem Raume gesehen werden kann, und auch nur mit den farbenblinden Organen des Auges (Stäbchen, § 474); die Lichterscheinung ist daher weißgrau, und man nennt die Erscheinung Grauglut. Bei steigender Temperatur geht ein Körper erst in Rotglut, dann in Gelbglut und schließlich in Weißglut über. Es gibt aber noch andere Ursachen, die ein Leuchten eines Körpers veranlassen können, z. B. elektrische Entladungen in Gasen (§ 406 ff.), Fluoreszenz (§ 542), Phosphoreszenz (§ 543), chemische Prozesse usw. Manche Organismen haben die Fähigkeit, Licht auszusenden (Glühwürmchen, die Organismen, die das Meerleuchten hervorrufen). Diese letzteren Lichterscheinungen rühren nicht von einer hohen Temperatur der Lichtquellen, sondern von anderen Ursachen her. Das Licht aber, welches alle diese Lichtquellen aussenden, ist seiner physikalischen Natur nach wesensgleich und gehorcht den gleichen allgemeinen Gesetzen. Deshalb ist es für die Erforschung dieser allgemeinen Gesetze an sich gleichgültig, was für einer Lichtquelle man sich bedient, wenn sie nur die gewünschte Art von Licht liefert. Die bequemsten Lichtquellen sind meist die heißen Körper (Glühlampe, Bogenlampe, Gasglühlicht, Kerze).

Körper, die selbst keine Lichtquellen sind (nichtseltbleuchtende Körper), können trotzdem zum Ausgangspunkt von Lichtstrahlungen werden, wenn Licht anderer, selbstleuchtender Körper auf sie fällt, indem sie dieses Licht wenigstens

zum Teil wieder zurückwerfen. Es scheint dann, als leuchteten sie selbst. Von solchen, sozusagen im erborgten Licht strahlenden Lichtquellen sind wir rings umgeben. Jeder von unserm Auge erblickte Gegenstand, der nicht selbst eine ursprüngliche Lichtquelle ist, verhält sich so, die von der Sonne beleuchtete Natur, Wände und Gegenstände im Zimmer usw., am Himmel der Mond und die Planeten.

Für die physikalischen Wirkungen des Lichts ist es ohne Belang, ob es von einem selbstleuchtenden oder einem nichtselbstleuchtenden Körper ausgeht, vorausgesetzt, daß in beiden Fällen die Art des ausgesandten Lichtes die gleiche ist.

**429. Lichtstrahlen.** Da Licht von den Lichtquellen zu anderen Körpern und zu unserm Auge gelangt, so muß sich das Licht durch den Raum fortpflanzen. Erfahrungsgemäß ist es dabei nicht nötig, daß dieser Raum von Materie erfüllt ist. Im Gegenteil zeigt die Tatsache, daß das Licht von den Fixsternen durch die ungeheuren Entfernungen des leeren Weltraums zu uns gelangt, daß es in seiner Fortpflanzung nicht an Materie gebunden ist. Tatsächlich pflanzt sich das Licht durch den leeren Raum weitaus am besten, d. h. am schnellsten und unter geringstem Energieverlust, fort.

Auf dem Wege von einem Körper zum andern ist das Licht für uns unsichtbar. Sein Vorhandensein wird uns nur durch die Erhellung der Körper bemerkbar, auf die es fällt. Man kann die Bahn des Lichtes sehen, wenn der Raum, den das Licht durchläuft, etwa mit Staub oder Nebel erfüllt ist. Genauer gesagt: man sieht nicht die Bahnen der einzelnen Lichtstraßen, sondern nur die Endpunkte dieser Bahnen. Wenn ein Lichtstrahl auf ein Hindernis (Staubteilchen usw.) fällt, hört der Strahl auf. Die Folge dieser Endpunkte ist das Bild der Bahn eines einzelnen, ungestört verlaufenden Strahls. Fällt Licht durch eine enge Öffnung, z. B. durch ein feines Loch in einem sonst gegen Licht gut verschlossenen Fenster, so sieht man den Weg, auf dem das Licht das Zimmer durchläuft, an den von ihm auf seiner Bahn hellbeleuchteten Staubteilchen in der Luft. Wegen einer gewissen Ähnlichkeit dieser Erscheinung mit einem aus einem engen Loch herausgespritzten Wasserstrahl bezeichnet man sie als einen Lichtstrahl. Unter einem Lichtstrahl versteht man demnach ein äußerst schmales Bündel von Licht. Bei theoretischen Überlegungen denkt man sich ein solches Bündel oft als unendlich dünn und stellt es durch einen Strich dar (vgl. § 139).

**430. Durchsichtigkeit.** Manche Körper haben die Eigenschaft, Licht mehr oder weniger gut hindurchzulassen, durchsichtig zu sein. Gewöhnliches Glas ist für jede Art (Farbe) von sichtbarem Licht sehr gut durchlässig, farbige Gläser nur für die betreffende Farbe (vgl. § 531). Gewisse Körper lassen zwar einen Bruchteil des auf sie treffenden Lichtes hindurch, ein anderer Teil aber wird in ihnen absorbiert, und zwar um so mehr, je dicker die vom Licht zu durchlaufende Schicht ist. In sehr dünnen Schichten sind alle Körper, z. B. auch die Metalle, mehr oder weniger durchsichtig.

Berücksichtigen wir auch die für das Auge nicht sichtbare Strahlung, so zeigt sich, daß die Bereiche, in denen eine Substanz durchlässig ist, oft ziemlich eng begrenzt sind. So ist z. B. Glas außerhalb des sichtbaren Gebiets in dem sehr viel ausgedehnteren unsichtbaren Gebiet nicht mehr durchlässig. Die meisten Gase hingegen sind fast für jede Art von Strahlung durchlässig.

**431. Geradlinige Fortpflanzung.** Die Bahnen ungestörter Lichtstrahlen sind gerade Linien. Abweichungen von diesem Verhalten treten erst bei Wechselwirkungen mit materiellen Körpern in die Erscheinung.

Die deutlichste Wirkung dieser Tatsache sind die Schatten undurchsichtiger Körper. Es sei  $A$  (Abb. 334a) eine punktförmig gedachte Lichtquelle,  $B$  ein

in den Weg ihres Lichtes gebrachter Körper,  $C$  eine das Licht auffangende Fläche (Schirm), etwa eine weiße Wand. Infolge der geradlinigen Ausbreitung des Lichts läßt sich durch Konstruktion ohne weiteres finden, daß Licht nur an die mit  $L$  bezeichneten Stellen des Schirmes fällt, dagegen nicht an die mit  $S$  bezeichnete Stelle. Diese bildet den Schatten des Körpers.

Alle natürlichen Lichtquellen haben eine gewisse Ausdehnung, sind also nie streng punktförmig, wenn man auch z. B. mit einer elektrischen Bogenlampe mit dünnen Kohlen dieser Grenze praktisch recht nahekommt. Man kann sich aber die strahlende Fläche einer Lichtquelle immer als aus strahlenden Punkten (genauer sehr kleinen strahlenden Flächenelementen) zusammengesetzt denken und die Lichtwirkung auf einer Fläche als die Summe der Wirkungen dieser einzelnen Punkte berechnen. Es zeigt sich dann folgendes. Ein schattenwerfender Körper (Abb. 343 b) schirmt das Licht nur von einem Teil  $KS$  der hinter ihm stehenden Fläche vollkommen ab, und zwar von demjenigen, welchen man mit keinem

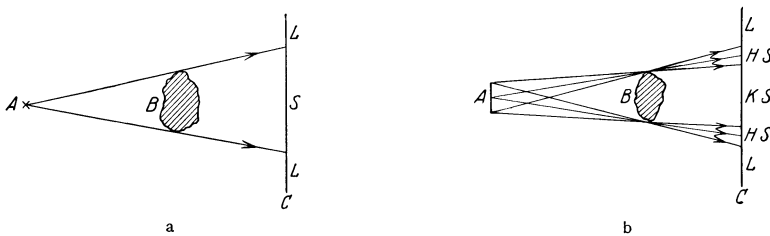


Abb. 343. a Schattenbildung bei punktförmiger Lichtquelle, b Kernschatten und Halbschatten.

Punkte der Lichtquelle durch eine Gerade verbinden kann, ohne durch das Innere des Körpers zu gehen. Diesen Teil nennt man den Kernschatten. In ihm herrscht vollständige Dunkelheit. Die Helligkeit in weiteren, außen liegenden Teilen  $L$  der Fläche wird durch die Anwesenheit des Körpers überhaupt nicht berührt. Es sind dies diejenigen Teile der beleuchteten Fläche, welche man mit jedem Punkte der Lichtquelle durch eine Gerade verbinden kann, ohne durch das Innere des Körpers zu gehen. Zwischen diesen beiden Gebieten liegt eine Zone  $HS$ , der sog. Halbschatten, deren Punkte man nur mit einzelnen Teilen der Lichtquelle so verbinden kann, mit anderen nicht. Auf diesen Teil der Fläche fällt zwar Licht, aber nur von einem Bruchteil der Lichtquelle, und zwar um so weniger, je mehr man sich der Grenze des Kernschattens nähert. Man kann dies auch so ausdrücken, daß die Beleuchtung einer Stelle der Fläche um so schwächer ist, einen je kleineren Teil der Lichtquelle man von dieser Stelle aus noch sehen kann. Der Übergang von Kernschatten zu Halbschatten und von Halbschatten zu voller Beleuchtung ist also kein plötzlicher, sondern es findet im Halbschatten ein stetiger Übergang von voller Dunkelheit zu voller Helligkeit statt. Der Schatten hat eine unscharfe Begrenzung. Die Breite des Halbschattens hängt ab von der Größe der leuchtenden Fläche und von den Verhältnissen der Abstände zwischen Lichtquelle, schattenwerfendem Körper und Schirm. Ist der Querschnitt des schattenwerfenden Körpers kleiner als die Fläche der Lichtquelle, so entsteht in größerer Entfernung von dem Körper überhaupt kein Kernschatten mehr, sondern nur ein Halbschatten.

**432. Sonnen- und Mondfinsternisse. Visuelle Doppelsterne.** Eine Sonnenfinsternis entsteht, wenn der Mond genau zwischen Sonne und Erde tritt, wenn also der Schatten des Mondes auf die Erde fällt. Der Kernschatten des Mondes ist im Verhältnis zur Erdoberfläche sehr klein. Daher ist eine totale Sonnenfinsternis immer nur auf kleine Bereiche der Erde beschränkt.

Bei einer Mondfinsternis steht die Erde zwischen Sonne und Mond und wirft auf diesen ihren Schatten, der zufällig der Größe der Mondfläche fast genau gleich ist. Eine Mondfinsternis tritt natürlich stets für die ganze Erde gleichzeitig ein. Auch die Monde der anderen Planeten erleiden entsprechende Verfinsterungen (§435).

Bei gewissen Doppelsternen, d. h. Systemen von zwei sehr nahe benachbarten Fixsternen, welche umeinander rotieren, beobachtet man periodische Helligkeitsschwankungen, die davon herrühren, daß bald der eine, bald der andere der beiden Fixsterne in regelmäßigen Zeitabständen genau zwischen die Erde und den andern Stern tritt und dessen Licht abschirmt (visuelle Doppelsterne).

**433. Lochkamera.** Eine Lochkamera (Abb. 344) ist ein lichtdichter Kasten, der in seiner Vorderwand ein feines Loch und in seiner Rückwand etwa eine Mattscheibe, wie eine photographische Kamera, trägt. Vor dem Loch befindet sich ein lichtaussendender Körper  $G$ . Es braucht dies kein selbstleuchtender Körper

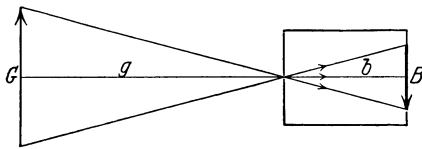


Abb. 344. Lochkamera.

zu sein. Jeder Punkt der Mattscheibe empfängt durch das feine Loch nur Licht von einem einzigen Punkt bzw. einem sehr kleinen Bereich der Lichtquelle. Die Beleuchtung auf der Scheibe liefert also ein getreues Abbild der Verteilung von Helligkeit und Farbe des von den einzelnen Punkten der Lichtquelle herkommenden Lichtes. Es entsteht auf ihr ein Bild  $B$  der Lichtquelle  $G$  (des Gegenstandes), und zwar ist dieses wie Abb. 344 zeigt, umgekehrt, und es ist ferner rechts und links vertauscht, wenn man es von der Rückseite her betrachtet. Ist  $g$  die Entfernung des leuchtenden Gegenstandes vom Loch,  $b$  die Entfernung der Rückwand vom Loch,  $G$  die wahre lineare Größe des Gegenstandes,  $B$  die Größe des Bildes des Gegenstandes, so verhält sich

$$B : G = b : g. \quad (1)$$

Das Verhältnis  $B/G$  bezeichnet man als Vergrößerung; diese kann größer, aber auch kleiner als 1, also eine Verkleinerung sein.

Ist das Loch ausreichend fein, so hängt die Schärfe des Bildes nur wenig vom Abstände  $g$  ab. Man kann eine solche Lochkamera zum Photographieren von Gegenständen benutzen, indem man an die Stelle der Mattscheibe eine photographische Platte bringt. Man benötigt dabei eine wesentlich längere Expositionszeit als mit einer gewöhnlichen photographischen Kamera, hat aber den Vorteil, daß man nicht auf Schärfe des Bildes einzustellen braucht.

Solange das Loch klein ist gegenüber derjenigen Struktur des Gegenstandes, auf deren scharfe Abbildung man Wert legt, spielt die Form des Loches für die Güte der Abbildung keine Rolle.

Kurzsichtige Menschen vermögen ferne Gegenstände scharf zu sehen, wenn sie durch ein feines Loch in einem Stück Papier blicken. Die Augenlinse spielt dann für das auf dem Augenhintergrunde entstehende Bild keine wesentliche Rolle mehr, vielmehr tritt jetzt die soeben bei der Lochkamera beschriebene Wirkung ein.

**434. Geschwindigkeit des Lichts.** Für die gewöhnliche Beobachtung erscheint es so, als pflanze sich eine Lichtwirkung momentan von der Lichtquelle bis zum Beobachtungsorte fort. Dies ist jedoch nicht der Fall, nur ist die Lichtgeschwindigkeit so außerordentlich groß, daß zur Zurücklegung der im täglichen Leben auf der Erde in Frage kommenden Entfernungen nur außerordentlich kurze Zeiten nötig sind. Die Geschwindigkeit des Lichts im leeren Raum (Vakuum, Weltraum) ist nach den zuverlässigsten Messungen

$$c = 299796 \pm 4 \text{ km oder rund } 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec} = 300\,000 \text{ km/sec}$$

(vgl. auch § 442). Das Licht legt demnach eine Strecke gleich dem  $7\frac{1}{2}$ fachen des Erdumfangs in 1 sec zurück.

Von der Sonne zur Erde braucht das Licht 500 sec, vom Monde zur Erde etwas mehr als 1 sec, von dem Stern  $\alpha$ -Zentauri, dem der Sonne nächsten Fixstern, 4,3 Jahre. Es gibt Fixsterne, deren Entfernung so groß ist, daß das Licht mehrere Millionen Jahre gebraucht, um bis zur Erde zu gelangen.

In allen materiellen Körpern (Glas, Wasser usw.) ist die Lichtgeschwindigkeit kleiner als im leeren Raum (vgl. § 452).

**435. Messung der Lichtgeschwindigkeit.** Die wichtigsten optischen Methoden zur Messung der Lichtgeschwindigkeit sind folgende:

I. Die Methode von OLAF RÖMER (1676).

RÖMER benutzte zur Berechnung der Lichtgeschwindigkeit die in ganz regelmäßigen Zeitabständen bei jedem seiner Umläufe einmal eintretende Verfinsternung eines der Monde des Jupiter. Zum Verständnis dieser Methode denke man sich eine im Raume feste Lichtquelle  $A$  (Abb. 345) und einen Beobachter, der sich mit der Geschwindigkeit  $v$  von der Lichtquelle fortbewegt.

Die Lichtquelle besitze eine Einrichtung, welche sie in ganz gleichmäßigen Zeitabständen für den Beobachter abschirmt (verfinstert). Die Zeit zwischen zwei solchen Verfinsternungen sei  $T$ . Befände sich der Beobachter in Ruhe ( $v = 0$ ), so würde er die Verfinsternungen in den gleichen Zeitabständen  $T$  beobachten, nur jeweils um diejenige Zeit  $x/c$  später, die das Licht gebraucht, um die Entfernung  $x$  zwischen Lichtquelle und Beobachter zu durchlaufen. Bewegt er sich aber mit der Geschwindigkeit  $v$  von der Lichtquelle fort, so erscheint ihm die Zeit zwischen zwei Verfinsternungen größer. Es finde eine Verfinsternung zur Zeit  $t = 0$  statt. Diese erreiche den Beobachter etwa in  $x_1$ , also zur Zeit  $t_1 = x_1/c$ . Die nächste Verfinsternung findet zur Zeit  $t = T$  statt. Sie erreicht den alsdann in einer größeren Entfernung  $x_2$  befindlichen Beobachter zur Zeit  $t_2 = T + x_2/c$ . Die von ihm beobachtete Zeitdifferenz zwischen der ersten und zweiten Verfinsternung ist also  $t_2 - t_1 = T' = T + (x_2 - x_1)/c$ . Die von ihm selbst in der Zeit  $T'$  zurückgelegte Strecke ist aber  $x_2 - x_1 = v(t_2 - t_1) = vT'$ . Es ist daher

$$T' = T + v/c \cdot T' \quad \text{oder} \quad c = v \frac{T'}{T' - T}.$$

Bewegt sich der Beobachter auf die Lichtquelle zu, so ergibt sich in gleicher Weise  $T'' = T - v/c T''$ . Bewegt er sich unter irgendeinem Winkel gegen die Richtung des von der Lichtquelle kommenden Lichtes, so ergeben sich wieder andere Werte.

Bei der Bewegung der Erde um die Sonne hat sie im Laufe der Zeit alle möglichen Bewegungsrichtungen gegen den Jupiter (Abb. 346), und so wechselt die auf der Erde beobachtete Zeit zwischen je zwei Verfinsternungen des Jupitermondes je nach der relativen Bewegung von Erde und Jupiter. Aus diesen Beobachtungen und der Erdgeschwindigkeit  $v$  kann man die Lichtgeschwindigkeit  $c$  berechnen. (Mit dem Dopplereffekt [§ 147] hat die beschriebene Erscheinung nur eine formale Ähnlichkeit.)

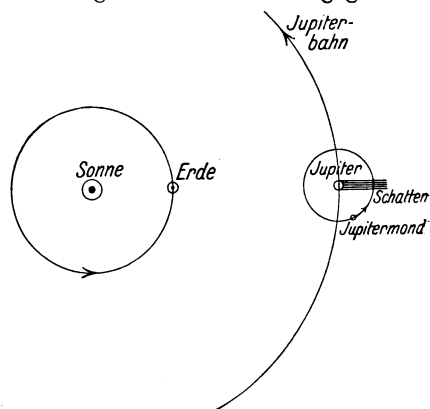


Abb. 346. Zur Methode von OLAF RÖMER.

Abb. 345. Zur Methode von OLAF RÖMER.

## 2. Die Methode von BRADLEY (1727).

Zum Verständnis der Methode von BRADLEY denke man sich, man habe die Aufgabe, senkrecht herabfallende Regentropfen durch ein Rohr hindurchfallen zu lassen, welches nur oben und unten eine kleine Öffnung habe (Abb. 347). Befindet sich das Rohr in Ruhe, so ist es selbstverständlich, daß man das Rohr senkrecht halten muß, damit der gewünschte Erfolg erreicht wird. Bewegt sich aber das Rohr auf der Erdoberfläche mit der Geschwindigkeit  $v$ , so darf das Rohr nicht mehr senkrecht gehalten werden. Ist die Länge des Rohrs  $l$ , die Fallgeschwindigkeit der Tropfen  $c$ , so brauchen diese zum Durchlaufen des senkrecht gestellten Rohrs die Zeit  $t = l/c$ . Während dieser Zeit aber hat sich das Rohr um eine Strecke  $x = vt$  verschoben. Die Tropfen fallen also nicht mehr durch das untere Loch. Um dies wieder zu erreichen, muß man das Rohr gegen die Fallrichtung der Tropfen um einen Winkel  $\alpha$  neigen, für den sich aus Abb. 347 leicht die Beziehung  $\operatorname{tg} \alpha = v/c$  ergibt. Aus dem beobachteten Winkel  $\alpha$  und der Geschwindigkeit  $v$  könnte man dann die Fallgeschwindigkeit der Tropfen berechnen.

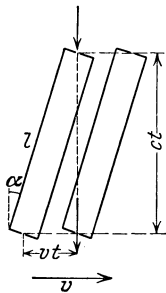


Abb. 347.  
Zur Methode von  
BRADLEY.

Bei der Methode von BRADLEY tritt nun an die Stelle der Tropfen das Licht, welches von irgendeinem Fixstern herrührt, an die Stelle des Rohrs mit den Löchern ein Fernrohr (man könnte dazu grundsätzlich auch genau die gleiche Einrichtung benutzen wie für den gedachten Versuch mit den Tropfen).  $v$  ist jetzt die Bahngeschwindigkeit der Erde. An den angestellten Überlegungen ändert sich nichts. Sie besagen jetzt, daß man, um das Licht eines Fixsterns durch die Achse eines Fernrohrs hindurchtreten zu lassen, ihn also in der Mitte des Gesichtsfeldes zu sehen, das Fernrohr um einen gewissen Winkel in Richtung der Erdbewegung vorwärtsneigen muß. D. h. das Licht scheint aus einer etwas andern Richtung zu kommen, als es dies tatsächlich tut, der Ort des Fixsterns scheint ein wenig verschoben. Zirkumpolarsterne beschreiben daher im Laufe eines Jahres scheinbar einen kleinen Kreis, dessen halber Winkeldurchmesser  $\alpha = 20,6''$  beträgt, in der Ebene der Ekliptik liegende Fixsterne führen eine kleine scheinbare, geradlinige Hin- und Herbewegung am Himmel aus, dazwischen liegende Sterne beschreiben scheinbar kleine Ellipsen, deren große Achsen unter dem gleichen Winkel  $\alpha$  erscheinen. Man bezeichnet diese Erscheinung als Aberration. Aus  $\alpha$  und der Erdgeschwindigkeit  $v = 30 \text{ km/sec}$  berechnet sich die Lichtgeschwindigkeit zu  $300000 \text{ km/sec}$ .

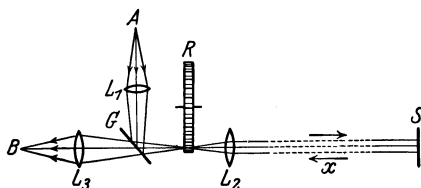


Abb. 348. Schema der Methode von FIZEAU.

Diesen beiden astronomischen Methoden stehen die sog. terrestrischen, d. h. auf der Erde ausführbaren Messungen gegenüber.

## 3. Die Methode von FIZEAU (1849).

Bei der Methode von FIZEAU (Abb. 348) fällt das von einer starken Lichtquelle  $A$  herkommende Licht durch eine Linse  $L_1$  auf eine unter  $45^\circ$  gegen die Lichtrichtung geneigte, schwach versilberte Glasplatte  $G$ , welche einen großen Teil des Lichts auf die Peripherie eines Zahnrades  $R$  wirft. Die Linse  $L_1$  dient dazu, das Licht hier zu konzentrieren, so daß es ungeschwächt durch eine Lücke zwischen den Zähnen hindurchtreten kann, wenn es gerade auf eine solche fällt, daß es aber völlig abgeschirmt wird, wenn es auf einen Zahn fällt. Eine zweite Linse  $L_2$  macht die Lichtstrahlen parallel (vgl. §458). Diese durchlaufen dann die möglichst groß zu wählende Strecke  $x$ , an deren Ende sie etwa durch einen Spiegel  $S$  genau

wieder zurückgeworfen werden. (Die Beschreibung der Einrichtung ist des leichteren Verständnisses halber stark schematisiert.) Das Licht wird auf dem Rückweg durch die Linse  $L_2$  wieder gesammelt und auf den Rand des Zahnrades konzentriert. Findet es hier wieder eine Lücke vor, so tritt es ungehindert hindurch, fällt auf die Glasplatte  $G$ , welche einen Teil von ihm hindurchläßt und kann hinter der Platte in  $B$  wahrgenommen werden.

Befindet sich das Rad in Ruhe, so wird das Licht den beschriebenen Weg, wenn es beim Hinweg auf eine Lücke traf, ungehindert bis zum Auge des Beobachters durchlaufen können. Anders, wenn das Zahnrad rotiert. Erfolgt nämlich diese Drehung so schnell, daß während der Zeit, die das Licht zum Hin- und Rückweg über die Strecke  $x$  gebraucht hat, gerade ein Zahn an die Stelle einer Lücke getreten ist, so findet das Licht den Rückweg versperrt; es gelangt nicht in das Auge des Beobachters. Erst bei noch schnellerer Drehung ist dies wieder der Fall, wenn nämlich während der Laufzeit des Lichts gerade die nächste oder bei noch schnellerer Drehung die übernächste usw. Lücke an die Stelle des ersten getreten ist. Wenn man die Drehungsgeschwindigkeit des Rades so einreguliert, daß dies der Fall ist, so kann man aus der Winkelgeschwindigkeit des Rades, dem Winkelabstand der Lücken und der Strecke  $x$  die Lichtgeschwindigkeit berechnen.

#### 4. Die Methode von FOUCAULT (1854).

Die Methode von FOUCAULT unterscheidet sich von der vorstehenden dadurch, daß an die Stelle eines Rades ein rotierender Spiegel tritt. Das Prinzip zeigt die — stark schematisierte — Abb. 349.

Das von der Lichtquelle  $A$  herkommende Licht wird durch eine Linse  $L_1$  parallel gemacht und fällt zunächst auf eine schwach versilberte Glasplatte  $G$ , von dieser auf einen Spiegel  $S_1$ , der mit großer Geschwindigkeit um die zur Zeichnungsebene senkrechte Achse  $C$  rotieren kann. In der Entfernung  $x$  befindet sich ein zweiter Spiegel  $S_2$ . Nur wenn der drehbare Spiegel genau in der in Abb. 349 gezeichneten Stellung steht, fällt das Licht auf  $S_2$  und läuft dann auf dem gleichen Wege, auf dem es gekommen ist, zum Spiegel  $S_1$  wieder zurück. Trifft es diesen Spiegel wieder in der gleichen Lage an, in der er war,

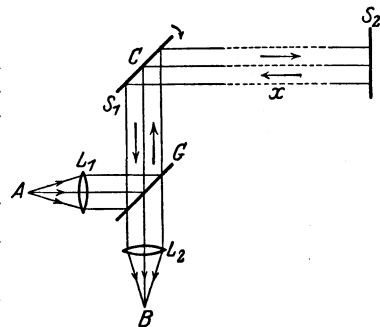


Abb. 349.  
Schema der Methode von FOUCAULT.

als das Licht auf dem Hinwege auf ihn traf, so läuft es weiter auf dem gleichen Wege bis  $G$  zurück. Ein Teil von ihm geht durch  $G$  hindurch und wird durch die Linse  $L_2$  in  $B$  konzentriert, wo es z. B. auf einem Schirm aufgefangen und beobachtet werden kann. Befindet sich nun der Spiegel  $S_1$  in Drehung, so wird das Licht im allgemeinen nicht auf diese Weise zurückkehren. Es wird den Spiegel auf dem Rückwege in einer andern Stellung vorfinden als auf dem Hinwege, und daher nicht bis zum Punkte  $B$  gelangen. Nur dann, wenn der Spiegel für eine, zwei oder mehr volle Umdrehungen genau die gleiche Zeit gebraucht wie das Licht für seinen Hin- und Rückweg über die Strecke  $x$ , ist ein solcher Verlauf möglich. Die Messung besteht also darin, daß man die Umdrehungsgeschwindigkeit des Spiegels so einreguliert, daß das Licht bei  $B$  genau auf die gleiche Stelle fällt wie wenn der Spiegel nicht rotiert, bzw. daß man — wie dies FOUCAULT ursprünglich tat — bei kleinerer Rotationsgeschwindigkeit des Spiegels die Ablenkung des Lichtstrahls mißt. Aus der Strecke  $x$  und der Umdrehungszahl des Spiegels läßt sich dann  $c$  berechnen. Bei der praktischen Ausführung benutzt man mehrere Spiegel,

z. B. vier Spiegel, die die vier Seiten eines Würfels bilden. Die Umdrehungsgeschwindigkeit der Spiegel, die ohnehin schon sehr groß sein muß, kann dann viermal kleiner sein als bei Verwendung eines einzigen Spiegels.

Die Entfernung des Spiegels  $S_2$  braucht, wenn keine sehr große Genauigkeit angestrebt wird, bei der Methode von FOUCAULT nur wenige Meter zu betragen. Man kann daher nach dieser Methode auch die Lichtgeschwindigkeit in verschiedenen Substanzen messen, indem man das Licht auf einem größeren Teil des Weges  $x$  in diesen verlaufen läßt.

Neuerdings hat MICHELSON die Lichtgeschwindigkeit auf einer 38 km langen Strecke nach der FOUCAULTSchen Methode mit der äußersten Präzision gemessen. Sein Ergebnis war

$$c = 299796 \pm 4 \text{ km/sec.}$$

Die Genauigkeit dieser neuen Messung beträgt also etwa 0,001%.

Über die Messung der Lichtgeschwindigkeit auf rein elektrischem Wege s. § 353.

**436. Helligkeit und Farbe.** Die auffallendsten Eigenschaften einer Lichterscheinung sind ihre Helligkeit und ihre Farbe. Für Farbunterschiede ist ein normales Auge sehr empfindlich. Für die Wahrnehmung von Helligkeitsunterschieden gilt das psychophysische Grundgesetz (W. WEBER 1825, FECHNER 1856), welches besagt, daß der absolute Helligkeitsunterschied, der eben noch als ein solcher bemerkt wird, der Helligkeit proportional ist. (Über die genaue Definition der Helligkeit s. § 437.) Daraus folgt, daß ein Helligkeitsunterschied, der an zwei sehr schwachen Lichterscheinungen gerade noch bemerkt wird, bei gleicher absoluter Größe an zwei stärkeren Lichterscheinungen nicht mehr bemerkt wird. Näheres über das Wesen der Körperfarben s. § 531.

**437. Lichtstärke. Beleuchtungsstärke.** Zwei Lichtquellen von sonst gleicher Beschaffenheit (Farbe) unterscheiden sich im allgemeinen durch die von ihnen erzeugte Helligkeit, d. h. durch ihre Lichtstärke. Als Einheit der Lichtstärke bedient man sich der Strahlung der Hefnerkerze ( $HK$ ). Es ist dies eine mit Amylazetat gespeiste Lampe von genau vorgeschriebener Konstruktion und Brennweise. Eine Lichtquelle hat die Lichtstärke  $L$ , wenn ihre Helligkeit derjenigen von  $L HK$  gleich ist.

Ein und dieselbe Fläche wird von der gleichen Lichtquelle unter verschiedenen Bedingungen (Entfernung und Neigung der Fläche) ganz verschieden beleuchtet. Man mißt die Helligkeit oder Beleuchtungsstärke einer Fläche in Meterkerzen, auch Lux genannt. Auf einer Fläche herrscht die Beleuchtungsstärke 1 Meterkerze, wenn sie von 1  $HK$  aus einer Entfernung von 1 m senkrecht beleuchtet wird.

Ohne damit etwas anderes über das Wesen des Lichts vorauszusetzen, als daß in einem Lichtstrahl Energie transportiert wird, können wir sagen, daß eine Lichtquelle um so heller erscheint, je größer die Lichtmenge (= Lichtenergie) ist, die sie in 1 sec ausstrahlt. Man bezeichnet diese Größe als den Lichtstrom (= Energiestrom) der Lichtquelle und mißt sie in der Einheit 1 Lumen. Es ist dies die Lichtmenge, die von 1 Hefnerkerze in 1 sec ausgestrahlt wird. Eine Lichtquelle von  $L$  Hefnerkerzen sendet also in 1 sec die Lichtmenge  $L$  aus. (Dabei ist aber zu beachten, daß viele Lichtquellen [z. B. die elektrischen Glühlampen] infolge ihrer Konstruktion nicht in allen Richtungen gleich hell strahlen.) Die Beleuchtungsstärke einer Fläche ist der auf sie fallenden Lichtmenge proportional.

Es sei  $L$  (Abb. 350) eine Lichtquelle von der Lichtstärke  $L$ , die im Mittelpunkte einer kugelförmigen Fläche

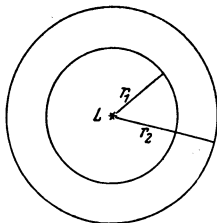


Abb. 350. Zur Abhängigkeit der Beleuchtungsstärke von der Entfernung der Lichtquelle.



vom Radius  $r_1$  stehe und von der aus sich das Licht geradlinig und nach allen Seiten gleichmäßig ausbreite. Auf diese Fläche fällt also in  $\tau$  sec der Lichtstrom  $L$  und auf  $\tau$  qcm der Kugelfläche die Lichtmenge  $J_1 = L/4\pi r_1^2$ . Denken wir uns statt dessen eine andere Kugelfläche vom Radius  $r_2$ , so ist die auf  $\tau$  qcm fallende Lichtmenge  $J_2 = L/4\pi r_2^2$ . Die Beleuchtungsstärken oder Helligkeiten auf den beiden Flächen verhalten sich also wie

$$J_1 : J_2 = \frac{\tau}{r_1^2} : \frac{\tau}{r_2^2} = r_2^2 : r_1^2. \tag{2}$$

Sie sind den Quadraten der Abstände umgekehrt proportional. Die Beleuchtungsstärke auf einer Fläche nimmt mit dem Quadrat der Entfernung von der Lichtquelle ab. Wir finden also das gleiche Gesetz, wie es in § 148 für die Abnahme der Intensität von Schwingungen in einer Kugelwelle abgeleitet wurde, und tatsächlich liegt auch der gleiche Fall vor, nur daß es sich hier nicht um eine mechanische Schwingung handelt. Es handelt sich ja in beiden Fällen um nichts anderes, als um eine Folge aus dem Energieprinzip. Licht ist Energie. Tritt keine Umwandlung dieser Energie in eine andere Energieform ein, so muß durch die Kugelfläche vom Radius  $r_1$  (Abb. 350) ebensoviel Licht treten wie durch die Kugelfläche vom Radius  $r_2$ , da die Menge der Energie sich in dem Zwischenraume zwischen beiden nicht ändern soll. Die Gl. 2 gilt daher nicht mehr, wenn das Licht auf seinem Wege eine Schwächung durch Absorption erfährt.

Bildet die Richtung des auf eine Fläche fallenden Lichts den Winkel  $\varphi$  (Einfallswinkel genannt) mit dem Lot (Einfallslot) auf der Fläche, so läßt sich leicht nachweisen, daß alsdann die Beleuchtungsstärke im Verhältnis  $\cos \varphi$  kleiner ist als bei senkrechtem Einfall des Lichts (LAMBERTSches Gesetz). Denn die auffallende Lichtmenge ist  $\cos \varphi$  proportional.

Bringen zwei Lichtquellen von den Lichtstärken  $L_1$  und  $L_2$  in den Abständen  $r_1$  und  $r_2$  jede für sich allein auf der gleichen Fläche die gleiche Beleuchtungsstärke hervor, ist also  $L_1/4\pi r_1^2 = L_2/4\pi r_2^2$ , so verhalten sich die Lichtstärken wie

$$L_1 : L_2 = r_1^2 : r_2^2. \tag{3}$$

Die von einer Hefnerkerze in horizontaler Richtung pro qcm und sec ausgesandte Gesamtenergie beträgt 2,25 bis 2,30 · 10<sup>-5</sup> cal/cm<sup>2</sup>sec.

**438. Photometrie.** Unter Photometrie versteht man die Messung von Lichtstärken. Man mißt Lichtstärken, indem man die zu messende Lichtquelle mit einer andern vergleicht, deren Lichtstärke durch Vergleich mit einer Hefnerkerze bekannt ist, gegebenenfalls mit einer Hefnerkerze selbst. Die meisten

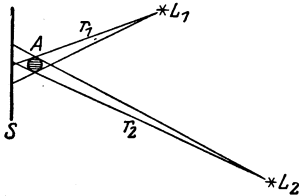


Abb. 351. Schattenphotometer.

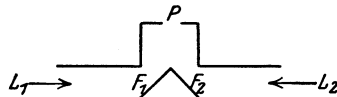


Abb. 352. Photometer nach RITCHIE.

photometrischen Methoden beruhen auf der Anwendung der vorstehenden Gl. 3. Es wird dabei von der Tatsache Gebrauch gemacht, daß das Auge Helligkeitsunterschiede, besonders bei nicht zu großer Helligkeit, ziemlich genau erkennt (§ 436). Die einfachsten Photometer sind die folgenden:

**Schattenphotometer.** Die zu messende und die Vergleichsquelle stehen vor einem weißen Schirm S. Dicht vor dem Schirm steht ein Stab A (Abb. 351).

Beide Lichtquellen werfen einen Schatten dieses Stabes auf den Schirm. Sie werden so aufgestellt, daß die beiden Schatten dicht nebeneinanderliegen. Die Schatten sind nicht vollkommen dunkel, sondern bilden auf der sonst von beiden Lichtquellen beleuchteten Wand Stellen, welche jeweils nur von einer der beiden Lichtquellen beleuchtet werden. Die Beleuchtungsstärke in jedem der beiden Schatten rührt also nur von je einer der beiden Lichtquellen her. Die Lichtquellen werden nun so lange verschoben, bis die beiden Schatten gleich hell erscheinen, also in ihnen die gleiche Beleuchtungsstärke herrscht. Dann verhalten sich nach Gl. 3 die Lichtstärken der beiden Lichtquellen wie die Quadrate ihrer Abstände von der Fläche.

Photometer von RITCHIE. In einem Rohr befinden sich zwei unter gleichem Winkel gegen die Rohrachse geneigte weiße Flächen  $F_1$  und  $F_2$  (Abb. 352). Das Rohr wird zwischen die beiden zu vergleichenden Lichtquellen gebracht und so lange verschoben, bis die beiden Flächen, von  $P$  aus gesehen, gleich hell erscheinen. Dann gilt wieder Gl. 3, wobei die Abstände von den beiden Flächen an zu messen sind.

Fettfleckphotometer von BUNSEN. In der Mitte eines in einen Rahmen gespannten Blattes Schreibpapier befindet sich ein Fettfleck  $F$  (z. B. ein wenig Stearin durch Erwärmen einziehen lassen). Es falle zunächst nur von einer Seite her Licht auf das Photometer. Dieses wird vom Papier zurückgeworfen, vom Fettfleck aber zum großen Teil hindurchgelassen und tritt dort auf der Rückseite aus (Abb. 353). Infolgedessen erscheint, von der beleuchteten Seite aus gesehen, der Fettfleck dunkel auf hellem Grunde, von der andern Seite her gesehen, hell auf dunklem Grunde. Bringt man jetzt auf der andern Seite ebenfalls eine Lichtquelle an, so kann man durch Wahl geeigneter Abstandsverhältnisse die Beleuchtungsstärke auf den beiden Flächen so einrichten, daß z. B. von der rechten Seite her betrachtet das von

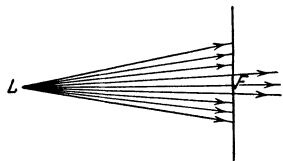


Abb. 353.  
Zum Fettfleckphotometer.

links her durch den Fettfleck hindurchtretende Licht auf der rechten Seite gerade den Ausfall an Licht ersetzt, der dadurch entsteht, daß Licht der rechten Lichtquelle durch den Fettfleck nach links hindurchtritt. In diesem Falle erscheint der Fettfleck ebenso hell wie seine Umgebung; er verschwindet. Das gleiche ist dann auch der Fall, wenn man von der andern Seite beobachtet. In diesem Falle gilt wieder Gl. 3. Um genaue Ergebnisse zu erzielen, muß man die beiden zu vergleichenden Lichtquellen nacheinander mit einer Hilfslichtquelle vergleichen und den Fettfleck jedesmal aus der gleichen Richtung beobachten. Denn das Verschwinden des Flecks tritt nicht für alle Beobachtungsrichtungen gleichzeitig ein.

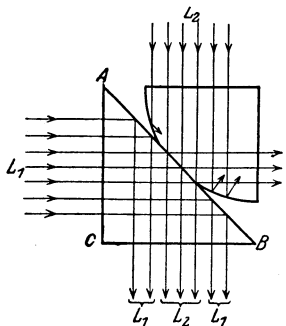


Abb. 354. Photometerwürfel nach LUMMER-BRODHUN.

Für genauere Messungen bedient man sich meist des LUMMER-BRODHUNschen Photometers. Sein wesentlicher Teil ist der sog. Photometerwürfel (Abb. 354). Er besteht aus zwei rechtwinkligen Glasprismen, von denen das eine, bis auf ein mittleres ebenes Stück, an seiner Hypothenusenfläche rund geschliffen ist. Die beiden Prismen berühren sich in der aus der Abbildung ersichtlichen Weise. Das Licht der beiden zu vergleichenden Lichtquellen fällt in eine der Kathetenflächen je eines der beiden Prismen senkrecht ein. Wie in § 455 näher ausgeführt werden wird, findet in diesem Falle dort, wo das Licht an die Grenze des Glases gegen Luft tritt, vollständige Zurückwerfung (Totalreflexion)

des Lichts statt, während es durch die Berührungsebene der beiden Prismen hindurchtritt. Aus der Prismenfläche  $BC$  tritt daher in der Mitte des Gesichtsfeldes nur Licht aus, welches von der Lichtquelle  $L_2$  herrührt, während aus den Randbezirken nur Licht der Lichtquelle  $L_1$  austritt. Die Prismenfläche  $AB$  spielt also etwa die gleiche Rolle wie die Papierfläche des Fettfleckphotometers. Das von ihr herkommende Licht rührt teils von der einen, teils von der andern Lichtquelle her. Die Berührungsebene entspricht dabei dem Fettfleck. Man nennt sie daher auch wohl einen „künstlichen“ oder „idealen Fettfleck“. Die Berührungsebene wird unsichtbar, wenn die Beleuchtungsstärke der Fläche  $AB$  durch beide Lichtquellen gleich ist. Bei der praktischen Ausführung beleuchtet man mit den beiden Lichtquellen nicht den Würfel direkt, sondern zwei weiße Flächen, welche sich in gleichem Abstände vom Würfel befinden, und stellt auf gleiche Helligkeit dieser Flächen ein. Es gilt dann Gl. 3, wobei die Abstände von den Lichtquellen bis zu den beiden Flächen zu rechnen sind. Die Benutzung einer Hilfslichtquelle ist hier nicht nötig.

Außer den genannten einfachen Photometern gibt es eine große Zahl von modernen Konstruktionen, die auf anderen Prinzipien beruhen. In allen Fällen jedoch geschieht die Messung so, daß die von der zu messenden Lichtquelle hervorgerufene Helligkeit auf einer Fläche derjenigen gleichgemacht wird, die eine bekannte Vergleichslichtquelle dort hervorruft. So wird z. B. das Licht der stärkeren der beiden Lichtquellen durch einen verschiebbaren grauen Glaskeil in meßbarer Weise geschwächt, oder durch zwei NICOLsche Prismen (§ 504), die gegeneinander verdreht werden.

Wegen der geringen Empfindlichkeit des Auges für Helligkeitsunterschiede sucht man bei genauen Messungen das Auge möglichst auszuschalten und Vorrichtungen an seine Stelle zu setzen, die Helligkeitsunterschiede anzeigen. Eine solche ist z. B. die auf der lichtelektrischen Wirkung beruhende lichtelektrische Zelle (§ 544). Solche Zellen finden heute z. B. bei der Messung von Sternhelligkeiten in immer steigendem Maße Verwendung.

Genauere Photometrierungen auf rein optischem Wege sind nur dann möglich, wenn die zu vergleichenden Lichtquellen nahezu gleiche Farbe haben. Eine moderne, weißglühende elektrische Lampe kann mit der gelblich leuchtenden Hefnerkerze nicht unmittelbar verglichen werden.

**439. Helligkeit einer selbstleuchtenden Fläche.** Unter der Flächenhelligkeit einer leuchtenden Fläche versteht man die Lichtstärke von 1 qcm dieser Fläche. In vielen Fällen gilt bei solchen Flächen in weitgehender Annäherung, das LAMBERTSche Kosinusetz, welches besagt, daß die von einer Fläche unter dem Winkel  $\varphi$  gegen das Lot auf der Fläche ausgestrahlte Lichtmenge  $\cos \varphi$  proportional ist. Bei strenger Gültigkeit dieses Gesetzes erscheint eine selbstleuchtende Fläche, unabhängig von ihrer Orientierung zur Blickrichtung, stets von gleicher Flächenhelligkeit. Ein diesem Gesetz streng gehorchender selbstleuchtender Körper erscheint daher als eine mit überall gleicher Helligkeit leuchtende Scheibe. Mit einiger Annäherung, aber nicht streng, gilt dies z. B. für die Sonne.

Da nach Gl. 2, § 437, die Beleuchtungsstärke mit dem Quadrat der Entfernung von der Lichtquelle abnimmt, im gleichen Maße aber auch die scheinbare Größe einer leuchtenden Fläche, so ist die scheinbare Flächenhelligkeit einer selbstleuchtenden Fläche von der Entfernung unabhängig, eine Tatsache, von der man sich bei jeder beliebigen Lichtquelle beim Nähern oder Entfernen ohne weiteres überzeugt.

Die gleichen Gesetze gelten mit gewisser Annäherung auch für beleuchtete, nicht selbstleuchtende, diffus reflektierende (§ 443) Flächen, z. B. für den Mond, für eine Gipsfläche u. dgl.

**440. Der Satz von der Umkehrbarkeit des Strahlenganges.** Wir werden im folgenden die Einflüsse besprechen, welche materielle Körper, die sich im Wege eines Lichtstrahls befinden, auf seine Richtung ausüben. Dabei werden wir häufig von folgendem Satz Gebrauch machen: Ist der Weg, den ein Lichtstrahl unter bestimmten Bedingungen zurücklegt, bekannt, so verläuft ein anderer gleichartiger Lichtstrahl, der auf einem Teil dieses Weges in genau umgekehrter Richtung verläuft, auch weiterhin genau auf dem gleichen Wege in umgekehrter Richtung wie der erste Strahl. Jeder Strahlengang ist also umkehrbar. Dies gilt aber ohne weiteres nur dann, wenn es sich um Reflexionen oder Brechungen handelt, nicht für den Fall der Beugung (§ 491).

**441. Allgemeines über optische Bilder.** Wir sagen, daß wir einen Gegenstand, im einfachsten Fall einen leuchtenden Punkt  $L$ , direkt sehen, wenn die von ihm herkommenden Strahlen ohne Änderung ihrer Richtung in unser Auge gelangen. In diesem Falle befindet sich der Punkt an der Spitze eines Kegels von divergenten Strahlen, dessen Basis die Pupille unseres Auges bildet, und er ist der unmittelbare Ausgangspunkt dieser Strahlen (Abb. 355a). Der Sinnes-  
eindruck eines im Raume befindlichen Gegenstandes beruht also auf dem Ein-

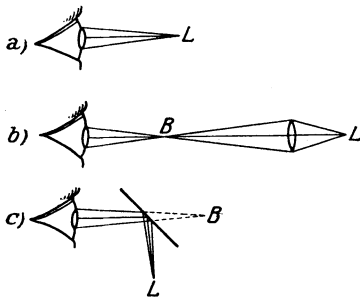


Abb. 355. Zur Wahrnehmung von Gegenständen und Bildern.

fall divergenter Bündel von Lichtstrahlen, die geradlinig von den einzelnen Punkten des Gegenstandes herkommen, in unser Auge.

Wir werden aber Fälle kennenlernen, wo auch ein in genau der gleichen Weise divergierendes Strahlenbündel von jedem Punkte eines Gegenstandes her in das Auge fällt, aber diese Strahlen nicht geradlinig von dem Gegenstande her kommen. Für den Sinnesindruck des Auges ist aber lediglich der Verlauf der Strahlen unmittelbar vor dem Auge maßgebend, und wir sehen den Gegenstand alsdann dort, von wo die Strahlen divergieren oder zu divergieren scheinen.

Eine solche Erscheinung heißt ein Bild des Gegenstandes. Hier sind zwei Fälle möglich. Entweder ist der Verlauf der von den einzelnen Punkten eines Gegenstandes herkommenden Strahlen durch irgendwelche optische Vorrichtungen derart verändert, daß sie zur Konvergenz in einen Punkt gebracht werden, durch den sie dann geradlinig weiter verlaufen, also von ihm wie von den Punkten eines wirklichen Gegenstandes divergieren. Man nennt dann den betreffenden Punkt  $B$  im Raum ein reelles Bild des zugehörigen Punktes des Gegenstandes (Abb. 355b, Brechung durch eine Linse, § 458). Ein reelles Bild kann man auf einem Schirm auffangen. Bringt man an den Ort  $B$  des Konvergenzpunktes der Strahlen z. B. eine weiße Fläche, so entspricht ihre Beleuchtung punktweise dem von den einzelnen Punkten des Gegenstandes ausgehenden Lichte. Der Gegenstand wird auf der Fläche abgebildet. Es kann aber auch sein, daß der Divergenzpunkt  $B$  der Strahlen nur ein scheinbarer ist, d. h. daß die in das Auge fallenden Lichtstrahlen sich in ihm nicht wirklich schneiden, sondern nur zu schneiden scheinen. In diesem Falle haben wir ein virtuelles Bild (Abb. 355c, Reflexion an einem ebenen Spiegel, § 445). Ein solches Bild kann man nicht auf einem Schirm auffangen, weil im geometrischen Schnittpunkt  $B$  der in das Auge fallenden Lichtstrahlen tatsächlich gar kein Punkt liegt, in dem die Strahlen konzentriert sind.

Reelle oder virtuelle Bilder von Gegenständen entstehen, wenn die einzelnen Punkte des Gegenstandes in räumlich richtiger Reihenfolge im Bilde nebeneinanderliegen. Sie können größer oder kleiner als der Gegenstand sein. Ferner können sie die gleiche Lage im Raum haben oder um irgendeinen Winkel gegen die Lage des

Gegenstandes verdreht erscheinen. Von besonderem Interesse ist nur der Fall, daß das Bild entweder ebenso oder genau umgekehrt steht wie der Gegenstand. Man hat also noch zu unterscheiden, ob ein Bild vergrößert oder verkleinert, und ob es aufrecht oder umgekehrt ist. Es kann auch vorkommen, daß ein Bild dem Gegenstande nicht geometrisch ähnlich, daß es verzerrt ist. Ein Bild ist unscharf, wenn die in das Auge fallenden, vom gleichen Punkt des Gegenstandes herkommenden Strahlen nicht genau von einem Punkte her divergieren, sondern von einem ausgedehnten Bezirk. In diesem Falle werden die einzelnen Punkte eines Gegenstandes auf einer Fläche nicht wieder als Punkte, sondern als kleine sich überdeckende Flächen abgebildet (vgl. eine unscharfe Photographie). Das Bild ist verwaschen.

Bei reellen Bildern, die man auf einem Schirm auffängt, ist der Begriff der Vergrößerung bzw. Verkleinerung ohne weiteres klar gegeben als das Verhältnis der linearen Dimensionen von Bild und Gegenstand. Bei den mit dem Auge betrachteten virtuellen Bildern, wie sie bei den optischen Instrumenten eine Rolle spielen, ist die Vergrößerung nach anderen Gesichtspunkten zu betrachten (§ 467—469).

**442. Geometrische Optik.** In den folgenden Abschnitten b—f machen wir von der Tatsache, daß das Licht ein Schwingungsvorgang ist, noch keinen Gebrauch. Die in diesen Abschnitten enthaltene sog. geometrische Optik (im Gegensatz zu der später besprochenen Wellenoptik) kommt mit der Vorstellung aus, daß sich das von einem Punkt einer Lichtquelle herkommende Licht aus Lichtstrahlen zusammensetzt, die von diesem Punkt divergieren. Die Gesamtheit der innerhalb eines gewissen Öffnungswinkels von einem Punkt ausgehenden Lichtstrahlen nennt man ein Strahlenbüschel.

Außer dem Satz von der Umkehrbarkeit des Strahlenganges (§ 440) kann in vielen Fällen der geometrischen Optik das FERMATSche Prinzip (§ 152) nützliche Dienste leisten. Bei Anwendung auf optische Probleme nennt man das Prinzip auch den Satz vom kürzesten (oder längsten) Lichtweg oder den Satz von der schnellsten (oder langsamsten) Ankunft des Lichts.

## b) Die Reflexion des Lichts.

**443. Diffuse und reguläre Reflexion. Reflexionsgesetz.** Licht, welches auf eine Fläche fällt, wird von dieser mehr oder weniger stark zurückgeworfen. Dies ist die Ursache dafür, daß wir nichtselbstleuchtende Körper sehen können. Flächen, die überhaupt kein Licht zurückwerfen, gibt es nicht. Diese Erscheinung heißt Reflexion (Spiegelung) des Lichts (vgl. § 150). Das Licht erfährt also bei diesem Vorgang eine Richtungsänderung. In der überwiegenden Mehrzahl der Fälle ist diese Richtungsänderung nicht für alle Teile eines Lichtstrahls die gleiche; er wird bei der Reflexion nach allen möglichen Richtungen auseinandergesplittert. Die vom Lichtstrahl getroffene Fläche wird zum Ausgangspunkt einer nach allen Richtungen gehenden Strahlung (Abb. 356). Das Licht wird also bei diesem Vorgang, den man als diffuse Reflexion bezeichnet, nach allen Richtungen zerstreut, ein Strahl löst sich in sehr viele Teilstrahlen auf.

An gewissen Flächen aber, insbesondere an blanken Metalloberflächen, wird ein auf sie fallender Strahl nicht zerstreut, sondern er ändert ausschließlich seine Richtung. Man nennt dies reguläre oder regelmäßige Reflexion oder Spiegelung. Für die reguläre Reflexion gilt das bereits im § 150 besprochene Reflexionsgesetz: Ein-

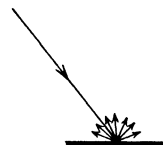


Abb. 356.  
Diffuse Reflexion.

fallender und reflektierter Strahl bilden mit dem im Auftreffpunkte errichteten Lot (Einfallslot) auf der reflektierenden Fläche gleiche Winkel  $\alpha$ , und der reflektierte Strahl liegt mit dem einfallenden Strahl und dem Einfallslot in der gleichen Ebene (Abb. 357).

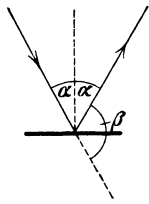


Abb. 357.  
Reguläre Reflexion.

Eine regulär reflektierende Fläche nennt man auch einen Spiegel. Die besten Spiegel für sichtbares Licht sind ganz reine Silberflächen, z. B. die Silberbelegungen der gewöhnlichen Spiegel. Auch die Grenzflächen durchsichtiger Körper, z. B. Glas, Wasser, reflektieren stets einen Teil des auf sie treffenden Lichts, und zwar sowohl beim Eintritt als auch beim Austritt aus dem Körper (z. B.

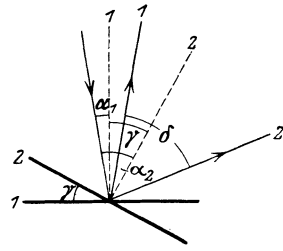


Abb. 358. Richtungsänderung des reflektierten Strahls bei Drehung des Spiegels.

Spiegelung der Sonne in Fenstern und auf Wasserflächen, doppelte Bilder bei dicken Glasspiegeln, bei denen das schwächere Bild von der vorderen Glasfläche herrührt).

Fällt ein Lichtstrahl unter dem Einfallswinkel  $\alpha$  (Winkel zwischen einfallendem Strahl und Einfallslot) auf eine regulär reflektierende Fläche, so wird er um den Winkel  $\beta = 180^\circ - 2\alpha$  aus seiner Richtung abgelenkt (Abb. 357). Wird der Spiegel um den Winkel  $\gamma$  gedreht, so ändert sich die Richtung des reflektierten Strahls um den Winkel  $\delta = 2\gamma$  (Abb. 358). Denn es ist  $\gamma = (\alpha_2 - \alpha_1)$ ,  $\delta = 2\alpha_2 - 2\alpha_1$ .

**444. Spiegelablesung. Spiegelsextant.** Man bedient sich der Richtungsänderung eines reflektierten Strahls bei physikalischen, insbesondere elektrischen Meßinstrumenten häufig, um sehr kleine Drehungen genauer meßbar zu machen. Mit dem drehbaren Teil eines solchen Instruments ist ein Spiegelchen fest verbunden. Auf diesen fällt aus einer festen Richtung ein Lichtstrahl und wird auf eine in der Entfernung  $a$  aufgestellte Skala geworfen. Dreht sich der Spiegel um den Winkel  $\gamma$ , so ändert sich die Strahlenrichtung um den Winkel  $2\gamma$ . Der Lichtfleck auf der Skala verschiebt sich dann um eine Strecke, welche bei nahezu senkrechtem Einfall und kleinem Winkel  $\gamma$  gleich  $2\gamma a$ , also dem Winkel  $\gamma$  proportional, ist. Bei der praktischen Ausführung bildet man, der genauen Ablesbarkeit halber, eine leuchtende Linie, etwa ein Stück eines Glühlampenfadens oder einen NERNST-Stift (§ 307), auf dem Wege über den Spiegel auf der Skala ab. Oder man bedient sich einer hell beleuchteten Skala, die man auf dem Wege über den Spiegel mittels eines Fernrohrs betrachtet. Je nach der Stellung des Drehspiegels fallen andere Punkte der Skala mit dem als Ableßemarke im Fernrohr befindlichen Fadenkreuz (§ 470) zusammen. Durch großen Abstand der Skala kann man große Verschiebungen bei kleinen Drehungen erzielen. Bei einem Skalenabstand von 2 m bewirkt eine Drehung des Spiegels um  $1'$  bereits eine Verschiebung des „Lichtzeigers“ auf der Skala um mehr als 1 mm. Die Vorrichtung wirkt wie die Anbringung eines sehr langen Zeigers, jedoch sind die Ausschläge doppelt so groß wie die eines gleich langen wirklichen Zeigers, und der Lichtzeiger hat den Vorzug, masselos zu sein.

Der zur Winkelmessung, insbesondere zur astronomischen Ortsbestimmung für Schiffe, dienende Spiegelsextant besteht aus einem drehbaren Spiegel  $S_1$ , dessen Drehungen auf einer Skala abgelesen werden können, einem festen, halbdurchlässigen (schwach versilberten) Spiegel  $S_2$  und einem Fernrohr  $F$  (Abb. 359). Will man z. B. den Winkelabstand zweier Sterne messen, so richtet man das Instrument so auf den einen der beiden Sterne, daß dieser durch den halbdurchlässigen Spiegel  $S_2$  hindurch in der Mitte des im Fernrohr angebrachten Fadenkreuzes erscheint. Den Spiegel  $S_1$  dreht man so, daß das von dem andern Stern herkommende Licht über  $S_1$  auf den Spiegel  $S_2$  fällt und von hier ab mit dem

vom ersten Stern herkommenden Lichte zusammenläuft. Die Bilder der beiden Sterne im Fernrohr fallen dann zusammen.

Stellt man beide Spiegel auf den gleichen Stern ein (Nullstellung), so haben die Spiegel die in Abb. 360 gezeichnete Stellung zueinander, und es ist  $\beta_0 = \alpha$ . Wird auf zwei Sterne eingestellt, welche den Winkelabstand  $\delta$  voneinander haben, so ist, wie aus Abb. 359 ersichtlich,

$$\delta = 2(\beta - \alpha) = 2(\beta - \beta_0) = 2\varepsilon.$$

Die zur Einstellung erforderliche Drehung  $\varepsilon$  des Spiegels  $S_1$  ist also gleich dem halben Winkelabstand  $\delta$  der beiden Sterne. Die Skala des Instruments ist so geteilt, daß sie nicht Drehwinkel  $\varepsilon$ , sondern Winkelabstände  $\delta$  anzeigt.

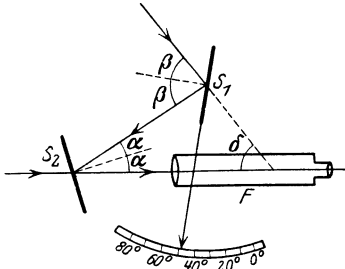


Abb. 359. Spiegelsextant, Schema.

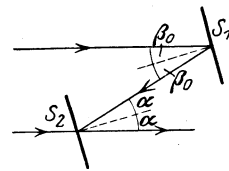


Abb. 360. Zum Spiegelsextanten.

**445. Bilder an ebenen Spiegeln.** In Abb. 361a sei  $L$  ein leuchtender Punkt im Abstände  $a$  von einem ebenen Spiegel  $EF$ . Das von ihm auf den Spiegel fallende Licht wird, je nach dem Einfallswinkel, in verschiedenen Richtungen reflektiert, und zwar so, daß alle einzelnen Strahlen nach der Reflexion wieder von einem Punkte  $L'$  herzukommen scheinen, der hinter dem Spiegel liegt, und zwar auf dem von  $L$  auf den Spiegel gefällten Lot und im Abstände  $a$  vom Spiegel.

Es ist nämlich 1.  $\sphericalangle LAE = \sphericalangle L'AE$ , also auch  $\sphericalangle LAB = \sphericalangle L'AB$ , 2.  $\sphericalangle LBA = \sphericalangle L'BA$ , 3.  $AB = AB$ . Daher ist  $\sphericalangle ABL = \sphericalangle ABL'$ ,  $a = a'$  und  $LL' \perp EF$ .

Den gleichen Beweis kann man ebenso für jeden andern Strahl führen. Die Strahlen haben also nach der Reflexion sämtlich die Richtung von  $L'$  her, denn dort schneiden sich ihre rückwärtigen Verlängerungen (Abb. 361b).  $L'$  ist also ein virtuelles Bild (§ 441) des Punktes  $L$ .

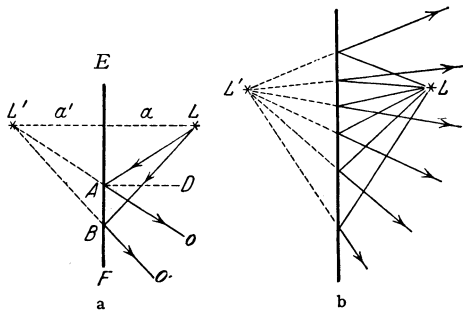


Abb. 361. Abbildung am ebenen Spiegel.

Indem man das über die Abbildung eines einzelnen Punktes Gesagte auf die einzelnen Punkte eines Gegenstandes  $G$  überträgt, kommt man für die Abbildung  $B$  eines solchen an einem ebenen Spiegel ohne weiteres zu der in Abb. 362 dargestellten Konstruktion. Ebene Spiegel liefern demnach virtuelle, dem Gegenstand an Größe und Längsrichtung im Raum gleiche Bilder.

Bei der Abbildung eines Gegenstandes, z. B. einer Person, in einem ebenen Spiegel erscheint, wie ohne weiteres verständlich ist, dessen rechte und linke Seite vertauscht, denn was rechts ist, bleibt zwar auch im Bilde rechts, was links ist, links, aber die dem Spiegel zugekehrte Fläche des Gegenstandes erscheint

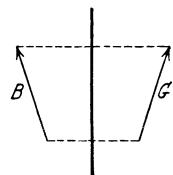


Abb. 362. Bild eines Gegenstandes am ebenen Spiegel.

im Bilde gegenüber der Wirklichkeit um  $180^\circ$  gedreht. (Die meisten Menschen sehen im Spiegel, wegen der oft sehr starken Asymmetrie der Gesichtszüge, merklich anders aus, als bei direktem Anblick.)

Stellt man zwei ebene Spiegel unter irgendeinem Winkel aneinander, so kommt bei geeigneter Stellung des Beobachters das von einem Punkte herkommende Licht erst dann in das Auge desselben, wenn es nacheinander ein oder mehrere Male an beiden Spiegeln reflektiert worden ist. Es entstehen dann mehrere, im allgemeinen Falle unendlich viele Bilder. Man kann die durch zweimalige Reflexion entstehenden Bilder ( $B_2, B_2'$ ) auffassen und konstruieren als die Bilder der durch die erste Reflexion entstandenen Bilder ( $B_1, B_1'$ ) usw. (Abb. 363 a). Sämtliche Bilder sowie der abgebildete Punkt selbst liegen auf einem Kreise, dessen Mittelpunkt im Scheitel des Winkelspiegels liegt.

Besonders einfach gestalten sich die Verhältnisse, wenn der Winkel der beiden Spiegel ein ganzzahliger Bruchteil von  $360^\circ$  ist. In diesem Falle fallen immer gewisse Bilder zusammen. Hierauf beruhen die im sog. Kaleidoskop durch mehrfache Spiegelung ganz unregelmäßig geformter Gegenstände entstehenden regelmäßigen Figuren. Von Interesse ist noch der Winkelspiegel mit einer Spiegelneigung von  $90^\circ$ . Abb. 363 b zeigt das in einem solchen Spiegel durch zweimalige

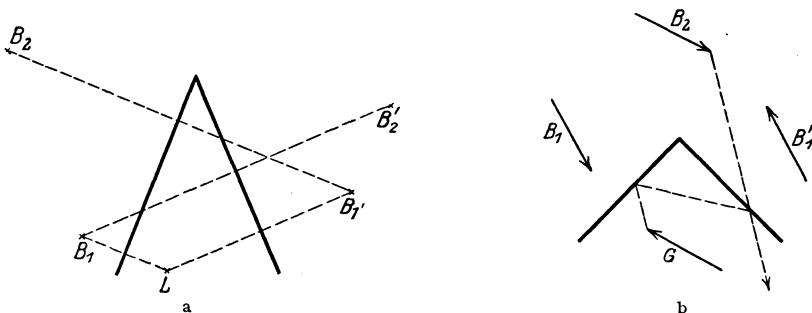


Abb. 363. Bilder am Winkelspiegel.

Reflexion entstehende Bild  $B_2$  eines Gegenstandes  $G$ . Das Bild liegt gerade umgekehrt wie bei einem einfachen, ebenen Spiegel. Eine in einen solchen Winkelspiegel hineinschauende Person sieht also ihr getreues seitenrichtiges Abbild. Es entstehen in diesem Falle zwei Bilder  $B_1$  und  $B_1'$  durch erste Reflexion. Die beiden durch zweite Reflexion entstehenden Bilder fallen zusammen, und auf die gleiche Stelle fallen die durch die vierte, sechste, achte usw. Reflexion entstehenden Bilder. Die durch die dritte, fünfte, siebente usw. Reflexion entstehenden Bilder fallen mit den von der ersten Reflexion herrührenden zusammen.

Die reguläre Reflexion an einer gewöhnlichen, ebenen Glasfläche zeigt sehr hübsch folgender Versuch. Vor und hinter einer Spiegelglasplatte stehen zwei ganz gleiche Kerzen, und zwar so, daß das durch Reflexion am Glase entstehende Bild der vorderen Kerze sich mit der hinteren Kerze deckt. Zündet man die vordere Kerze an, so scheint gleichzeitig die hintere Kerze zu brennen, weil gerade an der richtigen Stelle ein virtuelles Flammenbild entsteht. Die relative Unempfindlichkeit des Auges gegen Helligkeitsunterschiede verhindert, daß dem Beschauer der beträchtliche Unterschied der Helligkeit von wirklicher Flamme und Bild voll bewußt wird.

**446. Gekrümmte Spiegel.** Unter den gekrümmten Spiegeln (Hohlspiegeln) spielen diejenigen eine Hauptrolle, deren Fläche Teile einer Kugelfläche bilden. Je nachdem die spiegelnde Fläche nach innen oder nach außen gewölbt ist, unterscheidet man Konkav- und Konvexspiegel. Für die folgenden Überlegungen



gilt stets die Voraussetzung, daß die Spiegel nur kleine Teile von Kugelflächen bilden, d. h. daß die Dimensionen des Spiegels klein sind gegen seinen Krümmungsradius. Das in der Mitte der Spiegelfläche auf ihr errichtete Lot heißt die Achse des Spiegels, ein in dieser Richtung verlaufender Strahl Hauptstrahl. Ein auf einen Hohlspiegel fallender Strahl wird so reflektiert, als wenn er von der in diesem Punkte an die Kugelfläche gelegten Tangentialebene regulär reflektiert würde. Insbesondere verläuft er also bei senkrechtem (radialem) Einfall in sich selbst zurück.

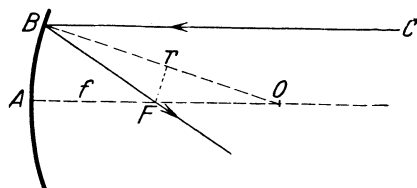


Abb. 364. Zur Reflexion am Konkavspiegel.

**447. Reflexion am Konkavspiegel. Brennpunkt.** In der Richtung  $CB$ , parallel zur Achse, falle ein Strahl in  $B$  auf einen Spiegel vom Krümmungsradius  $r$ , und werde nach  $F$  reflektiert, von wo er geradlinig weiter verläuft (Abb. 364).  $O$  sei der Krümmungsmittelpunkt des Spiegels. Nach dem Reflexionsgesetz ist  $\sphericalangle CBO = \sphericalangle FBO$ , ferner ist aber  $\sphericalangle CBO = \sphericalangle FOB$ . Es ist also  $\triangle BFO$  gleichschenkelig. Daher ist weiter  $FO = r/2 \cos \sphericalangle FOB$ . Wegen der oben gemachten Annahme über die Dimensionen des Spiegels kann  $\sphericalangle FOB$  nur sehr klein sein. In diesem Falle ist  $\cos \sphericalangle FOB$  nahezu gleich  $1$ , so daß man ohne merklichen Fehler setzen kann  $FO = r/2$ . Daraus folgt weiter

$$AF = FO = f = \frac{r}{2}. \tag{1}$$

Das gilt für jeden andern der Achse parallelen Strahl unter den genannten Voraussetzungen. Es folgt, daß sich alle der Achse parallelen Strahlen im Punkte  $F$ , dem sog. Brennpunkt, schneiden. Er liegt auf der Achse in der Mitte zwischen dem Spiegel und seinem Krümmungsmittelpunkt. Die Entfernung  $AF = f = r/2$  nennt man die Brennweite des Hohlspiegels. Sie ist gleich dem halben Krümmungsradius  $r$ .

Nach dem Satz von der Umkehrbarkeit des Strahlenganges (§ 440) verläuft ein Strahl, welcher vom Brennpunkt  $F$  her auf den Spiegel fällt, gerade umgekehrt wie der soeben betrachtete Strahl. Er verläuft also nach der Reflexion zur Achse parallel.

Die Strahlen, welche von einem sehr fernen, in der Achse des Spiegels gelegenen Punkte herkommen, sind mit großer Genauigkeit unter sich und mit der Achse parallel. Sie gehen daher alle nach der Reflexion durch den Brennpunkt und divergieren wieder von ihm. Im Brennpunkt entsteht daher ein reelles Bild eines solchen, sehr entfernten (oder, wie man auch oft sagt, unendlich fernen) Punktes.

**448. Bildkonstruktion am Konkavspiegel.** In Abb. 365 sind die vier für die Konstruktion von Bildern am Konkavspiegel wichtigsten Fälle dargestellt:

1. Ein zur Achse parallel einfallender Strahl verläuft nach der Reflexion durch den Brennpunkt;

2. ein durch den Brennpunkt einfallender Strahl verläuft nach der Reflexion zur Achse parallel;

3. ein durch den Krümmungsmittelpunkt senkrecht auf den Spiegel fallender Strahl läuft in sich selbst zurück;

4. ein im Schnittpunkt der Achse mit dem Spiegel einfallender Strahl bildet vor und nach der Reflexion mit der Achse den gleichen Winkel.

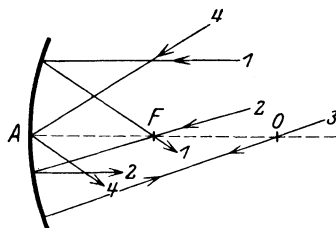


Abb. 365. Die vier wichtigsten Fälle von Reflexion am Konkavspiegel.

Mit Hilfe dieser Sätze läßt sich nunmehr die Konstruktion der von einem Hohlspiegel erzeugten Bilder durchführen. Es ist dabei vorauszuschicken, daß, solange die aufgestellten Bedingungen über die Spiegeldimensionen inne-

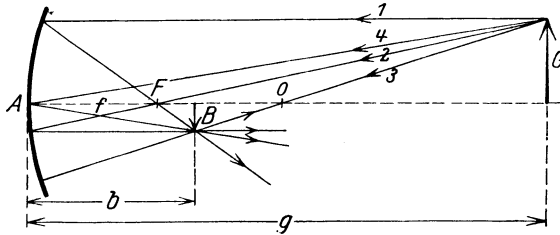


Abb. 366. Bildkonstruktion am Konkavspiegel. Reelles Bild.

gehalten werden, die von einem Punkte herkommenden Strahlen sich tatsächlich, soweit sie über den Spiegel verlaufen, alle mit sehr großer Annäherung wieder in einem Punkte schneiden (reelles Bild) oder zu schneiden scheinen (virtuelles Bild). Zur Auffindung dieses Schnittpunktes, also des Bildes eines solchen Punktes,

genügen also schon zwei Strahlen. Beim Konkavspiegel stehen uns sogar vier leicht konstruierbare Strahlen zur Verfügung. Es sei der Pfeil  $G$  der abzubildende Gegenstand (Abb. 366). Sein Abstand  $g$  vom Spiegel sei größer als  $r$ . Um z. B. den Ort zu finden, an dem das Bild seiner Spitze entsteht, zeichnen wir von ihr aus: 1. den zur Achse parallelen Strahl, der nach der Reflexion durch den Brennpunkt geht, 2. den durch den Brennpunkt gehenden Strahl, der nach der Reflexion parallel zur Achse verläuft, 3. den durch den Krümmungsmittelpunkt gehenden Strahl, der in sich selbst zurückreflektiert wird. Wir können auch noch 4. den Strahl zeichnen, der in den Scheitel  $A$  des Spiegels fällt und unter gleichem Winkel gegen die Achse reflektiert wird. Im gemeinsamen Schnittpunkt dieser Strahlen entsteht das reelle Bild der Pfeilspitze. Ebenso kann man sich alle anderen Punkte des Gegenstandes abgebildet denken. Das Bild des auf der Achse liegenden Fußpunktes liegt natürlich ebenfalls auf der Achse. So entsteht das in der Abb. 366 gezeichnete Bild  $B$ . Dieses ist: 1. reell, denn die Strahlen schneiden sich in den Bildpunkten tatsächlich, 2. verkleinert, 3. umgekehrt.

Liegt der abzubildende Gegenstand an der Stelle, wo in Abb. 366 das Bild gezeichnet ist, so ergibt sich aus dem Satz von der Umkehrbarkeit des Strahlenganges (Umkehrung der Pfeilrichtung aller Strahlen) ohne weiteres, daß sein Bild jetzt dort liegen muß, wo vorher der Gegenstand lag, nämlich in  $G$ . Man darf also Bild und Gegenstand vertauschen. In diesem Falle also ist das Bild reell, vergrößert und umgekehrt. Das Bild eines im Brennpunkt befindlichen Punktes, dessen Strahlen ja nach der Reflexion alle parallel zur Achse verlaufen, entsteht in unendlicher Ferne. Rückt ein Gegenstand aus unendlicher Ferne immer näher an den Spiegel heran, so rückt sein zuerst im Brennpunkt liegendes, unendlich kleines Bild immer weiter vom Spiegel ab. Ist der Gegenstand bis zum Krümmungsmittelpunkt vorgerückt, so fällt sein Bild, welches aber stets umgekehrt ist, mit ihm zusammen und ist mit ihm von gleicher Größe. Rückt der Gegenstand noch weiter, bis zum Brennpunkt, an den

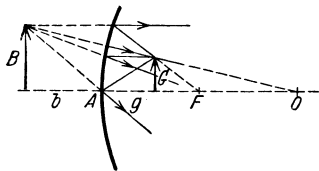


Abb. 367. Bildkonstruktion am Konkavspiegel. Virtuelles Bild.

Spiegel vor, so rückt sein Bild in unendliche Ferne und wird unendlich groß. Bei weiterer Annäherung an den Spiegel entsteht kein reelles Bild mehr. Ist der Gegenstand außerhalb der doppelten Brennweite, so ist also das Bild verkleinert, befindet er sich gerade in der doppelten Brennweite, so sind Gegenstand und Bild gleich groß, befindet er sich innerhalb der doppelten, bis zur einfachen Brennweite, so ist das Bild vergrößert.

Befindet sich aber der Gegenstand innerhalb der einfachen Brennweite, so entsteht ein virtuelles Bild hinter dem Spiegel. Die Konstruktion, die nach den

gleichen Grundsätzen, wie oben beschrieben, erfolgt, zeigt Abb. 367. Diese Bilder sind virtuell, aufrecht und stets vergrößert. Bei der Konstruktion ist zu beachten, daß es für den Verlauf der Strahlen nach der Reflexion gleichgültig ist, ob die Strahlen tatsächlich vom Brennpunkt bzw. dem Krümmungsmittelpunkt oder nur aus der betreffenden Richtung kommen, also ihre rückwärtigen Verlängerungen durch einen dieser Punkte gehen.

Viele Toilettespiegel sind schwach gekrümmte Hohlspiegel, die zur Erzeugung eines etwas vergrößerten, virtuellen Bildes dienen. Bei den Scheinwerfern benutzt man Hohlspiegel, um das Licht einer Lichtquelle in eine bestimmte Richtung zu konzentrieren. Man setzt die Lichtquelle in den Brennpunkt, so daß die auf den Spiegel fallenden Strahlen parallel zur Achse austreten. Der Bruchteil des auf diese Weise konzentrierten Lichts ist um so größer, je größer der Öffnungskegel des auf den Spiegel fallenden Lichts ist. Diesem ist aber, wenn die vorstehenden Gesetzmäßigkeiten noch einigermaßen streng gelten sollen, durch die im § 446 erwähnten Dimensionsbeschränkungen des Spiegels eine ziemlich enge Grenze gesetzt. Von dieser Beschränkung frei sind parabolische Spiegel. Bringt man eine Lichtquelle in den Brennpunkt eines solchen, so reflektiert der Spiegel, unabhängig von seinen Dimensionen, alles auf ihn fallende Licht parallel zur Achse, wie man auf Grund der geometrischen Eigenschaften der Parabel nachweisen kann.

**449. Vergrößerung am Hohlspiegel.** In Abb. 368 ist die Konstruktion eines reellen Bildes mit Hilfe derjenigen beiden Strahlen durchgeführt, welche durch den Krümmungsmittelpunkt  $O$  bzw. über den Scheitel  $A$  verlaufen. Wegen  $\sphericalangle PAP' = \sphericalangle QAQ'$  und  $\sphericalangle AP'P = \sphericalangle AQ'Q = 90^\circ$  sind die Dreiecke  $APP'$  und  $AQQ'$  ähnlich. Es sei  $G$  die Größe des Gegenstandes,  $B$  die des Bildes,  $g$  die Entfernung des Gegenstandes,  $b$  die des Bildes vom Spiegelscheitel  $A$ . Dann ist

$$B : G = b : g. \quad (2)$$

Es sind aber auch die Dreiecke  $OQQ'$  und  $OPP'$  ähnliche Dreiecke. Es folgt daraus

$$B : G = (r - b) : (g - r).$$

Es ist also

$$b : g = (r - b) : (g - r) \quad \text{oder} \quad \frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{2}{r} = \frac{1}{f}. \quad (3)$$

Gl. 3 nimmt eine besonders einfache Form an, wenn man statt  $g$  und  $b$  die Entfernungen  $g' = g - f$  und  $b' = b - f$  des Gegenstandes bzw. Bildes von den auf der betreffenden Seite liegenden Brennpunkten einführt. Eine einfache Rechnung ergibt dann

$$g'b' = (g - f) \cdot (b - f) = f^2. \quad (4)$$

Die Brennweite  $f$  ist also das geometrische Mittel aus den Entfernungen  $g'$  und  $b'$ .

Das Verhältnis  $\gamma = B/G$  gibt die Vergrößerung (bzw. Verkleinerung), es ist daher nach Gl. 2 die Vergrößerung

$$\gamma = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} \quad (5)$$

Gl. 3 bzw. 4 erlaubt den Ort des Bildes zu berechnen, wenn die Gegenstands-entfernung  $g$  und die Brennweite  $f$  bekannt sind.

Die Richtigkeit der vorstehend abgeleiteten Gesetzmäßigkeiten kann man mit einem Hohlspiegel nachprüfen, indem man mit ihm z. B. das Bild einer Glühlampe (am besten einer solchen mit einem einzigen Glühfaden) auf einen Schirm entwirft und die Abstände  $b$  und  $g$  mißt.  $1/b + 1/g$  ergibt sich dann als eine Konstante, nämlich  $1/f$ . Auf diese Weise kann man auch die Brennweite  $f$  und den Krümmungsradius des Hohlspiegels  $r = 2f$  bestimmen.

In vollkommen analoger Weise ergeben sich die Verhältnisse bei den virtuellen Bildern (Abb. 369). In diesem Falle ist wieder

$$B : G = b : g, \tag{6}$$

dagegen jetzt ferner

$$B : G = (r + b) : (r - g).$$

Aus diesen Gleichungen folgt

$$\frac{1}{g} - \frac{1}{b} = \frac{2}{r} = \frac{1}{f}. \tag{7}$$

Dieses Ergebnis ist schon in Gl. 3 enthalten, wenn man bedenkt, daß darin für  $g < f$  die Größe  $1/b$  negativ wird, was physikalisch bedeutet, daß  $b$  nach der

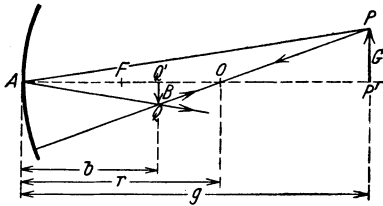


Abb. 368. Zur Hohlspiegelformel. Reelles Bild.

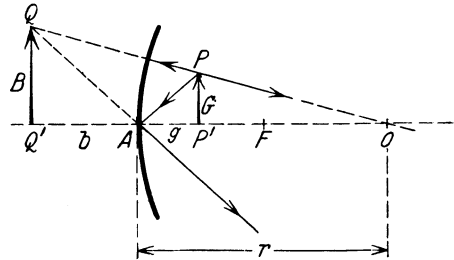


Abb. 369. Zur Hohlspiegelformel. Virtuelles Bild.

andern Seite des Spiegels gerichtet ist. Die Bilder sind stets aufrecht und vergrößert. Die Vergrößerung ergibt sich in diesem Falle wieder zu

$$\gamma = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}. \tag{8}$$

Die Brennweite eines Hohlspiegels und ebenso auch einer Linse (§ 458) läßt sich aus  $b$  und  $g$  auf folgende Weise leicht graphisch ermitteln (Abb. 370). Man trage vom Punkt O aus  $g$  und  $b$  rechtwinklig zueinander ab, verbinde ihre Endpunkte durch eine Gerade, zeichne von O aus eine unter  $45^\circ$  gegen  $g$  und  $b$  verlaufende Gerade und falle vom Schnittpunkt P der beiden gezeichneten Geraden

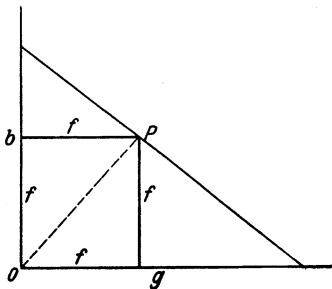


Abb. 370. Graphische Ermittlung von  $f$  aus  $b$  und  $g$ .

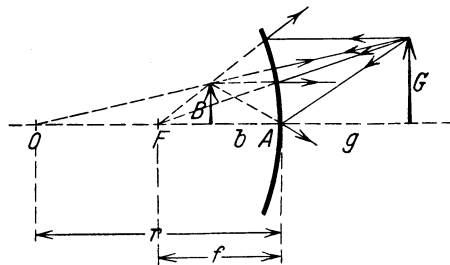


Abb. 371. Bildkonstruktion am Konvexspiegel.

Lote auf  $b$  und  $g$ . Die Seiten des so entstehenden Quadrats haben die Länge  $f$ . Denn man liest aus der Abb. 370 ohne weiteres ab, daß  $(g - f) : f = f : (b - f)$ , was mit Gl. 4 identisch ist.

**450. Bilder an Konvexspiegeln.** Bei Konvexspiegeln ergibt sich durch eine Überlegung, die der im § 442 angestellten völlig analog ist, daß alle Strahlen, die parallel zur Achse einfallen, so reflektiert werden, als ob sie von einem Punkte  $F'$  herkommen, der hinter dem Spiegel auf dessen Achse liegt, und der um die halbe Länge des Krümmungsradius,  $f = r/2$ , vom Scheitel entfernt ist (Abb. 371).

Dieser Punkt ist sozusagen ein virtueller Brennpunkt, und man bezeichnet auch hier  $f$  als die (negative) Brennweite des Hohlspiegels. Strahlen, welche in der Richtung auf den Krümmungsmittelpunkt, also senkrecht, auf den Spiegel fallen, werden in sich selbst reflektiert; bei im Scheitel auffallenden Strahlen ist der Winkel gegen die Achse vor und nach der Reflexion gleich. Hieraus ergibt sich wieder die Konstruktion der Bilder (Abb. 371) genau wie beim Konkavspiegel.

Wie eine der beim Konkavspiegel durchgeführten entsprechende Betrachtung ergibt, ist beim Konvexspiegel die Vergrößerung wie beim Konkavspiegel

$$\gamma = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}. \quad (9)$$

Als Hohlspiegelformel ergibt sich hier

$$-\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{2}{r} = \frac{1}{f}. \quad (10)$$

Auch diese Formel wird mit Gl. 3 identisch, wenn man, unter Berücksichtigung der Tatsache, daß  $b$  und  $f$  auf der Rückseite des Hohlspiegels liegen, diese Größen negativ rechnet.

Liegt der Gegenstand in unendlicher Ferne, so ist das Bild unendlich klein und liegt im (virtuellen) Brennpunkt; bei Annäherung rückt es immer dichter an die Spiegel­fläche heran und nähert sich in seiner Größe immer mehr der Größe des Gegenstandes. Es ist immer virtuell, ver­kleinert und aufrecht.

Konkave oder konvexe Zylinderspiegel liefern von Gegenständen, die sich innerhalb des halben Krümmungs­radius vor ihnen befinden, verzerrte, virtuelle Bilder, indem die in Richtung der Zylinderachse liegenden Dimensionen des Gegenstandes unverändert bleiben, da­gegen die senkrecht dazu liegenden vergrößert bzw. ver­kleinert erscheinen.

**451. Konkavspiegel, deren Dimensionen nicht klein gegen den Radius sind.** Sind die im § 446 eingeführten Beschränkungen bezüglich der Spiegeldimensionen nicht erfüllt, so schneiden sich achsenparallele Strahlen nicht mehr alle in einem Punkte. Die reflektierten achsenparallelen Strahlen haben eine Einhüllende, die sog. Katakaustik (Abb. 372). Man kann sich den dargestellten Querschnitt dieser Fläche so entstanden denken, daß ein Kreis vom Radius  $r/4$  auf einem um den Mittelpunkt des Konkavspiegels beschriebenen Kreise vom Radius  $r/2$  abrollt. Die Katakaustik wird alsdann von jenem Punkte des kleineren Kreises beschrieben, der den größeren Kreis im Achsenpunkte  $F$  — dem Brennpunkt nach der früheren Definition — berührt. Die Katakaustik ist also eine Epizykloide. Die parallel einfallenden Strahlen werden nach der Reflexion in den zwischen Spiegel und Katakaustik eingeschlossenen Raum zusammengedrängt.

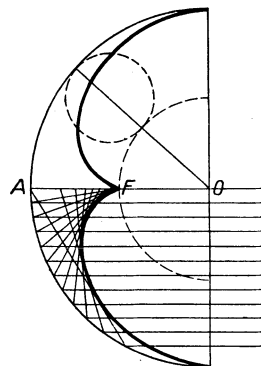


Abb. 372. Katakaustik am Konkavspiegel.

## c) Die Brechung des Lichts.

**452. Wesen der Brechung. Brechungsgesetz.** Fällt Licht schräge auf eine durchsichtige Substanz, z. B. Glas, Quarz, Wasser usw., so beobachtet man im allgemeinen, daß es beim Eindringen in diese Substanz und beim Wiederaustritt seine Richtung ändert. Es wird „gebrochen“, und man nennt diesen Vorgang Brechung oder Refraktion. Brechung erfolgt immer, wenn ein Lichtstrahl aus

einer Substanz in eine optisch anders beschaffene Substanz eintritt. Sie beruht auf der verschiedenen Geschwindigkeit des Lichts in den beiden Substanzen. Bei der gewöhnlichen Brechung liegen einfallender Strahl, Einfallslot und gebrochener Strahl stets in der gleichen Ebene.

Wir haben den Fall der Brechung bereits in der allgemeinen Wellenlehre (§ 151) behandelt. Das Licht ist auch ein Schwingungsvorgang, allerdings kein mechanischer. Doch gelten beim Licht formal die gleichen Gesetzmäßigkeiten, die wir dort abgeleitet haben, insbesondere das Brechungsgesetz

$$n_{12} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}, \tag{1}$$

das für das Licht von SNELLIUS (1615) entdeckt wurde.  $n_{12}$  ist der gegenseitige Brechungsindex der beiden beteiligten Medien.

In Gl. 1 bedeuten  $c_1$  und  $c_2$  die Geschwindigkeiten des Lichts in zwei aneinander grenzenden Medien I und II,  $\alpha$  und  $\beta$  sind die beiden Winkel, die der Lichtstrahl mit dem Einfallslot auf die Grenzfläche diesseits und jenseits der-

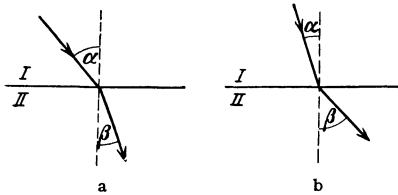


Abb. 373. Zur Brechung des Lichts.

Tabelle 30.  
Brechungsindex einiger Substanzen.

Wasser . . . . .	1,3332
Eis . . . . .	1,31
Kassiaöl . . . . .	1,605
Schwefelkohlenstoff . . . . .	1,6291
Kronglas, leicht . . . . .	1,5153
Kronglas, schwer . . . . .	1,6152
Flintglas, leicht . . . . .	1,6085
Flintglas, schwer . . . . .	1,7515
Flintglas, schwerstes . . . . .	1,9
Phosphor in CS <sub>2</sub> . . . . .	1,97

selben bildet (Abb. 373). Natürlich gilt die FRESNELSche Konstruktion des gebrochenen Strahls (§ 150) auch in der Optik. Ist die Lichtgeschwindigkeit im ersten Medium größer als im zweiten, so wird der Strahl dem Einfallslot zugebrochen,  $\alpha > \beta$  (Abb. 373 a), andernfalls wird er von ihm weggebrochen,  $\alpha < \beta$  (Abb. 373 b). Die Lichtgeschwindigkeit ist im Vakuum größer als in allen materiellen Körpern; das Vakuum hat daher den kleinsten Brechungsindex. Man setzt ihn gleich 1. Die (normalen, vgl. § 516) Brechungsindizes aller materiellen Körper gegen das Vakuum sind daher größer als 1. Die auf das Vakuum bezogenen Brechungsindizes bezeichnet man als Brechungsindizes  $n$  schlechthin. Diese Größen sind es, die man in den Tabellen findet. In Tab. 30 sind als Beispiele einige Zahlen gegeben. (Sie beziehen sich auf das Licht der gelben Natriumlinie [D-Linie] und auf eine Temperatur von 18°. Wir werden später sehen, daß der Brechungsindex von der Farbe [Wellenlänge] abhängt.) Der Brechungsindex der Gase, also auch der Luft, ist von 1 nur sehr wenig verschieden. In der überwiegenden Mehrzahl der Fälle kann man daher von dem Vorhandensein von Luft an der Grenze brechender Substanzen absehen und sich an deren Stelle ein Vakuum denken.

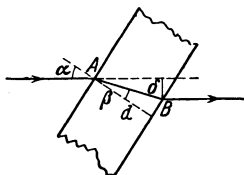


Abb. 374. Brechung in einer planparallelen Platte.

Der gegenseitige Brechungsindex  $n_{12}$  zweier Medien ergibt sich aus ihren Brechungsindizes  $n_1$  und  $n_2$  gegen das Vakuum zu

$$n_{12} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Den Ausdruck 
$$R = \frac{M n^2 - 1}{\rho n^2 + 2}$$

bezeichnet man als die Molekularrefraktion einer Substanz vom Brechungsindex  $n$ . Dabei bedeutet  $M$  das Molekulargewicht und  $\rho$  die Dichte der Substanz.

Eine Substanz, deren Brechungsindex größer ist als der einer andern, bezeichnet man als optisch dichter als diese. Irgendeinen besonderen physikalischen Inhalt hat aber diese Bezeichnung nicht, insbesondere hat sie nichts mit der Massendichte oder dem spezifischen Gewicht der Substanz zu tun.

Man lasse einen Lichtstrahl auf einen weißen Schirm fallen. Bringt man in den Weg des Lichts eine schräggestellte dicke, planparallele Glasplatte oder einen planparallelen Glastrog mit Wasser, so verschiebt sich der Lichtfleck. Aus Abb. 374 entnimmt man, daß die seitliche Verschiebung  $\delta = AB \sin(\alpha - \beta)$ , ferner  $AB = d/\cos \beta$  ( $d =$  Dicke der Platte). Es ist also

$$\delta = d \cdot (\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta) / \cos \beta,$$

oder wegen  $\sin \alpha = n \sin \beta$

$$\delta = d \sin \alpha \left( 1 - \frac{\cos \alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}} \right).$$

Aus der Lichtbrechung im Wasser erklärt sich, weshalb schräg ins Wasser tauchende Gegenstände in der Oberfläche gebrochen und unterhalb der Oberfläche verkürzt erscheinen (Abb. 375).

**453. Optische Weglänge.** Unter der optischen Weglänge eines Strahls versteht man das Produkt  $ns$  aus dem zurückgelegten Wege  $s$  und dem Brechungsindex  $n$ , den der Strahl auf diesem Wege vorfindet. Sei  $c$  die Lichtgeschwindigkeit in der betreffenden Substanz,  $c_0$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, so benötigt der Strahl zur Zurücklegung des Weges  $s$  die Zeit

$$t = \frac{s}{c} = \frac{ns}{c_0}.$$

Hieraus folgt, daß ein Strahl gleiche optische Weglängen in gleichen Zeiten zurücklegt.

**454. Krumme Lichtstrahlen. Schlieren.** Grenzen zwei Schichten der gleichen Substanz aneinander, in denen diese einen verschiedenen Brechungsindex hat, so findet auch an einer solchen Grenze eine Brechung statt. Das kann dann der Fall sein, wenn sich die Dichte der Substanz von Ort zu Ort ändert, z. B. in der Luft infolge einer Änderung der Temperatur mit der Höhe. Ist die Änderung des Brechungsindex eine stetige, so hat dies eine stetige Krümmung eines Lichtstrahls zur Folge, wie dies Abb. 376 schematisch darstellt. Solche Ursachen rufen z. B. die Luftspiegelungen (Fata morgana u. dgl.) hervor. Von heißem Boden aufsteigende Luft ist infolge ihrer thermischen Inhomogenität auch optisch inhomogen. Infolgedessen erfährt das durch sie hindurchgehende Licht ganz unregelmäßige und fortwährend veränderliche Brechungen, welche die durch diese Luft gesehenen Gegenstände verzerrt und flimmernd erscheinen lassen. Die gleiche, als Schlieren bezeichnete Erscheinung beobachtet man auch in Lösungen, in denen die Konzentration noch nicht überall ausgeglichen ist. Ebenso beruht auf solchen optischen Störungen das Flimmern der Fixsterne. Der Kegel von Licht, der von einem Fixstern in unser Auge gelangt, ist wegen der ungeheuren Entfernung dieser Sterne auch in den höchsten Schichten der Erd-

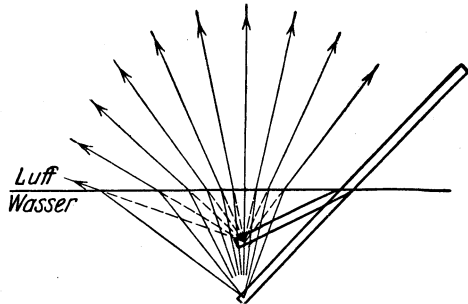


Abb. 375. Lichtbrechung im Wasser.

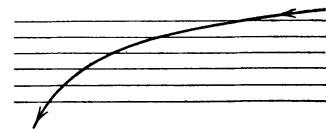


Abb. 376. Schema der Krümmung eines Lichtstrahls bei örtlich veränderlichem Brechungsindex.

atmosphäre nur wenig breiter als unsere Pupille. Kleine örtliche optische Störungen in der Atmosphäre bewirken daher schon eine Störung der Lichtausbreitung bis zum Auge. Bei den viel näheren Planeten hat der Kegel des von ihnen in unser Auge kommenden Lichts in den oberen Atmosphärenschichten bereits einen beträchtlichen Durchmesser, z. B. beim Mars rund 10 m. Kleine örtliche optische Ungleichmäßigkeiten in der Atmosphäre gleichen sich daher gegenseitig aus und bewirken keine wesentlichen Helligkeitsschwankungen des Sterns. So kommt es, daß die Planeten nicht flimmern.

**455. Totalreflexion.** Ein Lichtstrahl falle unter dem Winkel  $\beta$  auf die Grenzfläche einer optisch dichteren gegen eine optisch dünnere Substanz. Der gegenseitige Brechungsindex der beiden Substanzen sei  $n_{12} = \frac{n_1}{n_2}$  ( $n_1 > n_2$ ). Sein Austrittswinkel  $\alpha$  im zweiten Medium ist dann gegeben durch

$$\sin \alpha = n_{12} \sin \beta.$$

Wenn  $\sin \beta = 1/n_{12}$  ist, so ist  $\sin \alpha = 1$ , also  $\alpha = 90^\circ$ , der Strahl tritt, längs der Oberfläche verlaufend, aus dem Medium aus (Abb. 377, Strahl 1). Wird der Einfallswinkel  $\beta$  noch größer (Abb. 377, Strahl 2), so wird  $n_{12} \sin \beta > 1$ , es gibt also keinen Winkel  $\alpha$  mehr, der dem Brechungsgesetz genügen könnte, da  $\sin \alpha$  nicht größer als 1 werden kann. In diesem Falle tritt keine Brechung ein, sondern das Licht wird an der Grenzfläche wie an einer vollkommen spiegelnden Fläche in das erste Medium zurückreflektiert,

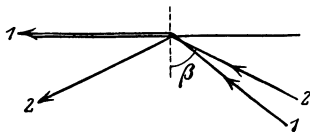


Abb. 377. Zur Totalreflexion.

und zwar nach dem Reflexionsgesetz (§ 443). Diese Erscheinung heißt Totalreflexion, und zwar deshalb, weil in diesem Falle das Licht tatsächlich vollständig reflektiert wird, während bei der gewöhnlichen Reflexion immer ein Bruchteil des Lichts in das reflektierende Medium eintritt, also nicht reflektiert wird. Der durch die Gleichung

$$\sin \beta = \frac{1}{n_{12}} = \frac{n_2}{n_1} \quad (2)$$

gegebene Winkel heißt der Grenzwinkel der Totalreflexion des betreffenden Mediums gegen das zweite Medium. Grenzt das Medium an das Vakuum (oder an Luft,  $n_2 = 1$ ,  $n_1 = n$ ), so wird  $\sin \beta = \frac{1}{n}$ . Die Totalreflexion wurde von KEPLER (1611) entdeckt.

Bringt man unter Wasser einen drehbaren Spiegel an, auf den man einen Lichtstrahl fallen läßt, der von dort gegen die Wasseroberfläche reflektiert wird, so läßt sich die Totalreflexion an der Wasseroberfläche, deren Grenzwinkel ungefähr  $48\frac{1}{2}^\circ$  beträgt, leicht beobachten, besonders wenn man dem Wasser etwas Fluoreszein beimischt, durch das die Bahn des Lichtstrahls sichtbar gemacht wird.

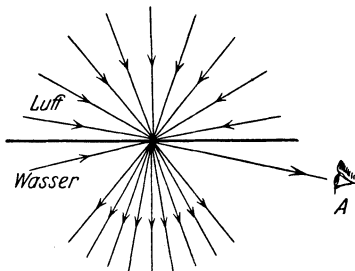


Abb. 378. Zur Brechung und Totalreflexion im Wasser.

Nach dem Satz von der Umkehrbarkeit des Strahlenganges (§ 440) wird ein Lichtstrahl, der streifend die Oberfläche eines optisch dichteren Mediums, z. B. Wasser, trifft, unter dem Grenzwinkel der Totalreflexion in das Wasser hineingebrochen. Fällt auf einen Punkt einer Wasseroberfläche von allen Richtungen her Licht (z. B. das diffuse Tageslicht), so wird das an jedem Punkt der Oberfläche in das Wasser eintretende Licht durch die Brechung in einen Kegel gesammelt, dessen Öffnung doppelt so groß ist wie dieser Grenzwinkel (Abb. 378).



Zu dem Auge  $A$  eines Beobachters gelangt in der in Abb. 378 gezeichneten Blickrichtung durch das Wasser hindurch kein Licht aus dem Raum oberhalb der Wasseroberfläche. In das Auge kann von der Oberfläche her nur Licht treten, welches eine Totalreflexion an der Oberfläche erlitten hat, das also von einem Punkt innerhalb des Wassers herkommt. Daher erscheint die Wasseroberfläche, schräge von unten gesehen, als spiegelnd. Aus dem Wasser „hinaussehen“ kann man nur innerhalb des durch den Grenzwinkel der Totalreflexion begrenzten Richtungskegels. Diese Erscheinung beobachtet man z. B. bei großen Aquarien mit seitlichen Schaufenster, bei denen man im allgemeinen nicht sehen kann, was sich oberhalb des Wassers befindet, und bei denen der Inhalt des Aquariums an der Wasserfläche gespiegelt erscheint.

Der Silberglanz, den mit Luftblasen bedeckte Gegenstände unter Wasser annehmen, rührt von der an den Luftblasen eintretenden Totalreflexion her. Ein in Wasser getauchtes, teils mit Quecksilber gefülltes Reagenzglas erscheint dort, wo es leer ist, stärker spiegelnd als an dem mit Quecksilber gefüllten Teil, weil die Totalreflexion an der Luft vollkommener ist als die Reflexion am Quecksilber.

Der Grenzwinkel der Totalreflexion von Glas gegen Luft ist kleiner als  $45^\circ$ . Läßt man daher einen Lichtstrahl in der in Abb. 379 a oder b dargestellten Weise in ein rechtwinkliges Glasprisma treten, so wird er im Innern total reflektiert und tritt unter  $90^\circ$  (a) bzw.  $180^\circ$  (b) gegen seine ursprüngliche Richtung aus dem Prisma wieder aus. Hiervon wird bei den Prismenfernrohren Gebrauch gemacht (§ 468).

Bei dem in Abb. 379 b dargestellten Strahlengang wird die Reihenfolge der Strahlen vertauscht, der vor der zweimaligen Reflexion obere Strahl ist nachher der untere. Man benutzt dies zur Umkehrung von Bildern (Umkehrprismen).

Da der Grenzwinkel der Totalreflexion in einfacher Weise nach Gl. 2 mit dem Brechungsindex  $n$  zusammenhängt, so kann man aus ihm diese Konstante be-

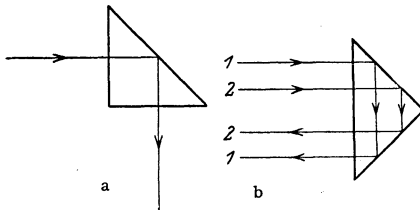


Abb. 379. Totalreflektierendes Prisma.

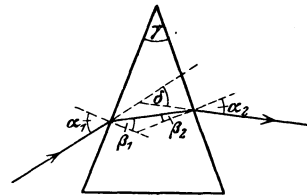


Abb. 380. Brechung im Prisma.

rechnen. Hiervon wird bei den sog. Refraktometern Gebrauch gemacht, welche zur Anwendung bei Flüssigkeiten und festen Körpern in den verschiedensten Ausführungsformen existieren.

**456. Prismen.** Ein Prisma ist ein Körper aus einer brechenden Substanz, meist Glas, für besondere Zwecke auch aus Quarz (Bergkristall), Flußpat, Steinsalz usw. von dreieckigem Querschnitt (Abb. 380). Mindestens zwei seiner Begrenzungsflächen müssen sehr gut eben geschliffen sein. Den Winkel, den diese miteinander bilden, nennt man den brechenden Winkel des Prismas ( $\gamma$ ). Sehr häufig ist der Querschnitt ein gleichseitiges Dreieck, der brechende Winkel also  $60^\circ$ . Abb. 380 zeigt die Brechung eines Strahles durch das Prisma. Wie der Strahl auch einfallen möge, stets wird er vom Scheitel des brechenden Winkels fort abgelenkt.

Für die Berechnung der Ablenkung  $\delta$  eines unter dem Winkel  $\alpha$  auf eine Prismenfläche fallenden Strahls gelten außer dem Brechungsgesetz Gl. 1

die beiden folgenden, aus Abb. 380 ablesbaren Beziehungen  $\beta_1 + \beta_2 = \gamma$  und  $\delta = (\alpha_1 + \alpha_2) - (\beta_1 + \beta_2)$ , wobei  $\delta$  den Winkel bedeutet, um den der Strahl nach dem Wiederaustritt aus seiner anfänglichen Richtung abgelenkt ist.

Die kleinste Ablenkung erfolgt, wenn der Strahl symmetrisch durch das Prisma hindurchtritt, also  $\alpha_1 = \alpha_2$  und  $\beta_1 = \beta_2$  ist. In diesem Falle ist  $\beta_1 = \beta_2 = \gamma/2$  und  $\alpha_1 = \alpha_2 = (\delta + \gamma)/2$  und daher nach dem Brechungsgesetz

$$\sin \frac{\delta + \gamma}{2} = n \sin \frac{\gamma}{2}. \tag{3}$$

Diese Beziehung kann dazu benutzt werden, um aus dem Winkel kleinster Ablenkung den Brechungsindex  $n$  der Prismensubstanz zu berechnen.

Ist der brechende Winkel  $\gamma$  sehr klein und  $n$  nicht sehr groß, so ist auch der Ablenkungswinkel  $\delta$  sehr klein. Man kann dann die  $\sin$  durch die Winkel ersetzen und erhält  $\alpha_1 = n \beta_1$ ,  $\alpha_2 = n \beta_2$ ,  $\beta_1 + \beta_2 = \gamma$ ,  $\alpha_1 + \alpha_2 = n\gamma$  und damit

$$\delta = (n - 1)\gamma.$$

Bei der praktischen Ausführung von Brechungsversuchen mit Prismen beobachtet man bei Verwendung von weißem Licht eine Veränderung dieses Lichts

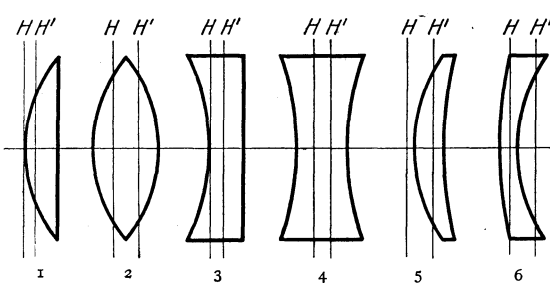


Abb. 381. Linsentypen.

nach der Brechung, nämlich das Auftreten von Farben. Über diese Erscheinung (Dispersion) s. § 476.

**457. Sphärische Linsen.**

Eine sphärische Linse ist ein Körper aus einer brechenden Substanz, meist Glas, welche von zwei koaxialen Kugelflächen begrenzt ist. Eine dieser Flächen kann auch eine Ebene sein.

Nach den dadurch gegebenen verschiedenen Möglichkeiten unterscheidet man folgende Typen von Linsen (Abb. 381):

**1. Konvexer Typ (Sammellinsen)**

- a) bikonvex (2), b) plankonvex (1), c) konvexkonkav (5).

Die Linsen dieses Typus sind in der Mitte dicker als am Rande.

**2. Konkaver Typus (Zerstreuungslinsen),**

- d) bikonkav (4), e) plankonkav (3), f) konkavkonvex (6).

Diese Linsen sind in der Mitte dünner als am Rande (über die Bedeutung von  $H, H'$  s. § 462).

Bei der Ableitung der folgenden Gesetzmäßigkeiten werden die gleichen einschränkenden Voraussetzungen gemacht wie beim Hohlspiegel (§ 446), nämlich daß

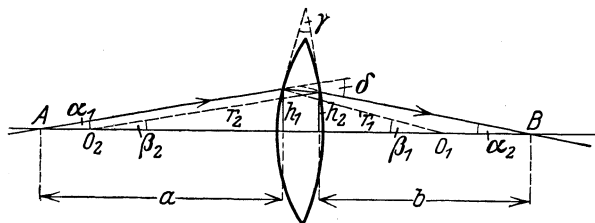


Abb. 382. Zur Ableitung der Linsenformel.

die Dimensionen der Linse klein seien gegen die Krümmungsradien ihrer Begrenzungsflächen. Die bei den Linsen anzustellenden Überlegungen entsprechen den bei den Hohlspiegeln angestellten weitgehend und werden daher hier kürzer gefaßt.

**458. Brechung in Konvexlinsen.** Vom Punkte  $A$  her (Abb. 382) treffe unter dem Winkel  $\alpha_1$  gegen die Linsenachse ein Strahl auf die Linse und schneide

nach zweimaliger Brechung die Achse unter dem Winkel  $\alpha_2$  auf der andern Seite wieder in  $B$ .  $O_1$  und  $O_2$  seien die Krümmungsmittelpunkte der beiden Linsenflächen,  $r_1$  und  $r_2$  die dazugehörigen Krümmungsradien. Vorausgesetzt wird, daß der Strahl sich nur wenig von der Achse entfernt, die Winkel  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  also klein sind, und daher auch der Strahl im Innern der Linse der Achse nahezu parallel ist. Dies trifft in den praktisch vorkommenden Fällen stets in hinreichender Annäherung zu.

Es sei  $\delta$  der Winkel, um den der von  $A$  kommende Strahl aus seiner Richtung abgelenkt wird. Diesen Winkel kann man auf zwei Weisen ausdrücken. Einmal ist  $\delta = \alpha_1 + \alpha_2$ , als Außenwinkel des die Winkel  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  enthaltenden Dreiecks. Da ferner die Linse auf den Strahl wie ein schmales Prisma wirkt (§ 456), so ist zweitens  $\delta = (n - 1) \gamma = (n - 1) (\beta_1 + \beta_2)$ . Wegen der Kleinheit der vorkommenden Winkel kann man weiter setzen

$$\alpha_1 = \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{h_1}{a}, \quad \alpha_2 = \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{h_2}{b}, \quad \beta_1 = \sin \beta_1 = \frac{h_1}{r_1}, \quad \beta_2 = \sin \beta_2 = \frac{h_2}{r_2}.$$

Setzt man diese Ausdrücke in die beiden Gleichungen für  $\delta$  ein, so folgt  $h_1/a + h_2/b = (n - 1) (h_1/r_1 + h_2/r_2)$ . Nun sind  $h_1$  und  $h_2$  nach Voraussetzung sehr wenig verschieden, so daß man ohne merklichen Fehler  $h_1 = h_2$  setzen darf. Alsdann folgt

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) = \frac{1}{f}, \tag{4}$$

wobei

$$f = \frac{1}{(n - 1) \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)} = \frac{r_1 \cdot r_2}{(n - 1) (r_1 + r_2)}. \tag{5}$$

Die Größe  $f$  ist nur von den geometrischen und optischen Eigenschaften der Linse, nicht von der Größe von  $a$ , abhängig, also für jede Linse eine charakteristische Konstante. Rückt der Punkt  $A$  in unendliche Ferne, so daß  $a = \infty$ , fallen also alle von  $A$  her kommenden Strahlen parallel auf die Linse (§ 447), so reduziert sich Gl. 4 auf  $1/b = 1/f$ , d. h. Strahlen, welche parallel zur Achse auf die Linse fallen, gehen alle durch einen Punkt  $F$ , der den Abstand  $f$  von der Linse hat. Genau wie beim Hohlspiegel bezeichnet man daher  $F$  als den Brennpunkt (Fokus),  $f$  als die Brennweite der Linse. Aus dem Satz von der Umkehrbarkeit des Strahlenganges folgt, daß ein vom Brennpunkt her auf die Linse fallender Strahl hinter der Linse parallel zur Achse verläuft. Jede Linse hat zwei Brennpunkte, auf jeder Seite einen. Sie liegen auf der Linsenachse und haben beide den gleichen Abstand  $f$  von der Linse.

Statt der Brennweite gibt man bei Linsen in der Praxis oft ihre sog. Dioptrienzahl  $D$  an, die als ein Maß für ihre „Breckkraft“ dienen kann. Es ist  $D = 1/f$ , wobei  $f$  in  $m$  angegeben wird. Eine Linse von z. B. 20 cm Brennweite hat demnach 5 Dioptrien. Konvexlinsen haben positive, Konkavlinsen negative Dioptrienwerte.

Fällt ein Strahl schräge durch die Linsenmitte, durchsetzt er also die Linsenflächen an zwei Stellen, wo diese einander nahezu parallel sind, so erfährt er keine Ablenkung, sondern nur eine seitliche Parallelverschiebung (§ 452). Diese ist aber bei der vorausgesetzten geringen Dicke der Linse so klein, daß man sie vernachlässigen kann. Man zeichnet daher bei einer dünnen Linse einen solchen Strahl so, als ob er ungebrochen geradlinig durch die Linsenmitte ginge.

**459. Bilder bei Konvexlinsen.** Fallen von einem Punkte ausgehende Strahlen auf eine Konvexlinse, so ergibt eine nähere Untersuchung, daß sich diese Strahlen — unter den gemachten einschränkenden Voraussetzungen über die Dimensionen der Linse — entweder in einem auf der andern Seite der Linse gelegenen Punkt tatsächlich schneiden oder sich in einem auf der gleichen Seite

gelegenen Punkt zu schneiden scheinen. Im ersten Falle liefert die Linse also ein reelles, im zweiten Fall ein virtuelles Bild des Punktes. Zur Konstruktion des Bildpunktes genügen demnach zwei Strahlen. Nach den Ausführungen des § 458 haben wir deren sogar drei zur Verfügung: 1. den von dem Ausgangspunkt parallel zur Achse auf die Linse fallenden Strahl, welcher auf der andern Seite durch den Brennpunkt geht, 2. den Strahl, der vom Ausgangspunkt durch den auf der gleichen Seite gelegenen Brennpunkt geht und auf der andern Seite achsenparallel austritt, 3. den Strahl, welcher durch die Mitte der Linse tritt und

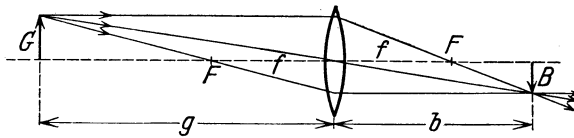


Abb. 383. Reelle Bilder bei Konvexlinsen.

praktisch ungebrochen bleibt. Bei der Konstruktion, die ja eine dünne Linse voraussetzt, sehen wir von der tatsächlichen zweimaligen Brechung jedes Strahls ab und zeichnen ihn nur einmal in der Linse geknickt.

Auf diese Weise ergibt sich die in Abb. 383 dargestellte Konstruktion des Bildes  $B$  eines außerhalb der Brennweite gelegenen Gegenstandes  $G$ . Das Bild ist reell, umgekehrt und im vorliegenden Falle verkleinert. Betrachten wir aber jetzt umgekehrt  $B$  als den Gegenstand,  $G$  als dessen Bild (vgl. § 440), so ist die Konstruktion genau die gleiche. In diesem Falle ist das Bild vergrößert.

Aus Abb. 383 liest man folgende Beziehungen ab:  $B:G = b:g$  ( $g$  Entfernung des Gegenstandes,  $b$  Entfernung des Bildes von der Linse), ferner:  $B:G = (b-f):f$  und drittens:  $B:G = f:(g-f)$ . Dies liefert zwei Gleichungen zur Herleitung der Beziehung zwischen  $f$ ,  $g$  und  $b$ , während wir deren nur eine benötigen. Man sieht aber leicht, daß beide Gleichungen das gleiche Resultat liefern. Darin liegt der geometrische Beweis dafür, daß sich die drei Strahlen nach der Brechung tatsächlich wieder im gleichen Punkte schneiden. Aus  $b/g = (b-f)/f$  folgt

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}. \quad (6a)$$

Dies ist die sog. Linsenformel, die der Hohlspiegelformel (§ 449) völlig gleich ist. Durch einfache Umformung ergibt sich, wie beim Hohlspiegel (§ 449),

$$(g-f)(b-f) = f^2. \quad (6b)$$

Es folgt ferner die Vergrößerung (bzw. Verkleinerung)

$$\gamma = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}. \quad (7)$$

Rückt der Gegenstand bis zum Brennpunkt an die Linse heran, so schneiden sich die von jedem seiner Punkte ausgehenden Strahlen jenseits der Linse im Unendlichen ( $b = \infty$ ), rückt er noch näher heran, so divergieren sie hinter der Linse.

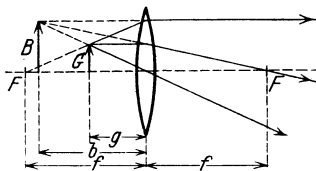


Abb. 384. Virtuelle Bilder bei Konvexlinsen.

Man erhält also dann kein reelles Bild mehr, wohl aber ein virtuelles Bild auf der gleichen Seite wie der Gegenstand. Die Konstruktion dieses Bildes zeigt Abb. 384. Das Bild ist virtuell, aufrecht und stets vergrößert. Aus Abb. 384 läßt sich leicht ableiten, daß beim virtuellen Bild  $B:G = b:g$  und  $B:G = (f+b):f$ , daher

$$\frac{1}{g} - \frac{1}{b} = \frac{1}{f}. \quad (8)$$

Dies stimmt mit Gl. 6a überein, wenn man bedenkt, daß  $b$  hier nach der entgegengesetzten Seite gerichtet ist wie dort und daher das negative Vorzeichen erhalten muß. Die Vergrößerung ist wieder  $\gamma = B/G = b/g$ .

**460. Bilder bei Konkavlinen.** Für die Brechung in Konkavlinen gelten ähnliche Überlegungen wie für Konvexlinen. Parallel zur Achse auffallende Strahlen werden so gebrochen, daß sie von einem Punkte auf der Achse herkommen scheinen, der auf derjenigen Seite liegt, von der die Strahlen kommen. Auch diesen Punkt nennt man Brennpunkt, er ist gewissermaßen virtuell. Eine Konkavlinse hat daher auch eine (negative, virtuelle) Brennweite  $f$ . Sie ist auf beiden Seiten gleich groß. Die Konstruktion des Bildes ist aus Abb. 385 ersichtlich. Die Bilder sind stets virtuell, aufrecht und verkleinert.

Zwischen Gegenstands Entfernung  $g$ , Bildentfernung  $b$  und Brennweite  $f$  besteht bei Konkavlinen die Beziehung

$$\frac{1}{g} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}. \quad (9)$$

Sie wird mit der Gl. 6a identisch, wenn man berücksichtigt, daß im vorliegenden Falle sowohl  $f$  wie  $b$  negativ zu rechnen sind.

**461. Diskussion der Linsenformel.** Aus der für Konvexlinen abgeleiteten Gl. 6 lassen sich folgende Gesetzmäßigkeiten ablesen.

Ist  $g = \infty$ , so wird  $b = f$ , d. h. das Bild liegt im Brennpunkt (Sonnenbild!). Ist  $g = f$ , so liegt das Bild in unendlicher Ferne ( $b = \infty$ ). Für  $g < f$  wird  $b$  negativ, es gibt ein virtuelles Bild.  $b$  wird gleich  $g$ , d. h. die Vergrößerung gleich 1, wenn  $g = b = 2f$ .

Ist der Abstand  $a = g + b$  zwischen Gegenstand und Bild fest gegeben, etwa dadurch, daß ein fest aufgestellter Gegenstand auf eine feste Wand abgebildet werden soll, so ergeben sich aus der Linsenformel zwei Wertepaare  $g_1, b_1$  und  $g_2, b_2$ , derart, daß  $b_2 = g_1, g_2 = b_1$ . Es gibt also zwischen Schirm und Gegenstand zwei Linsenstellungen, bei denen scharfe Abbildung erfolgt, sie liegen symmetrisch zur Mitte von  $a$ , und die eine gibt ein vergrößertes, die andere ein verkleinertes Bild. Ist  $a = 4f$ , so fallen beide Stellungen zusammen, Bild und Gegenstand sind einander an Größe gleich. Wird  $a < 4f$ , so ist eine reelle Abbildung nicht mehr möglich.

Durch Messung von  $g$  und  $b$  kann man die Brennweite einer Konvexlinse messen und sich durch Variation der Abstände von ihrer Konstanz überzeugen.

**462. Dicke Linsen.** Bei Linsen, deren Dicke man nicht, wie bisher vorausgesetzt, als sehr klein gegen die sonst vorkommenden Lineardimensionen ansehen darf, sind die einfachen, im vorstehenden beschriebenen Bildkonstruktionen nicht mehr anwendbar. Es lassen sich aber bei einer solchen Linse stets zwei zur Linsenachse senkrechte Ebenen  $H_1$  und  $H_2$  (Abb. 386) angeben, die sog. Hauptebenen, deren Schnittpunkte  $h_1$  und  $h_2$  mit der Linsenachse die Hauptpunkte heißen, und welche in nachstehender Weise die Konstruktion der Bilder ermöglichen. Die Linse hat wieder zwei Brennpunkte  $F_1$  und  $F_2$ ,

welche von den beiden Hauptpunkten den gleichen Abstand haben,  $F_1 h_1 = F_2 h_2 = f$ . Die Länge  $f$  ist die Brennweite der Linse. Die Bildkonstruktion erfolgt nunmehr wie aus der Abb. 386 ersichtlich. Ein zur Achse paralleler, von der Seite, auf der

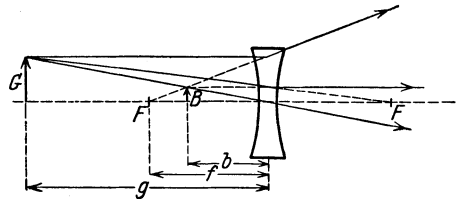


Abb. 385. Bilder bei Konkavlinen.

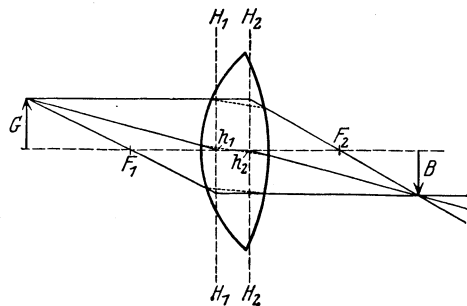


Abb. 386. Bildkonstruktion bei einer dicken Linse.

$F_1$  liegt, kommender Strahl wird bis zur Hauptebene  $H_2$  geradlinig durchgezeichnet und verläuft von da ab nach  $F_2$ . Ein durch den Brennpunkt  $F_1$  gehender Strahl wird geradlinig bis zur Hauptebene  $H_1$  durchgeführt und von da ab parallel zur Achse weitergeführt. Ein auf den Hauptpunkt  $h_1$  hinlaufender Strahl wird in gleicher Richtung, seitlich verschoben, durch den Hauptpunkt  $h_2$  weitergeführt. Der wirkliche Strahlengang in der Linse ist punktiert angedeutet. Entsprechendes gilt für Konkavlinen.

Die Lage der Hauptebenen bei den verschiedenen Linsentypen ist in Abb. 381, § 457, eingezeichnet.

Die für die Abbildung durch Linsen abgeleiteten Gesetze gelten in gleicher Weise auch hier. Die bei dünnen Linsen gemachten Voraussetzungen kann man jetzt auch so formulieren, daß bei diesen der Abstand der beiden Hauptebenen voneinander so klein ist, daß man ihn vernachlässigen kann.

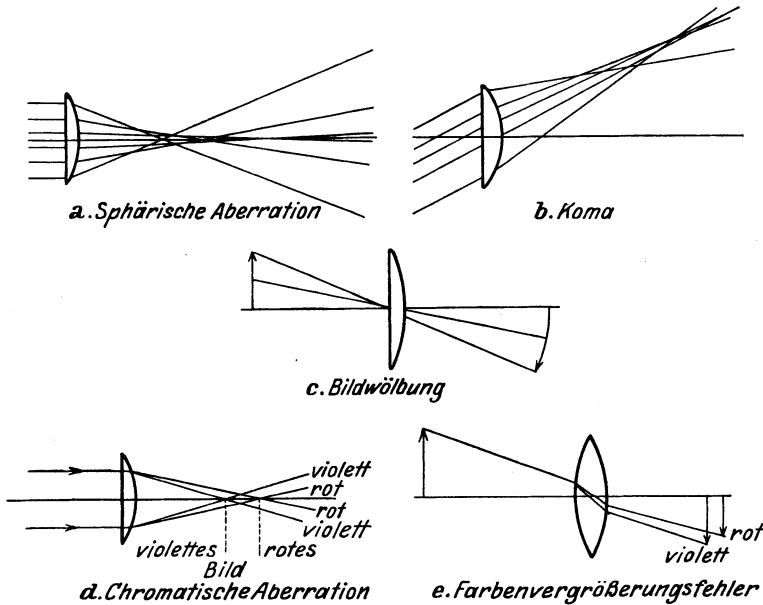


Abb. 387. Darstellung der wichtigsten Linsenfehler.

**463. Linsenfehler.** Einfache Linsen zeigen bei ihrer Anwendung eine Reihe von Fehlern, d. h. störende Abweichungen von den vorstehend abgeleiteten einfachen Gesetzmäßigkeiten, die ihren Grund erstens darin haben, daß die Linsen nicht unendlich dünn sind, bzw. nicht nur wirklich achsennahe Strahlen zur Verwendung kommen, und daß zweitens die verschiedenen Farben, aus denen weißes Licht besteht, verschieden stark gebrochen werden (Dispersion, § 476). Infolge der letzteren Erscheinung hat eine Linse für verschiedene Farben eine etwas verschiedene Brennweite (Gl. 5, § 548). Das wirkt sich hauptsächlich in folgenden Richtungen aus:

i. Linsenfehler, die von den geometrischen Bedingungen herühren.

a) Sphärische Aberration. Die äußeren Linsenzonen haben eine stärkere Brechkraft als die Linsenmitte. Von einem Bündel parallel zur Achse einfallender Strahlen schneiden sich die durch die äußeren Zonen der Linse tretenden in einem der Linse näheren Punkte, als die der Linsenachse nahe einfallenden Strahlen (Abb. 387a).

b) Koma. Die Schnittpunkte paralleler, schräg zur Achse einfallender Strahlen fallen nicht zusammen, sondern erfüllen einen bestimmten Raum (Abb. 387b).

c) Bildwölbung. Das Bild einer zur Linse parallelen, ebenen Fläche ist nicht eben, sondern gewölbt (Abb. 387c).

2. Linsenfehler, die von der Dispersion herrühren.

d) Chromatische Aberration. Fallen parallel zur Achse Strahlen weißen Lichtes ein, so werden wegen ihres größeren Brechungsindex die violetten Anteile des Lichtes in einem der Linsen näheren Punkte vereinigt als die roten Anteile. Die Schnittpunkte der übrigen Anteile liegen dazwischen (Abb. 387d).

e) Farbenvergrößerungsfehler. Aus dem Vorstehenden folgt ohne weiteres, daß ein weißer Gegenstand in den verschiedenen Farben, aus denen das von ihm herkommende weiße Licht zusammengesetzt ist, nicht am gleichen Orte und nicht in gleicher Größe scharf abgebildet wird (Abb. 387e).

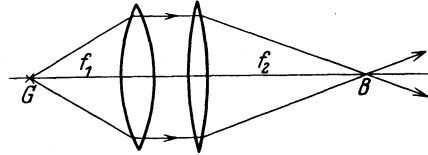


Abb. 388 a.  
Zur Ableitung der Brennweite eines Linsensystems.

464. **Linsensysteme.** Die vorstehend geschilderten Linsenfehler kann man sehr weitgehend durch Kombination mehrerer Linsen aus Glas von verschiedenem Brechungsindex (Kronglas, Flintglas, s. Tab. 30, § 452) beheben (sog. Anastigmaten, Achromate usw.). Auch für ein solches System gelten die abgeleiteten Formeln. Zur Berechnung der Brennweite  $f$  eines solchen Linsensystems, das aus zwei Linsen von den Brennweiten  $f_1$  und  $f_2$  bestehe, denken wir uns einen leuchtenden Punkt  $G$ , der sich im Brennpunkt der einen der beiden Linsen befindet (Abb. 388a). Man sieht ohne weiteres, daß er im Brennpunkt  $B$  der zweiten Linse abgebildet wird. Wendet man jetzt auf das System die Gl. 6a, § 459, an, so folgt

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}, \quad (10)$$

d. h. man erhält die „Brechkraft“  $1/f$  eines Linsensystems durch Addition der Brechkraft seiner Komponenten. Dabei ist die Brennweite einer Konkavlinse negativ zu rechnen. Bei einem solchen Linsensystem können die beiden Hauptebenen auch außerhalb des Systems liegen. Abb. 388b zeigt einen besonders krassen Fall.

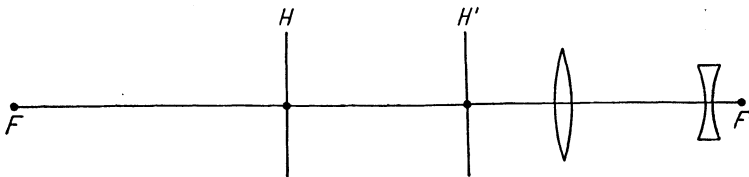


Abb. 388 b. Brennpunkte und Hauptebenen eines besonderen Linsensystems (Teleobjektiv).

## d) Die optischen Instrumente.

465. **Der Projektionsapparat.** Der Projektionsapparat besteht in seinen Hauptteilen aus einer starken Lichtquelle  $A$  (einer Bogenlampe oder einer hochkerzigen Metallfadenlampe geeigneter Konstruktion, d. h. mit kleiner leuchtender Fläche), dem Kondensator  $K$ , vor dem sich der zu projizierende Gegenstand  $G$  (Glasbild, Film usw.) befindet, und der Projektionslinse  $L$  (Objektiv, meist ein Linsensystem) (Abb. 389). Der Kondensator ist eine große Linse

bzw. meist ein System aus zwei oder drei Linsen von ziemlich kleiner Brennweite, welche den Zweck hat, das von der Lichtquelle her durch das Glasbild fallende Licht so zu konzentrieren, daß es vollständig durch die Projektionslinse  $L$  hindurchgeht. Es ergeben sich daher zwei Bedingungen für die vorkommenden

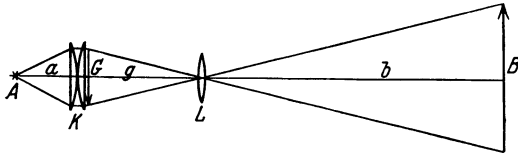


Abb. 389. Projektionsapparat.

Brennweiten und Abstände. In der Regel wird man den Abstand  $l$  des Apparates (des Gegenstandes) von der Projektionswand sowie die verlangte Vergrößerung  $\gamma$  als gegeben anzu sehen haben. Dann ist also dieser Abstand  $l = g + b$  sowie  $\gamma = b/g$  vorgeschrieben. Dann können  $b$  und  $g$  einzeln berechnet werden. Hieraus ergibt sich weiter aus der Linsenformel (Gl. 6, § 459) die notwendige Brennweite  $f_1$  der Projektionslinse. Damit das Licht vollständig durch die Projektionslinse hindurchgeht, müssen sich die von der Lichtquelle durch den Kondensator tretenden Strahlen in der Linse schneiden, d. h. die Lichtquelle muß in der Linse abgebildet werden. Ist  $a$  der Abstand der Lichtquelle vom Kondensator,  $g$  die schon festgelegte Entfernung zwischen Glasbild (Kondensator) und Projektionslinse, so folgt die für den Kondensator notwendige Brennweite  $f_2$  aus der Linsenformel  $1/a + 1/g = 1/f_2$ . Hiernach kann man je nach den gegebenen Bedingungen die notwendigen Brennweiten berechnen.

#### 466. Allgemeines über Vergrößerung bei Lupe, Mikroskop und Fernrohr.

Bei einem von einer Linse auf eine Wand entworfenen Bilde ist es ohne weiteres klar, was man unter Vergrößerung versteht, nämlich das unmittelbar feststellbare Verhältnis der linearen Dimensionen von Bild und Gegenstand. Wird ein Glasbild von der Größe  $9 \times 12$  auf der Projektionswand in der Größe  $270 \times 360$  abgebildet, so haben wir eine 30-fache lineare Vergrößerung.

Bei den im folgenden zu besprechenden optischen Instrumenten, Lupe, Fernrohr und Mikroskop, betrachtet das Auge ein virtuelles Bild des Gegenstandes. Dieses kann gegenüber dem Gegenstande vergrößert oder verkleinert sein. Bei Lupe und Mikroskop ist es größer, beim Fernrohr kleiner als dieser. Der Zweck dieser Instrumente ist an sich gar nicht die Erzeugung eines Bildes von veränderten Dimensionen, sondern die Verdeutlichung der Struktur oder der Umrisse von Gegenständen, welche ohne diese Instrumente der Auflösung durch unser Auge nicht mehr zugänglich sind. Sei es, daß wir nicht in der Lage sind, uns ihnen soweit zu nähern, daß wir diese Struktur deutlich sehen; dann bedienen wir uns des Fernrohrs. Sei es, daß auch die größtmögliche Annäherung an das Auge (Nahepunkt etwa 15 cm, § 472) nicht genügt, um eine Auflösung zu bewirken; dann benutzen wir eine Lupe oder ein Mikroskop. Um das Problem auf einen möglichst einfachen Fall zurückzuführen, betrachten wir zwei nahe benachbarte Punkte, die sich in einem gewissen Abstände vom Auge befinden. Die Augenlinse entwirft von ihnen ein Bild auf der Netzhaut, auf der die beiden Punktbilder sehr dicht beieinanderliegen. Diese werden vom Auge nur dann als zwei getrennte Erscheinungen wahrgenommen, wenn sie nicht auf das gleiche lichtempfindliche Organ (Zäpfchen oder Stäbchen, § 472) der Netzhaut fallen. Damit das nicht der Fall ist, dürfen die beiden Punkte, vom Auge aus gesehen, keinen kleineren Winkelabstand als etwa  $1'$  haben. Dies entspricht bei einer Entfernung von 100 m etwa einem Punktabstand von 3,3 cm. Wir können also eine Struktur dadurch deutlicher machen, daß wir den Winkel vergrößern, unter dem wir die einzelnen Elemente der Struktur bzw. den ganzen Gegenstand sehen. Das natürliche Maß für die Vergrößerung  $\gamma$  dieser optischen In-



strumente ist daher das Verhältnis des Winkels  $\beta$ , unter dem wir mit ihrer Hilfe das virtuelle Bild eines Gegenstandes sehen, zu dem Winkel  $\alpha$ , unter dem wir den Gegenstand selbst bei unmittelbarer Betrachtung mit bloßem Auge tatsächlich sehen oder unter den günstigsten Umständen sehen könnten, also  $\gamma = \beta/\alpha$ . Bei den folgenden Rechnungen können wir die Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  stets als sehr klein annehmen, so daß wir setzen dürfen  $\sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha = \alpha$  und  $\sin \beta = \operatorname{tg} \beta = \beta$  (§ 12).

**467. Die Lupe.** Eine Lupe ist nichts weiter als eine Konvexlinse von ziemlich kleiner Brennweite  $f$ , welche zur Vergrößerung von Gegenständen benutzt wird, indem man das von ihr erzeugte virtuelle Bild betrachtet (§ 459). Man bringt also den zu betrachtenden Gegenstand  $G$  so unter die Lupe, daß er innerhalb der Brennweite  $f$  liegt (Abb. 390). Das Auge wird bei der Betrachtung am wenigsten angestrengt, wenn das Bild etwa in der deutlichen Sehweite liegt, die beim normalen oder richtig korrigierten Auge etwa bei  $s = 25$  cm liegt. Zur Berechnung der Vergrößerung muß man die Frage stellen, wie sich der Winkel  $\alpha$ , unter dem man den Gegenstand mit bloßem Auge in der Entfernung  $s$  sehen würde, zu dem Winkel  $\beta$  bei Anwendung der Lupe verhält. Im ersten Falle wäre  $\operatorname{tg} \alpha = \alpha = G/s$ . Bei Betrachtung durch die Lupe ist der Winkel gegeben durch (Abb. 390)  $\operatorname{tg} \beta = \beta = B/s$ . Es ist also die Vergrößerung  $\gamma = \beta/\alpha = B/G$ . Nun ist nach § 459  $B/G = b/g$ . Da man das Auge dicht an die Lupe bringt, so ist sehr nahezu  $b = s$ , also  $\gamma = s/g$ . Unter Hinzunahme der Gl. 8, § 459,  $1/g - 1/b = 1/f$ , folgt schließlich

$$\gamma = 1 + \frac{s}{f}. \quad (1)$$

Dieser Ausdruck ist nahezu gleich  $s/f$ , da meist die Brennweite  $f$  klein ist gegen die deutliche Sehweite  $s$ . Daher ist auch  $\gamma$  sehr nahezu gleich  $f$ .

Die gleichen Überlegungen gelten auch, wenn  $G$  nicht ein wirklicher Gegenstand, sondern das reelle Bild eines Gegenstandes ist. Auch ein solches kann man mit einer Lupe vergrößert betrachten, natürlich nur innerhalb des meist kleinen räumlichen Winkels, in dem die von ihm ausgehenden Strahlen divergieren. Dies ist der Fall bei den Okularen der meisten optischen Instrumente. Diese sind nichts anderes als Lupen.

Bessere Lupen, insbesondere Okulare, bestehen nicht aus einer einfachen Linse, sondern aus einem Linsensystem.

**468. Das Fernrohr.** Das astronomische Fernrohr (Abb. 391) besteht im einfachsten Falle aus zwei, an den Enden eines Tubus befindlichen Linsen, dem dem zu betrachtenden Gegenstand (Objekt) zugewandten Objektiv, einer Linse von großer Brennweite und meist großem Durchmesser, welche im Tubus ein reelles verkleinertes, umgekehrtes Bild des Gegenstandes entwirft, und dem Okular, welches als Lupe zur vergrößerten Betrachtung dieses Bildes dient.

Da die mit einem solchen Fernrohr zu betrachtenden Gegenstände, in der Regel die Gestirne, außerordentlich weit entfernt sind, so ist der Abstand des

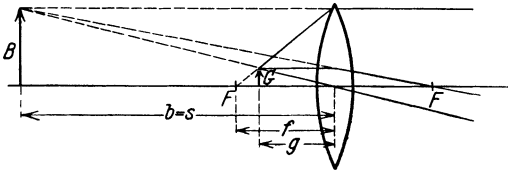


Abb. 390. Lupe.

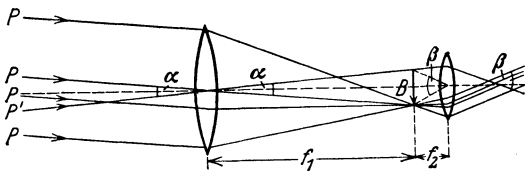


Abb. 391. Astronomisches Fernrohr.

reellen Bildes vom Objektiv gleich der Brennweite  $f_1$  des Objektivs (§ 458). Die Entfernung des Okulars vom Bilde ist nahezu gleich der Brennweite  $f_2$  des Okulars (§ 467). Die Länge eines Fernrohrs ist daher gleich der Summe dieser beiden Brennweiten oder da  $f_1$  stets sehr groß gegen  $f_2$  ist, sehr nahezu gleich der Brennweite des Objektivs.

In der Abb. 391 ist der Gegenstand selbst nicht gezeichnet, weil eine deutliche Darstellung in natürlichen Entfernungsverhältnissen nicht gut möglich ist. Es sind nur die Strahlen  $P$  und  $P'$  gezeichnet, welche von seinen beiden Enden kommen (der Gegenstand ist als Pfeil gedacht). Es ist also  $\alpha$  der Winkel, unter dem der Gegenstand mit bloßem Auge gesehen wird. Ein am Okular befindliches Auge sieht das virtuelle Bild  $B$  des Gegenstandes unter dem Winkel  $\beta$ . Man sieht aus der Abb. 391, daß  $\text{tg } \beta/2 : \text{tg } \alpha/2 = \beta : \alpha = f_1 : f_2$ , oder die Vergrößerung

$$\gamma = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{f_1}{f_2}. \quad (2)$$

Die Vergrößerung ist also um so stärker, je größer die Brennweite des Objektivs und je kleiner diejenige des Okulars ist.

Diese Überlegung trifft auf die Betrachtung der Sonne, des Mondes, der Planeten oder irdischer (allerdings umgekehrt erscheinender) Objekte ohne weiteres zu. Bei der Betrachtung von Fixsternen handelt es sich dagegen, genau genommen, gar nicht um eine Vergrößerung, sondern lediglich um eine Erhöhung der scheinbaren Helligkeit. Bei der großen Entfernung der Fixsterne genügen nämlich selbst die stärksten Fernrohre nicht entfernt, um den Winkel, unter dem sie gesehen werden, auch nur annähernd gleich  $r'$  zu machen (§ 466). Sie erscheinen daher auch bei stärkster Vergrößerung nur als Lichtpunkte (in Wirklichkeit als kleine Beugungsscheibchen, § 494). Die Wirkung des Fernrohrs besteht vielmehr in diesem Falle darin, daß das breite Bündel paralleler Strahlen, das, von einem fernen Stern kommend, in die große Öffnung des Okulars eintritt, durch die Wirkung von Objektiv und Okular zu einem schmalen Bündel von der Weite der Augenpupille zusammengedrängt wird (Abb. 392). Daher besteht die Wirkung in einer Vermehrung der Helligkeit eines Fixsterns im Verhältnis der Fläche (Öffnung) des Objektivs zu der des Okulars bzw. der Augenpupille. Auf diese Weise können mit stärksten Fernrohren noch Sterne etwa der 18. Größe gesehen werden, während das bloße Auge im besten Falle noch Sterne 5.—6. Größe sehen

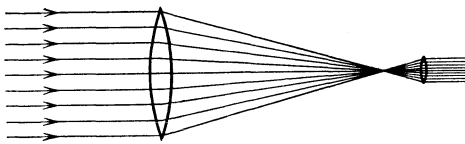


Abb. 392. Vergrößerung der Helligkeit eines Sterns durch das astronomische Fernrohr.

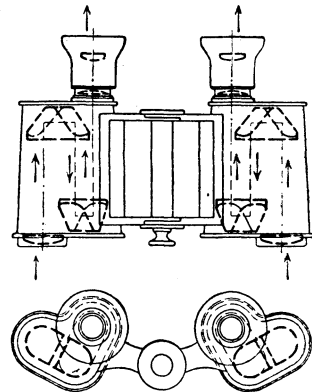


Abb. 393. Prismenfernrohr.

kann. Das entspricht aber einem Verhältnis der Lichtstärken von 1 : 10000.

Das einfache astronomische Fernrohr ist für den Gebrauch an irdischen Gegenständen im allgemeinen nicht geeignet, weil es umgekehrte Bilder liefert, was für die Astronomie gleichgültig ist. Diesen Übelstand vermeidet bei grundsätzlich gleichem Prinzip das Prismenfernrohr. Bei diesem läuft das Licht zwischen Objektiv und Okular in der aus Abb. 393 ersichtlichen Weise über zwei

totalreflektierende Prismen (§ 455), von denen das eine, welches den Strahl in vertikaler Richtung verschiebt, eine Umkehrung des Bildes bewirkt (Umkehrprisma. Das andere Prisma dient dazu, die Umkehrung der Fortschrittrichtung des Lichts durch das andere zu kompensieren. Das erste Prisma bewirkt aber ferner, daß der Strahlengang seitlich verschoben wird. Das Prismenfernrohr (Zeissglas) wird fast stets beidäugig benutzt, und man gewinnt durch die seitliche Verschiebung des Strahlenganges den Vorteil, daß der Abstand der beiden Objektive größer ist als der Augenabstand (Okularabstand). Dies aber bringt eine erhebliche Verstärkung des räumlichen Eindrucks des Gesehenen mit sich (§ 475), das Bild erscheint plastischer, d. h. es tritt eine bessere Darstellung der Tiefenverhältnisse ein als bei Verwendung von Instrumenten, bei denen der Abstand der beiden Objektive gleich dem Augenabstand ist (Opernglas).

Andere Maßnahmen zur Umkehrung des Bildes beruhen auf der Verwendung eines aus zwei Linsen bestehenden Okulars, von denen die eine vom reellen Bilde ein zweites reelles und nunmehr aufrechtes Bild erzeugt, das durch die zweite Linse als Lupe betrachtet wird (terrestrisches Fernrohr). Beim GALILEISCHEN Fernrohr (Opernglas) kommt ein reelles Bild gar nicht erst zustande, sondern es befindet sich als Okular eine Konkavlinse innerhalb der Brennweite des Objektivs, durch welche in der aus Abb. 394 ersichtlichen Weise ein virtuelles Bild des Gegenstandes entsteht. Das Okular des GALILEISCHEN Fernrohrs ist also keine Lupe.

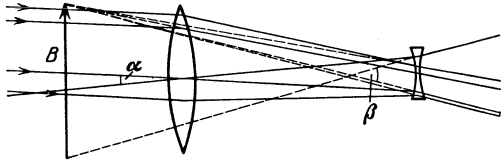


Abb. 394. GALILEISCHES Fernrohr.

Bei denjenigen Fernrohrtypen, bei denen das Okular eine Lupe ist, also ein reelles Bild betrachtet wird, bringt man zur sauberen Begrenzung des Gesichtsfeldes im Rohr eine meist kreisförmige sog. Blende an (§ 470), die gleichzeitig mit dem Bilde scharf gesehen wird. Beim GALILEISCHEN Fernrohr ist dies nicht möglich. Es hat daher kein scharf umgrenztes Gesichtsfeld.

Neuerdings werden im steigenden Maße wieder große astronomische Fernrohre gebaut, deren Objektiv keine Linse, sondern ein Hohlspiegel ist. Sie haben vor allem den Vorzug, daß durch das Objektiv keine Farbenzerstreuung (und keine Absorption im Ultraviolett) eintritt. Eine der Konstruktionen eines solchen Spiegelteleskops zeigt Abb. 395. Das Licht, welches von einem Stern herkommt, wird von dem Hohlspiegel  $S_1$  auf den Planspiegel  $S_2$  geworfen und gelangt von da in das seitlich angebrachte Okular.

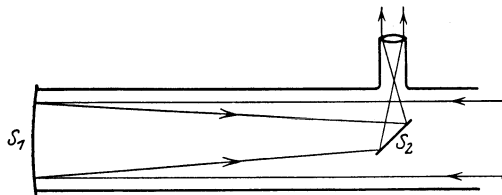


Abb. 395. Spiegelteleskop.

469. Das Mikroskop. Das Mikroskop dient zur Sichtbarmachung sehr kleiner Gegenstände bzw. sehr feiner Strukturen. Es besteht aus einem Objektiv von sehr kleiner Brennweite und einem als Lupe wirkenden Okular. Der Gegenstand  $G$  wird in einer die Brennweite  $f_1$  des Objektivs nur wenig überschreitenden Entfernung  $g$  von diesem angebracht (Abb. 396). Der größeren Deutlichkeit halber ist das Verhältnis der Brennweiten von Objektiv und Okular nicht so gezeichnet, wie es in Wirklichkeit ist. Tatsächlich ist die Vergrößerung durch das Objektiv viel stärker als die weitere durch das Okular. Im Tubus des Fernrohrs entsteht in der Entfernung  $b$  vom Objektiv ein umgekehrtes, stark ver-

größertes, reelles Bild  $B_1$  des Gegenstandes, welches durch das Okular, das das virtuelle Bild  $B_2$  liefert, vergrößert betrachtet wird.

Würde man den Gegenstand in der deutlichen Sehweite  $s$  betrachten, so erschiene er unter einem Gesichtswinkel  $\alpha = G/s$ . Im Mikroskop erscheint er unter dem Winkel  $\beta = B_1/f_2$ , da das Bild  $B_1$  sehr nahezu um die Brennweite  $f_2$  des Okulars von diesem entfernt ist (Abb. 396). Also ist die Vergrößerung  $\gamma = \beta/\alpha = B_1 s/G f_2$ . Es ist aber nach Gl. 7, § 459,  $B_1/G = b/g$ , wenn  $g$  und  $b$  Gegenstands- und Bildentfernung vom Objektiv bedeuten. Nun ist  $b$  in praktischen Fällen sehr nahezu gleich der Länge  $l$  des Mikroskoptubus,  $g$  sehr nahezu gleich der Brennweite  $f_1$  des Objektivs. Damit erhält man als Vergrößerung

$$\gamma = \frac{l s}{f_1 f_2} \quad (3)$$

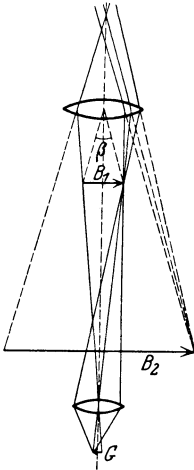


Abb. 396.  
Mikroskop.

Manchmal setzt man in die Formeln statt der deutlichen Sehweite  $s$  auch die Entfernung des Nahepunktes (§ 465), beim normalen Auge etwa 15 cm, ein, indem man den Gesichtswinkel mit Instrument mit demjenigen vergleicht, der dann vorhanden wäre, wenn man den betrachteten Gegenstand ohne Instrument bis in den Nahepunkt brächte.

Die Objektive und Okulare der Mikroskope sind zwecks Vermeidung der Linsenfehler (§ 463) stets Systeme aus mehreren Linsen. Abb. 397 zeigt als Beispiel ein Objektiv.

Die strenge Theorie des Mikroskops erfordert eine Berücksichtigung der Beugung (§ 495). Wie HELMHOLTZ und ABBE gezeigt haben, ist der kleinste Abstand zweier Punkte, die man bei stärkster Vergrößerung im Mikroskop noch getrennt

sehen kann, gleich  $\delta = \lambda/n \sin \omega$ . Hierin bedeutet  $\omega$  den halben Öffnungswinkel des Kegels von Strahlen, die von einem Punkt des Gegenstandes in das Objektiv gelangen,  $n$  den Brechungsindex der Substanz, welche den Raum zwischen Gegenstand und Objektiv ausfüllt,  $\lambda$  die Wellenlänge des benutzten Lichts. Die Größe  $n \sin \omega$  heißt die numerische Apertur (ABBE 1878) des Objektivs. Befindet sich also zwischen Gegenstand und Objektiv nicht Luft, sondern ein Stoff von größerem Brechungsindex  $n$ , so wird dadurch die numerische Apertur vergrößert, also der noch auflösbare Abstand  $\delta$  verkleinert. Nach ABBE benutzt man als sog. Immersionsflüssigkeit Zedernholzöl, dessen Brechungsindex gleich dem des Objektivmaterials ist (homogene Immersion). Man erreicht dann eine numerische

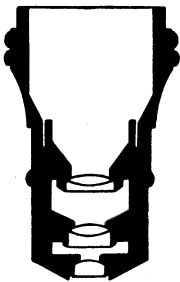


Abb. 397. Beispiel eines  
Mikroskop-Objektivs.

Apertur bis zu 1,4, bei Verwendung von Monobromnaphthalin sogar bis zu 1,6. Auch durch Anwendung kleinerer Wellenlängen  $\lambda$ , d. h. von ultraviolettem Licht (§ 515), kann man  $\delta$  verkleinern. Doch ist man dann, da das Auge diese Strahlen nicht sieht, auf photographische Aufnahmen angewiesen. Ferner muß eine Optik aus Quarz verwendet werden, da Glas für dieses Licht von einer gewissen Grenze ab nicht mehr durchlässig ist. (Über das Ultramikroskop s. § 495.)

Zur Beleuchtung des zu betrachtenden Gegenstandes ist unterhalb desselben ein Spiegel angebracht, durch den Tageslicht oder Licht einer starken Lichtquelle von unten her auf bzw. durch den Gegenstand geworfen wird.

Es könnte auffällig scheinen, daß die Ausdrücke für die Vergrößerung von Fernrohr und Mikroskop ein so verschiedenes Aussehen haben, insbesondere daß die Brennweite des Objektivs in so verschiedener Weise in sie eingeht. Wir

wollen deshalb die Gl. 2 und 3 noch einmal aus einer gemeinsamen Quelle ableiten. Zunächst wollen wir eine Gleichung für das Verhältnis  $B/G$  von Bildgröße zu Gegenstandsgröße ableiten, wie es durch ein optisches Instrument geliefert wird, das, wie Fernrohr und Mikroskop, aus einem Objektiv und einem als Lupe wirkenden Okular gebildet wird. Es sei  $B'$  die lineare Größe des vom Objektiv gelieferten reellen Bildes, also des mit dem Okular betrachteten „Gegenstandes“. Die Brennweite des Objektivs sei  $f_1$ , die des Okulars  $f_2$ ; die entsprechenden Gegenstands- und Bildentfernungen seien  $g_1, b_1$  bzw.  $g_2, b_2$ . Dann ist nach Gl. 7, § 459,  $B'/G = b_1/g_1$ ,  $B/B' = b_2/g_2$ . Es ist also

$$\frac{B}{G} = \frac{B'}{B'} \cdot \frac{B'}{G} = \frac{b_1}{g_1} \cdot \frac{b_2}{g_2}.$$

Nun leitet man aus § 459 leicht ab, daß  $b_1/g_1 = f_1/(g_1 - f_1) = (b - f_1)/f_1$  (reelles Bild) und  $b_2/g_2 = f_2/(g_2 - f_2) = (b_2 + f_2)/f_2$  (virtuelles Bild). Je nach Lage des Falles ist der eine oder der andere der vorstehenden Ausdrücke zu wählen. Da das Objektiv eine Lupe ist, so können wir für  $b_2$  stets die deutliche Sehweite  $s$  setzen (§ 467).

Wir betrachten zuerst das Fernrohr und schreiben

$$\frac{B}{G} = \frac{f_1}{g_1 - f_1} \cdot \frac{s + f_2}{f_2}.$$

Nun ist beim Fernrohr stets  $g_1 \gg f_1$ , ferner beim Okular  $f_2 \ll s$ . Daher können wir die obige Gleichung ohne merklichen Fehler vereinfachen und schreiben

$$\frac{B}{G} = \frac{f_1}{f_2} \cdot \frac{s}{g_1}.$$

Beim Mikroskop schreiben wir

$$\frac{B}{G} = \frac{b - f_1}{f_1} \cdot \frac{s + f_2}{f_2}.$$

Nun ist aber beim Mikroskop  $b_1 \gg f_1$  und nahezu gleich der Tubuslänge  $l$ , ferner wieder  $b_2 = s \gg f_2$ . Wir können daher schreiben

$$\frac{B}{G} = \frac{l \cdot s}{f_1 \cdot f_2}.$$

Nunmehr leiten wir aus diesen Ausdrücken die Vergrößerungen der beiden Instrumente ab. Beim Fernrohr ist sie definiert als das Verhältnis des Winkels  $\beta$ , unter dem wir das virtuelle Bild des Gegenstandes sehen, zu dem Winkel  $\alpha$ , unter dem wir diesen mit bloßem Auge wirklich sehen würden. Nun ist  $\alpha = G/g_1$ ,  $\beta = B/s$ , also  $\beta/\alpha = B/G \cdot g_1/s$ . Wir müssen also die obige Gleichung für  $B/G$  noch mit  $g_1/s$  multiplizieren, um die Vergrößerung  $\beta/\alpha$  zu erhalten. Es ergibt sich dann in der Tat die Gl. 2.

Beim Mikroskop ist die Vergrößerung definiert als das Verhältnis des Winkels  $\beta$ , unter dem wir das virtuelle Bild des Gegenstandes sehen, zu dem Winkel  $\alpha$ , unter dem wir den Gegenstand selbst sehen würden, wenn wir ihn in die deutliche Sehweite bringen würden. Nun ist  $\alpha = G/s$ ,  $\beta = B/s$ , und daher  $\beta/\alpha = B/G$ . Im Falle des Mikroskops gibt uns also  $B/G$  unmittelbar die Vergrößerung, wie man durch Vergleich mit Gl. 3 erkennt.

**470. Blenden, Fadenkreuze, Okularmikrometer.** Sieht man mittels des Okulars eines optischen Instruments das vom Objektiv erzeugte reelle Bild scharf, so kann man gleichzeitig wirkliche Gegenstände scharf sehen, welche sich in der gleichen Entfernung vom Okular befinden. Von dieser Tatsache wird mehrfacher Gebrauch gemacht. So bringt man, wie schon erwähnt, am Orte des reellen Bildes stets eine sog. Blende an, d. h. eine kreisrunde Öffnung, durch welche

das Gesichtsfeld sauber und scharf begrenzt wird. Viele optische Instrumente besitzen am Ort des reellen Bildes eine Vorrichtung, welche es ermöglicht, einen Punkt des Bildes genau in die Achse des Instruments einzustellen. Meist dient dazu ein sog. Fadenkreuz, welches aus zwei senkrecht zueinander am Ort des Bildes ausgespannten feinen Fäden besteht, oder auch aus zwei zueinander senkrechte Ritzen auf einer in der Bildebene befindlichen planparallelen Glasplatte. Bei Mikroskopen kann man am Bildort eine feine, auf Glas geritzte Teilung anbringen (Okularmikrometer), welche mit dem Bilde gleichzeitig scharf und mit ihm in gleicher Ebene liegend gesehen wird. Man eicht die Teilung, indem man eine zweite Teilung von bekanntem Strichabstand vor das Objektiv bringt und feststellt, wie viele Teilstriche der Okularskala mit einem Teilstrich der andern Skala im Bilde zusammenfallen. Man kann dann mittels der Okularskala die Größe von unter dem Mikroskop befindlichen Gegenständen messen.

**471. Die photographische Kamera.** Die photographische Kamera dient bekanntlich dazu, die von einer Linse entworfenen Bilder von Gegenständen festzuhalten und ihre Vervielfältigung zu ermöglichen. Zu diesem Zwecke wird mittels einer Linse (meist einem Linsensystem) auf einer photographischen Platte (oder einem Film) ein Bild der wiederzugebenden Gegenstände entworfen, welches durch die chemischen Wirkungen des Lichts (§ 546) in der diese Platte bedeckenden, mit gewissen Silbersalzen getränkten Gelatineschicht und eine nachfolgende Behandlung (Entwicklung) als sog. Negativ sichtbar gemacht wird. Mit Hilfe dieses Negativs kann das Bild beliebig oft vervielfältigt werden. Die Dauer der Lichteinwirkung ist nach der Helligkeit des Gegenstandes zu bemessen. Zur Fernhaltung ungewünschten Lichts von der Platte sind Linse und Platte durch einen lichtdichten Kasten oder ausziehbaren Balg verbunden. Zur scharfen Einstellung des Bildes durch Regulierung des Abstandes Linse-Platte enthalten die meisten Apparate eine von hinten betrachtbare Mattscheibe, an deren Stelle nachher die lichtempfindliche Schicht der Platte gebracht wird.

Die photographische Kamera ist der Lochkamera (§ 433) durch ihre bedeutend größere „Lichtstärke“ beträchtlich überlegen, denn bei ihr gelangt auf einen Punkt der Platte Licht, welches den ganzen Querschnitt der Linse erfüllt, während bei der Lochkamera nur das dünne Bündel dorthin kommt, das durch das feine Loch geht.

## e) Das Auge und das Sehen.

**472. Bau des Auges.** Der Bau des menschlichen Auges ist in seinen Hauptzügen in Abb. 398 dargestellt.

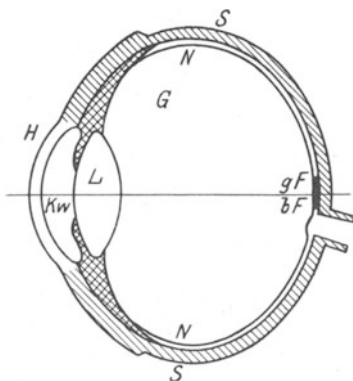


Abb. 398. Querschnitt durch das menschliche Auge.

Der nahezu kugelförmige Augapfel besitzt zum Eintritt des Lichts vorn die Hornhaut *H*, hinter der die mit einer Flüssigkeit gefüllte vordere Augenkammer *Kw* liegt. Es folgt die Regenbogenhaut oder Iris mit der Pupille und die Kristalllinse *L*. Der Hauptteil des Auges ist mit dem gallertartigen Glaskörper *G* erfüllt. Die Wandung des Augapfels ist sehr kompliziert gebaut. Sie ist auf ihrer Innenseite von der Netzhaut *N* bedeckt, welche lichtempfindliche Organe enthält, die durch den Sehnerv mit dem Sehzentrum im Gehirn in Verbindung stehen. Außen liegt die Sehnhaut *S*.

Die Augenlinse entwirft bei richtiger Einstellung ein reelles, verkleinertes, umgekehrtes Bild der betrachteten Umwelt auf die Netzhaut.

In der Achse der Augenlinse liegt die Zentralgrube (fovea centralis) oder der gelbe Fleck  $gF$ , der bei Tage empfindlichste Teil der Netzhaut, auf den wir beim Sehen das Bild desjenigen Punktes der Umgebung fallen lassen, welchen wir genau sehen (fixieren) wollen.

Das Auge hat eine gewisse Ähnlichkeit mit der photographischen Kamera. Es unterscheidet sich aber z. B. dadurch von ihr, daß die Augenlinse nicht, wie die Linse der Kamera, zwecks Einstellung der richtigen Bildweite verschiebbar ist, sondern die Bildweite ist durch den Bau des Auges gegeben. Um daher trotz ständig wechselnder Gegenstands Entfernung stets scharfe Bilder zu erzielen, muß die Brennweite der Augenlinse veränderlich sein. Nach Gl. 5, § 458, kann dies, da ihr Brechungsindex  $n$  unveränderlich ist, nur durch Änderung ihrer Krümmung geschehen. Die Linse ist daher mit einem Muskel, dem Ziliarmuskel, versehen, der ihre Krümmung zu ändern gestattet. Bei entspanntem Muskel ist ein normalsichtiges Auge auf unendlich eingestellt, sieht also ferne Gegenstände scharf. Zur Betrachtung naher Gegenstände muß der Muskel die Augenlinse krümmen. Man nennt diesen Vorgang *Akkommodation*. Er geschieht unbewußt. Bei normalen Augen bezeichnet man eine Entfernung von 25 cm als die deutliche Sehweite, da ein normales Auge etwa in dieser Entfernung kleinere Gegenstände (Schrift u. dgl.) bereits gut sehen kann, ohne stark akkommodieren zu müssen. Auf weniger als etwa 15 cm Abstand (Nahepunkt) kann ein normales Auge nicht akkommodieren.

Die Iris dient dazu, den Zutritt des Lichts zum Auge durch die Pupille zu regeln. Sie bildet eine Blende, die sich von selbst mehr oder weniger öffnet, je nach der herrschenden Helligkeit.

An der Eintrittsstelle des Sehnerven  $bF$  fehlen auf der Netzhaut die lichtempfindlichen Organe. Das Auge ist an dieser Stelle blind. Der blinde Fleck liegt im Bereich des Gesichtsfeldes, aber der Ausfall an dieser Stelle wird uns einerseits aus Gewöhnung, dann aber auch deshalb nicht bewußt, weil er in den beiden Augen an verschiedenen Stellen des Gesichtsfeldes liegt. Man kann den blinden Fleck mittels der Abb. 399 erkennen. Fixiert man den Stern bei

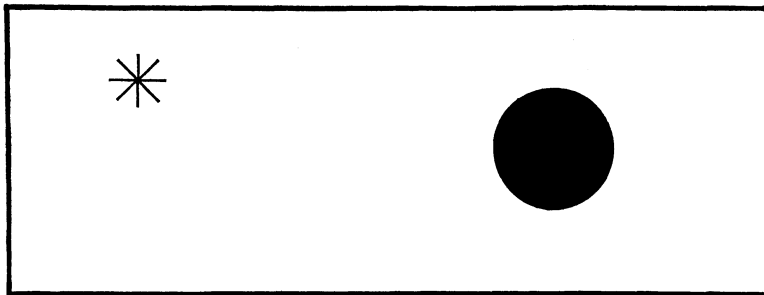


Abb. 399. Zur Demonstration des blinden Flecks.

geschlossenem linken Auge mit dem rechten Auge, so ist bei kleinem Abstand vom Auge der schwarze Kreis deutlich zu sehen. Entfernt man das Bild weiter, so verschwindet der Kreis, weil sein Bild auf den blinden Fleck fällt, um bei noch größerem Abstand wieder zu erscheinen.

Die Tatsache, daß uns die Außenwelt, trotz der Umkehrung des Bildes im Auge, aufrecht erscheint, enthält nichts Verwunderliches. Die Zuordnung der Lichteindrücke zu den räumlichen Gebilden hat mit der Stellung des Bildes im Auge nichts zu tun, sondern ist als das Ergebnis einer in der allerersten Lebenszeit durch gleichzeitiges Tasten und Sehen erworbenen Erfahrung anzusehen.

Ein Forscher hat den Versuch gemacht, längere Zeit vor den Augen Umkehrprismen zu tragen, welche das Netzhautbild umkehren, und hat nach einer Zeit der Gewöhnung mit den Prismen aufrecht gesehen. Es ist dies keine physikalische, sondern eine psychologische Angelegenheit.

**473. Augenfehler. Brillen.** Bei kurzsichtigen Augen fällt das von der entspannten Augenlinse entworfene Bild vor die Netzhaut, ferne Gegenstände können also nicht scharf gesehen werden. Der Nahepunkt und die deutliche Sehweite liegen dem Auge näher, als 15 cm bzw. 25 cm. Die Linse hat also eine zu kleine Brennweite. Man korrigiert diesen Augenfehler durch eine Brille mit

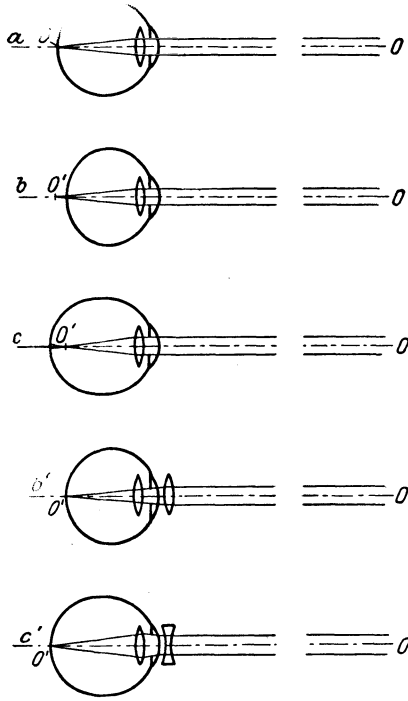


Abb. 400. a Normalsichtiges, b weitsichtiges, c kurzsichtiges Auge; b' korrigiertes weitsichtiges, c' korrigiertes kurzsichtiges Auge.

Konkavgläsern, deren negative Krümmung die Wirkung der zu großen positiven Krümmung der Linse aufhebt (Abb. 400 c und c').

Bei weitsichtigen Augen würde das von der entspannten Augenlinse entworfene Bild hinter die Netzhaut fallen, die Linse hat also eine im Verhältnis zur Tiefe des Auges zu große Brennweite, und zum scharfen Sehen ferner Gegenstände ist eine Akkommodation notwendig, die das Auge fortgesetzt anstrengt. Der Nahepunkt und die deutliche Sehweite liegen weiter ab als 15 cm bzw. 25 cm. Gewöhnliche Schrift muß zum bequemen Lesen weiter ab vom Auge gehalten werden und ist dann wegen der geringeren Bildgröße schwerer zu erkennen. Das Auge wird also beim Sehen fortgesetzt ermüdet. Dieser Fehler wird durch eine Brille mit Konvexlinsen korrigiert, die der Augenlinse das an Krümmung ersetzt, was ihr fehlt (Abb. 400 b und b').

Anatomisch liegt der Fehler kurz- und weitsichtiger Augen meist nicht in einer anormalen Brennweite der Augenlinse, sondern in einer anormalen Länge (Kurzsichtigkeit) oder Kürze (Weitsichtigkeit) der Augenachse (Abb. 400).

Astigmatische Augen sind solche, bei denen die Augenlinse nicht sphärisch ist. Solche können z. B. von einem System von zueinander senkrechten Strichen nur die der einen Richtung liegenden gleichzeitig scharf sehen. Dieser Augenfehler kann ebenfalls durch geeignet geschliffene Linsen korrigiert werden.

**474. Farbsehen, Sehen im Hellen und im Dunkeln.** Auf der Netzhaut befinden sich zwei Arten von lichtempfindlichen Organen, die Zäpfchen und die Stäbchen. Erstere dienen zum Sehen bei hellem Licht, letztere zum Sehen im Dunkeln, d. h. bei sehr schwacher Beleuchtung.

Die Zäpfchen sind nicht nur überhaupt lichtempfindlich, sondern vermitteln auch die Farbeindrücke. Es scheint festzustehen, daß es mehrere Arten von Zäpfchen gibt (Dreifarbentheorie des Sehens, YOUNG 1807), welche in den verschiedenen Bereichen des Spektrums empfindlich sind. Farbenblindheit rührt davon her, daß eine oder mehrere Arten dieser Zäpfchen fehlen.

Die Stäbchen sind außerordentlich viel lichtempfindlicher als die Zäpfchen, aber sie sind nicht farhentüchtig.



Das Licht bewirkt in den Zäpfchen und Stäbchen eine chemische Umwandlung des in ihnen enthaltenen Sehpurpurs. Diese Produkte dieser Umwandlung wirken auf die in dem Zäpfchen und Stäbchen endigenden Nervenfasern und bewirken durch deren Vermittlung die Aufnahme und damit das Bewußtwerden des Lichteindrucks im Gehirn. Bei sehr starker Lichteinwirkung wird der Sehpurpur schneller verbraucht, als er neu gebildet werden kann, so daß die betroffene Netzhautstelle zeitweilig wenig oder gar nicht lichtempfindlich mehr ist. Dies ist die Ursache für die Blendung (Blindwerden) durch zu grelles Licht und für die Nachbilder, z. B. nach direktem Betrachten der Sonne oder heller Lampen.

Bei Tageslicht sind die sehr empfindlichen Stäbchen durch solche Ermüdung ganz außer Funktion gesetzt. Wir sehen bei Tage also ausschließlich mit den Zäpfchen. Bei sehr geringer Helligkeit aber erholen sich die Stäbchen nach einiger Zeit (man muß sich erst ans Dunkel gewöhnen!) und arbeiten noch, wenn die weit weniger empfindlichen Stäbchen längst keinen Lichteindruck mehr vermitteln. Da die Stäbchen nicht farbentüchtig sind, so kann man im Dunkeln keine Farben unterscheiden („bei Nacht sind alle Katzen grau“).

Die Zäpfchen und Stäbchen sind auf der Netzhaut ganz verschieden verteilt. Die Zäpfchen sind im gelben Fleck, also im Zentrum des Bildes, gehäuft vorhanden, an den anderen Stellen sind sie spärlicher. Dagegen fehlen im gelben Fleck die Stäbchen fast ganz und sind auf den anderen Teilen der Netzhaut zahlreich. Das hat zur Folge, daß wir erstens im Dunkeln, wie man leicht beobachten kann, ein erheblich größeres Gesichtsfeld haben als bei Tage, zweitens, daß wir im Dunkeln im Zentrum des Gesichtsfeldes fast ganz blind sind. Versucht man, was nach einiger Übung gelingt, bei Nacht einen Stern genau so anzuschauen, wie wir es beim Fixieren bei Tage tun würden — was wir von selbst ganz unbewußt nicht tun —, so verschwindet der Stern, weil sein Bild auf den jetzt blinden gelben Fleck fällt, ja, es gelingt sogar, den Mond zum größten Teil zum Verschwinden zu bringen.

**475. Räumliches Sehen.** Die Augen vermitteln uns nicht nur Licht- und Farbeneindrücke, sondern auch Raumeindrücke, nicht nur das Nebeneinander, sondern auch das Hintereinander der Dinge. Letzteres verdanken wir dem Besitz zweier Augen. Wegen ihres Abstandes sehen wir mit beiden Augen nicht genau das gleiche Bild. Diese Ungleichheit wird uns aber im allgemeinen nicht bewußt. Das uns bewußt werdende Bild stammt stets nur von dem einen unserer Augen, bei der Mehrzahl der Menschen von dem rechten. Das im Unterbewußtsein bleibende Bild des andern Auges und seine Verschiedenheit vom Bild des ersten aber sind es, die uns die Raumeindrücke vermitteln, denn bei der Betrachtung flächenhafter Gebilde sind die Bilder nicht verschieden. Einäugige Menschen vermögen Entfernungen schwer zu beurteilen.

Das Stereoskop, von dem Abb. 401 eine besonders einfache Konstruktion zeigt, vermittelt räumliche Eindrücke mit Hilfe von Bildern. Es werden von dem gleichen Gegenstande zwei photographische Aufnahmen von ein wenig verschiedenen Standorten aus gemacht, so daß die beiden Bilder ein wenig verschieden sind. Meist bedient man sich dazu einer besonderen photographischen Kamera mit zwei Objektiven. Diese beiden Bilder  $B_1$  und  $B_2$  werden so vor die beiden Spiegel  $S_1$  und  $S_2$  des Stereoskops gebracht, daß jedes Auge nur eines dieser Bilder sieht, und daß die beiden Bilder am Orte  $B$  scheinbar räumlich zusammenfallen. Das Gehirn deutet den so entstehenden Eindruck in gewohnter Weise als die Folge eines räumlichen Hintereinander der dargestellten Gegenstände.

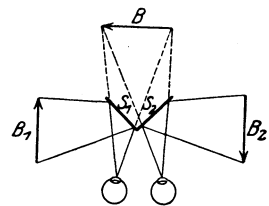


Abb. 401. Stereoskop.

Je größer der Augenabstand ist, desto tiefer erstreckt sich aus geometrischen Gründen die Wirkung des räumlichen Sehens. Der vergrößerte Objektivabstand beim Prismenfernrohr (§ 468) hat die gleiche Wirkung wie ein vergrößerter Augenabstand und macht daher das Bild des Gesehenen plastisch bis in Entfernungen, in denen man mit bloßem Auge nicht mehr räumlich sehen, d. h. keine Tiefenunterschiede mehr erkennen würde. Ist der Objektivabstand nur gleich dem Augenabstand, so wird die Vergrößerung der seitlichen Dimensionen nicht von einer gleichzeitigen Vergrößerung des Tiefeneindrucks begleitet. Die betrachteten Gegenstände erscheinen daher in der Sehrichtung zusammengedrängt.

Bei sehr kleinem Abstand des betrachteten Gegenstandes vom Auge und größerer Tiefenausdehnung, also bei sehr großer Verschiedenheit der von den beiden Augen gelieferten Bilder, findet eine Verschmelzung der Eindrücke der beiden Augen nicht mehr statt. Einen dicht vor die Nase gehaltenen Finger sieht man vor der entfernten Wand doppelt, wenn man die Wand fixiert.

## f) Die Dispersion des Lichts.

**476. Dispersion.** Es ist bereits im § 456 erwähnt worden, daß beim Durchgang weißen Lichts durch ein Prisma Farbenerscheinungen auftreten. Es sei (Abb. 402)  $A$  eine Lichtquelle, die weißes Licht aussendet, z. B. eine Bogenlampe,  $K$  eine Linse, welche das Licht so auf einen Spalt  $Sp$  wirft, daß dieser voll beleuchtet ist. Dicht hinter dem Spalt steht das Prisma  $P$ ,

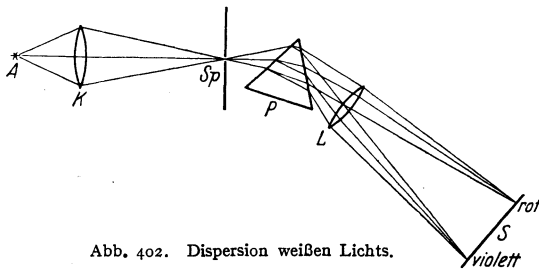


Abb. 402. Dispersion weißen Lichts.

hinter diesem eine Linse  $L$ . Würde das weiße Licht unverändert durch das Prisma hindurchgehen, so würde die Linse bei richtiger Stellung auf dem Schirm  $S$  ein weißes Bild des Spaltes entwerfen. Das ist aber nicht der Fall. Vielmehr erhält man auf dem Schirm ein breites farbiges Band, welches sich von Rot über Gelb, Grün und Blau nach Violett

erstreckt, und zwar entspricht der Ort des roten Endes einer geringeren Ablenkung des Lichts als der des violetten Endes. Man nennt diese Erscheinung ein Spektrum der Lichtquelle, den Vorgang Dispersion. Die Erklärung geht dahin, daß man das weiße Licht als eine Mischung aus allen Farben des Spektrums ansehen kann, und daß die einzelnen Farben verschieden stark gebrochen werden, rotes Licht am wenigsten, violettes Licht am stärksten, so daß durch das Prisma eine Zerlegung des weißen Lichtes in seine Bestandteile stattfindet. Das Spektrum stellt daher ein Nebeneinander von Bildern des Spaltes dar, in deren jedem der Spalt in einer bestimmten Farbe abgebildet ist.

Man kann diese Farben auch wieder zu Weiß zusammennischen, z. B. dadurch, daß man das Prisma durch einen geeigneten Mechanismus sehr schnell um einen kleinen Winkel hin und her bewegt. Dann fallen die verschiedenen Farben fortgesetzt auf andere Stellen des Schirms, und ihre Mischung durch Auge und Gehirn ergibt wieder den Eindruck des Weiß. Besser noch verfährt man so, daß man an der Eintrittsstelle des Lichts in das Prisma, wo das Licht also noch weiß ist, eine Blende anbringt und hinter dem Ort des Spektrums eine Linse, mittels derer man die Blende auf einen Schirm abbildet. Hierdurch werden die von den einzelnen Punkten der Blende ausgehenden, verschiedenfarbigen Strahlen jeweils wieder in einem Punkt vereinigt, also gemischt, und bilden

zusammen wieder Weiß. Bringt man bei dieser Anordnung an diejenige Stelle des Spektrums, wo dieses scharf erscheint, ein spitzwinkliges Prisma, das das Licht nur ablenkt, ohne daß eine wesentliche Dispersion eintritt, und zwar so, daß nur ein Teil des im Spektrum vertretenen Lichts durch dieses Prisma hindurchgehen muß, so entstehen auf dem Schirm zwei Bilder der Blende nebeneinander. Jedes dieser Bilder entsteht durch eine Mischung der Farben je des einen der beiden Bereiche, in die das Spektrum durch das schmale Prisma zerlegt wurde. Sie sind daher farbig; und zwar sind die Farben der beiden Bilder zueinander komplementär, d. h. ihre Mischung ergibt Weiß. Durch Abblendung verschieden großer Teile des Spektrums kann man diese Farben weitgehend verändern. Das Nebeneinander von Komplementärfarben bietet einen besonderen ästhetischen Reiz und spielt in der Malerei eine wichtige Rolle. Die Farben des Spektrums sind nicht weiter zerlegbar. Man erkennt dies durch folgenden Versuch: Man blende aus dem Spektrum durch einen zum ersten Spalt parallelen zweiten Spalt einen schmalen Bereich aus und bilde diesen Spalt unter Einschaltung eines Prismas durch eine Linse auf einem Schirm ab. Es zeigt sich dort lediglich die durch den Spalt ausgeblendete Farbe. Die reinen Spektralfarben sind also nicht weiter zerlegbar.

Die Tatsache der Dispersion zeigt, daß Glas und die anderen brechenden Substanzen für die verschiedenen Farben einen verschiedenen Brechungsindex  $n$  haben, und zwar ist er in der Regel für Rot am kleinsten, für Violett am größten. Es kommen aber auch Fälle vor, daß eine sonst mitten im Spektrum liegende Farbe weit stärker gebrochen wird als die übrigen (anomale Dispersion, s. § 516).

Die Dispersion in den einzelnen brechenden Substanzen ist eine verschiedene. Schon die verschiedenen Glassorten (Kronglas, Flintglas usw.) zeigen eine verschieden starke Dispersion, d. h. die verschiedenfarbigen Spektralgebiete werden beim Durchgang durch Prismen von gleichem brechenden Winkel verschieden weit voneinander getrennt. Auch die Gase zeigen eine Dispersion, die jedoch sehr viel geringer ist als die der festen und flüssigen Körper.

Wie in § 452 erörtert worden ist, hängt der Brechungsindex einer Substanz eng mit der Geschwindigkeit des Lichtes in ihr zusammen. Die Tatsache der Dispersion beweist, daß sich Lichtstrahlen verschiedener Farbe in einer brechenden Substanz verschieden schnell fortbewegen.

Im Spektrum vieler Lichtquellen fehlen einzelne im Spektrum des weißen Lichts vorhandene Farben. Leuchtende Gase haben Spektren, die nur aus einer oft sehr großen Zahl von farbigen Linien bestehen (Linienspektren) oder aus einzelnen sog. Banden. Spektren, die ein zusammenhängendes Band bilden, nennt man kontinuierliche Spektren. Näheres s. § 529.

**477. Das Spektrometer.** Ein Spektrometer (Abb. 403) dient zur Untersuchung von Spektren.  $K$  ist das sog. Kollimatorrohr, an dessen vorderem Ende sich ein Spalt  $Sp$  befindet, durch den das zu untersuchende Licht in das Spektrometer fällt. Am anderen Ende des Kollimatorrohrs, um ihre Brennweite vom Spalt entfernt, befindet sich eine Linse  $L_1$ . Das vom Spalt herkommende Licht ist daher nach dem Austritt aus der Linse parallel (§ 458). Es tritt dann in das Prisma  $P$  ein und wird dadurch in seine Farben zerlegt. Die den einzelnen Farben zugehörigen

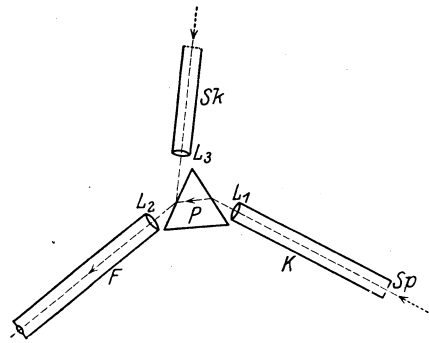


Abb. 403. Schema des Spektrometers.

Strahlenbündel divergieren demnach nach dem Austritt aus dem Prisma, aber die Strahlen jeder einzelnen Farbe sind unter sich, der gleichen Brechung wegen, parallel. Daher wird das Licht, für jede Farbe an anderer Stelle, in der Brennebene des Objektivs  $L_2$  des nunmehr folgenden Fernrohrs  $F$  wieder vereinigt, so daß hier das Spektrum reell im Raume erscheint und durch das Okular als Lupe betrachtet werden kann. Viele Spektrometer besitzen noch ein drittes Ansatzrohr  $Sk$ , welches an seinem vorderen Ende eine in der Brennebene der am andern Ende stehenden Linse  $L_3$  befindliche, auf Glas geritzte Strichskala enthält, die mit einer Lampe beleuchtet wird. Das durch die Skala fallende Licht wird durch  $L_3$  parallel gemacht und fällt auf diejenige Fläche des Prismas, aus der die das Spektrum bildenden Strahlen austreten. Hier wird es zum Teil reflektiert, und zwar so, daß es mit dem Lichte des Spektrums in das Fernrohr tritt. Da auch diese Strahlen parallel sind, so wird die Skala in der Bildebene des Fernrohrs zugleich mit dem Spektrum und am gleichen Orte scharf abgebildet. Man sieht also durch das Okular Spektrum und Skala gleichzeitig, sich überdeckend, und zwar ist die Skala so gestellt, daß ihre Striche das Spektrum parallel zu den einzelnen Farben, als helle Striche, durchziehen. Diese Skala dient zu Messungen an Spektren.

Bei Spektrometern für genaue Messungen sind Fernrohr und Kollimatorrohr um die Achse des Instruments drehbar, und die Drehungswinkel können auf einer Skala abgelesen werden. Auch der das Prisma tragende Tisch ist drehbar. Ein Skalenrohr ist in diesem Falle nicht vorhanden.

Einfache Spektrometer ohne Skala, die wesentlich nur zur Betrachtung von Spektren dienen, nennt man Spektroskope, solche, welche mit einer Einrichtung versehen sind, um an den Ort des Bildes des Spektrums eine photographische Platte zu bringen, um eine Photographie desselben zu gewinnen, Spektrographen.

Zur Erhöhung der Dispersion eines Spektrometers verwendet man oft Sätze von mehreren Prismen, welche das Licht nacheinander durchläuft.

**478. Geradsichtige und achromatische Prismen.** Durch Hintereinanderschaltung geeigneter Prismen aus verschiedenem brechendem Material (Kron- und Flintglas) kann man Prismenkombinationen herstellen, welche zwar eine Dispersion zeigen, mit denen also ein Spektrum erzeugt werden kann, bei denen aber der mittlere Teil des Spektrums unabgelenkt ist. Derartige geradsichtige Prismen haben den großen Vorteil, daß man mit ihnen den bei gewöhnlichen Prismen eintretenden Knick des Strahlenganges vermeidet. Sie finden z. B. bei den einfachen Taschenspektroskopen Verwendung (Abb. 404).

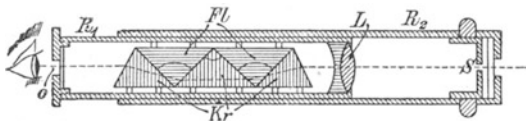


Abb. 404. Taschenspektroskop.  
 $R_1, R_2$  ausziehbares Rohr,  $L$  Linse,  $S$  Spalt,  $Kr$  Kronglas,  
 $Fl$  Flintglas,  $O$  Okular.

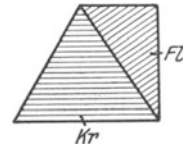


Abb. 405.  
Achromatisches Prisma  
aus Kron- und Flintglas.

Ebenso kann man durch Verwendung zweier Prismen aus verschieden brechendem Material Prismensysteme herstellen, bei denen im Gegenteil die Dispersion des ersten Prismas durch diejenige des zweiten gerade aufgehoben wird, während noch eine Ablenkung des nunmehr unzerlegten Lichts übrigbleibt (achromatisches Prisma, Abb. 405). Über die von der Dispersion herrührenden Linsenfehler s. § 463.

**479. Der Regenbogen.** Ein Regenbogen entsteht durch die in den Regentropfen eintretende Brechung und Reflexion des Sonnenlichts (Abb. 406). Da die verschiedenen Farben verschieden stark gebrochen werden, so erfährt der violette Anteil des Sonnenlichts die größte, der rote Anteil die kleinste Ablenkung  $360^\circ - \alpha$ . Die nähere Untersuchung zeigt, daß die Strahlen sich bei einem Winkel  $\alpha$  von etwa  $41^\circ$  häufen, wobei die violetten Strahlen etwas mehr, die roten etwas weniger abgelenkt sind.

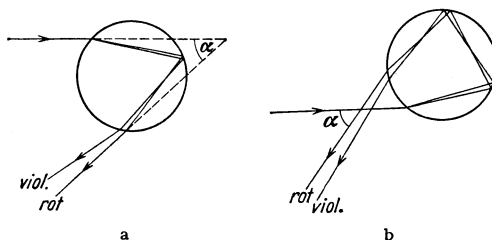


Abb. 406. Zur Entstehung des Regenbogens.

Wir sehen daher das Licht aus denjenigen Richtungen kommen, die hierdurch und durch den jeweiligen Sonnenstand gegeben sind. Diese Richtungen bilden einen Kegelmantel. Der Regenbogen ist also ein kreisbogenförmiges Band an der von der Sonne abgekehrten Seite des Himmels (in Wahrheit stammt das Licht aus ziemlich nahen Schichten der Atmosphäre, nämlich aus den fallenden Tropfen), der die Farben des Spektrums zeigt, Rot außen, Violett innen (Abb. 406 a). Durch zweimalige Reflexion in den Tropfen kann ein zweiter Regenbogen entstehen, in dem, wie man aus Abb. 406 b erkennt, die Farbenfolge umgekehrt ist.

Eine strenge Theorie des Regenbogens ist nur unter Berücksichtigung der Wellentheorie des Lichts möglich.

## g) Das Licht als Schwingungsvorgang. Wellenoptik.

**480. Historisches zur Lichttheorie.** Die erste wissenschaftlich begründete Theorie des Lichts war die Emanationstheorie, die ihren größten Vertreter in ISAAC NEWTON fand (1669). Diese Theorie nahm an, daß die Lichtemission in der Aussendung unwägbarer, materieller Teilchen von der Lichtquelle bestehe. Ihr stellte HUYGENS (1677, Vorläufer DESCARTES 1637, HOOKE 1665) die Undulations- oder Wellentheorie entgegen, nach der das Licht ein Schwingungsvorgang, etwa wie der Schall, ist.

Die Physik ist bis um die Wende des 20. Jahrhunderts ganz von mechanistischen Vorstellungen beherrscht gewesen, d. h. es galt als selbstverständlich, daß alle Erscheinungen in der Natur letzten Endes auf mechanischen Vorgängen, also insbesondere Bewegungen irgendwelcher Materie, beruhen müßten. Mit der Aufstellung der Wellentheorie des Lichts war daher für die damalige Zeit die Notwendigkeit zwangsläufig verbunden, überall dort, wo Lichtwellen auftreten, das Vorhandensein eines Trägers, d. h. von Materie anzunehmen, deren Teile die den Lichtschwingungen entsprechenden Bewegungen ausführen, so wie z. B. die Luft die Schallschwingungen ausführt. Da aber bekannt war, daß das Licht auch das Vakuum, den von gewöhnlicher Materie freien Raum, durchdringt, so war man gezwungen, das Vorhandensein eines den ganzen Weltraum erfüllenden Stoffes anzunehmen, der sich der gewöhnlichen Wahrnehmung entzieht, dessen Existenz aber durch die Unmöglichkeit, Lichtwellen ohne einen materiellen Träger anzunehmen, bewiesen schien. Diesen hypothetischen Stoff nannte man den Lichtäther oder kurz Äther.

Der Kampf zwischen den beiden Lichttheorien hat fast zwei Jahrhunderte gedauert. Im Laufe der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts führte die Untersuchung der Interferenzerscheinungen des Lichtes zur Entscheidung zugunsten

der Wellentheorie, nachdem zuerst THOMAS YOUNG (1802) in den schon von LEONARDO DA VINCI (1500) erwähnten, von GRIMALDI (1665) genauer beobachteten Beugungserscheinungen einen entscheidenden Beweis für diese Theorie erblickt und die NEWTONSchen Ringe (§ 488) durch sie gedeutet hatte.

Bis etwa um das Jahr 1900 schien diese Theorie eine der bestfundierten physikalischen Theorien überhaupt zu sein. Seitdem ist an ihre Seite (nicht an ihre Stelle!) die Quantentheorie (PLANCK 1900) getreten, die im Abschnitt XI ausführlich behandelt wird. Hier sei nur folgendes gesagt: Die heutige Physik steht vor einem großen ungelösten Problem. Ein Teil der optischen Erscheinungen ist nur auf Grund der Wellentheorie verständlich und mit der Quantentheorie bisher nicht befriedigend zu vereinbaren. Für andere optische Erscheinungen gilt gerade das Gegenteil. Die beiden Theorien sind aber derart verschieden, daß sie sich gegenseitig auszuschließen scheinen. Man kann es wohl als die größte derzeitige Aufgabe der Physik bezeichnen, den Weg zu einer Synthese der Wellen- und Quantentheorie zu finden. In diesem Abschnitt werden ausschließlich diejenigen optischen Erscheinungen behandelt, welche ihre Erklärung auf dem Boden der Wellentheorie finden.

Wie schon im § 419 erwähnt, ist das Licht ein elektromagnetischer Schwingungsvorgang (MAXWELL 1871). Doch ist es für die Erklärung der im folgenden zu besprechenden Erscheinungen vorerst unnötig, eine andere Vorstellung vom Wesen des Lichts zugrunde zu legen, als daß es überhaupt ein periodischer Schwingungsvorgang ist.

Über die Ätherhypothese s. auch § 590.

**481. Schwingungszahl und Wellenlänge des Lichtes.** Wie beim Schall, so kann man auch beim Licht durch Interferenzversuche die Wellenlänge  $\lambda$  der Lichtschwingungen messen (§ 160). Die in der Lichtquelle stattfindenden Vorgänge bestimmen primär die Schwingungszahl  $\nu$  des Lichts. Diese ist der Messung nicht unmittelbar zugänglich, kann aber aus der für alle Schwingungsvorgänge gültigen Beziehung (§ 142)

$$\lambda \nu = c \quad (1)$$

berechnet werden, wenn  $\lambda$  und die Lichtgeschwindigkeit  $c$  bekannt sind. Verläuft ein Lichtstrahl nacheinander durch verschiedene ruhende Medien, so bleibt dabei seine Schwingungszahl  $\nu$  die gleiche, seine Wellenlänge aber ändert sich, da ja  $c$  vom Brechungsindex abhängt (§ 452), gemäß Gl. 1. Ist  $\lambda_0$  die Wellenlänge einer Lichtschwingung im Vakuum, so ist sie, wenn das gleiche Licht in einer Substanz vom Brechungsindex  $n$  verläuft,

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}. \quad (2)$$

In den Gasen, deren Brechungsindex ja sehr nahezu gleich 1 ist, ist also die Wellenlänge von derjenigen im Vakuum nur sehr wenig verschieden. Tabellarische Angaben der Wellenlänge beziehen sich meist auf das Vakuum.

**482. Das Wesen der Spektralfarben.** Die Messung der Wellenlängen des die einzelnen Farben des Spektrums bildenden Lichts hat ergeben, daß der physikalische Unterschied zwischen den reinen Spektralfarben in einer Verschiedenheit ihrer Schwingungszahlen bzw. Wellenlängen besteht. Die Wellenlänge nimmt von Rot nach Violett ab. Sie beträgt für die rote Grenze des Spektrums rund  $770 \text{ m}\mu$ , für die violette Grenze rund  $400 \text{ m}\mu$  ( $1 \text{ m}\mu = 10^{-7} \text{ cm}$ ). Aus Gl. 1 berechnen sich daher die Schwingungszahlen für die rote Grenze zu rund  $4 \cdot 10^{14}$ , für die violette Grenze zu rund  $8 \cdot 10^{14}$  Schwingungen/sec. In der praktischen Spektroskopie bedient man sich als Maßeinheit der Wellenlänge meist der Ångström-Einheit (ÅE),

$1 \text{ \AA} = \frac{1}{10} \text{ m } \mu = 10^{-8} \text{ cm}$ , so daß die obengenannten Grenzen des sichtbaren Spektrums dem Bereich von 4000—7700  $\text{\AA}$  entsprechen. Das sichtbare Spektrum umfaßt also, in der Ausdrucksweise der Akustik, nur etwa 1 Oktave.

**483. Interferenz des Lichts.** Im § 144 ist das Wesen der Interferenz von Schwingungen besprochen. Interferenz findet statt, wenn zwei Schwingungen von gleicher Schwingungszahl zusammentreffen. Es erfolgt dann, je nach der bestehenden Phasenbeziehung, Verstärkung oder Schwächung der Schwingungen, unter Umständen bei einem Phasenunterschied von  $180^\circ$  und gleicher Intensität völlige Auslöschung.

Die Interferenz des Schalles kann z. B. mit Hilfe von zwei genau gleich gestimmten Stimmgabeln nachgewiesen werden. Man könnte demnach vermuten, daß man Lichtinterferenzen durch analoge Versuche mit zwei ganz gleichartigen Lichtquellen herstellen könnte. Das ist aber nicht der Fall. Der Nachweis der Interferenz gelingt nur mit sog. kohärentem Licht, d. h. nur dann, wenn man Licht, welches gleichzeitig von dem gleichen Punkt einer Lichtquelle ausgegangen ist, in einem Punkt des Raumes wieder zum Zusammentreffen bringt. Dies hat folgende Ursache. Die Aussendung von Licht durch einen Körper beruht auf gewissen Vorgängen in den einzelnen Atomen (§ 550). Diese Vorgänge verlaufen aber in sehr kurzen Zeiten, zwischen denen viel längere Pausen liegen. Die Atome senden also Wellenzüge von begrenzter Länge (Interferenzlänge) aus, und die von zwei verschiedenen Atomen ausgehenden Wellenzüge können ebensowenig miteinander interferieren, wie es der Klang zweier Stimmgabeln tun könnte, die man nacheinander in Zeitabständen anschlägt, die groß sind gegen die Abklingungszeit der Stimmgabeln.

Wegen der begrenzten Länge der Wellenzüge genügt aber die Herkunft zweier Strahlen von demselben Punkt einer Lichtquelle allein noch nicht. Hat der eine der beiden Wellenzüge einen Weg bis zu dem Punkt, in dem Interferenz stattfinden soll, zurückzulegen, der um mehr als die Länge eines Wellenzuges größer ist als der Weg des andern, so findet ihre Wirkung in diesem Punkte gar nicht gleichzeitig statt, und sie können nicht miteinander interferieren, wie das Abb. 407a schematisch andeutet. Ist die Wegdifferenz kleiner als die (von der Wellenlänge abhängige) Länge eines Wellenzuges, so tritt um so stärkere Interferenz ein, je weniger sich die beiden Wege unterscheiden.

Als Gangunterschied zweier kohärenter Lichtstrahlen bezeichnet man die Differenz der Wege, die sie von ihrem gemeinsamen Ursprung bis zu dem Punkte, in dem sie interferieren, zurückzulegen haben. Beträgt dieser Gangunterschied ein ganzzahliges Vielfaches ihrer Wellenlänge, so findet maximale Verstärkung statt. Beträgt er ein ungeradzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge, so erfolgt maximale Schwächung. Wir haben also

bei  $\delta = z\lambda$  maximale Verstärkung,

bei  $\delta = \frac{2z+1}{2}\lambda$  maximale Schwächung.

( $\delta$  = Gangunterschied,  $z$  = ganze Zahl.)

Dabei ist als Wegdifferenz nicht die geometrische Wegdifferenz einzusetzen. Durchlaufen nämlich die beiden Wellenzüge bei gleicher geometrischer Weglänge Substanzen von verschiedenem Brechungsindex  $n$ , so ist ihre Geschwindigkeit eine verschiedene, und der eine kommt früher am Schnittpunkt der Strahlen an als der andere (Abb. 407b). Maßgebend für den Gangunterschied und für die Interferenzfähigkeit kohärenter Strahlen ist also nicht die Differenz der geometrischen, sondern der optischen Weglängen.

Man unterscheidet FRESNELSche und FRAUNHOFERSche Interferenzen. Bei den ersteren liegt die Lichtquelle in endlicher Entfernung, und die von ihren einzelnen Punkten herkommenden Strahlen sind divergent. Bei den FRAUNHOFERschen Interferenzen liegt die Lichtquelle optisch im Unendlichen, d. h. die von ihren einzelnen Punkten herkommenden Strahlen sind zunächst parallel gemacht.

Über Interferenz polarisierten Lichts s. § 506.

**484. FRESNELS Interferenzversuche.** Zur Erzeugung kohärenter Lichtstrahlen kann man sich nach FRESNEL (1823) zweier, räumlich ein wenig getrennter Spiegelbilder der gleichen Lichtquelle bedienen, welche als kohärent strahlende Lichtquellen wirken. FRESNEL benutzte zu diesem Zwecke zwei, unter einem ganz kleinen Winkel gegeneinander geneigte Spiegel  $S_1$  und  $S_2$  (Abb. 408). Auf diese Weise entstehen von der Lichtquelle  $L$  zwei Spiegelbilder  $L_1$  und  $L_2$ , welche bei dem

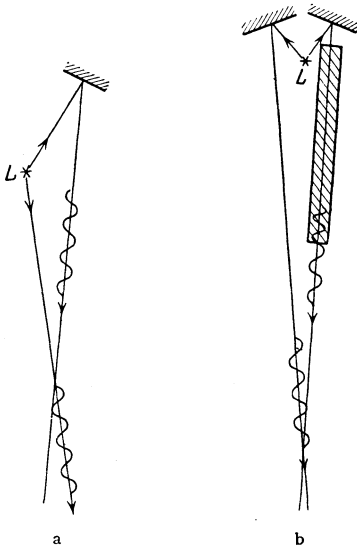


Abb. 407. Zur Interferenz von Wellenzügen.

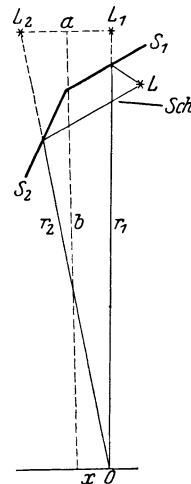


Abb. 408.

Zum FRESNELSchen Spiegelversuch.

Versuch nunmehr als Lichtquellen wirken, während die eigentliche Lichtquelle durch einen Schirm  $Sch$  abgeblendet wird. Der aus dem Reflexionsgesetz berechenbare Abstand von  $L_1$  und  $L_2$  sei  $a$ . Um die Erscheinung in einfachster Form zu erhalten, muß man eine Lichtquelle benutzen, die möglichst nur Licht einer einzigen Wellenlänge aussendet (monochromatisches Licht). Besonders geeignet ist dazu eine mit Natrium (Kochsalz) gefärbte Bunsen- oder Spiritusflamme. Bringt man in einige Entfernung von dem Winkelspiegel eine Lupe in den Weg des von den beiden Spiegelbildern kommenden Lichts, so sieht man das Gesichtsfeld von hellen und dunklen Streifen durchzogen. Diese erklären sich durch die Interferenz des von den beiden Lichtquellen herkommenden Lichts.

Es seien  $r_1$  und  $r_2$  (Abb. 408) die Abstände eines Raumpunktes  $o$  vom Ort der beiden Spiegelbilder (also auch, längs des Lichtweges gerechnet, von der Lichtquelle selbst),  $b$  der senkrechte Abstand des betreffenden Punktes von  $a$ ,  $x$  sein Abstand von der Symmetrielinie zwischen  $L_1$  und  $L_2$ . Dann ist

$$r_1^2 = b^2 + \left(\frac{a}{2} - x\right)^2, \quad r_2^2 = b^2 + \left(\frac{a}{2} + x\right)^2,$$

also

$$r_2^2 - r_1^2 = 2ax \quad \text{oder} \quad r_2 - r_1 = \frac{2ax}{r_2 + r_1}.$$



Da  $b$ , also auch  $r_1$  und  $r_2$ , groß sein sollen gegen  $a$  und  $x$ , so kann man ohne merklichen Fehler  $r_2 + r_1$  durch  $2b$  ersetzen, so daß der Unterschied der beiden Lichtwege  $r_2 - r_1 = ax/b$  ist. Im § 483 ist gezeigt worden, daß zwei Wellen sich durch Interferenz aufheben, wenn ihr Gangunterschied ein ganzzahliges, ungerades Vielfaches der halben Wellenlänge ist. Wir erhalten also Auslöschung des Lichts, wenn  $\frac{ax}{b} = \frac{2z+1}{2}\lambda$ , wobei  $z$  Null oder irgendeine positive ganze Zahl ist. Die Gleichung ergibt die Lage  $x$  der einzelnen dunklen Streifen. Aus dem Abstand je zweier Streifen,  $\delta = \lambda \frac{b}{a}$ , kann man  $\lambda$  berechnen. Abb. 409 zeigt schematisch die Lichterscheinung auf einen in den Weg des Lichts gestellten Schirm.

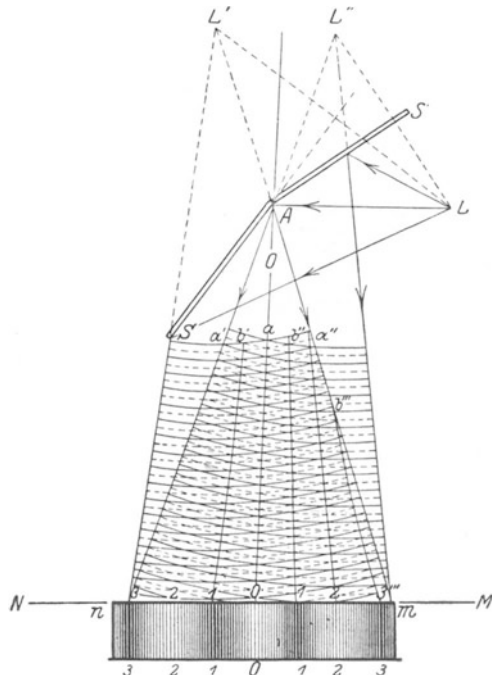


Abb. 409. Zum FRESNELSchen Spiegelversuch.

Ist das benutzte Licht nicht monochromatisch, so liegen die Orte, an denen Auslöschung der einzelnen in dem Licht enthaltenen Spektralfarben eintritt, nicht an gleicher Stelle. Die Lichtwirkung in jedem Punkt rührt her von allen in der Lichtquelle vertretenen Farben, abzüglich derjenigen, für die gerade Auslöschung eintritt. Es erscheinen daher in diesem Falle farbige Streifen, bei Benutzung weißen Lichts Folgen von schmalen kontinuierlichen Spektren. Diese bestehen aber nicht, wie beim Prisma, aus den reinen Spektralfarben, sondern entstehen durch das Fehlen der jeweils ausgelöschten Farbe im weißen Licht, d. h. man sieht in jedem Punkt die Komplementärfarbe zu der dort gerade ausgelöschten Farbe.

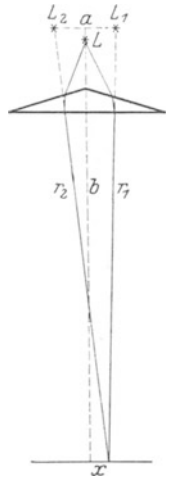


Abb. 410. FRESNELSches Doppelprisma.

Statt des Winkelspiegels benutzte FRESNEL auch ein Doppelprisma (Biprisma) von der in Abb. 410 dargestellten Form. Es bewirkt, wie man ohne nähere Erklärung sieht, daß das Licht der Lichtquelle  $L$  von den beiden Punkten  $L_1$  und  $L_2$  herzukommen scheint, liefert also, genau wie der Winkelspiegel, zwei kohärente Lichtquellen.

**485. FRAUNHOFERSche Interferenzen in einer planparallelen Platte.** Als besonders lehrreiches Beispiel soll hier der folgende Fall in allen Einzelheiten diskutiert werden. Abb. 411 stelle eine dünne, planparallele Schicht von Brechungsindex  $n$  dar, auf die von außen her (aus der Luft bzw. dem Vakuum) ein Bündel paralleler, kohärenter Strahlen falle, die wir uns als von einem Punkt einer unendlich fernen Lichtquelle herrührend denken können. Bei der Ausführung des Versuchs wird man die Lichtquelle in die Brennebene einer Konvexlinse bringen, aus der die von den einzelnen Punkten der Lichtquelle herkommenden Strahlen parallel austreten.

Es handelt sich hier also um eine FRAUNHOFERSche Interferenzerscheinung (§ 483). Die Dicke der Schicht sei  $d$ .

Fällt ein Strahl auf eine solche Platte, so wird von ihm ein gewisser Bruchteil an der Oberfläche reflektiert. Der Rest tritt unter Brechung in die Platte ein. An der anderen Oberfläche wird wieder ein Bruchteil ins Innere der Platte reflektiert, der Rest tritt unter Brechung aus. Der ins Innere reflektierte Anteil wird im Innern der Platte immer wieder hin- und herreflektiert, erfährt aber bei jeder Reflexion einen Verlust durch Austritt eines Teils seiner Energie nach außen (Abb. 411).

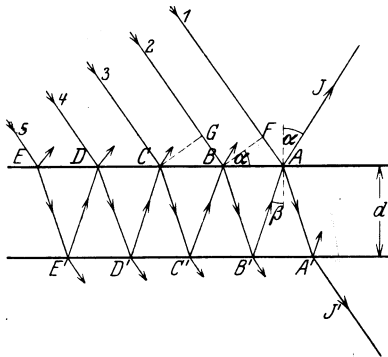


Abb. 411.  
Zur Interferenz in einer planparallelen Platte.

Wir betrachten jetzt den vom Punkte  $A$  ausgehenden Strahl  $J$ . Seine Energie setzt sich aus mehreren Anteilen zusammen. Erstens aus dem an der Oberfläche regulär reflektierten Anteil des Strahles 1. Zu diesem kommen noch die Anteile der Strahlen 2, 3, 4 usw. hinzu, die nach mehrfachen Reflexionen im Innern der Platte den Punkt  $A$  erreichen und dort austreten. Die in der Richtung des Strahles  $J$  auftretende Lichtintensität hängt von den Phasenbeziehungen der Anteile der Strahlen 1, 2, 3 usw., die bei  $A$  austreten, ab. Wir wollen zunächst nur die Anteile der Strahlen 1 und 2, ohne Rücksicht auf ihre Intensitäten, ins Auge fassen. Diese beiden Strahlen sind in der Ebene  $BF$  (Abb. 411) in gleicher Phase. Sie haben aber bis zum Punkte  $A$  verschiedene optische Wege zu durchlaufen, so daß in  $A$  und daher auch im Strahle  $J$  zwischen ihnen ein Gangunterschied (§ 483) auftreten wird, von dessen Größe es abhängt, ob sie sich im Strahle  $J$  gegenseitig verstärken oder schwächen. Die optische Weglänge des aus dem Strahl 1 stammenden Anteils von der Ebene  $BF$  bis  $A$  ist einfach gleich der Strecke  $FA$ , diejenige des Anteils des Strahles 2 gleich der Strecke  $BB' + B'A$ , multipliziert mit dem Brechungsindex  $n$  der Plattensubstanz (§ 453). Ferner ist aber folgendes zu beachten: Ein Strahl erleidet bei der Reflexion an einem optisch dichteren Medium einen Phasensprung um den Betrag  $\pi$ , also die gleiche Änderung seiner Phase, die er beim Durchlaufen eines Weges von der Länge  $\lambda/2$  erfahren würde. Die Phase des Anteils des Strahles 1 ist also gegenüber der Phase im Punkte  $F$  nach der Reflexion in  $A$  so verändert, als habe der Strahl nicht nur den Weg  $FA$ , sondern den Weg  $FA + \lambda/2$  durchlaufen. Bei der Reflexion an einem optisch dünneren Medium tritt ein solcher Phasensprung nicht auf.

Aus der Abb. 411 liest man leicht ab, daß  $AB = 2d \operatorname{tg} \beta$  und  $FA = AB \sin \alpha$ , so daß die optische Weglänge (zuzüglich des Phasensprungs) des aus dem Strahl 1 stammenden Anteils auf dem Wege  $FA$  gleich  $s_1 = 2d \sin \alpha \operatorname{tg} \beta + \frac{\lambda}{2}$  ist, oder da nach dem Brechungsgesetz (§ 452)  $\sin \alpha = n \sin \beta$ ,

$$s_1 = \frac{2nd \sin^2 \beta}{\cos \beta} + \frac{\lambda}{2}.$$

Wir gehen jetzt zu dem in  $J$  vorhandenen Anteil des Strahles 2 über. Seine geometrische Weglänge ist gleich  $BB' + B'A = 2d/\cos \beta$ , seine optische Weglänge auf dem Wege  $BA$  daher gleich

$$s_2 = \frac{2nd}{\cos \beta}.$$

Demnach beträgt die Differenz der optischen Weglängen dieser beiden Strahlanteile, wie man durch einfache Rechnung unter Berücksichtigung der Beziehung  $\sin \alpha = n \sin \beta$  findet,

$$\delta = s_2 - s_1 = 2 n d \cos \beta - \frac{\lambda}{2}.$$

Die beiden Strahlanteile verstärken oder schwächen sich maximal, je nachdem die Differenz  $\delta$  ihrer optischen Weglängen ein ganzes Vielfaches oder ein halbes ungeradzahliges Vielfaches der halben Wellenlänge des auffallenden Lichtes beträgt. Es ist also

$$\text{bei maximaler Verstärkung} \quad \delta = z \lambda$$

$$\text{bei maximaler Schwächung} \quad \delta = (z + \frac{1}{2}) \lambda,$$

wobei  $z$  eine positive ganze Zahl ist ( $z = 1, 2, 3$ , usw.). Wir erhalten also, wenn wir noch gemäß dem Brechungsgesetz  $n \cos \beta = \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}$  setzen

$$\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} = \begin{cases} \left(z + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2d} & (\text{maximale Verstärkung}) \\ z \frac{\lambda}{2d} & (\text{maximale Auslöschung}). \end{cases} \quad (3)$$

$$(z = 0, 1, 2 \dots)$$

Hieraus lassen sich die Einfallswinkel  $\alpha$  berechnen, bei denen einer dieser beiden Grenzfälle eintritt. Die zwischen diesen Werten von  $\alpha$  liegenden Einfallswinkel ergeben Übergänge zwischen diesen beiden Grenzfällen.

Wir betrachten nunmehr noch den Anteil des Strahles 3. Für den Gangunterschied, den er in  $A$  gegenüber dem Anteil des Strahles 2 hat, gelten genau die gleichen Überlegungen, die wir soeben bezüglich der Anteile der Strahlen 1 und 2 angestellt haben. Der Unterschied der geometrischen Wege ist in beiden Fällen genau der gleiche, und so würde auch der in  $A$  auftretende Gangunterschied dieser beiden Strahlanteile genau der gleiche sein, wie für die Strahlen 1 und 2, wenn nicht in diesem Falle der Phasensprung um  $\pi$  fortfiel, weil keiner der beiden Strahlanteile je am optisch dichteren Medium reflektiert wird. Hierdurch verschieben sich die Verhältnisse, wie man ohne weiteres sieht, derart, daß die Strahlen 2 und 3 sich bei denjenigen Einfallswinkeln  $\alpha$ , bei denen sich die Strahlen 1 und 2 gegenseitig maximal verstärken, gerade maximal schwächen, und umgekehrt. Eine wesentliche Änderung der oben betrachteten Verhältnisse tritt jedoch hierdurch nicht ein, denn in allen praktisch in Betracht kommenden Verhältnissen ist die Energie im Strahlenteil 2 von  $J$  sehr viel größer als die im Strahlenteil 3, so daß die Schwächung (bzw. Verstärkung) des Strahles 2 durch den Strahl 3 nur äußerst geringfügig ist. Betrachten wir noch die Wirkung der weiteren Strahlen 4, 5 usw., so zeigt eine einfache Überlegung, daß sich in dem Falle, daß der Anteil des Strahles 2 den Anteil des Strahles 1 maximal verstärkt, dies auch die Anteile der Strahlen 4, 6, 8 usw. tun, während die Anteile der Strahlen 3, 5, 7 usw. den Anteil des Strahles 1 in  $J$  schwächen. Bei denjenigen Einfallswinkeln  $\alpha$  aber, bei denen der Anteil des Strahles 2 den Anteil des Strahles 1 in  $J$  maximal schwächt, wirken auch die Anteile der Strahlen 3, 4, 5 usw. alle schwächend auf den Anteil des Strahles 1, unterstützen also die Interferenzwirkung des Strahles 2. Allerdings beruht die Hauptwirkung stets auf dem Anteil des Strahles 2, da die Intensitäten der verschiedenen Anteile sehr schnell abnehmen. Näheres über die Intensitätsfragen s. § 486.

Die in der Abb. 411 nicht gezeichneten, zwischen den Strahlen 1, 2, 3 usw. verlaufenden parallelen Strahlen, erzeugen in den übrigen Punkten der Ober-

fläche der planparallelen Platte entsprechende Erscheinungen. Es gehen also von der Platte parallel zu  $J$  Strahlen aus, in denen sich die einzelnen Anteile, aus denen sie entstehen, je nach der Größe des Einfallswinkels  $\alpha$  mehr oder weniger stark schwächen oder verstärken. Bringt man in den Weg dieser parallelen Strahlen eine Linse, so werden diese Strahlen in deren Brennpunkt vereinigt, und in diesem tritt Helligkeit oder Dunkelheit auf, je nachdem die Bedingungen für Verstärkung oder Schwächung erfüllt sind. Das gleiche erkennt man durch Beobachtung mit dem Auge. Kommt das Licht von einer ausgedehnten Lichtquelle, deren Strahlen vor dem Einfall durch eine Linse parallel gemacht sind, so fallen die von den einzelnen Punkten dieser Lichtquelle herkommenden parallelen Strahlen unter verschiedenen Einfallswinkeln auf die Platte. Das von der zweiten Linse entworfene Bild der Lichtquelle ist dann von hellen und dunklen Streifen durchzogen. Jeder Streifen entspricht Strahlen, die unter dem gleichen Einfallswinkel auf die Platte fielen. Man spricht daher in diesem Falle von Interferenzen gleicher Neigung.

Ist das von der Lichtquelle kommende Licht nicht einfarbig, sondern enthält Licht verschiedener Wellenlängen, so ergeben sich auch für die einzelnen Farben verschiedene Einfallswinkel  $\alpha$  für maximale Verstärkung und Auslöschung. Benutzen wir z. B. weißes Licht, das Strahlen aller Wellenlängen enthält, so sind in einer bestimmten Richtung jeweils nur bestimmte Wellenlängen maximal ausgelöscht bzw. maximal verstärkt. Daß dies in der gleichen Richtung für mehr als eine Wellenlänge eintreten kann, rührt daher, daß ja die Zahl  $z$  jeden beliebigen ganzzahligen Wert annehmen kann, bzw. daß durch den Betrag von  $\alpha$  noch nicht die maximal verstärkte oder geschwächte Wellenlänge  $\lambda$ , sondern die Größe  $(z + \frac{1}{2})\lambda/d$  (maximale Verstärkung), bzw.  $z\lambda/d$  (maximale Schwächung) gegeben ist. Daraus ergibt sich für jeden Wert von  $z$  (der Ordnungszahl der Interferenz) ein anderer Wert von  $\lambda$ . Nun kann man aus Gl. 3 leicht herleiten, daß  $z$  einen gewissen Betrag nicht unterschreiten kann, und daß es in allen praktisch vorkommenden Fällen mindestens von der Größenordnung von  $d/\lambda$  ist. Ist also die Dicke der Platte groß gegen die vorkommenden Wellenlängen, so ist  $z$  auch groß, und diejenigen Wellenlängen, die bei einem bestimmten Einfallswinkel  $\alpha$  maximal geschwächt werden, sind einander sehr nahe benachbart, z. B. im Falle, daß der Mindestwert von  $z$  etwa gleich 1000 sei. Dann ergeben sich, wenn wir  $z = 1000, 1001, 1002$  usw. setzen, bei gegebenen  $d$  und  $\alpha$  Werte von  $\lambda$ , die sich nur sehr wenig unterscheiden. Ebenso ergibt sich auch, daß für die gleiche Wellenlänge benachbarte Winkel maximaler Auslöschung nur äußerst wenig voneinander verschieden sind, so daß der kleine Winkelunterschied eine Auflösung durch das Auge nicht mehr zuläßt (§ 466). In diesem Falle werden also die Interferenzstreifen vom Auge nicht mehr aufgelöst, und eine flächenhafte, überall gleichmäßig leuchtende Lichtquelle erscheint dem Auge auch im reflektierten Lichte gleichmäßig leuchtend. Deshalb treten Interferenzstreifen in diesem Falle bei einer gegen die Wellenlänge des Lichtes großen Plattendicke, also z. B. bei gewöhnlichem Glase, nicht auf, sondern nur dann, wenn die Dicke so gering ist, daß sie mit der Wellenlänge des Lichtes vergleichbar ist.

Wird eine solche sehr dünne Schicht von weißem Licht beleuchtet, so fallen in jeder Richtung gewisse Wellenlängen (Farben) durch Interferenz aus. Betrachtet man einen Punkt der Oberfläche einer solchen Schicht, so fehlen diese Farben in dem von dort reflektierten Licht. Dieses zeigt daher durch Mischung des nicht ausgelöschten Restes, der vom weißen Licht nach Ausfall des ausgelöschten Anteils übrigbleibt, die Komplementärfarbe des ausgelöschten Anteils. Da man die einzelnen Punkte der Fläche einer solchen Schicht unter verschiedenen Winkeln sieht, so wechselt die Wellenlänge der ausgelöschten Farbe und damit die Farbe

des ins Auge gelangenden Lichtes von Ort zu Ort. Die Schicht schillert in allen möglichen Farben (Farben dünner Blättchen). Das bekannteste Beispiel dieser Art sind die Seifenblasen. Auch die schillernden Farben von Ölschichten und von dünnen Oxydschichten auf Metallen (Anlauf Farben) haben den gleichen Ursprung.

Besondere Erscheinungen treten bei ganz geringen Schichtdicken auf. Ist die Dicke  $d$  merklich kleiner als die Wellenlänge  $\lambda$ , so wird der Gangunterschied  $\delta$  der interferierenden Strahlenteile nur noch so gut wie ausschließlich durch den Phasensprung des einen direkt reflektierten Strahls um  $\lambda/2$  (s. oben) bewirkt, und ist vom Einfallswinkel praktisch unabhängig. In diesem Falle besteht also stets ein Gangunterschied  $\lambda/2$ , und es erfolgt stets und unabhängig von Einfallrichtung und Farbe Auslöschung. Daher verschwindet die Interferenzerscheinung, auch die Farbe dünner Blättchen, bei Schichtdicken, die die Wellenlänge des Lichtes merklich unterschreiten.

Man kann diese Erscheinung sehr schön an Seifenlamellen beobachten. Erzeugt man in einem Drahtrahmen eine vertikalstehende Seifenlamelle, so wird sie unter der Wirkung der Schwere allmählich oben immer dünner. Das zeigt sich zuerst daran, daß die farbigen Streifen dort einen immer breiter werdenden Abstand bekommen. Schließlich aber verschwinden die Farben, und die Lamelle erscheint farblos (sog. schwarzer Fleck).

Bisher haben wir nur das von einer dünnen Schicht reflektierte Licht auf Interferenzerscheinungen untersucht. Wir gehen nunmehr zu denjenigen Anteilen der Strahlen 1, 2, 3 usw. über, die im Punkte  $A'$  (Abb. 411) aus der Platte austreten. Auf Grund der vorstehenden Überlegungen können wir die im Strahl  $J'$  herrschenden Verhältnisse leicht ohne weitere Rechnung ermitteln. Der Strahl  $J'$  setzt sich aus Anteilen aller Strahlen 1, 2, 3 usw. zusammen, und zwar aus solchen, die mehr oder weniger häufig im Innern der Platte reflektiert worden sind. Es ist ohne weiteres einleuchtend, daß der optische Wegunterschied der von je zwei benachbarten einfallenden Strahlen herrührenden Anteile im Punkte  $A'$  genau ebenso groß ist, wie bei zwei benachbarten Strahlen im reflektierten Strahl  $J$ , abgesehen von den beiden Strahlanteilen 1 und 2. Denn bei dem reflektierten Strahlanteil 1 ist eine Reflexion am optisch dichteren Medium im Spiel. Eine solche findet aber bei den durch die Platte hindurchtretenden Anteilen nirgends statt. Die Strahlanteile, die den austretenden Strahl  $J'$  bilden, verhalten sich also so zueinander wie die Strahlanteile, die den Strahl  $J$  bilden, unter Fortlassung des reflektierten Strahls 1. Nun haben wir oben gesehen, daß sich im Falle maximaler Verstärkung in der Reflexion die Strahlen 2, 3, 4 usw. paarweise schwächen, indem sich zwar die geradzahligen Strahlanteile in  $J$  gegenseitig verstärken, und ebenso die ungeradzahligen — vom Strahlanteil 1 abgesehen — diese beiden Gruppen sich aber gegenseitig schwächen. Das gleiche muß also in diesem Falle auch im durchgelassenen Strahl der Fall sein. Haben wir demnach maximale Verstärkung im reflektierten Strahl, so haben wir gerade maximale Schwächung im durchgehenden Strahl. Tritt aber im reflektierten Strahl  $J$  maximale Schwächung ein, so wirken, wie wir oben gesehen haben, die Strahlen 2, 3, 4 usw. sämtlich gleichsinnig und schwächen alle den Strahlanteil 1. Im durchgehenden Anteil wirken deshalb jetzt alle Strahlanteile gleichsinnig, d. h. sie verstärken sich maximal. Daraus folgt, daß die Lichtwirkung im durchgehenden Strahl bei denjenigen Einfallswinkeln ein Maximum hat, bei denen sie im reflektierten Strahl ein Minimum hat, und umgekehrt. Diese Tatsache könnte an sich schon daraus gefolgert werden, daß die einfallende Energie doch restlos wieder aus der Platte austreten muß, da nirgends Lichtenergie verlorengeht. Je weniger Licht also im reflektierten Anteil enthalten ist, um so mehr Licht muß im durch-

gehenden Anteil enthalten sein. Über die Intensitätsverhältnisse im durchgehenden Licht s. § 486.

Bezüglich der bei Verwendung von nicht monochromatischem Licht, insbesondere weißem Licht, auftretenden Farberscheinungen und des Einflusses der Plattendicke lassen sich für das durchgehende Licht ganz entsprechende Überlegungen anstellen, wie oben für das reflektierte Licht. Insbesondere gilt, daß Farberscheinungen bei Verwendung weißen Lichtes nur bei sehr dünnen Platten auftreten.

Bei den vorstehenden Überlegungen war vorausgesetzt worden, daß die betrachtete Platte einen höheren Brechungsindex als ihre Umgebung hat. Prinzipiell ändert sich nichts, wenn es sich um eine planparallele Schicht einer Substanz handelt, die in ein Medium von höherem Brechungsindex eingebettet ist. Dieser Fall liegt z. B. bei einer Luftschicht vor, die von zwei parallelen, ebenen Glasflächen begrenzt wird. Wie man leicht feststellen kann, tritt in diesem Falle in Gl. 3 an die Stelle von  $n$  der reziproke Wert  $1/n$ , wobei  $n$  jetzt den Brechungsindex des die Luftschicht begrenzenden Glases bedeutet. Die Abb. 411 wäre dahin abzuändern, daß die Strahlen beim Eintritt in die Luftschicht vom Einfallslot weggebrochen, beim Austritt zum Einfallslot hingebrochen werden. Alle Folgerungen bleiben erhalten.

#### 486. Intensitätsverhältnisse bei der Interferenz in planparallelen Platten.

Wir wollen nunmehr die Intensitäten in den Strahlen  $J$  und  $J'$  berechnen und diese Intensitäten ebenfalls mit den Buchstaben  $J$  und  $J'$  bezeichnen. Die einfallenden Strahlen 1, 2, 3 usw. sollen alle die gleiche Intensität  $J_0$  haben. Wir bezeichnen denjenigen Bruchteil eines Strahles, der jeweils an einer der Grenzflächen reflektiert wird, mit  $q$ . Dieser Bruchteil ist für beide Grenzflächen gleich groß. Der durch die Fläche hindurchtretende Bruchteil beträgt alsdann  $1 - q$ . Betrachten wir als Beispiel den Strahl 2. Seine Intensität beträgt ursprünglich  $J_0$ . Im Punkte  $B$  geht durch Reflexion in Richtung des kurzen Pfeils (Abb. 411) die Intensität  $J_0 q$  verloren. Der in die Platte eintretende Strahlanteil hat nur noch die Intensität  $J_0(1 - q)$ . Er erfährt bei der Reflexion bei  $B'$  erneut eine Schwächung auf den Bruchteil  $q$  und hat daher auf dem Wege  $B'A$  nur noch die Intensität  $J_0(1 - q)q$ . Bei  $A$  tritt eine erneute Schwächung dieses Anteils ein, da von ihm nur der Bruchteil  $1 - q$  austritt. Im Strahl  $J$  ist daher von dem Strahl 2 nur noch der Betrag  $J_0(1 - q)^2 q$  von der ursprünglichen Intensität  $J_0$  übriggeblieben. In entsprechender Weise findet man leicht die Intensitäten, mit denen die einzelnen, aus den Strahlen 1, 2, 3 usw. stammenden Anteile in die Strahlen  $J$  und  $J'$  eintreten. Wir wollen sie mit  $J_1, J_2, J_3$  usw.  $J'_1, J'_2, J'_3$  bezeichnen. Es ergibt sich dann:

$$\begin{aligned} J_1 &= J_0 q, & J_2 &= J_0(1 - q)^2 q, & J_3 &= J_0(1 - q)^2 q^3, & J_4 &= J_0(1 - q)^2 q^5 \text{ usw.} \\ J'_1 &= J_0(1 - q)^2, & J'_2 &= J_0(1 - q)^2 q^2, & J'_3 &= J_0(1 - q)^2 q^4, & J'_4 &= J_0(1 - q)^2 q^6 \text{ usw.} \end{aligned} \quad (4)$$

Nun folgt, wie hier nicht bewiesen werden kann, aus der elektromagnetischen Theorie des Lichtes, daß man in dem hier vorliegenden Falle der Kohärenz die Intensität der Strahlen  $J$  und  $J'$  nicht durch Addition der Intensitäten der Strahlen 1, 2, 3 usw. erhält, sondern man muß die Wurzeln aus den Einzelintensitäten bilden und diesen Wurzeln je nachdem ob sie den stärksten vorhandenen Strahlanteil verstärken oder schwächen, positives oder negatives Vorzeichen geben. Als dann erhält man die resultierende Intensität, indem man die Summe dieser Wurzeln quadriert. Hiernach ergeben sich die Intensitäten  $J$  und  $J'$  folgendermaßen. (Dabei nehmen wir jetzt die Zahl der einfallenden Strahlen als unendlich groß an.)

I. Maximale Verstärkung im reflektierten Strahl. Wie in § 485 ausgeführt, verstärken die Strahlanteile 2, 4, 6 usw. den Strahlanteil  $r$  in  $J$ , die Strahlanteile 3, 5, 7 usw. schwächen ihn. Es ist demnach

$$\begin{aligned} J &= (\sqrt{J_1} + \sqrt{J_2} - \sqrt{J_3} + \sqrt{J_4} - \sqrt{J_5} + \dots)^2 \\ &= J_0 \varrho [1 + (1 - \varrho)(1 - \varrho + \varrho^2 - \varrho^3 + \dots)]^2 = J_0 \frac{4\varrho}{(1 + \varrho)^2}. \end{aligned}$$

Im Strahl  $J'$  verstärken sich die Strahlanteile 1, 3, 5 usw. und 2, 4, 6 usw. unter sich, aber diese beiden Gruppen wirken einander entgegen, daher ist

$$\begin{aligned} J' &= (\sqrt{J_1'} - \sqrt{J_2'} + \sqrt{J_3'} - \sqrt{J_4'} + \dots)^2 \\ &= J_0 (1 - \varrho)^2 (1 - \varrho + \varrho^2 - \varrho^3 + \dots)^2 = J_0 \left(\frac{1 - \varrho}{1 + \varrho}\right)^2. \end{aligned}$$

Man stellt leicht fest, daß  $J + J' = J_0$  ist. Das ist auch zu erwarten, da keine Energie verlorengeht, und da, wenn wir alle von der Platte ausgehenden Strahlen berücksichtigen, auf jeden einfallenden Strahl je ein reflektierter und ein durchgehender Strahl entfällt.

II. Maximale Schwächung im reflektierten Strahl. Hier wirken, wie in § 485 ausgeführt, in  $J$  die Strahlanteile 2, 3, 4 usw. sämtlich dem Strahlanteil  $r$  entgegen. Daher ist jetzt

$$\begin{aligned} J &= (\sqrt{J_1} - \sqrt{J_2} - \sqrt{J_3} - \sqrt{J_4} - \dots)^2 \\ &= J_0 \varrho [1 - (1 - \varrho)(1 + \varrho + \varrho^2 + \varrho^3 + \dots)]^2 = 0. \end{aligned}$$

Im Strahl  $J'$  wirken alle Strahlanteile gleichsinnig und es ergibt sich

$$\begin{aligned} J' &= (\sqrt{J_1'} + \sqrt{J_2'} + \sqrt{J_3'} + \sqrt{J_4'} + \dots)^2 \\ &= J_0 (1 - \varrho)^2 (1 + \varrho + \varrho^2 + \varrho^3 + \dots)^2 = J_0. \end{aligned}$$

Es tritt also in diesem Falle vollkommene Auslöschung in der Reflexion ein, und die gesamte einfallende Intensität findet sich im durchgehenden Licht wieder. Man sieht aus den vorstehenden Gleichungen, daß die reflektierte Intensität je nach dem Einfallswinkel zwischen den Bruchteilen  $4\varrho/(1 - \varrho)^2$  und 0 der einfallenden Intensität  $J_0$  schwankt. Der relative Intensitätsunterschied ist also in diesen Fällen sehr groß, genau gesagt unendlich groß. Im durchgehenden Licht hingegen verhalten sich die Intensitäten in den beiden Extremfällen wie  $\left(\frac{1 - \varrho}{1 + \varrho}\right)^2$ .

Nun ist  $\varrho$  in den meisten praktisch in Frage stehenden Fällen eine sehr kleine Zahl, z. B. für Glas etwa gleich 0,025. Demnach schwankt  $J$  etwa zwischen den Intensitäten 0 und  $0,1 \cdot J_0$ ,  $J'$  zwischen den Intensitäten  $0,9 \cdot J_0$  und  $J_0$ . Gegenüber dem Wechsel zwischen Helligkeit und vollständiger Dunkelheit im reflektierten Lichte zeigt also das durchgehende Licht in dem gedachten Falle nur eine maximale Schwankung um etwa 10%. Die Interferenzerscheinung ist daher im reflektierten Licht weit stärker ausgeprägt als im durchgehenden Lichte. Das ist z. B. bei einer Seifenlamelle zu sehen. Sie zeigt ihre schillernden Farben nur im reflektierten Lichte deutlich. Im durchgehenden Lichte erscheint sie nahezu farblos.

Wie man aus den Ausdrücken der Gl. 4 erkennt, ist bei kleinen Werten von  $\varrho$  der Strahl  $J_2$  der einzige, dessen Intensität von der gleichen Größenordnung ist, wie die des Strahls  $J_1$ . Es ist daher auch ganz überwiegend der Strahl  $J_2$ , der durch sein Zusammenwirken mit dem Strahl  $J_1$  die betrachteten Interferenzerscheinungen bewirkt. Aus diesem Grunde kann man sich im allgemeinen

bei der Betrachtung derartiger Erscheinungen mit diesen beiden Strahlen begnügen und das Vorhandensein der weiteren schwachen Strahlenteile vernachlässigen.

**487. FRESNELSche Interferenzen an einer planparallelen Platte.** Wir betrachten nunmehr den Fall, daß die Lichtquelle in endlicher Entfernung von einer planparallelen Platte liegt, die von ihren einzelnen Punkten herkommenden Strahlen also divergent auf die Platte fallen. Die hierbei auftretenden Erscheinungen sind von denjenigen im parallel einfallenden Licht prinzipiell verschieden.  $L$  sei eine punktförmige Lichtquelle, bzw. ein Punkt einer ausgedehnten Lichtquelle (Abb. 412). Wir wollen nun das von einem Punkte  $A$  der oberen Fläche

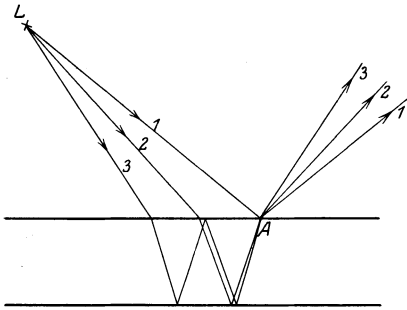


Abb. 412. FRESNELSche Interferenzen an einer planparallelen Platte.

der Platte ausgehende, von  $L$  herrührende Licht betrachten. Wir sehen, daß in dem von  $A$  ausgehenden Licht Anteile ganz bestimmter Strahlen 1, 2, 3 usw. enthalten sind, die infolge von Reflexion bzw. Brechung im Innern der Platte auf dem Wege von  $L$  nach  $A$  verschieden lange optische Wege zurückgelegt haben, also Gangunterschiede besitzen, ähnlich wie wir dies bei dem Fall parallelen Lichtes besprochen haben. Aber diese Strahlenteile vereinigen sich nicht wie im letzteren Fall zu einem einzigen Strahl, sondern bilden ein Strahlenbündel von endlicher Öffnung.

Blicken wir auf den Punkt  $A$ , so vereinigen sich diese Strahlen auf der Netzhaut zu einem Bilde des Punktes  $A$ , und dieses Bild erscheint hell oder dunkel je nach den Phasenbeziehungen (Gangunterschieden) in den von  $A$  ausgehenden Anteilen der Strahlen 1, 2, 3 usw. Im Punkte  $A$ , in dem sich die betrachteten Strahlen schneiden, findet tatsächlich Interferenz statt, genau wie bei den sich schneidenden Strahlen im Falle des FRESNELSchen Spiegelversuchs (§ 484). Aus dem am Schluß von § 486 angegebenen Grunde genügt es, wenn wir nur die Wirkung der Strahlen 1 und 2 betrachten. Solange die Entfernung der Lichtquelle groß bleibt gegen die Dicke der Platte, ergeben sich dann für die in  $A$  auftretende Interferenzerscheinung genau die gleichen Bedingungen wie bei parallelem einfallendem Licht im reflektierten Strahl (§ 485, Gl. 3).

Handelt es sich um eine ausgedehnte Lichtquelle, so wird bei gegebener Stellung des betrachtenden Auges das von ihren einzelnen Punkten herrührende Licht unter verschiedenen Einfallswinkeln  $\alpha$  auf die Platte fallen. Betrachtet man daher die Platte, so wechseln auf ihr Stellen, an denen das auffallende Licht durch Interferenz ausgelöscht wird, mit solchen ab, an denen Verstärkung stattfindet, je nach dem für die betreffende Stelle durch die gegenseitige Stellung der Lichtquelle, des Auges und der Platte gegebenen Winkel  $\alpha$ .

Der bei einer solchen Interferenzerscheinung erzeugte Sinneseindruck ist ein doppelter. Richtet man die Aufmerksamkeit auf die Lichtquelle selbst, indem man auf ihr Spiegelbild in der Platte akkommodiert, so sieht man dieses Spiegelbild an der durch das Reflexionsgesetz bestimmten Stelle hinter der Platte, aber im Falle einer monochromatischen Lichtquelle durchzogen mit dunklen Streifen. Diese jedoch liegen nicht am Ort der Lichtquelle, sondern in der Platte, denn der Ort, an dem die Interferenz stattfindet, von dem aus die interferierenden Strahlen in unser Auge divergieren, liegt ja in der Plattenoberfläche. Daß die Interferenzerscheinung tatsächlich in der Platte selbst liegt, erkennt man am deutlichsten daran, daß man auf sie bei zu kleiner Augenentfer-



nung nicht mehr akkommodieren kann, während man das Spiegelbild der entfernteren Lichtquelle noch deutlich sieht.

Bei nicht monochromatischen Lichtquellen, insbesondere bei weißem Licht, ergeben sich wieder Farberscheinungen, die denjenigen, die in § 485 besprochen wurden, ganz äquivalent sind.

**488. Interferenzen an keilförmigen Schichten (NEWTONSche Ringe).** Auf eine schwach keilförmige, von zwei ebenen Flächen begrenzte dünne Schicht einer brechenden Substanz falle paralleles Licht (Abb. 413). Wir betrachten einen Punkt  $A$  an der Oberfläche dieser Schicht. Sehen wir von Strahlen, die mehr als eine Reflexion im Innern der Schicht erlitten haben, ab (vgl. die Bemerkung am Schlusse von § 486), so treten bei  $A$  nur Anteile von zwei ganz bestimmten Strahlen 1 und 2 des einfallenden Strahlenbündels aus, nämlich ein direkt reflektierter Anteil von 1 und ein zweimal gebrochener und einmal im Innern reflektierter Anteil des Strahles 2. Wegen der Keilform der Schicht verlaufen diese beiden Strahlanteile nicht, wie im Fall der planparallelen Schicht und parallelen einfallenden Lichtes in der gleichen Richtung, sondern divergieren von  $A$  aus. Es treten also im reflektierten Licht Erscheinungen auf, die denen bei einer planparallelen Platte bei endlicher Entfernung der Lichtquelle gleichen (§ 487). Man sieht, daß die beiden Strahlen im Punkte  $A$  interferieren und einander je nach ihren Phasenbeziehungen (ihrem Gangunterschied) gegenseitig verstärken oder schwächen. Der Ort der Interferenzerscheinung liegt also in der Schichtoberfläche.

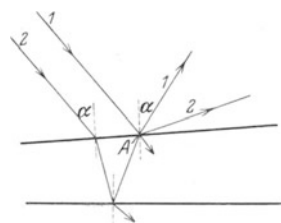


Abb. 413. Zur Interferenz in einer keilförmigen Schicht.

Bei geringer Dicke des Keils und kleinem Keilwinkel gelten auch hier für das Auftreten von Helligkeit oder Dunkelheit im Punkt  $A$  die gleichen Bedingungen wie bei einer Planplatte (Gl. 3, § 485). Da nun die Dicke  $d$  der Schicht von Ort zu Ort variiert, so ändert sich auch von Ort zu Ort der Gangunterschied der miteinander interferierenden Strahlen. Man erblickt bei parallelem, monochromatischem einfallendem Licht ein System von hellen und dunklen Streifen. Diese sind um so weiter voneinander entfernt, d. h. um so breiter, je kleiner der Keilwinkel ist. Jeder Streifen entspricht gleicher Dicke des Keils an den Stellen, wo der Streifen zu sehen ist. Man spricht deshalb in diesem Falle von Interferenzen gleicher Dicke.

Ein besonderer Fall derartiger Interferenzen liegt bei den sog. NEWTONSchen Farbenringen vor, der ältesten bekannten optischen Interferenzerscheinung (1665 von HOOKE entdeckt, 1676 von NEWTON genauer untersucht). Sie entstehen, wenn man Licht auf eine Luftschicht fallen läßt, die sich zwischen einer ebenen Glasplatte und einer scharf auf diese gepreßten, schwach gekrümmten Linse befindet. Die einzelnen Segmente dieser Luftschicht kann man nahezu als keilförmig ansehen. Man sieht dann bei Verwendung monochromatischen Lichtes helle und dunkle Kreise, deren Mittelpunkt im Berührungspunkt

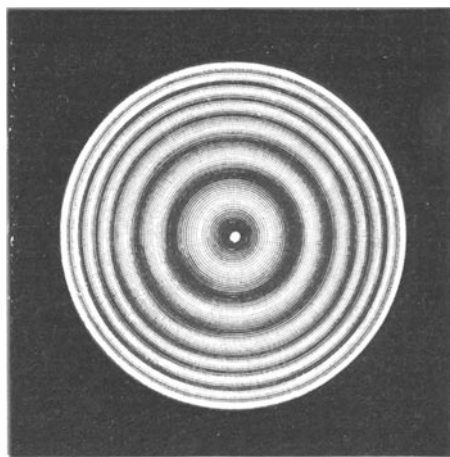


Abb. 414. NEWTONSche Ringe.

man nahezu als keilförmig ansehen. Man sieht dann bei Verwendung monochromatischen Lichtes helle und dunkle Kreise, deren Mittelpunkt im Berührungspunkt

punkt von Platte und Linse liegt. Bei ausreichend enger Berührung erscheint in der nächsten Umgebung der Berührungsstelle wegen extrem kleiner Dicke der Luftschicht der „schwarze Fleck“ (§ 485). Die Breite der hellen und dunklen Kreise nimmt von innen nach außen immer mehr ab wegen der zunehmenden Dicke der Luftschicht (Abb. 414).

Bei Verwendung von weißem Licht treten farbige Interferenzkreise auf. Die Farben rühren, wie bei den Seifenblasen (§ 485), davon her, daß an jeder Stelle bestimmte Wellenlängen durch Interferenz ausgelöst werden, so daß durch Ausfall der betreffenden Farben an Stelle von Weiß die zugehörige Komplementärfarbe entsteht.

**489. Interferometer.** Ein Interferometer (auch Interferenzrefraktor genannt) beruht auf der Interferenz kohärenter Lichtstrahlen. Es kann u. a. dazu dienen, sehr kleine Unterschiede oder Änderungen im Brechungsindex von Substanzen zu messen. Es besteht in der Hauptsache aus zwei sehr gut planparallelen Glasplatten  $P_1$  und  $P_2$ , welche um einen außerordentlich kleinen und

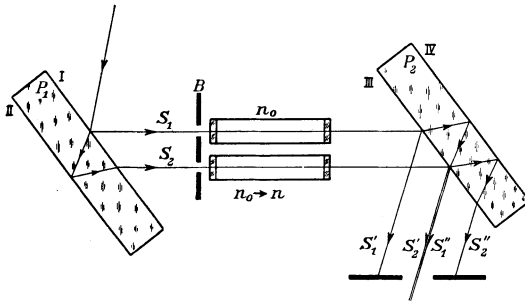


Abb. 415. Interferometer nach JAMIN.

deshalb in der Abb. 415 nicht angedeuteten Winkel gegeneinander geneigt sind. Der auf die Oberfläche I von  $P_1$  fallende Strahl spaltet sich in einen reflektierten und einen gebrochenen Anteil  $S_1$  und  $S_2$ , welche in ihrem weiteren aus der Abbildung ersichtlichen Verlauf in gleicher Weise an der Oberfläche III der Platte  $P_2$  noch einmal zerlegt werden. So entstehen aus dem einen einfallenden Strahl vier kohärente Strahlen, von denen  $S_1'$  und  $S_2''$  abgeblendet werden. Die beiden durch die Austrittsblende austretenden Strahlen  $S_2'$  und  $S_1''$  würden zusammenfallen und hätten seit der ersten Spaltung gleich lange optische Wege durchlaufen (von den übrigen Teilen der Apparatur zunächst abgesehen), wenn die Platten keinerlei Neigung gegeneinander hätten. Die kleine vorhandene Neigung bewirkt, daß ihre optischen Wege ein wenig verschieden lang sind, und daß sie selbst ein wenig gegeneinander geneigt verlaufen, genau wie die von den beiden sekundären Lichtquellen beim FRESNELSchen Spiegelversuch (§ 484) herkommenden Strahlen. Infolgedessen entsteht in der Blende ein System von Interferenzstreifen, genau wie bei jenem Versuch. Die Lage der Interferenzstreifen ist von der Differenz der optischen Weglängen abhängig. Bringt man nun in den Weg der beiden Strahlen  $S_1$  und  $S_2$  je eine Röhre, die gleich lang und zunächst mit der gleichen Substanz (Brechungsindex  $n_0$ ) gefüllt seien, z. B. Luft, so ändert sich bei gleicher Röhrenlänge an der Differenz der optischen Weglängen, also auch an der Interferenzerscheinung, nichts. Ändert man aber jetzt den Brechungsindex in der einen der beiden Röhren allmählich von  $n_0$  auf  $n$ , etwa durch Veränderung des Druckes, so ändert sich die Differenz der optischen Weglängen, und dies hat zur Folge, daß sich die Interferenzstreifen verschieben. Aus der Größe dieser Verschiebung kann man die Änderung des Brechungsindex berechnen.

Ändert man auf irgendeine andere Weise die Lichtgeschwindigkeit in der einen der beiden Röhren, so wirkt dies genau wie eine Änderung des Brechungsindex, bzw. der optischen Weglänge. Das kann z. B. so geschehen, daß man in beide Röhren die gleiche Flüssigkeit bringt, die aber in der einen ruht, in der andern längs des Rohres strömt. Es ist plausibel, daß das Licht das Rohr

schneller durchläuft, wenn die Strömung in der Richtung der Lichtfortpflanzung erfolgt, langsamer, wenn das Umgekehrte der Fall ist. Die Strömung sollte also im ersten Falle die optische Weglänge verkürzen, im zweiten verlängern. Die Größe dieser sog. Mitführung des Lichts kann demnach mit dem Interferometer gemessen werden. Der von FRESNEL experimentell gefundene sog. Mitführungskoeffizient hat seine quantitative Deutung erst durch die Relativitätstheorie gefunden und bildet eine der wichtigsten Stützen dieser Theorie. Hier sei vorläufig nur erwähnt, daß die Geschwindigkeit des Lichts relativ zum umgebenden Raum nicht, wie man erwarten sollte, gleich der algebraischen Summe der Strömungs- und der Lichtgeschwindigkeit ist, sondern kleiner als diese Summe.

**490. Das HUYGENSSche Prinzip in der Optik. Beugung des Lichtes.** Das im § 154 erläuterte HUYGENSSche Prinzip findet für die Lichtwellen genau die gleiche Anwendung wie für andere Wellen. Es besagt in diesem Falle also, daß man einen von Licht getroffenen Punkt im Raum als Ausgangspunkt einer von ihm rings in den Raum gehenden Lichtstrahlung betrachten kann. Breitet sich Licht aus, ohne auf Körper zu treffen, oder sind die in den Weg des Lichts tretenden Körper oder Öffnungen in solchen groß gegen die Wellenlänge des Lichts, so zeigt die theoretische Untersuchung, daß sich aus dem HUYGENSSchen Prinzip die geradlinige Fortpflanzung des Lichts ergibt, indem das in allen anderen Richtungen von einem Raumpunkt ausgehende Licht durch Interferenz mit Licht, das von anderen Raumpunkten ausgeht, ausgelöscht wird und nur das der geradlinigen Fortpflanzung entsprechende Licht übrigbleibt. Zur Hervorrufung von Beugungserscheinungen (§ 155) muß man daher Körper oder Öffnungen verwenden, deren Dimensionen mit der Wellenlänge des Lichts vergleichbar sind. Man unterscheidet je nach der Lage der Lichtquelle FRESNELSche und FRAUNHOFERSche Beugungserscheinungen (§ 483).

**491. FRESNELSche Beugungserscheinungen.** Eine als punktförmig gedachte Lichtquelle  $L$  befinde sich in einigem Abstände von einem Schirm  $S$ , in der sich eine kleine, z. B. kreisförmige Öffnung befindet (Abb. 416), deren Durchmesser nicht groß gegen die Wellenlänge des von  $L$  ausgehenden Lichtes sei. Nach dem HUYGENSSchen Prinzip wird diese Öffnung zu einer Lichtquelle, von der aus nach allen Richtungen Licht ausgeht. Sie unterscheidet sich aber von einer selbstleuchtenden Fläche dadurch, daß die von ihren sämtlichen Punkten ausgehenden Lichtstrahlen wegen ihres Ursprunges von der gleichen punktförmigen Lichtquelle

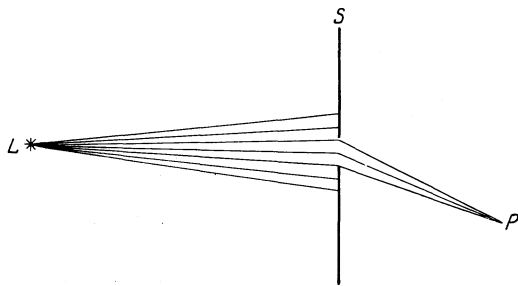


Abb. 416. FRESNELSche Beugungserscheinung.

$L$  unter sich kohärent, also interferenzfähig sind. Wir betrachten einen beliebigen Punkt  $P$  in dem Raum hinter der beugenden Öffnung. In ihm schneiden sich Strahlen, welche von allen einzelnen Punkten der Öffnung herkommen und die auf ihrem Wege von  $L$  über die Öffnung nach  $P$  verschieden lange Wege durchlaufen, also Gangunterschiede gegeneinander gewonnen haben. Die Lichtwirkung in  $P$  hängt davon ab, ob diese einzelnen Strahlen sich auf Grund ihrer Gangunterschiede im Durchschnitt gegenseitig verstärken oder schwächen, und zwar wird sich dies von Ort zu Ort anders verhalten, je nach der Lage des Punktes  $P$ . Im Raume hinter der Öffnung wird beim Fortschreiten in einer bestimmten Richtung, z. B. in einer zu  $S$  parallelen Ebene, die Helligkeit periodisch schwanken

Diese Erscheinung wird am besten sichtbar gemacht, indem man die Lichtquelle zunächst durch eine Linse  $L$  auf einen Schirm  $S'$  scharf abbildet und dann die beugende Öffnung zwischen Lichtquelle und Linse bringt (Abb. 417). Zur praktischen Ausführung des Versuchs verwendet man als Lichtquelle am besten einen engen Spalt, der z. B. von einer Bogenlampe beleuchtet wird, und als

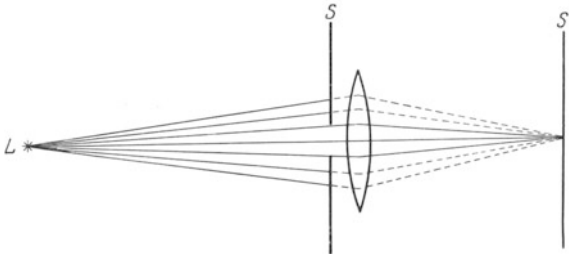


Abb. 417. Erzeugung FRESNELScher Beugungserscheinungen.

einem zum ersten parallelen Spalt. Man sieht dann nach Anbringung des zweiten Spaltes auf dem Schirm  $S'$  kein scharfes Bild des ersten Spaltes mehr, sondern eine mehr oder minder verwaschene Lichterscheinung von zueinander parallelen Streifen, deren Helligkeit von der Mitte aus nach beiden Seiten abfällt. Sendet die Lichtquelle monochromatisches Licht aus, so wechselt im Beugungsbild hell und dunkel. Sendet sie weißes Licht aus, so erblickt man Streifen in wechselnden Farben, die, wie z. B. bei den Farben dünner Blättchen (§ 485), dadurch entstehen, daß an jeder Stelle ein bestimmter Farbanteil durch Interferenz maximal geschwächt wird, so daß die dazugehörige Komplementärfarbe auftritt.

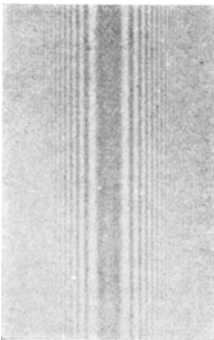


Abb. 418. Beugung an einem Pferdehaar.

Ganz entsprechende Erscheinungen zeigen sich, wenn man an Stelle des Spaltes ein ganz schmales Hindernis in den Weg des Lichtes bringt. Dieses wirft dann keinen scharfen Schatten, sondern es zeigt sich wieder eine verwaschene, aus hellen und dunklen (bzw. farbigen) Streifen bestehende Lichterscheinung (Abb. 418).

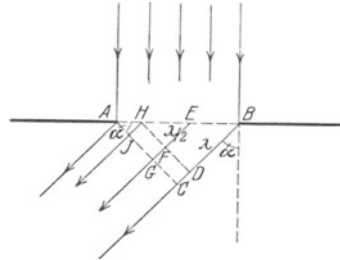


Abb. 419. Erzeugung von FRAUNHOFER'schen Beugungserscheinungen.

#### 492. FRAUNHOFERSche

#### Beugungserscheinungen.

Die Verhältnisse bei der Beugung gestalten sich viel einfacher und übersichtlicher, wenn die auf das beugende Objekt auffallen-

den kohärenten Strahlen unter sich parallel sind und wenn diejenigen von dem beugenden Objekt ausgehenden Strahlen, die unter sich parallel sind, durch eine Linse auf einem Schirm wieder zur Vereinigung gebracht werden (FRAUNHOFER'sche Beugungserscheinungen, Abb. 419).

In der Ebene des Spaltes ist das einfallende Licht bei senkrechtem Einfall überall in gleicher Phase. Wir greifen jetzt hinter dem Spalt  $AB$  ein Strahlenbündel heraus, welches den Winkel  $\alpha$  mit der Richtung der einfallenden Strahlen bilde, und fällen das Lot  $AC$ . In dieser Ebene befinden sich die einzelnen Strahlen des Bündels nicht mehr in gleicher Phase wie in der Spaltebene. Denn sie haben von dort bis zur Ebene  $AC$  verschieden lange Wege zurückzulegen, so daß zwischen ihnen Phasendifferenzen eintreten. Sei z. B.  $BD$  gleich der Wellenlänge  $\lambda$  der Strahlen,  $EF$  gleich  $\lambda/2$ , so besteht zwischen den beiden durch  $C$  und  $G$  gehenden Strahlen ein Gangunterschied  $\lambda/2$ ; sie können sich also gegenseitig auslöschen, wenn man sie irgendwo im gleichen

Raumpunkt zur Vereinigung bringt. Ebenso kann man für jeden zwischen den Geraden  $BC$  und  $EG$  verlaufenden Strahl einen solchen zwischen den Geraden  $EG$  und  $HJ$  finden, für den das gleiche gilt. Bringt man also in den Strahlen-gang eine Linse, die die parallelen Strahlen in einem Punkt vereinigt, so löschen sich alle Strahlen des gedachten Bereichs gegenseitig durch Interferenz aus, und es bleibt nur eine Lichtwirkung derjenigen Strahlen übrig, welche aus dem Bereich zwischen  $A$  und der Geraden  $HJ$  herkommen. Bei größerer Neigung gibt es mehrere Bereiche, deren Strahlen sich gegenseitig auslöschen. Demnach findet vollständige Auslöschung durch Interferenz in denjenigen Richtungen statt, bei denen zwischen den durch  $A$  und  $B$  gehenden Randstrahlen ein Wegunterschied besteht, der gleich einem ganzzahligen Vielfachen der Wellenlänge ist. Denn in diesem Falle ist kein Restgebiet ( $AH$ ) mehr vorhanden, dessen Strahlen nicht ausgelöscht werden, sondern es gibt zu jedem in solcher Richtung verlaufenden Strahl einen zweiten, der einen um  $\lambda/2$  verschiedenen Weg bis zur Ebene  $AC$  zurückzulegen hat. Wie man aus der Abb. 419 entnimmt, sind diese Richtungen durch die Bedingung

$$\sin \alpha = \frac{z \lambda}{a} \quad (5)$$

gegeben, wobei  $a = AB$  die Breite des Spaltes und  $z$  irgendeine ganze Zahl bedeutet. In der Richtung der einfallenden Strahlen ( $\alpha = 0$ )

findet natürlich maximale Verstärkung statt, da ja die in dieser Richtung verlaufenden Strahlen in allen zur Strahlrichtung senkrechten Ebenen alle in gleicher Phase sind. Es geht also auch Licht geradlinig durch den Spalt, und zwar mehr als in jeder andern Richtung. Abb. 420 zeigt graphisch die Verteilung der Helligkeit im Beugungsbild eines Spaltes.

Man erkennt aus Gl. 5, daß  $\alpha$ , also die Ablenkung, um so größer ist, je größer die Wellenlänge  $\lambda$  ist. Es wird also im sichtbaren Gebiet Rot am stärksten, Violett am wenigsten gebeugt. Da  $z$ ,  $\alpha$  und  $a$  leicht zu bestimmen sind, kann man mittels der Beugung am Spalt die Wellenlänge  $\lambda$  des benutzten Lichts messen. Bei Benutzung weißen Lichts überlagern sich die Beugungsbilder der einzelnen Spektralfarben, und es entstehen ebenso wie beim FRESNEL'schen Spiegelversuch farbige Bänder. Je nach dem Wert von  $z$  in Gl. 5 spricht man von Interferenzen erster, zweiter usw. Ordnung.

**493. Beugung am Gitter.** Die Lichtstrahlen, welche an einem Spalt zur Interferenz gelangen, bilden ein zusammenhängendes Bündel einzelner kohärenter Strahlen. Bei den sog. Beugungsgittern (FRAUNHOFER 1817) haben wir es dagegen mit der Interferenz einer großen Zahl überaus schmaler Strahlenbündel zu tun, die alle unter sich kohärent sind. Ein Beugungsgitter besteht in der Regel aus einer planparallelen Glasplatte, auf deren eine Seite mittels eines Diamanten eine sehr große Zahl feiner Striche geritzt ist, bis zu 2000 auf 1 mm. Nur durch die zwischen den Strichen stehengebliebenen, überaus schmalen Teile der Glasfläche kann das Licht ungestört hindurchtreten, an den anderen Stellen wird es zerstreut. So bildet ein solches Gitter gewissermaßen eine große Zahl von sehr schmalen und sehr dicht beieinanderliegenden Spalten (Abb. 421). (Man kann

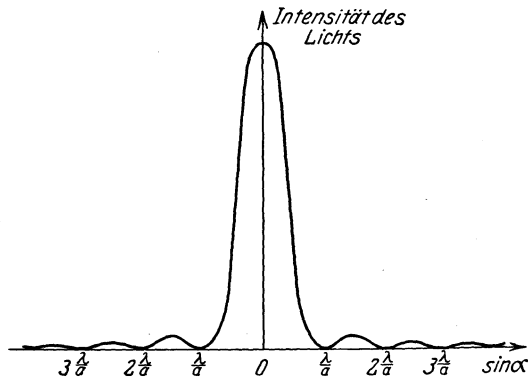


Abb. 420. Helligkeitsverteilung bei der Beugung monochromatischen Lichts am Spalt.

von solchen Gittern durch einfache photographische Reproduktion Kopien herstellen, die allerdings nicht so gut sind wie die Originale.) Man kann auch das Gitter auf eine spiegelnde, hohlspiegelförmig geschliffene Metallfläche ritzen; dann wirken die allein regulär reflektierenden Stellen zwischen den Strichen ebenso wie die unzerstörten Stellen eines Glasgitters, wenn Licht auf sie fällt. Die Hohlspiegelform eines solchen sog. Konkavgitters hat den Vorteil, daß man bei der Aufnahme von Spektren mit dem Gitter die Verwendung einer Linse vermeidet.

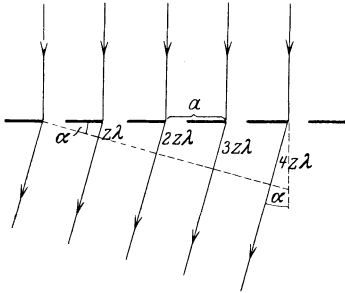


Abb. 421. Zur Beugung am Gitter.

Wir betrachten jetzt als wichtigsten Fall die FRAUNHOFERSCHEN Beugungserscheinungen am Gitter, d. h. wir lassen parallele, kohärente Strahlen auf das Gitter fallen und betrachten die auf der Rückseite parallel austretenden Strahlen, die dann zwecks Beobachtung der Interferenzerscheinungen durch eine Linse in

einen Punkt konzentriert werden müssen. Aus dem einfallenden Bündel greifen wir jetzt z. B. diejenigen Strahlen heraus, die in Abb. 421 gerade durch den linken Rand der einzelnen Gitterspalte treten. Hinter diesen wird sich das Licht nach dem HUYGENSSCHEN Prinzip wie beim einfachen Spalt nach allen Richtungen ausbreiten. Wir betrachten nun die von den einzelnen Spalten in irgendeiner bestimmten Richtung ausgehenden Strahlen. Es ist ohne weiteres klar, daß sich die von zwei benachbarten Gitterspalten herkommenden Strahlen gegenseitig maximal verstärken werden, wenn ihr Gangunterschied in der betrachteten Richtung ein ganzzahliges Vielfaches ( $z$ -faches) ihrer Wellenlänge ist. Ist diese Bedingung für die oben genannten Strahlen erfüllt, so ist sie in der gleichen Richtung — gleiche Breite der Gitterspalte und gleichen Gitterabstand  $a$  vorausgesetzt — auch für alle anderen durch die Spalte tretenden Strahlen erfüllt. Aus der Abb. 421 liest man ohne weiteres ab, daß die Richtungen maximaler Verstärkung durch die Bedingung

$$\sin \alpha = z \frac{\lambda}{a} \quad (6)$$

gegeben sind, wobei  $a$  den Abstand zweier benachbarter homologer Gitterpunkte die sog. Gitterkonstante, und  $z$  irgendeine ganze Zahl ist. Je nach der Größe von  $z$  unterscheidet man Interferenzen 1., 2. usw. Ordnung. Die strenge Theorie des Beugungsgitters, auf die hier nicht eingegangen werden kann, ergibt, daß, je größer die Zahl der Gitterstriche ist, die durchgehende Lichtintensität um so mehr ausschließlich in den durch Gl. 6 gegebenen Richtungen konzentriert ist. Es entstehen hier also bei Verwendung monochromatischen Lichtes nach Konzentration durch eine Linse scharfe Spektrallinien. Weißes Licht ergibt Spektren mit reinen Spektralfarben.

Man beachte, daß die Interferenzerscheinungen beim Gitter auf völlig andere Weise zustande kommen als beim einzelnen Spalt. Das ist schon daran zu erkennen, daß zwar die Gl. 5 und 6 formal identisch sind, daß aber die auf den Spalt bezügliche Gl. 5 die Richtung maximaler Auslöschung, die auf das Gitter bezügliche Gl. 6 die Richtung maximaler Verstärkung angibt.

Befindet sich hinter dem Spalt eine Substanz vom Brechungsindex  $n$ , so ist, wenn  $\lambda$  die Wellenlänge im Vakuum bedeutet, statt  $\lambda$  in Gl. 6 die Wellenlänge  $\lambda/n$  in dieser Substanz einzusetzen (§ 481), so daß dann die Bedingung gilt

$$\sin \alpha = \frac{1}{n} z \frac{\lambda}{a} \quad (7)$$

Betrachtet man eine nahezu punktförmige Lichtquelle durch einen engmaschigen Stoff, z. B. eine entfernte Straßenlaterne durch den Stoff eines Regenschirms hindurch, so erblickt man Spektralfarben, welche von einer Beugung des Lichts durch die Öffnungen im Stoffe herrühren. Der Stoff bildet ein sog. Kreuzgitter, so, wie wenn man ein Glasgitter mit zwei zueinander senkrechten Strichsystemen herstellte.

Ein Beugungsgitter kann, ebenso wie ein Prisma, zur Aufnahme der Spektren von Lichtquellen dienen. Je höher die Ordnung des Spektrums ist, um so größer ist die Dispersion, d. h. der Abstand zweier Spektrallinien von bestimmter Wellenlängendifferenz. Da es sich in praktischen Fällen stets um kleine Ablenkungen  $\alpha$  handelt, so kann man statt Gl. 6 auch schreiben  $\alpha = z\lambda/a$ . Die Ablenkung des Lichts beim Gitter ist also der Wellenlänge proportional, während dies beim prismatischen Spektrum keineswegs der Fall ist (Abb. 422). Man nennt daher das Gitterspektrum auch Normalpektrum. Kennt man die Gitterkonstante  $a$ , so kann man aus der Ablenkung  $\alpha$  des Lichts die Wellenlänge berechnen. Aus Gl. 6 folgt, daß im Gegensatz zum prismatischen Spektrum (§ 476) beim Gitter die Ablenkung um so größer ist, je größer  $\lambda$  ist. Im sichtbaren Gebiet wird also das rote Licht am stärksten, das violette Licht am wenigsten abgelenkt.

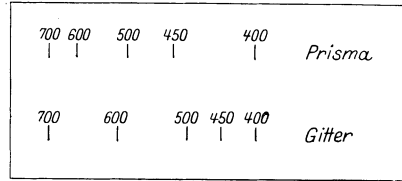


Abb. 422. Vergleich eines Gitter- und eines Prismenspektrums. Wellenlängen in  $m\mu$ .

Mit dem Strichgitter kommt man wegen der geringen Lichtstärke der höheren Ordnungen über die dritte Ordnung meist nicht hinaus, auch überdecken sich die höheren Ordnungen in stets zunehmendem Maße. Interferenzen sehr viel höherer Ordnung erzielt man mit dem sog. Stufengitter und der LUMMER-GEHRKE-Platte. Beiden ist gemeinsam, daß bei ihnen ein großer Gangunterschied der Strahlen dadurch erzielt wird, daß die einzelnen Teile eines Strahlenbündels verschieden lange Wege in Glas zurückzulegen haben.

**494. Beugung an kleinen Teilchen.** Wie bereits in § 491 erwähnt, bewirken nicht nur kleine Öffnungen, sondern auch Hindernisse, auf welche das Licht fällt, deren Dimensionen nicht groß gegen die Wellenlängen sind, eine Beugung des Lichts. Man nennt diese Art der Beugung auch Zerstreung des Lichts. Durch sie erklärt sich zum großen Teil die Unschärfe der durch Nebel, Rauch u. dgl. gesehenen Gegenstände, ebenso die gelegentlich sichtbaren „Höfe“ um Sonne und Mond, die von einer Beugung an feinen, in hohen Atmosphärenschichten schwebenden Eisnadeln herrühren. Jedes einzelne kleine beugende Objekt ergibt ein sog. Beugungsscheibchen, d. h. es wirft keinen scharf begrenzten Schatten. An dessen Stelle treten unscharfe, aus Systemen von hellen und dunklen Ringen bestehende Lichterscheinungen.

Auch die Moleküle eines Gases wirken zerstreud auf das Licht, und zwar um so mehr, je kleiner die Wellenlänge ist. Daher rührt die blaue Farbe des Himmels. Aus dem die ganze Atmosphäre erfüllenden Sonnenlicht wird das kurzwellige blaue Licht von den Molekülen weitaus am stärksten abgelenkt, das langwelligere rote viel weniger. Jedes Molekül der bestrahlten Atmosphäre wird daher zum Ausgangspunkt von blauem Licht, und so scheint uns das Himmelsgewölbe in blauem Lichte zu leuchten. Steht die Sonne am Horizont, so hat ihr Licht in der Atmosphäre eine besonders lange Wegstrecke zu durchlaufen, auf der es durch Beugung seinen blauen Anteil zum großen Teil verliert. Die Sonne erscheint daher beim Aufgehen und Untergehen rot, um so mehr, je mehr beugende Teilchen (Staub, Nebel) sich in der Atmosphäre befinden.

Bildet man eine beleuchtete kreisförmige Blende mit einer Linse auf einem Schirm ab und bringt zwischen die Blende und die Linse eine behauchte oder noch besser eine mit Lycopodium bestreute Glasplatte, so zeigt das Bild die gleichen Erscheinungen, wie die Höfe um Sonne und Mond.

Die Trübheit vieler Stoffe rührt von dem Vorhandensein kleiner beugender Teilchen in ihnen her.

**495. Beugung im Mikroskop. Ultramikroskop.** Man denke sich ein Beugungsgitter der im § 493 beschriebenen Art unter einem Mikroskop. Damit von der Struktur dieses Objekts im Tubus ein reelles Bild entsteht, ist es notwendig, daß außer dem ungebeugt durch das Gitter hindurchgehenden mittleren Strahl noch mindestens der Strahl erster Ordnung durch das Objektiv des Mikroskops hindurchtritt. Ist die Gitterkonstante aber sehr klein, also die Ablenkung sehr groß, so ist dies nicht mehr der Fall. Das Mikroskop gibt kein Bild der Struktur des Gitters mehr, es löst die Struktur nicht auf. Die gleiche Überlegung kann man auf alle anderen Arten von Strukturen, die mit einem Mikroskop betrachtet werden, übertragen. In dieser Tatsache liegt der Grund für die im § 469 besprochene Grenze des Auflösungsvermögens eines Mikroskops. Bringt man zwischen Objekt und Objektiv eine Substanz von großem Brechungsindex  $n$  (Immersionsflüssigkeit), so wird der Ablenkungswinkel, wie man aus Gl. 5, § 493, abliest, kleiner, und es können noch feinere Strukturen aufgelöst werden. Der Ausdruck für die numerische Apertur in § 469 wird jetzt durch Vergleich mit Gl. 7 ohne weiteres verständlich.

Handelt es sich darum, sehr kleine Gebilde, z. B. gewisse sehr kleine Bakterien, Goldteilchen in kolloidaler Goldlösung bei der Brownschen Bewegung (§ 195) u. dgl. wenigstens noch sichtbar zu machen unter Verzicht auf eine

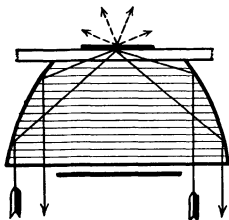


Abb. 423. Kondensor für Dunkelfeldbeleuchtung.

Abbildung ihrer Form, so kann man so verfahren, daß man das Objekt nicht von unten her, sondern von der Seite her stark beleuchtet. Abb. 423 zeigt eine der hierfür gebräuchlichen Vorrichtungen, welche bewirkt, daß das Licht sehr schräg auf das Objekt fällt. Dann gelangen nicht der mittlere Strahl und die Strahlen niedriger Ordnung in das Mikroskop, sondern die viel dichter beieinanderliegenden gebeugten Strahlen höherer Ordnung. In diesem Falle erscheinen die bei gewöhnlichen Mikroskopen unter der Sichtbarkeitsgrenze liegenden Gebilde — bis zu einer unteren Grenze von etwa  $4 \cdot 10^{-6}$  mm — als leuchtende, runde, sog. Beugungsscheibchen von je nach ihren Dimensionen verschiedener Farbe auf dunklem Grunde (Dunkelfeld). Zu diesem Zwecke eingerichtete Mikroskope heißen Ultramikroskope.

**496. Stehende Lichtwellen.** WIENER ist es gelungen, analog zu den stehenden Schallwellen (§ 161) stehende Lichtwellen zu erzeugen. Er ließ paralleles Licht auf die Schichtseite einer photographischen Platte mit sehr dünner Schicht fallen, so daß ein erheblicher Teil des auffallenden Lichts durch die Schicht hindurchging und an der Glasfläche wieder reflektiert wurde. Die einfallenden und austretenden Wellen interferieren miteinander und bilden Knoten und Bäuche, die man unter dem Mikroskop an einem Querschnitt der entwickelten photographischen Schicht als helle und dunkle Streifen erkennen kann.

**497. Der optische Dopplereffekt.** Wie bei jedem andern Schwingungsvorgang, so tritt auch beim Licht ein Dopplereffekt, d. h. eine Änderung der Schwingungszahl, ein, wenn sich die Lichtquelle relativ zum Beobachter bewegt (§ 147). Die Größe des Effekts, der sich in einer Verschiebung der Spektrallinien der Lichtquelle nach Rot oder Violett äußert, hängt von dem Verhältnis



$v/c$  der Geschwindigkeit  $v$  der Lichtquelle und der Lichtgeschwindigkeit  $c$  ab (vgl. hierzu § 593). Beobachtbare Effekte sind daher bei Geschwindigkeiten unter einigen km/sec nicht zu erwarten. Solche Geschwindigkeiten können wir ausgedehnten Lichtquellen auf der Erde nicht erteilen. Hingegen haben die leuchtenden Atome in den Kanalstrahlen (§ 411) ganz erheblich größere Geschwindigkeiten, und bei diesen sind die zu erwartenden Linienverschiebungen in der richtigen Größe gefunden worden. Auch die thermische Bewegung leuchtender Atome macht sich in einem optischen Dopplereffekt als eine Verwaschenheit der Spektrallinien bemerkbar. Diese ist daher bei den sehr leichten und daher besonders schnell bewegten Wasserstoffatomen besonders ausgeprägt.

Von großer Bedeutung für die Astronomie ist der Dopplereffekt im Licht der Fixsterne. Es gibt nur äußerst wenige Fixsterne, deren Geschwindigkeit so groß ist, daß man eine direkt meßbare Ortsänderung am Himmel im Laufe längerer Zeiten beobachten kann. Die Verschiebung der Spektrallinien, die von einer Bewegung der Fixsterne relativ zur Erde herrührt, ist aber in vielen Fällen meßbar. Wirksam ist dabei allerdings nur die Komponente der Geschwindigkeit, die in der Verbindungslinie Erde-Fixstern liegt (Radialkomponente). Die Lage der Spektrallinien der Elemente ist im Fixsternspektrum nach Violett oder Rot gegenüber ihrer Lage bei einer auf der Erde ruhenden Lichtquelle verschoben, je nachdem der Fixstern sich der Erde nähert oder sich von ihr entfernt.

Man hat auf diese Weise auch das Vorhandensein einer großen Zahl von Doppelsternen, welche umeinander herum rotieren, an einer periodischen Änderung ihrer Linienverschiebung erkennen können.

## h) Polarisation und Doppelbrechung des Lichts. Elektromagnetische Lichttheorie.

498. **Polarisation durch Reflexion.** Es bleibt nunmehr die Frage zu klären, ob das Licht eine longitudinale oder eine transversale Schwingung ist. Im § 143 ist auseinandergesetzt, daß die Möglichkeit der Polarisierbarkeit über diese Frage entscheidet. Die nachstehend beschriebene, zuerst von MALUS (1808) beobachtete Erscheinung entscheidet sie zugunsten der Transversalität.

Ein Lichtstrahl falle unter einem Einfallswinkel von  $57^\circ$  auf eine ebene Glasplatte (Kronglas)  $S_1$  und werde von ihr auf eine zweite Glasplatte  $S_2$  reflektiert, welche so eingerichtet ist, daß sie um eine in der Richtung des auf sie fallenden Strahls liegende Achse  $A$  gedreht werden kann, und auf welche das reflektierte Licht ebenfalls unter  $57^\circ$  falle (Abb. 424). Zum Auffangen des von der zweiten Glasplatte reflektierten Lichts ist in seiner jeweiligen Richtung ein Schirm angebracht. Dreht man nun die zweite Glasplatte allmählich um ihre Drehungsachse  $A$ , wobei der Einfallswinkel von  $57^\circ$  stets erhalten bleibt, das reflektierte Licht sich also auf einem Kegelmantel bewegt, so zeigt sich, daß der Lichtfleck auf dem Schirm maximale Helligkeit zeigt, wenn die beiden Platten entweder parallel stehen oder die zweite Platte um  $180^\circ$  gegen die Parallelstellung gedreht ist. Ist sie aber nach einer der beiden Seiten um  $90^\circ$  gegen die Parallelstellung gedreht, so verschwindet der Lichtfleck, die zweite Glasplatte reflektiert das auf sie fallende Licht nicht mehr. Dies beweist erstens, daß mit dem Licht bei der Reflexion

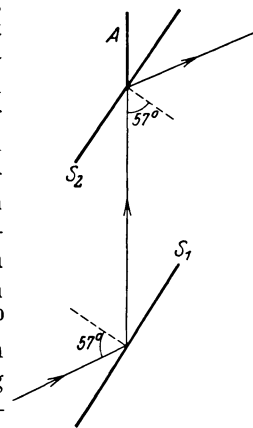


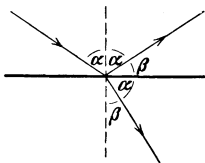
Abb. 424. Zum Nachweis der Polarisation durch Reflexion.

an der ersten Glasplatte eine Veränderung vor sich gegangen sein muß. Es beweist aber weiter, daß es sich hierbei um eine Veränderung des Lichts handelt, welche nur bei einer transversalen Schwingung auftreten kann, wie dies bei dem mechanischen Beispiel in § 143 auseinandergesetzt ist. Denn die zweite Glasplatte erweist sich durch diesen Versuch als ein Gebilde, welche ohne Änderung ihrer Orientierung gegen die Richtung des Lichtstrahls seine Fortpflanzung bei einer Drehung um diese Richtung als Achse verschieden beeinflusst. Das Licht ist durch die Reflexion am ersten Spiegel linear polarisiert worden, d. h. seine vorher in allen Richtungen erfolgenden Schwingungen (sog. natürliches Licht) erfolgen nach der Reflexion nur noch in einer bestimmten Ebene. Als Polarisationssebene bezeichnet man (willkürlich) die Einfallsebene an der ersten Glasplatte. Es wird also nur diejenige Komponente des Lichts an der ersten Glasplatte reflektiert, deren Polarisationssebene in der Einfallsebene liegt. Das an der ersten Platte nicht reflektierte Licht wird von dieser durchgelassen. Es enthält außer der zur Einfallsebene senkrecht schwingenden Komponente auch noch Licht der anderen Komponente, wenn auch weniger. Es ist daher elliptisch polarisiert (§ 143, 500). Durch Anwendung mehrerer Glasplatten hintereinander (Glasplattensatz) kann man auch das hindurchgehende (gebrochene) Licht weitgehend linear polarisieren.

Stehen bei dem beschriebenen Versuch die beiden Platten einander parallel oder unter  $180^\circ$  verdreht, so liegt bei der zweiten Platte die Polarisationssebene des einfallenden Lichts in der Einfallsebene, es wird also reflektiert, in den beiden dazu senkrechten Stellungen aber enthält das einfallende Licht keinen Anteil, dessen Polarisationssebene in der Einfallsebene liegt, es kann also nichts reflektiert werden. Die erste Glasplatte nennt man auch den Polarisator, die zweite den Analysator.

Dieser Versuch beweist, daß das Licht ein transversaler Schwingungsvorgang ist.

**499. Das BREWSTERSCHE Gesetz.** Den Winkel von  $57^\circ$  nennt man den Polarisationswinkel des Glases. Bei Einfall unter anderm Winkel findet nur eine teilweise Polarisation statt, das Licht ist elliptisch polarisiert. Der Polarisationswinkel hängt vom Brechungsindex  $n$  ab. BREWSTER bewies, daß bei vollständiger Linearer Polarisation der reflektierte und der in die Substanz gebrochene Strahl aufeinander senkrecht stehen. Es ist daher (Abb. 425)  $\alpha + \beta = 90^\circ$ ,  $\sin \beta = \cos \alpha$ , ferner nach Gl. 1, § 452,  $\sin \beta = \frac{1}{n} \sin \alpha$ , und daher



$$\operatorname{tg} \alpha = n. \quad (1)$$

Abb. 425.  
Zum BREWSTERSCHEN  
Gesetz.

**500. Elliptisch, zirkular und linear polarisiertes Licht.** Der Begriff der elliptischen und zirkularen Polarisation ist

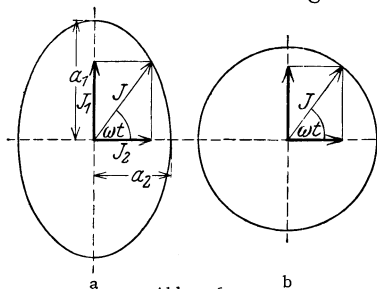


Abb. 426.  
a Elliptisch, b zirkular polarisiertes Licht.

bereits im § 143 auseinandergesetzt worden. Elliptisch polarisiertes Licht ist demnach solches, dessen Schwingungsrichtung sich während einer Schwingung einmal um  $360^\circ$  dreht und dessen Intensität dabei periodisch zu- und abnimmt. Man kann sich elliptisch polarisiertes Licht zusammengesetzt denken aus zwei senkrecht zueinander linear polarisierten Komponenten von verschiedenen Amplituden und einer Phasendifferenz von  $90^\circ$ , so daß die beiden Schwingungen durch die Gleichungen

$J_1 = a_1 \sin \omega t$ ,  $J_2 = a_2 \sin (\omega t + \pi/2) = a_2 \cos \omega t$  gegeben sind (Abb. 426a). Wird  $a_1$  oder  $a_2$  gleich Null, so erfolgen die Lichtschwingungen nur in einer Richtung. Das Licht ist linear polarisiert.

Zirkulare Polarisation ist ein Spezialfall der elliptischen, in dem die beiden Amplituden  $a_1$  und  $a_2$  einander gleich sind (Abb. 426b).

Zirkular polarisiertes Licht ist von natürlichem Lichte streng zu unterscheiden, bei dem zwar die Intensitäten in allen Schwingungsrichtungen im Durchschnitt über eine größere Zahl von Schwingungen die gleiche ist, bei dem aber die Schwingungsrichtung ganz regellos wechselt, während sie bei der zirkularen Polarisation ganz regelmäßig im Raume kreist.

(Über die Herstellung linear, elliptisch und zirkular polarisierten Lichts s. § 502 und 504.)

**501. Doppelbrechung.** Betrachtet man einen Gegenstand, z. B. Schrift, durch einen Kalkspatkristall, so erscheint der Gegenstand doppelt. Die von den einzelnen Punkten des Gegenstandes kommenden Strahlen werden also beim Durchgang durch den Kristall in zwei Strahlen zerlegt, welche eine verschiedene Brechung erleiden (Abb. 427). Diese zuerst von HUYGENS (1690) beobachtete Erscheinung heißt Doppelbrechung. Das Wesen der Doppelbrechung wird durch folgenden Versuch klarer.

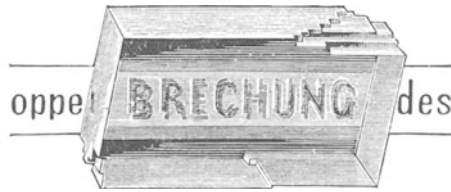


Abb. 427. Doppelbrechung im Kalkspat.

Auf einem Schirm sei eine von hinten beleuchtete kreisförmige Blende mittels einer Linse abgebildet. Bringt man zwischen Linse und Schirm in den Weg des Lichts einen Kalkspatkristall, so entsteht an Stelle des einen ein doppeltes Bild, und zwar steht das eine Bild, wenn die Kristallflächen senkrecht zu den Lichtstrahlen sind, an alter Stelle, das andere ist seitlich verschoben. Dreht man den Kristall um den Lichtstrahl als Achse, so bleibt das erste Bild stehen, das zweite dreht sich um das erste. Verwendet man, indem man z. B. in den Strahlengang noch eine unter dem Polarisationswinkel gegen das Licht geneigte Glasplatte als Polarisator einschaltet, linear polarisiertes Licht, so haben die beiden Bilder im allgemeinen verschiedene Helligkeit. Bei zwei um  $180^\circ$  auseinanderliegenden Stellungen des Kristalls ist nur das eine, bei den beiden um  $90^\circ$  dagegen verdrehten Stellungen nur das andere Bild vorhanden, dazwischen liegen alle möglichen Übergänge von hell zu dunkel (Abb. 428).



Abb. 428. Zur Brechung in Kalkspat.

Dieser Versuch beweist, daß die beiden Bilder, die mit Hilfe des Kalkspatkristalls entstehen, linear polarisiertem Lichte ihren Ursprung verdanken, derart, daß das Licht, welches das eine Bild erzeugt, senkrecht zu dem das andere Bild erzeugenden Lichte polarisiert ist. Er zeigt ferner, daß das natürliche Licht, welches von der Lichtquelle kommt, im Kalkspat in zwei senkrecht zueinander linear polarisierte Komponenten zerspalten wird, welche in verschiedener Weise gebrochen werden.

**502. Erklärung der Doppelbrechung.** Isotrope amorphe Körper, wie Glas, sowie die Kristalle des regulären Systems, wie das Steinsalz, zeigen keine Doppelbrechung. Bei allen anderen Kristallen ist sie vorhanden. Sie erklärt sich daraus, daß die Lichtgeschwindigkeit in diesen anisotropen Körpern

erstens von der Richtung des Lichts im Kristall und zweitens von der Polarisationssebene des einfallenden Lichts abhängt. Es sei  $O$  (Abb. 429) ein Punkt im Innern eines doppeltbrechenden Kristalls, von dem Licht ausgeht. Es zeigt sich, daß sich dieses Licht in zwei senkrecht zueinander linear polarisierte Komponenten spaltet. Bei den sog. einachsigen Kristallen (trigonales, tetragonales und hexagonales System) pflanzt sich die eine dieser Komponenten nach allen Richtungen hin gleich schnell fort, bildet also im Kristall eine Kugelwelle.

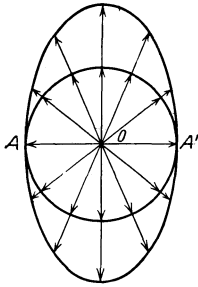


Abb. 429. Zur Erklärung der Doppelbrechung.

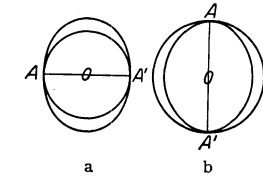


Abb. 430. Wellenflächen im einachsigen Kristall.

Bei der andern aber ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit in verschiedenen Richtungen verschieden. Ihre Wellenfläche ist ein Rotationsellipsoid. Die Kugelfläche und das Rotationsellipsoid berühren sich in den Endpunkten entweder der großen (positiv einachsigen) oder der kleinen Achse (negativ einachsigen) der letzteren (Abb. 430 a und b). Die Gerade  $AA'$ , also die Richtung, in der sich beide Komponenten des Lichts gleich schnell fortpflanzen, heißt die optische Achse des Kristalls. (Man beachte, daß die optische Achse keine bestimmte Gerade im Kristall ist, sondern nur eine bestimmte Richtung im Kristall festlegt.) Der Strahl, welcher

sich nach allen Richtungen gleich schnell ausbreitet, heißt der ordentliche Strahl, der andere der außerordentliche Strahl. Wegen des Zusammenhangs zwischen Lichtgeschwindigkeit und Brechungsindex (§ 452) hat also ein doppeltbrechender Kristall für den ordentlichen und außerordentlichen Strahl einen verschiedenen Brechungsindex  $n_o$  und  $n_a$ . Ersterer ist konstant, letzterer hängt von der Richtung im Kristall ab. In Richtung der optischen Achse ist  $n_o = n_a$ . Für den ordentlichen Strahl gilt das SNELLIUSsche Brechungsgesetz (§ 452), für den außerordentlichen nicht. Insbesondere liegt bei ihm der gebrochene Strahl nur in Ausnahmefällen in der durch einfallenden Strahl und Einfallslot gebildeten Ebene. Für Strahlen, welche im Kristall in Richtung der optischen Achse verlaufen, ist die Lichtgeschwindigkeit beider Komponenten die gleiche. Schleift man eine Kristallplatte so, daß ihre Begrenzungsflächen senkrecht zur optischen Achse liegen, und läßt Licht senkrecht auf den Kristall fallen, so findet keine Doppelbrechung statt, denn beide Komponenten pflanzen sich gleich schnell durch den Kristall fort. Sind dagegen zwei Begrenzungsflächen parallel zur optischen Achse geschliffen, so findet bei senkrechtem Einfall des Lichts zwar ebenfalls keine Doppelbrechung statt, aber die beiden Komponenten pflanzen sich verschieden schnell durch den Kristall fort, es treten also Gangunterschiede zwischen ihnen auf. Denn wegen des Unterschiedes von  $n_o$  und  $n_a$  sind ihre optischen Weglängen (§ 481) im Kristall verschieden groß.

Diese Tatsache kann dazu dienen, um aus linear polarisiertem Lichte zirkular polarisiertes Licht herzustellen. Man benutzt dazu eine parallel zur optischen Achse geschnittene, doppeltbrechende Kristallplatte. Ihre Dicke wird so bemessen, daß die Zeiten, die der ordentliche und der außerordentliche Strahl bei senkrechtem Durchtritt zum Durchlaufen der Platte benötigen, sich um die Dauer einer Viertellichtschwingung unterscheiden. Man läßt senkrecht auf die Platte linear polarisiertes Licht fallen, dessen Polarisationssebene unter  $45^\circ$  gegen die Polarisationssebenen des ordentlichen und des außerordentlichen Strahls im Kristall geneigt ist. Der einfallende Strahl zerfällt dann in zwei gleich starke Komponenten, welche beim Eintritt in gleicher Phase sind. Beim Austritt vereinigen sie sich wieder, haben aber nicht mehr gleiche Phase. Der Verzögerung des

einen gegen den andern um die Dauer einer Viertelschwingung bewirkt, daß sie nunmehr eine Phasendifferenz  $\pi/2$  haben. Sie bilden, da ihre Amplituden gleich groß sind, nach dem Austritt eine zirkular polarisierte Welle. Bei anderer Orientierung der Polarisationssebene des einfallenden Lichts sind die Amplituden nicht gleich, die austretende Welle ist elliptisch polarisiert. Man benutzt zu diesem Zweck meist Glimmerblättchen von geeigneter Dicke (sog. Viertelwellenlängenblättchen).

Bei den Kristallen des rhombischen, monoklinen und triklinen Systems ist die Lichtgeschwindigkeit für beide senkrecht zueinander polarisierten Komponenten von der Richtung abhängig. Es gibt in ihnen zwei Richtungen, in denen sich die beiden Komponenten gleich schnell fortpflanzen. Diese Kristalle haben also zwei optische Achsen; man nennt sie zweiachsige Kristalle.

**503. FRESNELSche Konstruktion der Doppelbrechung.** Die gebrochenen Strahlen können nach FRESNEL im Falle der Doppelbrechung in genau der gleichen Weise konstruiert werden wie bei der gewöhnlichen Brechung (§ 151), jedoch muß man die beiden Komponenten, in die das Licht zerfällt, gesondert behandeln. Wir beschränken uns hier auf die einachsigen Kristalle und auf zwei besonders einfache Fälle, nämlich auf diejenigen, in der auch der außerordentliche Strahl in der Einfallsebene verbleibt. Wegen des Grundgedankens der Konstruktion sei auf § 151 verwiesen.

1. Die optische Achse liegt in der Einfallsebene (Zeichnungsebene, Abb. 431 a). Der Querschnitt der einen Wellenfläche ist ein Kreis, der der andern eine den Kreis in der optischen Achse berührende Ellipse. Von  $B$  aus werden die Tangenten  $BD_1$  und  $BD_2$  an Kreis und Ellipse gelegt.  $AD_1$  ist der ordentliche,  $AD_2$  der außerordentliche Strahl. Je nachdem die Ellipse außerhalb, wie in der Abb. 431a, oder innerhalb des Kreises liegt, ist der

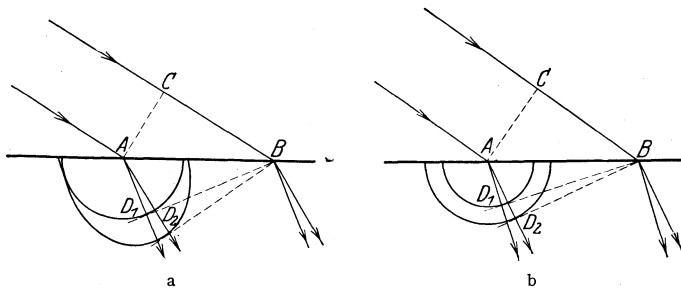


Abb. 431. FRESNELSche Konstruktion der Doppelbrechung.

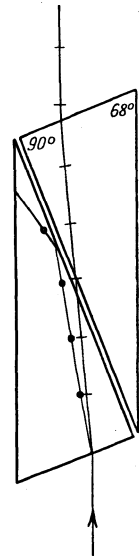


Abb. 432. NICOLSches Prisma.

außerordentliche Strahl schwächer oder stärker gebrochen als der ordentliche.

2. Die optische Achse liegt senkrecht zur Einfallsebene (Zeichnungsebene, Abb. 431 b). In diesem Falle sind die Querschnitte der beiden Wellenflächen Kreise. Die Konstruktion bedarf keiner weiteren Erklärung.

**504. Das NICOLSche Prisma.** Das NICOLSche Prisma dient zur Herstellung von linear polarisiertem Licht. Ein Kalkspatkristall wird unter einem bestimmten Winkel in zwei gleiche Teile zerschnitten (Abb. 432) und dann durch Kanadabalsam wieder zusammengekittet. Außerdem werden seine beiden Endflächen angeschliffen, so daß sie mit den Seitenflächen einen Winkel von  $68^\circ$  bilden. Fällt natürliches Licht in der aus Abb. 432 ersichtlichen Weise in das Prisma, so wird es in einen ordentlichen, in diesem Fall stärker gebrochenen, und einen schwächer gebrochenen außerordentlichen Strahl zerlegt. Beide treffen auf die Schicht von Kanadabalsam. Für den ordentlichen Strahl ist der Brechungs-

index des Kanadabalsams kleiner als der des Kalkspats, und da er unter einem Winkel einfällt, der größer als der Grenzwinkel der Totalreflexion ist, so wird er reflektiert und tritt nicht durch das Prisma hindurch. Für den außerordentlichen Strahl hingegen ist der Brechungsindex des Kanadabalsams größer als der des Kalkspats, es findet keine Totalreflexion statt, und der außerordentliche Strahl tritt auf der andern Seite des Prismas als linear polarisiertes Licht aus. Das NICOLSche Prisma wirkt also, genau wie eine unter  $57^{\circ}$  gestellte Glasplatte, als Polarisator.

Es kann aber auch als Analysator, d. h. zum Nachweis linearer Polarisation, dienen. Läßt man Licht nacheinander durch zwei NICOLSche Prismen gehen, so wird das vom ersten, dem Polarisator, durchgelassene Licht vom zweiten, dem Analysator, nur dann ungeschwächt durchgelassen, wenn beide Prismen gleiche Orientierung im Raum haben oder um  $180^{\circ}$  gegen diese Lage gegeneinander gedreht sind (parallele Nicols). Sind sie um  $90^{\circ}$  gegeneinander verdreht (gekreuzte Nicols), so läßt das zweite Prisma nichts von dem Licht hindurch. Bei dazwischenliegenden Lagen findet eine mehr oder weniger starke Schwächung des durchgehenden Lichts durch das zweite Prisma statt.

**505. Dichroismus.** Manche doppeltbrechenden Kristalle haben die Eigenschaft, daß sie die eine der beiden linear polarisierten Komponenten stärker absorbieren als die andere. Diese Erscheinung heißt Dichroismus. Sie ist z. B. beim Turmalin sehr stark ausgeprägt. In nicht zu dünnen Schichten läßt er von der einen Komponente so gut wie nichts hindurch, während die andere weit weniger geschwächt wird. Eine parallel zur optischen Achse geschnittene Turmalinplatte kann daher zur Herstellung linear polarisierten Lichts sowie als Analysator dienen und wird dazu insbesondere in der Mineralogie und Kristallographie viel benutzt.

**506. Interferenz linear polarisierten Lichts.** Schwingungen können sich nur dann gegenseitig vollkommen aufheben, d. h. durch Interferenz auslöschen, wenn sie in der gleichen Ebene erfolgen. Daher können zwei senkrecht zueinander linear polarisierte Strahlen, auch wenn sie kohärent sind, also z. B. durch Doppelbrechung aus dem gleichen Strahl natürlichen Lichts erzeugt wurden, nicht miteinander interferieren. Auch in dieser Tatsache liegt ein Beweis für die transversale Natur der Lichtschwingungen.

**507. Farben bei gekreuzten NICOLSchen Prismen.** Wie § 502 erwähnt, tritt linear polarisiertes Licht, welches durch einen doppeltbrechenden Kristall fällt, in der Regel als elliptisch polarisiertes Licht aus ihm wieder aus. Bringt man einen solchen Kristall zwischen gekreuzte Nicols, so tritt an Stelle der vorherigen Dunkelheit Aufhellung ein, weil ja das in den Analysator fallende Licht nicht mehr linear polarisiert ist. Benutzt man zu diesem Zwecke weißes Licht, so ist der Grad der Aufhellung wegen der Verschiedenheit des Brechungsindex für die einzelnen Spektralfarben verschieden. Dies hat das Auftreten von Farben zur Folge. Bildet man die zwischen gekreuzten Nicols befindliche Kristallplatte mittels einer Linse auf einen Schirm ab, so erscheint sie im allgemeinen in verschiedenen Farben und von dunklen Streifen durchzogen. Die Erscheinung ist von der Lage der optischen Achse zur Polarisationssebene des Lichts abhängig, ändert sich also bei Drehung des Kristalls um eine in der Lichtrichtung liegende Achse. Auf die genaue Theorie muß hier verzichtet werden.

Diese Erscheinungen können dazu dienen, die Lage der optischen Achsen von Kristallen festzustellen. Auch kann man auf diese Weise die Doppelbrechung in Gläsern nachweisen, welche infolge schneller Kühlung oder einseitigen Drucks innere Spannungen haben und daher nicht mehr isotrop sind.

Zur unmittelbaren Betrachtung der geschilderten Erscheinungen, die z. B. für die kristallographische Forschung von großer Bedeutung sind, bedient man sich des NÖRRENBURG'schen Polarisationsapparates, bei dem das Licht zunächst durch eine unter  $57^\circ$  gestellte Glasplatte linear polarisiert wird. Es tritt dann durch den zu untersuchenden Kristall hindurch und in ein NICOLSches Prisma, durch welches hindurch der Kristall betrachtet wird.

**508. Flüssige Kristalle. Elektrische Doppelbrechung.** Die Doppelbrechung der Kristalle hängt auf das engste mit der gleichartigen räumlichen Orientierung der atomistischen Bausteine der Kristalle (§ 584) zusammen. In den Flüssigkeiten und Gasen sind die Moleküle vollkommen regellos orientiert, können daher im allgemeinen keine Doppelbrechung hervorrufen. Eine Ausnahme bilden gewisse organische Flüssigkeiten, deren Moleküle einen sehr komplizierten Bau und vermutlich langgestreckte Form haben oder sich zu langgestreckten Komplexen aneinander legen. Diese haben, wenn sie sich zwischen zwei nahe benachbarten Begrenzungswänden befinden (z. B. in einer dünnen Schicht zwischen Objektträger und Deckglas, wie man sie beim Mikroskop verwendet), die Tendenz, sich senkrecht zur Begrenzung einzustellen und so auch eine gleichartige räumliche Orientierung anzunehmen. Bei solchen Flüssigkeiten tritt ebenfalls Doppelbrechung auf (sog. flüssige Kristalle).

Auch ein elektrisches Feld kann Moleküle, die elektrische Dipole sind (§ 561), räumlich gleichartig orientieren, indem sich ihre elektrischen Achsen in die Feldrichtung einzustellen suchen. Solche Substanzen zeigen dann eine sog. elektrische Doppelbrechung. Dieser sog. KERR-Effekt hat neuerdings als Hilfsmittel der elektrischen Fernübertragung von Bildern technische Bedeutung erlangt.

**509. Drehung der Polarisationsebene.** Manche Substanzen, z. B. Zuckerrösung, Quarz, haben die Eigenschaft, daß sie die Schwingungsebene linear polarisierten Lichts, welches durch sie hindurchtritt, drehen (optisch aktive Substanzen). Bringt man eine solche Substanz zwischen gekreuzte NICOLSche Prismen, so tritt eine Aufhellung des Gesichtsfeldes ein. Damit wieder Dunkelheit eintritt, muß der Analysator um einen bestimmten Winkel  $\alpha$  gedreht werden. Jedoch darf man diesen Winkel nicht ohne weiteres als den Drehungswinkel in der Substanz ansehen, denn eine Drehung um  $n \cdot 180^\circ + \alpha$  oder  $-(n \cdot 180^\circ - \alpha)$  würde durch eine Drehung des Analysators um den Winkel  $\alpha$  ebenso kompensiert werden wie eine solche um den Winkel  $\alpha$  selbst. Eine Entscheidung über die wirkliche Drehung kann nur durch Variation der Schichtdicke der Substanz getroffen werden.

Die einfallende, linear polarisierte Welle schwinde in der  $x$ -Richtung, ihre Amplitude sei also an der Eintrittsstelle etwa durch die Gleichung  $x = a \sin \omega t$  dargestellt. Die gleiche Welle können wir uns aber auch durch Überlagerung einer rechts- und einer linkszirkular polarisierten Welle hervorgerufen denken:

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{a}{2} \sin \omega t, & y_1 &= \frac{a}{2} \cos \omega t, \\ x_2 &= \frac{a}{2} \sin \omega t, & y_2 &= -\frac{a}{2} \cos \omega t. \end{aligned}$$

Bei Addition ergeben die beiden  $x$ -Komponenten der Schwingung gerade den obigen Wert, und die beiden  $y$ -Komponenten heben sich gegenseitig auf. Die neue Darstellung ist also nur eine andere Form für die vorausgesetzte linear polarisierte Welle  $x = a \sin \omega t$ . Die Ursache der Drehung der Polarisationsebene besteht nun darin, daß sich in den optisch drehenden Substanzen eine rechts- und eine linkszirkular polarisierte Welle verschieden schnell fortpflanzen. Die Geschwindigkeiten seien  $c_1$  und  $c_2$ . Ist die Dicke der von den beiden Wellen

durchsetzten drehenden Substanz  $d$ , so sind die an der Austrittsstelle zur Zeit  $t$  vorhandenen Schwingungen nach § 140 dargestellt durch die Gleichungen

$$\begin{aligned}x'_1 &= \frac{a}{2} \sin \omega \left( t - \frac{d}{c_1} \right), & y'_1 &= \frac{a}{2} \cos \omega \left( t - \frac{d}{c_1} \right), \\x'_2 &= \frac{a}{2} \sin \omega \left( t - \frac{d}{c_2} \right), & y'_2 &= -\frac{a}{2} \cos \omega \left( t - \frac{d}{c_2} \right).\end{aligned}$$

Die Komponenten der Gesamtschwingung ergeben sich durch Addition der Einzelschwingungen zu

$$\begin{aligned}x' &= x'_1 + x'_2 = a \sin \omega \left[ t - \frac{d}{2} \left( \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} \right) \right] \cdot \cos \omega \frac{d}{2} \left( \frac{1}{c_1} - \frac{1}{c_2} \right), \\y' &= y'_1 + y'_2 = -a \sin \omega \left[ t - \frac{d}{2} \left( \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} \right) \right] \cdot \sin \omega \frac{d}{2} \left( \frac{1}{c_1} - \frac{1}{c_2} \right).\end{aligned}$$

Dies ist wieder eine linear polarisierte Schwingung, welche nach der Gleichung

$$z = \sqrt{x'^2 + y'^2} = a \sin \omega \left[ t - \frac{d}{2} \left( \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} \right) \right]$$

verläuft. Der Winkel  $\delta$ , um den die Polarisationssebene gegen ihre ursprüngliche Richtung gedreht ist, ergibt sich aus der Gleichung

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{y'}{x'} = -\operatorname{tg} \omega \frac{d}{2} \left( \frac{1}{c_1} - \frac{1}{c_2} \right) \quad \text{oder} \quad \delta = \omega \frac{d}{2} \left( \frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_1} \right).$$

Der Drehungssinn ist in verschiedenen Substanzen verschieden, je nach dem Vorzeichen von  $1/c_2 - 1/c_1$  (Rechts- und Linksdrehung). Manche Substanzen kommen in einer rechts- und einer linksdrehenden Form vor, z. B. der Quarz und der Zucker.

Der Grad der Drehung hängt von  $\omega = 2\pi\nu$ , oder da  $\nu = c/\lambda$ , der Wellenlänge  $\lambda$  des Lichts ab (Rotationsdispersion). Sie wächst im allgemeinen mit fallender Wellenlänge. Daher ist eine völlige Auslöschung des Lichts mittels zweier Nicols nur bei monochromatischem Lichte möglich. Bei Verwendung weißen Lichts treten bei Drehung des Analysators infolge des Ausfalls der bei der jeweiligen Stellung ganz oder teilweise ausgelöschten Wellenlängen wechselnde Farben auf, aber nie vollständige Dunkelheit.

Die Drehung der Polarisationssebene findet Anwendung bei der Untersuchung von Lösungen auf Zuckergehalt und bei manchen chemischen Analysen. Die hierzu dienenden Apparate heißen Saccharimeter.

Substanzen, welche an sich die Polarisationssebene nicht drehen, tun dies, wenn sie in ein starkes Magnetfeld gebracht werden, dessen Kraftlinien in der gleichen Richtung verlaufen wie das Licht (magnetische Drehung der Polarisationssebene, Rotationspolarisation, Magnetorotation, FARADAY-Effekt). Der Winkel, um den das Licht der gelben Linie des Natriums ( $D$ -Linie) auf 1 cm Weg durch ein Feld von der Stärke 1 Gauß in einer Substanz gedreht wird, heißt die VERDETSche Konstante der Substanz.

**510. Polarisierung bei Beugung an kleinen Teilchen. TYNDALL-Phänomen.** Das von kleinen Teilchen abgelenkte Licht ist mehr oder weniger stark polarisiert (TYNDALL-Phänomen). Es ist bereits § 494 gesagt worden, daß die blaue Farbe des Himmelslichts von einer Beugung des Sonnenlichts in der Erdatmosphäre herrührt. Demgemäß treten auch am Himmelslicht derartige Polarisationserscheinungen auf. Nur an zwei vom Sonnenstande abhängigen Punkten des Firmaments ist das Himmelslicht nicht polarisiert (ARAGOScher und BABINETScher Punkt). Die Polarisierung des Himmelslichts spielt eine gewisse Rolle in der Meteorologie.



**511. Die elektromagnetische Theorie des Lichts.** Wie bereits mehrfach erwähnt, stellte MAXWELL (1871) die Theorie auf, daß das Licht ein elektromagnetischer Schwingungsvorgang sei, daß sich also die optischen Erscheinungen auf Grund der Gesetze des elektromagnetischen Feldes (§ 397) deuten lassen müßten. H. HERTZ hat diese Theorie erweitert und durch Versuche (1888) den Nachweis geliefert, daß sich elektrische Wellen in allen Haupteigenschaften wie die Lichtwellen verhalten (§§ 419 und 528). Nach MAXWELL besteht eine linear polarisierte Lichtschwingung im Vakuum aus einem periodisch veränderlichen elektrischen Feld  $\mathcal{E}$  und einem dazu senkrechten ebenfalls periodisch veränderlichen magnetischen Feld  $\mathcal{H}$ , welche durch die Gleichungen

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin 2\pi \nu t, \quad \mathcal{H} = \mathcal{H}_0 \sin 2\pi \nu t \quad (2)$$

dargestellt werden. In materiellen Körpern spielt noch die elektrische Leitfähigkeit, die Dielektrizitätskonstante (§ 284) und die Permeabilität (§ 337) eine Rolle. Auf Grund dieser Theorie lassen sich alle bisher besprochenen Erscheinungen quantitativ erklären. Jedoch läßt sich die Theorie mit der Quantentheorie (vgl. § 480 und Abschnitt XI a) bislang nicht in Einklang bringen.

Die in einem Lichtstrahl transportierte Energie ist dem Mittelwert des Quadrats der elektrischen bzw. magnetischen Feldstärke proportional (vgl. § 396).

Daß das Licht ein elektromagnetischer Vorgang ist, hängt damit zusammen, daß es seinen Ursprung in Änderungen der Bewegung der Elektronen hat, die die Atome des lichtaussendenden Körpers umkreisen (§ 550). Es besteht eine gewisse Verwandtschaft zwischen der Aussendung von Licht und der Aussendung elektrischer Wellen. (Näheres s. § 552 und 556.)

**512. Magnetooptik. ZEEMAN-Effekt.** Da ein magnetisches Feld auf jeden elektrischen Strom eine Kraft ausübt, so ist das auch bei den Kreisströmen der Fall, die von den einen Atomkern umkreisenden Elektronen gebildet werden. Einen Fall dieser Art haben wir bereits bei der Erklärung des Diamagnetismus (§ 387) behandelt. Ein zweiter von uns nicht näher erörterter Fall ist die Magnetorotation (§ 509).

Ein ganz besonders wichtiger Fall unter diesen sog. magnetooptischen Erscheinungen ist der ZEEMAN-Effekt (ZEEMAN 1896). Wir betrachten ein um ein Atom kreisendes Elektron in einem magnetischen Felde. Ganz unabhängig von der Beschaffenheit und Orientierung der Bahn des Elektrons ist es rein mathematisch immer möglich, diese Bewegung in drei Komponenten zerlegt zu denken: eine Hin- und Herschwingung in Richtung der magnetischen Kraftlinien und zwei entgegengesetzt verlaufende Kreisbewegungen in einer zu den Kraftlinien senkrechten Ebene (Abb. 433). Alle drei Komponenten haben ohne Magnetfeld die gleiche Frequenz  $\nu$ . Jede dieser Bewegungskomponenten stellt für sich einen elektrischen Strom dar, auf den das Magnetfeld nach dem LAPLACEschen Gesetz eine Kraft ausübt (§ 347). Für die in Richtung des Magnetfeldes liegende Komponente verschwindet diese Kraft. Sie wird vom Magnetfeld nicht beeinflusst. Von den beiden Kreisbewegungen aber wird die eine beschleunigt, die andere verlangsamt. Nach der elementaren klassischen Theorie der Lichtaussendung, die wir hier allein wiedergeben können, ist die Frequenz des von einem rotierenden oder sonst periodisch bewegten Elektron ausgesandten Lichts gleich der Frequenz der Elektronenbewegung.

Wir berechnen jetzt die Änderung der Frequenz eines auf einer Kreisbahn rotierenden Elektrons, wenn es sich in einem zu seiner Bahnebene senkrechten

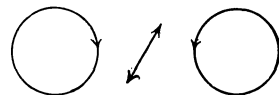


Abb. 433. Zur Theorie des ZEEMAN-Effekts. (Magnetfeld und mittlere Komponente senkrecht zur Zeichnungsebene.)

Magnetfeld von der Stärke  $\mathfrak{H}$  befindet. Es sei  $r$  der Bahnradius,  $\varepsilon$  und  $\mu$  Ladung (im elektromagnetischen Maße) und Masse des rotierenden Elektrons,  $\nu$  seine Frequenz. Da das Elektron schon ohne Magnetfeld auf kreisförmiger Bahn rotiert, so unterliegt es bereits der Wirkung einer Zentripetalkraft  $\mu r \omega^2 = 4\pi^2 \mu r \nu^2$  (vgl. die BOHRsche Atomtheorie, § 550). Diese wird durch das zur Bahnebene senkrechte Magnetfeld  $\mathfrak{H}$  geändert, und zwar vergrößert oder verkleinert, je nachdem das bewegte einem elektrischen Strom äquivalente (§ 349) Elektron die Kraftlinien im einen oder andern Sinne umkreist. Das Elektron passiert jeden Querschnitt seiner Bahn  $\nu$  mal in 1 sec. Es stellt daher nach der Definition der Stromstärke einen Strom von der Stärke  $\varepsilon \nu$  dar. Die Länge des Stromelements ist gleich dem Umfang  $2\pi r$  der Bahn. Wenden wir daher das LAPLACESche Gesetz in der Form der Gl. 7, § 349, an, so erhalten wir für die vom Magnetfeld herrührende zusätzliche Kraft, indem wir  $i = \varepsilon \nu$  und  $dl = 2\pi r$  setzen,

$$\Delta k = \mathcal{A}(4\pi^2 \mu r \nu^2) = 4\pi^2 \mu r \cdot 2\nu \Delta \nu = \pm \varepsilon \nu \cdot 2\pi r \cdot \mathfrak{H}.$$

Hieraus ergibt sich die Änderung  $\Delta \nu$  der Frequenz  $\nu$  des Elektrons und damit auch der Schwingungszahl des von ihm ausgesandten Lichts

$$\Delta \nu = \pm \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{\varepsilon}{\mu} \cdot \mathfrak{H}$$

positiv oder negativ je nach dem Umlaufssinn des Elektrons um die Kraftlinien (vgl. zu den vorstehenden Überlegungen die magnetische Ablenkung der Kathodenstrahlen, § 410).

Das Magnetfeld bewirkt daher eine Aufspaltung einer Spektrallinie von der Schwingungszahl  $\nu_0$  in drei Komponenten von den Schwingungszahlen  $\nu_0 - \Delta \nu$ ,  $\nu_0$  und  $\nu_0 + \Delta \nu$ . Die eine (von der linearen Schwingung herrührend) hat die gleiche Schwingungszahl wie die betreffende Linie ohne Feld, die beiden anderen (von den beiden Kreisbewegungen herrührend) sind gegen diese ein wenig nach rot bzw. violett verschoben.

Ein auf einer Geraden hin und her schwingendes Elektron sendet in Richtung dieser Geraden kein Licht aus. In allen anderen Richtungen ist das von ihm ausgesandte Licht linear polarisiert. Ein rotierendes Elektron sendet in der zu seiner Bahnebene senkrechten Richtung zirkular polarisiertes Licht aus, in den in seiner Bahnebene liegenden Richtungen aber linear polarisiertes Licht. Aus diesen Gründen bietet der ZEEMAN-Effekt ein verschiedenes Bild, je nachdem man eine in ein Magnetfeld gebrachte Lichtquelle in Richtung der magnetischen Kraftlinien (longitudinal) oder senkrecht zu ihnen (transversal) beobachtet. Beim longitudinalen ZEEMAN-Effekt ist die unverschobene Komponente

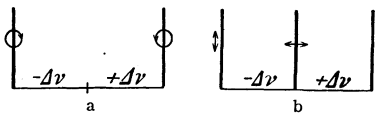


Abb. 434. Schema a des longitudinalen, b des transversalen ZEEMAN-Effekts.

nicht sichtbar. Rechts und links vom Ort der unverschobenen Linie erscheinen zwei etwas verschobene Linien, deren eine rechts- und deren andere linkszirkular polarisiert ist. Beim transversalen ZEEMAN-Effekt erscheinen drei Komponenten. Die eine ist unverschoben und parallel zur Feldrichtung linear polarisiert. Die beiden anderen sind wieder nach rot bzw. violett verschoben und senkrecht zur ersten linear polarisiert (Abb. 434).

Aus der Größe von  $\Delta \nu$  und  $\mathfrak{H}$  kann man nach der obigen Gleichung leicht die spezifische Ladung  $\varepsilon/\mu$  (§ 410) der Ladungsträger berechnen, deren Bewegung die Lichtaussendung veranlaßt. Sie ergibt sich in der Tat gleich derjenigen der Elektronen. Es ist dies einer der wichtigsten experimentellen Beweise für unsere Vorstellung vom Bau der Atome aus Atomkernen und Elektronen.

Bei kleinen Feldstärken § treten Abweichungen von dem vorstehend geschilderten Verhalten, das man den normalen ZEEMAN-Effekt nennt, ein. Dieser sog. anormale ZEEMAN-Effekt hat seine Ursache darin, daß jedes Elektron schon an sich ein magnetisches Moment hat (§ 570), welches zusätzliche Wirkungen des Feldes zur Folge hat. Auf diese Einzelheiten kann aber hier nicht eingegangen werden.

Die vorstehenden Überlegungen stehen im engsten Zusammenhange mit der Theorie des Diamagnetismus (§ 387).

**513. Elektrooptik. STARK-Effekt.** Unter elektrooptischen Erscheinungen versteht man Wirkungen elektrischer Felder auf optische Erscheinungen. Wir haben im KERR-Effekt (§ 508) bereits eine derartige Erscheinung erwähnt.

Sendet ein in einem elektrischen Felde befindliches Atom Lichtschwingungen aus, so tritt eine dem ZEEMAN-Effekt analoge Aufspaltung der Spektrallinien ein. Man kann diesen sog. STARK-Effekt (J. STARK 1913) an Kanalstrahlen (§ 411) beobachten, welche in einem starken elektrischen Felde verlaufen. Die Theorie dieser Erscheinung kann nur mit Hilfe der Quantentheorie gegeben werden. Hier kann nur so viel gesagt werden, daß die Bahnen der um ein Atom kreisenden Elektronen durch die Kraftwirkung des elektrischen Feldes verzerrt werden. Dadurch wird, analog zu den Wirkungen eines magnetischen Feldes, die Frequenz der einzelnen Komponenten, in die man sich die Elektronenbewegung zerlegt denken kann, in verschiedener Weise beeinflusst.

**514. Strahlungsdruck.** Fällt Licht auf eine Fläche, so übt es auf diese eine Kraft, den sog. Lichtdruck oder Strahlungsdruck, aus. Man kann diesen Effekt mit sehr leichten, drehbar aufgehängten Körpern nachweisen. Die Kraft ist doppelt so groß, wenn das Licht an der Fläche regulär reflektiert wird, als wenn es in der Fläche vollkommen absorbiert wird. Rein formal kann man dieses Verhalten so verstehen, daß, wie die Relativitätstheorie zeigt, jede bewegte Energie Bewegungsgröße besitzt. Wird die Richtung und der Betrag dieser Bewegungsgröße geändert, so muß nach dem zweiten NEWTONSchen Axiom eine Kraft vorhanden sein, die dieses bewirkt. Diese Kraft wird von der getroffenen Fläche auf das Licht ausgeübt, und daher nach dem dritten NEWTONSchen Axiom auch von dem Licht auf die Fläche.

Vom Standpunkt der MAXWELLSchen Theorie kann man den Strahlungsdruck als eine Wechselwirkung zwischen den magnetischen Feldern der Lichtwelle und den durch die Wirkung der elektrischen und magnetischen Felder der Lichtwelle in der getroffenen Fläche erzeugten Strömen verstehen.

## i) Das gesamte Spektrum.

**515. Übersicht über das gesamte Spektrum.** Bereits in § 427 ist bemerkt worden, daß das Licht, welches unser Auge als solches wahrnimmt, nur ein sehr kleiner Ausschnitt aus dem gesamten Spektrum ist, und daß die Grenzen dieses Ausschnitts durch den engen Empfindlichkeitsbereich des Auges gegeben sind. Mittels geeigneter Vorrichtungen ist es aber möglich, auch in die dem Auge verschlossenen Spektralgebiete vorzudringen, und es zeigt sich dann, daß sich das Spektrum sowohl über das rote wie über das violette Ende des sichtbaren Bereichs hinaus noch außerordentlich weit, ja genau genommen unendlich weit, ausdehnt. Es liegt ja auch nach der Wellentheorie zunächst theoretisch kein Grund vor, daß nicht alle Lichtschwingungen zwischen den Grenzen  $\nu = 0$  ( $\lambda = \infty$ ) und  $\nu = \infty$  ( $\lambda = 0$ ) in der Natur vorkommen können sollten. Das langwelligere Gebiet, welches sich an das rote Ende des sichtbaren Spektrums anschließt, bezeichnet man als das ultrarote Spektrum. Es grenzt

nach der Richtung der langen Wellen an das Gebiet der auf elektrischem Wege erzeugten elektromagnetischen Wellen. Jenseits des Violetten erstreckt sich das ultraviolette Spektrum, und an dieses wieder schließen sich die Röntgenstrahlen und die  $\gamma$ -Strahlen der radioaktiven Substanzen an. Noch bedeutend kurzwelliger ist vielleicht die sog. Höhenstrahlung, deren Erforschung noch in den Anfängen ist. Jedoch wird ihr Charakter als elektromagnetische Wellenstrahlung neuerdings ernstlich angezweifelt. Tabelle 31 gibt eine Übersicht über die Ausdehnung der einzelnen Spektralbereiche, Abb. 435 eine entsprechende graphische Darstellung. Als Abszisse ist nicht die Wellenlänge selbst gewählt, sondern der  $\log$  der in Ångström-Einheiten ausgedrückten Wellenlänge. Dies entspricht einer Einteilung des Spektrums, die der Darstellung der Tonleiter in Oktaven analog ist.

Tabelle 31. Das gesamte Spektrum.

Art der Strahlen	Wellenlänge in ÅE.
(Höhenstrahlung?) . .	$(10^{-3} - 10^{-5})$
Kürzeste $\gamma$ -Strahlen . .	$0,57 \cdot 10^{-2}$
Röntgenstrahlen . . . .	$1,58 \cdot 10^{-1} - 6,6 \cdot 10^2$
Ultraviolett . . . . .	$1,36 \cdot 10^2 - 3,6 \cdot 10^3$
Sichtbares Gebiet . . .	$3,6 \cdot 10^3 - 7,8 \cdot 10^3$
Ultrarot . . . . .	$7,8 \cdot 10^3 - 3,4 \cdot 10^6$
Elektrische Wellen . .	$2 \cdot 10^6 - \infty$

Wo sich die Bereiche zweier verschieden benannter Strahlenarten überschneiden, bedeutet dies keine physikalische Verschiedenheit derselben, sondern nur eine verschiedene Erzeugungsart gleichartiger Strahlung. Aus der Abb. 435 erkennt man deutlich, wie eng begrenzt der Wirkungsbereich des menschlichen Auges ist.

Grundsätzlich gelten die bisher besprochenen optischen Gesetze im ganzen Bereich des Spektrums. Die Auswirkung dieser Gesetze ist jedoch vielfach eine andere als im sichtbaren Gebiet, unter anderm deshalb, weil die schon im Bereiche

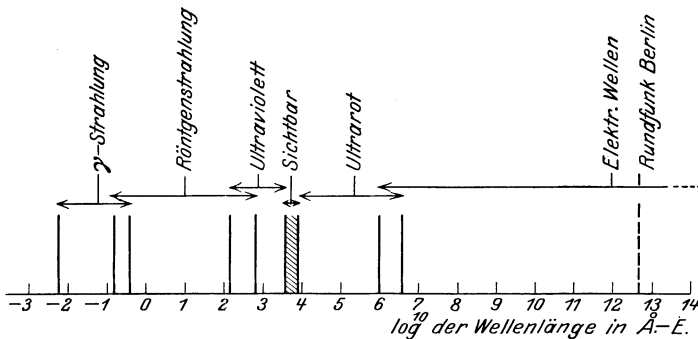


Abb. 435. Das gesamte Spektrum.

des Sichtbaren mit der Wellenlänge veränderlichen optischen Eigenschaften der Körper (Reflexionsvermögen, Brechungsindex, Durchlässigkeit) sich mit größeren Änderungen der Wellenlänge durchweg außerordentlich stark ändern. Daher ist es auch, sobald man das sichtbare Gebiet verläßt, in der Regel notwendig, für die in den optischen Instrumenten gebrauchten Linsen, Prismen usw. andere Substanzen als Glas zu gebrauchen. Je weiter man sich vom sichtbaren Gebiet entfernt, desto andersartiger werden auch die zur Untersuchung des Spektrums anzuwendenden Instrumente. Das Prinzip der Wellenlängenmessung ist jedoch durchweg das gleiche. Die Messung beruht stets unmittelbar oder mittelbar auf der Interferenz.

**516. Dispersion, Absorption und Reflexion im gesamten Spektrum.** Wie im § 476 auseinandergesetzt wurde, steigt im sichtbaren Gebiet im allgemeinen der Brechungsexponent  $n$  einer Substanz beim Übergang von längeren zu kürzeren

Wellen (von Rot nach Violett). Es war aber erwähnt, daß es Fälle sog. anomaler Dispersion gibt, die dieser Regel widersprechen. Jeder materielle Körper hat mindestens ein, meistens mehrere Gebiete anomaler Dispersion, die aber, wegen der Schmalheit des sichtbaren Spektralgebietes, in der Mehrzahl der Fälle außerhalb desselben, meist im Ultrarot oder Ultraviolett liegen. Auf Grund der älteren Lichttheorie (§ 511) lassen sich diese Tatsachen als eine Resonanzerscheinung an den Atomen oder Molekülen deuten. Resonanz eines schwingungsfähigen Gebildes erfolgt dann, wenn es von einer Schwingung getroffen wird, die seiner Eigenschwingung gleich oder von ihr nicht allzu weit entfernt ist (§ 138, siehe dort auch über den Einfluß der Dämpfung). Die Gebiete anomaler Dispersion sind danach die Gebiete, in denen eine Eigenschwingung derjenigen Bestandteile des Atoms liegt, welche die Lichtschwingungen aussenden. Läßt man die Dämpfung dieser Gebilde außer Betracht, so führen Überlegungen auf Grund der MAXWELLSchen Theorie zu dem Ergebnis, daß sich der Brechungsindex  $n$  einer Substanz, deren Permeabilität  $\mu$  gleich oder nahe an 1 ist, für alle Wellenlängen  $\lambda$  durch die Formel von KETTELER-HELMHOLTZ,

$$n^2 = \varepsilon + \frac{M_1}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{M_2}{\lambda^2 - \lambda_2^2} + \frac{M_3}{\lambda^2 - \lambda_3^2} + \dots, \tag{1}$$

ausdrücken läßt. Hierin bedeutet  $\varepsilon$  die Dielektrizitätskonstante der Substanz (§ 284),  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  usw. sind die Wellenlängen der Eigenschwingungen an den Atomen oder Molekülen der Substanz, und die Größen  $M_1, M_2$  usw. sind für jede Substanz bestimmte Konstanten, die u. a. von der Zahl der schwingungsfähigen Gebilde im Kubikzentimeter abhängen.

Die Gl. 1 führt zunächst zu dem wichtigen Ergebnis, daß für  $\lambda = \infty$  die sog. MAXWELLSche Beziehung  $n^2 = \varepsilon$  gelten muß. Die Gültigkeit dieser Beziehung hat sich tatsächlich in vielen Fällen als im Bereich langer Wellen gültig nachweisen lassen und bildet eine der Hauptstützen der elektromagnetischen Lichttheorie. Ist  $\mu$  nicht gleich 1, so lautet die MAXWELLsche Beziehung  $n^2 = \sqrt{\varepsilon\mu}$ .

Nach Gl. 1 müßte der Brechungsindex  $n$  für  $\lambda = \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  usw. jedesmal auf  $+\infty$  steigen, beim Durchgang durch diese Werte auf  $-\infty$  fallen, dann zunächst anwachsen, um mit weiter steigender Wellenlänge bis zur nächsten Resonanzstelle wieder langsam zu fallen. Infolge der Dämpfung verläuft jedoch

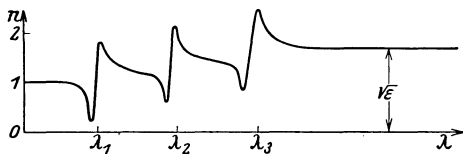


Abb. 436. Schema der Abhängigkeit des Brechungsindex von der Wellenlänge für den Fall dreier Eigenschwingungen  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ .

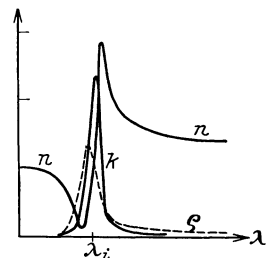


Abb. 437. Verlauf des Brechungsindex  $n$ , der Absorption  $k$  und des Reflexionsvermögens  $\rho$  in einem Resonanzgebiet.

$n$  etwa so, wie es in Abb. 436 schematisch dargestellt ist. Die Resonanzgebiete bei  $\lambda_1, \lambda_2$  und  $\lambda_3$  sind die Gebiete anomaler Dispersion, die dazwischenliegenden Gebiete, in denen  $n$  mit steigender Wellenlänge abnimmt, diejenigen normaler Dispersion.

Für sehr kurze Wellen nähert sich der Brechungsindex aller Substanzen dem Wert 1. Es folgt daher aus Gl. 1, indem man  $\lambda = 0$  setzt, daß die Dielektrizitätskonstante  $\varepsilon = 1 + M_1/\lambda_1^2 + M_2/\lambda_2^2 + M_3/\lambda_3^2 \dots$ .

In den Resonanzgebieten zeigen die Substanzen auch jedesmal ein Maximum der Absorption und der Reflexion (Abb. 437). Bei geringer

Dämpfung kann das Reflexionsvermögen hier bei einer sonst durchlässigen Substanz so groß werden, wie es sonst nur bei den Metallen ist (metallische Reflexion), während es in den unmittelbar benachbarten Gebieten sehr viel kleiner ist (vgl. § 521, Reststrahlen).

**517. Phasengeschwindigkeit.** In den Gebieten anomaler Dispersion sinkt der Brechungsindex  $n$  unter den Wert 1. Das bedeutet nach § 452, daß die Lichtgeschwindigkeit in der Substanz größer wird als die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum. Das ist jedoch nicht so zu verstehen, daß sich die Lichtenergie mit einer Geschwindigkeit fortpflanzt, die größer ist als  $3 \cdot 10^{10}$  cm/sec. Wie aus der Relativitätstheorie folgt, kann sich weder ein materieller Körper noch Energie mit einer die Lichtgeschwindigkeit übersteigenden Geschwindigkeit fortpflanzen. Das, was sich im vorliegenden Fall mit größerer Geschwindigkeit fortpflanzt, ist die Phase der Lichtschwingungen. Daß sich die Phase einer Schwingung längs einer Strecke mit jeder beliebigen Geschwindigkeit fortpflanzen kann, möge folgendes mechanische Beispiel erläutern. Wir betrachten Wasserwellen, die sich mit der Geschwindigkeit  $v$  fortpflanzen und die unter dem Winkel  $\varphi$  das Ufer treffen. Dann ist die Geschwindigkeit  $u$ , mit der sich eine bestimmte Phase, etwa die Wellenmaxima, längs der Uferlinie  $AB$  (Abb. 438) fortpflanzen,  $u = v/\sin \varphi$ . Sie kann also beliebig große Werte annehmen. Eine Energiefortpflanzung findet aber längs der Uferlinie nicht statt, sondern nur in Richtung der Wellengeschwindigkeit  $v$ .

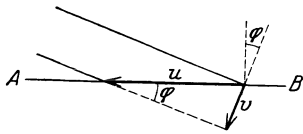


Abb. 438. Zur Phasengeschwindigkeit.

**518. Temperatúrausgleich durch Strahlung.** Stehen sich zwei Körper von verschiedener Temperatur gegenüber, ohne daß Wärmeleitung (§ 241) zwischen ihnen stattfindet, so gleichen sich doch ihre Temperaturen im Laufe der Zeit aus, und zwar durch Wärmestrahlung. Diese geht so vor sich, daß nicht nur der wärmere Körper dem kälteren Wärme zustrahlt, sondern auch der kältere dem wärmeren. Die erste Wirkung überwiegt jedoch die letztere um so mehr, je größer der Temperaturunterschied der Körper ist (Satz von PREVOST).

Die Erwärmung eines Körpers durch Strahlung beruht darauf, daß die auf ihn fallende Wärmestrahlung in ihm absorbiert und in Molekularbewegung, also in Wärme, umgesetzt wird. Umgekehrt kühlt sich ein Körper durch Ausstrahlung deshalb ab, weil dabei ein Teil seiner Molekularenergie in Strahlungsenergie verwandelt wird.

**519. Strahlungs-Meßinstrumente.** Diese Erwärmung durch Strahlung kann man benutzen, um die Intensität (Energie) einer Strahlung zu messen. Man bedient sich dazu am besten eines Thermoelements oder einer Thermosäule (§ 309), auf deren mit Ruß geschwärzte Lötstellen man die Strahlung fallen läßt und deren durch die Erwärmung erzeugten Thermostrom man mit einem Galvanometer mißt, oder eines Bolometers (§ 301) in der WHEATSTONEschen Brückenschaltung.

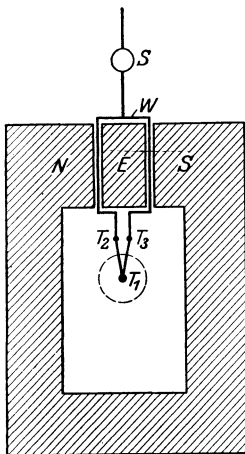


Abb. 439. Schema des Mikroradiometers.  $N$ ,  $S$  Pole des Elektromagneten,  $E$  Eisenkern,  $W$  Spule,  $S$  Spiegel,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  Lötstellen.

Eine besonders bequeme und deshalb für Strahlungsmessungen viel verwandte Form des Thermoelements ist das Mikroradiometer (Abb. 439). Es ist dies ein Drehspulgalvanometer (§ 363), dessen Spule aus einer einzigen Drahtwindung  $W$  besteht, in die ein Thermoelement, welches aus zwei verschiedenen Wismutlegierungen besteht, unmittelbar eingefügt ist. Die eine Lötstelle  $T_1$  ist berußt und

wird der zu messenden Strahlung ausgesetzt, die anderen,  $T_2$ ,  $T_3$ , sind vor ihr geschützt. Infolge der dadurch erzeugten Temperaturdifferenz zwischen den Lötstellen entsteht in der Spulenwindung ein Strom, der eine Drehung der Spule hervorruft, deren Größe ein Maß für die Intensität der auffallenden Strahlung ist.

Auch das Radiometer (Abb. 440) wird gelegentlich zur Strahlungsmessung benutzt. Es besteht aus zwei an einem dünnen Quarz oder Kokonfaden aufgehängten dünnen Metallflügeln, deren einer einseitig beruht ist und der zu messenden Strahlung ausgesetzt wird. Das Ganze befindet sich in einem Glasgefäß, in dem ein Luftdruck von  $\frac{1}{10}$  bis  $\frac{1}{100}$  mm Hg herrscht. Fällt Strahlung auf den beruhten Flügel, so erwärmt er sich, und die dadurch hervorgerufene Störung des Temperaturgleichgewichts zwischen dem Flügel und dem Gase hat eine Drehung des Flügels zur Folge, die mit Hilfe eines Spiegelchens abgelesen werden kann. (Auf der gleichen Radiometerwirkung beruhen die sich im Sonnenlicht fortgesetzt drehenden sog. Lichtmühlen, die man gelegentlich in den Schaufenstern optischer Geschäfte sieht.) Die Theorie dieser Erscheinung ist sehr verwickelt.

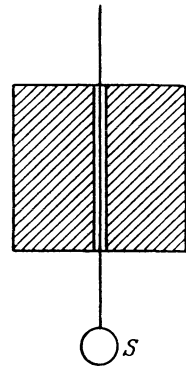


Abb. 440. Radiometer.  
S Spiegel.

Bei sehr starker Strahlung kann man auch schon ein empfindliches Thermometer als Meßinstrument benutzen, auf dessen mit Ruß geschwärzte Kugel man die Strahlung fallen läßt.

**520. Nachweis und Untersuchung ultraroter Strahlung.** Man entwerfe auf einen Schirm ein Spektrum einer Bogenlampe, oder noch besser der Sonne, und bringe in dieses Spektrum eine mit einem Galvanometer verbundene Thermosäule. Führt man die Thermosäule vom violetten Ende her allmählich durch das Spektrum bis zum roten Ende hin, so bemerkt man, daß der im Violetten sehr kleine Galvanometerausschlag bei Annäherung an das rote Ende immer größer wird. Die auf das Thermoelement fallende Energie ist also im Rot größer als im Violett. (Zum Teil hat dies seinen Grund auch darin, daß bei Benutzung eines Prismas das Spektrum im Rot zusammengedrängt, im Violett auseinandergezogen ist, vgl. § 493.) Geht man nun über das rote Ende hinaus, so verschwindet der Ausschlag nicht etwa, sondern steigt zunächst noch an, um erst in einiger Entfernung vom roten Ende zu verschwinden. Durch diesen Versuch ist der Nachweis erbracht, daß sich das Spektrum über das Rot hinaus erstreckt, daß also ein ultrarotes Spektralgebiet existiert. Die Abnahme der Wirkung in Richtung längerer Wellen rührt nicht etwa daher, daß die Energie dort allmählich abnimmt, sondern vor allem daher, daß die im Strahlengang befindlichen Linsen und Prismen aus Glas die langwelligere ultrarote Strahlung nicht mehr durchlassen. Man benutzt daher zur Untersuchung des ultraroten Spektralgebietes Linsen und Prismen aus anderen Stoffen, nämlich bis zur Wellenlänge  $4 \mu$  Quarz, bis  $8,5 \mu$  Flußspat, bis  $14 \mu$  Steinsalz, bis 20, höchstens  $23 \mu$  Sylv. Bis zu dieser Wellenlänge kann noch eine Zerlegung des ultraroten Spektrums durch Spektrometer, allerdings von besonderer Konstruktion, erfolgen. Zur Aufnahme der Spektren kann man im ganz kurzwelligen Ultrarot noch besonders sensibilisierte photographische Platten benutzen, darüber hinaus ist man auf die oben erwähnten Meßinstrumente angewiesen.

Das ultrarote Licht wird häufig als Wärmestrahlung bezeichnet. Es senden aber erwärmte Körper nicht nur ultrarote, sondern auch sichtbare und ultraviolette Strahlung aus. Nur bei tieferer Temperatur, wenn ein Körper noch nicht sichtbar glüht, besteht seine Strahlung so gut wie ausschließlich aus ultrarotem Licht. Unter Wärmestrahlung (oder Temperaturstrahlung) ist

jede Strahlung zu verstehen, welche ihre Ursache in der Temperatur eines Körpers hat.

**521. Reststrahlen.** Für die Aussonderung und Untersuchung enger begrenzter Spektralbereiche jenseits von  $23 \mu$  ist man auf die sog. Reststrahlenmethode von RUBENS angewiesen. Sie benutzt die Tatsache, daß viele Substanzen im Ultrarot Gebiete sog. metallischer Reflexion haben, d. h. daß sie ziemlich schmale Gebiete des Spektrums sehr stark reflektieren, die dicht daneben liegenden Gebiete aber viel weniger (§ 516). Die Strahlung einer Lichtquelle, etwa eines sog. schwarzen Körpers (§ 532), wird in der aus Abb. 441 ersichtlichen Weise mehrfach an Flächen aus der betreffenden Substanz reflektiert. Von einer Strahlung, welche an einer der Flächen z. B. zu 95 % reflektiert wird, ist nach viermaliger Reflexion noch der Bruchteil  $0,95^4$  oder 82% enthalten. Eine Strahlung aber, die etwa nur zu 50% reflektiert wird, ist dann auf 6,25% geschwächt. Während sich die beiden Strahlungen vorher etwa wie 2 : 1 verhielten, verhalten sie sich nach vier Reflexionen wie 13 : 1. Das aus der ursprünglichen Strahlung ausgesonderte Spektralgebiet wird bei jeder Reflexion schmäler, also einer scharfen

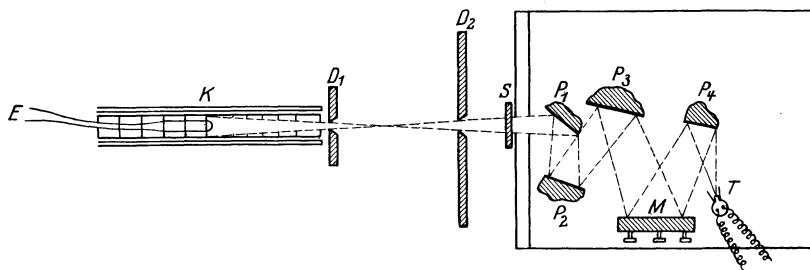


Abb. 441. Reststrahlenmethode nach RUBENS.

*T* Thermosäule, *M* Metallhohlspiegel, *P*<sub>1</sub>–*P*<sub>4</sub> Platten, an denen die Reststrahlen isoliert werden, *S* Schirm, *D*<sub>1</sub>, *D*<sub>2</sub> Blenden, *K* schwarzer Körper als Strahlungsquelle, *E* Thermolement zur Messung der Temperatur des schwarzen Körpers.

Spektrallinie immer ähnlicher. Die so ausgesonderte Strahlung kann nun dazu dienen, um die „optischen“ Eigenschaften der Körper, z. B. ihre Durchlässigkeit,

Tabelle 32. Die wichtigsten Reststrahlen (Lage der Energiemaxima).

Kalkspat . . . .	CaCO <sub>3</sub>	6,65 $\mu$
Flußspat . . . .	CaF <sub>2</sub>	22 und 32 $\mu$
Aragonit . . . .	CaCO <sub>3</sub>	39 $\mu$
Steinsalz . . . .	NaCl	52,8 $\mu$
Sylvin . . . . .	KCl	63 $\mu$
Bromkalium . . .	KBr	83 $\mu$
Thalliumchlorür .	TlCl	92 $\mu$
Jodkalium . . . .	KJ	94 $\mu$
Thalliumbromür .	TlBr	117 $\mu$
Thalliumjodür . .	TlJ	152 $\mu$

in diesem Spektralgebiet zu untersuchen. Tabelle 32 gibt eine Übersicht über die hauptsächlich für die Herstellung von Reststrahlen in Betracht kommenden Substanzen.

Zur Messung der Wellenlänge im langwelligen Ultrarot bedient man sich eines Interferometers (§ 489) von besonderer Konstruktion.

**522. Quarzlinzennmethode. Langwellige Strahlung der Quarzquecksilberlampe.** Je weiter man zu längeren Wellen vorrückt, desto schwieriger wird die Aussonderung und Untersuchung eng begrenzter Spektralbereiche, schon wegen der geringen Energie der langwelligen Strahlung in den verfügbaren Strahlungsquellen. Zur Trennung langwelliger und kurzwelliger ultraroter Strahlung bediente RUBENS sich folgender Eigenschaft des Quarzes. Quarz ist im kurzwelligsten Ultrarot durchlässig, dann folgt bei längeren Wellen ein breites Gebiet anomaler Dispersion (§ 516), in dem er sehr stark absorbiert, um schließlich für ganz langwellige Strahlung wieder durchlässig zu werden. In diesem lang-



welligen Gebiet hat er einen viel höheren Brechungsindex als im kurzwelligen Ultrarot (vgl. Abb. 436). Hierauf beruht die sog. Quarzlinzenmethode (Abb. 442). Die von einer Strahlungsquelle, z. B. einem Auer-Glühstrumpf *A*, kommende Strahlung fällt durch eine enge Blende *B* auf eine Quarzlinse *L*<sub>1</sub>, welche die stark brechbare langwellige Strahlung auf eine zweite Blende *F* konzentriert, durch welche sie hindurchtritt, während die schwach brechbare kurzwellige Strahlung zum größten Teil auf die Wand der Blende fällt. Um auch die auf die Öffnung fallende kurzwellige Strahlung auszusondern, wird sie durch ein auf der Linse angebrachtes Stück schwarzen Papiers  $\alpha$ , welches für die langwellige Strahlung fast völlig durchlässig ist, absorbiert. Mittels einer zweiten Linse *L*<sub>2</sub> wird der Reinigungsprozeß der Strahlung noch einmal wiederholt, so daß nur noch langwellige Strahlung übrigbleibt. Diese Methode ist eine ausgezeichnete Illustration für die Änderung der optischen Eigenschaften (Brechung, Absorption) bei großen Änderungen der Wellenlänge.

Die langwelligste bisher beobachtete ultrarote Strahlung ist von RUBENS und v. BAEYER in der Strahlung der Quarzquecksilberlampe (§ 412) entdeckt

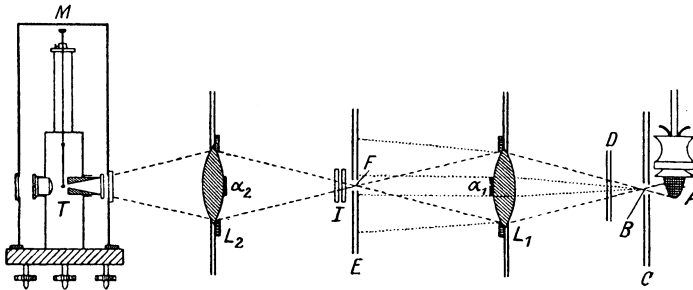


Abb. 442. Quarzlinzenmethode nach RUBENS und WOOD.

*A* Auerbrenner, *B, F* Blendenöffnungen in den Diaphragmen *C* und *E*, *L*<sub>1</sub>, *L*<sub>2</sub> Quarzlinzen, *D, J* Schirme zum Abblenden der Strahlung,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  Papierblättchen, *M* Mikroradiometer als Meßinstrument.

worden. Diese Strahlung umfaßt ein breites Spektralgebiet und hat zwei Energiemaxima, eines bei 218  $\mu$ , das andere bei 343  $\mu$ . Diese Strahlung fällt also bereits mit den kürzesten elektrischen Wellen zusammen. Tatsächlich zeigen diese langwelligen Strahlen schon alle Eigenschaften der elektrischen Wellen. So kann man sie z. B. durch feine Drahtgitter in gleicher Weise linear polarisieren, wie das HERTZ für elektrische Wellen nachgewiesen hat.

**523. Das ultraviolette Spektralgebiet.** Hält man in ein Spektrum einen mit Zinkblende bedeckten Schirm derart, daß er über das violette Ende hinausragt, so bemerkt man, daß der Schirm ein beträchtliches Stück jenseits dieses Endes grünlich leuchtet (phosphoresziert, § 542). Es ist dies eine Wirkung der dem Auge nicht mehr sichtbaren ultravioletten Strahlen. Daß das auf diese Weise beobachtbare ultraviolette Gebiet nicht weiter ausgedehnt ist und in der Regel sogar nur aus einer oder wenigen Linien zu bestehen scheint, liegt lediglich an der Verwendung von Glas im Strahlengange, welches unmittelbar hinter dem violetten Ende des Spektrums undurchlässig zu werden beginnt. Zur Untersuchung ultravioletter Spektren muß man daher eine andere Substanz für Prismen und Linsen verwenden. In der Regel benutzt man Steinsalz, Quarz oder Flußpat. Die meisten Substanzen sind im kurzwelligen Ultraviolett undurchlässig, auch die Gase. Zur Untersuchung kurzwelligster, ultravioletter Strahlung muß daher die ganze benutzte Apparatur luftleer gemacht werden (Vakuumspektrograph). Zur Aufnahme der Spektren dienen photographische Platten, denn die photographische Wirkung des ultravioletten Lichts ist sehr stark, wie ihre chemischen Wirkungen überhaupt (§ 546).

In der Sonnenstrahlung ist ultraviolettes Licht in großen Mengen enthalten. Es gelangt aber wegen der Absorption in der Atmosphäre nur äußerst geschwächt bis zur Erdoberfläche, während es in größeren Höhen sehr intensiv ist. Daher rührt zum großen Teil die biologische Wirkung des Hochgebirges und die starken dort häufig eintretenden Hautverbrennungen (Gletscherbrand). Die Beobachtung des Sonnenspektrums jenseits der Grenzen des sichtbaren Gebietes ist durch die Absorption begrenzt, die kurzwelligeres ultraviolettes und langwelligeres ultrarotes Licht in der Erdatmosphäre erfährt. Infolgedessen bricht das ultrarote Sonnenspektrum bei 2900 ÅE ab. Im Ultraroten ist es LANGLEY gelungen, noch eine Wellenlänge von 53 000 ÅE (rund  $\frac{1}{200}$  mm) zu beobachten. Für die Absorption im Ultraviolett ist hauptsächlich das in der Atmosphäre vorhandene Ozon, für diejenige im Ultrarot der Wasserdampf verantwortlich.

Starke ultraviolette Strahlung liefert die Quarzquecksilberlampe, desgleichen Quecksilberlampen aus Uviolglas, einer für ultraviolettes Licht weitgehend durchlässigen Glassorte. Auch eine Funkenstrecke (§ 407) zwischen Elektroden aus Zink und manchen anderen Metallen ist reich an ultravioletter Strahlung. Die Sehorgane mancher Tiere sind weiter hinein in das Ultraviolett empfindlich als das menschliche Auge. Insbesondere ist dies für die Bienen nachgewiesen worden.

Der kurzwellige Teil des ultravioletten Spektralgebietes ist insbesondere von SCHUMANN und MILLIKAN erforscht worden. Letzterem gelang es, die früher noch vorhandene Lücke zwischen dem Ultraviolett und den Röntgenstrahlen zu überbrücken.

**524. Röntgenstrahlen.** Die nach RÖNTGEN benannten Strahlen sind von diesem im Jahre 1895 bei Gelegenheit von Versuchen mit dem LENARD-Rohr

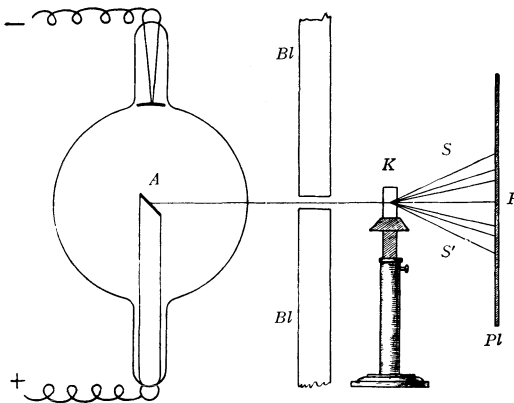


Abb. 443. v. LAUES Versuchsanordnung zum Nachweis der Beugung von Röntgenstrahlen in einem Kristall.

A Antikathode des Röntgenrohres, Bl Bleiblende, K Kristall, P ungebogener Strahl, S abgebeugte Strahlen, Pl photographische Platte.

(§ 409) entdeckt und von ihm selbst X-Strahlen genannt worden. Es war dies eine der wichtigsten physikalischen Entdeckungen. Sie bezeichnet den eigentlichen Beginn des Überganges von der sog. klassischen Physik des 19. Jahrhunderts zur Physik der Jetztzeit.

Daß die Röntgenstrahlen noch kurzwelligeres Licht sind als das Ultraviolett, war bereits lange vermutet worden. Im Jahre 1912 wurde es durch v. LAUE bewiesen, dem es gelang, Röntgenstrahlen zur Interferenz zu bringen. Dadurch wurde nicht nur ihre Wellennatur bewiesen, sondern es gelang auch, die Wellenlängen zu messen. Wegen der kleinen

Wellenlänge der Röntgenstrahlen konnte man damals zur Erzeugung von Gitterspektren (§ 493) bei ihnen keine mechanisch hergestellten Gitter benutzen. (Heute ist dies mit Hilfe besonderer Kunstgriffe möglich geworden.) v. LAUE kam daher auf den Gedanken, als Beugungsgitter Kristalle zu benutzen. Wie wir heute wissen, bilden die Kristalle sog. Raumgitter. D. h. ihre atomistischen Bausteine sind in ihnen ganz regelmäßig räumlich angeordnet (Näheres s. § 584). Fällt Röntgenlicht durch einen solchen Kristall, so findet an jedem atomistischen Baustein (Atom, Ion) eine Beugung statt. Die abgebeugten Strahlen interferieren miteinander. Das führt ähnlich wie beim Strichgitter dazu, daß Röntgenlicht nur in ganz bestimmten Richtungen aus dem Kristall austritt. Eine zwei-

dimensionale Analogie zu diesen Erscheinungen sind die farbigen Beugungsbilder, die man z. B. beobachtet, wenn man eine nahezu punktförmige Lichtquelle durch einen Webstoff (Kreuzgitter) hindurch betrachtet (§ 493).

Abb. 443 zeigt die von v. LAUE zum Nachweis der Beugung der Röntgenstrahlen benutzte Versuchsanordnung. Ein feines Bündel von Röntgenstrahlen tritt durch einen Kristall und fällt hinter diesem auf eine photographische Platte, die überall dort geschwärzt wird, wo Strahlen auftreffen. Abb. 444 zeigt ein auf diese Weise gewonnenes sog. LAUE-Diagramm.

Durch diese Versuche wurde nicht nur die Wellennatur der Röntgenstrahlen bewiesen, sondern auch die Richtigkeit der Vorstellung vom Bau der Kristalle. In ihrer weiteren Entwicklung führte die LAUESche Idee einerseits zur Ausarbeitung einer Spektroskopie der Röntgenstrahlen (§ 526) durch W. L. und W. H. BRAGG, andererseits zu einem außerordentlichen Aufschwung der Kristallographie und unserer Kenntnis vom Bau der Materie überhaupt. Ein Verfahren zur



Abb. 444. LAUE-Diagramm der Zinkblende.

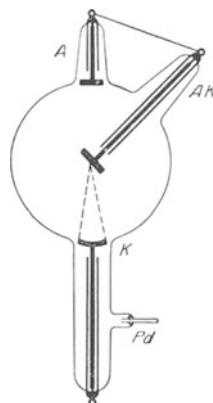


Abb. 445. Ältere (gasgefüllte) Röntgenröhre.

Strukturanalyse, das auch für Kristallpulver und für amorphe Substanzen anwendbar ist, haben DEBYE und SCHERRER angegeben. Wegen der Wesensgleichheit der Röntgenstrahlen mit dem Licht spricht man heute auch von Röntgenlicht.

Die Erzeugung der Röntgenstrahlen geschieht mittels der sog. Röntgenröhren. Sie entstehen immer dann, wenn Kathodenstrahlen, also sehr schnell bewegte Elektronen, auf ein Hindernis fallen. Da jede bewegte elektrische Ladung einen elektrischen Strom darstellt, so entspricht der Bremsung ihrer Bewegung eine sehr plötzliche Änderung der Stromstärke. Das hat das Auftreten einer elektromagnetischen Welle zur Folge, eben der ausgesandten Röntgenstrahlung (Bremsstrahlung). Daneben entsteht aber noch eine weitere, periodische Strahlung, deren Wellenlängen für das Material charakteristisch sind, auf die die Elektronen auftreffen (§ 529).

Ursprünglich benützte man Röntgenröhren von der in Abb. 445 dargestellten Form. Es sind dies Glasgefäße, die noch so viel Luft enthalten, daß in ihnen Kathodenstrahlen durch selbständige Entladung entstehen können. Diese gehen von der Kathode *K* aus, welche hohlspiegelartig gekrümmt ist, so daß

sich die Kathodenstrahlen auf dem heute stets aus Wolfram bestehenden Hinder-

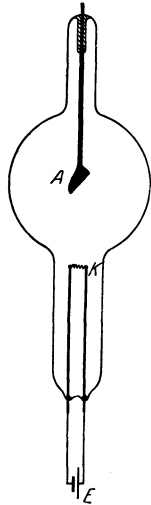


Abb. 446. Schema einer modernen Röntgenröhre nach COOLIDGE.

K Kathode, A Antikathode, zugleich Anode, E Heizbatterie für die Kathode.

nis, der sog. Antikathode *AK*, konzentrieren. Diese ist mit der Anode *A* verbunden. *Pd* ist ein in die Glaswand eingeschmolzenes Palladiumrohr, welches zur Regulierung der Gasfüllung dient. Beim Gebrauch wird die Luft allmählich von den Metallteilen des Rohrs absorbiert, und die Entladung geht immer schwerer hindurch. Erwärmt man das Palladiumrohr mit einer Bunsenflamme, so diffundiert durch das glühende Metall Wasserstoff aus dem Leuchtgas in das Rohr (§ 183). Auf diese Weise kann der gewünschte Gasdruck wiederhergestellt werden. Von der Antikathode gehen die Röntgenstrahlen aus, die zum größten Teil durch die Glaswand nach außen treten. Diese sog. Ionenröhren sind nur unvollkommen regulierbar und haben viele Nachteile. Daher benutzt man heute fast ausschließlich Röntgenröhren, in denen ein möglichst vollkommenes Vakuum hergestellt ist und bei denen die zur Erzeugung der Röntgenstrahlen dienenden Kathodenstrahlen (Elektronen) aus einer Kathode stammen, die aus einem elektrisch geglühten Wolframdraht besteht (§ 403). Abb. 446 zeigt das Schema einer derartigen Röhre nach der Konstruktion von COOLIDGE. Mittels dieser Röhren ist man in der Lage, die Menge der ausgesandten Kathodenstrahlen durch den Heizstrom der Kathode, ihre Geschwindigkeit durch die angelegte Spannung mit großer Genauigkeit zu regulieren, und dadurch Art und Stärke der erzeugten Röntgenstrahlen in der jeweils gewünschten Weise zu beeinflussen. Das hat nicht nur für die physikalische Forschung sondern vor allem auch für die Medizin entscheidende Bedeutung. Eine sachgemäße und für den Patienten gefahrlose Anwendung der Röntgenstrahlen in der medizinischen Therapie und Diagnose ist erst durch diese modernen Röhren möglich geworden.

Zur Erzeugung der zum Betriebe notwendigen hohen Spannung benutzt man meist einen Funkeninduktor, neuerdings auch eine Reihe von anderen Einrichtungen.

Man bezeichnet eine Röntgenstrahlung als „hart“ oder „weich“, je nachdem in ihr vorwiegend kurzwellige oder langwellige Röntgenstrahlung enthalten ist.

**525. Eigenschaften der Röntgenstrahlen.** Röntgenstrahlen vermögen bekanntlich alle Substanzen mehr oder weniger stark zu durchdringen, und zwar im allgemeinen um so leichter, je spezifisch leichter die Substanz ist. Im großen und ganzen steigt das Durchdringungsvermögen der Strahlen mit fallender Wellenlänge. Doch zeigen alle Stoffe an gewissen Stellen des Röntgenspektrums selektive Eigenschaften, insbesondere haben sie bestimmte Gebiete besonders starker Absorption.

Auf diesem starken, aber für verschiedene Substanzen (Knochen, Muskelgewebe usw.) verschieden großen Durchdringungsvermögen beruht auch die Möglichkeit der „Durchleuchtung“ des menschlichen Körpers, bei der dessen einzelne Bestandteile sich wegen ihrer verschiedenen Durchlässigkeit schattenartig voneinander abheben, und bei der insbesondere die Knochen, aber auch einzelne innere Organe, besonders deutlich hervortreten (Röntgendiagnostik). Die Sichtbarmachung der Schattenbilder erfolgt dadurch, daß man die Strahlen nach dem Durchgang durch den Körper auf einen mit Bariumplatinzyanür oder dergleichen bedeckten Schirm (Leuchtschirm) fallen läßt. Diese Substanz fluoresziert unter der Wirkung der Röntgenstrahlen. Zur Fixierung des Schattenbildes

(Röntgenaufnahme) läßt man die Strahlen nach dem Durchgang durch den Körper auf eine photographische Platte fallen. Die Röntgenstrahlen haben starke chemische Wirkung.

Die biologischen Wirkungen der Röntgenstrahlen sind noch erheblich stärker als die des ultravioletten Lichts. Auch erstrecken sie sich bis in die Tiefe des Körpers. Sie finden eine ausgedehnte Anwendung zur Erzielung von Heilwirkungen der verschiedensten Art, z. B. zur Bekämpfung von bösartigen Geschwülsten (Röntgentherapie). Andererseits aber bilden sie bei unvorsichtigem Verhalten eine große Gefahr für den Menschen und bewirken die in schweren Fällen tödlichen sog. Röntgenverbrennungen.

Gase werden durch Röntgenstrahlen, welche sie durchsetzen, stark ionisiert (§ 403).

**526. Spektroskopie der Röntgenstrahlen.** Wie bereits erwähnt, dienen als Beugungsgitter für die Röntgenstrahlen die Raumgitter von Kristallen (Näheres darüber s. § 584). Wir wählen als Beispiel das besonders einfache kubische Raumgitter des Kochsalzes, NaCl, bei dem positive Na-Ionen und negative Cl-Ionen regelmäßig abwechselnd in den Ecken von Würfeln angeordnet sind. Abb. 447 zeigt einen schematischen Querschnitt durch einen solchen Kristall. Die Kantenlänge der Elementarwürfel sei  $d$ . Die schwarzen Kreise seien Na-Ionen, die weißen Cl-Ionen ( $D, E, F$ ). Die Ebenen  $aa', bb'$  usw. heißen Netzebenen.

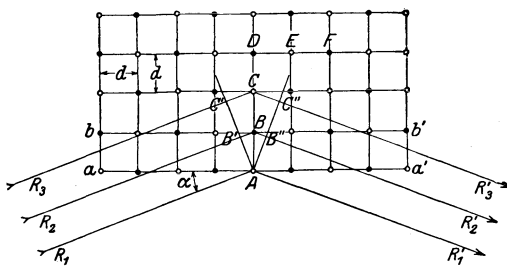


Abb. 447. Zur Reflexion der Röntgenstrahlen an einem Kristall.

Auf die durch eine solche Netzebene gebildete Oberfläche  $aa'$  des Kristalls falle ein mit ihr den Winkel  $\alpha$  bildendes Bündel paralleler, kohärenter (§ 483) Röntgenstrahlen  $R_1, R_2$  usw. Wir greifen die beiden Strahlen  $R_1$  und  $R_2$  heraus, welche gerade auf die Ionen  $A$  und  $B$  fallen. An diesen werden sie nach allen Richtungen gebeugt. Unter diesen gebeugten Strahlen betrachten wir die beiden Strahlen  $R_1'$  und  $R_2'$ , welche so verlaufen, als seien die Strahlen  $R_1$  und  $R_2$  regulär am Kristall reflektiert worden. Die einfallenden Strahlen sind in  $A$  und  $B'$ , weil kohärent, in gleicher Phase, in  $A$  und  $B''$  aber nur dann, wenn der Weg  $B'B + BB''$  gleich der Wellenlänge  $\lambda$  oder einem ganzzahligen Vielfachen derselben ist. Es ergibt sich leicht, daß dann

$$2d \sin \alpha = z\lambda, \quad (2)$$

wenn  $z$  irgendeine ganze Zahl bedeutet (vgl. die ganz ähnlichen Betrachtungen in § 485). In diesem Falle findet also keine Schwächung oder Auslöschung durch Interferenz statt. Die gleiche Überlegung gilt für die Strahlen  $R_2$  und  $R_3$ .

Nun findet aber auch an allen anderen Gitterpunkten Beugung statt. Es läßt sich zeigen, daß, wenn man die Gesamtheit der Gitterpunkte und alle an ihnen gebeugten Strahlen in Betracht zieht, eine merkliche Intensität der austretenden Röntgenstrahlen nur bei denjenigen Einfallswinkeln und in denjenigen Richtungen auftritt, die der Gl. 2 entsprechen. Je nachdem  $z = 1, 2, 3$  usw. ist, spricht man von Reflexion erster, zweiter, dritter Ordnung.

Auf die Oberfläche eines Kristalls  $K$  falle ein Kegel von Röntgenstrahlen, der Strahlen verschiedener Wellenlänge enthält (Abb. 448). Wir wollen beispielsweise annehmen, es seien drei verschiedene Wellenlängen vorhanden (in Abb. 448 durch die Zahl der Pfeilspitzen angedeutet). Reflexion findet nur in den der

Gl. 2 entsprechenden Richtungen statt, und daher verläuft das den verschiedenen Wellenlängen angehörende Röntgenlicht nach der Reflexion in verschiedenen Richtungen. Stellt man einen kreisförmig gebogenen photographischen Film  $PP$  in den Weg der reflektierten Strahlen, so erhält man auf ihm ein nach Wellenlängen geordnetes Spektrum des Röntgenlichts.

Auf Grund dieser Tatsachen haben insbesondere BRAGG, Vater und Sohn, die Spektroskopie der Röntgenstrahlen entwickelt. Es gibt heute mehrere diesem Zweck dienende technische Varianten. Als Beispiel sei die Drehkristallmethode angeführt (Abb. 449). Durch eine Bleiblende  $B$  fällt ein feines Bündel Röntgen-

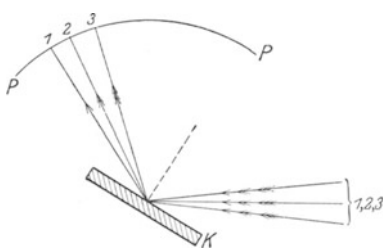


Abb. 448. Zur Reflexion der Röntgenstrahlen an einem Kristall.

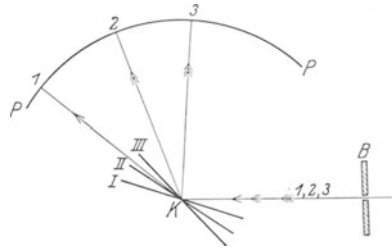


Abb. 449. Zur Drehkristallmethode.

licht auf einen Kristall  $K$ , der um den Auftreffpunkt der Strahlen gedreht werden kann. Reflexion findet nur bei denjenigen Stellungen des Kristalls statt, bei denen für einen der in der einfallenden Strahlung enthaltenen Anteile die Gl. 2 erfüllt ist. So wird etwa der eine Anteil bei der Stellung I des Kristalls in die Richtung 1 reflektiert, ein zweiter bei der Stellung II in die Richtung 2 usw. Auf einem kreisförmig gebogenen Film  $PP$  entsteht daher bei allmählicher Drehung des Kristalls ein Spektrum, welches, wenn  $B$  ein schmaler, zur Zeichnungsebene senkrechter Spalt ist, aus feinen Linien besteht, genau wie die gewöhnlichen optischen Spektren (Abb. 454).

Abb. 450 zeigt das Schema der BRAGGSchen Anordnung. Die Genauigkeit der Wellenlängenmessung der Röntgenstrahlen erreicht zwar diejenige im optischen Spektrum nicht, ist aber doch schon sehr beträchtlich.

527.  $\gamma$ -Strahlen und Höhenstrahlung. Von den radioaktiven Substanzen

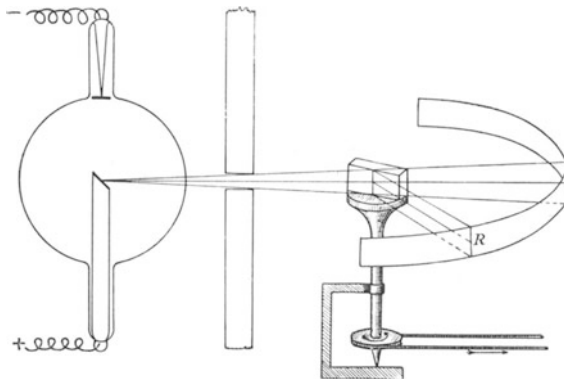


Abb. 450. Spektroskopie der Röntgenstrahlen nach BRAGG.

(§572) geht u.a. eine Strahlung aus, welche mit den Röntgenstrahlen in allen Eigenschaften übereinstimmt, aber im allgemeinen noch durchdringender ist, die sog.  $\gamma$ -Strahlung. Ihre Untersuchung nach der im § 526 beschriebenen Methode hat ergeben, daß es sich um eine Strahlung handelt, die bis zu noch kürzeren Wellenlängen reicht als die Röntgenstrahlen (Tab. 31, § 515).

Die neuerdings entdeckte Höhenstrahlung ist noch erheblich durchdringender als die kurzwelligste  $\gamma$ -Strahlung, man muß ihr daher, falls sie überhaupt eine elektromagnetische Wellenstrahlung ist, eine noch viel kleinere Wellenlänge zuschreiben (Tab. 31). Es liegen heute gewichtige Gründe

für die Annahme vor, daß sie aus Korpuskeln (Elektronen oder Protonen) von außerordentlich großer Geschwindigkeit besteht. Die Höhenstrahlung wird in der freien Natur beobachtet, und zwar wächst ihre Stärke beträchtlich, je höher man sich über dem Meeresspiegel befindet. Man schließt aus diesem Verhalten, daß es sich um eine aus dem Weltraum, also wohl von anderen Gestirnen, aber jedenfalls nicht von der Sonne, kommende Strahlung handelt, welche beim Durchlaufen der Atmosphäre allmählich absorbiert wird. Man weist sie durch die Ionisation nach, die sich in einem geschlossenen Gefäß noch zeigt, wenn man alle anderen Ionisationsquellen soweit wie möglich beseitigt hat. Unter der Voraussetzung, daß die Höhenstrahlung doch eine elektromagnetische Wellenstrahlung ist, kann man ihre Wellenlänge auf Grund ihrer Durchdringungsfähigkeit schätzen und kommt dabei auf Wellenlängen von  $10^{-3}$  bis  $10^{-5}$  ÅE.

**528. Optik der elektrischen Wellen.** Die auf elektrischem Wege erzeugten elektrischen Wellen (§ 417) zeigen in optischer Beziehung grundsätzlich das gleiche Verhalten wie die übrigen Gebiete des gesamten Spektrums und schließen sich auf Seite der kürzesten elektrischen Wellen glatt an die längsten ultraroten Wellen an. Sie zeigen also Reflexion, Brechung, Totalreflexion, Dispersion, Absorption, Interferenz, Polarisation und Beugung. Natürlich sind in Anbetracht der großen Wellenlänge zum Nachweis dieser Erscheinungen Apparaturen erforderlich, welche von den in der gewöhnlichen Optik gebräuchlichen weitgehend abweichen. HEINRICH HERTZ zeigte die Brechung kurzer elektrischer Wellen mittels großer Prismen und Linsen aus Paraffin oder Pech, ihre Beugung und Polarisation mittels Drahtgittern. Näheres über elektrische Wellen s. § 417.

Im völlig freien Raume breiten sich die elektrischen Wellen wie das Licht geradlinig aus. Die für die Möglichkeit eines drahtlosen Verkehrs über die ganze Erde entscheidend wichtige Tatsache, daß sich die elektrischen Wellen der Erdoberfläche anschmiegen, also um die Erde herumlaufen, beruht auf Wechselwirkungen zwischen den elektromagnetischen Feldern in der Welle und der elektrisch leitenden Erdoberfläche. Auch spielt dabei die sog. Heaviside-Schicht eine Rolle. Es scheint, daß sich in etwa 300 km Höhe in der Atmosphäre eine Schicht mit beträchtlicher elektrischer Ladung befindet. An einer solchen müssen elektrische Wellen reflektiert werden. Dadurch werden sie an der freien Ausbreitung in den Raum gehindert und immer wieder auf die Erde zurückgeworfen. Die Interferenz elektrischer Wellen wird bei der Richtungs-telegraphie ausgenutzt, welche darauf beruht, daß man durch Anwendung geeignet angebrachter und geformter Antennen (§ 418) die Wellen in einer Richtung sich gegenseitig durch Interferenz schwächen, in einer andern verstärken läßt.

**529. Emissions- und Absorptionsspektren.** Leuchtende Körper haben ein sog. Emissionsspektrum. Dieses hat, je nach der Natur der leuchtenden Substanz, ein sehr verschiedenartiges Aussehen. Feste und flüssige Körper senden im glühenden Zustande ein kontinuierliches Spektrum aus, d. h. es sind in ihrem Licht alle Wellenlängen, wenn auch in verschiedener Stärke (§ 534) enthalten. Ein solches Spektrum, z. B. das des Kraters einer Bogenlampe, bildet also ein ununterbrochenes Farbenband, das sich im sichtbaren Gebiet von Rot bis Violett erstreckt, aber tatsächlich an beiden Enden darüber hinausreicht. Werden feste und flüssige Körper nicht durch hohe Temperatur, sondern auf andere Weise (Fluoreszenz, Phosphoreszenz, § 542 und 543) zum Leuchten erregt, so besteht ihr Spektrum aus einer größeren Zahl von einzelnen Linien oder Liniengruppen.

Bei den leuchtenden Gasen — z. B. solchen, die in einem Entladungsrohr zum Leuchten gebracht werden (Glimmentladung, § 408) — hat man zwei grundsätzlich verschiedene Arten von Emissionsspektren zu unterscheiden, die Linien-

spektren und die Bandenspektren. Die Linienspektren bestehen aus einer mehr oder weniger großen Zahl einzelner feiner Linien (Abb. 451 und 452<sup>1)</sup>) die deutlich voneinander getrennt sind, wenn sie sich auch unter Umständen

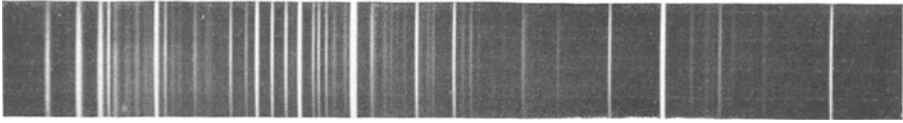


Abb. 451. Linienspektrum des Kaliums (etwa zwischen 5000 und 3000 Å-E).



Abb. 452. Ausschnitt aus dem Linienspektrum des Eisens (etwa zwischen 5000 und 2200 Å-E).

an gewissen Stellen häufen können. Die Bandenspektren bestehen zwar auch aus einzelnen, sehr dicht gehäuften Linien, die aber deutlich einzelne, aus sehr vielen Einzellinien bestehende Gruppen (Banden) bilden (Abb. 453). Näheres

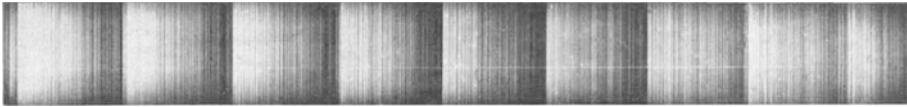


Abb. 453. Bandenspektrum des Jod.

über Ursprung und Gesetzmäßigkeiten der Spektren s. § 552 ff. An das kurzwellige Ende der Linien- und Bandenspektren schließen sich in der Regel schwache kontinuierliche Spektren an, die durchweg im Ultravioletten liegen (§ 553).



Abb. 454. Röntgenspektrum (L-Serie des Lutetium, Negativ).

Die Röntgenspektren der Elemente sind stets Linienspektren (Abb. 454). Sie gehorchen sehr einfachen Gesetzen. Näheres s. § 560.

Läßt man Licht einer Lichtquelle, die ein kontinuierliches Spektrum aussendet, also z. B. das Licht einer Bogenlampe, durch eine Substanz treten, so wird dadurch das Spektrum in einer für die Substanz charakteristischen Weise verändert. In dem kontinuierlichen Spektrum treten dunkle Linien oder Streifen auf, nämlich an denjenigen Stellen des Spektrums, deren Licht von der Substanz absorbiert, d. h. nicht durchgelassen wird. Ein solches Spektrum heißt ein Absorptionsspektrum. Die Absorptionsgebiete sind bei festen Körpern häufig ziemlich breite verwaschene Gebiete, bei den Gasen feine Linien (Abb. 455).

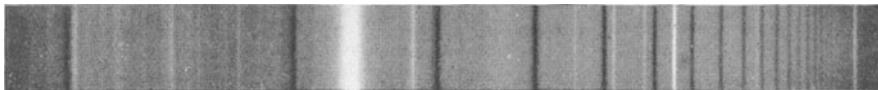


Abb. 455. Absorptionsspektrum des Natriumdampfs (Hauptserie etwa zwischen 2860 und 2400 Å-E).

<sup>1)</sup> Die Originale der Abb. 451 und 455 wurden mir von den Herren FOOTE und MOHLER, dasjenige von Abb. 452 von Herrn GROTRIAN und dasjenige von Abb. 456 von Herrn FREUNDLICH zur Verfügung gestellt.



Viele Substanzen haben im sichtbaren Gebiet keine oder nur wenige ganz schmale Absorptionsgebiete, z. B. die meisten Gase. Solche Substanzen sind durchsichtig und erscheinen nicht farbig.

Das Spektrum des Sonnenlichts ist an sich kontinuierlich, zeigt sich aber von sehr vielen feinen dunklen Linien, den (zuerst 1802 von WOLLASTON beobachteten) sog. FRAUNHOFERSchen Linien durchzogen (Abb. 456). Die stärksten von ihnen werden mit den Buchstaben *A*, *B* usw. bezeichnet und dienen oft zur Orientierung im Spektrum. Die FRAUNHOFERSchen Linien rühren von der Absorption des von der Oberfläche des glühenden Sonnenkerns (Photosphäre) ausgesandten Lichts in der Atmosphäre der Sonne (Chromosphäre) her, einzelne von ihnen auch von einer Absorption in der Erdatmosphäre (tellurische Linien). Das Sonnenspektrum mit den FRAUNHOFERSchen Linien ist also das Absorptionsspektrum der in der Chromosphäre enthaltenen Substanzen. Abb. 456 zeigt dies am Beispiel des Eisens.

In der praktischen Spektroskopie ist es üblich, eine Spektrallinie entweder durch Angabe ihrer Wellenlänge  $\lambda$  oder durch die Angabe ihrer sog. Wellenzahl  $N$  zu charakterisieren. Letztere ist als  $N = 1/\lambda$  definiert, wobei  $\lambda$  in cm ausgedrückt wird, und die Wellenzahl ist daher gleich der Zahl der auf 1 cm entfallenden Wellenlängen. Da die Schwingungszahl  $\nu = c/\lambda$  ist, so besteht zwischen der Wellenzahl und der Schwingungszahl einer Spektrallinie die Beziehung  $\nu = cN$ .

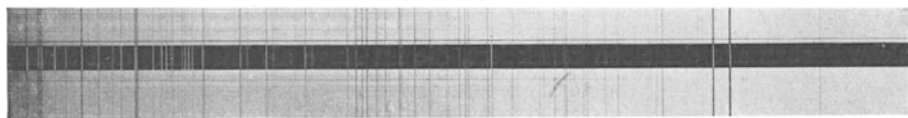


Abb. 456. Ausschnitt aus dem Sonnenspektrum mit FRAUNHOFERSchen Linien. In der Mitte das Linienspektrum des Eisens im gleichen Spektralbereich.

**530. Spektralanalyse.** Das Spektrum — Emissions- oder Absorptionsspektrum — eines Elements ist für dieses absolut charakteristisch. Es kann also zum Nachweis des Vorhandenseins eines Elements dienen. Hierauf gründeten BUNSEN und KIRCHHOFF (1859) die Spektralanalyse, welche ein wichtiges Hilfsmittel der chemischen und metallographischen Forschung bildet. Neu und von großer Wichtigkeit ist die Spektralanalyse durch Untersuchung der Röntgenspektren. Mittels dieser ist es in letzter Zeit gelungen, das Vorhandensein der bis dahin noch nicht entdeckten Elemente mit den Ordnungszahlen 43 (Marsurium), 72 (Hafnium) und 75 (Rhenium) nachzuweisen, die sich wegen ihrer sehr geringen Konzentration in den Mineralien bisher dem chemischen Nachweis entzogen.

Von größter Bedeutung aber ist vor allem die Anwendung der Spektralanalyse auf die Fixsterne. Die Untersuchung der Fixsternspektren hat ergeben, daß sich auf ihnen durchweg die gleichen chemischen Elemente befinden wie auf der Erde. Darüber hinaus geben die Fixsternspektren wichtige Aufschlüsse über den Zustand der Fixsterne überhaupt.

**531. Körperfarben. Mischung von Lichtern und Farbstoffen. Komplementärfarben.** Der Farbeindruck, den unser Auge von einer selbstleuchtenden Lichtquelle empfängt, ist durch die Gesamtheit der im sichtbaren Gebiet liegenden Wellenlängen bedingt, die im Spektrum der Lichtquelle enthalten sind. Ist das ausgesandte Licht nicht monochromatisch, so überlagern sich die von den verschiedenen Wellenlängen erzeugten Sinnesindrücke zu einer einheitlichen Farbeempfindung, die von derjenigen, die durch die betreffenden Wellenlängen einzeln erzeugt würden, verschieden ist. Es tritt im Gehirn eine Verschmelzung der Farbeindrücke ein, die wir als Mischung von Lichtern bezeichnen wollen, um

nicht durch die Bezeichnung als Farbmischung eine Verwechslung mit der Wirkung einer Mischung von Farbstoffen (Pigmenten) hervorzurufen. Besonders interessant sind diejenigen Fälle, in denen die Mischung zweier Lichter verschiedener Farbe zusammen Weiß ergibt. Man nennt ein solches Farbenpaar Komplementärfarben. Beispiele hierfür sind z. B. Blau und Gelb oder Rot und Grün. Beim Zusammenwirken zweier Komplementärfarben kommt es lediglich auf den Farbeindruck an, den das Auge von ihnen einzeln empfangen würde. Sie können daher ebensogut aus monochromatischem Licht bestehen, d. h. sog. reine Spektralfarben sein, wie aus Mischfarben, die den gleichen Sinnesindruck hervorrufen wie eine reine Spektralfarbe. Eine Versuchsanordnung zur Herstellung von Komplementärfarben ist in § 476 beschrieben.

Wie bei einer selbstleuchtenden Lichtquelle, so ist auch bei den nicht selbstleuchtenden Körpern ihre Farbe durch die spektrale Zusammensetzung des Lichtes gegeben, das von ihrer Oberfläche aus in unser Auge gelangt. Fällt Licht auf die Oberfläche eines Körpers, so wird dieses nur in den seltensten Fällen ohne Änderung seiner spektralen Zusammensetzung reflektiert. Fast alle Körperoberflächen absorbieren und reflektieren selektiv, d. h. sie reflektieren einzelne Spektralbereiche stark, andere schwächer, manche gar nicht. Die nicht reflektierten Anteile gehen bei nicht durchsichtigen Körpern durch Absorption im Innern verloren. Im allgemeinen sehen wir die Körper in weißem oder immerhin weißgelblichem Licht (Tageslicht bzw. künstliche Beleuchtung). Ein Körper erscheint dann z. B. gelb, wenn er nur den gelben Anteil des auffallenden Lichtes bzw. solche Farbanteile desselben reflektiert, die im Auge als Mischung den Sinnesindruck gelb hervorrufen. Enthält die beleuchtende Lichtquelle aber das von dem Körper reflektierte Licht gar nicht, so kann auch von ihm nichts reflektiert werden. So erscheinen bei Beleuchtung mit blauem Licht nur diejenigen Körper blau, die auch im weißen Licht blau aussehen, alle übrigen Körper erscheinen mehr oder weniger dunkel, und Farbunterschiede sind an ihnen nicht zu erkennen.

Von den Oberflächenfarben der Körper, d. h. ihren Farben im reflektierten Licht, muß man die Farben durchsichtiger Körper im durchgehenden Licht wohl unterscheiden. Ob ein Körper durchsichtig ist oder nicht, hängt zunächst davon ab, ob überhaupt sichtbares Licht in ihn eindringt, es also nicht vollkommen an seiner Oberfläche reflektiert wird. Ist das nicht der Fall, so können diejenigen Spektralbereiche in ihn eindringen, welche nicht restlos an der Oberfläche reflektiert werden. Ob sie aber den Körper durchdringen, also bei Durchsicht den Eindruck einer bestimmten Farbe des Körpers hervorbringen, hängt weiter davon ab, ob der betreffende Spektralbereich im Innern des Körpers absorbiert wird oder nicht. So ist z. B. rotes Rubinglas (Glas, das durch kolloidale Goldteilchen rot gefärbt ist), derart beschaffen, daß es von weißem Licht nur den roten Spektralbereich hindurchläßt, alles übrige aber absorbiert. Setzt man zwei durchsichtige Körper, z. B. zwei Gläser verschiedener Farbe, hintereinander, so kann nur dasjenige Licht ins Auge gelangen, welches sowohl von dem einen, wie auch von dem anderen durchgelassen wird. So ergibt sich ein grüner Farbeindruck, wenn man ein blaues und ein gelbes Glas aufeinanderlegt, da solche Gläser stets auch ein wenig Grün hindurchlassen.

Bei der Mischung von Farbstoffen liegen die Verhältnisse ähnlich wie bei den durchsichtigen Körpern. Wird z. B. ein blauer und ein gelber Farbstoff gemischt — wobei vorausgesetzt wird, daß hierbei keine chemischen Veränderungen mit diesen Farbstoffen vor sich gehen — so wird ein Teil des auffallenden Lichtes vom gelben, ein anderer vom blauen Farbstoff absorbiert. Reflektiert wird nur der übrigbleibende Rest. Dieser ergibt den Farbeindruck grün als Mischfarbe aus den nicht absorbierten Spektralbereichen).

### k) Strahlungsgesetze.

Die hier besprochenen Strahlungsgesetze beziehen sich auf die sog. Temperaturstrahlung der Körper, d. h. auf solche Strahlung, die ihren Ursprung lediglich der Temperatur des Körpers verdankt.

**532. KIRCHHOFFSches Gesetz. Schwarzer Körper.** Das KIRCHHOFFSche Gesetz (1859) besagt, daß die Lichtemission  $E$  eines Körpers zu seiner Lichtabsorption  $A$  stets in einem ganz bestimmten, konstanten Verhältnis steht. Also

$$\frac{E}{A} = C. \quad (1)$$

Die Größe  $C$  ist lediglich von der Temperatur und der Wellenlänge abhängig, im übrigen für alle Körper die gleiche. Die Absorption  $A$  wird gemessen als der Bruchteil der auf einen Körper fallenden Strahlung, der von dem Körper absorbiert, also nicht durchgelassen oder reflektiert, wird. Absorbiert ein Körper die gesamte auf ihn fallende Strahlung, so ist  $A = 1$ . Einen solchen Körper bezeichnet man, sofern es sich zunächst um das sichtbare Spektralgebiet handelt, im täglichen Leben als schwarz. Ganz allgemein versteht man aber in der Physik unter einem „schwarzen Körper“ einen solchen, welcher jegliche Strahlung, ganz gleich welcher Wellenlänge, vollkommen absorbiert. Keine Substanz erfüllt diese Bedingung vollständig. Trotzdem ist ein schwarzer Körper physikalisch weitestgehend realisierbar, und zwar durch eine nicht zu große Öffnung in der Wand eines geschlossenen Behälters, insbesondere, wenn dessen Innenwände geschwärzt sind. Ein in eine solche Öffnung fallender Strahl wird im Innern des Behälters praktisch vollkommen absorbiert, ehe er nach mehrfachen Reflexionen zufällig wieder aus der Öffnung austritt. Wird z. B., was durch Berußung leicht erreicht wird, jeweils nur 5% der Strahlung an der Wandung reflektiert, so ist nach der zweiten Reflexion nur noch 0,25%, nach der dritten nur noch 0,0125% usw. übrig. Ein solches Loch ist also ein praktisch vollkommen schwarzer Körper. Macht man in die Wand eines geschlossenen Kastens mit berußten Innenwänden ein kleines Loch und berußt auch dessen Umgebung, so sieht man, daß das Loch noch erheblich dunkler ist als der Ruß, welcher bereits etwa 95% der auffallenden Strahlung absorbiert.

Hat ein Körper aber die größte mögliche Absorption  $A$ , so ist nach Gl. 1 auch seine Emission größer als die eines jeden andern Körpers unter gleichen Bedingungen. Es ist daher die Strahlung eines erwärmten schwarzen Körpers, die sog. „schwarze Strahlung“, in jedem Spektralbereich stärker als diejenige irgendeines andern Körpers von gleicher Temperatur. Er bildet einen Grenzfall aller in der Natur vorkommenden strahlenden Körper. Die Strahlung anderer Körper bleibt stets — und zwar in den verschiedenen Spektralgebieten meist in verschiedenem Grade — hinter derjenigen des schwarzen Körpers zurück.

Daß ein Körper um so stärker strahlt, je schwärzer er aussieht, zeigt folgender Versuch. Man bringe auf einem Stück Platinblech einen Fleck aus Tusche an, welcher sich in kaltem Zustande schwarz ( $A$  groß) von seiner spiegelnden Umgebung ( $A$  klein) abhebt. Erwärmt man jetzt das Blech in einer Bunsenflamme zum Glühen, so leuchtet der Tuschefleck erheblich heller als seine Umgebung (Abb. 457).

Ein Loch in der Wand eines erwärmten Hohlraums ist demnach auch der stärkste, bei einer bestimmten Temperatur der Hohlraumwandung denkbare Strahler (schwarzer Strahler). Da die Strahlung des schwarzen Körpers den idealen Grenzfall aller sonstigen Strahler darstellt, so ist ihre Untersuchung von

großem theoretischen und praktischen Interesse. Abb. 458 zeigt als Beispiel einen „schwarzen Körper“, der für Strahlungsmessungen bis etwa  $600^{\circ}$  dienen kann. Er besteht aus einem mit zwei ausgebohrten Hohlräumen versehenen Kupferblock, der von einer zur elektrischen Heizung dienenden Drahtspirale umgeben ist. Als strahlender Hohlraum dient der Teil *A*, der vorn mit einer Blende versehen ist, vor der sich noch eine mit Wasser gekühlte Blende *B* befindet, damit nur Strahlung, die aus dem Innern des Hohlraums kommt, zur Beobachtung gelangen kann. Der zweite Hohlraum dient in der Hauptsache zur Einführung eines Thermometers *T*, mittels dessen die Temperatur der Wand

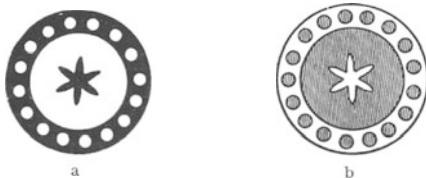


Abb. 457. Schwarz-weißer Körper, a bei tiefer Temperatur im reflektierten Licht, b bei hoher Temperatur selbstleuchtend.

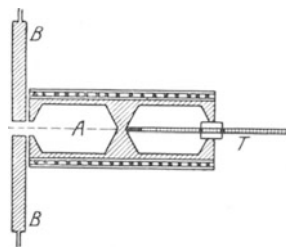


Abb. 458. Beispiel eines schwarzen Körpers für Strahlungsmessungen.

des strahlenden Hohlraums gemessen werden kann. (Eine Ausführung für höhere Temperaturen s. Abb. 44I, § 52I.) Man nennt die schwarze Strahlung wegen der Art ihrer Erzeugung, und weil sie sich in einem geschlossenen Hohlraum, der anfänglich mit einer Strahlung von beliebiger Energieverteilung erfüllt war, durch Wechselwirkung mit den Wänden stets von selbst herstellt, auch wohl Hohlraumstrahlung.

Ein Körper, bei dem die Strahlung zwar der des schwarzen Körpers nicht gleich ist, bei dem aber alle Spektralgebiete in ihrer Energie um den gleichen Bruchteil schwächer sind als beim schwarzen Körper, heißt grau. Denn ein solcher Körper erscheint im reflektierten Lichte bei tieferer Temperatur grau. Das rührt daher, daß er nach dem KIRCHHOFFSchen Gesetz auch von allen Spektralfarben den gleichen Bruchteil absorbiert. Fällt auf ihn weißes Licht, so wird dieses in allen Spektralbereichen im gleichen Grade geschwächt, und im reflektierten Lichte erscheint keine Farbe bevorzugt.

**533. Selbstumkehr der Spektrallinien.** Eine Konsequenz aus dem KIRCHHOFFSchen Gesetz ist auch die sog. Selbstumkehr der Spektrallinien (FOUCAULT 1849).

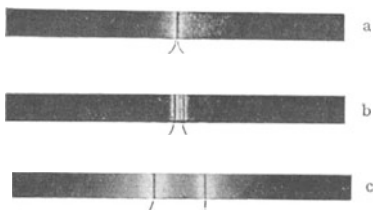


Abb. 459. Selbstumkehr der Spektrallinien im Dampf von Lithium (a), Natrium (b) und Kalium (c). (Erstes Linienpaar der Hauptserien in gleicher Wellenlängenskala.)

Man entwerfe auf einem Schirm ein Spektrum einer Bogenlampe. Vor den Spalt setze man eine Bunsenflamme, über der sich ein Eisenlöffel mit metallischem Natrium befindet, so daß das Natrium mit gelber Flamme verbrennt, und zwar so, daß das durch den Spalt tretende Licht die Natriumflamme passiert. Dann erscheint im Gelben eine dunkle Linie im Spektrum (Abb. 459b), die sich bei größerer Auflösung als eine Doppellinie erweist. Löscht man die Bogenlampe aus, während das Natrium noch brennt, so erkennt man

jetzt an der gleichen Stelle eine vorher nicht erkennbare schwache, von der Natriumflamme herrührende gelbe Linie.

Diese sog. Selbstumkehr erklärt sich auf folgende Weise. Nach dem KIRCHHOFFSchen Gesetz absorbieren die Atome des Natriumdampfes auch Licht an derjenigen Stelle des Spektrums, an der sie Licht emittieren, da ja Emission und

Absorption stets parallel gehen. (Es gilt dies allerdings nur für diejenigen Spektrallinien, die die Atome in ihrem jeweiligen Zustande emittieren können. Der Dampf absorbiert daher keineswegs alle Spektrallinien, die die Atome überhaupt emittieren können, sondern nur diejenigen, welche dem sog. Grundzustand des am Atom umlaufenden Elektrons angehören, vgl. § 551.) Der in der Flamme befindliche Natriumdampf absorbiert also Licht der gleichen Wellenlänge wie er es selbst aussendet. Die eigene Lichtemission der Flamme ist aber nicht entfernt stark genug, um das Licht, welches der Dampf dem Licht der Bogenlampe entzieht, im Spektrum zu ersetzen. Die betreffende Stelle im Spektrum, obgleich ganz schwach erhellt, erscheint daher durch Kontrast mit der viel helleren Umgebung dunkel. Zum Gelingen des Versuchs ist es an sich nicht nötig, daß der Natriumdampf selber leuchtet, man kann ihn auch mit einem mit Natriumdampf gefüllten Glasgefäß anstellen. Andere Gase zeigen die gleiche Erscheinung, z. B. Lithium- und Kaliumdampf (Abb. 459 a u. c).

**534. Das PLANCKSche Strahlungsgesetz des schwarzen Körpers.** PLANCK (1900) hat auf theoretischem Wege ein Gesetz für die Verteilung der Energie auf die einzelnen Bereiche des Spektrums eines schwarzen Körpers abgeleitet, welches mit der Erfahrung in völliger Übereinstimmung ist. Je nachdem man sich das Spektrum nach Wellenlängen  $\lambda$  oder nach Schwingungszahlen  $\nu$  eingeteilt denkt, bedeute  $E_\lambda d\lambda$  bzw.  $\mathfrak{E}_\nu d\nu$  die Energie, welche in linear polarisierter schwarzer Strahlung in einem Bereich zwischen den Wellenlängen  $\lambda$  und  $\lambda + d\lambda$  bzw.  $\nu$  und  $\nu + d\nu$  innerhalb eines Öffnungskegels von der Größe 1 enthalten sei. Dann ist nach PLANCK

$$E_\lambda = \frac{c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{ch}{k\lambda T}} - 1} \quad \text{bzw.} \quad \mathfrak{E}_\nu = \frac{h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} \quad (2)$$

Hierin bedeutet  $T$  die absolute Temperatur,  $k$  ist die BOLTZMANNsche Konstante, die wir bereits in der kinetischen Theorie der Gase kennengelernt haben (§ 193),  $c$  die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum und  $h$  ebenfalls eine Konstante, das sog. PLANCKSche Wirkungsquantum. Es ist  $h = 1,375 \cdot 10^{-16}$  erg/grad und  $h = 6,55 \cdot 10^{-27}$  erg · sec. Der Verlauf von  $E_\lambda$  ist in Abb. 460 für eine Anzahl von Temperaturen als Funktion der Wellenlänge dargestellt.

Die Herleitung des PLANCKSchen Strahlungsgesetzes beruht auf der schon mehrfach erwähnten Quantentheorie, welche den Ausgangspunkt für die moderne Entwicklung der Physik gebildet hat (Näheres s. Abschn. XI). Hier sei nur so viel erwähnt, daß das wesentlich Neue in dieser Ableitung in der Einführung der Größe  $h$

und in der Tatsache liegt, daß ihr ein bestimmter, endlicher Betracht zukommt. Die ältere sog. klassische Physik führt nämlich unweigerlich zu der Folgerung, daß  $h$  unendlich klein sein müsse. Die Form, die das Strahlungsgesetz bei dieser Annahme haben würde, läßt sich aus Gl. 2 leicht ableiten; für verschwindend kleines  $ch/k\lambda T$  findet man durch Reihenentwicklung

$$E_\lambda = \frac{c k T}{\lambda^4} \quad (3)$$

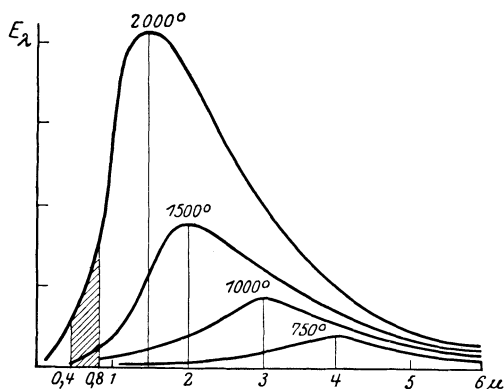


Abb. 460. Graphische Darstellung des PLANCKSchen Strahlungsgesetzes. (Der schraffierte Teil bedeutet das sichtbare Gebiet.)

Die Konstante  $h$  tritt hier nicht mehr auf. Das durch Gl. 3 dargestellte Gesetz ist tatsächlich bereits früher auf der Grundlage der klassischen Physik — insbesondere des Äquipartitionsgesetzes (§ 193) — von RAYLEIGH und JEANS abgeleitet worden. Es kann aber unmöglich der Wirklichkeit entsprechen, denn es würde aus ihm folgen, daß die Strahlungsintensität  $E_\lambda$  mit kleiner werdender Wellenlänge immer größer werden müßte. Das bedeutet aber praktisch, daß die ganze Energie eines strahlenden Körpers im kurzwelligsten Spektralbereich liegen würde. Andererseits kann man, auf dem Boden des PLANCKSchen Gesetzes bleibend, das RAYLEIGH-JEANSsche Gesetz als dessen Grenzfall für sehr große Werte des Produkts  $\lambda T$  ( $\lambda T \gg c h/k$ ) ansehen. Es muß also bei hohen Temperaturen für den Bereich langer Wellen (Ultrarot) mit gewisser Annäherung gelten. Das ist auch tatsächlich der Fall.

Auf Grund gewisser heute nicht mehr haltbarer Hypothesen, die sich allerdings auch schon vom Boden der klassischen Physik entfernten, hatte W. WIEN ein anderes Strahlungsgesetz aufgestellt, welches lautet

$$E_\lambda = \frac{c_1}{\lambda^5} e^{-\frac{c_2}{\lambda T}}, \quad (4)$$

wobei  $c_1$  und  $c_2$  gewisse Konstanten bedeuten. Man sieht leicht, daß auch dieses Gesetz ein Grenzfall des PLANCKSchen Gesetzes ist, nämlich für den Fall, daß man  $c_1 = c^2 h$ ,  $c_2 = c h/k$  setzt und die  $\tau$  im Nenner von Gl. 2 gegen  $e^{\frac{c h}{k \lambda T}}$  vernachlässigt. Das ist dann zulässig, wenn  $e^{\frac{c h}{k \lambda T}} \gg 1$ , also  $\lambda T \ll c h/k$  ist, d. h. unter Voraussetzungen, die denen für die Gültigkeit des RAYLEIGH-JEANSschen Gesetzes gerade entgegengesetzt sind. Es trifft tatsächlich zu, daß das WIENSche Strahlungsgesetz für den Bereich niedriger Temperaturen und kurzer Wellen in gewissen Grenzen mit ausreichender Genauigkeit gilt. Seine Begründung für diesen Fall findet es als ein Grenzfall des allgemeineren PLANCKSchen Gesetzes.

Es sei bei dieser Gelegenheit einmal auf das im § 5 Gesagte hingewiesen. Das RAYLEIGH-JEANSsche Gesetz und das WIENSche Gesetz sind nicht etwa durch die Aufstellung des allgemeineren PLANCKSchen Gesetzes als falsch erwiesen. Sie sind lediglich in ihrem Geltungsbereich eingeschränkt und als innerhalb ihrer Geltungsbereiche mit sehr großer Näherung zutreffende Grenzgesetze erkannt worden.

**535. Das WIENSche Verschiebungsgesetz.** Aus dem PLANCKSchen Strahlungsgesetz lassen sich noch mehrere andere, schon vor seiner Aufstellung bekannte Gesetze ableiten. Wie man aus Abb. 460 erkennt, hat die Energieverteilungskurve ein Maximum bei einer bestimmten von der Temperatur abhängigen Wellenlänge, und zwar verschiebt sich dieses Maximum mit steigender Temperatur zu kleineren Wellenlängen. Daß dem so ist, zeigt schon die Erfahrungstat- sache, daß ein Körper bei niedrigerer Temperatur rot leuchtet, und daß sich die Farbe, d. h. die im Farbeindruck dominierende Wellenlänge, mit steigender Temperatur immer mehr nach kürzeren Wellenlängen verschiebt (§ 434). Die Lage des Maximums ist aus der Gl. 2 für  $E_\lambda$  durch Differenzieren nach  $\lambda$  zu finden. Bezeichnen wir mit  $x$  die Größe  $c h/k T \lambda_m$  ( $\lambda_m =$  Wellenlänge im Maximum), und setzen wir  $dE_\lambda/d\lambda = 0$ , so erhalten wir für  $x$  die transzendente Gleichung

$$x + 5 e^{-x} = 5,$$

deren Lösung lautet  $x = 4,9651$ . Es ist daher die Wellenlänge im Maximum von  $E_\lambda$  gegeben durch

$$\lambda_m T = \frac{c h}{k x} = b. \quad (5)$$

Dies ist das WIENSche Verschiebungsgesetz (1893). Der Zahlenwert der Konstanten  $b$  beträgt  $b = 0,288 \text{ cm} \cdot \text{grad}$  mit einer Genauigkeit von etwa  $1/2 \text{ ‰}$ . (Es sei nicht unterlassen, zu bemerken, daß das WIENSche Verschiebungsgesetz unabhängig von der Quantentheorie gilt. Tatsächlich bildet es eine der Grundlagen, auf denen der Beweis des PLANCKschen Gesetzes beruht.)

**536. Das STEFAN-BOLTZMANNsche Gesetz.** Die gesamte, von  $1 \text{ qcm}$  der Oberfläche eines schwarzen Körpers ausgestrahlte Energie  $E$  ergibt sich, indem man die Gl. 2 für  $E_\lambda$  über alle Wellenlängen bzw. diejenigen für  $\mathfrak{R}$ , über alle Schwingungszahlen von  $0$  bis  $\infty$  integriert (unter Hinzufügung des Faktors  $c/4$ ,  $c = \text{Lichtgeschwindigkeit}$ ). Es ergibt sich dann die Gesamtstrahlung des schwarzen Körpers, bezogen auf die Flächeneinheit seiner Oberfläche

$$E = \sigma T^4. \quad (6)$$

Die Strahlungsenergie eines Körpers steigt also mit der 4. Potenz der absoluten Temperatur an. Dies ist das Gesetz von STEFAN (1879) und BOLTZMANN (1884). Die Konstante des Gesetzes ist nach den besten Messungen  $\sigma = 5,77 \cdot 10^{-12} \text{ Watt/cm}^2\text{grad}^4$  mit einer Genauigkeit von etwa  $1 \text{ ‰}$ .

**537. Temperaturmessung durch Strahlung.** Wegen des gesetzmäßigen Zusammenhanges zwischen der Temperatur eines schwarzen Körpers und der von ihm ausgesandten Strahlung kann man die Temperatur eines schwarzen Körpers durch Untersuchung der von ihm ausgesandten Strahlung finden, und zwar entweder durch Aufsuchung von  $\lambda_m$ , also unter Benutzung des WIENSchen Verschiebungsgesetzes oder durch Messung seiner Gesamtstrahlung aus dem STEFAN-BOLTZMANNschen Gesetz. Bei nicht schwarzen Körpern, z. B. den Fixsternen, ist dies nicht ohne weiteres möglich. Bestimmt man ihre Temperatur nach dem STEFAN-BOLTZMANNschen Gesetz, als ob sie schwarze Körper seien, so erhält man eine niedrigere Temperatur als sie tatsächlich haben, weil ihre Strahlung ja schwächer ist als die eines schwarzen Körpers von gleicher Temperatur. Ebenso wird im allgemeinen die Anwendung des WIENSchen Verschiebungsgesetzes Fehler mit sich bringen. Viele Körper aber, insbesondere viele Fixsterne, sind von einem schwarzen Körper nicht allzu sehr verschieden, so daß man ihre Temperatur mit Hilfe dieser Gesetze zwar nicht streng richtig, aber doch angenähert richtig erhält. Die Anwendung des STEFAN-BOLTZMANNschen Gesetzes gibt, da die Strahlung ja nur schwächer, nie stärker sein kann als die eines schwarzen Körpers, einen unteren Grenzwert für die Temperatur. Man bezeichnet sie wohl, im Gegensatz zur wahren, durch die Energie der Molekularbewegung (§ 193) definierten Temperatur, als effektive oder Strahlungstemperatur.

Die Temperaturmessung mit Hilfe der Strahlung heißt optische Pyrometrie. Eine verhältnismäßig einfache Methode, die sich insbesondere für Laboratoriumszwecke und für die Technik eignet, ist die folgende. Man bildet die Fläche, deren Temperatur gemessen werden soll, in der Okularblende eines kleinen Fernrohrs ab, innerhalb derer der Glühfaden einer kleinen, regulierbaren Glühlampe angebracht ist. Man regelt die Temperatur des Glühfadens so, daß er die gleiche Flächenhelligkeit hat wie die zu untersuchende Fläche. Dann hebt er sich auf dieser nicht mehr ab. Er hat dann die gleiche Strahlungstemperatur wie diese. Aus dem hierzu notwendigen Heizstrom kann man, wenn die Lampe vorher mit Hilfe eines schwarzen Körpers bei bekannten Temperaturen geeicht wurde, die Temperatur der Fläche ermitteln. Voraussetzung für eine angenähert richtige Temperaturmessung ist, daß die strahlende Fläche sich wenigstens angenähert wie ein schwarzer Körper verhält.

**538. Der optische Nutzeffekt.** Im § 307 ist darauf hingewiesen worden, daß der optische Nutzeffekt einer Lichtquelle um so größer ist, je höher ihre Temperatur ist, d. h. daß der Anteil der ausgesandten Strahlung, der in das sichtbare Gebiet fällt, mit steigender Temperatur wächst. Wenn auch die gewöhnlichen Lichtquellen, z. B. die Drähte der elektrischen Glühlampen, keine vollkommenen schwarzen Körper sind, so weichen sie doch von einem solchen nicht allzusehr ab. Wir können sie daher näherungsweise als solche ansehen. Mit steigender Temperatur steigt zunächst an sich die Strahlungsenergie der Lichtquelle nach dem STEFAN-BOLTZMANNschen Gesetz. Es kommt aber noch die Verschiebung des Maximums nach dem WIENSchen Verschiebungsgesetz hinzu. In der Abb. 460 ist der sichtbare Spektralbereich durch Schraffierung angedeutet. Bei tieferen Temperaturen ist dieses Gebiet weit vom Maximum entfernt, welches hier im Ultraroten liegt. Es entfällt also nur ein kleiner Bruchteil der Gesamtstrahlung auf das sichtbare Gebiet. Die Verhältnisse bessern sich um so mehr, je mehr sich bei steigender Temperatur das Maximum dem sichtbaren Spektralbereich nähert. Dies gilt allerdings nur bis zu einer gewissen Temperatur. Denn man erkennt aus Abb. 460 leicht, daß der optische Nutzeffekt bei steigender Temperatur wieder sinken muß, wenn das Maximum der Energieverteilungskurven sich über das sichtbare Gebiet hinaus verschoben hat. Das Optimum des optischen Nutzeffekts liegt bei etwa  $5500^{\circ}$ . Das ist ziemlich genau die Temperatur der Sonne. Das menschliche Auge ist daher gerade in demjenigen Spektralbereich empfindlich, in dem die Lichtenergie der Sonne am größten ist. Künstliche Lichtquellen von so hoher Temperatur können wir leider nicht herstellen. Die ganze Entwicklung der elektrischen Beleuchtungstechnik ist aber in den letzten Jahrzehnten dahin gerichtet gewesen, die Ökonomie der Lichtquellen zu verbessern, indem man zu immer höheren Temperaturen überging. Daher bedeutete der Übergang von den alten Kohlenfadenlampen zu den modernen Lampen mit Drähten aus dem hochschmelzenden und daher weit stärker erhitzbaren Wolfram einen ganz entscheidenden Fortschritt in dieser Richtung. Trotzdem bleibt der optische Nutzeffekt aller künstlichen Lichtquellen d. h. der Bruchteil der ihnen zugeführten Energie, der als sichtbares Licht wieder ausgestrahlt wird, in allen Fällen äußerst gering. Er beträgt z. B. bei der Petroleumlampe und dem Gasglühlicht etwa  $0,2\%$ , bei der alten Kohlefadenlampe  $0,5\%$ , bei der luftleeren Wolframlampe  $1,6\%$  und bei der gasgefüllten Wolframlampe  $4\%$ . Und auch dies sind nur obere Grenzwerte bei günstigen Bedingungen.

## 1) Lumineszenzerscheinungen.

Unter Lumineszenz versteht man sämtliche Leuchterscheinungen, welche nicht von einer hohen Temperatur des leuchtenden Körpers herrühren.

**539. Elektrolumineszenz.** Elektrolumineszenz ist das Leuchten von Substanzen unter der Wirkung elektrischer Entladungen, also insbesondere das Leuchten von Gasen in der Glimmentladung, dem Lichtbogen oder elektrischen Funken.

**540. Chemolumineszenz. Biolumineszenz.** Zahlreiche chemische Prozesse sind mit einem Leuchten der miteinander reagierenden Substanzen verbunden (Chemolumineszenz). In dieses Gebiet gehören jedenfalls auch die Erscheinungen des tierischen Leuchtens (Biolumineszenz), das man außer bei den Leuchtkäfern und Glühwürmchen bei sehr zahlreichen Meerestieren beobachtet (Meerleuchten). Es scheint festzustehen, daß die Fähigkeit, zu leuchten, lediglich gewissen Mikroorganismen zukommt, und daß das Leuchten größerer Organismen darauf beruht, daß sie mit diesen in Symbiose leben, sie in ihrem Körper beherbergen. Das Leuchten der Mikroorganismen hängt von der Sauerstoffzufuhr



ab. Die höheren Lebewesen, die derartige Organismen beherbergen, sind offenbar in der Lage, die Lichtaussendung durch Regelung der Sauerstoffzufuhr zu ihren Gästen spontan anzuregen oder zu drosseln.

**541. Tribolumineszenz.** Beim Reiben zweier Zuckerstücke aneinander oder beim Stoßen des Zuckers zeigt sich oft im Dunkeln eine schwache Lichterscheinung, die sog. Tribolumineszenz. Die gleiche Erscheinung zeigen eine ganze Reihe anderer Kristalle.

**542. Fluoreszenz.** Viele Substanzen haben die Eigenschaft, daß sie einen Teil des auf sie fallenden Lichts absorbieren und als Licht anderer Wellenlänge wieder aussenden. Die Lichtaussendung dauert (im Unterschied zu der gleich zu besprechenden Phosphoreszenz) nur so lange an, wie die äußere Lichtwirkung andauert. Diese Erscheinung, welche zuerst am Flußspat beobachtet wurde, heißt Fluoreszenz. Andere im sichtbaren Spektralbereich fluoreszierende Substanzen sind z. B. Lösungen von Fluoreszein, Äskulin und anderen Stoffen. Joddampf in einem sonst möglichst gasfrei gemachten Glasgefäß zeigt eine grün-gelbliche Fluoreszenz. Das Fluoreszenzlicht geht von allen Stellen der Substanz aus, die von Licht getroffen werden. Daher wird die Bahn des Lichts in einer fluoreszierenden Substanz sichtbar, ähnlich wie in einem trüben Medium. Doch ist die Ursache eine völlig andere. Bei den trüben Medien handelt es sich um eine Beugung des Lichts an kleinen Teilchen, bei der Fluoreszenz um eine Anregung der den Atomen oder Molekülen der fluoreszierenden Substanzen eigentümlichen Lichtschwingungen. Daher ist auch das Spektrum des Fluoreszenzlichts für die betreffende Substanz charakteristisch.

Für die Erregung von Fluoreszenz gilt, mit gewissen theoretisch begründeten Ausnahmen, das STOKESSche Gesetz: Die Fluoreszenzstrahlung ist in der Regel langwelliger als die erregende Strahlung. Die Erklärung für das Gesetz wie für seine Ausnahmen können wir erst später auf Grund der Quantentheorie geben (§ 566).

Die Fluoreszenz unter der Wirkung von Röntgenstrahlen haben wir bereits früher (§ 525) erwähnt. Auch Kathodenstrahlen und die Strahlen radioaktiver Substanzen sind imstande, Fluoreszenz zu erregen.

**543. Phosphoreszenz.** Die Phosphoreszenz ist der Fluoreszenz insofern ähnlich, als sie auch in der Erregung eines Leuchtens von Stoffen durch auf sie fallendes Licht besteht. Der am meisten in die Augen fallende Unterschied besteht darin, daß die Phosphoreszenz nach Aufhören der äußern Lichtwirkung noch eine mehr oder weniger lange Zeit andauert. Oft ist dieses Nachleuchten allerdings von so kurzer Dauer, daß zum Nachweis besondere Hilfsmittel (Phosphoroskop) nötig sind. Beispiele von phosphoreszierenden Substanzen sind die Zinkblende und die sog. BALMAINSche Leuchtfarbe (CaS mit Bi).

Wie LENARD gezeigt hat, ist unter anderm das Vorhandensein gewisser Spuren von „wirksamen“ Metallen in der Substanz für die Phosphoreszenzfähigkeit Vorbedingung. So besteht z. B. einer der von LENARD untersuchten „Phosphore“ aus 1 g ZnS, 0,0001 g Cu und 0,01 g NaCl, welches letzteres hauptsächlich als Flußmittel dient.

Der Mechanismus der Phosphoreszenz kann wegen seiner Kompliziertheit hier nicht besprochen werden.

## m) Verschiedene Wirkungen des Lichts.

**544. Lichtelektrischer Effekt.** Fällt Licht auf eine blanke Metallfläche — besonders günstig sind die Alkalimetalle —, so wird die Luft in der Umgebung leitend. Die nähere Untersuchung zeigt, daß das Licht aus den Metallen Elektronen frei macht, welche in die Umgebung austreten und als Ladungsträger wir-

ken. Die Wellenlänge des Lichts darf dabei eine, je nach dem Metall verschiedene Grenze nicht überschreiten. Diese Erscheinung heißt lichtelektrischer Effekt, wohl auch Photoeffekt. Auch die Röntgenstrahlen haben eine starke lichtelektrische Wirkung. Dieser Effekt beruht auf einer Wechselwirkung der elektromagnetischen Felder im Licht mit den Elektronen in der Materie.

Der lichtelektrische Effekt ist bei gleicher Wellenlänge der Intensität des auffallenden Lichts proportional. Man kann daher die Stärke des von einer bestrahlten Metallfläche ausgehenden Elektronenstroms zur Messung von Lichtstärken benutzen (Photometrie, § 438). Diese lichtelektrische Photometrie findet heute vielfache Anwendung, u. a. auch in der Astrophysik zur Messung der Helligkeit von Sternen, insbesondere der Helligkeitsschwankungen veränderlicher Sterne.

Abb. 46r zeigt eine einfache Vorrichtung zum Nachweis der lichtelektrischen Wirkung. Ein möglichst hoch evakuiertes Glasgefäß  $G$  ist mit einem Quarzfenster  $F$  (für Ultraviolett durchlässig) versehen, durch welches Licht auf eine blanke Metallelektrode  $A$  fallen kann. Von dieser gehen dann Elektronen aus. Legt man an die mit einer Blende versehene Elektrode  $B$  eine gegenüber  $A$  positive Spannung, so können die Elektronen, die nur eine kleine Anfangsgeschwindigkeit haben, beschleunigt werden und gelangen auf die Elektrode  $a$ , die mit einem Elektrometer verbunden ist, mittels dessen man die negative Ladung der Elektronen nachweisen kann. Lenkt man

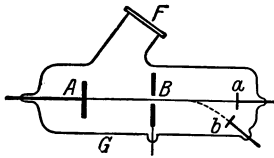


Abb. 46r. Apparat zum Nachweis der äußeren lichtelektrischen Wirkung.

durch ein Magnetfeld geeigneter Stärke die Elektronen auf die Elektrode  $b$  ab (§ 410), so kann man ihre spezifische Ladung  $e/\mu$  bestimmen und so den Nachweis führen, daß es sich tatsächlich um Elektronen handelt.

Zu photometrischen Zwecken benutzt man meist als Elektrode  $A$  eine Fläche aus Alkalimetall (Kalium, Rubidium), weil diese Metalle besonders weit ins sichtbare Gebiet hinein lichtelektrisch empfindlich sind, während die Hauptempfindlichkeit der anderen Metalle im Ultraviolett liegt.

Verbindet man einen Funkeninduktor mit einer Funkenstrecke aus zwei gut gereinigten Zinkkugeln, welche so weit auseinanderstehen, daß nur ganz gelegentlich ein Funke überspringt, und bestrahlt jetzt die Zinkkugeln mit ultraviolettem Licht, etwa mittels einer Quarzquecksilberlampe, so setzt eine heftige Funkenentladung ein, weil der Durchschlag jetzt durch die von den Kugeln ausgehenden Elektronen erleichtert wird.

Neuerdings finden lichtelektrische Zellen auch Anwendung bei der elektrischen Fernübertragung von Bildern und beim Tonfilm.

Neben diesem äußeren, d. h. auf die Oberfläche beschränkten, lichtelektrischen Effekt gibt es auch eine entsprechende Wirkung im Innern gewisser Kristalle, in die Licht einzudringen vermag (innerer lichtelektrischer Effekt). In solchen löst das Licht Elektronen von den Atomen des Kristallgitters ab. Die so frei gewordenen Elektronen vermögen dann durch das Kristallgefüge hindurchzuwandern. Bringt man an zwei Begrenzungsflächen eines solchen belichteten Kristalls zwei auf eine hinreichende Potentialdifferenz aufgeladene Metallbelegungen an, so fließt durch den sonst vorzüglich isolierenden Kristall ein elektrischer Strom. Diese Erscheinung ist z. B. bei Diamant und Zinkblende beobachtet worden.

Besonders ausgeprägt ist der innere lichtelektrische Effekt beim Selen. Er macht sich als eine beträchtliche Widerstandsverminderung bei Bestrahlung bemerkbar und kann, ähnlich wie der äußere lichtelektrische Effekt, zur Messung von Lichtstärken verwandt werden. Doch haben die hierzu dienenden sog. Selen-

zellen gegenüber den auf dem äußeren lichtelektrischen Effekt beruhenden Zellen den Nachteil, daß sie träge sind, d. h. daß die Wirkung nicht gleichzeitig mit dem Aufhören der Belichtung verschwindet.

Es besteht ein naher Zusammenhang zwischen der inneren lichtelektrischen Wirkung und der Phosphoreszenz.

**545. Chemische Wirkungen des Lichts.** Lichtwirkungen haben häufig einen wesentlichen Einfluß auf das Zustandekommen chemischer Wirkungen. So verbindet sich z. B. ein Gemisch von gleichen Teilen Chlor und Wasserstoff (Chlorknallgas) im Dunkeln nicht, bei Zutritt von direktem Tageslicht bildet sich unter explosionsartigen Erscheinungen Salzsäure (HCl). Unter der Wirkung kurzweiliger Strahlen entsteht in Sauerstoff ( $O_2$ ) Ozon ( $O_3$ ).

Von besonderer Wichtigkeit ist die Anwendung der chemischen Wirkung des Lichts in der Photographie, denn darauf beruht die Festhaltung des Bildes auf der Platte. In der Gelatineschicht einer photographischen Platte befindet sich Bromsilber (AgBr). Von diesem zerfällt unter der Wirkung des Lichts ein kleiner Bruchteil, um so mehr, je stärker die Lichtwirkung ist. In der Entwicklerflüssigkeit setzt sich dieser Prozeß an den belichteten Stellen fort, so daß in der Schicht metallisches Silber ausgeschieden wird, welches infolge seiner feinen Verteilung schwarz aussieht. Die Schicht wird also um so dunkler, je stärker sie belichtet war. Im Fixierbad wird das nicht zersetzte Bromsilber aus der Schicht entfernt. Auf der Platte erscheint jetzt das „Negativ“, d. h. das Bild unter Umkehrung aller Helligkeitswerte. Legt man jetzt auf die Schichtseite der Platte ein mit einem lichtempfindlichen Silbersalz bedecktes Papier und belichtet dieses durch die Schicht hindurch (Kopieren), so entsteht auf diesem wieder ein Bild (Positiv), in dem die Helligkeitswerte erneut umgekehrt sind, so daß sie nunmehr dem abgebildeten Gegenstand entsprechen.

Von ganz außerordentlicher Bedeutung für das Leben auf der Erde sind die photochemischen Wirkungen des Sonnenlichts. Insbesondere hängen die chemischen Lebensprozesse der Pflanzen entscheidend vom Sonnenlichte ab, dessen Absorption in den Blättern durch das Chlorophyll, den Pflanzenfarbstoff, vermittelt wird. Alle höheren pflanzlichen und die meisten tierischen Lebewesen gehen mehr oder weniger schnell zugrunde, wenn man sie den Einwirkungen des Sonnenlichts entzieht. Die starke chemische Wirkung des ultravioletten Anteils des Sonnenlichts macht sich, wie schon früher hervorgehoben, besonders in größerer Höhe bemerkbar.

## XI. Quantentheorie und Theorie der Materie.

### a) Quantentheorie.

546. **Das PLANCKsche Gesetz und die Quantentheorie.** Bei der Ableitung des Gesetzes der schwarzen Strahlung (§ 534) sah sich PLANCK (1900), um Übereinstimmung mit den Messungen zu erzielen, genötigt, eine Annahme zu machen, die mit den Vorstellungen der sog. klassischen Physik in vollkommenem Widerspruch steht. Aus diesen Vorstellungen folgt nämlich, daß die Aussendung jeglicher Strahlung, also auch der von den Atomen der Materie ausgehenden Lichtstrahlung, ein stetiger Vorgang sein müsse, und daß Strahlungsenergie in jeder beliebigen endlichen Menge auftreten könne, also auch beliebig teilbar sei. Man kann aber beweisen, daß diese Annahme zwingend zum Strahlungsgesetz von RAYLEIGH-JEANS führt, das, wie im § 534 ausgeführt wurde, tatsächlich nur einen Grenzfall des PLANCKschen Gesetzes für lange Wellen und hohe Temperaturen darstellt, aber nicht allgemein gültig ist. Das PLANCKsche Gesetz würde in dasjenige von RAYLEIGH-JEANS übergehen, wenn die Konstante  $h$ , das Wirkungsquantum, den Wert 0 hätte, während tatsächlich, wie Messungen verschiedenster Art übereinstimmend ergeben,  $h = 6,55 \cdot 10^{-27}$  erg·sec ist. Es ist demnach die endliche Größe des Wirkungsquantums  $h$  das entscheidende Merkmal der neuen Theorie gegenüber der alten.

Die Annahme, die PLANCK zu machen genötigt war, besteht darin, daß die Atome Strahlungsenergie nicht in Energiequanten jeder beliebigen Größe aussenden, sondern immer nur in solchen, die der Gleichung

$$E = h\nu \quad (1)$$

entsprechen, wo  $E$  die Energie der ausgesandten Strahlung und  $\nu$  ihre Schwingungszahl ist. Demnach hat jede Strahlungsenergie sozusagen eine atomistische Struktur. Nicht in dem Sinne, daß es unveränderliche Strahlungsatome gäbe. Jede Strahlungsenergie kann, wenn sie von Materie absorbiert wird, in andere Energieformen, z. B. in Wärme, also in Molekularenergie, umgewandelt werden und dabei ihren atomistischen Charakter verlieren, bzw. in Energiequanten von anderem Betrage verwandelt werden. Aber sofern Energie in Form einer Strahlung von der Schwingungszahl  $\nu$  auftritt, tut sie dies nie anders als in Gestalt von Energiequanten der Größe  $h\nu$ .

Die auf dieser Grundlage aufgebaute Theorie trägt daher den Namen Quantentheorie. Während sie ursprünglich nur dazu geschaffen wurde, um Theorie und Experiment auf dem einen Gebiet der Wärmestrahlung miteinander in Einklang zu bringen, hat sie sich in ihrer weiteren Auswirkung als außerordentlich fruchtbar für die Weiterentwicklung der Physik überhaupt erwiesen und ihr seit Beginn des 20. Jahrhunderts geradezu ihren Stempel aufgedrückt. Es ist das große Verdienst EINSTEINS gewesen, daß er als erster entschlossen die Konsequenzen aus der Quantenhypothese gezogen und die Behauptung ausgesprochen hat, daß überhaupt alle Wechselwirkungen zwischen Atomen und

Strahlung von Quantengesetzen beherrscht werden. In Verfolg dieser Idee ist dann die Bedeutung der Konstanten  $h$  auf die Gesamtheit atomistischer Prozesse ausgedehnt worden, auch auf solche, die mit Strahlung unmittelbar nichts zu tun haben, und zwar zunächst auf alle diejenigen Vorgänge, die einen irgendwie periodischen Charakter haben. So beherrscht die Quantentheorie heute die ganze Theorie der Materie, insbesondere seitdem BOHR auf sie die Theorie des Atombaus gegründet hat (§ 550). Infolge der fast unbegrenzten Möglichkeiten ihrer Prüfung an atomaren Prozessen jeglicher Art hat die Quantentheorie einen Aufschwung der physikalischen Forschung eingeleitet, der in der Geschichte der Wissenschaft einzig dasteht.

Schon die MAXWELLSche Theorie des elektromagnetischen Feldes führt zu dem Ergebnis, daß elektromagnetische Energie träge ist, daß also jede Lichtstrahlung Bewegungsgröße (Impuls) besitzt, und zwar ist die Bewegungsgröße einer mit Lichtgeschwindigkeit ( $c$ ) bewegten Energie  $E$  gleich  $E/c$ . Ganz allgemein wird dies durch die Relativitätstheorie bewiesen. Demnach besitzt ein Energiequant (Lichtquant) von der Energie  $h\nu$ , das sich in einer bestimmten Richtung bewegt, die Bewegungsgröße  $h\nu/c$ . Wird ein solches Quant von irgendwelcher Materie absorbiert, so geht die Bewegungsgröße auf die Materie über. Auf dieser Tatsache beruht der Strahlungsdruck (§ 514). Wird Strahlungsenergie von Materie einseitig ausgestrahlt, so erleidet die Materie hierbei nach dem Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße (§ 37), genau wie ein Geschütz beim Abschuß, einen Rückstoß.

**547. Lichtelektrischer Effekt. Nadelstrahlung.** Beim lichtelektrischen Effekt (§ 544) werden durch Licht, das auf eine Metallfläche fällt, Elektronen freigemacht, die aus dem Metall austreten. Da nach der Quantentheorie Licht nur in Quanten der Energie  $h\nu$  auftritt, ist zu erwarten, daß nach dem Energieprinzip auch die kinetische Energie der durch Licht der Schwingungszahl  $\nu$  ausgelösten Elektronen höchstens gleich  $h\nu$  sein kann. Das trifft in der Tat zu. Allerdings geht ein Teil der Energie  $h\nu$  dadurch verloren, daß die Elektronen beim Austritt aus dem Metall Arbeit gegen die Kräfte leisten müssen, die sie im Verband des Metalls festhalten. Je größer aber die Schwingungszahl  $\nu$  des auftreffenden Lichts, je größer also auch die Energie jedes Lichtquants ist, desto weniger fällt diese Austrittsarbeit ins Gewicht. Bei den Röntgenstrahlen mit ihrer sehr großen Schwingungszahl spielt sie keine merkliche Rolle mehr, und hier ist tatsächlich die kinetische Energie der ausgelösten Elektronen

$$\frac{1}{2} m v^2 = h \nu . \quad (2)$$

Hier aber entsteht ein neuer Konflikt mit der klassischen Physik. Auf Grund der alten Anschauungen mußte man annehmen, daß sich ein von einem Atom ausgesandtes Lichtquant als Kugelwelle ringsum gleichmäßig von dem Atom aus ausbreitet. Man kann nun bei gegebenen experimentellen Bedingungen die Zeit berechnen, die unter dieser Annahme erforderlich ist, um einem Elektron die Energie  $h\nu$  zuzuführen. Man kommt dann zu dem Ergebnis, daß eine lichtelektrische Wirkung nicht sofort beim Einsetzen der Strahlung eintreten kann, sondern daß eine gut beobachtbare Zeit verstreichen müßte, ehe die ersten Elektronen ein volles Quant  $h\nu$  absorbiert haben, also aus dem Metall austreten können. Ein lichtelektrischer Effekt dürfte demnach erst einige Zeit nach Beginn der Bestrahlung einsetzen. In Wirklichkeit setzt er aber sofort ein. Das führt zwangsläufig dazu, daß die Vorstellung der Kugelwelle für die einzelnen Lichtquanten aufgegeben werden muß. Man muß vielmehr annehmen, daß ein Lichtquant nur innerhalb eines zum mindesten überaus engen Öffnungskegels einseitig von den Atomen ausgestrahlt wird. Denn nur so ist es erklärlich, daß im Augenblick

des Beginns der Bestrahlung bereits an vielen Stellen der Metalloberfläche die volle Energie  $h\nu$  einzelner Lichtquanten verfügbar wird.

Dies ist die von EINSTEIN aufgestellte und auch mit weiteren Gründen gestützte radikale Lichtquantentheorie oder Theorie der Nadelstrahlung. Es ist bemerkenswert, daß sie wenigstens in formaler Hinsicht eine Wiedernäherung an die alte NEWTONSche Emanationstheorie (§ 480) darstellt, mit der sie aber im übrigen nichts gemein hat, außer ihren Widersprüchen mit den experimentell so vollkommen sichergestellten Erscheinungen der Interferenz. Denn diese sind nur auf Grund der klassischen Vorstellungen zu verstehen. An dieser Stelle klafft die schon mehrfach berührte tiefe Lücke in unserer heutigen Naturerkenntnis.

Es sei hier erwähnt, daß die quantenhafte Natur des Lichtes auch bei photochemischen Prozessen, z. B. bei der Lichtwirkung auf eine photographische Platte, nachgewiesen worden ist.

Nach der Relativitätstheorie besitzt jede mit der Geschwindigkeit  $c$  bewegte Strahlungsenergie  $E$  eine träge Masse vom Betrage  $E/c^2$  (§ 598). Demnach haben wir den Lichtquanten  $h\nu$  eine Masse vom Betrage

$$m = \frac{h\nu}{c^2}$$

zuzuschreiben.

Für die Lichtquanten ist neuerdings auch der Ausdruck „Photonen“ in Gebrauch gekommen. Er soll den korpuskularen Charakter der Quanten charakterisieren, indem er sie in eine Parallele zu den Bausteinen der Materie, den Protonen und Elektronen, stellt.

**548. Der COMPTON-Effekt.** Beim lichtelektrischen Effekt geht die Energie eines Lichtquants restlos in andere Energieformen, insbesondere in kinetische Energie eines Elektrons über. Es gibt aber auch Vorgänge, bei denen bei einer Wechselwirkung zwischen Strahlung und einem Elektron oder Atom nur ein Teil der Energie  $h\nu$  und des Impulses  $h\nu/c$  an das Elektron oder Atom übergeht. Gewinnt dabei das Elektron die Energie  $\varepsilon$  auf Kosten des Lichtquants, so sinkt dessen Energie auf den Wert  $h\nu - \varepsilon$ . Nach dem PLANCKSchen Gesetz (Gl. 1, § 546) muß dann aber die Schwingungszahl der Strahlung kleiner werden, und zwar ist die neue Schwingungszahl  $\nu'$  durch die Gleichung

$$h\nu' = h\nu - \varepsilon \quad (3)$$

gegeben. Gleichzeitig muß auch der Impulssatz (§ 37) erfüllt sein. Ein Vorgang dieser Art ist die Zerstreung von Licht durch die Atome oder Elektronen der Materie. Meßbare Veränderungen der Schwingungszahl sind nur zu erwarten, wenn die Trägheit der Lichtquanten und der betroffenen atomistischen Gebilde einigermaßen von der gleichen Größenordnung sind, d. h. bei Licht sehr großer Schwingungszahl und Teilchen möglichst kleiner Masse. Es kommen daher zur Prüfung nur Wechselwirkungen zwischen freien (oder nahezu freien) Elektronen und Röntgenstrahlen in Betracht. Es ist A. H. COMPTON (1922) gelungen, diesen wichtigen, nach ihm benannten Effekt zu finden, und zwar so, daß er Röntgenstrahlen auf Substanzen mit leichten Atomen fallen ließ, in denen die darin enthaltenen Elektronen verhältnismäßig lose gebunden, also weitgehend frei beweglich sind. Die Röntgenstrahlen werden an diesen Elektronen unter Verminderung ihrer Schwingungszahl nach allen Seiten zerstreut, und die Elektronen gewinnen auf Kosten der Röntgenstrahlen Energie und Impuls, d. h. sie werden aus der Materie ausgeschleudert. Diese Wechselwirkung hat eine große äußere Ähnlichkeit mit einem elastischen Zusammenstoß, und ihre Theorie beruht auf den gleichen Grundlagen, nämlich auf den Sätzen von der Erhaltung der Bewegungsgröße und der Energie (§ 37 und 48).

Wir wollen die Berechnung hier andeuten, weil der COMPTON-Effekt vielleicht eindringlicher als irgendein anderer Vorgang die korpuskulare Natur der Lichtquanten illustriert. Das ankommende Lichtquant habe die Schwingungszahl  $\nu_0$ , also die Energie  $h\nu_0$ , das gestreute Quant die Schwingungszahl  $\nu$  und die Energie  $h\nu$ . Der Einfachheit halber nehmen wir an, daß das vom Lichtquant getroffene Elektron anfänglich ruhe. Nach dem Zerstreungsakt habe es die Geschwindigkeit  $v$ , also die kinetische Energie  $\frac{1}{2}\mu v^2$  und die Bewegungsgröße  $\mu v$ . Das gestreute Quant bewege sich unter dem Winkel  $\vartheta_1$ , das in Bewegung gesetzte Elektron unter dem Winkel  $\vartheta_2$  gegen die ursprüngliche Richtung des ankommenden Quants. Das Energieprinzip fordert die Erfüllung der Bedingung

$$h\nu_0 = h\nu + \frac{1}{2}\mu v^2.$$

Der Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße liefert zwei Bedingungsgleichungen. Erstens muß die Summe der Komponenten der Bewegungsgrößen von Elektron und gestreutem Quant in Richtung der ursprünglichen Bewegung des ankommenden Quants gleich der Bewegungsgröße  $h\nu_0/c$  (§ 546) dieses Quants sein, und zweitens muß die Summe ihrer Komponenten senkrecht zu dieser Richtung gleich Null sein. Wir erhalten demnach

$$\frac{h\nu_0}{c} = \frac{h\nu}{c} \cos \vartheta_1 + \mu v \cos \vartheta_2 \quad \text{und} \quad 0 = \frac{h\nu}{c} \sin \vartheta_1 + \mu v \sin \vartheta_2.$$

In diesen drei Gleichungen kommen vier Unbekannte vor,  $\nu$ ,  $v$ ,  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$ . Der Vorgang ist also durch diese Gleichungen noch nicht vollständig bestimmt. Wir müssen deshalb eine dieser vier Größen, etwa die Richtung  $\vartheta_1$  des gestreuten Quants, vorgeben, um die drei anderen berechnen zu können. Wir übergehen hier die Einzelheiten der Berechnung, deren Ergebnis lautet:

$$\nu = \frac{\nu_0}{1 + \frac{\nu_0}{N}(1 - \cos \vartheta_1)}, \quad \text{tg } \vartheta_2 = -\frac{\cotg \frac{\vartheta_1}{2}}{1 + \frac{\nu_0}{N}}, \quad (4)$$

$$\frac{1}{2}\mu v^2 = E = h\nu_0 \frac{\frac{\nu_0}{N}(1 - \cos \vartheta_1)}{1 + \frac{\nu_0}{N}(1 - \cos \vartheta_1)}.$$

Dabei ist zur Abkürzung die Größe  $\mu c^2/h = N$  gesetzt worden.

Wenn wir jetzt von der Beziehung  $\lambda = c/\nu$  Gebrauch machen, erhalten wir für die Änderung der Wellenlängenänderung, die das Lichtquant bei der Streuung erfährt, die Beziehung

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \frac{c}{N}(1 - \cos \vartheta_1). \quad (5)$$

An dieser Gleichung ist bemerkenswert, daß  $\Delta\lambda$  nicht von  $\lambda_0$ , sondern nur von dem Streuwinkel  $\vartheta_1$  abhängt, ein Umstand, der die experimentelle Prüfung sehr erleichtert. Es ist  $N = 1,23 \cdot 10^{-20} \text{sec}^{-1}$ . Es entspricht dies einer Wellenlänge von  $\lambda = 0,0244 \text{ \AA}$ , also einer solchen, die schon außerhalb des Bereichs der Röntgenstrahlen liegt. In Abb. 462 ist die Abhängigkeit des COMPTON-Effekts vom Streuwinkel für den Fall

dargestellt, daß  $\lambda_0 = \lambda$  ist, also der einfallende Primärstrahl die Wellenlänge  $0,0244 \text{ \AA}$  hat. Im Ausgangspunkt der Pfeile befindet sich das Elektron, an dem ein ein-

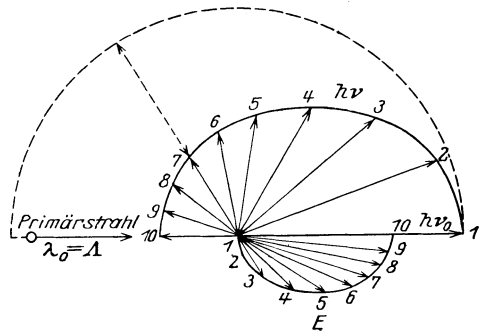


Abb. 462. Diagramm zum COMPTON-Effekt.

fallendes Quant  $h\nu_0$  gestreut wird. Die Länge der Pfeile bedeutet in der oberen Hälfte die Größe der Energie  $h\nu$ , die dem Quant noch verbleibt, wenn es in die betreffende Richtung abgelenkt wird, in der unteren Hälfte die kinetische Energie, die das Elektron bei Ablenkung in die betreffende Richtung erhält. Die jeweils mit gleicher Ziffer bezeichneten Pfeile beider Hälften gehören zusammen. Die Messungsergebnisse sind in bester Übereinstimmung mit der Theorie und bilden eine der augenfälligsten Stützen des PLANCKSchen Gesetzes.

## b) Der Bau der Atome und Moleküle.

Wir haben von den Grundtatsachen unserer heutigen Vorstellungen vom Bau der Atome und Moleküle, sowie der zusammenhängenden Materie in diesem Buche schon in vielen Fällen Anwendung gemacht. Eine eingehendere Darstellung dieser Vorstellungen ist aber erst jetzt auf Grund der Kenntnis der Elektrizität und Optik sowie der Quantentheorie möglich.

**549. Der Bau der Atome.** Die Erforschung der Atome schien bis vor einigen Jahrzehnten ausschließlich Sache der Chemie zu sein. Die durch die chemischen Methoden gebotenen Möglichkeiten haben sich aber in dieser Richtung als verhältnismäßig eng begrenzt erwiesen. Auf der andern Seite war es den Physikern bereits seit geraumer Zeit nicht zweifelhaft, daß uns in den Spektren unmittelbarste Lebensäußerungen der Atome und Moleküle vorliegen, und daß es grundsätzlich möglich sein müsse, aus der Struktur der Spektren weitgehende Schlüsse auf den Bau dieser Gebilde zu ziehen. Doch fehlte dazu vor Aufstellung der Quantentheorie und ihrer Anwendung auf die Theorie der Atome jegliche Handhabe. Erst diese Theorien, im Verein mit den Entdeckungen auf dem Gebiet der Radioaktivität (§ 572), haben die Physik in den Stand gesetzt, die Spektren zu einem der wichtigsten Hilfsmittel für die Erforschung des Atombaus zu machen.

Daß die Atome nicht grundsätzlich unteilbare Gebilde sind, wurde in dem Augenblick offenbar, als es gelang, sie zu ionisieren, d. h. Elektronen von ihnen abzuspalten. Es müssen also Elektronen Bestandteile der Atome sein. Daß aber ein statisches Modell, d. h. ein solches, bei dem die Elektronen in Gleichgewichtslagen in der Umgebung des Kerns ruhen, nicht möglich ist, läßt sich leicht nachweisen.

In Verfolg von Vorstellungen, die auf LENARD und J. J. THOMSON zurückgehen, hat RUTHERFORD zuerst den Gedanken ausgesprochen, daß die Atome aus einem Kern bestehen, der fast die ganze Masse des Atoms enthält und der eine positive elektrische Ladung trägt. Dieser Kern wird von Elektronen umkreist, welche vermöge ihrer negativen Ladung vom Atom festgehalten werden. Ein Atom ist ein Abbild einer Sonne mit einem Planetensystem im Kleinen. Die Zahl der den Atomkern umkreisenden Elektronen ist bei einem normalen, d. h. elektrisch neutralen Atom so groß, daß ihre negative Ladung die positive Ladung des Kerns gerade nach außen hin aufhebt. Der Kern ist also mit einer ganzen Zahl von positiven elektrischen Elementarquanten (§ 261) geladen, nämlich so vielen, wie die Zahl der ihn umkreisenden Elektronen beträgt, deren jedes ja ein negatives Elementarquantum besitzt.

Zu dieser Vorstellung wurde RUTHERFORD durch Versuche von GEIGER und MARSDEN (1909) geführt, bei denen sie  $\alpha$ -Strahlen, d. h. äußerst schnell bewegte positiv elektrische Heliumatome (§ 572), durch dünne Metallfolien hindurchtreten ließen. Die  $\alpha$ -Strahlteilchen erfahren dabei Ablenkungen, welche nur so zu deuten sind, daß die  $\alpha$ -Teilchen gelegentlich bis in sehr kleine Entfernungen von elektrisch positiven Zentren gelangen, von denen sie wegen ihrer eigenen positiven Ladung abgestoßen werden. In der schematischen Abb. 463 ist  $K$  ein Atomkern. Die Kurven  $a$  bis  $f$  bedeuten die Bahnen, welche ein



$\alpha$ -Teilchen beschreibt, das in den Abstoßungsbereich eines Kerns gerät. Die Ablenkung des Teilchens ist um so größer, je dichter es an dem Kern vorbeifliegt, wenn es nicht vom Kern abgestoßen würde. Die Verteilung der abgelenkten  $\alpha$ -Teilchen auf die verschiedenen Richtungen, wenn sie z. B. auf eine sehr dünne Goldfolie fallen und durch sie hindurchdringen, läßt sich mit Hilfe einfacher Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen berechnen. Die Versuche sind mit der Berechnung im Einklang. Es ergibt sich dabei weiter, daß sich die  $\alpha$ -Teilchen dem Zentrum eines Atoms bis auf Abstände von der Größenordnung von mindestens  $10^{-12}$  cm nähern können. Dieser Abstand ist viel kleiner als die Größenordnung der Durchmesser der Atome,  $10^{-8}$  cm. Es folgt daraus, daß die Atome als Ganzes keine undurchdringlichen Gebilde sind, sondern daß sie so beschaffen sind, daß die  $\alpha$ -Teilchen in ihr Gefüge eindringen können. Die Versuche führten weiter zu dem Ergebnis, daß die zwischen den Kernen und den  $\alpha$ -Teilchen wirkende abstoßende Kraft dem COULOMBSchen Gesetz (§ 256) wenigstens bis auf einen Abstand von  $10^{-12}$  cm gehorcht. (Bei erheblich kleineren Abständen treten wahrscheinlich Abweichungen von diesem Gesetz ein.)

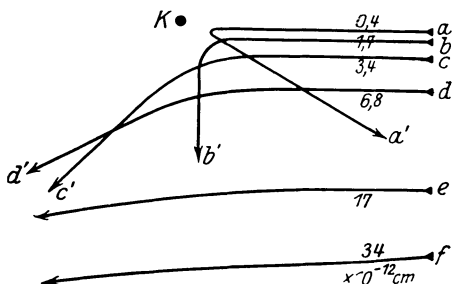


Abb. 463. Schema der Ablenkung von  $\alpha$ -Teilchen durch einen Atomkern.

Wendet man nun das COULOMBSche Gesetz auf die Bewegungen eines einzelnen Elektrons um den Atomkern an, so ergeben sich diese, wegen der formalen mathematischen Analogie des COULOMBSchen Gesetzes mit dem NEWTONSchen Gravitationsgesetz (§ 72), als formal identisch mit den Gesetzen der Planetenbewegung. Es gelten also auch hier die KEPLERSchen Gesetze (§ 74), und zwar auch das dritte, da für alle Elektronen das Verhältnis  $e/m$  das gleiche ist (vgl. § 256). Man hat nur das Wort „Sonne“ durch „Kern“, das Wort „Planet“ durch „Elektron“ zu ersetzen. Sobald allerdings nicht nur ein einzelnes, sondern mehrere Elektronen den Kern umkreisen, so beeinflussen sich diese auch gegenseitig, und es treten Abweichungen von den KEPLERSchen Gesetzen ein, analog zu den gegenseitigen Störungen der Planeten (§ 74). Diese Störungen sind im vorliegenden Falle meist viel beträchtlicher als bei den Planeten, und führen vielfach zu sehr komplizierten und im einzelnen nicht streng berechenbaren Bahnformen. Dies rührt daher, daß im Sonnensystem die Sonne eine Masse besitzt, die die der Planeten außerordentlich überwiegt, während das für die Ladungen der Atomkerne und der Elektronen in keinem Falle auch nur annähernd in dem gleichen Maße gilt.

Die Zahl der einen Atomkern umkreisenden Elektronen ist gleich der Ordnungszahl oder Atomnummer des betreffenden Elements im periodischen System (§ 558), von Wasserstoff 1 bis Uran 92. Ebenso groß ist also die jeweilige Zahl von positiven elektrischen Elementarquanten, die der Kern trägt.

Als Dimension der Atomkerne haben die obenerwähnten Versuche einen Durchmesser ergeben, der jedenfalls nicht größer, wahrscheinlich erheblich kleiner als  $10^{-12}$  cm ist, während die Größenordnung der Durchmesser der ganzen Atome, einschließlich der den Kern umkreisenden Elektronen von der Größenordnung  $10^{-8}$  cm, also rund 10000mal größer ist.

550. Die Anwendung der Quantentheorie auf den Atombau. Die Theorie von BOHR. Diese Vorstellung allein genügt aber noch nicht, um eine mit der Wirklichkeit, d. h. dem experimentellen Befund übereinstimmende Theorie des Atombaus zu liefern. Wenn ein Elektron einen Atomkern umkreist, so muß

es wegen seiner Ladung nach der klassischen Theorie wie eine elektrische Schwingung ein ständig wechselndes elektromagnetisches Feld im Raume erzeugen, d. h. Licht ausstrahlen (§ 417). Dabei muß aber das rotierende Elektron zugunsten der ausgestrahlten Lichtenergie selbst Energie abgeben. Das kann aber nur auf Kosten seiner eigenen Energie geschehen und müßte zur Folge haben, daß es dem Kern immer näher kommt, wobei zwar seine kinetische Energie zu-, aber seine potentielle Energie um den doppelten Betrag abnimmt, so daß es schließlich in den Kern fällt. Daß das nicht der Fall ist, beweisen die am Schluß des vorigen Paragraphen gemachten, experimentell völlig sichergestellten Angaben über die Größenordnung der Dimensionen der Atome als Ganzes (also einschließlich der zu ihm gehörenden Elektronen) einerseits, der Atomkerne andererseits. Als zweite Schwierigkeit kommt hinzu, daß nach der klassischen Theorie ein solches rotierendes und stetig an Energie abnehmendes Elektron ein kontinuierliches Spektrum aussenden müßte, weil die Umlaufzeit, und damit die Periode der Schwingung, sich ständig ändert, während gerade die Gase, in denen die Atome sich am wenigsten gegenseitig beeinflussen, also die Elektronenbewegungen am reinsten in Erscheinung treten, tatsächlich Linien- oder Bandenspektren aussenden.

Beide Schwierigkeiten gleichzeitig zu lösen gelang NIELS BOHR (1913), indem er die Grundgedanken der Quantentheorie auf die Elektronenbewegungen am Atom anwandte. Selbstverständlich müssen dabei die mit der Quantentheorie unvereinbaren Vorstellungen der klassischen Physik aufgegeben werden. Denn nicht sie, sondern eben die Gesetze der Quantentheorie beherrschen die atomistischen Vorgänge.

Der Grundgedanke BOHRs ist der folgende. Unter den unendlich vielen Bahnen von verschiedener Exzentrizität, die ein Elektron bei gegebener Energie auf Grund des COULOMBSchen Gesetzes und der klassischen Theorie um einen Atomkern beschreiben könnte, sind einige wenige ausgezeichnet und kommen allein als länger dauernde Zustände, sog. stationäre Bahnen, vor. In diesen Bahnen strahlt das Elektron keine Energie aus. Diese stationären Bahnen sind, wenn es sich nur um ein einziges Elektron handelt, Kreise (oder Ellipsen). Sie sind durch die sog. zweite Quantenbedingung bestimmt, welche im Falle einer Kreisbahn aussagt, daß nur solche Bahnen vorkommen, für die der Drehimpuls (§ 52) des Elektrons

$$J \cdot \omega = \mu r^2 \omega = \frac{n h}{2 \pi} \quad (1)$$

( $n =$  ganze Zahl,  $h =$  PLANCKsches Wirkungsquantum) ist. Dabei ist  $\mu$  die Masse,  $J$  das Trägheitsmoment des Elektrons in seiner Bahn,  $r$  der Bahnradius,  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit des Elektrons. Hierzu kommt nun weiter die Bedingung, daß die zwischen Kern und Elektron wirkende anziehende Kraft die für die krummlinige Bewegung des Elektrons nötige Zentripetalkraft  $\mu r \omega^2$  liefern muß (vgl. die entsprechende Überlegung bei der Mondbewegung, § 73). So kann man den Bahnradius  $r$  und die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  berechnen. Es ergibt sich eine Folge von sog. Quantenbahnen für die verschiedenen Werte der ganzen Zahl  $n$  ( $n = 1, 2, 3$  usw.). Die Bahn, für die  $n = 1$  ist, nennt man die Grundbahn. Sie ist die Bahn kleinster Energie.

Es kann nun vorkommen, daß ein Elektron von einer Quantenbahn auf eine andere springt. Von dem Mechanismus eines solchen Sprunges haben wir allerdings keinerlei Vorstellung. Springt es von einer dem Kern ferneren auf eine ihm nähere Bahn, so nimmt dabei seine Energie ab, und die Energiedifferenz wird in Form von Strahlung ausgesandt. Es sei  $E_1$  die Energie des Elektrons vor,  $E_2$  nach dem Sprung. Dann ist die Energie  $E_1 - E_2$  für die Strahlung frei

geworden. Nach dem PLANCKSchen Gesetz (Gl. 1, § 546) muß daher die Schwingungszahl  $\nu$  der ausgesandten Strahlung durch die Gleichung

$$h\nu = E_1 - E_2 \tag{2}$$

gegeben sein. Diese Gleichung bezeichnet man als die erste Quantenbedingung.

Da ein Elektron demnach nur bestimmter stationärer Energiestufen fähig ist, und daher auch nur bestimmte, diskrete Energiedifferenzen  $E_m - E_n$  in Form von Strahlung auftreten, so ergibt sich aus der Theorie, daß in der ausgesandten Strahlung nur einzelne diskrete Schwingungszahlen auftreten können. Das Auftreten von Linienspektren ist also grundsätzlich erklärt.

Es sei nicht unterlassen, zu bemerken, daß die letzte Entwicklung der Atomtheorie, wie sie sich in der sog. Wellenmechanik (§ 578) darstellt, immer mehr dazu führt, anzunehmen, daß die im folgenden dargestellte anschauliche Vorstellung der Wirklichkeit nur sehr bedingt entspricht, so groß auch ihre Erfolge waren. Sie ist offenbar nichts anderes als eine, allerdings sehr weitgehende Analogie. Trotzdem wird eine solche anschauliche Vorstellung noch auf lange hinaus nicht zu entbehren sein, und daraus, sowie aus der Möglichkeit, mit ihrer Hilfe eine große Zahl von Erscheinungen verständlich zu machen, rechtfertigt sich ihre Darstellung in ihrer ursprünglichen einfachen Form. Wir werden es aber weiter unten in der Regel vorziehen, von Energieniveaus oder Energiestufen der Elektronen statt von Elektronenbahnen zu sprechen, denn die Energieverhältnisse am Atom werden durch die BOHRsche Theorie richtig wiedergegeben.

**551. Das Wasserstoffatom.** Wenn ein Atomkern mehr als ein Elektron besitzt, so liegt, wegen der auch zwischen den einzelnen Elektronen wirkenden Kräfte, ein sog. Mehrkörperproblem (§ 73) vor, dessen Lösung in geschlossener Form in fast allen Fällen sehr kompliziert und nur näherungsweise möglich ist. Es kommen auch noch andere Einflüsse hinzu, deren Erörterung an dieser Stelle zu weit führen würde. Eine strenge Berechnung der Energie und der Bahnformen kommt daher nur in einfachsten Fällen in Frage.

Am einfachsten liegen die Verhältnisse beim Wasserstoffatom. Es hat die Ordnungszahl 1. Sein Kern trägt daher ein einziges positives Elementarquantum  $\varepsilon$ , und es besitzt nur ein einziges Elektron. Wir wollen uns hier auf den einfachen Fall kreisförmiger Bahnen beschränken, die alles Wesentliche erkennen lassen. Es sei wieder  $\mu$  die Masse,  $r$  der Bahnradius und  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit des Elektrons. Dann lautet die Bedingung für die Zentripetalkraft

$$\mu r \omega^2 = \frac{\varepsilon^2}{r^2} \tag{3}$$

Nehmen wir noch die zweite Quantenbedingung (Gl. 1)

$$\mu r^2 \omega = \frac{n h}{2 \pi} \tag{4}$$

hinzu, so folgt

$$r = \frac{n^2 h^2}{4 \pi^2 \mu \varepsilon^2} \tag{5}$$

und

$$\omega = \frac{8 \pi^3 \mu \varepsilon^4}{n^3 h^3} \tag{6}$$

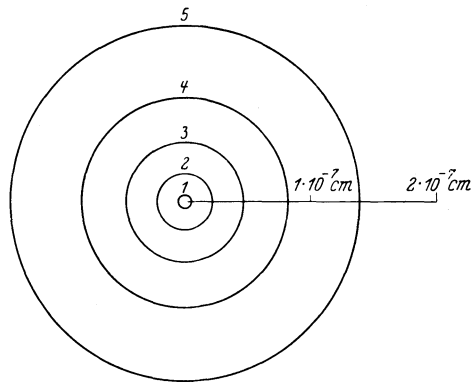


Abb. 464.  
Die innersten Quantenbahnen des Wasserstoffatoms.

Der Radius der innersten Quantenbahn (Grundbahn), welche als Bahn kleinster Energie dem normalen Zustand des Atoms entspricht, ergibt sich, wenn wir  $n = 1$  setzen. Unter Einsetzung der Werte von  $\mu$ ,  $\varepsilon$  und  $h$  folgt dann  $r_1 = 0,529 \cdot 10^{-8}$  cm, also von der

richtigen Größenordnung der Atomdurchmesser. Abb. 464 zeigt die innersten Quantenbahnen des Wasserstoffatoms für  $n = 1$  bis  $n = 5$ .

Die Energie  $E_n$  eines Elektrons auf der  $n^{\text{ten}}$  Quantenbahn ergibt sich als Summe seiner kinetischen Energie  $\frac{1}{2} \mu v^2 = \frac{1}{2} \mu r^2 \omega^2$  und seiner potentiellen Energie  $-\varepsilon^2/r$  (§ 268). Nach Einsetzung der Werte von  $r$  und  $\omega$  aus den Gl. 5 und 6 erhalten wir

$$E_n = -\frac{2 \pi^2 \mu \varepsilon^4}{n^2 h^2}. \quad (7)$$

**552. Das Spektrum des Wasserstoffatoms.** Mit Hilfe der vorstehend abgeleiteten Beziehungen sind wir jetzt in der Lage, auf Grund der ersten Quantenbedingung Gl. 2 die Schwingungszahlen der Linien im Spektrum des Wasserstoffatoms zu berechnen. Für dieses Spektrum, das in Entladungsröhren, die mit Wasserstoffgas gefüllt sind, leicht zu erhalten ist und das in den Spektren der Fixsterne auch als Absorptionsspektrum auftritt, ist seit langem eine rein empirische Formel bekannt gewesen, deren Aufstellung BALMER (1885) gelang. Die BALMERSche Formel lautet:

$$\nu = C \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{m^2} \right) \quad (m = 3, 4, 5 \dots \infty). \quad (8a)$$

$C$  ist eine Konstante, deren Größe  $3,2093 \cdot 10^{15} \text{ sec}^{-1}$  beträgt. Führen wir statt der Schwingungszahl  $\nu = c/\lambda$  die sog. Wellenzahl  $N = 1/\lambda = \nu/c$  ein, so lautet die Gleichung 8a:

$$N = R \left( \frac{1}{4^2} - \frac{1}{m^2} \right). \quad (8b)$$

Dabei ist  $R = C/c$  die sog. RYDBERG-Konstante. Ihr Wert beträgt nach Messungen am Wasserstoff  $R = 109677,691 \text{ cm}^{-1}$ . (Man beachte die durch die große Genauigkeit spektroskopischer Messungen gerechtfertigte Zahl der angegebenen Stellen.) Man erhält die einzelnen Spektrallinien des sichtbaren Wasserstoffspektrums (BALMER-Serie), wenn man in Gl. 8 für  $m$  die Reihe der positiven ganzen Zahlen, von  $m = 3$  aufwärts, einsetzt. Später wurde festgestellt, daß man auch das ultraviolette Wasserstoffspektrum (LYMAN-Serie) durch eine entsprechende Gleichung wiedergeben kann, indem man lediglich in Gl. 8 die Größe  $4 = 2^2$  durch  $1^2 = 1$  ersetzt und für  $m$  die ganzen Zahlen von 2 aufwärts einsetzt. Weiter stellte eine gleiche Formel auch das ultrarote Wasserstoffspektrum (PASCHEN-Serie) dar, wenn man  $4 = 2^2$  durch  $3^2 = 9$  und für  $m$  die ganzen Zahlen von 4 aufwärts einsetzt. Analog ergibt sich eine weitere, die sog. BRACKETT-Serie usw. Allgemein kann man diesen rein empirischen Befund durch die Gleichung

$$N = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \left. \begin{array}{l} n = 1, m = 2, 3, 4 \dots, \text{ (LYMAN-Serie)} \\ n = 2, m = 3, 4, 5 \dots, \text{ (BALMER-Serie)} \\ n = 3, m = 4, 5, 6 \dots, \text{ (PASCHEN-Serie)} \\ n = 4, m = 5, 6, 7 \dots, \text{ (BRACKETT-Serie)} \end{array} \right\} \quad (9)$$

ausdrücken.

Es war nun ein erster großer Erfolg BOHRS, daß seine Theorie ohne weiteres die BALMERSche Formel, und zwar mit dem richtigen Zahlenwert der Konstanten, ergab. Springt ein Elektron von der  $m^{\text{ten}}$  auf die  $n^{\text{te}}$  Quantenbahn ( $m > n$ ), so ergibt sich die Schwingungszahl der von ihm dabei ausgesandten Strahlung aus den Gl. 2 und 7 zu

$$\nu = \frac{E_m - E_n}{h} = \frac{2 \pi^2 \mu \varepsilon^4}{h^3} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (10)$$

bzw. in Wellenzahlen ausgedrückt,

$$N = \frac{2 \pi^2 \mu \varepsilon^4}{c h^3} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right). \quad (11)$$

Diese Gleichung ist aber mit der allgemeinen BALMERSchen Formel, Gl. 9, identisch, und die Konstante erweist sich auch durch Einsetzen der Werte von  $c$ ,  $h$ ,  $\mu$  und  $\epsilon$  als mit  $R$  sehr nahezu übereinstimmend (vgl. § 555).

Abb. 465 zeigt das Schema, nach dem die ersten Linien der LYMAN-, BALMER- und PASCHEN-Serie entstehen. Die horizontalen Geraden bedeuten die zu den Quantenzahlen  $n$  gehörenden Energieniveaus  $E_n$ . Die Entstehung der ersten Linien und der letzten Linie jeder der drei Serien ist durch Pfeile angedeutet, die die Energieniveaus verbinden. Ihre Länge ist daher der Energiedifferenz je zweier Niveaus, also auch ihrer Schwingungszahl, proportional. Die Linien der BALMER-Serie sind in üblicher Weise mit  $H_\alpha$ ,  $H_\beta$ ,  $H_\gamma$  usw. bezeichnet. In Abb. 466 ist diese Serie schematisch dargestellt. Abb. 467 zeigt eine Aufnahme der BALMER-Serie. Man erkennt deutlich die Häufung der Linien an der Seriengrenze ( $n = \infty$ ; in den Abb. 465 und 466 ist zwischen  $m$  und  $n$  nicht mehr unterschieden; alle Quantenzahlen sind mit  $n$  bezeichnet).

Demnach rührt die LYMAN-Serie von Elektronensprüngen her, welche von einer der äußeren Quantenbahnen ( $n = 2, 3, 4 \dots$ ) auf die Grundbahn ( $n = 1$ ) führen. Bei der BALMER-Serie endigen die Sprünge auf der zweiten ( $n = 2$ ), bei der PASCHEN-Serie auf der dritten Quantenbahn ( $n = 3$ ) usw.

Das Spektrum des Wasserstoffatoms zeigt bereits eine ganz charakteristische Eigentümlichkeit aller Serienspektren. Je größer die laufende Quantenzahl (in Gl. 10 und 11 mit  $m$  bezeichnet) wird, desto dichter liegen die aufeinanderfolgenden Schwingungszahlen beieinander. Sie häufen sich bei derjenigen Schwingungszahl  $\nu_\infty$ , für die die

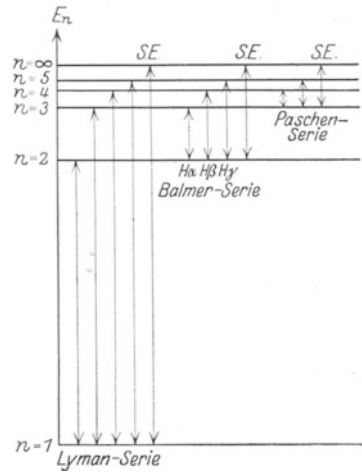


Abb. 465. Energieschema der Quantenbahnen des Wasserstoffs.

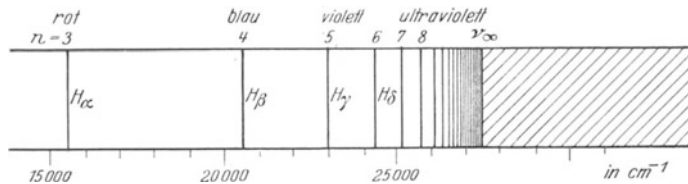


Abb. 466. Schema der BALMER-Serie.

laufende Quantenzahl  $\infty$  wird, der Seriengrenze (S. E., Abb. 465 u. 466). Diese entspricht einem Quantensprung, der von einer sehr weit entfernten Quanten-

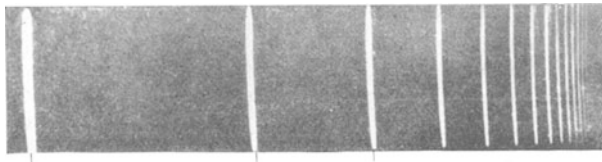


Abb. 467. BALMER-Serie des Wasserstoffs.

bahn ausgeht ( $\nu$  praktisch  $= \infty$ , vgl. Gl. 5). Die der Seriengrenze zugehörige Schwingungszahl  $\nu_\infty$  ergibt sich für jede Serie aus Gl. 10 zu

$$\nu_\infty = \frac{2 \pi^2 \mu \epsilon^4}{h^3} \cdot \frac{1}{n^2} \tag{12}$$

( $n$  = Quantenzahl des Niveaus auf dem der Elektronensprung endet). Diesem Zustand entspricht beim Wasserstoff bei der Serie mit  $n = 1$  die Energiedifferenz gegen das Grundniveau

$$E_{\infty} = h\nu_{\infty} = \frac{2\pi^2\mu\varepsilon^4}{h^2}. \quad (13)$$

Wir werden auf diese wichtige Beziehung noch zurückkommen.

Wir haben im vorstehenden nur die Grundzüge der ursprünglichen BOHR'schen Theorie gegeben. Die genauere Theorie führt zu dem Ergebnis, daß der Zustand eines Elektrons an einem Atom nicht durch eine, sondern durch vier Quantenzahlen festzulegen ist, deren Bedeutung hier nicht näher erörtert werden kann. Dies führt zu einer Aufspaltung der Spektrallinien des Wasserstoffs in mehrere Linien. Diese wird um so vielfältiger, je höher die Quantenzahlen sind, die an dem Zustandekommen der Linie beteiligt sind. Es kommen jedoch unter normalen Bedingungen nicht alle denkbaren Übergänge zwischen je zwei Energiestufen vor, ihre Möglichkeit ist vielmehr auf Grund gewisser theoretischer Überlegungen durch das sog. Auswahlprinzip beschränkt, auf das hier nicht näher eingegangen werden kann.

**553. Das kontinuierliche Spektrum des Wasserstoffs.** Bisher haben wir nur Elektronenübergänge am Wasserstoffatom betrachtet, die von einer Quantenbahn auf eine andere erfolgen. Die Grenze  $\nu_{\infty}$  der einzelnen Serien war gegeben durch einen Sprung von einer unendlich entfernten Quantenbahn auf eine Bahn von kleinerer Quantenzahl. Für  $\nu = \infty$ , also  $n = \infty$ , wird nach Gl. 6  $\omega = 0$ , d. h. das Elektron befindet sich auf Bahnen von sehr großer Quantenzahl praktisch in Ruhe. Nun kommt es aber auch vor, daß ein vorher gar nicht dem Atom angehörendes, freies Elektron von einem Wasserstoffkern, der gerade kein Elektron besitzt, eingefangen wird, also auf eine seiner Quantenbahnen springt. Das Elektron kann, solange es frei ist, alle möglichen Werte der kinetischen Energie  $\mu v^2/2$  haben. Befindet es sich aber auf der  $n^{\text{ten}}$  Quantenbahn, so hat es nach Gl. 7 die Energie  $-2\pi^2\mu\varepsilon^4/n^2h^2$ . Es hat also die Energie  $\mu v^2/2 + 2\pi^2\mu\varepsilon^4/n^2h^2$  verloren, und diese muß nunmehr in Form von Strahlung auftreten, für die die Gleichung

$$h\nu = \frac{\mu v^2}{2} + \frac{2\pi^2\mu\varepsilon^4}{n^2h^2} = \frac{\mu v^2}{2} + h\nu_{\infty}$$

gelten muß. Die Schwingungszahlen, die sich hieraus ergeben, sind größer als die Schwingungszahlen  $\nu_{\infty}$  der Seriengrenzen (Gl. 12), und der Überschuß über  $\nu_{\infty}$  kann alle möglichen Werte von 0 aufwärts haben, je nach dem Betrage von  $\mu v^2/2$ . Daraus folgt, daß es prinzipiell möglich ist, daß sich an die Seriengrenzen ein kontinuierliches Spektrum anschließt, und das ist auch tatsächlich beobachtet worden. Es ist bei der BALMER-Serie in Abb. 467 durch Schraffierung angedeutet. Auch bei anderen Atomen sind solche an die Seriengrenzen anschließenden kontinuierlichen Spektren beobachtet worden.

**554. Wasserstoffähnliche Spektren.** Spektren, die denen des Wasserstoffatoms ähneln, treten bei anderen Atomen dann auf, wenn es sich darum handelt, daß ein einzelnes Elektron der Anziehung eines Atomkerns unterliegt, ohne daß die übrigen Elektronen des Atoms wesentliche Störungen hervorrufen. Trägt der Kern nicht nur eine, sondern  $z$  Elementarquanten, so sind die Gl. 7 und 10, wie man durch Wiederholung der Rechnung leicht findet, zu ersetzen durch die Gleichungen

$$E_n = \frac{2\pi^2\mu z^2\varepsilon^4}{n^2h^2} \quad (14)$$

und

$$\nu = \frac{2\pi^2\mu z^2\varepsilon^4}{h^3} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right). \quad (15)$$

Die Wirkung einer Erhöhung der Kernladung besteht also in einer Verschiebung des ganzen Spektrums zu größeren Schwingungszahlen.

**555. Das Spektrum des ionisierten Heliums. Die Mitbewegung des Kerns.** Der ausgeprägteste Fall von Wasserstoffähnlichkeit liegt bei einem einfach ionisierten Heliumatom (Ordnungszahl 2) vor, d. h. einem solchen, das eines seiner beiden Elektronen verloren hat, also deren nur noch eines besitzt. Der Fall unterscheidet sich von dem des Wasserstoffs nur dadurch, daß die Kraft, mit der das Elektron vom Kern (Ladung 2 Elementarquanten) angezogen wird, doppelt so groß ist. Infolgedessen gilt hier die Gl. 15 mit  $z = 2$ . Spektralserien des Heliums, die diesem Fall entsprechen, kann man in der Tat nicht nur in Entladungsröhren beobachten, sondern sie treten, ebenso wie die besprochenen Wasserstoffserien, auch an zahlreichen Fixsternen auf.

Die in den §§ 551 und 552 abgeleiteten Formeln enthalten noch eine Vernachlässigung, und zwar die gleiche, die man macht, wenn man im Sonnensystem die Sonne als vollkommen ruhend betrachtet, statt des gemeinsamen Schwerpunkts des ganzen Sonnensystems (§ 74). In Wirklichkeit kreisen aber Elektron und Kern um den gemeinsamen Schwerpunkt beider (vgl. die Bewegung von Erde und Mond um ihren gemeinsamen Schwerpunkt, § 73). Man hat deshalb streng an Stelle der Elektronenmasse  $\mu$  die Größe  $m\mu/(m + \mu)$  zu setzen ( $m =$  Masse des Atomkerns), ein Ausdruck, der sich, weil  $m \gg \mu$ , nur äußerst wenig von  $\mu$  unterscheidet. Die spektroskopischen Methoden sind aber so genau, daß sie den hierdurch hervorgerufenen Unterschied zu beobachten gestatten. Es hat dieser Unterschied nämlich, wie man ohne weiteres einsieht, zur Folge, daß die RYDBERG-Konstante  $R$  für Helium ein wenig größer sein muß als für Wasserstoff. Tatsächlich ergeben die Messungen für Helium  $R = 109722,144 \text{ cm}^{-1}$  gegen  $109677,691$  beim Wasserstoff. Der Unterschied der Konstanten erlaubt, das Massenverhältnis  $m_{\text{H}}/\mu$  des Wasserstoffkerns zum Elektron zu berechnen. Es ergibt sich, in vorzüglicher Übereinstimmung mit anderweitigen Bestimmungen, zu 1846. Der Grenzwert der RYDBERG-Konstanten für sehr große Kernmasse beträgt  $R = 109737,1 \text{ cm}^{-1}$ . Dies stimmt vorzüglich mit der Zahl überein, die man erhält, wenn man in Gl. 10 die Zahlenwerte von  $\varepsilon$ ,  $\mu$ ,  $c$  und  $h$  einsetzt.

**556. Allgemeines über Spektralserien.** Bei den übrigen Atomen ist, wie bereits erwähnt, die genaue Berechnung der Energiestufen der Elektronen aus einer modellmäßigen Vorstellung im allgemeinen nicht möglich. Jedoch offenbaren sämtliche Linienspektren ihren quantenhaften Ursprung auf das deutlichste. Bei der Gl. 10 ist es charakteristisch, daß sich beim Wasserstoff jede Schwingungszahl als die Differenz zweier Größen — der durch  $h$  dividierten Energien im Anfangs- und im Endniveau — darstellt. Man nennt diese Größen Terme. Innerhalb einer Serie ist stets der erste Term konstant, der zweite entsteht durch Einsetzen der fortlaufenden Reihe der ganzen Zahlen, mit einer bestimmten beginnend, in einen einfachen Ausdruck. Schon früher hat RYDBERG und später RITZ auf Grund des empirischen Befundes gezeigt, daß das gleiche wie beim Wasserstoffspektrum auch für andere, kompliziertere Spektren gilt. In stets fortschreitendem Maße ist es gelungen, die Linienspektren der Elemente in Serien zu ordnen, derart, daß die Schwingungszahlen innerhalb jeder Serie sich als Differenzen zweier Terme — eines konstanten und eines durch Einsetzen der fortlaufenden Reihe der ganzen Zahlen veränderlichen — darstellen. Die RYDBERG-Konstante tritt auch hier als Faktor auf, aber die Nenner der Terme sind komplizierter gebaut als beim Wasserstoff. Auch dies hat die Theorie befriedigend deuten können. Die mit  $h$  multiplizierten Terme ergeben stets die Energie des Elektrons in seinen einzelnen Energieniveaus. Die Energie des

Elektrons im Grundniveau einer Serie erhält man aus der mit  $h$  multiplizierten Schwingungszahl  $\nu_\infty$  der Seriengrenze. So ist es möglich, auch bei den komplizierteren Atomen diese Energien auf rein spektroskopischem Wege zu bestimmen und damit einen tiefen Einblick in den Aufbau der Atome zu tun. Die Hoffnung, daß es gelingen werde, aus den Spektren den Aufbau der Atome abzulesen, hat sich also in geradezu überraschend weitgehender Weise erfüllt.

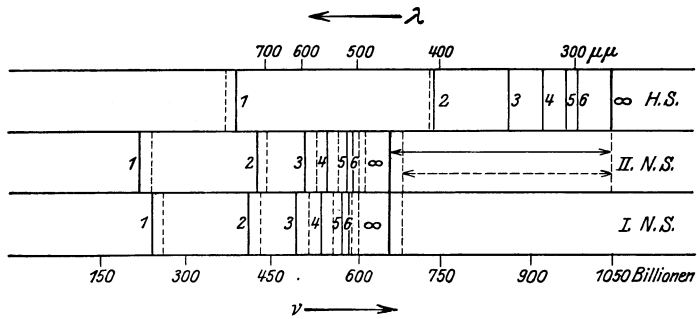


Abb. 468. Haupt- und Nebenserien des Kaliums.

Man teilt die Spektralserien eines Atoms nach KAYSER und RUNGE und RYDBERG (1889) ein in die Hauptserie, die erste und zweite Nebenserie, die BERGMANN-Serie und weitere Serien. Die genauen Termausdrücke sind bei den meisten Atomen ziemlich kompliziert, soweit sie bisher aus den Spektren haben ermittelt werden können. Am einfachsten liegen die Verhältnisse bei den Alkalimetallen. Bei diesen lauten die Serienformeln für die Wellenzahlen:

$$\text{Hauptserie: } N = \frac{R}{(1+s)^2} - \frac{R}{(m+p)^2}, \quad m = 2, 3 \dots$$

$$\text{I. Nebenserie: } N = \frac{R}{(2+p)^2} - \frac{R}{(m+d)^2}, \quad m = 3, 4 \dots$$

$$\text{2. Nebenserie: } N = \frac{R}{(2+p)^2} - \frac{R}{(m+s)^2}, \quad m = (1), 2 \dots$$

$$\text{BERGMANN-Serie: } N = \frac{R}{(3+d)^2} - \frac{R}{(m+f)^2}, \quad m = 4, 5 \dots$$

Abb. 468 zeigt die Linien der Hauptserie und der ersten und zweiten Nebenserie beim Kalium. Die Linien sind doppelt (sog. Multiplizität). Diese Serienformeln unterscheiden sich von denen des Wasserstoffs durch das Hinzutreten gewisser Größen  $s$ ,  $p$ ,  $d$ ,  $f$  zu den Quantenzahlen. Diese sog. RYDBERG-Korrekturen sind für jede Atomart verschieden. Sie liegen zwischen  $-1$  und  $+1$ . Wie man durch Vergleich mit den Verhältnissen beim Wasserstoff erkennt, entspricht der erste Term der Hauptserie der Energie des Elektrons in seiner Grundbahn. Wichtig ist, daß alle Serien eine endliche Grenze haben, die durch ihren ersten, konstanten Term gegeben ist ( $m = \infty$ ). Die Grenzen der beiden Nebenserien fallen also zusammen (Abb. 468). Auf weitere Einzelheiten kann hier nicht eingegangen werden.

RITZ hat bereits empirisch gefunden, daß in vielen Fällen die Differenz der Schwingungszahlen zweier Linien einer Serie gleich der Schwingungszahl einer Linie einer andern Serie des gleichen Atoms ist (RITZSches Kombinationsprinzip). Diese Tatsache erklärt sich durch die Quantentheorie ohne weiteres. Es seien  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  die Energien des Elektrons in irgendwelchen drei Quantenbahnen, wobei  $E_1 < E_2 < E_3$ . Dann sind zwischen diesen drei Quantenbahnen



drei Arten von Übergängen möglich, zu denen nach Gl. 2, § 550, die Schwingungszahlen  $\nu = (E_3 - E_1)/h$ ,  $\nu' = (E_2 - E_1)/h$  und  $\nu'' = (E_3 - E_2)/h$  gehören. Man sieht, daß  $\nu - \nu' = \nu''$ , womit das Kombinationsprinzip als eine notwendige Folge der Theorie bewiesen ist ( $\nu$  und  $\nu'$  gehören, weil sie dem gleichen Endzustand  $E_1$  entsprechen, zur gleichen Serie). Daß im allgemeinen nicht alle hiernach möglichen Kombinationen wirklich auftreten, liegt daran, daß gewisse unter ihnen durch das obenerwähnte Auswahlprinzip ausgeschlossen sind (sog. verbotene Übergänge). In elektrischen Feldern können aber auch solche verbotenen Übergänge vorkommen.

Bei den komplizierten Atomen macht sich die Wirkung des Vorhandenseins mehrerer Quantenzahlen viel deutlicher bemerkbar als beim Wasserstoff (§ 552). Die Aufspaltung ist viel stärker. Linien, die in eine, zwei usw. Einzellinien aufgespalten sind, heißen Duplets, Triplets usw., allgemein Multiplets.

Dasjenige Elektron, dessen Quantensprung zur Emission einer Spektrallinie Veranlassung gibt, pflegt man als Leuchtelektron zu bezeichnen.

**557. Anregung und Ionisierung von Atomen.** Der Normalzustand eines Atoms, d. h. derjenige, in dem es sich bei Fehlen äußerer Einwirkungen befindet, ist derjenige kleinsten Energie, also der, bei dem sich jedes Elektron auf seinem tiefsten Energieniveau (kleinste Quantenzahl) befindet. Denn auf dieses fällt es stets schließlich von selbst wieder unter Ausstrahlung zurück. In diesem Grundzustande kann es kein Licht ausstrahlen. Damit es dazu befähigt wird, muß es zunächst durch Energiezufuhr auf eine höhere Energiestufe gehoben werden, aus der es unter Strahlungsemission auf eine tiefere zurückfallen kann. Eine solche Energiezufuhr (Anregung) kann auf rein mechanischem Wege erfolgen, z. B. indem bei Zusammenstößen zwischen zwei Atomen ein Teil der kinetischen Energie der Atome auf ein Elektron übergeht und seine Hebung auf eine höhere Energiestufe bewirkt. Das tritt aber in merklichen Beträgen nur bei sehr hohen Temperaturen, wenn die kinetische Energie der Atome sehr groß ist, ein und führt dann zum thermischen Leuchten der erhitzten Körper. Die Anregung kann aber auch dadurch zustande kommen, daß ein durch elektrische Kräfte auf genügend hohe Geschwindigkeit gebrachtes freies Elektron gegen das Atom stößt und ihm die zur Anregung nötige Energie übermittelt. Und schließlich kann die Anregung auch durch den der Ausstrahlung entgegengesetzten Vorgang, nämlich durch Absorption von einfallendem Licht, erfolgen. Dies ist der Fall bei der Lichterregung durch Fluoreszenz (§ 542). In diesen Fällen verlaufen also die Quantensprünge der Elektronen in Richtung von kleinerer zu größerer Energie, d. h. sie werden auf ein höheres Energieniveau gehoben.

Da bei dem Sprung eines Elektrons von der höchsten quantenhaften Energiestufe ( $n = \infty$ ) auf das Grundniveau ( $n = 1$ ) die der betreffenden Seriegrenze  $\nu_\infty$  entsprechende Energie  $h\nu_0$  frei wird, so ist auch mindestens die Energie  $h\nu_0$  aufzuwenden, wenn man ein Elektron aus seinem Grundzustand entfernen und es vom Atom abtrennen, das Atom ionisieren will. Bei Kenntnis der Terme und daher auch der Energiestufen des Elektrons kann man also aus der Seriegrenze  $\nu_\infty$  der zum Grundniveau gehörigen Serie die Energie  $h\nu_\infty$  berechnen, die mindestens dazu notwendig ist, um das Elektron aus dem Grundniveau bis außerhalb des Anziehungsbereichs des Kerns zu befördern, die sog. Ionisierungsarbeit. Auch diese Energiezufuhr kann man, ebenso wie die zur Anregung nötige, durch Elektronenstoß bewirken. Bei genügend hoher Temperatur kann sie auch auf Grund der Zusammenstöße der Atome erfolgen (Temperaturionisation).

Die kinetische Energie eines elektrisch beschleunigten Elektrons kann man berechnen, wenn man die Spannung kennt, die es bei seiner Beschleunigung

durchlaufen hat; sie ist gleich  $V\varepsilon$  (§ 268), wenn  $V$  diese Spannung und  $\varepsilon$  die Ladung des Elektrons bedeutet. Läßt man derart beschleunigte Elektronen ein Gas durchlaufen, so wird, wenn man die Elektronengeschwindigkeit allmählich steigert, in einem ganz bestimmten Augenblick eine Lichtemission einsetzen, nämlich dann, wenn die kinetische Energie der Elektronen gerade so groß geworden ist, daß sie genügt, um ein Elektron der Atome des Gases aus der untersten auf die zweite Energiestufe zu heben, aus der es dann unter Ausstrahlung auf das Grundniveau zurückfällt. Bei weiterer Steigerung der Geschwindigkeit treten weitere Spektrallinien auf, welche von Hebungen des Elektrons auf höhere Energiestufen und Zurückfallen aus diesen herrühren. Ist die Elektronengeschwindigkeit so groß geworden, daß die Energie ausreicht, um das Elektron ganz aus dem Atom zu entfernen, so treten im Gase Ionen und freie Elektronen auf, was sich

daran bemerkbar macht, daß das Gas leitend wird.

Diese Tatsachen sind von FRANCK und HERTZ (1914) in einer grundlegenden Arbeit zuerst am Quecksilberdampf nachgewiesen worden. Es gelang ihnen, zu zeigen, daß die Anregung von Quecksilberatomen tatsächlich in dem Augenblick eintritt, indem ihnen durch Elektronenstoß diejenige Energie zugeführt wird, die man aus den Spektraltermen des Quecksilbers als zur Anregung erforderlich berechnet.

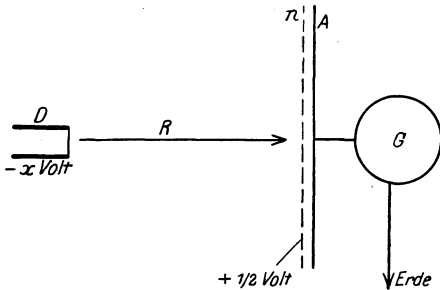


Abb. 469. Schema des Apparats von FRANCK und HERTZ zum Nachweis der Anregungs- und Ionisierungsspannung.

Abb. 469 zeigt die von FRANCK und HERTZ ursprünglich benutzte, seitdem vervollkommnete Apparatur. Von einer Glühkathode  $D$  (§ 408), die eine veränderliche Spannung von  $-x$  Volt gegen Erde hat, gehen in der Richtung  $R$  Elektronen aus und bewegen sich auf ein Drahtnetz  $n$ , das auf einer Spannung von  $1/2$  Volt gegen Erde gehalten wird. Durch die zwischen  $D$  und  $n$  herrschende Potentialdifferenz werden sie beschleunigt. Sie treten dann durch die Maschen des Drahtnetzes hindurch und bewegen sich auf die Metallelektrode  $A$  zu, die durch ein Galvanometer  $G$  mit der Erde verbunden ist, so daß zwischen  $n$  und  $A$  eine die Elektronen verzögernde Spannung von  $1/2$  Volt herrscht. Solange die Spannung zwischen  $D$  und  $n$  größer ist als diejenige zwischen  $n$  und  $A$ , haben die Elektronen ausreichende Energie, um gegen die verzögernde Spannung zwischen  $n$  und  $A$  anzulaufen und die Elektrode  $A$  zu erreichen. Das Galvanometer zeigt einen Strom an, der mit steigender Spannung zwischen  $D$  und  $n$  allmählich ansteigt, weil um so mehr Elektronen durch die Maschen von  $n$  schlüpfen, je schneller sie sind. Die Zusammenstöße der Elektronen mit den Molekülen verlaufen zunächst noch vollständig elastisch, d. h. ohne Übergang von kinetischer Energie in andere Energieformen. In dem Augenblick aber, wo die Energie der Elektronen ausreicht, um bei Zusammenstößen mit den Molekülen des zwischen  $D$  und  $n$  befindlichen Gases Elektronen an den Atomen aus ihrem Grundniveau auf die nächsthöhere Energiestufe zu heben, verlieren sie ihre Energie und sind nicht mehr imstande, gegen die verzögernde Spannung anzulaufen; der Strom im Galvanometer  $G$  sinkt. Die Zusammenstöße der Elektronen mit den Molekülen sind jetzt unelastisch geworden. Wird die Spannung zwischen  $D$  und  $n$  weiter gesteigert, so wächst die Energie der Elektronen wieder, und zwar so lange, bis sie imstande sind, eine erneute Anregungs- oder Ionisierungsarbeit zu leisten. Dann sinkt der Strom in  $G$  wieder, und so wiederholt sich das gleiche Bild, so wie es Abb. 470 darstellt, welches Messungen der Anregungsspannung in Quecksilberdampf wiedergibt.

Es ist üblich, nicht die zur Anregung bzw. Ionisierung nötige Arbeit anzugeben, sondern diejenige Spannung  $V$ , die ein Elektron durchlaufen haben muß, um die Energie zu besitzen, die es zur Leistung dieser Arbeit bei einem Zusammenstoß mit einem Atom befähigt. Man spricht in diesem Sinne von der Anregungs- bzw. Ionisierungsspannung. Aus ihr ergibt sich die zugehörige Energie durch Multiplikation mit der Elektronenladung  $e$ . Denn  $Ve$  ist die Energie, die ein freies Elektron beim Durchlaufen der Spannung  $V$  gewinnt. Die nachstehende Tab. 33 mag einen Begriff von der

Tabelle 33. Ionisierungsspannungen einiger Atome.

Helium . . . .	24,5 Volt
Neon . . . . .	21,5 „
Argon . . . . .	15,4 „
Krypton . . . .	13,3 „
Xenon . . . . .	11,5 „
Wasserstoff . .	13,5 „
Quecksilber . .	10,39 „
Natrium . . . .	5,13 „
Kalium . . . . .	4,13 „
Caesium . . . .	3,96 „

Größenordnung der Ionisierungsspannungen geben.

Die zur Anregung eines Atoms nötige Energie kann diesem auch durch Absorption eines eingestrahelten Lichtquants  $h\nu$  zugeführt werden. Das ist der Fall bei der Fluoreszenz (§ 542, vgl. a. § 567).

(Es hat sich eingebürgert, nicht nur die kinetische Energie von Elektronen, sondern auch in gleicher Weise ihre Geschwindigkeit in Volt anzugeben. Elektronen mit einer „Geschwindigkeit von  $V$  Volt“ sind also solche, welche ihre Geschwindigkeit dem Durchlaufen einer Spannung von  $V$  Volt verdanken. Dabei ist zu beachten, daß die wirkliche Geschwindigkeit der Wurzel aus der Spannung proportional ist. Eine „Voltgeschwindigkeit“ von 1 Volt entspricht  $5,945 \times 10^7$  cm/sec. Zur Erzielung der doppelten Geschwindigkeit sind 4 Volt erforderlich.)

**558. Das periodische System der Elemente.** Im Jahre 1869 wiesen — gleichzeitig und unabhängig voneinander — MENDELEJEFF und LOTHAR MEYER auf die Periodizität der chemischen Eigenschaften der Elemente hin und stellten das bekannte periodische System auf, in dem die Elemente nach steigendem Atomgewicht in mehreren Reihen derart angeordnet sind, daß die vertikal untereinander stehenden Elemente (Vertikalreihen) ähnliche chemische Eigenschaften haben (Alkalien, Erdalkalien, Halogene, Edalgase usw., Tab. 34, S. 511). Dieses zunächst rein empirische System findet durch die BOHRsche Theorie folgende physikalische Deutung.

Das einfachste Element ist der Wasserstoff mit der Ordnungszahl 1 und einem Elektron, ihm folgt das Helium mit zwei Elektronen, deren Abstände vom Kern nicht sehr verschieden groß sind. Das dann folgende Lithium hat drei Elektronen usw. Die positive Kernladung jeder Atomart ist, in elektrischen Elementarquanten als Einheit ausgedrückt, gleich der Elektronenzahl, also auch

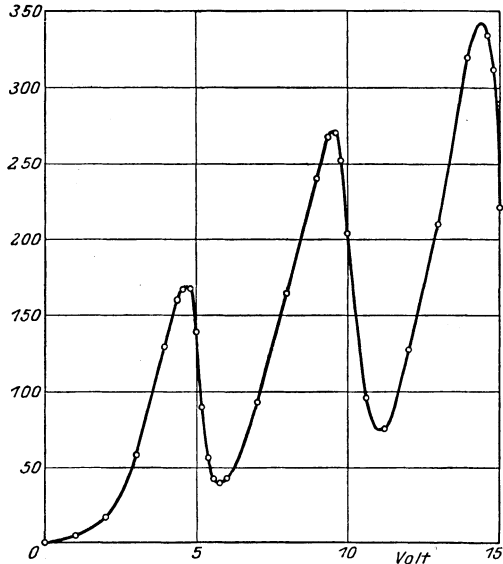


Abb. 470.  
Messung der Anregungsspannung in Quecksilberdampf.

gleich der Ordnungszahl, d. i. die Nummer, die ein Element erhält, wenn man die einzelnen Elemente, mit Wasserstoff = 1 beginnend und unter Berücksichtigung der noch im System bestehenden Lücken, fortlaufend numeriert. Bezüglich des Aufbaues der Elektronensysteme der Atome hat BOHR folgende Vorstellung, das sog. Aufbauprinzip, entwickelt. Er geht von der Annahme aus, daß zunächst die Atomkerne mit ihren positiven Ladungen  $z\varepsilon$  ( $z$  = Ordnungszahl) und die Elektronen getrennt voneinander vorhanden seien, und daß von diesem Zustande aus ein schrittweiser Aufbau der einzelnen Atome stattfindet. Infolge der anziehenden Kräfte fängt ein Atomkern ein Elektron nach dem andern ein, bis seine Kernladung  $+z\varepsilon$  durch die negative Ladung  $-z\varepsilon$  von  $z$  Elektronen kompensiert und damit das elektrisch neutrale Atom fertig aufgebaut ist. Derartige Aufbauprozesse kommen auch zweifellos in der Natur in größtem Umfange fortgesetzt vor. Wir wissen, daß bei den ungeheuren Temperaturen im Innern der Fixsterne (mehrere Millionen Grad) die Materie weitgehend in Atomkerne und Elektronen zerlegt ist. Bei jeder Abkühlung, die im Laufe der Entwicklung mit der Sternmaterie vor sich geht, muß eine Rekonstruktion der Atome in der geschilderten Weise stattfinden. Jedes Atom hat daher bei seinem schrittweisen Aufbau nacheinander Zustände zu durchlaufen, die bezüglich der Elektronenzahlen denjenigen der ihm im periodischen System vorangehenden fertig ausgebildeten Atome gleichen. Ein Atomkern, der erst ein Elektron eingefangen hat, gleicht dem fertigen Wasserstoffatom, bei weiterem Aufbau wird er dem Helium (2), dem Lithium (3), dem Beryllium (4) usw. bezüglich der Zahl seiner Elektronen gleich. Nur die Anziehung durch den höher geladenen Kern ist bei ihm größer. Das hat zur Folge, daß die Konfiguration der Elektronen im entsprechenden Zustande bei ihm die gleiche ist wie bei den vorhergehenden Atomen, nur liegen die Elektronen dem Kern näher. Es wird nun angenommen, daß wenigstens in den ersten drei Horizontalreihen des periodischen Systems sich beim Hinzutritt weiterer Elektronen an der einmal vorhandenen Konfiguration der bereits eingebauten Elektronen nichts mehr ändert. In den sog. großen Perioden und insbesondere bei den seltenen Erden liegen die Verhältnisse etwas komplizierter, können aber auch theoretisch gedeutet werden.

Gemäß einer zuerst von KOSSEL und von LEWIS ausgesprochenen Idee sind nun die Elektronen eines Atoms gruppenweise angeordnet. Sie bilden sog. Elektronenschalen in verschiedenen mittleren Abständen vom Atomkern. Im Sinne des Aufbauprinzips geht dies so vor sich, daß jedesmal, wenn ein Atom im Verlaufe seines Aufbaus einen Zustand erreicht hat, der demjenigen eines Edelgases entspricht ( $z = 2, 10, 18, 36, 54, 86$ ), das nächste hinzutretende Elektron sich dem Atom in einem Abstände anfügt, der erheblich größer ist als der der zuletzt vor ihm eingebauten Elektronen, und ebenso die ihm weiter folgenden Elektronen, bis nach Erreichen des nächsten edelgasähnlichen Zustandes diese Elektronenschale abgeschlossen ist und mit dem nächsten Elektron der Aufbau einer neuen Schale beginnt. So ordnen sich die Elektronen, sofern das betreffende Atom diese Elektronenzahlen überhaupt erreicht, nach dem nebenstehenden Schema.

1.	Elektronenschale	<i>K</i>	2	Elektronen	(Helium)
2.	„	<i>L</i>	8	„	(Neon)
3.	„	<i>M</i>	8	„	(Argon)
4.	„	<i>N</i>	18	„	(Krypton)
5.	„	<i>O</i>	18	„	(Xenon)
6.	„	<i>P</i>	32	„	(Emanation).

Die 7. Schale bricht vor Erreichen eines weiteren Edelgases mit Uran (92), dem schwersten Atom, ab. Die einzelnen Schalen werden, wie im Schema angegeben, als *K*-, *L*-, *M*-Schale usw. bezeichnet. Im Schema ist ferner jeweils dasjenige Edelgas verzeichnet, dessen Zustand mit dem Aufbau der einzelnen Schalen erreicht ist. Der Schalenaufbau der Elektronen findet seine Deutung durch das PAULI-Prinzip (§ 579), aus dem sich

Tabelle 34. Das periodische System der Elemente.

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII			
1	1 H 1,0078							2 He 4,00			
2	3 Li 6,94	4 Be 9,02	5 B 10,82	6 C 12,00	7 N 14,008	8 O 16,000	9 F 19,00	10 Ne 20,2			
3	11 Na 23,00	12 Mg 24,32	13 Al 26,97	14 Si 28,06	15 P 31,04	16 S 32,07	17 Cl 35,46	18 Ar 39,88			
4	19 K 39,10	20 Ca 40,07	21 Sc 45,10	22 Ti 48,1	23 V 51,0	24 Cr 52,01	25 Mn 54,93	26 Fe 55,84	27 Co 58,97	28 Ni 58,68	36 Kr 82,9
5	37 Rb 85,5	38 Sr 87,6	39 Y 89,0	40 Zr 91,2	41 Nb 93,5	42 Mo 96,0	43 Ma —	44 Ru 101,7	45 Rh 102,9	46 Pd 106,7	54 X 130,2
6	55 Cs 132,8	56 Ba 137,4	57-71 Seltene Erden s. u. TI	72 Hf 178,6	73 Ta 181,5	74 W 184,0	75 Re —	76 Os 190,9	77 Jr 193,1	78 Pt 195,2	86 Em 222
	79 Au 197,2	80 Hg 200,6	81 Tl 204,4	82 Pb 207,2	83 Bi 209,0	84 Po 210,0	85 — —				
7	87 — —	88 Ra 226,0	89 Ac —	90 Th 232,1	91 Pa —	92 U 238,2					

57 La 138,9	58 Ce 140,2	59 Pr 140,9	60 Nd 144,3	61 — —	62 Sm 150,4	63 Eu 152,0	64 Gd 157,3
65 Tb 159,2	66 Dy 162,5	67 Ho 163,5	68 Er 167,7	69 Tu 169,4	70 Yb 173,5	71 Cp 175,0	

Seltene Erden.

die Höchstzahl der Elektronen, die sich in den einzelnen Schalen befinden können, in Übereinstimmung mit der Erfahrung berechnen läßt.

Sämtliche Elektronenniveaus in allen Schalen regeln sich nach den Quantengesetzen. Jedoch ist die niedrigste in der 2. Schale vorkommende Quantenzahl  $n = 2$ , in der 3. Schale  $n = 3$  usw.

Man erkennt aus den vorstehenden Darlegungen, daß der physikalische Grund für die Periodizität der chemischen Eigenschaften mit dem Aufbau der einzelnen Elektronenschalen zusammenhängt. Anfang und Ende jeder Horizontalreihe des periodischen Systems bedeuten den Anfang und den Abschluß einer neuen Elektronenschale.

**559. Die Linienspektren und das periodische System.** Wir sind nunmehr in der Lage, eine Reihe von weiteren Eigenschaften der Linienspektren zu verstehen. Die sog. optischen, d. h. die im kurzwelligen ultraroten, im sichtbaren und ultravioletten Gebiet liegenden Linienspektren entstehen durch Quantensprünge der Elektronen in der äußeren Elektronenschale. Die Elektronen der inneren Schalen sind daran nicht beteiligt. Diese äußeren Elektronen stehen nicht allein unter der anziehenden Wirkung des Atomkerns, sondern auch unter der abstoßenden Wirkung der Elektronen der inneren Schalen, welche mit ihrer negativen Ladung die positive Kernladung wenigstens zum Teil kompensieren. Die Alkalimetalle sind daher in gewissem Sinne „wasserstoffähnlich“ (§§ 554 und 556), indem ihr einziges äußeres Elektron unter der Wirkung eines Kerns steht, dessen aus  $z$  Elementarquanten bestehende Ladung durch  $z - 1$  Elektronen bis zu einem gewissen Grade kompensiert wird. Daß der Kern nebst den inneren Elektronen nicht genau wie ein einfach geladener Wasserstoffkern wirkt, also die Spektren der Alkalimetalle dem des Wasserstoffs nicht genau gleich sind, rührt nach der ursprünglichen Vorstellung von BOHR u. a. daher, daß das äußere Elektron auf seiner Bahn unter Umständen in die inneren Elektronenschalen eintauchen kann. Doch ähneln die Alkalispektren dem des Wasserstoffs immerhin insofern, als sie verhältnismäßig einfach gebaut sind. Mit der Zahl der äußeren Elektronen wächst die Kompliziertheit und der Linienreichtum (die Multiplizität, § 556) der Spektren. Die am rechten Ende jeder Horizontalreihe stehenden Edelgase haben — mit Ausnahme des einfach gebauten Heliums — überaus komplizierte Spektren.

Neben den von den elektrisch neutralen Atomen herrührenden Spektren — den sog. Bogenspektren, weil sie z. B. im elektrischen Lichtbogen erzeugt werden können — besitzen die Atome noch weitere Spektren, die Funkenspektren, zu deren Hervorbringung man sich der Funkenentladung bedienen kann. Dies sind Spektren der ionisierten Atome. Man unterscheidet das 1., 2. Funkenspektrum usw., je nachdem es sich um Atome handelt, denen ein oder zwei Elektronen fehlen usw. Fehlt einem Atom ein Elektron, so ähnelt es in seinem Aufbau dem ihm unmittelbar vorhergehenden Element, nur ist die Kernanziehung stärker. So ist z. B. das einfach ionisierte Magnesium  $Mg^+$  (12) dem elektrisch neutralen Natrium (11) ähnlich. Das zweifach ionisierte  $Mg^{++}$  dem Neon (10). Einen derartigen Fall haben wir bereits beim einfach ionisierten Helium  $He^+$  besprochen, das dem Wasserstoff ähnlich ist. Diese Ähnlichkeit im Aufbau hat zur Folge, daß das 1. Funkenspektrum eines Elements, wenn auch nicht in allen Einzelheiten, so doch im allgemeinen Charakter, vor allem in der Multiplizität der Linien, dem Bogenspektrum des nächstvorhergehenden Elements ähnlich, aber wegen der stärkeren Kernanziehung nach kürzeren Wellen verschoben ist. Das 2. Funkenspektrum ähnelt dem 1. Funkenspektrum des unmittelbar vorhergehenden Elements und dem Bogenspektrum des um zwei Stellen vorhergehenden Elements usw. (sog. spektroskopischer Verschiebungssatz).

560. **Die Röntgenspektren.** Bei den optischen Spektren handelt es sich stets um Sprünge eines der äußeren Elektronenschale angehörenden Elektrons von einer Energiestufe auf eine andere. Die Röntgenspektren hingegen rühren von Quantensprüngen her, die zwischen den einzelnen inneren Elektronenschalen erfolgen. Röntgenstrahlung kommt so zustande, daß ein einer inneren Schale, z. B. der *K*-Schale, angehörendes Elektron durch irgendeine äußere Einwirkung, z. B. durch den Aufprall eines von außen auf das Atom treffenden, schnell bewegten Elektrons, aus seiner Bahn geworfen und ganz aus dem Atom heraus befördert wird. Damit ist das Gleichgewicht des Atoms gestört. Es kann auf verschiedene Weise wiederhergestellt werden. Entweder fällt das herausgeworfene Elektron selbst, indem es seine erhöhte Energie in Form von Röntgenstrahlung wieder abgibt, auf seinen alten Platz zurück, oder aber es fällt zunächst ein Elektron einer andern Schale, z. B. der *L*-Schale, auf den frei gewordenen Platz und wird durch das herausgeworfene Elektron oder ein Elektron aus einer der weiter außen liegenden

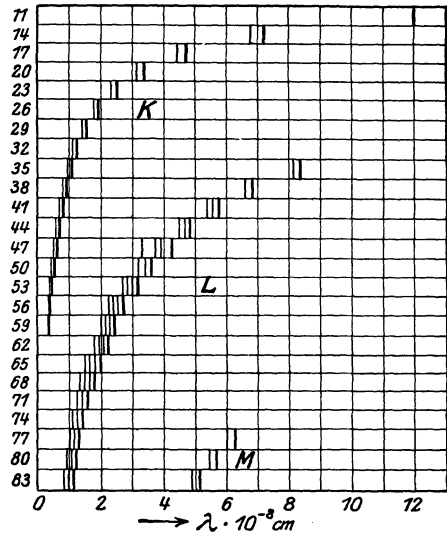


Abb. 471. Schema der *K*-, *L*- und *M*-Serie, in Abhängigkeit von der Ordnungszahl.

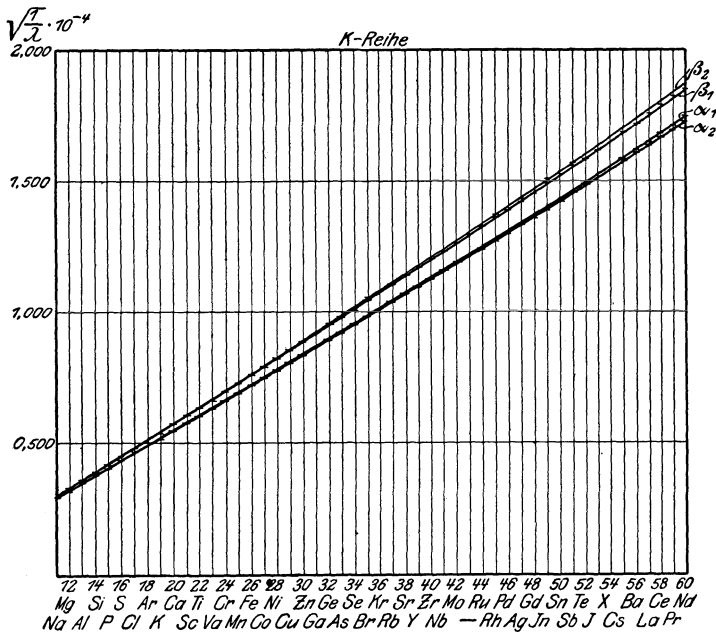


Abb. 472.  $\sqrt{1/\lambda}$  in der *K*-Serie als Funktion von *z* (MOSELEYSCHES GEsETZ).

Schalen ersetzt usw. Je mehr Elektronenschalen das betreffende Atom besitzt, desto mehr verschiedene Möglichkeiten gibt es, wie das elektrische Gleichgewicht wiederhergestellt werden kann, und um so größer ist auch die Zahl der

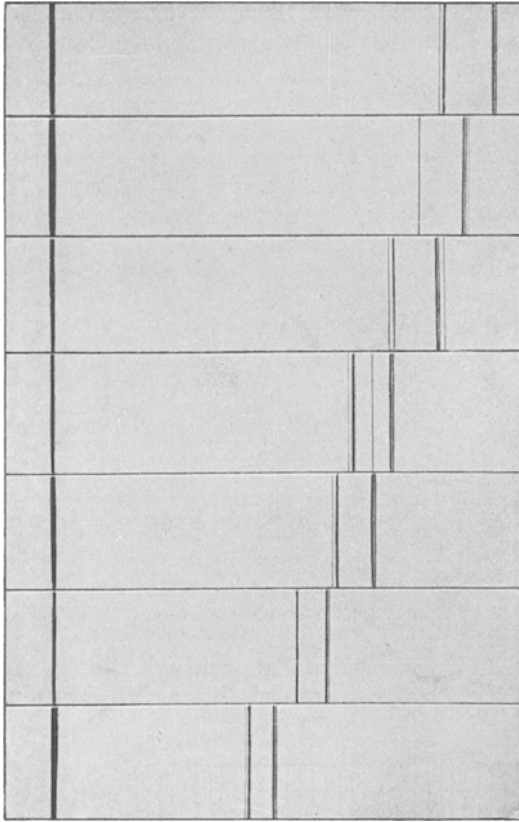


Abb. 473. K-Serie.

Spektrallinien, die durch solche Prozesse hervorgerufen werden können. Denn alle diese verschiedenen Übergänge entsprechen verschiedenen Energiedifferenzen, also auch verschiedenen Schwingungszahlen der ausgesandten Strahlung. Als *K*-Serie bezeichnet man diejenigen Schwingungszahlen, die Sprünge ihr Auftreten verdanken, die auf dem *K*-Niveau endigen, und entsprechend ist die *L*-Serie, die *M*-Serie usw. definiert. Die *K*-Serie hat die größte Schwingungszahl (härteste Strahlung). Natürlich kommt eine bestimmte Serie nur bei solchen Atomen vor, bei denen die betreffende Schale bereits ausgebildet ist. Die Zahl der Röntgenserien nimmt also in jeder Horizontalreihe des periodischen Systems um eine zu.

Wie zuerst MOSELEY experimentell gefunden hat, zeichnen sich die Röntgenspektren vor den optischen Linienspektren dadurch aus, daß sie nicht die ausgesprochene Periodizität zeigen, die jene, entsprechend der Stellung des Atoms im peri-

odischen System, haben. Vielmehr ist der Gang bei steigender Ordnungszahl so, daß sich die Linien der Röntgenspektren weitgehend regelmäßig in Richtung kleinerer Wellenlängen, d. h. höherer Schwingungszahlen, verschieben (Abb. 471).

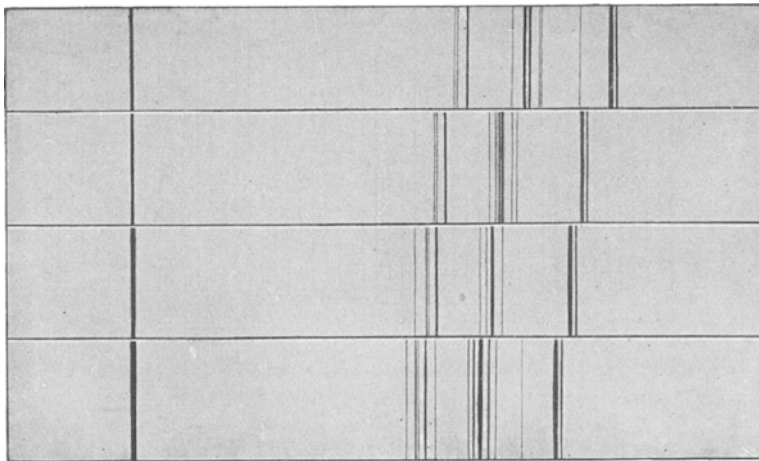


Abb. 474. L-Serie.



MOSELEY fand auf Grund seiner Messungen, daß die Wurzeln der Schwingungszahlen  $\nu$  bzw. der Wellenzahlen  $1/\lambda$  der einzelnen Serienlinien der Ordnungszahl  $z$  der einzelnen Atomarten proportional sind. Insbesondere gilt dies sehr genau für die *K*-Serie. In Abb. 472 sind die Ergebnisse derartiger Messungen wiedergegeben. Sie zeigen, daß das MOSELEYSche Gesetz in der Tat vorzüglich erfüllt ist. Abb. 472 bezieht sich auf vier, mit  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  bezeichnete Linien der *K*-Serie.

Abb. 473 und 474 zeigen das geschilderte Verhalten an einigen Spektren der *K*- und *L*-Serie von Elementen, die im periodischen System aufeinanderfolgen.

Es war ein großer Erfolg der BOHRschen Atomtheorie, daß sie sofort imstande war, eine Deutung des MOSELEYSchen Gesetzes zu geben. Es erklärt sich auf Grund der Tatsache, daß die Röntgenspektren — insbesondere die *K*-Serie — von Elektronen der innersten Schalen herrühren, welche fast ausschließlich der Anziehung durch die Kernladung unterliegen, von den weiter außen liegenden Elektronen aber wenig oder gar nicht beeinflußt werden. Die Röntgenspektren sind daher weitgehend wasserstoffähnlich (§ 554). Die Energie der Elektronen und die Größe der Röntgenspektraltermen (§ 556) hängt daher fast nur von der Kernladung  $z$  ab und steigt mit dieser entsprechend Gl. 14 und 15, § 554. Und daher wächst auch die Schwingungszahl mit wachsender Ordnungszahl.

Die einfachen Gesetzmäßigkeiten der Röntgenspektren erlauben, die Röntgenspektren noch unbekannter Elemente vorauszuberechnen, was im optischen Gebiet meist nicht möglich ist. Es ist auf diese Weise gelungen, einige der chemisch bis dahin noch nicht nachgewiesenen Elemente (Hafnium, Masurium, Rhenium) auf Grund ihrer vorausberechneten Röntgenspektren zu entdecken, indem man systematisch die in Frage kommenden Mineralien auf das Auftreten der erwarteten Spektren untersuchte. Nachdem dies mit Erfolg geschehen war, konnte dann auch die chemische Isolierung durchgeführt werden.

Da die Energien der der gleichen inneren Schale angehörenden Elektronen einander nicht genau gleich sind, so zeigen auch die Röntgenspektren eine Aufspaltung (vgl. § 556). Im übrigen gilt überhaupt für die Röntgenspektren im wesentlichen das gleiche, was oben über die optischen Spektren gesagt worden ist, indem auch ihre Schwingungszahlen sich wegen ihrer Herkunft von Quantensprüngen als Termdifferenzen darstellen. Die Kenntnis dieser Terme gibt uns wieder Kenntnis von den Energiestufen und damit vom Atombau, in diesem Falle vom Bau der inneren Elektronenschalen.

**561. Die physikalische Deutung der chemischen Wertigkeit. Der Bau der Moleküle.** Bekanntlich gibt das periodische System der Elemente uns Aufschluß über die chemische Wertigkeit oder Valenz der einzelnen Atomarten. Die Elemente der ersten Vertikalreihe (Wasserstoff und Alkalien) sind einwertig, die der zweiten (Erdalkalien) zweiwertig usw. Die Edelgase der achten Vertikalreihe gehen keine gewöhnlichen chemischen Verbindungen ein und sind daher als nullwertig zu bezeichnen. Die Elemente der siebenten Vertikalreihe (Halogene) können siebenwertig auftreten, sind aber meist einwertig, die der sechsten können sechswertig auftreten, sind aber meist zweiwertig (z. B. O in  $H_2O$ ). Es hat also ein Atom diejenige Wertigkeit, die der Nummer der Vertikalreihe, in der es steht, entspricht, oder diejenige, die sich ergibt, wenn man diese Nummer von acht abzieht. Diesen beiden Arten der Wertigkeit kommt also ein polar entgegengesetzter Charakter zu. Hierfür gibt die BOHRsche Theorie eine anschauliche Deutung.

Die chemische Wertigkeit offenbart sich beim Zusammentritt der Atome zu Molekülen. Es sind zwei Arten von Molekülen zu unterscheiden: Ionenmoleküle und Atommoleküle.

Die Ionenmoleküle bestehen aus positiven und negativen Ionen, also aus Atomen, welche ein oder mehrere Elektronen entweder verloren oder gewonnen haben. Infolge ihrer entgegengesetzten elektrischen Ladungen ziehen die Ionen sich gegenseitig an. Wegen des verschiedenen Vorzeichens ihrer Ladungen bilden die Ionen eines solchen Moleküls einen elektrischen Dipol (§ 259), und das Molekül hat ein elektrisches Moment von oft beträchtlicher Größe. Als einen einfachen Fall betrachten wir das Kochsalz, NaCl, in dampfförmigem Zustande. (Im festen, kristallinen Zustande kann man häufig nicht von Molekülen im eigentlichen Sinne reden, vgl. § 584.) Aus dem elektrochemischen Äquivalent (§ 317) des Na folgt, daß das Na als Ion mit einem einzigen positiven elektrischen Elementarquantum geladen ist. Ebenso ist das Cl mit einem einzigen negativen Elementarquantum geladen. Die zwischen diesen beiden Ionen bestehende Anziehung ist es, die die chemische Bindung im NaCl-Molekül bewirkt.

Wenn aber das Na-Atom in dieser Verbindung mit einem positiven Elementarquantum geladen ist, so ist das nur so möglich, daß es ein Elektron, und zwar sein einziges äußeres Elektron, abgegeben hat. Und entsprechend muß das Cl-Atom ein zusätzliches Elektron, das seinen negativen Ladungsüberschuß bewirkt, in seine äußere Elektronenschale aufgenommen haben. Dieser Vorgang aber hat für beide Atome ähnliche Folgen. Beim Na hat er den vollständigen Abbau der äußeren Elektronenschale — die ja nur aus einem Elektron besteht — bewirkt. Die nunmehr äußerste Schale besteht aus acht Elektronen. Das Na ist dem Edelgas Neon ähnlich geworden. Beim Cl aber hat das neu aufgenommene Elektron den Aufbau der bisher aus sieben Elektronen bestehenden äußeren Schale zu einer „Achterschale“ bewirkt. Das Cl ist dem Edelgas Argon ähnlich geworden.

In genau entsprechender Weise erfolgt beim Eintritt eines zweiwertigen Atoms in ein Ionenmolekül die Abgabe oder Aufnahme von zwei Elektronen, also wieder ein Abbau oder Aufbau der äußeren Elektronenschale, der zu einem edelgasähnlichen Zustande führt. Ebenso erklären sich die höheren Wertigkeiten.

Man kann dieses Verhalten so beschreiben, daß die Natur eine besondere Vorliebe für denjenigen Zustand hat, in dem sich die Edelgase befinden. Eine Erklärung dafür liefert das PAULI-Prinzip (§ 579). In dieser Bevorzugung des edelgasähnlichen Zustandes, der sich ja auch beim Aufbau der Atome darin äußert, daß jeweils nach Erreichung eines edelgasähnlichen Zustandes der Aufbau einer neuen Elektronenschale einsetzt (§ 558), liegt auch die Erklärung für die chemische Trägheit der Edelgase. Da ihr normaler, elektrisch neutraler Zustand bereits der bevorzugte ist, haben sie im allgemeinen keine Veranlassung, Elektronen abzugeben oder aufzunehmen, sich also elektrisch zu laden. Und damit entfallen bei ihnen die zum Aufbau eines Ionenmoleküls erforderlichen äußeren elektrischen Kräfte.

Damit haben wir eine höchst einfache Erklärung der chemischen Wertigkeit gewonnen: Die Wertigkeit ist gleich der Zahl der äußeren Elektronen bzw. gleich der Differenz dieser Zahl gegen die Zahl der äußeren Elektronen des nächstfolgenden Edelgases.

Die besondere Stellung des edelgasähnlichen Zustandes macht es verständlich, daß ein in diesen Zustand gebrachtes Atom bzw. Ion die Tendenz hat, in ihm zu verharren. So kommt es auch, daß bei der Elektrolyse (§ 315) die Ionen — z. B. das positive Na-Ion einer NaCl-Lösung — erst wieder chemisch reaktionsfähig werden, wenn sie sich an einer der Elektroden durch Aufnahme bzw. Abgabe eines Elektrons oder bei mehrwertigen Ionen mehrerer Elektronen in elektrisch neutrale Atome zurückverwandelt haben. Das Natrium reagiert

bei der Elektrolyse mit dem Wasser erst an der Kathode, aber nicht, solange es im edelgasähnlichen Ionenzustand ist.

Die Bildung eines Ionenmoleküls erfolgt also so, daß die zusammentretenden Atome Elektronen austauschen, indem ein oder mehrere Elektronen aus dem Verband der einen Komponente in den der andern übergehen. Bei den Atommolekülen hingegen findet eine Bildung einer oder zweier, den Atomen des Moleküls gemeinsamer Elektronenschalen aus ihren äußeren Elektronen statt. Es ist zu vermuten, daß sich dabei eine Konfiguration dieser äußeren Elektronen ausbildet, die derjenigen bei einem Atom gleicht. So haben z. B. die beiden Bestandteile des Kohlenoxyd-Moleküls (CO) zusammen zehn äußere Elektronen. Von diesen bilden wahrscheinlich acht eine innere, zwei eine äußere Elektronenschale, welche beide Atomrümpfe gemeinsam umschließen, so daß ein Gebilde entsteht, das im äußeren Aufbau den Atomen der Erdalkalien (zweite Vertikalreihe, also zwei äußere Elektronen) ähnlich ist. Hierfür sprechen auch spektroskopische Gründe. Im allgemeinen haben auch diese Moleküle, wie die Ionenmoleküle, ein elektrisches Moment, weil die elektrischen Ladungen der Atomreste nicht gleich groß sind. Z. B. trägt beim CO-Molekül, wie man leicht nachrechnen kann, der C-Rest  $6 - 2 = 4$ , der O-Rest  $8 - 2 = 6$  Elementarquanten. Einen besonderen Fall unter den Atommolekülen bilden die Moleküle der elementaren Gase, wie  $H_2$ ,  $N_2$ ,  $O_2$ . Ihre Atomreste sind einander vollkommen gleich und ihre gemeinsame Elektronenschale liegt zu ihnen symmetrisch. Daher haben sie kein elektrisches Moment, denn die Schwerpunkte ihrer positiven und negativen Ladungen fallen genau zusammen. Aber das Bildungsprinzip ist das gleiche wie bei den anderen Atommolekülen. So hat das Stickstoffmolekül  $N_2$ , wie das besprochene CO, zehn äußere Elektronen, nämlich je fünf von jedem der beiden Atome (fünfte Vertikalreihe), und es ist wahrscheinlich, daß sie sich etwa ebenso aufbauen wie diejenigen des CO-Moleküls. Für die Richtigkeit dieser Anschauung spricht, daß sich die  $N_2$ - und die CO-Moleküle in fast allen ihren Konstanten, z. B. bezüglich der Struktur ihrer Spektren, weitgehend ähnlich verhalten. Über die Kräfte, die die Komponenten der Atommoleküle aneinander binden, hat erst die neue Wellenmechanik (§ 578) Aufschluß gegeben. Ein besonders schöner Erfolg in dieser Richtung liegt bereits beim Wasserstoffmolekül vor. Ein näheres Eingehen hierauf ist hier nicht möglich.

Die Herstellung des bevorzugten edelgasähnlichen Zustandes kann natürlich bei jedem Molekül auf zwei Arten erreicht werden, entweder durch Abbau oder durch Aufbau. Es ist begreiflich, daß meist derjenige Weg bevorzugt wird, bei dem das Ziel am einfachsten erreicht wird, also bei den linken Vertikalreihen durch Abbau, bei den rechten durch Aufbau, und daß bei den mittleren Vertikalreihen, wo die beiden Wege nicht so sehr verschieden sind, in besonderem Maße die Tendenz bestehen wird, entweder den einen oder den andern Weg zu gehen (Auftreten zweier verschiedener Wertigkeiten).

Bei den Ionenmolekülen hat die elektrische Ladung der beiden Komponenten entgegengesetztes, bei den Atommolekülen gleiches Vorzeichen. (Die Kompensation ihrer positiven Überschußladungen liegt in der negativen Ladung ihrer gemeinsamen Elektronenschalen.) Man nennt daher die Ionenmoleküle auch heteropolare, die Atommoleküle homöopolare Moleküle.

**562. Die Quantentheorie der spezifischen Wärme.** Es ist bereits im § 208 darauf hingewiesen worden, daß das Verhalten der spezifischen Wärmen bei tiefen Temperaturen gewisse Besonderheiten zeigt. Die Deutung und die erste Theorie dieses Verhaltens haben MADELUNG und EINSTEIN auf Grund der Quantentheorie gegeben. Ihren weiteren Ausbau verdankt die Theorie insbesondere NERNST, DEBYE, BORN und KARMAN.

Im § 193 ist von den Rotationen und Schwingungen der Moleküle bzw. der Atome im Molekül die Rede gewesen. Auch diese Bewegungen gehorchen, wie alle periodischen Bewegungen, den Quantengesetzen. Das bedeutet, daß auch ein rotierendes Molekül oder die um ihre Gleichgewichtslagen im Molekül schwingenden Atome, wie die Elektronen am Atom, nur ganz bestimmter Energiestufen fähig sind. Diese sind bei den Rotationen dem Trägheitsmoment des Moleküls (§ 42) umgekehrt proportional, also um so größer, je kleiner das Trägheitsmoment ist.

Nun beruht die früher (§ 209) besprochene klassische Theorie der spezifischen Wärmen auf dem Äquipartitionsgesetz, d. h. dem Satze, daß bei der Temperatur  $T$  auf jeden Freiheitsgrad eines Moleküls durchschnittlich die gleiche Energie  $\frac{1}{2} kT$  entfällt (§ 193). Ist dieser Betrag, bei ausreichend hoher Temperatur  $T$ , groß gegen die den untersten Quantensprüngen einer periodischen molekularen Bewegung (Rotation oder Atomschwingung) entsprechenden Energiedifferenzen, so ist das auch immer möglich. Die durchschnittlichen Zustände der einzelnen Moleküle entsprechen dann so hohen Quantenzahlen (großer Energie), daß die quantenhafte Unstetigkeit praktisch verwischt ist. Dann gilt als Grenzfall die klassische Theorie. (Man vergleiche die Tatsache, daß es bei einer großen Geldsumme praktisch ohne Belang ist, daß sie nicht weiter unterteilbar ist, als es die kleinste Münzeinheit zuläßt, während das bei einer kleinen Geldsumme ins Gewicht fallen kann, oder daß es bei einer auf einen Berg führenden Treppe ziemlich belanglos ist, ob man auf der  $n$ -ten oder der  $(n + 1)$ -ten Stufe steht, während das bei einer Trittleiter einen ganz wesentlichen Unterschied bedeutet). Anders aber, wenn die Energie  $\frac{1}{2} kT$  mit den Energiedifferenzen der untersten Quantensprünge vergleichbar oder gar kleiner als diese wird. Dann ist es nicht mehr möglich, die verfügbare Wärmeenergie im Durchschnitt gleichmäßig auf alle Moleküle zu verteilen (ebensowenig, wie es möglich ist, eine Summe von 10 Pfennigen gleichmäßig auf 100 Menschen zu verteilen). Ein Teil der Moleküle wird zwar die volle Energie erhalten, die dem untersten Quantensprung entspricht, andere aber gehen völlig leer aus, und zwar wird der letztere Anteil immer größer, je tiefer die Temperatur sinkt. Man sagt, die betreffende Bewegung oder der betreffende Freiheitsgrad schläft ein. Dies tritt aber bereits bei um so höheren Werten von  $\frac{1}{2} kT$ , also bei einer um so höheren Temperatur, merklich ein, je größer die Energie ist, die erforderlich ist, um den Energiebedarf der untersten Quantensprünge des Moleküls zu decken, also bezüglich der Rotationen schon bei um so höherer Temperatur, je kleiner das Trägheitsmoment des Moleküls ist.

Aus dieser Tatsache folgt die Erklärung dafür, daß bei den einatomigen Molekülen die Rotation keinen Anteil zur spezifischen Wärme liefert (§ 193 u. 209). Ein solches Atom würde um eine freie Achse rotieren, die durch den Schwerpunkt des Atoms geht, der im Atomkern liegt (die Massen der Elektronen fallen nicht ins Gewicht). Bezüglich einer solchen Achse ist aber das Trägheitsmoment des Atoms ungeheuer klein wegen der winzigen Dimensionen des Kerns (bei einer homogenen Kugel von der Masse  $\mu$  und dem Radius  $r$  ist das Trägheitsmoment  $J = \frac{2}{5} \mu r^2$ ), und daher ist die quantentheoretische Rotationsenergie ungeheuer groß. Deshalb ist die Rotation dieser einatomigen Moleküle bei allen in Frage kommenden Temperaturen bereits vollkommen eingeschlafen.

Aus dem gleichen Grunde kommen bei den zweiatomigen Molekülen praktisch keine Rotationen um die durch die Schwerpunkte der beiden Atome gehende Achse vor. Dieser Freiheitsgrad fällt für die spezifischen Wärmen aus, und diese Atome haben daher nur zwei statt drei Freiheitsgrade der Rotation. Wird aber die Temperatur sehr niedrig, so schlafen auch diese beiden Freiheitsgrade

ein, und es bleibt nur noch die kinetische Energie der Moleküle übrig. Die zwei- und ebenso die mehratomigen Gase müssen sich dann bezüglich ihrer spezifischen Wärme wie einatomige Gase verhalten, und es ist in der Tat nachgewiesen, daß sich das in einer mit fallender Temperatur wachsenden Annäherung der Molwärme an den theoretischen Wert für einatomige Gase,  $c_v = \frac{3}{2} R$  (§ 209), zu erkennen gibt. Beim Wasserstoff, der ein sehr kleines Trägheitsmoment hat, ist dieser Wert sogar schon erreicht worden.

Ganz ähnlich liegt es mit den Schwingungen der Atome im Molekül (§ 563). Ihr Energiebedarf ist so groß, daß sie bei gewöhnlichen Temperaturen bereits praktisch vollkommen eingeschlafen sind und daher keinen Beitrag zur spezifischen Wärme liefern. Noch größer ist die Anregungsenergie (§ 557) der Elektronen an den Atomen und Molekülen. Auch sie liefern daher bei gewöhnlicher Temperatur keinen Beitrag zur spezifischen Wärme. Dem entspricht auch die Tatsache, daß ein sichtbares Leuchten erst bei hohen Temperaturen eintritt.

Entsprechende Überlegungen gelten für die Schwingungen der Atome oder Ionen in den Raumgittern der Kristalle (§ 584). Bei diesen aber erfolgt das Einschlafen der Schwingungen meist erst bei relativ niedrigen Temperaturen, was sich daran bemerkbar macht, daß bei gewöhnlichen Temperaturen die Atomwärme vieler kristallinischer Substanzen, insbesondere der Metalle, dem theoretischen Wert der klassischen Theorie, nämlich 6, zum mindesten recht nahe liegt (§ 208, vgl. hierzu auch § 579). Manche Substanzen zeigen aber bereits bei Zimmertemperatur beträchtliche Abweichungen, z. B. der Diamant, dessen Atomwärme bei Zimmertemperatur nur 1,4 beträgt.

Bei hinreichend tiefen Temperaturen zeigen alle Substanzen einen schnellen Abfall ihrer spezifischen Wärmen (Abb. 475).

Nach einer Theorie von DEBYE ist in einem gewissen, von der Art der Substanz abhängigen Bereich die spezifische Wärme der dritten Potenz der absoluten Temperatur  $T$  proportional ( $T^3$ -Gesetz)

$$C = aT^3, \quad (16)$$

eine Beziehung, die mit dem Experiment gut übereinstimmt.

**563. Rotationsschwingungsspektren.** Sofern die Moleküle ein elektrisches Moment haben (§ 259), sie also Ionenmoleküle sind (§ 561), führen die quantenhaften Änderungen ihres Rotationszustandes zur Aussendung einer Strahlung, des sog. Rotationsspektrums. Dieses liegt wegen der Kleinheit der vorkommenden Energiedifferenzen und daher auch der Werte von  $h\nu$  stets im äußersten Ultrarot und ist daher nur in wenigen Fällen, z. B. beim Wasserdampf, der Beobachtung unmittelbar zugänglich. Und auch dann nicht als Emission von Strahlung, sondern nur durch den umgekehrten Vorgang, nämlich durch die an den gleichen Stellen des Spektrums auftretende Absorption einer durch die betreffende Substanz hindurchgesandten fremden Strahlung (vgl. das KIRCHHOFFSche Gesetz, § 532).

Auch die Atomschwingungen, d. h. die Schwingungen, die die einzelnen Atome eines Moleküls um ihre natürliche Ruhelage im Molekül ausführen können, führen bei Molekülen mit einem elektrischen Moment zur Aussendung einer Strahlung, welche auch im langwelligen Ultrarot, aber bereits in einem experimentell leichter zugänglichen Gebiet liegt. Diese Schwingungen sind daher durch die an den betreffenden Stellen des Spektrums auftretenden Absorptionslinien in zahlreichen Fällen nachweisbar. Quantenhafte

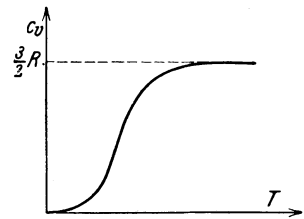


Abb. 475. Schema des Verlaufs der spezifischen Wärme bei tiefen Temperaturen.

Änderungen der Atomschwingung sind stets verbunden mit quantenhaften Änderungen des Rotationszustandes. Die Quantenhaftigkeit des Vorgangs kommt daher bei diesen sog. Rotationsschwingungsspektren in doppelter Weise ins Spiel und bewirkt, daß die Zahl der möglichen Energiestufen und daher auch der Quantensprünge und Schwingungszahlen sehr groß ist. Diese Spektren haben daher einen recht komplizierten Charakter. Man kann aus ihnen nicht nur Aufschluß über die Atomschwingungen und ihre Energiestufen, sondern auch über die Rotationen und damit über die Trägheitsmomente der Moleküle gewinnen. Auch sie tragen daher zu unserer Kenntnis vom Molekülbau erheblich bei.

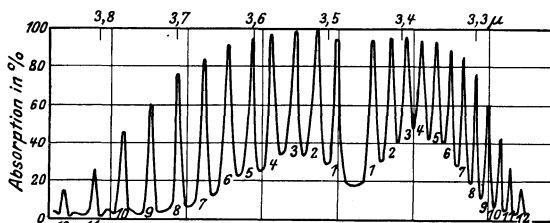


Abb. 476. Rotationsschwingungsspektrum des HCl nach IMES.

Abb. 476 gibt Messungen des Rotationsschwingungsspektrums des Chlorwasserstoffs in Absorption wieder. Das Spektrum ist mit einem Reflexionsgitter von großem Auflösungsvermögen aufgenommen und zeigt die Ausschläge einer Thermosäule in den einzelnen Teilen des Spektrums. Jede der zahlreichen Zacken der Kurve entspricht einer Absorptionslinie des HCl. Es handelt sich bei jeder dieser Absorptionslinien um den gleichen Sprung in der Atomschwingung, doch ist dieser in jedem Fall mit einem anderen Sprung in der Rotation verbunden. Auffallend ist die Lücke zwischen den mit den Zahlen 1 und 1' bezeichneten Linien. Der Ausfall rührt daher, daß ein Zustand, bei dem das Molekül überhaupt nicht rotiert, praktisch nicht vorkommt.

Abb. 476 gibt Messungen des Rotationsschwingungsspektrums des Chlorwasserstoffs in Absorption wieder. Das Spektrum ist mit einem Reflexionsgitter von großem Auflösungsvermögen aufgenommen und zeigt die Ausschläge einer Thermosäule in den einzelnen Teilen des Spektrums. Jede der zahlreichen Zacken der Kurve entspricht einer Absorptionslinie des HCl. Es handelt sich bei jeder dieser Absorptionslinien um den gleichen Sprung in der Atomschwingung, doch ist dieser in jedem Fall mit einem anderen Sprung in der Rotation verbunden. Auffallend ist die Lücke zwischen den mit den Zahlen 1 und 1' bezeichneten Linien. Der Ausfall rührt daher, daß ein Zustand, bei dem das Molekül überhaupt nicht rotiert, praktisch nicht vorkommt.

564. **Bandenspektren und Molekülbau.** Während die Linienspektren ihren Ursprung stets einzelnen Atomen (d. h. einatomigen Molekülen) verdanken, senden die mehratomigen Moleküle stets Bandenspektren (§ 529, Abb. 453) aus. Diese werden daher auch Molekülspektren genannt. Die charakteristischen Eigenschaften der Bandenspektren beruhen darauf, daß der jeweilige Zustand eines mehratomigen Moleküls nicht nur durch den Quantenzustand bestimmt wird, in dem sich sein Leuchtelektron (§ 556) befindet, sondern auch durch die ebenfalls quantenhafte Rotations- und Atomschwingungsenergie (§ 562 und 563). Daher kommen zu den Quantenzahlen des Leuchtelektrons im einfachen Falle der zweiatomigen Moleküle noch zwei weitere Quantenzahlen hinzu, eine für die Rotation des Moleküls um seine Hauptträgheitsachse, eine zweite für die Schwingung der Atome des Moleküls gegeneinander. Bei einem Lichtemissions- oder Absorptionsprozeß erfolgt daher im allgemeinen eine Zustandsänderung des Moleküls in seinen sämtlichen Quantenzahlen zugleich. Die Zahl der möglichen Zustände und Zustandsänderungen ist also außerordentlich groß. An die Stelle einer einzelnen Spektrallinie tritt ein ganzes System von Einzelbanden. Alle diese Einzelbanden sind mit dem gleichen Elektronenquantensprung verknüpft, aber jede von ihnen entspricht einem anderen Quantensprung in der Atomschwingung. (Zum Verständnis dessen, was unter einer Einzelbande zu verstehen ist, sei bemerkt, daß in der Abb. 453 neun Einzelbanden zu sehen sind.) Die einzelnen Linien jeder Einzelbande entstehen durch verschiedene Quantensprünge in der Rotation, die mit dem gleichen Elektronensprung und dem gleichen Sprung der Atomschwingung verbunden sind.

Bei den heteropolaren Molekülen (§ 561), deren Leuchtelektron sich im Grundzustand (niedrigste Quantenzahl) befindet, kann eine von Lichtemission oder Lichtabsorption begleitete Änderung ihres Rotations- und Schwingungszustandes

Bei den heteropolaren Molekülen (§ 561), deren Leuchtelektron sich im Grundzustand (niedrigste Quantenzahl) befindet, kann eine von Lichtemission oder Lichtabsorption begleitete Änderung ihres Rotations- und Schwingungszustandes

allein erfolgen. Das führt zu den in § 563 besprochenen Rotationsschwingungsspektren. Bei den homöopolaren Molekülen aber gibt es keine mit Lichtemission oder Lichtabsorption verbundenen Änderungen dieser Zustände allein. Bei diesen ist eine solche nur dann energetisch an der Lichtemission oder Lichtabsorption beteiligt, wenn gleichzeitig ein Quantensprung des Leuchtelektrons erfolgt. Die Schwingungszahlen  $\nu$  in den Bandenspektren sind daher gegeben durch die algebraischen Summen der drei gleichzeitigen Energiesprünge. Es seien  $E_e$  und  $E'_e$  die Energie des Elektrons vor und nach dem Sprung, ebenso die Energien der Atomschwingung  $E_s$  und  $E'_s$  und die der Rotation  $E_r$  und  $E'_r$ . Dann sind die Schwingungszahlen  $\nu$  der Linien im Spektrum dieses Moleküls durch die Gleichung

$$h\nu = (E'_e - E_e) + (E'_s - E_s) + (E'_r - E_r) \tag{17}$$

gegeben (vgl. Gl. 2, § 550). Dabei können alle Energiestufen eine Fülle verschiedener Werte annehmen, wodurch sich der große Linienreichtum der Bandenspektren erklärt. Die Energiestufenunterschiede der Elektronen sind sehr viel größer, als diejenigen der Rotation und der Atomschwingungen. Daher liefern die Elektronensprünge (erste Klammer der Gl. 17) den überwiegenden Anteil der Energie  $h\nu$ , und die Bandenspektren liegen ebenso wie die Atomspektren im kurzwelligen Ultrarot, im sichtbaren und ultravioletten Gebiet. Die Atomschwingungen liefern wieder größere Energiedifferenzen als die Rotationen. Von den Atomschwingungen rührt daher das Auftreten einzelner Teilbanden her (zweite Klammer der G. 17), die ohne das Hinzutreten der Rotationsprünge nur aus je einer Linie bestehen würden. Die sehr kleinen Energiesprünge der Rotationen (dritte Klammer der Gl. 17) liefern schließlich die Aufspaltung der Teilbanden in eine große Zahl von Linien (Abb. 453, § 529).

**565. Bandenspektren und Chemie.** Die Kenntnis der Bandenspektren hat unter anderem große Bedeutung dadurch erlangt, daß sie der Chemie sehr wichtige Ergebnisse liefert. Ebenso wie aus den experimentell schwer zugänglichen Rotationsschwingungsspektren (§ 563) kann man aus den viel bequemer zugänglichen und viel genauer ausmeßbaren Bandenspektren Aufschluß über das Trägheitsmoment der leuchtenden Moleküle gewinnen. Man kennt die Masse der einzelnen Atome, und so kann man wenigstens bei den zweiatomigen Molekülen ohne weiteres den gegenseitigen Abstand der Atome im Molekül berechnen. [Auf Grund von §§ 42 und 66 findet man leicht, daß die Beziehung besteht  $J = m_1 m_2 a^2 / (m_1 + m_2)$ , wenn  $J$  das Trägheitsmoment des Moleküls,  $m_1$  und  $m_2$  die Massen der beiden Atome und  $a$  ihren Abstand bedeuten.] Für die Chemie ist aber ein weiteres noch wichtiger. Wenn wir einmal von der durch die Rotation gegebenen feinen Struktur der Einzelbanden absehen, so gibt Abb. 478 eine einfache schematische Darstellung des

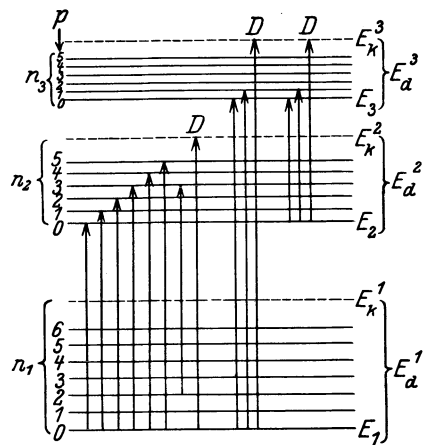


Abb. 477. Termschema eines Moleküls unter Vernachlässigung der Rotation.  $n_1, n_2$  usw. Quantenzahlen des Elektrons,  $p_1, p_2$  usw. Quantenzahlen der Atomschwingung,  $k_1, k_2$  usw. Konvergenzstellen.

Termschemas eines Moleküls, entsprechend den in Abb. 465 (§ 552) für das Wasserstoffatom gegebene Schema.  $E_1$  sei der Grundzustand,  $E_2, E_3$  usw. seien angeregte Zustände des Leuchtelektrons. Jedem von ihnen überlagert sich die große Zahl der Energiestufen der

Atomschwingung, deren jede einer Einzelbande entspricht. Aber diese können nicht beliebig große Werte annehmen, ohne daß der Zusammenhang des Atoms zerstört wird. Es entspricht dies durchaus der Tatsache, daß die Elektronen der Atome beim Erreichen einer bestimmten Energiestufe, der Ionisierungsenergie, vom Atom losgelöst werden, das Atom ionisiert wird. Die Ionisierungsarbeit steht, wie wir in § 557 gezeigt haben, in einem nahen Zusammenhang mit der Seriegrenze. Der Ionisierungsarbeit beim Elektron eines Atoms entspricht nun in unserem Falle die zur Trennung der Atome eines Moleküls voneinander nötige Arbeit, die Dissoziationsarbeit des Moleküls. Ebenso wie man die Ionisierungsarbeit aus dem Term der Seriegrenze der Atomspektren berechnen kann, so kann man nach FRANCK aus den Bandenspektren die Dissoziationsarbeit der Moleküle berechnen, nämlich aus derjenigen Stelle im Termschema, auf die hin die Energiestufen der Atomschwingung konvergieren. Wird diese Energiestufe überschritten, so hört das Molekül als solches zu existieren auf, seine Atome trennen sich voneinander. In der Abb. 477 bedeuten die mit  $E_k^1$ ,  $E_k^2$ ,  $E_k^3$  usw. bezeichneten Energieniveaus die Konvergenzstellen der Schwingungsquantenzahl. Daher entsprechen die mit  $D$  bezeichneten Pfeile solchen Quantensprüngen, bei denen eine Dissoziation des Moleküls eintritt.

Springt der Quantenzustand des Moleküls z. B. vom Grundniveau  $E_1$  auf das Niveau  $E_k^2$ , so entfällt von der Energiedifferenz  $E_k^2 - E_1$  der Anteil  $E_2 - E_1$  auf den Quantensprung des Elektrons allein. Der Rest  $E_k^2 - E_2$  ist die Dissoziationsarbeit. Diese ist auf den verschiedenen Niveaus etwas verschieden. Als eigentliche Dissoziationsarbeit ist die Energiedifferenz  $E_k^1 = E_k - E_1$  anzusehen, die man berechnen kann, wenn man das ganze Termschema des Moleküls kennt.

Hat man die Dissoziationsarbeit der einzelnen Moleküle berechnet, die natürlich gleich derjenigen Energie ist, die bei der Bildung des Moleküls frei wird, so hat man diese Arbeit nur mit der Zahl der Moleküle im Mol, der LOSCHMIDTSchen Zahl (§ 112) zu multiplizieren, um die Wärmetönung (§ 245) zu

Tabelle 35.  
Dissoziationsarbeiten, spektroskopisch und chemisch bestimmt.

Molekül	Dissoziationsarbeit	
	spektroskopisch keal	chemisch keal
H <sub>2</sub>	100,5	70—100
S <sub>2</sub>	113	90
Cl <sub>2</sub>	57,0	57
Br <sub>2</sub>	45,2	46
J <sub>2</sub>	35,2	34,5
NO	182	191
CO	254	250
KCl	105	103

finden, die bei der Bildung von einem Mol der betreffenden Substanz auftritt. Es ist demnach möglich, die oft auf andere Weise schwer genau berechenbare Wärmetönung chemischer Prozesse aus den Bandenspektren zu ermitteln, und zwar mit der sehr großen Genauigkeit, die spektroskopischen Messungen zukommt. In der Tabelle 35 sind die spektroskopisch gemessenen Dissoziationsarbeiten pro Mol für eine Anzahl von Molekülen mit den chemisch bestimmten Werten zusammengestellt.

**566. Das STOKESSche Gesetz der Fluoreszenz.** Durch die Quantentheorie findet das STOKESSche Gesetz (§ 542), welches besagt, daß

die Wellenlänge der Fluoreszenzstrahlung fast stets größer ist als die der erregenden Strahlung, seine einfache Deutung. Es erweist sich nämlich als eine Folge aus dem Energieprinzip. Hat die erregende Strahlung die Schwingungszahl  $\nu$ , also jedes ihrer Lichtquanten die Energie  $h\nu$ , so kann die Energie  $h\nu'$  der erregten Strahlung, sofern sie lediglich aus der der erregenden stammt, nicht größer sein. Es folgt also  $\nu' \leq \nu$  bzw.  $\lambda' \geq \lambda$ , wie es das STOKESSche Gesetz behauptet.

Aber auch die Ausnahmen (sog. antistokessche Linien) lassen sich erklären, bei denen die erregte Schwingung kurzwelliger ist als die erregende ( $\nu' > \nu$ ). In diesen Fällen muß der Fluoreszenz noch Energie aus einer andern Quelle zufließen, um den Energiebedarf  $h\nu' > h\nu$  zu decken. Wir haben oben (§ 563



u. 564) gesehen, daß bei den Molekülen in der Regel Quantensprünge der Rotation und der Atomschwingungen gleichzeitig mit einem Elektronensprung erfolgen. In Abb. 478 ist das gleiche Termschema gezeichnet wie in Abb. 477. Es werde nun von dem betreffenden Molekül ein Lichtquant  $h\nu$  absorbiert, das z. B. in seiner Energie einem der Energiesprünge entspreche, die in Abb. 478 durch die aufwärts gerichteten Pfeile bezeichnet sind. Das Molekül befinde sich etwa vor der Absorption in demjenigen Zustande, der durch die Elektronenquantenzahl  $n_1$  und die Schwingungsquantenzahl  $p = 2$  gegeben ist. Infolge der Absorption verändere sich der Zustand so, daß  $n_1$  in  $n_2$  und  $p$  in  $p = 4$  übergehe. Dann sind von dem neuen Zustand aus mehrere Übergänge in den Bereich der durch  $n_1$  gegebenen Niveaus möglich (abwärts gerichtete Pfeile). Stellt sich bei Ausstrahlung der alte Zustand vollständig wieder her, so wird dabei auch die gleiche Energie ausgestrahlt, wie sie das eingestrahlte Quant auf das Molekül übertragen hatte. Ist nach der Ausstrahlung die der Atomschwingung verbleibende Quantenzahl größer, als sie es vor der Absorption war, so steht für die Ausstrahlung nur eine kleinere Energie zur Verfügung, als eingestrahlt wurde, die Schwingungszahl des Fluoreszenzlichtes ist daher kleiner als die der erregenden Strahlung. Ist aber die Schwingungsquantenzahl im Endzustand kleiner, als zu Anfang, in unserem Beispiel etwa  $p = 0$ , so steht für die Ausstrahlung mehr Energie zur Verfügung, als eingestrahlt wurde. Das Fluoreszenzlicht ist kurzwelliger als die erregende Strahlung. Es ist klar, daß antistokesche Linien nur bei Molekülen auf diese Weise auftreten können, und nur dann, wenn das Molekül bereits einen Vorrat an Schwingungsenergie besitzt (im obigen Beispiel  $p = 2$ ).

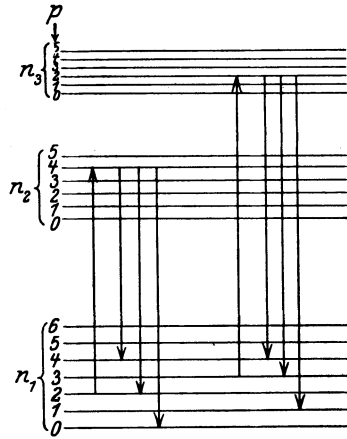


Abb. 478. Zur Theorie der Fluoreszenz.

**567. Der RAMAN-Effekt.** In engem Zusammenhange mit den Rotations- und Schwingungsspektren steht ein interessanter, von dem indischen Physiker RAMAN (1928, ziemlich gleichzeitig auch von MANDELSTAMM und LANDSBERG) entdeckter Effekt. Läßt man Licht durch eine Substanz hindurchfallen, so wird stets ein Teil dieses Lichtes zerstreut, d. h. durch Wechselwirkungen mit den Molekülen der Substanz aus seiner Richtung abgelenkt. RAMAN beobachtete nun, daß monochromatisches Licht, das eine solche Zerstreung erfahren hat, Änderungen seiner Wellenlänge erfährt. Neben der eingestrahnten Spektrallinie treten jetzt weitere, ihr benachbarte Linien auf. Dies erklärt sich auf folgende Weise. Bei der Wechselwirkung des einfallenden Lichtes mit den Molekülen der durchstrahlten Substanz kann es vorkommen, daß ein Teil der Energie  $h\nu$  der einfallenden Lichtquanten an das Molekül abgegeben wird und einen Quantensprung der Atomschwingungen anregt. Diese Energie geht also dem gestreuten Lichtquant verloren. Seine Energie beträgt nach der Streuung nicht mehr  $h\nu$ , sondern  $h\nu - \varepsilon$ , wenn  $\varepsilon$  die an das Molekül abgegebene Energie ist, und seine Schwingungszahl beträgt nicht mehr  $\nu$ , sondern  $\nu' = \nu - \varepsilon/h$ . Man kann also aus der Differenz  $\nu - \nu'$  der Schwingungszahlen vor und nach der Zerstreung die abgegebene Energie  $\varepsilon$  berechnen. Da diese derjenigen Energie entspricht, die zur Anregung eines Schwingungsquantensprungs am Molekül notwendig ist, so ist  $\varepsilon/h$  die diesem Sprung entsprechende Schwingungszahl. Auf diese Weise kann man das stets im Ultrarot liegende Schwingungsspektrum einer Substanz durch optische Messungen in dem viel bequemer zugänglichen sichtbaren oder

ultravioletten Spektralbereich ermitteln. Übrigens kommt auch der umgekehrte Vorgang vor, daß das streuende Molekül durch einen Quantensprung, der von einem höheren zu einem niedrigeren Quantenzustand führt, Energie an das gestreute Lichtquant abgibt, so daß dessen Schwingungszahl vergrößert wird.

Der RAMAN-Effekt steht offensichtlich in einem gewissen Zusammenhange mit der Fluoreszenz. Bei der Fluoreszenz regt das eingestrahlte Licht einen Quantensprung eines Elektrons des getroffenen Atoms an. Wenn dieser Quantensprung alsdann wieder rückwärts verläuft, so kann durch Hinzukommen eines Quantensprungs der Atomschwingungen und der Rotation die Energie der wieder ausgestrahlten Quanten kleiner oder (in den selteneren Fällen) größer sein als die Energie der eingestrahlten Quanten. Es handelt sich also hier um Quantensprünge der Schwingungen und Rotationen, die durch den Elektronenquantensprung ausgelöst werden. Beim RAMAN-Effekt aber wird der Quantensprung der Schwingung und Rotation durch das eingestrahlte Quant unmittelbar erzwungen, und ein Quantensprung eines Elektrons ist nicht im Spiel.

**568. Die wahren Atomgewichte. Isotopie.** Die Atomgewichte der Elemente (§ 112) werden gewöhnlich auf chemischem Wege, als sog. Verbindungsgewichte, ermittelt. Dabei wird naturgemäß zunächst das Gewicht einer bequem wägbaren Substanzmenge, also einer ungeheuer großen Zahl von Atomen, festgestellt und daraus das Gewicht eines Grammatoms, das ja das Atomgewicht darstellt, berechnet. Man hat dabei bis vor kurzem immer die stillschweigende Annahme gemacht, daß die Atome des gleichen Elements unter sich völlig gleichartig seien, so daß die Atomgewichte Zahlen seien, die den wirklichen Gewichten bzw. Maßen der einzelnen Atome streng proportional seien, da ja die Zahl der Atome im Grammatom für alle Stoffe die gleiche ist (LOSCHMIDTSche Zahl, § 112).

Eine Betrachtung des periodischen Systems zeigt, daß für die leichteren Elemente meist eine einfache, ganzzahlige Beziehung zwischen den Atomgewichten besteht, wenn man sie auf Sauerstoff = 16 bezieht, wie das üblich ist. Bei den schwereren Elementen ist das nicht mehr der Fall.

Neuerdings ist es nun gelungen, die Atomgewichte auf eine völlig neuartige Weise zu ermitteln, die den großen Vorzug hat, daß sie die Massen einzelner Atome zu bestimmen gestattet. ASTON bediente sich dazu der elektrischen und magnetischen Ablenkung (§ 410 u. 411) von positiven Strahlen (Kanal- oder Anodenstrahlen) in einem evakuierten Rohr. Da die Größe der Ablenkung von der Masse abhängt, so kann man Atome verschiedener Masse auf diese Weise voneinander trennen. ASTON gelang es durch geschickte Kombination der elektrischen und der magnetischen Ablenkung, die geladenen Atome (Ionen) gleicher Masse auf die gleiche Stelle einer in den Weg der Strahlen gestellten photographischen Platte zu vereinigen, etwa wie Licht in einem Brennpunkt vereinigt wird. Die photographische Platte wird an diesen Stellen geschwärzt. Und nun zeigte sich, daß in vielen Fällen auch bei Vorhandensein einer einzigen Atomart eine Schwärzung nicht nur an einer, sondern an zwei oder mehr Stellen stattfand, ein sicherer Beweis dafür, daß Atome verschiedener Maße vorhanden sein müssen. Abb. 479 zeigt einige der sog. Massenspektrogramme ASTONS.

Aus der Größe der Ablenkung der Strahlen kann man aber nun die Massen der Atome bzw. die wahren Atomgewichte berechnen. Und dabei ergab sich, daß — von ganz unbedeutenden Abweichungen (s. unten) abgesehen — diese, bezogen auf Sauerstoff = 16, mit sehr großer Annäherung ganze Zahlen sind. So zeigten sich z. B. in den Strahlen des Elements Krypton Atome, denen die ganzzahligen Atomgewichte 78, 80, 82, 83, 84 und 86 zukommen, während sich das Atomgewicht des Kryptons auf gewöhnlichem Wege zu 82,92 ergibt, ein Wert also, der mitten zwischen den obengenannten liegt und aus dem Mischungs-

verhältnis der verschiedenen Kryptonarten zu erklären ist. Ähnliches zeigte sich bei einer großen Zahl anderer Elemente, nämlich allen denjenigen, deren chemische Atomgewichte nicht ganzzahlig sind. Die bedeutendste Ausnahme bildet der Wasserstoff, dessen Atomgewicht, obgleich es nur eine Art von Wasserstoffatomen gibt, sich nicht als 1, sondern als 1,0078 ergab. Die bei anderen Elementen vorkommenden Abweichungen von der Ganzzahligkeit sind viel kleiner und bewegen sich meist in der Größenordnung von wenigen Einheiten der vierten Stelle hinter dem Komma. Als Bezugsэлеment dient dabei der Sauerstoff, dessen Atomgewicht wie üblich genau gleich 16,000 gesetzt wird. In diesen sog. „Massendefekten“ liegt ein wichtiges Mittel zur Erforschung des Aufbaus der Atomkerne (vgl. hierzu § 598).

Aus diesem Befund ergeben sich folgende Schlüsse. Es gibt Atome verschiedener Masse, die vollkommen gleiches chemisches Verhalten

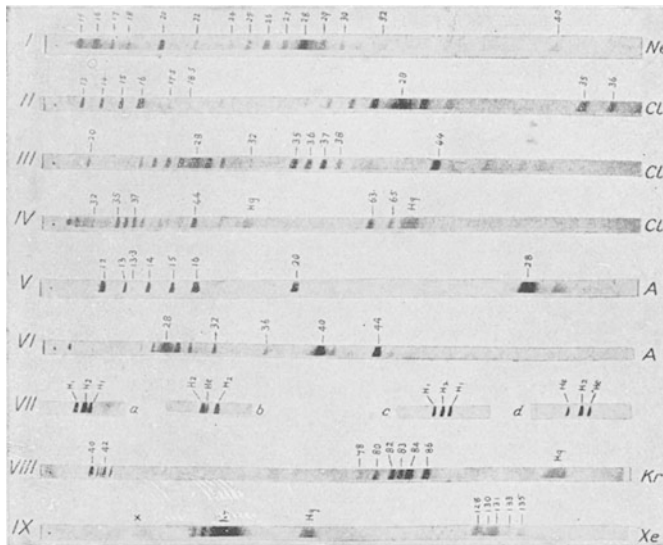


Abb. 479. Massenspektrogramme von ASTON.

zeigen. Das chemische Verhalten aber hängt, wie wir gesehen haben, lediglich von der Konfiguration der äußeren Elektronen, insbesondere von der Elektronenzahl in der äußeren Schale (Wertigkeit) ab, und diese wieder ist bedingt durch die Kernladung. Sie haben also zweifellos als chemisch identische Atome gleiche Kernladung. Aber sie können, wie die ASTONSchen Versuche lehren, erheblich verschiedene Massen haben. Wegen ihrer chemischen Identität gehören solche an Kernladung gleichen, aber an Masse verschiedenen Atome an die gleiche Stelle des periodischen Systems. Man nennt sie Isotope. Atome von gleicher Kernmasse, also gleichem wahren Atomgewicht, aber verschiedener Kernladung nennt man isobare Elemente.

Die Unganzzahligkeit der chemischen Atomgewichte oder Verbindungsgewichte rührt lediglich daher, daß die chemisch einheitlich scheinenden Elemente in sehr vielen Fällen eine Mischung von Isotopen darstellen. Das chemische Atomgewicht ist der sich aus dem Mischungsverhältnis ergebende Durchschnittswert der wahren Atomgewichte der einzelnen Komponenten. Es ist bemerkenswert, daß die chemischen Atomgewichte von Elementen sehr verschiedener Herkunft immer die gleichen sind, ein Beweis dafür, daß die Mengenverhältnisse der Iso-

topen überall auf der Erde die gleichen sein müssen. Aus der Tatsache, daß die meisten chemischen Verbindungsgewichte nur Mittelwerte darstellen, erklärt sich auch, wie es kommen kann, daß an vier Stellen des periodischen Systems (A—K, Co—Ni, Te—J, Th—Pa) die Elemente nicht in der Reihenfolge ihrer Verbindungsgewichte auftreten. In allen diesen Fällen handelt es sich um zwei Elemente, bei denen im ersten zufällig die schweren, im zweiten die leichten Isotopen besonders stark überwiegen.

Eine Trennung von Isotopen ist naturgemäß auf chemischem Wege nicht möglich. Brauchbar sind nur Verfahren, bei denen die Verschiedenheit der Massen ausgenutzt wird. Neben dem Verfahren von ASTON, das zur Gewinnung größerer Mengen nicht geeignet sein dürfte, sind z. B. Methoden angewandt worden, die auf der verschiedenen Verdampfungs- oder Diffusionsgeschwindigkeit der Isotopen beruhen. Diese Verfahren haben in einzelnen Fällen zum Erfolg geführt, und man hat an den so getrennten Stoffen die Verschiedenheit der Atomgewichte dann auch auf dem gewöhnlichen chemischen Wege nachweisen können.

Das Vorhandensein von Isotopen ist auch durch die Rotationsschwingungsspektren und die Bandenspektren einiger Stoffe nachgewiesen worden. Selbstverständlich hat die Masse der schwingenden Atome einen Einfluß auf die Rotations- und Schwingungsfrequenzen im Molekül. Das äußert sich beim Vorhandensein von zwei Isotopen darin, daß die Linien des Rotationsschwingungsspektrums und des Bandenspektrums nicht einfach, sondern doppelt sind. Auf diese Weise ist auch kürzlich nachgewiesen worden, daß es neben dem Sauerstoff  $O^{16}$  zwei weitere Isotope  $O^{15}$  und  $O^{17}$ , wengleich nur in sehr geringen Mengen, gibt. Weiteres über Isotopen s. § 569 und 574.

**569. Die PROUTSche Hypothese. Aufbau der Kerne.** Aus dem Inhalt des vorhergehenden Paragraphen folgt, daß Kerne gleicher Kernladung verschiedene Masse haben können, und ferner, daß diese Massen stets ganzzahlige Vielfache der Masse des Wasserstoffkerns sind, wenn wir vorläufig von der Anomalie des Wasserstoffabsehen, für die wir später eine Erklärung geben werden (§ 598). Diese Entdeckungen haben eine bereits im Jahre 1815 von WILLIAM PROUT aufgestellte, aber alsdann — als scheinbar unrichtig — fast völlig in Vergessenheit geratene Hypothese wieder in den Vordergrund des Interesses gerückt, nach der alle Elemente aus Wasserstoff bestehen sollten. Diese Hypothese ist, vom Standpunkt unseres Strebens nach Einfachheit im Naturgeschehen, überaus bestechend, und ihre Richtigkeit kann heute nicht mehr angezweifelt werden. Danach haben wir den positiv geladenen Wasserstoffkern als den einen Urbaustein der Materie anzusehen, und ihm haben wir heute als zweiten das negativ geladene Elektron zur Seite zu setzen. Ohne daß wir uns ein genaueres Bild vom Aufbau der Atomkerne zu machen brauchen, steht grundsätzlich nichts im Wege, anzunehmen, daß sie aus Wasserstoffkernen, die man auch Protonen nennt, und Elektronen aufgebaut sind. Wegen der sehr kleinen Masse der Elektronen ändern diese praktisch nichts an der Ganzzahligkeit der Atomgewichte.

Das mit chemischen Methoden bestimmte Atomgewicht des Lithium beträgt 6,94. Die Massenanalyse nach ASTON zeigt das Vorhandensein von zwei Isotopen von den wahren Atomgewichten 6 und 7. Die Ordnungszahl des Lithiums ist 3, sein Atomkern hat also eine positive Ladung von drei Elementarquanten. Aus diesen Befunden können wir folgende Schlüsse ziehen. Das Lithiumisotop vom Atomgewicht 6 hat einen aus 6 Protonen und 3 Elektronen bestehenden Kern, dasjenige vom Atomgewicht 7 einen solchen aus 7 Protonen und 4 Elektronen. Letzteres ist im gewöhnlichen Lithium in viel größerer Menge vorhanden als ersteres, wie das nahe an 7 liegende

chemische Atomgewicht zeigt. Man kann leicht berechnen, daß dieses zu 94% aus  $\text{Li}^7$  und nur zu 6% aus  $\text{Li}^6$  bestehen muß.

Es ist möglich, daß Isotope eine unter sich recht verschiedene Kernstruktur haben, doch ist darüber heute noch so gut wie nichts bekannt. Die radioaktiven Erscheinungen machen es wahrscheinlich, daß innerhalb der Atomkerne besonders häufig Protonen und Elektronen zu Heliumkernen (4 Protonen + 2 Elektronen) zusammentreten.

**570. Das Magnetron. Das magnetische Moment der Elektronen.** WEISS hat zuerst die Behauptung ausgesprochen, daß die magnetischen Momente der Atome, die ja nach der AMPÈRESchen Theorie (§ 356) von molekularen Kreisströmen herrühren, stets ganzzahlige Vielfache einer Einheit seien, die er — in Analogie zum Elektron — Magnetron nannte. Das Magnetron stellt also gewissermaßen das Atom, die letzte unteilbare Einheit, des magnetischen Moments dar. BOHR berechnete die Größe des Magnetrons auf Grund seiner Vorstellung von den das Atom umkreisenden Elektronen. Da diese Kreisströme darstellen, so müssen sie nach § 350 ein magnetisches Moment haben. Es ergibt sich dann für ein auf der Grundbahn des Wasserstoffatoms (§ 551) im Kreise umlaufende Elektron das magnetische Moment

$$M = \frac{\varepsilon \hbar}{4 \pi \mu}. \quad (17)$$

( $\varepsilon$  Ladung,  $\mu$  Masse des Elektrons,  $\hbar$  PLANCKSches Wirkungsquantum.) Dieser Wert entspricht tatsächlich dem experimentellen Befund. Nun ist die anschauliche Vorstellung von den Elektronenbahnen heute nicht mehr aufrechtzuerhalten, wie bereits in § 550 erwähnt wurde. Unabhängig davon wurde aber bereits vorher von UHLENBECK und GOUDSMIT die inzwischen eindeutig bestätigte Behauptung aufgestellt, daß jedes Elektron schon an sich ein magnetisches Moment von der Größe des BOHRschen Magnetrons besitzt. Man deutet dieses Moment als die Folge einer Rotation der Elektronen um ihre eigene Hauptträgheitsachse (Kreisel-elektron, Elektronendrehung oder -spin). Auch hierbei treten ja infolge der Ladung des Elektrons Kreisströme auf. Unter der sehr plausiblen Annahme, daß die Ladung und die Masse des Elektrons beide in vollkommen gleicher Weise räumlich verteilt sind (z. B. derart, daß die Elektronen homogene Kugeln mit einer homogenen in ihr verteilten elektrischen Ladung sind), sowie unter Hinzunahme der aus der Wellenmechanik (§ 578) folgenden Beziehung, daß der Drehimpuls des Elektrons gleich  $\hbar/4\pi$  ist, ergibt sich das magnetische Moment auch hier gleich dem BOHRschen Magnetron. Das gleiche ist dann auch für die anderen Bausteine der Materie, die Protonen, nachgewiesen worden. Es ist hiernach klar, daß die magnetischen Momente der Atome stets ganzzahlige Vielfache eines BOHRschen Magnetrons sein müssen.

**571. Die Richtungsquantelung. Messung des Magnetrons.** Unter den Messungen, die die Richtigkeit der Theorie des Magnetrons bestätigen, stehen an erster Stelle Versuche von GERLACH und STERN, die gleichzeitig auch eine andere Konsequenz der Quantentheorie bestätigten. Befindet sich ein atomiges Molekül, das ein magnetisches Moment hat, also einen magnetischen Dipol (§ 331) bildet, in einem magnetischen Felde, so zeigt seine magnetische Achse eine Präzessionsbewegung um die Richtung des Feldes (vgl. die Präzession des Kreisels, § 53, und der Erdachse, § 54). D. h. die Achse beschreibt einen Kegelmantel von bestimmtem Öffnungswinkel um die Feldrichtung. Wie jede periodische Bewegung gehorcht auch diese Präzession Quantengesetzen, und aus diesen folgt, daß der Öffnungswinkel des Kegels nur ganz bestimmte, im Einzelfall berechenbare Werte haben kann. Man bezeichnet diese Tatsache als Richtungsquantelung. Beim Silberatom z. B., wo die Verhältnisse besonders einfach liegen;

sind nur zwei Lagen der magnetischen Achse möglich, nämlich so, daß sie der Feldrichtung parallel oder antiparallel liegt. In diesem Falle findet also überhaupt keine Präzessionsbewegung statt. In anderen Fällen können weitere Lagen hinzukommen.

GERLACH und STERN ließen Metalle im Vakuum verdampfen und erzeugten, indem sie den Metaldampf durch enge Schlitze treten ließen, einen schmalen Strahl von Metallatomen (Abb. 480). Diesen ließen sie durch ein starkes, zur Strahlrichtung senkrechtes, sehr inhomogenes Magnetfeld (§ 341) treten, also ein solches Feld, in dem sich die Größe der magnetischen Kraft bereits auf sehr kurze Strecken beträchtlich ändert. Steht nun z. B. ein Silberatom so, daß sein positiver magnetischer Pol in Richtung der Kraftlinien weist, und nimmt das Feld in dieser Richtung an Stärke ab, so wirkt auf den negativen Pol des Atoms eine größere Kraft als auf den positiven, und das Atom wird gegen die Richtung des Feldes abgelenkt. Liegt das Atom in der entgegengesetzten Lage, so erfolgt die Ablenkung

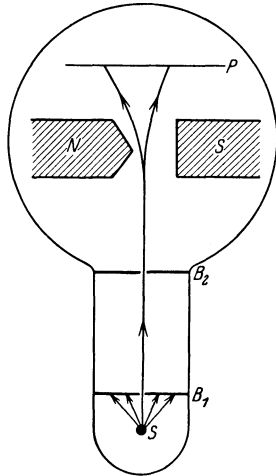


Abb. 480. Schema des Versuchs von GERLACH und STERN.

S erhitzte Silberkugel,  $B_1, B_2$  Blenden,  $N, S$  Magnet,  $P$  Platte zum Auffangen des Silberniederschlags.

in der entgegengesetzten Richtung. Der Atomstrahl muß also eine Aufspaltung in zwei Strahlen erfahren, die nach entgegengesetzten Richtungen aus ihrer geraden Bahn abgelenkt sind, in der der Strahl ohne die Wirkung des Magnetfeldes verlaufen würde. Tatsächlich ist dies das Ergebnis der geschilderten Versuche gewesen. Kennt man den Verlauf des Magnetfeldes, so kann man aus der Größe der Ablenkung auch das magnetische Moment des Atoms berechnen. Es ergab sich in guter Übereinstimmung mit der Theorie. Insbesondere zeigten auch Atome, die nach der Theorie kein magnetisches Moment haben sollen, den Effekt nicht.

Auch in anderen Kraftfeldern treten nach der BOHRschen Theorie entsprechende Richtungsquantelungen auf. Doch liegen in anderen Fällen noch keine so eindeutigen experimentellen Beweise vor, wie sie die Versuche von GERLACH und STERN für den besprochenen Fall bilden.

**572. Radioaktivität.  $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Strahlen.** Im Jahre 1896 entdeckte A. H. BECQUEREL, daß von Uranmineralien, insbesondere der Pechblende, eine Strahlung ausgeht, die, ähnlich den Röntgenstrahlen, viele Körper sehr stark durchdringt. Anschließend konnte das Ehepaar CURIE (1898) aus der Pechblende ein bisher unbekanntes Element, das Radium, abscheiden, das die eigentliche Quelle dieser Strahlen war. Seither ist noch eine große Zahl weiterer Substanzen entdeckt worden, die ebenfalls solche Strahlung aussenden. Man nennt die Erscheinung Radioaktivität. Man konnte dann nachweisen, daß diese Stoffe drei ganz verschiedene Arten von Strahlen aussenden, denen man die Namen  $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Strahlen gab.

Die  $\alpha$ -Strahlen bestehen aus Heliumatomen mit einer positiven elektrischen Ladung von zwei Elementarquanten, es sind also nackte Heliumkerne ohne äußere Elektronen (§ 558). Sie werden mit sehr großer Geschwindigkeit von den radioaktiven Substanzen ausgeschleudert (bis zu  $2 \cdot 10^9$  cm/sec, also rund 7% der Lichtgeschwindigkeit). Sie sind wegen ihrer positiven Ladung den Kanalstrahlen und Anodenstrahlen (§ 411) verwandt.

Die  $\beta$ -Strahlen erwiesen sich als identisch mit den Kathodenstrahlen (§ 409), es sind also fortgeschleuderte Elektronen. Ihre Geschwindigkeit ist ungeheuer groß und kann bis zu 99% der Lichtgeschwindigkeit betragen.

Die  $\gamma$ -Strahlen endlich, von denen schon früher (§ 527) die Rede gewesen ist, sind den Röntgenstrahlen nahe verwandt und unterscheiden sich von ihnen nur durch ihre im allgemeinen noch größere Durchdringungsfähigkeit. Sie sind Licht von überaus kleiner Wellenlänge (vgl. die Tabelle im § 515). Sie treten in der Regel — aber nicht immer — auf, wenn auch  $\beta$ -Strahlen ausgesandt werden.

Entsprechend ihrer Natur sind die  $\alpha$ - und  $\beta$ -Strahlen in elektrischen und magnetischen Feldern ablenkbar (wie die Kanal- und Kathodenstrahlen), letztere wegen ihrer kleinen Masse weit stärker als erstere, die  $\gamma$ -Strahlen als Lichtstrahlen dagegen nicht (Abb. 481). Alle drei Strahlenarten wirken sehr stark ionisierend auf Gase (§ 403), auch haben sie starke chemische und biologische Wirkungen.

Das im § 403 beschriebene Verfahren von WILSON ist auch auf  $\alpha$ -Strahlen anwendbar. Ihre Bahnen werden als weiße Nebelstriche sichtbar und können durch Momentphotographie festgehalten werden. Abb. 482 und 483 zeigt derartige Aufnahmen mit  $\alpha$ -Strahlen. Für diese ist, sofern sie von einer einheitlichen Substanz stammen, ihre ganz gleiche Reichweite charakteristisch. Jedoch kommt gelegentlich ein Strahl von abnormer Reichweite vor. Ein solcher

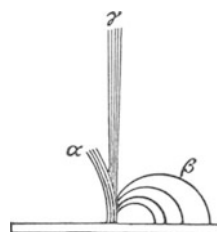


Abb. 481.  
 $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Strahlen im magnetischen Felde.

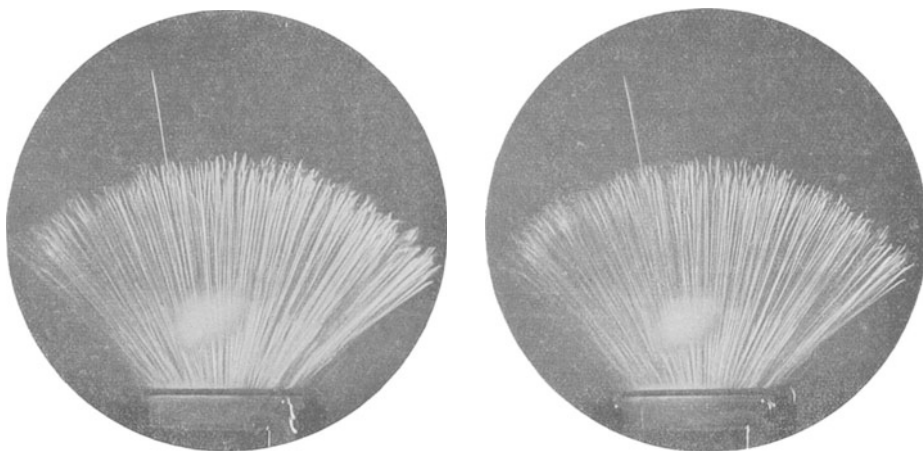
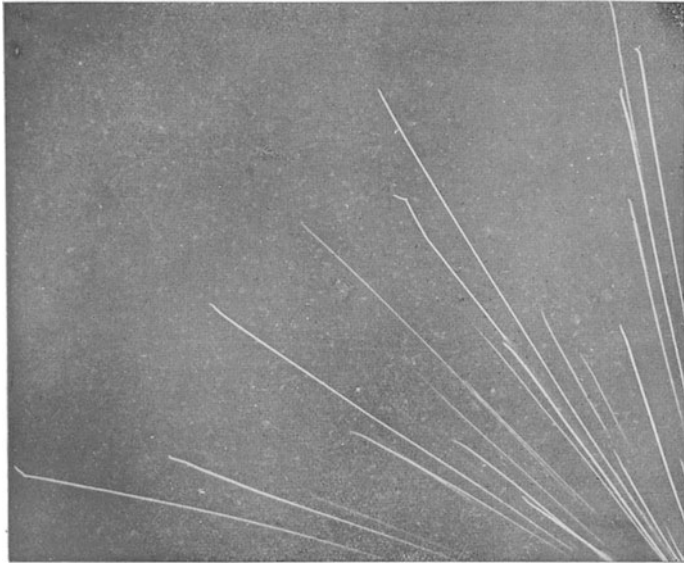


Abb. 482. Stereoskopische WILSON-Aufnahme von  $\alpha$ -Strahlen des Thor C.

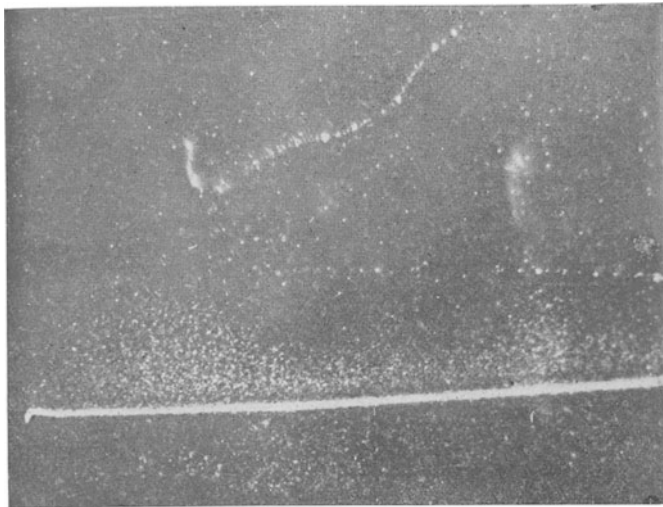
ist in Abb. 482 sichtbar. Charakteristisch ist ferner die Geradheit der Bahnen. Besonders bemerkenswert ist der plötzliche Knick des einzelnen  $\alpha$ -Strahls in Abb. 483b. Er rührt davon her, daß hier das  $\alpha$ -Teilchen einem Atomkern sehr nahe gekommen ist und von ihm abgelenkt wurde (vgl. § 549). Daß man nach dieser Methode auch die Bahnen von Elektronen, also auch von  $\beta$ -Teilchen, sichtbar machen kann, ist bereits im § 403 erwähnt worden. Auf Abb. 483b ist oben auch die Bahn eines solchen Teilchens sichtbar. Sie unterscheidet sich durch ihre vielen Krümmungen, die von den ablenkenden Wirkungen der Atome herrühren, von derjenigen des  $\alpha$ -Teilchens.

**573. RUTHERFORDS Zerfallstheorie.** Bereits ELSTER und GEITEL hatten die Vermutung ausgesprochen, daß die Ursache der radioaktiven Erscheinungen in einem explosionsartigen, spontanen Zerfall der betreffenden Atome zu suchen sei. Ihren Ausbau und ihre Durchsetzung verdankt diese Theorie RUTHERFORD. Die radioaktiven Atome sind demnach Atome mit einem instabilen Atom-

kern, der zu plötzlichen inneren Umlagerungen seiner Bestandteile unter Ausschleuderung eines Teils derselben neigt. Weshalb es nie vorkommt, daß dabei Wasserstoffkerne ausgeschleudert werden, sondern nur Heliumkerne und Elek-



a



b

Abb. 483. Bahnen von  $\alpha$ -Strahlen nach der Nebelmethode.

tronen, entzieht sich noch unserer Kenntnis (vgl. § 577). Die Entstehung der  $\gamma$ -Strahlen wird heute auf Grund von Arbeiten von ELLIS und MEITNER auf Quantensprünge im Innern des Atomkerns zurückgeführt. Es kann keinem Zweifel unterliegen, daß die Bindungen der Kernelektronen sehr stark sind, und daß



daher solchen Quantensprüngen große Energiedifferenzen entsprechen, so daß die hohen Schwingungszahlen der  $\gamma$ -Strahlen dadurch gut erklärt werden.

**574. Die radioaktiven Familien.** Es ist gelungen, nachzuweisen, daß die zahlreichen, zum Teil nur in verschwindend geringen Mengen vorkommenden und dann lediglich durch ihre Strahlung nachweisbaren und identifizierbaren radioaktiven Elemente untereinander in einem genetischen Zusammenhang stehen. Und zwar gehören sie drei sog. Reihen oder Familien an: der Uranreihe, der Thoriumreihe und der Aktiniumreihe. Am Anfange der Uranreihe steht das Uran *I* (*UI*), das schwach radioaktiv ist und sehr langsam zerfällt. Dabei entsteht aus ihm eine neue Substanz, das Uran *X*<sub>1</sub>. Dieses zerfällt wieder, und zwar kann es auf zwei Weisen zerfallen. Und so setzt sich der Zerfall schrittweise weiter fort, wie dies Abb. 484 zeigt, deren nähere Erklärung unten folgt. Eines der Glieder der Uranreihe ist das Radium (*Ra*). Durch dessen Zerfall entsteht ein Edelgas, die Radiumemanation (*RaEm*, auch Niton oder Radon genannt). Diese zerfällt weiter

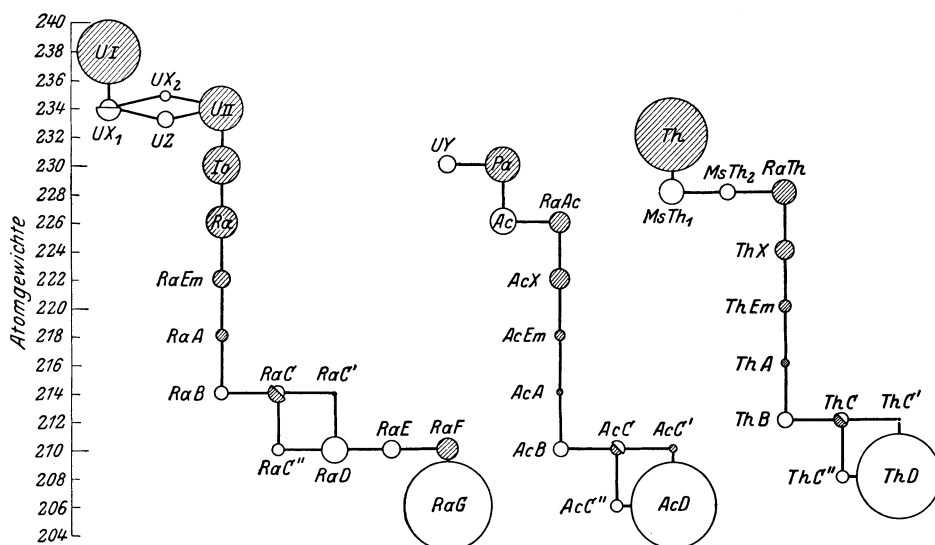


Abb. 484. Die radioaktiven Familien.

und bildet das *RaA*, und schließlich endet die Reihe nach einer erneuten Verzweigung in einem nicht mehr radioaktiven, also stabilen Element (*RaG*), welches chemisch mit dem gewöhnlichen Blei identisch ist, aber ein von ihm abweichendes Atomgewicht hat (206 statt 207,2; es ist eines der Isotopen, aus denen das gewöhnliche Blei besteht) und Uranblei heißt. *RaF*, eine der am frühesten entdeckten radioaktiven Substanzen, heißt auch Polonium.

Ganz analog verläuft der Zerfall in der Thoriumreihe, deren Haupt das Thorium (oder vielleicht eine andere noch unbekannt Substanz, aus der dieses erst durch Zerfall entsteht) bildet, und die wieder auf dem Wege über eine Emanation (Edelgas, mit der *Ra*-Emanation isoton) in einer mit dem Blei chemisch identischen Substanz, dem *ThD* vom Atomgewicht 208, endet. Die Aktiniumreihe beginnt mit einer Uran *Y* genannten Substanz, enthält ebenfalls eine Emanation und endet wieder in einer mit dem Blei isotonen Substanz, Aktinium *D* vom Atomgewicht 208. Zwischen den drei Reihen besteht, wie Abb. 484 zeigt, ein in die Augen fallender Parallelismus.

Die Geschwindigkeit, mit der die einzelnen Glieder einer solchen Reihe zerfallen, ist überaus verschieden. Die durchschnittliche Lebensdauer (Zeit zwischen

Bildung und Zerfall) schwankt zwischen winzigen Bruchteilen einer Sekunde (beim *Th C'* etwa  $10^{-11}$  sec) und vielen Millionen von Jahren (beim *U I*  $6,5 \cdot 10^9$  Jahre). Die Strahlung eines reinen Radiumpräparats sinkt in 1580 Jahren auf die Hälfte, d. h. in dieser Zeit ist die Hälfte der in ihm enthaltenen *Ra*-Atome zerfallen (sog. Halbwertzeit). Bei dem für Leuchtzifferblätter meist verwandten Mesothorium *I* (*Ms Th I*) beträgt diese Zeit nur 6,7 Jahre.

Eine bestimmte radioaktive Atomart zerfällt entweder unter Aussendung von  $\alpha$ -Strahlen oder von  $\beta$ -Strahlen. Nur an den Verzweigungsstellen (Abb. 484) kann sowohl das eine wie das andere eintreten, indem ein Teil der betreffenden Atome  $\alpha$ -Strahlen, ein Teil  $\beta$ -Strahlen aussendet. Mit dem Auftreten von  $\beta$ -Strahlen ist meist, aber nicht immer, das Auftreten von  $\gamma$ -Strahlen verbunden. Gleichzeitig mit  $\alpha$ -Strahlen treten sie nicht auf. In Abb. 484 sind  $\alpha$ -Strahler schwarz,  $\beta$ -Strahler weiß gezeichnet. (Die Endprodukte *RaG*, *AcD* und *ThD* strahlen natürlich überhaupt nicht.) Die Kreise sind um so größer gezeichnet, je langlebiger die Substanz ist. Doch stehen ihre Flächen keineswegs im Verhältnis der Lebensdauern, wie ein Vergleich der oben für *Th C'* und *U I* angegebenen Zahlen zeigt.

Zwischen der mittleren Lebensdauer eines radioaktiven Atoms und der Geschwindigkeit der von ihm ausgesandten  $\alpha$ -Strahlen besteht ein gesetzmäßiger Zusammenhang. Je langlebiger, also je stabiler ein Atom ist, desto kleiner ist diese Geschwindigkeit. Je schneller ein  $\alpha$ -Strahl ist, desto weitere Wege (Reichweite) legt er in der Materie zurück, ehe er seine Geschwindigkeit verliert. Man gibt daher statt der Geschwindigkeit häufig die Reichweite in Luft an, die der dritten Potenz der Geschwindigkeit proportional ist.

Eine überaus schwache Radioaktivität zeigen auch Kalium und Rubidium; sie senden  $\beta$ -Strahlen aus. Nach dem Verschiebungssatz (§ 575) müßte dabei aus dem Kalium ein Kalziumisotop, aus dem Rubidium ein Strontiumisotop entstehen. Doch hat dieser Nachweis bislang, wohl wegen der allzu geringen gebildeten Mengen, nicht geführt werden können. Neuerdings ist auch eine schwache  $\gamma$ -Strahlung des Kaliums nachgewiesen worden.

**575. Der radioaktive Verschiebungssatz.** Ein Atom, dessen Kern einen  $\alpha$ -Strahl, also einen mit zwei positiven Elementarquanten geladenen Heliumkern (Ordnungszahl 2, Atomgewicht 4) ausschleudert, verliert an Kernmasse um 4 Einheiten, an Kernladung um 2 Elementarquanten. Aus dem letzteren Grunde muß sich aber die Wertigkeit des Atoms ändern, die ja allein von der Kernladungszahl abhängt. Gehörte das Atom z. B. vor dem Zerfall der 5. Vertikalreihe des periodischen Systems an, so muß es nunmehr in die 3. Vertikalreihe rücken und deren chemische Eigenschaften annehmen. Gleichzeitig sinkt sein Atomgewicht um 4 Einheiten (z. B. *Ra—RaEm*, Abb. 484). Schleudert aber der Kern ein  $\beta$ -Teilchen, also ein Elektron, aus, so steigt seine positive Kernladung bei praktisch konstant bleibender Kernmasse, also ohne Änderung des Atomgewichtes (z. B. *RaD—RaE*, Abb. 481), um ein Elementarquantum. Es rückt in die nächsthöhere Vertikalreihe des periodischen Systems. Aussendung eines  $\alpha$ -Strahls bewirkt also Erniedrigung der Ordnungszahl von  $z$  auf  $z - 2$ , Aussendung eines  $\beta$ -Strahls Erhöhung der Ordnungszahl von  $z$  auf  $z + 1$ . Dieser von FAJANS und SODDY aufgestellte sog. radioaktive Verschiebungssatz wird durch die Erfahrung vollkommen bestätigt. Er bildet eine vortreffliche Stütze unserer Anschauungen über die physikalische Natur der chemischen Wertigkeit (§ 561).

Bei den radioaktiven Elementen ist die Zahl der Isotopen besonders groß, wie Abb. 481 zeigt. Zahlreiche radioaktive Elemente sind mit bereits lange bekannten, nicht radioaktiven Elementen isotop. Die Isotopie ist auch bei den Radioelementen zuerst entdeckt worden.

**576. Zählung der  $\alpha$ -Strahlen.** Fallen  $\alpha$ -Strahlen auf einen Zinksulfidkristall oder einen Diamanten, so erzeugt jedes einzelne  $\alpha$ -Teilchen beim Aufprall einen Lichtblitz. Diese Erscheinung heißt Szintillation. Ist die Zahl der  $\alpha$ -Teilchen gering, so kann man unter dem Mikroskop jeden einzelnen Lichtblitz wahrnehmen und die Zahl der in einer bestimmten Zeit aufprallenden Teilchen zählen. Man kann auf diese Weise feststellen, wie viele  $\alpha$ -Teilchen ein radioaktives Präparat in 1 sec aussendet. Andererseits aber kann man auch mit Hilfe eines Elektrometers die Ladung messen, die diese Teilchen in 1 sec mit sich führen. Kennt man aber Zahl und Ladung einer größeren Zahl von Teilchen, so kann man die wegen ihrer Kleinheit nicht unmittelbar meßbare Ladung eines einzelnen Teilchens ermitteln. Auf diese Weise ist festgestellt worden, daß die  $\alpha$ -Teilchen zwei Elementarquanten tragen. Dies im Verein mit der Messung ihrer spezifischen Ladung  $e/\mu$  lieferte den Nachweis, daß das Atomgewicht der Teilchen gleich 4 ist, daß es sich also um doppelt geladene Heliumatome, d. h. nackte Heliumkerne, handeln muß.

Eine andere Zählmethode beruht darauf, daß man die  $\alpha$ -Teilchen in eine Ionisationskammer fallen läßt, d. h. ein Gefäß, in dem sich Gas befindet, das durch die  $\alpha$ -Strahlen ionisiert wird. Mißt man bei geringer Zahl der  $\alpha$ -Teilchen den Ionisationsstrom in der Kammer, so besteht dieser aus plötzlichen, von der Wirkung der einzelnen Teilchen herrührenden Stößen, deren Zahl gleich der Zahl der Teilchen ist. Dieses Verfahren ist neuerdings von GEIGER sehr vervollkommen worden. In der GEIGERschen Spitzenkammer (Abb. 485) befindet sich in einem Metallgehäuse *A* eine feine, durch eine Isolation *E* von ihm getrennte Spitze *D*, welche gegen das Gehäuse eine Spannung hat, die für eine Spitzenentladung eben noch nicht genügt (§ 406). Das Auftreten einer kleinen Zahl von Ionen in der Nähe der Spitze führt aber das Eintreten einer Spitzenentladung herbei. Dadurch wird der schwache ursprüngliche Ionisationsstrom außerordentlich verstärkt. Auf diese Weise kann die Wirkung eines einzelnen durch die Öffnung *O* in der Vorderseite *B* eintretenden  $\alpha$ -Teilchens durch den Ausschlag eines Elektrometers beobachtet und auch photographisch registriert werden.

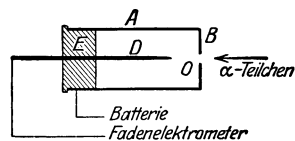


Abb. 485. GEIGERsche Zählkammer, schematisch.

**577. Künstliche Atomzertrümmerung.** Während es sich als vollkommen unmöglich erwiesen hat, den Ablauf radioaktiver Prozesse durch irgendeinen äußeren Eingriff, z. B. sehr hohe Temperatur, auch nur im geringsten zu beeinflussen, ist es andererseits gelungen, bei einer Anzahl von stabilen Elementen einen teilweisen Zerfall der Atomkerne zu bewirken. Es gelang dies RUTHERFORD, indem er die betreffenden Substanzen einem Bombardement mit  $\alpha$ -Strahlen aussetzte. Trifft einmal ein  $\alpha$ -Teilchen günstig auf einen Atomkern, so vermag es Teile von ihm abzusprennen. Dies macht sich dadurch bemerkbar, daß von den so behandelten Atomen eine neue Strahlung ausgeht, die aus positiv geladenen Wasserstoffatomen, also Protonen, besteht (*H*-Strahlen). Die Geschwindigkeit dieser losgeschleuderten Atome ist so groß, daß sie ihre Energie nicht allein der mechanischen Einwirkung durch den Stoß des  $\alpha$ -Teilchens verdanken können. Man muß vielmehr vermuten, daß durch den Aufprall im Kern innere Umwandlungen ausgelöst werden, bei denen die zur Ausschleuderung des Wasserstoffteilchens nötige Energie explosionsartig frei wird. Diese Versuche bilden eine starke Stütze der PROUTSchen Hypothese (§ 569). Es ist sehr auffallend, daß bei dieser künstlichen Atomzertrümmerung immer Wasserstoffkerne, nicht wie bei den radioaktiven Prozessen auch Heliumkerne ausgeschleudert werden. Die von der Zertrümmerung betroffenen Atome müssen entsprechend den Überlegungen des § 575

wegen der Verminderung ihrer positiven Kernladung um eine Einheit durch den Verlust eines  $H$ -Kerns in ein Isotop ihres linken Nachbars im periodischen System verwandelt werden (Sinken der Ordnungszahl von  $z$  auf  $z - 1$ ). Doch ist die Anzahl der umgewandelten Atome so überaus gering — etwa ein  $H$ -Strahl auf 1 Million  $\alpha$ -Teilchen —, daß es bislang unmöglich war, dies nachzuweisen. Die künstliche Atomzertrümmerung ist erst bei einer beschränkten Anzahl von Stoffen gelungen. Neuerdings ist es wahrscheinlich geworden, daß statt der „Atomzertrümmerung“ auch ein Atomaufbau stattfinden kann, indem das  $\alpha$ -Teilchen, also ein Heliumkern, an Stelle des ausgeschleuderten Wasserstoffkerns im Kern des getroffenen Atoms stecken bleibt. In diesem Falle wären die obigen Überlegungen dahin zu modifizieren, daß die Kernladungszahl des Atoms um 1 und das Atomgewicht um 3 Einheiten steigen würde.

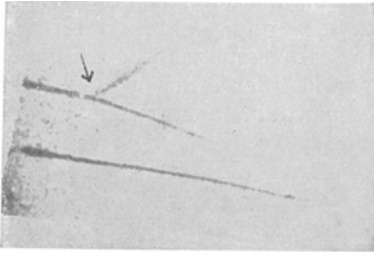


Abb. 486. Nachweis eines  $H$ -Strahls nach der Nebelmethode.

Der Nachweis der bei der künstlichen Atomzertrümmerung auftretenden  $H$ -Strahlen erfolgt durch die Szintillation, die sie, wie die  $\alpha$ -Strahlen, auf einem Zinksulfidschirm hervorrufen, oder mit der GEIGERSCHEN Zählkammer (§ 576). Es gelingt aber auch, sie mittels der Nebelmethode (§ 573) sichtbar zu machen. Abb. 486 zeigt die Bahn eines  $\alpha$ -Strahls, die sich plötzlich in zwei Teile gabelt. An dieser (durch einen Pfeil angedeuteten) Stelle ist ein  $H$ -Strahl entstanden, dessen Bahn sich auch durch eine Nebelspur bemerkbar macht.

### c) Die neueste Entwicklung der Quantentheorie.

Eine auch nur einigermaßen erschöpfende Darstellung der neuesten Entwicklung der Quantentheorie kann an dieser Stelle nicht gegeben werden, weil dazu ein Maß an physikalischen und mathematischen Kenntnissen erforderlich ist, das hier nicht vorausgesetzt werden kann. Die folgenden Ausführungen haben lediglich den Zweck, den Leser mit einigen Grundgedanken der neuen Theorie bekannt zu machen.

**578. Die Wellenmechanik.** Im § 480 und 547 ist auseinandergesetzt worden, daß sich uns das Licht in zwiefachem Wesen darstellt. Zur Erklärung eines Teils der optischen Erscheinungen ist die Vorstellung von der Wellennatur des Lichts absolut unentbehrlich, während andere Erscheinungsgebiete nicht ohne die der Wellentheorie fremde und ihr widersprechende Annahme von der Existenz der Lichtquanten gedeutet werden können. Es ist eine der wichtigsten Aufgaben der physikalischen Forschung, eine Theorie des Lichts zu schaffen, die diesen Widerspruch beseitigt. Heute müssen wir uns mit der Tatsache abfinden, daß dem Licht offenbar beide Erscheinungsformen zukommen, denn ihre gleichzeitige Realität ist durch die experimentelle Erfahrung zwingend erwiesen. Wir können die Lage kurz so formulieren: Jeder Strahlung von der Schwingungszahl  $\nu$  ist ein Energiequant  $h\nu$  und eine Masse  $h\nu/c^2$  zuzuordnen (§ 547). Es ist nun ein für das Wesen der physikalischen Forschung überaus charakteristischer Zug, daß ein so schwerwiegendes Dilemma, dessen Beseitigung noch in weiter Ferne liegen mag, als Angelpunkt einer ganz neuen Idee von größter Tragweite gedient hat. Diese Idee beruht darin, daß die Physik sich nicht nur auf den Boden der gegebenen Tatsache stellt, sondern darüber hinaus die beim Licht gewonnene Erfahrung auch auf ein anderes Erscheinungsgebiet auszudehnen sucht, und zwar auf die Theorie der Materie. Nach der Anschauung

der sog. klassischen Physik besteht die Natur einerseits aus der aus Atomkernen und Elektronen aufgebauten, also korpuskularen Materie, auf der andern Seite ist sie erfüllt mit elektrischen und magnetischen Feldern, insbesondere den elektromagnetischen Schwingungen des Lichts, das als ein Schwingungsvorgang angesehen wird. Die Quantentheorie enthüllte uns auf Grund neuer experimenteller Erfahrungen das zwiespältige Wesen des Lichts. Das Licht zeigte neben seinem Wellencharakter seinen quantenhaften, also sozusagen korpuskularen, materiellen Charakter. Es war DE BROGLIE, der auf die Vermutung kam, daß das Wesen der Materie ein ebenso zwiespältiges sei wie das des Lichts. Er kehrte die für Lichtquanten  $h\nu$  gültige Beziehung

$$h\nu = mc^2, \quad (1)$$

durch die jedem Lichtquant der Schwingungszahl  $\nu$  eine Masse  $m$  zugeordnet wird (§ 547), sozusagen um, indem er behauptete, daß mit jeder Materie von der Masse  $m$  ein Wellenvorgang verknüpft sei, dessen Schwingungszahl sich aus Gl. 1 zu  $\nu = mc^2/h$  ergibt. Für ein Elektron ergibt sich so  $\nu = 1,24 \cdot 10^{20} \text{ sec}^{-1}$ , für einen Wasserstoffkern (Proton)  $\nu = 2,29 \cdot 10^{23} \text{ sec}^{-1}$ .

Natürlich sind diese sog. Materiewellen oder DE BROGLIE-Wellen kein Licht, d. h. kein elektromagnetischer Schwingungsvorgang, sondern Wellen von bisher unbekannter Natur. Die Geschwindigkeit  $u$  dieser Wellen hängt bei einem bewegten Körper von seiner Geschwindigkeit  $v$  ab und ergibt sich aus der Theorie zu  $u = c^2/v$ . Da nach der Relativitätstheorie die Geschwindigkeit  $v$  eines Körpers nie größer als die Lichtgeschwindigkeit werden kann (§ 595), so ist  $u$  stets größer als diese. Die Geschwindigkeit  $v$  eines bewegten Körpers ist als die sog. Gruppengeschwindigkeit der mit ihr verknüpften Materiewellen anzusehen. Das ist allgemein bei Wellen diejenige Geschwindigkeit, mit der sich die Energie innerhalb einer Gruppe von Wellen fortpflanzt, die sich in ihrer Schwingungszahl und Phase nur sehr wenig unterscheiden. Ein bewegter materieller Körper ist daher nach der neuen Vorstellung als ein Energiezentrum in einer Gruppe von Materiewellen anzusehen.

Zwischen der Wellengeschwindigkeit  $u$ , der Schwingungszahl  $\nu$  und der Wellenlänge  $\lambda$  der Materiewellen besteht wie bei jedem Wellenvorgang die Beziehung (§ 142)

$$u = \lambda\nu. \quad (2)$$

Da  $u = c^2/v$  und  $\nu = mc^2/h$ , so folgt

$$\lambda = h/mv. \quad (3)$$

Die Quantentheorie des Lichtes geht, wie in § 534 gezeigt wurde, in die klassische Strahlungstheorie über, wenn man  $h = 0$  setzt. Die Wellentheorie des Lichtes geht in die klassische geometrische Optik über, wenn man die Wellenlänge des Lichtes als sehr klein gegenüber den in den Weg des Lichtes tretenden Hindernissen ansehen darf. Entsprechendes zeigt sich bei der Wellentheorie der Materie. Die Wellenlänge  $\lambda$  der Materiewellen wird verschwindend klein, wenn die Größe  $h/mv$  verschwindend klein wird, d. h. wenn wir entweder das Wirkungsquantum  $h = 0$  setzen oder wenn die Masse  $m$ , um die es sich handelt, sehr groß ist. D. h. die Wellenmechanik geht für ausgedehnte materielle Körper, also für solche Körper, die aus einer größeren Zahl von Atomen bestehen, in die klassische Mechanik über.

Das Verhältnis  $h/m$  hat für Elektronen den Zahlenwert 7,28. Beschleunigt man Elektronen durch eine Spannung von 1 Volt, so erhalten sie eine Geschwindigkeit  $v = 5,94 \cdot 10^7 \text{ cm/sec}$ . Derartige Elektronen sind also mit Materiewellen verknüpft, deren Wellenlänge von der Größenordnung  $10^{-7} \text{ cm}$  oder  $10 \text{ \AA-E}$  ist,

also etwa gleich derjenigen der Röntgenstrahlen. Es mußte daher erwartet werden, daß sie an Kristallen die gleichen Beugungserscheinungen zeigen wie Röntgenstrahlen. Ebenso wie Röntgenstrahlen von einem Kristall nur in ganz bestimmten, von ihrer Wellenlänge abhängigen Richtungen reflektiert werden (§ 526), so mußte man das auch von den Materiewellen und demzufolge auch von den mit ihnen verknüpften Elektronen vermuten. Dieser Effekt ist in der Tat zuerst von DAVISSON und GERMER, später auch von anderen, gefunden worden, und zwar in quantitativer Übereinstimmung mit der Theorie.

Neuerdings ist es auch gelungen, beim Durchgang von Elektronen durch dünne kristallinische Schichten (Glimmerblättchen) die gleichen Beugungserscheinungen zu erhalten, die beim Durchgang von Röntgenstrahlen durch Kristalle auftreten (§ 524). Abb. 487 zeigt Beugungsringe von Elektronen, die in einem feinen Strahl durch ein Glimmerblättchen getreten sind und auf eine photographische Platte fielen. Da ein Glimmerblättchen kein einheitlicher Kristall ist, sondern aus sehr vielen Mikrokristallen besteht, so entstehen in diesem

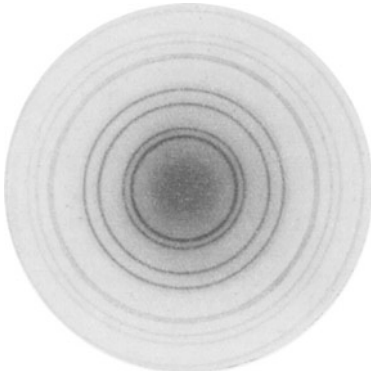


Abb. 487. Elektronenbeugung in einem Glimmerblättchen.

Falle nicht wie beim Durchgang von Röntgenstrahlen durch einen einheitlichen Kristall einzelne Beugungspunkte (LAUE-Diagramm, Abb. 444, § 524), sondern konzentrische Beugungsringe, deren Durchmesser von der Elektronengeschwindigkeit und der Gitterstruktur des Blättchens abhängt<sup>1)</sup>. Es ist daher möglich, Strukturanalysen ebenso wie mit Röntgenstrahlen auch mit Elektronen auszuführen. Der Gedanke, daß die Materiewellen Beugungserscheinungen zeigen müßten, ist zuerst von EINSTEIN ausgesprochen worden.

Der Gedanke DE BROGLIES hat seinen theoretischen Ausbau durch SCHRÖDINGER, dann in scheinbar grundsätzlich anderer Form durch HEISENBERG, BORN und JORDAN gefunden. Es hat sich aber nachweisen lassen, daß der

Unterschied rein formaler Natur ist. Auf die Einzelheiten dieser neuen und noch in keiner Weise abgeschlossenen Wellenmechanik oder Quantenmechanik kann hier nicht eingegangen werden. Es sei nur soviel gesagt, daß sie zu einer völlig neuartigen Auffassung der Atomtheorie von BOHR geführt hat. Z. B. erwachsen nach ihr die beiden BOHRschen Quantenregeln (§ 550) aus der gleichen Wurzel. Zahlreiche bisher rätselhafte Tatsachen aus der Welt der Atome, insbesondere auch Fragen des Molekülbaus, haben bereits auf Grund der neuen Theorie ihre Deutung gefunden. Von besonderer Wichtigkeit für die Frage des Atom- und Molekülbaues ist die Tatsache, daß die Wellenmechanik auch prinzipiell die Möglichkeit bietet, das Mehrkörperproblem für den Fall, daß es sich um Elektronen handelt, zu lösen. Einen großen Erfolg in dieser Richtung bedeutete die bis dahin vergeblich versuchte richtige Berechnung des Heliumatoms sowie des Wasserstoffmoleküls.

Bezüglich der Vorstellung, die in der neuen Theorie an die Stelle der wohldefinierten BOHRschen Quantenbahnen (§ 550) zu treten hat, stehen sich heute zwei Auffassungen gegenüber. Nach der einen Vorstellung kann man den Elektronen an den Atomen aus dem Grunde keinen wohldefinierten Ort zuschreiben,

<sup>1)</sup> Für die freundliche Überlassung der Abb. 487 bin ich Herrn Prof. H. MARK in Ludwigshafen a. Rh. zu Dank verpflichtet.

weil ihre Ladung kontinuierlich im Raume verteilt, über einen ausgedehnteren Bereich „verschmiert“ sei. Die Art dieser Verteilung läßt sich aus einer von SCHRÖDINGER aufgestellten Gleichung berechnen. Sie ist je nach der Größe der jeweiligen Quantenzahlen eine andere. Nach der zweiten Vorstellung (HEISENBERG, BORN) wird an der üblichen Vorstellung vom Elektron festgehalten, jedoch ist es prinzipiell nicht möglich, Ort und Geschwindigkeit des Elektrons gleichzeitig mit absoluter Genauigkeit festzustellen. Die auch bei dieser Vorstellung gültige SCHRÖDINGERSche Gleichung ist dann nur ein Ausdruck für die Wahrscheinlichkeit, das Elektron innerhalb bestimmter Bereiche vorzufinden. An diese zweite Vorstellung knüpft die Krisis des Kausalitätsbegriffs an, auf die in der Fußnote zu § 3 hingewiesen wurde.

**579. Das PAULISCHE Prinzip und die FERMI- und BOSE-Statistik.** Zur Deutung gewisser Tatsachen im Aufbau der Atome hat PAULI ein, oft als das Pauli-Verbot bezeichnetes, Prinzip aufgestellt, das aussagt, daß es grundsätzlich unmöglich ist, daß sich zwei oder gar noch mehr der einen Atomkern umkreisenden Elektronen im gleichen Zustande befinden. Der Zustand eines Elektrons, d. h. seine Bahn, seine Energie und seine Orientierung im Raum ist nach der Quantentheorie durch im ganzen vier Quantenzahlen bestimmt. Das PAULISCHE Prinzip besagt daher genauer, daß es unmöglich ist, daß irgend zwei der Elektronen an einem Atomkern in allen vier Quantenzahlen übereinstimmen. Dieses Prinzip hat sich zur Deutung des Aufbaus der Atome, insbesondere der Zahl der Elektronen in den einzelnen Elektronenschalen (§ 558), so ausgezeichnet bewährt, daß es als durch die Erfahrung bestätigt angesehen werden muß.

Das PAULISCHE Prinzip wurde von FERMI auf jede Gesamtheit von Elektronen übertragen. Auf ein abgeschlossenes, mit Elektronen erfülltes Volumen, ein sog. „Elektronengas“ angewandt, sagt das Prinzip dann aus, daß es niemals vorkommen könne, daß sich zwei Elektronen in diesem Volumen gleichzeitig im gleichen Zustand befinden können (sog. FERMI-Statistik). Nun folgt aber aus der Wellenmechanik, daß die Energie der Elektronen in einem abgeschlossenen Volumen quantenhaften Charakter hat. Ihre kinetische Energie setzt sich aus Energiequanten bestimmter Größe zusammen. Diese sind der Masse des Elektrons umgekehrt proportional und daher wegen der kleinen Masse des Elektrons sehr groß. Da die Elektronen drei Freiheitsgrade der kinetischen Energie haben (§ 193), so muß man annehmen, daß ihre kinetische Energie  $\varepsilon$  durch drei Quantenzahlen  $n_1, n_2, n_3$  gegeben ist. Man kommt dann zu der Beziehung

$$\varepsilon = h\nu_0(n_1 + n_2 + n_3), \quad (2)$$

wobei  $\nu_0$  eine gewisse Grundschwingungszahl ist, die nicht mit der durch Gl. 1 definierten Schwingungszahl  $\nu$  identisch ist, sondern von den besonderen vorliegenden Bedingungen, aber nicht von der Temperatur abhängt.  $n_1, n_2, n_3$  sind ganze, positive Zahlen, können aber auch gleich Null sein. Wir wollen die Summe  $n_1 + n_2 + n_3$  mit  $n$  bezeichnen. Dann ergibt die Kombinationsrechnung, daß jeder bestimmte mögliche Wert von  $\varepsilon$ , je nach der Zusammensetzung von  $n$  aus seinen drei Summanden, auf  $(n + 1)(n + 2)/2$  Arten zustande kommen kann. Nach der FERMI-Statistik kann es daher in einem abgeschlossenen Volumen nicht beliebig viele Elektronen von der Energie  $\varepsilon$  geben, sondern höchstens

1 Elektron	mit der Energie	o
3 Elektronen	„ „ „	$h\nu$
6 „ „ „	„ „ „	$2h\nu$
10 „ „ „	„ „ „	$3h\nu$
15 „ „ „	„ „ „	$4h\nu$ usw.

Infolge dieser Tatsache sind die Gesetze der idealen Gase auf ein solches Elektronengas, jedenfalls unterhalb einer gewissen Temperatur, nicht anwendbar, sondern erfahren eine prinzipielle Umgestaltung.

Bei höheren Temperaturen macht sich der quantenhafte Charakter der Energie darum nicht mehr bemerkbar, weil die Energie, die dann jedes einzelne Elektron besitzt, sehr groß gegen die Unterschiede der einzelnen möglichen Energiestufen ist. Es macht dann nichts Merkwürdiges aus, ob die Energie eines Elektrons stetig oder nur unstetig veränderlich ist. Bei sehr tiefen Temperaturen aber ist dies anders. Hier bewirkt der quantenhafte Charakter der Energie zusammen mit der FERMI-Statistik eine sog. Gasentartung, d. h. ein Abweichen vom Verhalten der idealen Gase, wie es sich nach der klassischen Theorie darstellt. Besonders bemerkenswert ist der Zustand beim absoluten Nullpunkt der Temperatur. Nach der klassischen Gastheorie besitzt jedes Elektron bei der absoluten Temperatur  $T$  die Energie  $3kT/2$  (§ 193). Beim absoluten Nullpunkt besäße es daher überhaupt keine Energie. Nach FERMI kann es aber in einem abgeschlossenen Gasvolumen immer nur ein einziges Elektron geben, das die Energie Null hat. Die drei nächsten müssen bereits ein Energiequant besitzen, die sechs folgenden deren zwei, usw. Es enthält also ein Elektronengas beim absoluten Nullpunkt noch einen nicht unerheblichen Betrag an Energie, die sog. Nullpunktsenergie. Diese ist so groß, wie sie ihm nach der klassischen Theorie erst bei vielen tausend Grad zukommen sollte. Das wird vielleicht am besten durch ein hypothetisches Beispiel aus der Finanzstatistik deutlich. Gesetzt den Fall, die FERMI-Statistik gälte auch für das Vermögen der rund 70 Millionen Einwohner des Deutschen Reichs und die Vermögensverhältnisse würden nicht, wie bei dem Gase durch drei Quantenzahlen, sondern nur durch eine einzige bestimmt, dann würde die größte überhaupt mögliche Verarmung des deutschen Volks keineswegs in einem Zustande absoluter Vermögenslosigkeit bestehen. Ganz vermögenslos könnte nur eine einzige Person sein, die nächstarme müßte bereits einen Pfennig besitzen, die folgende deren zwei usw., und der reichste Mann besäße notgedrungen ein Vermögen von 70 Millionen Pfennig. Es läßt sich leicht ausrechnen, daß bei Gültigkeit der FERMI-Statistik das deutsche Volksvermögen niemals unter einen Betrag von 2450 Billionen Pfennig oder 24,5 Billionen Mark sinken könnte. In der Anwendung auf ein Gas entspricht dieser Mindestsumme die Nullpunktsenergie.

Für ein aus wirklichen Molekülen bestehendes ideales Gas gilt nach der Wellenmechanik die FERMI-Statistik nicht, sondern eine von ihr, aber auch von der klassischen abweichende Statistik, die sog. BOSE-Statistik. Es sei hier nur soviel gesagt, daß sie für die Gase ein zwar quantitativ anderes Ergebnis liefert als die FERMI-Statistik, daß aber die ganz allgemeinen Folgerungen die gleichen sind. Auch die idealen Gase zeigen bei sehr tiefen Temperaturen eine Gasentartung, d. h. ein Abweichen von den klassischen Gasgesetzen. Nur tritt bei ihnen dieser Zustand erst bei viel tieferen Temperaturen ein, als bei einem Elektronengas, weil die Energiequanten der Moleküle viel kleiner sind, als die der Elektronen, und der quantenhafte Charakter sich deshalb schon bei viel tieferer Temperatur verwischt als bei den Elektronen.

**580. Die neue Elektronentheorie der Metalle.** Es ist in diesem Buche mehrfach die Rede davon gewesen, daß die Elektronentheorie der Metalle zwar dazu geeignet ist, den Mechanismus der elektrischen und der Wärmeleitfähigkeit der Metalle und andere Erscheinungen an diesen in ihren allgemeinen Zügen zu verstehen. Sie vermag jedoch in ihrer ursprünglichen Form diese Erscheinungen nur qualitativ (und auch das nicht in allen Fällen), nicht quantitativ zu erklären. Diese Unstimmigkeiten sind kürzlich von SOMMERFELD durch eine



neue, auf die Wellenmechanik und die FERMI-Statistik aufgebaute Elektronentheorie der Metalle behoben worden. Aus der sehr kleinen Masse der Elektronen folgt, wie schon in § 579 erwähnt, daß ihre Energiequanten sehr groß sind, und das hat zur Folge, daß das Elektronengas noch bei Temperaturen von vielen tausend Grad vollkommen entartet ist. Das Elektronengas hat daher auch eine ungeheuer große Nullpunktsenergie.

Von den quantitativen Ergebnissen der neuen Theorie seien nur zwei besonders wichtige erwähnt. Ebenso wie bereits aus der älteren Theorie folgt aus der neuen, daß die elektrische und die Wärmeleitfähigkeit der Metalle einander proportional sind (Gesetz von WIEDEMANN und FRANZ, § 295). Während jedoch aus der alten Theorie ein Zahlenwert des Verhältnisses der beiden Leitfähigkeiten folgt, der den Messungen nicht entspricht, ergibt die neue Theorie auch darin eine vorzügliche Übereinstimmung mit der experimentellen Erfahrung.

Ein zweites, sehr wichtiges Ergebnis ist das folgende. Im § 208 ist die Tatsache erwähnt worden, daß die Atomwärme der Metalle sehr nahezu den Wert 6 hat (Gesetz von DULONG und PETIT). Wir haben dieses Gesetz dort auch theoretisch begründet, indem wir, entsprechend der klassischen Wärmetheorie, jedem Metallatom bezüglich jedes seiner drei Freiheitsgrade sowohl kinetische wie potentielle Energie im Betrage  $kT/2$ , im ganzen die Energie  $3kT$ , zuschrieben. Dabei aber haben wir die Elektronen im Metall nicht berücksichtigt. Sofern man diese als ein in das Metall eingeschlossenes Gas ansehen darf, müßte man bei der Berechnung der Atomwärme auch noch die in der thermischen Bewegung der Elektronen steckende Energie, d. h. für jedes Elektron die Energie  $3kT/2$ , mit in Rechnung setzen, und die Atomwärme müßte einen viel größeren Wert haben als sie tatsächlich hat, z. B. 9, wenn auf jedes Metallatom ein freies Elektron entfällt. Während man also auf der einen Seite annehmen muß, daß die Elektronen durch ihre thermische Bewegung die Wärmeleitung in den Metallen besorgen, schien aus den Atomwärmern zu folgen, daß ihnen eine thermische Energie nicht zukomme. Dieser Widerspruch klärt sich nunmehr auf folgende Weise auf. Wohl besitzen die Elektronen thermische Energie, aber diese ist von der Temperatur nicht so abhängig, wie es die klassische Theorie verlangt. Die Atomwärme ist ja kein Maß für die thermische Energie selbst, sondern für deren Zuwachs bei einer Temperatursteigerung. Ein solcher Zuwachs findet wohl bei den Metallatomen statt, aber nicht merklich bei den Elektronen. Das Elektronengas ist bei allen in Betracht kommenden Temperaturen so gut wie völlig entartet. Für ein sehr stark entartetes Gas folgt aber aus der Theorie, daß seine spezifische Wärme der Masse der Moleküle, in unserem Fall der Elektronen, proportional ist. Die Elektronen tragen daher wegen ihrer sehr geringen Masse zur spezifischen Wärme der Metalle nur sehr wenig bei. Es läßt sich berechnen, daß die „Molwärme“ (§ 209) der Elektronen bei Zimmertemperatur nur etwa  $R/100$  beträgt, gegenüber dem Wert  $3R/2$  der klassischen Theorie.

## d) Der Bau der zusammenhängenden Materie.

581. Allgemeines. Kennt man die Eigenschaften und das Verhalten der Individuen, die einen größeren Komplex bilden, in allen Einzelheiten, so muß es grundsätzlich möglich sein, die Eigenschaften dieses größeren Komplexes aus den Eigenschaften seiner Bausteine abzuleiten. Bezüglich des Aufbaus der zusammenhängenden Materie ist dies auf Grund unserer Kenntnis von den Eigenschaften der Atome und Moleküle bereits in mancher Hinsicht gelungen. Es handelt sich dabei natürlich in erster Linie um die Frage nach den zwischen den

Atomen und Molekülen wirkenden Kräften, die dazu führen, daß zwischen diesen Bausteinen der Materie ein mehr oder minder schwer trennbarer Zusammenhang besteht.

**582. Gase.** Sofern wir es mit einem Gase zu tun haben, das die für ein ideales Gas geltenden Bedingungen erfüllt, sind die zwischen den Molekülen desselben wirkenden Kräfte verschwindend klein. Auf dieser Annahme, d. h. auf dem Fehlen einer gegenseitigen potentiellen Energie der Moleküle beruht ja die von uns früher gegebene Ableitung der einfachen Gesetze der idealen Gase (§ 118). Bedingung für diesen Zustand ist großer gegenseitiger Abstand der Moleküle, d. h. geringe Dichte bzw. niedriger Druck. Ein solches Gas ist in gewisser Hinsicht gar nicht als ein zusammenhängender Körper zu betrachten, sondern nur als eine Ansammlung von Molekülen im Raum.

Tatsächlich wirken zwischen den Molekülen der wirklichen Gase stets Kräfte, die VAN DER WAALSschen Kräfte (§ 201). Diese werden bei den heteropolaren Ionenmolekülen (§ 561) durch die elektrischen Kräfte geliefert, die zwischen den molekularen elektrischen Dipolen wirken. Bei den homöopolaren Molekülen fehlen die elektrischen Kräfte. Bei ihnen kann eine Erklärung für die VAN DER WAALSschen Kräfte erst durch die Wellenmechanik geliefert werden. Jedoch ist die Theorie erst in ihren Anfängen.

Die VAN DER WAALSschen Kräfte sind bei den Ionenmolekülen durchweg stärker als bei den homöopolaren Molekülen. Daher lassen sich auch erstere leichter verflüssigen als letztere.

**583. Flüssigkeiten. Amorphe Körper.** Über den Bau der Flüssigkeiten ist mangels geeigneter Untersuchungsmethoden bisher noch recht wenig bekannt. Neuere Arbeiten lassen aber hoffen, daß es gelingen wird, mit Hilfe der Analyse durch Röntgenstrahlen (§ 524) auch weitere Aufschlüsse über den Bau der Flüssigkeiten zu gewinnen. Man kann heute nur so viel sagen, daß bei ihnen die gegenseitige Bindung der Moleküle bis zu einem gewissen Grade vollzogen ist, ohne daß diese dabei ihre Beweglichkeit eingebüßt hätten. Die Bindungen sind noch keine endgültigen und wechseln unter der Wirkung der thermischen Bewegung fortgesetzt. Man hat eine Flüssigkeit nicht unzutreffend mit einem Kasten voll Ameisen verglichen.

In gewissen Flüssigkeiten zeigen die Moleküle bereits eine Tendenz, sich in größeren Komplexen regelmäßig anzuordnen und sich so wenigstens in kleinen Bereichen dem kristallinen Zustand zu nähern. Es sind dies die von LEHMANN entdeckten sog. flüssigen Kristalle (§ 508). Sie sind an charakteristischen optischen Eigenschaften kenntlich, die sie mit den eigentlichen Kristallen gemeinsam haben.

Die Flüssigkeiten lassen sich nach ihrem Verhalten bei sinkender Temperatur in zwei Gruppen einteilen (§ 214). Die eine geht bei Erreichung einer bestimmten Temperatur, dem Gefrierpunkt (Schmelzpunkt), un stetig in den festen, und zwar den kristallinen Zustand über (Wasser, die Metalle usw.). Das bedeutet den Übergang in eine Ordnung höheren Grades. Die andere vollzieht den Übergang vom flüssigen zum festen Zustand in stetiger Weise. Die Flüssigkeit wird mit sinkender Temperatur immer zäher und geht so allmählich in den festen Zustand, und zwar den amorphen Zustand, über. Sie haben also keinen wohldefinierten Gefrierpunkt. Bei dem Übergang in den amorphen Zustand findet keine Herstellung einer Ordnung höheren Grades statt. Amorphe Körper befinden sich auch im festen Zustande noch im gleichen Zustande weitgehender molekularer Unordnung wie im flüssigen, sie sind sozusagen im Zustande molekularer Unordnung eingefroren. Man kann sie in gewissem Sinne als unterkühlte Flüssigkeiten ansehen. Beispiele dieser Art sind Pech, Siegellack, Wachs, Stearin

und ganz besonders die Gläser. Vielfach zeigt sich dies in einer besonderen Plastizität. Eine auf Siegellack gelegte Münze drückt sich im Laufe der Zeit ab.

**584. Kristalle.** Als feste Körper im eigentlichen Sinne sind die Kristalle anzusehen, deren atomistischer Aufbau uns durch die Strukturanalyse mit Röntgenstrahlen (§ 524) heute weitgehend erschlossen ist. Die Ordnung höheren Grades, die beim Festwerden der Flüssigkeiten zu Kristallen eintritt, ist dadurch gekennzeichnet, daß sich die elementaren Bausteine des Körpers in ganz regelmäßiger Weise in ein sog. Raumgitter ordnen. D. h. diese Bausteine sind im Körper an feste Ruhelagen gebunden. Ihre einzige Bewegungsmöglichkeit besteht in Schwingungen um diese Ruhelagen.

Häufig ist mit dem Übergang flüssig  $\rightleftharpoons$  fest auch eine Änderung des molekularen Gefüges verbunden. Nicht bei allen Substanzen treten die Moleküle so, wie sie sich vorher in der Flüssigkeit befanden, unmittelbar in die Gitterpunkte des Raumgitters (Molekülgitter). In vielen Fällen bilden die Kristalle ein Atomgitter, bei denen Atome, die als Ganzes elektrisch neutral sind, die Gitterpunkte einnehmen. Und schließlich können sich die Moleküle beim Festwerden der Substanz in Ionen spalten, welche entgegengesetzte elektrische Ladungen tragen, und sog. Ionengitter bilden. In allen Fällen sind es die gleichen Kräfte, die wir bereits bei der Molekülbildung kennengelernt haben, die auch die Bindung der Bausteine eines Kristallgitters bewirken. Die geometrische Anordnung der Bausteine des Gitters kann außerordentlich verschieden sein. Sie ist natürlich durch die Eigenschaften dieser Bausteine in jedem Einzelfall bedingt. Das äußere Merkmal der geometrischen Anordnung ist bis zu einem gewissen Grade die kristallographische Form.

Wir betrachten als ein besonders einfaches Beispiel den Steinsalzkristall, NaCl, der ein würfelförmiges Raumgitter besitzt (Abb. 447, § 526). In diesem wechseln positive Na-Ionen ganz regelmäßig mit negativen Cl-Ionen ab. Als Abstand dieser Ionen, d. h. als Kantenlänge eines „Elementarwürfels“, ergibt die Analyse mit Röntgenstrahlen  $2,83 \cdot 10^{-8}$  cm. Es ist dies die bekannte Größenordnung der Atomdurchmesser (§ 549). Die Richtigkeit dieses Wertes kann man, den geschilderten Bau vorausgesetzt, auch auf andere Weise bestätigen. 1 ccm Steinsalz wiegt 2,16 g. Ein Na-Atom (Atomgewicht 23) wiegt 23mal soviel wie ein Wasserstoffatom, also  $23 \cdot 1,65 \cdot 10^{-24}$  g =  $3,80 \cdot 10^{-23}$  g, ein Cl-Atom (Atomgewicht 35,5)  $35,5 \cdot 1,65 \cdot 10^{-24}$  g =  $5,86 \cdot 10^{-23}$  g. Das mittlere Gewicht der beiden Komponenten des Kristalls beträgt also  $4,83 \cdot 10^{-23}$  g. Die Kantenlänge eines Elementarwürfels sei  $d$  cm. Dann ist das Gewicht eines Elementarwürfels  $2,16 d^3$  g. Jede der acht Ecken eines Elementarwürfels ist mit einem Ion besetzt. Jedes dieser Ionen aber gehört gleichzeitig acht Elementarwürfeln an. Daher ist die Zahl der Ionen im Kristall gleich der Zahl der Elementarwürfel und demnach das auf einen Elementarwürfel entfallende Gewicht gleich dem mittleren Gewicht der Ionen. Es ist demnach  $2,16 d^3 = 4,83 \cdot 10^{-23}$  oder wieder  $d = 2,83 \cdot 10^{-8}$  cm. Diese Berechnung setzt Kenntnis der Masse des Wasserstoffatoms voraus. Sie ist bekannt, wenn man die LOSCHMIDTSche Zahl kennt, denn sie ist gleich deren reziprotem Wert (§ 112). Man kann daher auch umgekehrt aus der durch Röntgenstrahlanalyse gemessenen Größe des Elementarwürfels die Masse des Wasserstoffatoms und daraus die LOSCHMIDTSche Zahl berechnen.

Weder bei einem Atomgitter noch bei einem Ionengitter kann man von einzelnen Molekülen reden, da es eine reine Willkür wäre, wenn man z. B. beim NaCl irgendwelche zwei Na- und Cl-Ionen einander bevorzugt zuordnen wollte. Jedes Na-Ion ist acht Cl-Ionen in genau der gleichen Weise benachbart und umgekehrt. Ein einheitlicher Kristall bildet sozusagen ein einziges großes Molekül.

Abb. 488 zeigt ein Modell eines komplizierten Raumgitters, des Anatas,  $\text{TiO}_2$ .

Über die Struktur der reinen Metalle ist heute noch nichts Endgültiges bekannt. Insbesondere hat noch nicht entschieden werden können, ob sie Atom- oder Ionengitter bilden. Im letzteren Falle wären sie aus positiven Metallionen und Elektronen aufgebaut. Einzelne Elektronen in den Raumgitterpunkten machen sich aber bei der Röntgenanalyse nicht bemerkbar, so daß auf diesem Wege keine Entscheidung gefällt werden kann.

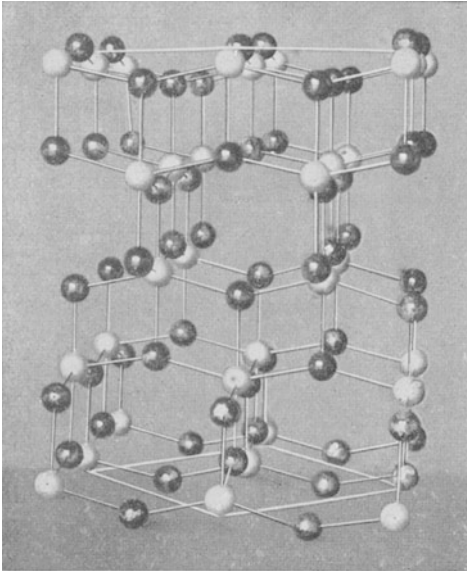


Abb. 488. Modell des Raumgitters des Anatas,  $\text{TiO}_2$ , Ti hell, O dunkel.

### 585. Die Dielektrizitätskonstante.

Die dielektrische Polarisation der Körper im elektrischen Felde (§ 284) beruht auf der Kraftwirkung des Feldes auf die atomistischen elektrischen Ladungen. Besteht ein Gas oder eine Flüssigkeit aus Molekülen, die an sich ein elektrisches Moment haben (Dipolmoleküle, § 561), so suchen sich diese mit ihrer elektrischen Achse in Richtung des Feldes einzustellen, was zu den im § 276 beschriebenen Wirkungen führt. Bei den übrigen Gasen, also insbesondere den Gasen der Elemente ( $\text{H}_2$ ,  $\text{O}_2$ ,  $\text{N}_2$ , Edelgase), die an sich kein elektrisches Moment haben, bewirkt das Feld die Entstehung eines solchen, indem es die entgegengesetzten Ladungsanteile der Moleküle nach entgegengesetzten Seiten zieht und deren vorher zusammenfallende und sich gegenseitig aufhebende elektri-

schen Schwerpunkte gegeneinander verlagert. Es ist augenscheinlich, daß die thermische Bewegung der Moleküle der richtenden Kraft des Feldes ordnungszerstörend entgegenwirkt. Die Dielektrizitätskonstante der Gase und Flüssigkeiten ist daher, wenigstens bei denjenigen Stoffen, deren Moleküle von Natur Dipole sind, von der Temperatur abhängig.

Bei den kristallinen Körpern überlagern sich die elektrischen Kräfte eines äußeren Feldes den atomaren Kräften, die die Bausteine des Kristalls in ihren Ruhelagen festhalten, und bewirken eine Verschiebung der positiven Anteile in Richtung, der negativen Anteile gegen die Richtung des Feldes. Die Folge ist das Auftreten von Ladungsüberschüssen entgegengesetzten Vorzeichens an den Grenzflächen des Körpers, also die dielektrische Polarisation.

## XII. Relativitätstheorie.

586. **Vorbemerkung.** Die Relativitätstheorie wird am Schlusse dieses Buches besprochen, weil zu ihrem Verständnis ein Maß an physikalischen Kenntnissen erforderlich ist, das an der formal richtigen Stelle, in den ersten Abschnitten der Mechanik, noch nicht vorausgesetzt werden kann. Diese Äußerlichkeit darf nicht darüber täuschen, daß die Relativitätstheorie heute zu den Grundfesten gehört, auf denen die Physik ruht. Ihre beiden Prinzipien, das Relativitätsprinzip (§ 590) und das Prinzip der Äquivalenz von Trägheit und Schwere (Äquivalenzhypothese, § 601), stehen gleichwertig neben den anderen Prinzipien der Mechanik und den fundamentalen Erhaltungssätzen der Masse, der Elektrizität, der Energie und der Bewegungsgröße, bzw. ergänzen sie.

### a) Die spezielle Relativitätstheorie.

587. **Das Relativitätsprinzip der Mechanik.** Die exakte physikalische Beschreibung irgendeines mechanischen Vorgangs besteht nach der klassischen Mechanik darin, daß man den funktionellen Zusammenhang angibt, der zwischen den drei Raumkoordinaten  $x, y, z$  jedes Punktes eines materiellen Körpers und der Zeit  $t$  besteht. Wir haben bisher die spezielle Wahl dieses Koordinatensystems für unwesentlich gehalten. Insbesondere haben wir bei der Beschreibung mechanischer Vorgänge auf der Erde durchweg stillschweigend Koordinatensysteme zugrunde gelegt, die eine unveränderliche Lage bezüglich der Erde hatten, die „relativ“ zur Erde ruhten, ohne uns darüber Gedanken zu machen, daß ein solches Koordinatensystem infolge der Drehung der Erde um sich selbst und um die Sonne eine recht verwickelte Bewegung ausführt. Lediglich bei der Besprechung der Trägheitswirkungen, die von der Erddrehung herrühren, haben wir einen Einfluß der letzteren berücksichtigt. In allen anderen Fällen haben wir diese Erdbewegungen nicht beachtet, uns also nicht die Frage vorgelegt, ob nicht etwa die Bewegung der Erde im Weltraum, also zum mindesten die Rotation um die Sonne, geschweige denn die ebenfalls vorhandene Bewegung des ganzen Sonnensystems, einen Einfluß auf die Gesetze hätten, die wir aus der Beschreibung der Einzelvorgänge ableiten.

Die Bewegung der Erde um die Sonne ist innerhalb der Zeitdauer, in der unsere mechanischen Versuche abzulaufen pflegen, mit außerordentlich großer Annäherung noch als geradlinig und gleichförmig anzusehen. Die Richtung der Erdbewegung ändert sich ja innerhalb eines Tages nur ziemlich genau um  $1^{\circ}$ , innerhalb 1 min nur um rund  $2,5''$ . Und es gilt in der Mechanik, daß eine geradlinige und gleichförmige Bewegung des Koordinatensystems, auf das man irgendwelche mechanischen Vorgänge bezieht, des sog. Bezugssystems, an den aus diesen Vorgängen abgeleiteten Gesetzmäßigkeiten nichts ändert, wenn auch die Beschreibung der Einzelvorgänge verschieden ausfällt, je nachdem, auf was für ein derartig bewegtes Bezugssystem man sie bezieht. Das ist das sog.

Relativitätsprinzip der Mechanik. Es ist seit langem sicherer und unbestrittener Besitz der Wissenschaft. Ein Bezugssystem, das sich geradlinig und gleichförmig bewegt bzw. ruht, nennt man ein Inertialsystem. Es sind also alle Inertialsysteme, zunächst soweit es mechanische Vorgänge betrifft, einander physikalisch vollkommen gleichwertig.

Als Beispiel wollen wir uns ein Laboratorium denken, das in einem Eisenbahnzuge vollkommen erschütterungsfrei, horizontal, geradlinig und gleichförmig über die als vollkommen eben gedachte Erdoberfläche fährt. Untersuchen wir in einem solchen Laboratorium den freien Wurf und Fall der Körper unter der Wirkung der Schwere und beschreiben die Einzelvorgänge in einem mit dem Zuge bewegten Inertialsystem, so fällt die Beschreibung jeweils anders aus, als sie bei einem Beobachter ausfallen würde, der die identischen Vorgänge von außen her in einem mit der Erde fest verbundenen Inertialsystem beschreibt. Lassen wir z. B. im Zuge einen Körper frei fallen, so entspricht unsere Beschreibung der Gl. II, § 62, des freien Falles. Denn für uns hat der Körper bei Beginn seiner Bewegung keine horizontal gerichtete Anfangsgeschwindigkeit. Für den auf der festen Erdoberfläche befindlichen Beobachter aber hat er eine solche, nämlich die Fahrtgeschwindigkeit des Zuges. Er beschreibt den Vorgang in seinem Bezugssystem als Wurf mit horizontaler Anfangsgeschwindigkeit und die Bahn des Körpers als den einen Ast einer Parabel (§ 62). Bei der Aufstellung der allgemeinen Gesetze des Wurfs und Falls aber kommen beide Beobachter zu identischen Ergebnissen. Ein Unterschied besteht nur bei der Beschreibung der Einzelvorgänge, bei der sie verschiedene Anfangsbedingungen zugrunde legen.

Hat eine geradlinige und gleichförmige Bewegung des Bezugssystems keinerlei Einfluß auf irgendeinen mechanischen Vorgang, so folgt daraus umgekehrt: Es besteht grundsätzlich keine Möglichkeit, mit Hilfe von mechanischen Experimenten irgend etwas über eine geradlinige und gleichförmige Bewegung des Bezugssystems zu erfahren. Hingegen ist eine Beschleunigung des Bezugssystems feststellbar, wie wir ja durch mechanische Versuche auf der Erde (FOUCAULTScher Pendelversuch usw., § 54) die Drehung der Erde um sich selbst ohne weiteres feststellen können. (Man beachte, daß eine Rotation eine beschleunigte Bewegung ist.)

In der Erkenntnistheorie hat der Begriff der „absoluten Bewegung“ eine wichtige Rolle gespielt. Er fußt auf der Vorstellung, daß dem Raume an sich, auch wenn er von jeglicher Materie vollkommen frei wäre, eine reale Existenz zukomme, daß man in ihm, auch wenn es keine Körper in ihm gäbe, an die man ein Koordinatensystem sozusagen befestigen könnte, doch bestimmte Koordinatensysteme angeben könne, welche in diesem „absoluten Raum“ ruhen. Ist dies richtig, so ist es, zunächst bei Beschränkung auf mechanische Vorgänge, grundsätzlich unmöglich, diese ruhenden Koordinatensysteme von denjenigen zu unterscheiden, die sich ihnen gegenüber geradlinig und gleichförmig bewegen. Falls also nicht etwa eine solche Feststellung auf Grund elektrischer oder optischer Versuche möglich sein sollte, ist uns eine Kenntnis des „absoluten“ Bewegungszustands grundsätzlich verwehrt. Was wir feststellen können, sind lediglich „relative“ Bewegungen, d. h. die Geschwindigkeit, die ein Bezugssystem gegenüber einem andern, relativ zu ihm, hat, z. B. ein Eisenbahnzug relativ zur Erde.

Vom Standpunkt der Mechanik aus sind wir daher auch berechtigt, jedes beliebige Inertialsystem mit gleichem Recht als ruhend zu betrachten, ohne damit die physikalischen Gesetze zu fälschen. Bewegt sich ein Koordinatensystem  $S'$  mit der Geschwindigkeit  $+v$  gegenüber einem andern System  $S$ , so können wir

letzteres als ruhend, ersteres als bewegt ansehen. Umgekehrt aber dürfen wir mit gleichem Recht  $S'$  als ruhend ansehen und sagen,  $S$  habe relativ zu ihm eine Geschwindigkeit  $-v$ .

**588. GALILEI-Transformation.** Wir bezeichnen künftig die Koordinaten eines Punktes in zwei mit der Geschwindigkeit  $v$  relativ zueinander bewegten Bezugssystemen  $S$  und  $S'$  mit  $x, y, z$  bzw.  $x', y', z'$ . Die beiden Koordinatensysteme wollen wir uns stets so gelegt denken, daß die  $x$ -Achse und die  $x'$ -Achse gleichgerichtet sind und in die gleiche Gerade und in die Richtung der Geschwindigkeit  $v$  von  $S'$  relativ zu  $S$  fallen, und daß die  $y$ - und die  $y'$ -Achse sowie die  $z$ - und die  $z'$ -Achse einander parallel sind. Den Anfangspunkt der Zeit wählen wir so, daß zur Zeit  $t = 0$  die beiden Koordinatensysteme genau zusammenfallen, also  $x' = x$  ist.

Wir betrachten einen Punkt mit den Koordinaten  $x', y', z'$  im System  $S'$ , das sich als Ganzes gegenüber einem System  $S$  mit der Geschwindigkeit  $v$  in der Richtung der  $x$ -Achse bewege. Dann bewegt sich auch jeder solche Punkt in  $S'$  gegenüber  $S$  mit der gleichen Geschwindigkeit, und die Koordinaten des Punktes im System  $S$  sind unter Zugrundelegung der klassischen Mechanik

$$x = x' + vt, \quad y = y', \quad z = z'. \quad (1a)$$

Nehmen wir noch an, daß den Zeitmessungen in beiden Systemen die gleiche Zeiteinheit und der gleiche Anfangspunkt zugrunde gelegt wird, so ist, wenn wir die Zeitangaben in  $S$  und  $S'$  mit  $t$  und  $t'$  bezeichnen,

$$t = t'. \quad (1b)$$

Statt Gl. 1a und b können wir umgekehrt auch schreiben

$$x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t. \quad (2)$$

Gl. 1a, 1b und 2 sind die sog. GALILEI-Transformationen. Gl. 2 geht aus Gl. 1 hervor, indem man die Koordinaten der beiden Systeme vertauscht und  $+v$  durch  $-v$  ersetzt. Wir können sagen, daß in Gl. 1 das System  $S$  als ruhend, das System  $S'$  als ihm gegenüber mit der Geschwindigkeit  $+v$  bewegt angesehen wird, in Gl. 2 aber umgekehrt  $S$  als gegenüber dem ruhenden System  $S'$  mit der Geschwindigkeit  $-v$  bewegt.

Welches der beiden Bezugssysteme wir verwenden wollen, ist für die Ermittlung mechanischer Gesetze gleichgültig. Die Gesetze der Mechanik sind gegenüber einer GALILEI-Transformation, wie man sagt, invariant.

**589. Der MICHELSON-Versuch.** Die sog. klassische Physik stand, wie in § 480 ausgeführt, auf dem Standpunkt, daß letzten Endes alle physikalischen Erscheinungen in irgendeiner Weise mechanischer Natur sein müßten. Zur Durchführung dieses Grundsatzes ersann man als materiellen Träger der elektrischen und magnetischen Felder, also zur mechanischen Erklärung der elektrischen, magnetischen und optischen Erscheinungen, den Äther, eine unwägbare Substanz, die den ganzen Raum und alle Körper durchdringe und erfülle. Wegen dieser universellen Verbreitung des hypothetischen Äthers im ganzen Kosmos lag es nahe, ihn als den eigentlichen Repräsentanten des absoluten Raumes anzusehen bzw. als das Etwas, an das man ein bevorzugtes Koordinatensystem sozusagen befestigen könne, das man als absolut ruhend anzusehen berechtigt sei.

Es erhob sich daher die Frage, ob eine Bewegung im Äther etwa durch einen elektrischen oder optischen Versuch nachgewiesen werden könne. Legen wir die GALILEI-Transformation zugrunde, so scheint es in der Tat, als müsse das möglich sein. Wir nehmen an, ein System  $S$  sei ein im Äther absolut ruhendes Koordinatensystem. In einem solchen muß sich das Licht im Vakuum nach allen Richtungen mit der Geschwindigkeit  $c$  gleich schnell fortpflanzen. Das System

$S'$ , etwa die Erde, bewege sich wieder mit der Geschwindigkeit  $v$  in Richtung der  $x$ -Achse. Wir betrachten jetzt zwei gleichzeitig vom Nullpunkt ( $x = y = z = 0$ ) des ruhenden Systems ausgesandte Lichtstrahlen, deren einer in Richtung der positiven ( $+c$ ) und deren anderer in Richtung der negativen  $x$ -Achse ( $-c$ ) verläuft. Ihre Geschwindigkeit ist also in  $S$  gleich  $dx/dt = +c$  bzw.  $dx/dt = -c$ . Bilden wir jetzt die entsprechenden Größen in  $S'$ , so erhalten wir nach Gl. 2

$$c' = \frac{dx'}{dt} = \frac{dx}{dt} - v = (c - v), \quad \text{bzw.} \quad c' = -c - v = -(c + v).$$

Von  $S'$  aus beurteilt, muß also die Lichtgeschwindigkeit in den beiden Richtungen eine verschiedene sein. Für Strahlen, die irgendwelche andere Winkel gegen die  $x$ -Achse bilden, ergeben sich leicht berechenbare Werte, die zwischen den obigen Grenzen liegen. D. h. vom System  $S'$  aus beurteilt, muß die Lichtgeschwindigkeit in den verschiedenen räumlichen Richtungen eine verschiedene sein. Gelingt es, die Geschwindigkeiten in verschiedenen Richtungen zu vergleichen, so könnte man daraus die Größe der „absoluten Geschwindigkeit“  $v$  im Äther berechnen.

Auf diesen Gedanken baut sich der Versuch von MICHELSON (1881) auf. Voraussetzung ist bei ihm, daß nicht etwa die Erde (auch bezüglich ihrer Rotation) zufällig im Äther ruhe, eine Annahme, die sich schon wegen der Kompliziertheit der Bewegung der einzelnen Punkte der Erdoberfläche durchaus verbietet. (Der Gedanke, daß die bewegte Erde den Äther an ihrer Oberfläche mit sich führe,

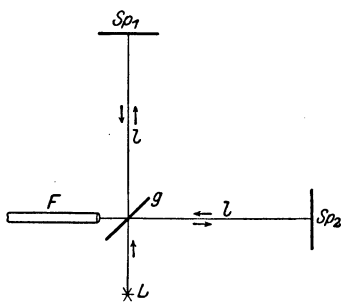


Abb. 489.  
Schema des Versuchs von MICHELSON.

ist durch besondere Versuche in größeren Höhen widerlegt worden.) MICHELSONS Apparat, dessen Prinzip Abb. 489 ganz schematisch darstellt, ist ein Interferometer etwas anderer Konstruktion, als wir es im § 480 besprochen haben. Von der Lichtquelle  $L$  geht monochromatisches Licht aus, das an einer halbdurchlässigen (schwachversilberten Glasplatte  $G$  in zwei gleich starke, kohärente Lichtstrahlen zerlegt wird, die senkrecht zueinander auf die beiden in gleicher Entfernung  $l$  (einige Meter) stehenden Spiegel  $Sp_1$  und  $Sp_2$  verlaufen. An diesen werden sie wieder nach  $G$  reflektiert, dort zum Teil durchgelassen bzw. rechtwinklig reflektiert und gelangen zusammen in ein Fernrohr  $F$ . (Alle Vorrichtungen, die z. B. zum Parallelmachen des von  $L$  ausgehenden Lichtkegels usw. dienen, sind in Abb. 489 fortgelassen.) Da die beiden in das Fernrohr fallenden Strahlen kohärent sind (§ 483), so entsteht in der Brennebene des Fernrohrokulars ein System von Interferenzstreifen, d. h. hellen und dunklen Linien. Denn sie haben, auch bei gleicher Länge der beiden Arme der Apparatur, abgesehen von der Mitte des Gesichtsfeldes etwas verschiedene Wege bis zu den einzelnen Punkten dieser Ebene zurückzulegen, haben also einen vom Abstände von der Mitte abhängigen Gangunterschied (vgl. den FRESNELSchen Spiegelversuch, § 484). Würden wir jetzt z. B. den Spiegel  $Sp_2$  ein wenig parallel zu sich selbst verschieben, also etwa den einen Arm verkürzen, so würden sich diese Gangunterschiede ändern, die Interferenzstreifen würden sich ein wenig verschieben. Das gleiche wäre der Fall, wenn wir an Stelle der im Strahlengange befindlichen Luft in den Weg des einen der beiden Teilstrahlen eine brechende Substanz brächten, da dadurch die Geschwindigkeit und damit die optische Weglänge (§ 483) dieses Strahls geändert würde. Das gleiche aber müßte auch geschehen, wenn auf irgendeine andere Weise das Verhältnis der Lichtgeschwindig-



keiten längs der beiden Lichtwege sich ändert. Denn Änderung der Lichtgeschwindigkeit, ganz gleich welches ihre Ursache ist, bewirkt Änderung der optischen Weglänge.

Ist die GALILEI-Transformation auf diesen Versuch anwendbar, so müßte er das erwartete Ergebnis haben. Angenommen der Apparat stehe so, daß der nach  $Sp_2$  verlaufende Strahl in Richtung der absoluten Bewegung des Apparats (der Erde) stehe, dann wäre die Lichtgeschwindigkeit für einen mit dem Apparat bewegten Beobachter in dieser Richtung kleiner als in jeder andern, also auch in der dazu senkrechten Richtung. Dreht man jetzt den Apparat nebst dem Fernrohr um  $90^\circ$ , so daß der andere Strahl in die Richtung der Erdbewegung fällt, so kehren sich die Verhältnisse um. Die optische Weglänge ist jeweils für den in Richtung der Bewegung verlaufenden Strahl größer. Stehen die beiden Arme unter  $45^\circ$  gegen die Bewegung, so sind die Lichtwege gleich. Bei einer Drehung des Apparats müßte sich daher eine periodische Verschiebung der Interferenzstreifen, entsprechend der periodischen Änderung der Lichtgeschwindigkeit längs der beiden Lichtwege, zeigen. Eine Berechnung zeigt, daß der Effekt vollkommen deutlich und meßbar sein müßte.

Wir betrachten den Fall, daß der auf  $Sp_2$  verlaufende Strahl in Richtung der Erdbewegung liege. Die Lichtgeschwindigkeit im ruhenden System (Äther) ist in allen Richtungen gleich  $c$ . Zum Durchlaufen des Weges  $G - Sp_1 = a$  (Abb. 490 a) und zurück braucht der Strahl nicht etwa die Zeit  $2l/c$ . Da sich  $G$  währenddessen ein wenig (um die Strecke  $2b$ ) verschiebt, muß der Strahl ein wenig gegen den Spiegel  $Sp_1$  geneigt sein, wenn er wieder auf die gleiche Stelle von  $G$  treffen soll ( $G$  bzw.  $G'$  bezeichnet hier und im folgenden die Stellung der Glasplatte im Augenblick des Abgangs und der Wiederkehr des Strahls). Es sei  $t_1$  die Zeit, die der Strahl für seinen Hin- und Rückweg bzw. der Spiegel  $G$  zu seiner Verschiebung von  $G$  bis  $G'$  benötigt. Dann ist  $t_1 = 2a/c = 2b/v$ , also

$$b = a \frac{v}{c} \text{ oder da } a^2 = l^2 + b^2$$

$$s_1 = 2a = \frac{2l}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

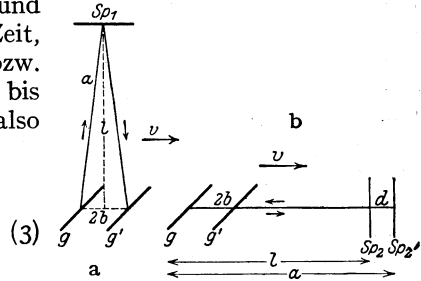


Abb. 490. Zur Erklärung des MICHELSON-Versuchs.

Wir gehen jetzt zum zweiten Strahl über. Es bedeute  $Sp_2$  (Abb. 490 b) die Stellung des Spiegels beim Abgang des Strahls von  $G$ ,  $Sp_2'$  diejenige im Augenblick der Reflexion. Der Weg von  $G$  bis  $Sp_2'$  sei gleich  $a$ , die Verschiebung von  $G$  gleich  $2b$ , also der Weg des Lichtstrahls gleich  $2a - 2b$ , die Verschiebung des Spiegels von  $Sp_2$  bis  $Sp_2'$  gleich  $d$ . Betrachten wir nur den Hinweg des Strahls, so ist die dazu nötige Zeit  $t_2' = a/c = d/v$ , so daß  $d = a \cdot v/c$ . Andererseits ist  $a = l + d$ , so daß folgt  $a = l/(1 - v/c)$ . Für den ganzen Hin- und Rückweg braucht der

Strahl die Zeit  $t_2 = 2(a - b)/c = 2b/v$ , woraus folgt  $b = \frac{a \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}$ . Daraus ergibt sich als Weg des Strahls

$$s_2 = 2(a - b) = \frac{2l}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \tag{4}$$

Aus Gl. 3 und 4 folgt schließlich

$$s_2 : s_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \text{ bzw. } s_2 = s_1 \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \tag{5}$$

Drehen wir jetzt den Apparat um  $90^0$ , so müßte sich, immer die Richtigkeit unserer Grundlagen vorausgesetzt, das Verhältnis der beiden Lichtwege umkehren, wie wir es oben vorausgesagt haben. Die zu erwartende Wirkung ist also die gleiche, die wir erhalten würden, wenn wir den in der Geschwindigkeitsrichtung liegenden Arm bei ruhendem Apparat im Verhältnis  $1:\sqrt{1-v^2/c^2}$  gegenüber dem andern verlängert hätten.

Das überraschende Ergebnis des seitdem noch mehrfach wiederholten MICHELSON-Versuchs ist gewesen, daß von einem derartigen Einfluß der Erdbewegung nicht das mindeste zu bemerken ist. Der Versuch verläuft genau so, wie man es erwarten müßte, wenn die Erde im Äther ruhte, also  $v = 0$  wäre. Da an dem Ergebnis der Messungen nicht zu rütteln ist, diese aber andererseits den bisherigen Grundvorstellungen widersprechen, so muß also an den letzteren irgend etwas der Wirklichkeit nicht Entsprechendes sein.

**590. Die Grundlagen der speziellen Relativitätstheorie.** Man kann das Ergebnis des MICHELSON-Versuchs dahin aussprechen, daß sich das Licht relativ zur bewegten Erde, also jedenfalls auch zu jedem andern bewegten Bezugssystem wider alles Erwarten in allen Richtungen gleich schnell fortpflanzt. Es ist die Vermutung aufgetaucht, daß dies seinen Grund darin habe, daß sich die Geschwindigkeit der Lichtquelle, die ja beim MICHELSON-Versuch mitbewegt wird, zu der Lichtgeschwindigkeit addiere. Dem widersprechen gewisse astrophysikalische Beobachtungen entscheidend. Demnach kann jeder einer Anzahl von relativ zueinander gleichförmig und geradlinig bewegten Beobachtern mit dem gleichen Recht behaupten, in seinem Bezugssystem breite sich ein Lichtblitz — und zwar für alle Beobachter ein und derselbe — in Gestalt einer Kugelwelle um seinen Ursprung aus. Nach unsern gewöhnlichen Anschauungen von Raum und Zeit, wie sie den beim MICHELSON-Versuch angestellten Überlegungen zugrunde liegen, ist das vollkommen unmöglich. Es besteht hier ein Widerspruch der experimentellen Erfahrung mit den alten Raum- und Zeitbegriffen, der längere Zeit unlösbar schien.

An diese scheinbar absolut feststehenden Begriffe legte EINSTEIN (1904) die Sonde der Kritik, indem er das durch ein einwandfreies Experiment als Tatsache Bewiesene höher stellte als scheinbar noch so feststehende überkommene Begriffe. Er stellte sich daher auf den Standpunkt, daß der Widerspruch in der auf den alten Begriffen beruhenden GALILEI-Transformation liegen müsse und daß diese durch eine andere zu ersetzen sei. Diese neue Transformation fand er, indem er, in vollkommen strenger Konsequenz, auf Grund des MICHELSON-Versuchs das Prinzip von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit aufstellte, welches besagt: Die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum, bezogen auf irgendein Inertialsystem, ist unabhängig von der Bewegung dieses Systems. Man kann dieses Prinzip auch so ausdrücken: Es gibt grundsätzlich überhaupt keinen physikalischen Vorgang, dessen Ablauf irgend etwas über eine geradlinige und gleichförmige Bewegung des Bezugssystems aussage. Eine absolute Bewegung ist physikalisch grundsätzlich unbeobachtbar und gehört daher nicht in den Bereich der physikalisch wirklichen Dinge. Beobachtbar sind nur relative Bewegungen von Inertialsystemen. Diese Aussagen bilden das EINSTEINSche Relativitätsprinzip. Die Vorstellung von der Existenz des Lichtäthers (§ 265 und 480) kann natürlich nicht mehr aufrechterhalten werden.

**591. Die LORENTZ-Transformation.** Die Ableitung der Transformation, die hiernach an die Stelle der GALILEI-Transformation zu setzen ist, geben wir in der folgenden, von BORN stammenden einfachen Form. Wir betrachten wieder zwei mit der Geschwindigkeit  $v$  relativ zueinander bewegte Systeme  $S$  und  $S'$  mit

der in § 588 festgelegten Richtung der Achsen und der relativen Geschwindigkeit. Die senkrecht zur Bewegungsrichtung liegenden Koordinaten eines Punktes müssen in beiden Systemen einander gleich sein, nicht aber  $x$  und  $x'$ . Ebenso wenig darf man voraussetzen, daß der Zeitablauf in den beiden Systemen der gleiche und vom Ort unabhängig ist.  $x'$  und  $t'$  sind als Funktionen von  $x$  und  $t$  anzusetzen, und umgekehrt  $x$  und  $t$  als Funktionen von  $x'$  und  $t'$ . Die neue Transformation muß also die allgemeine Gestalt haben

$$x' = x'(x, t), \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t'(x, t), \quad (6a)$$

bzw.

$$x = x(x', t'), \quad y = y', \quad z = z', \quad t = t(x', t'). \quad (6b)$$

Wir betrachten jetzt die beiden Koordinatenursprünge in den Systemen  $S$  und  $S'$  ( $x = 0$  bzw.  $x' = 0$ ). Bewegt sich  $S'$  gegenüber  $S$  mit der Geschwindigkeit  $v$  in der  $x$ -Richtung, so tut das auch der Punkt  $x' = 0$  gegenüber dem Punkt  $x = 0$ . Es ist also die Aussage  $x' = 0$  gleichbedeutend mit der Aussage  $x - vt = 0$ . Betrachtet man aber umgekehrt  $S'$  als ruhend, was wir ja dürfen, so bewegt sich jetzt  $S$  gegenüber  $S'$  mit der Geschwindigkeit  $-v$ . Demnach ist jetzt die Aussage  $x = 0$  gleichbedeutend mit der Aussage  $x' + vt' = 0$ . Daher muß, wegen der gleichzeitigen Gültigkeit der jeweils nebeneinander gestellten Aussagen, allgemein sein

$$a x' = x - vt, \quad (7a)$$

$$a x = x' + vt'. \quad (7b)$$

$a$  ist ein zunächst unbekannter konstanter Faktor, der in beiden Gleichungen derselbe sein muß, weil sich die beiden Ausdrücke wegen des Relativitätsprinzips durch nichts anderes unterscheiden dürfen, als durch die Vertauschung der Koordinaten und des Vorzeichens von  $v$ . Um den Faktor  $a$  zu bestimmen, eliminieren wir  $x'$  aus den Gl. 7a und 7b und erhalten

$$a t' = \frac{a^2 - 1}{v} x + t. \quad (8)$$

Eine gleichförmige, geradlinige Bewegung in der  $x$ -Richtung ist im System  $S$  durch  $u = x/t$ , im System  $S'$  durch  $u' = x'/t'$  gegeben. Und zwar soll es sich um die gleiche Bewegung, von den beiden Systemen aus beurteilt, handeln. Diodieren wir Gl. 7a durch Gl. 8, so folgt:

$$u' = \frac{x'}{t'} = \frac{x - vt}{(a^2 - 1) \frac{x}{v} + t} = \frac{u - v}{(a^2 - 1) \frac{u}{v} + 1}. \quad (9)$$

Nun sei die Bewegung, die wir betrachten, die eines Lichtstrahls. Nach dem Prinzip von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit muß diese in beiden Systemen die gleiche, also für diesen Fall  $u' = u = c$  sein. Man erhält dann aus Gl. 9 leicht

$$a = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (10)$$

Führen wir dies jetzt in die Gl. 7a und 7b ein, so erhalten wir folgende neue Transformationen

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (IIa)$$

bzw.

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad y = y', \quad z = z', \quad t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (IIb)$$

Diese Transformation, eine absolut strenge Folge aus dem MICHELSON-Versuch, ist bereits von H. A. LORENTZ (1891) zur formalen Deutung dieses Versuches aufgestellt worden. Sie heißt daher die LORENTZ-Transformation. Eine theoretische Begründung aber vermochte erst EINSTEIN ihr zu geben.

So überraschend auch diese Transformation ist, so wirkt doch sofort die Tatsache beruhigend, daß sie bei kleiner Geschwindigkeit  $v$ , d. h. wenn  $v/c \ll 1$ , wie man leicht sehen kann, in die GALILEI-Transformation, Gl. 1 und 2, übergeht, diese also, als Grenzfall für kleine Relativgeschwindigkeiten, mit enthält (vgl. § 5). Die Bedingung  $v/c \ll 1$  trifft aber für materielle Körper im Bereiche der täglichen Erfahrung stets zu.

**592. Relativität der Zeit.** Aus der LORENTZ-Transformation ergeben sich nun sehr wichtige Folgen für die Größe von Längen und Zeiten in bewegten Systemen. Wir betrachten zwei Ereignisse, die sich im System  $S$  an zwei Punkten  $x_1$  und  $x_2$  der  $x$ -Achse gleichzeitig, d. h. im System  $S$  zur gleichen Zeit  $t_1 = t_2 = t$  abspielen. Nun ist nach Gl. 11a im System  $S'$

$$t'_1 = \frac{t - \frac{v x_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad t'_2 = \frac{t - \frac{v x_2}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \text{also} \quad t'_1 - t'_2 = \frac{\frac{v}{c^2} (x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Die Zeitdifferenz zwischen den beiden Ereignissen ist also im System  $S'$  nicht wie im System  $S$  gleich 0, sondern hängt vom Abstände  $x_2 - x_1$  ihrer Orte ab. Zwei Ereignisse, die in  $S$  an verschiedenen Orten gleichzeitig eintreten, sind in  $S'$  nicht gleichzeitig, und ebenso kann man nachweisen, daß zwei in  $S'$  gleichzeitige Ereignisse in  $S$  nicht gleichzeitig sind.

Nehmen wir weiter zwei Ereignisse, die in  $S$  in einem Zeitabstande  $t_2 - t_1$  am gleichen Orte ( $x_1 = x_2$ ) aufeinanderfolgen, etwa zwei aufeinanderfolgende Durchgänge eines Pendels durch seine Ruhelage. Es ergibt sich dann nach Gl. 11a für den Zeitabstand der beiden gleichen Ereignisse im System  $S'$

$$t'_2 - t'_1 = \frac{t_2 - t_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (12a)$$

Der Zeitabstand der beiden Ereignisse ist in  $S'$  größer als in  $S$ . Führt man aber die gleiche Rechnung für ein Ereignis durch, das in  $S'$  im Zeitabstande  $t'_2 - t'_1$  am gleichen Orte ( $x'_1 = x'_2$ ) stattfindet, so ergibt sich aus Gl. 11b jetzt als Zeitabstand

$$t_2 - t_1 = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (12b)$$

Also auch jetzt ist die Zeitdauer vom mitbewegten System aus beurteilt kürzer als von irgendeinem andern System aus beurteilt. Das gilt z. B. für die Schwingung eines Pendels oder den Gang einer Uhr. Befinden sich zwei vollkommen gleich beschaffene Uhren in zwei relativ zueinander bewegten Systemen, so geht für jeden Beobachter die jeweils in seiner Hand befindliche, relativ zu ihm ruhende Uhr schneller als die relativ zu ihm bewegte Uhr. Ganz allgemein muß dies für den Ablauf jedes physikalischen Vorgangs gelten. Die Zeit ist also ein relativer Begriff, nichts Absolutes. Der zeitliche Ablauf eines physikalischen Vorganges hängt vom Bewegungszustand des Beobachters ab.

**593. Der optische Doppeleffekt.** Betrachtet man die in § 147 für den Doppeleffekt abgeleiteten Gleichungen, so könnte es scheinen, als ob man auf Grund

dieses Effektes doch prinzipiell unterscheiden könnte, ob der Beobachter ruht und eine Lichtquelle sich ihm gegenüber bewegt oder umgekehrt. Denn es haben sich in diesen beiden Fällen verschiedene Ausdrücke ergeben. Das liegt aber nur daran, daß bei der Rechnung die Relativität der Zeit vernachlässigt wurde. Führt man die Rechnung auf Grund der LORENTZ-Transformation durch, so ergeben sich für den Fall, daß es sich um Licht handelt, aber nur in diesem Falle, identische Formeln, ganz gleich, ob man sich den Beobachter ruhend und die Lichtquelle bewegt denkt oder umgekehrt. Es ergibt sich immer

$$v' = v \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{c}}{1 + \frac{v}{c}}}$$

Ist  $v/c \ll 1$ , so kann man statt dessen wie in § 147 schreiben  $v' = v(1 - v/c)$ .

Selbstverständlich gilt die obige Gleichung nur für Licht. Bei jeder anderen Wellenbewegung, die ja stets einen materiellen Träger voraussetzt, bleiben die Gleichungen des § 147 (unter Vernachlässigung einer sehr kleinen relativistischen Korrektur) bestehen. Und es widerspricht natürlich dem Relativitätsprinzip in keiner Weise, daß man feststellen kann, welches der relative Bewegungszustand von Beobachter und Quelle der Wellen gegenüber dem materiellen Medium ist, durch das die Wellen sich zum Beobachter hin fortpflanzen.

**594. Relativität von Längen.** Nunmehr betrachten wir zwei Punkte  $x'_1$  und  $x'_2$  auf der  $x'$ -Achse von  $S'$ , etwa die Enden eines in  $S'$  ruhenden Maßstabes. Die Länge des Maßstabes ist also in  $S'$  gleich  $x'_2 - x'_1$ . Wir wollen die Länge des Maßstabes von  $S$  aus messen. Wir können uns das durch folgendes Gedankenexperiment ausgeführt denken. Wir legen längs der  $x$ -Achse einen in  $S$  ruhenden geteilten Maßstab von ausreichender Länge und stellen längs desselben eine große Zahl von Beobachtern auf, welche mit vollkommen genau (im System  $S$ ) gleichgehenden Uhren versehen sind. Diejenigen beiden Beobachter, bei denen die beiden Enden des zu messenden bewegten Maßstabes sich gerade zu einer vorher vereinbarten Zeit, also etwa zur Zeit  $t = 0$ , befinden, sollen die Orte der beiden Stabenden auf dem ruhenden Maßstab markieren. Denn damit die Messung in  $S$  einen Sinn hat, muß sie offenbar für beide Enden (in  $S$ ) gleichzeitig erfolgen. Das Ergebnis der Messung können wir sofort aus der LORENTZ-Transformation, Gl. 11a, ableiten. Es wird

$$x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad \text{oder} \quad x_2 - x_1 = (x'_2 - x'_1) \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (13)$$

D. h., der Stab ergibt sich bei der Messung in  $S$  im Verhältnis  $\sqrt{1 - v^2/c^2} : 1$  kürzer als im mitbewegten System  $S'$ . Ja, man muß sagen, er ist im System  $S$  kürzer als in  $S'$ . Denn anders, als wir es vorausgesetzt haben, kann man seine Länge in  $S$  überhaupt nicht sinnvoll definieren und messen.

Durch Umkehrung des Verfahrens kann man sofort zeigen, daß das gleiche bezüglich eines in  $S$  ruhenden Stabes eintritt, wenn seine Länge in  $S'$  gemessen wird. Er erscheint von  $S'$  aus beurteilt im Verhältnis  $\sqrt{1 - v^2/c^2} : 1$  verkürzt. Eine Strecke ist immer am längsten im mitbewegten System. Dimensionen in der zur Bewegung senkrechten Richtung bleiben, wie man aus den LORENTZ-Transformationen abliest, unverändert. Ein Körper wird also in Richtung seiner Bewegung zusammengedrückt, abgeplattet.

Diese Relativität von Längen hat ihren Grund in der verschiedenen Beurteilung der Gleichzeitigkeit in den Systemen  $S$  und  $S'$ . Da oben ausdrück-

lich bestimmt war, daß die Messungen in  $S$  gleichzeitig erfolgen sollten, so erfolgten sie, von  $S'$  aus beurteilt, nicht gleichzeitig, sondern ein wenig nacheinander, und zwar die des voraneilenden Endes etwas früher als die des hinteren Endes, was eine Verkürzung zur Folge hat.

LORENTZ kam zur Aufstellung der nach ihm benannten Transformationen, weil er erkannte, daß diese tatsächlich zu einer Erklärung des MICHELSON-Versuchs führen. Wir können das jetzt leicht verstehen. In der auf Grund der alten Vorstellung gemachten Überlegung (§ 589) hatten wir festgestellt, daß die Wirkung der Bewegung sich genau so äußern müsse, als ob der in der Bewegungsrichtung liegende Arm des ruhend gedachten Apparats im Verhältnis  $1 : \sqrt{1 - v^2/c^2}$  verlängert sei, wobei wir voraussetzten, daß er tatsächlich seine Länge  $l$  beibehalte. Die erwartete Wirkung tritt aber nicht ein. Das erklärt sich ohne weiteres aus der oben abgeleiteten Tatsache, daß die erwartete Wirkung der Bewegung durch einen gerade entgegengesetzt wirkenden Effekt, nämlich durch eine Verkürzung des Armes im Verhältnis  $\sqrt{1 - v^2/c^2} : 1$ , genau aufgehoben wird. Die Verkürzung von Längen in bewegten Systemen bezeichnet man als LORENTZ-Kontraktion.

**595. Das Additionstheorem der Geschwindigkeiten.** Ein Körper bewege sich in der  $x'$ -Richtung von  $S'$  mit der Geschwindigkeit  $x'/t' = u'$ . Wie groß ist seine Geschwindigkeit  $x/t = u$ , von  $S$  aus beurteilt? Wir bilden nach Gl. 11b den Ausdruck:

$$u = \frac{x}{t} = \frac{x' + vt'}{t' + \frac{vx'}{c^2}}$$

Nach Division von Zähler und Nenner der rechten Seite durch  $t'$  erhalten wir mit  $x'/t' = u'$

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}} \quad (14)$$

Nach der Relativitätstheorie gilt also nicht die einfache Addition gleichgerichteter Geschwindigkeiten,  $u = u' + v$ . Sie ist nur als Grenzfall für  $v/c \ll 1$  in der Gl. 14 enthalten. Solange  $u'$  und  $v$  beide kleiner als die Lichtgeschwindigkeit  $c$  sind, ist auch, wie man leicht zeigen kann,  $u$  kleiner als  $c$ . Wird aber  $u' = c$ , so wird auch  $u = (c + v)/(1 + v/c) = c$ . Die Lichtgeschwindigkeit ist also in beiden Systemen, entsprechend den Grundlagen der Theorie, die gleiche.

**596. Der FRESNELSche Mitführungskoeffizient.** Gl. 14 ist dank der außerordentlichen Empfindlichkeit optischer, insbesondere interferometrischer Methoden einer Prüfung an der Erfahrung zugänglich. Im § 489 haben wir bereits auf FRESNELS Messungen der Lichtgeschwindigkeit in strömenden Flüssigkeiten hingewiesen. Es sei jetzt  $c_0$  die Vakuumlichtgeschwindigkeit,  $c = c_0/n$  die Lichtgeschwindigkeit in der Flüssigkeit, wenn sie ruht, bzw. für einen mitbewegten Beobachter,  $n$  ihr Brechungsindex (§ 452),  $c'$  die Lichtgeschwindigkeit, wenn die Flüssigkeit mit der Geschwindigkeit  $v$  in Richtung oder gegen die Richtung der Lichtfortpflanzung strömt. FRESNEL fand rein experimentell

$$c' = c \pm v \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right) \quad (15)$$

(+ oder —, je nachdem, ob die Strömung in [der Richtung des Lichtes oder gegen dieses erfolgt).

Wollen wir Gl. 14 auf diesen Fall anwenden, so haben wir nur zu setzen  $u = c'$  (Lichtgeschwindigkeit in der strömenden Flüssigkeit, beurteilt von einem ruhenden Beobachter),  $u' = c$ , und wir erhalten

$$c' = \frac{c \pm v}{1 \pm \frac{cv}{c_0^2}}.$$

Entwickeln wir dies in eine Reihe und brechen mit dem zweiten Gliede ab, so folgt

$$c' = (c \pm v) \left( 1 \mp \frac{cv}{c_0^2} \right) = c \pm v \mp v \frac{c^2}{c_0^2} - \frac{cv^2}{c_0^2}.$$

Lassen wir das sehr kleine vierte Glied rechts fort und berücksichtigen  $c/c_0 = 1/n$ , (§ 452), so ist dies mit Gl. 15 vollkommen identisch. Von der Strömungsgeschwindigkeit  $v$  addiert sich also nur der Bruchteil  $v(1 - 1/n^2)$  zur Lichtgeschwindigkeit  $c$ . Die Größe  $(1 - 1/n^2)$  heißt der FRESNELSche Mitführungskoeffizient.

In neuerer Zeit sind weitere Versuche über die Lichtfortpflanzung in bewegten Medien ausgeführt worden, welche ebenfalls durchweg die Relativitätstheorie bestätigt haben.

**597. Masse und Geschwindigkeit.** Einige weitere sehr wichtige Folgerungen aus der Relativitätstheorie lassen sich nur auf dem Wege über die Elektrodynamik ziehen. Wir wollen von ihnen hier nur folgendes erwähnen.

Die Theorie führt zu dem Ergebnis, daß die träge Masse der Körper keine konstante Größe ist, sondern von der Geschwindigkeit abhängt. Sei  $m_0$  die sog. Ruhmasse, d. h. die Masse eines ruhenden Körpers, so ist die Masse  $m$  eines mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegten Körpers

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}. \quad (16)$$

Die Gültigkeit dieser Beziehung ist an schnell bewegten Elektronen nachgewiesen worden. Gl. 16 hat eine sehr bemerkenswerte Konsequenz. Für  $v = c$  wird  $m = \infty$ . D. h. die Trägheit eines Körpers, der Widerstand gegen Beschleunigungen, wird bei Erreichung der Lichtgeschwindigkeit unendlich groß. Nur ein unendlich großer Aufwand an Arbeit könnte einen materiellen Körper bis genau auf Lichtgeschwindigkeit oder gar darüber hinaus bringen. Daher ist die Vakuumlichtgeschwindigkeit der obere Grenzwert in der Natur überhaupt möglichen Geschwindigkeiten. Wir kennen auch tatsächlich keinen Fall, in dem sie überschritten würde, während andererseits bei den Strahlen der radioaktiven Substanzen Geschwindigkeiten vorkommen, die nur um Bruchteile von 1% kleiner sind als die Lichtgeschwindigkeit.

**598. Trägheit der Energie.** Es läßt sich auf Grund der MAXWELLSchen Gleichungen (§ 397) auf dem Boden der klassischen Physik nachweisen, daß eine in einen masselosen Hohlraum eingeschlossene elektromagnetische Strahlung, also reine Energiestrahlung, bei einer Beschleunigung des Hohlraums genau die gleichen Trägheitseigenschaften hat wie ein materieller Körper. Ist der Betrag der eingeschlossenen Energie gleich  $E$ , so ist sie einer trägen Masse

$$m = \frac{E}{c^2} \quad (17)$$

bezüglich ihrer Trägheit vollkommen gleichwertig. Bewegte Strahlungsenergie besitzt daher auch Bewegungsgröße, eine Tatsache, die sich z. B. beim Strahlungsdruck (§ 514) äußert, bei dem ein Lichtstrahl auf eine Fläche ebenso eine

Kraft ausübt, wie es ein Strahl kleiner materieller Körper tun würde. Die Richtungsänderung eines Lichtstrahls bei der Reflexion ist mit einer Änderung seiner Bewegungsgröße und daher ebenso mit einem Druck auf die reflektierende Fläche verbunden, wie wir das bei der Ableitung der Druckgleichung (§ 113) bezüglich der auf eine Wand fallenden und reflektierten Gasmoleküle gesehen haben.

Setzen wir die Bewegungsgröße (§ 29) gleich dem Produkt aus Masse und Geschwindigkeit, so folgt für Lichtenergie  $E$  die Bewegungsgröße

$$mc = \frac{E}{c}.$$

Ein Lichtquant von der Energie  $h\nu$  ist also Träger einer Bewegungsgröße  $h\nu/c$ .

Aus der Relativitätstheorie folgt nun, daß das vorstehend Gesagte nicht nur für elektromagnetische Energie, sondern für jede beliebige Art von Energie gelten muß. Jede Energie  $E$  besitzt eine Masse  $m = E/c^2$ . So hat z. B. ein Körper von hoher Temperatur eine größere Masse als ein sonst ganz gleich beschaffener Körper von tieferer Temperatur. Man muß daher annehmen, daß die Fixsterne bei ihrer allmählichen Abkühlung durch Ausstrahlung an Masse abnehmen, — was nicht mit einem Verlust an Materie zu verwechseln ist, sondern zunächst nur eine Abnahme ihrer Trägheit bedeutet. Diese Massenabnahme der Fixsterne durch Ausstrahlung ist zwar, mit irdischen Maßen gemessen, ungeheuer groß, aber innerhalb der uns zugänglichen Beobachtungszeiten gegenüber den Fixsternmassen selbst unmeßbar klein. Immerhin dürfte sie im Ablauf des kosmischen Geschehens eine Rolle spielen.

Hingegen scheint die Abhängigkeit der Masse von ihrem Energiegehalt im Bereich der Atome unserer Beobachtung zugänglich zu sein. Es ist im § 568 darauf hingewiesen worden, daß die wahren Atomgewichte — bezogen auf Sauerstoff = 16 oder Helium = 4 — fast ausnahmslos sehr nahezu ganzzahlig sind. Die wichtigste und zahlenmäßig größte Ausnahme bildet der Wasserstoff, dessen Atomgewicht 1,0078 beträgt. Halten wir an der PROUTSchen Hypothese (§ 569) fest, daß alle Atome aus Wasserstoff und Elektronen aufgebaut sind — welche letztere wegen ihrer kleinen Masse zur Atommasse nur äußerst wenig beitragen —, so müssen wir den Schluß ziehen, daß die Wasserstoffkerne (Protonen) im freien Zustande eine etwas größere Masse haben, als wenn sie in den Verband eines Atomkerns getreten sind. Den Ausweg zeigt uns die Abhängigkeit der Masse von der Energie. Betrachten wir einen Helium-Atomkern (Atomgewicht 4, Ordnungszahl 2), der aus vier Protonen und zwei Elektronen bestehen muß (§ 569). Es besteht Grund zu der Annahme, daß die Bildung eines Heliumkerns ein sehr stark exothermer Prozeß (§ 245) ist, d. h. ein solcher bei dem sehr viel Energie frei wird, die hauptsächlich auf Kosten der vier Wasserstoffkerne gehen muß, die bei diesem Prozeß potentielle Energie verlieren. In diesem Verlust an potentieller Energie haben wir vermutlich den Grund für die Massenabnahme des Wasserstoffs beim Einbau in einen Atomkern zu suchen. Man kann leicht berechnen, daß bei der Bildung der einem Grammatom (§ 112) entsprechenden Menge von Heliumkernen aus einzelnen Protonen die ungeheure Wärmemenge von  $6,4 \cdot 10^{11}$  cal frei werden muß. Es ist dies eine „Wärmetönung“ (§ 245), die diejenige gewöhnlicher chemischer Prozesse um viele Größenordnungen überragt.

Systeme von Körpern, bei deren Bildung die potentielle Energie der beteiligten Körper sehr stark abnimmt, stellen sehr stabile Gleichgewichtszustände dar (§ 71). Solchen strebt jeder andere Zustand in der Natur zu. Es ist daher anzunehmen, daß sich die Protonen in den Atomkernen, soweit möglich, mit Elektronen zu Heliumkernen vereinigen werden. Darin dürfte der Grund dafür zu suchen sein, daß beim radioaktiven Zerfall  $\alpha$ -Strahlen, also He-Kerne, aber keine Wasserstoffkerne, ausgeschleudert werden.



**599. Verwandlung von Materie in Strahlung.** Aus der Relativitätstheorie folgt, daß, wie jede Energie  $E$  eine Masse  $m = E/c^2$  besitzt, jeder materiellen Masse  $m$  ein Energieinhalt

$$E = mc^2$$

zukommt. Es ist nun die Vermutung ausgesprochen worden, daß es vorkommen könne, daß die in der Masse  $m$  eines Elektrons oder Protons enthaltene Energie sich unter geeigneten Umständen, wie jede andere Energie, in eine andere Form verwandeln könne, nämlich in Strahlung. Ein Anstoß zu dieser Vermutung liegt darin, daß sie einen Ausweg aus einer schweren astrophysikalischen Verlegenheit zeigen würde. Man kann nämlich leicht nachweisen, daß die Sonne und die Fixsterne sich sehr viel schneller durch Ausstrahlung abkühlen müßten, wenn diese Strahlung ihren Energiebedarf allein aus den sonst bekannten Energiequellen dieser Himmelskörper beziehen würde. Es müssen unbedingt in der Sonne und den Fixsternen noch weitere, sehr erhebliche Energiequellen vorhanden sein. Die Annahme radioaktiver Prozesse als Energiequellen genügt nicht. Aber eine Lösung wäre gefunden, wenn die Erzeugung von Strahlungsenergie aus den Massen von Protonen und Elektronen herangezogen werden könnte. Hierin würde eine vollkommen ausreichende Energiequelle liegen. Derartige Prozesse sind zwar im Laboratorium nie beobachtet worden, aber es ist immerhin denkbar, daß sie im Innern von Fixsternen eintreten könnten. Sie würden also darin bestehen, daß sich die Masse der Fixsterne durch spontane Umwandlungsprozesse von Elektronen und Protonen allmählich in Strahlung auflösen würde. Der größte Teil dieser Strahlung würde im Innern der Sterne absorbiert und in Wärme verwandelt werden, ein geringer Teil müßte wohl aus der Sternoberfläche austreten. Die Wellenlänge der Strahlung läßt sich leicht berechnen. Nach dem PLANCKSchen Gesetz (§ 546) muß  $E = mc^2 = h\nu$  sein, oder da  $\nu = c/\lambda$ ,  $\lambda = \frac{h}{mc}$ . Setzt man die Werte von  $h$  und  $c$  und für  $m$  die Masse des Elektrons bzw. des Protons ein, so erhält man eine Wellenlänge von  $\lambda = 2,44 \cdot 10^{-2}$  ÅE für das Elektron und von  $\lambda = 1,32 \cdot 10^{-5}$  ÅE für das Proton. Durch Vergleich mit § 527 sieht man, daß dies die Größenordnung des Wellenlängenbereichs ist, den man der Höhenstrahlung zuschreiben muß, falls sie eine Wellenstrahlung ist. Da dies aber zum mindesten sehr zweifelhaft geworden ist, so läßt sich zur Zeit aus der Existenz der Höhenstrahlung kein Beweis für die hypothetische Verwandlung von Materie in Strahlung herleiten.

**600. Relativitätstheorie und tägliche Erfahrung.** Es dürfte vielleicht nicht ganz überflüssig sein, hier noch einmal zusammenfassend zu betonen, daß ein Widerspruch der Relativitätstheorie und ihrer Konsequenzen gegenüber der täglichen Erfahrung nicht besteht. Wie man aus allen hier gebrachten Gleichungen sieht, sind die Abweichungen von der klassischen Physik bedingt durch das Auftreten der Größe  $v^2/c^2$ , nicht einmal der meist viel größeren Größe  $v/c$ . Es sind alles sog. Effekte zweiter Ordnung, und sie sind daher nur bei Geschwindigkeiten beobachtbar, welche der Lichtgeschwindigkeit einigermaßen nahekommen. Solche Geschwindigkeiten liegen aber vollkommen außerhalb des Bereichs der täglichen, ja selbst der astronomischen Erfahrung, wo nur Geschwindigkeiten bis zur Größenordnung 100 km/sec vorkommen. Selbst in diesem Falle ist aber  $v^2/c^2$  nur etwa gleich  $10^{-7}$ . Nur dem Physiker im Laboratorium sind Geschwindigkeiten ausreichender Größe in denjenigen von schnell bewegten Elektronen zugänglich.

Die Relativitätstheorie betrifft also einen Erkenntnisbereich, der über den der täglichen Erfahrung weit hinausgeht. Das einzige, was der „Mann auf der Straße“ verlangen kann, ist, daß sie, auf den Bereich der täglichen Erfahrung

angewandt, zu keinen Widersprüchen mit der Erfahrung führt. Und das tut sie nicht, denn sie enthält die gewohnten Aussagen der klassischen Physik, wie sie die GALILEI-Transformation darstellt, als Grenzfall für kleine Geschwindigkeiten.

## b) Die allgemeine Relativitätstheorie.

601. **Die Äquivalenzhypothese.** In der Beschränkung auf Inertialsysteme, d. h. auf geradlinig und gleichförmig bewegte Bezugssysteme, wie wir sie bisher behandelt haben, bezeichnet man die Theorie als die *spezielle Relativitätstheorie*. Durch einen neuen kühnen Gedanken hat EINSTEIN (1917) sie zur allgemeinen Relativitätstheorie erweitert und auf beschleunigte Systeme ausgedehnt.

Die Grundlage der allgemeinen Theorie bildet, wie bei der speziellen Theorie, die Erweiterung einer bis dahin nur für mechanische Vorgänge für gültig gehaltenen Behauptung auf das Gesamtgebiet aller physikalischen Erscheinungen. Es ist seit langem bekannt, daß es keinen mechanischen Vorgang gibt, der grundsätzlich zwischen Schwere- und Trägheitswirkungen zu unterscheiden gestattet. Das äußert sich u. a. darin, daß alle Körper gleich schnell fallen, d. h. daß träge und schwere Masse aller Körper einander gleich sind (§ 59). Wir geben folgendes einfache Beispiel für die Gleichheit von Schwere- und Trägheitswirkungen. In einem Aufzuge befinde sich eine Federwaage, wie sie zum Messen des Körpergewichts dient. Stellt man sich im ruhenden Aufzug auf die Platte der Waage, so zeigt diese das richtige Gewicht an. Ebenso aber auch, wenn der Aufzug sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit nach oben oder unten bewegt. Das folgt einfach aus dem Relativitätsprinzip der Mechanik. Anders aber ist es während der Zeiten des Anfahrens und Bremsens, also während der Zeiten positiver oder negativer Beschleunigung. Fährt der Aufzug von unten nach oben aus der Ruhe an, so muß an dem auf der Waage stehenden Menschen wegen seiner Trägheit Beschleunigungsarbeit geleistet werden. Während die zusammengedrückte Feder der Waage bisher nur der Schwerkraft das Gleichgewicht halten mußte, muß sie jetzt auch den Trägheitswiderstand aufheben, wird also stärker zusammengedrückt. Die Anzeige der Waage entspricht einer Vermehrung des Gewichts. Dies dauert so lange, bis der Aufzug seine konstante Fahrgeschwindigkeit erreicht hat. Alsdann zeigt die Waage wieder „richtig“ an. Beim Bremsen vor der Ankunft oben ist der auf der Waage stehende Körper infolge seiner Trägheit bestrebt, seine Bewegung fortzusetzen. Hier wirkt also die Trägheit der Schwere gerade entgegen, und das Ergebnis ist, daß die Waage während der Bremszeit ein vermindertes Gewicht anzeigt. In entsprechender Weise kann man zeigen, daß bei der Fahrt nach unten im Augenblick des Anfahrens eine scheinbare Gewichtsverminderung eintritt, beim Bremsen unten eine scheinbare Gewichtsvermehrung. Diese Wirkungen sind in Personenaufzügen sehr leicht zu beobachten.

Bezeichnen wir Beschleunigungen des Aufzugs nach unten als positive, solche nach oben als negative Beschleunigungen, so haben wir positive in den beiden Fällen des Bremsens und des Anfahrens oben, negative beim Anfahren und Bremsen unten. Erstere sind mit einer scheinbaren Gewichtsverminderung, letztere mit einer scheinbaren Gewichtsvermehrung verbunden. Mit anderen Worten: Eine Beschleunigung in Richtung der Schwerkraft vermindert das Gewicht, eine solche gegen diese Richtung vermehrt es. Die Trägheit hat also bei Beschleunigungen eine Wirkung, die derjenigen der Schwerkraft vollkommen analog ist. Die gleiche Gewichtsvermehrung, wie sie durch eine Beschleunigung nach oben ein-

tritt, könnte auch bei ruhendem Aufzug durch eine plötzlich unterhalb desselben auftauchende schwere Masse hervorgerufen werden. Es sei noch erinnert an die Trägheitswirkungen in schnell anfahrenen oder bremsenden Eisenbahnzügen, in denen man wie durch eine plötzlich auftauchende Kraft, nämlich durch die Trägheit des eigenen Körpers, gegen Rück- oder Vorderwand des Abteils geschleudert wird.

Nun folgt aus den Gesetzen der Mechanik, daß es grundsätzlich überhaupt keinen mechanischen Vorgang gibt, der zu unterscheiden gestattet, ob eine Wirkung eine solche der Schwerkraft oder einer Beschleunigung des Systems ist, in dem sich der Vorgang abspielt bzw. von dem aus er beurteilt wird. Natürlich kann in den meisten Fällen der Augenschein uns zeigen, was vorliegt, aber kein mechanischer Versuch. Jede Schwerkraftwirkung läßt sich immer auch als reine Trägheitswirkung deuten und umgekehrt. Trägheit und Schwere sind einander bezüglich aller mechanischen Wirkungen vollkommen äquivalent.

Hier vollzog nun EINSTEIN einen Gedankengang, der vollkommen demjenigen entspricht, der zum speziellen Relativitätsprinzip führte. Er stellte die Äquivalenzhypothese auf, welche besagt: Es gibt überhaupt keinen physikalischen Vorgang, der zu entscheiden gestattet, ob er sich in einem ruhenden oder gleichförmig und geradlinig bewegten System in einem Schwerfeld abspielt oder in einem beschleunigten System in einem von Schwerkraftwirkungen freien Raum. Trägheit und Schwere sind einander bezüglich ihrer Wirkung auf alle physikalischen Vorgänge vollkommen äquivalent.

Das Eindringen in die Theorie erfordert beträchtliche mathematische Spezialkenntnisse. Es seien daher hier nur ihre Hauptergebnisse mitgeteilt.

**602. Die Lichtablenkung.** Die Theorie führt zu dem Ergebnis, daß ein Lichtstrahl in einem Schwerfeld nicht geradlinig verläuft, sondern gekrümmt ist. Diese Tatsache läßt sich an Hand der Äquivalenzhypothese elementar verstehen. Wir denken uns unsern Aufzug mit einem seitlichen Loch versehen, durch den senkrecht zur Wand ein Lichtstrahl falle, und zwar so, daß er den Aufzug, wenn er ruht, horizontal durchläuft (Abb. 491 a). Bewegt sich aber der Aufzug gleichförmig nach oben, so ist die Bahn des Lichtstrahls bei senkrechtem Einfall relativ zum Aufzug nach unten geneigt, und zwar um so mehr, je größer die Geschwindigkeit des Aufzuges ist (Abb. 491 b), die in der Abbildung der Deutlichkeit halber als mit der Lichtgeschwindigkeit vergleichbar angenommen ist. Wird der Aufzug aber nach oben beschleunigt, so ändert sich seine Geschwindigkeit während der Zeit, die der Lichtstrahl den Aufzug durchläuft, und infolgedessen ändert sich auch die Neigung des Lichtstrahls relativ zum Aufzuge (Abb. 491 c). Der Lichtstrahl ist im beschleunigten Aufzuge gekrümmt. Nun ist eine Beschleunigung nach oben einer nach unten wirkenden Schwerkraft äquivalent. Bewirkt jene eine Krümmung des Lichtstrahls nach oben, so muß im ruhenden Aufzuge eine nach unten wirkende Schwerkraft das gleiche tun. Lichtstrahlen müssen also in Schwerfeldern gekrümmt sein.

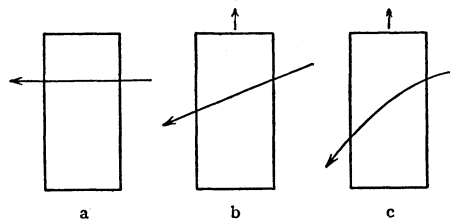


Abb. 491. Zur Lichtablenkung.

Die Schwerkraft an der Erdoberfläche genügt nicht, um meßbare Wirkungen hervorzurufen, wohl aber die 28 mal größere Schwerkraft in der Nähe der Sonnenoberfläche. Verläuft das Licht eines Sterns dicht an der Sonnenoberfläche vorbei, so wird es der Sonne ein wenig zugekrümmt, aus seiner geraden Bahn ab-

gelenkt. Fällt der Strahl in das Auge eines irdischen Beobachters, so erscheint ihm der Stern infolgedessen ein wenig in Richtung von der Sonne weg aus seiner normalen Position verschoben. Die Theorie ergibt für einen unmittelbar an der Sonnenoberfläche vorbeistreichenden Strahl eine Ablenkung, also auch eine Verschiebung des Sternorts, um  $17,5''$ , eine Größe, die der astronomischen Messung noch durchaus zugänglich ist. Solche Beobachtungen sind vorerst nur bei totalen Sonnenfinsternissen möglich, da sonst das Sternlicht vollkommen überstrahlt wird. Die bei allen Sonnenfinsternissen der letzten Jahre ausgesandten Expeditionen haben eine solche Ablenkung in bester Übereinstimmung mit der Theorie gefunden.

Die Äquivalenz von Trägheit und Schwere bezieht sich natürlich nicht nur auf die materiellen Körper, sondern auch auf die Energie. Da Energie träge ist, so ist sie auch schwer, und als eine solche Wirkung der Schwere der Energie können wir auch die Lichtablenkung auffassen. Die in der Nähe der Sonne vorbeifliegenden Lichtquanten werden von der Sonne angezogen, ihre Bahn ist also gekrümmt wie die eines mit Lichtgeschwindigkeit geworfenen Körpers. Die Lichtenergie führt im Schwerfeld eine Fallbewegung aus.

**603. Das EINSTEINSche Gravitationsgesetz. Die Perihelbewegung des Merkur.** Die allgemeine Relativitätstheorie führt zu einem Gesetz für die zwischen zwei Massen wirkende anziehende Kraft, d. h. zu einem Gravitationsgesetz (vgl. § 72). Dieses läßt sich nicht, wie das NEWTONSche, in geschlossener Form angeben, sondern nur als eine nach Potenzen von  $1/r$  ( $r$  = Abstand der beiden

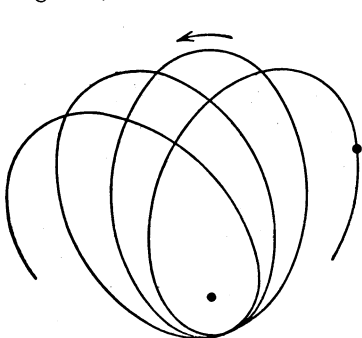


Abb. 492. Schema einer Perihelbewegung.

Körper) schnell fallende Reihe. Das erste und in allen Fällen überwiegend größte Glied dieser Reihe ist mit dem NEWTONSchen Gravitationsgesetz identisch, das sich also als ein Grenzfall erweist. Der Einfluß des im günstigsten Fall allein noch in Betracht kommenden zweiten Gliedes auf die Planetenbewegung ist nur dann merkbar, wenn die Schwerkraft am Ort des Planeten und die Exzentrizität seiner Bahn nicht zu klein sind. Unter allen Planeten des Sonnensystems treffen wir diese Bedingungen nur beim sonnennächsten, dem Merkur, an. Die Wirkung des zweiten Gliedes besteht in dem Auftreten einer sog. Perihelbewegung (Abb. 492). Tatsächlich zeigt der Merkur eine solche. Die Theorie ergibt für sie einen Wert von  $43''$  in 100 Jahren. Es scheint, daß dies mit der Erfahrung übereinstimmt. Doch ist der Streit der Astronomen deswegen noch nicht ganz verstummt. (Es handelt sich nämlich nur um den kleinen Rest von Perihelbewegung, der noch übrigbleibt, wenn man die von den gegenseitigen Störungen der Planeten herrührenden Wirkungen, die ebenfalls eine Perihelbewegung hervorrufen, durch Rechnung beseitigt hat.)

**604. Die Rotverschiebung der Spektrallinien.** Die dritte und zur Zeit letzte an der Erfahrung prüfbare Voraussage der allgemeinen Relativitätstheorie ist, daß die Spektrallinien eines Stoffes um so mehr nach Rot verschoben sein müssen, je größer die Schwerkraft am Ort der Lichtentstehung ist. Es ist dies ein Spezialfall der allgemeineren Aussage, daß die Schwerkraft verzögernd auf den Ablauf periodischer Vorgänge einwirkt, also auch auf die Elektronenbewegungen am Atom, die die Ursache der Lichtaussendung sind. Die Schwerkraft auf der Erde ist so klein, daß wir die im Laboratorium gemessenen Lagen der Spektrallinien (von Einflüssen des Drucks usw. abgesehen) als normal betrachten können. Im Spek-

trum der Elemente an der Sonnenoberfläche sind jedoch meßbare Verschiebungen gegen diese normale Lage zu erwarten. Die Untersuchungen sind außerordentlich schwierig, weil es auch auf der Sonne noch andere Einflüsse gibt, die die Lage der Linien verändern. Nachdem es eine Zeitlang geschehen hatte, als sei die Rotverschiebung auf der Sonne einwandfrei nachgewiesen, ist die Beweiskraft der betreffenden Untersuchungen neuerdings wieder angezweifelt worden. Es kann aber aus ihnen andererseits keinesfalls ein Argument gegen die Relativitätstheorie gezogen werden. Die Frage des experimentellen Nachweises der Rotverschiebung ist daher zur Zeit noch als offen anzusehen.

Damit sind die derzeitigen Prüfungsmöglichkeiten der allgemeinen Relativitätstheorie erschöpft.

**605. Relativitätstheorie und Geometrie.** Es sei noch auf eine bemerkenswerte Tatsache hingewiesen. Die allgemeine Relativitätstheorie führt zu dem Schluß, daß im Weltraum wegen der in ihm vorhandenen Massen, also wegen der in ihm herrschenden Gravitationsfelder, die gewöhnliche euklidische Geometrie nicht streng gültig ist. Die wahre Geometrie des Weltraumes ist nicht-euklidisch.

Ein zweidimensionales Beispiel einer nichteuklidischen Geometrie ist allgemein bekannt, die Geometrie auf einer Kugelfläche. In dieser gilt z. B. nicht das Parallelenaxiom, und die Winkelsumme im Dreieck ist nicht  $180^\circ$ .

Es ist nun schon von LOBATSCHESKI (1829), HELMHOLTZ, RIEMANN und anderen gezeigt worden, daß man eine in sich streng logische Geometrie des Raumes auch auf anderen Axiomen als denen des Euklid aufbauen kann. Denn sie sind ja keine Gesetze, sondern die unbewiesenen Fundamente der euklidischen Geometrie, die allerdings der irdischen Erfahrung nicht zu widersprechen scheinen. Aber das ist für die wirkliche Geometrie des ganzen Weltraumes nicht beweisend. Der räumliche Bereich unserer unmittelbaren geometrischen Erfahrung ist auf die Erdoberfläche beschränkt. Solange sich in früheren Zeiten das Leben der Menschen im kleinsten Umkreise ihrer Behausung abspielte, haben sie nicht daran gezweifelt, daß die Erde eine Ebene sei, für die sie die euklidische Geometrie als gültig hätten annehmen müssen. Als die Menschen allmählich die Erdoberfläche zu erobern begannen, erkannten sie deren Kugelgestalt und begriffen, daß für diese die euklidische Geometrie der Ebene nicht gelten könne. Aber auch auf einer gekrümmten Fläche dürfen wir, solange es sich um ausreichend kleine Bereiche handelt, von ihrer Krümmung absehen. Wer einen Lageplan seines Hauses entwirft, braucht sich um die Krümmung der Erdoberfläche nicht zu kümmern.

Was aber hier für die zweidimensionale Geometrie gilt, kann ebensogut für die Geometrie des Raumes zutreffen. Sie kann nichteuklidisch sein, ohne daß wir es in dem kleinen Bereich unserer unmittelbaren Erfahrung nachweisen können. Denn innerhalb dieses Bereichs weicht sie von der euklidischen nur verschwindend wenig ab. Es sind viel größere Dimensionen, als sie uns zur Verfügung stehen, notwendig, um durch Messungen festzustellen, daß die Winkelsumme im Dreieck nicht genau  $180^\circ$  beträgt. Denn je kleiner ein Dreieck — auch schon auf der Kugelfläche — ist, um so näher liegt seine Winkelsumme diesem Wert.

In Analogie zu den gekrümmten Flächen nennt man einen Raum, in dem eine nichteuklidische Geometrie gilt, einen gekrümmten Raum. Unserer Vorstellung ist dies allerdings entzogen. Eine gekrümmte Fläche können wir uns nur innerhalb eines dreidimensionalen euklidischen Raumes vorstellen, und ebenso könnten wir uns einen gekrümmten dreidimensionalen Raum nur innerhalb eines vierdimensionalen euklidischen Raumes vorstellen.

Eine gekrümmte Fläche hat, wenn sie geschlossen ist, wie z. B. eine Kugel-  
fläche, eine bestimmte endliche Ausdehnung, aber keine Begrenzung. Das  
gleiche folgt aus der Relativitätstheorie für den nichteuklidischen Weltraum.  
Er hat nirgends eine Begrenzung, aber er hat ein endliches Volumen, das genau  
angebar wäre, wenn man die Summe aller in ihm enthaltenen Massen kennte,  
die bestimmt nicht unendlich groß ist.

Die Bahn eines Lichtstrahls im Weltraum ist stets eine „geradeste Bahn“.  
Es entspricht dies räumlich den größten Kreisen auf einer Kugel-  
fläche. Auf Grund dieser Tatsache muß man schließen, daß das Licht jedes Sterns nach einer  
bestimmten, allerdings ungeheuer langen Zeit schließlich einmal wieder an seinen  
Ausgangspunkt zurückkehrt. So wie ein Weltumsegler, der immer auf „ge-  
radester Bahn“, d. h. auf einem größten Kreise, den Erdball umschiffte, schließ-  
lich wieder in den Hafen zurückkehrt, von dem er ausgefahren ist.

## Namenverzeichnis.

- ABBE** 430.  
**D'ALEMBERT** 23, 38.  
**AMPÈRE** 318, 321, 328, 329.  
**ARAGO** 466.  
**ARCHIMEDES** 100.  
**ARRHENIUS** 200.  
**ASTON** 524.  
**AVOGADRO** 105.
- BABINET** 466.  
**BACON** 168.  
**BALMER** 502.  
**BECCUEREL, A. C.** 285.  
 — **A. H.** 528.  
**BERNOULLI** 123.  
**BIOT** 322.  
**BOHR** 499ff., 527.  
**BOLTZMANN** 168, 169, 208, 489.  
**BORN** 517, 536, 548.  
**BOSE** 538.  
**BOYLE** 109, 178.  
**BRADLEY** 400.  
**BRAGG** 480.  
**BREWSTER** 460.  
**DE BROGLIE** 535.  
**BROWN** 172.  
**BUNSEN** 127, 404, 483.
- CARNOT** 211.  
**CAVENDISH** 68, 233.  
**CELSIUS** 167.  
**CLAPEYRON** 193.  
**CLAUSIUS** 168, 193, 208.  
**COMPTON** 496.  
**COOLIDGE** 478.  
**CORIOUS** 46.  
**COULOMB** 232, 302.  
**CROOKES** 374.  
**CURIE** 528.
- DALTON** 109.  
**DANIELL** 291.  
**DARSONVAL** 333.  
**DAVY** 168.  
**DEBYE** 477, 517, 519.  
**DESCARTES** 439.  
**DESPREZ** 333.  
**DONDERS** 152.
- DOPPLER** 138, 147, 458.  
**DULONG** 184.
- EICHENWALD** 326.  
**EINSTEIN** 173, 494, 496, 517, 548ff.  
**ELLIS** 530.  
**ELSTER** 529.
- FAJANS** 532.  
**FARADAY** 241, 246, 289, 339, 342, 344, 376, 466.  
**FECHNER** 402.  
**FERMAT** 141.  
**FERMI** 537.  
**FIZEAU** 400.  
**FOUCAULT** 46, 401, 486.  
**FRANCK** 508, 522.  
**FRANKLIN** 247.  
**FRANZ** 270.  
**FRAUNHOFER** 442ff., 483.  
**FRESNEL** 140, 442ff., 552.
- GALILEI** 20, 21, 51, 54, 62, 429, 545.  
**GALVANI** 295.  
**GAYLUSSAC** 178.  
**GEIGER** 498, 533.  
**GEITEL** 529.  
**GERLACH** 527.  
**GOLDSTEIN** 575, 579.  
**GOUDSMIT** 527.  
**GRIMALDI** 440.  
**VON GUERICKE** 115, 118.
- HALL** 331.  
**HEISENBERG** 536.  
**HELMHOLTZ** 40, 147, 152, 183, 341.  
**HENRI** 165.  
**HENRY** 345.  
**HERTZ, G.** 508.  
 — **H.** 129, 385, 386, 481.  
**HITTORFF** 374, 375.  
**VAN'T HOFF** 163, 194, 200.  
**HOOKE** 92, 439, 451.  
**HUYGENS** 90, 142, 439, 453, 461.
- JAMIN** 452.  
**JEANS** 483.  
**JOHNSEN** 275.  
**JORDAN** 536.  
**JOULE** 40, 187, 206, 282.
- KARMAN** 517.  
**KAYSER** 506.  
**KELVIN (W. THOMSON)** 168, 187, 208, 274.  
**KEPLER** 69, 418.  
**KERR** 465.  
**KIRCHHOFF** 270, 483, 485.  
**KOSSEL** 510.  
**KRÖNIG** 168.  
**KUNDT** 146.
- LANGLEY** 476.  
**LAPLACE** 321.  
**VON LAUE** 476.  
**LECHER** 387.  
**LENARD** 331, 376, 491, 498.  
**LENZ** 340.  
**LEWIS** 510.  
**LICHTENBERG** 380.  
**LINDE** 205.  
**LOBATSCHESKI** 559.  
**LORENTZ** 550.  
**LOSCHMIDT** 106.  
**LUMMER** 404.  
**LYMAN** 502.
- MADELUNG** 517.  
**MAGNUS** 126.  
**MALUS** 459.  
**MARIOTTE** 109, 122, 178.  
**MARSDEN** 498.  
**MAXWELL** 168, 171, 275, 357, 360, 440, 467, 471.  
**MAYER, J. R.** 40, 183, 206.  
**MEITNER** 530.  
**MENDELEJEFF** 509.  
**MEYER, LOTHAR** 509.  
**MICHELSON** 402, 545.  
**MILLIKAN** 257, 476.  
**MOSELEY** 514.
- NERNST** 189, 211, 283, 294, 331, 333, 383, 517.

- NEWTON 20, 21, 27, 67 ff.,  
     71, 136, 439, 451.  
 NICOL 463.  
 OHM 268.  
 OERSTED 103, 318.  
 PASCAL 96, 98.  
 PASCHEN 502.  
 PAULI 537.  
 PELTIER 285.  
 PERRIN 161.  
 PETIT 184.  
 PLANCK 208, 440, 487, 494.  
 PLÜCKER 375.  
 POGGENDORFF 332.  
 POISEUILLE 155.  
 POULSEN 388.  
 PRESCOTT 40.  
 PREVOST 472.  
 PROUT 526.  
 QUINCKE 145.  
 RAHBECK 275.  
 RAMAN 523.  
 RAOULT 194, 200.  
 RAYLEIGH 161, 488.  
 RICHARDSON 370.  
 RIEMANN 559.  
 RITZ 506.  
 RÖMER 399.  
 RÖNTGEN 326, 476.  
 ROWLAND 326.  
 RUBENS 475.  
 RUMFORD 168.  
 RUNGE 506.  
 RUTHERFORD 498, 529, 553.  
 RYDBERG 502.  
 SAVART 322.  
 SCHERRER 477.  
 SCHRÖDINGER 536.  
 SCHUMANN 476.  
 SCHWEIGGER 332.  
 SIEMENS 365.  
 SNELLIUS 416.  
 SODDY 532.  
 SOMMERFELD 247, 267, 270,  
     538.  
 STARK 469.  
 STEFAN 489.  
 STERN 109, 169, 491, 527.  
 STOKES 157, 522.  
 STONEY 236.  
 TESLA 383.  
 THOMSON, J. J. 498.  
 — W., s. KELVIN.  
 TORRICELLI 113, 123.  
 TOWNSEND 372.  
 TYNDALL 466.  
 UHLENBECK 527.  
 DA VINCI, LEONARDO 440.  
 VOLTA 247, 295.  
 VAN DER WAALS 180, 202.  
 WARBURG 278.  
 WATT 215.  
 WEBER 402.  
 WEGENER 47.  
 WEHNELT 350, 370, 376.  
 WEISS 527.  
 WHEATSTONE 273.  
 WIEDEMANN 270.  
 WIEN 488.  
 WIENER 458.  
 WILSON 371, 529.  
 WOLLASTON 483.  
 YOUNG 38, 434, 440.  
 ZEEMAN 467.



## Sachverzeichnis.

- $\alpha$ -Strahlen 528.  
 Aberration, chromatische 425  
 —, sphärische 424.  
 — der Fixsterne 400.  
 Ablenkung der Kathodenstrahlen 376.  
 Abscheidungen bei der Elektrolyse 287.  
 Absorption von Gasen 165.  
 — von Wellen 142.  
 — im gesamten Spektrum 471.  
 Absorptionsspektren 482.  
 Abstoßung, elektrische 231.  
 Achse, elektrische 235.  
 — magnetische 302.  
 Achterschale 516.  
 actio und reactio 27.  
 Addition von Vektoren 12.  
 Additionstheorem der Geschwindigkeiten 552.  
 Adhäsion 158.  
 Adsorption 166.  
 Aerodynamik 122.  
 Aerostatik 103.  
 Aggregatzustände 13.  
 — Änderungen der 189.  
 Akkomodation 433.  
 Akkorde 144.  
 Akkumulatoren 297.  
 Aktiniumreihe 531.  
 Akustik 143.  
 — musikalische 148.  
 D'ALEMBERSCHES Prinzip 23.  
 Amorphe Körper 540.  
 Ampere 265.  
 AMPÈRESCHES Gesetz 329.  
 — Theorie des Magnetismus 328.  
 Amperesekunde 265.  
 Amperewindungszahl 323.  
 Amplitude 128.  
 Analysator 460.  
 Angriffspunkt einer Kraft 23.  
 Ängström-Einheit 6, 440.  
 Anionen 289.  
 Anode 287.  
 Anodenstrahlen 379.  
 Anomalie des Wassers 177.  
 Anregungsspannung 507.  
 Antenne 386.  
 Antikathode 478.  
 Antistokessche Linien 522.  
 Anziehung, elektrische 231.  
 Apertur, numerische 430, 458.  
 Äquipartitionsgesetz 169.  
 Äquipotentialflächen 244.  
 Äquivalent, elektrochemische 290.  
 Äquivalenzhypothese 556.  
 ARAGOSCHER Punkt 466.  
 Aräometer 101.  
 Arbeit 38.  
 Archimedisches Prinzip 99.  
 Astatiches Nadelpaar 332.  
 Ätherhypothese 439.  
 Atmosphäre 112.  
 — allgemeine Eigenschaften 221.  
 Atmosphärische Elektrizität Atome 14. [380.  
 Atombau 498.  
 Atomdimensionen 499.  
 Atomgewichte 106, 511.  
 — wahre 524.  
 Atomkerne 236, 498.  
 Atommoleküle 517.  
 Atomsuszeptibilität 313.  
 Atomtheorie von BOHR 499.  
 Atomwärme 184, 539.  
 Atomzertrümmerung 533.  
 Aufbau der Materie 539.  
 Aufbauprinzip der Atome 510.  
 Aufspaltung der Spektrallinien 507.  
 Auftrieb in Gasen 119.  
 — in Flüssigkeiten 99, 121.  
 — dynamischer 125.  
 Auge 432.  
 Augenfehler 434.  
 Ausdehnungskoeffizient fester und flüssiger Körper 175.  
 — der Gase 179.  
 Ausfluß 122.  
 Ausströmung von Flüssigkeiten 122, 155.  
 — von Gasen 127.  
 Auswahlprinzip 504.  
 AVOGADROSCHES Gesetz 105, 171.  
 $\beta$ -Strahlen 528.  
 BABINETSCHER Punkt 466.  
 Ballistische Kurve 56.  
 BALMER-Serie 502.  
 Bandenspektren 482, 520, 521.  
 Barometer 115.  
 Beleuchtungsstärke 402.  
 Benetzung 160.  
 BERGMANN-Serie 506.  
 BERNOULLISCHE Gleichung 123.  
 Berührungsspannung 247.  
 — zwischen Metallen und Elektrolyten 294.  
 Beschleunigung 17.  
 Beschleunigungsarbeit 39.  
 Beugung 142.  
 — des Lichts 453.  
 — in Mikroskop 458.  
 — am Spalt 454.  
 — an kleinen Teilchen 457.  
 — von Elektronenstrahlen 536.  
 — der Röntgenstrahlen 476.  
 Beugungsgitter 455.  
 Beugungsscheibchen 457.  
 Beweglichkeit von Elektronen in Metallen 267.  
 — von Ionen in Elektrolyten 289.  
 Bewegung 15.  
 — harmonische 19.  
 — relative und absolute 544.  
 Bewegungsenergie 40.  
 Bewegungsgröße 22.  
 — der Lichtquanten 495.  
 Bewegungslehre 15.  
 Bezugssysteme 15.  
 Biegung 93.  
 Bilder, optische, allgemeines 406.  
 — am ebenen Spiegel 409.  
 — am Hohlspiegel 411.  
 — an Linsen 421.  
 Bildkraft, elektrische 251.  
 Bildwölbung 425.  
 Biolumineszenz 490.  
 BIOT-SAVARTSCHES Gesetz 322.  
 Blasinstrumente 150.  
 Bleibaum 288.  
 Blenden 431.  
 Blitz 373.

- Blitzableiter 247.  
 Bodendruck 97.  
 Bogenlampen 283.  
 Bogenmaß 9.  
 Bogenspektren 512.  
 BOHRsche Atomtheorie 499.  
 Bolometer 277.  
 BOLTZMANNsche Konstante 169, 210.  
 BOSE-Statistik 538.  
 BOYLE-MARIOTTESches Gesetz 109.  
 BOYLE-MARIOTTE-GAY-LUSACsches Gesetz 178.  
 BRACKETT-Serie 502.  
 BRAUNsche Röhre 378.  
 Brecheisen 30.  
 Brechkraft von Linsen 421.  
 Brechung 141.  
 — des Lichts 415.  
 — der magnetischen Kraftlinien 311.  
 Brechungsgesetz 141.  
 Brechungsindex, -koeffizient 141.  
 Brennpunkt von Linsen 421.  
 — von Hohlspiegeln 411.  
 BREWSTERSches Gesetz 460.  
 Brille 434.  
 BROWNSche Molekularbewegung 172.  
 Brückenwaage 81.  
 Bunsenbrenner 125.  
  
 $\gamma$ -Strahlen 480, 529.  
 CARNOTScher Kreisprozeß 211.  
 CELSIUS-Skala 167.  
 CGS-System 11, 23.  
 Charakteristik von Leitern 278.  
 — einer Elektronenröhre 391.  
 — einer leitenden Gastrecke 372.  
 Chemische Wirkungen des Lichts 493.  
 Chemolumineszenz 490.  
 CLARK-Element 296.  
 CLAUDIUS-CLAPEYRONsche Gleichung 193.  
 COMPTON-Effekt 496.  
 Corioliskräfte 46.  
 COULOMBSches Gesetz, elektrostatisches 232, 260.  
 — magnetisches 302, 312.  
  
 DALTONSches Gesetz 109.  
 Dampf, gesättigter 196.  
 Dampfdichte 199.  
 Dampfdruck 196.  
 Dampfmaschinen 215.  
 Dämpfung von Galvanometern 347.  
 DEBYE-SCHERRER-Verfahren 477.  
 Deformierbare Körper 91.  
  
 Deklination, erdmagnetische 315.  
 Dekrement, logarithmisches 347.  
 Destillation 199.  
 Detektor 390.  
 Diamagnetismus 311, 350.  
 Dichroismus 464.  
 Dichte 53.  
 — kritische 202.  
 — optische 417.  
 Dielektrika 235, 258.  
 Dielektrizitätskonstante 259, 355, 471, 542.  
 Differentialgalvanometer 333.  
 Differenztöne 146.  
 Diffusion von Flüssigkeiten 161.  
 — von Gasen 162.  
 Dimensionen der elektromagnetischen Größen 325.  
 — der elektrostatischen Größen 286.  
 — der magnetischen Größen 317.  
 — der mechanischen Größen 50.  
 Dioptrie 421.  
 Dipol, elektrischer 235, 248, 249, 301.  
 — magnetischer 305.  
 — schwingender 384.  
 Direktionskraft 63.  
 Dispersion 436.  
 — anomale 470.  
 — im gesamten Spektrum 470.  
 Dissonanz 149.  
 Dissoziation, elektrolytische 288.  
 Dissoziationsarbeit der Moleküle 522.  
 Doppelbrechung 461.  
 — elektrische 465.  
 Doppelschicht, magnetische 319.  
 Doppelsterne 70, 398.  
 DOPPLER-Effekt 138.  
 — akustischer 147.  
 — optischer 458, 550.  
 DRAPERSches Gesetz 395.  
 Drehfeld 357.  
 Drehimpuls 42.  
 Drehmoment 29.  
 Drehpulinstrumente 333.  
 — für Wechselstrom 336.  
 Drehstrom 356.  
 Drehung der Polarisations-ebene 465.  
 Drehzwilling 29.  
 Dreieckschaltung 356.  
 Dreifarben-theorie des Sehens 434.  
 Drosselspulen 353.  
 Druck 26.  
  
 Druck der Gase 106.  
 — der Flüssigkeiten 95.  
 — hydrostatischer 123.  
 — kritischer 202.  
 — osmotischer 163, 200.  
 Druckbauch, -knoten 131.  
 Druckkoeffizient der Gase 179.  
 Druckmessung 116.  
 Druckpumpen 122.  
 DULONG-PETITSches Gesetz 184, 539.  
 Dunkelfeldbeleuchtung 458.  
 Dunkelräume der Glimmentladung 374.  
 Durchschlag, elektrischer 374.  
 Durchsichtigkeit 396.  
 dyn 23.  
 Dynamoelektrisches Prinzip 365.  
 Dynamomaschinen 363.  
 Dynamometer 337.  
  
 Ebbe 71.  
 Echo 144.  
 Edelgasähnlichkeit 516.  
 EICHENWALDScher Versuch 327.  
 Eigenfrequenz eines Stromkreises 355.  
 Eigenschwingung 130.  
 Einheitlichkeit der Welt 3.  
 Einkristalldrähte 92.  
 Einteilung der Physik 4.  
 Eisenkerne 330.  
 Eiskalorimeter 193.  
 Elastizität der festen Körper 91.  
 — der Flüssigkeiten 103.  
 — der Gase 111.  
 Elastizitätsgrenze 91.  
 Elastizitätsmodul 92.  
 Elektret 249.  
 Elektriermaschine 230.  
 Elektrizität, positive und negative 232.  
 — Wesen der 235.  
 Elektrizitätsleitung i. Flüssigkeiten 286.  
 — in Metallen 237, 269.  
 — in Gasen 368.  
 Elektrizitätsmenge 232.  
 Elektrizitätsquellen 230.  
 Elektrochemisches Äquivalent 290.  
 Elektroden 287.  
 Elektrodynamometer 337.  
 Elektrokinetik 300.  
 Elektrolumineszenz 490.  
 Elektrolyse 277, 287.  
 — technische Anwendungen 293.  
 Elektrolytische Leitung in festen Körpern 277.  
 Elektromagnete 330.

- Elektrometer 237.  
 Elektromotoren 366.  
 Elektromotorische Kraft bei der Induktion 342.  
 — von Stromquellen 279.  
 Elektronen 236.  
 — spezifische Ladung 378.  
 Elektronenbeugung 536.  
 Elektronendrall, -spin 527.  
 Elektronengas 537.  
 Elektronenröhre 390.  
 Elektronenschalen 510.  
 Elektronenstrahlen 376.  
 Elektronentheorie der Metalle 538.  
 Elektrooptik 469.  
 Elektrophor 251.  
 Elektrophorese 300.  
 Elektroskop 237, 251.  
 Elektromose 301.  
 Elektrostatik 231.  
 Elementarmagnete 302.  
 Elementarquantum, elektrisches 236, 257.  
 Elemente, chemische 511.  
 — galvanische 296.  
 — regenerierbare 299.  
 Elmsfeuer 373.  
 Emanation 531.  
 Emanationstheorie des Lichts 439.  
 Emissionsspektren 481.  
 Emissionsvermögen 485.  
 Endotherme Prozesse 220.  
 Energie 38.  
 — elastische 94.  
 — elektrische und chemische 299.  
 — elektrostatische 242.  
 — kinetische 40.  
 — potentielle 41.  
 — des elektrischen und magnetischen Feldes 359.  
 — eines geladenen Kondensators 256.  
 — der Moleküle 169.  
 — Trägheit der 553.  
 Energieniveaus der Elektronen 501.  
 Energieprinzip 40, 183.  
 Energietransport in einer Welle 139.  
 Entfernungsgesetz für Wellen 139.  
 Entladung, selbständige 372.  
 — stille 373.  
 — unselbständige 369.  
 Entropie 208.  
 Erdbeschleunigung 51.  
 Erddrehung 44.  
 Erdinduktor 348.  
 Erdmagnetismus 314.  
 erg 39.  
 Erhaltungssatz der Bewegung des Schwerpunkts 60.  
 Erhaltungssatz der Bewegungsgröße 27, 60.  
 — des Drehimpulses 43.  
 — der Elektrizität 234.  
 — der Energie 40.  
 — der Materie 13.  
 Exotherme Prozesse 220.  
 Experimente 2.  
 Explosionsmotoren 216.  
 Extraströme 344.  
 Fadenkreuze 431.  
 Fahrrad 86, 87.  
 Fall, freier 54.  
 — gleich schneller aller Körper 51.  
 Fallmaschine 58.  
 FARAD 252.  
 FARADAY-Effekt 466.  
 FARADAY-Käfig 246.  
 FARADAYSche Gesetze 289.  
 — Konstante 290.  
 Farbe 402.  
 Farben dünner Blättchen 447.  
 Farbenringe, NEWTONSche 451.  
 Farbensehen 434.  
 Farbenvergrößerungsfehler 425.  
 Federwage 94.  
 — JOLLYSche 100.  
 Feld, elektrisches 239.  
 — magnetisches 303.  
 Feldstärke, elektrische 240, 244.  
 — magnetische 303.  
 — der Gravitation 74.  
 Feldtheorie 73.  
 FERMAT'Sches Prinzip 141.  
 FERMI-Statistik 537.  
 Fernrohr 427.  
 Fernwirkung 73.  
 Ferromagnetismus 311.  
 Feste Körper 13, 540, 541.  
 Figuren, elektrische 380.  
 Flächendichte, elektrische 232.  
 Flächenhelligkeit 405.  
 Flächenmessung 10.  
 Flächensatz 70.  
 Flammenleitung 372.  
 Flaschenzug 78.  
 FLETTNER-Rotor 126.  
 Flugzeug 125.  
 Fluoreszenz 491, 522.  
 Flüssigkeiten 540.  
 Flüssigkeitsdruck 95.  
 Flüssigkeitsoberflächen, freie 99.  
 Flut 71.  
 Formanten 152.  
 Fortpflanzung des Lichts 396.  
 — des Schalls 143.  
 — von Störungen 132.  
 — von Wellen 134.  
 FOUCAULT'Scher Pendelversuch 46.  
 FRAUNHOFER'Sche Beugungserscheinungen 453, 454.  
 — Interferenzen 442.  
 — Linien 483.  
 Freiheitsgrade der Moleküle 168.  
 Frequenz 129.  
 — von Wechselstrom 352.  
 FRESNEL'Sche Beugungserscheinungen 453.  
 — Interferenzen 442.  
 — Konstruktion 140, 463.  
 — Spiegelversuch 442.  
 Friktionsrad 154.  
 Fundamentalpunkte der Celsiusskala 167.  
 Funkenentladung 373.  
 Funkeninduktor 348.  
 Funkenspektren 512.  
 GALILEI-Transformation 545.  
 Galvanomagnetische Erscheinungen 331.  
 Galvanometer 332.  
 — ballistisches 334.  
 — Dämpfung 347.  
 Galvanoplastik 293.  
 Gangunterschied 441.  
 Gasdruck 106.  
 Gase 103, 540.  
 — ideale und wirkliche 112.  
 — Molekulartheorie 103.  
 Gasentartung 538.  
 Gasentladung, elektrische 368.  
 Gaskonstante, allgemeine 178.  
 Gasstrahlen 124.  
 Gastheorie, kinetische 103.  
 Gasthermometer 182.  
 Gasverflüssigung 202.  
 GAUSS 303.  
 Gefrieren 189.  
 Gefrierpunkt 189.  
 — von Lösungen 193. [193.  
 Gefrierpunktserniedrigung  
 Gegeninduktivität 344.  
 Generatoren 363.  
 Geräusche 143.  
 Geschwindigkeit 16.  
 — der Moleküle 109, 169.  
 Gewicht 52.  
 — spezifisches 53, 100, 101.  
 Gezeiten 71.  
 Gitterspektrum 457.  
 Glasplattensatz 460.  
 Gleichgewicht 29, 64.  
 — dynamisches 104.  
 Gleichrichter 299.  
 Gleichrichtung von Schwingungen 389.  
 Gleichverteilung der Energie 169.  
 Gleichzeitigkeit 550.

- Gletscher 193.  
 Glimmentladung 374.  
 Glimmlicht 375.  
 Glühelktronen 370.  
 Glühkathodenröhre 390.  
 Glühlampen 283.  
 Gramm 22.  
 Grammatom 106.  
 Grammmolekül 106.  
 Grammophon 151.  
 Grauer Körper 486.  
 Grauglut 395.  
 Gravitation 51.  
 — allgemeine 67.  
 Gravitationsgesetz, EINSTEIN  
 sches 558.  
 — NEWTONSches 67.  
 Gravitationskonstante 67.  
 Gravitationspotential 74.  
 Grenzwiderstand 348.  
 Grenzwinkel der Totalre-  
 flexion 418.  
 Grundbahn der Elektronen  
 500.  
 Grundgesetz, psycho-  
 physisches 402.  
 Gruppengeschwindigkeit 535.  
 Gütezziffer von Magneten 309.  
  
**H-Strahlen** 533.  
 Halbleiter 235.  
 Halbschatten 397.  
 Halbwertszeit, radioaktive  
 532.  
 HALL-Effekt 331.  
 Harmonische Bewegung 19.  
 Härte 158.  
 Hauptebenen 423.  
 Hauptpunkte 423.  
 Hauptsätze der Wärme-  
 theorie, erster 183.  
 — zweiter 207.  
 — dritter 211.  
 Hauptserie 506.  
 Hauptträgheitsachsen 32.  
 Hauptträgheitsmomente 32.  
 Hauteffekt 346.  
 Heavisideschicht 481.  
 Hebel 30, 76.  
 Heber 98.  
 HEFNER-Kerze 402, 403.  
 Heliumspektrum 505.  
 Helligkeit 402.  
 — selbstleuchtender Flächen  
 405.  
 HENRISches Gesetz 165.  
 Henry 345.  
 HERTZ (Einheit) 129, 352.  
 HERTZsche Wellen 385.  
 HEUSLERSche Legierungen  
 Himmelsfarbe 457. [311.  
 Hitzdrahtinstrumente 284.  
 Hochfrequenz 352.  
 Höhenformel, barometrische  
 112.  
 Höhenmessung 198.  
 Höhenstrahlung 480.  
 Hohlraumstrahlung 486.  
 Hohlspiegel 410.  
 HOOKESches Gesetz 92.  
 Hörbarkeitsgrenzen 144.  
 Horizontalkomponente des  
 Erdmagnetismus 316.  
 HUYGENSches Prinzip 142,  
 453.  
 Hydraulische Presse 96.  
 Hydrodynamik 122.  
 Hydrostatik 95.  
 Hygrometer 223.  
 Hypothesen 5.  
 Hysteresis 309.  
 Immersion 430.  
 Impedanz 353.  
 Impuls 22.  
 Impulssatz 27.  
 Induktion, elektromagne-  
 tische 339.  
 — gegenseitige 344.  
 — magnetische 305, 307.  
 Induktionsgesetz 342.  
 Induktor 348.  
 Inertialsysteme 544.  
 Influenz, elektrische 248.  
 — magnetische 305.  
 — — im Erdfeld 316  
 Influenzmaschine 261.  
 Inklination, erdmagnetische  
 316.  
 Innere Kräfte 28.  
 Interferenz 136.  
 — von Schallwellen 145.  
 — des Lichts 441.  
 — linear polarisierten Lichts  
 464.  
 — gleicher Dicke 451.  
 — — Neigung 446.  
 — in einer planparallelen  
 Platte 443.  
 — in einer keilförmigen  
 Schicht 451.  
 Interferenzlänge 441.  
 Interferometer 452.  
 Intervalle, musikalische 148.  
 Ionen in Elektrolyten 288.  
 — in Gasen 368.  
 Ionenmoleküle 516.  
 Ionisation 368.  
 — der Atmosphäre 381.  
 Ionisierungsspannung 507.  
 Irreversible Zustandsände-  
 rungen 214.  
 Isobaren auf Wetterkarten  
 226.  
 Isolatoren 235.  
 Isothermen idealer Gase 179.  
 — wirklicher Gase 203.  
 Isotopie 524.  
 JOHNSEN-RAHBECK-Effekt  
 274.  
 Joule 39, 283.  
 JOULESches Gesetz 282.  
 JOULESche Wärme 282.  
 JOULE-THOMSON-Effekt 187.  
  
 Kalibermaß 7.  
 Kalorie 182.  
 Kalorifer 189.  
 Kalorimeter 188.  
 Kalorimetrie 182.  
 Kältemaschinen 216.  
 Kältemischungen 194.  
 Kammerton 149.  
 Kanalstrahlen 375, 379.  
 Kapazität, elektrostatische  
 252.  
 Kapazitätsmessung 275, 355.  
 Kapillarelektrometer 300.  
 Kapillarität 159.  
 Kapillarwellen 134.  
 Katakaustik 415.  
 Kathode 415.  
 Kathodenfall 375.  
 Kathodenstrahlen 375, 376.  
 Kationen 289.  
 Kausalität 2.  
 Kehlkopf 152.  
 Keil 80.  
 KELVIN-Skala 168.  
 KEPLERSche Gesetze 69, 233.  
 Kernaufbau 526.  
 Kernschatten 397.  
 KERR-Effekt 465.  
 KETTLER-HELMHOLTZSche  
 Formel 471.  
 Kilogramm 22.  
 Kilowatt 42, 283.  
 Kilowattstunde 283.  
 KIRCHHOFFSches Gesetz 485.  
 — Regeln 270.  
 Klänge 143.  
 Klebkraft, elektrische 275.  
 KLEISTsche Flasche 260.  
 Klemmenspannung 279.  
 Koerzitivkraft 309.  
 Kohärenz von Lichtstrahlen  
 441.  
 Kohäsion 158.  
 Kolloide 164.  
 Koma bei Linsen 425.  
 — Pythagoräisches 148.  
 Kombinationsprinzip 506.  
 Kombinationstöne 146.  
 Kometenbahnen 70.  
 Kommunizierende Röhren 98.  
 Kompaß 317.  
 Kompensationsmethode 297.  
 Komplementärfarben 484.  
 Komplexionen 209.  
 Komponenten eines Vektors  
 12.  
 Kompressibilität von Flüssig-  
 keiten 103.  
 — von Gasen 111.  
 Kondensation 189.

- Kondensation in der Atmosphäre 223.  
 Kondensatoren 253.  
 Konkavlinse 423.  
 Konkavspiegel 411.  
 Konsonanz 149.  
 Kontaktpotential 247.  
 Konvektion 217.  
 Konvektionsströme 327.  
 Konvexlinsen 420.  
 Konvexspiegel 414.  
 Koppelung, elektrische 344.  
 Körperfarben 483.  
 Kovolumen 180.  
 Kraftbegriff 20.  
 Krafteinheit 23.  
 Kräftepaar 29.  
 Kraftfelder 74.  
 Kraftfluß, magnetischer 308.  
 Kraftlinien, elektrische 241, 341.  
 — magnetische 303, 328.  
 — — von Strömen 318.  
 Kräuselwellen 134.  
 Kreisbewegung 18, 32.  
 Kreisel 43, 87.  
 Kreiselektron 527.  
 Kreiselkompaß 87.  
 Kreisfrequenz 129.  
 — eines Wechselstroms 352.  
 Kreisprozeß, CARNOTScher  
 Kreuzgitter 457. [211.  
 Kristalle 540.  
 — einachsige und zweiachsige 462.  
 — flüssige 465, 540.  
 Kritischer Zustand 202.  
 Kryohydrate 194.  
 Kryophor 195.  
 Kugellager 154.  
 Kugelwellen 132.  
 KUNDTsche Staubfiguren 146.  
 Kupron-Element 299.  
 Kurzschluß 279.  
  
 Ladung, elektrische 232.  
 — spezifische, der Elektronen 378.  
 Ladungseinheit, elektrische 233.  
 LAMBERTScher Gesetz 405.  
 Längeneinheiten 5.  
 Längsdilatation 92.  
 LAPLACESches Gesetz 321.  
 LAUE-Diagramm 477.  
 LECHERSches Drahtsystem 387.  
 Leidener Flasche 260.  
 Leistung 41.  
 — elektrische 281.  
 — von Motoren 367.  
 Leistungsmesser 337.  
 Leiter, gute und schlechte 235.  
 Leitfähigkeit von Elektrolyten 289.  
 Leitfähigkeit, elektrolytische,  
 fester Körper 277.  
 — von Elektrolyten 289.  
 — reiner Flüssigkeiten 286.  
 — von Lösungen 287.  
 — der Metalle 268.  
 Leitvermögen, s. Leitfähigkeit.  
 LENARD-Strahlen 376.  
 LENZSches Gesetz 340, 342.  
 Leuchtelektron 507.  
 Licht, kohärentes 441.  
 — natürliches 461.  
 Lichtablenkung, relativistische 557.  
 Lichtäther 439.  
 Lichtbogen 379.  
 Lichtdruck 469.  
 Lichteinheit 402.  
 Lichtelektrischer Effekt 491, 495.  
 LICHTENBERGSche Figuren 380.  
 Lichtgeschwindigkeit 324, 326, 398.  
 — Prinzip der Konstanz der 548.  
 Lichtjahr 7.  
 Lichtmenge 402.  
 Lichtmühle 473.  
 Lichtquanten 494.  
 Lichtquantentheorie 496.  
 Lichtquellen 395.  
 — Nutzeffekt 490.  
 Lichtstärke 402.  
 Lichtstrahlen 396.  
 — krumme 417.  
 Lichtstrom 402.  
 Lichttheorie, Historisches 439.  
 — elektromagnetische 387, 467.  
 Lichtwellen, stehende 458.  
 Lichtzeiger 408.  
 LINDESche Luftverflüssigungsmaschine 205.  
 Linienspektren 481.  
 — und periodisches System 512.  
 Linke-Hand-Regel 320.  
 Linsen 420.  
 — dicke 423.  
 Linsenfehler 424.  
 Linsenformel 422.  
 Linsensysteme 425.  
 Lippenpfeifen 149.  
 Lochkamera 398.  
 Lokalströme 299.  
 LORENTZ-Kontraktion 552.  
 LORENTZ-Transformation 548.  
 LOSCHMIDTSche Zahl 106.  
 Lösungen 164.  
 — Gefrierpunkt 193.  
 — Siedepunkt 200.  
 — kolloidale 164.  
 Lösungsdruck 294.  
 Lösungswärme 202.  
 Luft, atmosphärische, Zusammensetzung 221.  
 Luftdruck 112.  
 Luftelektrizität 380.  
 Luftfeuchtigkeit 223.  
 Luftpumpen 117.  
 Luftsäulen, schwingende 131.  
 Lufttemperatur 222.  
 Luftverflüssigung 205.  
 Lumen 402.  
 Lumineszenzerscheinungen 490.  
 LUMMER-GEHRKE-Platte 457.  
 Lupe 427.  
 Lux 402.  
 LYMAN-Serie 502.  
  
 Magdeburger Halbkugeln 118.  
 Magnete 301.  
 — permanente 309.  
 Magnetfeld einer Spule 319, 332.  
 — eines Stromes 317.  
 — auf der Sonne 372.  
 Magnetisierung 310.  
 Magnetismus 301.  
 — AMPÈRESche Theorie 328.  
 Magneton 527.  
 Magnetooptik 467.  
 Magnetorotation 466.  
 Magnetpole 301.  
 — Einheit 303.  
 MAGNUS-Effekt 126.  
 Manometer 116.  
 MARIOTTESche Flasche 123.  
 Maschinen 75.  
 — elektrische 352.  
 Maschinensender 388.  
 Masse, schwere 51.  
 — träge 21.  
 — der Energie 553.  
 — der Lichtquanten 496.  
 — und Geschwindigkeit 553.  
 Masseneinheiten 22.  
 Massenmittelpunkt 60.  
 Massenpunkt 15.  
 Massensuszeptibilität 312.  
 Maß und Messen 5.  
 Maßeinheiten 5.  
 Maßsysteme 23.  
 — elektromagnetisches 324.  
 — elektrostatisches 233.  
 — praktisches elektrisches 233.  
 Materie, Aufbau 14, 539.  
 — Verwandlung in Strahlung 555.  
 Materiewellen 535.  
 MAXWELLSche Beziehung 471.  
 — Gesetz 171.  
 — Gleichungen 360.  
 — Lichttheorie 467.  
 Mechanik bewegter Flüssigkeiten und Gase 122.

- Mechanik deformierbarer Körper 91.  
 — ruhender Flüssigkeiten 95.  
 — Gase 103.  
 — starrer Körper 15.  
 Metazentrum 102.  
 Meter 5.  
 Meterkerze 402.  
 Meterkilogramm 39.  
 MICHELSON-Versuch 545.  
 Mikrofarad 252.  
 Mikron 6.  
 Mikrophon 338.  
 Mikroskop 429.  
 — Auflösungsvermögen 458.  
 Mischungen 164.  
 Mißweisung 315.  
 Mitbewegung des Kerns 505.  
 Mitführung des Lichts 453, 552.  
 Mitführungskoeffizient, FRESNELScher 552.  
 Modulation 338.  
 — von Schwingungen 389.  
 MOHRsche Wage 101.  
 Mol 106.  
 Molekularbewegung 172.  
 Molekulargewicht 105.  
 Molekularmagnete 302.  
 Molekularrefraktion 416.  
 Molekularsuszeptibilität 313.  
 Molekularwirkungen 153.  
 Molekülbau 516.  
 Moleküle 14.  
 — homöopolare und heteropolare 517.  
 Molvolumen 106.  
 Molwärme 185.  
 Moment, elektrisches 235.  
 — magnetisches 302.  
 — magnetisches, der Atome 528.  
 — magnetisches, von Strömen 324.  
 — statisches 30.  
 Mondbewegung 68.  
 Mondfinsternisse 398.  
 MOSELEYSches Gesetz 514.  
 Multipletts 507.  
 Musikinstrumente 151.  
 Nachwirkung, elastische 91.  
 Nadelgalvanometer 332.  
 Nadelstrahlung 495.  
 Nahepunkt 433.  
 Nahewirkung 73.  
 Naturwissenschaften 1.  
 Nebelbildung 224.  
 Nebelmethode 371.  
 Nebenschluß 336.  
 Nebenserien 506.  
 NERNST-Lampe 283.  
 NERNSTsches Wärmetheorem 211. [27.  
 NEWTONSche Axiome 20, 21,
- NEWTONSche Gleichung 136.  
 — Farbenringe 451.  
 Nichtleiter 235.  
 NICOLSches Prisma 463.  
 Niederfrequenz 352.  
 Niederschläge 224.  
 Niton 531.  
 Niveaulächen 244.  
 Nonius 8.  
 Normalelemente 296.  
 Normalspektrum 457.  
 Nullkurve, magnetische 309.  
 Nullmethoden 5.  
 Nullpunktenergie 538.  
 Nutzeffekt eines Motors 367.  
 — optischer 490.  
 — thermischer 213.  
 Oberflächenionisation 370.  
 Oberflächenladung, elektrische 246.  
 Oberflächenspannung 158.  
 Oberflächenwellen 133.  
 Oberschwingungen 130.  
 Ohm 268.  
 OHMSches Gesetz 268.  
 — bei Elektrolyten 289.  
 Ohr 151.  
 Okular 427.  
 Okularmikrometer 432.  
 Ölschichten 161.  
 Optik 395.  
 — geometrische 407.  
 Ordnungszahl 509.  
 Orgel 149.  
 Osmose 163, 200.  
 Oszillator 387.  
 Oxydkathode 370.  
 Panzergalvanometer 333.  
 Parallaxenfreie Ablesung 9.  
 Parallelogramm der Kräfte 23.  
 Parallelogrammgesetz 12.  
 Parallelschaltung von Leitern 271.  
 — von Stromquellen 280.  
 Paramagnetismus 311, 350.  
 parsec 7.  
 Partialdruck 109.  
 PASCHEN-Serie 502.  
 Passatwinde 225.  
 PAULI-Prinzip 537.  
 PELTIER-Effekt 285.  
 Pendel, gedämpftes 157.  
 — konisches 62.  
 — mathematisches 61.  
 — physisches 62.  
 Pendellänge, reduzierte 63.  
 Pendelversuch, FOUCAULTscher 46.  
 Perihelbewegung 558.  
 Periode eines Wechselstroms 352.  
 Periodisches System der Elemente 509.  
 Permeabilität 308.  
 perpetuum mobile 40, 208.  
 Pfeifen 149.  
 Pferdestärke 42.  
 Phasengeschwindigkeit 471.  
 Phasenkonstante eines Wechselstroms 352.  
 Phosphore 491.  
 Phosphoreszenz 491.  
 Photochemie 493.  
 Photoeffekt 492.  
 Photographie 403, 492.  
 Photonen 496.  
 Photozelle 492.  
 Piezoelektrizität 263.  
 Piezometer 103.  
 Pipette 115.  
 PLANCKSches Quantengesetz 494.  
 — Strahlungsgesetz 487.  
 Planetenbewegung 69.  
 Plastizität 13.  
 POISEUILLESches Gesetz 155.  
 Polarisation 135.  
 — dielektrische 258.  
 — elektrische 248.  
 — elektrolytische 295.  
 — elliptische, zirkulare, lineare 460.  
 — bei Doppelbrechung 461.  
 — bei Reflexion 459.  
 — bei Doppelbrechung 461.  
 — bei Reflexion 459.  
 Polarisationsebene 460.  
 Polarisationswinkel 460.  
 Polarisorator 460.  
 Pole eines Magneten 301.  
 — magnetische, der Erde 315.  
 Polflucht der Kontinente 46.  
 Polstärke, magnetische 303.  
 Positive Strahlen 379.  
 Potential, elektrisches 242.  
 — magnetisches 303, 327.  
 — in Leitern 244.  
 — der Gravitation 74.  
 Potentialwage 257.  
 Potentiometerschaltung 271.  
 POULSEN-Schwingung 388.  
 Präzession 44.  
 PREVOSTScher Satz 472.  
 Prismen 419.  
 — achromatische 438.  
 — geradsichtige 438.  
 — totalreflektierende 419.  
 Projektionsapparat 425.  
 PRONYScher Zaum 367.  
 Proton 526.  
 PROURsche Hypothese 526.  
 Psychophysisches Grundgesetz 402.  
 Psychrometer 223.  
 Pyroelektrizität 263.  
 Pyrometrie, optische 489.

- Quadrant 345.  
 Quantenbahnen 500.  
 Quantenbedingungen, BOHR-  
   sche 501, 502.  
 Quantenmechanik 536.  
 Quantentheorie 440, 494.  
 Quantenzahl 502.  
 Quarzfadendruckmesser 116.  
 Quarzlinse 474.  
 Quecksilberlampe 380.  
 Querkontraktion 92.  
 QUINCKESCHES Rohr 125.  
  
 Radioaktivität 528.  
 Radiometer 472.  
 Radium 528, 531.  
 Radon 531.  
 RAMAN-Effekt 523.  
 RAOULTSches Gesetz 194, 200.  
 Rauhreif 201.  
 Raum, absoluter 544.  
   — gekrümmter 559.  
 Raumakustik 144.  
 Raumdichte, elektrische 232.  
 Raummessung 10.  
 Rechte-Hand-Regel 318.  
 Reflexion 140.  
   — des Lichtes 407.  
   — metallische 472, 474.  
   — im gesamten Spektrum  
   471.  
   — des Schalls 144.  
 Reflexionsgesetz 140.  
 Refraktion des Lichts 415.  
 Refraktometer 419.  
 Regeneration 193.  
 Regenbogen 439.  
 Reibung 153.  
   — innere, von Flüssigkeiten  
   154.  
   — innere, von Gasen 156.  
 Reibungselektrizität 230, 247.  
 Reibungsgesetz, STOKESsches  
   157.  
 Reibungswinkel 154.  
 Reichweite der  $\alpha$ -Strahlen  
   529, 532.  
 Reifbildung 224.  
 Reihenschaltung von Leitern  
   270.  
   — von Stromquellen 279.  
 Rekombination 369.  
 Relais, elektromagnetische  
   337.  
 Relativität von Längen 551.  
   — der Zeit 550.  
 Relativitätsprinzip, EIN-  
   STEINSches 548.  
   — der Mechanik 543.  
 Relativitätstheorie, all-  
   gemeine 556.  
   — spezielle 548.  
   — und Geometrie 559.  
   — und tägliche Erfahrung  
   555.  
  
 Remanenz 309.  
 Resonanz 132.  
   — akustische 147.  
   — elektrische 354.  
 Resonator, elektrischer 387.  
   — HELMHOLTZscher 147.  
 Reststrahlen 474.  
 Resultierende 12.  
   — von Kräften 24.  
 Reversible Zustandsände-  
   rungen 214.  
 Reversionspendel 64.  
 Rheostaten 271.  
 RICHARDSONSches Gesetz 370  
 Richtungsquantelung 527.  
 RIRTSches Prinzip 506.  
 Rollen 78.  
 RÖNTGENScher Versuch 326.  
 Röntgenspektren 482, 513.  
 Röntgenstrahlen 476.  
   — Spektroskopie 479.  
 Rostpendel 176.  
 Rotation 32.  
   — um freie Achsen 43.  
 Rotationsdispersion 466.  
 Rotationsenergie 42.  
 Rotationspolarisation 466.  
 Rotationsschwingungs-  
   spektren 519.  
 Rotverschiebung der Spek-  
   trallinien 558.  
 ROWLANDScher Versuch 326.  
 Rückstoß 28.  
 RYDBERG-Konstante 502,  
   505.  
  
 Saccharimeter 466.  
 Saitenelektrometer 238.  
 Saiteninstrumente 149.  
 Saitenschwingungen 130.  
 Sättigung, magnetische 302,  
   308.  
 Sättigungsdefizit der Atmo-  
   späre 223.  
 Sättigungsdruck 196.  
 Sättigungsstrom 370.  
 Saugpumpen 121.  
 Schall 143.  
 Schallgeschwindigkeit 143.  
 Schallwellen, stehende 145.  
 Schatten 397.  
 Scheibenmagnet 319.  
 Scheinwiderstand 353.  
 Schiefe Ebene 56.  
 Schleifenfahrt 89.  
 Schlieren 417.  
 Schmelzen 189.  
 Schmelzpunkt 189.  
   — Abhängigkeit vom Druck  
   193.  
   — — von gelösten Stoffen  
   193.  
 Schmelzwärme 191.  
 Schraube 80.  
 Schraubenlehre 7.  
  
 Schwankungserscheinungen,  
   molekulare 174.  
 Schwarzer Fleck 447.  
 Schwarzer Körper 485.  
 Schwebungen 138.  
   — akustische 146.  
 Schwerefeld 74.  
 Schwerewellen 133.  
 Schwerkraft 51.  
 Schwerpunkt 59.  
   — elektrischer Ladungen 234.  
   — gemeinsamer, zweier  
   Massen 60.  
 Schwerpunktsatz 60.  
 Schwimmen 101.  
 Schwimmerregel 318, 320.  
 Schwingungen 128.  
   — elastische 129.  
   — elektrische 352, 381.  
   — erzwungene 132.  
   — gedämpfte 128, 157.  
   — harmonische 128.  
   — ungedämpfte 128.  
   — von Luftsäulen 131.  
   — von Saiten 130.  
 Schwingungsbauch, -knoten  
   130.  
 Schwingungserzeugung mit  
   der Elektronenröhre 393.  
 Schwingungskreis 381.  
 Schwingungsverstärkung 392.  
 Schwingungsweite 128.  
 Schwingungszahl 129.  
   — des Lichts 440.  
   — des Schalls 144.  
 Schwingungszeit 129.  
 Schwungrad 85.  
 Sehen im Hellen und Dunk-  
   len 434.  
   — räumliches 435.  
 Sehweite, deutliche 427, 433.  
 Sekundäre Prozesse bei der  
   Elektrolyse 291.  
 Sekunde 11.  
 Sekundenpendel 62.  
 Selbstinduktion 344.  
   — Messung 355.  
 Selbstumkehr der Spektral-  
   linien 486.  
 Selenzelle 492.  
 Seriengrenze 503.  
 Serienschaltung, s. Reihen-  
   schaltung.  
 Shunt 336.  
 Siedebarmeter 198.  
 Sieden 198.  
 Siedepunkt 189.  
   — Abhängigkeit vom Druck  
   198.  
   — — von gelösten Stoffen  
   200.  
 Siedeverzug 190.  
 Silbervoltmeter 291.  
 Sirene 144.  
 Skalare 11.

- Skineffekt 346.  
 Solarkonstante 220.  
 Solenoid 319.  
 Sonnenfinsternis 397.  
 Sonnenspektrum 476, 483.  
 Sonnenstrahlung 220, 221.  
 Sonntag 11.  
 Spalt, Beugung 454.  
 Spannung, elektrische 243.  
 — effektive 356.  
 Spannungskoeffizient der Gase 179.  
 Spannungsmesser 335.  
 Spannungsmessung 255.  
 Spannungsreihe 247.  
 Spannungsteilung 271.  
 Spektralanalyse 483.  
 Spektralfarben 440.  
 Spektralserien, allgemeines 505.  
 Spektraltermine 505. [481.  
 Spektren, verschiedene Arten — wasserstoffähnliche 505.  
 Spektrometer 437.  
 Spektrometrie der Röntgenstrahlen 479.  
 Spektroskop 437.  
 Spektrum 436.  
 — gesamtes 469.  
 Sphärometer 8.  
 Spiegel, ebene 409.  
 — gekrümmte 410.  
 Spiegelablesung 408.  
 Spiegelsextant 408.  
 Spiegelteleskop 429.  
 Spiegelung 407.  
 Spiralfedern 94.  
 Spitzenentladung 373.  
 Spitzenwirkung 247.  
 Sprache 152.  
 Sprungtemperaturen 276.  
 Spulen 319.  
 Stäbchen 434.  
 STARK-Effekt 469.  
 Starre Körper 15.  
 Statisches Moment 30.  
 Statistik 104.  
 Stechheber 115.  
 STEFAN-BOLTZMANN'SCHES Gesetz 489.  
 Steighöhe, kapillare 160.  
 Steighöhenmethode 314.  
 STEINER'SCHER Satz 32.  
 Stereoskop 435.  
 Sternschaltung 356.  
 Sternntag 11.  
 Sternweite 7.  
 Stimmgabel 151.  
 Stimmung, reine und temperierte 148.  
 STOKES'SCHES Gesetz der Fluoreszenz 491, 522.  
 — der Reibung 157.  
 Stoß, elastischer und unelastischer 47.  
 Stoßionisation 370.  
 Stoßzahl der Gasmoleküle 110.  
 Strahl 133.  
 — ordentlicher und außerordentlicher 462.  
 Strahlung, schwarze 485.  
 Strahlungsdämpfung 386.  
 Strahlungsdruck 469.  
 Strahlungsgesetze 485.  
 — von PLANCK 487.  
 — von RAYLEIGH-JEANS 488.  
 — von Wien 488.  
 Strahlungslehre 395.  
 Strahlungsmessung 472.  
 Strahlungstemperatur 489.  
 Stratosphäre 222.  
 Streuung von  $\alpha$ -Strahlen 498.  
 Strom, elektrischer 264.  
 — elektrischer, in flüssigen Leitern 286.  
 Stromdichte, elektrische 264.  
 Stromenergie 281.  
 Stromleistung 281.  
 Strommesser 334, 336.  
 Stromstärke, effektive 356.  
 Strömung von Flüssigkeiten, laminare und turbulente 155.  
 Strömungsgeschwindigkeit der Elektrizität 269.  
 Strömungsströme 301.  
 Stromverzweigungen 270, 280.  
 Stromwärme 282.  
 Stufengitter 457.  
 Sublimation 201.  
 Sublimationswärme 201.  
 Summationstöne 146.  
 Superposition von Kräften 23.  
 Supraleitfähigkeit 276.  
 Suszeptibilität 310.  
 Szintillation 533.  
 Tangentenbussole 332.  
 Taubildung 224.  
 Taupunkt 223.  
 Telegraphie 337.  
 — drahtlose 387.  
 Telephonie 338.  
 — drahtlose 389.  
 Temperatur 167.  
 — absolute 168.  
 — effektive 489.  
 — kritische 202.  
 — sehr tiefe 206.  
 Temperaturionisation 371.  
 Temperaturkoeffizient des Widerstandes 276.  
 — von Elektrolyten 293.  
 Temperaturmessung 181.  
 — durch Strahlung 489.  
 Temperaturskala 167.  
 Terme 505.  
 TESLA-Schwingungen 383.  
 Thermionen 370.  
 Thermochemie 220.  
 Thermoelektrizität 285.  
 Thermolemente 285.  
 Thermomagnetische Erscheinungen 331.  
 Thermometer 181.  
 THOMSON-Effekt 331.  
 Thoriumreihe 531.  
 Töne 143.  
 Tonhöhe 144.  
 Tonleiter 148.  
 Topfmagnet 331.  
 TORRICELLI'SCHES Theorem 122.  
 — Versuch 112.  
 Torsion 93.  
 Torsionsmodul 93.  
 Totalreflexion 418.  
 TOWNSEND-Strom 372.  
 Tragflächen 125.  
 Trägheit 20.  
 — der Energie 553.  
 Trägheitsellipsoid 32.  
 Trägheitskräfte 23.  
 — rotierender Massen 36, 87.  
 — auf der rotierenden Erde 44.  
 Trägheitsmoment 31.  
 Trägheitssatz 20.  
 Trägheitswiderstand 23.  
 Transformatoren 362.  
 Tribolumineszenz 491.  
 Tripelpunkt 190.  
 Troposphäre 222.  
 Trübe Medien 457, 466.  
 Turbulenz 156.  
 TYNDALL-Phänomen 466.  
 Uhren 90.  
 Ultramikroskop 458.  
 Ultrarot 473.  
 Ultraviolett 475.  
 Umkehrbarkeit des Strahlungsganges 406.  
 Unabhängigkeitsprinzip 23.  
 Undulationstheorie des Lichts 439.  
 Unordnung, ideale 210.  
 Unruhe 176.  
 Unterbrecher 349, 350.  
 Unterkühlung 190.  
 Uranreihe 531.  
 Vakuum 117.  
 Valenz 515.  
 Vektoraddition 12.  
 Vektoren 11.  
 Vektorpolygon 12.  
 Vektorzerlegung 12.  
 Ventile, elektrische 390.  
 Verdampfen 195.  
 Verdampfungswärme 195.  
 VERDETSCHES Konstante 466.  
 Verfestigung 92.



- Verflüssigung der Gase 202.  
Vergrößerung, allgemeines 426.  
Verschiebung, dielektrische 259.  
Verschiebungsdichte 259.  
Verschiebungsgesetz, WIEN-  
sches 488.  
Verschiebungssatz, radio-  
aktiver 532.  
— spektroskopischer 512.  
Verschiebungsströme 357.  
Verstärkerröhre 390.  
Verwandlung von Arbeit in  
Wärme 207.  
— von Wärme in Arbeit 214.  
Viskosität 155.  
Vokale 152.  
Volt 243.  
VOLTA-Effekt 247.  
Voltmeter 287, 291.  
Voltampere 282.  
Voltgeschwindigkeit 509.  
Voltmeter 335.  
Volumänderung, isotherme  
III.  
— beim Schmelzen 192.  
Volumen, kritisches 202.  
— spezifisches 53.  
Volumionisation 369.  
Volummessung 10.
- VAN DER WAALSSche Gleichung 180, 203.  
— Kräfte 540.  
Wage 80.  
Wagenräder 86.  
Wägung, absolute 84, 119.  
Wahrscheinlichkeit, thermo-  
dynamische 210.  
WALTENHOFENSches Pendel  
346.  
Wärme, spezifische, der fe-  
sten und flüssigen Körper  
183.  
— der Gase 184.  
— Quantentheorie 517.  
Wärmeäquivalent, elektri-  
sches 283.  
— mechanisches 206.  
Wärmeausdehnung fester und  
flüssiger Körper 175.  
— der Gase 179.  
Wärmeaustausch 217.  
Wärmekapazität 183.  
Wärmeleistungsmaschinen 214.
- Wärmelehre 167.  
Wärmeleitfähigkeit 218.  
Wärmeleitung 217.  
Wärmemenge 182.  
Wärmequellen 220.  
Wärmestrahlung 217, 472.  
Wärmetheorie, mechanische  
168.  
Wärmetönung chemischer  
Prozesse 220.  
Wasserstoffatom 501.  
Wasserstoffähnlichkeit 505.  
Wasserstoffspektrum 502.  
— kontinuierliche 504.  
Wasserstrahlpumpe 118.  
Wasserwert 188.  
Wasserzersetzung 291.  
Watt 42, 282.  
Wattloser Strom 356.  
Wattmeter 337.  
Wattsekunde 39, 283.  
Wechselstrom 351.  
Wechselstrommesser 336.  
Wechselstromleistung 355.  
Wechselstromwiderstand 352,  
353.  
Wechselzahl von Wechsel-  
strom 352.  
Weglänge, freie, der Mole-  
küle 110.  
— optische 417.  
WEHNELT-Kathode 370, 376.  
Weicheninstrumente 335.  
Wellen 128.  
— elektrische 383, 481.  
— — an Drähten 387.  
— longitudinale und trans-  
versale 134.  
— periodische 133.  
— stehende 136.  
Wellenfläche 133.  
Wellenlänge 134.  
— des Lichts 440.  
— des Schalls 144.  
Wellenmechanik 534.  
Wellentheorie des Lichts  
439.  
— der Materie 534.  
Wellenzahl 483.  
Wertigkeit 515.  
WESTON-Element 296.  
Wetter 226.  
Wetterkarte 227.  
WHEATSTONESche Brücken-  
schaltung 273, 281, 355.  
Widerstand, elektrischer 268.
- Widerstand elektrolytischer  
Leiter 293.  
— innerer, von Strom-  
quellen 279.  
Widerstandskapazität 294.  
Widerstandsmessung 273.  
Widerstandsthermometer  
277.  
WIEDEMANN-FRANZsches  
Gesetz 270, 539.  
Wiedervereinigung von  
Ionen 369.  
WIENSches Verschiebung-  
gesetz 488.  
Wind 225.  
Windungsfläche 319.  
Winkelbeschleunigung 19.  
Winkelgeschwindigkeit 18.  
Winkelmessung 9.  
Winkelspiegel 410.  
Wirbelströme 346.  
Wirkung und Gegenwirkung  
27.  
Wirkungsquantum, PLANCK-  
sches 487, 494.  
Wismutspirale 331.  
Wolken 224.  
Wurf 54.
- X-Einheit 6.
- Zählkammer, GEIGERSche  
533.  
Zahnräder 79.  
Zäpfchen 434.  
ZEEMAN-Effekt 467.  
Zeitmessung 11.  
Zentimeter 5.  
Zentimeter-Gramm-Sekun-  
den-System 11, 23.  
Zentrifugalkraft 32, 34, 87, 99.  
Zentrifugalregulator 37.  
Zentripetalkraft 32.  
Zerfallstheorie der Radio-  
aktivität 529.  
Zerstreuung des Lichts 457.  
Zug 26.  
Zustandsänderungen, adiabati-  
sche 186.  
— verschiedene Arten 180.  
Zustandsgleichung der ide-  
alen Gase 178.  
— von VAN DER WAALS 180,  
203.  
Zwangskräfte 29.  
Zylinderspiegel 415.

### Berichtigungen.

Es muß heißen:

- S. 17, Abb. 11b:  $\gamma$  statt  $\psi$ .
- S. 44, Zeile 14 und 15 von unten: Kegelmantel statt Zylindermantel.
- S. 62, Zeile 1 von oben in der Formel  $k_1$  statt  $k_2$ .
- S. 136, Abb. 125c:  $\frac{3\pi}{4}$  statt  $\frac{3\pi}{2}$ .
- S. 244, Zeile 19 von unten:  $e\mathcal{E}As$  statt  $\mathcal{E}As$ .
- S. 290, Zeile 17 von oben: Atome statt Moleküle.
- S. 297, Zeile 12 von unten }  
S. 298, Zeile 12 von oben } besser Bleidioxyd statt Bleisuperoxyd.
- S. 345, Zeile 8 von unten: Gl. 6 statt § 381.
- S. 499, Zeile 5 von unten:  $10^{-8}$  cm statt  $10^{-8}$ .